

334 | Januar 1976

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

P. Blume

Zur Frage der erregenden Längskraft in von achtern kommenden regelmäßigen Wellen

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Zur Frage der erregenden Längskraft in von achtern kommenden regelmäßigen Wellen

P. Blume

Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1976

© Technische Universität Hamburg-Harburg

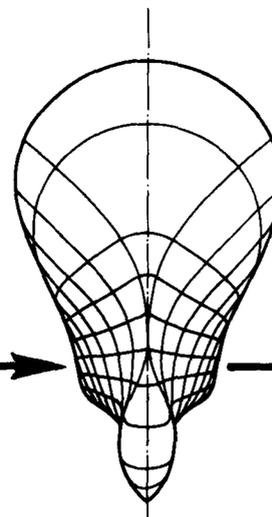
Schriftenreihe Schiffbau

Schwarzenbergstraße 95c

D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU
DER UNIVERSITÄT HAMBURG



Zur Frage der erregenden Längskraft in von
achtern kommenden regelmäßigen Wellen

P. Blume

Januar 1976

Bericht Nr. 334

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 334

Zur Frage der erregenden Längskraft
in von achtern kommenden regelmäßigen Wellen

P. Blume

Januar 1976

Für die Anregung zur vorliegenden Arbeit und manche
kritische Stellungnahme möchte ich Herrn Professor Grim
danken.

Zur Frage der erregenden Längskraft
in von achtern kommenden regelmäßigen Wellen

	Seite
1. <u>Einführung</u>	7
2. <u>Widerstandsermittlung durch Energiebetrachtung</u>	9
2.1 Koordinatensystem und Voraussetzungen	
2.2 Überlagerung Schiffswellensystem - äußere Welle	
2.3 Berechnung des Wellenprofils bei Fahrt in glattem Wasser	
3. <u>Darstellung des Schiffskörpers</u>	22
3.1 Parabelschiff	
3.2 Erweiterung für unsymmetrische Schwerpunktlage, andere Völligkeitsgrade und andere Wasserlinien- eintrittswinkel	
3.3 Das Verfahren nach Hess und Smith	
3.4 Berechnung der Singularitätenverteilung für das Schiff in der Welle	
4. <u>Bereitstellung der Spektralfunktionen F und G</u>	31
4.1 Stetige Quellverteilung auf Mittellängsebene	
4.2 Konstante Quellbelegung auf Flächenelementen	
5. <u>Durchgeführte Rechnungen</u>	38
5.1 Parabelschiff	
5.2 Ergebnisse für erweiterten Ansatz	
5.3 Quellverteilung nach Hess und Smith, Schiffskörper unverzerrt	
5.4 Rechnung nach der Froude-Kriloff-Hypothese und Vergleich	
5.5 Berücksichtigung der sich ändernden Eintauchung durch Verzerrung	
6. <u>Zusammenfassung</u>	53

Literaturhinweise:

- [1] Grim, O.:
Das Schiff in von achtern auflaufender See
Jahrbuch STG 1951
- [2] Boese, P.:
Die Längs- und Gierbewegung im achterlichen
Seegang
Institut für Schiffbau, Hamburg, Bericht Nr. 179, 1966
- [3] Du Cane, P. und Goodrich, G.J.:
The Following Sea, Broaching and Searching
TRINA 1962
- [4] Eggers, K.:
Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines
Schiffsmodells durch Analyse seines Wellensystems
Schiffstechnik Bd. 9, Heft 46, 1962
- [5] Eggers, K., Sharma, S.D. und Ward, L.W.:
An Assesment of Some Experimental Methods for
Determining the Wave-Making Characteristics of
a Ship Form
Trans. SNAME Vol. 75, 1967
- [6] Hess, J.L. und Smith, A.M.D.:
Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies
Progress in Aeronautical Sciences, Vol. 8, 1967
- [7] Pöhls, H.C.:
Berechnung des Wellenwiderstandes ebenflächiger
Schiffsformen
Dissertation 1970

- [8] Havelock, T.H. :
Resistance of a Ship among Waves
1937
in The Collected Papers on Hydrodynamics
edited by C. Wigley
Office of Naval Research, Dep. of the Navy, 1963
- [9] Grothues-Spork, H. :
Modellfamilien-Untersuchungen über das
Forschungsschiff Meteor und einen Tanker
Jahrbuch STG 1965

Symbolliste

Die Liste enthält Symbole, soweit sie nicht nur örtlich begrenzt benutzt wurden und dort erklärt sind:

A_{sp}	Spantfläche
c	Fortschrittsgeschwindigkeit einer Welle
F_n	Froude-Zahl
$F(u), G(u)$	Spektralfunktionen
G	Greensche Funktion
g	Erdbeschleunigung
L	Schiffslänge
l	halbe Schiffslänge
$m = f(u)$	siehe Gleichung (20)
R	Widerstand
$s = f(u)$	siehe Gleichung (3)
t	Zeit
u, w	Quer- und Längswellenzahl einer Elementarwelle
v	Geschwindigkeit
x, y, z	schiffsfeste Koordinaten
x_0	Lage des Wellenberges bzw. Hauptspant
$\gamma_0 = \frac{1}{2 F_n^2}$	Geschwindigkeitsparameter
$\alpha_0 = \frac{g}{v^2}$	Wellenzahl
ζ	Wellenerhebung
ζ_A	Wellen-Amplitude
ζ_w	Wellenhöhe

Θ	Laufrichtung einer Elementarwelle
λ	Wellenlänge
ρ	Dichte des Wassers
φ, ϕ	Potential
σ	Quellstärke
ω	Kreisfrequenz

1. Einführung

Der Widerstand eines Schiffes, das mit konstanter Geschwindigkeit in Wellenfortschrittsrichtung einer ebenen Oberflächenwelle fährt, oszilliert sehr stark in Abhängigkeit von seiner Lage relativ zur Welle. Daraus folgt für das freifahrende Schiff oder Modell eine Oszillation der Geschwindigkeit, besonders stark, wenn die mittlere Fahrgeschwindigkeit in der Nähe der Wellenfortschrittsgeschwindigkeit liegt. Entsprechende Versuche wurden von Du Cane und Goodrich [3] beschrieben. Sie ließen das Modell vor der Welle herfahren und maßen, ohne am Antrieb nachzuregulieren, den Verlauf der Geschwindigkeit.

Hierbei handelt es sich um einen instationären Vorgang, der theoretischen Berechnungen nur schwer zugänglich ist. Doch unter der Voraussetzung, daß die Relativgeschwindigkeit zwischen Welle und Schiff nicht zu groß ist, läßt sich die erregende Längskraft, nämlich die oszillierende Widerstandsänderung, als Ursache für die Längsbewegung näherungsweise für stationäre Lagen relativ zur Welle bestimmen. Grim [1] hat gezeigt, wie dieser Zustand im Modellversuch erzwungen werden kann. Die Welle wurde durch ein quer zur Fahrtrichtung am Schleppwagen angebrachtes Brett, das mehrere Millimeter eintaucht, erzeugt. Dadurch blieb die Welle stationär zum fahrenden Wagen und damit auch zum fest mit dem Wagen gekoppelten Modell. Durch Variation des Abstandes des Modells zum Brett ließen sich beliebige Phasenlagen einstellen. Zum Vergleich hat Grim auch theoretische Rechnungen gemacht über die Neigung des Auftriebsvektors unter Zugrundelegung einer ungestörten Druckverteilung in der Welle (Froude-Kriloff-Hypothese). Der gleiche Ansatz wurde auch von Boese bei der Berechnung der Längsbewegung in achterlichem Seegang [2] benutzt.

Ziel dieser Arbeit ist, die Oszillation des Widerstandes in Abhängigkeit von der Phasenlage mit Methoden der

Wellenwiderstandstheorie zu bestimmen und mit obigem Ansatz zu vergleichen. Es soll also der Wellenwiderstand eines stationär mit einer ebenen Welle mitlaufenden Schiffes für verschiedene Lagen relativ zur Welle berechnet werden.

2. Widerstandsermittlung durch Energiebetrachtung

2.1 Koordinatensystem und Voraussetzungen

Zunächst wird ein Koordinatensystem eingeführt.

Es wird ein rechtwinkliges, kartesisches Koordinatensystem so gewählt, daß sein Ursprung im Schnittpunkt der drei Ebenen Mittellängsebene des Schiffes - Hauptspantebene - ungestörte Wasseroberfläche liegt. Die x-Achse zeigt in Fahrtrichtung, die y-Achse nach Backbord und die z-Achse vertikal nach oben.

Das Koordinatensystem bewegt sich mit dem Schiff mit, damit ist die Strömung in diesem System unabhängig von der Zeit, die Vorgänge sind stationär. Das Wasser soll der Breite und Tiefe nach unbeschränkt sein.

Da die Potentialtheorie benutzt wird, gelten auch deren Voraussetzungen. Die Flüssigkeit sei inkompressibel, homogen und zähigkeitslos. Die linearisierte Oberflächenbedingung wird auf $z = 0$ erfüllt, d.h.

$$\varphi_{xx}(x, y, 0) + \alpha_0 \varphi_z(x, y, 0) = 0$$

mit φ Potential im Punkte (x, y, z)

$\alpha_0 = g/V^2$ Wellenzahl

2.2 Überlagerung Schiffswellensystem - äußere Welle

Das auf einer ungestörten Wasseroberfläche fahrende Schiff erzeugt ein Wellensystem, in dem Energie abwandert. Nach Definition eines geeigneten Kontrollraumes läßt sich der Energiefluß durch die Berandungen des Raumes und damit die Schleppleistung berechnen.

In [4] zeigt Eggers zunächst, wie der Widerstand eines in einem Kanal fahrenden Schiffes durch Ermittlung des

Energieflusses durch die rückwärtige Begrenzungsebene des stationär mit dem Schiff mitbewegten Kontrollraumes zu berechnen ist. Nach dem Grenzübergang Breite und Tiefe gegen unendlich erhält er folgende Gleichung für den Widerstand

$$\begin{aligned}
 R = \frac{\rho g}{2\pi} \int_0^{\infty} & \left[1 - \frac{\kappa_0^2}{4u^2} \left(\sqrt{1 + 4\left(\frac{u}{\kappa_0}\right)^2} - 1 \right) \right] \\
 & \left[\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \zeta \cos uy \, dy \right)^2 + \left(\frac{1}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \cos uy \, dy \right)^2 \right. \\
 & \left. + \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \zeta \sin uy \, dy \right)^2 + \left(\frac{1}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \sin uy \, dy \right)^2 \right] du
 \end{aligned} \tag{1}$$

Hierin bedeuten u und w die Quer- und Längswellenzahl der Elementarwellen mit der Wellenzahl κ , über die integriert wird. Für ein stationäres Wellensystem ist w eine Funktion von u , wie später gezeigt wird (Gleichung (3)).

Jetzt soll erst zu dimensionsloser Schreibweise übergegangen werden. Entsprechend [4] werden folgende Größen dazu benutzt:

die Geschwindigkeit	v
die Dichte des Wassers	ρ
die Wellenzahl	$\kappa_0 = \frac{g}{v^2}$

Dimensionsbehaftete Größen werden im folgenden unterstrichen. Dann wird

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{\underline{R} \, \underline{\kappa_0}^2}{\underline{\rho} \, \underline{v}^2} \\
 \kappa &= \underline{\kappa_0} \, \underline{\kappa} \\
 \gamma &= \underline{\kappa_0} \, \underline{\gamma} \\
 \zeta &= \underline{\kappa_0} \, \underline{\zeta} \\
 u &= \frac{\underline{u}}{\underline{\kappa_0}} \\
 w &= \frac{\underline{w}}{\underline{\kappa_0}}
 \end{aligned}$$

Also erhält man für den dimensionslosen Widerstand

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{g}{2\pi} \frac{\underline{x}_0^2}{\underline{v}^2} \int_0^{\infty} \left[1 - \frac{1}{4u^2} (\sqrt{1+4u^2} - 1) \right] \\
 &\quad \frac{1}{\underline{x}_0^4} \left[\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \zeta \cos uy \, dy \right)^2 + \left(\frac{1}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \cos uy \, dy \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \zeta \sin uy \, dy \right)^2 + \left(\frac{1}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \sin uy \, dy \right)^2 \right] \underline{x}_0 \, du \\
 R &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[1 - \frac{1}{4u^2} (\sqrt{1+4u^2} - 1) \right] \\
 &\quad \left[\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \zeta \cos uy \, dy \right)^2 + \left(\frac{1}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \cos uy \, dy \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \zeta \sin uy \, dy \right)^2 + \left(\frac{1}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \sin uy \, dy \right)^2 \right] du \tag{2}
 \end{aligned}$$

Diese Gleichung gibt den Widerstand als Funktion der Wellenerhebung ζ und ihrer Steigung ζ_x in einer Schnittebene in genügendem Abstand hinter dem Schiff senkrecht zur Fahrtrichtung an. Da $\zeta(y)$ und $\zeta_x(y)$ für ein symmetrisches Schiff gerade Funktionen sind, sind die Integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \zeta \sin uy \, dy \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \sin uy \, dy \quad \text{gleich Null.}$$

Das Wellenbild des Schiffes ist stationär. Die Bedingung dafür ist, daß die Geschwindigkeit \underline{v}_w einer Elementarwelle mit der Laufrichtung Θ gegen die Fahrtrichtung der Gleichung $\underline{v}_w = \underline{v} \cos \Theta$ genügt, d.h. ihre Wellenzahl \underline{x} ergibt sich zu

$$\underline{x} = \underline{x}_0 \sec^2 \Theta$$

bzw. dimensionslos $\underline{x} = \sec^2 \Theta$

Diese Wellenzahl \mathcal{K} lässt sich zerlegen in die Quer- und Längswellenzahlen u und w

$$u = \mathcal{K} \sin \Theta$$

$$w = \mathcal{K} \cos \Theta$$

und

$$\mathcal{K} = \sqrt{u^2 + w^2}$$

Daraus folgt

$$w = \sec^2 \Theta \cos \Theta = \sec \Theta$$

$$w^2 = \sec^2 \Theta = \mathcal{K}$$

und weiter

$$w^2 = \sqrt{u^2 + w^2}$$

Aufgelöst nach w^2 :

$$w^4 - w^2 - u^2$$

$$w^2 = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{4u^2 + 1}) = s^2(u)$$

(3)

Für diese Beziehung $w = f(u)$ im stationären Wellensystem wird das Symbol s eingeführt.

Unter Berücksichtigung der oben angesprochenen Symmetrieeigenschaften und der Beziehung (3) wird aus Gleichung (2)

$$R = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \left[\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \zeta \cos uy \, dy \right)^2 + \left(\frac{1}{s} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \cos uy \, dy \right)^2 \right] du$$

(4)

Für das hier vorliegende Problem werden zunächst in erster Näherung das Potential des Schiffswellensystems und das Potential einer ebenen Welle addiert, d.h. es wird das Wellensystem des Schiffes mit einer ebenen Welle

gleicher Fortschrittsgeschwindigkeit und -richtung überlagert. Je nach Phasenlage der Wellensysteme zueinander ergeben sich dann verschiedene Energieflüsse durch die rückwärtige Schnittebene des Kontrollraumes. Jetzt ist aber auch der Energiefluß durch die Ebene vor dem Schiff von Null verschieden, dieser Wert ist von dem an der hinteren Ebene wieder abzuziehen.

Vor dem Schiff existiert nur die ebene Welle, für die $\zeta(y) = \text{konst}$ und $\zeta_x(y) = \text{konst}$ gilt. Außerdem soll die Integration über y sich über eine bestimmte Breite b erstrecken, für die der Grenzübergang $b \rightarrow \infty$ gemacht wird. Man kann dann Gleichung (4) für den Wert an der vorderen Schnittebene, bezogen auf die Integrationsbreite b , schreiben

$$\begin{aligned} \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{R_v}{b} &= \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \left[\left(\zeta \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos uy \, dy \right)^2 + \left(\frac{\zeta_x}{s} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos uy \, dy \right)^2 \right] du \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \left(s^2 + \frac{\zeta_x^2}{s^2} \right) 4 \frac{\sin^2 u \frac{b}{2}}{u^2} du \end{aligned}$$

Der Ausdruck in der zweiten Klammer läßt sich umformen.

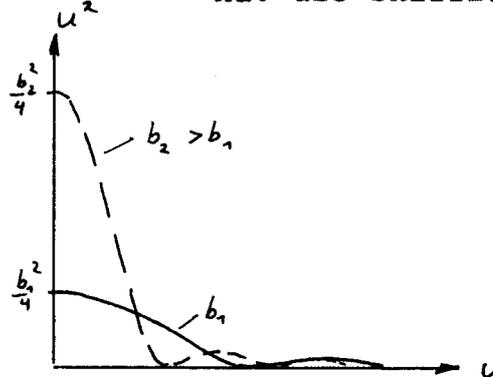
$$s^2 + \frac{\zeta_x^2}{s^2} = s_A^2 \cos^2 s_X + \frac{s_A^2 s^2}{s^2} \sin^2 s_X$$

$$s^2 + \frac{\zeta_x^2}{s^2} = s_A^2$$

Er ist konstant und läßt sich vor das Integral ziehen.

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \frac{R_v}{b} = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{4}{2\pi b} s_A^2 \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \frac{\sin^2 u \frac{b}{2}}{u^2} du$$

Der Faktor $\frac{\sin^2 u \frac{b}{2}}{u^2}$ hat die skizzierte Form.



b soll im Grenzfall gegen unendlich gehen, damit ist dieser Faktor nur in der Nähe von $u = 0$ wesentlich von null verschieden. Dort kann für s als Näherung $s = 1$ eingesetzt werden. Dies entspricht auch der physikalischen Vorstellung. u und s sind die dimensionslosen Quer- bzw. Längswellenzahlen, die für den Grenzfall der ebenen längslaufenden Welle 0 bzw. 1 werden müssen.

Damit gilt

$$\begin{aligned} \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{R_v}{b} &= \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi b} \zeta_A^2 \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 u \frac{b}{2}}{u^2} du \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi b} \zeta_A^2 \frac{\pi}{2} \frac{b}{2} \\ &= \frac{1}{4} \zeta_A^2 \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis ist identisch mit der bekannten Gleichung für den Widerstand eines zweidimensionalen Körpers der Breite b , ermittelt aus der nachlaufenden, durch den Körper erzeugten ebenen Welle.

Wie schon gesagt, überlagern sich hinter dem Schiff in erster Näherung die ebene äußere Welle und das vom Schiff erzeugte Wellensystem. Man kann also für die hintere Begrenzungsebene des Kontrollraumes schreiben

$$\zeta = \zeta_E + \zeta_s$$

Dabei bezeichnet der Index E die ebene äußere Welle und s das Schiffswellensystem. Setzt man diese Beziehung in die Gleichung (4) ein, so erhält man

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} (\zeta_E + \zeta_s) \cos uy \, dy \right]^2 + \left(\frac{1}{s} \int_{-\infty}^{+\infty} (\zeta_{xE} + \zeta_{xs}) \cos uy \, dy \right)^2 du \\
 R &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \left\{ \left(\int_0^{\infty} \zeta_E \cos uy \, dy \right)^2 + 2 \int_0^{\infty} \zeta_E \cos uy \, dy \int_0^{\infty} \zeta_s \cos uy \, dy \right. \\
 &\quad \left. + \left(\int_0^{\infty} \zeta_s \cos uy \, dy \right)^2 + \frac{1}{s^2} \left[\left(\int_0^{\infty} \zeta_{xE} \cos uy \, dy \right)^2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 2 \int_0^{\infty} \zeta_{xE} \cos uy \, dy \int_0^{\infty} \zeta_{xs} \cos uy \, dy + \left(\int_0^{\infty} \zeta_{xs} \cos uy \, dy \right)^2 \right] \right\} du \tag{5}
 \end{aligned}$$

Wie man sieht, besteht die Gleichung aus drei Teilen:

- dem Teil, der zur ebenen Welle gehört,
- dem Teil, der den Widerstand des Schiffes auf ungestörter Oberfläche angibt,
- und dem Interferenzteil.

Der zur ebenen Welle gehörende Teil entspricht dem gleich großen analogen Teil an der vorderen Kontrollfläche, der wieder abzuziehen ist, er kann also gleich fortfallen. Jetzt muß noch der Interferenzteil näher untersucht werden.

$$\begin{aligned}
 R_i &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \left\{ 2 \int_0^{\infty} \zeta_E \cos uy \, dy \int_0^{\infty} \zeta_s \cos uy \, dy \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2}{s^2} \int_0^{\infty} \zeta_{xE} \cos uy \, dy \int_0^{\infty} \zeta_{xs} \cos uy \, dy \right\} du \tag{6}
 \end{aligned}$$

ζ_E und ζ_{x_E} sind konstant, sie lassen sich wieder vor das Integralzeichen ziehen, und es bleiben Integrale über $\cos(uy)$ zurück. Um einen definierten Wert für diese Integrale zu bekommen, wird der Integrand mit e^{-ly} multipliziert, wobei l gegen Null gehen soll, aber schwächer als y gegen unendlich.

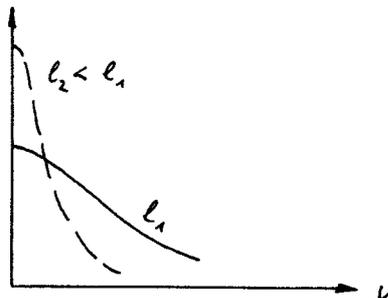
Dann läßt sich die Integration ausführen.

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \cos uy \, dy &= \lim_{l \rightarrow 0} \int_0^{\infty} e^{-ly} \cos uy \, dy \\ &= \lim_{l \rightarrow 0} \frac{e^{-ly}}{u^2 + l^2} (-l \cos uy + u \sin uy) \Big|_0^{\infty} \\ &= \lim_{l \rightarrow 0} \frac{l}{l^2 + u^2} \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis in Gleichung (6) eingeführt, ergibt

$$\begin{aligned} R_i &= \lim_{l \rightarrow 0} \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \left\{ \zeta_E \frac{l}{l^2 + u^2} \int_0^{\infty} \zeta_s \cos uy \, dy \right. \\ &\quad \left. + \frac{\zeta_{x_E}}{s^2} \frac{l}{l^2 + u^2} \int_0^{\infty} \zeta_{x_s} \cos uy \, dy \right\} du \end{aligned}$$

Der Faktor $\frac{l}{l^2 + u^2}$ hat den skizzierten Verlauf,



für $l \rightarrow 0$ bleibt nur ein unendlich hoher, aber unendlich schmaler Streifen, dessen Flächeninhalt aber endlich, nämlich gleich $\pi/2$ ist. Für diesen Bereich bei $u = 0$ läßt sich aber als Näherung einsetzen

$$s = 1$$

$$\cos uy = 1$$

Nach dem Vertauschen der Integrationsreihenfolge läßt sich damit die Integration über u ausführen.

