

449 | April 1984

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Zhao Yuan-Xie

**Kräfte am Schiffsrumpf beim
Manövrieren in flachem Wasser**

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Kräfte am Schiffsrumpf beim Manövrieren in flachem Wasser

Zhao Yuan-Xie, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1984

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Kräfte am Schiffsrumpf
beim Manövrieren in flachem Wasser

von

ZHAO YUAN-XIE

April 1984

INHALT

	Seite
TEIL 1	
1. Einführung	1
2. Voraussetzungen und Randbedingungen	2
2.1 Voraussetzungen	2
2.2 Randbedingungen	2
2.3 Das Potential für Nah- und Fernfeld	4
3. Berechnung des Versperrungskoeffizienten C	6
3.1 Der Charakter des Versperrungskoeffizienten C	6
3.2 Numerische Bestimmung des Versperrungskoeffizienten C für einen beliebigen Querschnitt	7
3.3 Analyse der erhaltenen Resultate C	12
4. Berechnung der Geschwindigkeit U(x)	16
4.1 Numerische Methode	16
4.2 Berechnungsergebnisse von U	22
5. Berechnung der hydrodynamischen Masse und des Massenträgheitsmoments	27
5.1 Hydrodynamische Grundlagen	27
5.2 Analyse der Resultate der hydrodynamischen Masse und des Massenträgheitsmoments	30
TEIL 2	
Formulierung der Integro-Differentialgleichung	
$U(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[U(t) C(t)]'}{t-x} dt + V$	
mit der Methode der angepaßten asymptotischen Entwicklung	36
Tabellen	45
Bezeichnungen	56
Literatur	58

TEIL 1

1. Einführung

Über den Einfluß einer endlichen Wassertiefe auf die Steuerbarkeit von Schiffen gibt es verschiedene Untersuchungen, sowohl theoretisch, als auch experimentell.

Zum Beispiel wurde von Newman ein theoretisches Modell für die Strömung um ein schlankes Schiff bei seitlicher und schräger Anströmung und endlicher Wassertiefe angegeben; mit diesem Modell werden im Folgenden die hydrodynamische Masse eines Schiffes in Querrichtung und das Massenträgheitsmoment um die Hochachse berechnet.

Um die Manövrierfähigkeit von Schiffen im flachen Wasser zu analysieren, muß man die Querbewegung untersuchen.

Ein schlanker Körper liege in seitlicher Anströmung. Wenn das Wasser sehr tief ist, ist das Strömungsfeld nahezu zweidimensional in den Querschnitten, die senkrecht zur Längsachse des Körpers sind. Aber wenn die Wassertiefe beschränkt ist, bildet der Körper eine Versperrung, und die ursprünglich zweidimensionale Strömung wird dreidimensional: Das Wasser strömt nicht nur unter dem Schiff hindurch, sondern zum Teil seitlich um das Schiff herum. Die Umströmung eines Querschnittes ist dann auch abhängig von den Nachbarquerschnitten.

Man betrachtet dann das dreidimensionale Problem getrennt für zwei Bereiche: einen Nahbereich um das Schiff und einen Fernbereich. In beiden Bereichen wird die Strömung als zweidimensional, jedoch in verschiedenen Ebenen, vorausgesetzt. Das bedeutet, die dreidimensionale Strömung wird in zwei zweidimensionale Strömungen zerlegt: eine horizontal verlaufende Strömung in großem Abstand vom Schiff und eine in der Spantebene verlaufende Strömung im Nahbereich. Durch Verknüpfen der Ansätze für beide Bereiche erhält man Randbedingungen, mit denen man die Lösung in beiden Bereichen ermitteln kann.

Mit dieser Methode der angepaßten asymptotischen Entwicklungen, die bei sehr vielen Strömungsproblemen erfolgreich ist, soll hier die stationäre Strömung um schlanke Schiffe auf flachem Wasser ermittelt werden. Auf die Details und die Begründung der Methode soll in einem 2. Teil dieses Vortrages eingegangen werden.

2. Voraussetzungen und Randbedingungen

2.1 Voraussetzungen

Die Voraussetzungen für die Untersuchung sind:

1. Die Flüssigkeit ist inkompressibel, reibungsfrei, wirbelfrei.
2. Die Strömung ist stationär.
3. Kleine Froude-Zahlen werden vorausgesetzt, so daß der Einfluß der Wellenbildung vernachlässigt werden kann.
4. Durch Spiegelung des Unterwasserkörpers des Schiffes entsteht ein Doppelkörper.
5. Der Doppelkörper bewegt sich seitlich oder schräg in einer durch zwei parallele Ebenen begrenzten Flüssigkeit. Der Abstand zwischen den beiden Ebenen entspricht der doppelten Wassertiefe.
6. Zur Beschreibung der Strömung wird ein körperfestes Koordinatensystem benutzt, dessen Ursprung im Schnittpunkt der beiden Symmetrieebenen des Doppelkörpers und der Hauptspantebene liegt.
7. Das Schiff ist schlank im hydrodynamischen Sinne; das bedeutet, daß das Quermaß des Schiffes viel kleiner ist als die Schiffslänge.

2.2 Randbedingungen

Zu berechnen ist das Strömungspotential ϕ ; ϕ muß folgende Bedingungen erfüllen:

1. Kontinuitätsgleichung:

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \quad , \text{ im gesamten Flüssigkeitsraum}$$

2. Bedingung am Wasserboden:

$$\text{Vertikalgeschwindigkeit} = 0, \Rightarrow \phi_z = 0 \quad \text{bei } z = \pm H$$

3. Bedingung an der Wasseroberfläche:

$$\phi_z = 0 \quad \text{bei } z = 0$$

4. Bedingung im unendlichen:

Weit vor und weit hinter den Querschnitten des Schiffes soll ungestörte Anströmung herrschen.

5. Die Stromlinien verlaufen entlang der Oberfläche des Schiffskörpers, die hier durch $y = Y(x, z)$ beschrieben sei.

$$\phi_y = \left. \frac{Dy}{Dt} \right|_{y=Y(x,z)} = \frac{\partial Y}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Y}{\partial z} \frac{dz}{dt} = Y_x \phi_x + Y_z \phi_z$$

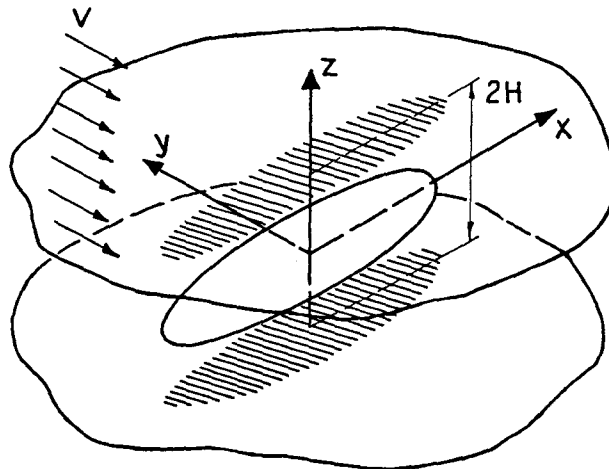


Bild 1 Koordinatensystem und Bezeichnungen

2.3 Das Potential für Nah- und Fernfeld

Zuerst wird das Nahfeld behandelt.

Es wird ein Koordinatensystem entsprechend Bild 2. bemerkt. Die Strömung wird an der Wasseroberfläche gespiegelt. Sie wird dann durch zwei Wände bei $z = -H$ und $z = H$ begrenzt; dazwischen befindet sich der durch Spiegelung entstandene Doppelkörper. H, z und y sind viel kleiner als die Körperlänge L . Der Querschnitt wird mit einer lokalen Geschwindigkeit U entgegen der y -Achse angeströmt. Diese Geschwindigkeit U ist allgemein kleiner als die Geschwindigkeit des Querschnitts relativ zum weit vom Schiff entfernten Wasser, wie sich später zeigen wird.

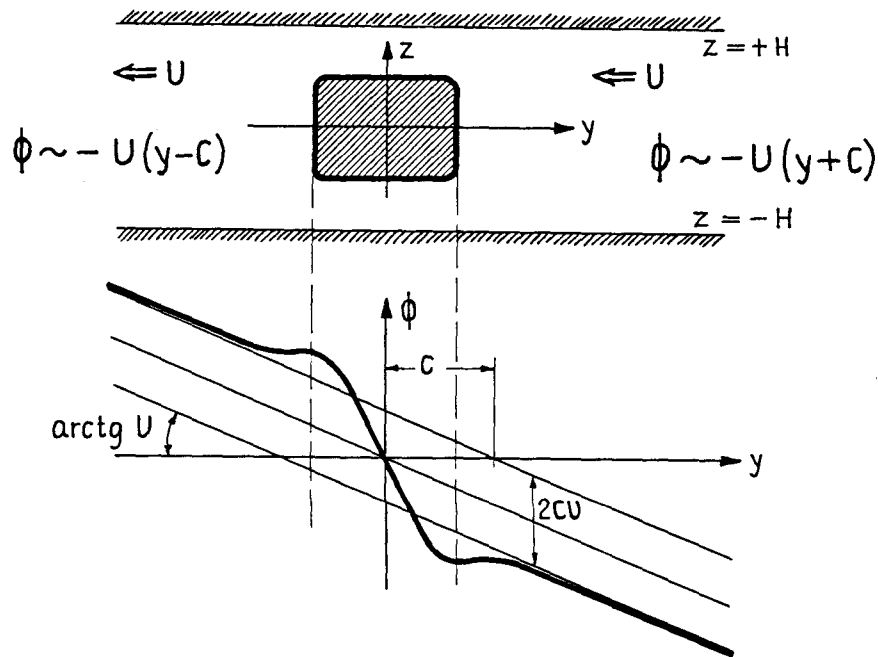


Bild 2 Nahfeld: Ebene Strömung eines Querschnitts und ihr Potential

Infolge der Versperrung des Kanals durch den umströmten Querschnitt unterscheiden sich die Asymptoten des Potentials rechts und links vom Körper für genügend großen Abstand $|y|$ vom Körper:

$$\phi \cong -U(y \pm c) \quad \text{für } y \rightarrow \pm \infty$$

Das bedeutet, bei endlicher Wassertiefe bewirkt der Schiffskörper eine Versperrung, die durch C charakterisiert wird.

Als Fernfeld wird die Strömung für größere Abstände vom Schiff - relativ zu Breite und Tiefgang - bezeichnet. Die Strömung ist zweidimensional in einer horizontalen Ebene. Der Körper erscheint als eine gerade Linie oder eine poröse Platte, die die Strömung schneidet.

Die seitliche Ausdehnung des Schiffes kann (wegen der Voraussetzung $B \ll L$) vernachlässigt werden. Die Strömung kann beschrieben werden als Überlagerung einer Parallelströmung mit der Quergeschwindigkeit V des Schiffes und einer Strömung infolge einer Dipolverteilung auf der x -Achse im Bereich zwischen $-L/2$ und $+L/2$

Das Potential ergibt sich damit zu:

$$\phi = -V \left(y + \int_{-L/2}^{L/2} f(\xi) \frac{y}{(x-\xi)^2 + y^2} d\xi \right)$$

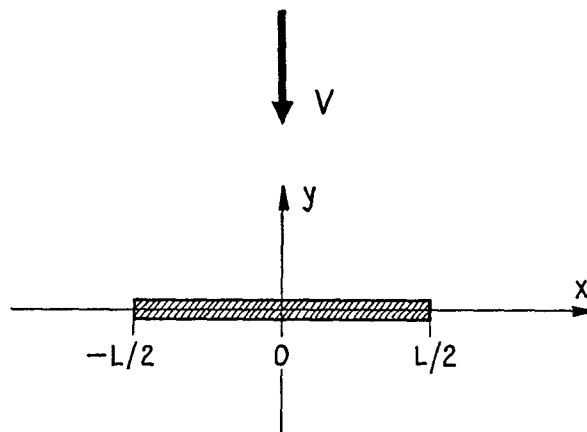


Bild 3 Fernfeld

Auf der Grundlage der Theorie schlanker Körper findet man mit der Methode der angepaßten asymptotischen Entwicklungen eine Integro-Differentialgleichung für die unbekannte lokale Geschwindigkeit U :

$$U(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[U(x) C(x)]'}{x-t} dx + V$$

Diese Gleichung entsteht durch Verknüpfen der Lösung im Nahbereich mit der im Fernbereich. Hierauf wird im 2. Teil eingegangen.

Um diese Gleichung zu lösen, muß man zuerst den Versperrungskoeffizienten C berechnen. Zu diesem Zweck untersucht man das Nahfeld.

3. Berechnung des Versperrungskoeffizienten C

3.1 Der Charakter des Versperrungskoeffizienten C

Im Nahfeld ist das Geschwindigkeitspotential in großem Abstand $|y|$ vom Körper:

$$\begin{aligned} \phi &\cong -U(y+C) && \text{bei } y \rightarrow \infty \\ \phi &\cong -U(y-C) && \text{bei } y \rightarrow -\infty \end{aligned}$$

C hängt nur von der Form des Körpers und von der Wassertiefe ab.

Der Versperrungskoeffizient C hat folgende Eigenschaften:

1. Normalerweise variiert der C -Wert entlang der Körperlänge, d.h. $C = C(x)$, wenn der Körperquerschnitt in der Längsrichtung variiert.
2. Der C -Wert hat die Einheit einer Länge.
3. Für einen festen Schiffstiefgang D gilt: Je größer die Wassertiefe H ist, desto kleiner ist C . C geht für große Wassertiefe H gegen Null und für $H \rightarrow$ Tiefgang gegen unendlich.

Der Versperrungskoeffizient C kan z.B. mit der Methode der konformen Abbildung ermittelt werden. Für beliebige Querschnittsformen benutzt man am besten andere numerische Methoden.

3.2 Numerische Bestimmung des Versperrungskoeffizienten C für einen beliebigen Querschnitt

Das Potential muß die Kontinuitätsgleichung $\phi_{yy} + \phi_{zz} = 0$ im gesamten Flüssigkeitsraum erfüllen. Außerdem sind folgende Randbedingungen zu erfüllen:

$$\phi_n = 0 \quad \text{für alle Punkte } y, z, \\ \text{die auf der Kontur des Querschnitts liegen.}$$

Der Index n bezeichnet hier eine Ableitung in Richtung der Normalen auf der Querschnittskontur. Außerdem muß an den Wänden $z = \pm H$ die Bedingung $\phi_z = 0$ gelten.

