

138 | Dezember 1964

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

S.D. Sharma

Untersuchungen über den Zähigkeits- und Wellenwiderstand mit besonderer Berücksichtigung ihrer Wechselwirkung

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Untersuchungen über den Zähigkeits- und Wellenwiderstand mit besonderer Berücksichtigung ihrer Wechselwirkung

S.D.Sharma, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1964

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

Institut für Schiffbau der Universität Hamburg

Untersuchungen über den Zähigkeits- und Wellenwiderstand
mit besonderer Berücksichtigung ihrer Wechselwirkung

S. D. Sharma

IfS-Bericht Nr. 138

Hamburg
Dezember 1964

Institut für Schiffbau der Universität Hamburg

IfS-Bericht Nr. 138

Untersuchungen über den Zähigkeits- und Wellenwiderstand
mit besonderer Berücksichtigung ihrer Wechselwirkung

S. D. Sharma

Hamburg
Dezember 1964

Vorwort

Mit dem vorliegenden Bericht wird ein langjähriges Forschungsvorhaben zu dem Thema: 'Die gegenseitige Beeinflussung des Zähigkeits- und des Wellenwiderstandes von Schiffen und getauchten Körpern' vorläufig abgeschlossen. Diese Untersuchung wurde von Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. H. G. Weinblum angeregt und auf seinen Antrag von der Deutschen Forschungsgemeinschaft finanziert. Die Alexander-von-Humboldt-Stiftung ermöglichte dem Verfasser durch ein Forschungsstipendium die Bearbeitung dieses Projekts.

Die vorgelegte Arbeit umfaßt theoretische und experimentelle Untersuchungen. Die Versuche wurden in der Hamburgischen Schiffbau-Versuchsanstalt (Direktor: Prof. Dr.-Ing. H. Lerbs) durchgeführt. Die zum Teil neuen Versuchseinrichtungen und Meßgeräte wurden in Zusammenarbeit mit der Forschungsabteilung der HSVA und dem Technischen Büro des Instituts für Schiffbau entwickelt. Die stereophotogrammetrische Aufnahme und Auswertung der Wellenbilder erfolgte gemeinsam mit dem Institut für Photogrammetrie (Direktor: Prof. Dr.-Ing. R. Burkhardt) der Technischen Universität Berlin. An der Durchführung und Auswertung der Versuche wirkte eine Reihe von Studenten mit. Die anfallende numerische Auswertung wurde mit Hilfe der Rechenanlagen (IBM 650 und 414) der Universität Hamburg bewältigt.

Allen Beteiligten sei an dieser Stelle für ihre Mitarbeit und freundliche Unterstützung im Namen des Antragstellers und des Sachbearbeiters der herzliche Dank ausgesprochen.

Übersicht

Die Arbeit beginnt mit einer Begriffsbestimmung verschiedener Widerstandsanteile, da die Sinnbereiche Zähigkeits- und Wellenwiderstand in ihrer üblichen Verwendung offenbar nicht scharf umrandet sind. Es folgt eine Bestandsaufnahme der bekannten theoretischen und experimentellen Methoden für die Ermittlung des Schiffswiderstandes. Darauf gründet sich ein umfangreiches Versuchsprogramm, das im wesentlichen Spiegelmodellversuche, Geosimanalyse, Nachstromanalyse und Wellenanalyse an einem mathematischen Modell (Inuid S 201) einschließt.

Der zweite Teil befaßt sich ausführlich mit der Theorie der Nachstrom- und Wellenanalyse, wobei die Ableitung eines scheinbaren Zähigkeits- bzw. Wellenwiderstandes aus dem im Modellversuch meßbaren Nachstrom und Wellenbild im Mittelpunkt steht. Am Rande wird über die praktische Ermittlung von Umströmungskörpern aus einfachen Quellverteilungen berichtet. Das theoretische Wellenbild und -spektrum sowie der Wellenwiderstand des Inuids S 201 werden analytisch und numerisch untersucht, und zwar unter Berücksichtigung von Tankwandeinfluß und halbempirischen Korrekturen.

Im dritten Teil wird über die Durchführung und Auswertung der Versuche berichtet. Das theoretisch wichtigste Ergebnis ist wahrscheinlich die experimentelle Verifikation der linearisierten Wellentheorie für die Darstellung eines allgemeinen freien Wellensystems. Eine Reihe von praktisch bedeutenden Feststellungen ist im letzten Abschnitt zusammengefaßt. Eine sorgfältige Geosimanalyse erscheint vorläufig als das zuverlässigste experimentelle Verfahren für die Vorausbestimmung des Schiffswiderstandes in jedem Einzelfall:.

Zur Veranschaulichung der wichtigsten analytischen und experimentellen Ergebnisse dienen insgesamt fast 30 Seiten Zahlentafeln und über 100 Abbildungen. Sechs Formeltafeln und ein Blockdiagramm sollen die Übersicht über den etwas zu umfangreich geratenen Bericht erleichtern.

Gliederung

Übersicht	i-ii
Inhaltsverzeichnis	iii-viii
Verzeichnis der Formel- und Zahlentafeln	ix-x
Verzeichnis der Abbildungen	xi-xiii
Formelzeichen und Bezeichnungen	xiv-xx
 <u>I. TEIL:</u> Einführung in die Problematik des Schiffswiderstandes	 1-133
1.1 Zielsetzung	1- 3
1.2 Koordinatensystem	4- 7
1.3 Erläuterung verschiedener Widerstandsbegriffe	8- 40
1.4 Herkömmliche Bearbeitung des Widerstandsproblems	41- 75
1.5 Unkonventionelle Vorschläge zum Widerstandsproblem	76-122
1.6 Abriß der durchgeführten Untersuchungen	123-133
 <u>II. TEIL:</u> Theoretische Grundlagen und Berechnungen	 134-278
2.1 Grundlagen des Impulsverfahrens	134-147
2.2 Nachstromanalyse	148-162a
2.3 Wellenanalyse	163-208
2.4 Ermittlung der Form des Inuids S 201	209-238
2.5 Wellenbild und -widerstand des Inuids S 201	239-278
 <u>III. TEIL:</u> Versuche: Durchführung und Auswertung	 279-482
3.1 Versuchstechnik: Schleppverfahren	279-290b
3.2 Meßverfahren	291-328
3.3 Meßergebnisse	329-403
3.4 Auswertung der Versuchsergebnisse	404-482
3.4.1 Geosimanalysen	404-411
3.4.2 Nachstromanalyse	412-425
3.4.3 Wellenanalyse	426-473
3.4.4 Zusammenfassung und Ausblick	474-482
 Literaturnachweis	 483-491

Inhaltsverzeichnis

Übersicht	i
Inhaltsverzeichnis	iii
Verzeichnis der Formel- und Zahlentafeln	ix
Verzeichnis der Abbildungen	xi
Formelzeichen und Bezeichnungen	xiv

I. TEIL: Einführung in die Problematik des Schiffswiderstandes	
1.1. Zielsetzung	1
1.2. Koordinatensystem und Darstellung der Schiffsform	4
1.3. Erläuterung verschiedener Widerstandsbegriffe	8
1.3.1. Strenge Begriffe (I. Gruppe): Gesamtwiderstand, Zähigkeits-, Wellen- und Wechselwirkungswiderstand	9
1.3.2. Strenge Begriffe (II. Gruppe): Druck- und Reibungswiderstand	18
1.3.3. Strenge Begriffe (III. Gruppe): Plattenreibungswiderstand; viskoser, Froudescher und Föttin-ger-Hughesscher Restwiderstand; Restdruckwiderstand	23
1.3.4. Faststrenge Begriffe: scheinbarer Zähigkeits- und Wellenwiderstand; virtueller Reynolds- und Froudewiderstand	29
1.3.5. Übersicht (Tafeln 1.1 und 1.2)	37
1.4. Herkömmliche Bearbeitung des Widerstandsproblems	41
1.4.1. Empirische Methoden	42
1.4.2. Experimentelle Methoden	44
a. Konventioneller Plattenreibungswiderstand	47
b. Froudesche Hypothese	50
c. Systematische Modellversuche	54

1.4.3. Theoretische Methoden	55
a. Erste Teilaufgabe: Wellenwiderstand	61
Michellsche Theorie	64
b. Zweite Teilaufgabe: Zähigkeitswiderstand	69
Plattenreibungswiderstand	70
Formeinfluß	72
c. Vergleich zwischen Theorie und Versuch	74
1.5. Unkonventionelle Vorschläge zum Widerstandsproblem	76
1.5.1. Experimentelle Methoden	76
a. Abwandlungen der Froudeschen Hypothese	77
b. Nachstromanalyse: Vorschlag von Tulin-Formeln von Betz und Jones	89
c. Wellenanalyse: Vorschläge von Guilloton und Inui	92
1.5.2. Theoretische Methoden	97
a. Nichtlinearer Wellenwiderstand	97
Havelocksche Wellenwiderstandstheorie	98
Hognersche Interpolationsformel	103
Ansatz von Inui	106
Übersicht (Tafel 1.4)	109
b. Wechselwirkungswiderstand	110
Ansätze von Havelock und Lawrentjew	110
Ansatz von Sretenski	114
1.5.3. Halbempirische Methoden	115
Inuische Korrekturen	116
1.6. Abriß der durchgeführten Untersuchungen	123
1.6.1. Auswahl der experimentellen Methoden	127
1.6.2. Umfang der experimentellen Untersuchungen	130
1.6.3. Auswahl der theoretischen Methoden	127

1.6.4. Auswahl der Modellform	129
1.6.5. Übersicht (Blockdiagramm)	132
II. TEIL: Theoretische Grundlagen und Berechnungen	134
2.1. Grundlagen des Impulsverfahrens	134
2.1.1. Widerstand als Impulsfluß	135
2.1.2. Widerstand eines Körpers in idealer Flüssigkeit	136
2.1.3. Widerstand einer Quellverteilung in Potentialströmung	135
2.1.4. Widerstand in einer Flüssigkeit von geringer Zähigkeit	136
2.2. Nachstromanalyse	137
2.2.1. Nachstromanalyse in Abwesenheit einer freien Oberfläche	137
a. Darstellung der einzelnen Formeln	151
b. Verschiedene Fassungen der Betzschen und Joneschen Formel	152
c. Fehler der Betzschen Formel	154
d. Vergleich der Formeln von Betz und Jones	157
2.2.2. Nachstromanalyse in Anwesenheit einer freien Oberfläche	160
2.3. Wellenanalyse	161
2.3.1. Wellenanalyse in idealer Flüssigkeit	163
a. Linearisiertes freies Wellensystem	165
b. Wellenspektrum und Wellenwiderstand	170
c. Wellenspektrum und Wellenquerkraft	172
d. Wellenspektrum und Wellenbild	174
e. Wellenbild und Wellenwiderstand	177
f. Wellenspektrum und Schiffsförm	177

g. Kanalwandeinfluß	185
2.3.2. Praktische Wellenanalyse	193
a. Einfluß des lokalen Wellen- systems	193
b. Einfluß der Zähigkeit	194
c. Einfluß der Versuchs- und Meßungenauigkeiten	195
d. Das praktisch meßbare Wellen- bild	196
e. Anwendbarkeitskriterium	196
f. Ausnutzung der überschüssigen Informatione	201
g. Scheinbares Wellenspektrum und -widerstand	207
2.4. Ermittlung der Form des Inuids S 201	
2.4.1. Allgemeines	209
2.4.2. Bezeichnungen und Aufgabenstel- lung	210
2.4.3. Formale Lösung	211
2.4.4. Praktische Schwierigkeiten	214
2.4.5. Analogie zur ebenen Strömung	217
2.4.6. Neue Vorschläge	218
a. Herative Auffindung der Körper- stromlinien	219
b. Asymptotische Formel für die CWL	220
2.4.7. Numerische Lösung	
a. Rechenverfahren	224
b. Rechenergebnis (Tafeln 2.3.1 bis 2.3.4)	227
c. Vergleich mit der Rechnung von Inui (Tafel 2.3.5)	231
d. Vergleich mit dem entsprechen- den Michellschiff (Tafel 2.3.6)	235
2.5. Wellenbild und -widerstand des Inuids S 201	239
2.5.1. Quellverteilung und Potential	249
2.5.2. Wellenwiderstand und Energiefluß	
a. Theorie und Definitionen	242

b. Numerische Ergebnisse	246
2.5.3. Wellenbild und -spektrum	
a. Bug- und Heckwellensystem	257
b. Halbempirische Korrekturen	257
c. Darstellung im Kanal	264
d. Numerische Ergebnisse	269
III. TEIL: Versuche: Durchführung und Auswertung	
3.1. Versuchstechnik: Schleppverfahren	
3.1.1. Allgemeines	279
3.1.2. Schleppmodelle	281
a. Modellgröße	281
b. Modellausführung	282
c. Turbulenzerregung	284
3.1.3. Modellführung	287
a. Überwassermodell (Widerstandsmessung)	288
b. Überwassermodell (Nachstrom- und Wellenmessung)	290
c. Tiefgetauchtes Spiegelmodell (Widerstandsmessung)	291 b
3.2. Meßverfahren	
3.2.1. Geschwindigkeitsmessung	291
3.2.2. Trimm- und Tauchungsmessung	295
3.2.3. Widerstandsmessung	
a. Überwassermodell	297
b. Tiefgetauchtes Spiegelmodell	296
3.2.4. Wellenprofilaufnahme	300
3.2.5. Nachstrommessung	302
3.2.6. Wellenmessung	
a. Allgemeines	310
b. Stereophotogrammetrie: Meszkammern, Aufhängevorrichtung, Maßpunkte, Beleuchtung, Synchronauslösung, Auswertung, Genauigkeit	314
c. Elektroakustische Wellenmessung	319

3.3. Meßergebnisse	
3.3.1. Widerstands-, Trimm- und Tauchungs- messung	
a. Überwassermodell	334
b. Tiefgetauchtes Spiegelmodell	342
3.3.2. Wellenprofilaufnahmen	345
3.3.3. Nachstrommessung	352
3.3.4. Wellenmessung	
a. Stereophotogrammetrische Wellen- messung	366
b. Elektro-akustische Wellenmessung	382
3.4. Auswertung der Versuchsergebnisse	
3.4.1. Geosimanalyse	
Ziel - Analyse - Datenvorbereitung - Ergebnis	404
3.4.2. Nachstromanalyse	
a. Auswertung	412
b. Ergebnis	419
c. Vergleich mit anderen Messungen	421
3.4.3. Wellenanalyse	426
a. Linearisiertes freies Wellen- system	427
b. Wellenwiderstand	442
c. Wellenspektrum	452
3.4.4. Zusammenfassung und Ausblick	474
 Literaturnachweis *)	 483

*) Literaturhinweise sind im Text in Kurzform angegeben als in großen Buchstaben geschriebene Verfassernamen mit darauffolgendem Erscheinungsjahr, gegebenenfalls auch Seitennummern der jeweils zitierten Stelle. Ausführliche Quellenangaben sind in dem nach Verfasser und Zeit geordneten Literaturnachweis am Schluß der Arbeit zusammengestellt.

Verzeichnis der Formel- und Zahlentafeln

I. TEIL

1.1.	Übersicht über die wichtigsten Widerstandsbegriffe	39
1.2.	Zusammenstellung einiger rationaler Prinzipien, nach denen der Gesamtwiderstand in Komponenten zerlegt werden kann	40
1.3.	Übersicht über verschiedene Modellhypothesen	79
1.4	Mögliche Interpretationen der Havelockschen Theorie aufgrund verschiedener Ansätze für die Beziehung zwischen Singularitätenverteilung und Körperform	110

II. TEIL

2.1	Nachstromanalyse in Abwesenheit einer freien Oberfläche	153
2.2	Nachstromanalyse in Anwesenheit einer freien Oberfläche	162
2.3.1	Inuid S 201: Anfangs- und Endpunkte der Stromlinien	230
2.3.2	Inuid S 201: Modellaufmaße	231-232
2.3.3	Inuid S 201: Spant- und Wasserlinienflächen	233
2.3.4	Inuid S 201: Hauptabmessungen und Formparameter	234
2.3.5	Inuid S 201: Vergleich mit der Rechnung von INUI (1957)	236
2.3.6	Inuid S 201: Vergleich mit Elementarschiff und Ellipsoid	236 a

III. TEIL

3.1	Ergebnis der Widerstands-, Trimm- und Tauchungsmessung am Überwassermodell S 201	335-337
3.2	Ergebnis der Widerstandsmessung am tiefgetauchten Spiegelmodell	343
3.3	Dynamische benetzte Oberfläche (ermittelt aus Wellenprofilaufnahmen)	346
3.4	(1 bis 8) Ergebnis der Nachstrommessung	353-360
3.5	Verzeichnis der stereophotogrammetrischen Wellenaufnahmen	367
3.6	Verzeichnis der elektro-akustisch gemessenen Wellenquerschnitte	383

3.7	Theoretischer Wellenwiderstand des Inuids S 201 für verschiedene Tankbreiten und Wassertiefen	407
3.8	Ergebnis der Geosimanalyse: Variation des Form- faktors	410
3.9	Scheinbarer Zähigkeitswiderstand aus Nachstrom- analyse	420
3.10	Stereobildpaar Nr. 81 - Ergebnis der Wellenanalyse	429
3.11	Scheinbarer Wellenwiderstand aus Wellenanalyse - Vergleich mit theoretischen und halbempirisch kor- rigierten Werten	448
3.12	Halbempirische Korrekturen: Vergleich der Ergebnisse aus Widerstands- und Wel- lenanalyse	472

Verzeichnis der Abbildungen

I. TEIL

1.1	Das Koordinatensystem	5
1.2	Schematische Darstellung der Ansätze von Havelock und Lawrentjev über die virtuelle Schiffsförm	114
1.3	Übersicht über einige experimentelle Methoden zur Untersuchung des Zähigkeits- und Wellenwiderstandes	125
1.4	Blockdiagramm zur Untersuchung des Zähigkeits-, Wellen- und Wechselwirkungswiderstandes	133

II. TEIL

2.1	Freies Wellensystem: schematische Darstellung der möglichen Fortschrittsrichtungen der Elementarwellen	168
2.2	Elementarwellen im Kanal	191
2.3	Iterative Auffindung der Körperstromlinie	222
2.4	Anfangspunkte für die Verfolgung der Körperstromlinien	223
2.5	Linienriß des Inuids S 201 (Hamburg)	229
2.6	Vergleich zwischen Elementarschiff und Inuid	238
2.7	Komponenten des Wellenwiderstandes in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsparameter γ_0	248
2.8	Komponenten des Wellenwiderstandes in Abhängigkeit von der Entfernung hinter dem Inuid	250
2.9	Integranden der Wellenwiderstandskomponenten	252
2.10	Prinzipskizze zur Veranschaulichung der Korrektur	263
2.11	Theoretische Amplitudenfunktion für Inuide der S-Reihe	271
2.12	Einfluß der Korrekturen α und β auf die Amplitudenfunktion	275
2.13	Einfluß der Korrekturen δ und ϵ auf die Amplitudenfunktion	276
2.14	Einfluß der Korrekturen α , β , δ und ϵ auf das Phasenspektrum	278

III. TEIL

3.1	Turbulenzerreger	286
3.2	Prinzip der Trimm- und Tauchungsmessung	295
3.3	Prinzip der Widerstandsmessung am Überwassermodell	297
3.4	Versuchsanordnung für den Tiefschleppversuch	299
3.5	Prinzip der Widerstandsmessung mit Dehnungsmeßstreifen	301
3.6	Versuchsanordnung für die Nachstrommessung	304
3.7	Prinzip der Druckmessung im Nachstromfeld	305
3.8	Nachstromharke	306
3.9	Drucksonden für Nachstrommessung	307
3.10	Versuchsanordnung für stereophotogrammetrische Wellenaufnahmen	317
3.11	Versuchsanordnung für stereophotogrammetrische Wellenaufnahmen	318
3.12	Aufhängevorrichtung für die stereophotogrammetrischen Meßkammern	319
3.13	Entfernungsfehler im Normalfall der Stereophotogrammetrie	329
3.14	Versuchsanordnung für die elektro-akustische Wellenschnittaufnahme	331
3.15	Eichung der elektro-akustischen Wellensonde	333
3.16	Ergebnis der Widerstands-, Trimm- und Tauchungsmessung	339
3.17	Typische Wellenprofilaufnahmen vom Modell S 201	347
3.18	(a, b) Gemessene Wellenprofile am Modell S 201 - Vergleich der Wellenhöhen mit und ohne Vortrimm	350-351
3.19	Ergebnis der Nachstrommessung (Beispiel)	362
3.20	Verteilung des Gesamtdruckverlustes im Nachstrom	363
3.21	(a - c) Typische Aufnahmen vom Wellenbild des Inuids S 201	{ 368 370-371
3.22	Stereobildpaar Nr. 81	373
3.23	Höhenlinienplan des Wellenspektrums nach Bildpaar Nr. 81	375
3.24	(a - e) Wellenschnitte aus Bildpaar Nr. 81	377-381
3.25	Bereich der durchgeführten Wellenmessung	384

3.26	(a + r) Elektro-akustisch aufgenommene Wellenquer-schnitte	387-403
3.27	(a + c) Verteilung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes auf den Nachstromquerschnitt	414-416
3.28	Verteilung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes auf die Nachstrombreite	418
3.29	Zähigkeitswiderstand: Vergleich zwischen Spiegelmodell und Nachstromanalyse	423
3.30	Zähigkeitswiderstand: Vergleich zwischen Geosimanalyse und Nachstromanalyse	424
3.31	Mittlere Fehler der Ausgleichsrechnung für die ausgewerteten Fourier-Koeffizienten der Wellenschnitte	430
3.32	(a + f) Fourier-Koeffizienten der gemessenen Wellenquerschnitte in Abhängigkeit von der Entfernung hinter dem Modell	431-436
3.33	Höhenlinienplan der Restfehler der stereophotogrammetrischen Auswertung (Bildpaar Nr. 81)	440
3.34	Mittlere Fehler der Ausgleichsrechnung für das gemessene Wellenbild	441
3.35	Empirische Amplitudenfunktion: Abhängigkeit von der Anzahl der analysierten Schnitte	444
3.36	Empirisches Wellenspektrum: a) Vergleich verschiedener Meß- und Auswerteverfahren	445
	b) Vergleich verschiedener hypothetischer Tankbreiten	447
3.37	Wellenwiderstand: Vergleich zwischen Theorie und Versuch	450
3.38	(a + r) Amplitudenfunktion: Vergleich zwischen Theorie und Versuch	453-469
3.39	Korrelation der Längs- und Querwellenzahl	470
3.40	Halbempirische Korrekturen: Vergleich der Ergebnisse aus Widerstands- und Wellenanalyse	473
3.41	Zusammenhang zwischen verschiedenen Wechselwirkungerscheinungen	480

Verzeichnis der Formelzeichen und Bezeichnungen

N.B. 1) Es ließ sich nicht vermeiden, daß einige Zeichen in mehrfacher Bedeutung verwendet wurden. Zur Vermeidung von Verwechslungen sind geeignete Hinweise in den Text eingefügt. 2) An einigen Stellen werden im Text vorübergehend abweichende Bezeichnungen eingeführt, die in der folgenden Liste nicht enthalten sind. 3) Allgemein übliche mathematische Zeichen wie Δ für Fehler und O für Ordnung sind hier nicht angeführt. 4) Eine Erläuterung der Indizes ist am Schluß der Liste gesondert angegeben.

A	Kontrollfläche ($x = \text{const}$) vor dem Körper
$A(\theta)$	Amplitudenspektrum
A_v	Amplitude einer zum Tank symmetrischen Elementarwelle
a_1	Quellverteilungsparameter für Inuide der S-Reihe
a_v	Cosinus-Fourierkoeffizient eines Wellenquerschnittes
a, b, c	Quellpunktkoordinaten
B	Quellintensitätsparameter $a_1 L/4$ für das Inuid
B	Schiffsbreite (Bezogen auf das Inuid, bedeuten B, L, T im allgemeinen die Abmessungen des äquivalenten Elementarschiffes.)
B	Kontrollfläche ($x = \text{const}$) hinter dem Körper, z.B. Meßebene ($x = x_B$) für Nachstrom- und Wellenanalyse
B_v	Amplitude einer zum Tank antimetrischen Elementarwelle
b	Tank- oder Kanalbreite
b_v	Sinus-Fourierkoeffizient eines Wellenquerschnittes
$B(N)$	Schnittfläche des Nachstroms mit der Kontrollebene B
C	Widerstandsbeiwert $R/\frac{\rho}{2} v^2 \Omega_0$ vgl. Indizes (Ausnahme: $C = R/\frac{\rho}{2} v^2 L^2$ im Kapitel 1.3)
C'	Widerstandsbeiwert $R/\frac{\rho}{2} v^2 (4B)^2$ (Verwendung mit Indizes, siehe R)
$C(u, x)$	Cosinus-Fouriertransformierte eines Wellenquerschnittes
$\bar{C}(w, y)$	Cosinus-Fouriertransformierte eines Wellenlängsschnittes
C	Kontrollebene ($y = \text{const}$) seitlich vom Körper

- C_{f0} Plattenreibungsbeiwert (allgemein)
 Im III. Teil stets die Reibungslinie von HUGHES (1954)
- C'_{f0} Plattenreibungsbeiwert (Kapitel 1.3 und 1.4)
- c_1 bis c_8 Korrekturfaktoren für das Wellensystem
- D Kontrollfläche ($y = \text{const}$) seitlich vom Körper
- d_3, d_4 Korrekturfaktoren für das Wellensystem
- E Dynamische Eintauchung
- e Dimensionslose Eintauchung E/l
- $F(x', z')$ Nominelle Schiffsform
- $F^*(x, z, E, t)$ Effektive (dynamische Schiffsform)
- Fr Froudezahl $Fr = V/\sqrt{gL}$
 Ausnahme: $Fr = V/\sqrt{gl}$ im Kapitel 1.3)
- f Dimensionslose Schiffsform $f = F/l$
- f^* Dimensionslose Schiffsform $f^* = F^*/l$
- $f(\theta)$ Wellenspektrum: Cosinus-Komponente
- $f_e(\theta), f_o(\theta)$ Gerader, ungerader Teil von $f(\theta)$
- $G(x')$ Abgewinkelte Spantlänge
- $G(x', y')$ Alternative Darstellung der Schiffsform $F(x', z')$
- g Erdbeschleunigung
- $g(\xi') = G(x')/l$
- $g(\theta)$ Wellenspektrum: Sinus-Komponente
- $g_e(\theta), g_o(\theta)$ Gerader, ungerader Teil von $g(\theta)$
- H Wassertiefe
- H Gesamtdruck (Meßgröße $H = h/\rho g$)
- H_0 Wert von H in der Anströmung $x \rightarrow \infty$
- H_x Pseudogesamtdruck (Meßgröße $H = h_x/\rho g$)
- h Gesamtdruck
- h_0 Gesamtdruck der Anströmung ($x \rightarrow \infty$)
- h_x Pseudogesamtdruck, vgl. Gln. (2.2.1)
- $\underline{I}$ Impulsvektor
- $\underline{K}$ Hydrodynamischer Kraftvektor
- $\underline{k}$ Spannungsvektor
- k Abkürzung für $k_0 \sec^2 \theta$
- k_v Kreiswellenzahl in Fortschrittsrichtung θ_v
- k_0 Parameter g/V^2
- L Schiffslänge
- L Quellverteilungslänge für das Inuid, vgl. B
 Modelllänge beim Inuid S 201

l	Charakteristische Länge (Kapitel 1.3)
$\underline{M}$	Hydrodynamisches Moment
$\overline{M}$	Scheinbarer Zähigkeitswiderstand pro Flächeneinheit im Nachstrom
M	Anzahl der analysierten Wellenschnitte
m	Schiffsmasse
$\bar{m}$	Mittlerer Fehler der Ausgleichsrechnung
N	Kennzahl (Anzahl der Meßpunkte pro Wellenquerschnitt = $2N+1$)
N	Symbol für den Nachstrom
$\tilde{N}$	Scheinbarer Zähigkeitswiderstand pro Breitereinheit im Nachstrom
N_A	Operation "Nachstromanalyse"
$\underline{n}$	Einheitsvektor der Flächennormale
n	Ganze Zahl, oft zur Bezeichnung der Gesamtheit der ganzen Zahlen, z.B. $v = n$ heißt $v = 1, 2, 3, \dots$
n	Anzahl der aufsummierten Wellenkomponenten bei der praktischen Wellenanalyse
O	Koordinatenursprung
$Oxyz$	Mitbewegtes Koordinatensystem, vgl. Kapitel 1.2
$O'x'y'z'$	Schiffsfestes Koordinatensystem, vgl. Kapitel 1.2
$\bar{O}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	Raumfestes Koordinatensystem, vgl. Kapitel 1.2
$P(\theta)$	Hilfsfunktion
P	Propellerschub
P	Statischer Druck (Meßgröße $P = z + p/\rho g$)
P_o	Wert von P in der Anströmung ($x \rightarrow \infty$)
p	Flüssigkeitsdruck
p_a	Atmosphärischer Druck
p_o	Anströmungsdruck ($p + \rho g z$) für $x \rightarrow \infty$
$P_v(x)$	Restfehler der Fourier-Koeffizienten a_v, b_v . (Nur bei stereophotogrammetrischer Wellenanalyse)
Q	Quellergiebigkeit, Durchfluß
$Q(\theta)$	Hilfsfunktion
R	Widerstand, vgl. Indizes und Tafeln 1.1/2, 2.1/2.
R	Abstand Quellpunkt vom Aufpunkt

$R^{f,g}$	Widerstand des freitrimmenden bzw. geführten Schiffes (nur im I. Teil)
R	Scheinbarer Widerstand, vgl. Indizes
Re	Reynoldszahl $Re = VL/\nu$ (allgemein) Ausnahme: $Re = V_l/\nu$, $Re' = VL/\nu$ in Kapitel 1.3, 1.4)
r	Polarkoordinate: $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$
r	Formfaktor, im allgemeinen C_v/C_{fo} , jedoch vgl. auch Tafeln 1.3 Im III. Teil stets bezogen auf C_{fo} nach HUGHES (1954)
S	Symbol für Körperoberfläche (Ruhelage)
S^*	Symbol für Körperoberfläche (dynamisch)
$S(u,x)$	Sinus-Fouriertransformierte eines Wellenquerschnittes
$\bar{S}(w,y)$	Sinus-Fouriertransformierte eines Wellenlängsschnittes
s	Integrationsvariable (Flächenelement = ds)
T	Mittschiffstiefgang
T	Tiefe der Quellverteilung, vgl. B Tiefgang am Steven des Inuids S 201
$T(x')$	Kiellinie und Stevenkontur
T_m	Tiefgang des Inuids am Hauptspant
t	Temperatur
t	Zeit
t	Quellverteilungsparameter für Inuide
u	x-Komponente von $\underline{v}$
u	Integrationsvariable für Wellenspektrum ($u = k_0 \sec^2 \theta \sin \theta$)
u_v	Kreiswellenzahl der Elementarwelle in y-Richtung ($u_v = 2\pi v/b$)
V	Schiffs-, Modellgeschwindigkeit im System $\bar{O}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ Anströmungsgeschwindigkeit im System $Oxyz$
v	y-Komponente von $\underline{v}$
$\underline{v}$	Vektor der örtlichen Störgeschwindigkeit
W_A	Operator "Wellenanalyse"
w	Integrationsvariable $w = k_0 \sec \theta$ für das Wellenspektrum
w_v	Kreiswellenzahl der Elementarwelle in x-Richtung

- X Abkürzung für $xk_0 \sec \theta$
Y Abkürzung für $yk_0 \sec^2 \theta \sin \theta$
Z Abkürzung für $zk_0 \sec^2 \theta$
 x, y, z Koordinaten, siehe Oxyz
 y_m Abstand Mitte Tank von Mitte Schiff
- $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ Halbempirische Korrekturen zum Wellenbild nach Inui, vgl. Abschnitt 1.5.3 und 2.5.3b
 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\delta}$ Halbempirische Korrekturen nach dem Verfasser, vgl. Abschnitt 2.5.3b
- α Richtungswinkel $\arctg (y-y_0)/(x-x_0)$
 $\beta, \bar{\beta}$ Korrekturen, siehe $\alpha, \bar{\alpha}$
 γ Wasserwichte
 γ Parameter $\frac{L}{2} k_0 \sec \theta$
 γ Korrektur, siehe α
 γ_0 Geschwindigkeitsparameter gL/V^2
 $\delta, \bar{\delta}$ Korrekturen, siehe $\alpha, \bar{\alpha}$
 δ^* Verdrängungsdicke der Grenzschicht
 $\bar{\delta}$ Korrektur, siehe $\bar{\alpha}$
 ϵ Kleine Toleranz
 ζ Wellenhöhe
 $\zeta(x, y)$ Funktion zur Beschreibung der verformten freien Oberfläche
 ζ Dimensionslose Koordinate z/l
 ζ_f, ζ^f Freies Wellensystem (nur gegebenenfalls zur Unterscheidung vom gesamten Wellensystem)
 ζ_r Restfehler der Wellenmessung
 η Dimensionslose Koordinate y/l
 θ Integrationsvariable für Wellenspektrum
 θ_v Fortschrittsrichtung der Elementarwelle
 λ Wellenlänge in x -Richtung
 λ_θ Wellenlänge in Fortschrittsrichtung
 λ_v Wellenlänge der Elementarwelle in x -Richtung
 μ Zähigkeitsbeiwert
 ν Kinematische Zähigkeit
 ν Tankwellenzahl, Summenindex

ξ	Dimensionslose Koordinate x/l
$\xi(\theta)$	Phasenspektrum
ξ_v	Phase der Elementarwelle
ρ	Flüssigkeitsdichte
Σ	Gewöhnliches Summenzeichen
Σ	Stilisiertes Sigma als spezielles Summenzeichen, wo der nullte Term nur zur Hälfte aufsummiert wird, vgl. Bemerkung nach Gln. (2.3.37)
σ	Spannungstensor
σ	Quellverteilungsintensität
τ	Tensor der Reibungsspannung
Φ	Geschwindigkeitspotential
φ	Störgeschwindigkeitspotential
φ^h	Harmonischer Teil des linearisierten Wellenpotentials
$\tilde{\varphi}$	Singulärer Teil des linearisierten Wellenpotentials
φ^s	Spiegelpotential $\tilde{\varphi}(x,y,z) + \tilde{\varphi}(x,y,-z)$
φ^f	Potential des freien Wellensystems (nur gegebenenfalls zur Unterscheidung vom Gesamtwellensystem)
S	Dynamische Vertrimmung
$\Psi(x,y)$	Stromfunktion
$\int_S^*$	Integral der benetzten Oberfläche S bzw. S^*
$\oint^*$	Pseudointegral der benetzten Oberfläche S bzw. S^* (ohne Berücksichtigung der Wasserlinienkrümmung)

Erläuterung der wichtigsten Indizes

Index	rechts	angewandt auf	bedeutet
f,g	oben	C, R	freitrimmendes bzw. geführtes Schiff
Fr,f,fo, p,Re,r,t, v,w,wo,wr	unten	C, R	Komponenten nach Tafeln 1.1 und 1.2
v,w,vw	unten	$\tilde{C}$, $\tilde{R}$	Komponenten nach Tafeln 1.1 und 1.2
B,F,H	oben	C_r , R_r	Komponenten nach Tafeln 1.1 und 1.2
I	oben	C_w , R_w	Komponenten nach Tafeln 1.1 und 1.2
B,Bx,Bz, J,Jx,Jz,P	oben	C_v , R_v	Komponenten nach Tafel 2.1
B,Bx, J,Jx,P	oben	$\tilde{C}_v$, $\tilde{R}_v$	Komponenten nach Tafel 2.2
I	oben	$\tilde{R}_w$, $\tilde{R}_r$	korrigierte Größe nach Inui, vgl. Abschnitt 1.5.3 und 3.4.3b
B,Bx,Bz, J,Jx,Jz	unten	p, u	hypothetische Größe nach Tafeln 2.1, 2.2
h,v	oben	A_v , ξ_v , ζ	Beitrag vom Hinterschiff bzw. Vorschiff
h,v	unten	ζ , ζ^f	Beitrag vom Hinterschiff bzw. Vorschiff
x,y,z	unten	K,M,n, σ , τ	Komponenten
x,y,z	unten	i, φ , ψ	Ableitungen
x,y,z	unten	S, S*	Projektionen
i	oben	n,p,R,S, ζ	ideale Flüssigkeit
p	oben	R_f , ζ	Plattenströmung
s	oben	p,s, σ , τ , φ	Spindelströmung
m,s	unten	C,Fr,e,l,R, Re,V, ζ ,v,q, ϕ	Modell bzw. Schiff
s	unten	x,y,z	Staupunkt
G	unten	x,z, ξ , ζ	Gewichtsschwerpunkt
B	unten	x,z, ξ , ζ	Schubangriffspunkt
D	unten	C,F,R	Druckanteil
Kx,Ky,Kz	unten	C,F,R	kinetischen Anteil
P	unten	C,F,R	potentiellen Anteil
v	unten	A,a,B,b,k,u,w, θ , ξ	zugehörige Wellenzahl

I. TEIL: Einführung in die Problematik des Schiffswiderstandes

1.1. Zielsetzung

Die Fragestellung für diese Untersuchung ergibt sich als ein besonderer Teilaspekt einer fundamentalen Aufgabe der Schiffstheorie, nämlich der Aufdeckung des Zusammenhanges zwischen Schiffsform und Widerstand. Das Wissen um die Beziehung zwischen Form, Geschwindigkeit und Strömungswiderstand ist eine der Voraussetzungen für einen optimalen Schiffsentwurf. Denn für eine günstige Formgebung ist es erforderlich, schon im Entwurfsstadium den Leistungsbedarf des Schiffes vorhersagen und seine Beeinflussung durch bestimmte Formänderungen abschätzen zu können.

In der vorliegenden Arbeit beschäftigen wir uns nur mit dem Strömungswiderstand des Unterwasserschiffskörpers, und zwar im Hinblick auf seine beiden Hauptursachen: die Zähigkeit des Wassers und die Wellenbildung an der freien Wasseroberfläche. Betrachten wir zunächst diese zwei Erscheinungen einzeln. Seit der Entwicklung der Grenschichttheorie hat man sich sowohl theoretisch als auch experimentell mit dem Einfluß der Zähigkeit auf den Widerstand allseitig umströmter Körper eingehend befaßt, in erster Linie wohl wegen seiner großen Bedeutung für die Aerodynamik. Infolgedessen sind wir heute in der Lage, den Zähigkeitswiderstand von ebenen Platten und schlanken, stromlinienförmigen Körpern mittels theoretisch fundierter, semi-empirischer Formeln mit guter Genauigkeit abzuschätzen. Der Einfluß der Form auf den Zähigkeitswiderstand völliger Körper ist freilich noch ungeklärt. Ebenfalls seit etwa fünfzig Jahren bemüht man sich in der Hydrodynamik im Zuge der Michellschen

Theorie intensiv um den Wellenwiderstand in einer idealen Flüssigkeit mit dem Erfolg, daß wir heute über eine brauchbare theoretische Lösung für dünne Schiffe verfügen. Diese Lösung wird allerdings durch eine sogenannte Linearisierung der Randbedingungen an der Schiffs- und der freien Wasseroberfläche ermöglicht, und es ist bisher nicht gelungen, den Einfluß der Nichtlinearität auf den Wellenwiderstand wirklichkeitsnaher Schiffsformen theoretisch zu erfassen.

Will man nun diese in der Aerodynamik und der Hydrodynamik mühsam gewonnenen Erkenntnisse in der Schiffstheorie vereinigen und praktisch anwenden, so übernimmt man nicht nur die Unzulänglichkeiten der beiden einzelnen Theorien, sondern es kommt noch eine zusätzliche grundsätzliche Schwierigkeit hinzu. Der Schiffswiderstand wird nämlich von der **zähigkeitsbedingten** Grenzschicht und von der durch die Anwesenheit einer freien Oberfläche ermöglichten Wellenbildung nicht etwa unabhängig voneinander, sondern vielmehr in nichtlinearer Wechselwirkung miteinander verursacht. Im Vergleich zu den großen Bemühungen um den Zähigkeits- und den Wellenwiderstand an sich ist der Einfluß ihrer Wechselwirkung auf den Schiffswiderstand nach Ansicht des Verfassers bisher nur ungenügend berücksichtigt worden. Von vereinzeltten Ansätzen abgesehen, beschäftigen sich die Schiffstheoretiker erst seit etwa zehn Jahren ernsthaft mit dieser Frage. Das ist sicher einer der Gründe, warum die schiffbau-liche Praxis die verhältnismäßig hochentwickelte Wellenwiderstandstheorie bisher fast ignoriert hat. Die vorliegende Untersuchung wurde in der bescheidenen Hoffnung unternommen, einen weiteren Schritt zur Schließung dieser Lücke zu tun.

Damit ist unsere Aufgabe im Prinzip umrissen. Wir haben im wesentlichen drei Fragen zu untersuchen:

- a) den Einfluß der Form auf den Zähigkeitswiderstand,
- b) den Einfluß der Nichtlinearität auf den Wellenwiderstand in idealer Flüssigkeit und
- c) den Einfluß der Wechselwirkung zwischen Grenzschicht und Wellenbildung auf den Gesamtwiderstand in einer zähen Flüssigkeit.

Nach dem derzeitigen Stand der Theorie können wir diese Einflüsse nur experimentell feststellen und aufgrund bekannter oder neuer semi-empirischer Ansätze auswerten. Die herkömmliche Versuchstechnik, nämlich die Messung des Gesamtwiderstandes, gestattet aber nur die empirische Feststellung der Summe aller bekannten und unbekannten Einflüsse. Die Versuchsergebnisse können die Weiterentwicklung der Theorie nur dann fördern, wenn es gelingt, die Wirkungen nach Art der Ursachen zu trennen. Wir werden sehen, daß dazu die Einführung einiger neuer Begriffe und Methoden erforderlich ist.

Es ist zweckmäßig, diese recht großzügig formulierte Aufgabe schon an dieser Stelle etwas einzuschränken. Die theoretischen Überlegungen beruhen auf dem Gedankenmodell der idealen oder bestenfalls einer inkompressiblen, zähen (Newtonschen), homogenen Flüssigkeit. Sekundäre Erscheinungen wie Oberflächenspannung und Kavitation werden nicht berücksichtigt. Es wird eine isotherme Strömung angenommen, so daß der an sich von Temperatur abhängige Zähigkeitsbeiwert in jedem einzelnen Strömungsbild als konstant angesehen werden kann. Auch die Frage von dem Turbulenzgrad der Strömung wird nur am Rande behandelt. Außerdem wird im allgemeinen eine gleichförmige Bewegung des nackten, glatten Schiffskörpers an der sonst ungestörten freien Wasseroberfläche vorausgesetzt, obwohl einige der diskutierten theoretischen Methoden auf den Fall der instationären Bewegung

erweiterungsfähig sind. Im Gegensatz zu den theoretischen Untersuchungen beziehen sich alle Versuchsergebnisse naturgemäß auf eine wirkliche Flüssigkeit, nämlich Wasser, das hier ausschließlich als Versuchsmedium verwandt wurde. Auf bestimmte Abweichungen zwischen den tatsächlichen Versuchsbedingungen und dem theoretischen Gedankenmodell werden wir an geeigneter Stelle noch hinweisen.

1.2. Koordinatensystem und formale Darstellung der Schiffsform

Damit wir den Widerstand in mathematischer Formelsprache definieren können, ist es notwendig, ein geeignetes Koordinatensystem und eine eindeutige Darstellung der Schiffsform zu wählen. Es ist zweckmäßig, drei positiv orientierte rechtwinklige Koordinatensysteme einzuführen: ein raumfestes $\bar{O}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$, ein schiffsfestes $O'x'y'z'$ und ein mitbewegtes System $Oxyz$, das sich mit dem Schiff vorwärts bewegt, aber parallel zum raumfesten System bleibt. $\bar{O}\bar{x}$ sei in Fahrtrichtung und $\bar{O}\bar{z}$ nach oben gerichtet. $\bar{O}\bar{x}\bar{y}$ sei die ungestörte freie Wasseroberfläche. $O'y'z'$ soll die Mittschiffsebene, $O'x'z'$ die Mittellängsebene und $O'x'y'$ die Konstruktionswasserlinie enthalten.

Beim ruhenden Schiff fallen $Oxyz$ und $O'x'y'z'$ zusammen. Wenn sich das Schiff zur Zeit t mit einer Geschwindigkeit V bewegt und dabei um einen Betrag E eintaucht und einen Trimmwinkel ψ (positiv = hecklastig) einnimmt (siehe Abb. 1.1), dann gelten folgende Beziehungen zwischen den Koordinatensystemen:

$$(1.2.1) \quad \overline{OO} = \overline{x}_0(t); \quad d\overline{x}_0/dt = V(t).$$

$$(1.2.2) \quad OO' = -E, \quad O'O = E,$$

$$x' = x \cos \psi + (z + E) \sin \psi, \quad x = x' \cos \psi - z' \sin \psi,$$

$$z' = -x \sin \psi + (z + E) \cos \psi, \quad z = -E + x' \sin \psi + z' \cos \psi,$$

$$y' = y;$$

$$y = y'.$$

Die symmetrisch angenommene Schiffsform wird beschrieben durch die Gleichung der benetzten Schiffsoberfläche S :

$$(1.2.3) \quad y' = \pm F(x', z').$$

Der Eindeutigkeit halber legen wir fest, daß $F \geq 0$. Das heißt, $y' = +F(x', z')$ soll die Backbordseite dar-

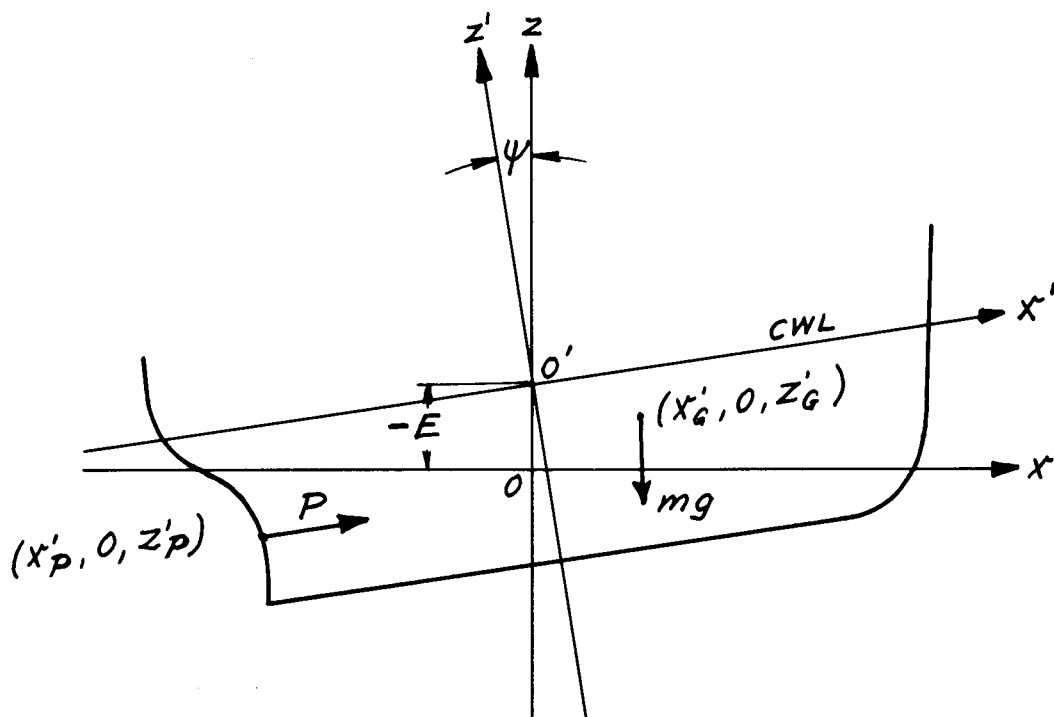


Abb. 1.1. Das Koordinatensystem

stellen. Außerhalb des Schiffsprofils soll die Funktion F identisch verschwinden. L , B und T seien die Wasserlinienlänge, Mittschiffsbreite und -tiefgang des ruhenden Schiffes. Mit $z' = T(x')$ wollen wir gelegentlich die Stevenkontur und die Kiellinie beschreiben. F und T sollen auch für $z' = 0$ definiert sein. *) Während man die Schiffsform am ein-

) Streng genommen, braucht die Überwasserform ($z' = 0$) nur im Bereich S^ , d.h. bis zur dynamischen freien Oberfläche $z = z(x, y)$ definiert zu sein.

fachsten im schiffsfesten System darstellt, läßt sich die Strömung am besten im raumfesten System $\bar{O}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ oder dem mitbewegten $Oxyz$ beschreiben. Bei gleichförmiger Schiffsbewegung wird die Strömung im letzteren Fall stationär. Um die Wechselwirkung zwischen der Schiffsform und der Strömung zu beschreiben, führen wir den Begriff der effektiven (oder dynamischen) Schiffsform F^* ein. Sie unterscheidet sich von der nominellen (oder ruhenden) Schiffsform $F(x', z')$ wegen der dynamischen Tauchung E und Vertrimmung ψ . Die entsprechende benetzte Schiffsoberfläche werden wir mit S^* bezeichnen. Wir müssen hier zwei Fälle unterscheiden: geführtes und freitrimmendes Schiff bzw. Modell. Wenn das Schiff geführt wird, wie zum Beispiel ein Schiffsmodell im Schleppversuch, dann können E und ψ wahlweise auch durch eine Zwangsführung vorgegeben werden und daher als von der Strömung unabhängige Variable auftreten. Die effektive Schiffsform F^* ist dann aufgrund der Gln. (1.2.2.) im mitbewegten System explizit bekannt:

$$(1.2.4) \quad y = \pm F^*(x, z, E, \psi);$$

$$F^*(x, z, E, \psi) = F(x', z').$$

In dem wirklichkeitsnahen Fall des freitrimmenden Schiffes dagegen sind E und $\dots$ implizit durch die dynamische Gleichgewichtsbedingung bestimmt. Dazu muß man die verschiedenen auf das Schiff wirkenden Kräfte kennen.

Zunächst haben wir die im Gewichtsschwerpunkt $(x'_G, 0, z'_G)$ in vertikaler Richtung wirkende Gravitationskraft mg . Dabei ist m die Schiffsmasse und g die Erdbeschleunigung. Die Schubkraft P soll der Einfachheit halber parallel zur CWL an dem Punkt $(x'_P, 0, z'_P)$ wirken. Die hydrodynamische Kraft K und das Moment M sind apriori unbekannt, vgl. Gln. (1.4.16. g,h,i). Daher ist auch die dynamische Vertrimmung des Schiffes $E, \dots$ und somit auch die effektive Form F^* im mitbewegten System $Oxyz$ apriori unbekannt und nur implizit festgelegt durch die dynamischen Gleichgewichtsbedingungen, vgl. Gln. (1.4.18 a,b,c). In diesen Gleichungen treten als apriori bekannte unabhängige Variable die Größen mg, x'_G, z'_G und z'_P auf. Davon sind die Größen mg und x'_G über die hydrostatischen Gleichgewichtsbedingungen, Gln. (1.4.16.a,b), eindeutig durch die Form $F(x', z')$ bestimmt. Für das freitrimmende Schiff treten also statt E und $\dots$ die unabhängigen Variablen z'_G und z'_P auf. Aber es ist dennoch zweckmäßig, das Symbol F^* für die effektive Form zu verwenden, jetzt stellvertretend für die Angaben:

$$(1.2.5.) \quad F^* = F(x', z'); \quad z'_G, z'_P,$$

die erforderlich sind, die effektive Form F^* im Sinne der Gln. (1.2.4.) eindeutig zu bestimmen. Es zeigt sich bei der Dimensionsanalyse, daß man sich die ständige Wiederholung der Angaben $(E, \dots)$ bzw. (z'_G, z'_P) formal ersparen kann, wenn man die "Form" in diesem Sinne mit F^* statt mit F kennzeichnet.

1.3. Erläuterung der verschiedenen Widerstandsbegriffe

Bekanntlich ist es bisher nicht gelungen, eine befriedigende Gesamtlösung des Widerstandsproblems unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Zähigkeit und Wellenbildung zu finden. Daher versucht man, den Schiffswiderstand in verschiedene Anteile aufzuspalten, um die entsprechenden Aspekte einzeln zu betrachten. Aber allzu oft wird eine sachliche Erörterung des Schiffswiderstandes ganz überflüssigerweise durch den Umstand getrübt, daß man versäumt, die fraglichen Anteile oder auch nur den Gesamtwiderstand eindeutig zu definieren. Große Schwierigkeiten macht beispielsweise der Begriff des Wellenwiderstandes. Die allgemeine Vorstellung deckt sich wahrscheinlich mit der Definition von TAYLOR (1943, S 31): der Wellenwiderstand sei derjenige Widerstandsanteil, der auf die Wellenbildung zurückzuführen ist. Diese Formulierung wird jedoch von BIRKHOFF et alia (1954, S 359) mit Recht gerügt, wenn sie behaupten, sie sei überhaupt keine (strenge) Definition, sondern bestenfalls eine (vage) Idee. Ebenso nebelhaft sind die oft gebrauchten Begriffe: Form- und Wirbelwiderstand. Ohne Übertreibung könnte man sagen, daß sich die geläufigen Widerstandsbegriffe in drei Klassen einstufen lassen: strenge, fast strenge und vage Begriffe. In der vorliegenden Arbeit wollen wir nur die ersten beiden Gruppen verwenden! Im folgenden wird daher versucht, die für unsere Zwecke notwendigen Widerstandsbegriffe teilweise in Anlehnung an den herkömmlichen Gebrauch, aber teilweise auch aufgrund neuer Überlegungen möglichst rationell zu definieren. Zugleich werden wir das einfache, aber wirksame Mittel der Dimensionsanalyse heranziehen, um eine Übersicht über die Abhängigkeit der verschiede-

nen Widerstandsanteile von dimensionslosen Form- und Geschwindigkeitsparametern zu gewinnen.

1.3.1. Strenge Begriffe (I. Gruppe): Gesamtwiderstand; nomineller Zähigkeits-, Wellen- und Wechselwirkungswiderstand.

Der Gesamtwiderstand R_t läßt sich in natürlicher Weise definieren als die entgegen der Fahrtrichtung gerichtete Komponente der resultierenden Kraftwirkung $\underline{K}$ der Strömung auf den Schiffskörper. Den Kraftvektor $\underline{K}$ kann man formal als ein Integral des örtlichen Spannungsvektors $\underline{k}$ über die (dynamische) benetzte Schiffsoberfläche S^* darstellen:

$$(1.3.1.) \quad \underline{K} = \int_{S^*} \underline{k} \, ds = \int_{S^*} (\underline{\sigma} \underline{n}) \, ds.$$

Dabei ist $\underline{n}$ der nach außen (in die Flüssigkeit) gerichtete Einheitsvektor der Flächennormale auf S^* . In dem schiffsfesten Koordinatensystem $O'x'y'z'$ ist der Vektor $\underline{n}$ durch die nominelle Schiffsform $F(x', z')$ eindeutig bestimmt, vgl. Gln. (1.2.3.):

(1.3.1.a)

$$(n_{x'}, n_{y'}, n_{z'}) = \frac{(-\partial F / \partial x', \pm 1, -\partial F / \partial z')}{\left[1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z'}\right)^2\right]^{1/2}}, \quad y \geq 0.$$

Ferner ist $\underline{\sigma}$ ein Spannungstensor derart, daß $\underline{\sigma}$ angewandt auf $\underline{n}$ den Spannungsvektor $\underline{k}$ (auf ein beliebiges Flächenelement ds) ergibt. $\underline{\sigma}$ sei so normiert, daß $-(\underline{\sigma} \underline{n})$ die Spannung nach außen (in diesem Fall auf die Flüssigkeit) und $(\underline{\sigma} \underline{n})$ diejenige nach innen (also auf das Schiff) ist. Wir wollen vorläufig annehmen, daß

$\underline{\sigma}$ eine im gesamten Strömungsbereich geklärte und eindeutige Funktion der Ortsvariablen (x,y,z) ist. Wir können jetzt schreiben:

$$(1.3.2.) \quad R_t = -K_x = - \left(\int_{S^*} \underline{\sigma} \underline{n} \, ds \right)_x = - \int_{S^*} (\underline{\sigma} \underline{n})_x \, ds.$$

Das international übliche Zeichen R_t steht für "total resistance" (= Gesamtwiderstand). Der Index x soll jeweils die x -Komponente bedeuten. Da wir die Fahrgeschwindigkeit V positiv in x -Richtung angenommen haben, ist durch Gln. (1.3.2.) gewährleistet, daß der Widerstand R_t positiv ist, wenn die hydrodynamische Kraft $\underline{K}$ entgegen der Fahrtrichtung auf das Schiff wirkt.

Offensichtlich muß man außer der nominellen Schiffssform $F(x', z')$ die dynamische Vertrimmung (E, ψ) und den Spannungstensor $\underline{\sigma}(x,y,z)$, wenigstens auf der Fläche $S^* : y = \pm F^*(x,z,E,\psi)$, kennen, um R_t nach Gln. (1.3.2.) berechnen zu können. Außerdem muß man die apriori unbekannte, dynamische Verformung $z = \zeta(x,y)$ der freien Oberfläche, wenigstens die Schnittkurve mit $y = \pm F^*$, wissen, um den Integrationsbereich S^* nach oben zu begrenzen. Es ist eine charakteristische Schwierigkeit aller Probleme mit freien Oberflächen, daß der Rand, auf dem gewisse physikalische Randbedingungen zu erfüllen sind, apriori unbekannt ist. Seine Ermittlung erfordert u.a. die Lösung des gesamten Strömungsproblems, vgl. Abschnitt 1.4.3.

Auf diese formale Definition von R_t werden wir später zurückgreifen. Zunächst wollen wir die Abhängigkeit des Widerstandes von Form und Geschwindigkeit in dimensionslosen Parametern darstellen. Dazu muß man erst aufgrund physikalischer Einsicht die Variablen festlegen, von de-

nen der Widerstand abhängen soll. Wenn wir uns auf den Einfluß der Zähigkeit und Wellenbildung beschränken, so brauchen wir außer der Schiffsform und -geschwindigkeit V nur die Erdbeschleunigung g , die Flüssigkeitsdichte ρ und den Zähigkeitsbeiwert μ , vgl. TAYLOR (1943, S 13). Um die effektive Schiffsform zu kennzeichnen, benötigen wir außer der ~~nominalen~~ Schiffsform $F(x', z')$ noch zwei Angaben, und zwar entweder Tauchung E und Trimm ψ für das geführte Schiff oder die Höhen z'_G und z'_P der Angriffspunkte der Gravitations- und Schubkraft für das freitrimmende Schiff (siehe Abschnitt 1.1.). In Verallgemeinerung der sonst üblichen Darstellung schreiben wir, vgl. auch WEBER (1930, S 342):

$$(1.3.3) \quad R_t^g = R_t^g(F(x', z'), E, \psi, V, \rho, \mu, g) ,$$

$$(1.3.a) \quad R_t^f = R_t^f(F(x', z'), z'_G, z'_P, V, \rho, \mu, g) .$$

Die Indizes g und f stehen für geführt und freitrimmend.

Jetzt erlaubt uns die Dimensionsanalyse, diese Variablen in physikalisch charakteristischen Gruppen zusammenzufassen und gleichzeitig durch Bildung dimensionsloser Parameter den Einfluß der absoluten Größen und Maßsysteme aus der mathematischen Formulierung zu eliminieren. Wir schreiben nur das Endergebnis, ohne auf die bekannten Einzelheiten der Ableitung einzugehen, vgl. z.B. WEBER (1930) oder TAYLOR (1943, S 13 - 15):

$$(1.3.4) \quad R_t^g / \rho V^2 l^2 = C_t^g = C_t^g(\frac{F(x', z')}{l}, \frac{E}{l}, \psi, \frac{Vl}{v}, \frac{V}{\sqrt{gl}}) ,$$

$$(1.3.4a) \quad R_t^f / \rho V^2 l^2 = C_t^f = C_t^f(\frac{F(x', z')}{l}, \frac{z'_G}{l}, \frac{z'_P}{l}, \frac{Vl}{v}, \frac{V}{\sqrt{gl}}) .$$

Dabei ist l eine charakteristische Länge, z.B. eine der Hauptabmessungen des Schiffes *); $C = R/\frac{\rho}{2}V^2l^2$

*) siehe Abschnitt 1.5.1aaffür die praktische Festsetzung der charakteristischen Länge.

ist ein dimensionsloser Widerstandsbeiwert; $\nu = \mu/\rho$ ist die kinematische Zähigkeit der Flüssigkeit. Die dimensionslosen Geschwindigkeitsparameter $Re = Vl/\nu$ und $Fr = V/\sqrt{gl}$ nennt man gewöhnlich Reynolds- bzw. Froudezahl. Wir führen dimensionslose Koordinaten ein:

$$(1.3.5) \quad \xi' = x'/l, \eta' = y'/l, \zeta' = z'/l.$$

Dann sei die dimensionslose Schiffsform $f = F/l$ beschrieben durch:

$$(1.3.6) \quad \eta' = \pm f(x'/l, z'/l) = \pm f(\xi', \zeta').$$

Ebenfalls haben wir die dimensionslose Eintauchung $e = E/l$ und Höhen der Angriffspunkte $\zeta'_G = z'_G/l$ und $\zeta'_P = z'_P/l$.

Jetzt können wir die Gln. (1.3.4/4 a) in dimensionslosen Parametern umschreiben:

$$(1.3.7) \quad C_t^g = C_t^g(f(\xi', \zeta'), e, \psi, Re, Fr),$$

$$(1.3.7 \text{ a}) \quad C_t^f = C_t^f(f(\xi', \zeta'), \zeta'_G, \zeta'_P, Re, Fr).$$

Um diese beiden Fälle zusammenzufassen, benutzen wir den Begriff der dimensionslosen effektiven Form $f^* = F^*/l$

(vgl. Abschnitt 1.1) und erhalten:

$$(1.3.8) \quad R_t / \frac{\rho}{2} V^2 l^2 = C_t = C_t(f^*, Re, Fr).$$

Zusammenfassend kann man sagen: der dimensionslose Widerstandsbeiwert C_t ist ein Funktional der dimensionslosen Form F^* und Geschwindigkeitsparameter Re und Fr . (Man muß aber folgendes bedenken: Um die geometrische Ähnlichkeit in Geosimversuchen sicherzustellen, muß man nicht nur die Identität der nominellen Form $f(\xi', \zeta')$ sondern auch der Trimmlage e, ψ bzw. Angriffspunkte ζ'_G, ζ'_P fordern.) Diese Gleichung nennen wir das allgemeine Schiffsimmodellgesetz; denn sie gestattet es im Prinzip, den Widerstand des naturgroßen Schiffes aus dem gemessenen Widerstand eines kleineren dynamisch ähnlichen Modells umzurechnen, vgl. Abschnitt 1.4.2.*) Abschließend sei noch bemerkt, daß in dem kritischen Bereich des Umschlags von laminarer zur turbulenten Strömung die Angabe der Reynoldszahl Re allein nicht ausreicht, um den Einfluß der Zähigkeit auf die Strömung zu charakterisieren. Der Vollständigkeit halber müßte daher das Modellgesetz eine Reihe von Turbulenzkennzahlen enthalten. Da diese Frage hier nicht im Mittelpunkt des Interesses steht, werden wir die einfache Form des Modellgesetzes beibehalten und dabei stillschweigend voraussetzen, daß durch irgendwelche zusätzlichen Maßnahmen (z.B. Turbulenzerreger) für einen einheitlichen Turbulenzgrad in allen betrachteten Fällen gesorgt wird.

Wir wollen jetzt die Begriffe Zähigkeits- und Wellenwiderstand einführen, die eine Aufspaltung des Gesamtwiderstandes nach den physikalischen Ursachen seiner Entstehung darstellen.

*) Der Vollständigkeit halber sei auch erwähnt, daß hier nach Vereinbarung - vgl. Kap. 1.1 - stets hydraulisch glatte Oberflächen vorausgesetzt werden. In der Praxis kann der Rauigkeitseinfluß gesondert berücksichtigt werden.

Um rigorose Definitionen für den Zähigkeits- und Wellenwiderstand eines Schiffes zu finden, ist es notwendig, diese beiden Einflüsse im Gedankenexperiment zu trennen. Um den Zähigkeitseinfluß allein zu betrachten, müssen wir uns einen künstlichen Mechanismus erdenken, der die Wellenbildung unterdrückt, d.h. die Verformung der ursprünglich ungestörten freien Wasseroberfläche durch die Schiffsbewegung verhindert. Dazu brauchen wir uns nur das ganze Strömungsbild an der ungestörten freien Oberfläche gespiegelt vorzustellen. Aus Symmetriegründen kann sich dann die Grenzfläche zwischen der wirklichen Schiffsströmung und der gedachten Spiegelströmung nicht verformen. Dieses Gedankenexperiment läßt sich sogar mit Hilfe eines Spiegel- oder Doppelmodells der Schiffsform im Windkanal oder Tiefschleppversuch verwirklichen, wenn man von einigen technischen Schwierigkeiten absieht. Dieser Vorschlag stammt von FÖTTINGER (1924, S 324 - 7).

Der Zähigkeitswiderstand einer Schiffsform ist also einfach der halbe Gesamtwiderstand des entsprechenden Spiegelschiffes in einer an der Ruhewasserlinie gespiegelten Strömung. Wenn wir den Spannungstensor in der Spiegelströmung mit $\underline{\sigma}^s$ bezeichnen, so erhalten wir entsprechend Gln. (1.3.2):

$$(1.3.9) \quad R_v = - \int_S (\underline{\sigma}^s \underline{n})_x ds = -\frac{1}{2} \int_{S^s} (\underline{\sigma}^s \underline{n})_x ds.$$

Der Index v steht für Viskosität; S ist die benetzte Oberfläche bis zur Ruhewasserlinie, S^s die der Spiegelform. Nebenbei sei bemerkt, daß die Integrale der Spannungskomponenten $(\underline{\sigma}^s \underline{n})_{y,z}$ über S^s wegen Symmetrie verschwinden.