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{4}{\pi} \lim_{\ell \rightarrow 0} \left\{ S_E \int_0^{\infty} \zeta_s dy \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ell}{\ell^2 + u^2} du \right. \\ &\quad \left. + S_{XE} \int_0^{\infty} \zeta_{Xs} dy \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ell}{\ell^2 + u^2} du \right\} \\ &= \frac{2}{\pi} \lim_{\ell \rightarrow 0} (S_E \int_0^{\infty} \zeta_s dy + S_{XE} \int_0^{\infty} \zeta_{Xs} dy) \arctan \frac{u}{\ell} \Big|_0^{\infty} \\ &= \frac{2}{\pi} (S_E \int_0^{\infty} \zeta_s dy + S_{XE} \int_0^{\infty} \zeta_{Xs} dy) \frac{\pi}{2} \\ &= S_E \int_0^{\infty} \zeta_s dy + S_{XE} \int_0^{\infty} \zeta_{Xs} dy \end{aligned} \tag{7}$$

Der Gesamtwiderstand ist gleich der Summe aus dem Glattwasserwiderstand und dem Interferenzwiderstand, also

$$\begin{aligned} R &= S_E \int_0^{\infty} \zeta_s dy + S_{XE} \int_0^{\infty} \zeta_{Xs} dy \\ &\quad + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2s^2}\right) \left[\left(\int_0^{\infty} \zeta_s \cos uy dy \right)^2 + \frac{1}{s^2} \left(\int_0^{\infty} \zeta_{Xs} \cos uy dy \right)^2 \right] du \end{aligned}$$

Wenn das Wellensystem des Schiffes, oder auch die Quellverteilung als erste Näherung unabhängig von der ebenen Welle ist, so ist die Widerstandsänderung durch die ebene äußere Welle proportional zur Amplitude dieser Welle,

und sie hat sinusförmigen Verlauf über $\underline{x}, \underline{x}_0$ von gleicher Periode wie die Welle.

Darüber hinaus sind der Glattwasserwiderstand und der Interferenzwiderstand nur Funktionen von ζ_s und ζ_{x_s} , es werden zur Berechnung des Wellenwiderstandes eines stationär mit einer ebenen Welle der Amplitude ζ_A mitlaufenden Schiffes außer den Daten dieser ebenen Welle nur die Wellenerhebung und -steigung in x-Richtung des Schiffswellensystems in glattem Wasser in einem Schnitt $x = \text{konst}$ hinter dem Schiff benötigt. Damit reduziert sich das Problem auf die Bestimmung des freien Wellensystems in diesem Schnitt, das der ebenen Welle überlagert werden muß.

2.3 Berechnung des Wellenprofils bei Fahrt in glattem Wasser

Die Berechnung des freien Wellensystems folgt der Beschreibung in [5]. Unter den gemachten Voraussetzungen der Linearisierung gilt

$$\zeta(x, y) = \varphi_x(x, y, 0) \quad (8)$$

d.h. die Deformation der freien Oberfläche ist gleich der Ableitung des Potentials nach x für $z = 0$. Für das Potential wird ein Ansatz gemacht der Form

$$\varphi(x, y, z) = \int_D \sigma(x', y', z') \cdot G(x, y, z; x', y', z') dD \quad (9)$$

Darin bedeutet

$\sigma(x, y, z)$	örtliche Quellstärke
$G(x, y, z; x', y', z')$	Greensche Funktion, Potential einer Einheitsquelle in (x', y', z') im Aufpunkt (x, y, z)
D	Ort der Quellsenkenbelegung

Im Anhang von [5] findet man, ausgehend von einem von Lunde gegebenen Ausdruck, für G folgende Formel

$$G = \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} - \operatorname{Re} \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{|u|}^{\infty} \frac{e^{-w|x-x'| + iu(y-y') + i\sqrt{w^2 - u^2}(z+z')}}{\sqrt{w^2 + u^2} - iw^2} dw du + \operatorname{Im} \frac{1 - \operatorname{sign}(x-x')}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4s}{\sqrt{1 + 4u^2}} \cdot e^{is(x-x') + iu(y-y') + s^2(z+z')} du$$

$$r_1^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

$$r_2^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2$$

(10)

Die Gleichung besteht aus drei Teilen. Der erste Summand ist der sogenannte "elementare" Teil. Er ist ebenso wie seine Ableitung nach x auf der ungestörten Wasseroberfläche 0, weil dann $r_1 = r_2$ ist. Der zweite, "lokale" Teil klingt mit $e^{-w|x-x'|}$, d.h. mit wachsendem Abstand $|x - x'|$ vom Schiff nach vorn und hinten schnell ab, er ist für das Wellenprofil weit hinter dem Schiff ohne Bedeutung. Nur der dritte "freie" Teil ist für die Berechnung des Wellenprofils heranzuziehen. Der Vorfaktor mit der sign-Funktion sorgt dafür, daß der freie Teil vor dem Schiff zu 0 wird. Für $x < x'$ wird der Faktor 1, nur dort aber hinter dem Schiff interessiert hier die Funktion G bzw. ihre Ableitung G_x , er wird also im folgenden weggelassen.

$$G_{fz} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4s}{\sqrt{1+4u^2}} e^{s^2(z+z')} \sin(s(x-x') + u(y-y')) du$$

$$G_{fx} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4s^2}{\sqrt{1+4u^2}} e^{s^2(z+z')} \cos(s(x-x') + u(y-y')) du \quad (11)$$

Eingesetzt in Gleichung (8) ergibt sich für $z = 0$ und nach Umformung der \cos -Funktion

$$\zeta(x, y) = \int_{D-\infty}^{+\infty} \int \frac{4s^2}{\sqrt{1+4u^2}} \sigma(x', y', z') e^{s^2 z'} (\cos(sx+uy) \cos(sx'+uy') + \sin(sx+uy) \sin(sx'+uy')) du dD$$

Definiert man

$$G(u) + i F(u) = \frac{4s^2}{\sqrt{1+4u^2}} 4\pi \int_D \sigma(x', y', z') e^{s^2 z'} e^{i(sx'+uy')} dD \quad (12)$$

so erhält man

$$\zeta(x, y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ F(u) \sin(sx+uy) + G(u) \cos(sx+uy) \right\} du \quad (13)$$

$F(u)$ und $G(u)$ werden "freie" Wellenspektren genannt.

Zur Berechnung des Wellenwiderstandes wird außer dem Wellenprofil ζ auch die Ableitung nach x benötigt

$$\zeta_x(x, y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} s \left\{ F(u) \cos(sx + uy) - G(u) \sin(sx + uy) \right\} du \quad (14)$$

3. Darstellung des Schiffskörpers

3.1 Parabelschiff

Der Schiffskörper wird dargestellt durch eine "Innenströmung", die durch eine Quell-Senkenbelegung erzeugt wird, die Grenzstromfläche zur äußeren Strömung entspricht der Außenhaut. Diese Belegung kann auf der Mittellängsebene, auf der Körperoberfläche oder auch dazwischen angeordnet sein.

Häufig gibt man sich eine Quellverteilung für einen schiffsähnlichen Körper vor, um das grundsätzliche Verhalten zu untersuchen, weil die Bestimmung der Quellverteilung eines gegebenen Schiffskörpers sehr aufwendig oder gar unter Berücksichtigung des Einflusses der freien Oberfläche noch nicht möglich ist. Das soll hier zunächst auch geschehen, nämlich

$$\sigma = \frac{b}{\pi l^2} x' \quad (15)$$

auf der Mittellängsebene $-1 \leq x' \leq 1$, $-T \leq z' \leq 0$

Im Rahmen einer linearisierten Theorie entspricht der zugehörige Körper einem Schiff mit parabolischer Wasserlinie und rechteckigem Hauptspant. Es gilt nämlich für ein dünnes Schiff die Körperoberflächenbedingung

$$\sigma = -\frac{1}{2\pi} y_x' \quad (16)$$

y_x' ist die Ableitung einer Wasserlinie nach x .

Der tatsächliche Umströmungskörper sieht anders aus, er ist schmaler und sein Boden hängt durch, und zwar sind diese Merkmale um so stärker ausgeprägt, je breiter das

Schiff ist. Daher gilt diese Darstellung exakt nur für ein unendlich dünnes Schiff.

Für eine ähnliche einfache Quellverteilung hat Havelock [8] das betrachtete Problem bereits behandelt. Er überlagerte das Potential des Schiffes und einer ebenen Welle gleicher Fortschrittsgeschwindigkeit und berechnete daraus direkt den Widerstand. In dieser Arbeit sollen, wie in den Abschnitten 3.2 bis 3.4 beschrieben, bessere Darstellungen aktueller Schiffskörper auch unter Berücksichtigung des sich bei verschiedenen Lagen relativ zur Welle ändernden Umströmungskörpers untersucht und mit einfachen Rechnungen nach der Froude-Kriloff-Hypothese verglichen werden.

3.2 Erweiterung für unsymmetrische Schwerpunktlage, andere Völligkeitsgrade und andere Wasserlinieneintrittswinkel

Nimmt man zum Ansatz für die Form weitere Glieder hinzu, so lassen sich außer den Hauptabmessungen noch weitere Parameter einhalten. Für die Form soll folgender Ansatz gewählt werden:

$$\psi'(x', z') = b \left(1 - \left(\frac{z'}{r}\right)^4\right) \left(1 + \alpha_1 \frac{x'}{\ell} + \alpha_2 \frac{x'^2}{\ell^2} + \alpha_3 \frac{x'^3}{\ell^3} + \alpha_4 \frac{x'^4}{\ell^4} + \alpha_6 \frac{x'^6}{\ell^6}\right) \quad (17)$$

Die Koeffizienten $\alpha_1 - \alpha_6$ sind so zu bestimmen, daß die gewünschten Werte z.B. für den Zylinderkoeffizienten C_p , die Schwerpunktlage $s = X_s/\ell$ und den Wasserlinieneintrittswinkel i_E eingehalten werden. Durch Integration bzw. Differentiation erhält man die Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten.

$$\begin{aligned} \alpha_1 = -\alpha_3 &= \frac{15 s C_p}{2} \\ 1 + \alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_6 &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$1 + \frac{1}{3} \alpha_2 + \frac{1}{5} \alpha_4 + \frac{1}{7} \alpha_6 = C_p$$

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 + 4\alpha_4 + 6\alpha_6 = -\frac{e}{b} \tan i_E \quad (18)$$

3.3 Das Verfahren nach Hess und Smith

Das Verfahren nach Hess und Smith [5] ermöglicht die Berechnung einer Quell-Senkenbelegung auf der Körperoberfläche für einen vorgegebenen Körper in allseitig unbegrenztem Medium. Für den Fall eines an der Oberfläche fahrenden Schiffes muß man den Körper an der Oberfläche spiegeln. Damit wird der Einfluß der freien Oberfläche auf die Quellstärken vernachlässigt bzw. anders ausgedrückt, bei Ansetzen dieser Quellverteilung für ein Schiff wird die Körperoberfläche durch den Einfluß der freien Oberfläche verletzt, der tatsächliche Umströmungskörper entspricht nicht mehr ganz dem vorausgesetzten.

In unendlich ausgedehnter Flüssigkeit ist das Potential einer Einheitsquelle in $P'(x',y',z')$ in einem Punkt $P(x,y,z)$ gegeben durch

$$\varphi_0(x,y,z) = \frac{1}{r} \quad ; \quad r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

(d.h. es entspricht dem "elementaren" Teil der Greenschen Funktion).

Für eine Quellbelegung der Stärke σ auf der Körperoberfläche erhält man das Potential

$$\varphi(x,y,z) = \oint_S \frac{\sigma(x',y',z')}{r(x',y',z';x,y,z)} dS$$

Dieser Ansatz erfüllt unabhängig von σ die Kontinuitäts- und Abstrahlbedingung.

Die Erfüllung der Körperwandbedingung bestimmt die Quellstärke σ , man erhält eine Integralgleichung

$$2\pi \sigma(x,y,z) - \oint_S \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} \sigma(x',y',z') dS = - \vec{n}(x,y,z) \cdot \vec{V}_\infty$$

\vec{n} = Einheits-Normalenvektor

Hess und Smith teilen die Körperoberfläche auf in vier-eckige ebene Flächenelemente, die mit konstanter Quellstärke belegt werden. Die Randbedingung wird im Kontrollpunkt eines jeden Elementes - das ist der Punkt, in dem die Quellbelegung desselben Elementes nur Normalgeschwindigkeiten induziert - erfüllt. Es werden jetzt für die Elemente i die Potentiale ϕ_{ij} bzw. die induzierten Geschwindigkeiten V_{ij} einer Einheitsquellbelegung im Element j berechnet. Dabei wird für ferner liegende Elemente, d.h. die Entfernung ist größer als das Vierfache der größten Diagonalen des Elementes j , als Näherung eine Punktquelle angesetzt.

Die Normalgeschwindigkeiten in dem Flächenelement betragen

$$A_{ij} = \vec{n}_i \cdot \vec{V}_{ij}$$

Damit erhält man mit

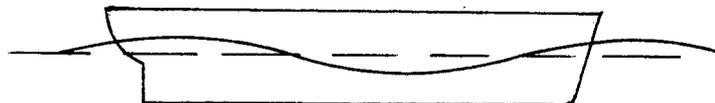
$$\sum_{j=1}^N A_{ij} \sigma_j = - \vec{n}_i \cdot \vec{V}_\infty ; \quad i = 1, 2, \dots, N$$

ein lineares Gleichungssystem für σ_j als Näherung für obige Integralgleichung.

3.4 Berechnung der Singularitätenverteilung für das Schiff in der Welle

Bisher (siehe 2.2) wurden die beiden Wellensysteme - das für das Schiff in glattem Wasser sowie das äußere ebene Wellensystem - als unabhängig voneinander angesehen und einfach addiert. Das ist sicher nur eine grobe erste Annäherung. Die Methode von Hess und Smith gibt u.a. die Möglichkeit, zu einer vermutlich besseren Annäherung zu kommen, denn sie erlaubt, bei der Berechnung der Singularitätenverteilung die Änderung der Benetzung zu berücksichtigen.

Bei Benutzung des geschilderten Verfahrens nach Hess und Smith muß der Schiffskörper an der Wasserlinienebene gespiegelt werden, sie muß also eben sein. Gewöhnlich wird dafür die Ruhewasserlinienebene genommen. Dann wird ebenso wie bei den beiden vorher geschilderten Darstellungen die Quellverteilung als unabhängig von der relativen Lage zur äußeren Welle angesehen. Tatsächlich aber ändert sich bei einem mit der Welle stationär mitlaufenden Schiff die Benetzung mit der Änderung der Lage relativ zur Welle, der Umströmungskörper erhält eine andere Form. Eine bessere Näherung der Schiffskörperdarstellung ist es also, wenn man die tatsächliche Form bei der Berechnung der Quellverteilung nach Hess und Smith zugrunde legt. Das ist jedoch nur dadurch möglich, daß man den Körper so verzerrt, daß die resultierende wellenförmige Anströmung geradlinig wird.



Aus dem Potential der ebenen Welle

$$\underline{\phi}_w = \underline{\zeta}_A \underline{c} e^{\underline{\alpha} \cdot \underline{z}} \cos(\underline{\omega} t - \underline{\alpha} \cdot \underline{x})$$

erhält man durch Ableitung die Geschwindigkeitskomponenten in x- und z-Richtung in der ungestörten Welle

$$\underline{v}_x = \underline{\phi}_{w_x} = \underline{\alpha}_0 \underline{\zeta}_A \underline{c} e^{\underline{\alpha} \cdot \underline{z}} \sin(\underline{\omega} t - \underline{\alpha} \cdot \underline{x})$$

$$\underline{v}_z = \underline{\phi}_{w_z} = \underline{\alpha}_0 \underline{\zeta}_A \underline{c} e^{\underline{\alpha} \cdot \underline{z}} \cos(\underline{\omega} t - \underline{\alpha} \cdot \underline{x})$$

Die resultierende ungestörte Anströmung entsteht durch Überlagerung mit $\underline{v} = -\underline{c}$, ihre Richtung ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{v_z}{v_x - c} \\ &= \frac{\alpha_0 \zeta_A e^{\alpha \cdot z} \cos(\omega t - \alpha \cdot x)}{\alpha_0 \zeta_A e^{\alpha \cdot z} \sin(\omega t - \alpha \cdot x) - 1} \end{aligned}$$

Für den linearisierten Fall, d.h. flache Wellen, gilt

$$|v_x| \ll |c|$$

damit

$$\tan \alpha \approx -\alpha_0 \zeta_A e^{\alpha \cdot z} \cos(\omega t - \alpha \cdot x)$$

Die ungestörte Anströmung erfolgt also in Stromlinien, die ähnlich der Oberflächenkontur sind, deren Amplitude aber nach unten mit dem Faktor $e^{\alpha \cdot z}$ abnehmen, sie sind gegeben durch die Gleichung

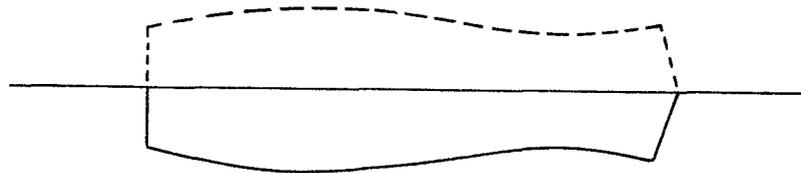
$$\underline{z} = \underline{z}_0 - \underline{\zeta}_A e^{\alpha \cdot \underline{z}_0} \sin(\omega t - \alpha \cdot \underline{x})$$



Dabei hat die Anströmung den Betrag

$$\underline{V}_A = \frac{\underline{c} - \underline{V}_x}{\cos \alpha} \approx \underline{c} - \underline{V}_x \approx \underline{c}$$

Bei der Anwendung des Verfahrens von Hess und Smith wird der Schiffskörper an der Schwimmlinie gespiegelt. Deshalb muß diese eben sein, d.h. jetzt muß der Körper so verzerrt werden, daß die Schwimmlinie eben wird. Dabei wird dann die Kiellinie wellenförmig. Aber diese Verzerrung soll nicht unabhängig von der Tiefe sein. Die Anströmung bei der Berechnung der Quellverteilung des Doppelkörpers nach Hess und Smith ist geradlinig, deshalb soll die Verzerrung so vorgenommen werden, daß die Stromlinien zu Geraden werden. Damit klingt die Verzerrung mit zunehmender Tiefe ab.



Die Verzerrung der z-Koordinaten des Schiffes soll also gegeben sein durch die Gleichung

$$\underline{z}_{H_s} = \underline{z} - \underline{\xi} e^{\underline{\alpha}_0 (\underline{z} - \underline{\xi})} \quad (19)$$

$$\text{mit } \underline{\xi} = \underline{\xi}_A \cos (\underline{\alpha}_0 (\underline{x} - \underline{x}_0))$$

\underline{x}_0 = Lage des Wellenberges
bezüglich Hauptspant

Dieser so verzerrte Schiffskörper wird an der nun ebenen Schwimmwasserlinie gespiegelt und seine Quellverteilung berechnet. Der Einfluß der Deformation der freien Oberfläche durch das Schiff bleibt jedoch für die Bestimmung der Singularitätenverteilung nach wie vor unberücksichtigt. Aber die Singularitätenverteilung ist jetzt abhängig von der relativen Lage zur ebenen Welle. Damit berücksichtigt man auch Einflüsse, die nicht mehr einfach periodisch nach x sind. Allerdings handelt man sich einen erheblich größeren Rechenumfang ein, weil in diesem Falle die aufwendige Bestimmung der Quellverteilung für jede Geschwindigkeit bzw. Wellenlänge und Phasenlage neu erfolgen muß gegenüber einmaliger Berechnung, wenn man sich auf den an der Ruhewasserlinie gespiegelten Körper beschränkt.

Die Schwimmlage des Schiffes in der Welle ist vorher nicht bekannt. Deshalb wird als Näherung die Schwimmlage durch Erfüllung des hydrostatischen Auftriebs- und Momentengleichgewichts in ungestörter Welle berechnet. Durch die Druckverteilung um das fahrende Schiff wird diese Schwimmlage wieder beeinflusst. Grundsätzlich ist es möglich, die Geschwindigkeiten und damit auch die Drücke in den Kontrollpunkten eines jeden Flächenelementes zu berechnen. Nach Integration erhalte man eine neue Schwimmlage, für die erneut die Quellverteilung bestimmt werden müßte. Durch diese Iteration steigt der Aufwand

aber erheblich, zumal man auch eine wesentlich feinere Unterteilung wählen müßte, weil man den Druck auf die Körperoberfläche und nicht nur Fernwirkungen berechnen muß. Deshalb wird hier auf jeden Fall nur die hydrostatisch bestimmte Schwimmlage zugrunde gelegt. Vernachlässigt wird, wie schon gesagt, der Einfluß der Deformation der freien Oberfläche durch das Schiff auf die Quellverteilung. Doch grundsätzlich ist es möglich, auch diesen Einfluß zu erfassen. Dazu müßte man ein modifiziertes Verfahren benutzen, das für das Potential einer Einheitsquelle die vollständige Greensche Funktion benutzt. Daran wird z.Z. gearbeitet. Das Ergebnis wäre eine etwas andere Quellverteilung, die Methode der Berechnung des freien Wellensystems und daraus des Widerstandes bleibt davon unberührt. Eingangsgrößen für diese Rechnungen sind nur die Flächenunterteilung und die Quellverteilung, angeordnet auf diesen Elementen.

4. Bereitstellung der Spektralfunktionen F(u) und G(u)

4.1 Stetige Quellverteilung auf Mittellängsebene

In Gleichung (12) werden die Spektralfunktionen F(u) und G(u) definiert

$$\begin{aligned}
 F(u) &= \frac{2(1+m)}{m} 4\pi \int_D \sigma(x', y', z') e^{s^2 z'} \sin(sx' + uy') dD \\
 G(u) &= \frac{2(1+m)}{m} 4\pi \int_D \sigma(x', y', z') e^{s^2 z'} \cos(sx' + uy') dD \\
 s^2 &= \frac{1}{2} (1+m) \\
 m &= \sqrt{1 + 4u^2}
 \end{aligned} \tag{20}$$

Für die in diesem Abschnitt behandelten Quellverteilungen ist D identisch mit der Mittellängsebene des Schiffes, y' ist 0. σ ist eine Funktion von x' und z' in der Form

$$\sigma(x', z') = f(z') \cdot \sigma_{wl}(x')$$

Für den einfachen Fall des Parabelschiffes ist $f(z) = 1$, für den erweiterten Ansatz gilt $f(z') = (1 - (\frac{z'}{T})^4)$.