Da der Doppelkörper zur Ebene $z=0$ symmetrisch ist, betrachtet man nur eine Hälfte.

Die Querschnittskontur ist bekannt. Man ordnet im Inneren hinter der Kontur des Querschnittes M Quellen an, Q_j ist eine davon ($j=1, \dots, M$). Ihre Quellstärke ist q_j . Es werden gleichzeitig M Punkte P_k ($k=1, \dots, M$) auf der Kontur des Querschnittes angeordnet. Nur an diesen Kollokationspunkten wird die Bedingung $\phi_n = 0$ erfüllt.

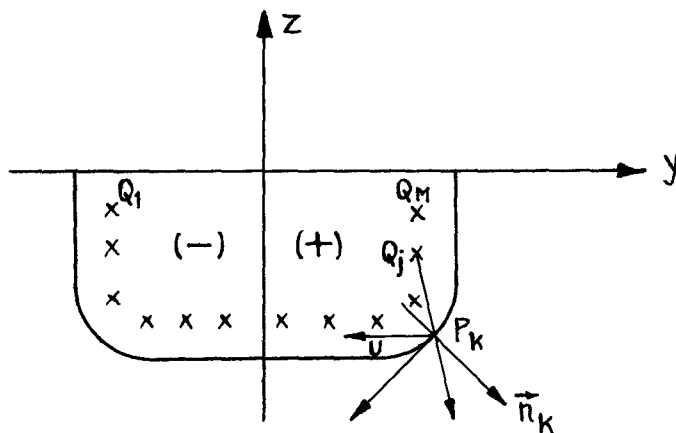


Bild 4 Quellverteilung hinter der Kontur des Querschnittes

Man führt zur Beschreibung der Strömung noch die komplexe Variable ζ ein:

$$\zeta = y + iz \quad (1)$$

Das Potential infolge einer Quelle ist:

$$\phi_j = \operatorname{Re} \left[\frac{q_j}{2\pi} \cdot \log(\zeta - \xi_j) \right] \quad (2)$$

Für M Quellen und zusätzlich die Querströmung mit der Geschwindigkeit U gilt dann:

$$\phi = \operatorname{Re} \left(\sum_{j=1}^M \frac{q_j}{2\pi} \log(\zeta - \xi_j) - U\zeta \right) \quad (3)$$

Damit die festen Wände bei $z = \pm H$ (und damit wegen der Symmetrie auch die Wasseroberfläche $z = 0$) Stromlinien werden, müssen die Singularitäten an diesen Linien unendlich oft gespiegelt werden. So ergibt sich schließlich das komplexe Potential:

$$\begin{aligned} W(\zeta) &= \sum_{j=1}^M \frac{q_j}{2\pi} \sum_{K=-\infty}^{\infty} \left[\log(\zeta - \xi_j + 2KH) + \log(\zeta - \bar{\xi}_j + 2KH) \right] + U\zeta \\ &+ \text{Konstante} \\ &= \sum_{j=1}^M q_j \cdot \frac{1}{2\pi} \left[\log \sinh \frac{\pi}{2H} (\zeta - \xi_j) + \log \sinh \frac{\pi}{2H} (\zeta - \bar{\xi}_j) \right] \\ &+ U\zeta + \text{Konstante} \\ &= \phi + i\psi + \text{Konstante} \quad (4) \end{aligned}$$

Die Konstante spielt keine Rolle und wird deshalb im Folgenden weggelassen.

Das Potential ϕ ist dann gegeben durch:

$$\phi = \operatorname{Re} (f(\zeta)) = \sum_{j=1}^M q_j \cdot \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\log \sinh \frac{\pi}{2H} (\zeta - \zeta_j) + \log \sinh \frac{\pi}{2H} (\zeta - \bar{\zeta}_j) \right] \right\} + Uy \quad (5)$$

oder:

$$\phi = \sum_{j=1}^M q_j \cdot G(y, z, y_j, z_j) - Uy \quad (6)$$

Hier ist $G(y, z, y_j, z_j)$ die sogenannte Greensche Funktion für die Wirkung einer Quelle im Punkt $\{y_j, z_j\}$ und aller Spiegelbilder dieser Quelle auf den "Feldpunkt" $\{y, z\}$.

Dann ergibt sich aus der Randbedingung am Körper:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} (y_k, z_k) = \frac{\partial}{\partial n} \left(\sum_{j=1}^M q_j \cdot G(y, z, y_j, z_j) \right) \Big|_{\substack{y=y_k \\ z=z_k}} - \frac{\partial}{\partial n} (Uy) \Big|_{y=y_k} = 0 \quad (7)$$

Hier sind y_k, z_k die Punkte auf der Kontur des Querschnittes. Umgeformt:

$$\sum_{j=1}^M q_j \cdot \frac{\partial}{\partial n} G(y, z, y_j, z_j) \Big|_{\substack{y=y_k \\ z=z_k}} = U \cdot \frac{\partial y}{\partial n} \Big|_{y=y_k} \quad (8)$$

Um die Quellenstärken q_j zu ermitteln, löst man dies Gleichungssystem auf:

$$\sum_{j=1}^M q_j \cdot B_{kj} = T_k \quad (9)$$

Hier ist $T_k = U \cdot \frac{\partial y}{\partial n} \Big|_{y=y_k} = U \cdot n_{yk} ; \quad (10)$

$$B_{kj} = \frac{\partial G}{\partial n} \Big|_{\substack{y=y_k \\ z=z_k}} = n_y \frac{\partial G}{\partial y} + n_z \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{\substack{y=y_k \\ z=z_k}} \quad (11)$$

(n_y, n_z) ist hier der Normalenvektor auf der Querschnittskontur.

$$\begin{aligned}
 B_{kj} &= n_y \left(\operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial}{\partial y} \log \sinh \frac{\pi}{2H} \left[(y+iz) - (y_j+iz_j) \right] \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{\partial}{\partial y} \log \sinh \frac{\pi}{2H} \left[(y+iz) - (y_j-iz_j) \right] \right) \right\} \right) \\
 &+ n_z \left(\operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial}{\partial z} \log \sinh \frac{\pi}{2H} \left[(y+iz) - (y_j+iz_j) \right] \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{\partial}{\partial z} \log \sinh \frac{\pi}{2H} \left[(y+iz) - (y_j-iz_j) \right] \right) \right\} \right) \Bigg|_{\substack{y=y_k \\ z=z_k}} \\
 &= n_{y_k} \cdot \frac{1}{4H} \left[\frac{\sinh \frac{\pi}{H} (y_k - y_j)}{\cosh \frac{\pi}{H} (y_k - y_j) - \cos \frac{\pi}{H} (z_k - z_j)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\sinh \frac{\pi}{H} (y_k - y_j)}{\cosh \frac{\pi}{H} (y_k - y_j) - \cos \frac{\pi}{H} (z_k + z_j)} \right] \\
 &+ n_{z_k} \cdot \frac{1}{4H} \left[\frac{\sin \frac{\pi}{H} (z_k - z_j)}{\cosh \frac{\pi}{H} (y_k - y_j) - \cos \frac{\pi}{H} (z_k - z_j)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\sin \frac{\pi}{H} (z_k + z_j)}{\cosh \frac{\pi}{H} (y_k - y_j) - \cos \frac{\pi}{H} (z_k + z_j)} \right]
 \end{aligned}$$

(12)

Hat man aus diesem Gleichungssystem die Quellstärken q_j bestimmt, kann man das Potential ϕ an beliebigen Punkten (y, z)

aus (5) berechnen. Insbesondere ergibt sich für $|y| \rightarrow \infty$

$$\phi = -U(y \pm c) = \lim_{y \rightarrow \pm \infty} \left[\sum_{j=1}^M q_j \cdot G(y, z, y_j, z_j) - U_y \right] \quad (13)$$

$$\lim_{y \rightarrow \pm \infty} G(y, z, y_j, z_j)$$

$$= \lim_{y \rightarrow \pm \infty} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\log \sinh \frac{\pi}{2H} \left[(y-y_j) + i(z-z_j) \right] + \log \sinh \frac{\pi}{2H} \left[(y-y_j) + i(z+z_j) \right] \right] \right\}$$

$$= \lim_{y \rightarrow \pm \infty} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\log \frac{1}{2} \cdot \left(e^{\frac{\pi}{2H} [(y-y_j) + i(z-z_j)]} - e^{-\frac{\pi}{2H} [(y-y_j) + i(z-z_j)]} \right) + \log \frac{1}{2} \left(e^{\frac{\pi}{2H} [(y-y_j) + i(z+z_j)]} - e^{-\frac{\pi}{2H} [(y-y_j) + i(z+z_j)]} \right) \right] \right\}$$

$$= \pm \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\pi}{2H} \left[(y-y_j) + i(z-z_j) \right] + \frac{\pi}{2H} \left[(y-y_j) + i(z+z_j) \right] - \log 2 \right\} \right)$$

$$\cong \pm \frac{1}{2H} (y - y_j)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Hier:} & "+" \text{ für } y \rightarrow +\infty \\ & "-" \text{ für } y \rightarrow -\infty \end{array} \quad (14)$$

$$\phi \cong -U(y \pm c) \cong \pm \sum_{j=1}^M q_j \frac{1}{2H} (y - y_j) - U_y$$

$$c = -\frac{1}{2UH} \sum_{j=1}^M q_j (y - y_j) \quad (15)$$

Für einen geschlossenen Körper

$$\sum_{j=1}^M q_j = 0 ,$$

daher folgt:

$$C = \frac{1}{2UH} \sum_{j=1}^M q_j y_j \quad (16)$$

Wenn man Körper betrachtet, die symmetrisch zur Ebene $y = 0$ sind, so spiegelt man die Quellen zusätzlich an der Ebene $y = 0$, wobei das Vorzeichen der Quellstärke für $y > 0, y < 0$ verschieden angesetzt wird. Ist M die Anzahl der Quellen in einem Quadranten des Querschnitts, so ergibt sich

$$C = \frac{1}{UH} \sum_{j=1}^M q_j y_j$$

3.3 Analyse der erhaltenen Resultate C

1. Prüfung mit Ellipse

Für einen elliptischen Querschnitt gibt es eine exakte Lösung für den Versperrungskoeffizienten C . Hier wird diese Lösung benutzt, um die Genauigkeit des numerischen Berechnungsprogramms zu beurteilen.

Von Lamb wurde das komplexe Potential bei der Umströmung einer Ellipse in einem durch $z = H$ und $z = -H$ begrenzten Kanal angegeben.

$$W(\zeta) = U \left(\zeta + C \cot h \frac{\bar{U}\zeta}{H} \right) \quad (17)$$

mit $\zeta = y + iz$

U = Anströmgeschwindigkeit ;

C ist eine beliebige reelle Zahl.

Aufspalten in Real- und Imaginärteil ergibt sich

$$\begin{aligned}
 W(\xi) &= \phi + i\psi \\
 &= U \left(y + iz + C \frac{\sinh \frac{2\pi y}{H} - i \sin \frac{2\pi z}{H}}{\cosh \frac{2\pi y}{H} - \cos \frac{2\pi z}{H}} \right) \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\phi = U \left(y + \frac{C \sinh \frac{2\pi y}{H}}{\cosh \frac{2\pi y}{H} - \cos \frac{2\pi z}{H}} \right) \quad (19)$$

$$\psi = U \left(z - \frac{C \sin \frac{2\pi z}{H}}{\cosh \frac{2\pi y}{H} - \cos \frac{2\pi z}{H}} \right) \quad (20)$$

Die Stromlinie $\psi = 0$ besteht aus zwei Teilen: der Geraden $z = 0$ und der Ellipse mit den Halbachsen Y, Z , wobei Y und Z durch folgende Gleichungen gegeben sind:

$$\begin{cases} \sin h^2 \frac{\pi Y}{H} = \frac{\pi C}{H} \\ z \tan \frac{\pi Z}{H} = C \end{cases} \quad (21)$$

Zu gegebenem C sind Y, Z aus der Wassertiefe H zu bestimmen. Aus (19) bemerkt man: Für $y \rightarrow \pm \infty$ geht $\phi \rightarrow U(y \pm C)$. C ist also der schon bekannte Versperrungskoeffizient. Für eine Ellipse, deren Form von der Wassertiefe H und dem Faktor C bestimmt ist, berechnet man mit dem numerischen Programm einen Versperrungskoeffizienten C_1 . Die Resultate sind in den Tabellen 1.1 - 1.4 angegeben. Dabei zeigt sich:

- 1) Diese Resultate bestätigen eine gute Präzision des numerischen Programms, außer bei sehr kleinem Spalt zwischen Querschnitt und Boden. Zum Beispiel ist bei $H/D = 2$ für $M = 81$ der exakte Wert $C = 1$, der numerisch berechnete $C_1 = 0.998$. Der relative Fehler beträgt also 0,2 %. Für andere M ergibt sich:

für M = 61, C1 = 0.997

für M = 41, C1 = 0.996

für M = 21, C1 = 0.991

Bei $H/D = 1.2$ sind für $M = 81, 61, 41$ bzw. 21 die relativen Fehler 1.2% , 1.5% , 2.1% und 3.8% .

Vom Gesichtspunkt der praktischen Anwendung aus erscheinen diese Fehler gering.

2) Die Rechenzeit beträgt für $M = 81, 61, 41$ bzw. 21 : $5.8, 3.08, 1.33$ bzw. 0.51 Sekunden auf einer VAX 11-780.

2. Berechnung für beliebige Querschnittsformen

Mit dem Rechenprogramm kann man beliebige Querschnittsformen behandeln. Bild 5 zeigt die Ergebnisse für Lewis-Spanten mit einem Seitenverhältnis $HH = \frac{B}{D} = 3.0$ und mit Völligkeiten zwischen 0.5 und 1 bei verschiedenen Wassertiefen.

Größere Völligkeit des Querschnittes vergrößert den Versperrungskoeffizienten. Dasselbe gilt für das Seitenverhältnis.