Der auf diese Weise exakt definierte Zähigkeitswiderstand R_V ist im Prinzip sowohl berechnen- als auch meßbar. Das Reynoldssche Modellgesetz für den Zähigkeitswiderstand erhält man als Spezialfall des allgemeinen Modellgesetzes (1.3.8), indem man den Einfluß der Schwerkraft eliminiert:

$$(1.3.10) \quad R_V / \frac{\rho}{2} V^2 l^2 = C_V = C_V(f(\xi', \zeta'), Re).$$

Es ist offensichtlich, daß die dynamische Vertrimmung des Schiffes, eine charakteristische Erscheinung bei freitrimmender Bewegung an der freien Oberfläche, für diese Definition von R_V keine Rolle spielt. Wenn wir jedoch den Einfluß der durch eine Zwangsführung herbeigeführten Änderung der Trimmlage auf den Zähigkeitswiderstand studieren wollen, so können wir unsere Definition selbstverständlich erweitern:

$$(1.3.11) \quad R_V^g / \frac{\rho}{2} V^2 l^2 = C_V^g(f(\xi', \zeta'), e, \psi, Re) \\ = C_V^g(f^*, Re).$$

Um den Einfluß der Wellenbildung auf den Schiffswiderstand zu isolieren, muß man ebenfalls eine Anschauungsschwierigkeit gedanklich überwinden. Wir müssen uns eine zähigkeitsfreie oder reibungslose Flüssigkeit vorstellen. Das Gedankenbild der idealen Flüssigkeit ist uns jedoch von der Hydrodynamik her wohl vertraut. Der exakte Wellenwiderstand einer Schiffsform ist dann einfach der Gesamtwiderstand in idealer Flüssigkeit. In Analogie zur Gln. (1.3.2) schreiben wir:

$$(1.3.12) \quad R_W = \int_{S^i} (p^i \underline{n})_x ds = \int_{S^i} p^i n_x ds.$$

Der Ausdruck wird jetzt etwas einfacher, weil in der idealen Flüssigkeit laut Definition der allgemeine Spannungstensor $\underline{\sigma}$ in einen skalaren Druck p entartet. Der Vorzeichenwechsel gegenüber Gln. (1.3.2) erklärt sich durch die entgegengesetzte Normierung der Begriffe Spannung und Druck. Der Index i soll zur Unterscheidung der idealen von der wirklichen Strömung dienen.

Dieser strenge Wellenwiderstand R_w ist im Prinzip theoretisch berechenbar, wenn wir zunächst annehmen, daß die ideale Flüssigkeit eine wenigstens mathematisch gültige Beschreibung der Wellenbewegung zuläßt. *) Andererseits

*) Es ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß eine eindeutige Lösung der entsprechenden Randwertaufgabe im Abschnitt 1.4.3 existiert.

ist die ideale Flüssigkeit zugegebenermaßen kein geeignetes Medium für die experimentelle Ermittlung des Wellenwiderstandes. Aber es ist nicht ausgeschlossen, daß man eines Tages die Eigenschaften der idealen Flüssigkeit durch physikalische Analogie im Versuch (oder Analogrechnen) nachbilden und somit den Wellenwiderstand R_w indirekt "messen" kann. Eine zwar ungenaue, aber doch etwas realistischere Methode wäre die indirekte Ermittlung von R_w aus dem gemessenen Wellenbild in einer wirklichen (also zähen) Flüssigkeit bei gleichzeitiger Absaugung der Grenzschicht.

Das nach Froude **) benannte Modellgesetz für den Wellen-

**) Bekanntlich wurde dieses Gesetz im wesentlichen schon von Reech (1831) vor William Froude (1874) erkannt. Wegen genauer Quellenangaben vgl. z. B. BIRKHOFF (1955, S 103).

widerstand in idealer Flüssigkeit ist auch als Spezialfall in Gln. (1.3.8) enthalten:

$$(1.3.13) \quad R_w / \frac{\rho}{2} V^2 l^2 = C_w = C_w(f^*, Fr).$$

Wir haben jetzt die Begriffe Gesamt-, Zähigkeits- und Wellenwiderstand: R_t , R_v und R_w eindeutig und unabhängig voneinander definiert. Deshalb braucht auch bei gleicher Form ($F^* = F(x', z')$; z'_G, z'_P) und Geschwindigkeit V die Summe $R_v + R_w$ im allgemeinen nicht gleich R_t zu sein. Für die Differenz bietet sich die natürliche Bezeichnung Wechselwirkungsanwiderstand R_{vw} an. Wir schreiben die Definitionsgleichung:

$$(1.3.14) \quad R_{vw} = R_t - R_v - R_w ;$$

$$C_{vw} = C_t - C_v - C_w .$$

Offenbar ist R_{vw} nur als ein Restwiderstand definiert. Er ist ein Maß für die nichtlineare Wechselwirkung der beiden Widerstandsursachen: Zähigkeit und Wellenbildung.

Offensichtlich kann von einem eigenen Modellgesetz für R_{vw} nicht die Rede sein. Es ist dennoch aufschlußreich, seine funktionelle Abhängigkeit von Form und Geschwindigkeit in dimensionslosen Parametern auszudrücken. Aus Gln. (1.3.8, 1.3.11 und 1.3.13) folgt ganz allgemein:

$$(1.3.15) \quad R_{vw} / \frac{\rho}{2} V^2 l^2 = C_{vw} = C_{vw}(f^*, Re, Fr).$$

Aus sehr allgemeinen physikalischen Erwägungen kann man schließen, daß R_t , R_v und R_w positiv definierte Größen sind. Dagegen kann R_{vw} grundsätzlich sowohl positiv als auch negativ sein.

Schließlich ist noch folgendes zu bemerken: Die in diesem Abschnitt definierten strengen Begriffe R_v , R_w und R_{vw} werden wir gelegentlich als den n o m i n e l l e n Zähigkeits-, Wellen und Wechselwirkungswiderstand bezeichnen, um den Unterschied zu einigen später einzuführenden nichtstrengen Begriffen zu betonen.

1.3.2. Strenge Begriffe (II. Gruppe): Druck- oder Normalspannungswiderstand; Reibungs- oder Tangential- oder Schubspannungswiderstand.

Wenn man den Gesamtwiderstand als das Ergebnis zweier physikalisch verschiedener, aber miteinander wechselwirkender Ursachen ansieht, so ist vom ursächlichen Standpunkt keine strenge Zweiteilung, wohl aber eine strenge Dreiteilung möglich. Das kommt in Gln. (1.3.14) zum Ausdruck. Wenn man sich jedoch mehr um die Wirkung als um die Ursache kümmert, so sind auch strenge phänomenologische Zweiteilungen nach beliebigen Gesichtspunkten möglich. Eine physikalisch besonders sinnvolle Zweiteilung dieser Art ist die Aufspaltung des Gesamtwiderstandes in Druck- und Reibungsanteile. Um diese Aufspaltung mathematisch auszudrücken, ist es notwendig, den Spannungstensor $\underline{\sigma}$ etwas näher zu betrachten.

In einer inkompressiblen, zähen Flüssigkeit setzt sich der Spannungstensor $\underline{\sigma}$ an einem beliebigen Punkt aus einem skalaren Druck p und einem Tensor der Reibungsspannungen, kurz Reibungstensor $\underline{\tau}$ zusammen:

$$(1.3.16) \quad \begin{pmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} = -p \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}.$$

$$(1.3.16 \text{ a}) \quad -p = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z).$$

Die skalare Größe p ist eine Invariante des Spannungstensors $\underline{\sigma}$ gegenüber Koordinatentransformationen und dient zur Definition des Flüssigkeitsdruckes p in einer zähen Flüssigkeit. In einer reibungslosen Flüssigkeit ist der Tensor $\underline{\tau}$ identisch Null. Bekanntlich folgt aus der Momentengleichgewichtsbedingung, daß $\underline{\sigma}$ und $\underline{\tau}$ symmetrische Tensoren sind, vgl. z. B. SCHLICHTING (1958, S 44).

In Analogie zur Gln. (1.3.2) erhalten wir jetzt die folgenden Definitionen. Der Druckwiderstand R_p ist die integrierte Kraftwirkung des Flüssigkeitsdruckes auf die Schiffsoberfläche:

$$(1.3.17) \quad R_p = \int_{S^*} (p \underline{n})_x \, ds = \int_{S^*} p n_x \, ds.$$

Der Reibungswiderstand R_f ist entsprechend:

$$(1.3.18) \quad R_f = - \int_{S^*} (\underline{\tau} \underline{n})_x \, ds = - \int_{S^*} (\tau_{xx} n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z) \, ds.$$

Der international übliche Index f steht für "friction" (= Reibung). n_x, n_y, n_z sind die x, y, z -Komponenten des Normalvektors $\underline{n}$. Aus Gln. (1.3.16) folgt, daß diese Zweiteilung exakt ist:

$$(1.3.19) \quad R_t = R_p + R_f.$$

Wir wollen jetzt noch zeigen, daß $-(p\underline{n})$ tatsächlich die Normalspannung und $(\underline{\tau}\underline{n})$ die Tangential- oder Schubspannung auf der Schiffsoberfläche S^* ist. Es ist keineswegs selbst-

verständlich, läßt sich jedoch leicht wie folgt nachweisen:

Nach dem Stokes'schen Reibungsgesetz für Newton'sche Flüssigkeiten sind die Reibungsspannungen lineare Funktionen der Geschwindigkeitsänderungen. Für eine homogene, isotrope Flüssigkeit gilt:

$$(1.3.20) \quad \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}.$$

(Dabei haben wir vereinbarungsgemäß eine inkompressible Flüssigkeit vorausgesetzt.) μ ist der Zähigkeitsbeiwert und u, v, w sind die x, y, z -Komponenten der örtlichen Geschwindigkeit $\underline{v}$. (Wir werden später mit $\underline{v}$ die Störgeschwindigkeit im mitbewegten Koordinatensystem $Oxyz$ bezeichnen. Das hat jedoch keinen Einfluß auf die Gleichungen in diesem Abschnitt, weil die konstante Anströmungsgeschwindigkeit $-V$ keinen Beitrag zu den Ableitungen nach x, y, z leistet.).

Die Reibungsspannung ($\underline{\tau}$ $\underline{n}$) auf ein beliebiges Flächenelement ds in der Flüssigkeit wird u.a. sowohl eine Normalkomponente (parallel zu $\underline{n}$) als auch eine Tangentialkomponente (senkrecht zu $\underline{n}$) haben. Auf der Schiffsoberfläche S^* gilt jedoch die Haftbedingung:

$$(1.3.21) \quad \underline{v} = (u, v, w) = 0 \quad \text{auf } S^*.$$

Daraus folgt, daß jede Geschwindigkeitsänderung in Richtung des Normalvektors $\underline{n}$ liegen muß. Das heißt, die Vektorprodukte: $\underline{n} \times (\text{grad } u)$, $\underline{n} \times (\text{grad } v)$ und $\underline{n} \times (\text{grad } w)$ müssen auf S^* identisch verschwinden. Diese neun skalaren Gleichungen zusammen mit der Kontinuitätsbedingung für inkompressible Flüssigkeit, $\text{div } \underline{v} = 0$, ergeben die folgende Beziehung:

(1.3.21 a)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{auf } S^*.$$

vgl. auch SERRIN (1959, S 240-241).

Es ist leicht einzusehen, daß wegen Gln. (1.3.20 und 1.3.21 a) das Skalarprodukt $(\underline{\zeta}) \cdot \underline{n}$ auf S^* verschwindet. Die Reibungsspannung $(\underline{\zeta})$ auf einer haftenden Oberfläche ist also tatsächlich eine reine Tangential- oder Schubspannung. Hieraus folgt, daß $-p\underline{n}$ die reine Normalspannung auf S^* ist. Für den speziellen Fall einer haftenden Oberfläche gilt daher: Druckwiderstand = Normalspannungswiderstand; Reibungswiderstand = Tangential- oder Schubspannungswiderstand.

Wegen Gln. (1.3.20) und 21 a) können wir Gln. (1.3.18) umschreiben als

(1.3.22)

$$\begin{aligned} R_f &= -\mu \int_{S^*} \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} n_x + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_y + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) n_z \right] ds \\ &= \mu \int_{S^*} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) n_y + \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) n_z \right] ds. \end{aligned}$$

Dabei haben wir vereinbarungsgemäß eine isotherme Strömung ($\mu = \text{const}$) angenommen.

Es sei nochmals betont, daß die exakte Zweiteilung

$R_t = R_p + R_f$ keine ursächliche Aufspaltung des Gesamtwiderstandes darstellt. Die Druckverteilung p ist nicht etwa gleich der Verteilung p^i in der korrespondierenden idealen Strömung. Der Druck p und die Geschwindigkeit v werden von der Zähigkeit und der Wellenbildung gemeinsam und unzertrennlich beeinflusst, vgl. Abschnitt 1.4.3. Der funktionelle Zusammenhang zwischen Form und Widerstand vereinfacht sich daher durch diese Teilung nicht, außer in einigen trivialen Spezialfällen. Es gilt u.a. nach Gl. (1.3.8):

$$(1.3.23) \quad R_{p,f} / \frac{\rho}{2} v^2 l^2 = C_{p,f} = C_{p,f}(f^*, Re, Fr).$$

Nebenbei sei bemerkt, daß man in ähnlicher Weise auch den Zähigkeits- oder den Wechselwirkungswiderstand in Druck- und Reibungsanteile zerlegen kann. Dagegen ist der Wellenwiderstand (in idealer Flüssigkeit) voraussetzungsgemäß ein reiner Druckwiderstand.

$$(1.3.24) \quad R_v = R_{vp} + R_{vf},$$

$$R_{vw} = R_{vwp} + R_{vwf},$$

$$R_w = R_{wp}; R_{wf} = 0.$$

Lediglich bei der ablösungsfreien Umströmung von sehr schlanken, vollkommen "stromlinienförmigen" Schiffsförmern bei hohen Reynoldszahlen könnte man sagen, daß der Einfluß der Zähigkeit auf eine kleine Reibungsschicht beschränkt bleibt. Es gilt dann in erster Näherung:

$$(1.3.25) \quad R_f \approx R_v,$$

$$R_p \approx R_w + R_{vw}.$$

Schließlich ist noch festzustellen, daß die Größen R_p und R_f nicht nur berechenbar, sondern grundsätzlich auch (wenigstens indirekt) meßbar sind. Der Druckwiderstand R_p ist häufig aus Druckmessungen an mehreren Stellen auf der Oberfläche S^* im Modellversuch ermittelt worden.

1.3.3. Strenge Begriffe (III. Gruppe):

Plattenreibungs- und viskoser Restwiderstand; Froudescher und Föttinger-Hughesscher Restwiderstand; Restdruckwiderstand.

In diesem Abschnitt wollen wir die von William Froude eingeführten Begriffe: Reibungs- und Restwiderstand präzisieren sowie die neueren Vorschläge von Hughes und Birkhoff zur Definition des Wellenwiderstandes in einer zähen Flüssigkeit erörtern.

Der P l a t t e n r e i b u n g s w i d e r s t a n d R_{fo} einer Schiffsform sei der Widerstand einer äquivalenten Platte. Dieser bekanntlich von William Froude stammende Begriff erweist sich als außerordentlich nützlich für eine praktische, ingenieurmäßige Lösung des Widerstandsproblems. Zur Unterscheidung von dem bereits anders definierten Reibungswiderstand R_f nennen wir ihn in Abänderung der üblichen Terminologie P l a t t e n r e i b u n g s w i d e r s t a n d. Der Begriff der "äquivalenten" Platte ist nicht selbstverständlich, sondern bedarf einer genauen Definition. Zuerst ist es wünschenswert, nicht von dem Schiff, sondern von dem Spiegelschiff auszugehen, um den störenden Einfluß der freien Oberfläche auszuschalten. Aus theoretischen Erwägungen soll die Platte die gleiche Länge L und die integrierte benetzte Oberfläche 2Ω haben wie das Spiegelschiff.

Ferner ist es zweckmäßig, diese Fläche symmetrisch zur x-Achse anzuordnen und genauso auf die Länge zu verteilen wie beim Schiff. Damit ist die Plattenkontur eindeutig festgelegt. Die Gleichung des Schiffsprofils in der Ebene $y' = 0$ sei

$$(1.3.26) \quad z' = T(x').$$

Dann ist wegen Gln. (1.2.3) das Integral $\int$ der benetzten Oberfläche S des ruhenden Schiffes:

$$(1.3.27) \quad \int_S = 2 \int_{-L/2}^{L/2} dx' \int_0^{T(x')} \left[1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z'} \right)^2 \right]^{-1/2} dz'.$$

Damit ist die Halbbebreite der äquivalenten Platte:

$$(1.3.28) \quad G(x') = \int_0^{T(x')} \left[1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z'} \right)^2 \right]^{-1/2} dz'.$$

Um auch den Fall des Schiffes im beschränkten Wasser eindeutig zu erfassen, ist es notwendig, die Orientierung der äquivalenten Platte um die x-Achse festzulegen, etwa auf die Ebene $x' = 0$. Wenn wir den Spannungstensor in dieser gedachten Spiegelströmung um die äquivalente Platte mit $\underline{\sigma}^p(x, y, z)$ bezeichnen, dann ist, vgl. Gln. (1.3.2 und 1.3.16):

$$(1.3.29) \quad R_{fo} = - \int_{-L/2}^{L/2} dx \int_{-G(x)}^{G(x)} \tau_{xy}^p dz, \quad (y \rightarrow +0)$$

weil jetzt die Koordinatensysteme Oxyz und O'x'y'z' zusammenfallen. τ_{xy}^p ist offensichtlich die einzige Spannungskomponente, die zum Widerstand beiträgt, und wir integrieren nur über die eine Seite, um den halben Widerstand der

gespiegelten äquivalenten Platte zu erhalten. Das Modellgesetz für R_{f0} ist als Spezialfall in Gln. (1.3.10) enthalten:

$$(1.3.30) \quad R_{f0} / \frac{\rho}{2} v^2 l^2 = C_{f0} = C_{f0}(g, Re).$$

Dabei ist $g(\xi') = G(x')/l$ die dimensionslose Plattenkontur. Die ursprünglichen Froudeschen sowie die heute üblichen Formeln für den Plattenreibungswiderstand sind begrifflich mit R_{f0} nicht identisch, sondern stellen semi-empirische Näherungsverfahren für seine praktische Ermittlung dar; siehe Abschnitt 1.4.2.

Der Plattenreibungswiderstand wird durch den ebenfalls von Froude eingeführten Begriff des **R e s t w i d e r - s t a n d e s** sinnvoll ergänzt. In unserem Sinne ist der Restwiderstand eine lediglich als Differenz zwischen zwei Widerstandsbegriffen definierte Rechengröße. Der bereits definierte Wechselwirkungswiderstand R_{vw} ist ein Beispiel dafür.

Bevor wir auf den Froudeschen Restwiderstand zu sprechen kommen, definieren wir zuerst einen **v i s k o s e n R e s t w i d e r s t a n d** :

$$(1.3.3a) \quad R_{vr} = R_v - R_{f0}; \quad C_{vr} = C_v - C_{f0}.$$

Bei schlanken, stromlinienförmigen Körpern ist der Plattenreibungswiderstand R_{f0} eine gute Näherung für den nominellen Zähigkeitswiderstand R_v . Der viskose Restwiderstand R_{vr} wird gewissermaßen als der Einfluß der "Form" auf den Zähigkeitswiderstand angesehen. Erfahrungsgemäß wird R_{vr} im Vergleich zu R_{f0} nur dann bedeutend, wenn sich

die Grenzschicht vom Körper ablöst und eine mehr oder minder deutliche Wirbelbildung im Nachlauf zu beobachten ist. Daher wird R_{vr} oft auch als Wirbelwiderstand bezeichnet. Wir ziehen den Namen viskosen Restwiderstand vor, weil die Größe R_{vr} nicht ~~mahsich~~, sondern tatsächlich nur als der Rest $R_v - R_{f0}$ definierbar ist. Ferner ist R_{vr} mit dem aufgrund von Gln. (1.3.9) und (1.3.17) exakt definierbaren viskosen Druckwiderstand nicht identisch. R_{vp} und R_{vf} seien die Druck- und Reibungsanteile des nominellen Zähigkeitswiderstandes R_v . Dann ist der Unterschied:

$$(1.3.31) \quad R_{vp} - R_{vr} = R_{f0} - R_{vf}$$

besonders bei völligen Körpern nicht vernachlässigbar klein. Das "Modellgesetz" für R_{vr} vereinfacht sich gegenüber Gln. (1.3.10) nicht

$$(1.3.32) \quad R_{vr, vp, vf} / \frac{\rho}{2} V^2 l^2 = C_{vr, vp, vf} = C_{vr, vp, vf}(f, Re).$$

Die in Gln. (1.3.30) auftretende Plattenkontur $g(\xi')$ ist offenbar in der Schiffsform $f(\xi', \zeta')$ enthalten.

Der als die Differenz zwischen dem Gesamtwiderstand R_t und dem Plattenreibungswiderstand R_{f0} definierte Froudesche Restwiderstand R_r^F hat sich überraschenderweise im Modellversuchswesen hervorragend bewährt, vgl. Abschnitt 1.4.2. Aus Gln. (1.3.14 und 1.3.30) folgt:

$$(1.3.33) \quad R_r^F = R_t - R_{f0} = R_w + R_{vw} + R_{vr}.$$

Der Froudesche Restwiderstand stellt also die Summe des

Wellen-, Wechselwirkungs- und viskosen Restwiderstandes dar. Aus diesem Grunde ist er manchmal der Sammelbegriff für alle unbekannten Einflüsse *) genannt wor-

*) vgl. BIRKHOFF et alia (1954, S 366).

den, was er in der Tat auch ist. Um wenigstens den rein Zähigkeitsbedingten Term R_{vr} aus dem Froudeschen Restwiderstand R_r^F herauszunehmen, hatte FÖTTINGER (1924, S 342) den Einsatz von Spiegelmodellen angeregt. Anscheinend unabhängig davon hat auch HUGHES (1954, S 328) einen ähnlichen Vorschlag gemacht. Er nennt die Differenz zwischen dem Gesamt- und dem Zähigkeitswiderstand "free surface resistance", also etwa den "Widerstand durch die freie Oberfläche". Gemeint ist natürlich nicht der Einfluß der freien Oberfläche an sich, sondern vielmehr der in Anwesenheit der Zähigkeit hervorgerufene Zusatzwiderstand durch die freie Oberfläche. Naturgemäß enthält dieser F ö t t i n g e r - H u g h e s s c h e R e s t w i d e r s t a n d R_r^H außer dem nominellen Wellenwiderstand auch den Wechselwirkungswiderstand:

$$(1.3.34) \quad R_r^H = R_t - R_v = R_w + R_{vw} .$$

In dieser Darstellung ist die Größe R_r^H streng definiert. Aber sie ist nicht mehr exakt, wenn R_v nach dem empirischen Ansatz von HUGHES (1954, S 333) abgeschätzt wird.

Als eine "rationale" Definition von "Wellenwiderstand" in einer zähen Flüssigkeit führen BIRKHOFF et alia (1954, S 363) den Unterschied zwischen dem gesamten und rein viskosen Druckwiderstand ein. Diesen R e s t d r u c k -

w i d e r s t a n d bezeichnen wir mit R_r^B , um ihn von den bereits eingeführten Größen R_r^F und R_r^H zu unterscheiden:

$$(1.3.35) \quad R_r^B = R_p - R_{vp}.$$

Versuchstechnisch ist dieser Begriff durchaus sinnvoll. Die Größen R_p und R_{vp} lassen sich experimentell aus Druckmessungen an einem Überwasser- und dem Spiegelmodell ermitteln. Offensichtlich gilt:

$$(1.3.36) \quad R_r^B = R_w + R_{vwp} \\ = R_t - (R_v + R_{vwf}),$$

wenn wir mit R_{vwp} und R_{vwf} die Druck- und Reibungsanteile von R_{vw} bezeichnen. Demnach ist der Birkhoffsche Restwiderstand ebenso wenig wie der Hughessche eine "rationale" Definition für den Wellenwiderstand in einer zähen Flüssigkeit. Er ist lediglich die Summe des nominellen Wellenwiderstandes R_w in idealer Flüssigkeit und des Druckanteils von dem Wechselwirkungswiderstand R_{vw} in zäher Flüssigkeit.

Die ursächlichen und funktionellen Zusammenhänge vereinfachen sich für keinen der vorhergegangenen drei Restwiderstände gegenüber dem Gesamtwiderstand. Daher gilt grundsätzlich:

$$(1.3.37) \quad R_r^{F,H,B} / \frac{\rho V^2 l^2}{2} = C_r^{F,H,B} = C_r^{F,H,B}(f^*, Re, Fr).$$

1.3.4. Faststrenge Begriffe

Scheinbarer Zähigkeits- und Wellenwiderstand; virtueller Reynolds- und Froudewiderstand.

Wir werden jetzt einige Begriffe einführen, die eine zentrale Bedeutung für die vorliegende Untersuchung haben. Dabei behalten wir uns die expliziten Definitionen für die nachfolgenden Kapitel vor. Hier soll lediglich das grundlegende Prinzip erörtert und formale Definitionen angegeben werden, um die Liste der benötigten Widerstandsbegriffe zu vervollständigen.

Die strengen Begriffe: nomineller Zähigkeits- und Wellenwiderstand, R_v und R_w , wurden definiert, indem die zugehörigen physikalischen Ursachen im Gedankenexperiment getrennt wurden. Es soll jetzt versucht werden, analoge Begriffe für die "gemischte" Strömung zu definieren, d.h. für den Fall, daß Zähigkeit und Wellenbildung gleichzeitig wirksam sind. Diese Aufgabe ist nicht leicht. Eigentlich ist sie wegen der nichtlinearen Wechselwirkung unsachgemäß: So sagt z.B. GUILLOTON (1952, S 345): "Es wäre töricht, sich einzubilden, man könne den Wellenwiderstand in einer zähen Flüssigkeit rigoros definieren." Während HAVELOCK in seiner Diskussion zu GUILLOTON (1952, S 356 - 7) diese Ansicht bestätigt, deutet er jedoch auf die Möglichkeit einer nichtstrengen Definition hin.

In dieser Untersuchung wird gezeigt, daß man unter geeigneten Bedingungen nicht nur eine nichtstrenge, sondern

eine faststrenge Definition für den "Wellenwiderstand" in einer zähen (oder gar wirklichen) Flüssigkeit angeben kann. Der Grundgedanke ist ganz einfach. Der Schiffswiderstand oder ganz allgemein die Kraftwirkung zwischen der Flüssigkeit und einem festen Körper stellt nach dem dritten Bewegungsgesetz von Newton ein Kräftepaar "Aktio-Reaktio" dar. Man kann nun zunächst von der Kraftwirkung auf das Schiff ausgehen und versuchen, die auf das Schiff wirkenden Kräfte mit Zähigkeit und Wellenbildung in Zusammenhang zu bringen. Es ist üblich, daß man die Reibungsanteile der Spannung mit Zähigkeit und die Druckanteile mit Wellenbildung verbindet. Das führt dann zu der Zweiteilung: $R_t = R_f + R_p$, vgl. Gln. (1.3.21/22). Erfahrungsgemäß wird der ursächliche Zusammenhang zwischen Form und Widerstand damit keineswegs vereinfacht. BIRKHOFF et alia (1954, S 363) gehen einen Schritt weiter und wollen nur den Wechselwirkungswiderstand R_{vw} in Reibungs- und Druckanteile zerlegen. Sie erreichen damit die Aufteilung: $R_t = (R_v + R_{v wf}) + (R_w + R_{w vp})$, vgl. Gln. (1.3.36). Aber auch dieser Vorschlag ist nicht ganz befriedigend; denn die Gleichsetzung der Spannungsrichtung oder -art mit Spannungsursache, gleichgültig ob für R_t oder R_{vw} , ist prinzipiell anfechtbar und unanschaulich.

Unsere Überlegung geht nun von der "Reaktio" aus, d.h. von der dem Schiffswiderstand gleichgroßen, aber entgegengesetzten Kraftwirkung auf die Flüssigkeit. Diese manifestiert sich als Impulsfluß und Spannungsverteilung in der Flüssigkeit. Für die Berechnung des Widerstandes genügt es, wenn man die Geschwindigkeits- und Spannungsverteilung auf einer vom Schiff beliebig weit entfernten "Kontrollfläche" kennt. Dabei zeigt sich ein charakteristischer Unterschied zwischen Wellenbildung und Zähigkeit. Die

Reaktion des Wellenwiderstandes äußert sich in der Wellenbildung (d.h. Verformung der freien Oberfläche), diejenige des Zähigkeitswiderstandes in einem durch Gesamt-druckverlust gekennzeichneten Nachstrom. Wir können diese unterschiedlichen Mechanismen ausnutzen, um faststrenge Definitionen für einen "scheinbaren" Zähigkeits- bzw. Wellenwiderstand in der "gemischten" Strömung zu entwickeln.

Betrachten wir zuerst den Wellenwiderstand. Aufbauend auf eine Arbeit von HAVELOCK (1934) kann gezeigt werden, daß der nominelle Wellenwiderstand R_w in idealer Flüssigkeit aus dem im Gedankenexperiment meßbaren idealen Wellenbild $\zeta^i(x,y)$ errechnet werden kann. Die für diese Rechnung notwendige Operation wollen wir Wellenanalyse nennen und mit dem Operator W_A bezeichnen. Wir schreiben symbolisch:

$$(1.3.38) \quad R_w = W_A[\zeta^i(x, y), k_0, \gamma] .$$

Damit deuten wir an, daß man für die Anwendung der Operation W_A außer dem Wellenbild ζ^i auch noch die Wellenzahl $k_0 = g/V^2$ und die Wichte $\gamma = \rho g$ wissen muß. Wichtig ist, daß man für die Berechnung von R_w nicht das gesamte Wellenbild $\zeta^i(x, y)$ in der ganzen x,y -Ebene braucht, sondern i.a. nur einige Profile der Art $\zeta^i(x_1, y)$ oder $\zeta^i(x, y_1)$. Die Funktion $\zeta^i(x, y)$ muß also gewisse Bedingungen erfüllen, damit das Ergebnis R_w der Operation W_A eindeutig und unabhängig von der Lage der Profile x_1, y_1 ist. Es läßt sich theoretisch zeigen, daß dies tatsächlich der Fall ist.

In Analogie zur Gln. (1.3.38) können wir jetzt einen scheinbaren Wellenwiderstand $\tilde{R}_w$ in einer zähen (oder wirklichen) Flüssigkeit formal definieren:

$$(1.3.39) \quad \tilde{R}_w = W_A \zeta(x,y), k_0, \gamma.$$

Damit haben wir einen zunächst nur für das ideale Wellenbild ζ^i zulässigen Operator W_A auf das wirkliche Wellenbild ζ formal übertragen. Dieser Schritt bedarf einer Rechtfertigung. Die Parameter k_0 und γ sind auch in einer wirklichen homogenen Flüssigkeit einwandfrei definiert. Aber die Funktion $\zeta(x,y)$ müßte die soeben besprochene Eindeutigkeitseigenschaft haben, wenn die Größe $\tilde{R}_w$ überhaupt einen Sinn haben soll. Streng genommen, ist es nicht einmal der Fall für inkompressible zähe Flüssigkeit, geschweige denn die wirkliche. Wir werden jedoch zeigen, daß in einem von uns untersuchten Fall die im Modellversuch "gemessene" Funktion $\zeta(x,y)$ in einem schiffsfernen, endlichen Bereich ($x_1 < x < x_2$) mit praktisch hinreichender Genauigkeit das notwendige Eindeutigkeitskriterium erfüllt. Damit erhält die Größe $\tilde{R}_w$ nach Gln. (1.3.39) einen praktischen Sinn.

Etwas anders verhält es sich mit dem Zähigkeitswiderstand. Wir haben schon erwähnt, daß man den Gesamtwiderstand aus der Spannungs- und Geschwindigkeitsverteilung auf einer vom Schiff beliebig weit entfernten Kontrollfläche errechnen kann. Schon in mäßiger Entfernung vom Schiff kann man die Reibungsanteile der Spannung praktisch vernachlässigen und braucht daher nur die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung auf der Kontrollfläche. Es ist meßtechnisch gün-

stig, eine Transversalebene ($x = x_1$) hinter dem Schiff als Kontrollfläche zu wählen. Die Reaktion auf diese Fläche ist offensichtlich unabhängig von der Lage x_1 der Ebene, wenn sich die Integration über die gesamte Ebene erstreckt. Eine solche Messung wäre jedoch zu aufwendig. Es ist charakteristisch für eine zähe Strömung bei hohen Reynoldszahlen, daß man die Reaktion auf die ganze Transversalebene auf ein Integral über ein beschränktes Gebiet zurückführen kann, und zwar auf den Nachstrombereich. Der Zähigkeitsbedingte Nachstrom wird durch einen Energieverlust im Sinne der Bernoulli-Gleichung gekennzeichnet. Wir definieren das Nachstromgebiet N durch die Bedingung

$$(1.3.40) \quad 1 - \frac{(p-p_a) + \rho g z + \frac{\rho}{2} [(u-V)^2 + v^2 + w^2]}{\frac{\rho}{2} V^2} > \epsilon; \\ \epsilon < 1.$$

Darin ist p_a der atmosphärische Druck und (u,v,w) die Komponenten der Störgeschwindigkeit im mitbewegten System Oxyz. ϵ ist eine vorgegebene Toleranz im Sinne der Grenzschichttheorie, etwa 0,01. Die linke Seite in Gln. (1.3.40) ist ein Maß für den auf den Staudruck bezogenen, relativen Energieverlust im Nachstrom. Für hohe Reynoldszahlen ist die Schnittfläche des Nachstroms mit der Ebene $x = x_1$ hinter dem Modell recht klein. Wir wollen vorläufig annehmen, daß man den Zähigkeitswiderstand R_v in der Spiegelströmung aus der Druck- und Geschwindigkeitsverteilung im Nachstrom berechnen kann, also symbolisch:

$$(1.3.41) \quad R_v = \frac{1}{2} N_A \left[p^s(x_1, y, z), \underline{v}^s(x_1, y, z), \frac{\rho}{2} V^2, \gamma \right].$$

Der Operator N_A soll Nachstromanalyse heißen. Außer $p(x_1, y, z)$ und $\underline{v}^s(x_1, y, z)$ benötigt man für die Nachstromanalyse den Staudruck $\frac{\rho}{2} v^2$ und die Wichte $\gamma = \rho g$. Es ist in der Tat kein exakter Operator vom Typ (1.3.41) bekannt, aber die in der Aerodynamik üblichen Näherungsformeln von Betz und Jones ergeben unter günstigen Voraussetzungen einen eindeutigen (d.h. von der Lage x_1 der Meßebene fast unabhängigen) und mit dem direkt meßbaren Widerstand R_v praktisch identischen Wert. In Analogie zur Gln. (1.3.40) für die Spiegelströmung definieren wir einen scheinbaren Zähigkeitswiderstand $\tilde{R}_v$ für die "gemischte" oder wirkliche Strömung als:

$$(1.3.42) \quad \tilde{R}_v = N_A \left[p(x_1, y, z), \underline{v}(x_1, y, z), \frac{\rho}{2} v^2, \gamma \right].$$

Dabei sind p und $\underline{v}$ die wirklichen, meßbaren Größen in der Schiffsströmung in Anwesenheit einer freien Oberfläche! Der Integrationsbereich für die Nachstromanalyse ist jetzt nur nach unten durch die Nachstrombedingung (1.3.40) begrenzt. Nach oben ist er durch die freie Oberfläche $z = \zeta(x, y)$ abgegrenzt.

Auch hier muß der heuristische Ansatz (1.3.42) gerechtfertigt werden, durch einen experimentellen Nachweis, daß die Nachstromanalyse N_A einen von x_1 unabhängigen Wert $\tilde{R}_v$ liefert. Wir werden später zeigen, daß dies bei unseren Versuchen annähernd zutrifft.

Abschließend sei zu $\tilde{R}_w$ und $\tilde{R}_v$ noch folgendes bemerkt. Wir haben diese Größen unabhängig von einander definiert.

Deshalb muß man apriori damit rechnen, daß ihre Summe nicht genau gleich dem Gesamtwiderstand R_t ist. Die etwaige Differenz, mit der wir uns später beschäftigen werden, wollen wir vorläufig die scheinbare Diskrepanz $\tilde{R}_{vw}$ nennen, also

$$(1.3.43) \quad R_t = \tilde{R}_v + \tilde{R}_w + \tilde{R}_{vw}.$$

Es ist auch offensichtlich, daß das "Modellgesetz" für $\tilde{R}_v$ und $\tilde{R}_w$ prinzipiell ebenso allgemein sein muß wie für R_t , d.h.

$$(1.3.44) \quad \tilde{R}_{v,w} / \frac{\rho}{2} V^2 l^2 = \tilde{C}_{v,w} = \tilde{C}_{v,w}(f^*, Re, Fr).$$

Es fragt sich jetzt, was wir dann überhaupt durch die Einführung von $\tilde{R}_v$ und $\tilde{R}_w$ bezwecken, wenn sich dadurch nicht einmal der funktionelle Zusammenhang zwischen Widerstand und Form vereinfacht. Die Antwort ist: wir können mit Recht erwarten, daß die Form der Funktionale $\tilde{C}_{v,w}$ einfacher sein wird als C_t . Man kann sich vorstellen, daß $\tilde{C}_v(f^*, Re, Fr)$ im wesentlichen mit $C_v(f, Re)$ übereinstimmt und der Einfluß von Fr nur als eine kleine Korrektur erscheint. Umgekehrt sollte $\tilde{C}_w(f^*, Re, Fr)$ im wesentlichen wie $C_w(f^*, Fr)$ aussehen mit einigen von Re abhängigen Korrekturen. Ferner können wir erwarten, daß $\tilde{R}_{vw}$ klein ist, auf jeden Fall im Vergleich zu R_{vw} . Aber der erste Schritt ist der empirische Nachweis, daß $\tilde{R}_v$ und $\tilde{R}_w$ überhaupt mit angemessenem Aufwand als eindeutige Größen aus einem Modellversuch ermittelt werden können. Dies ist ein wesentlicher Teilinhalt unserer Arbeit.

Wir kommen jetzt zu einem weiteren und letzten Begriffspaar. Es beruht auf einer empirischen Hypothese von TELFER

(1927, S 177). In unserer Schreibweise lautet diese

$$(1.3.45) \quad \frac{\partial^2 C_t}{\partial Re \partial Fr} = \frac{\partial^2 C_{vw}}{\partial Re \partial Fr} = 0.$$

Hieraus folgt, daß man den Gesamtwiderstand in zwei Teile zerlegen kann, von denen der eine dem Modellgesetz von Reynolds und der andere dem Froudeschen Gesetz unterliegt, vgl. Abschnitt 1.5.1:

$$(1.3.46) \quad C_t(f^*, Re, Fr) = C_{Re}(f^*, Re) + C_{Fr}(f^*, Fr),$$

$$R_{Re} = \frac{\rho}{2} V^2 l^2 C_{Re} ; \quad R_{Fr} = \frac{\rho}{2} V^2 l^2 C_{Fr} .$$

Zu beachten ist, daß C_{Re} und C_{Fr} nicht notwendig identisch sind mit C_v und C_w , wenn man nur fordert, daß die Hypothese (1.3.45) in einem beschränkten Gebiet der Re-Fr-Ebene gilt. Ferner ist die Zweiteilung nach (1.3.46) aufgrund der Annahme (1.3.45) nur bis auf eine Konstante eindeutig. Deshalb zieht man zweckmäßig die folgende Grenzbedingung hinzu:

$$(1.3.46 \text{ a}) \quad Fr \rightarrow 0, C_t \rightarrow C_{Re}.$$

Es muß betont werden, daß C_{Re} und C_{Fr} nur faststrenge Begriffe sind, weil die Hypothese (1.3.45) nur näherungsweise zutrifft.

Vom Standpunkt der Modellversuchstechnik sind alle theoretischen Überlegungen relativ uninteressant, wenn es gelingt, das praktische Problem auf der Grundlage des Näherungsansatzes (1.3.45) befriedigend zu lösen. Daher wäre

man versucht, die nach (1.3.45) definierten Größen R_{Re} und R_{Fr} den "effektiven" oder "praktischen" Zähigkeits- und Wellenwiderstand zu nennen. Aber um die Begriffe: Zähigkeits- und Wellenwiderstand nicht zu strapazieren, wollen wir sie lieber den virtuellen Reynolds- und Froudewiderstand benennen.

1.3.5. Übersicht

Zum Abschluß dieses recht umfangreich gewordenen ~~Abschnitts~~ bringen wir als Tafel 1.1 eine Übersicht über die bisher eingeführten Widerstandsbegriffe. Angesichts dieser Vielzahl könnte man fast verzweifeln und fragen, ob diese Haarspalterei wirklich notwendig war. Aber man denke nur daran, daß in der Literatur heute der Ausdruck "Wellenwiderstand" mindestens für die sieben unterschiedlichen Begriffe (R_w , R_p , R_r^F , R_r^H , R_r^B , $\tilde{R}_w$ und R_{Fr}) verwandt wird, von den zahlreichen Näherungsverfahren für ihre theoretische oder experimentelle Bestimmung ganz zu schweigen! Wie sollte man dann bei dem Wirrwarr noch die Effekte zweiter Ordnung untersuchen können, um die es uns in dieser Arbeit geht? Dabei ist unsere Liste keineswegs vollständig. Uns geht es hier nur darum, einige rationale Prinzipien aufzuzählen, nach denen der Schiffswiderstand zweckdienlich in Komponenten aufgeteilt werden kann. Das wird noch deutlicher in der Tafel 1.2, in der die Komplementarität und Polarität verschiedener Prinzipien zum Ausdruck kommt. Der besseren Übersicht halber haben wir in Tafel 1.2 auch die nach der Michellschen bzw. Imishchen Theorie errechenbaren Wellenwiderstände R_{wo} und R_w^I aufgenommen, ebenso die entsprechenden Restwellenwiderstände R_{wr} und R_{wr}^I .

Freilich handelt es sich dabei nicht um neue physikalische Begriffe, sondern lediglich um eindeutige Rechenvorschriften zur approximativen Ermittlung des einzigen exakten Wellenwiderstandes R_w . Der Grad der Approximation wird durch die "Korrekturen" oder Reste R_{wr} und R_{wr}^I ausgedrückt.

	Benennung	Zeichen	Bestimmungsgleichung	Modellgesetz	Wechsel- beziehung
Strenge Begriffe	I Gruppe	Gesamtwiderstand	R_t	$-\int_{S^*} (\underline{\sigma} \underline{n})_x ds$	$c_t(f^*, Re, Fr)$
		nomineller Zähigkeitsw.	R_v	$-\int_{S^s} (\underline{\sigma}^s \underline{n})_x ds$	$c_v(f, Re)$
		" Wellenwiderst.	R_w	$\int_{S_i} p' n_x ds$	$c_w(f^*, Fr)$
		" Wechselwirkungsw.	R_{vw}	$R_t - R_v - R_w$	$c_{vw}(f^*, Re, Fr)$ $R_t = R_v + R_w + R_{vw}$
	II Gruppe	Druckw. (Normalspannungsw.)	R_p	$\int_{S^*} p n_x ds$	$c_p(f^*, Re, Fr)$
		Reibungsw. (Schubspannungsw.)	R_f	$\mu \int_{S^*} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) n_y + \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) n_z \right] ds$	$c_f(f^*, Re, Fr)$ $R_t = R_p + R_f$
	III Gruppe	Plattenreibungswiderst.	R_{f0}	$-\int_{-L/2}^{L/2} dx \int_{-G(x)}^{G(x)} \tau_{xy}^p dz$	$c_{f0}(g, Re)$
		viskoser Restwiderst.	R_{vr}	$R_v - R_{f0}$	$c_{vr}(f, Re)$ $R_v = R_{f0} + R_{vr}$
		Froudescher Restw.	R_r^F	$R_t - R_{f0}$	$c_r^F(f^*, Re, Fr)$ $R_r^F = R_{vr} + R_w + R_{vw}$
		Restwiderst. n. Fötttinger	R_r^H	$R_t - R_v$	$c_r^H(f^*, Re, Fr)$ $R_r^H = R_w + R_{vw}$
	Begriffe	Restdruckwiderstand	R_r^B	$R_p - R_{vp}$	$c_r^B(f^*, Re, Fr)$ $R_r^B = R_w + R_{vw}$
		scheinbarer Zähigkeitsw.	$\tilde{R}_v$	$N_A [p(x, y, z), \underline{v}(x, y, z), \frac{\rho}{2} V^2, \gamma]$	$\tilde{c}_v(f^*, Re, Fr)$
		scheinbarer Wellenwiderst.	$\tilde{R}_w$	$W_A [\xi(x, y), k_0, \gamma]$	$\tilde{c}_w(f^*, Re, Fr)$ $R_t \approx \tilde{R}_v + \tilde{R}_w$
		virtueller Reynoldsw.	R_{Re}	$c_t \approx c_{Re} + c_{Fr}$	$c_{Re}(f^*, Re)$
Faststrenge	virtueller Froudew.	R_{Fr}	aus Geosimanalyse	$c_{Fr}(f^*, Fr)$	$R_t \approx R_{Re} + R_{Fr}$

Tafel 1.1. Übersicht über die wichtigsten Widerstandsbegriffe.

Nr.	Prinzip	Aufspaltung
1)	Physikalische Ursache: Zähigkeit und Wellenbildung	$R_t = R_v + R_w + R_{vw}$ $= R_v + R_r^H$
2)	Physikalische Wirkung:	
	a) Nahwirkung (Kräfte auf das Schiff: Spannungsart (Druck und Reibung) oder Spannungsrichtung (Normal und Tangential)	$R_t = R_p + R_f$ $R_v = R_{vp} + R_{vf}$ $R_w = R_{wp}; R_{wf} = 0!$ $R_{vw} = R_{vwp} + R_{vwf}$
	b) Fernwirkung (Reaktion auf die Flüssigkeit): Impulsfluß im Nachstrom und Wellenbild	$R_t = R_v + R_w + R_{vw}$ $\approx R_v + R_w$
3)	Kombination von 1) und 2 a)	$R_t = R_v + R_{vwf} + R_{vwp} + R_w$ $= (R_v + R_{vwf}) + R_r^B$
4)	Mathematische Approximation	
	a) Lineare Wellentheorie	
	aa) Michell-Havelock (systematische Linearisation)	$R_w = R_{wo} + R_{wr} \approx R_{wo}$
	ab) Inui (heuristischer Ansatz)	$R_w = R_w^I + R_{wr}^I \approx R_w^I$
	b) Grenzschichttheorie: Plattenreibungsanalogie	$R_v = R_{fo} + R_{vr} \approx R_{fo}$
5)	Dimensionsanalyse: Empirischer Näherungsansatz	$C_t = C_t(f^*, Re, Fr)$ $C_t \approx C_{Re}(f, Re) + C_{Fr}(f, Fr)$

Tafel 1.2. Zusammenstellung einiger rationaler Prinzipien, nach denen der Gesamtwiderstand in Komponenten zerlegt werden kann.

1.4. Herkömmliche Bearbeitung des Widerstandsproblems

Unter dem Widerstandsproblem verstehen wir die an die Spitze dieser Arbeit gestellte Aufgabe, nämlich die Aufdeckung der Abhängigkeit des Widerstandes von Schiffsförm, Geschwindigkeit und anderen in Frage kommenden Faktoren. Durch Einführung eines verhältnismäßig einfachen, der mathematischen Behandlung zugänglichen, aber durchaus noch wirklichkeitsnahen Gedankenmodells ist es uns gelungen, die den Widerstand bestimmenden Faktoren einzuschränken und in Gln. (1.3.3 a) zusammenzufassen. Ferner konnten wir mit Hilfe der Dimensionsanalyse eine Anzahl von dimensionslosen, charakteristischen Parametern finden und den durch Gln. (1.3.3/3 a) ausgedrückten formalen Zusammenhang noch kompakter schreiben, vgl. Gln. (1.3.7/7 a). Das Widerstandsproblem besteht nun darin, eine explizite Darstellung für die unbekannten Funktionen R_t in Gln. (1.3.3/3 a) bzw. C_t in Gln. (1.3.7/7 a) zu finden. Die praktische Notwendigkeit für unsere Untersuchung ergibt sich überhaupt erst aus der Tatsache, daß die herkömmliche Bearbeitung des Widerstandsproblems nach allgemeiner Ansicht den Bedürfnissen der Praxis nicht gerecht wird. Wir werden unser Aktionsprogramm, das auf lange Sicht eine bessere Bearbeitung des Widerstandsproblems ermöglichen soll, im Kapitel 1.6. darlegen. Doch vorher wollen wir versuchen, im vorliegenden Kapitel einen Überblick über die herkömmliche Bearbeitung zu gewinnen und auf die genauen Ursachen ihrer Mängel hinzuweisen. Natürlich gibt es heute kein einheitliches, allgemein anerkanntes Verfahren für die Berechnung des Schiffswiderstandes. Die Skala der zahlreichen angewandten und vorgeschlagenen Methoden reicht von einfachen empirischen

Faustregeln bis zu recht komplizierten theoretischen Rechenverfahren. Für unsere Zwecke dürfte es genügen, wenn wir die verschiedenen Methoden unter drei charakteristischen Gruppen zusammenfassen, die sich im wesentlichen darin unterscheiden, in welchem Maße dabei Empirie und Theorie nebeneinander angewandt werden. Der Anschaulichkeit halber wollen wir Sie als empirische, experimentelle und theoretische Methoden bezeichnen.

1.4.1. Empirische Methoden

Die empirischen Methoden zielen darauf ab, eine explizite Form für die in Gln. (1.3.3a) auftretende unbekannte Funktion

$$(1.4.1) \quad R_t^f = R_t^f(F(x', z'), z_G', z_P', V, \rho, \mu, g)$$

auf fast empirischem Wege zu finden, d.h. allein aufgrund der bisher mit Schiffen im Betrieb gemachten Erfahrung. Die Aussichtslosigkeit dieser Methode wird deutlich, wenn man bedenkt, daß hier ein Funktional einer Funktion (von zwei Veränderlichen) und sechs weiteren Veränderlichen gesucht wird. Jeder Schiffsbetriebszustand stellt lediglich einen Punkt, also eine einzige Kombination dieser Variablen dar. Erschwerend kommt hinzu, daß im praktischen Schiffsbetrieb selten Wert darauf gelegt wird, zuverlässige Zahlenwerte für den Widerstand und die zugehörigen Variablen zu ermitteln. Man müßte also eigens zu diesem Zwecke besondere Probe- oder Forschungsfahrten veranstalten, die jedoch angesichts der vielen veränderlichen und schwer kontrollierbaren Versuchsbedingungen wirtschaftlich kaum zu verantworten wären. Um auf diesem Wege über-

haupt weiter zu kommen, muß man also die relativ umfassende Aufgabe schon drastisch einschränken. Das geschieht, indem man zunächst die dynamische Verdrängung vernachlässigt, also z'_G , z'_P eliminiert, und dann auch ρ , μ und g als "konstant" ansieht, also im wesentlichen den Einfluß der Temperatur auf die Zähigkeit des Wassers außerachtläßt. Man hat dann die einfache Beziehung:

$$(1.4.1a) \quad R_t = R_t (F(x', z'), V).$$

Aber selbst dann muß man ein Funktional einer Funktion (von zwei Veränderlichen) und einer Variablen empirisch ermitteln. Das vorliegende, beschränkte Erfahrungsmaterial reicht dazu bei weitem nicht aus. Man ist gezwungen, die Formfunktion $F(x', z')$ in grober Weise durch einige Formparameter zu ersetzen, um überhaupt einige Grundtendenzen herauszuarbeiten. Als einfachstes Beispiel führen wir die bekannte Admiralitätsformel an:

$$(1.4.2) \quad R_t = c \Delta^{2/3} V^2 .$$

Die Form wird hier offensichtlich bis auf eine Proportionalitätskonstante durch einen einzigen Parameter ersetzt, und zwar durch die Verdrängung Δ . Es ist offensichtlich, daß empirische Formeln dieser Art, wenn sie auch noch so raffiniert und für die Praxis verlockend sein mögen, niemals zum Ziel führen können, zumal erfahrungsgemäß in gewissen kritischen Bereichen kleine, auch lokale Änderungen der Form $F(x', z')$ verhältnismäßig große Änderungen des Widerstandes R_t zur Folge haben. Wir lehnen daher die empirischen Methoden als rationale Lösung des Widerstandsproblems ab und werden sie hier nicht weiter behandeln.

1.4.2. Experimentelle Methoden

Unter der "experimentellen" Methode verstehen wir hier speziell die für die Schiffstheorie so wichtige Methode des Modellversuchs. Die theoretische Grundlage für die Modellversuche bildet das aus der Dimensionsanalyse abgeleitete Modellgesetz, (Gln. (1.3.8)):

$$R_t / \frac{\rho}{2} V^2 l^2 = C_t = C_t(f^*, Re, Fr),$$

das die Konstanz des Widerstandsbeiwertes C_t für dynamisch ähnliche Strömungen garantiert. Wenn wir die Indizes s und m für Schiff und Modell verwenden, so gilt

$$(1.4.3) \quad C_{ts} = C_{tm},$$

$$R_{ts} / \frac{\rho_s}{2} V_s^2 l_s^2 = R_{tm} / \frac{\rho_m}{2} V_m^2 l_m^2.$$

Wir könnten also den Schiffswiderstand R_{ts} aus dem im Modellversuch meßbaren Widerstand R_{tm} eines im Längenverhältnis l_m/l_s hergestellten kleinen Modells exakt umrechnen, wenn die Größen ρ und V in beiden Fällen bekannt sind. Voraussetzung für diesen "vollkommenen" Modellversuch ist jedoch die dynamische Ähnlichkeit zwischen Schiff und Modell.

Diese schließt ein: 1) die geometrische Ähnlichkeit der effektiven Form f^* , also die Identitäten:

$$(1.4.4 \text{ a}) \quad f_m(\xi', \zeta') = f_s(\xi', \zeta')$$

$$(1.4.4. \text{b}) \quad \text{und} \quad \zeta'_{Gm} = \zeta'_{Gs}, \quad \zeta'_{Pm} = \zeta'_{Ps};$$

$$(1.4.4 \text{ c}) \quad \text{bzw.} \quad e_m = e_s, \quad \psi_m = \psi_s.$$

und 2) die mechanische Ähnlichkeit, also die Gleichungen:

$$(1.4.5 \text{ a}) \quad \text{Re}_m = \text{Re}_s, \text{ d.h. } V_m l_m / \nu_m = V_s l_s / \nu_s ;$$

$$(1.4.5 \text{ b}) \quad \text{Fr}_m = \text{Fr}_s, \text{ d.h. } \frac{V_m}{\sqrt{g_m l_m}} = \frac{V_s}{\sqrt{g_s l_s}} .$$

Die ersten Bedingungen (1.4.4) sind durchaus erfüllbar, aber die letzten (1.4.5) machen den "vollkommenen" Modellversuch leider praktisch undurchführbar, solange das Wasser als einziges Modellversuchsmedium zur Verfügung steht, also wenn

$$(1.4.6 \text{ a}) \quad \varrho_m = \varrho_s ,$$

$$(1.4.6 \text{ b}) \quad \nu_m = \nu_s .$$

Offensichtlich ist es unter den Nebenbedingungen (1.4.6) nicht möglich, die beiden Bedingungen (1.4.5) gleichzeitig zu erfüllen, außer im trivialen Fall $l_m = l_s$, wenn also das "Modell" ebenso groß wie das Schiff und damit eigentlich kein Modell mehr ist, vgl. TAYLOR (1943, S 16). Wir müssen also mit dem "vollkommenen" Modellversuch solange warten, bis ein geeignetes Versuchsmedium gefunden ist, das die gleichzeitige Erfüllung der Bedingungen (1.4.5) gestattet. Offensichtlich müßte diese Flüssigkeit eine wesentlich geringere kinematische Zähigkeit ν haben als Wasser, und zwar

$$(1.4.7) \quad \nu_m / \nu_s = (l_m / l_s)^{3/2}$$

unter der natürlichen Annahme $g_m = g_s$. Z.B. müßte für einen

Modellmaßstab 1:100 die kinematische Zähigkeit des Versuchsmediums nur 1:1000 derjenigen des Wassers betragen. Solche Flüssigkeiten sind bisher technisch unerschlossen.

Die heutige zwar "unvollkommene", aber doch wenigstens praktisch durchführbare Schiffsmodellversuchstechnik haben wir bekanntlich einem genialen Einfall von William FROUDE (1874) zu verdanken. Im Froudeschen Modellversuch werden normalerweise nur die Bedingungen (1.4.4 a) und (1.4.5 b) erfüllt; die Bedingungen (1.4.4 b/c) werden meist als praktisch unbedeutend vernachlässigt, und der Einfluß der zwangsläufigen Verletzung von (1.4.5 a) wird mittels einer halbempirischen Hypothese erfaßt. Der zusätzlichen Erfüllung der Ähnlichkeitsbedingung (1.4.4 b) steht jedoch grundsätzlich nichts im Wege.

Es ist wichtig, den wesentlichen Inhalt der Froudeschen Hypothese zu erkennen. (Nicht zu verwechseln mit Gln. (1.3.13), dem Reech-Froudeschen Gesetz.). Der ursprüngliche spezielle Ansatz von FROUDE (1874, S 52 bis 54) ist eigentlich unvereinbar mit den später entwickelten Prinzipien der Dimensionsanalyse, und die modernen teils kritischen, teils sehr wohlwollenden Auffassungen seiner Hypothese sind etwas unterschiedlich, vgl. GRANVILLE (1956, S 211). Der Eindeutigkeit halber wollen wir daher unter der Froudeschen Hypothese grundsätzlich die TELFERsche (1927, S 176) Auffassung verstehen. Dazu gehen wir von unserem allgemeinen Modellgesetz Gln. (1.3.7 a) aus.

$$(1.4.8) \quad C_t = C_t(f(\xi', \zeta'), \zeta'_G, \zeta'_P, Re, Fr).$$

(Da hier keine Verwechslung möglich ist, lassen wir den oberen Index f fortfallen, setzen aber stillschweigend den "freitrimmenden" Zustand voraus.).

In der vollkommensten Form des Froudeschen Modellversuchs ist von allen auf der rechten Seite auftretenden Größen nur die Reynoldszahl Re zwischen Schiff und Modell verschieden. Der Unterschied zwischen C_{ts} und C_{tm} hängt also ab von der Differenz $(Re_s - Re_m)$ und der partiellen Ableitung $\partial C_t / \partial Re$, die theoretisch ebenso wie C_t selbst ein Funktional von f , ζ'_G , ζ'_P , Re und Fr sein muß. Der Grundgedanke der Froude-Telferschen Hypothese ist die vereinfachende heuristische Annahme, daß $\partial C_t / \partial Re$ in erster Näherung nur eine Funktion von Re sei. Die mathematische Bedeutung dieser Annahme erläutern BIRKHOFF et alia (1954, S 362). Die Funktion $\partial C_t / \partial Re$ nennt man zweckmäßig die Extrapolations- oder Umrechnungsfunktion. (Gemeint ist die Umrechnung von Modell auf Schiff.). Der zweite und sekundäre Teil der Froude-Telferschen Hypothese ist ein halbempirischer Ansatz für die Umrechnungsfunktion als eine explizite Funktion der Reynoldszahl. Es ist sinnvoll, jeden in Frage kommenden Ansatz für die Umrechnungsfunktion $\partial C_t / \partial Re$ als eine Modellhypothese zu bezeichnen, da sie näherungsweise als Ersatz für das exakte Modellgesetz (Gln. (1.3.8) und (1.4.3)) dienen soll.

Konventionelles Plattenreibungswiderstand

Wir wollen jetzt versuchen, unserer Fassung der Froudeschen Modellhypothese eine genaue physikalische und anschauliche Deutung zu geben. Dazu müssen wir zuerst einen

neuen Plattenreibungswiderstand im erweiterten Froude-
schen Sinne einführen. Wir gehen von einer vereinbarten
Plattenreibungslinie aus:

$$(1.4.9) \quad R_f^D / \frac{\rho}{2} V^2 \Omega^D = C'_{fo} = C'_{fo}(Re').$$

Darin bedeutet R_f^D den Reibungs- . d.h. Gesamtwiderstand
einer ebenen Platte der Länge L und benetzter Oberfläche
 Ω^D in paralleler Anströmung V einer Flüssigkeit von
Dichte ρ . Die Reynoldszahl der Platte bezeichnen wir
mit $Re' = VL/\nu$ (zur Unterscheidung von der Reynoldszahl
 $Re = VL/\nu$, wo L eine bisher noch nicht festgelegte be-
liebige charakteristische Länge bedeutet). Es gibt heute
eine Reihe von vereinbarten und vorgeschlagenen Plattenrei-
bungslinien von der Art (1.4.9), vgl. GRANVILLE (1956).
Es sind teils empirische, teils theoretischefundierte
halbempirische Formeln, die auf Versuchen mit meist recht-
eckigen Platten beruhen, aber bei der Auswertung das Sei-
tenverhältnis nicht berücksichtigen. Es ist jedoch aus
theoretischen Erwägungen offensichtlich, daß es eine ein-
deutige Formel vom Typ (1.4.9) nur für die ebene Platte
von Seitenverhältnis $= \infty$ geben kann. Bei endlichen Platten
muß der Beiwert C'_{fo} neben Re' auch von der Plattenkontur
abhängen, vgl. Gln. (1.3.30). Dies wurde von HUGHES (1954)
auch experimentell nachgewiesen. Wir wollen uns hier mit
dieser Frage weiter nicht beschäftigen. Aufgrund einer
"vereinbarten" Plattenreibungslinie (1.4.9) kann man den
"konventionellen" Plattenreibungswiderstand einer Schiffs-
form wie folgt definieren:

$$(1.4.10) \quad R_{fo} = \frac{\rho}{2} V^2 \Omega C'_{fo} .$$

Aus einsehbaren Gründen verwendet man in der Praxis statt der exakten benetzten Oberfläche ω des ruhenden Schiffes nach Gln. (1.3.27) eine Quasioberfläche ω_0 , die das Integral der abgewickelten Spantlängen über die Schiffslänge darstellt, vgl. GUTSCHE (1933):

(1.4.11)

$$\omega_0 = 2 \int_{-L/2}^{L/2} dx' \int_0^{T(x')} \left[1 + (\partial F / \partial z')^2 \right]^{1/2} dz' .$$

(Der Unterschied $\omega - \omega_0$ wird nur für breite Formen - großes B/L - bedeutend, für die der Begriff R_{f0} ohnehin nicht mehr sinnvoll ist.).

Der konventionelle (Platten-) Reibungswiderstand nach Gln. (1.4.10) ist nicht nur vom exakten Reibungswiderstand R_f nach Gln. (1.3.22) sondern auch von dem ~~nomi-~~ nellen Plattenreibungswiderstand R_{f0} nach Gln. (1.3.29) zu unterscheiden. Ein Teil der allgemeinen Verwirrung um den Schiffsreibungswiderstand ist darauf zurückzuführen, daß man diese Begriffe nicht streng auseinanderhält. Während (1.3.22) und (1.3.29) physikalische Begriffe bestimmen, ist (1.4.10) eigentlich nur eine vereinbarte Rechenvorschrift. Bestenfalls ist R_{f0} nach (1.4.9 und 10) ein Näherungsverfahren für die praktische Ermittlung von R_{f0} nach (1.3.29). Wir werden ab jetzt nur noch den konventionellen Reibungswiderstand im Sinne von Gln. (1.4.9/10) verwenden. Den Unterschied gegenüber (1.3.29) kann man ohne weiteres durch eine entsprechende Neudefinition des viskosen Restwiderstandes $R_{vr} = R_v - R_{f0}$ auf die "Form" abschieben, ebenso $R_r^F = R_t - R_{f0}$, vgl. Gln. (1.3.30a und 33). Auch der konventionelle Rei-

bungsbeiwert C_{fo} ist aufgrund von (1.4.9 und 10) als eine Funktion von Re und Ω/l^2 definiert:

$$(1.4.12) \quad R_{fo}/\frac{\Omega}{2} V^2 l^2 = C_{fo} = C_{fo}(Re, \Omega/l^2) \\ = \frac{\Omega}{l^2} C'_{fo}\left(\frac{l}{l} Re\right) .$$

Wir sind jetzt in der Lage, die Froudesche Modellhypothese explizit zu formulieren:

Froudesche Hypothese: Die TELFERSche (1927) Auffassung der Froudeschen Hypothese ist im wesentlichen:

$$(1.4.13) \quad \frac{\partial C_t}{\partial Re} = \frac{\partial C_{fo}}{\partial Re} = \left(\frac{\Omega}{l^2}\right) \left(\frac{l}{l}\right) \frac{\partial C'_{fo}}{\partial Re} .$$

Daraus folgt die bekannte Umrechnungsvorschrift für den Froudeschen Modellversuch: Wenn

$$(1.4.4 a) \quad f_m(\xi', \zeta') \equiv f_s(\xi', \zeta'),$$

$$(1.4.4b) \quad \zeta'_{Gm} = \zeta'_{Gs} ; \quad \zeta'_{Pm} = \zeta'_{Ps} \quad \text{und}$$

$$(1.4.4b) \quad Fr_m = Fr_s , \quad \text{dann}$$

$$(1.4.13a) \quad C_{ts} - C_{tm} = \int_{Re_m}^{Re_s} \frac{\partial C_t}{\partial Re} dRe = (C_{fo})_s - (C_{fo})_m \\ = \frac{\Omega}{l^2} \left[(C'_{fo})_s - (C'_{fo})_m \right] .$$

Demnach braucht man für die experimentelle Ermittlung des Gesamt-Widerstandes einer vorgegebenen Schiffsform

außer einem Froudeschen Modellversuch nur die Kenntnis der Plattenreibungslinie C'_{fo} , die man ein für allemal aus Plattenversuchen gewinnen kann. Offenbar ist diese Hypothese gleichbedeutend mit der Einführung eines Froudeschen Restwiderstandes $R_r^F = R_t - R_{fo}$, dessen Beiwert C_r^F von der Reynoldszahl unabhängig sein soll. Die Froudesche Hypothese besteht also im wesentlichen darin, daß man das Reech-Froudesche Gesetz Gln. (1.3.13) für den Wellenwiderstand R_w stattdessen auf den Restwiderstand R_r^F anwendet.