Hiermit läßt sich die Integration über z' ausführen, für das Parabelschiff

$$\begin{aligned}
 F(u) &= \frac{8(1+m)}{m} \pi \int_{-T}^0 \int_{-l}^{+l} \sigma_{wl}(x') e^{s^2 z'} \sin(sx') dx' dz' \\
 F(u) &= \frac{16}{m} \pi (1 - e^{-s^2 T}) \int_{-l}^{+l} \sigma_{wl}(x') \sin(sx') dx'
 \end{aligned}$$

und entsprechend

$$G(u) = \frac{16}{m} \pi (1 - e^{-s^2 T}) \int_{-l}^{+l} \sigma_{wl}(x') \cos(sx') dx'$$

Für den erweiterten Ansatz erhält man

$$F(u) = \frac{8(1+m)}{m} \pi \int_{-T}^{+T} \int_{-e}^{+e} \sigma_{wL}(x') \left(1 - \left(\frac{z'}{T}\right)^4\right) e^{s^2 z'} \sin(sx') dx' dz'$$

$$F(u) = \frac{16}{m} \pi \left[1 - \frac{24}{s^2 T^4} + e^{-s^2 T} \left(\frac{4}{s^2 T} + \frac{12}{s^4 T^2} + \frac{24}{s^6 T^3} + \frac{24}{s^8 T^4} \right) \right] \cdot \int_{-e}^{+e} \sigma_{wL}(x') \sin(sx') dx'$$

$$F(u) = \frac{16}{m} \pi A(T) \int_{-e}^{+e} \sigma_{wL}(x') \sin(sx') dx'$$

und genauso

$$G(u) = \frac{16}{m} \pi A(T) \int_{-e}^{+e} \sigma_{wL}(x') \cos(sx') dx'$$

Die Gleichung für σ_{wL} lautet

$$\sigma_{wL} = \frac{b}{\pi e^2} x'$$

bzw. hat in der Erweiterung die Form

$$\sigma_{wL} = -\frac{b}{2\pi} \left(\frac{a_1}{e} + \frac{2a_2}{e^2} x' + \frac{3a_3}{e^3} x'^2 + \frac{4a_4}{e^4} x'^3 + \frac{6a_5}{e^5} x'^5 \right)$$

Nach Einsetzen dieser Gleichung ergeben sich Integrale der Form

$$F_n(u) = \frac{16}{m} \pi k A(T) \int_{-e}^{+e} x'^n \sin(sx') dx'$$

bzw.

$$G_n(u) = \frac{16}{m} \pi k A(T) \int_{-e}^{+e} x'^n \cos(sx') dx'$$

Man sieht leicht, daß für ungerade n die $G_n(u)$ und für gerade n die $F_n(u)$ sich zu 0 ergeben.

Die Integrationen über x' werden jetzt einzeln ausgeführt.

$$F_0(u) = 0$$

$$G_0(u) = - \frac{16}{m} A(T) \frac{a_1 b}{e} \frac{\sin(s\ell)}{s}$$

$$F_1(u) = - \frac{16}{m} A(T) \frac{2a_2 b}{e^2} \frac{\sin(s\ell) - s\ell \cos(s\ell)}{s^2}$$

$$G_1(u) = 0$$

$$F_2(u) = 0$$

$$G_2(u) = - \frac{16}{m} A(T) \frac{3a_3 b}{e^3} \frac{2s\ell \cos(s\ell) + (s^2\ell^2 - 2) \sin(s\ell)}{s^3}$$

$$F_3(u) = - \frac{16}{m} A(T) \frac{4a_4 b}{e^4} \frac{(3s^2\ell^2 - 6) \sin(s\ell) - (s^3\ell^3 - 6s\ell) \cos(s\ell)}{s^4}$$

$$G_3(u) = 0$$

$$F_5(u) = - \frac{16}{m} A(T) \frac{6a_6 b}{e^6} \frac{(5s^4\ell^4 - 60s^2\ell^2 + 120) \sin(s\ell) - (s^5\ell^5 - 20s^3\ell^3 + 120s\ell) \cos(s\ell)}{s^6}$$

$$G_5(u) = 0$$

Die gesuchten Spektralfunktionen $F(u)$ und $G(u)$, mit denen sich dann, wie schon gezeigt, Wellenprofil, dessen Ableitung nach x und der Widerstand berechnen lassen, ergeben sich jetzt durch Aufsummieren

$$F(u) = \sum_n F_n(u) \quad ; n = 1, 3, 5$$

$$G(u) = \sum_n G_n(u) \quad ; n = 0, 2$$

4.2 Konstante Quellbelegung auf Flächenelementen

Pöhls integriert in seiner Arbeit [7] die Greensche Funktion über ebene Flächenelemente, die den ebenen Flächen eines kantigen Schiffskörpers entsprechen. Dazu benutzt er den Gaußschen Integralsatz

$$\iint \frac{\partial H(x',z')}{\partial x'} dx' dz' = - \oint H(x',z') dz'$$

d.h. der Integrand ist gleich der Ableitung einer Funktion H, oder

$$H(x',z') = \int \frac{\partial H(x',z')}{\partial x'} dx'$$

Angewendet auf die durch Gleichung (20) definierte Spektralfunktion F(u) ergibt sich

$$H(x',z') = \int e^{s^2 z'} \sin(sx' + uy') dx'$$

Die Ebene des Flächenelementes sei bestimmt durch

$$y' = F_x x' + F_z z' + G$$

Dann gilt

$$\begin{aligned} H(x',z') &= \int e^{s^2 z'} \sin((s + u F_x) x' + u(F_z z' + G)) dx' \\ &= -e^{s^2 z'} \frac{1}{s + u F_x} \cos((s + u F_x) x' + u(F_z z' + G)) \end{aligned}$$

Dann ist der Anteil des j-ten Flächenelementes gegeben durch

$$F_j(u) = \frac{2(1+m)}{m} 4\pi \sigma_j \left(- \oint H(x', z') dz' \right)$$

$$= \frac{2(1+m)}{m} 4\pi \sigma_j \sum_{n=1}^4 I_{nj}$$

Das Umlaufintegral läßt sich berechnen als Summe der Integrale über die 4 Kanten des Flächenelementes. Die Kante sei gegeben durch die Gleichung

$$x' = \alpha z' + b$$

$$\alpha = \frac{x'_2 - x'_1}{z'_2 - z'_1}$$

$$b = x'_1 - \alpha z'_1$$

Somit erhält man

$$I_{nj} = \int_{z'_1}^{z'_2} e^{s^2 z'} \frac{1}{s + u F_x} \cos \left((s + u F_x) x' + u (F_z z' + G) \right) dz'$$

$$= \int_{z'_1}^{z'_2} e^{s^2 z'} \frac{1}{s + u F_x} \cos \left[((s + u F_x) \alpha + u F_z) z' + (s + u F_x) b + u G \right] dz'$$

Das Integral hat die Form

$$I_{nj} = k \cdot \int_{z'_1}^{z'_2} e^{A z'} \cos (B z' + C) dz'$$

mit der Lösung

$$I_{nj} = k \frac{e^{Az'}}{A^2 + B^2} (A \cos(Bz' + C) + B \sin(Bz' + C)) \Big|_{z'_1}^{z'_2}$$

Der Wert für das ganze Schiff ergibt sich als Summe über alle N Flächenelemente

$$F(u) = \sum_{j=1}^N F_j(u)$$

$$F(u) = \frac{2(1+m)}{m} 4\pi \sum_{j=1}^N \sigma_j \sum_{n=1}^4 I_{nj}$$

Der Rechengang für G verläuft genau entsprechend, es werden hier nur die wichtigsten Gleichungen der Reihe nach hingeschrieben.

$$G_j(u) = \frac{2(1+m)}{m} 4\pi \sigma_j \left(- \oint e^{s^2 z'} \frac{1}{s + u F_x} \cdot \sin((s + u F_x) x' + u(F_z z' + G)) dz' \right)$$

$$G_j(u) = \frac{2(1+m)}{m} 4\pi \sigma_j \sum_{n=1}^4 L_{nj}$$

$$L_{nj} = \int_{z'_1}^{z'_2} - e^{s^2 z'} \frac{1}{s + u F_x} \sin[[(s + u F_x) \alpha + u F_z] z' + (s + u F_x) b + u G] dz'$$

hat die Form

$$L_{nj} = - k \int_{z'_1}^{z'_2} e^{Az'} \sin(Bz' + C) dz'$$

mit der Lösung

$$L_{nj} = k \frac{e^{Az'}}{A^2 + B^2} (B \cos(Bz' + C) - A \sin(Bz' + C)) \Big|_{z'_1}^{z'_2}$$

Damit wird

$$G(u) = \sum_{j=1}^N G_j(u)$$

$$G(u) = \frac{2(1+m)}{m} 4\pi \sum_{j=1}^N \sigma_j \sum_{n=1}^4 L_{nj}$$

5. Durchgeführte Rechnungen

5.1 Parabelschiff

Zunächst wurde für diese einfache Form

$$y' = b \left(1 - \left(\frac{x'}{\ell} \right)^2 \right)$$

bzw. die Quellverteilung

$$\sigma = \frac{b}{\pi \ell^2} x'$$

auf der Mittellängsebene im Bereich

$$-\ell \leq x' \leq +\ell \quad \text{und} \quad -T \leq z' \leq 0$$

gerechnet, um grundsätzliches Verhalten zu zeigen.

Dazu wurden die Hauptabmessungen des Forschungsschiffes 'Meteor' eingesetzt mit

$$\begin{aligned} \underline{L} &= 77.3 \text{ m} \\ \underline{B} &= 13.5 \text{ m} \\ \underline{T} &= 5.0 \text{ m} \end{aligned}$$

Diese Quellverteilung wird im folgenden mit M_1 bezeichnet.

In allen Rechnungen wurde das Wellenprofil und die Steigung in x-Richtung für $x = -L$, d.h. also eine halbe Schiffslänge hinter dem Heck des Schiffes, berechnet.

Abbildung 1 zeigt das Wellenprofil ζ und Abbildung 2 die Ableitung ζ_x in dimensionsloser Form für die Geschwindigkeit $\underline{v} = 10 \text{ m/s}$, eingetragen ist auch die Grenze, die durch den vom Bug aus angetragenen Kelvin-Winkel gebildet wird.

In Abbildung 3 ist der Verlauf des Widerstandes über der relativen Lage zur Welle, dargestellt durch den Phasenwinkel $\underline{\alpha}_0, \underline{\lambda}_0$, für dieselbe Geschwindigkeit aufgetragen. Dem Glatwasserwiderstand ist eine harmonische Widerstandsänderung überlagert, die proportional zur Amplitude der äußeren Welle ist. Das Maximum des Widerstandes tritt auf

für $\underline{\alpha} \cdot \underline{\lambda}_0 = \frac{1}{2} \pi$, also wenn der Hauptspant sich auf der hinteren Wellenflanke befindet.

Abbildung 4 enthält den Verlauf des mittleren Widerstandes und der Schwankungsamplitude sowie die Phasenlage für das Maximum über dem Geschwindigkeitsparameter

$$\gamma_0 = \underline{\alpha} \cdot \underline{\ell} = \frac{g \underline{\ell}}{v^2} = \frac{1}{2 F_n^2}$$

für konstante Wellensteilheit, nämlich $\lambda/\zeta_w = 20$. Der mittlere Widerstand ist für das unverzerrte Schiff gleich dem Glattwasserwiderstand.

Es fällt auf, daß es Geschwindigkeiten und damit verknüpft bestimmte Wellenlängen gibt, für die die Amplitude der Widerstandsänderung null wird. Gleichzeitig springt die Phase um π . Nur herunter bis $\lambda/L \approx 0.7$ ist der Widerstand bei Lage des Hauptspantes auf der hinteren Wellenflanke am größten, darunter gibt es auch Bereiche, in denen dort gerade das Minimum auftritt. Die Phasensprünge treten immer dann auf, wenn, wie Havelock in [8] gezeigt hat, gilt

$$\sin(\underline{\alpha} \cdot \underline{\ell}) - \underline{\alpha} \cdot \underline{\ell} \cos(\underline{\alpha} \cdot \underline{\ell}) = 0$$

d.h.

$$\tan(\underline{\alpha} \cdot \underline{\ell}) = \underline{\alpha} \cdot \underline{\ell}$$

mit der Lösung

$$\lambda/L = 0.7, 0.41, 0.29, \dots$$

Es entfallen also immer ungefähr $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, ... Wellenlängen auf die Schiffslänge, wenn der Interferenzwiderstand verschwindet.

Zur weiteren Veranschaulichung ist noch Abbildung 5 angefügt mit den dimensionsbehafteten Widerstandsverläufen über der Geschwindigkeit. Eingetragen sind der Mittelwert \underline{R} und die Werte für die beiden ausgezeichneten Phasenlagen $\underline{\alpha} \cdot \underline{\lambda}_0 = \pi/2$ und $\frac{3}{2} \pi$. Sie sind je nach

Bereich abwechselnd das Maximum oder das Minimum des Widerstandes. Dabei sind bis $\underline{v} = 8.0$ m/s die zehnfachen Werte aufgetragen. Für einige Bereiche, vor allem bei den interessanten langen Wellen, ist die Amplitude der Widerstandsänderung bei der gewählten Steilheit bereits deutlich größer als der Glattwasserwellenwiderstand.

5.2 Ergebnisse für den erweiterten Ansatz

Die Koeffizienten des Ansatzes (17)

$$\gamma' = b \left(1 - \left(\frac{z'}{r}\right)^4\right) \left(1 + a_1 \frac{x'}{e} + a_2 \frac{x'^2}{e^2} + a_3 \frac{x'^3}{e^3} + a_4 \frac{x'^4}{e^4} + a_6 \frac{x'^6}{e^6}\right)$$

werden nach den Gleichungen (18) so bestimmt, daß in Anlehnung an die Werte der Meteor der Zylinderkoeffizient $C_p = 0.632$, die Schwerpunktlage $x_s/e = -.00646$ und der Wasserlinieneintrittswinkel $i_E = 15^\circ$ erreicht wird. Damit ergeben sich

$$\begin{array}{ll} a_1 = -0.3060 & a_2 = -1.3012 \\ a_3 = +0.3060 & a_4 = +0.3975 \\ a_6 = -0.0963 & \end{array}$$

Die zugehörige Quellverteilung wird mit M_2 bezeichnet. Das damit errechnete Wellenprofil ζ und die Ableitung ζ_x für $\underline{v} = 10$ m/s ist schon in den Abbildungen 1 und 2 mit enthalten, die Abbildungen 6 und 7 zeigen die den Abbildungen 4 und 5 entsprechenden Kurven für diese Form. Das Verhalten dieser Form entspricht genau dem der Quellverteilung M_1 , die Widerstände werden nur kleiner und die Phasensprünge sind als Folge der etwas schlankeren Enden geringfügig zu kleineren Wellenlängen hin verschoben - die 'wellenbildende Länge' ist kürzer geworden. Abbildung 7 enthält zusätzlich gestrichelt noch im Bereich von 6 bis 7.5 m/s den Wellenwiderstand

der Meteor nach in [9] veröffentlichten Modellversuchsergebnissen. Diese Kurve wurde aber für einen Modelltiefgang entsprechend 4.8 m für die Großausführung statt 5.0 m bei den Rechnungen gemessen. Auch unter Beachtung dieser Tiefgangsdifferenz liegen die gerechneten Werte deutlich höher, nämlich im Mittel bei ungefähr dem doppelten Wert der Meßergebnisse. Allerdings sind in diesem Geschwindigkeitsbereich für $F_n < 0.3$ die Rechenergebnisse sehr stark abhängig von der Form, d.h. also auch von der Wahl der benutzten Parameter bei der Bestimmung der Koeffizienten $a_1 - a_6$.

5.3 Quellverteilung nach Hess und Smith, Schiffskörper unverzerrt

Die gleichen Rechnungen wurden auch mit einer nach dem Verfahren von Hess und Smith gewonnenen Quellverteilung für das Forschungsschiff 'Meteor' durchgeführt. Die Bestimmung dieser Quellverteilung erfolgte mit einem seit längerem am Institut für Schiffbau vorliegenden Rechenprogramm. Dazu wurde die eine Seite des Schiffskörpers bis zum Tiefgang von 5 m in 151 viereckige Flächenelemente unterteilt. Kontrollrechnungen mit größeren Elementzahlen ergaben keine wesentlichen Änderungen. Abbildung 8 zeigt den Glatwasserwellenwiderstand der Meteor einmal berechnet mit 414 Elementen und einmal mit 167 Elementen je Schiffseite. Die Aufteilung in 414 Elemente lag am Institut aus einer früheren Arbeit vor, dabei hat das Schiff aber 6 m Tiefgang. Damit diese Aufmaße für die Kontrolle genutzt werden konnten, mußte für diesen Vergleich eine Aufteilung in 167 Elemente gewählt werden. Bei dieser Aufteilung handelt es sich um dieselbe wie die oben angesprochene in 151 Elemente, die durch weitere Elemente auf den größeren Tiefgang erweitert wurde. Die Abweichungen zwischen den beiden Ergebniskurven sind

gering, deshalb wurde auf eine feinere, größere Rechenzeiten beanspruchende Unterteilung verzichtet.

Die Abbildungen 9 und 10 zeigen die Ergebnisse für diese Quellverteilung in der gleichen Art wie bisher. Der wesentliche Unterschied ist dadurch gegeben, daß es keine Wellenlängen mehr gibt, für die die Widerstandsänderung unabhängig von der Phasenlage ganz verschwindet - es treten nur noch ausgeprägte Minima auf. Ursache dafür ist, daß die Integrale in Gleichung (7) über das Schiffswellensystem

$$\int_0^{\infty} \zeta_s dy \quad \text{und} \quad \int_0^{\infty} \zeta_{s,x} dy$$

nicht beide für bestimmte Geschwindigkeiten und damit auch Wellenlängen zu Null werden. Damit verbunden ist ein stetiger Verlauf des Phasenwinkels, er springt nicht mehr plötzlich um π . Deshalb sind in Abbildung 11 auch nicht mehr die Widerstände für zwei ausgezeichnete Phasenlagen eingezeichnet, sondern die obere und untere Grenze. Auch hier ist bei der gewählten Steilheit der Welle für höhere Geschwindigkeiten, d.h. längere Wellen, die Widerstandsänderung deutlich größer als der Glattwasserwellenwiderstand.

5.4 Rechnung nach der Froude-Kriloff-Hypothese und Vergleich

Als Näherung wird angenommen, daß der Auftrieb überall senkrecht zu Flächen gleichen Druckes in der ungestörten Welle wirkt, deren Berge und Täler nach unten mit $e^{\frac{x-z}{\lambda}}$ abklingen. Bei einer Welle der Form

$$\zeta = \zeta_A \cos(\alpha_0(x - x_0))$$

beträgt ihre Neigung

$$\zeta_x = \underline{\alpha}_0 \underline{\zeta}_A \sin(\underline{\alpha}_0(\underline{x}_0 - \underline{x})) \cdot e^{\underline{\alpha}_0 \underline{z}}$$

Für \underline{z} soll die mittlere Tiefe eingesetzt werden nach der Gleichung

$$\underline{z} = - \underline{I}_m = - \frac{1}{2} \underline{A}_{spt}(x) / \underline{B}(x)$$

Damit ergibt sich für die Horizontalkomponente des Auftriebs, d.h. für die Widerstandsänderung

$$\Delta \underline{R} = \int \underline{\rho} \underline{g} \underline{A}_{spt}(x) \sin \alpha \, d\underline{x}$$

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = \zeta_x$$

$$\Delta \underline{R} = \underline{\rho} \underline{g} \underline{\alpha}_0 \underline{\zeta}_A \int \underline{A}_{spt}(x) e^{-\frac{1}{2} \underline{\alpha}_0 \underline{A}_{spt}(x) / \underline{B}(x)} \cdot \sin(\underline{\alpha}_0(\underline{x}_0 - \underline{x})) \, d\underline{x}$$

in dimensionsloser Form

$$\Delta R = \zeta_A \int \underline{A}_{spt}(x) e^{-\frac{1}{2} \underline{A}_{spt}(x) / \underline{B}(x)} \sin(\underline{x}_0 - \underline{x}) \, d\underline{x}$$

Die Auswertung dieser Gleichung zeigt die Abbildung 11, wieder für die Spantflächenkurve der Meteor.

Die folgenden Abbildungen 12 und 13 bringen nun den Vergleich. Abbildung 12 enthält die dimensionslosen Glattwasserwellenwiderstände, berechnet für die Quellverteilungen auf Mitte Schiff der Form M_1 und der Form M_2 mit gleichem Zylinderkoeffizienten, Wasserlinieneintrittswinkel und gleicher Schwerpunktlage wie die Meteor sowie

für die Quellverteilung HS nach Hess und Smith. Zusätzlich ist wieder das Versuchsergebnis V, in dieselbe dimensionslose Form gebracht, dort eingetragen. Die Kurven M_2 und HS zeigen ähnliche Verläufe, doch liegen sie deutlich über den Versuchsergebnissen, die allerdings nur für einen beschränkten Geschwindigkeitsbereich vorliegen.

Doch der Glattwasserwellenwiderstand ist in Zusammenhang mit dem Thema weniger interessant, den hier wichtigeren Vergleich zeigt die folgende Abbildung 13 mit den Verläufen der Amplitude der Widerstandsänderungen als Funktion der Wellenlänge. Neben die für die drei genannten Quellverteilungen gewonnenen Kurven M_1 , M_2 und HS tritt jetzt noch die über die Froude-Kriloff-Hypothese berechnete Kurve FK. Als Grenzkurve ist die Kurve für eine unendlich lange Welle eingetragen, d.h.

$$\Delta R = \rho g V \cdot x \cdot \xi_A$$

bzw. dimensionslos

$$\Delta R = \frac{\Delta R}{\rho v^2 / x^2} = \frac{V \pi}{\lambda / \xi_w L^3 F_n^4}$$

Dieser Kurve müssen sich alle Kurven für große Wellenlängen asymptotisch nähern.

Bei diesem Vergleich ist die Übereinstimmung wesentlich besser, vor allem im praktisch interessanten Bereich längerer Wellen $\lambda/L > 0.8$ werden ähnliche Werte bei allen Verfahren erreicht. Dabei verhalten sich die Kurven tendenziell wie die der Glattwasserwellenwiderstände, doch sind die Differenzen wegen der nur linearen Abhängigkeit von der Wellenamplitude bzw. deren Ableitung des Glattwasserwellensystems nicht so groß.

Die einfache Rechnung über die Froude-Kriloff-Hypothese liefert verglichen mit den Ergebnissen M_2 und HS etwas größere Werte für die Amplitude der Widerstandsänderung. Im Bereich längerer Wellen $\lambda/L > 0.8$ beträgt diese Abweichung maximal 30 Prozent gegenüber der Kurve HS, gegenüber der Kurve M_2 dagegen nur 10 - 15 Prozent. Allerdings liegt

in der Wahl der Parameter bei der Bestimmung der Koeffizienten dieser Quellverteilung eine gewisse Willkür. Mit anderen Parametern erhielte man auch andere Ergebnisse. Doch in diesem höheren Geschwindigkeitsbereich ist das Ergebnis nicht so empfindlich davon abhängig, wenn nur die Hauptabmessungen eingehalten werden, wie das Ergebnis für M_1 zeigt. Es ist kaum möglich, durch Modellversuche zu klären, welches Verfahren die tatsächlichen Verhältnisse am besten wiedergibt. Die Versuche wären schwierig durchzuführen und mit Meßunsicherheiten mindestens in der gleichen Größe wie die relativ kleinen Differenzen zwischen den Verfahren behaftet.