Bei der Berechnung wurde beobachtet, daß der Abstand zwischen der Kontur des Querschnittes und der Verteilung von Quellen und Senken für die Resultate wichtig ist. Der Abstand darf nicht zu klein sein, damit der Einfluß der Verteilung auf die Konturpunkte richtig ausgeübt wird.

Es hat sich bewährt, den Abstand zwischen Quellen und Kontur etwa 2-3 mal so groß wie zwischen den benachbarten Quellen zu wählen. Bei zu kleinem Abstand der Quellen von der Kontur schwanken die Ergebnisse an den Kollokationspunkten, je nachdem, ob die Quellen den Konturpunkten gegenüber liegen oder ob die Quellen gegenüber den Lücken zwischen 2 Kollokationspunkten liegen; bei zu großem Abstand zwischen Quellen und Kontur wird dagegen das Gleichungssystem fast singulär, so daß die rechnerische Genauigkeit der Lösung schlecht wird.

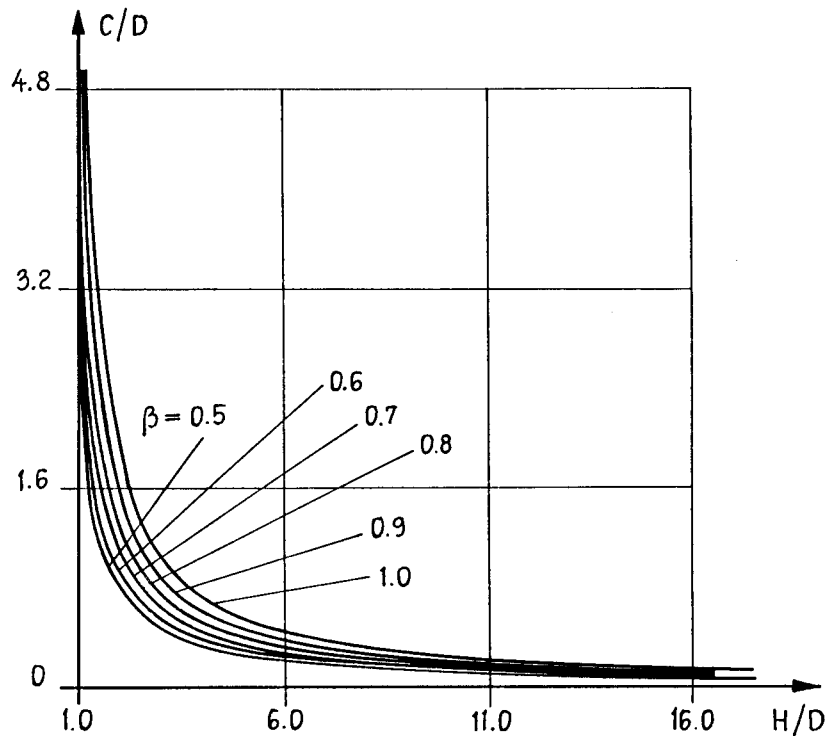


Bild 5 Versperrungskoeffizienten für Lewis-Spanten mit Seitenverhältnis $HH = \frac{B}{D} = 3.0$ und mit Völligkeiten zwischen 0.5 und 1 bei verschiedener Wassertiefe

Hier seien als Beispiel die Ergebnisse für das Mariner-Schiff angegeben.

Die Versperrungskoeffizienten wurden für elf ausgewählte Spantquerschnitte nach dem beschriebenen Verfahren für verschiedene Wassertiefen berechnet. An beiden Enden geht der Versperrungskoeffizient C gegen Null.

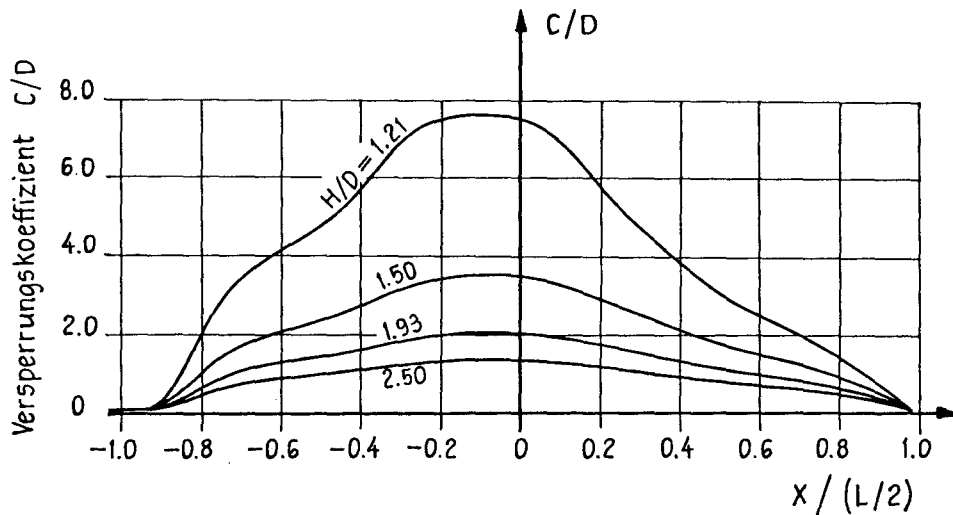


Bild 6 Vergleich der ermittelten Versperrungskoeffizienten C bei verschiedenen Wassertiefen für ein Mariner-Schiff

4. Berechnung der Geschwindigkeit $U(x)$

4.1 Numerische Methode

Bei Kenntnis der Versperrungskoeffizienten läßt sich aus der Integro-Differentialgleichung

$$U(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[U(x)C(x)]'}{x-t} dx + V(t) \quad (22)$$

mit der Randbedingung $U(x)C(x) = 0$ für $x = \pm \frac{L}{2}$ die lokale Anströmgeschwindigkeit $U(x)$ im Nahfeld berechnen.

Zur Lösung dieser Gleichung stellt man $U \cdot C$ durch folgende Reihe:

$$U(x) C(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(x) \quad (23)$$

mit Randbedingung

$$U(x) C(x) = 0 \quad \text{für } x = \pm 1 \quad (24)$$

Hier bezeichnen die $f_i(x)$ dachförmige Funktion:

$$f_i(x) \begin{cases} 0 & \text{für } x < x_{i-1}, x > x_{i+1} \\ 1 & \text{für } x = x_i \\ \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} & \text{für } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} & \text{für } x_i \leq x \leq x_{i+1} \end{cases} \quad (25)$$

Die gesuchten Koeffizienten α_i sind unabhängig von x .
 x_i sind N verschiedene, zweckmäßig im Bereich der Schiffslänge $(-L/2 < x_i < L/2)$ angeordnete Stellen;

$$x_0 = -L/2, \quad x_N = L/2.$$

Exakt ist:

$$F(x) = U(x) - \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[U(t) C(t)]'}{t-x} dt - V(x) = 0$$

für alle x im Intervall $[-L/2, L/2]$.

Für die numerische Lösung wird aber nur verlangt:

$$\int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} F(x) f_k(x) dx = 0$$

für alle k von $1, \dots, N$

Es ergibt sich dann:

$$\int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} f_k(x) \left\{ U(x) - \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[U(t) C(t)]'}{t-x} dt - V(x) \right\} dx = 0$$

Mit (23) folgt daraus:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \alpha_i \left\{ \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} \frac{f_i(x) f_k(x)}{C(x)} dx - \frac{1}{\pi} \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f_i'(t) f_k(x)}{t-x} dt dx \right\} = \\ = \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} f_k(x) V(x) dx \end{aligned} \quad (26)$$

Aus diesem Gleichungssystem werden die α_i berechnet.

Man schreibt die Gleichung um:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i B_{ik} = V_k, \quad k = 1, \dots, N \quad (27)$$

mit:

$$\begin{aligned} B_{ik} &= B_{1ik} + B_{2ik} \\ B_{1ik} &= \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} \frac{f_i(x) f_k(x)}{C(x)} dx \\ B_{2ik} &= -\frac{1}{\pi} \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f_i'(t) f_k(x)}{t-x} dt dx \end{aligned} \quad (28)$$

$$V_k = \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} f_k(x) v(x) dx$$

Für C wird ebenfalls ein Summenansatz gemacht:

$$C(x) = \sum_{i=1}^N C_i f_i(x) \quad (29)$$

Damit lassen sich die Koeffizienten $B1_{ik}$ und $B2_{ik}$ bestimmen.

1. $B1_{ik}$ ist Null, bei $i \neq k$, $i \neq k-1$ und $i \neq k+1$
 Bei $i=k$, mit $H_k = x_k - x_{k-1}$, ergibt sich:

$$B1_{ik} = \frac{H_k}{(C_k - C_{k-1})^3} \left[C_{k-1}^2 \ln \frac{C_k}{C_{k-1}} + \frac{1}{2} C_k^2 + \frac{3}{2} C_{k-1}^2 - 2C_{k-1} C_k \right] \quad (30)$$

$$+ \frac{H_{k+1}}{(C_k - C_{k+1})^3} \left[C_{k+1}^2 \ln \frac{C_k}{C_{k+1}} + \frac{1}{2} C_k^2 + \frac{3}{2} C_{k+1}^2 - 2C_k C_{k+1} \right]$$

Bei $i = k-1$:

$$B1_{ik} = \frac{H_k}{(C_k - C_{k-1})^3} \left[\frac{1}{2} C_k^2 - \frac{1}{2} C_{k-1}^2 - C_k C_{k-1} \ln \frac{C_k}{C_{k-1}} \right] \quad (31)$$

Bei $i = k+1$:

$$B1_{ik} = \frac{H_{k+1}}{(C_k - C_{k+1})^3} \left[\frac{1}{2} C_k^2 - \frac{1}{2} C_{k+1}^2 - C_k C_{k+1} \ln \frac{C_k}{C_{k+1}} \right] \quad (32)$$

2. Die Glieder B_{ik}^2 ergeben eine voll besetzte Koeffizienten-Matrix.

Durch Integrieren bekommt man:

$$\begin{aligned}
 B_{ik}^2 = & -\frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2H_k} (x_{k-1} - x_i)^2 \left[\frac{1}{H_i} + \frac{1}{H_{i+1}} \right] \ln(x_{k-1} - x_i) \right. \\
 & + \frac{1}{2H_{k+1}} (x_{k+1} - x_i)^2 \left[\frac{1}{H_i} + \frac{1}{H_{i+1}} \right] \ln(x_{k+1} - x_i) \\
 & - \frac{1}{2H_k H_i} (x_{k-1} - x_i + H_i)^2 \ln(x_{k-1} - x_i + H_i) \\
 & - \frac{1}{2H_k H_{i+1}} (x_{k-1} - x_i - H_{i+1})^2 \ln(x_{k-1} - x_i - H_{i+1}) \\
 & - \frac{1}{2H_i H_{k+1}} (x_{k+1} - x_i + H_i)^2 \ln(x_{k+1} - x_i + H_i) \\
 & - \frac{1}{2H_k H_{i+1}} (x_{k+1} - x_i - H_{i+1})^2 \ln(x_{k+1} - x_i - H_{i+1}) \\
 & - \frac{1}{2H_{k+1}} \left[(x_{k+1} - x_i)^2 - H_{k+1}^2 \right] \left[\frac{1}{H_i} + \frac{1}{H_{i+1}} \right] \ln(x_{k+1} - x_i - H_{k+1}) \\
 & - \frac{1}{2H_k} \left[(x_{k-1} - x_i)^2 - H_k^2 \right] \left[\frac{1}{H_i} + \frac{1}{H_{i+1}} \right] \ln(x_{k-1} - x_i + H_k) \\
 & + \frac{1}{2H_k H_i} \left[(x_{k-1} - x_i + H_i)^2 - H_k^2 \right] \ln(x_{k-1} - x_i + H_i + H_k) \\
 & + \frac{1}{2H_{k+1} H_i} \left[(x_{k+1} - x_i + H_i)^2 - H_{k+1}^2 \right] \ln(x_{k+1} - x_i + H_i - H_{k+1}) \\
 & + \frac{1}{2H_k H_{i+1}} \left[(x_{k-1} - x_i - H_{i+1})^2 - H_k^2 \right] \ln(x_{k-1} - x_i - H_{i+1} + H_k) \\
 & \left. + \frac{1}{2H_{k+1} H_{i+1}} \left[(x_{k+1} - x_i - H_{i+1})^2 - H_{k+1}^2 \right] \ln(x_{k+1} - x_i - H_{i+1} - H_{k+1}) \right]
 \end{aligned}$$

Dies komplizierte Ergebnis wird wesentlich einfacher, wenn man die x_i äquidistant auf der x-Achse anordnet. Dann ergibt sich:

$$B_{2ik} = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} \cdot 4 \ln \frac{1}{2} & \text{für } i=k \\ -\frac{1}{\pi} \left(\frac{7}{2} \ln 2 + \frac{9}{2} \ln 3 \right) & \text{für } i=k-1, k+1 \\ -\frac{1}{\pi} \left(2 \ln \frac{1}{2} + 10 \ln \frac{3}{2} + 8 \ln \frac{3}{4} \right) & \text{für } i=k-2, k+2 \\ -\frac{1}{\pi} \left[-3 (k-i)^2 \ln (k-i) H + 2 (k-i+1)^2 \ln (k-i+1) H \right. \\ \quad \left. + 2 (k-i-1)^2 \ln (k-i-1) H - \frac{1}{2} (k-i+2)^2 \ln (k-i+2) H \right. \\ \quad \left. - \frac{1}{2} (k-i-2)^2 \ln (k-i-2) H \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (34)$$

3. Das Glied V_k hängt von der Verteilung der Quergeschwindigkeit über der x-Achse ab. Hier werden zwei Fälle unterschieden:

$V(x) = V_0$, d.h. reine Querbewegung ohne Drehung.

und $V(x) = \dot{\theta} x$, d.h. Drehbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ um die z-Achse.

Durch Integrieren:

$$V_k = \frac{1}{2} V_0 (x_{k+1} - x_{k-1}) \quad \text{bei } V(t) = V_0 \quad (35)$$

oder: $V_k = V_0 H$ für gleiche Intervalle.

$$V_k = \frac{1}{6} \dot{\theta} [x_{k+1}^2 - x_{k-1}^2 + x_k (x_{k+1} - x_{k-1})] \quad \text{bei } V(t) = \dot{\theta} x \quad (36)$$

oder: $V_k = H \dot{\theta} x_k$ für gleiche Intervalle.