Die in der Froudeschen Hypothese impliziten Annahmen sind jetzt sofort ersichtlich. Unter den Nebenbedingungen (1.4.4a und b) ergibt Gln. (1.4.8):

$$\begin{aligned}
 (1.4.14) \quad \Delta C_t &= \Delta Re \frac{\partial C_t}{\partial Re} = \Delta Re \cdot \frac{\lambda}{Re} (C_v + C_w + C_{vw}) \\
 &= \Delta Re \frac{\partial}{\partial Re} (C_{fo} + C_{vr} + C_{vw}) \\
 &= \Delta Re \left[\left(\frac{\Omega}{l^2} \right) \left(\frac{l}{l} \right) \frac{dC'_{fo}}{dRe} + \frac{\partial C_{vr}}{\partial Re} + \frac{\partial C_{vw}}{\partial Re} \right].
 \end{aligned}$$

Die Ableitung gründet sich sukzessiv auf Gln. (1.3.14, 13,33a) und (1.4.12). Ein Vergleich mit Gln. (1.4.13) zeigt den grundsätzlichen Fehler in der Froudeschen Hypothese:

$$(1.4.15a) \quad \delta C_{ts}^{(1)} = - \int_{Re_m}^{Re_s} \frac{\partial C_r^F}{\partial Re} dRe = - \int_{Re_m}^{Re_s} \left[\frac{\partial C_{vr}}{\partial Re} + \frac{\partial C_{vw}}{\partial Re} \right] dRe.$$

Hier soll $\delta C_{ts}^{(1)}$ die Differenz zwischen dem wahren C_{ts} und dem C_{ts} nach der Froudeschen Umrechnung (1.4.13) bedeuten. Wenn außerdem - wie sehr häufig in Praxis - die Bedingungen (1.4.4b) vernachlässigt werden, dann kommt offensichtlich wegen Gln. (1.4.8) der folgende nichtgrundsätzliche Fehler hinzu:

(1.4.15b)

$$\delta C_{ts}^{(2)} = - \int \zeta'_{Gs} \frac{\partial C_t}{\partial \zeta'_G} d\zeta'_G - \int \zeta'_{Ps} \frac{\partial C_t}{\partial \zeta'_P} d\zeta'_P .$$

Man achtet wohl oft darauf, daß der Angriffspunkt der Schleppkraft im Modellversuch ungefähr in Höhe der Propellerwelle liegt, also $\zeta'_{Ps} - \zeta'_{Pm} = 0$, aber die Lage des Schwerpunktes ζ'_G wird selten berücksichtigt. Der Fehler $\delta C_{ts}^{(2)}$ dürfte im Vergleich zu $\delta C_{ts}^{(1)}$ i.a. kaum ins Gewicht fallen. (Beim Vergleich zwischen Theorie und Versuch muß man jedoch beide berücksichtigen, vgl. Abschnitt 3.1.3).

Man muß auch bedenken, daß die verschiedenen Terme in Gln. (1.4.15a und b) keineswegs absolut additiv zu sein brauchen. Im Gegenteil: der überraschende praktische Erfolg der Froudeschen Hypothese legt den Verdacht nahe, daß sie sich in vielen Fällen zumindest teilweise gegenseitig aufheben. Da die verschiedenen Terme anscheinend von gleicher Größenordnung sind, ist es wenig sinnvoll, irgendwelche Korrekturen für Einzeleffekte anzubringen. (z.B. kann man nicht garantieren, daß die Einhaltung der Bedingung (1.4.4b) in jedem Einzelfall zu einer Verkleinerung des Gesamtfehlers $|\delta C_{ts}^{(1)} + \delta C_{ts}^{(2)}|$ und damit zu

einer genaueren Vorausberechnung des Schiffswiderstandes führen würde.). Das ist ~~w~~ahrscheinlich der Grund, warum manche vernünftige Vorschläge, die nur eine teilweise Verbesserung der Froudeschen Hypothese darstellen, siehe Abschnitt 1.5.1., sich nicht durchsetzen konnten. Eine Methode, die praktisch zuverlässiger sein will, muß versuchen, alle wesentlichen Fehlerquellen der Froudeschen Hypothese gleichzeitig auszuschalten. Sie müßte also wenigstens die beiden partiellen Ableitungen $\partial C_{vr} / \partial Re$ und $\partial C_{vw} / \partial Re$ berücksichtigen. Man kann ihren Fehler anschaulich den "Maßstabeffekt" auf den "Formeinfluß" C_{vr} und auf die Wechselwirkung C_{vw} nennen. (Nebenbei sei ~~ge~~merkt, daß der "Maßstabeffekt" genaugenommen ein Reynolds-zahleffekt ist, also nicht nur vom Modellmaßstab l_m / l_s , sondern auch von den Verhältnissen V_m / V_s und v_m / v_s abhängt.)

Es sei betont, daß in der Froudeschen Hypothese keine Widerstandsanteile, sondern nur zwei partielle Ableitungen vernachlässigt werden. Die Abhängigkeit des C_{vr} von Form f und die des C_{vw} von f und Fr werden voll und richtig erfaßt. Eine zusätzliche, aber vermeidbare Fehlermöglichkeit liegt in der Tatsache, daß die Funktion $C'_{fo}(Re)$ vorläufig halbempirisch ermittelt wird. Aber auch hier kommt es auf eine additive Konstante nicht an. Maßgebend für die Richtigkeit der Hypothese (1.4.13) ist nur die Ableitung dC'_{fo} / dRe . Trotz dieser Fehlerquellen hat sich die Froudesche Hypothese in der Praxis recht ~~gut~~ bewährt und ist auch heute (in verschiedenen Abwandlungen) die meistgebrauchte Methode für die Vorhersage des Schiffswiderstandes. Wir schließen diesen Abschnitt mit der Feststellung:

Um grundsätzlich über die Froudesche Hypothese hinauszugehen, muß man die Änderung des Formeinflusses C_{vr} und der Wechselwirkung C_{vw} mit der Reynoldszahl Re untersuchen.

Systematische Modellversuche

Es ist zweckmäßig, an dieser Stelle auch das Verfahren der systematischen Modellversuche zu erwähnen, das eine sehr nützliche Synthese der "empirischen" und "experimentellen" Methoden darstellt. Man geht dabei nicht von Gln. (1.4.1), sondern von der rationelleren (im doppelten Sinne) Gln. (1.4.8) aus. Das Erfahrungsmaterial wird nicht auf der kostspieligen Schiffsebene, sondern auf der wirtschaftlich vertretbaren und wissenschaftlich kontrollierbaren Modellebene gesammelt und mit Hilfe der Froudeschen Hypothese auf naturgroße Schiffe übertragen. Somit wird wenigstens die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes C_t von Froudezahl Fr und Form $f(\xi', \zeta')$ direkt, experimentell untersucht. Die letztere kann jedoch wegen der zweidimensionalen Mannigfaltigkeit ohne theoretische Leitsätze kaum systematisch erfaßt werden. Die früher erhobenen Einwände gegen die empirischen Methoden und die Froudesche Hypothese gelten auch hier. Dennoch beweist die große Beliebtheit der systematischen Modellversuchsergebnisse, z.B. von TAYLOR (1943), in der Praxis, daß sie ein wertvolles Hilfsmittel im Entwurfsstadium sind, da man nicht für jeden Entwurf gleich einen Modellversuch durchführen möchte. Es ist aber nicht zu bestreiten, daß der eigentliche Sinn des Modellversuchs nicht in einer empirischen Lösung des Widerstandsproblems, sondern nur in der Verifikation einer rationalen Theorie liegen kann.

1.4.3. Theoretische Methoden

Unter der "theoretischen" Methode verstehen wir ein Verfahren für die rechnerische Ermittlung des Schiffswiderstandes, das sich ausschließlich auf die Prinzipien der mathematischen Logik und rationaler Mechanik gründet. Lediglich physikalische Konstanten (wie g) und Materialeigenschaften (wie ρ , ν) sollen empirisch bestimmt werden. Eine umfassende theoretische Lösung in diesem Sinne ist natürlich bisher nicht gelungen, sonst wären noch weitere empirische Untersuchungen wie die vorliegende kaum nötig. Es gibt bisher nur theoretische Teillösungen. Um einen gewissen Überblick über die Schwierigkeiten des Gesamtproblems und über die in den Teillösungen inhärenten Approximationen zu gewinnen, ist es zweckmäßig, die Aufgabe zunächst im Rahmen der bereits vereinbarten Einschränkungen (siehe 1.1.) möglichst allgemein zu formulieren. Wir betrachten die gleichförmige Bewegung eines freitrimmenden (siehe 1.2.) Schiffes auf seitlich und der Tiefe nach unbeschränktem Wasser.

Gegeben sei ~~and~~ die Schiffsform $y' = \pm F(x', z')$, die Angriffspunkte der ~~Schwer~~ und Schwerkraft z'_P und z'_G im schiffsfesten Koordinatensystem $O'x'y'z'$ (siehe 1.2.); ferner die Geschwindigkeit V , die Stoffbeiwerte ρ , ν und die Erdbeschleunigung g , also insgesamt fünf Variable und eine Funktion von zwei Variablen.

Gesucht sind im mitbewegten Koordinatensystem $Oxyz$ (siehe 1.2.), der Druck p und die Komponenten der Strömungsgeschwindigkeit u, v, w im Strömungsbereich; ferner zur genauen Abgrenzung des Strömungsbereiches nach oben die dynamische Ein-

tauchung E und Vertrimmung ψ des Schiffes sowie die freie Oberfläche $z = \zeta(x,y)$ und vor allem die unbekannte Schubkraft P (siehe Abbildung 1.1.). Es sind im ganzen vier Funktionen von x, y, z , eine von (x,y) und drei Variable.

Hilfsgrößen:

Um das mathematische Problem in halbwegs übersichtlicher Form hinschreiben zu können, ist es zweckmäßig, eine Reihe von Hilfsgrößen einzuführen, die sich alle auf die obigen Grundgrößen zurückführen lassen. Es sind die Schiffsmasse m , der Längen-Schwerpunkt x'_G , der Schwerpunkt im mitbewegten System x_G, z_G ; die effektive dynamische Schiffsform $y = \pm F^*(x,z,E,\psi)$, der Vektor der Störgeschwindigkeit $\underline{v}$, der Spannungstensor $\underline{\sigma}$ und die auf das Schiff wirkenden hydrodynamischen Kraftkomponenten K_x, K_z , sowie das positive Moment um die y -Achse M_y . Die Grenzfläche zwischen dem Schiffskörper und dem Wasser wollen wir in Ruhelage mit S und im dynamischen Gleichgewicht mit S^* bezeichnen; S_y und S_y^* seien die entsprechenden Projektionen auf die Mittellängsebene $y = +0$. Die meisten dieser Hilfsgrößen haben wir in anderem Zusammenhang schon eingeführt, aber die Relationen seien hier der besseren Übersicht halber noch einmal zusammengestellt.

Aus der hydrostatischen Gleichgewichtsbedingung für die Ruhelage folgt:

$$(1.4.16a) \quad m = -2\rho \int_{S_y} z' \frac{\partial F}{\partial z'} dz' dx' ,$$

$$(1.4.16b) \quad m x'_G = -2Q \int_{S_y} z' x' \frac{\partial F}{\partial z'} dz' dx'.$$

Ferner aus den Gln. (1.2.2):

$$(1.4.16c) \quad x_G = x'_G \cos \psi - z'_G \sin \psi,$$

$$(1.4.16d) \quad z_G = -E + x'_G \sin \psi + z'_G \cos \psi,$$

$$(1.4.16e) \quad F^*(x, z, E, \psi) = F(x', z') \\ = F(x \cos \psi + \overline{z+E} \sin \psi, -x \sin \psi + \overline{z+E} \cos \psi).$$

Der Vektor $\underline{v}$ ist einfach (u, v, w) und der Tensor $\underline{\sigma}$ nach Gln. (1.3.16 und 2a):

$$(1.4.16f) \quad \begin{pmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} + \mu \left(\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \right).$$

Die hydrodynamischen Kräfte sind entsprechend Gln. (1.3.1 und 1a):

$$(1.4.16g) \quad K_x = -2 \int_{S_y} (\sigma_{x \frac{\partial F^*}{\partial x}} - \sigma_{xy} + \sigma_{xz} \frac{\partial F^*}{\partial z}) dz dx,$$

$$(1.4.16h) \quad K_z = -2 \int_{S_y} (\sigma_{zx} \frac{\partial F^*}{\partial x} - \sigma_{zy} + \sigma_z \frac{\partial F^*}{\partial z}) dz dx,$$

$$(1.4.16i) \quad \overline{m}_{\underline{G}}' = -2q \int_{S_y} z' x' \frac{F}{z}, dz' dx' .$$

$$M_y = - \iint_{S_y^*} \left[z \left(\sigma_x \frac{\partial F^*}{\partial x} - \sigma_{xy} + \sigma_{zx} \frac{\partial F^*}{\partial z} \right) - x \left(\sigma_{zx} \frac{\partial F^*}{\partial x} - \sigma_{zy} + \sigma_z \frac{\partial F^*}{\partial z} \right) \right] dz dx .$$

In Glm. (1.4.16g,h,i) erstrecken sich die Integrale zwar über die projizierte Fläche S_y^* , die Werte für die Spannung sind jedoch an der tatsächlichen Oberfläche S^* (auf der Backbordseite $y > 0$) zu entnehmen, d.h. $\underline{\sigma}$ ist gleich $\underline{\sigma}(x, F^*(x, z, E, \psi), z)$ einzusetzen.

Wir sind jetzt in der Lage, das vollständige Differentialgleichungssystem für die mathematische Beschreibung der Strömung zu formulieren.

Den vier unbekannten Ortsfunktionen u, v, w, p entsprechen vier Differentialgleichungen. Es sind die Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen, vgl. SCHLICHTING (1958, S 51):

$$(1.4.17 a) \quad (u-v) \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right),$$

$$(1.4.17b) \quad (u-v) \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right),$$

$$(1.4.17 c) \quad (u-v) \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

und die Kontinuitätsgleichung:

$$(1.4.17d) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Diese vier Dgln. sollen im gesamten Strömungsbereich ($|y| \geq F^*$, $z < \zeta$) gelten. Den drei unbekannten Variablen E, ψ, P entsprechen die drei Gleichungen für das dynamische Gleichgewicht, vgl. Gln. (1.2.5):

$$(1.4.18a) \quad K_x + P \cos \psi = 0,$$

$$(1.4.18b) \quad K_z + P \sin \psi - mg = 0,$$

$$(1.4.18c) \quad M_y + P \left[(z_P' - z_G') + z_G \cos \psi - x_G \sin \psi \right] + x_G mg = 0.$$

Ferner haben wir drei Randbedingungen auf der Grenzfläche S^* und vier Randbedingungen zur Bestimmung der freien Oberfläche $\zeta(x, y)$. Es sind die Haftbedingungen auf dem festen Körper:

$$(1.4.19) \quad u - V = v = w = 0 \quad \text{auf } y = \pm F^*(x, z, E, \psi) \\ \text{im Bereich } S^*,$$

sowie kinematische Bedingung (Normalgeschwindigkeit gleich Null) und die drei dynamischen Bedingungen (Tangentialspannungen = Null; Normalspannung gleich dem atmosphärischen Druck p_a) auf der freien Oberfläche, vgl. WEHAUSEN (1960, S 452-4):

$$(1.4.20a) \quad (u - V) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} - w = 0,$$

$$(1.4.20b) \quad (p_a + \sigma_x) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \sigma_{xy} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \sigma_{xz} = 0,$$

$$(1.4.20c) \quad \sigma_{yx} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (p_a + \sigma_y) \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \sigma_{yz} = 0,$$

$$(1.4.20d) \quad \sigma_{zx} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \sigma_{zy} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - (p_a + \sigma_z) = 0;$$

auf $z = \zeta(x, y)$ im Bereich $|y| > F^*(x, z, E, \psi)$.

(Dabei haben wir vereinbarungsgemäß die Oberflächenspannung vernachlässigt.) Schließlich haben wir wohl noch die Bedingung, daß die Störung im Unendlichen verschwinden soll, also:

$$(1.4.21) \quad u = v = w = 0; \quad p + \rho g z = p_a, \\ \text{wenn } (x^2 + y^2) \rightarrow \infty \quad \text{oder} \quad z \rightarrow -\infty.$$

Es ist keineswegs selbstverständlich, daß damit alle notwendigen und hinreichenden Bedingungen für eine eindeutige Lösung dieser Aufgabe gegeben sind. Wie gesagt, es ist auch keine allgemeine Lösung bekannt. Der Anschaulichkeit halber wollen wir einige Gründe anführen, die die Lösung außerordentlich erschweren:

- 1) Es handelt sich um ein nichtlineares System von vier partiellen Differentialgleichungen ~~zweiter~~ ^{vierten} Ordnung in drei Veränderlichen, 2) die Randbedingungen sind nicht linear und stückweise verschieden und 3) ein wesentlicher Teil des Randes selbst (ζ und F^* über E, ψ) und die für die Berechnung der Hilfsgrößen notwendigen Integrationsbereiche (S_x^* , S_y^*) sind apriori unbekannt und somit selbst implizite Teile der Lösung.

Wenn ~~uns~~ trotz allem eine theoretische Lösung dieser Aufgabe gelänge, so wüßte man von vornherein, daß die so gefundene laminare Strömung im schiffsüblichen Bereich der Reynoldszahl erfahrungsgemäß instabil sein würde. Wegen der dort herrschenden Turbulenz kann es nur quasi-stationäre stabile Lösungen geben. Die statistischen Gesetze der Turbulenz sind aber noch keineswegs endgültig formuliert, siehe SCHLICHTING (1958, Kap. IX). Man wäre also vorläufig auf halbempirische

Lösungen angewiesen. Unter diesen Umständen ist es natürlich, daß man sich zuerst mit einfacheren Teilaufgaben beschäftigt, z.B. mit dem Wellenwiderstand in idealer Flüssigkeit oder mit dem Zähigkeitswiderstand in der schwerelosen Spiegelströmung. Man sucht also statt R_t zunächst nur R_w und R_v .

Erste Teilaufgabe: Wellenwiderstand R_w

Die Formulierung dieser Teilaufgabe folgt unmittelbar aus der vorhergehenden Gesamtaufgabe durch die Annahme der idealen Flüssigkeit, also $\mu = 0$, $\underline{\sigma} = -p$. Außerdem setzt man Rotationsfreiheit ($\text{rot } \underline{v} = 0$) voraus. (Das ist aber keine wesentliche Einschränkung der Strömung in einer idealen Flüssigkeit.) Eine drehungs- und reibungsfreie stationäre Strömung läßt sich ganz allgemein durch ein Potential Φ beschreiben derart, daß $\text{grad } \Phi$ die drei Geschwindigkeitskomponenten angibt und der statische Druck ($p + \rho g z$) bis auf eine Konstante gleich $-\frac{\rho}{2}(\text{grad } \Phi)^2$ wird, vgl. WEHAUSEN (1960, S 449). Wir wollen daher unsere Aufgabe für ein Störpotential φ formulieren, derart, daß

$$(1.4.22) \quad \Phi = -Vx + \varphi,$$

$$(1.4.22a) \quad u, v, w = \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z,$$

wo die Indizes x, y, z hier die Ableitungen von φ bedeuten. Damit die Gleichungen nicht zu unhandlich werden, wollen wir dieselben Symbole wie in der Gesamtaufgabe verwenden, d.h. den früher verwandten Index i für ide-

ale Flüssigkeit in diesem Abschnitt fortfallen lassen.
Die Differentialgleichung lautet jetzt statt (1.4.17):

$$(1.4.23) \quad \varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz} = 0 \text{ im Strömungsbereich } ^*)$$

-
- *) Der Strömungsbereich ist gegeben durch: $|y| \geq F^*(x, z, E, \psi)$;
 $z < \zeta(x, y)$. Er ist daher nur implizit festgelegt durch die
Randbedingungen (1.4.25 und 26).
-

Die Bernoulli-Gleichung für den Druck lautet:

$$(1.4.24) \quad p + \rho g z + \frac{\rho}{2} (\cancel{u_x^2} + \cancel{v_y^2} + \cancel{w_z^2}) = \rho V_{\phi_x}^2 + \text{const.}$$

d.h. wegen (1.4.22):

$$(1.4.24a) \quad p + \rho g z + \frac{\rho}{2} (\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) - \rho V \varphi_x = \text{const.}$$

Die Konstante in Gln. (1.4.24a) müßte eigentlich gleich dem atmosphärischen Druck p_a sein; wir können sie gleich Null setzen, weil uns vereinbarungsgemäß Kavitationerscheinungen nicht interessieren. Die drei Bedingungen für das dynamische Gleichgewicht sind nach wie vor Gln. (1.4.18) mit dem Unterschied, daß in den Gln. (1.4.16g, h, i) für die Berechnung der Hilfsgrößen K_x , K_z , M_y jetzt $\underline{\sigma} = -p$ zu setzen ist.

Die Randbedingung auf der Schiffsoberfläche S^* besagt jetzt lediglich, daß die Normalgeschwindigkeit verschwinden muß, also statt (1.4.19):

$$(1.4.25) \quad (\varphi_x - V) \frac{\partial F^*}{\partial x} + \varphi_y + \varphi_z \frac{\partial F^*}{\partial z} = 0$$

auf $y \neq \pm F^*(x, z, E, \psi)$, $z < \zeta(x, y)$.

Die Randbedingungen auf der freien Oberfläche sind entsprechend (1.4.20) jetzt:

$$(1.4.26a) \quad (\varphi_x - V) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \varphi_y \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \varphi_z = 0,$$

$$(1.4.26b) \quad p_a - p = 0,$$

d.h. wegen (1.4.24a):

$$gz + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) - V\varphi_x = 0,$$

auf $z = \zeta(x, y)$,
 $|y| > F^*(x, z, E, \psi)$.

Die Bedingung im Unendlichen ist entsprechend (1.4.21):

$$(1.4.27) \quad \varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0,$$

wenn $(x^2 + y^2) \rightarrow \infty$ oder $z \rightarrow -\infty$.

Wir haben damit eine Randwertaufgabe formuliert, deren Lösung eine exakte theoretische Berechnung des Wellenwiderstandes ermöglichen würde. Der folgende Vergleich mit der Aufgabe für den Gesamtwiderstand ist anschaulich. Auch hier ist es nicht selbstverständlich, daß eine eindeutige Lösung unter den angegebenen Bedingungen existiert. Wir haben jetzt statt vier nichtlinearen Differentialgleichungen (1.4.17) nur eine lineare Differentialgleichung (1.4.23). Aber die Randbedingung (1.4.26b) ist immer noch nichtlinear und der Rand selbst (ζ, E, ψ)

ist apriori unbekannt. Aus diesen Gründen ist eine exakte allgemeine Lösung bisher nicht gelungen. Die herkömmliche Theorie des Wellenwiderstandes ergibt nur eine sogenannte linearisierte Lösung für dünne Schiffe, die auf einer wesentlichen Vereinfachung der obigen exakten Aufgabe für R_w beruht.

Lineartheoretischer Wellenwiderstand (Michellsche Theorie)

Es ist keineswegs unsere Absicht, hier den bekannten Michellschen Ausdruck für den Wellenwiderstand eines dünnen Schiffes abzuleiten. Entsprechend unserer Zielsetzung geht es uns in diesem Abschnitt darum, die Voraussetzungen der herkömmlichen Michellschen Theorie klar zu erkennen, um den dadurch bedingten Fehler gegenüber dem exakten Wellenwiderstand genau erörtern zu können. In der klassischen Arbeit von MICHELL (1898) werden etwa folgende Annahmen für ein dünnes Schiff genannt:

- 1) Die Neigung der Schiffsoberfläche zur Mittellängsebene $\partial F / \partial x'$, $\partial F / \partial z'$ sei klein.
- 2) Demzufolge sei die Störgeschwindigkeit φ_x , φ_y , φ_z klein gegen V .
- 3) Die Wellenschräge $\partial \zeta / \partial x$, $\partial \zeta / \partial y$ sei klein.
- 4) Daher seien die in den Größen 1), 2) und 3) quadratischen Glieder gegenüber den linearen in erster Näherung vernachlässigbar klein.

- 5) Die dynamische Vertrimmung E, Ψ sei klein.
- 6) Die kinematische Randbedingung für die Schiffsoberfläche sei auf $y = 0$ statt $y = \pm F^*(x, z, E, \Psi)$ erfüllt.
- 7) Die Randbedingung für die freie Oberfläche sei auf $z = 0$ statt $z = \zeta(x, y)$ erfüllt.

Unter diesen Annahmen entsteht eine echt lineare Aufgabe. Die Differentialgleichung für φ bleibt unberührt (1.4.23)*). Die Bernoulligleichung für den Druck lautet

*) Infolge der Linearisation ist jetzt die Dgln. (1.4.23) im Bereich $z < 0$ zu lösen. Der Geschwindigkeitssprung nach Gln. (1.4.29) bedingt jedoch, daß φ auf der Ebene $y = 0$ im Bereich S_y singulär wird.

jetzt:

$$(1.4.28) \quad p + \rho g z - \rho V \varphi_x = 0.$$

Die Randbedingung (1.4.25) wird

$$(1.4.29) \quad \varphi_y(x, \pm 0, z) \pm V \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \text{ auf } y \rightarrow 0 \text{ im Bereich } S_y.$$

Die Randbedingungen (1.4.26) lauten

$$(1.4.30a) \quad V \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \varphi_z(x, y, 0) = 0,$$

$$(1.4.30b) \quad g \zeta - V \varphi_x(x, y, 0) = 0,$$

und können zusammengefaßt werden als

$$(1.4.30c) \quad \varphi_{xx} + \frac{g}{v^2} \varphi_z = 0 \text{ auf } z = 0.$$

Um eine eindeutige Lösung zu gewährleisten, muß im Unendlichen außer (1.4.27) noch etwas gefordert werden. Die ursprüngliche Michellsche Bedingung läuft etwa darauf hinaus, daß die Wellenhöhe ζ für $x \rightarrow \infty$ absolut intrefierbar bleibt, vgl. Abschnitt 2.3.1a.

Selbst die Lösung dieser drastisch vereinfachten Aufgabe berührt erhebliche mathematische Schwierigkeiten, wie die ursprüngliche Ableitung von MICHELL (1898) und viele andere Versionen zeigen, siehe LÜNDE (1951) oder WEHAUSEN (1960). Wir schreiben nur das Endergebnis für den Wellenwiderstand:

$$(1.4.31) \quad R_{wo} = 16 \pi k_o^2 Q \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta [P^2(\theta) + Q^2(\theta)] d\theta,$$

$$(1.4.31a) \quad P(\theta) \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} = -\frac{v}{2\pi} \iint_{S_y} \frac{\partial F}{\partial x'} \exp(k_o z' \sec^2 \theta) \frac{\cos}{\sin} (k_o x' \sec \theta) dz' dx'.$$

$$(1.4.31b) \quad Q(\theta)$$

Dabei haben wir der besseren Übersicht halber für das Michellsche Integral eine Darstellung nach HAVELOCK (1932, S 346) gewählt. Es ist zweckmäßig, den Michellschen Widerstand nach (1.4.31) mit R_{wo} zu bezeichnen. Den Fehler $R_w - R_{wo}$ nennen wir sinngemäß Restwellenwiderstand und bezeichnen ihn mit R_{wr} . Es gilt:

$$(1.4.32) \quad R_w = R_{wo} + R_{wr}.$$

Wir können R_{wr} auch den Einfluß der Nichtlinearität auf R_w nennen. Was besagt nun die Theorie über die Größenordnung oder das Vorzeichen des Fehlers R_{wr} ? Die oben angeführten sieben Annahmen der Michellschen Theorie erlauben scheinbar keine einfache, eindeutige Aussage in dieser Richtung. Der genaue Approximationsgrad der Michellschen Theorie war daher lange Zeit bestritten. Erst PETERS und STOKER (1957, S 408) konnten zeigen, daß sich alle notwendigen Vereinfachungen aus **einer einzigen** Annahme ergeben, nämlich daß das Verhältnis B/L klein sei. *) Sie haben eine systematische Linearisation im Rah-

*) Die Arbeit von PETERS und STOKER (1957) befaßt sich ganz allgemein mit Schiffsbewegungen an der freien Oberfläche. Eine ausführliche Behandlung des Wellenwiderstandsproblems im Rahmen einer systematischen Störungstheorie findet sich bei WEHAUSEN (1957, bes. S 109 - 116).

men einer Störungstheorie mit B/L als Störparameter durchgeführt und nachgewiesen, daß der Michellsche Wellenwiderstand R_{w0} mit dem ersten Term der folgenden Potenzreihe identisch ist:

$$(1.4.33) \quad R_w = (B/L)^2 R_{w1} + (B/L)^3 R_{w2} + \dots$$

Diese Theorie weist im Prinzip auch den Weg für eine systematische und schrittweise Verbesserung der Michellschen Theorie durch die Berechnung der höheren Glieder. Vorläufig liefert sie für den Fehler R_{wr} die asymptotische mathematische Aussage:

$$(1.4.34) \quad R_{wr} = O((B/L)^3).$$

Das ist aber leider noch keine technisch **verwertbare** Aussage. Um in einem gegebenen Falle prozentuale Fehlerschranken für R_{wo} angeben zu können, muß man schon eine obere und untere Schranke für R_w abschätzen können. Das ist jedoch bisher i.a. nicht möglich.

Ferner müssen wir noch die zwar nicht grundsätzlichen, aber doch praktischen Fehlermöglichkeiten bedenken, die sich aus der numerischen Auswertung des Michellschen Integrals (1.4.31) ergeben. Gemeint sind natürlich nur die Fehler der numerischen Quadratur. Am schwierigsten ist wohl die Auswertung der Hilfsintegrale $P(\theta)$ und $Q(\theta)$ nach Gln. (1.4.31). Lediglich für Elementarschiffe mit polynomisierten Spanten und Wasserlinien ist eine systematische Auswertung nach den Tabellen von WEINBLUM (z.B. 1955) möglich. Im allgemeinen ist die Schiffsform $F(x', z')$ nur graphisch durch den Linienriß festgelegt. Daher wäre es vielleicht einfacher, die Funktion F nicht zu mathematisieren, sondern zu diskretisieren. Man könnte dann das Michellsche Integral approximieren entweder nach dem Singularitätenverfahren von Havelock, siehe LUNDE (1951, S 60-66), oder nach der Theorie der Ecken von GUILLOTON (1951). Für kleine Fr -Zahlen sind jedoch diese Verfahren nicht geeignet. Dort empfiehlt sich die Anwendung asymptotischer Entwicklungen, z.B. von Inui (1957, S 197 - 203). Auf jeden Fall muß man sich bei der praktischen Anwendung der Michellschen Theorie mit einer ganzen Reihe von numerischen Fehlermöglichkeiten beschäftigen, auf die wir hier nicht näher eingehen wollen.

Zweite Teilaufgabe: Zähigkeitswiderstand R_v

Auch diese Aufgabe ist als Spezialfall in der Gesamtaufgabe enthalten. Wir brauchen nur die freie Oberfläche durch die im Abschnitt 1.3.1. eingeführte Spiegelströmung zu ersetzen. Wir haben dieselben Differential-Gln. wie (1.4.17), hier in abgekürzter Vektorschreibweise:

$$(1.4.35a) \quad (\underline{v} \text{grad} - v \frac{\partial}{\partial x}) \underline{v} + \text{grad}(p + \rho g z) = \mu \Delta \underline{v},$$

$$(1.4.35b) \quad \text{div } \underline{v} = 0.$$

Die dynamischen Gleichgewichtsbedingungen entfallen und die Haftbedingung am Spiegelschiff ist analog (1.4.19):

$$(1.4.36) \quad u = v = w = 0 \text{ auf } y = \pm F(x, -|z|) \text{ im Bereich } S^S.$$

im Bereich S^S .

Die Bedingungen im Unendlichen sind statt (1.4.21):

$$(1.4.37) \quad u = v = w = 0; \quad p + \rho g z = 0, \text{ wenn } (x^2 + y^2 + z^2) \rightarrow \infty.$$

Gesucht sind wider u, v, w, p und vor allem der Widerstand:

$$(1.4.38) \quad R_v = -K_x = 2 \iint_{S_y} (\sigma_x \frac{\partial F}{\partial x} - \sigma_{xy} + \sigma_{xz} \frac{\partial F}{\partial z}) dz dx, \quad \text{vgl. Gln. (1.4.16g).}$$

(Den Einfluß der Schwerkraft g kann man aus dieser Aufgabe praktisch eliminieren, indem man einen dynamischen Druck $p^S = p + \rho g z$ einführt.)

Eine allgemeine Lösung dieser Aufgabe ist weder bekannt noch absehbar. Nichttriviale Lösungen der Navier-Stokes'schen Gleichungen lassen sich praktisch nur für hohe Re-Zahlen mit Hilfe der Prandtl'schen Grenzschichttheorie ableiten. Da dies bei den meisten technisch interessanten Strömungen der Fall ist, hat die Grenzschichttheorie zahlreiche Zähigkeitsbedingte Erscheinungen in eindrucksvoller Weise geklärt. Ihre konsequente Anwendung auf die hier gestellte Aufgabe ist jedoch bisher nicht gelungen. Theoretische Berechnung des Zähigkeitswiderstandes ist bislang eigentlich nur für die ebene Platte in zwei-dimensionalen Strömung möglich.

Plattenreibungswiderstand

Eine theoretische Lösung für den Reibungswiderstand einer unendlich breiten, ebenen Platte von Länge L in paralleler Anströmung V in unbeschränkter Flüssigkeit ist die bekannte Gleichung von Blasius:

$$(1.4.39) \quad R_{fo} / \frac{\rho V^2 L}{2} = c'_{fo} = \frac{1,328}{Re'} , \quad Re' = VL/\nu.$$

Im Bereich der laminaren Strömung ($Re' < 5 \cdot 10^5$) zeigt sie eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen, vgl. SCHLICHTING (1958, S 119). Bei überkritischen Reynoldszahlen ($Re' > 10^6$) wird die laminare Strömung instabil und das Strömungsbild wird von der turbulenten Grenzschicht bestimmt. In diesem Bereich gibt es noch keine echt theoretische Lösung. Die bekanntesten fast theoretischen Lösungen sind von Prandtl-Schlichting, siehe SCHLICHTING (1958, S 502):

$$(1.4.4oa) \quad C'_{fo} = 0,455(\log Re')^{-2,58}.$$

und von Karman-Schoenherr, siehe SCHOENHERR (1932, S. 279):

$$(1.4.4ob) \quad (C'_{fo})^{-0,5} = 4,13 \log(C'_{fo} Re').$$

Diese Lösungen beruhen auf gewissen empirischen Ähnlichkeitsgesetzen über die Geschwindigkeitsverteilung in der turbulenten Grenzschicht, die jedoch bei der Ableitung der Gln. (1.4.4oa) und (1.4.4ob) in verschiedener Weise angewandt werden. Eine weitere halbtheoretische implizite Beziehung zwischen C'_{fo} und Re' wurde von LANDWEBER (1953) abgeleitet. GRANVILLE (1956, S 217) konnte dieses Ergebnis verallgemeinern und zeigen, daß eine Reihe von halbempirischen Plattenreibungsformeln Spezialfälle des folgenden theoretischen Ansatzes darstellen:

$$(1.4.4oc) \quad \frac{A}{\sqrt{2}} \ln Re' = \frac{1}{\sqrt{C'_{fo}}} - \frac{A}{\sqrt{2}} \ln C'_{fo} - \frac{A}{2} \left(\frac{A}{2} + \frac{\gamma}{\beta} \right) \sqrt{C'_{fo}} + \dots + \text{const.}$$

Darin sind A, β und γ vorläufig empirisch zu bestimmende Konstanten. Wir stellen fest, daß die theoretische Behandlung des turbulenten Plattenreibungswiderstandes noch keinen befriedigenden Abschluß gefunden hat. Neben den hier wiedergegebenen drei halbempirischen Formeln gibt es eine ganze Reihe von rein empirischen Formeln. Mehr oder weniger vollständige Zusammenfassungen der wichtigsten Vorschläge finden sich in den Arbeiten von GRANVILLE (1956,

215-222) und LAP (1956, S 43-82) sowie in dem Buch von SCHLICHTING (1958, S 498-505).

Formeinfluß

Der theoretische Plattenreibungswiderstand R_{fo} , übertragen auf eine Schiffsform gleicher Länge und benetzter Oberfläche, stellt nur eine erste Näherung für den Zähigkeitswiderstand R_v dieser Form. Was besagt nun die Theorie über den Fehler dieser Abschätzung, d.h. über den viskosen Restwiderstand $R_{vr} = (R_v - R_{fo})$? Wir haben schon erwähnt, daß R_{vr} in einem gewissen Sinne als "Formeinfluß" angesehen werden kann. Dazu sei jedoch noch folgendes bemerkt. Die Verwendung des Plattenreibungswiderstandes R_{fo} als eine systematische Näherung für den Zähigkeitswiderstand R_v ist theoretisch nicht stichhaltig. Dabei ist es gleichgültig, ob wir den aufgrund einer endlichen äquivalenten Platte definierten Plattenreibungswiderstand R_{fo} nach Gln. (1.3.29) oder den aufgrund einer unendlich breiten Platte in ebener Strömung definierten konventionellen Reibungswiderstand R_{fo} nach Gln. (1.4.10) einsetzen. Es liegt daran, daß es grundsätzlich keine exakte, wirklich sinnvolle Zweiteilung des Zähigkeitswiderstandes R_v in einen "Oberflächen"- und einen "Formanteil" geben kann. Es wird offensichtlich, wenn man sich z.B. fragt, warum die "äquivalente" Platte gerade die Schiffslänge L haben soll, warum nicht etwa die abgewinkelte Länge der Wasserlinie oder der Stromlinien? (Diese Aufgabe ist streng genommen ebenso unsachgemäß wie der mancherorts gemachte Versuch, den Gesamtwiderstand R_t rigoros in einen Zähigkeits- und einen Wellenanteil zweiteilen zu wollen, vgl. Abschnitt 1.3.4.) Selbst für schlanke Formen, bei denen die Grenzschicht über die ganze Länge dem Körper anhaftet, entspricht der Plattenreibungswiderstand R_{fo} nicht einmal dem wirklichen Reibungswiderstand R_{vf} wegen der unterschiedlichen Druck- und Geschwindigkeits-

verteilung. Hinzu kommt der Druckwiderstand R_{vp} , weil auch schon die anhaftende Grenzschicht eine Änderung der Druckverteilung gegenüber der Potentialströmung bewirkt. Bei völligen Körpern mit spürbarer Ablösung der Grenzschicht ist R_{vp} so groß und R_{vf} so verändert, daß jeglicher Vergleich mit dem Plattenwiderstand R_{fo} völlig sinnlos wird. Trotz dieser prinzipiellen Bedenken versucht man immer wieder, den "Formeinfluß" R_{vr} durch einfache empirische Regeln mit R_{fo} in Zusammenhang zu bringen, meist durch die Annahme eines von Reynoldszahlen unabhängigen Restfaktors, (sprich Formfaktor), also etwa durch den Ansatz, vgl. (HUGHES (1954, S 333-4):

$$(1.4.42) \quad \frac{C_v(f, Re)}{C_{fo}(\Omega/l^2, Re)} = r = r(f(\xi', \zeta')),$$

d.h. der Faktor r ist hier zwar abhängig von der dimensionslosen Form f , aber nicht von der Reynoldszahl Re . Ein einwandfreier theoretischer oder experimenteller Nachweis für diese heuristische Annahme selbst für eine beschränkte Klasse von einfachen Formen ist dem Verfasser unbekannt.*) Einige empirische Ansätze dieser Art werden wir im nächsten Kapitel behandeln, vgl. Tafel 1.3. Vorläufig sei nur gesagt, daß eine allgemeine theoretische Abschätzung des Formeinflusses C_{vf} bisher nicht möglich ist. Einen interessanten Vorschlag macht jedoch VÖLKER (1954, S 463). Eine experimentelle Abschätzung von C_{vr} ist natürlich in jedem Einzelfall durch Widerstandsmessungen an einem Spiegelmodell im Windkanal oder Tief-schleppversuch möglich.

*) Eine teilweise theoretische Berechtigung erhält dieser Ansatz jedoch u. a. durch die Arbeiten von SQUIRE and YOUNG (1938), YOUNG (1939) und SCHOLZ (1951). Vgl. auch AMTSBERG (1937), insbesondere die Erörterung von WEINIG.

Vergleich zwischen Theorie und Versuch

Wir können jetzt eine Bilanz der bisher diskutierten Methoden für die theoretische Berechnung des Schiffswiderstandes ziehen. Wir haben gesehen, daß die herkömmliche Theorie nur den Michellschen Wellenwiderstand R_{wo} und den Plattenreibungswiderstand R_{fo} liefert. Wenn man die Summe dieser theoretisch errechenbaren Widerstandsanteile mit dem im Modellversuch direkt meßbaren Gesamtwiderstand vergleicht, so verbleibt abgesehen von Meß- und numerischen Approximationsfehlern eine grundsätzliche Diskrepanz:

$$\begin{aligned}(1.4.43) \quad C_t - C_{fo} - C_{wo} &= C_r^F - C_{wo} \\ &= C_{vr} + C_{vw} + C_{wr} .\end{aligned}$$

Wir stellen zunächst fest, der herkömmliche Vergleich zwischen Theorie und Versuch ist eigentlich ein Vergleich zwischen dem Froudeschen Restwiderstand und dem Michellschen Wellenwiderstand. Eine Entscheidung über die "Gültigkeit" der Theorie, wie man sie sich sonst in der Physik von solchen Vergleichen verspricht, kann man hier nicht erwarten. Wir können nur die Größenordnung der Summe $(C_{vr} + C_{wr} + C_{vw})$ abschätzen. Jeder Versuch, die theoretische Methode zu verbessern, muß zu der im Abschnitt 1.1. gestellten Fragedreierheit führen: Formeffekt, Nichtlinearität und Wechselwirkung.

Ein Vergleich zwischen Gln. (1.4.43) und dem Fehler der Froudeschen Modellhypothese nach Gln. (1.4.15a) ist auf-

schlußreich. Der folgende wichtige Unterschied wird oft übersehen: während im Froudeschen Modellversuch nur der Maßstabeffekt auf C_{vr} und C_{vw} , also die Ableitungen $\partial C_{vr}/\partial Re$ und $\partial C_{vw}/\partial Re$ vernachlässigt werden, müssen in der theoretischen Berechnung von C_t die Komponenten C_{vr} und C_{vw} ganz ignoriert werden. Hinzu kommt der Einfluß der Nichtlinearität C_{wr} . Daher ist es kein Wunder, daß die theoretische Methode bisher mit der experimentellen nicht konkurrieren konnte. Andererseits kommt der Theorie ebenso wie der Froudeschen Hypothese zugute, daß die Komponenten C_{vr} , C_{vw} und C_{wr} i.a. nicht die gleichen Vorzeichen haben und sich daher teilweise aufheben. Wenigstens in einigen Fällen muß die scheinbare Übereinstimmung zwischen dem Michellschen Wellenwiderstand C_{wo} und dem Froudeschen Restwiderstand C_r^F bei hohen Fr-Zahlen als ein glücklicher Zufall angesehen werden. Die Arbeit von INUI (1953) läßt vermuten, daß hier die Komponenten C_{vw} und C_{wr} von gleicher Größenordnung, aber entgegengesetzter Wirkung waren. Diesen Fragen nachzugehen, ist ein wesentliches Ziel unserer Untersuchung.

1.5. Unkonventionelle Vorschläge zum Widerstandsproblem

Das vorliegende Kapitel ist eine natürliche Fortsetzung des vorhergehenden über die "herkömmliche" Bearbeitung des Widerstandsproblems. Die Abgrenzung der herkömmlichen gegen die unkonventionellen Methoden ist weder chronologisch noch inhaltlich streng begründet, sondern vielmehr vom Verfasser frei gewählt und daher etwas willkürlich. Damit soll aber auch nur die Übersicht erleichtert und angedeutet werden, daß die im vorliegenden Kapitel angeführten Methoden im Gegensatz zu den vorhergehenden bisher keine allgemeine Anerkennung oder zumindest noch keine breite Anwendung gefunden haben. Es liegt teils daran, daß die vorgeschlagenen Versuchs- und Rechenverfahren zu aufwendig sind, teils aber auch daran, daß die heuristischen Ansätze noch gar nicht direkt bestätigt werden konnten. Hier empfiehlt es sich, die verschiedenen Methoden unter die Schlagwörter: experimentell, theoretisch und halbempirisch zu gruppieren.

1.5.1. Experimentelle Methoden

In diesem Abschnitt wollen wir einige Vorschläge behandeln, die sich auf den Gedanken des Froudeschen Modellversuchs gründen, aber in der Umrechnung des Widerstandes von Modell auf Schiff von der Froudeschen Modellhypothese abweichen. Sie stellen also im Prinzip nur neue Ansätze für die Umrechnungsfunktion $\partial C_t / \partial Re$, d.h. neue Modellhypothesen dar. Der erforderliche Versuchsaufwand wird dabei zum Teil erheblich vergrößert. Die meisten Methoden erfordern nur direkte Kraftmessungen, z.B. Widerstandsmessungen an einem Spiegelmodell oder mehreren

Geosimmodellen. Es sind aber auch völlig unkonventionelle Methoden vorgeschlagen worden, die auf eine indirekte Ermittlung der Widerstandsanteile abzielen, z.B. durch Druck- oder Grenzschichtmessungen im modellnahen Bereich oder durch Nachstrom- oder Wellenmessungen im modellfernen Bereich. Wir wollen uns zunächst mit solchen Modellhypothesen befassen, deren Anwendung in der Praxis nur die direkte Widerstandsmessung an den Modellen erfordert.

a. Abwandlungen der Froudeschen Modellhypothese

Seit der Zeit William Froudes sind immer wieder neue Ansätze gemacht worden mit dem Ziel, über seine Modellhypothese hinauszugehen. Bei diesen Bestrebungen sind drei klare Richtungen erkennbar:

- 1) Ansätze zur genaueren Bestimmung der Plattenreibungslinie C_{f0} , z.B. durch theoretische Untermauerung oder größere Sorgfalt (Turbulenzzerregung usw.) bei der empirischen Ermittlung,
- 2) Einsatz von Spiegelmodellen zur Trennung des viskosen Restwiderstandes C_{vr} (sprich Formeffekt) von der Wechselwirkung C_{vw} und
- 3) Einsatz von Geosimmodellen zur systematischen Überprüfung und empirischen Verbesserung der Froudeschen Modellhypothese.

Es würde zu weit führen, wollten wir hier jeden einzelnen Ansatz so ausführlich behandeln wie die Froudesche Hypothese selbst im vorhergehenden Kapitel. Wir begnügen

uns daher mit einer übersichtlichen Aufzählung der wichtigsten Vorschläge in Tafel 1.3. Folgende Bemerkungen seien jedoch zur Erläuterung dieser Zusammenstellung hinzugefügt.

Zunächst ist zu betonen, daß die Beiwerte C , Re , Fr nach Φ ln. (1.3.4) eine bisher nicht näher gekennzeichnete charakteristische Länge l enthalten. Bei Zahlenangaben ist offenbar eine Festsetzung dieser Länge l erforderlich. Auch die formalen Zusammenhänge lassen sich durch eine sinnreiche Wahl von l etwas vereinfachen. Aus diesem Grunde verwenden wir in Tafel 1.3. diese Beiwerte in der speziellen Bedeutung: $C = R/\frac{\rho}{2}V^2\Omega$, $Re = VL/\nu$, $Fr = V/\sqrt{gL}$. Das entspricht der allgemein üblichen Bedeutung dieser Zeichen. (Diese Festsetzung gilt auch für die nachfolgenden Kapitel, insbesondere für alle Zahlenangaben.). Die zweite Spalte in Tafel 1.3. gibt nicht unbedingt den Urheber der fraglichen Hypothese, sondern vielmehr den wichtigsten Literaturhinweis an. Gute vergleichende Darstellungen der verschiedenen Hypothesen finden sich außerdem in den Arbeiten von GRANVILLE (1956), LAP (1956) und YOKOO (1961). Der mathematische Ansatz in Spalte 3 ist nur in den wenigsten Fällen von dem jeweiligen Verfasser in dieser Form explizit angegeben worden. Er stellt eine wohlwollende Präzisierung (in unserer einheitlichen Schreibweise) dar in der jeweiligen Hypothese impliziten wesentlichen Annahme dar. Die Funktion C_{fo} (Re) soll hier nicht nur eine vereinbarte oder theoretische Plattenreibungslinie, sondern auch andere geeignete Funktionen von Re , so z.B. den "Extrapolator" im Sinne von TELFER (1927) bedeuten. Variationen der Modellhypothesen, die sich lediglich aus unterschiedlichen Ansätzen für die Funktion C_{fo} ergeben, sind in Tafel 1.3. nicht berücksichtigt worden.

Hypothese von	Mathematischer Ansatz	Anschauliches Prinzip	Geringster Versuchsaufwand	Umrechnungsvorschrift	Theoretischer Fehler
① FROUDE (1874) TELFER (1927)	$\frac{\partial C_t}{\partial R_e} = \frac{dC_t}{dR_e}$	Äquivalenz von Gesamtwiderstand und Plattenreibung	Plattenversuche von R_{em} bis R_{es} (ein für allemal) + 1 Geosimmodell auf F_r, R_{em}	$[C_t(f, R_e, F_r)]_{R_{em}}^{R_{es}} =$	$dC_{t_s} = - \int_{R_{em}}^{R_{es}} dR_e \cdot$
② FÖTTINGER (1924)	$\frac{\partial C_t}{\partial R_e} = \frac{\partial C_v}{\partial R_e}$	Äquivalenz von Gesamt- und Zähigkeitswiderstand	1 Geosimspiegelmodell von R_{em} bis R_{es} + 1 Geosimmodell auf F_r, R_{em}	$[C_{f_0}(R_e)]_{R_{em}}^{R_{es}}$	$\frac{\partial (C_{ur} + C_{vw})}{\partial R_e}$
③ TELFER (1927)	$\frac{\partial^2 C_t}{\partial R_e \partial F_r} = 0$	Lineare Trennbarkeit der Wechselwirkung: $\frac{\partial^2 C_{vw}}{\partial R_e \partial F_r} = 0$	1 Isofroudelinie von R_{em} bis R_{es} für eine beliebige $F_r = \bar{F}_r$, z.B. $\bar{F}_r \rightarrow 0$ + 1 Geosimmodell auf F_r, R_{em}	$[C_t(f, R_e, \bar{F}_r)]_{R_{em}}^{R_{es}}$	$\int_{\bar{F}_r} F_r \frac{\partial^2 C_{vw}}{\partial R_e \partial F_r}$
④ HUGHES (1954)	$\frac{\partial C_t}{\partial R_e} = \frac{\partial C_v}{\partial R_e}$; $\frac{\partial}{\partial R_e} \left(\frac{C_v}{C_{f_0}} \right) = 0$	② + Proportionalität von Zähigkeitswiderstand und Plattenreibung	1 Geosimspiegelmodell auf R_{em} + wie bei ①	$r(f) [C_{f_0}(R_e)]_{R_{em}}^{R_{es}}$ $r(f) = \frac{C_v(f, R_{em})}{C_{f_0}(R_{em})}$	$\frac{\partial C_{vw}}{\partial R_e} + C_{f_0}(R_{es}) \frac{\partial}{\partial R_e} \left(\frac{C_v}{C_{f_0}} \right)$
⑤ LAP-TROOST (1953)	$\frac{\partial C_t}{\partial R_e} = \frac{\partial C_v}{\partial R_e}$; $C_v(R_e) = C_{f_0}(k R_e)$	② + Äquivalenz von C_v und C_{f_0} bei gleicher effektiver R_e	1 Geosimspiegelmodell auf R_{em} + 1 Geosimmodell auf F_r, R_{em} + Plattenversuche von $k R_{em}$ bis $k R_{es}$	$[C_{f_0}(R_e)]_{R_{em}}^{R_{es}}$ $k(f)$ aus $C_v(f, R_e) = C_{f_0}(k R_e)$	$\frac{\partial (C_{vw} + C_v)}{\partial R_e} - [C_{f_0}(R_e)]_{R_{em}}^{k R_{es}}$
⑥ LANDWEBER (1951) - GRANVILLE (1956)	$\frac{\partial C_t}{\partial R_e} = \frac{\partial C_v}{\partial R_e}$; $\frac{\partial}{\partial R_e} \left(\frac{\partial C_v / \partial R_e}{dC_{f_0} / dR_e} \right) = 0$	② + Proportionale Varianz von Zähigkeitswiderstand und Plattenreibung	1 Geosimspiegelmodell auf R_{em_1}, R_{em_2} + wie bei ①	$r(f) [C_{f_0}(R_e)]_{R_{em}}^{R_{es}}$ $r(f) = \frac{C_v(f, R_{em_2}) - C_v(f, R_{em_1})}{C_{f_0}(R_{em_2}) - C_{f_0}(R_{em_1})}$	$\frac{\partial C_{vw}}{\partial R_e} + \left(\frac{\partial C_v}{\partial R_e} - r \frac{dC_{f_0}}{dR_e} \right)$
⑦ NEVITT (1959) YOKOO (1960)	$\frac{\partial}{\partial R_e} \left(\frac{\partial C_t / \partial R_e}{dC_{f_0} / dR_e} \right) = 0$	Proportionale Varianz von Gesamtwiderstand und Plattenreibung	Plattenversuche von R_{em} bis R_{es} (ein für allemal) + 2 Geosimmodelle auf F_r, R_{em_1}, R_{em_2}	$r(f, F_r) [C_{f_0}(R_e)]_{R_{em}}^{R_{es}}$ $r(f, F_r) = \frac{C_v(f, F_r, R_{em_2}) - C_v(f, F_r, R_{em_1})}{C_{f_0}(R_{em_2}) - C_{f_0}(R_{em_1})}$	$\frac{\partial C_{vw}}{\partial R_e} + \left(\frac{\partial C_v}{\partial R_e} - r \frac{dC_{f_0}}{dR_e} \right)$
⑧ z.B. TELFER (1927) HUGHES (1963)	$\frac{\partial^2 C_{vw}}{\partial R_e \partial F_r} = 0$	③ im Mittel	Geosimanalyse: Mehrere Geosimmodelle in einem $R_e - F_r$ -Bereich	$\bar{C}_t(f, R_e, F_r) =$ $\bar{C}_{R_e}(f, R_e) + \bar{C}_{F_r}(f, R_e)$	Abhängig vom Mittlungsverfahren

Tafel 1.3. Übersicht über verschiedene Modellhypothesen.

Die vierte Spalte ist ein Versuch, den physikalisch-anschaulichen Gehalt der Hypothese in Stichworten zusammenzufassen, und zugegebenermaßen eine etwas subjektive Leistung des Verfassers. Es ist dennoch interessant, die Entwicklung von der einfachen Froudeschen Vorstellung der Äquivarianz von C_t und C_{fo} bis zu den neuesten Vorschlägen über ihre proportionale Varianz in Stichworten zu verfolgen. Dieser Weg führt über die Äquivarianz von C_t und C_v bei Föttinger, die Proportionalität von C_v und C_{fo} bei Hughes, ~~bis~~ ^{hier} ~~zur~~ ^{proportio-} ~~proportio-~~ ^{nalen} Varianz von C_t und C_{fo} bei Nevitt und Yokoo. (Die Analogie zwischen Hypothesen 1 und 7 ist bemerkenswert.) Scheinbar etwas abseits von diesem kontinuierlichen Weg stehen die Hypothesen 3 und 5. Das empirische Prinzip der linearen Trennbarkeit der Wechselwirkung nach Telfer wollen wir später etwas ausführlicher besprechen. Unsere Darstellung der Hypothese von LAP-TROOST (1953, S 20-21), nach der C_v und C_{fo} durch eine Verzerrung der Re-Skala miteinander verbunden sind, weicht nur scheinbar ab von den entsprechenden Erklärungen von LAP (1956, S 65) und GRANVILLE (1956, S 221-2) für diesen Ansatz. Wenigstens bei dem speziellen Ansatz von LAP-TROOST (1953, S 20-21) für C_{fo} ist unsere Deutung formal zulässig. Allen Hypothesen gemeinsam ist das Bestreben, $\partial C_t / \partial Re$ und dC_{fo} / dRe (gegebenenfalls über den Umweg über $\partial C_v / \partial Re$) in eine einfache, von Re unabhängige empirische Beziehung zu bringen. Das ist eben notwendig, um aus dem Modell- in den Schiffsbereich extrapolieren zu können. Ein echter Fortschritt wird daher nur gelingen, wenn man wenigstens das Verhalten von $\partial C_t / \partial Re$, d.h. $\partial C_v / \partial Re$ und $\partial C_{vw} / \partial Re$ mit Re theoretisch geklärt hat. Die Abhängigkeit von f und Fr könnte dann im Modellversuch genau erfaßt werden.

Doch jetzt zurück zur Tafel 1.3! Spalte 5 gibt den für die praktische Anwendung der jeweiligen Hypothese notwendigen geringsten Versuchsaufwand an. Spalte 6 enthält die symbolische Vorschrift für die Umrechnung des Schiffswiderstandes aus den gemessenen Modellwiderständen und Spalte 7 den theoretischen Fehler dieser Umrechnung. Offensichtlich folgen die Spalten 6 und 7 unmittelbar aus 3 und sollen nur zur Erläuterung dienen. Zur üblichen Kurzschreibweise in Spalte 6: $C_t(f, Re, Fr)$ soll heißen C_t als Funktional von f , Re und Fr ; und $[C_t(f, Re, Fr)]_{Re_s}^{Re_m}$ bedeutet $C_t(f, Re_s, Fr) - C_t(f, Re_m, Fr)$. Spalte 7 enthält nur den Fehlerintegranden. Der Gesamtfehler ist ein Integral über Re von Re_m bis Re_s , vgl. Gln. (1.4.15a). (Als einzige Ausnahme steht in Reihe 5 der zweite Term außerhalb des Integrals). Für den Modellversuch gelten die Bedingungen (1.4.4a und b). Der zusätzliche Fehler durch die häufige Nichterfüllung der Bedingung (1.4.4b) in der Praxis ist in Spalte 6 nicht enthalten, vgl. Gln. (1.4.15b). Ferner ist zum theoretischen Fehler folgendes zu bemerken. Der Ausdruck in Spalte 7 gilt nur, wenn der mindestnotwendige Versuchsaufwand nach Spalte 5 betrieben wird. Jede überschüssige Information aus Versuchen muß zwangsläufig zum Widerspruch mit der Modellhypothese führen, erstens weil es eben Hypothesen sind und zweitens wegen der Meßungenauigkeiten. Um die Hypothese praktisch anwenden zu können, müßte man die Meßdaten nach einem geeigneten Verfahren mitteln. Der tatsächliche Fehler würde also von Meßungenauigkeiten und den Einzelheiten des Mittelungsverfahrens abhängen, vgl. Reihe 8.

Formeinfluß: In den Hypothesen 4 bis 6 erscheint ein Funktional r von f , das mangels einer besseren Bezeichnung Formeinfluß auf den Zähigkeitswiderstand genannt wird. Wir haben in Spalte 5 einen Versuch mit einem geometrisch ähnlichen Spiegelmodell als Voraussetzung für die experimentelle Ermittlung von $r'(f)$ angegeben. Dies ergibt eine eindeutige Umrechnungsvorschrift. Die Urheber dieser Hypothesen schlagen teilweise eine empirische Abschätzung aufgrund von einfachen Formparametern vor, besonders GRANVILLE (1956, S 225-6). Im allgemeinen behaupten sie jedoch, man könne $r(f)$ eindeutig aus der Grenzlinie $C_t(f, Re, Fr \rightarrow 0)$ in einem Geosimschaubild (C_t -Re-Fr-Diagramm) nach TELFER (1927) ermitteln. Es gibt aber gewisse theoretische und praktische Bedenken gegen dieses Verfahren. Theoretisch ist es überhaupt fraglich, ob das Geosimschaubild, d.h. die Fläche $C_t(Re, Fr)$ in dem C_t -Re-Fr-Raum [siehe z.B. Abb. 1, GRANVILLE (1956, S 211)] die Kurven $C_v(Re)$ und $C_w(Fr)$ als Grenzfälle enthält! Da laut Definition $C_t = C_v + C_w + C_{vw}$ ist, wäre dies nur der Fall, wenn längs bestimmter Ebenen $Re = \text{const}$, $Fr = \text{const}$, zwei der drei Summanden identisch verschwinden würden. Wenn man also üblicherweise annimmt:

$$(1.5.1) \quad C_t(f, Re, Fr \rightarrow 0) \rightarrow C_v(f, Re),$$

so setzt man stillschweigend voraus:

$$(1.5.2) \quad C_w(f, Fr \rightarrow 0) + C_{vw}(f, Re, Fr \rightarrow 0) \rightarrow 0.$$

Zwar weiß man aus früheren Abschätzungen und insbesondere seit den asymptotischen Entwicklungen von INUI (1957, S 202 - 203), daß wenigstens $C_{wo}(f, Fr \rightarrow 0) \rightarrow 0$ für

eine recht allgemeine Klasse von Funktionen f . Selbst wenn man von dem unbekannten Verhalten des Restes C_{wr} absieht, so ist es nicht selbstverständlich, daß auch der zweite Term in Gln. (1.5.2) verschwindet. Als Gegenbeispiel können wir den anderen Grenzfall $Fr \rightarrow \infty$ anführen. Hier weiß man von einer Abschätzung von HAVELOCK (1942, S 73):

$$(1.5.3) \quad C_{wo}(f, Fr \rightarrow \infty) \rightarrow 0,$$

$$C_{vwo}(f, Re, Fr \rightarrow \infty) = O(1).$$

Aus physikalischer Intuition kann man lediglich erwarten:

$$(1.5.4a) \quad R_t = R_v = R_w = R_{vw} = 0, \text{ wenn } V = 0;$$

$$(1.5.4b) \quad \begin{matrix} , \\ \vdots \\ , \end{matrix} \quad R_w \rightarrow 0, \text{ wenn } V \rightarrow \infty.$$

$$(1.5.4c) \quad R_v = 0, \text{ wenn } v = 0; \quad R_w = 0, \text{ wenn } g = 0.$$

Über das asymptotische Verhalten des Beiwertes $C_t(f, Re, Fr)$ kann nur eine eingehende theoretische Analyse irgendwelche Aussagen liefern. Ebenso unsicher wie Gln. (1.5.1) ist die komplementäre Aussage:

$$(1.5.5) \quad C_t(f, Re \rightarrow \infty, Fr) \rightarrow C_w(f, Re),$$

zumal von der Zähigkeit bekannt ist, daß für gewisse kritische Formen f eine verschwindend kleine Ursache zu endlichen Wirkungen führen kann, vgl. asymptotische Paradoxen bei BIRKHOFF (1955, S 4). Wir schließen diesen Abstecher mit der Feststellung ab: die theoretischen Einwände gegen die Ermittlung des Formeinflusses $r(f)$ aus Geosimanalyse nach Gln. (1.5.1) müssen noch geräumt werden. Aber auch die praktischen Bedenken sind nicht unerheblich. Bei Geosimversuchen wird die Grenzlinie $C_t(f, Re, Fr \rightarrow 0)$ nicht dadurch ermittelt, daß man Re und Fr unabhängig von einander variiert, sondern dadurch, daß man entweder bei festem g , v und l mit V gegen Null geht, oder bei festem g , v und V mit l gegen ∞ geht. Das erstere führt zu unfaßbaren Effekten und das letztere zum Tankwandeinfluß. Die Messungen bei kleinen Geschwindigkeiten sind ohnehin labil und die Teilung durch V^2 macht den Beiwert $C_t(V \rightarrow 0)$ sehr empfindlich. Das ganze führt dazu, daß die Geosimergebnisse im Bereich $Fr \rightarrow 0$ große Streuung aufweisen und daher einen breiten Spielraum für subjektive Auswertung zulassen. In der Tat werden seit der Einführung der Geosimanalyse durch TELFER (1927) z.T. die gleichen Versuchsergebnisse immer wieder neu ausgewertet und von verschiedenen Bearbeitern als Beweis für die Richtigkeit ihrer jeweiligen Modellhypothese für sich beansprucht werden.

Besonders interessant ist die Modellhypothese (7) von NEVITT (1959) und YOKOO (1960). Offensichtlich enthält sie Hypothese (6) als Spezialfall, ist aber weniger streng. Der Korrelationsfaktor r (als Funktional von f und Fr) kann einwandfrei aus zwei Geosimmodellen *) er-

*) Im Prinzip kann auch ein Geosimmodell ausreichen, wenn Versuche auf zwei Re-Zahlen (bei gleicher Fr) möglich sind, z.B. durch kontrollierbare Temperaturänderungen.

mittelt werden. Die Notwendigkeit einer Grenzlinie $C_t(f, Re, Fr \rightarrow 0)$ oder eines Spiegelmodells zur Ermittlung von $C_v(f, Re)$ entfällt. Dafür ist jetzt r auch von Fr abhängig. Nach unserer Ansicht ist die von Nevitt und YOKOO propagierte Bezeichnung "variabler Formfaktor" für $r(f, Fr)$ etwas irreführend. Denn variabel ist er nur mit Fr , nicht aber mit Re ! Außerdem ist er gar kein "Formfaktor" im Sinne seines Erfinders HUGHES (1954), sondern ein empirischer Sammelbegriff für den Einfluß vom viskosen Restwiderstand R_{vr} und Wechselwirkung R_{vw} auf die partielle Ableitung $\partial(C_v + C_{vw})/\partial Re$. Allerdings behauptet YOKOO (1961), daß der Einfluß von Fr in $r(f, Fr)$ nur mittelbar sei, indem die Vertrimmung des Modells bei hohen Fr -Zahlen das Integral der benetzten Oberfläche ω^* beeinflusse. Man könne daher mit einem Geosimmodell auskommen, wenn man den Einfluß der Fr auf ω^* durch Sonderversuche in verschiedenen Trimmlagen bei $Fr \rightarrow 0$ abschätze. Es ist nicht ersichtlich, ob YOKOO (1961) die Bedingungen (1.4.4b und c) über die Ähnlichkeit der Vertrimmung eingehalten hat, so daß die Dinge wahrscheinlich tiefer liegen, als er glaubt. Wir haben schon erwähnt, daß die Hypothese (7) einen gewissen Abschluß einer von Froude-Telfer angefangenen Entwicklung bedeutet. Leider zeigen die Versuchsergebnisse von NEVITT (1959) und YOKOO (1960) selbst, daß ihre Hypothese mit Messungen un-

vereinbar wird, wenn mehr als zwei Geosimmodelle herangezogen werden. Es läßt sich zur Zeit nicht genau sagen, wie weit das auf praktische Meßungenauigkeit und wie weit auf theoretische Unzulänglichkeit der Hypothese zurückzuführen ist.