Es läßt sich also nicht entscheiden, welches Verfahren vom Ergebnis her besser ist. Damit erscheint der wesentlich größere Rechenaufwand für die wellentheoretischen Verfahren nicht gerechtfertigt, man erhält mit der sehr einfachen Rechnung über die Neigung des Auftriebsvektors in ungestörter Welle die Widerstandsänderung mit gleicher Sicherheit bzw. Unsicherheit.

Diese Aussage wird auch gestützt durch die Abbildung 14. Dort wird die Geschwindigkeitsänderung eines in der Wasserlinie 2.47 m langen Modells in regelmäßigen von hinten kommenden Wellen nach Messungen von Du Cane und Goodrich [3] gezeigt. Dem gegenübergestellt sind Rechenresultate der Längsbewegung, die in der im übernächsten Abschnitt beschriebenen Weise gewonnen wurden. Dabei wurde als erregende Kraft nur der einfach periodische Anteil der über die Froude-Kriloff-Hypothese gewonnenen Widerstandsänderung benutzt. Der Widerstand des Modells bei der angegebenen Glattwassergeschwindigkeit, der die beiden Dämpfungskoeffizienten wesentlich bestimmt, ist leider nicht aus der Veröffentlichung zu entnehmen, er wurde deshalb abgeschätzt zu ca. 2.75 kp. Die Übereinstimmung der gerechneten Kurven mit den Versuchsergebnissen erscheint sehr gut. Auch die Lage der Unstetigkeitsstelle, d.h. die Geschwindigkeit, bei der das Schiff von der Welle mitgenommen wird, stimmt genau überein. Im Bereich,

in dem die Wellen durch das Schiff überholt werden, ist die Übereinstimmung schlechter, doch dieser Bereich ist von geringer praktischer Bedeutung. Hier kann sicher die Widerstandsänderung des stationär mit der Welle mitlaufenden Schiffes nicht mehr als gute Näherung für die Erregung angesehen werden, während diese Voraussetzung im Bereich des 'Mitgenommenwerdens' erfüllt ist. Außerdem erscheint auch die angegebene Kurve nach den in [3] eingezeichneten, dort streuenden Meßpunkten gerade in diesem Bereich unsicher.

Kontrollrechnungen mit etwas geänderter Annahme für den Widerstand zeigten kaum ein anderes Ergebnis, die Lage der Unstetigkeitsstelle verschiebt sich bei Änderung der Dämpfungskoeffizienten etwas. Für um 20 Prozent vergrößerte Werte erhält man für diese Stelle statt $c = 3.02$ m/s eine Geschwindigkeit von $c = 2.97$ m/s und für 20 Prozent kleinere Werte $c = 3.08$ m/s.

5.5 Berücksichtigung der sich ändernden Eintauchung durch Verzerrung

In der in 3.4 geschilderten Art läßt sich die sich ändernde Eintauchung in Abhängigkeit von der Lage relativ zur Welle bei der Berechnung der Quellverteilung nach Hess und Smith berücksichtigen. Genauso kann man bei der Berechnung über die Neigung des Auftriebsvektors verfahren, indem man statt der Spantflächenkurve bis zur Ruhewasserlinie die für die bis zur hydrostatisch bestimmten aktuellen Wasserlinie benutzt.

Wegen des damit verbundenen Rechenaufwandes soll dieser Einfluß höherer Ordnung nur bei zwei Geschwindigkeiten untersucht werden, um die Größe dieser Korrektur aufzuzeigen. Die Abbildungen 15-18 zeigen die Abhängigkeit der Widerstandsänderung von der Lage relativ zur Welle mit und ohne Berücksichtigung der Tauchungsänderung.

Dabei enthalten die ersten beiden Abbildungen die nach der Froude-Kriloff-Hypothese und 17 sowie 18 die mit der Quellverteilung nach Hess und Smith berechneten Kurven.

Der Einfluß der sich ändernden Eintauchung auf die Verläufe der Widerstandsänderung ist trotz der relativ steilen Welle nicht groß, natürlich aber ist er für die kürzere Welle stärker ausgeprägt als für die längere. Mit zunehmender Wellenlänge nehmen die örtlichen Tauchungsänderungen gegenüber der Ruhewasserlinie ab. Damit wird die Verzerrung immer geringer und der Umströmungskörper ähnelt immer mehr dem in Glattwasser.

Das Ergebnis entspricht der Aussage von Grim [1], daß bei den dort gemessenen Widerstandsverläufen deutlich nur eine einfach periodische Abhängigkeit von der relativen Lage zur Welle zu erkennen ist. Neben einer Phasenverschiebung tritt außer in Abbildung 17 die Tendenz auf, daß das positive Extrem etwas kleiner und das negative Extrem absolut etwas größer wird durch Berücksichtigung der sich ändernden Eintauchung, d.h. die schiebende Wirkung des Seegangs vergrößert sich etwas durch die Berücksichtigung der sich ändernden Eintauchung.

5.6 Berechnung von Längsbewegungen

Die Gleichgewichtsbedingung in Längsrichtung für ein Schiff, das Längsbewegungen ausführt, lautet, wenn der Schub T ohne Soganteil angesetzt wird

$$\underline{R} - \underline{T} + \Delta \underline{R} + m \ddot{\eta} = 0$$

Es sei \underline{v} die Glattwassergeschwindigkeit und η die der Längsbewegung $\underline{v} \cdot \underline{t}$ überlagerte periodische Längsbewegung

Widerstand und Schub sollen abhängig von der augenblicklichen Geschwindigkeit, die Widerstandsänderung nur von der Lage relativ zur Welle sein. Die Frage der Gierstabilität bleibt hier außer Betracht.

Es werden folgende Ansätze gemacht:

1. Der Glattwasserwiderstand \underline{R} soll sich proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ändern, d.h. der Widerstandsbeiwert wird im betrachteten Geschwindigkeitsbereich als konstant angenommen

$$\underline{R} = \underline{R}(\underline{v}) \cdot \frac{(\underline{v} + \dot{\eta})^2}{\underline{v}^2}$$

2. Für die Abhängigkeit des Schubes lassen sich verschiedene Fälle denken:

- a) Es wird die Drehzahl konstant gehalten, d.h. die Fortschrittsziffer J ändert sich proportional zu $\dot{\eta}$ und damit der Schub proportional zu k_T . Dafür läßt sich aber ansetzen

$$k_T = k_{T_0} (1 - \alpha_1 \Delta J - \alpha_2 \Delta J^2)$$

und unter den obigen Voraussetzungen für den Schub

$$\underline{T} = \underline{T}(\underline{v}) \left(1 - \frac{\alpha_1}{\underline{n} \underline{D}_p} \dot{\eta} - \frac{\alpha_2}{\underline{n}^2 \underline{D}_p^2} \dot{\eta}^2 \right)$$

- b) Das Moment am Propeller wird konstant gehalten. Damit erhöht sich bei Geschwindigkeitsvergrößerung auch die Drehzahl, die Änderung der Fortschrittsziffer wird also geringer als im Fall a).

Es gilt

$$\begin{aligned} \underline{T} &= k_T \underline{\rho} \underline{n}^2 \underline{D}_p^4 \\ &= k_T \frac{Q}{k_a \underline{D}_p} = \frac{Q}{\underline{D}_p} \frac{k_T}{k_a} \end{aligned}$$

Das Verhältnis k_T/k_Q nimmt zwar mit wachsender Fortschrittsziffer ab, jedoch wesentlich weniger als die Beiwerte selbst. Zusätzlich ist noch die Änderung in J gering, deshalb soll als Näherung angesetzt werden, daß der Schub konstant bleibt

$$\underline{T} = \underline{T}(\underline{v}) \neq f(\dot{\eta})$$

Die beiden Möglichkeiten geben die Extremfälle an, zwischen denen sich der tatsächliche Vorgang abspielt.

Jetzt lassen sich Widerstand und Schub zusammenfassen, und man erhält unter Berücksichtigung von $\underline{T}(\underline{v}) = \underline{R}(\underline{v})$ für den ersten Fall

$$\begin{aligned} \underline{R} - \underline{T} &= \underline{R}(\underline{v}) \frac{\underline{v}^2 + 2\underline{v}\dot{\eta} + \dot{\eta}^2}{\underline{v}^2} - \underline{T}(\underline{v}) \left(1 - \frac{\alpha_1}{\underline{n}\underline{D}_r} \dot{\eta} - \frac{\alpha_2}{\underline{n}^2\underline{D}_r^2} \dot{\eta}^2 \right) \\ &= \underline{R}(\underline{v}) \left[\left(\frac{2}{\underline{v}} + \frac{\alpha_1}{\underline{n}\underline{D}_r} \right) \dot{\eta} + \left(\frac{1}{\underline{v}^2} + \frac{\alpha_2}{\underline{n}^2\underline{D}_r^2} \right) \dot{\eta}^2 \right] \end{aligned}$$

Für den zweiten Fall werden α_1 und α_2 gleich null gesetzt

$$\underline{R} - \underline{T} = \underline{R}(\underline{v}) \left[\frac{2}{\underline{v}} \dot{\eta} + \frac{1}{\underline{v}^2} \dot{\eta}^2 \right]$$

3. Für die Widerstandsänderung läßt sich unter Einschluß eines Gliedes zweiter Ordnung der Ansatz machen

$$\Delta \underline{R} = \underline{R}_{A_1} \sin(\underline{x}_0 \underline{x} + \varepsilon_1) + \underline{R}_{A_2} \sin(2 \underline{x}_0 \underline{x} + \varepsilon_2)$$

In dieser Gleichung ist der Ort eines bestimmten Wellenberges relativ zum Schiff eine Funktion der Zeit, nämlich

$$\underline{x} = \underline{x}_0 + (\underline{c} - \underline{v}) \underline{t} - \eta$$

Darin gibt \underline{x}_0 den Ort des Wellenberges relativ zum Schiff zur Zeit $\underline{t} = 0$ an.

Nach Division durch die Masse \underline{m} - das ist die Schiffsmasse einschließlich hydrodynamischer Masse, die aber für die Längsbewegung klein ist - ergibt sich folgende Bewegungsgleichung

$$\underline{A} \dot{\eta} + \underline{B} \dot{\eta}^2 + \underline{C} \sin(\underline{x}_0 \underline{x} + \varepsilon_1) + \underline{D} \sin(2 \underline{x}_0 \underline{x} + \varepsilon_2) + \ddot{\eta} = 0$$

mit den Koeffizienten

$$\underline{A} = \frac{R(v)}{m} \left(\frac{2}{v} + \frac{\alpha_1}{n D_p} \right)$$

$$\underline{B} = \frac{R(v)}{m} \left(\frac{1}{v^2} + \frac{\alpha_2}{n^2 D_p^2} \right)$$

$$\underline{C} = \frac{R_{A1}}{m}$$

$$\underline{D} = \frac{R_{A2}}{m}$$

Diese Gleichung ist gegenüber dem von Boese in [2] benutzten Ansatz um das nichtlineare Dämpfungsglied $\underline{B} \dot{\eta}^2$ und vor allem um die Längskraft zweiter Ordnung $\underline{D} \sin(2 \underline{x}_0 \underline{x} + \varepsilon_2)$ erweitert worden, die die sich ändernde Eintauchung berücksichtigt. Sie wird nach Vorgabe von Anfangswerten für η und $\dot{\eta}$ durch schrittweise Integration gelöst.

Die Abbildung 19 zeigt die für die Meteor abgeschätzten Dämpfungskoeffizienten \underline{A} und \underline{B} . Zur Abschätzung wurde im unteren Bereich für den darin enthaltenen Wellenwiderstandsanteil die Kurve aus den Versuchsergebnissen, im oberen Geschwindigkeitsbereich für $F_n > 0.33$ die über die Quellverteilung nach Hess und Smith berechnete Kurve benutzt, der Zähigkeitswiderstand wurde über die ITTC-Reibungslinie mit einem Formfaktor nach den Versuchsergebnissen aus [9] ermittelt. Die Werte a_1 und a_2 wurden so bestimmt, daß sie zwischen die beiden oben gezeigten Grenzwerte fallen, und für die Drehzahl wurden ebenfalls Versuchsergebnisse nach oben extrapoliert. Die hydrodynamische Masse ist mit 5 Prozent der Schiffsmasse in

Anlehnung an ein tiefgetauchtes Ellipsoid angesetzt worden.

Zur Berechnung der Längsbewegungen wurden die in Abbildung 15 - 18 gezeigten Verläufe der dimensionslosen Widerstandsänderung ohne (I) und mit (II) Berücksichtigung der sich ändernden Eintauchung durch folgende Gleichungen angenähert:

1. Froude-Kriloff-Hypothese

$$\begin{aligned} \lambda/L = 0.828 \quad & \text{I } \Delta R = 0.068 \sin(\underline{x}, \underline{x}) \\ & \text{II } \Delta R = 0.058 \sin(\underline{x}, \underline{x}) + 0.02 \sin(2\underline{x}, \underline{x} + 0.52) \\ \lambda/L = 1.293 \quad & \text{I } \Delta R = 0.056 \sin(\underline{x}, \underline{x}) \\ & \text{II } \Delta R = 0.056 \sin(\underline{x}, \underline{x}) + 0.006 \sin(2\underline{x}, \underline{x} + 0.52) \end{aligned}$$

2. Hess und Smith

$$\begin{aligned} \lambda/L = 0.828 \quad & \text{I } \Delta R = 0.06185 \sin(\underline{x}, \underline{x} + 0.242) \\ & \text{II } \Delta R = 0.066 \sin(\underline{x}, \underline{x} + 0.26) + 0.004 \sin(2\underline{x}, \underline{x}) \\ \lambda/L = 1.293 \quad & \text{I } \Delta R = 0.04242 \sin(\underline{x}, \underline{x} - 0.094) \\ & \text{II } \Delta R = 0.04 \sin(\underline{x}, \underline{x} + 0.174) + 0.0046 \sin(2\underline{x}, \underline{x} + 1.4) \end{aligned}$$

Diese tatsächlich benutzten Verläufe sind in den folgenden Abbildungen 20 - 23 oben noch einmal wiedergegeben neben dem Geschwindigkeitsverlauf über eine Wellenlänge für eine Glattwassergeschwindigkeit von 7 m/s. Darunter wird die obere Grenze, der Mittelwert und die untere Grenze der Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Glattwassergeschwindigkeit gezeigt bis zu der Grenze, bei der das Schiff von der Welle mitgenommen wird. Ein Vergleich der Kurven mit/ohne Berücksichtigung der sich ändernden Eintauchung zeigt, daß dieser Einfluß auf die Grenzgeschwindigkeiten und die Geschwindigkeit $V_{Gl \text{ Mit}}$ für die das Schiff von der Welle mitgenommen wird, gering ist.

Doch ein Vergleich zwischen den gleichen Fällen mit unterschiedlich berechneter Widerstandsänderung, also zwischen den Abbildungen 20 und 22 bzw. 21 und 23 läßt Unterschiede erkennen. Vor allem bei der längeren Welle verschieben sich die Geschwindigkeiten $v_{G1 Mit}$. Dabei korrespondiert die Differenz $c - v_{G1 Mit}$ mit der Amplitude der Widerstandsänderung, doch wächst diese Differenz unterproportional. Es ergeben sich folgende Verhältnisse für die Rechnungen ohne Berücksichtigung der sich ändernden Eintauchung:

	$\lambda/L = 0.828$	$\lambda/L = 1.293$
$\frac{\Delta R \text{ (Froude-Kriloff)}}{\Delta R \text{ (Hess u. Smith)}}$	1.1	1.31
$\frac{(c - v_{G1 Mit}) \text{ (Froude-Kriloff)}}{(c - v_{G1 Mit}) \text{ (Hess u. Smith)}}$	1.07	1.21

Dabei liegt die längere Welle gerade in dem Bereich der größten prozentualen Differenz zwischen den beiden Verfahren im interessanten Wellenlängenbereich. Zu noch längeren Wellen hin wird der Unterschied wieder zunehmend kleiner.

6. Zusammenfassung

Die Widerstandsänderung für ein Schiff, das sich stationär mit einer regelmäßigen Welle mitbewegt, wurde in Abhängigkeit von der Lage relativ zur Welle mit Mitteln der Wellenwiderstandstheorie berechnet. Das Schiff wurde einmal durch eine stetige Quellsenkenbelegung auf der Mittellängsebene des Schiffes und einmal durch eine Belegung auf Oberflächenelementen nach dem Verfahren von Hess und Smith dargestellt. Ein Vergleich der Widerstandsänderungen untereinander und mit einfachen Rechnungen über das Kraftgleichgewicht in horizontaler Richtung unter Annahme ungestörter Druckverteilung in der Welle zeigt qualitativ gleiches Verhalten für alle drei Rechnungen. Die quantitativen Differenzen sind bei kleinen Wellenlängen groß, doch nimmt die Übereinstimmung mit wachsender Wellenlänge zu. Im praktisch interessanten Bereich $\lambda/L > 0.8$ sind die Differenzen nur noch so klein, daß es aussichtslos erscheint, durch Modellversuche eine Entscheidung herbeizuführen, welches Verfahren die tatsächlichen Verhältnisse am besten wiedergibt. Die Ergebnisse der einfachen Rechnung liegen zwar etwas über denen der beiden Rechnungen über die Wellenwiderstandstheorie, doch nähern sie sich für längere Wellen an. Die Größenordnung der berechneten Kräfte stimmt mit der tatsächlichen erregenden Längskraft überein, wie durch Nachrechnung der Versuche von Du Cane und Goodrich untermauert werden konnte. In Anbetracht der kleinen Differenzen erscheint vor allem unter Berücksichtigung des wesentlich geringeren Aufwandes die einfache Rechnung über die Druckverteilung in der ungestörten Welle als brauchbare Näherung für die erregende Kraft zur Berechnung von Längsbewegungen. Die Berücksichtigung der sich ändernden Eintauchung bei

sich ändernder relativer Lage ist sowohl bei der einfachen Rechnung wie auch bei den Wellenwiderstands-Verfahren möglich. Doch der Einfluß auf das Ergebnis, auch bei der Berechnung der Längsbewegungen, ist gering, dafür aber wächst der Aufwand erheblich an.

Lebenslauf und Bildungsgang

Herkunft: Geboren am 25.11.1944 in Belgard/Pommern
als erstes Kind des Arztehepaares
Dr.med. Hermann Blume und Dr.med. Ilse Blume,
geb. Berger

Schulbesuch: April 1951 - April 1955 Volksschule in Esens/Ostfries-
land
April 1955 - Febr. 1964 Oberschule in Aurich/ "
Febr. 1964 Reifeprüfung im mathematisch-
naturwissenschaftlichen Zweig

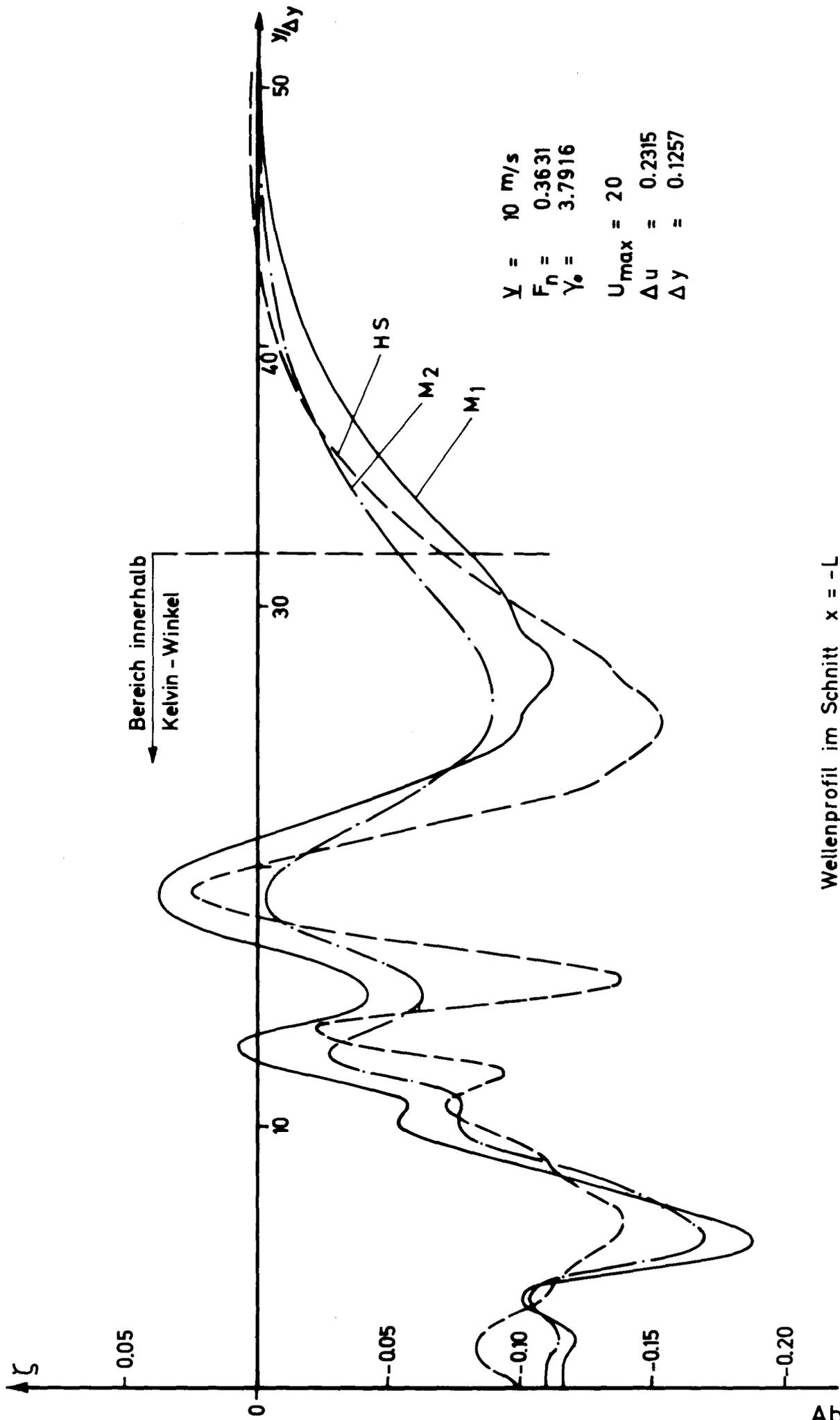
Wehrdienst: April 1964 - Sept. 1965 in Panzergrenadier-Einheiten,
Ausbildung zum Reserveoffizier

Praktikanten-
tätigkeiten: 1966 - 1969 jeweils in der vorlesungsfreien Zeit
bei Rhestahl-Nordseewerke, Emden

Studium: WS 1965/66 - SS 1968 T.H. Hannover im Fach Schiffbau
November 1967 Diplomvorprüfung
WS 1967/68 - SS 1970 Institut für Schiffbau
der Universität Hamburg
August 1970 Diplomhauptprüfung

Berufliche
Tätigkeit: Oktober 1970 - heute wissenschaftlicher Assistent
am Institut für Schiffbau
der Universität Hamburg
mit Arbeitsgebiet Schiffstheorie