Mit diesen Koeffizienten kann man das lineare Gleichungssystem (27) mit den zwei verschiedenen rechten Seiten nach den unbekanntenen α_i auflösen. Nach (23) ergibt sich dann die lokale Quergeschwindigkeit $U(x)$ zu:

$$U(x) = \frac{1}{C(x)} \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(x) \quad (37)$$

4.2 Berechnungsergebnisse von U

Bei der Berechnung der Quergeschwindigkeit $U(x)$ hat sich gezeigt, daß Resultate, die mit $N = 21$ und mit $N = 41$ erzielt werden, sich nur um 0.2 % unterscheiden. Normalerweise benötigt man nur 16 bis 20 Punkte x_i .

Die Bilder 7 und 8 zeigen die Quergeschwindigkeitsverteilung

$$U^*(x) = \frac{U(x)}{V} \quad \text{und den Versperrungskoeffizienten } C(x)$$

für das Mariner-Schiff für $\frac{H}{D} = 1.21$ bzw. $\frac{H}{D} = 1.93$.

Die Bilder zeigen: Im Mittelschiff sind die Völligkeit und das Seitenverhältnis relativ groß, daher ist dort der Versperrungskoeffizient groß und die Quergeschwindigkeit klein. Im Vor- und Hinterschiff ist die Situation umgekehrt. Der Versperrungskoeffizient C geht bei $x = \pm \frac{L}{2}$ gegen Null, und die Geschwindigkeit U^* wird groß, bleibt aber endlich.

Kleinau gibt eine Näherungslösung für die Geschwindigkeit $U^*(x)$ an:

$$U^*(x) = \frac{1}{1 + \frac{8}{\pi} \bar{C}/L^2} \cdot \frac{(1 + C_E / C(x))}{2} \quad (38)$$

Hierbei ist:

$$C_E = \frac{8}{\pi L} C \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - x^2}$$

$$\bar{C} = \int_{-L/2}^{L/2} C(x) dx \quad (39)$$

Die Kurve wird in den Bildern 7 und 8 zum Vergleich gezeigt.

Bild 9 zeigt den Versperrungskoeffizienten C und die lokale Quergeschwindigkeit U für den Mittschiffsquerschnitt des Mariner-Schiffes. Für $C \rightarrow \infty$, d.h., der Spalt zwischen Schiff und Wasserboden wird sehr klein, geht die Quergeschwindigkeit U gegen Null. Für $C \rightarrow 0$, d.h. große Wassertiefe, geht U/v natürlich gegen 1.

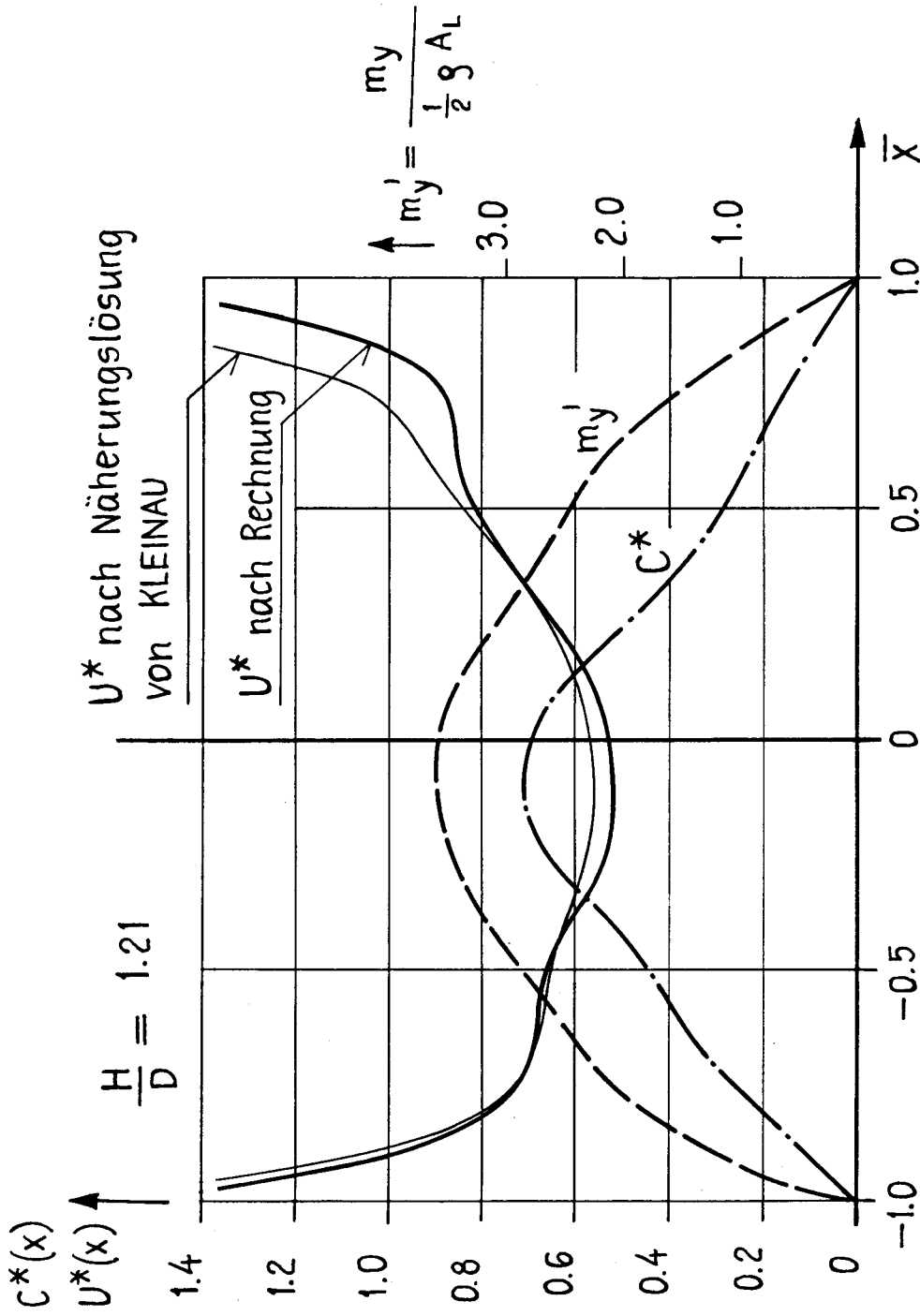


Bild 7:

Verteilung des Versperrungskoeffizienten C^* , der Geschwindigkeit $U^* = U/V$ und der hydrodynamischen Masse m'_y über der Schiffslänge für das Mariner-Schiff bei $H/D = 1.21$

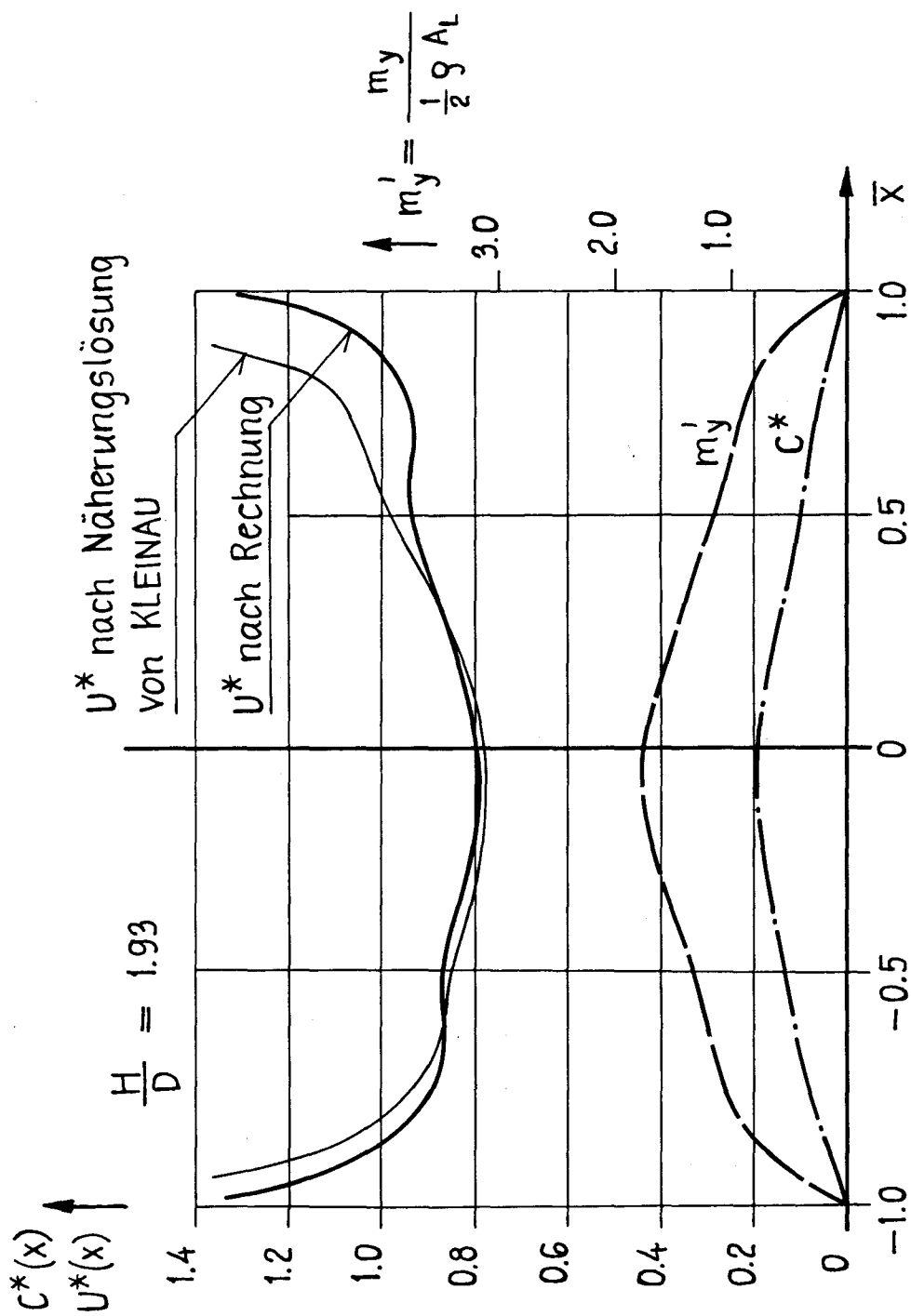


Bild 8:

Verteilung des Versperrungskoeffizienten C^* , der Geschwindigkeit $U^* = U/V$ und der hydrodynamischen Masse $m'y$ über der Schiffslänge für das Mariner - Schiff bei $H/D = 1.93$

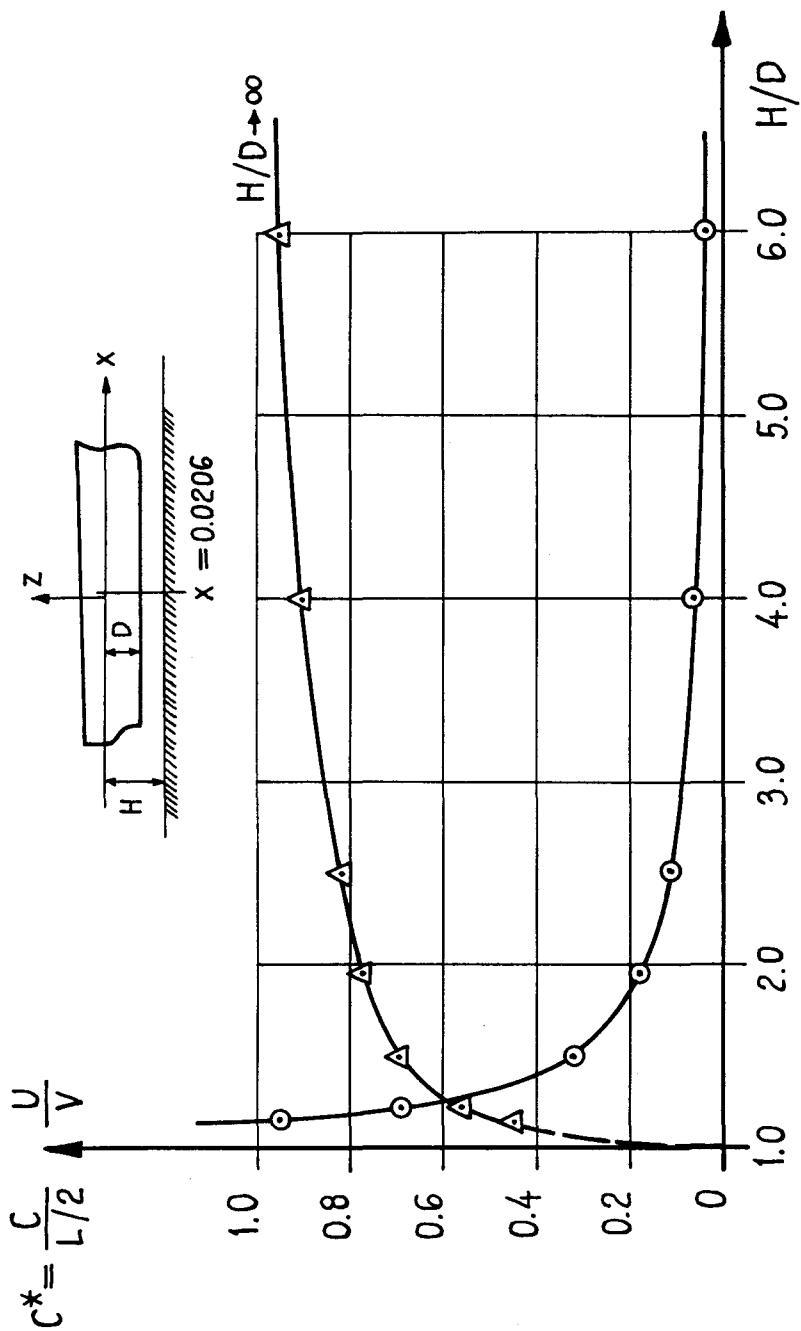


Bild 9:
Versperrungskoeffizient C und reduzierte lokale Quergeschwindigkeit U für den Mittschiffsquerschnitt eines Mariner-Schiffes

5. Berechnung der hydrodynamischen Masse und des Massenträgheitsmoments

5.1 Hydrodynamische Grundlagen

Entsprechend der eingangs gemachten Voraussetzung wird zunächst die Verteilung der hydrodynamischen Masse für den Doppelkörper berechnet; für das Schiff ergibt sich die Hälfte davon. Durch Integrieren werden die hydrodynamische Masse und das Massenträgheitsmoment ermittelt.