Unter diesen Umständen ist es wohl am sichersten, die Telfersche Hypothese (3) zum Arbeitsprinzip zu erheben, und die Geosimmessungen nach Hypothese (8) auszuwerten, indem man sie den Meßdaten im Mittel aufzwingt. Es hat zwar den grundsätzlichen Nachteil, daß die Umrechnung schon theoretisch nicht besser sein kann als die Hypothese selbst, aber doch den praktischen Vorteil, daß die Meßungenauigkeiten weitgehend ausgeglichen werden, wie schon TELFER (1927), S 179) betont. Es sei an dieser Stelle erlaubt, eine Bemerkung von historischem Interesse einzufügen. Eine kritische Überprüfung der Froudeschen Hypothese wurde bekanntlich erst durch die sorgfältige Geosimanalyse von TELFER (1927) ermöglicht. Er trug die experimentelle ermittelten Beiwerte C_t (f , Re , Fr) einiger Geosimmodelle ($f = \text{const}$) in Geosimschaubildern über Re auf und machte die bedeutsame empirische Feststellung: die Isofroudelinien (Konturen gleicher Fr -Zahl) waren in den Geosimschaubildern fast äquidistant. Telfer selbst sah darin eine Bestätigung des Froudeschen "Gesetzes"! (Die Schiffswiderstandstheorie bietet wohl kaum ein größeres Paradoxon als das angebliche Froudesche Gesetz; wir haben mehrfach auf den Unterschied zwischen dem Reech-Froudeschen Gesetz für R_w , Gln. (1.3.13), und der Froudeschen Hypothese für $\partial C_t / \partial Re$, Gln. (1.4.13), hingewiesen.) Ironischerweise blieb es WILLIAMS (1927, S 196) überlassen, in seiner Diskussion zu TELFER (1927)

richtigzustellen, daß die Äquidistanz der Isofroudelinien kein Gesetz, sondern eine näherungsweise empirische Bestätigung der Hypothese der linearen Trennbarkeit ist:

$$(1.5.6) \quad C_t(f, Re, Fr) = C_1(f, Re) + C_2(f, Fr),$$

$$\text{d.h.} \quad \partial^2 C_t / \partial Re \partial Fr = 0.$$

Eine mathematische Deutung dieser Annahme findet sich bei BIRKHOFF et alia (1954, S 362). Sie diskutieren die Klasse der Funktionen von zwei Veränderlichen, bei denen die gemischte Ableitung verschwindet, und geben die Mindestinformation aus Geosimversuchen an, die erforderlich ist, um diese Eigenschaft empirisch zu verifizieren.

Aus der Telferschen Hypothese der linearen Trennbarkeit folgt unsere bereits im Abschnitt 1.3.4. eingeführte Zweiteilung:

$$(1.3.44) \quad C_t(f^*, Re, Fr) = C_{Re}(f^*, Re) + C_{Fr}(f^*, Fr) .$$

Es muß betont werden, daß C_{Re} und C_{Fr} mit C_v bzw. C_w nicht notwendig identisch sind. Denn die Hypothese (1.5.6) verlangt nicht $C_{vw} \equiv 0$, sondern lediglich die lineare Trennbarkeit von C_{vw} , d.h. $\partial^2 C_{vw} / \partial Re \partial Fr = 0$. Die praktische Anwendung der Modellhypothese (8) auf vorgegebene Geosimergebnisse, d.h. auf C_t -Messungen in einem endlichen Re-Fr-Bereich, ist nicht ohne weiteres eindeutig. Die graphische Erfüllung der Bedingung

$$(1.5.7) \quad \frac{\frac{\partial^2 C_t}{\partial \text{Re} \partial \text{Fr}}}{\partial \text{Re} \partial \text{Fr}} = 0, \quad \text{d.h.} \quad \frac{\frac{\partial^2 C_{\text{tw}}}{\partial \text{Re} \partial \text{Fr}}}{\partial \text{Re} \partial \text{Fr}} = 0$$

wird durch das Telfersche Verfahren der "Linearisation" des Geosimschaubilds erleichtert. Dazu trägt man C_t -Werte nicht über Re, sondern über eine geeignet gewählte Zwischenfunktion $C_L(\text{Re})$ derart, daß die äquidistanten Isofroudekurven zu parallelen Geraden werden. Als Zwischenfunktion schlug TELFER (1927, S 178) speziell $(\text{Re}')^{-1/3}$ vor, GRANVILLE (1956, S 215) ganz allgemein $C_{fo}(\text{Re})$. Das graphische Mittlungsverfahren ist zwar sehr bequem, aber nicht genau reproduzierbar und unterliegt dem Einfluß der subjektiven Einstellung des Bearbeiters. In einer sehr umfangreichen Geosimanalyse wendet HUGHES (1963) ein numerisches Mittlungsverfahren an. Ohne auf die Einzelheiten der verschiedenen in Frage kommenden numerischen Ausgleichsverfahren einzugehen, schließen wir diesen Abschnitt mit der folgenden Feststellung ab. Anhand von Widerstandsmessungen von zwei oder mehr Geosimmodellen kann man unter den Nebenbedingungen Gln. (1.5.7) eine zwar vom Ausgleichsverfahren etwas abhängige, aber dennoch physikalisch bedeutsame und von Meßungenauigkeiten weitgehend befreite Zweiteilung des Gesamtwiderstandes erzwingen:

$$(1.5.8) \quad \overline{C}_t(f^*, \text{Re}, \text{Fr}) = \overline{C}_{\text{Re}}(f^*, \text{Re}) + \overline{C}_{\text{Fr}}(f^*, \text{Fr}).$$

Dieses Verfahren wollen wir im folgenden schlicht als "Geosimanalyse" bezeichnen, siehe auch Tafeln 1 und 2. Auf diese Weise erhält man zwei Widerstandsanteile, die als Richtwerte für den Vergleich mit theoretischen Berechnungen des Wellenwiderstandes oder zum Vergleich mit den Ergebnissen der Nachstrom- oder Wellenanalyse heran-

gezogen werden können. Eine feinere Untersuchung der Wechselwirkung zwischen Zähigkeit und Wellenbildung ist bei dem derzeitigen Stand der Schleppversuchstechnik allein durch direkte Widerstandsmessungen noch nicht möglich, vgl. HUGHES (1962, S 215). Das ist der Grund, warum der Schwerpunkt der vorliegenden Untersuchung nicht auf Geosimanalyse, sondern auf Nachstrom- und Wellenanalyse liegt.

b. Nachstromanalyse

Wir haben den faststrengen Begriff des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes $\tilde{R}_v$ im Abschnitt 1.3.4. eingeführt. BETZ (1925) und JONES (1936) haben Näherungsformeln für die experimentelle Ermittlung des Profilwiderstandes (von Tragflügeln in schwereloser Strömung) aus Druckmessungen im Nachstrom angegeben. Es ist verschiedentlich angeregt worden, diese Verfahren auch für die Bestimmung von $\tilde{R}_v$ für Schiffe oder Schiffsmodelle zu verwenden. So hat z.B. TULIN (1951, S 13) im wesentlichen die folgende Formel vorgeschlagen:

$$(1.5.9) \quad \tilde{R}_v^B = \rho g \int_{\frac{N}{N}}^{\infty} \left[2(H_0 - H_x) - V\sqrt{2/g}(\sqrt{H_0 - P} - \sqrt{H_x - P}) \right] dy dz, \\ x = x_1 < x_h.$$

$$(1.5.9a) \quad H_x = z + p/\rho g + (u-V)^2/2g, \quad x = x_1,$$

$$(1.5.9b) \quad H_0 = z + p/\rho g + (u-V)^2/2g, \quad x \rightarrow \infty,$$

$$(1.5.9c) \quad P = z + p/\rho g, \quad x = x_1,$$

$$(1.5.9d) \quad \bar{N} \leq x = x_1, \quad H_0 - H > 0, \quad z < \zeta(x_1, y).$$

Offensichtlich sind alle hier auftretenden Größen zumindest im Modellversuch meßbar. Die Meßebene $x = x_1$ ist in geeigneter Entfernung hinter dem Modellende x_h zu wählen. P und H_x sind zwei in Flüssigkeitssäule ausgedrückte Strömungsdrücke. H_0 ist der ungestörte Wert von H weit vor dem Modell. Der Integrationsbereich $\bar{N}$ (= Nachstrom) wird nach oben von der freien Oberfläche ζ und sonst von der Bedingung abgegrenzt, daß die Druckdifferenz $H_0 - H_x$ größer als ein vorgeschriebener Wert ϵ sei, vgl. Gln. (1.3.40). Die Tulinsche Gln. (1.5.9) unterscheidet sich im Prinzip kaum von dem Vorschlag von BETZ (1925).

WU (1962) hat Nachstrommessungen dieser Art hinter einem Schiffsmodell durchgeführt und nach Gln. (1.5.9) ausgewertet. Er hat dabei zwei wesentliche Ergebnisse erzielt. Erstens wurde nachgewiesen, daß die Formel von Betz-Tulin in seinem Falle eindeutige Ergebnisse liefert. Mit anderen Worten, das Integral $\tilde{R}_V^B$ war im Rahmen der Meßgenauigkeit von der Lage der Meßebene x_1 unabhängig. Zweitens wurde festgestellt, daß der so ermittelte scheinbare Zähigkeitswiderstand $\tilde{R}_V^B$ recht gut mit dem konventionellen Plattenreibungswiderstand R_{fo} übereinstimmt, vgl. WU (1962, S 38).

Ähnliche Ergebnisse waren schon früher von ALLAN und CUTLAND (1952-53) mit einer an der freien Oberfläche geschlepten "Reibungsplatte" erzielt worden. Sie hatten dabei die Formel von JONES (1936, S 12) angewandt.

Diese lautet in unserer Schreibweise:

$$(1.5.10) \quad \tilde{R}_V^J = 2\varrho g \int\limits_{\bar{N}} \int \sqrt{H-P} (\sqrt{H_0-P_0} - \sqrt{H-P_0}) dy dz, \quad x = x_1 < \frac{L}{2}.$$

$$(1.5.10a) \quad P_0 = z + p/\varrho g, \quad x \rightarrow \infty.$$

Offenbar ist $H_0 - P_0$ der ungestörte Staudruck $V^2/2g$. Anwendungsbeispiele der Jonesschen Formel für Schiffsmo-
delles sind bislang unbekannt.

Wenn auch dieser Vorschlag explizit noch nicht gemacht worden ist, so bietet die Nachstromanalyse doch die Möglichkeit einer Abwandlung der Froudeschen Hypothese, indem man etwa annimmt,

$$(1.5.11) \quad \partial C_t / \partial Re = \partial \tilde{C}_V / \partial Re, \quad \text{d.h.} \quad \tilde{C}_V = C_{Re},$$

vgl. Tafel 1.3.

Um diese Modellhypothese praktisch anwenden zu können, müßte man den gewöhnlichen Schleppversuch entsprechend erweitern. Außerdem muß man $\tilde{C}_V$ auf den Schiffsbereich extrapolieren. Es ist anzunehmen, daß der Zusammenhang zwischen $\tilde{C}_V$ und C_{f0} einfacher sein wird als zwischen C_t und C_{f0} . Diese Frage bedarf jedoch einer eingehenden theoretischen und experimentellen Untersuchung.

Ein weiteres Ziel der Nachstromanalyse ist die Abtrennung des (scheinbar) Zähigkeitsbedingten Widerstandsanteils $\tilde{R}_V$ vom Gesamtwiderstand R_t , um beispielsweise eine

bessere Vergleichs- und Verifikationsmöglichkeit für den lineartheoretischen Wellenwiderstand R_{wo} zu erhalten. Eine noch direktere Möglichkeit zur Überprüfung des theoretisch errechneten Wellenwiderstandes bietet jedoch der im Abschnitt 1.3.4 eingeführte scheinbare Wellenwiderstand aus Wellenanalyse.

c. Wellenanalyse

Der Gedanke, den Wellenwiderstand einer Schiffsform aus dem im Modellversuch meßbaren Wellenbild abzuschätzen, ist anscheinend sehr alt. Schon seit der Zeit William Froudes wird das im Modellversuch beobachtete Wellenbild für die qualitative Beurteilung der Modellform zu dem gemessenen Gesamtwiderstand und dem errechneten Restwiderstand hinzugezogen. Eine photographische Aufnahme des seitlichen Wellenprofils am Modell ist heute in jeder Versuchsanstalt selbstverständlich. Auch die stereophotogrammetrische Vermessung des räumlichen Wellenbildes wurde schon vor etwa fünfzig Jahren von LACMANN (1950, S 98) durchgeführt mit dem Ziel, den Wellenwiderstand zu berechnen. Nachdem seinerzeit diese ersten Ansätze anscheinend ohne Erfolg geblieben waren, ist das Interesse an diesem Problem in neuerer Zeit wieder erwacht, wahrscheinlich aus dem Bedürfnis, eine gültige experimentelle Vergleichsgröße für den theoretischen Wellenwiderstand zu gewinnen. Im vorliegenden Abschnitt wollen wir nur auf die Ansätze von GUILLOTON (1952) und INUI (1955) eingehen, die den Stand der Theorie zur Zeit der Inangriffnahme dieser Unter-

suchung darstellen.*)

*) Im Verlauf dieser Arbeit wurden einige weitere Vorschläge bekannt, und zwar von KORVIN-KROUKOVSKY (1960), EGGERS (1962), u. WARD (1962) und GADD and HOGBEN (1962), auf die wir uns teilweise im II. Teil dieses Berichtes beziehen. Nach Abschluß dieser Untersuchung wurde eine Reihe von z.T. neuen Ansätzen auf dem 'International Seminar on Theoretical Wave Resistance' in Ann Arbor, Michigan, USA (August 1963) vorgetragen. Eine schematische, vergleichende Zusammenstellung dieser Ansätze findet sich in einem Bericht von WARD (1964).

Der erste explizite Vorschlag für die quantitative Ermittlung eines "konventionellen" Wellenwiderstandes aus dem gemessenen Wellenbild eines Schiffmodells stammt von GUILLOTON (1952). Der "konventionelle" Wellenwiderstand von GUILLOTON (1952, bes. S 344-5) entspricht nicht ganz unserem Begriff des "scheinbaren" Wellenwiderstandes $\tilde{R}_w$, weil Guilloton sein Augenmerk nicht auf das Fernfeld, sondern auf das Nahfeld richtet, vgl. Abschnitt 1.3.4. Es ist dennoch eine fundamentale Ähnlichkeit der beiden Begriffe gegeben. Es geht immer darum, denjenigen fiktiven Widerstand zu bestimmen, den eine vorgegebene Welle haben würde, wenn sie in idealer Flüssigkeit existieren könnte. Wir können daher den "konventionellen" Wellenwiderstand von Guilloton als einen "scheinbaren" Wellenwiderstand im erweiterten Sinne ansehen.

Wir wollen hier das Prinzip der Wellenanalyse nach GUILLOTON (1952) kurz wiedergeben. Er geht von den folgenden Voraussetzungen aus:

$$(1.5.12a) \quad R_p = -2 \iint_{S_y^*} p(x, F^*(x, z, E, \psi), z) \frac{\partial F^*}{\partial x} dz dx$$

laut Definition des Druckwiderstandes in jeder Flüssigkeit, vgl. Gln. (1.3.17);

$$(1.5.12b) \quad R_w = R_p$$

in der idealen Flüssigkeit laut Definition, und schließlich

$$(1.5.12c) \quad \varphi_{xx}(x, y, 0) + \frac{g}{V^2} \varphi_z(x, y, 0) = 0,$$

$$\rho g \zeta = \rho V \varphi_x(x, y, 0),$$

$$p + \rho g z = \rho V \varphi_x,$$

in der linearisierten Wellenwiderstandstheorie, vgl. Gln. (1.4.28 und 30). Auf diese Gleichungen gründet sich die folgende Rechenvorschrift für den scheinbaren Wellenwiderstand $\tilde{R}_w$ nach Guilloton:

$$(1.5.13a) \quad \tilde{R}_w = -2 \iint_{S_y^*} \tilde{p}(x, z) \frac{\partial F^*}{\partial x} dz dx,$$

$$(1.5.13b) \quad \tilde{p}(x, z) = \rho g \tilde{\zeta}(x, z) \\ = \frac{\rho g}{2} \sqrt{\frac{g}{\pi V_z^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\zeta}(h, 0) \exp \left[-\frac{g(x-h)^2}{4V_z^2} \right] dh,$$

$$(1.5.13c) \quad \tilde{\zeta}(h, 0) = \zeta_m(x) \quad \text{am Modell,} \\ \zeta_m(x, y=0) \quad \text{sonst.}$$

Danach wird $\tilde{R}_w$ über einen fiktiven dynamischen Druck $\tilde{p}$ und eine Zwischenfunktion $\tilde{\zeta}$ auf das meßbare Wellenprofil ζ_m am Modell (und seine Fortsetzung in der Mittellängsebene $y = 0$) zurückgeführt. Auch die projizierte benetzte Oberfläche S_y^* ist dem Versuch zu entnehmen. Die Gln. (1.5.13b) ist die formale Lösung der Randwertaufgabe für $(p + \rho g z)$ nach Gln. (1.5.12c), wenn man annimmt, daß die Dgln. nicht nur für $z = 0$, sondern für alle z gilt. Diese Annahme wird von HAVELOCK (1952, S 357) und BIRKHOFF et alia (1954, S 376 - 7) erörtert.

INUI (1955, S 306, 7) macht im wesentlichen den folgenden Vorschlag für die Ermittlung eines scheinbaren Wellenwiderstandes $\tilde{R}_w$ aus dem meßbaren Wellenbild $\zeta_m(x, y)$ über eine Zwischenfunktion $\tilde{A}(\theta)$:

$$(1.5.14a) \quad \tilde{R}_w = \rho V^2 \int_0^{\pi/2} \{ \tilde{A}(\theta) \}^2 \cos^3 \theta \, d\theta,$$

$$(1.5.14b) \quad \zeta_m(x, y) = \bar{\zeta}_m(r, \alpha);$$

$$r^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2, \quad \alpha = \arctg \frac{y-y_0}{x-x_0},$$

$$(1.5.14c) \quad \bar{\zeta}_m(r, \alpha) = \tilde{A}(\theta_1) \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 r}} \frac{1}{\sqrt{F'''(\theta_1)}} \sin \left[k_0 r F(\theta_1) + \frac{\pi}{4} \right] \\ + \tilde{A}(\theta_2) \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 r}} \frac{1}{\sqrt{F'''(\theta_2)}} \sin \left[k_0 r F(\theta_2) - \frac{\pi}{4} \right],$$

$$(1.5.14d) \quad \left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \theta_1 \\ \operatorname{tg} \theta_2 \end{array} \right\} = - \frac{\cot \alpha}{4} \left[1 \mp \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \alpha} \right],$$

$$F(\theta) = \sec^2(\theta) \cos(\alpha - \theta),$$

$$F'''(\theta) = \sec^3 \theta \sqrt{1 - 9 \sin^2 \alpha}.$$

Gln. (1.5.14a) gründet sich auf den von HAVELOCK (1934) gefundenen Zusammenhang zwischen dem Wellenwiderstand und die Amplitudenfunktion $A(\theta)$ eines linearisierten freien Wellensystems. Der Ansatz (1.5.14c) für das gemessene Wellenbild ζ_m entspricht dem asymptotischen Wellenbild einer punktförmigen Störung nach KELVIN (1906, S 14-20).

Der Vorschlag von Inui hat gegenüber dem von Guilloton den Vorteil, daß man nicht nur den scheinbaren Wellenwiderstand $\tilde{R}_w$ sondern auch die Amplitudenfunktion $\tilde{A}(\theta)$ ermittelt. Der Versuchsaufwand ist jedoch erheblich größer, weil man statt eines Wellenprofils jetzt das gesamte räumliche Wellenbild messen muß. Es gibt einen schwerwiegenden theoretischen Einwand gegen den Vorschlag von Inui. Selbst in einer idealen Flüssigkeit würde die Wellenanalyse nach Gln. (1.5.14c) theoretisch keine eindeutige Bestimmung der Amplitudenfunktion $\tilde{A}(\theta)$ gestatten,

und zwar aus zwei Gründen. Erstens ist die Wahl eines Anfangspunktes (x_0, y_0) für ein Schiffsmodell im Gegensatz zum Kelvinschen Druckpunkt anscheinend willkürlich. Zweitens ist es offenbar nicht möglich, die zwei Komponenten in Gln. (1.5.14c) in eindeutiger Weise von einander zu trennen. Ob und wie diese Schwierigkeiten praktisch überwunden werden können, gibt INUI (1955) nicht an.

1.5.2. Theoretische Methoden

Im vorhergehenden Kapitel (Abschnitt 1.4.3.) stellten wir fest, daß die herkömmliche Theorie bestenfalls die Berechnung des lineartheoretischen (Michellschen) Wellenwiderstandes R_{wo} und des Plattenreibungswiderstandes R_{fo} gestattet. Es verbleiben also gegenüber dem Gesamtwiderstand die Reste: R_{wr} , R_{vw} und R_{vr} , vgl. Gln. (1.4.43). Wir wollen jetzt einige theoretische Methoden anführen, die wenigstens eine teilweise Erfassung des nichtlinearen Wellenwiderstandes R_{wr} und der Wechselwirkung R_{vw} zum Ziel haben.

a. Nichtlinearer Wellenwiderstand R_{wr}

Schon im Abschnitt 1.4.2. haben wir erwähnt, daß PETERS und STOKER (1957) im Prinzip einen Weg für die schrittweise Erfassung des Restes R_{wr} im Rahmen einer systematischen Linearisation gewiesen haben. Als die vorliegende Arbeit 1960 in Angriff genommen wurde, waren noch keine Fortschritte in dieser Richtung abzusehen. Inzwischen sind jedoch mindestens zwei Arbeiten bekannt geworden, die

eine systematische Verbesserung der Michellschen Theorie in Aussicht stellen, siehe SISOV (1961) und WEHAUSEN (1963). Die Methoden, die wir im folgenden besprechen, sind zwar nicht systematisch im Sinne von Peters und Stoker, stellen dennoch gewisse Fortschritte gegenüber der herkömmlichen Theorie dar. Ob diese heuristischen Ansätze einen praktischen Wert haben, kann nur - wie immer - der Vergleich zwischen Theorie und Versuch entscheiden.

Wir wollen hier im wesentlichen auf die Vorschläge von Guilloton, Hogner, Inui und Lunde eingehen. Die von GUILLOTON (1940) angegebene Methode ist nur ein Verfahren für die numerische Approximation des Michellschen Integrals. GUILLOTON (1946) hat jedoch darüber hinaus auch Vorschläge gemacht, wie man den Einfluß der Nichtlinearität durch gewisse Korrekturen erfassen könne. KORVIN-KROUKOVSKY und JACOBS (1954) geben eine übersichtliche Erläuterung der Guillotonischen Korrekturen nebst Anwendungsbeispielen. Wir wollen uns mit diesem Literaturhinweis begnügen. Die Vorschläge von Hogner, Inui und Lunde lassen sich am besten erklären, wenn man von der Havelockschen Wellenwiderstandstheorie ausgeht. Daher wollen wir zunächst den Grundgedanken der Theorie von HAVELOCK (1932) wiedergeben.

Havelocksche Wellenwiderstandstheorie

Schon im vorhergehenden Kapitel haben wir gesehen, daß sich die linearisierte Michellsche Aufgabe von der homogenen *)

*) Die homogene Aufgabe der freien Wellen auf der gesamten Ebene $z = 0$ ergibt sich, indem die Bedingung im Unendlichen und die Randbedingung am Schiff fallen gelassen wird, d.h.

für den Grenzfall $F(x', z') \equiv 0$.

Aufgabe lediglich darin unterscheidet, daß das Potential φ auf der Ebene $y = 0$ in einer durch Gln. (1.4.29) vorgeschriebenen Weise singulär wird. Eine mögliche Deutung der Theorie von HAVELOCK (1932) ist, daß sie das linearisierte Potential für das dünne Schiff durch Linearkombinationen aus gewissen elementaren singulären Lösungen zusammensetzt. Der wichtigste elementäre Baustein dieser Art ist die Havelocksche Lösung für eine Quelle. Wir betrachten eine Quelle der Stärke m (d.h. Ergiebigkeit $4\pi m$ an dem Punkt (a, b, c) , $c < 0$). Wir haben dieselbe Aufgabe wie für das dünne Schiff, Gln. (1.4.23, 28 und 30); nur statt der Randbedingung (1.4.29) wird jetzt gefordert, vgl. WEHAUSEN (1960, S 484):

$$(1.5.15) \quad \varphi(x, y, z) = \tilde{\varphi}(x, y, z) + \varphi^h(x, y, z).$$

Dabei ist $\tilde{\varphi}$ das in dem Punkt (a, b, c) singuläre Potential der Einzelquelle von Stärke m :

$$(1.5.16) \quad \tilde{\varphi}(x, y, z) = -\frac{m}{R},$$

$$R^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2,$$

und φ^h ist harmonisch im Bereich $z < 0$.

Die Havelocksche Lösung für diese Aufgabe lautet, hier etwa in der Darstellung von WEHAUSEN (1960, S 484):

(1.5.17)

$$\begin{aligned} \varphi^h = & -\frac{m}{R_1} + \frac{4m}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^\infty \frac{\exp[k(z+c)] \cos[k(x-a)\cos\theta] \cos[k(y-b)\sin\theta]}{k - k_0 \sec^2\theta} k dk \\ & + 4mk_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp[k_0(z+c)\sec^2\theta] \sin[k_0(x-a)\sec\theta] \times \\ & \times \cos[k_0(y-b)\sin\theta\sec^2\theta] \sec^2\theta d\theta \end{aligned}$$

mit $R_1^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2$; $k_0 = g/v^2$.
In dem zweiten Term ist der Cauchysche Hauptwert des Integrals über k zu verstehen. Wenn man statt der Einzelquelle eine kontinuierliche Quellverteilung der Intensität $\sigma(x', y', z')$ auf einer beliebigen Fläche $\bar{S}$ **)

**) Die Ergiebigkeit eines Flächenelementes ist dann $4\pi\sigma ds$; und x', y', z' sind durch die Gleichung der Fläche $\bar{S}$ verbunden.

im unteren Halbraum ($z < 0$) hat, so ist die Gesamtlösung durch Linearkombination, d.h. durch Integration über $\bar{S}$ zu erhalten. Der (linearisierte) Wellenwiderstand R_w^H einer solchen allgemeinen Quellverteilung ist nach HAVELOCK (1932, S 343):

$$(1.5.18) \quad R_w^H = 8\pi k_0^2 \varrho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^3\theta \left[\bar{P}^2(\theta) + \bar{Q}^2(\theta) \right] d\theta,$$

$$(1.5.18a) \quad \bar{P}(\theta) = \int \sigma \exp[ik_0 z' \sec^2 \theta] \cos[k_0 (x' \cos \theta + y' \sin \theta) \sec^2 \theta] ds.$$

$$(1.5.18b) \quad \bar{Q}(\theta) = \frac{1}{S} \int \sigma \exp[ik_0 z' \sec^2 \theta] \sin[k_0 (x' \cos \theta + y' \sin \theta) \sec^2 \theta] ds.$$

(Die Integrationsvariablen x' , y' , z' sind durch die Gleichung der Fläche $\bar{S}$ miteinander gekoppelt.) Wie HAVELOCK (1932, S 346) betont, wird dieser Ausdruck mit dem Michellschen Wellenwiderstand R_{wo} nach Gln. (1.4.31) identische, wenn die Quellverteilung $\sigma(x', y', z')$ in der folgenden (linearisierten) Beziehung zur Schiffsform $F(x', z')$ steht:

$$(1.5.19) \quad \sigma(x', 0, z') = -\frac{V}{2j} \frac{\partial F}{\partial x}, \quad \text{auf } y' = 0$$

im Bereich S_y .

Es ist offensichtlich, daß nicht nur der Wellenwiderstand R_{wo} , sondern auch das Potential ϕ bei Havelock und Michell identisch ist, denn die ebene Quellverteilung nach Gln. (1.5.19) erzeugt gerade den von der Michellschen Randbedingung (1.4.29) für das dünne Schiff geforderten Geschwindigkeitssprung auf $y = 0$. Es ist zu beachten, daß dieser Sprung ausschließlich auf den singulären Teil $\hat{\phi}$ des Potentials ϕ zurückzuführen ist:

$$(1.5.20) \quad \hat{\phi}(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \int_{S_y} \frac{\sigma(x', 0, z')}{(x-x')^2 + y^2 + (z-z')^2} dz' dx'.$$

Der (im Bereich $z < 0$) harmonische Teil ϕ^h des Potentials leistet keinen Beitrag zur Normalgeschwindigkeit ϕ_y auf der Ebene $y = 0$, vgl. Gln. (1.5.17).

Es ist jetzt offenbar, daß die allgemeinere Theorie von Havelock u.a. die folgende Möglichkeit einer Erweiterung der Michellschen Theorie in sich birgt. Durch eine geeignete Wahl der Quellenverteilung σ und der zugehörigen Fläche $\bar{S}$ könnte man wenigstens die Randbedingung am Schiff, Gln. (1.4.25), in einer allgemeineren als der Michellschen Form, Gln. (1.4.29), erfüllen. Die Randbedingung an der freien Oberfläche, Gln. (1.4.20), müßte aber auf alle Fälle linearisiert bleiben, Gln. (1.4.26), damit man die Gesamtlösung aus Elementarlösungen durch Linearkombinationen zusammensetzen kann. Im allgemeinsten Fall könnte man dann die Randbedingung am Schiff sogar "exakt" erfüllen. Der Zusammenhang zwischen der Quellverteilung und der Schiffsform wäre dann nicht explizit und lokal wie in Gln. (1.5.19), sondern nur implizit über eine Integrodifferentialgleichung gegeben, an der nicht nur der singuläre Teil $\tilde{\varphi}$, sondern das gesamte Potential φ beteiligt wäre, vgl. Tafel 1.4., Zeile (5). Die Ansätze von Hogner, Inui und Lunde sind die ersten Vorstöße in dieser Richtung. Sie schlagen zwischen σ und F eine andere als die linearisierte Beziehung (1.5.19) vor und erhalten dann unter Anwendung der Havelockschen Formel (1.5.18) einen von Michell (1.4.31) abweichenden Zusammenhang zwischen Wellenwiderstand und Form. HAVELOCK (1932, S 347) hat zwar schon sehr früh die Möglichkeit einer echten Verbesserung der linearisierten Theorie auf diesem Wege aus logischen Gründen verneint. In späteren Äußerungen, z.B. Diskussionen, zu LUNDE (1949) und INUI (1954), bejaht er jedoch solche heuristischen Ansätze, wenn sie einen praktischen Zweck erfüllen, d.h. nachweislich zu einer besseren Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch führen.

Hognersche Interpolationsformel

In einer Diskussion zu WEINBLUM (1932) schlug HOGNER (1932, S 454) eine sogenannte Interpolationsformel für den Wellenwiderstand vor, die die Michellsche und die Hognersche Formel für das dünne ($B/L \ll 1$), bzw. flache ($T/L \ll 1$) Schiff als Grenzfälle enthält. In dem Zwischenbereich, d.h. für normale Schiffsformen, soll sie eine heuristische Verbesserung des Michellschen Integrals darstellen. In unserer Schreibweise lautet diese Formel:

$$(1.5.21) \quad R_w^{Ho} = 8 \pi k_0^2 Q \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^3 \theta [P^2(\theta) + Q^2(\theta)] d\theta,$$

(Es ist zweckmäßig, für die Hilfsfunktionen $P(\theta)$ und $Q(\theta)$ gleich drei äquivalente Darstellungen anzugeben:)

(1.5.21a)

$$\left. \begin{aligned} P(\theta) \\ Q(\theta) \end{aligned} \right\} = - \frac{V}{4\pi} \int_{S_z} \frac{G}{x'} \exp k_0 G(x', y') \sec^2 \theta \frac{\cos}{\sin} k_0 (x' \cos \theta + y' \sin \theta) \sec^2 \theta dx' dy'$$

(1.5.21b)

$$\begin{aligned} &= - \frac{V}{4\pi} \int_{S_y} \frac{F}{x'} \exp k_0 z' \sec^2 \theta \frac{\cos}{\sin} k_0 (x' \cos \theta + F(x', z') \sin \theta) \sec^2 \theta - dz' dx' \\ &\quad - \frac{V}{4\pi} \int_{S_y} \frac{F}{x'} \exp k_0 z' \sec^2 \theta \frac{\cos}{\sin} k_0 (x' \cos \theta + F(x', z') \sin \theta) \sec^2 \theta dz' dx' \end{aligned}$$

(1.5.21c)

$$= \int_S \left(\frac{V n_{x'}}{4} \right) \exp k_0 z' \sec^2 \theta \frac{\cos}{\sin} k_0 (x' \cos \theta + y' \sin \theta) \sec^2 \theta ds.$$

Die Identität dieser alternativen Darstellungen wird aus der folgenden Überlegung deutlich: $y' = \pm F(x', z')$ und $z' = G(x', y')$ sind alternative Darstellungen für die gleiche Schiffsoberfläche S . Ferner sind S_y und S_z die Projektionen der Fläche S auf die Ebenen $y = 0$ (Mittel-

längsebene), bzw. $z = 0$ (Wasserlinienebene). Schließlich ist n_x , die x' -Komponente des äußeren Normalvektors $\underline{n}$ auf S . Es gilt daher:

$$(1.5.21 \text{ d}) \quad n_x ds = - \frac{\partial G}{\partial x} dx' dy' = - \frac{\partial F}{\partial x} dz' dx'.$$

Die erste Darstellung, Gln. (1.5.21a), zeigt im Grenzfall $G \rightarrow 0$ den Übergang zu den Hognerschen Formeln für das flache Schiff ($T/L \rightarrow 0$) und für die Druckverteilung an der freien Oberfläche $p_a = \rho g \zeta$, vgl. HOGNER (1932, S 454).

Die zweite Darstellung, Gln. (1.5.21b), zeigt nicht nur den Übergang zum Michellschen Integral, Gln. (1.4.31), im Grenzfall $F \rightarrow 0$. Sie zeigt noch viel mehr. Erstens zeigt sie, daß die Hognersche Formel auch auf seitlich (zur Ebene $y = 0$) und unsymmetrische Formen anwendbar ist. Zweitens zeigt sie, daß die Hognersche Formel eine gewisse Wechselwirkung zwischen Back- und Steuerbordseite berücksichtigt. Schließlich zeigt ein Vergleich mit Gln. (1.5.18 und 19), daß in der Hognerschen Interpolationsformel die gleiche linearisierte Quellstärke $-\frac{V}{2\pi} \frac{\partial F}{\partial x} dz' dx'$ eingesetzt wird wie bei Havelock.

Sie unterscheidet sich von der Michell-Havelockschen Formel darin, daß diese Quellstärke jeweils zur Hälfte von der Mittellängsebene ($y = 0$) nach Backbord und Steuerbord auf die Schiffsoberfläche $y = \pm F(x', z')$ versetzt wird. (Bei seitlich unsymmetrischen Formen stehen die Quellstärken sinngemäß im Verhältnis: $\partial y' / \partial x'$ auf S für $y' \leq 0$.)

Am meisten aufschlußreich ist jedoch die dritte Darstellung der Hognerschen Interpolationsformel, Gln. (1.5.21c). Hier offenbart sich die Analogie zur allgemeinen Havelockschen Formel für eine beliebige Quellverteilung, Gln. (1.5.18).

Man sieht, daß in der Hognerschen Interpolationsformel die Schiffsform ersetzt wird durch eine Quellverteilung der Intensität $(Vn_x/4\pi)$ auf der Schiffsoberfläche S . Besonders wenn die Fläche S geschlossen ist, (d.h. bei völlig getauchten Körpern), erlaubt dies eine sehr interessante Interpretation und auch eine weitere Verallgemeinerung der Hognerschen Interpolationsformel.

Für eine geschlossene Fläche S gilt für die Normalgeschwindigkeit in erster Näherung:

$$(1.5.22) \quad \tilde{\varphi}_n = \tilde{\varphi}_x n_x + \tilde{\varphi}_y n_y + \tilde{\varphi}_z n_z \approx 4\pi\sigma \quad \text{auf } S,$$

wo $\tilde{\varphi}$ der singuläre Teil des Potentials ist nach Gln. (1.5.16):

$$(1.5.23) \quad \tilde{\varphi}(x,y,z) = - \int_S \frac{\sigma(x',y',z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}} ds.$$

Setzt man jetzt nach Hogner $\sigma = Vn_x/4\pi$ auf S , so bedeutet es, daß die exakte Randbedingung am Körper, Gln. (1.4.25), von dem singulären Teil $\tilde{\varphi}$ und dem Anströmungspotential $-Vx$ in erster Näherung erfüllt wird.

$$(1.5.24) \quad (\tilde{\varphi}_x - V)n_x + \tilde{\varphi}_y n_y + \tilde{\varphi}_z n_z \approx 0 \quad \text{auf } S.$$

Daraus ist ersichtlich, inwiefern die Hognersche Interpolationsformel bei der Erfüllung der Randbedingung am Körper über die linearisierte Michellsche Gln. (1.4.29) hinausgeht.

Jetzt drängt sich eine Verallgemeinerung der Hognerschen Formel auf, vgl. z.B. HAVELOCK (1932, S 346-7) oder LUNDE (1951, S 66). Man könnte die Quellenintensität ganz allgemein so wählen:

$$(1.5.25) \quad \sigma = -(1 + k) \frac{V n_x}{4\pi},$$

daß die Bedingung (1.5.24) exakt erfüllt wird. Dieser Ansatz hat eine sehr anschauliche Erklärung. Der Körper S wird dann durch die Quellbelegung σ auf S exakt dargestellt in paralleler Anströmung - V in unbeschränkter Flüssigkeit. Denn der singuläre Teil $\tilde{\varphi}$ ist einfach das Störpotential der Quellbelegung in unbeschränkter Flüssigkeit.

Für einen vorgegebenen Körper S ist jetzt die Quellintensität σ , bzw. die "Korrektur" k als Funktion von zwei Veränderlichen (z.B. x' , z') nur implizit gegeben durch die Integrodifferentialgl. (1.5.23 und 24). Eine exakte theoretische Lösung gelingt nur in einigen Spezialfällen, z.B. für ein getauchtes Ellipsoid, wo die Korrektur k sogar nur eine von den drei Halbachsen abhängige Konstante ist, vgl. z.B. LUNDE (1951, S 66) oder EGGERS (1958).

Ansatz von Inui

Man kann den Ansatz von INUI (1952) auffassen als eine heuristische Übertragung des allgemeinen Havelockschen Ansatzes für einen getauchten Körper auf das Schiffsproblem. Da die Schiffsoberfläche S nicht geschlossen ist, kann das singuläre Potential $\tilde{\varphi}$ allein die Körperperrandbedingung (1.5.24) nicht exakt erfüllen. *) Daher führt Inui ein Spiegelpotential φ^S ein und wählt die Quellverteilung auf S derart, daß φ^S mit dem Anströmungspotential -Vx die exakte Körperperrandbedingung für das Spiegelschiff S^S erfüllt. Es gilt

$$(1.5.26) \quad \tilde{\varphi}(x,y,z) = - \int_S \frac{\sigma}{R} ds, \quad \text{vgl. Gl. (1.5.16),}$$

*) Die Gln. (1.5.24) entspricht dem sogenannten Neumannschen Randwertproblem der Potentialtheorie. Die Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung ist bisher anscheinend nur für Liapounoffsche (geschlossene) Randflächen S bewiesen, vgl. z.B. SMIRNOW (1958, S 537 - 540).

$$(1.5.26a) \quad \varphi^S(x, y, z) = \varphi(x, y, z) + \tilde{\varphi}(x, y, -z),$$

$$(1.5.26b) \quad (\varphi_x^S - V)n_x + \varphi_y^S n_y + \varphi_z^S n_z = 0 \text{ auf } y = \pm F(x, -|z|) \\ \text{im Bereich } S^S.$$

Der Inuische Wellenwiderstand R_W^I ist dann für diese Verteilung σ auf S nach der Havelockschen Formel Gln. (1.5.18) zu berechnen. Er wird im allgemeinen von dem entsprechenden Michellschen Wellenwiderstand R_{wo} nach Gln. (1.4.31) für dieselbe Form $F(x', z')$ abweichen.

Die Inuische Randbedingung (1.5.26b) unterscheidet sich von der exakten Randbedingung (1.4.25) für das Schiff in idealer Flüssigkeit im wesentlichen darin, daß statt des Wellenpotentials φ das Spiegelpotential φ^S eingesetzt wird. (Außerdem wird die dynamische Vertrimmung E, η vernachlässigt.) INUI (1957, S 185) rechtfertigt diesen Schritt damit, daß für kleine Froudezahlen ($Fr \rightarrow 0$) das linearisierte Potential φ nach Havelock gegen φ^S konvergiert. Aus Gln. (1.5.17) ist leicht einzusehen, vgl. z.B. LUNDE (1951, S 29):

$$(1.5.27) \quad k_0 \rightarrow \infty, \quad \text{dann} \quad \varphi^h(x, y, z) \rightarrow \tilde{\varphi}(x, y, -z),$$

$$\varphi = (\tilde{\varphi} + \varphi^h) \rightarrow \varphi^S.$$

Während φ und φ^h nur im unteren Halbraum $z < 0$ geklärt sind,

sind $\tilde{\varphi}$ und φ^S auch für $z \geq 0$ eindeutig.

Nach dieser Überlegung müßte der Ansatz von Inui für kleine Froudezahlen ($k_0 L \rightarrow \infty$) eine heuristische Verbesserung der Michellschen Theorie darstellen.

Es gibt eine sehr anschauliche Erklärung für den Inuischen Ansatz. Zwecks Bestimmung der Beziehung zwischen Quellverteilung σ und Form F wird die freie Oberfläche $z = \zeta(x, y)$ durch eine feste Wand $z = 0$ ersetzt. Die linearisierte Randbedingung (1.4.30c) für die freie Oberfläche entartet im Grenzfall $k_0 \rightarrow \infty$ tatsächlich in der Randbedingung $\varphi_z(x, y, 0) = 0$ für eine feste Wand $z = 0$. Diese wird von φ^S laut Definition (1.5.26a) erfüllt.

Nebenbei sei bemerkt, daß der Inuische Ansatz nicht nur auf Schiffe, sondern durchaus auch auf getauchte Körper anwendbar ist. Er führt dann zu einem anderen Ergebnis als der allgemeine Havelocksche Ansatz (1.5.25) eben deshalb, weil nach Havelock σ nicht von φ^S , sondern von $\tilde{\varphi}$ bestimmt wird. In dem Havelockschen Ansatz für getauchte Körper wird die freie Oberfläche einfach weggedacht, während sie bei Inui durch eine feste Wand ersetzt wird. Der Unterschied ist daher um so größer, je kleiner die Tauchtiefe des Körpers.

INUI (1952, 1954, 1957) hat auch zahlreiche Anwendungsbeispiele für seinen Ansatz veröffentlicht. Ein direkter Vergleich zwischen R_w^I und R_{w0} für die gleiche Form F war dabei aus dem folgenden Grunde nicht möglich. Die Beziehung zwischen F und σ ist im Inuischen Ansatz über die Integralgleichung (1.5.26) nur implizit gegeben. Um die Brauchbarkeit seines Ansatzes prüfen zu können, ohne die schwierige

Integralgleichung lösen zu müssen, ist Inui zunächst den umgekehrten Weg gegangen. Er hat einfache Quellverteilungen σ auf der Ebene $y = 0$ vorgegeben und die entsprechende Form durch numerische Integration der Stromlinien ermittelt, siehe Kapitel 2.4. Dadurch konnte er mittels Modellversuch seinen Wellenwiderstand R_{w}^{I} wenigstens mit einem gemessenen Restwiderstand $RR_{\text{r}}^{\text{F}} = R_{\text{t}} - R_{\text{fo}}$ oder $R_{\text{r}}^{\text{H}} = R_{\text{t}} - R_{\text{v}}$ vergleichen.

Übersicht

Der Übersicht halber sind die bisher besprochenen Ansätze zur Verbesserung der herkömmlichen Michellschen Theorie durch unkonventionelle Interpretationen der Havelockschen singulären Lösungen in Tafel 1.4 zusammengestellt. Darin ist auch die früher erwähnte höchstmögliche Verallgemeinerung der linearisierten singulären Lösungen als Ansatz (5) aufgenommen. Es ist jedoch nicht selbstverständlich, daß die dort auftretenden Randbedingungen auf $z = 0$ und S für Überwasserschiffe miteinander vereinbar sind. Für getauchte Körper sind jedoch "exakte" Lösungen dieser Art von HAVELOCK (1936) für einen Zylinder und von BESSHO (1957) für ein Ellipsoid angestrebt worden.

Aus Tafel 1.4 ist auch ersichtlich, daß man theoretisch keinem der Ansätze apriori den Vorzug über Michell geben kann. Es fragt sich daher, ob man durch Vergleich mit Versuch bestimmen kann, welcher Ansatz der beste ist. Nach Ansicht des Verfassers muß diese Frage nach der derzeitigen Versuchstechnik grundsätzlich verneint werden. Alle diese Ansätze liefern gewisse Näherungen für den nominel-

Nr.	Vorschlag	Quellverteilung			Körperrandbedingung		
		Fläche	Bereich	Intensität	Bedingung wird erfüllt	auf der Fläche	im Bereich
1	Havelock (=Michell)	$y=0$	S_y	$\sigma = -\frac{V}{2\pi} \frac{\partial F}{\partial x}$	$\varphi_y(x, \pm 0, z) \pm V \frac{\partial F}{\partial x} = 0$	$y \rightarrow 0$	S_y
2	Hognersche Interpolations- formel	$y = \pm F(x, z)$	S	$\sigma = \frac{V n_x}{4\pi}$	$(\tilde{\varphi}_x - V) n_x + \tilde{\varphi}_y n_y + \tilde{\varphi}_z n_z \approx 0,$ $\tilde{\varphi} = - \int_S \frac{\sigma}{R} ds$	$y = \pm F(x, z)$	S
3	Havelock-Lundé (für getauchte Körper)	"	"	σ aus $\rightarrow$	$(\tilde{\varphi}_x - V) n_x + \tilde{\varphi}_y n_y + \tilde{\varphi}_z n_z = 0,$ $\tilde{\varphi} = - \int_S \frac{\sigma}{R} ds$	"	"
3a	" (speziell)	$\bar{S}$ und σ beliebig im Halbraum $z < 0$			$(\tilde{\varphi}_x - V) n_x + \tilde{\varphi}_y n_y + \tilde{\varphi}_z n_z = 0,$ $\tilde{\varphi} = - \int_S \frac{\sigma}{R} ds$	$y = \pm F(x, z)$ $\leftarrow$ aus $\rightarrow$	S
4	Inui (allgemein)	$y = \pm F(x, z)$	S	σ aus $\rightarrow$	$(\varphi_x^s - V) n_x + \varphi_y^s n_y + \varphi_z^s n_z = 0,$ $\varphi^s = \tilde{\varphi}(x, y, z) + \tilde{\varphi}(x, y, -z); \tilde{\varphi} = - \int_S \frac{\sigma}{R} ds$	$y = \pm F(x, - z)$	S^s
4a	Inui (speziell)	$\bar{S}$ und σ beliebig im Halbraum $z < 0$			$(\varphi_x^s - V) n_x + \varphi_y^s n_y + \varphi_z^s n_z = 0$ $\varphi^s = \tilde{\varphi}(x, y, z) + \tilde{\varphi}(x, y, -z); \tilde{\varphi} = - \int_S \frac{\sigma}{R} ds$	$y = \pm F(x, - z)$ $\leftarrow$ aus $\rightarrow$	S^s
5	Höchst mögliche Verallgemeine- rung	Beliebige Singularitäten im Bereich $ y \leq F(x, z),$ $z < 0$; derart, daß $\rightarrow$			$(\varphi_x - V) n_x + \varphi_y n_y + \varphi_z n_z = 0,$ $[\varphi_{xx} + \kappa_0 \varphi_z = 0 \text{ auf } z = 0]$	$y = \pm F(x, z)$	S

Tafel 1.4. Mögliche Interpretationen der Havelockschen Theorie aufgrund verschiedener Ansätze für die Beziehung zwischen Singularitätenverteilung und Körperform.

len Wellenwiderstand R_w , den man leider noch nicht messen kann. Experimentell kann man bestenfalls den Restwiderstand $R_t - R_v = R_w + R_{vw}$ ermitteln. Eine empirische Beurteilung der Güte der verschiedenen Approximationen für R_w kann daher nur erfolgen, wenn man die Größenordnung oder wenigstens das Vorzeichen der Wechselwirkung R_{vw} kennt. Es ist das große Verdienst INUIs (1957, S 180), daß er bei seinen Vergleichen zwischen Theorie und Versuch diese Tatsache besonders hervorgehoben hat. Aber auch schon früher hatte man klar erkannt, daß die scheinbare Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch trügerisch sein kann, solange die Wechselwirkung R_{vw} nicht berücksichtigt wird, vgl. z.B. WEINBLUMs Diskussion zu LUNDE (1949, S 193).

b. Wechselwirkungswiderstand R_{vw}

Es versteht sich, daß an eine befriedigende theoretische Behandlung der Wechselwirkung R_{vw} nicht zu denken ist, solange man noch nicht einmal die Teilaufgaben für R_v und R_w bewältigt hat. Es sind dennoch einige approximative Ansätze für die Abschätzung von R_{vw} gemacht worden. Nur drei davon verdienen, als theoretische Methoden im Sinne der rationalen Mechanik bezeichnet zu werden. Es sind die Vorschläge von HAVELOCK (1948), LAWRENTJEV (1951) und STRETENSKI (1957).

Ansätze von Havelock und Lawrentjev

Der Grundgedanke für diese Ansätze stammt anscheinend

von HAVELOCK (1926, S 233) und besteht darin, daß sich die für die Wellenbildung maßgebliche virtuelle Schiffsförm von der nominellen um die Verdrängungsdicke der Grenzschicht unterscheidet. Dies entspricht der bewährten Prandtl'schen Vorstellung von dem Einfluß der Zähigkeit auf die äußere Strömung bei hohen Reynoldszahlen. Die Wechselwirkung zwischen Grenzschicht und Wellenbildung besteht nun darin, daß einerseits die Grenzschichtdicke von der Geschwindigkeits- und Druckverteilung in der äußeren Strömung, also von der Wellenbildung abhängt, und daß andererseits die Wellenbildung selbst von der virtuellen Form, also von der Grenzschicht abhängt.

Man kann diesen Sachverhalt symbolisch wie folgt ausdrücken. Der nominelle Wellenwiderstandsbeiwert C_w sei eine bekannte Funktion der Form $f(\xi', \zeta')$ und der Froudezahl Fr :

$$(1.5.28) \quad C_w = C_w(f(\xi', \zeta'), Fr).$$

$\delta^*(\xi, \zeta)$ sei eine dimensionslose Verdrängungsdicke der Grenzschicht am Schiff. Sie wird i.a. von f , Fr und Reynoldszahl Re abhängen. Die virtuelle Form $\tilde{f}(\xi, \zeta)$ ist daher

$$(1.5.29) \quad \begin{aligned} \tilde{f}(\xi, \zeta) &= f(\xi, \zeta) + \delta^*(\xi, \zeta) \\ &= f(\xi, \zeta) + D^*(\xi, \zeta, f(\xi', \zeta'), Re, Fr), \end{aligned}$$

wo die Funktion D^* die Abhängigkeit der Grenzschicht von Form und Geschwindigkeit symbolisiert. Für den Wechselwirkungsbeiwert C_{vw} gilt nun der Ansatz:

$$(1.5.30) \quad C'_{vw} = C_w(\tilde{f}(\xi, \zeta), Fr) - C_w(f(\xi, \zeta), Fr).$$

Zu beachten ist, daß man auf diese Weise nur eine gewisse Näherung für den Druckanteil C_{vwp} der Wechselwirkung erhalten kann. Der nichtstrenge Begriff der virtuellen Form $\tilde{f}$, insbesondere ihrer Fortsetzung hinter der nominalen Form f macht eine genaue Fehlerabschätzung fast unmöglich.

Für vorgegebene f , Re und Fr ist es sicher sehr schwierig, die Dicke δ^* über die Funktion D^* zu berechnen. HAVELOCK (1948) erkennt diese Schwierigkeit und rechnet daher nur einige Beispiele für den Einfluß der Grenzschicht auf den Wechselwirkungswiderstand, indem er einen zwar willkürlichen, aber physikalisch sinnvollen Ansatz für die Funktion δ^* macht. Charakteristisch für den Polynomansatz sind die Nebenbedingungen, vgl. HAVELOCK (1948, S 264):

$$(1.5.31) \quad \partial \tilde{f} / \partial \xi = \partial f / \partial \xi, \quad \xi = \xi_1;$$

$$\partial \tilde{f} / \partial \xi = 0, \quad \xi = \xi_2;$$

$$\tilde{f} - f \equiv 0, \quad \xi < \xi_2 \quad \text{oder} \quad \xi > \xi_1.$$

Dabei ist ξ_1 eine Ebene kurz vor dem hinteren Ende ξ_h der Form, und ξ_2 liegt kurz hinter dem Ende ξ_h . Die Form wird also nur in einem kleinen Bereich $\xi_2 < \xi < \xi_1$ verändert, und diese Veränderung beseitigt die Diskontinuität in der Neigung $\partial f / \partial \xi$ an der Stelle ξ_h , vgl. Abb. 1.2.4. Das ist sicher die entscheidende Wirkung der Grenzschicht, und zwar im wesentlichen unabhängig von der Reynoldszahl. Denn keine wirkliche Strömung mit auch nur verschwindend kleiner Zähigkeit würde die Diskontinuität am hinteren Ende mitmachen. Havelock rechnet einige Beispiele für eine einfache Form $f = 1 - \xi^2$ und der

Wellenwiderstand wird nach der linearisierten Formel, Gln. (1.4.31), berechnet. Trotz aller Vereinfachungen zeigen die Rechnungen von Havelock deutlich zwei Wechselwirkungsausscheinungen. Erstens wird für eine feste Veränderung δ^* die Wechselwirkung C'_{vw} im Vergleich zu C_{wo} um so bedeutender, je kleiner die Froudezahl Fr . Zweitens wirkt C'_{vw} dahingehend, daß die starken Oszillationen der C_{wo} -Kurve für kleine Fr abgemildert werden. Damit werden die immer wieder festgestellten charakteristischen Unterschiede zwischen dem Michellschen Wellenwiderstand C_{wo} und dem experimentellen Restwiderstand C_r^R oder $C_r^H = C_v + C_{vw}$ zum großen Teil qualitativ erklärt.

LAWRENTJEM (1951) macht ebenfalls einen sehr einfachen Ansatz für die Funktionen δ^* , und zwar schlägt er vor, hierfür die Verdrängungsdicke der turbulenten Grenzschicht einer ebenen Platte einzusetzen:

$$(1.5.32) \quad \delta^*(x, z) = 0,04625 \, x \left(\frac{v}{V_x} \right)^{0,2} \quad \text{im Bereich } S_y.$$

Diese Formel beruht auf dem 1/7-Potenzgesetz für die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht, siehe z.B. SCHLICHTING (1958, S 499). Der Wechselwirkungswiderstand ist dann nach dem Ansatz Gln. (1.5.30) zu berechnen, indem man die Michellsche Formel (Gln. (1.4.31) formal auch auf die virtuelle Form:

$$(1.5.33) \quad \hat{F}(x, z) = F(x, z) + \delta^*(x, z)$$

angewendet, obwohl diese hinten nicht geschlossen ist, siehe Abb. 1.2.1. Das ist gleichbedeutend mit der Annahme

$$(1.5.34) \quad \partial \delta^* / \partial x = 0 \quad \text{außerhalb } S_y.$$

Die virtuelle Form wird also bei Lawrentjev hinter dem Schiff parallel zur Mittellängsebene $y = 0$ fortgesetzt. Bei schiffsüblichen Reynoldszahlen ist δ^* nach Gln. (1.5.32) sehr klein. Offensichtlich wird der wesentliche Einfluß der Zähigkeit, nämlich die Abrundung der Diskontinuität am hinteren Ende durch den einfachen Ansatz von Lawrentjev nicht erfaßt.

Untersuchungen über die virtuelle Form bei Ablösung der Grenzschicht vom Schiffskörper haben in neuerer Zeit CHANG und STRANDHAGEN (1961) angestellt.

Ansatz von Sretenski

Wir werden uns mit dem Ansatz von SRETENSKI (1957, S 729-733) nicht näher beschäftigen, weil er nur den Einfluß der inneren Reibung behandelt, ohne die Haftbedingung zu berücksichtigen. Aber gerade die Haftbedingung ver-

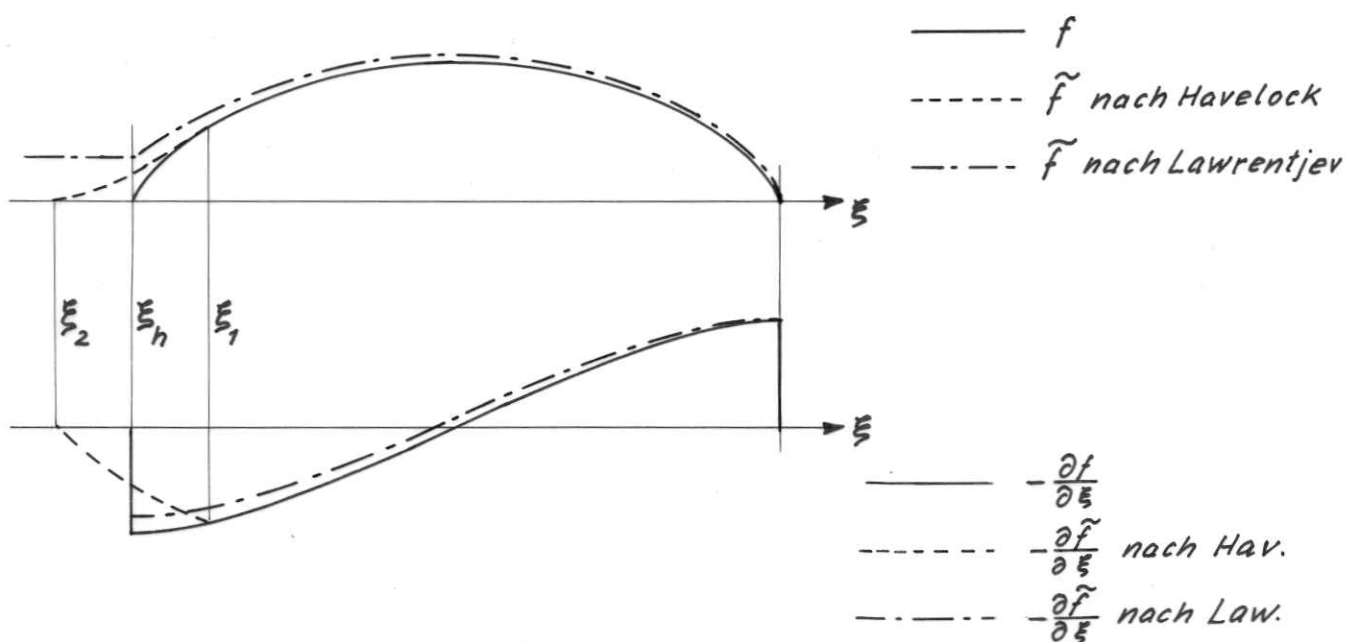


Abb. 1.2. Schematische Darstellung der Ansätze von Havelock und Lawrentjev über die virtuelle Schiffsform.

körpert den wesentlichen Einfluß der Zähigkeit auf die Umströmung eines festen Körpers bei hohen Reynoldszahlen. Der Ansatz von Sretenski ist daher nur anwendbar, wenn die Wellenbewegung ohne Berührung eines festen Körpers mit der Flüssigkeit verursacht wird, z.B. von einem Luftkissenfahrzeug. Ein Anwendungsbeispiel für eine Druckverteilung in diesem Sinne gibt KOSTJUKOV (1959, Kap. I, S 13).

1.5.3. Halbempirische Methoden

Das Ziel aller halbempirischen Methoden ist die Übereinstimmung zwischen der Wirklichkeit und einer unvollkommenen Theorie. Wenn die Abweichungen zwischen Theorie und Wirklichkeit verhältnismäßig klein sind, dann haben die halbempirischen Methoden im Sinne kleiner Korrekturen der Theorie durchaus ihre praktische Berechtigung. Wesentlich ist, daß diese Korrekturen wenigstens qualitativ einen allgemein-theoretischen, d.h. gesetzmäßigen Charakter aufweisen. Einzelne Zahlenwerte können dann auch im Versuch ermittelt werden.

Bei den folgenden halbempirischen Korrekturen geht es um die Übereinstimmung zwischen dem lineartheoretischen Wellenwiderstand R_{wo} und dem wirklich gemessenen Restwiderstand R_r^F oder R_r^H . (Wenigstens bei dem Hughesschen Restwiderstand $R_r^H = R_w + R_{vw}$ können wir von einem gemessenen Wert sprechen, weil die beiden zu seiner Ermittlung notwendigen Größen R_t und R_v fast unmittelbar meßbar sind.) Die halbempirischen Korrekturen sollen also im wesentlichen den nichtlinearen Restwellenwiderstand R_{wr} und die Wechselwirkung R_{vw} umfassen.

Schon in den ersten bekannten, direkten Vergleichen der Michellschen Theorie mit dem Modellversuch hat WIGLEY (1927, S 193) eine gewisse halbempirische Korrektur für die Wechselwirkung eingeführt, indem er für die Abschätzung des Reibungswiderstandes die dynamische benetzte Oberfläche S^* statt der nominellen S verwendet. Die erste Anregung für eine halbempirische Korrektur der Michellschen Theorie zur teilweisen Erfassung der Wechselwirkung stammt anscheinend von HAVELOCK (1935, S 417). Aber die ersten Anwendungen und systematischen Untersuchungen stammen von WIGLEY (1938, 1942). Die Korrekturen von Wigley wurden von EMERSON (1954) etwas verallgemeinert. In einer Diskussion zu EMERSON (1954, S 275) gab Havelock eine neue Deutung der Korrekturen von Wigley und Emerson, so daß diese teilweise als Nichtlinearitätskorrekturen zur näherungsweise Erfassung des Restwellenwiderstandes R_{wr} aufgefaßt werden können. Alle diese Korrekturen sind von INUI (1953, 1957) übernommen, teils umgedeutet, weiterentwickelt, ergänzt und zur letzten Konsequenz getrieben worden, so daß sie schließlich im Zusammenhang mit dem Inuischen Ansatz (Abschnitt 1.5.2a) zur "vollkommenen" Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch führen. (Um Mißverständnissen vorzubeugen, muß gleich gesagt werden, daß diese "vollkommene" Übereinstimmung nur nachträglich herbeigeführt werden kann, wenn die gemessenen und die unkorrigierten theoretischen Widerstandskurven schon vorliegen.) Wir werden hier nur die halbempirischen Korrekturen nach INUI (1957, S 205 - 215) kurz wiedergeben.

Inuische Korrekturen

Der Grundgedanke der Inuischen Korrekturen liegt darin, daß diese nicht unmittelbar auf den lineartheoretischen Wellenwiderstand, sondern im Gedankenexperiment auf das

Wellenbild angewandt werden. Der Zusammenhang zwischen Wellenbild und -widerstand wird nach der lineartheoretischen Formel von HAVELOCK (1934) hergestellt. Da nach dieser Formel der Wellenwiderstand nur von dem freien Wellensystem ζ_f abhängt, braucht nur dieser Anteil des Gesamtwellensystems ζ explizit korrigiert zu werden. Bei den von INUI (1957, S 207) untersuchten Modellen läßt sich das lineartheoretische freie Wellensystem ζ_f^i (in idealer Flüssigkeit) formal in einen Buganteil ζ_{fv}^i und einen Heckanteil ζ_{fh}^i zerlegen.

$$(1.5.32) \quad \zeta_f^i(x,y) = \zeta_{fv}^i(x,y) + \zeta_{fh}^i(x,y).$$

Die Inuische Hypothese besagt nun, daß sich das wirkliche freie Wellensystem ζ_f von diesem theoretischen ζ_f^i nur um einige Faktoren und Verschiebungen unterscheidet:

$$(1.5.33) \quad \zeta_f(x,y) = \alpha \zeta_{fv}^i(x,y) + \beta \zeta_{fh}^i(x+\delta L, y).$$

Die Faktoren α , β und δ sollen also sowohl den Einfluß der Nichtlinearität als auch der Zähigkeit verkörpern. (Die Frage, ob ein freies Wellensystem nach diesem Muster in einer zähen Flüssigkeit überhaupt existieren kann, mag dahingestellt bleiben, insofern man in ζ_f nur eine hypothetische Zwischengröße zur formalen Berechnung der Inuischen Korrekturen ansieht.)