Familien-
verhältnisse: April 1972 Eheschließung mit Elke Lohrberg
Jan. 1974 Geburt unserer Tochter Astrid



Wellenprofil im Schnitt $x = -L$

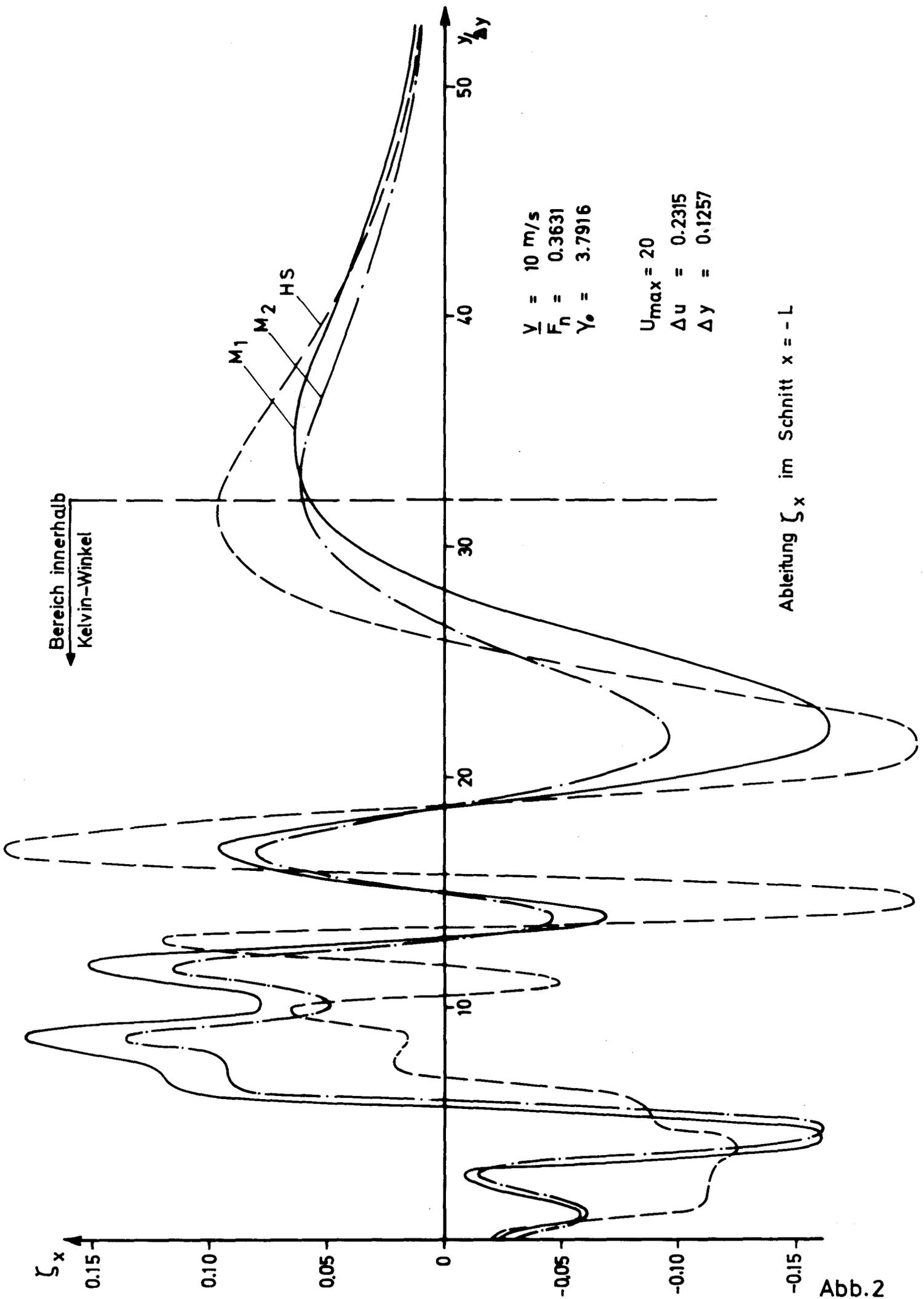
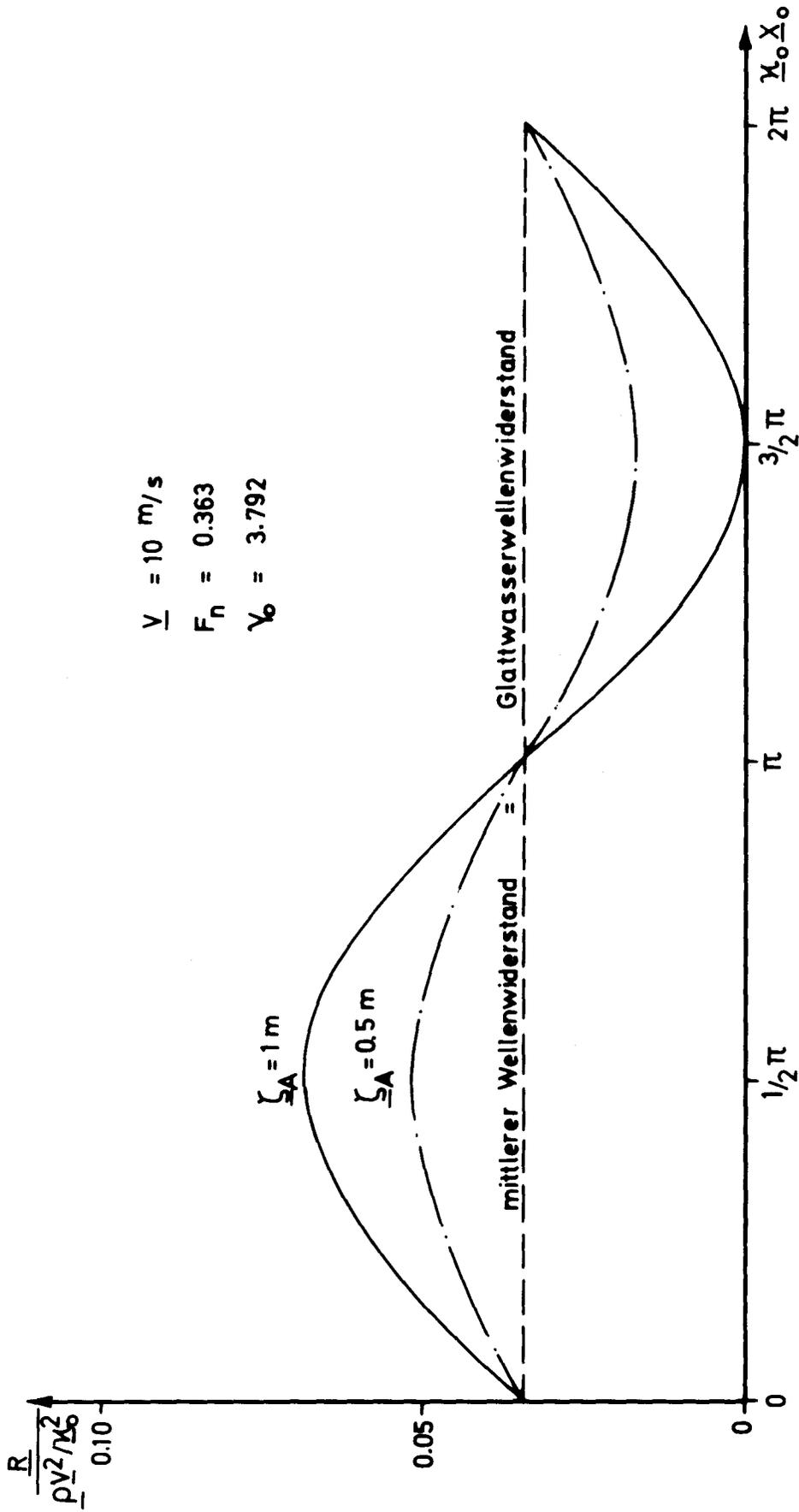
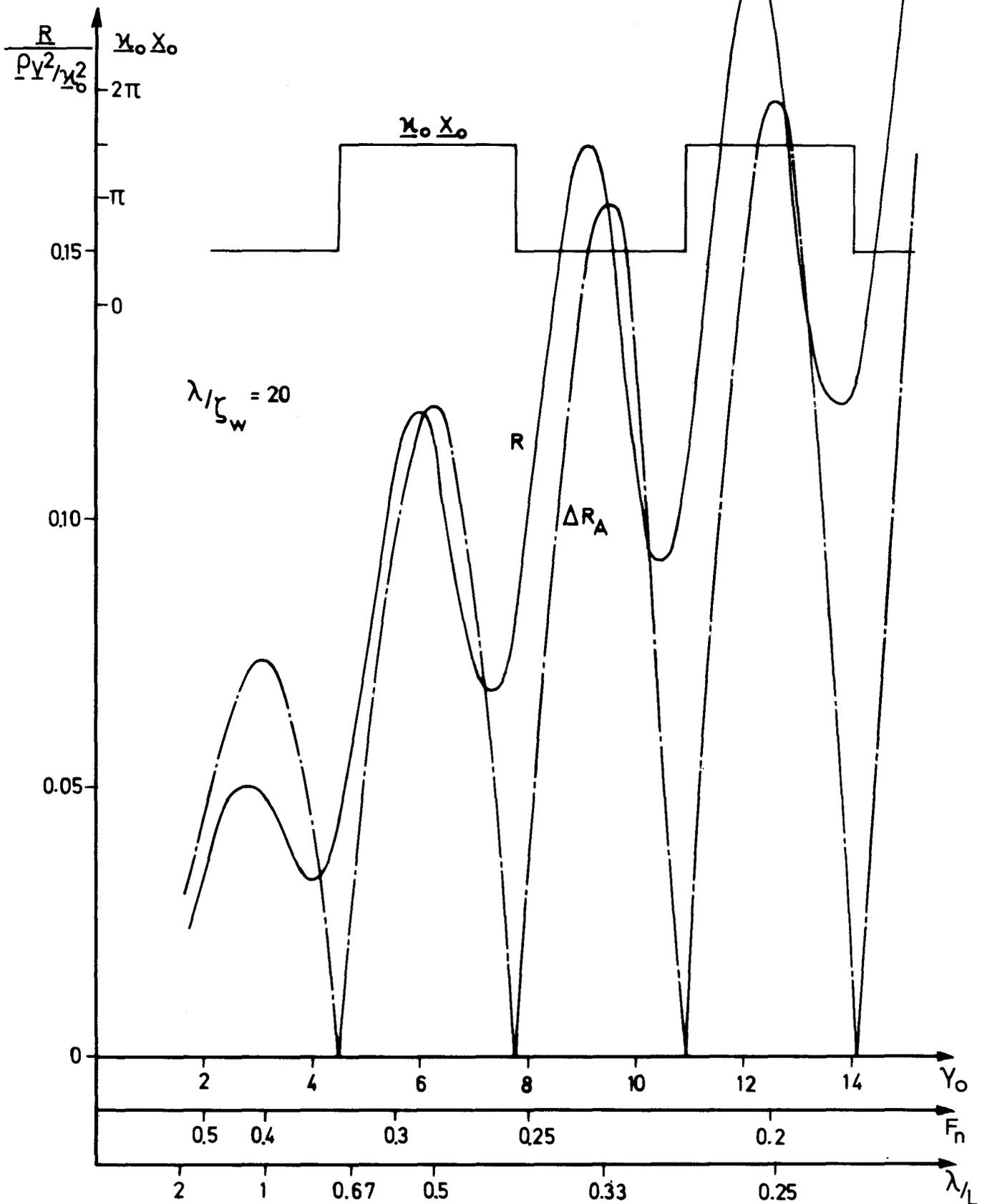


Abb.2

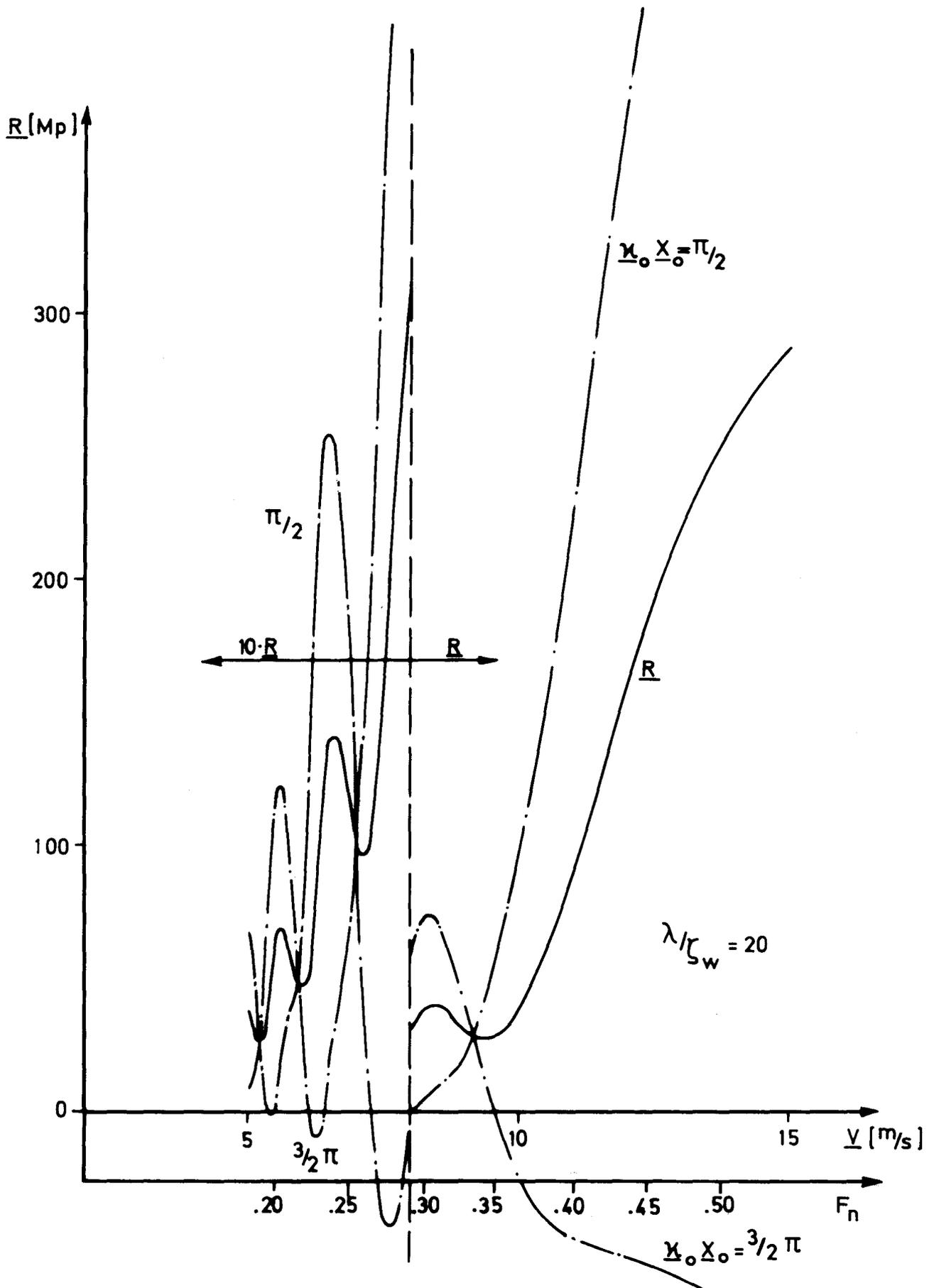


Wellenwiderstand als Funktion der Phasenlage für die stetige Quellverteilung M_1 bei konstanter Geschwindigkeit und zwei Wellenhöhen.



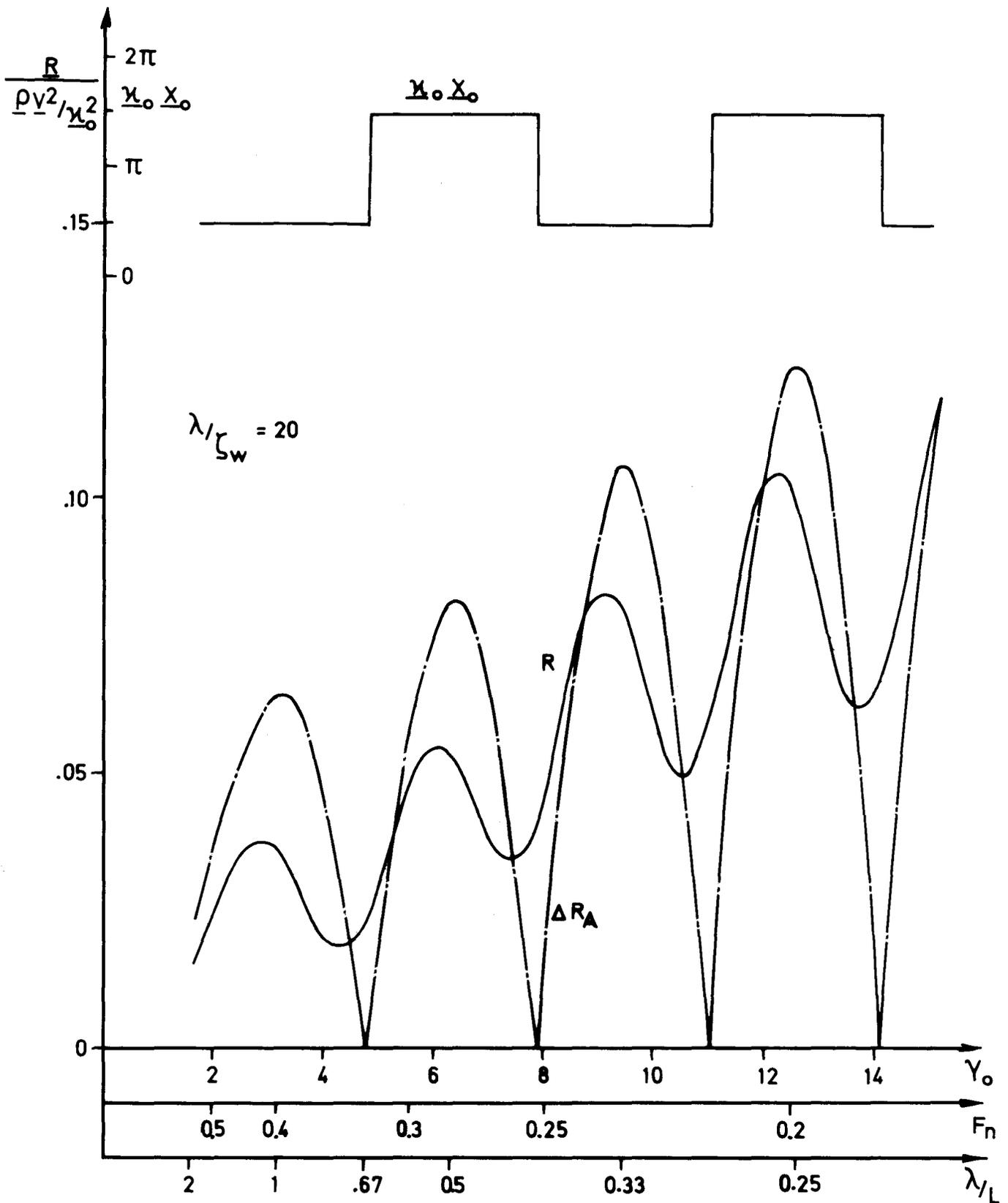
Mittlerer Wellenwiderstand R und maximaler Zusatzwiderstand ΔR_A sowie dessen Phasenlage für die stetige Quellverteilung M_1 bei konstanter Wellensteilheit.

Abb. 4

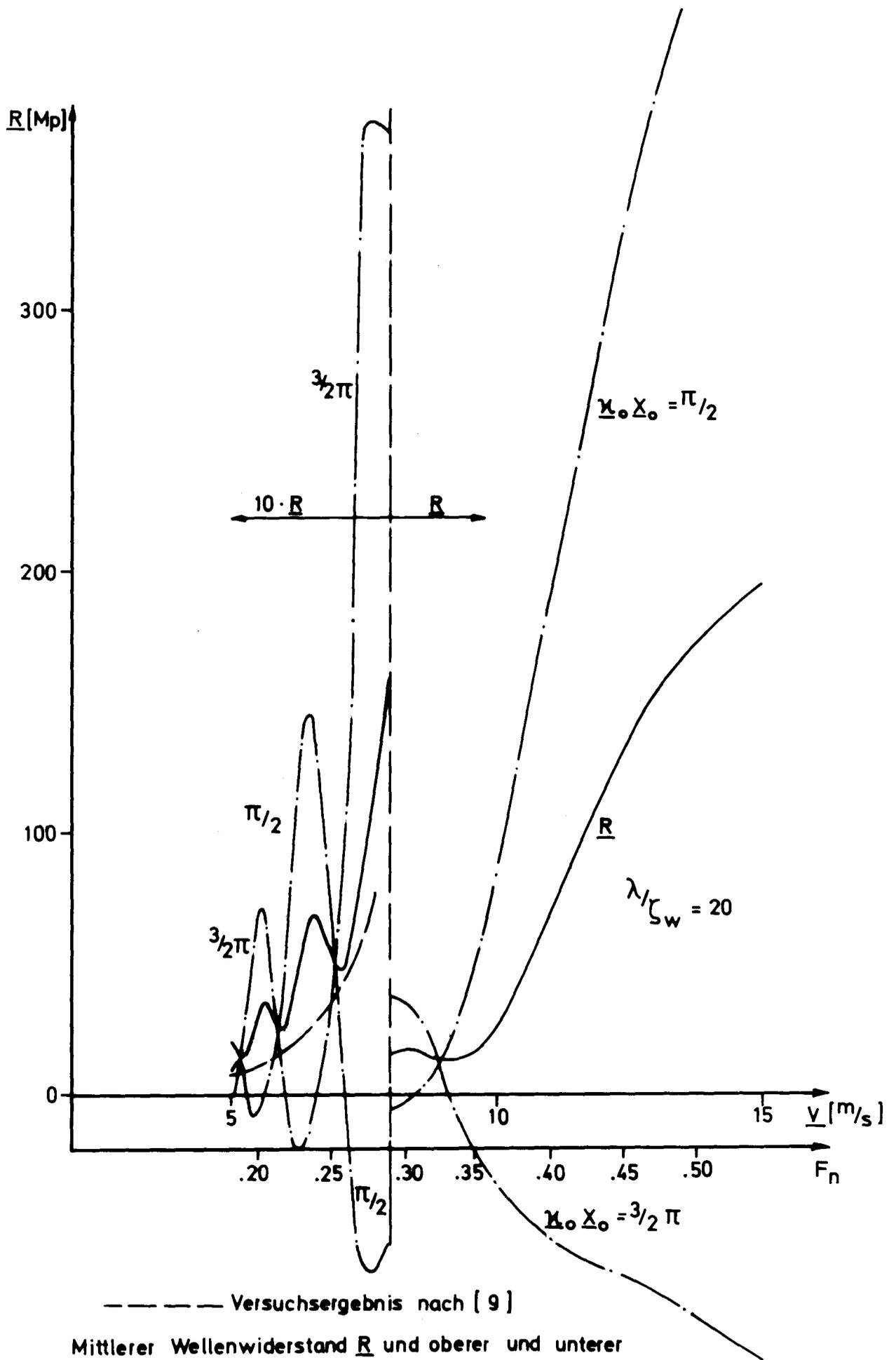


Mittlerer Wellenwiderstand R und oberer und unterer Extremwert bei konstanter Wellensteilheit für die stetige Quellverteilung M_1 .