Für einen Körper, der sich in ruhigem Wasser bewegt, ist der Druck des Wassers auf den Körper:

$$p = -\rho \dot{\Phi}$$

und die Kraftkomponente in y-Richtung ist:

$$F_y = - \int_{-L/2}^{L/2} \int_{S_0} p n_y ds dx = \rho \int_{-L/2}^{L/2} \int_{S_0} \dot{\Phi} n_y ds dx$$

Hier ist S_0 die Spantkontur des Körpers, n_y die vom Körper ins Wasser zeigende Normale.

Das Potential für nach rechts mit Geschwindigkeit V bewegten Körper ist:

$$\dot{\Phi} = \dot{\phi} - V_y = v \left(\frac{\phi}{v} - y \right) \quad \text{für } y \rightarrow 0$$

Aus der C-Berechnung ist $\dot{\phi}$ bekannt; ϕ ist inneres Potential (Grenzwert für $|y| \rightarrow \infty$) für die Anströmung mit der Geschwindigkeit U

$$\dot{\Phi} = \dot{v} \left(\frac{\phi}{v} - y \right)$$

Daher

$$F_y = \rho \int_{-L/2}^{L/2} \int_{S_0} \dot{v} \left(\frac{\phi}{v} - y \right) n_y ds dx$$

für $y \rightarrow 0$

Hydrodynamische Masse:

$$M_{y_D} = \frac{F_y}{\dot{V}} = \rho \int_{-L/2}^{L/2} \int_{S_0} \left(\frac{\phi}{V} - y \right) n_y ds dx \quad \text{für } y \rightarrow 0$$

Zunächst ist $\int_{S_0} \phi n_y ds$ zu berechnen.

Aus Grenzschem Satz:

$$\oint_{\text{Randkurve}} (\phi \psi_n - \psi \phi_n) ds = \iiint_{\text{Eingeschlossene Fläche}} (\phi \Delta \psi - \psi \Delta \phi) dV$$

für beliebige ϕ, ψ , die differenzierbar sind. Man wählt als ϕ das oben definierte Potential, als ψ wählt man y .
Dann ist $\Delta \psi = 0$ und $\Delta \phi = 0$. Also:

$$\int_S (\phi \psi_n - \psi \phi_n) ds = 0$$

Hier ist die Randkurve S wie im Bild gezeigt:

$$S = S_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

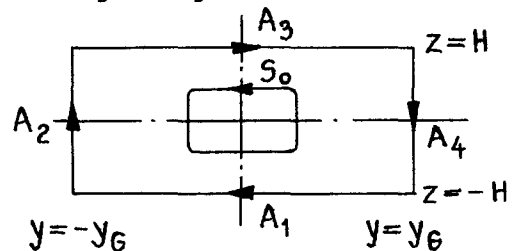
Auf dem Körpertrand:

$$\psi_n = \frac{dy}{dn} = n_y$$

$$\phi_n = 0 \quad \text{nach der Randbedingung,}$$

daher

$$\int_{S_0} (\phi \psi_n - \psi \phi_n) ds = \int_{S_0} \phi n_y ds$$



Auf dem Außenrand:

$$\begin{aligned}
 \int_{A_1+A_2+A_3+A_4} \phi \psi_n ds &= \int_{A_2+A_4} \phi \psi_n ds \\
 &= \int_{-H}^H -U(-y_G - C) \cdot 1 \cdot dz + \int_H^{-H} -U(y_G + C) (-1) (-dz) \\
 &= -4 UH (y_G + C)
 \end{aligned}$$

$$\int_{A_1+A_2+A_3+A_4} -\psi \phi_n ds = \int_{A_2+A_4} -y \phi_n dz = 4 H y_G U$$

Daher:

$$\int_{A_1+A_2+A_3+A_4} (\phi \psi_n - \psi \phi_n) ds = -4 HUC$$

Folglich:

$$\int_{S_0} \phi \psi_n ds = \int_{S_0} \phi n_y ds = 4 HUC$$

Dies setzt man in die Massengleichung ein:

$$\begin{aligned}
 M_{y_D} &= \rho \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{4 HUC}{V} - \int_{S_0} y n_y ds \right) dx \\
 &= \rho \int_{-L/2}^{L/2} \left[4 HC \frac{U}{V} - 2 A(x) \right] dx
 \end{aligned}$$

Für das Schiff ist die hydrodynamische Masse eine Hälfte davon:

$$M_y = g \int_{-L/2}^{L/2} \left[2HC \cdot \frac{U}{V} - A(x) \right] dx = g \int_{-L/2}^{L/2} m_y dx$$

Aus dieser Gleichung, mit den oben berechneten $C(x)$ und $U(x)$, können die hydrodynamische Masse M_y und m_y jedes Querschnittes des Schiffes ermittelt werden.

Bei der Ermittlung des Massenträgheitsmoments ist für V die Geschwindigkeit $\dot{O}X$ infolge Drehung des Körpers mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ einzusetzen. Entsprechend ist die Geschwindigkeit U aus der Integro-Differentialgleichung auf $\dot{\theta}$ zu beziehen. Für das hydrodynamische Massenträgheitsmoment ergibt sich schließlich:

$$J_z = - \int A(x) x^2 dx + 2gH \int_{-L/2}^{L/2} xC \frac{U}{\dot{\theta}} dx$$

5.2 Analyse der Resultate der hydrodynamischen Masse und des Massenträgheitsmoments

1. Die Bilder 7 und 8 zeigen die hydrodynamische Massenverteilung

$$m'_y = \frac{m_y}{\frac{1}{2} g A_L} \quad \text{über die Schiffslänge.}$$

Im Mittelschiff, wo der Versperrungskoeffizient am größten ist, ist die hydrodynamische Masse ebenfalls am größten. Im Vor- und Hinterschiff ist m'_y gleich Null wegen der Randbedingung $U(x) C(x) = 0$ bei $x = \pm L/2$

2. Bild 10 und Tabelle 4 zeigen die Änderung der Summe von hydrodynamischer Masse und Schiffsmasse bei verschiedenen Wassertiefen. Die Werte wurden jeweils bezogen auf den Wert bei $H/D \rightarrow \infty$. Bild 10a und Tabelle 4a enthalten die experimentellen Ergebnisse von Fujino für dasselbe Schiff zum Vergleich. Daraus kann man ersehen: In flachem Wasser ist die hydrodynamische Masse vergrößert. Die Tendenz ist: Je kleiner die Wassertiefe ist, desto größer die Änderung.
3. Bild 11 und 11a sowie Tabelle 5 und 5a geben die Abhängigkeit der Summe von hydrodynamischem Massenträgheitsmoment (um die z-Achse) und Schiffsträgheitsmoment von der Wassertiefe wieder nach Versuchen von Fujino und der hier beschriebenen Berechnung für dasselbe Schiff.

Es zeigt sich, daß der Einfluß der Wassertiefe auf die hydrodynamische Masse wesentlich größer ist als auf das hydrodynamische Massenträgheitsmoment.

Weiter ist vorgesehen, den Einfluß der Wassertiefe auf die Ruderkräfte und die übrigen Terme in den Steuergleichungen zu berechnen, so daß man rechnerische Voraussagen für das Manövrieren im flachen Wasser machen kann.

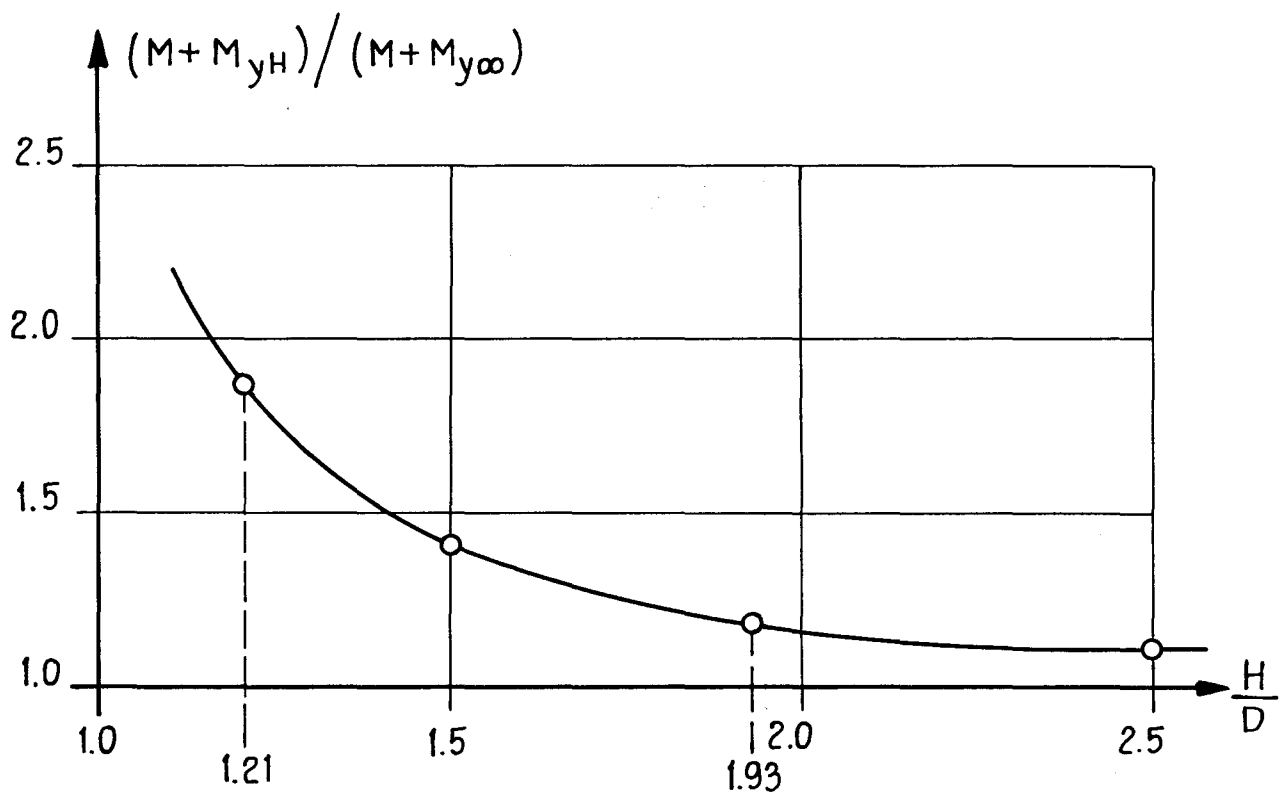


Bild 10:

Summe von hydrodynamischer Masse und Schiffsmasse in Abhängigkeit von der Wassertiefe ; bezogen auf den Wert für tiefes Wasser

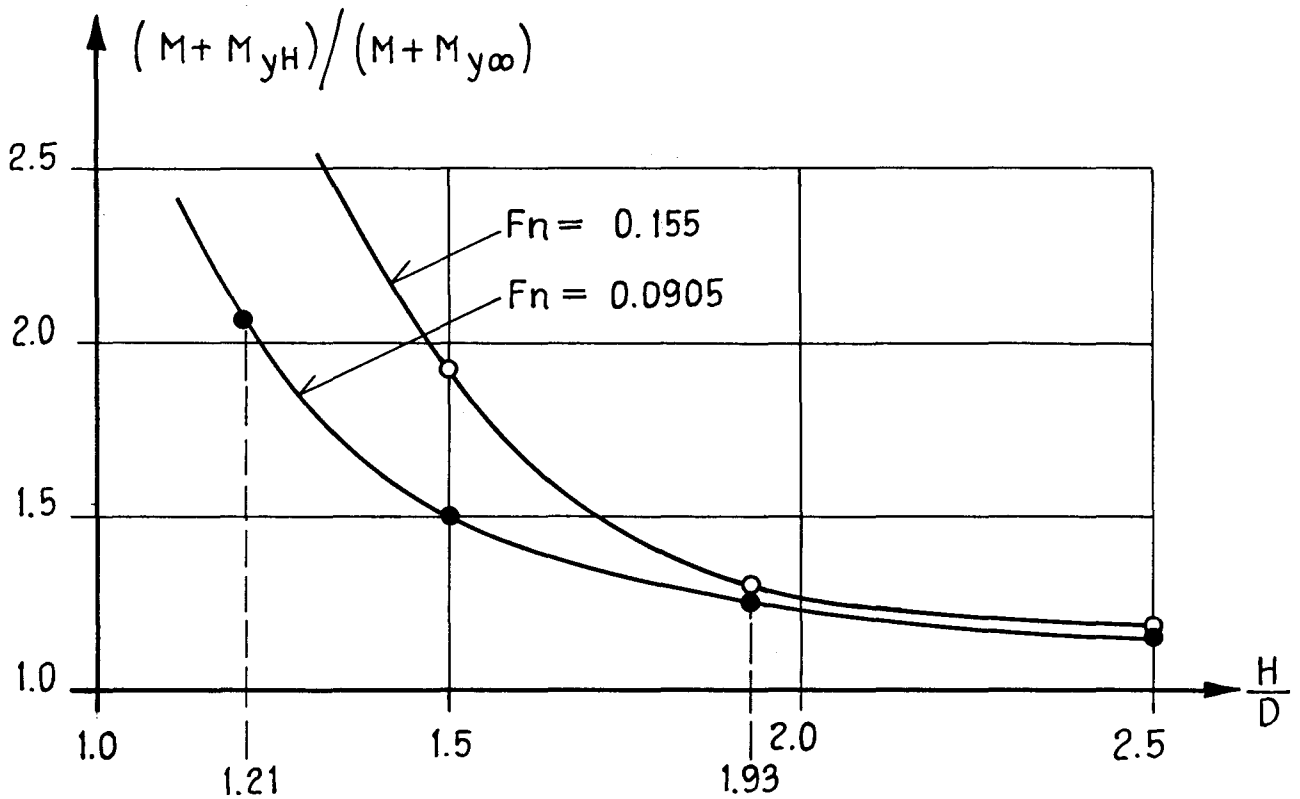


Bild 10 a:

Summe von hydrodynamischer Masse und Schiffsmasse in Abhängigkeit von der Wassertiefe; bezogen auf den Wert für tiefes Wasser (nach Fujinos Experiment)

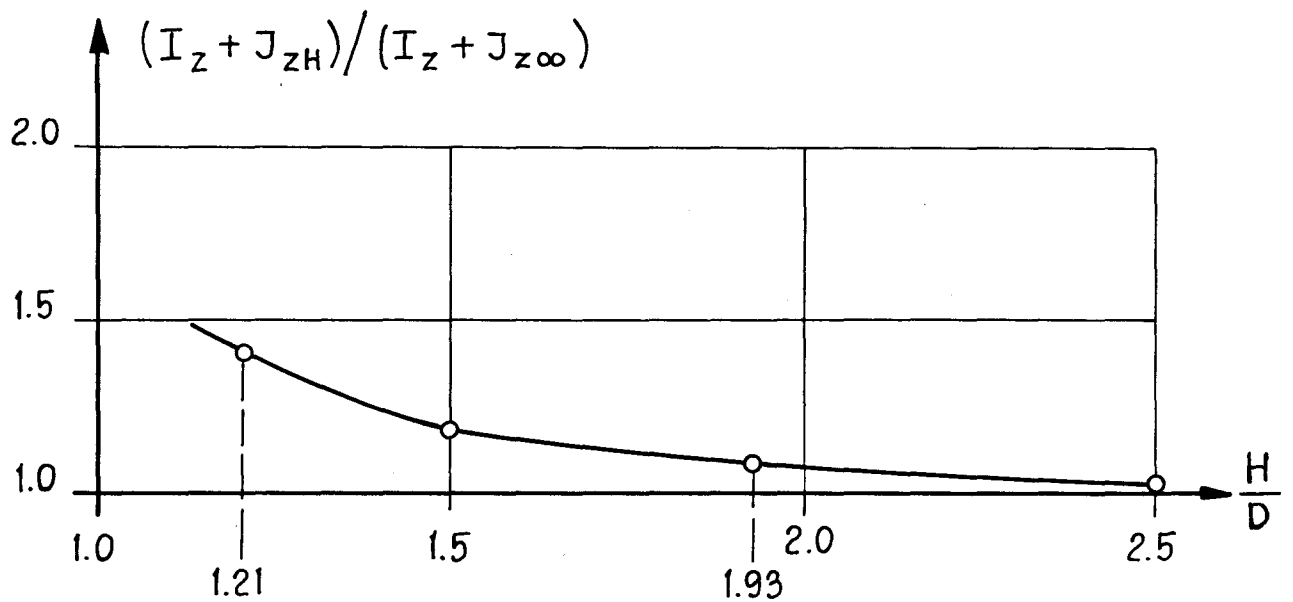


Bild 11:

Summe vom hydrodynamischen Massenträgheitsmoment und Massenträgheitsmoment des Schiffes um die z-Achse in Abhängigkeit von der Wassertiefe ; bezogen auf den Wert für tiefes Wasser

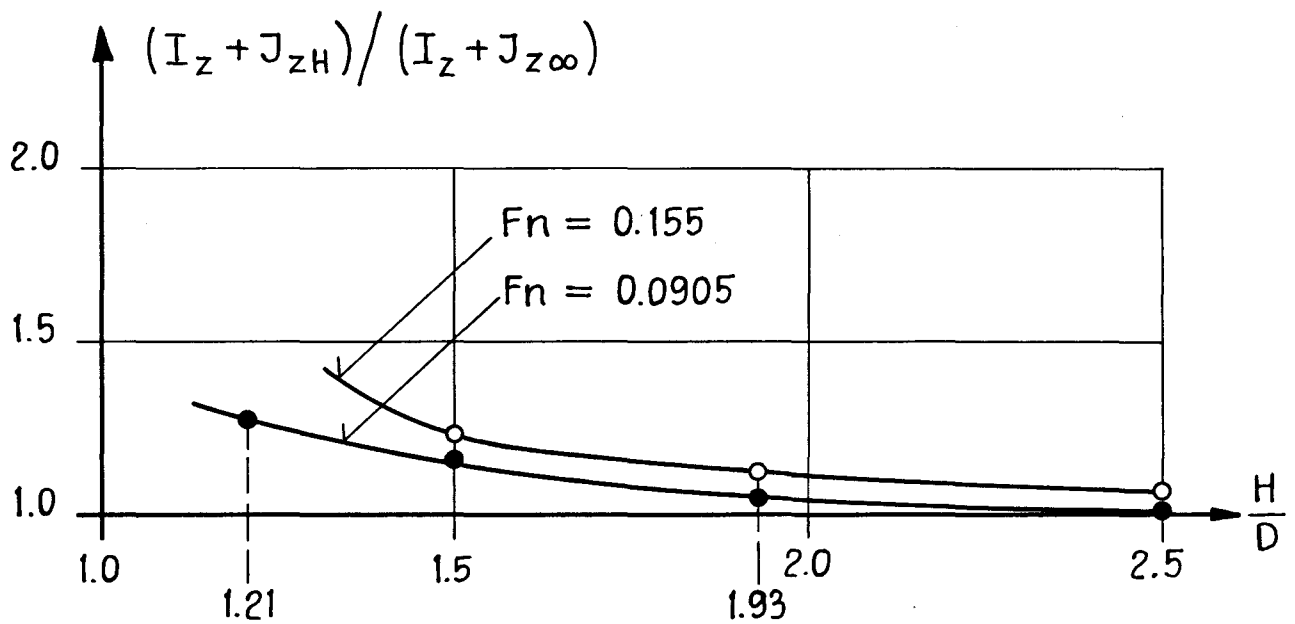


Bild 11a :

Summe vom hydrodynamischen Massenträgheitsmoment und Massenträgheitsmoment des Schiffes um die z-Achse in Abhängigkeit von der Wassertiefe ; bezogen auf den Wert für tiefes Wasser (nach Fujinos Experiment)

TEIL 2

Formulierung der Integro-Differentialgleichung

$$U(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[U(t) c(t)]'}{t-x} dt + V$$

mit der Methode der angepaßten asymptotischen Entwicklung

1. Reine Querströmung

Potentialansatz

Man setzt an:

$$\phi = \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \varepsilon^3 \phi^{(3)} + \dots$$

$$Y = \varepsilon Y' ; H = \varepsilon H' ; z = \varepsilon z'$$

ε ist ein Maß für die Schlankheit des Schiffes, da Breiten- und Höhenkoordinaten des Schiffskörpers eben so wie die Wassertiefe proportional zu ε sind, nicht aber die Schiffslänge.

$\phi^{(1)}, \phi^{(2)}, \phi^{(3)} \dots$, sind von ε unabhängig,

Y', H', z' sollen auch von ε unabhängig sein.

Die Strömung nahe dem Schiff muß untersucht werden, um die Kräfte auf das Schiff zu ermitteln. Man muß aber dazu auch das Fernfeld untersuchen.

Berechnung des Fernfeldes (y unabhängig von ε)

$$z = \varepsilon z'$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z'} ; \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2}{\partial z'^2}$$

Aus der Kontinuitätsgleichung:

$$\begin{aligned} \phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} &= 0 \\ &= \varepsilon \phi_{xx}^{(1)} + \varepsilon^2 \phi_{xx}^{(2)} + \dots + \varepsilon \phi_{yy}^{(1)} + \varepsilon^2 \phi_{yy}^{(2)} + \dots + \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2} \phi_{z'z'}^{(1)} + \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2} \phi_{z'z'}^{(2)} + \dots \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\phi_{z'z'}^{(1)} = 0 ; \quad \phi_{z'z'}^{(2)} = 0 ; \quad \phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)} + \phi_{z'z'}^{(1)} = 0 ; \quad \dots$$

2faches Integrieren über z' liefert:

$$\begin{aligned} \phi^{(1)} &= \psi^{(1)}(x,y) + a^{(1)}(x,y) z' \\ \phi^{(2)} &= \psi^{(2)}(x,y) + a^{(2)}(x,y) z' \end{aligned}$$

Aus der Randbedingung am Wasserboden:

$$\phi_{z'}^{(1)} = a^{(1)}(x,y) = 0 ; \quad a^{(2)}(x,y) = 0$$

Folglich:

$$\phi^{(1)} = \psi^{(1)}(x,y) ; \quad \phi^{(2)} = \psi^{(2)}(x,y)$$

Das bedeutet: Die erste und die zweite Näherung für ϕ ist in großem Abstand vom Schiff (Größenordnung $\geq L$, wesentlich größer als H und B) nur von x,y abhängig, beschreibt also eine horizontale Strömung.

Die Kontinuitätsgleichung ist nun:

$$\psi_{xx}^{(1)} + \psi_{yy}^{(1)} = 0$$

Es muß dann ein Ansatz für $\psi^{(1)}$ gemacht werden, der diese Kontinuitätsgleichung erfüllt und der genügend freie Größen enthält, um die Fernfeld-Strömung ausdrücken zu können.

Der folgende Ansatz ist geeignet:

$$\psi^{(1)} = -V \left(y + \int_{-L/2}^{L/2} f(\xi) \frac{y}{(x-\xi)^2 + y^2} d\xi \right)$$

Diese Gleichung beschreibt eine Dipolverteilung auf der x-Achse im Bereich $-L/2 \leq x \leq L/2$, mit der Dipolstärke $f(\xi)$.

Berechnung des Nahfeldes

Im Nahfeld ist y von gleicher Größenordnung wie die Schiffsbreite: $y = \varepsilon \bar{y}$

Entsprechend zum Fernfeld wird angesetzt:

$$z = \varepsilon \bar{z} \quad (\bar{z} = z')$$
$$\phi = \varepsilon_{(1)} \phi + \varepsilon^2_{(2)} \phi + \varepsilon^3_{(3)} \phi + \dots$$
$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z'} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \bar{y}}$$

Aus der Kontinuitätsgleichung:

$$\begin{aligned} \phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} &= 0 \\ &= \varepsilon_{(1)} \phi_{xx} + \varepsilon^2_{(2)} \phi_{xx} + \dots \\ &+ \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2_{(2)}} \phi_{\bar{y}\bar{y}} + \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2_{(2)}} \phi_{\bar{y}\bar{y}} + \dots \\ &+ \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2_{(1)}} \phi_{\bar{z}\bar{z}} + \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2_{(2)}} \phi_{\bar{z}\bar{z}} + \dots \end{aligned}$$

folgt:

$$\begin{aligned} (1) \phi_{\bar{y}\bar{y}} + (1) \phi_{\bar{z}\bar{z}} &= 0 \\ (2) \phi_{\bar{y}\bar{y}} + (2) \phi_{\bar{z}\bar{z}} &= 0 \end{aligned}$$

In erster und zweiter Näherung erfüllt die Nahfeldströmung die zweidimensionale Kontinuitätsgleichung in der Spantebene $x = \text{konstant}$. Das bedeutet, die Umströmung ist faktisch eine reine Querströmung. Die Geschwindigkeit der Querströmung wird mit $U(x)$ bezeichnet, und eine beschränkte Bedingung wird auf das Potential ausgeübt:

$$\begin{aligned}\phi_y &\cong -U(x) && \text{für } y \rightarrow \infty \\ \phi_{\bar{y}} &= \varepsilon \phi_y = -\varepsilon U(x)\end{aligned}$$

1fach Integrieren über y liefert:

$$\lim_{\bar{y} \rightarrow \pm \infty} \phi = -\varepsilon U(x) \left[y \pm C(x) \right],$$

bei $y > 0$ mit "+"

bei $y < 0$ mit "-" .

Hier ist C eine Konstante der Integration, die nur von x abhängt; deshalb wird $C(x)$ beschrieben.

Die Entwicklung wird bis zur 2. Ordnung durchgeführt:

$$\begin{aligned}\phi \Big|_{y \rightarrow \pm \infty} &= \varepsilon_{(1)} \phi + \varepsilon_{(2)}^2 \phi \\ &= \mp \varepsilon U(x) C(x) - \varepsilon^2 \bar{y} U(x)\end{aligned}$$

Es ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned}(1) \phi &= \mp U(x) C(x) \\ (2) \phi &= -U(x) \bar{y}\end{aligned} \right\} \text{für } y \rightarrow \pm \infty$$

Anpassung des Fern- und Nahfeldes aneinander

Die noch unbekannt Funktionen in den Lösungen für das Nah- und Fernfeld werden aneinander angepaßt, indem ein übereinstimmendes Potential für den Ansatz gefordert wird:

$$\begin{aligned}y &= \varepsilon^{1/2} \tilde{y} \quad , \quad \text{für } \varepsilon \rightarrow 0 \\ (\tilde{y} \text{ unabhängig von } \varepsilon, \quad \bar{y} &= \varepsilon^{-1/2} \tilde{y} \quad)\end{aligned}$$

Das heißt, man wählt die Größenordnung von y zwischen den beiden bisher betrachteten Werten $O(1)$ und $O(\varepsilon)$. Das bedeu-

tet: y geht gegen Null für das Fernfeld; y geht gegen unendlich für das Nahfeld. Der innere Grenzwert des Fernfeldes und der äußere Grenzwert des Nahfeldes müssen für alle ε -Potenzen einander gleich sein.