Für α , β und δ gibt Inui folgende halbtheoretische Erklärungen. Die Amplitudenkorrektur $\alpha = \gamma \alpha'$ setzt sich aus zwei Nichtlinearitätskorrekturen zusammen. Dabei geht man von der Überlegung aus, daß die lineare Theorie

den Grenzfall unendlich kleiner Wellen eines unendlich dünnen Schiffes asymptotisch exakt beschreibt. Daher berücksichtige $\gamma \neq 1$ den Einfluß der endlichen Wellenhöhe; $\alpha' \neq 1$ sei der Einfluß der endlichen Breite, also eine Art Selbstinterferenz oder Abschirmung der Bugwelle durch den Schiffskörper. Daher sei α' nur hinter dem Schiff wirksam. (Die Funktion ζ_f ist auf der ganzen Ebene $z = 0$ erklärt.) Ebenfalls sei $\beta = \gamma\beta'$, aber $\beta' \neq 1$ sei eine Zähigkeitskorrektur, im wesentlichen die Wirkung der Ablösung der Grenzschicht am Hinterschiff. Schließlich sei $\delta \neq 0$ eine Längsverschiebung der Heckwelle als kombinierte Wirkung der Grenzschicht, Ablösung und Zähigkeitsnachstrom.

Der lineartheoretische Wellenwiderstand nach HAVELOCK (1934) ist eine quadratische Funktion des freien Wellensystems, genauer gesagt, des freien Wellenspektrums $f(\theta)$ und $g(\theta)$, vgl. auch Gln. (1.5.14a):

$$(1.5.34a) \quad \zeta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} [f(\theta)\sin(X+Y) + g(\theta)\cos(X+Y)] d\theta,$$

$$(1.5.34b) \quad X = k_0 \sec^2 \theta \, x \cos \theta,$$

$$Y = k_0 \sec^2 \theta \, y \sin \theta;$$

$$(1.5.34c) \quad R_w = \frac{\pi}{2} \rho V^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} [f^2(\theta) + g^2(\theta)] \cos^3 \theta \, d\theta.$$

Das theoretische Wellensystem (1.5.32) ist vom Typ (1.5.34a). Daher ist auch das korrigierte Wellensystem (1.5.33) vom gleichen Typ. Wir können also die Havelocksche Formel (1.5.34c) formal auf beide anwenden. Wenn

wir das Ergebnis der Anwendung der Formel (1.5.34) auf ζ_f^i und ζ_f mit R^i , bzw. R bezeichnen, so ist die Korrektur für den Wellenwiderstand nach Inui nicht etwa $(R - R^i)$, sondern:

$$(1.5.35) \quad \Delta R = (R - R^i) + (\gamma^2 - \alpha^2) R_V^i,$$

wo R_V^i sinngemäß das Ergebnis der Anwendung von Formel (1.5.34) auf ζ_{fv}^i ist. Der Zusatzterm in Gln. (1.5.35) bereitet große begriffliche Schwierigkeiten. Er wird damit begründet, daß die Abschirmungskorrektur $\alpha' = \alpha/\gamma$ erst hinter dem Schiff wirksam werde und daher keinen Einfluß auf den Widerstand der Bugwelle allein habe. Es wird offenbar, wenn man R^i und R wie folgt ausschreibt:

$$(1.5.36) \quad R^i = R_V^i + R_h^i + R_{vh}^i,$$

$$R = R_V + R_h + R_{vh}.$$

Die Interferenzterme resultieren von der quadratischen Form der Gln. (1.5.34c). Es läßt sich leicht zeigen, daß

$$(1.5.37) \quad R_V = \alpha^2 R_V^i,$$

$$R_h = \beta^2 R_h^i.$$

Der Zusammenhang zwischen R_{vh}^i und R_{vh} kann ohne Kenntnis der Amplitudenfunktion von ζ_{fh} nicht explizit angegeben werden. Inui führt also effektiv einen hypothetischen Widerstand $\tilde{R}_r$ ein:

$$(1.5.38) \quad R^i + \Delta R = \tilde{R}_r = \gamma^2 R_V^i + \beta^2 R_h^i + R_{vh}.$$

Offensichtlich unterscheidet sich dieser Widerstand $\tilde{R}_r$ von dem eigentlichen Widerstand $\tilde{R}_w$ der korrigierten Wel-

le ζ_f um den Betrag

$$(1.5.39) \quad \tilde{R}_r - \tilde{R}_w = (\gamma^2 - \alpha^2) R_v^i .$$

Auf diese Tatsache kommen wir später im Zusammenhang mit der Wellenanalyse zurück.

Den Zusammenhang zwischen Schiffsform und Wellenbild haben wir in diesem Abschnitt bisher absichtlich offengelassen, weil er für die qualitative ~~Erklärung~~ der Inuischen Korrekturen nicht erforderlich ist. Für ihre quantitative Anwendung ist er jedoch von wesentlicher Bedeutung. Man muß bedenken, daß Inui seine Korrekturen α , β , γ , δ in Praxis immer so wählt, daß der korrigierte Widerstand $\tilde{R}_r$ gerade mit einem experimentellen Restwiderstand R_r übereinstimmt. Wenn man von den oben angegebenen qualitativen halbtheoretischen Erklärungen absieht, so hängt nicht nur die Größenordnung, sondern auch die praktische Bedeutung der Faktoren α bis δ immer davon ab, welche theoretische Größe R^i mit welcher experimentellen Größe R_r verglichen wird. Da Inui für die Abschätzung des Zähigkeitswiderstandes ~~Spfeler-Abdruckverwendet~~, können wir annehmen, daß der Föttinger-Hughessche Restwiderstand $R_r^H = R_t - R_v$ die experimentelle Vergleichsgröße ist. Die theoretische Größe R^i kann jedoch entweder der lineartheoretische Wellenwiderstand R_{wo} nach Michell-Havelock oder der heuristisch verbesserte Wert R_{wo}^I nach dem Inuischen Ansatz sein, je nachdem wie der Zusammenhang zwischen dem Wellenbild und der Form festgelegt wird. Die Inuische Korrektur umfaßt also entweder die Terme $R_{wt} + R_{vw}$ oder $R_{wr}^I + R_{vw}$. In beiden Fällen kann man ganz allgemein sagen, daß die dimensionslosen Faktoren α bis δ von der Form f^* und Ge-

schwindigkeitsparametern Re und Fr abhängen müßten. Die praktische Anwendung ist daher nur dann möglich, wenn es gelingt, diese Abhängigkeit durch einfache empirische Ansätze zu erfassen. Zu diesem Zweck hat Inui umfangreiche Modellversuche mit einer Reihe von systematisch variierten Formen durchgeführt und die Faktoren α bis δ nachträglich so bestimmt, daß dadurch jeweils die Diskrepanz zwischen einer theoretischen Kurve C_{wo}^I und der experimentellen C_r^H beseitigt wurde. Aufgrund der so ermittelten empirischen Werte hat INUI (1957, Abb. 81 bis 86) die Faktoren β , γ und δ als formabhängige empirische Funktionen der Froudeszahl Fr graphisch dargestellt. Lediglich für α' schlägt Inui eine halbtheoretische Formel vor:

$$(1.5.40) \quad \alpha' = \exp(-n'/Fr^2).$$

Dabei soll n' jetzt nur von der Form abhängen. Für sechs untersuchte Formen gilt speziell der empirische Ansatz

$$(1.5.40a) \quad n' = 0,25 \ B/L.$$

Es wird auch versucht, die Formabhängigkeit der Funktionen $\beta(Fr)$, $\gamma(Fr)$, $\delta(Fr)$ auf einige einfache Formparameter wie Eintrittswinkel und B/L zurückzuführen.

Es fragt sich jetzt, ob man die Inuischen Korrekturen verallgemeinern und für die praktische Vorausberechnung des Restwiderstandes R_r^H empfehlen darf, um auf diese Weise die unvollkommene Wellenwiderstandstheorie für die Praxis endlich nutzbar zu machen. Bevor man diese wichtige Frage bejahen kann, muß man die Inuischen Korrekturen kritisch überprüfen. Zunächst ist festzustellen, daß die Arbeit von Inui keinen direkten experimentellen Nachweis

für die prinzipielle Richtigkeit seiner Hypothese, Gln. (1.5.33), darstellt. Der Vergleich der Widerstandskurven C_{wo}^I und D_r^H ist nur ein indirekter Beweis, der zudem nur die integrierte Wirkung des Wellenbildes beinhaltet. (Offensichtlich ist es nicht schwierig, vorgebene Kurvenpaare mithilfe so vieler Korrekturen miteinander in Einklang zu bringen.) Es bleibt dabei völlig offen, ob das nach Inui korrigierte Wellenbild, (Gln. (1.5.33)), lediglich eine hypothetische Zwischengröße ist oder einer physikalischen Wirklichkeit entspricht. Dazu muß man zumindest im Modellversuch nachweisen: 1) daß ein freies Wellensystem nach dem Havelockschen Muster, Gln. (1.5.34a), in einer wirklichen Flüssigkeit (insbesondere im Wasser) überhaupt existieren kann und 2) daß der Zusammenhang zwischen dem wirklichen und dem lineartheoretischen Wellenbild tatsächlich durch wenige Parameter nach Gln. (1.5.32/33) hergestellt werden kann. Eine positive Antwort auf diese Fragen wäre nicht nur ein schlüssiger Beweis für die physikalische Richtigkeit der halbempirischen Korrekturen, sondern gleichzeitig auch der Wegbereiter für eine systematische Verbesserung der Theorie. (Die experimentelle Arbeit im Rahmen der vorliegenden Untersuchung wurde daher speziell auf diese Ziele zugeschnitten.) Gelingt es auf diese Weise, die qualitative Richtigkeit der halbempirischen Korrekturen zu beweisen, so könnte man auch die empirischen Ansätze für ihre quantitative Abschätzung weiter verfeinern. Es sei betont, daß insbesondere die Abhängigkeit der Faktoren α bis δ von der Reynoldszahl Re bei Inui zu kurz gekommen ist. Aber gerade bei der Anwendung der im Modellversuch gewonnenen Kenntnisse auf die praktische Berechnung des Schiffswiderstandes ist der Maßstabeffekt, d.h. die Variation mit Re besonders wichtig.

1.6. Abriß der durchgeführten Untersuchungen

In den vorhergehenden drei Kapiteln 1.3. bis 1.5. haben wir versucht, darzulegen, welche Problematik die im ersten Kapitel 1.1. vorgenommene Zielsetzung aufwirft und welche empirischen, experimentellen und theoretischen Methoden zur Lösung unserer Aufgabe bisher zur Verfügung stehen. In dem vorliegenden Kapitel, das den ersten Teil unserer Arbeit abschließen soll, bringen wir einen kurzen ~~Kurz~~ Abriß der im Rahmen der vorliegenden Untersuchung tatsächlich angewandten experimentellen und theoretischen Methoden.

1.6.1. Auswahl der experimentellen Methoden

Die acht wichtigsten, in Frage kommenden Methoden sind in Abb. 1.3. zusammengestellt. Diese Anordnung soll veranschaulichen, wie sich gewisse Methoden besonders sinnvoll gegenseitig ergänzen. Die vier tatsächlich durchgeführten Untersuchungen sind in stark umrandeten Feldern eingetragen. Es sind Widerstandsmessungen an Geosim- und Spiegelmodellen sowie Nachstrom- und Wellenanalyse. Damit werden wir uns im weiteren Verlauf dieser Arbeit häufig zu beschäftigen haben.

Vier weitere, in Feldern mit gestricheltem Rand eingetragene Methoden wurden zwar in Betracht gezogen, aber vorläufig nicht angewandt. Sie können daher als Vorschläge für weitere Untersuchungen zur Ergänzung der jetzt vorliegenden Ergebnisse angesehen werden. Im folgenden beschränken wir uns auf einige kurze Bemerkungen zu diesen vier Methoden. Druckmessungen an Schiffsmodellen sind schon häufig durchgeführt und gelegentlich zur experimen-

tellen Bestimmung des Druckwiderstandes verwandt worden, siehe insbesondere LAUTE (1933), EGGERT (1935) und in neuerer Zeit HOGBEN (1957) und TOWNSIN (1963). Der komplementäre Versuch, nämlich die experimentelle Ermittlung des Reibungswiderstandes aus Schubspannungen oder Grenzschichtmessungen am Modell, ist anscheinend bisher nicht unternommen worden, wohl sicher wegen der meßtechnischen Schwierigkeiten, die dabei zu bewältigen wären. Widerstandsmessungen an Modellen mit aufgerauhter Oberfläche wurden von WEINBLUM (1932, S 436, 442) vorgeschlagen und teilweise auch durchgeführt. Das ist ein einfaches und praktisch bequemes Verfahren, den Einfluß der Zähigkeit, genauer genommen der Grenzschicht, auf die Wellenbildung künstlich zu verstärken und übertriebene Wechselwirkungserscheinungen hervorzurufen. Es ist daher ein geeignetes Mittel zur Abschätzung der Fehler in den verschiedenen experimentellen und theoretischen Verfahren, bei denen die Wechselwirkung in dem einen oder anderen Sinne vernachlässigt wird. Das Gegenstück zum Modell mit aufgerauhter Oberfläche wäre vielleicht die äquivalente Platte (siehe Abschnitt 1.3.3.) in künstlich erzeugten Wellen. Man könnte auf diese Weise den Einfluß der Wellenbewegung an der freien Oberfläche auf die Entwicklung der Grenzschicht unabhängig von etwaigen Formeinflüssen beliebig verstärken und damit sonst schwer feststellbare Wechselwirkungserscheinungen sichtbar machen. Systematische Untersuchungen dieser Art sind anscheinend noch nie durchgeführt worden.

1.6.2. Umfang der experimentellen Untersuchungen

Bekanntlich ist der dimensionslose Widerstandsbeiwert C_t ein Funktional der dimensionslosen Form f^* und der Ge-

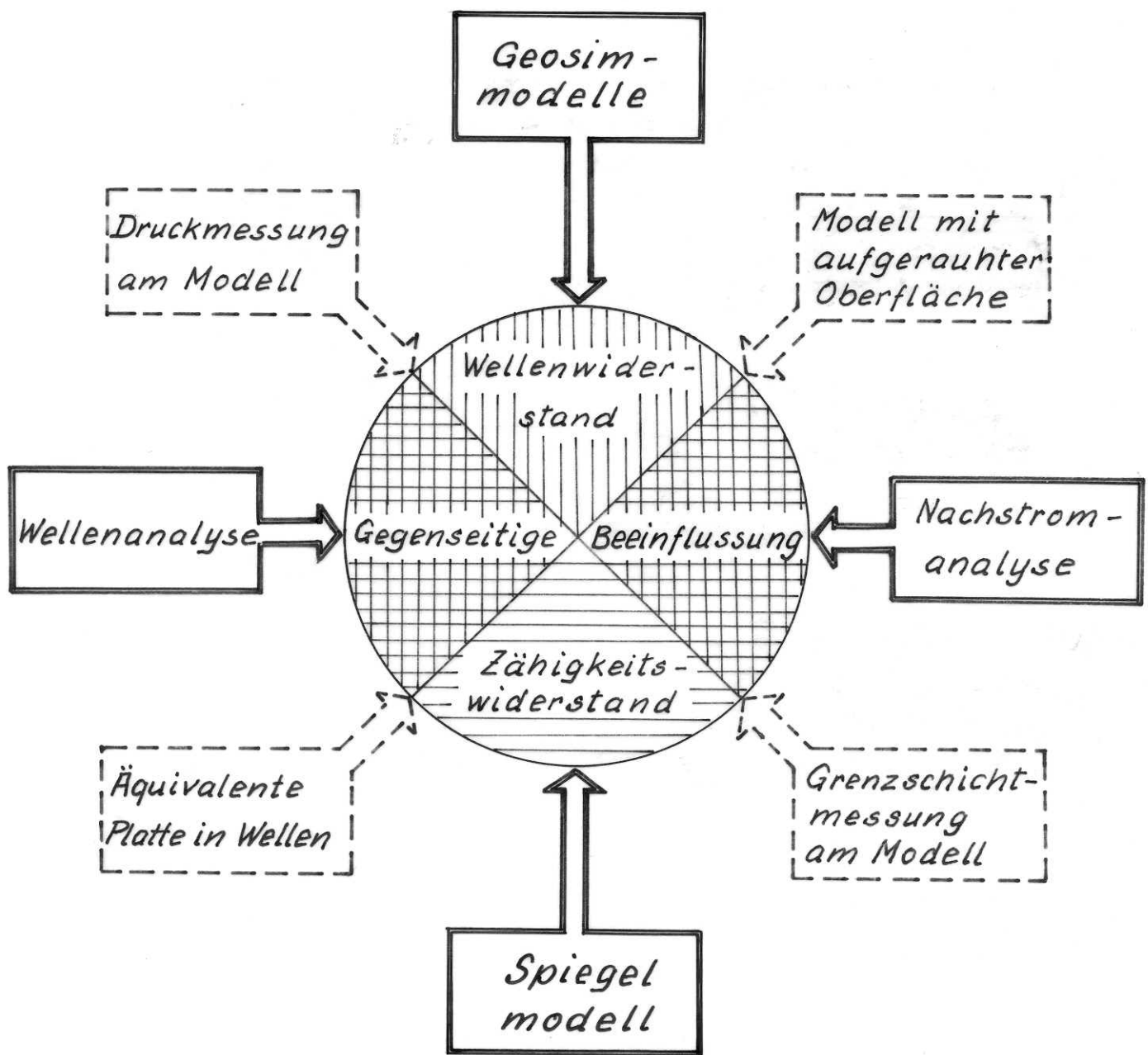


Abb. 1.3. Übersicht über einige experimentelle Methoden zur Untersuchung des Zähigkeits-, Wellen- und Wechselwirkungswiderstandes.

schwindigkeitsparameter Fr und Re , siehe Abschnitt 1.3.1. Man kann diese Tatsache verallgemeinern und sagen, daß alle mit dem Widerstand zusammenhängenden Fragen von den drei Grundvariablen f^* , Fr und Re abhängen. Der Gültigkeitsbereich einer aus experimentellen Untersuchungen gewonnenen Aussage wird daher immer eingeschränkt durch die jeweils untersuchten Bereiche der drei Grundvariablen, siehe auch Abschnitt 1.4.2c. Es war nicht das Ziel der vorliegenden Untersuchung, allgemeingültige Aussagen auf rein empirischem Wege zu erhalten. Wir wollten vielmehr allgemeine theoretische Ansätze zunächst in speziellen Fällen kritisch überprüfen. Es lag daher nahe, die Untersuchungen zunächst auf eine einzige Schiffsförm zu beschränken, die eigens zu diesem Zweck entwickelt und ausgesucht wurde, siehe Abschnitt 1.6.4. Dagegen wurde versucht, die Geschwindigkeitsparameter Fr und Re über einen möglichst großen Bereich zu variieren. Man muß jedoch bedenken, daß man im Modellversuch die Parameter Fr und Re nicht willkürlich und unabhängig voneinander variieren kann. Die Größen g und v sind i.a. vorgegeben, so daß man praktisch nur L und V in kontrollierbarer Weise verändern kann. Offenbar ist die Variation von L eine kostspielige Angelegenheit, weil für jeden einzelnen L -Wert ein Versuchsmodell bereitgestellt werden muß. Die Versuchseinrichtungen sind daher i.a. nur auf eine Variation von V zugeschnitten. Die Versuche wurden daher so angelegt, daß mit einem einzigen Modell ($L = 4 \text{ m}$) unter Ausnutzung des großen Geschwindigkeitsbereiches ($V = 0,5 \div 5,0 \text{ m/s}$) des verfügbaren Schleppwagens fast der gesamte praktisch interessierende Bereich der Froudezahlen ($Fr = 0,1 \div 0,7$) untersucht werden konnte. Für die Reynoldszahl ergab sich daraus zwangsläufig der Variationsbereich ($Re = 1,5 \cdot 10^6 \div 1,5 \cdot 10^7$). Die Anzahl der in diesem Bereich untersuch-

ten Geschwindigkeiten richtete sich einerseits nach den speziellen Erfordernissen der einzelnen Untersuchungen und andererseits nach dem praktisch zumutbaren Arbeits- und Kostenaufwand.

An dem Überwassermodell wurden im ganzen folgende Untersuchungen durchgeführt: a) Widerstands-, Trimm- und Tauchungsmessungen, b) Wellenprofilaufnahme, c) Nachstromanalyse und d) Wellenanalyse. Den größten Teil des Versuchsaufwandes machen die Nachstromanalyse (etwa 3000 direkte Druckmessungen) und Wellenanalyse (etwa 120 verwertete Wellenquerschnitte) aus. Die Versuche a) und d) wurden teilweise in zwei verschiedenen Schlepptanks unter Anwendung verschiedener Meßverfahren ausgeführt.

Außerdem wurden Widerstandsmessungen an einem tiefgetauchten Spägelmodell gleicher Form und Größe im Bereich ($Re = 1,5 \cdot 10^6 \div 0,8 \cdot 10^7$) vorgenommen.

1.6.3. Auswahl der theoretischen Methoden

Der dieser Untersuchung zugrunde liegende Gedanke ist die gleichzeitige Anwendung und der gegenseitige Vergleich möglichst vieler experimenteller, theoretischer und semiempirischer Methoden auf einige ausgesuchte Spezialfälle. Wir versprechen uns davon erstens einen tieferen Einblick in die verwickelten physikalischen Zusammenhänge und zweitens eine zuverlässige (und zumindest qualitativ verallgemeinerungsfähige) Aussage über den relativen praktischen Wert der einzelnen Ansätze und Verfahren. Theoretische Methoden werden dabei in erster Linie für die folgenden Berechnungen benötigt:

- a) Nachstromanalyse: Ermittlung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes aus Nachstrommessungen;

- b) Wellenanalyse: Ermittlung des empirischen Wellenspektrums und des scheinbaren Wellenwiderstandes aus Wellenmessungen;
- c) Berechnung des Wellenwiderstandes und Wellenspektrums für eine vorgegebene Form oder Singularitätenverteilung;
- d) Ermittlung des Zusammenhanges zwischen Form und Singularitätenverteilung.

Das Prinzip für a) und b) haben wir im Abschnitt 1.3.4. dargelegt; die theoretischen Grundlagen werden in den Kapiteln 2.1. bis 2.3. abgeleitet und ausführlich erörtert. Es sei hier betont, daß die Schiffsform in diese Berechnungen nicht direkt eingeht. Sie können daher im Prinzip für beliebige Schiffsformen ohne nennenswerte Komplikationen angewandt werden. Die praktischen Voraussetzungen lauten nur, daß es sich um Strömungen mit hohen Reynoldszahlen handelt und die Messungen im geeigneten Abstand von dem Schiff (bzw. Modell) durchgeführt werden.

Anders ist es jedoch bei den Berechnungen c) und d), wie schon im Abschnitt 1.4.3. und 1.5.2. angedeutet wurde. Die auftretenden theoretischen Ausdrücke sind meist explizite Funktionale der Schiffsform, bzw. der äquivalenten Singularitätenverteilung. Ihre numerische Auswertung erleichtert sich erheblich, wenn eine besonders geeignete, einfache mathematische Darstellung für die Form, bzw. Verteilung angesetzt wird. (Das gleiche gilt auch für die im Abschnitt 1.5.3. besprochenen semi-empirischen Korrekturen.) Es wird dann auch gesichert, daß der Vergleich zwischen Versuch und Theorie nicht durch numerische Ungenauigkeit entstellt wird. Es ist daher zweckmäßig und

auch üblich, bei grundlegenden experimentellen Untersuchungen, die der kritischen Überprüfung einer Theorie dienen sollen, besondere, teilweise sogar recht unkonventionelle Modellformen zu verwenden. Diese Überlegung war auch entscheidend bei der Auswahl der Modellform für die vorliegende Untersuchung.

1.6.4. Auswahl der Modellform

Die Auswahl der Modellform und -größe erfolgte aufgrund theoretischer, praktischer, numerischer und technischer Voraussetzungen. Eine theoretische Bedingung ist, daß die verwandte Modellform den grundlegenden Voraussetzungen der angewandten Theorie nicht widerspricht. Wie schon mehrfach erwähnt, ist die linearisierte Theorie nur auf Formen anwendbar, die in einem gewissen Sinne dünn sind ($L/B \gg 1$). Mit der "praktischen" Bedingung meinen wir die Forderung, daß die untersuchte Form zumindest hinsichtlich einiger charakteristischer Parameter (z.B. Schärfegrad und die Verhältnisse L/B und B/T) schiffsähnlich sein muß, damit die erzielten Ergebnisse wenigstens qualitative Schlußfolgerungen von praktischem Nutzen zulassen. Die schon im vorhergehenden Abschnitt erwähnte "numerische" Bedingung soll die numerische Anwendung der Theorie durch sinnreiche Wahl der Form erleichtern. Schließlich haben wir die "technische" Voraussetzung, daß die verwandte Modellgröße eine optimale Ausnützung der vorhandenen Versuchseinrichtungen gestatten soll. Über diese letzte Bedingung, die nicht die Form, sondern vielmehr die Größe des Modells betrifft, werden wir später an geeigneter Stelle berichten, siehe auch Abschnitt 1.6.2.

Die "numerische" Bedingung läuft praktisch darauf hinaus, daß man am besten entweder ein "Elementarschiff" oder ein "Inuid" als Modellform verwendet. Der Begriff des Elementarschiffes stammt von WEINBLUM (1932, S 397); diese Formen lassen sich wie folgt darstellen:

$$(1.6.1) \quad F(x', z') = F_1(x') F_2(z'), \quad x'_1 \leq x' \leq x'_2 \\ z'_1 \leq z' \leq 0, \\ \equiv 0, \quad \text{sonst,}$$

und vereinfachen damit erheblich die rechnerische Auswertung des Michellschen Integrals, siehe Gln. (1.4.31). Insbesondere, wenn man niedrige Polynomansätze für F_1 und F_2 wählt, läßt sich die Rechnung im wesentlichen auf tabellierte Funktionen nach WEINBLUM (1955) zurückführen.

Wenn man aber den Inuischen Ansatz im Rahmen der linearisierten Theorie von Havelock, siehe Abschnitt 1.5.2., anwenden will, so ist es zweckmäßig, anstelle der Elementarformen sinngemäß "Elementarverteilungen" zu verwenden. Die zugehörigen Formen lassen sich i.a. zwar nicht analytisch explizit darstellen, können aber aufgrund der Gln. (1.5.26) bei geeigneter Wahl der Verteilung mit hinreichender Genauigkeit numerisch ermittelt und graphisch dargestellt werden. Für solche, etwas unkonventionelle Formen hat der Verfasser früher den Namen "Inuid" vorgeschlagen, siehe SHARMA (1962, S 88). Die ersten Inuide wurden von INUI (1952, 1953) errechnet und theoretisch und experimentell untersucht. Da im Rahmen dieser Untersuchung u.a. die vielversprechenden theoretischen und halbtheoretischen Ansätze von Inui überprüft werden sollten, lag es nahe, ein Inuid als Modellform zu wählen. Es boten sich insbesondere die vier von INUI (1957, S 193) schon eingehend untersuchten Inuide der S-Reihe. Diese lassen sich durch eine ein-

fache Quellverteilung auf der Ebene $y = 0$ beschreiben:

$$(1.6.2) \quad \sigma(x, z) = \frac{a_1 V}{4\pi L} x, \quad \begin{cases} -L \leq x \leq L \\ -tL \leq z \leq 0 \end{cases} \\ \equiv 0, \quad \text{sonst,}$$

und unterscheiden sich nur durch eine systematische Variation der dimensionslosen Parameter a_1 und t . Unsere Wahl fiel auf das Inuid S 201 mit der Kombination ($a_1 = 0,8$; $t = 0,1$). Seine wichtigsten Formparameter lauten nach INUI (1957, S 274):

$$(1.6.3) \quad B/L = 0,12; \quad T/L = 0,05 \div 0,10$$

$$\delta = 0,54; \quad \beta = 0,80; \quad \varphi = 0,68$$

und stellen damit einen angemessenen Kompromiß zwischen den im Anfang dieses Abschnittes erwähnten "theoretischen" und "praktischen" Forderungen. Hinzu kommt, daß die Form S 201 von INUI (1957) schon sehr eingehend und sorgfältig untersucht worden ist. Es lagen z.B. Widerstandsmessungen an einem tiefgetauchten Spiegelmodell sowie an einem gleichgroßen ($L = 1,75$ m) Überwassermodell für mehrere Wassertiefen vor. Da unser Modell ($L = 4,0$ m) erheblich größer war, konnten die Inuischen Messungen bestätigt bzw. überprüft und im Sinne der Geosimanalyse ausgewertet werden.

Zum Schluß sei noch festgestellt, daß die Verwendung eines Inuides als Modellform für experimentelle Untersuchung keine grundsätzliche Einschränkung für die Anwendung der Theorie darstellt. Alle in den Abschnitten 1.5.2. und 1.5.3. erwähnten theoretischen und halbtheoretischen Methoden können im Prinzip auch auf ein Inuid angewandt werden, wenn man bereit ist, einen erhöhten Rechenaufwand in Kauf

zu nehmen. Insbesondere kann der für Elementarschiffe so bequeme Michell-Havelocksche Ansatz auch auf Inuide angewandt werden, wenn die Havelocksche Näherung der diskreten Singularitäten angesetzt wird, siehe HAVELOCK (1943-44) und LUNDE (1949).

1.6.5. Übersicht

Die nachstehende Abb. 1.4. stellt ein Blockdiagramm für die ganze vorliegende Untersuchung dar und gibt somit eine schematische Übersicht über den Gang der Untersuchung. Es mußte dabei natürlich ein Kompromiß zwischen Übersichtlichkeit und Vollständigkeit geschlossen werden. Wir hoffen, daß sie trotzdem das grundlegende Konzept dieser Arbeit, insbesondere die zweckdienliche Verzahnung der theoretischen, experimentellen und semi-empirischen Methoden verdeutlicht. Das Blockdiagramm betont, daß diese Arbeit auf eine Feststellung und Klärung der Wechselwirkungserscheinungen abzielt, die durch die gegenseitige Beeinflussung der Grenzschicht und Wellenbildung zustande kommen und eine völlig getrennte Behandlung des "Zähigkeits"- und "Wellenwiderstandes" von Schiffen illusorisch machen. Wie schon im Kapitel 1.1. erwähnt, kann man bei dieser Aufgabe nicht umhin, als sich zuerst mit dem Formeinfluß auf den nominellen Zähigkeitswiderstand und den Nichtlinearitätskorrekturen zum Wellenwiderstand auseinanderzusetzen. Im übrigen spricht das Blockdiagramm für sich und bedarf daher eigentlich keiner weiteren Erklärung an dieser Stelle.

II. T E I L : T h e o r i e

2.1. Grundlagen des Impulsverfahrens

Die wichtigsten experimentellen Methoden, die im Rahmen dieser Untersuchung angewandt werden sollen, sind die Nachstrom- und Wellenanalyse zur Ermittlung des scheinbaren Zähigkeits- bzw. Wellenwiderstandes. Diese sind spezielle Anwendungen eines allgemeinen Impulsverfahrens zur Bestimmung des Widerstandes aus Geschwindigkeits- und Spannungsverteilungen an Kontrollflächen, die vom Körper beliebig weit entfernt sein können. Daher ist es zweckmäßig, von einigen allgemeingültigen Überlegungen auszugehen.

Der Durchfluß dQ und der Impulsfluß $d\underline{I}$ durch ein beliebiges Flächenelement ds in der Flüssigkeit sind offenbar

$$(2.1.1a) \quad dQ = \varrho(\underline{v} \cdot \underline{n}) \, ds,$$

$$(2.1.1b) \quad d\underline{I} = \left[\varrho \underline{v}(\underline{v} \cdot \underline{n}) - \underline{\sigma} \underline{n} \right] ds.$$

Dabei ist $\underline{v}$ der Geschwindigkeitsvektor, $\underline{\sigma}$ der Spannungstensor und $\underline{n}$ der Normalvektor des Flächenelementes. Die Kraft auf das Flächenelement ist einfach gleich dem Impulsfluß in einem mitbewegten Koordinatensystem, vgl. z.B. LANDAU und LIFSHITZ (1959, S 50).

Im Hinblick auf spätere Anwendungen weisen wir auf folgende Spezialfälle hin. Gehört das Flächenelement einer physikalischen Grenzfläche an, so verschwinden der Durchfluß dQ und der entsprechende Term in $d\underline{I}$ laut Definition.

Ist diese Grenzfläche außerdem eine freie Oberfläche, so ist die Spannung $-\underline{\sigma} \underline{n}$ einfach gleich $p_a \underline{n}$, wo p_a der gleichmäßige atmosphärische Druck auf der freien Oberfläche ist. (Dabei haben wir vereinbarungsgemäß die Oberflächenspannung vernachlässigt.) Wir können ohne Einschränkung der Allgemeinheit p_a gleich Null setzen.

In der idealen Flüssigkeit können wir den Spannungstensor $\underline{\sigma}$ durch den negativen skalaren Druck $-p$ ersetzen. Daher gilt für den Impulsfluß in diesem Fall:

$$(2.1.1c) \quad d\underline{I} = \left[\rho \underline{v}(\underline{v} \cdot \underline{n}) + p \underline{n} \right] ds.$$

2.1.1. Widerstand als Impulsfluß

Wir betrachten die gleichförmige Bewegung eines Körpers mit Geschwindigkeit V in x -Richtung durch eine sonst ungestörte (= ruhende) Flüssigkeit. Diese Bewegung erzeuge eine Störgeschwindigkeit $\underline{v} = (u, v, w)$ im raumfesten Koordinatensystem $\underline{Oxyz}$, siehe Kapitel 1.2. Für $\bar{x} \rightarrow \infty$ sei $\underline{v} = 0$. Die Geschwindigkeitskomponenten im mitbewegtem Koordinatensystem $Oxyz$ sind daher $(u-V), v, w$. Im System $Oxyz$ ist die Flüssigkeitsbewegung stationär.

Wir betrachten jetzt im System $Oxyz$ eine Kontrollfläche S_k derart, daß sie zusammen mit der Körperoberfläche S_o ein Flüssigkeitsgebiet einschließt. Dieses Gebiet befindet sich offensichtlich im Kräftegleichgewicht. Wenn wir außerdem eine quellenfreie, inkompressible Flüssigkeit voraussetzen, dann muß sowohl der Durchfluß als auch der Impulsfluß durch die umgebende Fläche $S_o + S_k$ im Integral verschwinden. Der Durchfluß durch S_o ist aber aus physi-

kalischen Gründen gleich Null, und der Impulsfluß durch S_0 ist einfach die Kraftwirkung $-\underline{K}$ des Körpers auf die Flüssigkeit. Uns interessiert lediglich der Widerstand des Körpers: $R = -K_x$. Es gilt daher wegen Gln. (2.1.1a und 1b):

$$(2.1.2a) \quad \oint_{S_k} \rho [(\underline{u}-V)n_x + vn_y + wn_z] ds = -\rho \int_{S_0} [(\underline{u}-V)n_x + vn_y + wn_z] ds = 0,$$

$$(2.1.2b) \quad R = - \int_{S_0} (\underline{\sigma n})_x ds = \int_{S_k} (\underline{\sigma n})_x - \rho(\underline{u}-V) \cdot (\underline{u}-V)n_x + vn_y + wn_z ds.$$

Es sei betont, daß der Normalvektor $\underline{n}$ in Gln. (2.1.2) jeweils nach innen, also in das eingeschlossene Flüssigkeitsgebiet gerichtet ist, vgl. auch Gln. (1.3.2).

Wir werden im allgemeinen die Kontrollfläche S_k aus zwei ebenen Flächen bilden, und zwar aus einer Fläche A vor dem Körper und einer Fläche B hinter dem Körper gegeben durch

$$(2.1.3a) \quad x = x_A > 0; \quad \underline{n} = (-1, 0, 0) \text{ auf A,}$$

$$(2.1.3b) \quad x = x_B < 0; \quad \underline{n} = (1, 0, 0) \text{ auf B.}$$

Dies ist offensichtlich zulässig für den Fall der allseitig unbeschränkten Flüssigkeit. Die Kontrollflächen A und B erstrecken sich dann bis $y^2 + z^2 = \infty$. Aber auch wenn eine freie Oberfläche $z = \zeta(x, y)$ vorhanden ist, können A und B als Kontrollfläche S_k im Sinne der Gln. (2.1.2) dienen, weil die entsprechenden Beiträge der

freien Oberfläche identisch Null sind. Selbst wenn die Flüssigkeit seitlich und / oder der Tiefe nach beschränkt ist, z.B. wenn die Bewegung in einem unendlich langen, geschlossenen oder offenen Kanal beliebigen, aber konstanten Querschnittes ($n_x \equiv 0$ auf Kanalwand) stattfindet, können A und B unter gewissen Einschränkungen die Kontrollfläche S_k in Gln. (2.1.2) ersetzen. (Es bedeutet im wesentlichen, daß wir die Tangentialspannungen an den Kanalwänden vernachlässigen). Die Flächen A und B erstrecken sich in diesem Fall bis zu den Kanalwänden, bzw. von den Kanalwänden bis zur freien Oberfläche. In allen diesen Fällen können wir daher schreiben

$$(2.1.4a) \quad -\rho \int_A (u - V) ds + \rho \int_B (u - V) ds = 0,$$

$$(2.1.4b) \quad R = \int_A \left[(p - \tau_{xx}) + \rho(u - V)^2 \right] ds - \int_B \left[(p - \tau_{xx}) + \rho(u - V)^2 \right] ds.$$

Dabei ist $\tau_{xx} = 2\mu \partial u / \partial x$ eine Reibungsspannung, vgl. Gln. (1.3.16/20). Unter Ausnutzung der Kontinuitätsbedingung (2.1.4a) können wir den Ausdruck für den Widerstand wie folgt umschreiben:

$$(2.1.4c) \quad R = \int_A \left[p + \rho u(u - V) - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right] ds - \int_B \left[p + \rho u(u - V) - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right] ds.$$

Diese Gleichung ist im Rahmen unserer recht allgemeinen Voraussetzungen als exakt anzusehen. Sie stellt den Widerstand des Körpers dar als Impulsfluß durch zwei ebene Kontrollflächen, die beliebig weit vom Körper entfernt sein können. (Man beachte, daß in Gln. (2.1.4a bis c)

nicht nur die Differenzen, sondern jeweils auch die Integrale über A und B von der Lage x_A bzw. x_B der Ebenen unabhängig sind.) Wir werden in den nachfolgenden Abschnitten eine Reihe von Spezialfällen und Näherungen der Gln. (2.1.4c) behandeln.

2.1.2. Widerstand eines Körpers in idealer Flüssigkeit

In der idealen Flüssigkeit ist $\mu = 0$ laut Definition, und Gln. (2.1.4c) vereinfacht sich zunächst zu

$$(2.1.5) \quad R = \int_A [p + \rho u(u-V)] ds - \int_B [p + \rho u(u-V)] ds.$$

Wir können ferner den Druck durch Geschwindigkeiten ersetzen, indem wir die Bernoulli-Gleichung für stationäre Strömung im mitbewegtem System Oxyz einführen:

$$(2.1.6) \quad p + \rho g z + \frac{\rho}{2} [(u-V)^2 + v^2 + w^2] = h.$$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit können wir in unserem Fall Rotationsfreiheit annehmen. Der Gesamtdruck h ist dann eine Konstante h_0 für die gesamte Strömung. Sie kann bestimmt werden durch die Bedingung, daß die Störung im Unendlichen verschwindet, also

$$(2.1.7) \quad h_0 = \frac{\rho}{2} v^2 + p_0$$

$$(2.1.7a) \quad \text{mit} \quad p_0 = p + \rho g z, \quad x \rightarrow \infty.$$

In Abwesenheit einer freien Oberfläche braucht die Kon-

stante p_0 nicht explizit angegeben zu werden. Bei Vorhandensein einer freien Oberfläche ist eigentlich $p_0 = p_a$, weil wir die ungestörte, freie Oberfläche auf $x \rightarrow \infty$ mit $z = 0$ angenommen haben. Wir können ganz allgemein $p_0 = 0$ setzen, weil eine kavitationsfreie Strömung nicht von absoluten Drücken, sondern nur von den Druckdifferenzen bestimmt wird. Es folgt daher aus Gln. (2.1.6/7):

$$(2.1.8) \quad p + \rho g z + \frac{\rho}{2}(u^2 + v^2 + w^2) - \rho u V = 0.$$

Die Gln. (2.1.5) ergibt jetzt mit (2.1.8):

$$(2.1.9) \quad R = \rho g \int_B z ds + \frac{\rho}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u^2) ds - \\ - \rho g \int_A z ds + \frac{\rho}{2} \int_A (v^2 + w^2 - u^2) ds.$$

Wir müssen jetzt zwei Fälle unterscheiden, je nachdem, ob eine freie Oberfläche vorhanden ist oder nicht.

a. Potentialströmung ohne freie Oberfläche

In diesem Fall verschwindet die Differenz der Integrale des hydrostatischen Druckes trivialerweise:

$$(2.1.10) \quad \rho g \int_B z ds - \rho g \int_A z ds = 0,$$

und wir erhalten für den Widerstand:

$$(2.1.11) \quad R = \frac{\rho}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u^2) ds - \frac{\rho}{2} \int_A (v^2 + w^2 - u^2) ds.$$

Man kann jetzt unter sehr allgemeinen Bedingungen zeigen, daß die Integrale von u^2 , v^2 , w^2 für $|x| \rightarrow \infty$ einzeln verschwinden, vgl. z.B. LANDAU und LIFSHITZ (1959, S 31 - 35). Da der Impulsfluß von der Lage der Kontrollfläche unabhängig ist, folgt hieraus:

$$(2.1.12a) \quad \oint_A \frac{\rho}{2} (v^2 + w^2 + u^2) ds = 0 \quad \text{für alle } x_A ,$$

$$(2.1.12b) \quad \oint_B \frac{\rho}{2} (v^2 + w^2 - u^2) ds = 0 \quad \text{für alle } x_B ,$$

obwohl die Integrale von u^2 , v^2 , w^2 für $|x| \neq \infty$ nicht einzeln verschwinden müssen. Wir haben damit nur das bekannte d'Alembertsche Paradoxon:

$$(2.1.12c) \quad R = 0$$

bestätigt. Wir werden jedoch die Gln. (2.1.12a und b) später in einem anderen Zusammenhang benötigen.

b. Potentialströmung mit freier Oberfläche

Die Kontrollflächen A und B reichen jetzt bis zur freien Oberfläche $z = \zeta(x,y)$, die wir für $x \rightarrow \infty$ mit $z = 0$ normiert haben. Statt Gln. (2.1.10) haben wir jetzt

$$(2.1.13) \quad \oint_B \rho g \zeta ds - \oint_A \rho g \zeta ds = \oint_B \rho g \int_0^{\zeta} dy \, z dz - \oint_A \rho g \int_0^{\zeta} dy \, z dz$$

$$= \oint_B \frac{\rho g}{2} \zeta^2 dy - \oint_A \frac{\rho g}{2} \zeta^2 dy.$$

Die Integration in y erstreckt sich jetzt über die gesamte Schnittkurve der Fläche $z = \zeta(x, y)$ mit den Ebenen $x = x_A$, bzw. $x = x_B$, gegebenenfalls von $y = -\infty$ bis $y = \infty$.

Aus Gln. (2.1.9) und (2.1.13) erhalten wir jetzt:

$$(2.1.14) \quad R = \frac{\rho}{2} g \int_B \zeta^2 dy + \frac{\rho}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u^2) dy dz - \frac{\rho}{2} g \int_A \zeta^2 dy - \frac{\rho}{2} \int_A (v^2 + w^2 - u^2) dy dz.$$

Was kann man jetzt aus allgemeinen theoretischen Erwägungen über die Größenordnung und das Verhalten der einzelnen Integrale sagen? Zunächst sei ~~wiederholt~~ wiederholt, daß die gesamten Beiträge von A oder B in Gln. (2.1.14) jeweils von der Lage x_A bzw. x_B unabhängig sein müssen. Wenn der Beitrag also für einen Wert, etwa im Grenzfall $x_A \rightarrow \infty$ verschwindet, so muß er für alle x_A gleich Null sein. Man kann jedoch bei Vorhandensein einer freien Oberfläche aus allgemeinen potentialtheoretischen Erwägungen nichts über den Impulsfluß im Unendlichen sagen. Die übliche Bedingung, daß die Störung im Unendlichen verschwinde, also $u, v, w, \zeta = 0$ für $x \rightarrow \infty$ besagt nicht, daß der Impulsfluß durch A für $x_A \rightarrow \infty$ gleich Null sei.*) Es ist daher

*) Lediglich bei Bewegung in einem Kanal endlichen Querschnittes folgt aus dieser Bedingung im Unendlichen, daß die Integrale von ζ^2 , u^2 , v^2 , w^2 offenbar einzeln verschwinden für $x_A \rightarrow \infty$.

fast eine Frage des Glaubensbekenntnisses, wenn man in der Wellenwiderstandstheorie üblicherweise nur solche

Lösungen als physikalisch annehmbar ansieht, bei denen der Impulsfluß durch A identisch verschwindet. Bei stationärem Problem ist die mathematische Lösung sonst nicht eindeutig, und man muß irgendwelche Kunstgriffe anwenden, die im wesentlichen das gleiche bewirken, vgl. z.B. WEHAUSEN (1960, S 471 - 2). Wenigstens im Rahmen der linearisierten Theorie genügt die Bedingung, daß das Integral von ζ^2 für $x \rightarrow \infty$ verschwindet. **) Die

**) Diese Bedingung ist schon in der ursprünglichen Arbeit von MICHELL (1898, S 113) implizit enthalten.

Integrale von u^2, v^2, w^2 sind von gleicher Größenordnung und verschwinden ebenfalls für $x_A \rightarrow \infty$. Es folgt daher

$$(2.1.15) \quad \frac{g}{2} \int_A \zeta^2 dy + \frac{g}{2} \int_A (v^2 + w^2 - u^2) dy dz = 0 \text{ für alle } x_A.$$

Der Beitrag von B in Gln. (2.1.14) wird i.a. nicht verschwinden und heißt der Wellenwiderstand:

$$(2.1.16) \quad R_w = \frac{g}{2} \int_B \zeta^2 dy + \frac{g}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u^2) dy dz$$

$$= \text{const für alle } x_B.$$

Nebenbei sei bemerkt, daß wenigstens in seitlich und der Tiefe nach unbeschränkter Flüssigkeit die Störung u, v, w, ζ auch für $x \rightarrow \infty$ verschwindet, aber derart, daß das Integral in Gln. (2.1.16) endlich und konstant bleibt.

2.1.3. Widerstand einer Quellverteilung in Potentialströmung

Die Potentialströmung um einen Körper in idealer Flüssigkeit kann i.a. durch Singularitätenverteilung beschrieben werden. Aber auch die Strömung um einen Körper in einer Flüssigkeit verschwindend kleiner Zähigkeit kann in weiten Bereichen näherungsweise als Potentialströmung angesehen und durch Singularitäten beschrieben werden. Aber es besteht ein wesentlicher Unterschied. Während die Gesamtergiebigkeit der äquivalenten Singularitäten für einen geschlossenen Körper in idealer Flüssigkeit gleich Null sein muß, ist sie in einer Flüssigkeit geringer Zähigkeit ungleich Null, und zwar positiv. Die äußere Strömung um einen Körper ähnelt also einer Quellströmung. Mit Hinblick auf eine spätere Anwendung in diesem Sinne ist es zweckmäßig, an dieser Stelle die entsprechenden Formeln für den Widerstand, d.h. die Kraftwirkung auf die Singularitäten, anzugeben. Wir wollen annehmen, daß sich die Singularitäten in einem endlichen Bereich zwischen den Kontrollflächen A und B befinden. Die Widerstandsformeln unterscheiden sich von denen im Abschnitt 2.1.2. dadurch, daß die Durchflußintegrale nach Gln. (2.1.4a) jetzt die Gesamtergiebigkeit Q der Singularitäten ergeben.

$$(2.1.17) \quad Q = \int_A (u - V) \, ds - \int_B (u - V) \, ds .$$

Für die Berechnung des Widerstandes müssen wir jetzt von Gln. (2.1.4b statt c) ausgehen. In Abwesenheit einer freien Oberfläche erhalten wir dann statt des d'Alembertschen Paradoxons, Gln. (2.1.12c), die Lagally-Kraft auf

die Quellen in idealer Flüssigkeit:

$$(2.1.18) \quad R = - \oint_A qV(u-V)ds + \oint_B qV(u-V)ds = - qVQ.$$

Analog erhalten wir in Anwesenheit einer freien Oberfläche statt Gln. (1.2.16) jetzt den folgenden Ausdruck für den Gesamtwiderstand einer Quellverteilung in idealer Flüssigkeit:

$$\begin{aligned} (2.1.19) \quad R_t &= \oint_B \frac{\rho}{2} g \zeta^2 dy + \oint_B \frac{\rho}{2} (v^2 + w^2 - u^2) dy dz \\ &\quad + \oint_B qV(u-V) dy dz - \oint_A qV(u-V) dy dz \\ &= \oint_B \frac{\rho}{2} g \zeta^2 dy + \oint_B \frac{\rho}{2} (v^2 + w^2 - u^2) dy dz - qVQ \\ &= R_w - qVQ. \end{aligned}$$

Es ist zu beachten, daß R_t und Q offenbar von x_B unabhängig sind, insofern vereinbarungsgemäß keine Singularitäten im Strömungsbereich in $x < x_B$ ~~bestehen~~ ^{belegten}. Daher ist die Summe der ersten zwei Integrale in (2.1.19) für sich auch von x_B unabhängig und kann in gewissem Sinne als "Wellenwiderstand" der Quellverteilung angesehen werden. Wir werden später sehen, daß diese Gln. eine entscheidende Rolle für die Nachstrom- und Wellenanalyse spielt.

*) Indem wir die Gln. (2.1.18 und 19) einfach in Analogie zu Gln. (2.1.12c und 17) hinschreiben, haben wir stillschweigend angenommen, daß alle für einen Körper ($Q = 0$) gültigen Betrachtungen über Impulsfluß im Unendlichen ($x, y, z \rightarrow \infty$) auch für den Fall $Q \neq 0$ gelten. Streng genommen, ist dies nur für seitlich und der Tiefe nach un-

beschränkter Flüssigkeit zulässig.

In einem geschlossenen Kanal mit $Q \neq 0$ haben die Identitäten Gln. (2.1.12a/b) keine Gültigkeit. Statt dessen gilt nur

$$\frac{Q}{2} \int_A (v^2 + w^2 - u^2) ds - \frac{Q}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u^2) ds = 0 \text{ für alle } x_A, x_B.$$

Daher ist die Formel für die Lagally-Kraft, Gln. (2.1.18), auch hier richtig.

Entsprechende Komplikationen treten in einem offenen Kanal mit $Q \neq 0$ auf. Wir wollen daher annehmen, daß der Kanalquerschnitt im Vergleich zur Ergiebigkeit Q groß sei. Dann ist die Formel für den "Wellenwiderstand", Gln. (2.1.19), auch richtig. Mit dieser Einschränkung wollen wir annehmen, daß alle Formeln, die Integrale über A und B enthalten, für beliebige Kanäle (mit $n_x \equiv 0$ auf Kanalwand) ebenso wie für unbeschränkte Flüssigkeit gelten.

2.1.4. Widerstand in einer Flüssigkeit von geringer Zähigkeit

Wir haben schon erwähnt, daß die Gleichungen (2.1.4.) ganz allgemein für eine inkompressible zähe Flüssigkeit gelten. Den Spezialfall der idealen Flüssigkeit haben wir soeben behandelt. Wir wollen jetzt die entsprechenden Ausdrücke für eine "fastideale", d.h. für eine Flüssigkeit von geringer, eigentlich verschwindend kleiner, Zähigkeit ableiten. *) Genauer gesagt, sollen die folgenden Formeln nur für genügende hohe Rey-

*) Die uns in erster Linie interessierende Flüssigkeit, nämlich Wasser, besitzt offenbar diese Eigenschaft. Die kinematische Zähigkeit von Wasser beträgt z.B. $1,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ bei einer Temperatur von 15° C .

88

noldszahlen gelten. **) Solche Strömungen unterscheiden sich von der Potentialströmung in idealer Flüssigkeit im Wesentlichen durch die Haftbedingung am Körper. (Der

**) Die Reynoldszahlen (VL/v) für Schiffsmodelle und Schiffe bewegen sich im Bereich 10^6 bis 10^9 .

Kanal ist gegebenenfalls als ruhend anzunehmen; die Haftbedingung an der Kanalwand übt dann keinen nennenswerten Einfluß auf die Strömung aus.) Das hat zur Folge, daß wir den Zähigkeitseinfluß nur in einem seitlich beschränkten Gebiet hinter dem Körper zu berücksichtigen haben. Dieses Gebiet heißt Nachstrom und kann im Sinne der Prandtlschen Grenzschichttheorie definiert werden, vgl. Gln. (1.3.40).

Wir können im gesamten Strömungsbereich einen Gesamtdruck h im Sinne der Bernoulli-Gleichung einführen, vgl. Gln.

(2.1.6 und 7). Außerhalb des Nachstroms verhält sich die Strömung wie eine Potentialströmung, und $h = h_0$, wo h_0 eine Konstante ist. Innerhalb des Nachstroms ist i.a. $h < h_0$. Dies kann zur Definition des Nachstroms N benutzt werden:

$$(2.1.20) \quad |h_0 - h| > \epsilon \text{ im Bereich N,}$$

wo ϵ eine vereinbarte Toleranz ist.

Wir können ferner den Term $\nu_{xx} = 2\mu \partial u / \partial x$ in Gln. (2.1.4) vernachlässigen, wenn wir annehmen, daß sich die Kontrollflächen in ungenügender Entfernung von Körpern befinden. Der Gradient $\partial u / \partial x$ spielt nämlich nur in Staupunktnähe eine bedeutende Rolle.

Mit diesen Einschränkungen können wir alle für die ideale Flüssigkeit abgeleiteten Formeln übernehmen, wenn wir das folgende Integral hinzuziehen:

$$(2.1.21) \quad \int_{B(N)} (h_0 - h) ds,$$

wo wir mit $B(N)$ den Schnittbereich der hinteren Kontrollfläche B mit dem Nachstrom bezeichnen.

Insbesondere gilt für den Zähigkeitswiderstand eines Körpers in Abwesenheit einer freien Oberfläche statt Gln. (2.1.12c) jetzt

$$(2.1.22) \quad R_v = \int_{B(N)} (h_0 - h) ds + \frac{\rho}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u^2) ds.$$

Dabei haben wir angenommen, daß die Gln. (2.1.12a) gilt,

denn vor dem Körper soll ja Potentialströmung herrschen. Aber Gln. (2.1.12b) ist jetzt ungültig und liefert den zweiten Term in Gln. (2.1.22)

Für den Gesamtwiderstand eines Körpers in Anwesenheit einer freien Oberfläche gilt analog statt Gln. (2.1.16) jetzt:

$$(2.1.23) \quad R_t = \int_{B(N)} (h_0 - h) dydz + \frac{\rho}{2} g \int_B \zeta^2 dy + \frac{\rho}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u^2) dydz.$$

In Anbetracht des Vorhergehenden wollen wir die Gleichungen (2.1.22 und 23) als "exakt" ansehen und daher zur Fehlerabschätzung bei einer Reihe von Näherungsformeln für die Nachstrom- und Wellenanalyse heranziehen.

2.2. Nachstromanalyse

Das Ziel der Nachstromanalyse ist die experimentelle Ermittlung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes aus Nachstrommessungen in Analogie zu einer entsprechenden Formel für die Spiegelströmung, siehe Abschnitt 1.3.4. und 1.5.1b. Die theoretische Grundlage für solche Berechnungen bilden die Gln. (2.1.22 und 23.).

2.2.1. Nachstromanalyse in Abwesenheit einer freien Oberfläche

Die früher zur exakten Definition des Zähigkeitswiderstandes einer Schiffsform eingeführte Spiegelströmung ist of-

fenbar ein Spezialfall der allgemeinen Umströmung eines geschlossenen Körpers in Abwesenheit einer freien Oberfläche. Die allgemeine, exakte Formel für den Zähigkeitswiderstand in diesem Fall ist Gln. (2.1.22), die offensichtlich für eine praktische Anwendung ungeeignet ist. Denn sie erfordert die Messung von vier Variablen h, u, v, w in einer ganzen Ebene $x = x_B$. Praktisch müßte man also den dynamischen Druck $(p + \rho g z)$ und die drei Komponenten des Gesamtdruckes h im mitbewegten System Oxyz messen. Das folgt aus den folgenden Definitionsgleichungen:

$$(2.2.1a) \quad h_x = (p + \rho g z) + \frac{\rho}{2}(u - V)^2,$$

$$(2.2.1b) \quad h_y = (p + \rho g z) + \frac{\rho}{2}v^2,$$

$$(2.2.1c) \quad h_z = (p + \rho g z) + \frac{\rho}{2}w^2,$$

$$(2.2.1d) \quad h = (p + \rho g z) + \frac{\rho}{2}[(u-V)^2 + v^2 + w^2] \\ = h_x + h_y + h_z - 2(p + \rho g z).$$

Die Drücke brauchen nur als Differenzen gegenüber einer Konstante h_0 oder p_0 gemessen zu werden, vgl. Gln. (2.1.7). Falls die Differenz $h_0 - p_0$ auch gemessen wird, so entfällt eine direkte Bestimmung der Anströmungsgeschwindigkeit $-V$.

Der erste Term in Gln. (2.1.22) erfordert freilich nur die Bestimmung von $(h - h_0)$, und zwar in dem beschränkten Bereich $B(N)$. Der zweite Term aber erfordert Messungen in der ganzen Ebene B und ist auch im Grenzfall $x_B \rightarrow -\infty$ nicht vernachlässigbar.

Zwar verschwinden dann vermutlich die Integrale von v^2 und w^2 ; aber das Integral von u^2 bleibt endlich.

Wir können die exakte Gln. (2.1.22) unter Ausnutzung von Gln. (2.1.6. und 7) oder direkt von (2.1.5) ausgehend auch so darstellen:

$$(2.2.2) \quad R_V = \oint_B q u(V-u)ds + \oint_B (p_0 - p - qgz)ds,$$

daß sie nur zwei Messungen, nämlich h_x und $(p + qgz)$ erfordert. PRANDTL (1934 = 1957, S 124) leitet hieraus die asymptotische Aussage:

$$(2.2.3) \quad R_V \rightarrow \oint_{B(N)} q u(V-u)ds, \quad \text{wenn } x_B \rightarrow -\infty,$$

ab, indem er genau zeigt, warum der zweite Term für $x_B \rightarrow -\infty$ verschwindet. *) Auch die Gln. (2.2.2 und 3)

*) Es ist offensichtlich, daß die physikalisch einleuchtende Annahme, $p_0 - p - qgz \rightarrow 0$ für $x_B \rightarrow -\infty$, keine Integralaussage ist.

sind für die praktische Anwendung ungeeignet, weil sie Messung von sehr kleinen Größen über sehr große Bereiche verlangen.

Für eine praktische Anwendung kommen eigentlich nur solche Formeln in Frage, die Messungen nur in dem beschränkten Bereich $B(N)$, und zwar für einen endlichen Wert x_B erfordern. Eine exakte Formel dieser Art ist bislang unbekannt. Aber die Näherungsformeln von BETZ (1925) und JONES (1936), die diesen praktischen Forderungen genügen, haben sich in der Aerodynamik für die experimen-

telle Ermittlung des Profilwiderstandes recht gut bewährt. Betz geht von der exakten Gln. (2.1.22) aus und versucht, den zweiten Term aus Messungen im Bereich $B(N)$ abzuschätzen. Jones dagegen geht von der asymptotischen Formel (2.1.23) aus und versucht, den Restterm für $|x_B| \neq 0$ ebenfalls aus Messungen im Bereich $B(N)$ abzuschätzen. Sowohl bei Betz als auch bei Jones werden z. T. recht undurchsichtige Hypothesen gemacht. Es ist nicht unsere Absicht, diese Formeln hier erneut abzuleiten. Gute vergleichende Darstellung finden sich z.B. bei TAYLOR (1937), BOLLAY (1938, S 247), SCHLICHTING (1959, S 574) und WU (1962, S 26).

Uns geht es in erster Linie darum, genau festzustellen, welche Fehler im Endeffekt aus den Hypothesen von Betz und Jones resultieren. Dazu brauchen wir nur die Näherungsausdrücke von den exakten, Gln. (2.1.22 oder 23) abzuziehen und die jeweiligen Reste zu betrachten. Die in den jeweiligen Hypothesen impliziten Annahmen werden auf diese Weise zumindest in ihrer Endwirkung klar herausgestellt. Der besseren Übersicht halber sind die exakte sowie die Näherungsformeln und die jeweiligen Reste in Tafel 2.1. zusammengestellt. Diese Zusammenstellung offenbart eine Reihe von z.T. neuen Gesichtspunkten, auf die wir im folgenden kurz hinweisen wollen.

a. Darstellung der einzelnen Formeln

Zunächst sei betont, daß jede einzelne Formel unter Ausnutzung der Bernoulli-Gleichung (2.1.6) und der Definitionsgleichungen (2.2.1) in einer Reihe von verschiedenen, aber gleichwertigen Formen dargestellt werden kann.

Man kann den gleichen Term z.B. in Geschwindigkeiten, Drücken oder gemischt ausdrücken, je nachdem, welchen Aspekt man hervorheben will. Wir haben gerade solche Darstellungen gewählt, die besonders geeignet erscheinen, die Parallelen und Gegensätze zwischen den verschiedenen Hypothesen und Näherungen deutlich werden zu lassen.

b. Verschiedene Fassungen der Betzschen und Jonesschen Formel

Für eine Fehlerbetrachtung ist es sehr wichtig, festzustellen, daß es sowohl für die Betzsche als auch für die Jonessche Formel mindestens drei verschiedene Fassungen gibt. Diese sind jeweils miteinander nicht identisch und stellen verschiedene Approximationsgrade für die exakte Formel dar. Diese Tatsache findet in der einschlägigen Literatur selten die angemessene Beachtung. In Tafel 2.1. sind die verschiedenen Fassungen angegeben und lassen die Unterschiede klar erkennen. Zunächst haben wir die idealen Fassungen; Zeile(3) und (6). Sie erfordern die Messung von zwei variablen Größen, nämlich ($h_0 - h$) und $h_x - (p+qgz)$ *). Der Meßbereich $B(N)$ ist beschränkt. Aber die Messung des Gesamtdruckes h bereitet große meßtechnische Schwierigkeiten.

*) $h_x - (p+qgz)$ ist offensichtlich für die Ermittlung von u notwendig, vgl. Gln. (2.2.1a). Die Messungen erfolgen wahlweise als Differenzen gegenüber h_0 oder p_0 . V ist entweder direkt oder aus der einmaligen Messung ($h_0 - p_0$) zu bestimmen, vgl. Gln. (2.1.7).

(1)	Exakt	$R_v = \int_{B(N)} (h_0 - h) ds + \frac{\rho}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u^2) ds = \text{const für alle } x_B$	
Nr.	Näherung	Formel	Rest
(2)	Prandtl	$R_v^P = \rho \int_B u(V-u) ds$	$R_v - R_v^P = \int_B (p_0 - p - \rho g z) ds \rightarrow 0, x_B \rightarrow -\infty$
(3)	Betz (Idealfassung)	$R_v^B = \int_{B(N)} [2(h_0 - h) - \rho V(u - u_B)] ds$ mit $\frac{\rho}{2} (u_B - V)^2 - \frac{\rho}{2} (u - V)^2 = h_0 - h$	$R_v - R_v^B = \frac{\rho}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u_B^2) ds \rightarrow 0, x_B \rightarrow -\infty$ = 0 für alle x_B , falls quellfreie Potentialströmung (u_B, v, w, p) möglich für $x < x_B$
(4)	Betz (Zwischenfassung)	$R_v^{Bz} = \int_{B(N)} [2(h_0 - h_x) - \rho V(u - u_{Bx})] ds$ mit $\frac{\rho}{2} (u_{Bx} - V)^2 - \frac{\rho}{2} (u - V)^2 = h_0 - h_x$	$R_v - R_v^{Bz} = -\frac{\rho}{2} \int_B u_{Bx}^2 ds \rightarrow -\infty, x_B \rightarrow -\infty$
(5)	Betz (praktische Fassung)	$R_v^{Bx} = \int_{B(N)} [2(h_0 - h_x) - \rho V(u - u_{Bx})] ds$ mit $\frac{\rho}{2} (u_{Bx} - V)^2 - \frac{\rho}{2} (u - V)^2 = h_0 - h_x$	$R_v - R_v^{Bx} = \frac{\rho}{2} \int_{B-B(N)} (v^2 + w^2 - u^2) ds - \frac{\rho}{2} \int_{B(N)} u_{Bx}^2 ds$ $\rightarrow 0, x_B \rightarrow -\infty$
(6)	Jones (Idealfassung)	$R_v^J = \int_{B(N)} \rho (u - u_J)(V - u) ds$ mit $\frac{\rho}{2} V^2 - \frac{\rho}{2} (u - u_J - V)^2 = h_0 - h$	$R_v - R_v^J = \frac{\rho}{2} \int_B (v^2 + w^2 - u_J^2) ds \rightarrow 0, x_B \rightarrow -\infty$ = 0 für alle x_B , falls quellfreie Potentialströmung (u_J, v, w, p_J) möglich für $x < x_B$
(7)	Jones (Zwischenfassung)	$R_v^{Jz} = \int_B \rho (u - u_{Jx})(V - u) ds$ mit $\frac{\rho}{2} V^2 - \frac{\rho}{2} (u - u_{Jx} - V)^2 = h_0 - h_x$	$R_v - R_v^{Jz} = -\frac{\rho}{2} \int_B u_{Jx}^2 ds \rightarrow -\infty, x_B \rightarrow -\infty$
(8)	Jones (praktische Fassung)	$R_v^{Jx} = \int_{B(N)} \rho (u - u_{Jx})(V - u) ds$ mit $\frac{\rho}{2} V^2 - \frac{\rho}{2} (u - u_{Jx} - V)^2 = h_0 - h_x$	$R_v - R_v^{Jx} = \frac{\rho}{2} \int_{B-B(N)} (v^2 + w^2 - u^2) ds - \frac{\rho}{2} \int_{B(N)} u_{Jx}^2 ds$ $\rightarrow 0, x_B \rightarrow -\infty$

Tafel 2.1. Nachstromanalyse (in Flüssigkeiten geringer Zähigkeit) in Abwesenheit einer freien Oberfläche.