Abb. 5

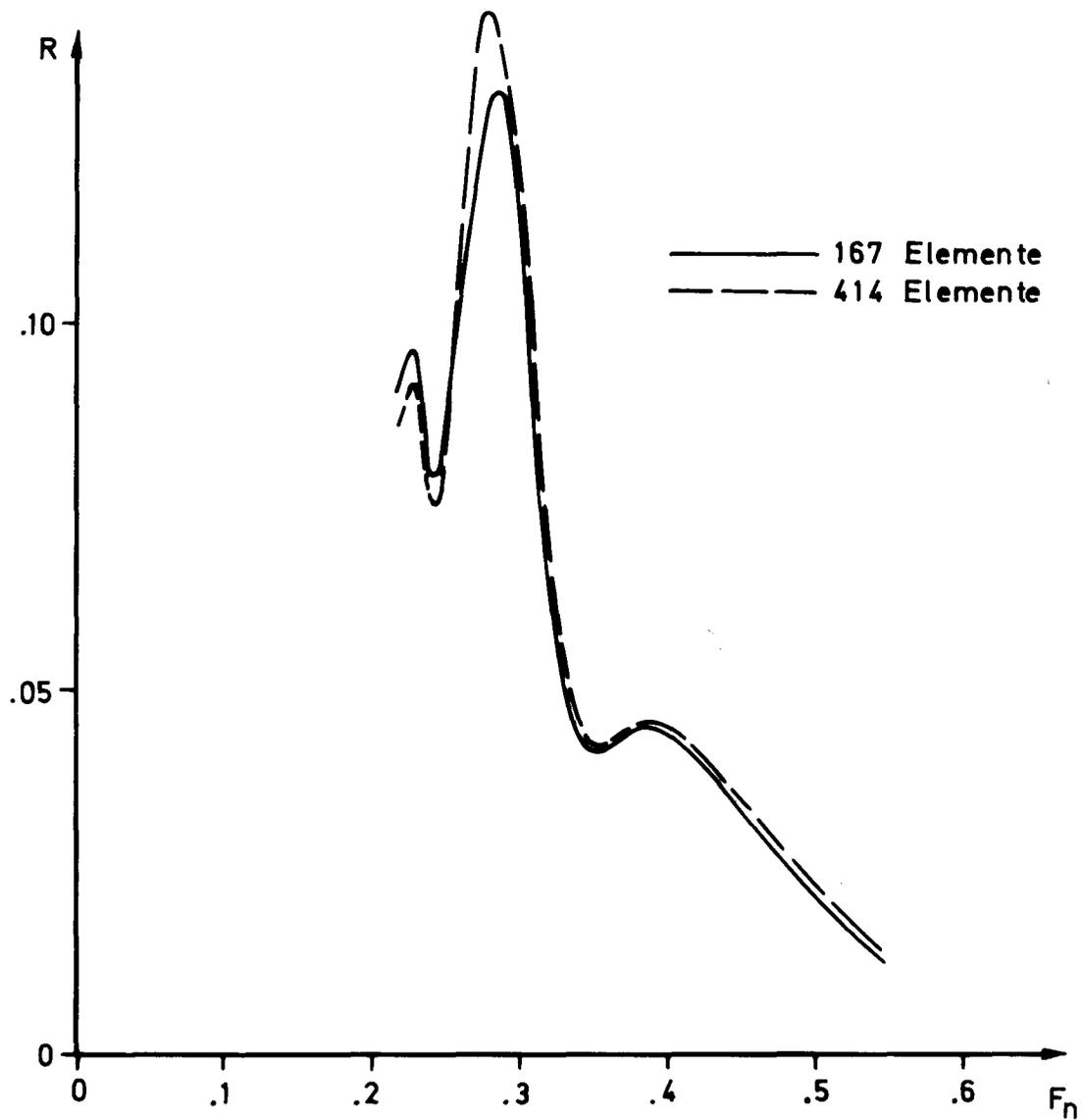


Mittlerer Wellenwiderstand R und maximaler Zusatzwiderstand ΔR_A sowie dessen Phasenlage für die stetige Quellverteilung M_2 bei konstanter Wellensteilheit.

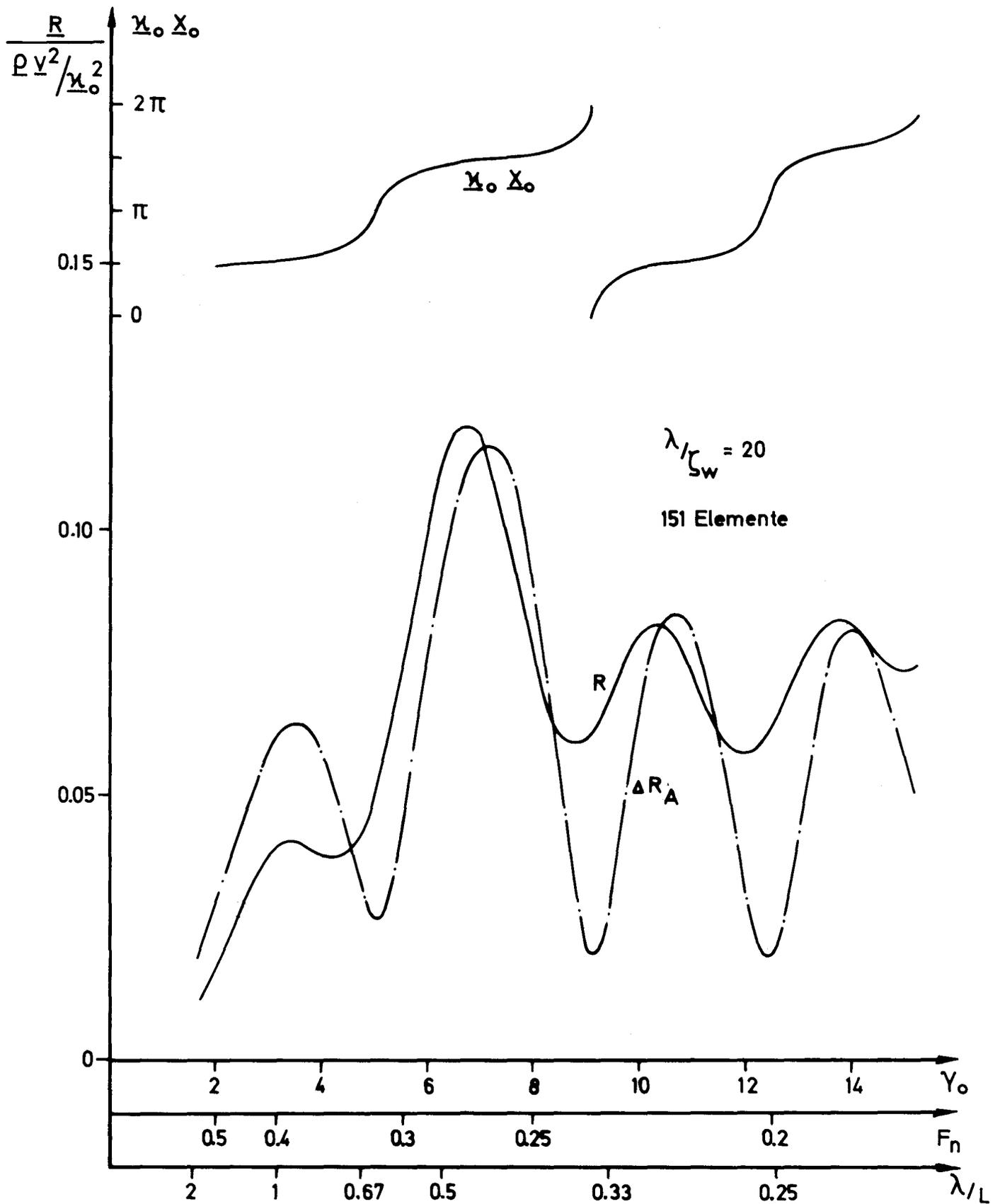


----- Versuchsergebnis nach [9]
 Mittlerer Wellenwiderstand \underline{R} und oberer und unterer
 Extremwert bei konstanter Wellensteilheit für die
 stetige Quellverteilung M_2 .

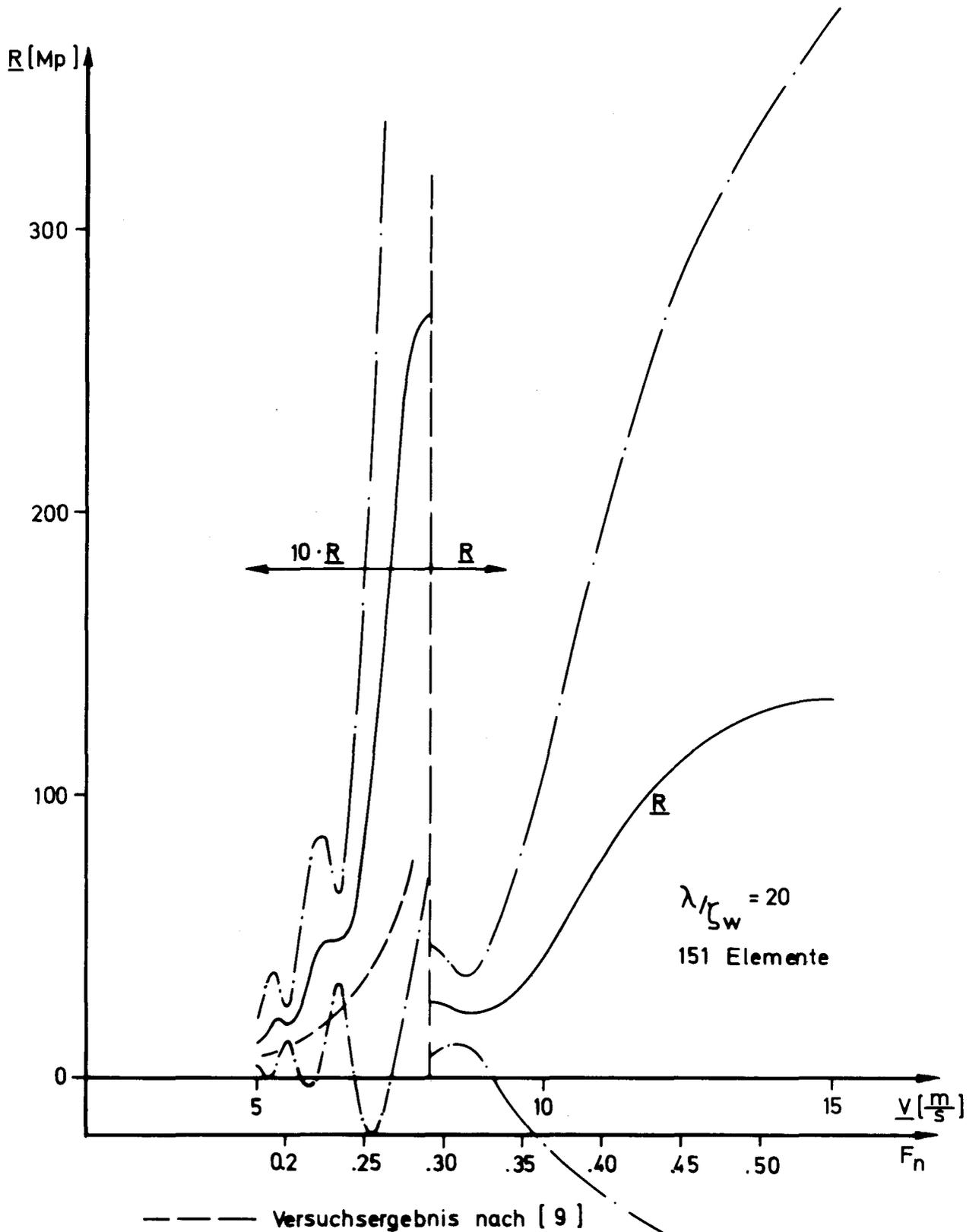
Abb. 7



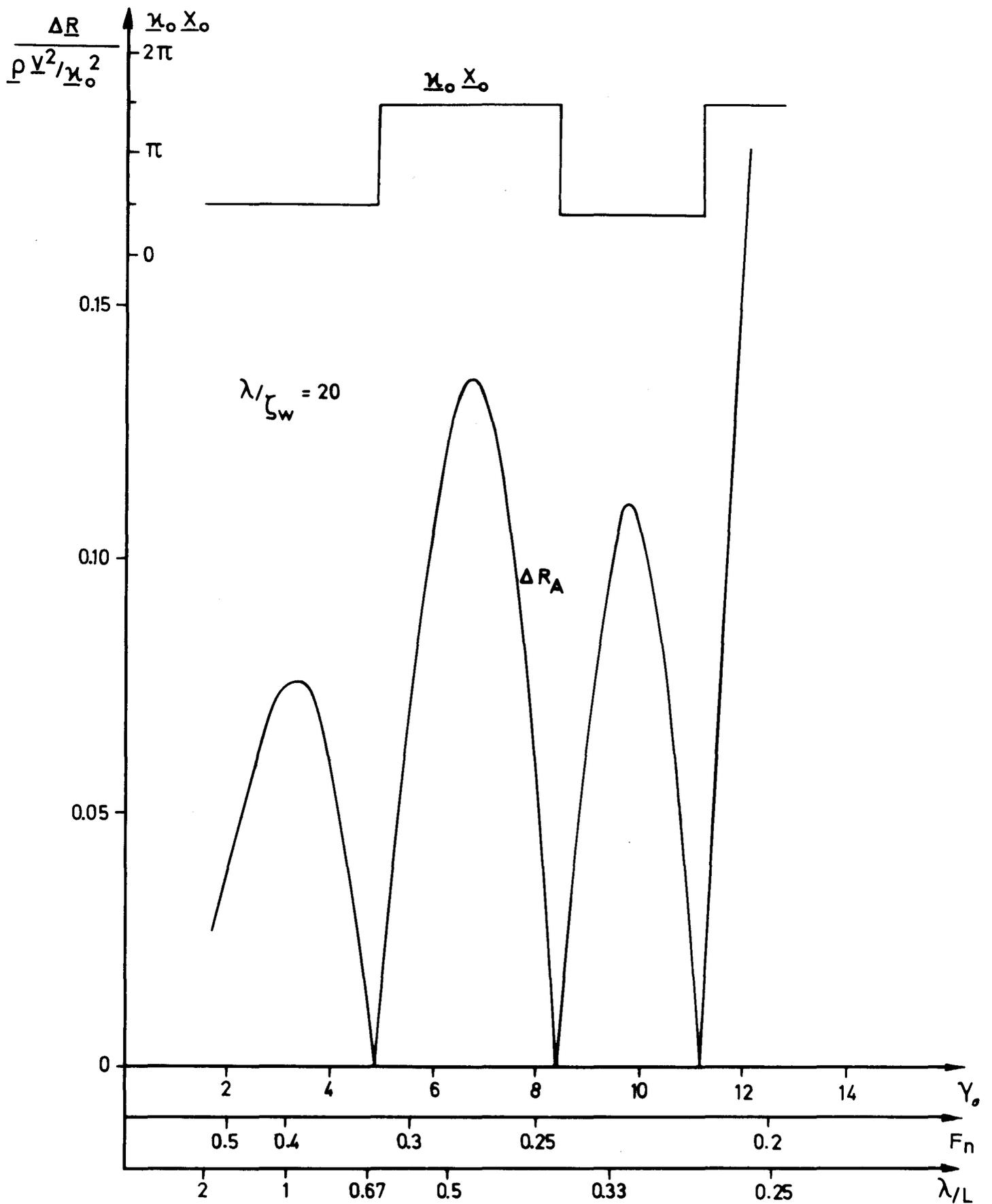
Vergleich des dimensionslosen Glattwasserwellenwiderstandes für zwei Oberflächenunterteilungen, Quellverteilungen nach Hess und Smith.



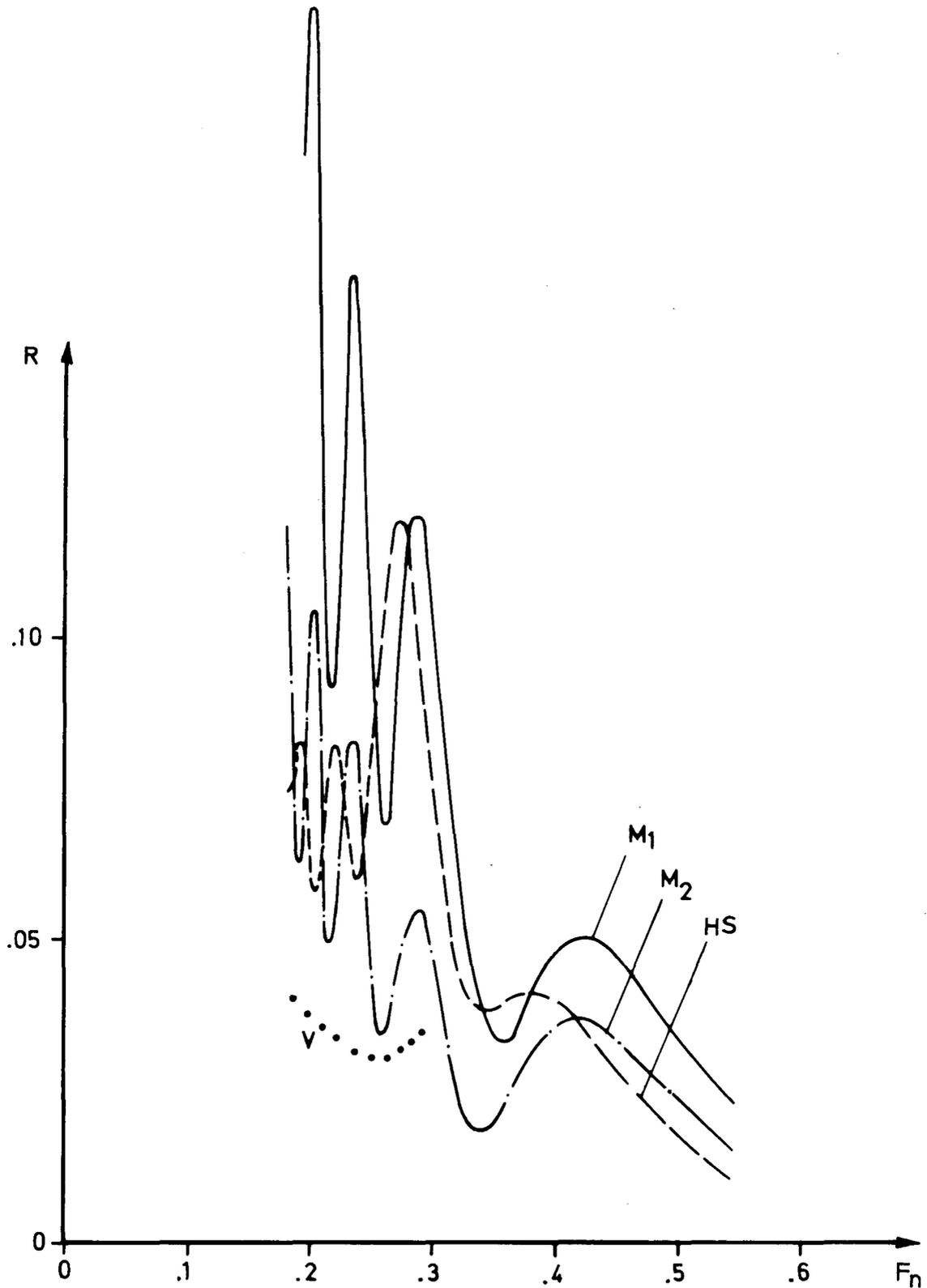
Mittlerer Wellenwiderstand und maximaler Zusatzwiderstand ΔR_A
 sowie dessen Phasenlage für Quellverteilung nach Hess und Smith
 bei konstanter Wellensteilheit.



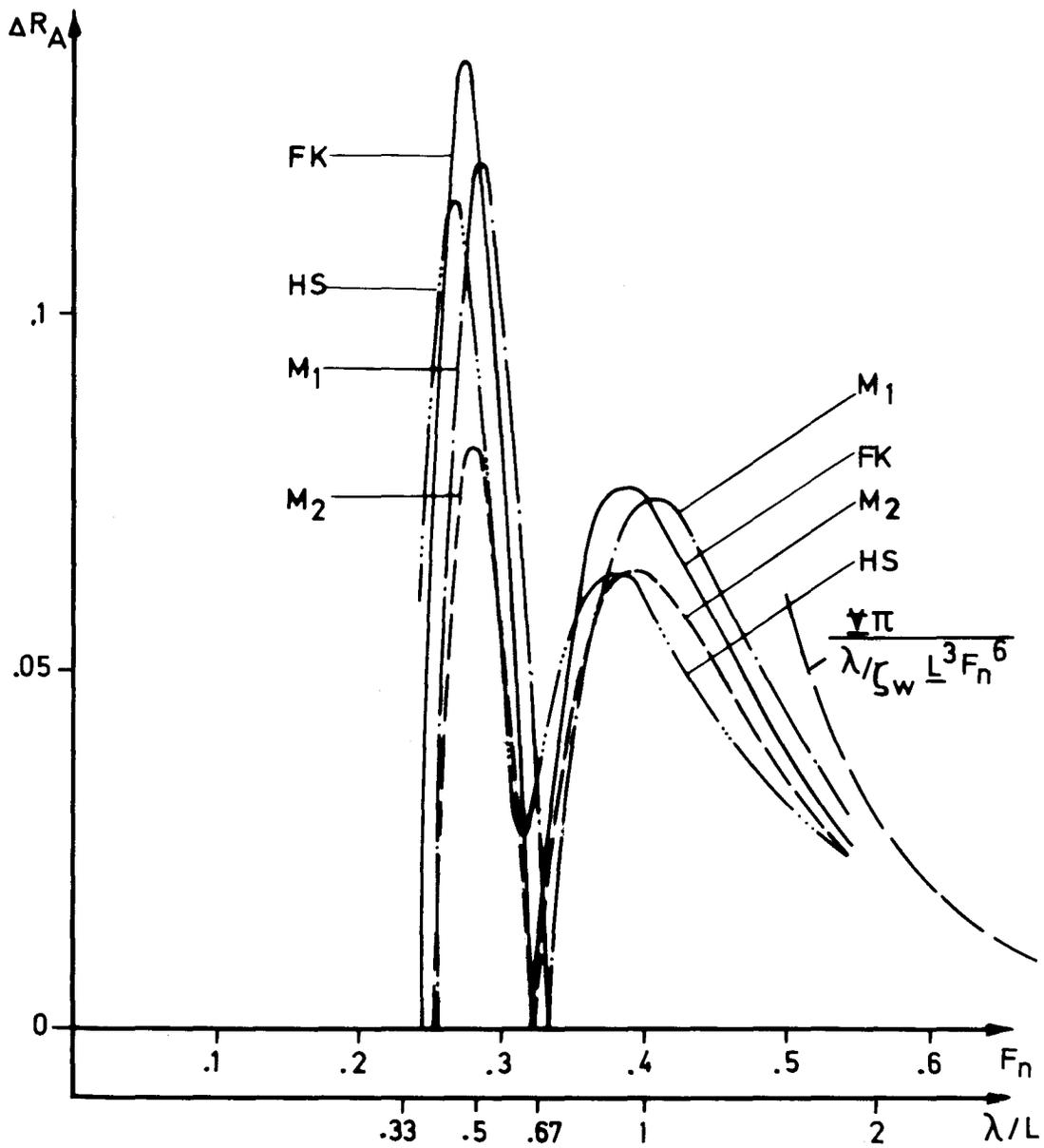
Mittlerer Wellenwiderstand \underline{R} und oberer und unterer Extremwert bei konstanter Wellensteilheit für Quellverteilung nach Hess und Smith.