Durchführung der Gleichsetzung:

$$\begin{aligned}\phi &= \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \dots \\ &= \varepsilon \psi^{(1)}(x,0) + \varepsilon^{1.5} |\tilde{y}| \psi_y^{(1)}(x,0) + \varepsilon^2 \psi^{(2)}(x,0) + \dots \\ &= \varepsilon_{(1)} \phi + \varepsilon_{(2)} \phi^{(2)} + \dots \\ &= \varepsilon \left(\mp U(x) C(x) \right) - \varepsilon^{1.5} |\tilde{y}| U(x) + \dots\end{aligned}$$

Es folgt:

$$\begin{aligned}\psi^{(1)}(x,0) &= \mp U(x) C(x) \\ \psi_y^{(1)}(x,0) &= -U(x)\end{aligned}$$

Mit der Gleichung der Dipolverteilung:

$$\begin{aligned}\psi^{(1)}(x,0) &= \lim_{y \rightarrow 0} \left[-V \left(y + \int_{-L/2}^{L/2} f(\xi) \frac{y}{(x-\xi)^2 + y^2} d\xi \right) \right] \\ &= \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ -V \left[y + \int_{-L/2}^{L/2} \left(f(x) + (x-\xi) f'(x) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2} (x-\xi)^2 f''(x) + \dots \right) \frac{y}{(x-\xi)^2 + y^2} d\xi \right] \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ -V \left[y + \left(f(x) \int_{-L/2}^{L/2} \frac{y}{(x-\xi)^2 + y^2} d\xi + f'(x) \int_{-L/2}^{L/2} \frac{(x-\xi) \cdot y}{(x-\xi)^2 + y^2} d\xi + \dots \right) \right] \right\} \\
 &= \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ -V \left[y + f(x) \cdot \text{sign } y \left(\arctg \frac{x + \frac{L}{2}}{|y|} - \arctg \frac{x - \frac{L}{2}}{|y|} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + f'(x) \cdot 0 + \dots \right] \right\}
 \end{aligned}$$

$$= \pm \sqrt{\pi} f(x)$$

$$= \mp U(x) C(x)$$

Daher:

$$f(x) = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{V} U(x) C(x)$$

$$\begin{aligned}
 \psi_y^{(1)}(x, 0) &= \lim_{y \rightarrow 0} \left[\frac{d}{dy} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f(\xi) y}{(x-\xi)^2 + y^2} d\xi + 1 \right] \cdot (-V) \\
 &= \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \frac{d}{dy} \left[f(\xi) \arctg \frac{x-\xi}{y} \right]_{-L/2}^{L/2} \right. \\
 &\quad \left. - \int_{-L/2}^{L/2} f'(\xi) \arctg \frac{x-\xi}{y} d\xi \right] + 1 \Big\} \cdot (-V)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ F(\xi) \frac{(x-\xi)}{\left[1 + \frac{(x-\xi)^2}{y^2}\right] y^2} \Big|_{-L/2}^{L/2} + \int_{-L/2}^{L/2} \frac{F'(\xi) (x-\xi)}{\left[1 + \frac{(x-\xi)^2}{y^2}\right] y^2} d\xi + 1 \right\} (-V) \\
 &= \left\{ -F(\xi) \cdot \frac{1}{x-\xi} \Big|_{-L/2}^{L/2} + \int_{-L/2}^{L/2} \frac{F(\xi)}{x-\xi} d\xi + 1 \right\} (-V) \\
 &= \left\{ \int_{-L/2}^{L/2} \frac{F'(\xi)}{x-\xi} d\xi + 1 \right\} (-V)
 \end{aligned}$$

Wegen der Randbedingung: $F(x) = U(x) C(x) = 0$, für $x = \pm L/2$.

$$\Psi_y^{(1)}(x, 0) = -V \left(1 + \int_{-L/2}^{L/2} \frac{F'(\xi)}{x-\xi} d\xi \right) = -U(x),$$

mit
$$F(x) = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{V} U(x) C(x)$$

Es ergibt sich dann:

$$U(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[U(t) C(t)]'}{t-x} dt + V$$

Das ist die Gleichung (4.19) von Newman.

2. Schräge Strömung

Im Fernfeld wird das Potential mit Wirbelbelegung auf der x-Achse und schräger Parallelströmung beschrieben:

$$\phi_{\text{Fern.}} = x + Vy + \int_{-L/2}^{L/2} f(t) \operatorname{arctg} \frac{t-x}{y} dt$$

mit Kutta-Bedingung: $f(t) = 0$, bei $x = -\frac{L}{2}$

Im Nahfeld:

$$\phi_{\text{Nah.}} = g(x) + U(x)(y \pm c(x)) \quad \text{für } y \rightarrow \pm \infty$$

Anpassung der Funktionen $f(x)$ und $U(x)$ aneinander:

$$\begin{aligned} \phi_{\text{Fern.}y} &= V - \lim_{y \rightarrow 0} \int_{-L/2}^{L/2} f(t) \frac{t-x}{\left[1 + \frac{(t-x)^2}{y^2}\right] y^2} dt \\ &= V - \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f(t)}{t-x} dt = \phi_{\text{Nah.}y} = U(x) \end{aligned}$$

also:

$$\int_{-L/2}^{L/2} \frac{f(t)}{t-x} dt = V - U(x)$$

$$\begin{aligned} \phi_{\text{Fern.}x} &= 1 - \lim_{y \rightarrow 0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f(t) \cdot y \cdot dt}{\left[1 + \frac{(t-x)^2}{y^2}\right] y^2} \\ &= 1 - \left(\pm \pi f(x)\right) \\ &= \phi_{\text{Nah.}x} \\ &= g'(x) + U'(x) \cdot y \pm \left(U(x) c(x)\right)' \end{aligned}$$

Es folgt dann:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left(U(x) C(x) \right)'$$

Es ergibt schließlich:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[U(t) C(t)]'}{t-x} dt = V - U(x)$$

und ist praktisch gleich der Gleichung (4.19) von Newman.

$f(t) = 0$ bedeutet dann: $[U(x) C(x)]' = 0$ am hinteren Ende.

TABELLE 1.1 DIE VERSPERRUNGSFAKTOREN FUER QUERSCHNITTE
DER ELLIPTISCHEN FORMEN

(M=21)

1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	H/T	1	THEORETISCHER VER-	1	RECHNERISCHER VER-	1	RELATIVER	1
1		1	SPERRUNGSFAKTOR	1	SPERRUNGSFAKTOR	1	FEHLER	1
1		1	C	1	C1	1		1

1		1		1		1		1
1	1.1	1	6.955152	1	6.143701	1	0.1165	1
1	1.2	1	3.732050	1	3.591322	1	0.0375	1
1	1.3	1	2.636783	1	2.583708	1	0.0227	1
1	1.4	1	2.076522	1	2.044686	1	0.0154	1
1	1.5	1	1.732051	1	1.709711	1	0.0135	1
1	1.6	1	1.496606	1	1.478211	1	0.0120	1
1	1.7	1	1.324214	1	1.309375	1	0.0113	1
1	1.8	1	1.191754	1	1.179292	1	0.0109	1
1	1.9	1	1.086290	1	1.075520	1	0.0099	1

1		1		1		1		1
1	2.0	1	1.000000	1	0.990975	1	0.0090	1
1	3.0	1	0.577350	1	0.572951	1	0.0080	1
1	4.0	1	0.414214	1	0.411071	1	0.0070	1
1	5.0	1	0.324920	1	0.322505	1	0.0074	1
1	6.0	1	0.267949	1	0.265979	1	0.0070	1
1	7.0	1	0.228243	1	0.226576	1	0.0073	1
1	8.0	1	0.198912	1	0.197644	1	0.0075	1
1	9.0	1	0.176327	1	0.175048	1	0.0072	1
1	10.0	1	0.158384	1	0.157238	1	0.0070	1

1		1		1		1		1
1	11.0	1	0.142778	1	0.142739	1	0.0072	1
1	21.0	1	0.074940	1	0.074400	1	0.0072	1
1	31.0	1	0.050714	1	0.050349	1	0.0072	1
1	41.0	1	0.038331	1	0.038056	1	0.0072	1
1	51.0	1	0.030810	1	0.030588	1	0.0072	1
1	61.0	1	0.025756	1	0.025571	1	0.0072	1
1	71.0	1	0.022128	1	0.021950	1	0.0080	1
1	81.0	1	0.019395	1	0.019243	1	0.0078	1
1	91.0	1	0.017263	1	0.017140	1	0.0071	1

=====

TABELLE 1.2 DIE VERSPERRUNGSFAKTOREN FUER QUERSCHNITTE
DER ELLIPTISCHEN FORMEN

(M=41)

1	1	1	1	1	1	1	1
1	H/T	1	THEORETISCHER VER-	1	RECHNERISCHER VER-	1	RELATIVER
1		1	SPERRUNGSFAKTOR	1	SPERRUNGSFAKTOR	1	FEHLER
1		1	C	1	C1	1	
1		1		1		1	
1	1.01	1	64.293945	1	23.272406	1	
1	1.02	1	32.457455	1	18.340195	1	
1	1.03	1	21.842054	1	15.264640	1	
1	1.04	1	16.532009	1	12.710716	1	
1	1.05	1	13.344089	1	10.912447	1	
1	1.06	1	11.217291	1	9.571024	1	
1	1.07	1	9.696905	1	8.530066	1	
1	1.08	1	8.555549	1	7.698318	1	
1	1.09	1	7.666888	1	7.018476	1	
1		1		1		1	
1	1.1	1	6.955152	1	6.516384	1	0.0630
1	1.2	1	3.732050	1	3.654644	1	0.0210
1	1.3	1	2.636783	1	2.609339	1	0.0100
1	1.4	1	2.076522	1	2.060783	1	0.0075
1	1.5	1	1.732051	1	1.721298	1	0.0062
1	1.6	1	1.496606	1	1.488491	1	0.0054
1	1.7	1	1.324214	1	1.317697	1	0.0049
1	1.8	1	1.191754	1	1.186298	1	0.0045
1	1.9	1	1.086290	1	1.081586	1	0.0043
1		1		1		1	
1	2.0	1	1.000000	1	0.996043	1	0.0040
1	3.0	1	0.577350	1	0.575357	1	0.0035
1	4.0	1	0.414214	1	0.412906	1	0.0032
1	5.0	1	0.324920	1	0.323875	1	0.0032
1	6.0	1	0.267949	1	0.267097	1	0.0032
1	7.0	1	0.228243	1	0.227550	1	0.0030
1	8.0	1	0.198912	1	0.198286	1	0.0031
1	9.0	1	0.176327	1	0.175773	1	0.0031
1	10.0	1	0.158384	1	0.157888	1	0.0031
1		1		1		1	
1	11.0	1	0.142778	1	0.143328	1	0.0031
1	21.0	1	0.074940	1	0.074668	1	0.0036
1	31.0	1	0.050714	1	0.050531	1	0.0036
1	41.0	1	0.038331	1	0.038192	1	0.0036
1	51.0	1	0.030810	1	0.030684	1	0.0041
1	61.0	1	0.025756	1	0.025649	1	0.0042
1	71.0	1	0.022128	1	0.022029	1	0.0045
1	81.0	1	0.019395	1	0.019301	1	0.0048
1	91.0	1	0.017263	1	0.017162	1	0.0059

TABELLE 1.3 DIE VERSPERRUNGSFAKTOREN FUER QUERSCHNITTE
DER ELLIPTISCHEN FORMEN

(M=61)

1	1	1	1	1	1	1	1	
1	H/T	1	THEORETISCHER VER-	1	RECHNERISCHER VER-	1	RELATIVE	
1		1	SPERRUNGSFAKTOR	1	SPERRUNGSFAKTOR	1	FEHLER	
1		1	C	1	C1	1		
1		1		1		1		1
1	1.01	1	64.293945	1	26.136890	1		1
1	1.02	1	32.457455	1	20.032135	1		1
1	1.03	1	21.842054	1	15.794571	1		1
1	1.04	1	16.532009	1	13.095776	1		1
1	1.05	1	13.344089	1	11.201884	1		1
1	1.06	1	11.217291	1	9.971943	1		1
1	1.07	1	9.696905	1	8.835905	1		1
1	1.08	1	8.555549	1	7.936693	1		1
1	1.09	1	7.666888	1	7.207727	1		1
1	1.1	1	6.955152	1	6.605256	1	0.0503	1
1	1.2	1	3.732050	1	3.674857	1	0.0153	1
1	1.3	1	2.636783	1	2.617524	1	0.0073	1
1	1.4	1	2.076522	1	2.066697	1	0.0047	1
1	1.5	1	1.732051	1	1.725395	1	0.0038	1
1	1.6	1	1.496606	1	1.491611	1	0.0033	1
1	1.7	1	1.324214	1	1.320217	1	0.0030	1
1	1.8	1	1.191754	1	1.188417	1	0.0028	1
1	1.9	1	1.086290	1	1.083415	1	0.0027	1
1	2.0	1	1.000000	1	0.997474	1	0.0025	1
1	3.0	1	0.577350	1	0.576142	1	0.0021	1
1	4.0	1	0.414214	1	0.413389	1	0.0019	1
1	5.0	1	0.324920	1	0.324248	1	0.0020	1
1	6.0	1	0.267949	1	0.267401	1	0.0021	1
1	7.0	1	0.228243	1	0.227780	1	0.0020	1
1	8.0	1	0.198912	1	0.198510	1	0.0020	1
1	9.0	1	0.176327	1	0.175941	1	0.0022	1
1	10.0	1	0.158384	1	0.158038	1	0.0024	1
1	11.0	1	0.142778	1	0.143465	1	0.0022	1
1	21.0	1	0.074940	1	0.074777	1	0.0022	1
1	31.0	1	0.050714	1	0.050602	1	0.0022	1
1	41.0	1	0.038331	1	0.038602	1	0.0029	1
1	51.0	1	0.030810	1	0.030734	1	0.0025	1
1	61.0	1	0.025756	1	0.025660	1	0.0037	1
1	71.0	1	0.022128	1	0.022068	1	0.0027	1
1	81.0	1	0.019395	1	0.019316	1	0.0040	1
1	91.0	1	0.017263	1	0.017164	1	0.0057	1

TABELLE 1.4 DIE VERSPERRUNGSFAKTOREN FUER QUERSCHNITTE
DER ELLIPTISCHEN FORMEN

(M=81)