In den Zwischenfassungen, Zeile (4) und (7), müßte man ebenfalls zwei variable Größen messen, nämlich $(h_0 - h_x)$ und $h_x - (p + qgz)$. Die Messung von h_x ist meßtechnisch verhältnismäßig leicht durch ein einfaches Pitotrohr zu verwirklichen, Aber jetzt fehlt das Kriterium $(h_0 - h) > \epsilon$ für die Abgrenzung des Integrationsbereiches auf den Nachstrom. Die Größe $(h_0 - h_x)$ ist i.a. auch außerhalb von $B(N)$ endlich und die Integration erstreckt sich im Prinzip über die ganze Kontrollfläche B . Daher scheidet ~~diese Zwischenfassung für die praktische Anwendung aus.~~

Schließlich erhält man die praktischen Fassungen, Zeile (5) und (8), indem man den Integranden der Zwischenfassung beibehält, aber den Integrationsbereich mehr oder minder willkürlich auf $B(N)$ beschränkt. Das hat eine bedeutsame Konsequenz. Die praktischen Fassungen sind nur brauchbar, wenn die Quergeschwindigkeiten v^2 und w^2 am Rande des Nachstroms so klein sind, daß h_x dort eine gute Näherung für h ist. In einer wirbel- und wellenfreien Strömung klingen v und w mit zunehmender Entfernung vom Körper so rasch ab, daß diese Voraussetzung schon für mäßige Werte x_B praktisch gegeben ist, vgl. auch PRANDTL (1934 = 1957, S 126-130). Bei Vorhandensein von Wirbeln und Wellen ist hier Vorsicht geboten. Selbstverständlich können die Formeln auch hier formal angewandt werden, wenn man in Zeilen (6) und (8) mit $B(N)$ nicht den wahren Nachstrom sondern einen beliebigen Integrationsbereich bezeichnet, der dann die Restterme entsprechend beeinflusst.

c. Fehler der Betzschen Formel

Eine Betrachtung der Restterme in Tafel 2.1. ist besonders

aufschlußreich. In diesem Abschnitt wollen wir uns auf den Fall der wellen- und wirbelfreien *) Strömung beschrän-

*) Das soll keine rotationsfreie Strömung bedeuten, sondern nur, daß sich keine "freien" Wirbel vom Körper ablösen, wie etwa bei Tragflügeln mit endlichen Anstellwinkeln.

KEN! Dann ist es leicht einzusehen, daß sämtliche Restglieder für $x_B \rightarrow \infty$ asymptotisch verschwinden. Daraus können wir ganz allgemein schließen, daß alle betrachteten Näherungen bei genügend großer Entfernung der Meßebene B hinter dem Körper gleichwertig sind. Praktisch interessant sind jedoch gerade die Unterschiede für kleine x_B -Werte.

Wir betrachten zunächst die Restterme in den Idealfassungen: Zeile (3) und (6). Nach Gln. (2.1.12b) würden diese verschwinden, wenn eine hypothetische Potentialströmung mit den Geschwindigkeiten (u_B, v, w) bzw. (u_f, v, w) möglich wäre derart, daß sich keine Singularitäten im Gebiet $x < x_B$ befinden. Im Falle der Betzschen Formel ist es völlig verständlich. Denn ihre übliche Ableitung erfordert gerade die Einführung einer hypothetischen Potentialströmung, die sich von der wirklichen Strömung nur darin unterscheidet, daß im Nachstromgebiet eine hypothetische Geschwindigkeit u_B die wirkliche u ersetzt. Diese ist definiert als, vgl. Tafel 2.1. (3):

$$(2.2.4) \quad \frac{\rho}{2}(u_B - v)^2 - \frac{\rho}{2}(u - v)^2 = h_0 - h.$$

Die hypothetische Strömung von Betz besitzt nur eine Integraleigenschaft der Potentialströmung, indem sie der Bernoulli-Gleichung $h = h_0$ im gesamten Strömungsbereich genügt. Es besteht daher keine Veranlassung zu der Annah-

me, daß sie eine mögliche Strömung im Sinne der Potentialtheorie mit der Eigenschaft

$$(2.2.5a) \quad (\varphi_x^B, \varphi_y^B, \varphi_z^B) = (u_B, v, w),$$

$$(2.2.5b) \quad \varphi_{xx}^B + \varphi_{yy}^B + \varphi_{zz}^B = 0,$$

sei. Insbesondere lassen sich die folgenden Bedingungen für die Rotationsfreiheit

$$(2.2.5c) \quad \frac{w}{y} - \frac{v}{z} = 0, \quad \frac{u_B}{z} - \frac{w}{x} = 0, \quad \frac{v}{x} - \frac{u_B}{y} = 0,$$

nicht ohne weiteres erfüllen. Selbst wenn man von (2.2.5c) absieht, würde das hypothetische Betzsche Potential φ^B noch (2.2.5a) eine Reihe von Singularitäten aufweisen. Sollen diese vor der Ebene $x = x_B$ liegen, so folgt aus der Kontinuitätsgleichung (2.1.17), daß die Ergiebigkeit Q^B der Betzschen Quellen im Gebiet $x > x_B$ von x unabhängig sein muß. Wegen (2.1.4a) und (2.1.17) gilt:

$$(2.2.6) \quad Q^B = \int_A (u-v)ds - \int_B (u_B-v)ds = \int_{B(N)} (u-u_B)ds.$$

Ein Kriterium für die Anwendbarkeit der Betzschen Formel wäre also, daß das experimentell leicht zu ermittelnde Integral Q^B nach Gln. (2.2.6) von x unabhängig sei. Wir werden später aufgrund unserer Versuchsergebnisse zeigen, daß die Betzsche Formel auch an solchen Ebenen x_B konsistente Werte für den Widerstand liefert, wo Q^B stark mit x variiert. Die praktische Folgerung daraus ist, daß die Betzsche Formel auf alle Fälle besser ist als ihre Ablei-

tung! Wir sehen daher von irgendwelchen pseudo-theoretischen Begründungen für die Betzsche Formel ganz ab und betrachten den Restterm in Tafel 2.1. (3) einfach als einen Fehler, der in Kauf genommen werden muß. Die praktische Rechtfertigung der Betzschen Formel liegt in dem häufig erbrachten experimentellen Nachweis, daß sie in der Praxis Widerstandswerte liefert, die in sich konsistent sind und mit dem Zähigkeitswiderstand fast übereinstimmen, wenn ein direkter Vergleich möglich ist, siehe z.B. SCHLICHTING (1959, S 588) für zahlreiche Literaturhinweise.

Es ist zu beachten, daß der Fehler der Idealfassung der Betzschen Formel, siehe Tafel 2.1. (3), sowohl positiv als auch negativ sein kann. Anders ist es mit der Zwischenfassung: Tafel 2.1. (4). Danach ist der Rest stets negativ, d.h. der wahre Zähigkeitswiderstand wird stets überschätzt. Am wichtigsten ist jedoch die praktische Fassung: Tafel 2.1. (5). Der Rest beträgt:

$$(2.2.7) \quad R_v - R_v^{Bx} = \frac{q}{2} \int_{B-B(N)} (v^2 + w^2 - u^2) ds - \frac{q}{2} \int_{B(N)} u_{Bx}^2 ds .$$

Das zweite Integral ist positiv definiert. Es ist anzunehmen, daß das erste Integral auch positiv ist, wenn man eine Potentialströmung im Bereich $(B-B(N))$ voraussetzt, vgl. z.B. LANDWEBER und WU (1963, S 2-3). Man kann daher apriori nichts über das Vorzeichen des Fehlers in der praktischen Fassung der Betzschen Formel aussagen.

d. Vergleich der Formeln von Betz und Jones

Alles im vorhergehenden Abschnitt (2.2.1c) Gesagte gilt

auch für die Jonessche Formel: Tafel 2.1., Zeilen (6) bis (8). Insbesondere kann man auch die Idealfassung der Jonesschen Formel durch die Einführung einer hypothetischen Potentialströmung begründen. Diese unterscheidet sich von der wirklichen Strömung im Nachstromgebiet N durch eine hypothetische Störgeschwindigkeit u_J nach der Definitionsgleichung:

$$(2.2.8a) \quad \frac{\rho}{2} V^2 - \frac{\rho}{2} (u - u_J - V)^2 = h_0 - h$$

und einen hypothetischen Druck p_J , der durch die Bernoulli-Gleichung zwangsläufig bestimmt wird:

$$(2.2.8b) \quad p_J = h_0 - \rho g z - \frac{\rho}{2} (u_J - V)^2 + v^2 + w^2.$$

Wir können Gln. (2.2.8a) umschreiben als

$$(2.2.8c) \quad h_0 - h = \frac{\rho}{2} (u_J - V)^2 - \frac{\rho}{2} (u - V)^2 + \rho u_J (u - u_J).$$

Wenn wir jetzt die Gln. (2.2.8a, 2.2.8b und 2.2.8c) addieren, erhalten wir

$$(2.2.8d) \quad p_J = p + \rho u_J (u - u_J).$$

Danach unterscheidet sich die Jonessche hypothetische Strömung von der Betzschen, indem sie zwei hypothetische Größen (u_J , p_J) einführt statt nur einem (u_B). Freilich ist es eine völlig neue Interpretation der Jonesschen Formel, die zugleich die Ähnlichkeit und den Unterschied zum Betzschen Gedankenmodell offenbart. Es ist zum Beispiel jetzt möglich, das Vorzeichen der Differenz $R_V^J - R_V^B$ aus allgemeinen Erwägungen zu bestimmen. Aus Definitionsgleichungen (2.2.4) und (2.2.8c):

$$(2.2.9) \quad \frac{\rho}{2} (u_J - V)^2 - \frac{\rho}{2} (u_B - V)^2 = - \rho u_J (u - u_J).$$

Da u_J und u_B kleine Störgeschwindigkeiten sind, ist die folgende Annahme berechtigt

$$(2.2.10) \quad 2V > |u_J| + |u_B|.$$

Daher folgt aus (2.2.9):

$$(2.2.11) \quad \operatorname{sgn} (u_J - u_B) = \operatorname{sgn} u_J (u - u_J).$$

Aber aus Gln. (2.2.8a) folgt:

$$(2.2.12) \quad \operatorname{sgn} (u - u_J) = \operatorname{sgn} (h_0 - h).$$

Wir können daher aus Gln. (2.2.11 und 12) durch Fallunterscheidungen $u_J \gtrless 0$ das folgende Endergebnis erhalten:

$$(2.2.13) \quad \operatorname{sgn} (u_J^2 - u_B^2) = \operatorname{sgn} (h_0 - h).$$

Das Vorzeichen der Differenz

$$(2.2.14) \quad R_V^J - R_V^B = \frac{g}{2} \int_B (u_J^2 - u_B^2) ds$$

hängt also davon ab, wie sich $(h_0 - h)$ im Bereich B verhält. Offenbar ist $h_0 - h = 0$ im $[B - B(N)]$. In $B(N)$ selbst ist $(h_0 - h)$ überwiegend positiv, aber am Rand gelegentlich negativ. Im allgemeinen gilt also

$$(2.2.15) \quad R_V^J - R_V^B > 0.$$

Die gleiche Überlegung liefert für die praktischen Fassungen, Tafel 2.1., Zeilen (5) und (8):

$$(2.2.16) \quad R_V^{Jx} - R_V^{Bx} > 0.$$

Lediglich für die praktisch uninteressanten Zwischenfassungen: Tafel 2.1., Zeilen (4) und (7) gilt außerdem

$$(2.2.17) \quad R_V^{Jz} > R_V^{Bz} > R_V.$$

Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, daß die ursprüngliche und herkömmliche Darstellung der Jonesschen Formel mit der übereinstimmt, was wir die praktische Fassung nennen, Tafel 2.1. (8). JONES (1936) hatte sie in Anlehnung an die asymptotische Formel, Gl. (2.1.36), abgeleitet, indem er die wirkliche Geschwindigkeit u durch eine hypothetische ($u - u_{Jx}$) ersetzte. Seine Definitionsgleichung für u_{Jx} lautet in unserer Schreibweise

$$(2.2.18) \quad h_x - p_o = \frac{q}{2}(u - u_{Jx} - v)^2$$

und stimmt wegen der Definition $(q/2)v^2 = h_o - p_o$ mit unserer Bestimmungsgleichung für u_{Jx} , vgl. Tafel 2.1. (8):

$$(2.2.19) \quad h_o - h_x = \frac{q}{2}v^2 - \frac{q}{2}(u - u_{Jx} - v)^2$$

vollkommen überein.

2.2.2. Nachstromanalyse in Anwesenheit einer freien Oberfläche

Wir haben schon im Kapitel 1.3. festgestellt, daß man von einem exakten Zähigkeits- oder Wellenwiderstand nur reden kann, wenn man die jeweilige Ursache im Gedankenexperiment isoliert. Es ist also nicht sachgemäß, von einem Zähigkeitswiderstand in Anwesenheit einer freien Oberfläche zu sprechen. In neuerer Zeit sind dennoch

Versuche gemacht worden, einen Zähigkeitswiderstand in diesem Sinne mit Hilfe der Betzschen Formel zu definieren, vgl. z.B. TULIN (1951), WU (1962) und insbesondere LANDWEBER und WU (1963). Wie nicht anders zu erwarten, sind diese Definitionen wenig überzeugend, und zwar aus zwei Gründen. Erstens muß dabei nach dem Betzschen Gedankenmodell eine hypothetische Potentialströmung eingeführt werden, deren Existenz theoretisch nicht bewiesen werden kann. Zweitens wird dabei der Lagally-Satz für die Kraftwirkung auf eine Quelle in paralleler Anströmung in einer Weise angewandt, die in Anwesenheit einer freien Oberfläche nicht zulässig ist. Wir wollen daher von solchen pseudo-theoretischen Begründungen der Betzschen Formel absehen und zunächst bei unserem in Abschnitt 1.3.4. erklärten, faststrengen Begriff des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes bleiben. In diesem Sinne können wir alle Formeln für Nachstromanalyse, die sich für die experimentelle Ermittlung des Zähigkeitswiderstandes R_v in Abwesenheit einer freien Oberfläche nachweislich bewährt haben, als Analogiedefinitionen auch für die experimentelle Ermittlung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes $\tilde{R}_v$ in Anwesenheit einer freien Oberfläche verwenden.

Der Übersicht halber haben wir die verschiedenen in Frage kommenden Formeln in Tafel 2.2. zusammengestellt. Die Ausdrücke sind formal die gleichen wie in Tafel 2.1. Es sei jedoch betont, daß der Integrationsbereich $B(N)$ jetzt nach oben durch die freie Oberfläche begrenzt wird. Die gegenüber dem exakten Ausdruck für den Gesamtwiderstand R_t nach Gln. (2.1.23) verbleibenden Reste sind ebenfalls in Tafel 2.2. aufgeführt. Sie sind jetzt keineswegs klein, sondern definieren jeweils einen bestimmten Restwiderstand. Erwartungsgemäß zeigt dieser Restwiderstand

(1)	Exakt	a) Flüssigkeit geringer Zähigkeit : $R_t = \iint_{B(N)} (h_0 - h) dy dz + \frac{\rho}{2} \iint_B (v^2 + w^2 - u^2) dy dz + \frac{\rho}{2} \int_B \xi^2 dy = \text{const. für alle } x_B$ b) Ideale Flüssigkeit (zum Vergleich) : $R_w = \frac{\rho}{2} \int_B \xi^2 dy + \frac{\rho}{2} \iint_B (v^2 + w^2 - u^2) dy dz = \text{const. für alle } x_B$	
Nr.	Näherung	Scheinbarer Zähigkeitswiderstand	Restwiderstand
(2)	nach Prandtl	$\tilde{R}_v^P = \rho \iint_B (V - u) dy dz$	$R_t - \tilde{R}_v^P = \frac{\rho}{2} \int_B \xi^2 dy + \iint_B (p + \rho g z - p_0) dy dz$
(3)	nach Betz (Idealfassung)	$\tilde{R}_v^B = \iint_{B(N)} \{ \frac{1}{2} (2(h_0 - h) - \rho V(u - u_{B_x})) \} dy dz$ mit $\frac{\rho}{2} (u_B - V)^2 - \frac{\rho}{2} (u - V)^2 = h_0 - h$	$R_t - \tilde{R}_v^B = \frac{\rho}{2} \int_B \xi^2 dy + \frac{\rho}{2} \iint_B (v^2 + w^2 - u^2) dy dz$ = const. für alle x_B , falls quellfreie Potentialströmung (u_B, v, w, p, ξ) möglich für alle $x < x_B$
(4)	Betz - Tulin (praktische Fassung)	$\tilde{R}_v^{B_x} = \iint_{B(N)} \{ 2(h_0 - h_x) - \rho V(u - u_{B_x}) \} dy dz$ mit $\frac{\rho}{2} (u_{B_x} - V)^2 - \frac{\rho}{2} (u - V)^2 = h_0 - h_x$	$R_t - \tilde{R}_v^{B_x} = \frac{\rho}{2} \int_B \xi^2 dy + \frac{\rho}{2} \iint_{B-B(N)} (v^2 + w^2 - u^2) dy dz - \frac{\rho}{2} \iint_{B(N)} u_{B_x}^2 dy dz$
(5)	nach Jones (Idealfassung)	$\tilde{R}_v^J = \rho \iint_{B(N)} (V - u) ds$ mit $\frac{\rho}{2} V(u - u_J)^2 = h_0 - h$; $p_J = p + \rho u_J (u - u_J)$	$R_t - \tilde{R}_v^J = \frac{\rho}{2} \int_B \xi^2 dy + \frac{\rho}{2} \iint_B (v^2 + w^2 - u^2) dy dz$ = const für alle x_B , falls quellfreie Potentialströmung (u_J, v, w, p_J, ξ) möglich für alle $x < x_B$
(6)	nach Jones (praktische Fassung)	$\tilde{R}_v^{J_x} = \rho \iint_{B(N)} (u - u_{J_x}) (V - u) ds$ mit $\frac{\rho}{2} V(u - u_{J_x})^2 = h_0 - h_x$	$R_t - \tilde{R}_v^{J_x} = \frac{\rho}{2} \int_B \xi^2 dy + \frac{\rho}{2} \iint_{B-B(N)} (v^2 + w^2 - u^2) dy dz - \frac{\rho}{2} \iint_{B(N)} u_{J_x}^2 dy dz$

Tafel 2.2. Nachstromanalyse (in Flüssigkeiten geringer Zähigkeit) in Anwesenheit einer freien Oberfläche.

$R_t - \tilde{R}_v$ eine starke äußere Ähnlichkeit zum exakten Ausdruck für den Wellenwiderstand R_w in idealer Flüssigkeit nach Gln. (2.1.16). Auf dem inneren Zusammenhang werden wir später hinweisen. An dieser Stelle wollen wir uns mit zwei Bemerkungen zur Tafel 2.2. begnügen. Zunächst sei betont, daß die praktischen Fassungen der Formeln von Betz und Jones, Tafel 2.2. (4) und (6), nur dann brauchbar sind, wenn h_x eine gute Näherung für h am Rande des Nachstrombereiches $B(N)$ ist. Dies wird bei Vorhandensein einer Wellenbewegung nur in einem gewissen Abstand hinter dem Schiffskörper möglich sein. Ferner ist zu beachten, daß sämtliche Formeln in Tafel 2.2. nur dann einen physikalischen Sinn haben, wenn experimentell nachgewiesen wird, daß sie in einem gewissen Bereich ein von der Lage x_B der Meßebene unabhängiges Ergebnis $\tilde{R}_v$ liefern.

2.3. Wellenanalyse

Das erste Ziel der Wellenanalyse nach Abschnitt 1.3.3. ist die gedankenexperimentelle Ermittlung des exakten Wellenwiderstandes in idealer Flüssigkeit, bzw. die tatsächliche experimentelle Ermittlung des scheinbaren Wellenwiderstandes in einer wirklichen Flüssigkeit durch die Analyse des jeweiligen Wellenbildes. Im ersten Fall ist das Wellenbild nur im Gedankenmodell verfügbar, im letzteren ist es nur experimentell meßbar. Die Grundlage für solche Berechnungen bilden die exakten Gln. (2.1.16 und 19). Die im folgenden beschriebene Wellenanalyse geht jedoch über dieses Ziel weit hinaus. Sie liefert nicht nur den Wellenwiderstand, sondern das ganze Wellenspektrum und ermöglicht damit eine völlig neue, direkte experimentelle Überprüfung der linearisierten Wellen- und Wellenwiderstandstheorie, einschließlich verschiedener theoretischer und semi-empirischer Ansätze für ihre Verbesserung.

2.3.1. Wellenanalyse in idealer Flüssigkeit

Durch die exakten Gln. (2.1.16 und 20) wird der Wellenwiderstand auf die Störgeschwindigkeiten und die Wellenhöhe an einer Kontrollfläche zurückgeführt. Für eine praktische Anwendung dieser Formel ist es jedoch wünschenswert, eine direkte Messung der Geschwindigkeiten zu vermeiden. Denn das bedeutet erstens einen ~~enkharm~~ zumutbaren Versuchsaufwand und zweitens aus meßtechnischen Gründen einen Eingriff in die Strömung, der eine zu große Beeinflussung und Verfälschung des Meßobjekts mit sich bringt, zumal i.a. kleine Größen über einen großen Bereich zu messen wären. Wir müssen also versuchen,

die Geschwindigkeiten auf das verhältnismäßig leicht und ungestört meßbare Wellenbild zurückzuführen. In einer Potentialströmung besteht ein natürlicher und verhältnismäßig einfacher Zusammenhang zwischen dem Wellenbild und dem Geschwindigkeitsfeld über das Strömungspotential. Es muß also unser Bestreben sein, das Potential aus dem Wellenbild zu ermitteln. Mathematisch gesehen, ist die folgende Randwertaufgabe zu lösen, vgl. Abschnitt 1.4.3a:

$$(2.3.1a) \quad \varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz} = 0, \quad z \leq \zeta(x,y);$$

$$(2.3.1b) \quad (\varphi_x - V) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \varphi_y \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \varphi_z = 0, \quad z = \zeta(x,y).$$

$$(2.3.1c) \quad gz + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) - V\varphi_x = 0,$$

Gesucht ist hier das Potential φ für vorgegebene V und $\zeta(x,y)$. Um die Anwesenheit des Schiffes zuzulassen, ist es notwendig, ein bestimmtes Gebiet G aus dem Geltungsbereich der Gln. (2.2.1) auszuschließen. Es ist anzunehmen, daß die Aufgabe eindeutig lösbar ist, wenn $\zeta(x,y)$ in einem beschränkten Bereich vorliegt. Wenn gewisse asymptotische Annahmen über das Gebiet G gemacht werden, dann ist es sogar durchaus möglich, daß das Potential φ schon durch die Randwerte ζ , $\partial \zeta / \partial x$, $\partial \zeta / \partial y$ längs einer geeigneten Kontur $f(x,y) = 0$ eindeutig bestimmt wird. Nebenbei sei bemerkt, daß für die Bestimmung des Wellenwiderstandes, die Kenntnis von φ an der Fläche $f(x,y) = 0$ allein ausreicht, wenn diese eine geeignete umgebende Kontrollfläche im Sinne der Gln. (2.1.2) ist. Es sind jedoch bisher keine Lösungsansätze für diese exakte Aufgabe bekannt. Wir wollen daher unsere weiteren Überlegungen auf die entsprechende linearisierte Aufgabe stützen:

$$(2.3.2a) \quad \varphi_{xx}(x,y,z) + \varphi_{yy}(x,y,z) + \varphi_{zz}(x,y,z) = 0, \quad z > 0,$$

$$(2.3.2b) \quad \varphi_z(x,y,0) = -V \zeta / x,$$

$$(2.3.2c) \quad \frac{V}{g} \varphi_x(x,y,0) = \zeta(x,y).$$

Die Gln. (2.3.2) folgen unmittelbar aus Gln. (2.3.1), wenn die Wellenhöhen ζ und die -schrägen $\partial \zeta / \partial x$, $\partial \zeta / \partial y$ in einem gewissen Sinne als "klein" angenommen werden. *) Auch hier muß ein bestimmtes Gebiet G im unteren Halbraum $z < 0$ aus dem Geltungsbereich der

*) Es ist jedoch schwierig, im dreidimensionalen Fall, einen genauen Linearisationsparameter anzugeben. Eine Möglichkeit wäre vielleicht das Verhältnis: $g\zeta_{\max}/V^2$.

Gln. (2.3.2) ausgeschlossen werden, um das Vorhandensein einer Ursache für die Wellenbewegung zu ermöglichen. Wir werden im folgenden zeigen, daß die Angabe der Randwerte ζ und/oder $\partial \zeta / \partial x$ längsgerechter Konturen $f(x,y) = 0$ eine eindeutige Lösung der Gln. (2.1.43) gestattet, wenn man annimmt, daß das singuläre Gebiet G in einer vorgegebenen Richtung von der Kontur $f(x,y) = 0$ asymptotisch unendlich weit entfernt liegt. Es bedeutet praktisch, daß die Wellenanalyse in einer mäßigen Entfernung von der Störungsursache durchzuführen ist. Es sei betont, daß die linearisierte Aufgabe, Gln. (2.3.2), in diesem Sinne keine wesentliche Einschränkung der exakten Aufgabe, Gln. (2.3.1), darstellt. Denn wenigstens in seitlich unbeschränkter Flüssigkeit muß die Wellenhöhe ζ in geeigneter Entfernung von der Störungsursache schon aufgrund der Wellenausbreitung immer genügend "klein" geworden sein. Unsere Wellenanalyse ist daher praktisch immer "exakt", wenn das Schiffsmodell im Verhältnis zur Tankbreite klein ist.

a. Linearisiertes freies Wellensystem

Unsere Lösung der Gln. (2.1.43) beruht auf einer Verallgemeinerung des Havelockschen Begriffes eines linearisierten, freien Wellensystems. In seitlich und der Tiefe nach unbeschränkter Flüssigkeit wird dieses Wellensystem beschrieben durch, vgl. HAVELOCK (1934, S 518 - 519):

$$(2.3.3a) \quad \varphi^f = V \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp(Z) \cos \theta \left[f(\theta) \cos(X+Y) + g(\theta) \sin(X+Y) \right] d\theta,$$

$$(2.3.3b) \quad \zeta^f = \frac{V}{g} \varphi_x(x, y, 0) = - \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[f(\theta) \sin(X+Y) - g(\theta) \cos(X+Y) \right] d\theta,$$

$$(2.3.3c) \quad X = k_0 \sec^2 \theta \, x \cos \theta; \quad Y = k_0 \sec^2 \theta \, y \sin \theta;$$

$$Z = k_0 \sec^2 \theta \, z; \quad k_0 = g/V^2.$$

Das Potential φ nach Gln. (2.3.3) erfüllt offenbar die Gln. (2.3.2); $f(\theta)$ und $g(\theta)$ sind beliebige Funktionen, insofern sie den Voraussetzungen der Linearisation nicht widersprechen; θ_1 und θ_2 sind beliebige Integrationsgrenzen im Bereich $-\pi/2$ bis $\pi/2$. Wir können Gln. (2.3.3) als eine Lösung der homogenen Aufgabe der freien Wellenbewegung nach Gln. (2.3.3) auffassen. Es darf dann kein singuläres Gebiet im Halbraum $z \leq 0$ geben. Die allgemeine Lösung verlangt dann die Integrationsgrenzen $\theta_1 = -\pi/2$, $\theta_2 = \pi/2$. Wir können die Integrationsvariable θ als die Fortpflanzungsrichtung einer ebenen Welle der Länge $\lambda(\theta) = 2\pi V^2 \cos^2 \theta / g$ und Fortschrittsgeschwindigkeit $V \cos \theta$ in Richtung $\theta = \arctg(y/x)$ ansehen. Die allgemeine drei-dimensionale Lösung ist dann eine Linearkombination von unendlich vielen, zwei-dimensionalen Elementarlösun-

gen. In diesem Sinne stellen $f(\theta)$ und $g(\theta)$ das Spektrum des linearisierten freien Wellensystems dar.

Da uns das Wellensystem eines Schiffes interessiert, müssen wir zumindest die Möglichkeit eines singulären Gebietes G im Unendlichen zulassen. Dazu benutzen wir die physikalisch einleuchtende Ausstrahlungsbedingung, die besagt, daß eine gleichförmig bewegte endliche Störung keine Energie nach vorn ausstrahlen kann. Da die freien Wellen einen Energieausstrahlungsmechanismus darstellen, dürfen sie nur "hinter" der Störung vorkommen, wobei die Begriffe "vor" und "hinter" sich nicht auf die Fahrtrichtung des Schiffes, sondern auf die Fortschrittsrichtung der Elementarwellen beziehen. Die freien Wellen müssen also dem Schiff nachlaufen, vgl. MICHELL (1898, S 133). Wir können diese "Nachlaufbedingung" folgendermaßen präzisieren. Das Wellenbild einer gleichförmig bewegten endlichen Störung ähnelt in großer Entfernung asymptotisch einem freien Wellensystem derart, daß jeweils nur solche Elementarwellen vorkommen können, die in Richtung der Störung weisen. Wir führen zylindrische Koordinaten ein:

$$(2.3.4) \quad x = r \cos \alpha, \quad y = r \sin \alpha.$$

Wir nehmen an, daß sich die Störung in einem endlichen Bereich x, y befindet. Dann ist für $r \rightarrow \infty$ von einer möglichen Menge der Fortschrittsrichtungen $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ jeweils die in der Störung abgekehrten Bereiche $\alpha - \pi/2 \leq \theta \leq \alpha + \pi/2$ liegende Teilmenge auszuschalten. Die Integrationsgrenzen θ_1, θ_2 in Gln. (2.3.3) sind damit eindeutig bestimmt:

$$(2.3.5) \quad \begin{aligned} \pi > \alpha \geq 0: & \quad \theta_1 = -\pi/2, \quad \theta_2 = \alpha - \pi/2; \\ -\pi < \alpha \leq 0: & \quad \theta_1 = \alpha + \pi/2, \quad \theta_2 = \pi/2. \end{aligned}$$

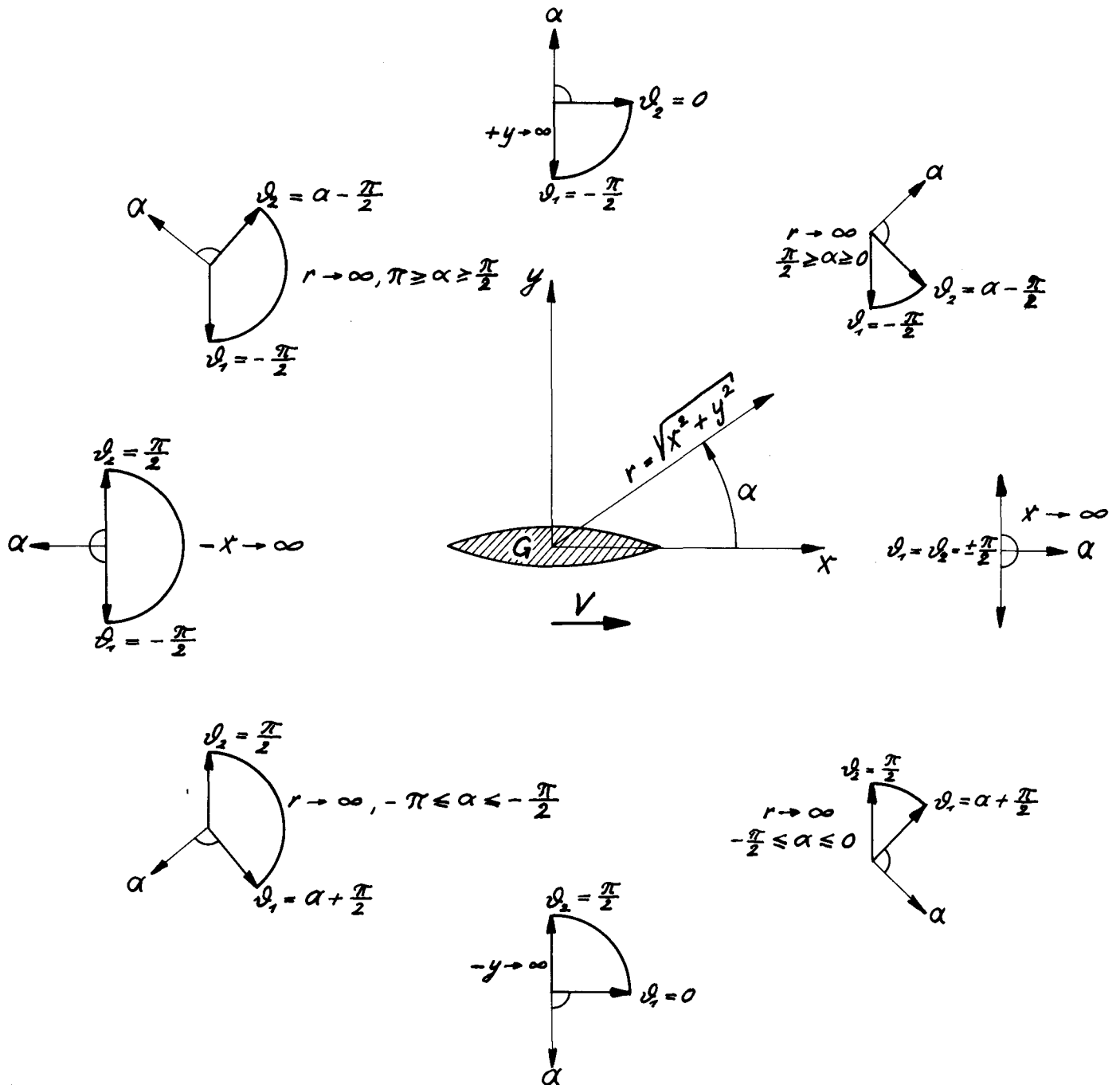


Abb. 2.1. Freies Wellensystem : schematische Darstellung möglicher Fortschrittsrichtungen der Elementarwellen.

Dieser Sachverhalt ist in Abb. 2.1. schematisch dargestellt. Die wichtigste Folgerung aus dieser Überlegung ist, daß man bei der Wellenanalyse nach Gln. (2.3.3) immer berücksichtigen muß, in welcher Richtung sich das singuläre Gebiet G befindet. Bei den asymptotischen Betrachtungen ist es nicht notwendig, einen bestimmten Punkt des singulären Gebietes auszuzeichnen.

Schließlich ist zum Begriff des freien Wellensystems noch folgendes zu bemerken. Man kann von dem 'exakten' (d.h. für alle x, y bzw. r, α gültigen) linearisierten Potential φ einer beliebigen Singularitätenverteilung nach Abschnitt 1.5.2a ausgehen und zeigen, daß es für $r \rightarrow \infty$ asymptotisch das freie Wellensystem φ^f nach Gln. (2.3.3) mit den Integrationsgrenzen nach Gln. (2.3.5) liefert. Genauer genommen, gilt

$$(2.3.6) \quad r \rightarrow \infty: \quad \zeta = \zeta^f + O\left(\frac{1}{r}\right),$$

$$(\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z) = (\varphi_x^f, \varphi_y^f, \varphi_z^f) + O\left(\frac{1}{r}\right).$$

Dies wurde im wesentlichen schon von HAVELOCK (1928, S 519) nachgewiesen, und zwar am Beispiel eines diskreten Dipols. Eine genauere Betrachtung für eine diskrete Quelle findet sich bei WEHAUSEN (1960, S 485). Zwar betreffen beide Arbeiten nur die Wellenhöhe ζ bzw. die Ableitung $\varphi_x(x, y, 0)$. Analoge Überlegungen gelten jedoch für alle Ableitungen $\varphi_{x,y,z}(x, y, z)$ und das Potential φ , vgl. z.B. LUNDE (1957, S 23-24). Da es sich um asymptotische Aussagen für $r \rightarrow \infty$ handelt, können diskrete Singularitäten als stellvertretend für beliebige Verteilungen in einem beschränkten Gebiet angesehen werden.

Selbstverständlich ist es kein Zufall, daß das linearisierte Potential das asymptotische Verhalten nach Gln. (2.3.6) aufweist, sondern es entspricht der physikalisch einleuchtenden Nachlaufbedingung für freie Wellen. Bei der formalen mathematischen Lösung des Problems wird diese Bedingung manchmal in etwas verschleiierter Form eingeführt, vgl. z.B. WEHAUSEN (1960, S 472). Im Endeffekt ist sie jedoch immer gleichbedeutend mit Gln. (2.3.6). Sie erklärt beispielsweise die Deutung des zweifachen Integrals in Gln. (1.5.17) im Sinne des Cauchyschen Hauptwertes und die Hinzunahme des folgenden einfachen Integrals.

b. Wellenspektrum und Wellenwiderstand

Der nächste Schritt in der Wellenanalyse wäre nun zu zeigen, daß man φ^f nach Gln. (2.1.44) bestimmen kann, wenn die Randwerte ζ^f längs einer geeigneten Kontur $f(x,y) = 0$ vorliegen. Wir wollen jedoch erst auf den einfachen Zusammenhang zwischen dem Wellenwiderstand und dem Spektrum $f(\theta)$, $g(\theta)$ des linearisierten freien Wellensystems hinweisen. (Um unnötige Wiederholungen zu vermeiden, wollen wir im folgenden nur vom "Wellenspektrum" sprechen). Dieser Zusammenhang wurde zuerst von HAVELOCK (1934) abgeleitet, indem er den Energie- und Impulsfluß durch eine Kontrollfläche $x = x_B$ betrachtete. Setzt man in unserer exakten Gln. (2.1.16) die Geschwindigkeiten u, v, w , und die Wellenhöhe ζ nach Gln. (2.3.3), so folgt nach Have-lock

$$(2.3.4) \quad R_w = \frac{\tau}{2} \rho V^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} A^2(\theta) \cos^3 \theta \, d\theta,$$

$$(2.3.4a) \quad A^2(\theta) = f^2(\theta) + g^2(\theta) .$$

Der Integrationsbereich B in Gln. (2.1.16) wird hierbei mit $-y$ und näherungsweise $-z \rightarrow 0$ angenommen. Die Einzelheiten der etwas mühsamen Ableitung finden sich ~~in der Literatur (z.B. SHARMA (1963))~~ ^{in der Literatur (z.B. SHARMA (1963))} Betrachtet man jetzt das freie Wellenpotential φ^f als eine asymptotische ($x_B \rightarrow \infty$) Näherung für das unbekannte exakte Potential φ , so ergibt Gln. (2.3.4) den Wellenwiderstand der Störung, indem man die entsprechenden Integrationsgrenzen nach Gln. (2.3.5) einsetzt:

$$(2.3.5) \quad R_w = \frac{1}{2} \rho V^2 \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\theta) \cos^3(\theta) d\theta .$$

Das ist der gesuchte Zusammenhang zwischen dem asymptotischen Wellenspektrum und dem Wellenwiderstand einer beliebigen Störung, insbesondere einer Schiffsform. SHARMA (1963) hat gezeigt, daß man die Ableitung dieses Zusammenhanges erheblich vereinfachen kann, indem man von dem asymptotischen Impulsfluß durch zwei Kontrollflächen ($y = \pm \infty$) parallel zur Bewegungsrichtung ausgeht, vorausgesetzt, daß man jeweils die richtigen Integrationsgrenzen nach Gln. (2.3.4) ansetzt.

Bei diesen Ableitungen wird stillschweigend vorausgesetzt, daß das Restpotential ($\varphi - \varphi^f$) keinen Beitrag zum Wellenwiderstand nach Gln. (2.1.16) leistet. Das ist natürlich nicht selbstverständlich, aber läßt sich wenigstens für das linearisierte Potential aufgrund der Bedingung (2.3.6) leicht zeigen. Wegen des experimentellen Faktors $\exp(kz)$ in Gln. (1.5.17) sind die Restintegrale von ζ^2 , u^2 , v^2 , w^2 über $-z \rightarrow 0$ von der Größenordnung $O(1/r^2)$.

Sie verschwinden daher für $x_B \rightarrow \infty$, weil der Integrationsbereich $-y$ nur wie r zunimmt. Anders ist es jedoch, wenn die Wellenstörung von einer Quellverteilung herrührt, deren Gesamtergiebigkeit Q von Null verschieden ist. Der Gesamtwiderstand nach Gln. (2.1.19) enthält jetzt einen Term, der linear in der Geschwindigkeit u ist. Zu diesem Term leistet gerade das Restpotential $(\varphi - \varphi^f)$, oder genauer der singuläre Teil φ nach Gln. (1.5.16 und 20), einen Beitrag, und zwar genau die Lagally-Kraft $-qVQ$. Der Havelocksche Ausdruck, Gln. (2.3.5), ergibt also nach wie vor den "Wellenwiderstand" im Sinne der Gln. (2.1.19).

Die Spektralfunktion $A(\theta)$ nach Definitionsgln. (2.3.4a) hat einige besondere Eigenschaften. Man nennt sie das Amplitudenspektrum des Wellensystems (2.3.3b). Für ein vorgegebenes Wellensystem ζ^f sind $f(\theta)$, $g(\theta)$ i.a. von der Wahl des Koordinatenursprungs abhängig, aber $A(\theta)$ ist invariant gegenüber solchen Transformationen. Es wird offenbar, wenn man Gln. (2.3.3a) z.B. wie folgt umschreibt:

$$(2.3.6) \quad \varphi^f = V \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp(Z) \cos \theta \overline{A(\theta)} \cos X + Y + P(\theta) \overline{d\theta},$$

$$(2.3.6a) \quad \operatorname{tg} \overline{P(\theta)} = -g(\theta)/f(\theta).$$

Eine Koordinatenverschiebung $x = x + x_0$, $y = y + y_0$ beeinflusst offenbar nur das Phasenspektrum $P(\theta)$.

c. Wellenspektrum und Wellenquerkraft

Es läßt sich zeigen, daß das Amplitudenspektrum $A(\theta)$ nicht nur den Wellenwiderstand R_w , sondern auch die Querkraft K_y^w einer beliebigen Störung eindeutig bestimmt. Wir können die Querkraft nach der allgemeinen Formel (2.1.1c) als Impulsfluß durch die hintere Kontrollfläche B darstellen:

$$(2.3.7) \quad K_y = \rho \int_B (u - V)v \, dydz.$$

Setzt man jetzt für u und v das Geschwindigkeitsfeld des freien Wellensystems, Gln. (2.3.3), so erhält man analog HAVELOCK (1934) folgende Zwischenausdrücke:

$$(2.3.8a) \quad \rho \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x^f \varphi_y^f dy = \frac{1}{2} \rho V^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [f^2(\theta) + g^2(\theta)] \frac{\sin \theta \cos^4 \theta}{1 + \sin^2 \theta} d\theta,$$

$$(2.3.8b) \quad *) \quad \rho V \int_{-\infty}^{\zeta} dz \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_y^f dy = - \frac{\rho}{k} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\varphi_x^f \varphi_y^f \right]_{z=0} dy$$

$$= - \frac{1}{2} \rho V^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [f^2(\theta) + g^2(\theta)] \frac{2 \sin \theta \cos^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta} d\theta,$$

und damit schließlich die Querkraft:

$$(2.3.9) \quad K_y^w = \frac{1}{2} \rho V^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A^2(\theta) \sin \theta \cos^2 \theta d\theta.$$

*) Es ist von entscheidender Bedeutung, daß hier der Beitrag aus dem Bereich $0 \leq z \leq \zeta$ bis zur Ordnung $1/(\text{grad } \varphi^f)^2$ nicht vernachlässigt wird, vgl. Bemerkung zum Integrationsbereich im Anschluß an Gln. (2.3.4).

Dies stimmt genau mit dem Ergebnis überein, das man ganz allgemein aus der Kochinschen Funktion $H(k, \theta)$ erhält, wenn man bedenkt

$$(2.3.10) \quad H(k_0 \sec^2 \theta, \theta) = \frac{V \cos \theta}{k_0 \sec^2 \theta} A(\theta),$$

vgl. WEHAUSEN (1960, S 573). Es sei betont, daß man den hydrodynamischen Auftrieb K_z und das Moment M nicht aus $A(\theta)$ allein berechnen kann. Dazu muß man $H(k, \theta)$ wissen. Schließlich ist zu beachten, daß K_y^W lediglich die von der Wellenbildung herrührende Querkraft ist. Sie enthält nicht die Lagally-Kräfte, die wegen des Singulären Potentials φ auch ohne das Vorhandensein einer freien Oberfläche wirken würden.

Praktisch ist die Berechnung von K_y^W aus Wellenanalyse nicht nur dann interessant, wenn die Störung transversal unsymmetrisch ist, sondern auch wenn sich ein normales, transversal-symmetrisches Schiff entweder mit einem Anstellwinkel oder ohne Anstellwinkel, aber außermittig in seitlich beschränktem Wasser bewegt, siehe Abschnitt 2.3.1g.

d. Wellenspektrum und Wellenbild

In den vorhergehenden Abschnitten haben wir gesehen, daß das Wellenspektrum den Wellenwiderstand und die Querkraft bestimmt. Das Ziel der Wellenanalyse muß es also sein, das Wellenspektrum aus dem direkt meßbaren Wellenbild aufgrund des Ansatzes, Gln. (2.3.3) zu ermitteln. Ein Blick auf die Gln. (2.3.3b) verrät, daß dazu nur die Anwendung des bekann-

ten Inversionstheorems für Fourierintegrale notwendig ist:

$$(2.3.11a) \quad \frac{C(\xi)}{S(\xi)} = \zeta(\bar{\xi}) \frac{\cos(\bar{\xi}\xi)}{\sin(\bar{\xi}\xi)} d\bar{\xi},$$

$$(2.3.11b) \quad \zeta(\bar{\xi}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty C(\xi) \cos(\bar{\xi}\xi) d\xi + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty S(\xi) \sin(\bar{\xi}\xi) d\xi.$$

vgl. z.B. SNEDDON (1955, S 272,- 273). Um die Anwendung des Inversionstheorems auf $\zeta^f(x,y)$ zu ermöglichen, ist es zweckmäßig, das Wellenbild ζ^f längs geeigneter Konturen $f(x,y) = 0$ zu betrachten. Zunächst ist offensichtlich, daß es sich empfiehlt, gerade Konturen vom Typ

$$(2.3.12) \quad x \cos \alpha + y \sin \alpha = c$$

zu wählen, weil dann die Integrationsgrenzen θ_1, θ_2 nach Gln. (2.3.5) auf der ganzen Kontur unveränderlich sind. Die Konstante c muß aber so gewählt werden, daß die Kontur immer in großer Entfernung vom singulären Gebiet G bleibt, vgl. Abb. 2.1. Wir können dann das tatsächliche Wellenbild ζ nach dem asymptotischen Muster ζ^f analysieren, und die Ergebnisse werden unabhängig von der Wahl eines Koordinatenursprungs sein. (Es ist ein entscheidender Nachteil der Wellenanalyse nach INUI (1954), Gln. (1.5.14), daß seine Konturen - ebenfalls Gerade - durch das singuläre Gebiet G gehen. Seine Ergebnisse sind daher immer von der mehr oder minder willkürlichen Wahl eines Anfangspunktes abhängig, außer im theoretischen Fall, wenn G in einen Störpunkt entartet.)

Ferner ist es offenbar, daß die Anwendung des Inversions-
theorems, Gln. (2.3.11), in den Spezialfällen $\alpha = \pm \pi/2$
und besonders erleichtert wird. (Der Fall $\alpha = 0$ ist
natürlich trivial.) Die entsprechenden Konturen sind dann
entweder Querschnitte

$$(2.3.12a) \quad \alpha = \pi : \quad x = x_B < 0$$

oder Längsschnitte

$$(2.3.12b) \quad \alpha = + \pi/2 : \quad y = y_C > 0,$$

$$\alpha = - \pi/2 : \quad y = y_D < 0$$

durch das meßbare Wellenbild, In diesen Fällen erhält
man das Wellenspektrum fast unmittelbar aus den Fourier-
transformierten der Wellenprofile.

Wir schreiben Gln. (2.3.3b) für Querschnitte folgenderma-
ßen um:

$$(2.3.13) \quad \zeta^f(x,y) = - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) \sin X - g(\theta) \cos X \cos Y + \\ + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) \cos X + g(\theta) \sin X \sin Y \, d\theta \\ = - 2 \int_0^{\pi/2} f_e(\theta) \sin wx - g_e(\theta) \cos wx \cos uy + \\ + f_o(\theta) \cos wx + g_o(\theta) \sin wx \sin uy \, \frac{d\theta}{du} du$$

mit

$$(2.3.13a)^+ \quad u = k_0 \sec^2 \theta \sin \theta, \quad w = k_0 \sec \theta,$$

wo wir mit den Indizes e und o jeweils den geraden und ungeraden Teil bezeichnen. Wegen Gln. (2.3.11) folgt jetzt der Zusammenhang zwischen dem Spektrum und den Fouriertransformierten der Wellenquerschnitte:

$$\begin{aligned}
 (2.3.14) \quad C(u, x) &= \int \zeta^f(x, y) \cos uy \, dy = \\
 &= -2 \int f_e(\theta) \sin wx - g_e(\theta) \cos wx \, d\theta / du, \\
 S(u, x) &= \int \zeta^f(x, y) \sin uy \, dy = \\
 &= -2 \int f_o(\theta) \cos wx + g_o(\theta) \sin wx \, d\theta / du.
 \end{aligned}$$

Betrachtet man jetzt ζ^f und damit C und S als die bekannten Größen, so kann man das lineare Gleichungssystem (2.3.14) für die Unbekannten f, g in viererlei Art lösen. Eine Möglichkeit ist z.B.

$$\begin{aligned}
 (2.3.15) \quad f_e(\theta) &= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} C(u, x) \sin wx + \frac{1}{w} C_x(u, x) \cos wx \frac{du}{d\theta}, \\
 g_e(\theta) &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} C(u, x) \cos wx - \frac{1}{w} C_x(u, x) \sin wx \frac{du}{d\theta}; \\
 f_o(\theta) &= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} S(u, x) \cos wx + \frac{1}{w} S_x(u, x) \sin wx \frac{du}{d\theta}, \\
 g_o(\theta) &= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} S(u, x) \sin wx + \frac{1}{w} S_x(u, x) \cos wx \frac{du}{d\theta}.
 \end{aligned}$$

Darin können die Funktionen C_x , S_x wahlweise entweder als die x-Ableitungen der Transformierten C, S oder als die Transformierten der Ableitung ζ^f / x des Wellenbildes aufgefaßt werden. Demnach wird das Wellenspektrum und da-

*) Es ist zu beachten, daß wir mit u und w an anderer Stelle die Komponenten der Störgeschwindigkeit bezeichnet haben. Es dürfte jedoch kaum eine Verwechslung hierdurch entstehen.

mit das Potential φ^f durch einen einzigen Querwellenstreifen ($\neq \zeta^f$ und ζ^f/x für $x = x_B$) eindeutig bestimmt. Es ist zu beachten, daß für ein vorgegebenes Wellenprofil $\zeta^f(x_B, y)$ die Funktionen f_e, g_e, f_o, g_o nach Gln. (2.3.15) von der Wahl des Koordinatenursprungs $x = 0$ abhängig sind. Die folgenden Summen:

$$(2.3.16a) \quad f_e^2 + g_e^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 \left[C^2(u, x_B) + \frac{1}{w^2} C_x^2(u, x_B) \right],$$

$$(2.3.16b) \quad f_o^2 + g_o^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 \left[S^2(u, x_B) + \frac{1}{w^2} S_x^2(u, x_B) \right],$$

$$(2.3.16c) \quad (f_e + f_o)^2 + (g_e + g_o)^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 \left[(C^2 + S^2) + \frac{2}{w} (C_x S - C S_x) + \frac{1}{w^2} (C_x^2 + S_x^2) \right]$$

sind jedoch offenbar von der Wahl des Koordinatensystems unabhängig. Das entspricht unseren früheren Bemerkungen über die Invarianz des Amplitudenspektrums $A(\theta)$, Gln. (2.3.4a), gegenüber Koordinatenverschiebungen.

Eine zweite Möglichkeit für die Lösung des linearen Gleichungssystems (2.3.14) ergibt sich, wenn zwei Wellenprofile $\zeta^f(x_1, y)$ und $\zeta^f(x_2, y)$ vorliegen. In diesem Fall erhalten wir statt Gln. (2.3.15) die folgenden Beziehungen:

$$(2.3.17) \quad \begin{aligned} \frac{f_e(\theta)}{g_e(\theta)} &= - \frac{1}{4\pi} \frac{-C(u, x_1) + C(u, x_2)}{-\cos \frac{w}{2}(x_1 - x_2)} \frac{\sin \frac{w}{2}(x_1 + x_2)}{-\cos \frac{w}{2}(x_1 + x_2)} + \\ &\quad + \frac{C(u, x_1) - C(u, x_2)}{\sin \frac{w}{2}(x_1 - x_2)} \frac{\cos \frac{w}{2}(x_1 + x_2)}{\sin \frac{w}{2}(x_1 + x_2)} \frac{du}{d\theta}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{f_o(\theta)}{g_o(\theta)} &= - \frac{1}{4\pi} \frac{-S(u, x_1) + S(u, x_2)}{-\cos \frac{w}{2}(x_1 - x_2)} \frac{\cos \frac{w}{2}(x_1 + x_2)}{\sin \frac{w}{2}(x_1 + x_2)} + \\ &\quad + \frac{S(u, x_1) - S(u, x_2)}{\sin \frac{w}{2}(x_1 - x_2)} \frac{-\sin \frac{w}{2}(x_1 + x_2)}{\cos \frac{w}{2}(x_1 + x_2)} \frac{du}{d\theta}. \end{aligned}$$

Man muß jedoch bedenken, daß dem Bereich $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ wegen $w = k_0 \sec \theta$ der Bereich $k_0 < w < \infty$ entspricht. Die Formeln (2.3.17) versagen daher an einer diskret-unendlichen Menge von Punkten $w(x_1 - x_2) = n$ für ganzzahlige n , weil dann die trigonometrischen Funktionen im Nenner verschwinden. (Ein numerisches Verfahren für die praktische Überwindung dieser Schwierigkeit wird im Abschnitt 2.3. besprochen.) Nach Gln. (2.3.17) sind auch die folgenden Summen:

$$(2.3.18a) \quad f_e^2 + g_e^2 = \frac{1}{16} \frac{1}{2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 - \frac{C(u, x_1) C(u, x_2)^2}{\cos \frac{w}{2} (x_1 - x_2)} + \frac{C(u, x_1) - C(u, x_2)^2}{\sin \frac{w}{2} (x_1 - x_2)} -$$

$$(2.3.18b) \quad f_o^2 + g_o^2 = \frac{1}{16} \frac{1}{2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 - \frac{S(u, x_1) S(u, x_2)^2}{\cos \frac{w}{2} (x_1 - x_2)} + \frac{S(u, x_1) - S(u, x_2)^2}{\sin \frac{w}{2} (x_1 - x_2)} -$$

$$(2.3.18c) \quad (f_e + f_o)^2 + (g_e + g_o)^2 = \frac{1}{16} \frac{1}{2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 (f_e^2 + f_o^2 + g_e^2 + g_o^2) \\ + \frac{1}{16} \frac{1}{2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 \frac{(C_1 - C_2)(S_1 + S_2)}{\sin w(x_1 - x_2)} - \\ - \frac{1}{16} \frac{1}{2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 \frac{(C_1 + C_2)(S_1 - S_2)}{\sin w(x_1 - x_2)}$$

invariant gegenüber Koordinatenverschiebungen. Die Formeln (2.3.15 bis 18) sind im wesentlichen schon in der Arbeit von EGGERS (1962) enthalten.

Wir wollen jetzt auch ein Beispiel für die Ermittlung des Wellenspektrums aus Wellenprofilen in Längsrichtung, Gln. (2.3.12b), anführen. Für y schreiben wir Gln. (2.3.3b) wie folgt um:

$$\begin{aligned}
 (2.3.19) \quad \zeta^f(x,y) &= - \int_{-\pi/2}^0 \left[f(\theta) \sin Y - g(\theta) \cos Y \right] \cos X + \\
 &\quad + \left[f(\theta) \cos Y + g(\theta) \sin Y \right] \sin X \, d\theta \\
 &= \int_{k_0}^{\infty} \left[f(\theta) \sin uy - g(\theta) \cos uy \right] \frac{d\theta}{dw} \cos wx \, dx \\
 &\quad + \int_{k_0}^{\infty} \left[f(\theta) \cos uy + g(\theta) \sin uy \right] \frac{d\theta}{dw} \sin wx \, dx
 \end{aligned}$$

($-\pi/2 < \theta < 0$)

Für $y \rightarrow -$ erhalten wir einen analogen Ausdruck für den Bereich $0 \leq \theta < \pi/2$. Wegen Gln. (2.3.11) folgt jetzt zunächst

$$\begin{aligned}
 (2.3.20) \quad \overline{C}(w,y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^f(x,y) \cos wx \, dx = \frac{d\theta}{dw} \left[f(\theta) \sin uy - g(\theta) \cos uy \right] \\
 \overline{S}(w,y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^f(x,y) \sin wx \, dx = \frac{d\theta}{dw} \left[f(\theta) \cos uy + g(\theta) \sin uy \right],
 \end{aligned}$$

und daraus

$$\begin{aligned}
 (2.3.21) \quad f(\theta) &= \frac{1}{\tau} \frac{dw}{d\theta} \left[\overline{S}(w,y) \cos uy + \overline{C}(w,y) \sin uy \right], \\
 g(\theta) &= \frac{1}{\tau} \frac{dw}{d\theta} \left[\overline{S}(w,y) \sin uy - \overline{C}(w,y) \cos uy \right],
 \end{aligned}$$

und schließlich

$$(2.3.22) \quad f^2(\theta) + g^2(\theta) = \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{d\theta} \right)^2 \left[\overline{C}^2(w,y) + \overline{S}^2(w,y) \right]$$

unabhängig von Koordinatenverschiebungen. Ist das Wellenbild transversal-symmetrisch, so reicht in diesem Fall ein einziges Wellenprofil $\zeta^f(x,y_1)$ für die eindeutige Bestimmung des Spektrums und damit des Potentials φ^f . Andernfalls ist je ein Profil $y = y_C > 0$ und $y = y_D < 0$ für die Bereiche $-\pi/2 < \theta < 0$ und $0 \leq \theta < \pi/2$ zu analysieren. Die Formeln (2.3.19 bis 22) wurden von SHARMA (1963) ange-

geben. Dort finden sich auch einige alternative Vorschläge für die Ermittlung des Spektrums aus verschiedenen Aufzeichnungen des Wellenbildes, z.B. ζ^f/x , ζ^f/y usw., an Konturen parallel zur Bewegungsrichtung x.

e. Wellenbild und Wellenwiderstand

Im vorhergehenden Abschnitt haben wir gezeigt, wie man das Wellenspektrum aus dem meßbaren Wellenbild längs einfacher, gerader Konturen ermitteln kann. Dadurch ist nach Gln. (2.3.5) selbstverständlich auch der Wellenwiderstand auf das meßbare Wellenbild zurückgeführt. Um einen expliziten Ausdruck zu erhalten, braucht man nur $f(\theta)$ und $g(\theta)$ aus Gln. (2.3.16 oder 18 oder 22) in Gln. (2.3.5) einzusetzen. Ebenso kann man nach Gln. (2.3.9) die Wellenquerkraft auf das meßbare Wellenbild zurückführen.

Bei der praktischen Berechnung wird es in vielen Fällen zweckmäßig sein, die folgenden einfachen Identitäten auszunutzen:

$$\begin{aligned} (2.3.23) \quad R_w &= \frac{1}{2} \rho V^2 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} [f^2(\theta) + g^2(\theta)] \cos^3 \theta \, d\theta \\ &= \rho V^2 \int_0^{+\pi/2} [f_e^2(\theta) + g_e^2(\theta) + f_o^2(\theta) + g_o^2(\theta)] \cos^3 \theta \, d\theta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2.3.24) \quad K_y^w &= \frac{1}{2} \rho V^2 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} [f^2(\theta) + g^2(\theta)] \cos^2 \theta \sin \theta \, d\theta \\ &= 2 \rho V^2 \int_0^{+\pi/2} [f_e(\theta) f_o(\theta) + g_e(\theta) g_o(\theta)] \cos^2 \theta \sin \theta \, d\theta. \end{aligned}$$

Man kann die Integrale wahlweise auch über u oder w darstellen. Für die numerische Auswertung ist es wichtig, jeweils die geeignete Darstellung zu finden. Eine vergleichende Betrachtung findet sich bei SHARMA (1963).

f. Schiffsform und Wellenspektrum

In den vorhergehenden Abschnitten 2.3.1a bis e haben wir den Zusammenhang zwischen dem Wellenbild, -spektrum und -widerstand erörtert. Dabei haben wir zunächst das Spektrum als bekannt vorausgesetzt und die verschiedenen asymptotischen Ausdrücke für das Wellenbild betrachtet. Dann haben wir die Aufgabe umgekehrt und das Wellenspektrum aus einem im Gedankenexperiment vorgegebenen freien Wellensystem abgeleitet. In beiden Fällen brauchten wir uns um die Ursache der Wellenbildung nur wenig zu kümmern. Es wurde nur vorausgesetzt, daß sie von endlicher Ausdehnung ist und in einer vorgegebenen Richtung genügend weit von dem betrachteten Gebiet liegt.

Das Ziel der Wellenwiderstandstheorie ist jedoch ganz allgemein die Vorhersage des Wellenspektrums, wenn die Störung (etwa eine Schiffsform) in allen wesentlichen Einzelheiten bekannt ist. Wie schon mehrfach erwähnt, ist diese Aufgabe noch nicht exakt gelöst, aber es gibt eine Reihe von verschiedenen Näherungen im Rahmen der linearisierten Theorie. Diese können als theoretische Vergleichsgrößen herangezogen werden, wenn die Wellenanalyse praktisch dazu benutzt wird, das tatsächliche Spektrum aus dem im Versuch gemessenen Wellenbild zu ermitteln.

Wenn wir die Ursache der Wellenbildung durch Singularitäten

darstellen, so ergibt die Havelocksche Theorie sofort den expliziten Zusammenhang zwischen Spektrum und Singularitätenverteilung. Wir betrachten z.B. das linearisierte Potential einer Quelle von Stärke m im Punkt $a, b, c < 0$ nach Gln. (1.5.17). Für $-x$ ergibt sich daraus das folgende freie Potential φ^f im Sinne der Gln. (2.3.6a):

$$(2.3.25) \quad \varphi^f = 8mk_0 \int_0^{1/2} \exp k_0(z+c) \sec^2 \theta \sin k_0(x-a) \sec \theta \cos k_0(y-b) \sin \theta \sec^2 \theta \sec^2 \theta d\theta.$$

Zur Definition des Wellenspektrums haben wir den Ansatz (2.3.3) benutzt. Die entsprechende Form für $-x$ lautet

$$(2.3.26) \quad \varphi^f = 2V \int_0^{1/2} \cos \theta \exp(Z) [f_e(\theta) \cos X \cos Y - f_o(\theta) \sin X \sin Y + g_e(\theta) \sin X \cos Y + g_o(\theta) \cos X \sin Y] d\theta,$$

wobei, X, Y, Z die Kurzschreibweise nach Gln. (2.3.3c) ermöglichen. Wenn wir die trigonometrischen Funktionen in (2.3.25) ausschreiben und einen Koeffizientenvergleich mit (2.3.26) vornehmen, erhalten wir explizit das Spektrum der diskreten Quelle:

$$(2.3.27) \quad \begin{aligned} f_e(\theta) &= -\frac{4mk_0}{V} \sec^3 \theta \exp(k_0 c \sec^2 \theta) \sin k_0 a \sec \theta \cos(k_0 b \sin \theta \sec^2 \theta), \\ f_o(\theta) &= -\frac{4mk_0}{V} \sec^3 \theta \exp(k_0 c \sec^2 \theta) \cos(k_0 a \sec \theta) \sin(k_0 b \sin \theta \sec^2 \theta), \\ g_e(\theta) &= \frac{4mk_0}{V} \sec^3 \theta \exp(k_0 c \sec^2 \theta) \cos(k_0 a \sec \theta) \cos(k_0 b \sin \theta \sec^2 \theta), \\ g_o(\theta) &= -\frac{4mk_0}{V} \sec^3 \theta \exp(k_0 c \sec^2 \theta) \sin(k_0 a \sec \theta) \sin(k_0 b \sin \theta \sec^2 \theta). \end{aligned}$$

Entsprechende Ausdrücke für beliebige Quellverteilungen erhält man durch Summation bzw. Integration im Falle der kontinuierlichen Verteilungen. Speziell erhält man den folgenden Ausdruck für das Wellenspektrum einer vorgegebenen Schiffsform $F(x', z')$ im Sinne der Michellschen Theorie, indem man in Gln. (2.3.27) den Havelockschen Ansatz, Gln. (1.5.19), für die Quellverteilung einsetzt:

$$(2.3.28a) \quad f_o(\theta) = g_o(\theta) = 0,$$

$$(2.3.28b) \quad \begin{aligned} f_e(\theta) &= \frac{2k_o}{\tau} \sec^3 \theta \int \frac{F}{dx} \exp(k_o z \sec^2 \theta) \\ g_e(\theta) &= \int \frac{S_y}{\sin(k_o x \sec \theta)} \cdot \frac{dz dx}{-\cos(k_o x \sec \theta)} \\ &= \frac{4k_o \sec^3 \theta}{V} \begin{matrix} -Q(\theta) \\ P(\theta) \end{matrix}, \end{aligned}$$

wo $P(\theta)$ und $Q(\theta)$ die Michellschen Zwischenintegrale nach Gln. (1.4.31) sind.

*) In Gln. (2.3.28b) haben wir absichtlich das mitbewegte Koordinatensystem $Oxyz$ benutzt, weil $f(\theta)$, $g(\theta)$ nur dann, in Gln. (2.3.3) eingesetzt, das freie Wellenbild phasengerecht beschreiben. Im Rahmen der Michellschen Theorie kann die Schiffsform näherungsweise durch $F(x, z) = F(x', z')$ beschrieben werden.