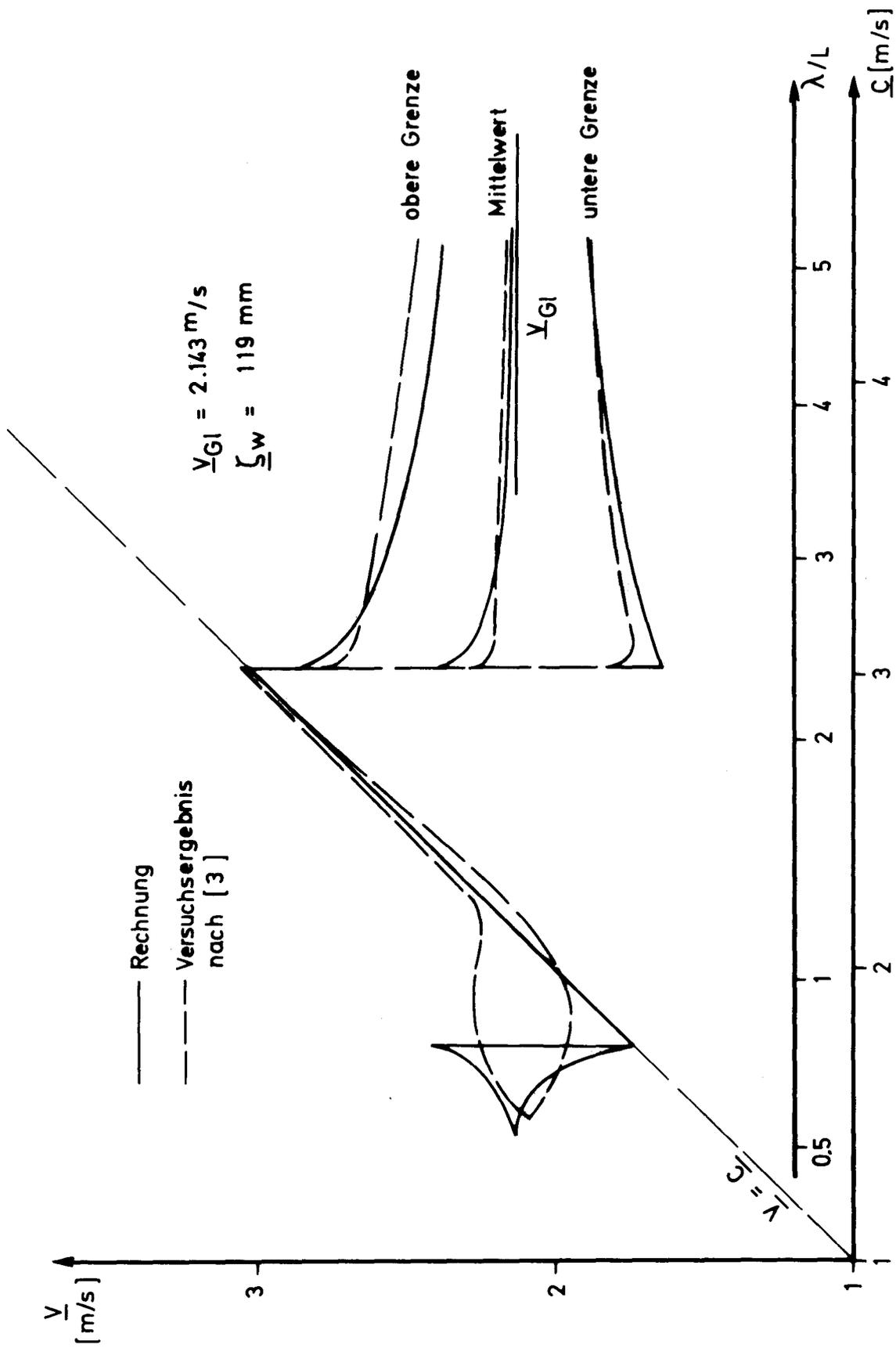
Amplitude der Widerstandsänderung sowie Phasenlage nach der Froude - Kritoff - Hypothese .



Vergleich der dimensionslosen Glattwasserwellenwiderstände als Funktion der Froude - Zahl.



Vergleich der maximalen Widerstandsänderung als Funktion der Froude - Zahl .

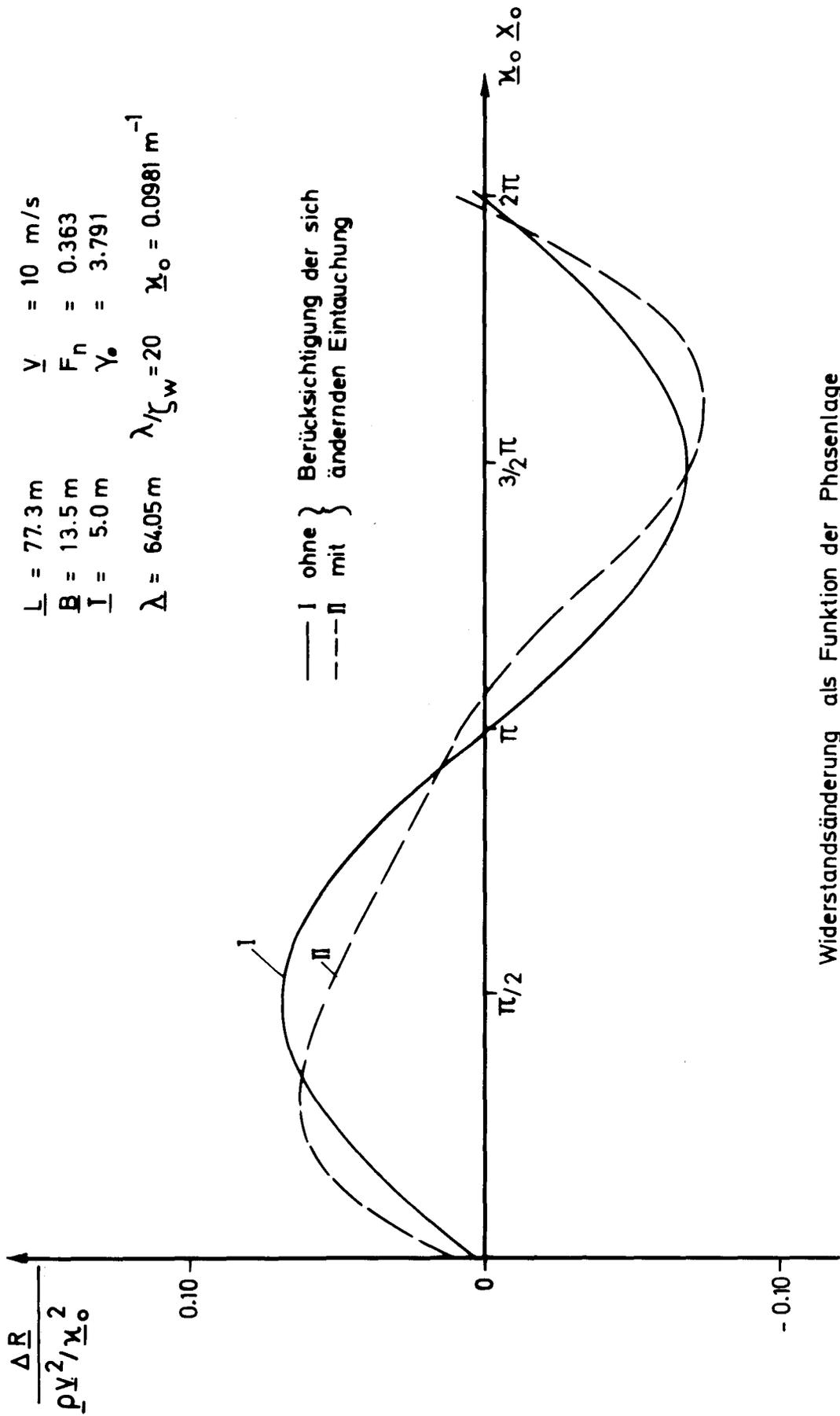


Grenzgeschwindigkeiten und Mittelwert für eine Glattwassergeschwindigkeit nach Versuchen aus [3] und Vergleich mit Rechnungen, Widerstandsänderungen nach der Froude - Kriloff - Hypothese berechnet.

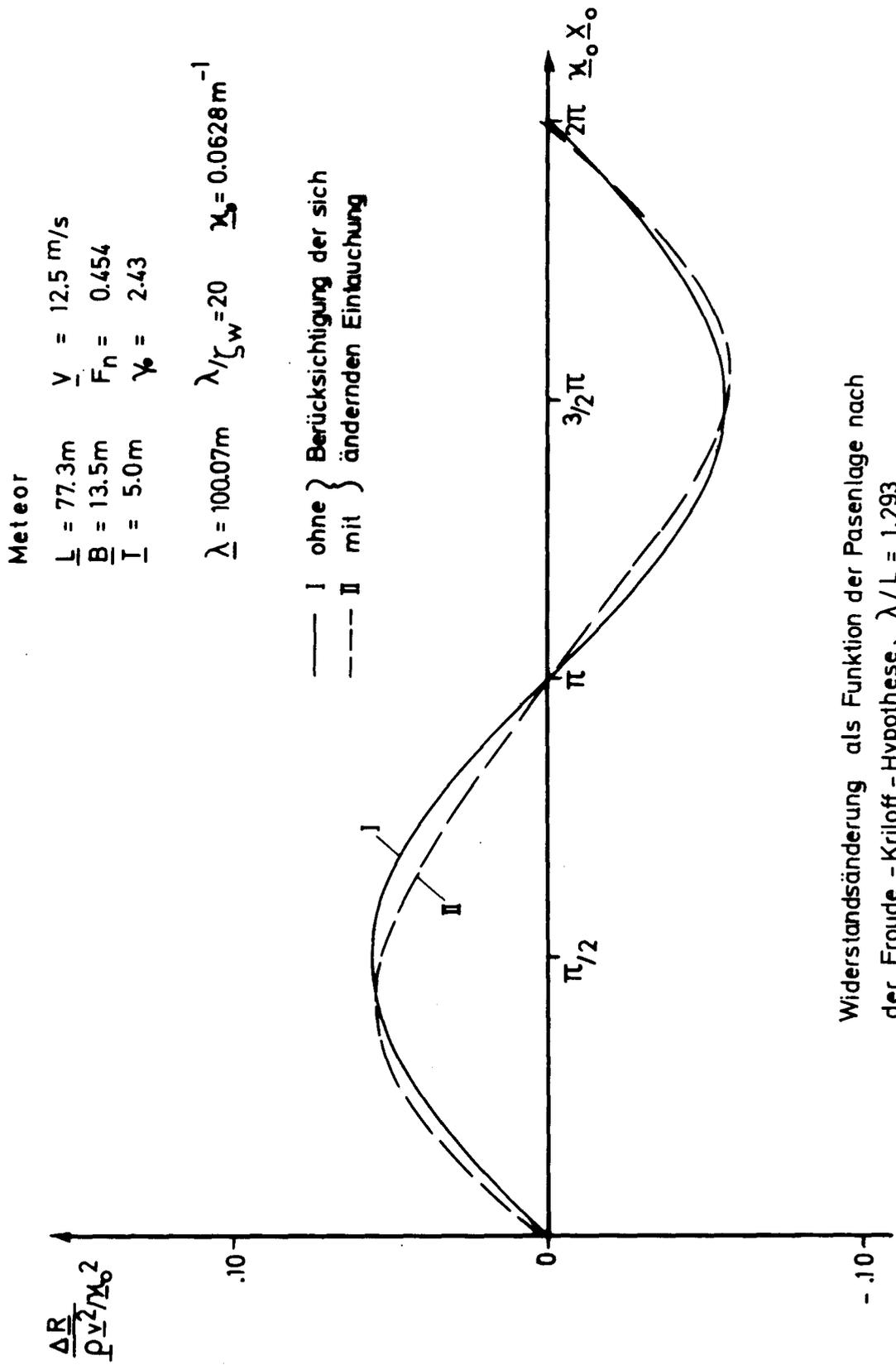
Abb. 14

Meteor

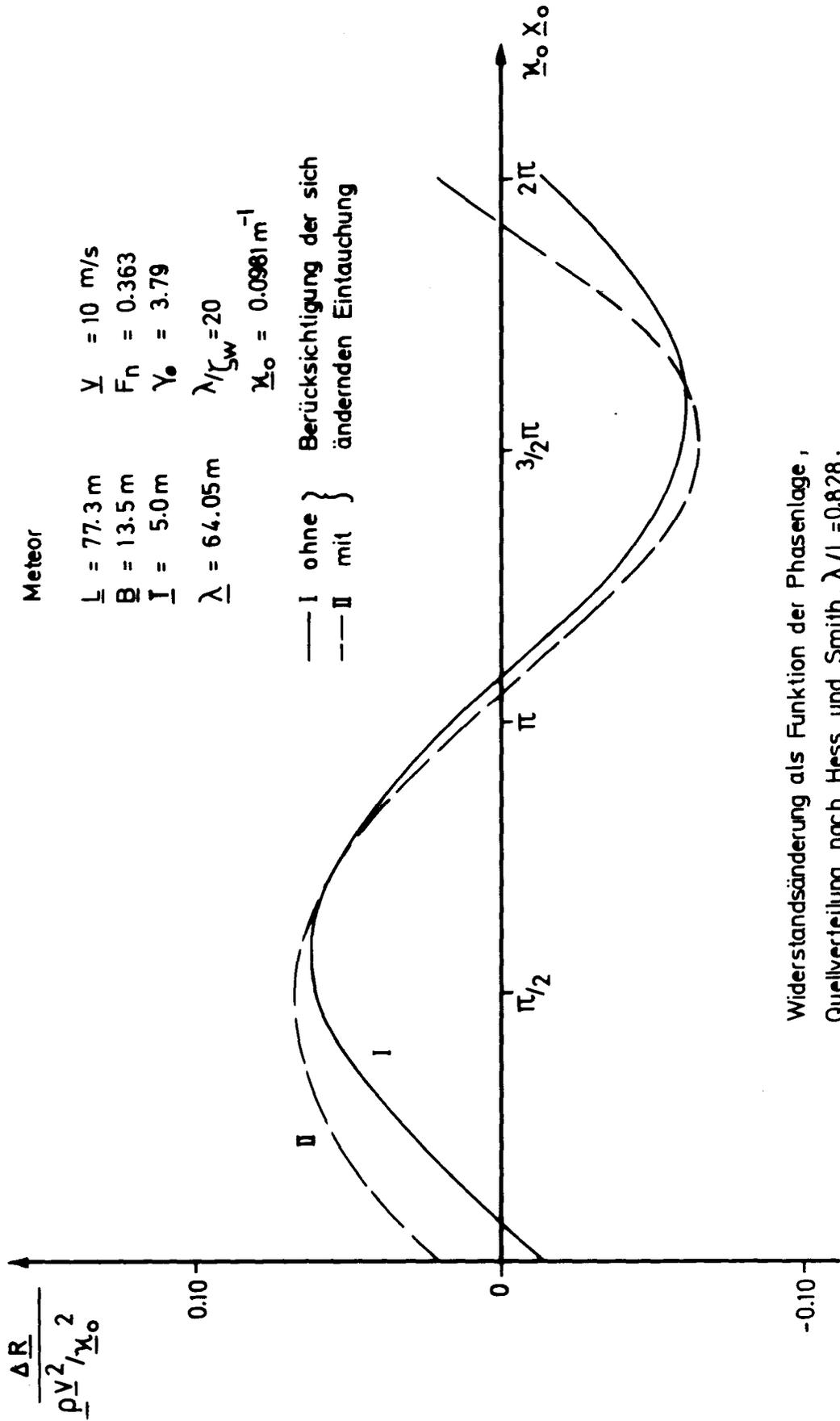
$\underline{L} = 77.3 \text{ m}$	$\underline{V} = 10 \text{ m/s}$
$\underline{B} = 13.5 \text{ m}$	$F_n = 0.363$
$\underline{I} = 5.0 \text{ m}$	$\gamma_0 = 3.791$
$\underline{\lambda} = 64.05 \text{ m}$	$\lambda/\zeta_w = 20$
	$\underline{\chi}_0 = 0.0981 \text{ m}^{-1}$



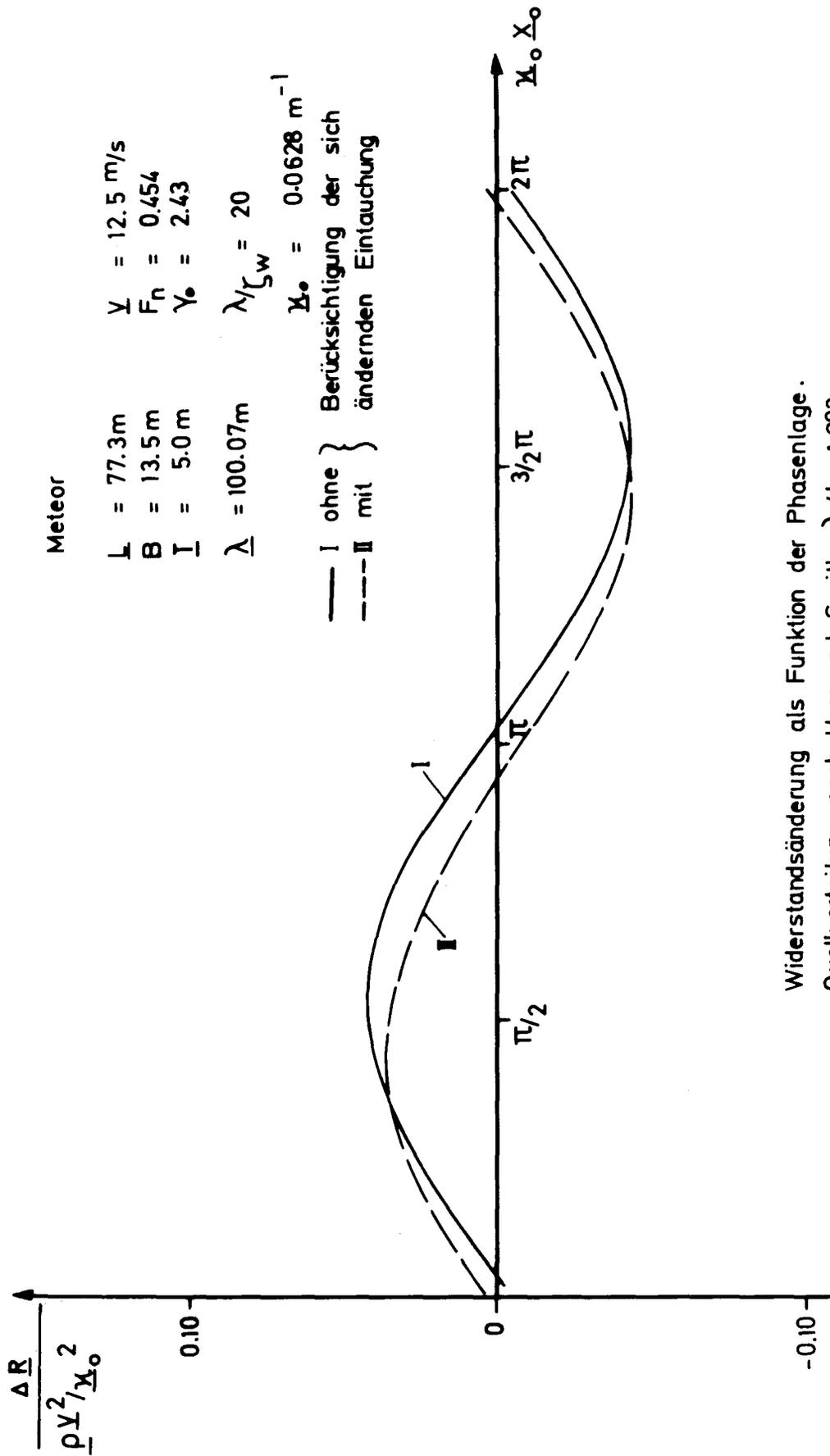
Widerstandsänderung als Funktion der Phasenlage
 nach der Froude-Kriloff - Hypothese, $\lambda / L = 0.828$



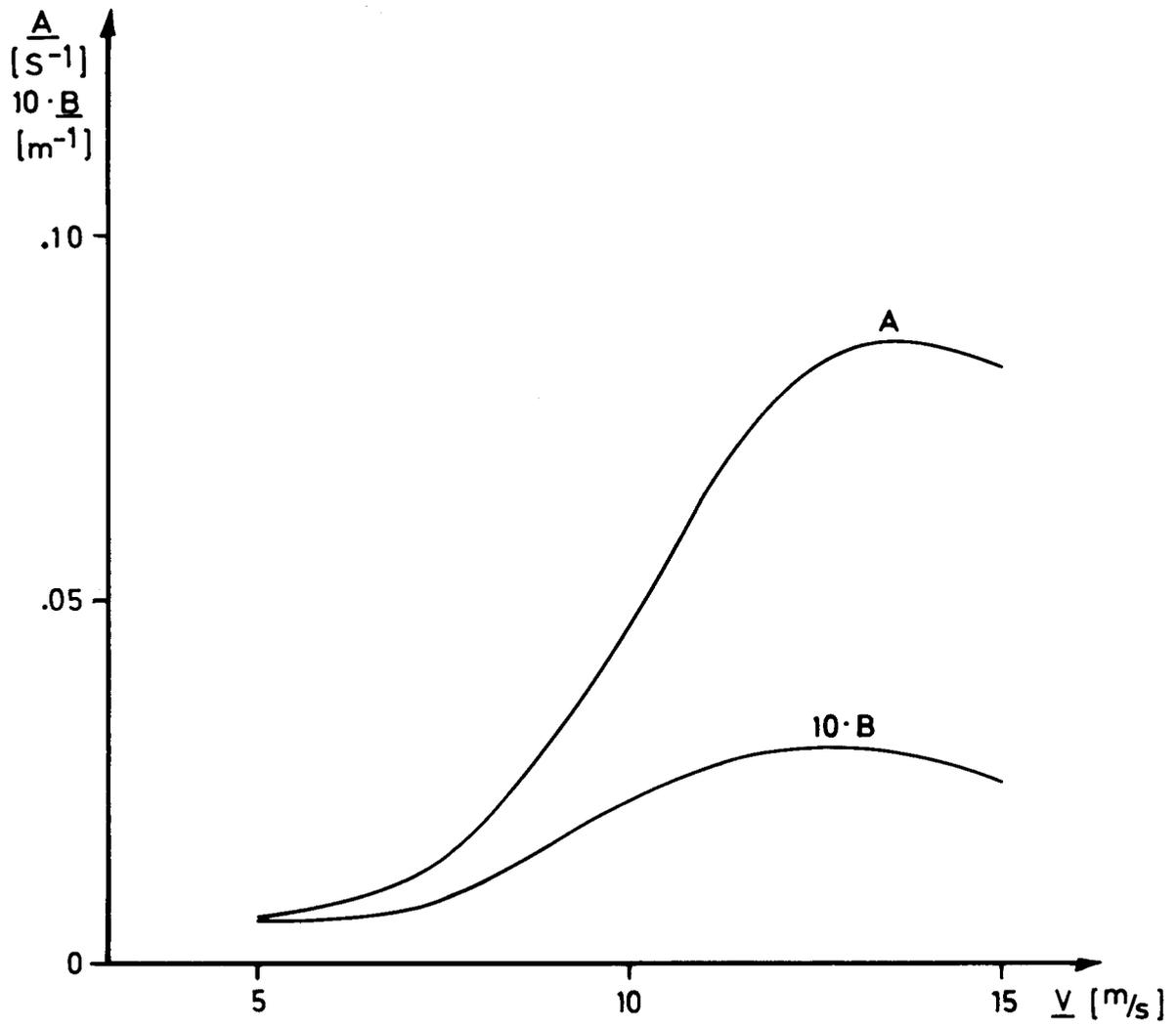
Widerstandsänderung als Funktion der Posenlage nach der Froude - Kriloff - Hypothese, $\lambda/L = 1.293$