1	1	1	1	1	1	1	1
1	H/T	1	THEORETISCHER VER-	1	RECHNERISCHER VER-	1	RELATIVER
1		1	SPERRUNGSFAKTOR	1	SPERRUNGSFAKTOR	1	FEHLER
1		1	C	1	C1	1	
1		1		1		1	
1	1.01	1	64.243945	1	26.114923	1	
1	1.02	1	32.457455	1	20.219185	1	
1	1.03	1	21.842054	1	15.970471	1	
1	1.04	1	16.532009	1	13.246513	1	
1	1.05	1	13.344089	1	11.326287	1	
1	1.06	1	11.217291	1	9.895119	1	
1	1.07	1	9.696905	1	8.787185	1	
1	1.08	1	8.555549	1	7.904937	1	
1	1.09	1	7.666888	1	7.265596	1	
1		1		1		1	
1	1.1	1	6.955152	1	6.652398	1	0.0435
1	1.2	1	3.732050	1	3.685480	1	0.0124
1	1.3	1	2.636783	1	2.621807	1	0.0059
1	1.4	1	2.076522	1	2.069094	1	0.0036
1	1.5	1	1.732051	1	1.726585	1	0.0031
1	1.6	1	1.496606	1	1.492558	1	0.0026
1	1.7	1	1.324214	1	1.321005	1	0.0024
1	1.8	1	1.191754	1	1.189092	1	0.0023
1	1.9	1	1.086290	1	1.084185	1	0.0019
1		1		1		1	
1	2.0	1	1.000000	1	0.998002	1	0.0020
1	3.0	1	0.577350	1	0.576472	1	0.0016
1	4.0	1	0.414214	1	0.413570	1	0.0015
1	5.0	1	0.324920	1	0.324460	1	0.0015
1	6.0	1	0.267949	1	0.267547	1	0.0015
1	7.0	1	0.228243	1	0.227867	1	0.0013
1	8.0	1	0.198912	1	0.198586	1	0.0015
1	9.0	1	0.176327	1	0.176039	1	0.0017
1	10.0	1	0.158384	1	0.158126	1	0.0018
1		1		1		1	
1	11.0	1	0.142778	1	0.143544	1	0.0016
1	21.0	1	0.074940	1	0.074798	1	0.0019
1	31.0	1	0.050714	1	0.050579	1	0.0023
1	41.0	1	0.038331	1	0.038232	1	0.0026
1	51.0	1	0.030810	1	0.030758	1	0.0017
1	61.0	1	0.025756	1	0.025691	1	0.0025
1	71.0	1	0.022128	1	0.022059	1	0.0031
1	81.0	1	0.019395	1	0.019325	1	0.0036
1	91.0	1	0.017263	1	0.017169	1	0.0054

TABELLE 2. DIE VERSPERRUNGSFAKTOREN C FUER
QUERSCHNITTEN DER LEWIS-SPANTEN

(SEITENVERHAELTNIS $HH=B/D$)

(VOELLIGKEIT $BETA=A/(B*D)=0.8$)

($M=41$)

		HH=2.4		HH=3.0	
1	H/T	1	C	1	C
1		1		1	
1	1.1	1	6.101464	1	7.428668
1	1.2	1	3.785350	1	4.563456
1	1.3	1	2.827495	1	3.384711
1	1.4	1	2.286952	1	2.722388
1	1.5	1	1.934699	1	2.292446
1	1.6	1	1.684847	1	1.988579
1	1.7	1	1.497358	1	1.761326
1	1.8	1	1.350876	1	1.584347
1	1.9	1	1.232902	1	1.442249
1	2.0	1	1.135609	1	1.325402
1	3.0	1	0.653358	1	0.752568
1	4.0	1	0.467184	1	0.535271
1	5.0	1	0.365793	1	0.418011
1	6.0	1	0.301329	1	0.343842
1	7.0	1	0.256503	1	0.292429
1	8.0	1	0.223440	1	0.254586
1	9.0	1	0.198008	1	0.225517
1	10.0	1	0.177819	1	0.202465
1	11.0	1	0.161393	1	0.183722
1	21.0	1	0.084071	1	0.095630
1	31.0	1	0.056886	1	0.064698
1	41.0	1	0.042993	1	0.048896
1	51.0	1	0.034558	1	0.039301
1	61.0	1	0.028890	1	0.032855
1	71.0	1	0.024820	1	0.028227
1	81.0	1	0.021754	1	0.024739
1	91.0	1	0.019360	1	0.022018

DIMENSIONSLOSE VERSPERRUNGSKOEFFIZIENTEN C
FUER DAS MANINER-SCHIFF BEI VERSCHIEDENEN WASSERTIEFEN

	H/D= 1.21	H/D= 1.50	H/D= 1.93	H/D= 2.50
X= -1.0356	0.00835697	0.00688751	0.00542353	0.00421772
X= -0.9884	0.00835697	0.00688751	0.00542353	0.00421772
X= -0.9412	0.00964584	0.00798959	0.00630694	0.00491104
X= -0.7008	0.31433004	0.15742181	0.09775904	0.06741821
X= -0.4603	0.46728364	0.22777084	0.13691859	0.09228024
X= -0.2198	0.68496686	0.31087661	0.17962101	0.11829928
X= 0.0206	0.68764007	0.31682006	0.18351512	0.12086394
X= 0.2610	0.47229847	0.24282213	0.14694338	0.09891673
X= 0.5014	0.28054053	0.15855530	0.10090033	0.06993158
X= 0.7418	0.16116744	0.09877859	0.06601369	0.04707507
X= 0.9822	0.00666945	0.00546188	0.00428673	0.00332796

DIMENSIONSLOSE VERSPERRUNGSKOEFFIZIENTEN C
FUER DAS MANINER-SCHIFF BEI VERSCHIEDENEN WASSERTIEFEN

	H/D= 4.00	H/D= 6.00	H/D= 8.00	H/D=10.00
X= -1.0356	0.00265248	0.00177209	0.00133004	0.00106439
X= -0.9884	0.00265248	0.00177209	0.00133004	0.00106439
X= -0.9412	0.00309176	0.00206631	0.00155108	0.00124134
X= -0.7008	0.03850927	0.02491639	0.01849717	0.01472845
X= -0.4603	0.05152243	0.03304845	0.02445802	0.01944653
X= -0.2198	0.06461978	0.04110489	0.03032897	0.02408058
X= 0.0206	0.06595191	0.04192435	0.03092564	0.02455029
X= 0.2610	0.05501702	0.03522029	0.02604522	0.02070092
X= 0.5014	0.03995970	0.02583913	0.01917655	0.01526705
X= 0.7418	0.02758386	0.01799579	0.01339712	0.01068123
X= 0.9822	0.00209002	0.00139567	0.00104740	0.00083812

DIMENSIONSLOSE VERSPERRUNGSKOEFFIZIENTEN C
FUER DAS MANINER-SCHIFF BEI VERSCHIEDENEN WASSERTIEFEN

	H/D=12.00	H/D=14.00	H/D=16.00	H/D=20.00
X= -1.0356	0.00088717	0.00076049	0.00066556	0.00053245
X= -0.9884	0.00088717	0.00076049	0.00066556	0.00053245
X= -0.9412	0.00103473	0.00088703	0.00077613	0.00062111
X= -0.7008	0.01224259	0.01047757	0.00915887	0.00731839
X= -0.4603	0.01615166	0.01381647	0.01207364	0.00964416
X= -0.2198	0.01998459	0.01708787	0.01492795	0.01191977
X= 0.0206	0.02037449	0.01741905	0.01521606	0.01214970
X= 0.2610	0.01719001	0.01470289	0.01284731	0.01026116
X= 0.5014	0.01268921	0.01085932	0.00949224	0.00758466
X= 0.7418	0.00888472	0.00760683	0.00665127	0.00531643
X= 0.9822	0.00069850	0.00059883	0.00052403	0.00041921

Tabelle 4

$\frac{H}{D}$	$(M+M_y)_H' = \frac{M+M_y}{\frac{1}{2} g L^3}$	$(M+M_{yH}) / (M+M_{y\infty})$
1.21	0.02715007	1.885422
1.50	0.02035514	1.413551
1.93	0.01708697	1.186595
2.50	0.01597292	1.109231
4.0	0.01485569	1.031645
6.0	0.01458454	1.012815
8.0	0.01453438	1.009332
10.0	0.01448612	1.008981
12.0	0.01446634	1.004607
16.0	0.014436	1.0025
20.0	0.014412	1.0008
	0.0144	1.

Tabelle 4a

$\frac{H}{D}$	$(M+M_{yH}) / (M+M_{y\infty})$ $F_n = 0.0905$	$(M+M_{yH}) / (M+M_{y\infty})$ $F_n = 0.155$
1.21	2.077	
1.50	1.506	1.919
1.93	1.263	1.298
2.50	1.167	1.186

Tabelle 5

$\frac{H}{D}$	$(I_z + J_{zH})' = \frac{I_z + J_{zH}}{\frac{1}{2} g L^5}$ ($\times 10^{-3}$)	$(I_z + J_{zH}) / (I_z + J_{z\infty})$
1.21	1.028328	1.424277
1.50	0.854563	1.183605
1.93	0.780352	1.080820
2.50	0.739403	1.02410
4.0	0.726164	1.005767
6.0	0.722782	1.001083
8.0	0.722344	1.00048
10.0	0.722121	1.00016
12.0	0.722	1.0
16.0	0.722	1.0
20.0	0.722	1.0
	0.722	1.0

Tabelle 5a

$\frac{H}{D}$	$(I_z + J_{zH}) / (I_z + J_{z\infty})$ $F_n = 0.0905$	$(I_z + J_{zH}) / (I_z + J_{z\infty})$ $F_n = 0.155$
1.21	1.282	
1.50	1.165	1.217
1.93	1.068	1.127
2.50	1.0097	1.071

Bezeichnungen

A	Fläche, allgemein
A_L	Hauptspantfläche
B	Breite, allgemein
C	Versperrungskoeffizient
C^*	dimensionsloser Versperrungskoeffizient, bezogen auf Halbschiffslänge $L/2$
\bar{C}	über die Schiffslänge gemittelter Versperrungskoeffizient
D	Bezugstiefgang bei einem Schiff
H	Wassertiefe
$HH = B/D$	Seitenverhältnis eines Spantes
$I_z = \int_{-L/2}^{L/2} A(x) x^2 dx$	Trägheitsmoment des Schiffskörperinhalts um die Hochachse
J_z	Trägheitsmoment der hydrodynamischen Masse um die Hochachse
$(I_z + J_z)' = \frac{I_z + J_z}{\frac{1}{2} g L^5}$	Beiwert der Summe der Trägheitsmomente I_z und J_z
J_{zH}	J_z bei Wassertiefe H
$J_{z\infty}$	J_z bei unendlicher Wassertiefe
L	Bezugslänge bei einem Schiff
M	Schiffsmasse
M_y	hydrodynamische Masse bei Bewegung in y-Richtung

m_y	Verteilung der hydrodynamischen Masse eines Schiffes über die Länge
$(M+M_y)' = \frac{M+M_y}{\frac{1}{2} g L^3}$	Beiwert der Summe der Massen M und M_y
M_{yH}	M_y bei Wassertiefe H
$M_{y\infty}$	M_y bei unendlicher Wassertiefe
Q_j	Quellpunkt
q_j	Quellstärke
U	Anströmgeschwindigkeit bei der ebenen Umströmung der Spantquerschnitte
U^*	Verhältnis der Geschwindigkeit U zur seitlichen Geschwindigkeit V des Schiffes
V	seitliche Geschwindigkeit des Schiffes
x, y, z	kartesische Koordinaten des körperfesten Bezugssystems
Y	Oberflächengleichung des Schiffskörpers
$\beta = \frac{A}{BT}$	Völligkeit einer Spantfläche
ε	Maß für die Schlankheit des Schiffes
$\xi = y + iz$	komplexe Koordinate
$\dot{\theta}$	Winkelgeschwindigkeit des Schiffes um die Hochachse
ρ	Dichte der Flüssigkeit
$\bar{\Phi}$	Geschwindigkeitspotential der Absolutströmung
ϕ	Geschwindigkeitspotential

Literatur

- /1/ Newman, J.N.: Lateral motion of a slender body between two parallel walls. Journ. Fluid Mech. 39 (1969) 1, S. 97-115
- /2/ Lewis, F.M.: The Inertia of the water surrounding a vibrating ship. Trans. SNAME, 37 (1929), S. 1-20
- /3/ Molthopp, H.: Die Berechnung der Auftriebsverteilung von Tragflügeln. Luftfahrtforschung, Bd. 15 (1938), S. 153-169
- /4/ Pettersen, B.: Calculation of Potential Flow About Three-Dimensional Bodies in Shallow Water with Particular Application to Ship Maneuvering. Journal of Ship Research Vol. 26, No. 3, Sept. 1982, S. 149-165
- /5/ Lamb, H.: Hydrodynamics, 1932, New York : Dover
- /6/ Sedov, L.J.: Two-Dimensional Problems in Hydrodynamics and Aerodynamics. Moscow - Leningrad (English translation, 1965. New York: Interscience)
- /7/ Tuck, E.O.: Shallow-water flows past slender bodies. Journ. Fluid Mech., 26, S. 81-96
- /8/ Söding, H.: The Flow Around Ship Sections in Waves. Schiffstechnik Bd. 20, 1973, Heft 99, S. 9-15
- /9/ Kleinau, D.: Hydrodynamische Masse und hydrodynamisches Massenträgheitsmoment von Schiffen bei endlicher Wassertiefe. Schiffbauforschung 20, 4/1981, S. 247-256
- /10/ Kleinau, D.: Zur praktischen Ermittlung der hydrodynamischen Trägheitskoeffizienten von Schiffsspantformen. Schiffbauforschung 19, 4/1980, S. 179-184
- /11/ Söding, H.: Manövrieren von Schiffen II, Vorlesungsmanuskript 1982, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg
- /12/ Fujino, N.: Experimental Studies on Ship Manoeuvrability in Restricted Waters. Part 1. Internat. Shipbuilding Progress 15, 1968, S. 279-301
- /13/ Taylor, P.J.: The Blockage Coefficient for Flow About an Arbitrary Body Immersed in a Channel. Journal of Ship Research, Vol. 17, No. 2, June 1973, S. 97-105
- /14/ Fujino, M.: On the Added Mass of a Rectangular Cylinder Moving in a Rectangular Channel. S. 115-131

- /15/ Newman, J.N. and Flagg, C.N.: Sway Added-Mass Coefficients for Rectangular Profiles in Shallow Water. Journal of Ship Research, Dez. 1971, S. 257-265
- /16/ Milanov, E., Lefterova, M., Vassilev, P.: Investigation of Hydrodynamic Characteristics of a Plate Intersecting the Free Surface in Shallow Water. Conference on Seagoing Qualities of Ships and Marine Structures, Sept. 1983, S. 42.1 - 42.8