Im Abschnitt 1.5.2a. sind auch noch einige andere Ansätze für den Zusammenhang zwischen Form und Quellverteilungen besprochen worden, vgl. Tafel 1.3. Sie ergeben jeweils

einen anderen Zusammenhang zwischen Wellenspektrum und Form. Im Falle der Hognerschen Interpolationsformel ist das Spektrum eine explizite Funktion der Form, man braucht in Gln. (2.3.28b) nur $\hat{P}(\theta)$, $Q(\theta)$ nach Gln. (1.5.21) einzusetzen. Bei den übrigen Ansätzen ist die Quellverteilung keine explizite Funktion der Form, siehe Tafel 1.3. Das Spektrum kann daher auch nicht explizit als eine Funktion der Form dargestellt werden. Es ist aber immer nach Gln. (2.3.27) eine explizite Funktion der Quellverteilung.

g. Tankwandeinfluß

In den vorhergehenden Abschnitten 2.3.1a bis f haben wir einen seitlich und der Tiefe nach unbeschränkten Flüssigkeitsbereich vorausgesetzt. Die erste Annahme ermöglichte einen Übergang $(x^2 + y^2)$ - in beliebiger Richtung α . Die zweite brachte eine gewisse Vereinfachung in den Ausdrücken für das Potential, Wellenbild usw. In der Praxis ist der Flüssigkeitsbereich jedoch nach jeder Richtung beschränkt. Offenbar kann man im Rahmen der stationären Strömung den Einfluß der Beschränkungen in Richtungen $x \pm$ nicht berücksichtigen. Dagegen können beliebige Beschränkungen in den Richtungen $y \pm$ und $z -$ unter der Nebenbedingung $n_x = 0$ auf Kanalwand im Prinzip als stationäre Effekte behandelt werden. Insbesondere läßt sich ein rechteckiger Kanalquerschnitt (Boden $z = -h$, Wände $y = y_m \pm b/2$) lineartheoretisch verhältnismäßig leicht behandeln. Die theoretischen Grundlagen hierfür wurden von HAVELOCK (1922) und SRETENSKI (1936) geschaffen. Neuere Darstellungen finden sich z.B. bei LUNDE (1951, S 44-50, 57-59) und EGGERS (1955, S 529-31). Ob man den Einfluß einer im Prinzip vorhandenen Beschränkung prak-

tisch berücksichtigen muß, hängt von vielen Strömungsparametern, insbesondere von der "Wandnähe" des interessierenden Teilbereichs ab. Für unsere Zwecke ist es praktisch völlig ausreichend, lediglich den Einfluß der senkrechten Kanal- oder Schlepptankwände zu betrachten, um ihn gegebenenfalls berücksichtigen zu können.

Wir bezeichnen die Tankwände mit $y = y_m \pm b/2$; dabei ist b die Tankbreite und y_m die Entfernung der Tankmitte von der Mittellängsebene $y = 0$ des Schiffes, oder ganz allgemein ein Maß für die Außermittigkeit einer Wellenstörung im Tank der Breite b . An den Tankwänden muß offenbar die folgende Randbedingung erfüllt werden:

$$(2.3.29) \quad \varphi_y(x, y_m \pm b/2, z) = 0 \text{ für } z = \zeta(x, y).$$

Außerdem ist zu bedenken, daß in einem Tank endlicher Breite nur die asymptotischen Übergänge $x \rightarrow \pm \infty$ möglich sind.

Wir betrachten daher das freie Potential φ^f nach Gln. (2.3.3) für $x = -\infty$ mit den Integrationsgrenzen $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ und versuchen, es dahingehend zu modifizieren, daß Gln. (2.3.29) zusätzlich erfüllt wird. Aus den soeben zitierten Arbeiten ist zu schließen, daß eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür die Einführung eines diskreten Spektrums anstelle eines kontinuierlichen ist. Und zwar sind folgende Fortschrittsrichtungen θ_v ausgezeichnet:

$$(2.3.30) \quad k_0 \sec^2 \theta_v \sin \theta_v = 2\pi v/b,$$

wo v alle ganz- und halbzahligen Werte von 0 bis ∞ annimmt. Mit anderen Worten kommen für die transversale Wellenzahl $u = k_0 \sec^2 \theta \sin \theta$ nur diskrete Werte u_v in gleichen Abständen $\Delta u = 2/b$ in Frage. Die Ausdrücke für das Potential φ^f und alle daraus abgeleiteten Größen lassen sich daher aus den entsprechenden Ausdrücken in unbeschränkter Flüssigkeit nach der folgenden Vorschrift formal ermitteln:

- 1) Man nimmt eine Variablensubstitution vor und drückt die Integrale in u im Bereich 0 bis u statt in θ im Bereich $-\pi/2$ bis $\pi/2$ aus.
- 2) Man spaltet die Integranden in zur Kanalmitte $y = y_m$ symmetrische und antisymmetrische Anteile, etwa durch die Umschreibungen:

$$(2.3.31) \quad \begin{aligned} \cos uy &= \cos uy_m \cos u(y-y_m) - \sin uy_m \sin u(y-y_m), \\ \sin uy &= \sin uy_m \cos u(y-y_m) + \cos uy_m \sin u(y-y_m). \end{aligned}$$

- 3) Schließlich ersetzt man die Integrale im Bereich 0 bis u durch unendliche Summen, wobei die symmetrischen Anteile über $v = 0, 1, 2, \dots$ und die antisymmetrischen über $v = 1/2, 1 1/2, 2 1/2, \dots$ summiert werden. Die Summanden erhält man, indem man jeweils die diskreten Werte der Integranden für θ_v nach Gln. (2.3.30) mit dem Intervall $\Delta u = 2/b$ multipliziert. *) Für den nullten Summanden ($v = 0$) beträgt das Intervall ausnahmsweise nur $1/b$.

*) Man kann daher die "Kanalausdrücke" auch als numerische Näherungen für "exakte" Ausdrücke in unbeschränkter Flüssigkeit auffassen, wobei die Trapezregel für die Quadratur in u mit der Schrittweite $2/b$ verwendet wird!

Nach diesem Verfahren erhält man insbesondere für das Potential φ^f aus Gln. (2.3.26), das Wellenbild ζ^f aus Gln. (2.3.13), und den Wellenwiderstand R_w aus Gln. (2.3.23) folgende Ausdrücke: *)

$$(2.3.32) \quad \varphi^f = - \frac{g}{V} \sum_{v=n}^{\infty} \frac{A_v}{w_v} \exp(k_v z) \cos w_v (x - \xi_v) \cos u_v (y - y_m) - \\ - \frac{g}{V} \sum_{v=n+1/2}^{\infty} (B_v / w_v) \exp(k_v z) \cos w_v (x - \xi_v) \sin u_v (y - y_m),$$

$$(2.3.33) \quad \zeta^f = \sum_{v=n}^{\infty} A_v \sin w_v (x - \xi_v) \cos u_v (y - y_m) + \\ + \sum_{v=n+1/2}^{\infty} B_v \sin w_v (x - \xi_v) \sin u_v (y - y_m),$$

$$(2.3.34) \quad R_w = \frac{ggb}{8} \sum_{v=n}^{\infty} A_v^2 \left(2 - \frac{k_0}{k_v}\right) + \frac{ggb}{8} \sum_{v=n+1/2}^{\infty} B_v^2 \left(2 - \frac{k_0}{k_v}\right)$$

mit

$$(2.3.36a) \quad u_v = 2\pi n/b \quad \text{bzw.} \quad 2\pi \left(n + \frac{1}{2}\right)/b,$$

$$(2.3.36b) \quad w_v = k_0 \sec \theta_v \quad \text{aus} \quad u_v = k_0 \sec^2 \theta_v \sin \theta_v$$

$$(2.3.36c) \quad k_v = k_0 \sec^2 \theta_v$$

und

$$(2.3.37) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Das stilisierte Symbol $\sum$ soll bedeuten, daß der nullte Term ($v = 0$) in der Summe mit einem Faktor $1/2$ zu multiplizieren ist.

*) Dabei haben wir gewisse Abkürzungen nach Gln. (2.3.39/40) bereits ausgenutzt.

Wir haben die obige Schreibweise aus einer möglichen Vielfalt von alternativen Darstellungen gewählt, weil sie besonders anschaulich und für praktische Anwendung geeignet ist, vgl. z.B. EGGERS (1962) und SHARMA (1963). Es ist ersichtlich, daß die Funktionen φ^f und ζ^f nach Gln. (2.3.32/33) eine Lösung der Gln. (2.3.2) darstellen, und zwar einzeln für alle n . Außerdem wird auch die Randbedingung (2.3.29) einzeln für alle n erfüllt, weil die trigonometrischen Funktionen $\cos u_v(y-y_m)$ und $\sin u_v(y-y_m)$ in $\varphi_y(x, y_{m \pm b/2}, z)$ die Argumente $\pm j(n+1/2)$, bzw. $\pm n$ haben. Das Wellenbild ζ^f nach Gln. (2.3.33) läßt sich veranschaulichen, als die Summe unendlich vieler, diskreter Elementarwellen, die auch einzeln im Kanal existieren können, siehe Abb. 2.2. Jede Elementarwelle setzt sich aus einem Paar konjugierter ebener Wellen zusammen, die sich in Richtungen $\pm\theta$ mit Geschwindigkeit $V \cos\theta$ und Länge $\lambda_\theta = (2V^2 \cos^2\theta)/g$ fortpflanzen. Die zusammengesetzte Elementarwelle bewegt sich mit Geschwindigkeit V in $\pm$ -Richtung und erfüllt die Randbedingung $\varphi_y = 0$ auf einer Reihe von Ebenen in Abständen $\Delta y = 1/k_0 \sec^2\theta \sin\theta$, die daher als mögliche Kanalwände in Frage kommen. Umgekehrt gibt es für vorgegebene V und b eine unendliche Reihe von ausgezeichneten θ - oder u -Werten nach Gln. (2.3.30), die die Elementarwellen $v = 0, 1/2, 1, 1 1/2, \dots$ charakterisieren. Den ganzzahligen v -Werten entsprechen zum Kanal symmetrische und den halbzahligen antimetrische Elementarwellen der Amplituden A_v , bzw. B_v . Auch die Funktionen φ^f und die Größen R_w und K_y^w lassen sich sinngemäß in einem zum Kanal symmetrischen und einen antimetrischen

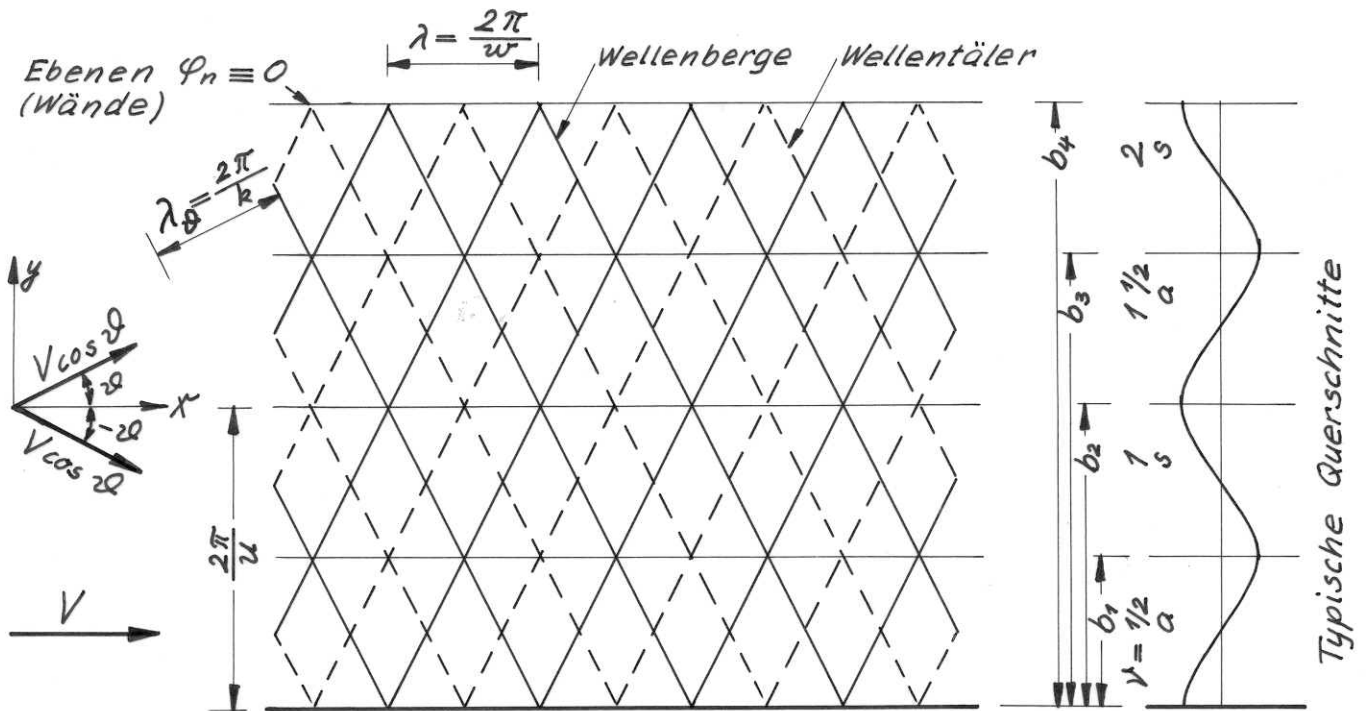
Anteil aufspalten. Die Phase ξ_v fixiert die Lage der Wellenberge und -täler und ist daher von einer Koordinatenverschiebung abhängig, hat jedoch auf R_w oder K_y^w keinen Einfluß. Gln. (2.3.36) zeigt die Beziehung zwischen der Wellenzahl $k = 2\pi/\lambda_\theta$ der ebenen Welle und den induzierten Transversal- und Longitudinalwellenzahlen u und w der Elementarwelle. Die Richtung θ tritt dabei als eine anschauliche Zwischengröße auf. Unter Ausnutzung der folgenden Relation kann man u_v , w_v und k_v auch als explizite Funktionen der

$$(2.3.38) \quad \cos \theta_v = \frac{k_0}{u_v} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{1 + (2u_v/k_0)^2} - 1 \right]^{-1/2}.$$

Grundvariablen k_0 , b und der Laufvariablen v darstellen. Nebenbei sei bemerkt, daß die Richtung θ_v nur von der dimensionslosen "Kanal-Froudezahl" $k_0 b = bg/V^2$ und der "Kanalwellenzahl" v abhängt. In dynamisch ähnlichen Kanälen ($k_0 b = \text{const}$) besteht eine geometrische, oder besser kinematische, Ähnlichkeit der Wellenkonfiguration.

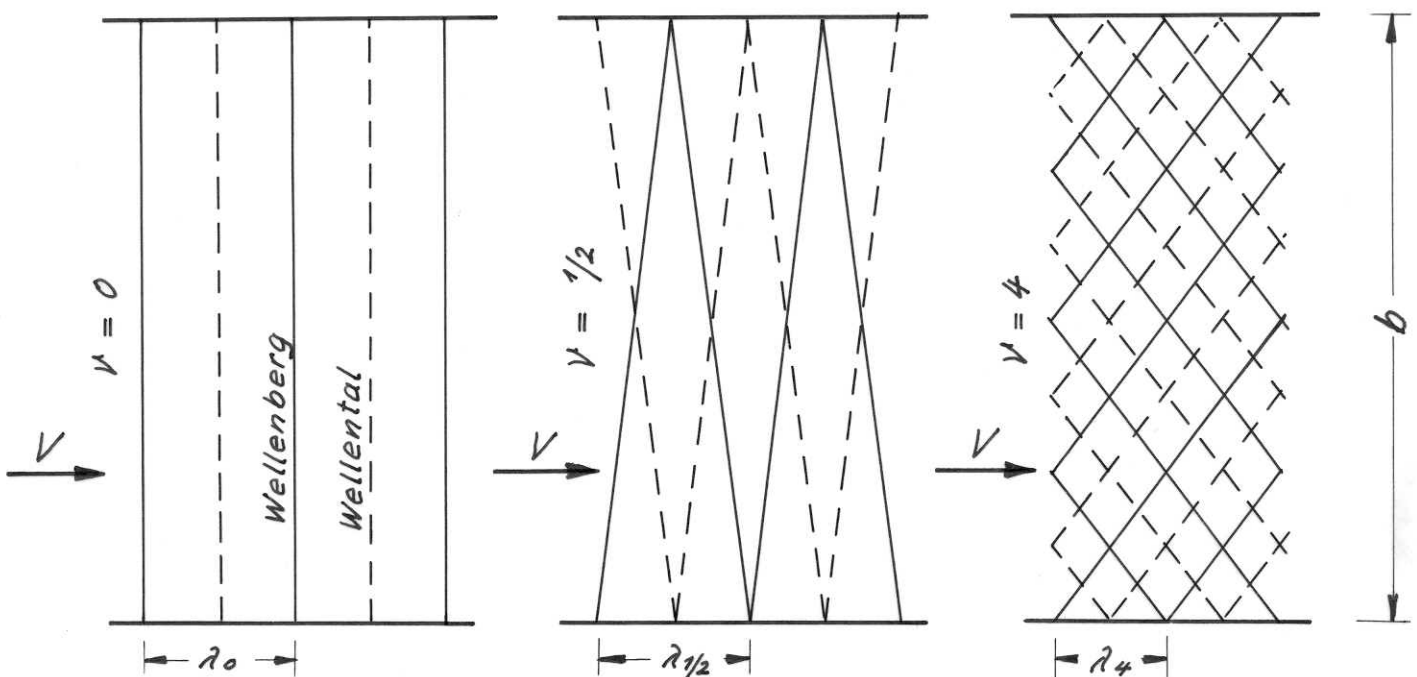
Schließlich sei noch auf den Zusammenhang zwischen dem bisherigen Wellenspektrum $f(\theta)$, $g(\theta)$ und dem jetzigen, auf den Kanal bezogenen Wellenspektrum A_v , B_v , ξ_v hingewiesen. Ein Koeffizientenvergleich zwischen Gln. (2.3.26) und (2.3.32) unter Berücksichtigung der soeben angegebenen "Diskretisierungsvorschrift" liefert die linearen Gleichungssysteme:

$$(2.3.39) \quad \begin{aligned} A_v \cos w_v \xi_v &= - \frac{4\pi}{k_0 b} \frac{\cos^3 \theta_v}{(1 + \sin^2 \theta_v)} \left[f_e(\theta_v) \cos u_v y_m + g_o(\theta_v) \sin u_v y_m \right], \\ A_v \sin w_v \xi_v &= - \frac{4\pi \cos^3 \theta_v}{k_0 b (1 + \sin^2 \theta_v)} \left[g_e(\theta_v) \cos u_v y_m - f_o(\theta_v) \sin u_v y_m \right], \\ v &= 0, 1, 2, \dots, \end{aligned}$$



$$k_0 = g/V^2; \quad k = k_0 \sec^2 \vartheta; \quad w = k_0 \sec \vartheta; \quad u = k_0 \sec^2 \vartheta \sin \vartheta = 2\pi V/b$$

a) Zulässige Kanalbreiten für eine gegebene Elementarwelle (V und ϑ vorgegeben; b variabel)



b) Zulässige Elementarwellen im Kanal gegebener Breite (V und b vorgegeben; ϑ variabel)

Abb. 2.2 Elementarwellen im Kanal

$$(2.3.40) \quad v = 1/2, 1 \ 1/2, 2 \ 1/2, \dots :$$

$$bB_v \cos w_v \xi_v = - \frac{4 \cos^3 \theta_v}{k_0 b (1 + \sin^2 \theta_v)} g_0(\theta_v) \cos u_v y_m - f_e(\theta_v) \sin u_v y_m ,$$

$$B_v \sin w_v \xi_v = \frac{4 \cos^3 \theta_v}{k_0 b (1 + \sin^2 \theta_v)} f_0(\theta_v) \cos u_v y_m + g_e(\theta_v) \sin u_v y_m .$$

Es ist zu beachten, daß A_v und B_v als Amplituden positiv definite Größen sind. Die Phase ξ_v als Faktor im Argument einer trigonometrischen Funktion ist nur bis auf ein Vielfaches von $(2\pi / w_v)$ eindeutig bestimmbar.

Es läßt sich zeigen, daß die Kanalausdrücke (2.3.32-37) für eine numerische Auswertung etwas besser geeignet sind als die entsprechenden Ausdrücke in unbeschränkter Flüssigkeit, wenn man die Wellenanalyse nach dem Querschnittsverfahren durchführen will. Es liegt eben daran, daß wir im Kanal mit ~~dem~~ endlichem Bereich $y_m - \frac{b}{2} < y < y_m + \frac{b}{2}$ statt eines unendlichen Bereichs zu tun haben. Man kann daher die Funktion $\zeta^f(x, y)$ als periodisch mit der Grundperiode b ansehen und statt der Fourier-Transformation eine einfache Fourieranalyse anwenden. Man muß dabei die aus der Randbedingung (2.3.29) resultierende besondere Eigenschaft der Funktion $\zeta^f(x, y)$ berücksichtigen:

$$(2.3.41) \quad \frac{\zeta^f(x, y)}{y} = \frac{V}{g} \varphi_{xy}^f(x, y, 0) \equiv 0 \text{ für } y = y_m \pm b/2.$$

2.3.2. Praktische Wellenanalyse

Wir wollen jetzt untersuchen, wie man ein wirkliches, z.B. im Modellversuch gemessenes oder meßbares Wellenbild analysieren kann. Nach dem in Abschnitt 1.3.4. besprochenen Grundsatz können wir das wirkliche Wellenbild formal genauso analysieren wie das ideale. Wir dürfen nur nicht von einem exakten Wellenspektrum oder -widerstand reden, sondern nur von einem scheinbaren Spektrum bzw. Widerstand, weil wir von vornherein wissen, daß die idealen Voraussetzungen der Wellenanalyse in Wirklichkeit einfach nicht gegeben sind. Ob diese scheinbaren Größen einen praktischen Wert haben, kann erst eine konkrete experimentelle Untersuchung zeigen.

Die idealisierte Wellenanalyse des vorhergehenden Kapitels 2.3.1. beruht auf einem ganz speziellen Ansatz für das Wellenbild, nämlich $\zeta^f(x,y)$ nach Gln. (2.3.3), Faßt man nun das Wellenbild ganz allgemein als eine willkürliche Funktion von zwei Variablen (x,y) auf, so schränkt dieser Ansatz die Klasse der in Frage kommenden Funktionen ein bis auf zwei Funktionen $f(\theta)$, $g(\theta)$ einer Variablen θ . Das Wellenspektrum kann daher als der Freiheitsgrad des Ansatzes $\zeta^f(x,y)$ angesehen werden. Wir haben gesehen, daß das theoretische Wellenbild in einer idealen Flüssigkeit unter recht allgemeinen Voraussetzungen mit zunehmender Entfernung von der Wellenstörung asymptotisch diesem Ansatz entspricht. Das wirklich gemessene Wellenbild $\zeta(x,y)$ wird jedoch i.a. diesem Ansatz nicht exakt genügen können, und zwar aus den folgenden Gründen:

a. Einfluß des lokalen Wellensystems: Selbst in einer idealen Flüssigkeit wäre eine "Messung" nur in einem endlichen

Abstand von der Wellenstörung möglich. Schon die linearisierte Wellentheorie zeigt, daß das Wellenbild außer dem freien Wellensystem, das dem Ansatz $\zeta^f(x,y)$ entspricht, noch ein sogenanntes lokales Wellensystem von der Größenordnung $O(\frac{1}{r})$ enthält, vgl. Gln. (2.3.6). Diese Restterme würden sich für endliche r -Werte in zunehmendem Maße bemerkbar machen. Es würde jedoch vollkommen genügen, wenn es uns gelingt, durch einen besonderen Ansatz das freie Wellensystem von dem lokalen zu trennen.

b. Einfluß der Zähigkeit: Jede wirkliche Messung ist nur in einer zähen Flüssigkeit möglich. Im allgemeinen wäre in einer zähen Flüssigkeit der Ansatz $\zeta^f(x,y)$ für das wirkliche Wellenbild unsachgemäß. Wir betrachten jedoch vereinbarungsgemäß nur Strömungen bei hohen Reynoldszahlen, so daß außerhalb eines beschränkten Nachstromgebietes N mit hinreichender Genauigkeit Potentialströmung vorausgesetzt werden darf. Das Gebiet N im Falle der gleichförmigen Bewegung eines Schiffes ist nur in den Richtungen $y^2 + z^2 \rightarrow \infty$ beschränkt. Hinter dem Schiff erstreckt sich N bis ins Unendliche $x \rightarrow -\infty$. Wenn wir trotzdem annehmen, daß die äußere Potentialströmung durch eine Singularitätenverteilung in einem nach allen Richtungen beschränkten Gebiet dargestellt werden kann, so können wir aufgrund der linearisierten Wellentheorie das äußere Wellenbild mit $\zeta^f(x,y) + O(\frac{1}{r})$ ansetzen. Dieses Wellenbild braucht mit dem Wellenbild der gleichen Schiffsform in idealer Flüssigkeit keineswegs übereinzustimmen. Wir nehmen nur an, daß es im Prinzip durch den gleichen allgemeinen Ansatz beschrieben wird. Die Unterschiede offenbaren sich in den Wellenspektren $f(\theta)$, $g(\theta)$ und damit natürlich auch im Wellenwiderstand. Eine besondere Schwierigkeit

ergibt sich, wenn das anzuwendende Wellenanalyseverfahren Wellenmessungen im Nachstromgebiet N erfordert. Dies ist z.B. bei dem Querschnittsverfahren der Fall. Es ist daher, daß das Wellenbild dort dem Ansatz $\eta(x,y)$ nicht genau entspricht. Wir müssen entweder das äußere Wellenbild nach einem geeigneten Ansatz in das Gebiet N extrapolieren oder aber in erster Näherung einfach das dort vorhandene Wellenbild analysieren.

c. Einfluß der Versuchs- und Meßungenauigkeiten: Jedes wirkliche Wellenbild wird von dem entsprechenden theoretischen Gedankenmodell mehr oder minder abweichen, je nachdem, welche vereinfachenden Annahmen in der Theorie gemacht werden. Selbst wenn alle wesentlichen Gesetzmäßigkeiten durchaus wirklichkeitsnahe berücksichtigt werden, können Abweichungen von einem theoretischen Einzelmodell dadurch auftreten, daß die Versuchsbedingungen nicht exakt eingehalten werden können. Selbst in einem Modellversuch ist es nicht immer möglich, alle Störeinflüsse auf das Wellenbild in gewünschtem Maße auszuschalten. Wir wollen nur einige Beispiele nennen. Eine ungenaue Geschwindigkeitsregelung des Schleppmodells und andere Bewegungen des i.a. freitrimmenden Modells können erhebliche, unkontrollierbare und unbeabsichtigte instationäre Effekte hervorrufen. Die endliche Tanklänge und die dadurch begrenzte Fahrzeit kann auch einen nur langsam abklingenden, instationären systematischen Resteffekt hinterlassen.

Schließlich ist zu bedenken, daß ein tatsächlich vorhandenes Wellenbild zum Zwecke der Analyse nicht exakt aufgemessen werden kann. Die Meßfehler können sowohl systematischer

als auch zufälliger Art sein. Ein Versuchs- und Meßverfahren ist nur dann annehmbar, wenn die zufälligen Fehler verhältnismäßig klein sind und durch Mittlung im gewünschten Grade ausgeglichen werden können. Andererseits können auch verhältnismäßig große systematische Fehler durch relativ geringen Aufwand eliminiert werden, wenn man sie durch einen geeigneten Ansatz erfassen kann.

Für die praktische Wellenanalyse ist es von entscheidender Bedeutung, ob es gelingt, die prinzipiellen Unvollkommenheiten des theoretischen Gedankenmodells von den systematischen und zufälligen Versuchs- und Meßungenauigkeiten zu trennen. Es ist daher zweckmäßig, ein praktisches Anwendbarkeitskriterium zu entwickeln, das es in jedem Einzelfall gestattet, anhand der vorliegenden Meßergebnisse über die Brauchbarkeit des theoretischen Ansatzes $\zeta^f(x,y)$ zu entscheiden und gleichzeitig die Fehler quantitativ abzuschätzen. Das praktische Kriterium wird im einzelnen davon abhängen, welches von den im ~~Kapitel~~ 2.2.1. besprochenen Verfahren der Wellenanalyse tatsächlich angewandt werden soll. Die folgende Betrachtung beschränkt sich auf das Querschnittsverfahren.

d. Das praktisch meßbare Wellenbild

$\zeta(x,y)$ sei das in einem geeigneten, endlichen Bereich $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$ hinter dem Modell kontinuierlich gemessene Wellenbild. Die seitliche Beschränkung des Bereiches kann entweder durch die wirklichen Tankwände $y_m \pm \frac{b}{2}$ natürlich gegeben oder technisch durch die beschränkte Meßgenauigkeit geboten sein. Im ersten Fall gilt $y_1 = y_m - b/2$, $y_2 = y_m + b/2$. Die Wellenhöhe an den Wänden $\zeta(x, y_m \pm b/2)$ kann beliebig sein. Im zweiten Fall gilt

$$(2.3.42) \quad y_1 \leq y_m - \frac{b}{2}, \quad y_2 \leq y_m + \frac{b}{2};$$

$$|\zeta(x,y)| \leq \epsilon \quad \text{für} \quad y_m - \frac{b}{2} \leq y \leq y_1,$$

$$y_2 \leq y \leq y_m + \frac{b}{2};$$

$$x_1 \leq x \leq x_2.$$

Dabei ist ϵ eine meßtechnisch bedingte Toleranz. Es ist offensichtlich, daß man in diesem Fall das gemessene Wellenbild $\zeta(x,y)$ außerhalb des Bereiches $y_1 \leq y \leq y_2$ identisch Null fortsetzen kann. Eine numerische Auswertung mit beliebigen, hypothetischen Kanalwänden $y_m \pm \frac{b}{2}$ wäre ohne jeden signifikanten Kanalwandeinfluß, vorausgesetzt, daß die fiktiven Größen (y_m, b) die Bedingung (2.3.42) erfüllen. Wir wollen die Größen y_m und b also stets in diesem doppelten Sinne verwenden.

Ferner wollen wir annehmen, daß folgende Randbedingungen stets erfüllt werden, vgl. Gln. (2.3.41):

$$(2.3.43) \quad \frac{\zeta}{y} = 0 \quad \text{für} \quad y = y_1, y_2; \quad x_1 \leq x \leq x_2.$$

Fallen die Ränder y_1, y_2 mit den wirklichen Tankwänden $y_m \pm \frac{b}{2}$ zusammen, so wird das wirkliche und eventuell auch das gemessene Wellenbild wegen der Oberflächenspannung diese Bedingung nicht erfüllen. Aber in diesem Fall kann eine praktisch völlig unbedeutende "Korrektur" des gemessenen Wellenbildes vorgenommen werden, um (2.3.43) zu genügen.

Wir können die auf diese Weise im Bereich $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_m - \frac{b}{2} \leq y \leq y_m + \frac{b}{2}$ definierte empirische Funktion $\zeta(x,y)$ unter sehr allgemeinen Voraussetzungen durch

die folgende Fourier-Reihe darstellen:

$$(2.3.44) \quad \zeta(x, y) = \sum_{v=n}^{\infty} a_v(x) \cos u_v(y-y_m) + \sum_{v=n+1/2}^{\infty} b_v(x) \sin u_v(y-y_m),$$

mit $u_v = 2\pi v/b$ nach Gln. (2.3.36a). Die "Fourier-Koeffizienten" $a_v(x)$, $b_v(x)$ sind zunächst ganz allgemeine Funktionen von x . Nach bekannten Sätzen der Fourieranalyse können wie folgt aus den Querschnitten ($x = \text{const}$) des Wellenbildes $\zeta(x, y)$ ermittelt werden:

$$(2.3.45a) \quad a_n(x) = \frac{2}{b} \int_{y_m-b/2}^{y_m+b/2} \zeta(x, y) \cos \left[\frac{y-y_m}{b} 2\pi n \right] dy \\ = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta(x, y_m + \frac{b}{2}) \cos(\omega n) d\omega,$$

$$(2.3.45b) \quad b_{n+1/2}(x) = \frac{1}{b} \int_{y_m-b}^{y_m+b} \zeta(x, y) \sin \left[\frac{y-y_m}{b} 2\pi(n+\frac{1}{2}) \right] dy \\ = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta(x, y_m + \frac{b}{2}) \sin \frac{\omega}{2}(2n+1) d(\frac{\omega}{2}),$$

mit

$$(2.3.45c) \quad \omega = 2\pi \frac{y-y_m}{b}, \quad y = y_m + \frac{b\omega}{2\pi}; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Es sei hier auf die besondere Normierung der Fourier-Koeffizienten a_v , b_v hingewiesen. Nach Gln. (2.3.45a) sind a_n die gewöhnlichen Cosinus-Koeffizienten, wobei der Grund-

periode $y_m - b/2 \leq y \leq y_m + b/2$ der trigonometrische Argumentenbereich $-\pi \leq \omega \leq \pi$ zugeordnet wird. Die $b_{n+1/2}$ dagegen sind Pseudosinus-Koeffizienten. Um sie als gewöhnliche Sinus-Koeffizienten zu deuten, ist es zweckmäßig, den Definitionsbereich der Funktion $\zeta(x,y)$ durch Spiegelung an den Tankwänden $y_m \pm \frac{b}{2}$ zu verdoppeln.

$$(2.3.46) \quad y_m \leq y \leq y_m + b : \quad \zeta(x,y) = \zeta(x, 2y_m + b - y) ,$$

$$y_m - b \leq y \leq y_m : \quad \zeta(x,y) = \zeta(x, 2y_m - b - y) .$$

Nach Gln. (2.3.45b) sind $b_{n+1/2}$ dann die gewöhnlichen ungeraden Sinus-Koeffizienten der erweiterten Funktion $\zeta(x,y)$ mit der Grundperiode $y_m - b \leq y \leq y_m + b$ entsprechend $-\pi \leq \frac{\omega}{2} \leq \pi$. Daraus ist auch ersichtlich, daß die Gesamtheit der hier auftretenden trigonometrischen Funktionen ein vollständiges orthogonales System bildet. Die Darstellung (2.3.44) ist daher ganz allgemein für beliebige stetige Funktionen $\zeta(x,y)$ mit der Eigenschaft (2.3.43).

e. Anwendbarkeitskriterium

Wenn wir jetzt dieses gemessene Wellenbild nach dem theoretischen Gedankenmodell eines linearisierten freien Wellensystems $\zeta^f(x,y)$ analysieren wollen, so müssen wir den Ansatz (2.3.33) verwenden. Sind die Tankwände $y_m \pm \frac{b}{2}$ reell, so ist Gln. (2.3.33) der linear-theoretisch allgemeinste und exakte Ausdruck für ein freies Wellensystem. Sind die Tankwände $y_m \pm \frac{b}{2}$ aber fiktiv, so ist Gln. (2.3.33) eine numerische Approximation, deren Fehler kleiner als die durch Gln. (2.3.42) festgelegte Meßungenauigkeit ist. Zusammenfassend können wir sagen, daß der theoretische Ansatz $\zeta^f(x,y)$ für das praktisch gemessene Wel-

lenbild $\zeta(x,y)$ nach Gln. (2.3.33 und 44) der folgenden Annahme über die Fourier-Koeffizienten der Wellenquerschnitte gleichkommt:

$$(2.3.47a) \quad a_v(x) = A_v \sin w_v(x - \xi_v) \quad \text{für} \quad v = n;$$

$$(2.3.47b) \quad b_v(x) = B_v \sin w_v(x - \xi_v) \quad \text{für} \quad v = n + \frac{1}{2}.$$

Dabei sind die Koeffizienten w_v durch die Geschwindigkeit V und Kanalbreite b nach Gln. (2.3.36 und 38) explizit vorgegeben.

$$(2.3.47c) \quad w_v = u_v \sqrt{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{2u_v}{k_0} \right)^2} - 1 \right]^{-1/2},$$

$$u_v = 2\pi v/b, \quad k_0 = g/V^2.$$

Lediglich die ~~Amplituden~~ A_v , B_v und die Phasen ξ_v sind die freien Parameter, die jedoch i.a. durch die Angabe der Fourier-Koeffizienten für zwei x -Werte im Bereich $x_1 < x < x_2$ nach Gln. (2.3.47) eindeutig bestimmt werden. Der Ansatz $\zeta^f(x,y)$ gestattet also nur die Vorgabe zweier willkürlicher Wellenquerschnitte; das übrige Wellenbild wird dadurch eindeutig bestimmt.

Das liefert uns das gesuchte Anwendbarkeitskriterium: der theoretische Ansatz $\zeta^f(x,y)$ für das gemessene Wellenbild $\zeta(x,y)$ ist nur dann sachgemäß und sinnvoll, wenn die Fourier-Koeffizienten der gemessenen Wellenquerschnitte in einem endlichen Bereich für mehr als zwei x -Werte durch den Ansatz (2.3.47) dargestellt werden können. Wegen der in den Abschnitten 2.3.3a bis c erwähnten Erscheinungen wird das Kriterium in der Praxis niemals exakt er-

füllt werden können. Wir können jedoch die Abweichungen als die mittleren Fehler der Fourier-Koeffizienten quantitativ abschätzen. Sind die Fehler von der Größenordnung der Meßungenauigkeit, so ist der theoretische Ansatz bestätigt und brauchbar. Wenn es uns gelingt; den theoretischen Ansatz einmal unter besonders günstigen und sorgfältigen Versuchsbedingungen mit hoher Meßungenauigkeit zu bestätigen, so können wir ihn in anderen Fällen zum Prinzip erheben und die Abweichungen des gemessenen Wellenbildes von dem Ansatz zur Abschätzung der zufälligen und systematischen Meßfehler verwenden. Wir können noch einen Schritt weitergehen und auf diese Weise die im Abschnitt 2.3.2a. und b. besprochenen Restterme wie das lokale Wellensystem ermitteln und vom freien Wellensystem trennen. Die sorgfältige Bestätigung dieses Kriteriums für die Anwendbarkeit der linearisierten Wellentheorie wird daher im Mittelpunkt unserer experimentellen Arbeit stehen.

f. Ausnutzung der überschüssigen Information

Es sollen mehrere gemessene Wellenquerschnitte $\zeta(x_i, y)$ vorliegen. Die Fourieranalyse nach Gln. (2.3.45) ergibt dann die entsprechenden Koeffizienten $a_v(x_i)$, $b_v(x_i)$ und der Ansatz (2.3.47) liefert die Bestimmungsgleichungen für das Spektrum A_v , B_v , ξ_v :

$$(2.3.48) \quad a_v(x_i) = A_v \sin w_v(x_i - \xi_v).$$

Im folgenden wollen wir nur die ganzzahligen v betrachten; die Formeln für halbzahlige v sind völlig analog.

Es ist zweckmäßig, die folgenden Abkürzungen zu verwenden:

$$(2.3.49) \quad \alpha_v = -A_v \cos w_v \xi_v, \quad \beta_v = A_v \sin w_v \xi_v.$$

Wir haben also nach (2.3.48) das folgende lineare Gleichungssystem zu lösen:

$$(2.3.50) \quad \alpha_v \sin w_v x_i + \beta_v \cos w_v x_i = a_v(x_i).$$

Die unbekannten Koeffizienten α_v, β_v sind i.a. durch die Angabe der Wertepaare $a_v(x_{1,2})$ eindeutig bestimmt:

$$(2.3.51) \quad \begin{aligned} \alpha_v &= \frac{a_v(x_1) \cos w_v x_2 - a_v(x_2) \cos w_v x_1}{\sin w_v (x_1 - x_2)}, \\ \beta_v &= \frac{a_v(x_1) \sin w_v x_2 - a_v(x_2) \sin w_v x_1}{\sin w_v (x_1 - x_2)}. \end{aligned}$$

Liegen aber mehr als zwei gemessene Wellenquerschnitte $i = 1, 2, \dots, M$ vor, so verfügen wir über überschüssige Informationen. Wir können sie sinnvoll ausnützen, um etwa nach dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate im Sinne der Ausgleichsrechnung Mittelwerte für α_v, β_v und ihre mittleren Fehler zu berechnen. Dazu müssen wir die folgende Fehlerquadratsumme minimalisieren:

$$\sum_{i=1}^M \left[a_v(x_i) - \alpha_v \sin(w_v x_i) - \beta_v \cos(w_v x_i) \right]^2.$$

Das führt zu einem linearen Gleichungssystem, das wir mit den folgenden Abkürzungen

$$(2.3.52a) \quad \sum_1 = \sum_{i=1}^M \sin^2(w_v x_i), \quad \sum_2 = \sum_{i=1}^M \cos^2(w_v x_i),$$

$$\sum_3 = \sum_{i=1}^M \sin(w_v x_i) \cos(w_v x_i),$$

$$\sum_4 = \sum_{i=1}^M a_v(x_i) \sin(w_v x_i),$$

$$\sum_5 = \sum_{i=1}^M a_v(x_i) \cos(w_v x_i)$$

in Matrixschreibweise darstellen können:

$$(2.3.52b) \quad \begin{pmatrix} \sum_1 & \sum_3 \\ \sum_2 & \sum_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_v \\ \alpha_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_4 \\ \sum_5 \end{pmatrix}.$$

Die mittleren Werte $\bar{\alpha}_v$, $\bar{\beta}_v$ der unbekannten Koeffizienten erhält man als Lösung dieses Gleichungspaares:

$$(2.3.53) \quad \bar{\alpha}_v = \frac{1}{D} (\sum_1 \sum_5 - \sum_3 \sum_4) ;$$

$$\bar{\beta}_v = \frac{1}{D} (\sum_2 \sum_4 - \sum_3 \sum_5) ,$$

wobei wir mit $D = \sum_1 \sum_2 - \sum_3 \sum_3$ die Determinante des Systems bezeichnen. Maßgebend für die Bestimmung der mittleren Fehler der ausgeglichenen Unbekannten und deren Funktionen ist der mittlere Fehler des Ausgleiches

$$(2.3.54a) \quad (\bar{m})^2 = \frac{1}{M-2} \sum_{i=1}^M \left[a_v(x_i) - \bar{\alpha}_v \sin(w_v x_i) - \bar{\beta}_v \cos(w_v x_i) \right]^2$$

und die inverse Normalgleichungsmatrix:

$$(2.3.54b) \quad \underline{Q} = \begin{pmatrix} \overline{\angle_1} & \overline{\angle_3} \\ \overline{\sum_3} & \overline{\sum_2} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} \overline{\angle_2} & -\overline{\angle_3} \\ -\overline{\angle_3} & \overline{\sum_1} \end{pmatrix} .$$

Hieraus erhält man nach bekannten Regeln der Ausgleichsrechnung, vgl. z.B. ZURMÜHL (1961, S 291-294), die mittleren Fehler:

$$(2.3.55) \quad \Delta\alpha_v = \overline{m} \sqrt{\overline{\sum_1}/D} ; \quad \Delta\beta_v = \overline{m} \sqrt{\overline{\sum_3}/D} .$$

Die mittleren Werte der Amplitude und Phase ergeben sich nach Gln. (2.3.49) als

$$(2.3.56) \quad \overline{A}_v = \sqrt{\overline{\alpha}_v^2 + \overline{\beta}_v^2} ; \quad \overline{\xi}_v = -\frac{1}{w_v} \arctg(\overline{\alpha}_v/\overline{\beta}_v) .$$

Schließlich erhält man nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz, siehe ZURMÜHL (1961, S 296 - 7), die mittleren Fehler der Amplituden und Phasen:

$$(2.3.57) \quad \Delta A_v = (\overline{A}_v)^{-1} \left[(\overline{\alpha}_v \Delta\alpha_v)^2 + (\overline{\beta}_v \Delta\beta_v)^2 - 2\overline{\alpha}_v \overline{\beta}_v \overline{m}^2 \overline{\sum_3}/D \right]^{1/2} ,$$

$$\Delta \xi_v = (w_v \overline{A}_v^2)^{-1} \left[(\overline{\alpha}_v \Delta\alpha_v)^2 + (\overline{\beta}_v \Delta\beta_v)^2 + 2\overline{\alpha}_v \overline{\beta}_v \overline{m}^2 \overline{\sum_3}/D \right]^{1/2} .$$

Die Größenordnung der mittleren Fehler nach Gln. (2.3.54/55/57) ist maßgebend für die Beurteilung der Güte des Ausgleichs. Sie entscheidet letztlich darüber, ob der theoretische Ansatz, Gln. (2.3.44), in einem gegebenen Fall auch praktisch sinnvoll ist. Wir erhalten damit ein quantitatives Maß für die Richtigkeit unserer Wellenanalyse.

Es sei betont, daß die Wellenanalyse eigentlich ein zweidimensionales Ausgleichsproblem darstellt, weil die Wellenhöhe ζ eine Funktion von zwei Variablen (x,y) ist. Wir haben im Vorhergehenden nur eine Ausgleichsrechnung bezüglich x ausgeführt. Das wird damit begründet, daß die trigonometrischen Funktionen $\cos u_v(y-y_m)$ und $\sin u_v(y-y_m)$ in Gln. (2.3.44) ein vollständiges System bezüglich der Variable y bilden, wenn alle v -Werte $0, 1/2, 1, 1\ 1/2, \dots$ berücksichtigt werden. In der Praxis ist es nur möglich, eine endliche Anzahl von Fourier-Koeffizienten für jeden gegebenen Wellenschnitt $\zeta(x_i, y)$ zu berechnen. Es empfiehlt sich daher, bei der Berechnung der Fourier-Koeffizienten auch bezüglich y das Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate anzuwenden. Dies ist automatisch der Fall, wenn die Fourier-Analyse etwa nach dem Verfahren von Runge durchgeführt wird, vgl. ZURMÜHL (1961, S 326-328). Wir wollen annehmen, daß die gemessenen Wellenhöhen $\zeta(x_i, y_j)$ an jedem der M Schnitte $i = 1, 2, \dots, M$ an jeweils $(2N+1)$ Stützstellen $j = -N, -N+1, \dots, 0, \dots, N-1, N$ vorliegen. Die Variable y_j läuft von $y_{-N} = y_m - b/2$ bis $y_N = y_m + b/2$ und die Abstände $y_{j+1} - y_j$ seien alle gleich $b/2N$. Für die Fourier-Koeffizienten ergeben sich dann statt Gln. (2.3.45) die folgenden Formeln:

$$(2.3.58a) \quad a_v(x_i) = \frac{1}{2N} \sum_{j=-2N}^{2N-1} \zeta(x_i, y_j) \cos\left(\frac{y_j - y_m}{b} 2\pi v\right)$$

für $v = 0, 1, \dots, n$;

$$(2.3.58b) \quad b_v(x_i) = \frac{1}{2N} \sum_{j=-2N}^{2N-1} \zeta(x_i, y_j) \sin\left(\frac{y_j - y_m}{b} 2\pi v\right)$$

für $v = \frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, \dots, n - \frac{1}{2}$.

Dabei wird der Summationsbereich in y durch Spiegelung an

den Intervallenden gemäß Gln. (2.3.46) auf $y_m - b \leq y \leq y_m + b$ erweitert. Aus $(2N+1)$ Meßpunkten in jedem Wellenschnitt können höchstens $(N+1)$ Koeffizienten a_v und N Koeffizienten b_v berechnet werden. Ist die Anzahl der berechneten Koeffizienten $(2n+1)$ kleiner als die Anzahl der Meßpunkte $(2N+1)$, so stellen die Formeln (2.3.58) eine Annäherung im Sinne der Ausgleichsrechnung dar. Wegen der Orthogonalität der Kreisfunktionen erfolgt die Rechnung für jedes v einzeln und unabhängig von den übrigen v -Werten. Aus dem gleichen Grunde ist es zulässig, die Ausgleichsrechnung bezüglich der Variablen y und x nacheinander vorzunehmen.

Wir haben also die gemessenen Werte $\zeta(x_i, y_j)$ an insgesamt $M(2N+1)$ Stützstellen, die wir durch die folgende Funktion

$$\sum_{v=0}^n A_v \sin w_v (x - \xi_v) \cos u_v (y - y_m) + \sum_{v=\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} B_v \sin w_v (x - \xi_v) \sin u_v (y - y_m)$$

mit $2(2n+1)$ Unbekannten anzunähern haben. Die Ausgleichsrechnung erfolgt schrittweise aufgrund der Gln. (2.3.58) und Gln. (2.3.52 & 57). Wir können an jedem Punkt den Fehler der Wellenhöhe

$$(2.3.59) \quad \Delta \zeta_{ij} = \zeta(x_i, y_j) - \sum_{v=0}^n \bar{A}_v \sin w_v (x_i - \bar{\xi}_v) \cos u_v (y_j - y_m) - \sum_{v=\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \bar{B}_v \sin w_v (x_i - \bar{\xi}_v) \sin u_v (y_j - y_m)$$

eingeführen und daraus den mittleren Fehler in jedem Schnitt

$$(2.3.60a) \quad \overline{\Delta \zeta_i^2} = \frac{1}{2(N-n)} \sum_{j=-N}^N (\Delta \zeta_{ij})^2$$

oder den mittleren Fehler des gesamten Ausgleichs

$$(2.3.60b) \quad \overline{\Delta\zeta^2} = \frac{1}{M(2N+1)-2(2n+1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=-N}^N (\Delta\zeta_{ij})^2$$

errechnen. Die Fehler der Wellenhöhe nach Gln. (2.3.60) haben gegenüber den früher abgeleiteten Fehlern, Gln. (2.3.55/57), den Vorteil, daß man sie unmittelbar mit der geschätzten Ungenauigkeit des Wellenmaßverfahrens vergleichen kann.

g. Scheinbares Wellenspektrum und scheinbarer Wellenwiderstand

Nach dem am Anfang des vorliegenden Abschnittes 2.3.2. vereinbarten Grundsatz müssen wir das aus gemessenen Wellenhöhen ermittelte Wellenspektrum als das "scheinbare" Wellenspektrum bezeichnen. Den entsprechenden scheinbaren Wellenwiderstand können wir daraus nach Gln. (2.3.34) ableiten:

$$(2.3.61) \quad \tilde{R}_w = \frac{\rho g b}{8} \sum_{v=0}^n A_v^2 \left(2 - \frac{k_0}{k_v}\right) + \frac{\rho g b}{8} \sum_{v=\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} B_v^2 \left(2 - \frac{k_0}{k_v}\right) .$$

Falls mehr als zwei Wellenquerschnitte vorliegen und nach dem vorhergehenden Abschnitt ausgewertet werden, so kann man aus den mittleren Amplituden $\bar{A}_v$ und $\bar{B}_v$ einen mittleren Widerstand im Sinne der Ausgleichsrechnung erhalten. Unter gewissen Vorbehalten kann man sogar den Fehler des Wellenwiderstandes abschätzen:

$$(2.3.62) \quad \Delta \tilde{R}_w = \frac{qgb}{4} \left[\sum_{v=0}^n (\bar{A}_v \Delta A_v)^2 \right]^{1/2} + \frac{qgb}{4} \left[\sum_{v=\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} (\bar{B}_v \Delta B_v)^2 \right]^{1/2}.$$

Dabei sind die Amplituden $\bar{A}_v$, $\bar{B}_v$ und Fehler ΔA_v , ΔB_v gemäß Gln. (2.3.56/57) einzusetzen. Diese Fehlerabschätzung ist, streng genommen, nicht ganz einwandfrei, weil wir das Fehlerfortpflanzungsgesetz für eine Funktion von $(2n + 1)$ stochastisch unabhängigen Variablen angewandt haben, vgl. ZURMÜHL (1961, S 280). Es ist jedoch nicht ganz offensichtlich, ob die Größen $\bar{A}_v$ und $\bar{B}_v$ zu diesem Zweck als stochastisch unabhängig angesehen werden dürfen. Auf jeden Fall ergibt Gln. (2.3.62) ein zuverlässiges und eindeutiges Maß für die Güte des Ausgleichs im Hinblick auf seine Anwendung für die Bestimmung des Wellenwiderstandes.

Wenn man den scheinbaren Wellenwiderstand nach Gln. (2.3.61) mit anderen theoretischen oder experimentellen Ergebnissen vergleicht, muß man bedenken, daß die Summation in (2.3.61) aus praktischen Gründen bei einem endlichen n abgebrochen werden muß. Im allgemeinen gelingt es jedoch, n so groß zu wählen, daß die Reste $\sum_{v=n}^{\infty}$ praktisch vernachlässigt werden können.

2.4. Ermittlung der Form des Inuids S-201

2.4.1. Allgemeines

Im Abschnitt 1.5.2. haben wir erwähnt, daß bei dem Inuischen Ansatz für den Wellenwiderstand im Rahmen der linearisierten Wellentheorie ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Körperform und der Singularitätenverteilung besteht. Bei der praktischen Anwendung des Inuischen Ansatzes muß daher ein Integrodifferentialgleichungssystem gelöst werden, siehe Gln. (1.5.26). Das allgemeine Ellipsoid ist anscheinend der einzige, echt dreidimensionale Körper, für den exakte explizite Lösungen bekannt sind. Man kann jedoch die Existenz einer Lösung für beliebige Körperformen unter recht allgemeinen Voraussetzungen theoretisch nachweisen. Es liegt daher nahe, numerische Verfahren für die Ermittlung von Näherungslösungen anzuwenden. Geht man von einer vorgegebenen Form aus, so muß eine lineare Integralgleichung für die Ermittlung der Singularitätenverteilung auf der Körperoberfläche gelöst werden. Die Umkehraufgabe ist etwas einfacher: Ist eine geeignete Singularitätenverteilung vorgegeben derart, daß eine geschlossene Umströmungsfläche existiert, so ist die gesuchte Körperform mit der Umströmungsfläche identisch und kann durch numerische Integration der Körperstromlinien näherungsweise ermittelt werden. Erste drei-dimensionale Lösungen dieser Art für sehr einfache "Elementarverteilungen" wurden bekanntlich von INUI (1952) gefunden, vgl. Abschnitt 1.6.4. Diese Aufgabe wurde u.a. von EGGERS und WETTERLING (1957), TAKAHEI (1960) und THOMSEN (1960) weiter verfolgt.

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung wurde der Inuische Umströmungskörper S-201 (als Vorlage für die verwandte Mo-

dellform, siehe Abschnitt 1.6.4.) neu errechnet. Das Inuische Lösungsverfahren wurde dabei durch die Anwendung einiger Kunstgriffe etwas verbessert. Auch die numerische Genauigkeit der Lösung konnte durch den Einsatz einer elektronischen Rechenanlage soweit gesteigert werden, daß sie jetzt zumindest die Modellherstellungsgenauigkeit übertrifft. Ein Vergleich mit der von INUI (1957, S 270) angegebenen Lösung bestätigte im großen und ganzen die Richtigkeit seiner Rechnung. Der Vollständigkeit halber geben wir im folgenden die Grundlagen unserer Rechnung ~~wieder~~.

2.4.2. Bezeichnungen und Aufgabenstellung

Es geht hier um die Ermittlung einer dimensionslosen, geometrischen Form. Es ist daher zweckmäßig, in diesem Kapitel 2.4. besondere Bezeichnungen einzuführen, wobei ausnahmslos nur dimensionslose Größen verwandt werden sollen. Zu diesem Zweck werden alle auftretenden Längen durch die halbe Verteilungslänge $l = L/2$, alle Geschwindigkeiten und Quellverteilungen durch die Anströmgeschwindigkeit V und die Potentiale durch Vl geteilt. Wir verwenden ein rechtsdrehendes kartesisches Koordinatensystem. *) und be-

*) Es fällt im wesentlichen mit dem im Kapitel 1.2. beschriebenen mitbewegten Koordiantensystem zusammen.

zeichnen einen Aufpunkt mit (x,y,z) und einen Quellpunkt mit (ξ,η,ζ) . Es ergibt sich nun die folgende dimensionslose Aufgabe.

Gegeben ist eine Quellverteilung **) nach Abschnitt 1.6.4.:

***) Die dimensionslose Ergiebigkeit eines Quellelementes $\sigma d\xi d\zeta$ beträgt hier $a_1 \xi d\xi d\zeta$.

$$(2.4.1) \quad \sigma(\xi, \zeta) = \frac{a_1}{4\pi} \xi \quad \text{auf } \eta = 0 \text{ im Bereich:}$$

$$\begin{cases} -1 \leq \xi \leq 1, \\ -t \leq \zeta \leq 0; \end{cases}$$

$$= 0 \quad \text{sonst.}$$

Gesucht ist die geschlossene Umströmungsfläche, die die an der Ebene $z = 0$ gespiegelte Quellverteilung in einer parallelen Anströmung mit Geschwindigkeit -1 in x -Richtung erzeugt, vgl. Gln. (1.5.26).

Die Spiegelströmung wird beschrieben durch das Potential

$$(2.4.2) \quad \varphi(x, y, z) = -x - \frac{a_1}{4\pi} \int_{-1}^1 d\xi \int_{-t}^0 \frac{\xi d\zeta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + y^2 + (z-\zeta)^2}},$$

das sich aus dem Anströmpotential $-x$ und dem Spiegelpotential nach Gln. (1.5.16 und 26) zusammensetzt.

2.4.3. Formale Lösung

Eine Stromlinie weist laut Definition in Richtung des Geschwindigkeitsvektors. Die Mannigfaltigkeit aller Stromlinien in einer Potentialströmung wird daher durch das folgende Differentialgleichungssystem angegeben

$$(2.4.3) \quad \frac{dx}{\varphi_x} = \frac{dy}{\varphi_y} = \frac{dz}{\varphi_z}.$$

Jede einzelne Stromlinie wird durch die Angabe eines regulären Anfangspunktes (x_0, y_0, z_0) eindeutig gekennzeichnet. Sie erstreckt sich von dem Anfangspunkt in beiden Richtungen jeweils entweder bis ins Unendliche $(x^2 + y^2 + z^2) = \infty$ oder bis zu einem singulären Punkt.

Die Geschwindigkeitskomponenten können aus Gln. (2.4.2) durch geschlossene Integration explizit abgeleitet werden:

$$(2.4.4a) \quad \varphi_x = -1 - \frac{a_1}{4\pi} \left[\left[x \ln(z-\zeta+R) + (z-\zeta) \ln(x-\xi+R) + y \operatorname{arctg} \frac{yR}{(x-\xi)(z-\zeta)} \right] \right],$$

$$(2.4.4b) \quad \varphi_y = \frac{a_1}{4\pi} \left[\left[y \ln(z-\zeta+R) - x \operatorname{arctg} \frac{yR}{(x-\xi)(z-\zeta)} \right] \right],$$

$$(2.4.4c) \quad \varphi_z = -\frac{a_1}{4\pi} \left[\left[x \ln(x-\xi+R) - R \right] \right]$$

mit der Abkürzung

$$(2.4.4d) \quad R^2 = (x-\xi)^2 + y^2 + (z-\zeta)^2.$$

Die eckigen Klammern sollen hier folgende Differenzen der Grenzwerte andeuten:

$$(2.4.4e) \quad \left[\left[F(\xi, \zeta) \right] \right] = F(1, t) - F(1, -t) - F(-1, t) + F(-1, -t).$$

Bei den Ableitungen der Gln. (2.4.4) wurden die folgenden bekannten Quadraturen mit entsprechenden Variablensubstitutionen verwendet, vgl. GRÖBNER und HOFREITER (1957, S 35-40):

$$(2.4.5a) \quad \int \frac{d\bar{x} d\bar{z}}{\bar{R}^3} = - \frac{1}{\bar{y}} \operatorname{arctg} \frac{\bar{y}\bar{R}\bar{R}}{\bar{x} \bar{z}},$$

$$(2.4.5b) \quad \int \frac{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)}{\bar{R}^3} d\bar{x} d\bar{z} = \bar{z} \ln(\bar{x} + \bar{R}),$$

$$(2.4.5c) \quad \int \frac{\bar{x} d\bar{x} d\bar{z}}{\bar{R}^3} = - \ln(\bar{z} + \bar{R}),$$

$$(2.4.6) \quad \int \frac{\bar{x} \bar{z} d\bar{x} d\bar{z}}{\bar{R}^3} = - \bar{R} \quad \text{mit} \quad \bar{R}^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2.$$

Die Ausdrücke (2.4.4) stimmen mit denen von INUI (1953, S 12-13) angegebenen im wesentlichen überein.

Eine geschlossene Lösung des Differentialgleichungssystems (2.4.3 und 4) ist anscheinend nicht möglich. Man kann jedoch einzelne Stromlinien nach einem geeigneten numerischen Integrationsverfahren näherungsweise bestimmen. Durch systematische Variation des Anfangspunktes (x_0, y_0, z_0) kann man auf diese Weise das gesamte Stromlinienbild im Prinzip mit beliebiger Genauigkeit ermitteln. Eine Teilmenge aller möglichen Stromlinien bildet eine geschlossene Umströmungsfläche, die mit der gesuchten Körperform identisch ist. Die Körperstromlinien sind dadurch ausgezeichnet, daß sie alle vom vorderen Staupunkt ausgehend in den hinteren Staupunkt einmünden. Die Staupunkte sind durch die Bedingung:

$$(2.4.7) \quad \varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0$$

definiert. Zur Ermittlung der Körperform braucht man nur die Körperstromlinien zu errechnen. Für praktische Zwecke ist es ausreichend, wenn die Körperform numerisch oder graphisch mit hinreichender Genauigkeit dargestellt werden

kann. Es genügt also, wenn man die Koordinaten einer endlichen Anzahl von Körperstromlinien an endlich vielen Stellen zwischen den beiden Staupunkten mit einer vorgegebenen, endlichen Genauigkeit ermitteln kann.

Als Spezialfall des Ansatzes (2.4.1) erhält man das Inuid S 201, wenn man die Parameterwerte ($a_1 = 0,8$; $t = 0,1$) ansetzt, vgl. Abschnitt 1.6.4.

(2.4.4. Praktische Schwierigkeiten und deren Überwindung

Inde~~er~~PPaxis ergeben sich gewisse theoretische und numerische Schwierigkeiten aus der Tatsache, daß es in der drei-dimensionalen Strömung außer den Staupunkten kein anderes lokales Kriterium (etwa im Sinne der Stokesschen Stromfunktion) für die Unterscheidung einer Körperstromlinie von einer beliebigen inneren oder äußeren Stromlinie gibt. Es läge daher nahe, einen der Staupunkte als Anfangspunkt für die numerische Ermittlung der Körperstromlinien zu verwenden. Die Ermittlung der Staupunkte selbst nach Gln. (2.4.7) bereitet keine Schwierigkeit. Aus Gln. (2.4.4) folgen unter Ausnutzung der Symmetrie die folgenden Bestimmungsgleichungen:

$$(2.4.8) \quad y = 0, \quad z = 0;$$

$$1 + \frac{a_1}{4\pi} \left[\left[x \ln(R-\zeta) - \zeta \ln(R+x-\xi) \right] \right] = 0$$

für die Staupunktkoordinaten (x_s, y_s, z_s), die somit iterativ mit beliebiger Genauigkeit errechnet werden können.

Eine grundsätzliche Schwierigkeit entsteht aber dadurch, daß die Staupunkte wegen der Eigenschaft (2.4.7) singuläre Punkte der Differentialgleichung (2.4.3) sind. Sie kommen daher als Anfangspunkte für numerische Integration nicht in Betracht. Man könnte theoretisch einen beliebigen Anfangspunkt (x_0, y_0, z_0) in einem endlichen, aber sehr kleinen Abstand ϵ vom Staupunkt wählen. Diese benachbarten Stromlinien würden von der Körperoberfläche i.a. um weniger als ϵ abweichen, weil die benachbarten Stromlinien in einem gewissen Sinne zum Staupunkt hin divergieren. Aber bei jeder numerischen Behandlung wirkt sich die singuläre Eigenschaft des Staupunktes in einer endlichen Umgebung aus, weil dort die Komponenten φ_x , φ_y , φ_z sehr unterschiedliche Größenordnungen aufweisen und somit die Gradienten sehr groß werden. *) Das macht

*) Es ist aus Gln. (2.4.4) leicht einzusehen, daß am Staupunkt auch die gemischten Ableitungen φ_{xy} , φ_{yz} , φ_{zx} verschwinden. Im vorliegenden Fall wird das Stromlinienbild um (x_s, y_s, z_s) daher von den Ableitungen φ_{xx} , φ_{yy} , φ_{zz} bestimmt.

eine genaue numerische Ermittlung der benachbarten Stromlinien auf diesem Wege illusorisch.

Zur Überwindung dieser praktischen Schwierigkeiten hat Inui in seinen vorher zitierten Arbeiten einige besondere Eigenschaften der untersuchten Quellverteilungen ausgenutzt. Diese beruhen auf der speziellen Größenordnung der von Inui untersuchten Parameterwerte: $a_1 = 0,4$ und $0,8$; $t = 0,05$ und $0,10$. Die Gln. (2.4.8) ergibt dann, daß der Staupunkt dicht vor dem Ende der Quellverteilung liegt, genauer:

$$(2.4.9) \quad y_s = z_s = 0, \quad x_s - x = \epsilon_1, \quad \epsilon_1 \ll 1.$$

Zum Beispiel gilt für das Inuid S-201 ($a_1 = 0,8$; $t = 0,1$) der Wert $\epsilon_1 \approx 0,00005$. Ferner, wenn man die Umströmungsfläche mit $y = \pm f(x,z)$ bezeichnet, so gilt für die halbe Breite am Verteilungsende ungefähr die gleiche Größenordnung *) :

*) Es läßt sich zeigen, daß diese Eigenschaft in direktem Zusammenhang mit dem Verhältnis $\varphi_{zz}^0 \ll \varphi_{yy}$ am Staupunkt (x_s, y_s, z_s) steht. Für die ebene Strömung ($t \rightarrow \infty$) gilt $\varphi_{zz} = 0$, $\varphi_{yy} \neq 0$; für die rotations-symmetrische ($t \rightarrow 0$, $a_1 t \neq 0$) dagegen wird $\varphi_{yy} = \varphi_{zz}$!

$$(2.4.10) \quad f(\pm 1, z) = \epsilon_2, \quad \epsilon_2 \ll 1.$$

Beispielsweise gilt für das Inuid S-201 der Wert $\epsilon_2 \leq 0,0005$. Diese Abschätzung beruht auf der nachfolgenden Analogie zur zwei-dimensionalen Strömung. Unter diesen Umständen kann man praktisch beliebige Anfangspunkte vom folgenden Typ verwenden:

$$(2.4.11) \quad x_0 = \pm 1, \quad 0 < y_0 \leq \epsilon_2, \quad 0 \leq z_0 \leq t.$$

Die errechneten Stromlinien weichen dann von der exakten Umströmungsfläche um nicht mehr als ϵ_2 ab, vorausgesetzt, daß die numerische Integration mit hinreichender Genauigkeit ausgeführt wird.