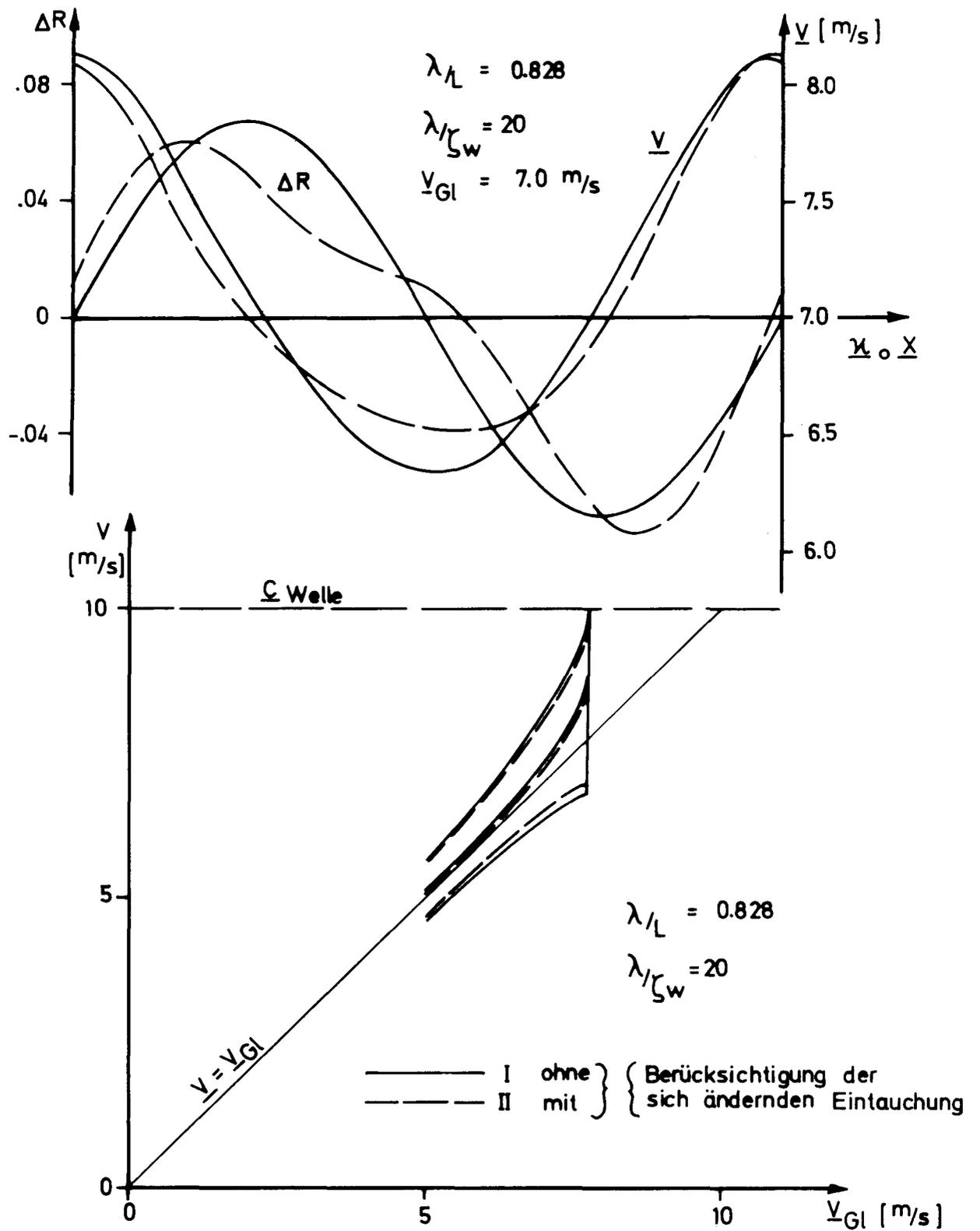
Widerstandsänderung als Funktion der Phasenlage,
 Quellverteilung nach Hess und Smith, $\lambda/L = 0.828$.



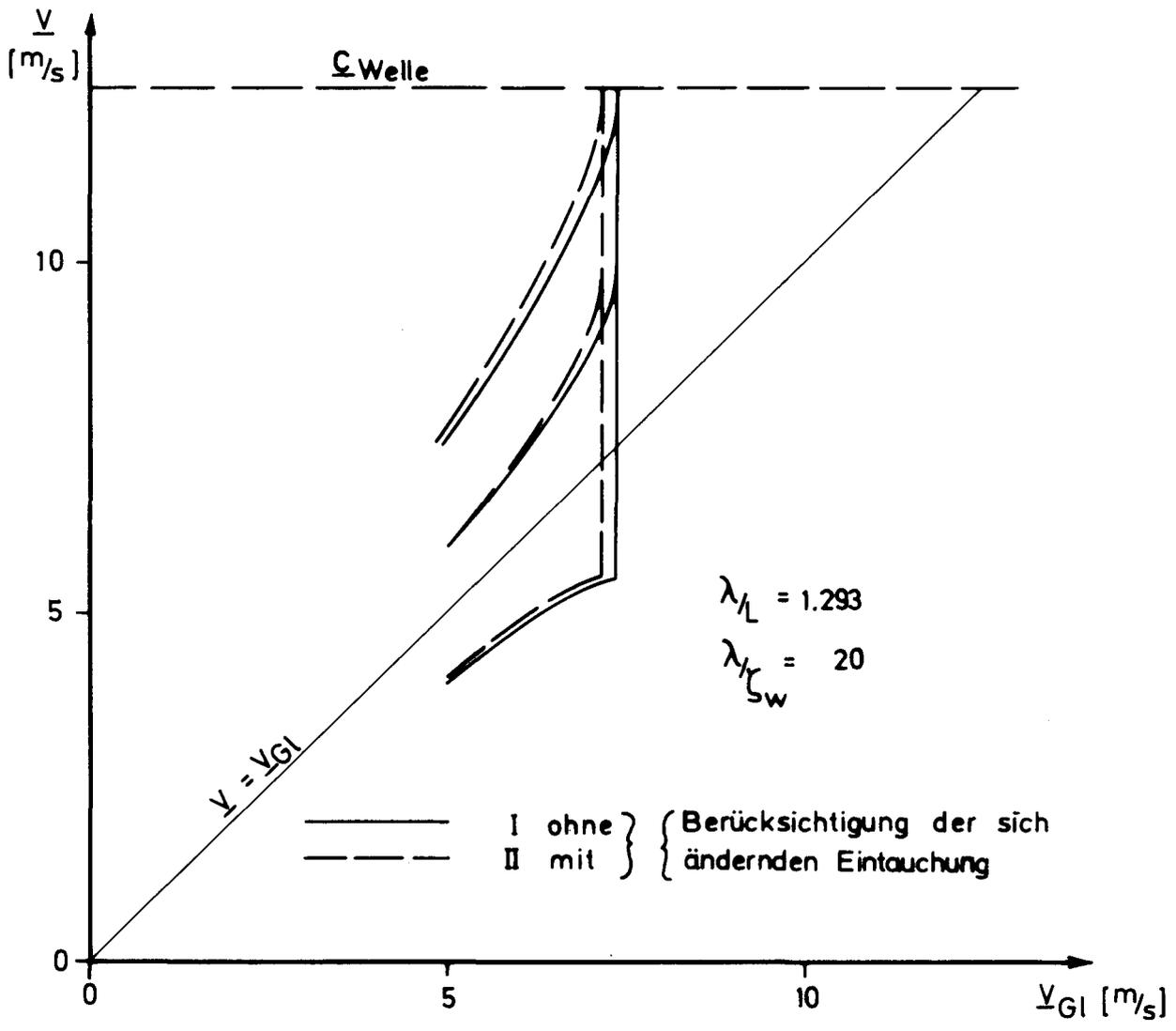
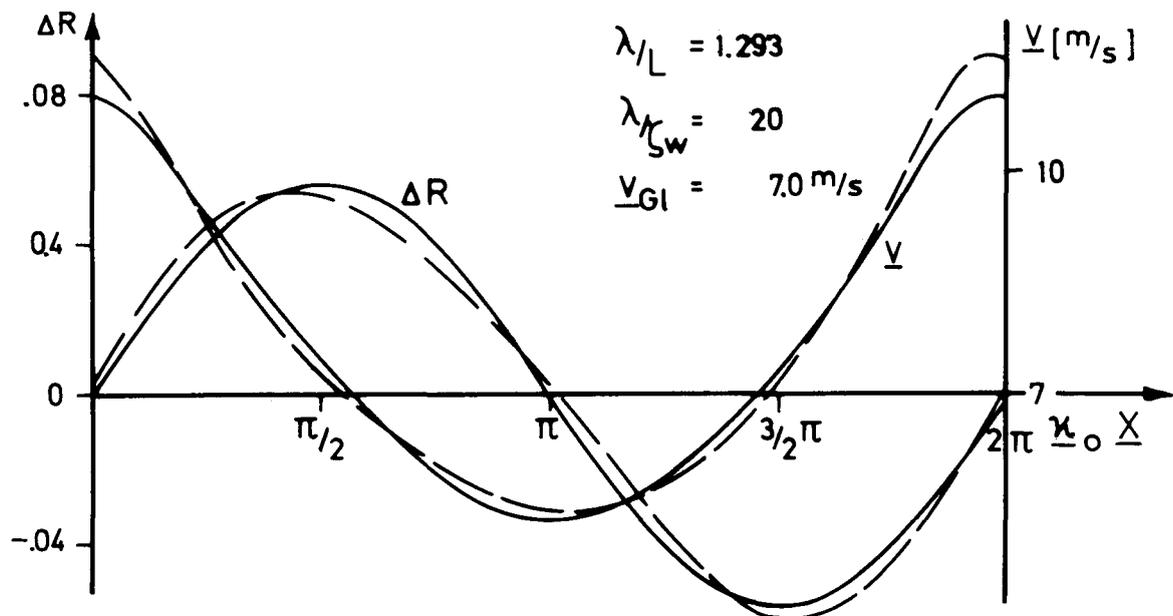
Widerstandsänderung als Funktion der Phasenlage.
 Quellverteilung nach Hess und Smith, $\lambda/L = 1.293$



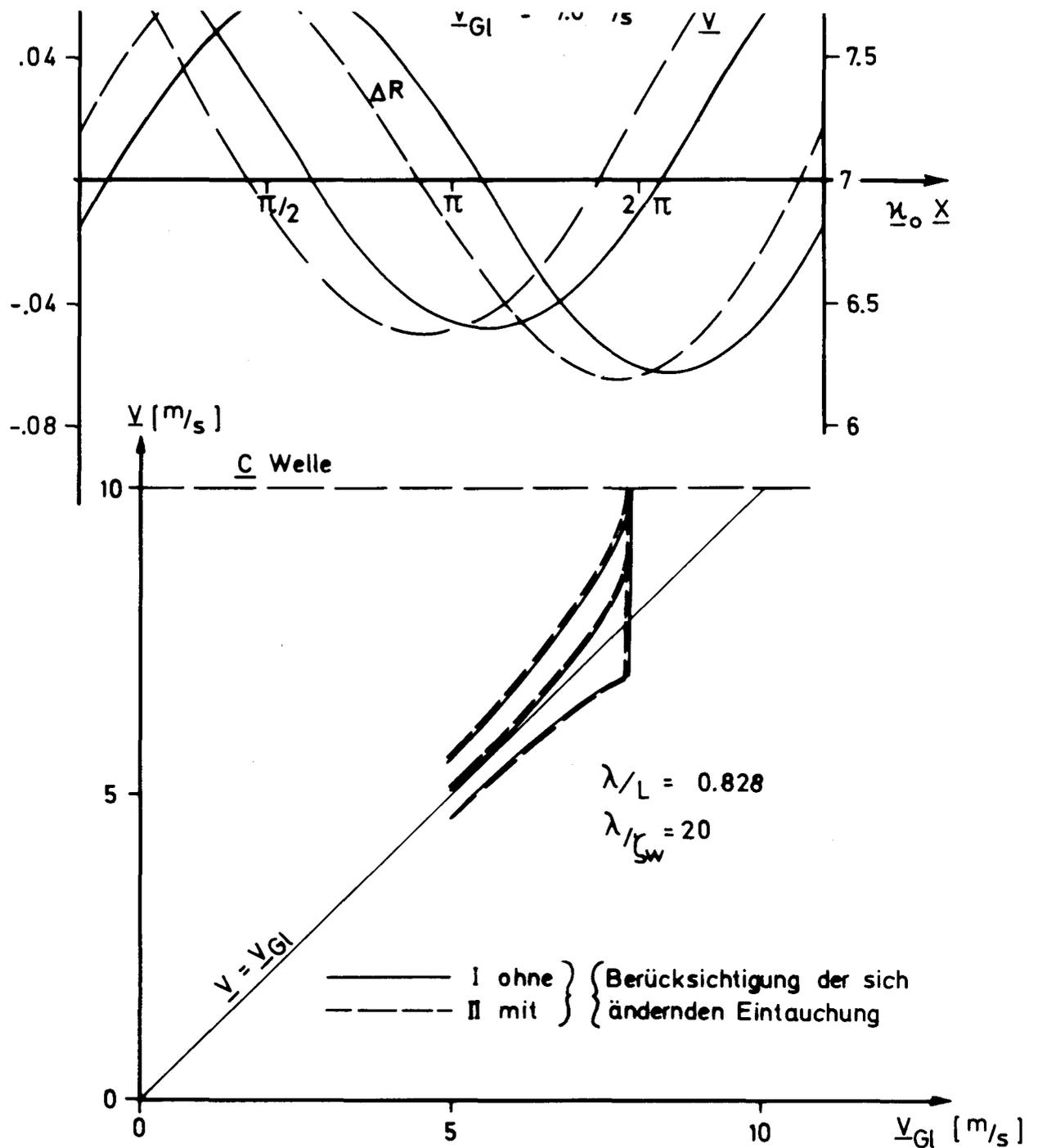
Dämpfungskoeffizienten der Längsbewegung für
 „Meteor“



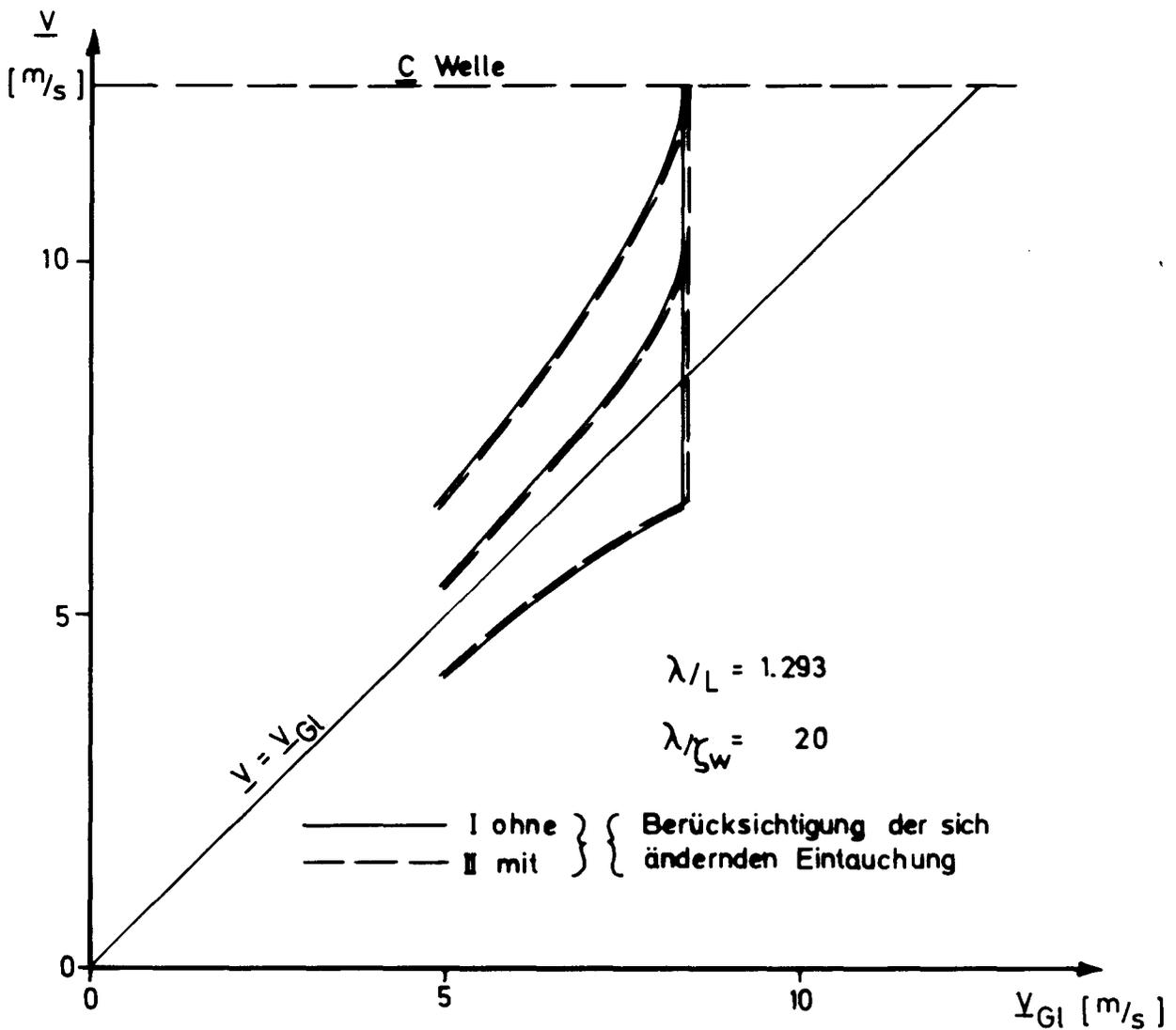
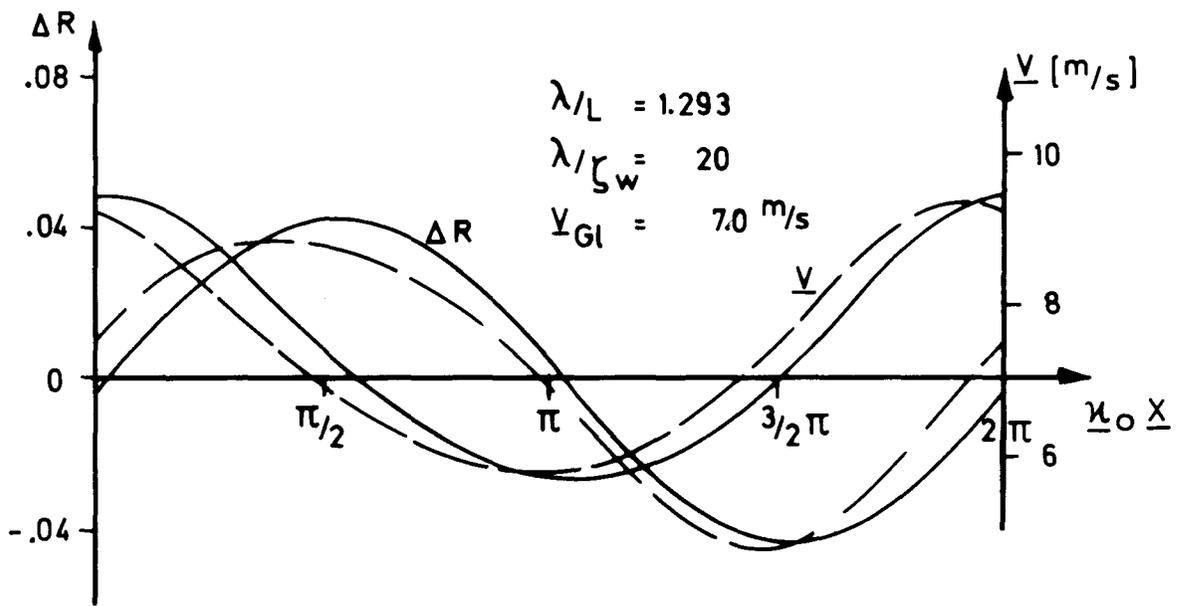
Grenzgeschwindigkeit und Mittelwert in einer regelmäßigen Welle, zugehörige Verläufe der Widerstandsänderungen nach der Froude - Kriloff - Hypothese und der Geschwindigkeit für eine Glattwassergeschwindigkeit von 7.0 m/s.



Grenzgeschwindigkeiten und Mittelwert in einer regelmäßigen Welle, zugehörige Verläufe der Widerstandsänderungen nach der Froude-Kriloff-Hypothese und der Geschwindigkeit für eine Glattwassergeschwindigkeit von 7.0 m/s.



Grenzgeschwindigkeiten und Mittelwert in einer regelmäßigen Welle, zugehörige Verläufe der Widerstandsänderung, über Quellverteilung nach Mess und Smith bestimmt, sowie der Geschwindigkeit für eine Glattwassergeschwindigkeit von 7.0 m/s.



Grenzgeschwindigkeiten und Mittelwert in einer regelmäßigen Welle, zugehörige Verläufe der Widerstandsänderung, über Quellverteilung nach Hess und Smith bestimmt, sowie der Geschwindigkeit für eine Glatzwassergeschwindigkeit von 7.0 m/s .