2.4.5. Analogie zur zwei-dimensionalen Strömung

Wie schon soeben erwähnt, ist es zweckmäßig, die Wahl der Anfangspunkte (x_0, y_0, z_0) auf eine Analogie zur zwei-dimensionalen Strömung zu gründen. Diese ergibt sich im vorliegenden Beispiel (2.4.1) durch den Grenzfall $t \rightarrow \infty$. Das Potential lautet jetzt

$$(2.4.12) \quad \varphi(x, y) = -x + \frac{a_1}{4\pi} \int_{-1}^1 \xi \ln[(x-\xi)^2 + y^2] d\xi.$$

Außerdem kann man eine Stromfunktion einführen:

$$(2.4.13) \quad \psi(x, y) = -y + \frac{a_1}{2\pi} \int_{-1}^1 \xi \operatorname{arctg} \frac{y}{x-\xi} d\xi$$

derart, daß die Umströmungslinie $\psi = 0$ die Staupunkte verbindet. Die Körperkontur $y = \pm F(x)$ kann daher durch geschlossene Integration von Gln. (2.4.13) aus der folgenden Bestimmungsgleichung:

$$(2.4.14) \quad y = \frac{a_1}{4\pi} \left[y^2 - (x^2 - \xi^2) \operatorname{arctg} \frac{y}{x-\xi} - y\xi - \right. \\ \left. - yx \ln[y^2 + (x-\xi)^2] \right]_{\xi=-1}^{\xi=1}$$

ohne Bezug auf den Staupunkt und ohne numerische Integration iterativ mit beliebiger Genauigkeit ermittelt werden.

Insbesondere gilt für die halbe Breite $y = \pm F(\pm 1)$ am Verteilungsende die folgende einfache Gleichung:

$$(2.4.15) \quad x = \pm 1 :$$

$$y\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{y}{2}\right) - \ln y + \frac{1}{2} \ln(y^2 + 2) = \frac{2\pi}{a_1} + 1.$$

Für den Staupunkt ergibt sich aus der Bedingung $\varphi_x = \varphi_y = 0$ die folgende einfache Gleichung:

$$(2.4.15) \quad \frac{a_1}{2\pi} \left[x_s \ln \left(\frac{x_s + 1}{x_s - 1} \right) - 2 \right] = 1.$$

Der Grenzfall $t \rightarrow \infty$ beim einfachen Ansatz (2.4.1) bewirkt, daß der zwei-dimensionale Staupunkt außerhalb der entsprechenden drei-dimensionalen Umströmungsfläche liegt. Außerdem ist die Halbbeite $F(x)$ des zwei-dimensionalen Inuids eine obere Schranke für die Halbbeite $f(x, z)$ des drei-dimensionalen Inuids. Die einfache zwei-dimensionale Rechnung kann also als eine grobe Kontrolle der etwas komplizierten drei-dimensionalen Rechnung herangezogen werden. Wenn der Parameter a_1 genügend klein ist, sind die Werte $F(\pm 1)$ aus Gln. (2.4.15) so klein, daß sie ohne weiteres als Anfangspunkte für die numerische Integration der drei-dimensionalen Stromlinien im Sinne der Gln. (2.4.11) angesetzt werden können. Offenbar wird die Analogie zur zwei-dimensionalen Strömung für kleinere t -Werte, d.h. für flache Inuide, in zunehmendem Maße unbrauchbar.

2.4.6. Neue Vorschläge

Bei der Neuermittlung des Inuids S-201 im Rahmen der vorliegenden Untersuchung wurden einige Kunstgriffe gefunden, die insofern erwähnenswert sind, als sie es gestatten, geeignete Anfangspunkte für die Körperstromlinien beliebiger drei-dimensionaler Verteilungen systematisch zu ermitteln. Die Genauigkeit wird nur durch die Anzahl der in der Rechnung mitgenommenen gültigen Ziffern begrenzt. Die Kapazität

der jeweiligen Rechenmaschine kann daher optimal ausgenutzt werden.

a. Iterative Auffindung der Körperstromlinie

Das Prinzip der iterativen Auffindung der Körperstromlinien ist ebenso einfach wie allgemein. Man wähle einen willkürlichen, aber regulären Anfangspunkt (x_1, y_1, z_1) im Bereich zwischen den Staupunkten $x_s^h < x_1 < x_s^v$ und verfolge die Stromlinie durch numerische Integration in Richtung zum nächsten Staupunkt hin! Im allgemeinen wird diese willkürliche gewählte Stromlinie keine Körperstromlinie sein. Ist sie eine äußere Stromlinie, so wird sie früher oder später die Staupunktebene $x = x_s$ durchstoßen. Ist sie dagegen eine innere Stromlinie, so wird sie eventuell von der Richtung zum Staupunkt abkehren und auf einem singulären Punkt in der Singularitätenverteilung zustreben. Nur die Körperstromlinie würde jede beliebig kleine, vorgegebene Nähe des Staupunktes erreichen. Aufgrund dieses Kriteriums können die Koordinaten y_1, z_1 des Anfangspunktes systematisch variiert werden, bis man mit beliebiger Genauigkeit iterativ einen Körperpunkt (x_1, y_1^n, z_1^n) gefunden hat. Jetzt kann man die Stromlinie zur Ergänzung der Körperkontur nach der anderen Richtung bis zum anderen Staupunkt hin verfolgen. Selbstverständlich ist jetzt keine Iteration notwendig. Konkrete Beispiele für dieses Verfahren sind in den nebenstehenden Abb. 2.3. und 2.4. wiedergegeben. Bei der praktischen Anwendung dieses Verfahrens ist es zweckmäßig, die im nachfolgenden Abschnitt 2.4.7. gegebenen Hinweise zu berücksichtigen.

b. Asymptotische Formel für die CWL

Das soeben angegebene Verfahren für die Ermittlung geeigneter Anfangspunkte für Körperstromlinien ist völlig allgemein, aber verhältnismäßig aufwendig. In Spezialfällen ist es daher zweckmäßig, besondere Eigenschaften der Strömung zu einer Verkürzung des Rechenaufwandes auszunutzen. Die hier angesetzte Quellverteilung, Gln. (2.4.1), hat z.B. die Eigenschaft, daß die Strömung in der CWL-Ebene $z = 0$ in Staupunktnähe sich fast wie eine zweidimensionale Strömung verhält. Hieraus kann man eine einfache asymptotische Formel für die direkte Ermittlung der CWL, d.h. der Körperstromlinie $z = 0$, ableiten.

Aus Gln. (2.4.4) erhält man für den Bereich:

$$(2.4.17) \quad \begin{aligned} z = 0; \quad x-1 < t, \quad x-1 < 1; \\ y < t, \quad y < 1; \end{aligned}$$

folgende Näherungsausdrücke für die Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung nach Einsetzen der Grenzen für ξ und ζ :

$$(2.4.18) \quad \begin{aligned} u = -1 - \frac{a_1}{4\pi} \left[x \ln \frac{(x-1)^2 + y^2}{4t^2} \cdot \frac{(\sqrt{4+t^2}+t)^2}{4} + \right. \\ \left. + 2t \ln \frac{\sqrt{4+t^2}+2}{t} - 2y \operatorname{arctg} \frac{y}{x-1} \right], \\ v = \frac{a_1}{4\pi} \left[\ln \frac{(x-1)^2 + y^2}{4t^2} \cdot \frac{(\sqrt{4+t^2}+t)^2}{4} - 2x \operatorname{arctg} \frac{y}{x-1} \right]. \end{aligned}$$

Es läßt sich leicht bestätigen, daß diese Ausdrücke die folgende Kontinuitätsbedingung exakt erfüllen:

$$(2.4.19) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Man kann daher eine Pseudo-Stromfunktion $\psi(x,y)$ einführen, derart, daß

$$(2.4.20) \quad d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = -v dx + u dy.$$

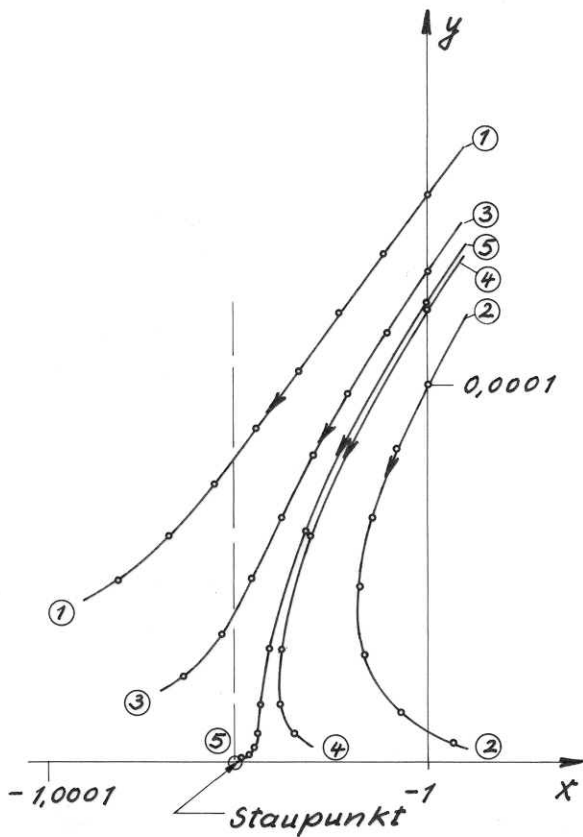
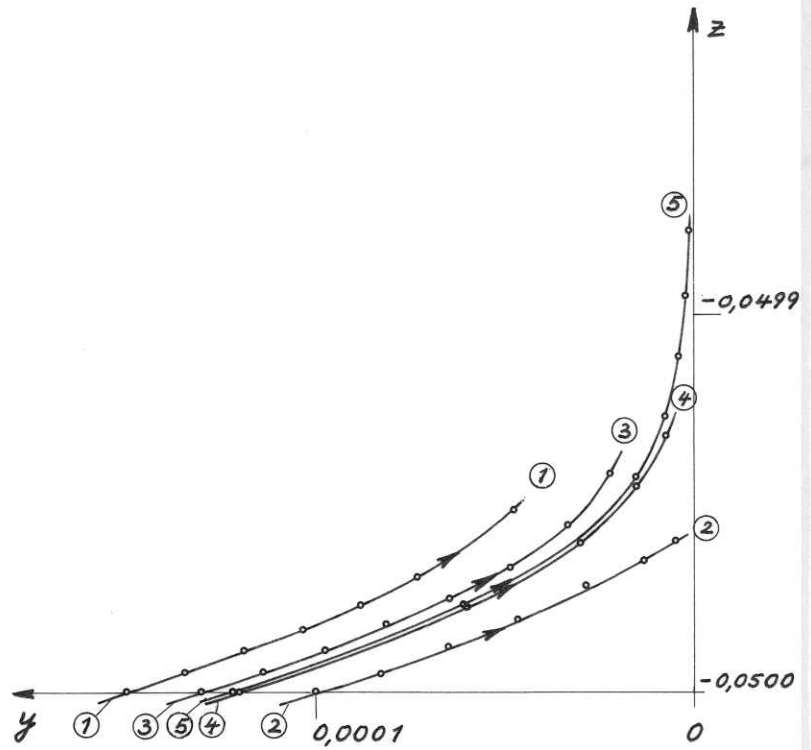
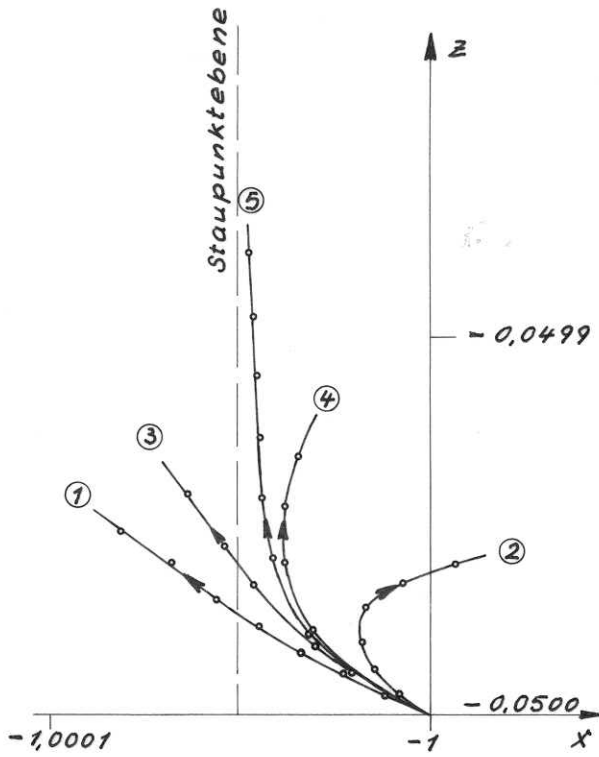
Diese Differentialgleichung der Stromlinien läßt sich für (2.4.17) geschlossen lösen. Man erhält:

$$(2.4.21) \quad \psi = \frac{a_1}{4\tau} \left[(y^2 - (x^2 - 1)) \operatorname{arctg} \frac{y}{x-1} - yx \ln \sqrt{(x-1)^2 + y^2} - 2yx \ln \frac{\sqrt{4+t^2}+t}{4t} - 2yt \ln \frac{\sqrt{4+t^2}+2}{t} + y(x+1) \right] - y.$$

Die Stromlinien erhält man als Lösungen dieser Gleichung für $\psi = \text{const.}$ Insbesondere erhält man für $\psi = 0$ die gesuchte Körperstromlinie, nämlich die CWL. Für die Staupunktkoordinaten $(x_s, 0)$ erhält man aus der Bedingung $u = 0$ die einfache Beziehung:

$$(2.4.22) \quad \frac{a_1}{2\tau} \left[x_s \ln \left\{ (x_s - 1) \frac{\sqrt{4+t^2}+t}{4t} \right\} + t \ln \frac{\sqrt{4+t^2}+2}{t} \right] = 1.$$

Die Wirksamkeit dieser asymptotischen Formeln, die um so genauer sind, je kleiner die Werte a_1 und $1/t$, sei an Hand von zwei konkreten Beispielen bewiesen. Abb. 2.4(a) zeigt fünf Körperströmlinien des Inuids S-201 im Grundriß.



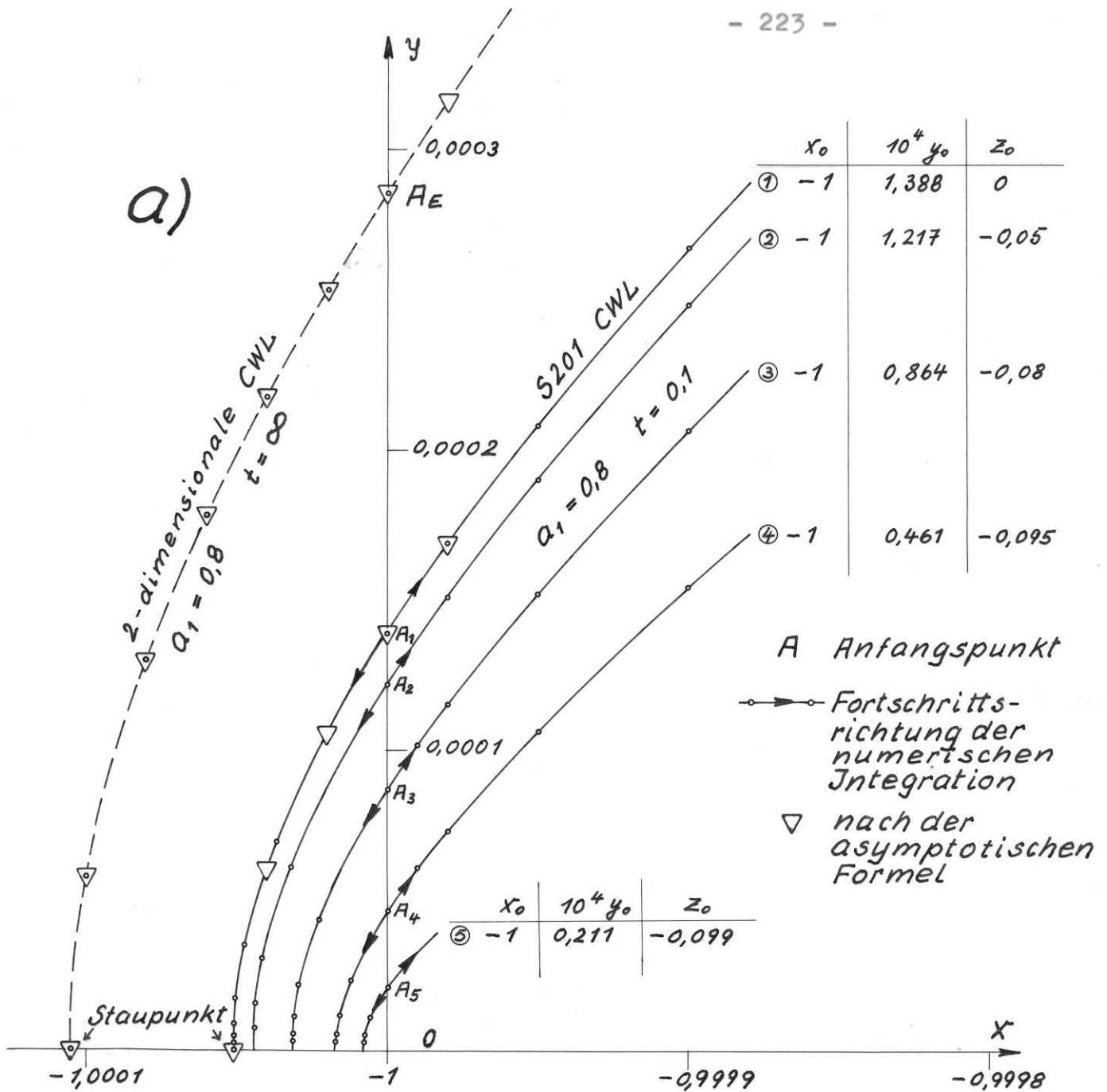
0 10^{-4}
Maßstab

Inuid S 201

Stromlinien in Staupunktnähe

—○→ Fortschrittsrichtung der
numerischen Integration

**Abb.2.3. Iterative Auffindung der
Körperstromlinie**



b) ist gegenüber a)
5000 fach verkleinert

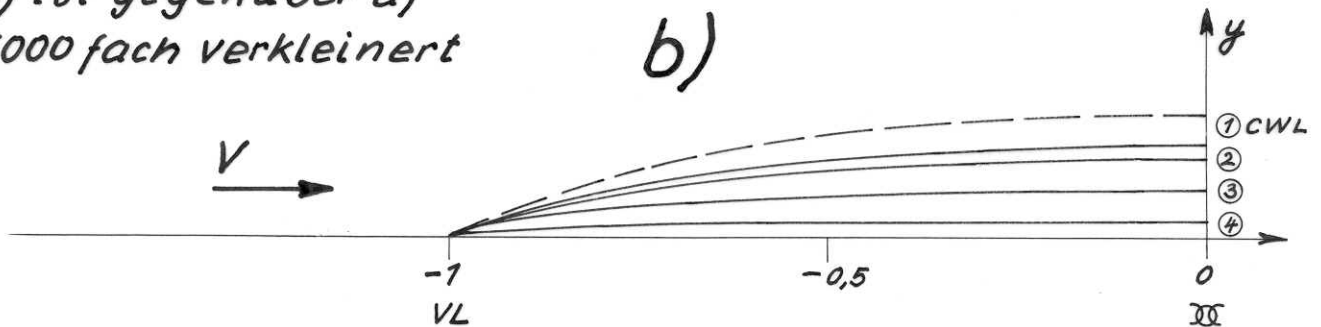


Abb.2.4. Anfangspunkte für die
Verfolgung der Körperstromlinien

Sie wurden alle nach dem allgemeinen und beliebig exakten Iterationsverfahren des vorhergehenden Abschnittes berechnet. Man vergleiche die "exakte" CWL mit der Näherungs-CWL nach der asymptotischen Formel (2.4.21). Die Abweichungen sind von der Größenordnung 10^{-6} und daher selbst in dieser stark vergrößerten Zeichnung unsichtbar. Ein entsprechender Vergleich wurde auch für das zwei-dimensionale Inuid ($a_1 = 0,8$; $t =$) durchgeführt und ebenfalls in Abb. 2.4.(a) eingetragen. In diesem Fall wurde die exakte CWL nach der Gln. (2.4.14) berechnet. Der Fehler der asymptotischen Formel in dem Bereich $1 \leq x \leq x_s$ ist von der Größenordnung 10^{-7} . Bei der Beurteilung dieser Fehler ist zu bedenken, daß die Modellherstellungsgenauigkeit bei etwa $10^{-3} \div 10^{-4}$ liegt. Die Rechnungen wurden mit acht gültigen Ziffern durchgeführt, so daß die höchstmögliche relative Genauigkeit der Stromlinienkoordinaten etwa 10^{-8} beträgt.

2.4.7. Numerische Lösung

a. Rechenverfahren

Sämtliche Rechnungen wurden an einer elektronischen Rechenanlage vom Typ IBM 650 durchgeführt. Die Kapazität dieser Maschine kann als bekannt vorausgesetzt werden. Für die numerische Integration der Stromlinien wurde das bekannte Verfahren von Runge-Kutta angewandt. Die Schrittweiten wurden aufgrund eines "Empfindlichkeitsmaßes" festgesetzt, siehe COLLATZ (1951, S 33 - 34). Dies führte zwangsläufig dazu, daß in verschiedenen Bereichen sehr unterschiedliche Schrittweiten gewählt werden mußten, um eine einheitliche Approximation zu erzielen. Wie schon

ausführlich besprochen, gliedert sich die Aufgabe in zwei Teile: Ermittlung der Anfangspunkte und Verfolgung der Körperstromlinien von diesen Anfangspunkten. Diese Aufgaben erfordern zum Teil verschiedene Behandlung.

Bei der iterativen Auffindung der Anfangspunkte für Körperstromlinien nach Abschnitt 2.4.6a ist es wichtig, ein durch numerische Ungenauigkeit bedingtes Überspringen auf benachbarte Stromlinien zu verhindern. Ferner muß die Erfüllung der theoretischen Bedingung gesichert sein, daß keine Stromlinien die Symmetrieebenen $y = 0$ und $z = 0$ durchstoßen. Schließlich muß der Anfangspunkt für die Iteration sorgfältig gewählt werden, um unnötigen Rechenaufwand zu vermeiden. Aus diesen Gründen war es zweckmäßig, Anfangspunkte vom Typ $x_0 = \pm 1, 0 < |z_0| < t$ zu wählen. Die dritte Koordinate, die richtige Halbbebreite y_0 für einen "Körperpunkt" wurde durch Iteration ermittelt. Bei der Integration zum Staupunkt hin ist es nützlich, y als unabhängige Integrationsvariable anzusetzen und die nächste Schrittweite mit $y/2$ anzugeben. Auf diese Weise wird es unmöglich gemacht, daß eine Stromlinie durch unsachgemäße numerische Behandlung die Ebene $y = 0$ durchkreuzt. Abb. 2.3. zeigt ein Beispiel für $x_0 = -1, z_0 = -0,05$, wo in fünf Schritten der gesuchte Wert $y_0 = 0,0001217 \pm 10^{-7}$ für S-201 gefunden wurde. Vier weitere Beispiele sind in Abb. 2.4. dargestellt.

Wenn die Anfangspunkte in der Ebene $x_0 = 1$ einmal vorliegen, ist die weitere Verfolgung der Körperstromlinien bis zur Hauptspantebene $x = 0$ verhältnismäßig einfach. Aus technischen Gründen ist es zweckmäßig, in diesem Bereich x als die unabhängige Integrationsvariable anzusetzen und runde Zahlen als Schrittweite vorzugeben. Das er-

leichtert die zeichnerische Auftragung der Stromlinien und Interpolation der üblichen Formaufmaße.

Auch die Wahl des Koordinatenursprungs kann bei der numerischen Behandlung unserer Aufgabe die erzielte Genauigkeit empfindlich beeinflussen. Es liegt u.a. daran, daß man in der Praxis nur mit endlicher Stellenzahl rechnen kann. Unsere Rechnungen wurden mit der IBM 650 in Gleitkommadarstellung ausgeführt. Dabei können Zahlen von der Größenordnung 10^{-50} bis 10^{50} jeweils mit acht gültigen Ziffern behandelt werden. Die größten Genauigkeitsverluste treten bei kleinen Differenzen großer Zahlen auf. In den Gln. (2.4.4) erscheinen Terme vom Typ $(x \pm 1)$ und $(z \pm t)$, die gerade in Randnähe ($x \approx \pm 1$, $z \approx \pm t$) wegen der dort auftretenden großen Gradienten mit hoher Genauigkeit berechnet werden müssen. Wird der Koordinatenursprung mit $x = 0$, $z = 0$ gewählt, so können die Größen $(x \pm 1)$ und $(z \pm t)$ höchstens mit einer absoluten Genauigkeit von 10^{-8} gebildet werden. Da in diesem Bereich die Körperbreite selbst von der Ordnung 10^{-5} ist, sind die relativen Fehler unannehmbar groß. Diese numerischen Schwierigkeiten können durch einfache Koordinatenverschiebungen überwunden werden. Unsere Rechnung wurde durchweg mit dem Koordinatenursprung $x = 1$, $z = 0$ und zeitweise mit $x = 1$, $z = t$ ausgeführt. Dadurch konnten die acht gültigen Ziffern der Gleitkommazahlen trotz der Differenzbildung jeweils optimal ausgenutzt werden. Es wird verständlich, wenn man bedenkt, daß die Nulllinie Gleitkommaarstellung exakt beschrieben wird und Additionen und Subtraktionen von Null werden ebenfalls exakt ausgeführt. Diese Eigenschaft dürfte für die meisten Rechensysteme typisch sein. Der Kunstgriff mit der Koordinatenverschiebung ist daher allgemein verwendungsfähig.

b. Rechenergebnis: Form S-201

Es wurden insgesamt 11 Körperstromlinien mit jeweils 28 Runge-Kutta-Schritten errechnet, Die Intervallteilung in x , sowie die Anfangs- und Endpunkte der Stromlinien sind in Tafel 2.3.1. angegeben. Es ist zu beachten, daß die Anfangskoordinate y_0 nur für die Stromlinien CWL, C, F und H nach dem Iterationsverfahren von Abschnitt 2.4.6a ermittelt wurde. Bei den übrigen handelt es sich um geschätzte Werte nach Abschnitt 2.4.6b. Die Anfangskoordinate für die Kiellinie KL ($y = 0$) wurde mit $z_0 = 0,1000001$ angesetzt, um den singulären Punkt ($x = 1$; $y = 0$; $z = 0,1$) zu umgehen. Der absolute Fehler aller berechneten Körperkoordinaten wird auf $< 10^{-4}$ geschätzt. *)

*) Gemäß Abschnitt 2.4.2. beziehen sich alle Längen auf die Halbelänge l , dementsprechend auch die Fehlerangaben.

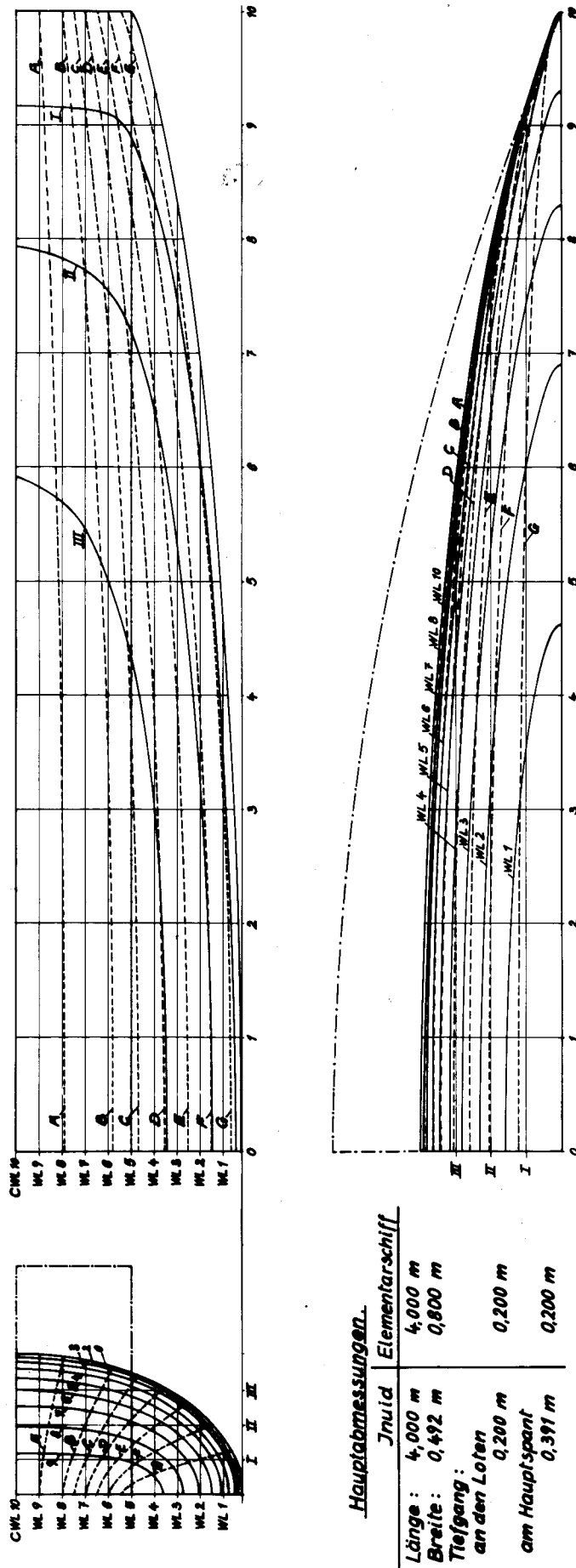
Die errechneten Stromlinien wurden zeichnerisch im Maßstab ($1 = 2000 \text{ mm}$) aufgetragen. (Dies entspricht einem Maßstab 1:1 für das 4 m-lange Modell S-201, das für die Versuche hergestellt wurde.) Der so entstandene Linienriß ist in Abb. 2.5. stark verkleinert wiedergegeben. In Tafel 2.3.2. sind die aus der Zeichnung abgelesenen, üblichen Formaufmaße zusammengestellt. Tafel 2.3.3. enthält die planimetrierten, bzw. rechnerisch ermittelten Spant- und Wasserlinienflächen. Tafel 2.3.4. gibt schließlich eine Übersicht über die errechneten Hauptabmessungen und die wichtigsten Formparameter, die einen Vergleich mit üblichen Schiffsformen ermöglichen soll.

c. Vergleich mit der früheren Rechnung von Inui

Die Form des Inuids S-201 ist schon einmal von INUI (1957) ermittelt und veröffentlicht worden. Es wurden damals nur 4 Stromlinien mit jeweils 12 Runge-Kutta-Schritten vermutlich unter Einsatz von Tischrechenmaschinen errechnet. Da unsere Rechnung mit einem erheblich größeren Rechenaufwand durchgeführt wurde, kann sie zur Überprüfung der Inuischen Ergebnisse verwendet werden. Tafel 2.3.5. zeigt eine Gegenüberstellung der errechneten Stromlinienkoordinaten an 4 x 13 Punkten. Es sind keine wesentlichen Unterschiede festzustellen, aber die lokalen Abweichungen betragen bis zu $20 \cdot 10^{-4}$! Bei einer Modellherstellungsgenauigkeit von 10^{-4} bis 10^{-3} können diese Fehler nicht mehr vernachlässigt werden. Etwas bedeutsamer sind die integrierten Effekte dieser örtlichen Abweichungen, wie sie sich in den wichtigsten Formparametern in den Tafeln 2.3.3. und 2.3.4. äußern. Es sei besonders darauf hingewiesen (Tafel 2.3.3.), daß die Inuische Rechnung gegenüber der unseren eine um etwa 1 % größere Verdrängung und benetzte Oberfläche *) liefert.

*) Der Vergleich der benetzten Oberflächen ist allerdings etwas unsicher, weil INUI (1957) nicht erklärt, ob der von ihm (1957, S 274) angegebenen Oberfläche die exakte Definitionsgleichung (1.3.27) oder die Näherungsformel (1.4.11) für die Pseudooberfläche zugrunde liegt.

fert. Diese Unterschiede erklären sich aus unterschiedlichen Genauigkeiten der Rechnung, Zeichnung und graphischen Interpolation.



Hauptabmessungen.

Inuid	Elementarschiff
Länge: 4,000 m	4,000 m
Breite: 0,492 m	0,800 m
Tiefgang: an den Loten	0,200 m
am Hauptspant	0,391 m

Das Modell ist symmetrisch zum Hauptspant (Spant 0).

- Errechnete Stromlinien des Inuids
- Ausgestrakte Linien des Inuids
- Umriß des äquivalenten Elementarschiffes

Abb. 2.5. Linienriß des Inuids S 201 (Hamburg)

Strom- linie	(1 - x)	y	z	$-\varphi_x$	φ_y	φ_z	-grad φ
CWL	0(0) 1(0)	1388(-7) 1228(-4)		1273(-4) 1044(-3)	1997(-4)		2368(-4) 1044(-3)
A	0(0) 1(0)	1388(-7) 1203(-4)	2000(-5) 4191(-5)	1296(-6) 1043(-3)	1997(-4)	2336(-5)	2392(-4) 1043(-3)
B	0(0) 1(0)	1388(-7) 1120(-4)	4000(-5) 8458(-5)	1373(-4) 1042(-3)	1997(-4)	4904(-5)	2472(-4) 1042(-3)
C	0(0) 1(0)	1217(-7) 1047(-4)	5000(-5) 1063(-4)	1272(-4) 1041(-3)	1997(-4)	6351(-5)	2452(-4) 1041(-3)
D	0(0) 1(0)	1388(-7) 9468(-5)	6000(-5) 1280(-4)	1532(-4) 1040(-3)	1996(-4)	8090(-5)	2643(-4) 1040(-3)
E	0(0) 1(0)	1388(-7) 8095(-5)	7000(-5) 1493(-4)	1667(-4) 1039(-3)	1995(-4)	1018(-4)	2792(-4) 1039(-3)
F	0(0) 1(0)	8650(-8) 6235(-5)	8000(-5) 1693(-4)	1274(-4) 1037(-3)	1996(-4)	1301(-4)	2702(-4) 1037(-3)
G	0(0) 1(0)	1388(-7) 3734(-5)	9000(-5) 1861(-4)	2267(-4) 1036(-3)	1990(-4)	1764(-4)	3494(-4) 1036(-3)
H	0(0) 1(0)	4600(-8) 2113(-5)	9500(-5) 1924(-4)	1276(-4) 1036(-3)	1994(-4)	2216(-4)	3242(-4) 1036(-3)
I	0(0) 1(0)	5000(-8) 5244 (-6)	9900(-5) 1924 (-4)	2382(-4) 1036(-3)	1968(-4)	3248(-4)	4483(-4) 1036(-3)
KL	0(0) 1(0)		1000(-4) 1957(-4)	1009 (-4) 1036(-3)		9114(-4)	9194(-4) 1036(-3)

N.B. 1) Intervallteilung für 28 Runge-Kutta-Schnitte jeweils:

$$(1-x) = 0(0)$$

$$1; 2; 5; (-5)$$

$$1; 2; 5; (-4)$$

$$1; 2; 3; 5; 7; (-3)$$

$$1; 2; 3; 5; 7; (-2)$$

$$1; 1,25; 1,5; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; (-1)$$

$$1(0)$$

2) Zahlendarstellung: a(b) bedeutet $a \cdot 10^b$

Wasserlinie:												
z + 4000 =												
	86	100	150	200	250	300	400	500	600	700	800	
Spant: x =	Halbbebreiten: y =											
0	0	154	405	560	678	782	960	1102	1231	1340	1440	
2000	-	79	370	529	653	760	938	1085	1214	1321	1421	
4000		-	171	390	542	664	865	1018	1150	1264	1363	
6000			-	-	308	484	722	896	1040	1161	1268	
8000					-	-	479	699	8866	1001	1120	
10000							-	377	604	774	913	
12000								-	0	420	618	
Schnitt: y = 0 (Kiel- linie)	Halbelängen: x =											
	0	4473	6944	9515	12000	13896						
	2326	5847	7927	10844	12982							
Wasserlinie:												
z + 4000 =												
	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	
Spant: x ==	Halbbebreiten: y =											
0	1532	1609	1683	1755	1812	1871	1924	1973	2021	2062	2105	
2000	1509	1590	1663	1732	1794	1852	1907	1956	2002	2046	2087	
4000	1453	1536	1612	1681	1745	1805	1857	1908	1955	1998	2039	
6000	1360	1446	1523	1596	1660	1720	1773	1824	1871	1914	1954	
8000	1220	1310	1394	1467	1536	1596	1653	1706	1753	1797	1838	
10000	1029	1127	1218	1298	1370	1435	1493	1546	1596	1640	1680	
12000	764	887	992	1081	1159	1226	1286	1341	1392	1436	1478	
14000	356	538	674	785	881	959	1027	1087	1140	1185	1227	
16000	-	-	130	363	502	606	691	760	820	870	912	
17000			-	-	200	372	474	557	623	680	724	
17500					-	210	349	446	519	577	623	
18000						-	193	319	407	469	515	
18300							-	233	333	398	446	
18600								121	247	322	372	
19000								-	101	209	270	
19400									-	61	152	
19600										-	86	
Schnitt: y = 0 (Kiel- linie)	Halbelängen: x =											
	14713	15452	16128	16728	17300	17813	18291	18723	19120	19472	19782	

(Fortsetzung)

Wasserlinie: z + 4000 = 2000 2200 2400 2600 2800 3000 3200 3600 4000 (CWL)										Schnitt: y = 0
Spant: x =	Halbebreiten: y =									Höhen: z + 4000
0	2144	2210	2267	2315	2355	2388	2412	2446	2457	= 86
2000	2126	2192	2251	2301	2341	2372	2400	2430	2440	96
4000	2077	2140	2198	2247	2287	2321	2349	2383	2393	135
6000	1993	2058	2115	2162	2202	2237	2264	2298	2308	207
8000	1876	1941	1997	2044	2083	2116	2143	2176	2186	304
10000	1720	1784	1841	1889	1929	1959	1984	2013	2024	434
12000	1517	1581	1636	1683	1719	1749	1772	1804	1812	600
14000	1268	1329	1382	1425	1459	1486	1507	1533	1540	813
16000	950	1011	1059	1095	1125	1146	1165	1185	1190	1080
17000	762	819	862	896	920	939	953	969	974	1246
17500	661	719	756	786	809	825	837	852	854	1340
18000	550	605	640	668	688	700	709	722	723	1440
18300	483	535	569	592	610	620	629	639	639	1504
18600	411	461	490	510	525	534	540	550	550	1571
19000	311	357	381	393	404	411	416	421	422	1670
19400	201	248	256	264	270	271	275	279	280	1778
19600	140	175	186	191	195	198	200	201	202	1840
19800	75	102	107	110	112	112	115	116	116	1908
19900	40	60	63	63	64	64	65	67	67	1950
20000	-	1	2	2	2	2	3	3	3	2000
Schnitt: y = 0 (Kiel- linie)	Halbelängen: x =									
	20000	20000	20000	20000	20000	20000	20000	20000	20000	
	20000	20000	20000	20000	20000	20000	20000	20000	20000	

Tafel 2.3.2. Inuid S 201 : Aufmaße des Hamburger Modells (L = 4 m)

Maßeinheit: dmm

Spant: x =	Halbe Fläche (planime- triert)	Abgewickelte Halbelänge		Wasser- linie: z = 40 =	Halbe Fläche (berech- net)
[cm]	[cm ²]	gemessen [cm]	korri- giert *) [cm]	[cm]	[cm ²]
0	760,84	50,70	50,70	(CWL) 40	14346
20	753,65	50,51	50,52	36	14283
40	730,87	49,85	49,87	32	14071
60	693,91	48,70	48,75	30	13895
80	641,76	47,05	47,14	28	13678
100	575,22	44,89	45,05	26	13406
120	493,31	42,10	42,33	24	13070
140	397,20	38,60	38,95	22	12660
160	285,31	34,17	34,69	20	12170
170	223,18	31,45	32,10	18	11512
180	157,84	28,45	29,26	16	10712
183	137,46	27,44	28,30	14	9755
186	116,28	26,39	27,35	12	8656
190	86,60	24,81	25,93	10	7381
194	55,94	23,15	24,47	88	6002
196	39,76	22,22	23,77	6	4452
198	22,18	21,25	26,43	4	2799
199	12,79	20,70	20,34	3	1880
200	00,0	20,00	20,00	2	995
				1,5	567
				1	109
				(Kiel) 0,86	0

*) Korrigiert für Wasserlinien-
krümmung nach dem Verfahren
von Baker.

Verdrängung aus Wasserlinienflächen $w = 0,41019 \text{ m}^3$
 Verdrängung aus Spantflächen $s = 0,41015 \text{ m}^3$
 exakt, Gln (1.3.27) $= 3,394 \text{ m}^2$
 Benetzte Oberfläche Pseudo, Gln (1.4.11) $o = 3,365 \text{ m}^2$

Vergleichswerte nach INUI (1957, S 274) :
 umgerechnet von L = 1,75 m auf 4,00 m $= 0,41366 \text{ m}^3$
 $= 3,392 \text{ m}^2$

Tafel 2.3.3. Inuid S 201 (Hamburger Modell : L = 4,00 m) :
 Spant- und Wasserlinienflächen.

Bennenung	Zeichen	Dimen- sion	Ham- burger Modell	Tokioer Modell*)
Länge	L	m	4,000	1,750
Breite	B	m	0,4914	0,215
Tiefgang an den Steven	T	m	0,200	0,0875
Tiefgang am Hauptspant	T_m	m	0,3914	0,1713
CWL-Fläche	F_{CWL}	m^2	1,4346	n.a.
Hauptspantfläche	F_{α}	m^2	0,1522	0,02928
Verdrängung	∇	m^3	0,4102	0,03464
Verdrängungsschwerpunkt unter CWL	h	m	0,1542	n.a.
Benetzte Oberfläche (exakt)	Ω	m^2	3,394	0,6493
Benetzte Oberfläche (Pseudo)	Ω_o	m^2	3,365	
Verhältnisse :				
Breite zu Länge	B/L	-	0,1228	0,1229
Tiefgang zu Länge	$\left\{ \begin{array}{l} T/L \\ T_m/L \end{array} \right.$	-	0,0500	0,0500
		-	0,0978	0,0979
Völligkeitsgrade				
CWL	α	-	0,7299	n.a.
Hauptspant	β	-	0,7912	0,7950
Verdrängung	δ	-	0,5331	0,5375
Schärfegrade				
horizontal	$\varphi = \delta/\beta$	-	0,6738	0,6761
vertikal	$\psi = \delta/\alpha$	-	0,7304	n.a.
Schlankheitsgrad nach Taylor	$10^3 \nabla/L^3$	-	8,459	2,463
Oberflächenbeiwert nach Taylor	$\Omega/\sqrt{L}$	-	2,650	2,637
	$\Omega_o/\sqrt{L}$	-	2,627	
Scheinbare Masse				
Längskoeffizient	$k_x = M_x/\nabla - 1$	-	0,0402	0,0315
Übergeschwindigkeit am Hauptspant				
CWL	$\left \frac{u}{\nabla} \right $	-	0,04355	
Kiellinie		-	0,03570	n.a.
Mittelwert		-	0,03962	

*) Nach INUI (1957, S 274) ; n.a. = nicht angegeben

d. Vergleich mit dem entsprechendem Michell-Schiff

Der Elementarverteilung, Gln. (2.4.1), entspricht in der Michellschen Theorie nach dem Havelockschen Ansatz, Gln. (1.5.19), ein Elementarschiff der folgenden dimensionslosen Form:

$$(2.4.23) \quad \eta = \pm f(\xi, \zeta)$$

$$\text{mit } f(\xi, \zeta) = \frac{a_1}{4}(1 - \xi^2) \text{ im Bereich:}$$

$$\begin{array}{ll} -1 & \xi \leq 1, \\ -t & \zeta \leq 0; \\ & = 0 \quad \text{sonst.} \end{array}$$

Wenn wir das Breiten-Längen- und Tiefen-Längen-Verhältnis des Elementarschiffes mit B/L und T/L bezeichnen, so erhalten wir eine anschauliche Deutung der Parameter a_1 und t in Gln. (2.4.1), und zwar:

$$(2.4.24) \quad a_1 = 4B/L, \quad t = 2T/L.$$

Nach Abschnitt 1.5.2. besteht eine bedeutsame Äquivalenzbeziehung zwischen dem Elementarschiff und dem entsprechenden Inuid. Das Elementarschiff hat in der Michell-Havelockschen Theorie das gleiche Wellenpotential wie in der Inuischen Deutung der Havelockschen Theorie das korrespondierende Inuid. Diese Äquivalenz bezieht sich natürlich auch auf das Wellenspektrum, -bild und -widerstand.

Es ist daher interessant, unser Inuid S-201 mit dem entsprechenden Elementarschiff zu vergleichen. Diesem Zweck

Spant:	CWL		Stromlinie C				Stromlinie F				Kiellinie	
100 x	$10^4 y$	δy	$10^4 y$	δy	$10^4 z$	δz	$10^4 y$	δy	$10^4 z$	δz	$10^4 z$	δz
100	1	+ 1	1	+1	500	0	1	+ 1	800	0	1000	0
99	58	+ 1	56	-1	512	+3	52	- 3	824	- 7	1047	+21
95	211	- 7	203	+5	555	+1	174	+ 8	917	+ 3	1168	+ 9
90	362	-19	343	0	612	-2	266	-33	1028	- 1	1283	- 5
85	487	-16	454	-3	667	-4	329	- 2	1123	+ 3	1378	- 7
80	595	-11	545	-4	719	-1	377	- 6	1205	+ 5	1459	- 7
70	770	+ 8	690	-2	809	0	450	- 5	1338	+18	1594	- 4
60	906	+13	798	-2	882	+2	503	- 6	1442	+ 2	1700	- 5
50	1012	+ 5	881	-3	940	-3	543	-11	1524	+ 4	1783	- 8
40	1093	+ 3	944	-5	986	-3	574	-66	1587	- 2	1848	-11
30	1154	- 5	990	-4	1020	-1	596	- 6	1634	+ 5	1897	-11
20	1196	- 2	1022	-3	1044	-2	612	- 6	1667	+ 4	1931	- 9
0	1228	-11	1047	-5	1063	-3	624	-10	1693	+ 1	1957	- 1

N.B. $\delta y = 10^4 (y - y_{\text{Inui}})$; $\delta z = 10^4 (z - z_{\text{Inui}})$.

Tafel 2.3.5. Inuid S 201 : Stromlinienaufmaße - Vergleich mit
der Rechnung von INUI (1957, S.268)

Benennung	Zeichen	Inuid S 201	Elemen- tarschiff	Ellip- soid	Rotations- ellipsoid
<u>Verhältnisse:</u>					
Breite zu Länge	B/L	0,1228	0,2	0,1228	0,1564
Tiefgang zu Länge	T_m/L	0,0978	0,05	0,0978	0,0782
	T/L	0,05	0,05	0	0
<u>Völligkeiten:</u>					
CCWL	α	0,730	0,6667	} $\tau/4 = 0,7854$	
Hauptspant	β	0,791	1		
Verdrängung	δ	0,533	0,6667	$\tau/6 = 0,5226$	
<u>Schärfegrade:</u>					
horizontal	$\varphi = \delta/\beta$	0,674	0,6667	} $2/3 = 0,6667$	
vertikal	$\psi = \delta/\alpha$	0,730	1		
Schlankheitsgrad grad *)	$10^3 \nabla/L^3$	6,410	6,667	6,280	6,404
Oberflächenbeiwert beiwert *)	$\Delta L/\sqrt{\nabla}L$	2,650	3,260	2,535	2,436
Scheinbare Masse	k_x	0,0402	0		
Uebergeschwin- digkeit am Hauptspant	$ \frac{u}{V} $	0,0396	-	> 0,0399	> 0,041

*) Dieser Beiwert ist jeweils für den unteren Halbkörper berechnet.

Tafel 2.3.6. Inuid S 201 : Vergleich zwischen Inuid,
Elementarschiff und Ellipsoid.

dienen Tafel 2.3.6 und Abb. 2.6. Es sei hervorgehoben, daß das Inuid und das Elementarschiff ungefähr den gleichen Schlankheits- und horizontalen Schärfegrad aufweisen. Alle anderen Formparameter zeigen wesentliche Unterschiede. Zusammenfassend kann man sagen, daß das Inuid gegenüber dem Elementarschiff völlig verschiedene Spantformen und daher eine ganz andere Verteilung der Verdrängung der Tiefernach hat. Dies ist auch in Abb. 2.6. deutlich zu erkennen.

Tafel 2.3.6. zeigt ferner einen Vergleich mit zwei Ellipsoiden. Das erste ist ein allgemeines Ellipsoid mit gleichen Hauptabmessungen (L, B, Tm) wie das Inuid. Das zweite ist ein Rotationsellipsoid, und zwar der exakte Umströmungskörper zu der folgenden Quellverteilung auf der Geraden (y = 0, z = 0):

$$(2.4.25) \quad \sigma = \frac{1}{4\pi} \int_{-t}^t a_1 \xi \, d\zeta = 2ta_1 \xi \quad \text{im Bereich } -1 \leq \xi \leq 1.$$

Offenbar hat dieser Körper die gleiche Längsverteilung des Dipolmoments wie das Inuid:

$$(2.4.26) \quad M = 4\pi \int_{-t}^t d\zeta \int_{-1}^1 \sigma \xi \, d\xi = \frac{4}{3} a_1 t.$$

Das Inuid zeigt eine bemerkenswerte Ähnlichkeit zu den vergleichbaren Ellipsoiden sowohl bezüglich der Formparameter als auch in der scheinbaren Masse ($k_x = \frac{M}{\nabla} - 1$) und der Übergeschwindigkeit am Hauptspant.

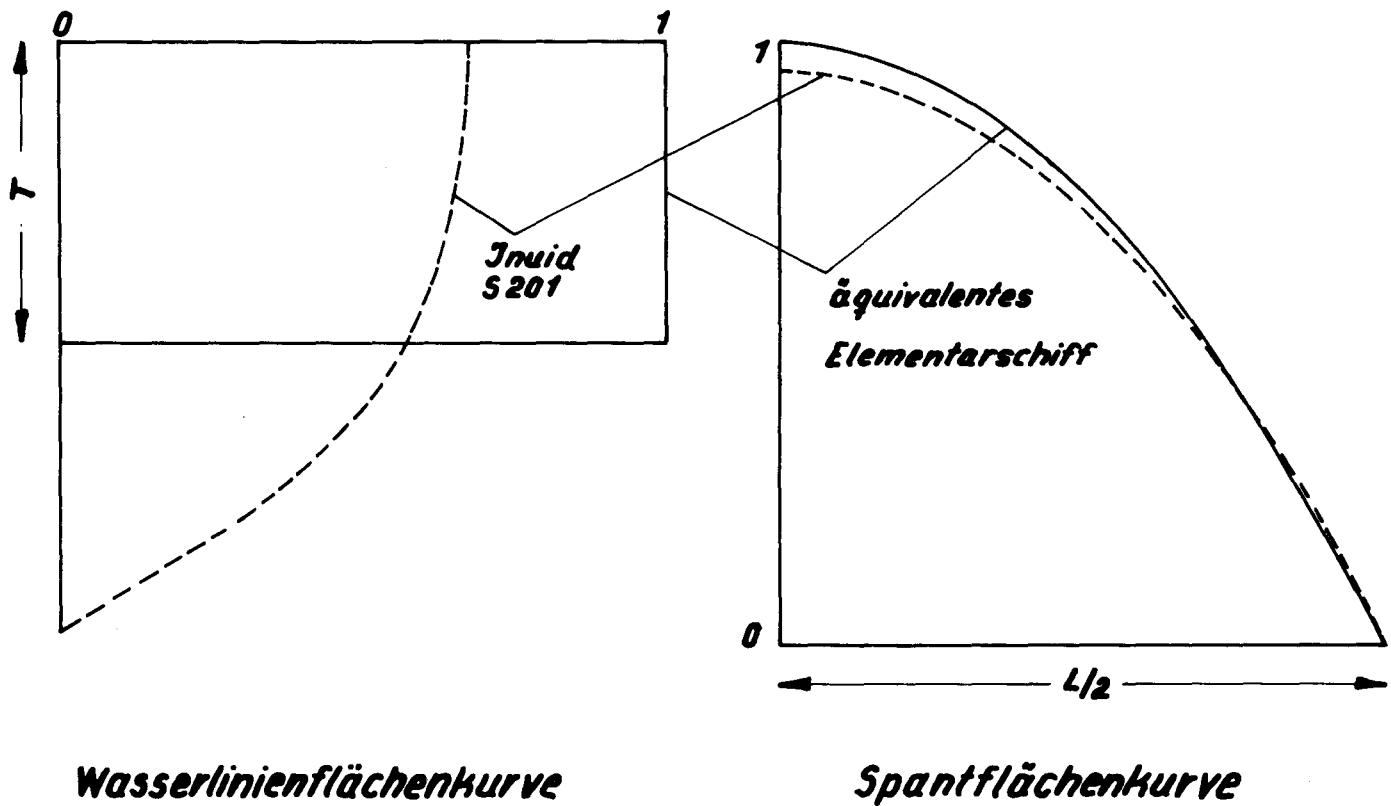
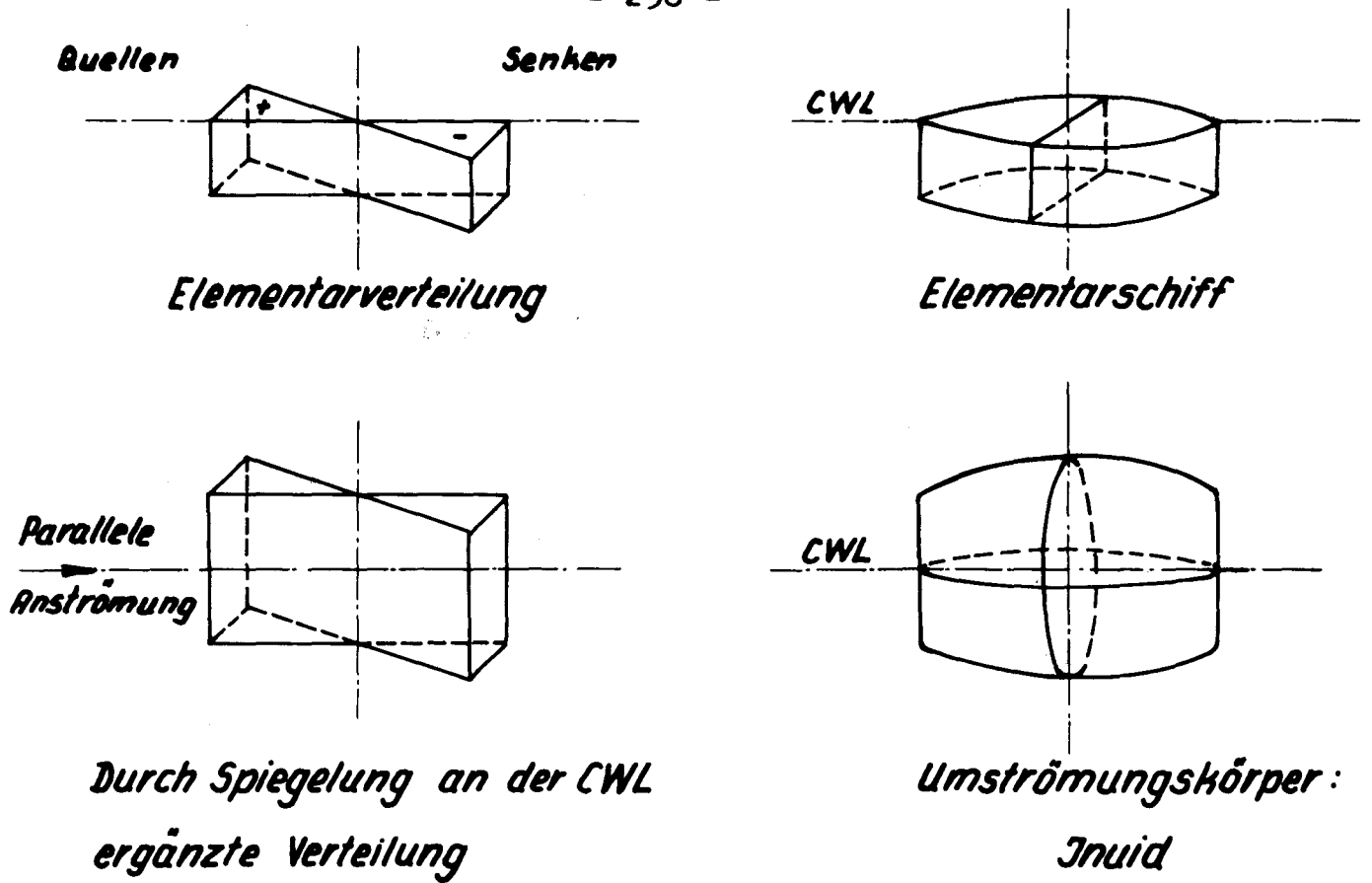


Abb.2.6 Vergleich zwischen Elementarschiff und Inuid.

2.5. Wellenbild und -widerstand des Inuids S 201

Im Abschnitt 1.6.4. wurde die Wahl des Inuids S 201 als Modellform für unsere Untersuchung u.a. damit begründet, daß sich in diesem Fall die numerische Auswertung der theoretischen Ausdrücke für Wellenbild und -widerstand stark vereinfacht. Im vorliegenden Kapitel sollen diese Ausdrücke explizit angegeben und einige numerische Ergebnisse mitgeteilt werden.

2.5.1. Quellverteilung und Potential

Nach Abschnitt 1.6.4., Gln. (1.6.2), werden die Inuide der S-Reihe durch die folgende lineare Quellverteilung auf einem Rechteck in der Mittellängsebene gekennzeichnet:

$$(2.5.1) \quad \sigma(x, z) = \frac{a_1 V}{2\pi} \left(\frac{x}{L} \right) \quad \text{auf} \quad y = 0 \quad \text{im Bereich:}$$
$$\begin{aligned} -\frac{L}{2} &\leq x \leq \frac{L}{2}, \\ -T &\leq z \leq 0. \end{aligned}$$

Der Anschaulichkeit halber kann man den Parameter a_1 auch wahlweise nach Gln. (2.4.24) durch das Verhältnis $4B/L$ ersetzen, wo B nicht die Breite des Inuids, sondern des entsprechenden Michell-Schiffes ist. Das Inuid S 201 ergibt sich für den Spezialfall ($B/L = 0,2$; $T/L = 0,05$). Die folgenden Ausdrücke gelten jedoch ganz allgemein für den Ansatz (2.5.1).

Für die einfache Quellverteilung (2.5.1) lassen sich die Havelockschen Hilfsfunktionen nach Gln. (1.5.18) geschlossen integrieren und als elementare Funktionen darstellen:

$$(2.5.2a) \quad \bar{P}(\theta) \equiv 0,$$

$$(2.5.2b) \quad \bar{Q}(\theta) = \frac{2V}{\pi L} \left(\frac{B}{L} \right) \int_{-T}^0 dz \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x \exp(k_0 z \sec^2 \theta) \sin(k_0 x \sec \theta) dx$$

$$= \frac{4V}{\pi L} \left(\frac{B}{L} \right) \left[\frac{1 - \exp(-k_0 T \sec^2 \theta)}{k_0^3 \sec^4 \theta} \right] \times$$

$$\times \left[\sin\left(\frac{k_0 L}{2} \sec \theta\right) - \left(\frac{k_0 L}{2} \sec \theta\right) \cos\left(\frac{k_0 L}{2} \sec \theta\right) \right].$$

Damit können wir alle mit dem freien Wellensystem zusammenhängenden Größen als einfache Integrale über θ darstellen und i.a. ohne weiteres numerisch auswerten. Insbesondere erhält man aus Gln. (2.3.28) das Wellenspektrum:

$$(2.5.3) \quad f_e(\theta) = - \frac{16}{\pi L} \left(\frac{B}{L} \right) \frac{1 - \exp(-k_0 T \sec^2 \theta)}{k_0^2 \sec \theta} \left[\sin\left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) \cos\left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) \right],$$

$$f_o(\theta) = g_e(\theta) = g_o(\theta) \equiv 0,$$

woraus alles andere mechanisch abgeleitet werden kann. Im folgenden wollen wir die Abkürzungen:

$$(2.5.4) \quad M = \frac{1 - \exp(-T k_0 \sec^2 \theta)}{\frac{L}{2} k_0 \sec \theta} \left[\sin\left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) \cos\left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) \right]$$

$$\gamma = \frac{L}{2} k_0 \sec \theta, \quad \gamma_o = L k_0 / 2,$$

verwenden. Dann erhalten wir aus Gln. (2.3.3) für das freie Wellenpotential und -bild:

$$(2.5.5) \quad \varphi^f(x, y, z) = - \frac{8V}{\pi k_0} \left(\frac{B}{L} \right) \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \cos \theta \exp(z k_0 \sec^2 \theta) \times \\ \times \cos \left[k_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta) \right] d\theta ,$$

$$(2.5.6) \quad \zeta^f(x, y) = \frac{8}{\pi k_0} \left(\frac{B}{L} \right) \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \sin \left[k_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta) \right] d\theta ,$$

mit den Integrationsgrenzen nach Gln. (2.3.5). Schließlich erhalten wir für den Wellenwiderstand nach Gln. (1.5.18) oder (2.3.4) den Ausdruck:

$$(2.5.7) \quad R = \frac{16}{\pi} \left(\frac{BV}{\gamma_0} \right)^2 \int_0^{\pi/2} M^2 \cos^3 \theta d\theta .$$

Wir werden häufig einen dimensionslosen Widerstandsbeiwert nach INUI (1957) verwenden.

$$(2.5.7a) \quad \frac{R}{\frac{\rho}{2} V^2 (a_1 L)^2} = \frac{R}{\frac{\rho}{2} V^2 (4B)^2} = \frac{2}{\pi \gamma_0} \int_0^{\pi/2} M^2 \cos^3 \theta d\theta .$$

Diese Gleichung definiert eine Funktion der dimensionslosen Parameter (γ_0 , B/L , T/L). Sie ist schon häufig ausgewertet worden, siehe z.B. die Tabellen von WEINBLUM (1955). Ferner hat INUI (1957, S 193-203) asymptotische Entwicklungen für große γ_0 angegeben und eine Aufspaltung in einen Fundamental- und einen Interferenzterm vorgeschlagen.

Wir wollen diese numerisch einfachen Ausdrücke dazu benutzen, zunächst den Zusammenhang zwischen Wellenwiderstand und Energiegehalt der Wellenbewegung zu veranschaulichen.

2.5.2. Wellenwiderstand und Energiefluß

a. Theorie und Definitionen

Im Abschnitt 2.1.2b. haben wir die folgende exakte Formel für den Wellenwiderstand in idealer Flüssigkeit abgeleitet:

$$(2.5.8) \quad R_w = \frac{\rho}{2} g \int_B \zeta^2 dy + \frac{\rho}{2} \int_B (u^2 + v^2 + w^2) dy dz - \rho \int_B u^2 dy dz.$$

Dabei ist B eine geeignete Kontrollfläche hinter der Wellenstörung. HAVELOCK (1934, S 515) hat für die einzelnen Terme auf der rechten Seite eine einfache physikalische Deutung gegeben. Das erste Integral ist die potentielle und das zweite die kinetische Energie der Störbewegung in der Ebene B. Das dritte Integral ist ein Maß für die Druckarbeit oder den Energiefluß durch die Ebene B.

Im Rahmen der linearisierten Theorie ist es gleichgültig, ob wir die Störgeschwindigkeiten (u,v,w) und die Wellenhöhe ζ aus dem gesamten Störpotential φ nach Abschnitt 1.5.2. oder aus dem freien Wellenpotential φ^f nach Abschnitt 2.3.1a. ableiten:

$$(2.5.9) \quad R_{w0} = \frac{\rho}{2} g \int_B (\zeta^f)^2 dy + \frac{\rho}{2} \int_B [(\varphi_x^f)^2 + (\varphi_y^f)^2 + (\varphi_z^f)^2] dy dz - \rho \int_B (\varphi_x^f)^2 dy dz.$$

In dieser Gleichung sind φ^f, ζ^f mit den Integrationsgrenzen für $\alpha = \pi$, d.h. $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$, $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ einzusetzen, und der Integrationsbereich für z in der Ebene B erstreckt sich nur bis $z = 0$.

Es muß betont werden, daß diese Äquivalenz zwischen φ und φ^f aufgrund der Definitionsgleichung (2.3.6) nur für den Gesamtwert R_{w0} besteht, und zwar unabhängig von der Lage x_B der Kontrollebene. Die einzelnen Terme ergeben für $x_B^2 \neq 0$ durchaus verschiedene Werte, je nachdem φ oder φ^f eingesetzt wird. Die Unterschiede sind jedoch für große $|x_B|$ klein und verschwinden asymptotisch für $x_B \rightarrow -\infty$.

Aufgrund der Gleichung (2.5.8/9) können wir den Wellenwiderstand in vier Komponenten zerlegen:

$$\begin{aligned} (2.5.10) \quad R &= R_P + R_K - R_D \\ &= R_P - R_{Kx} + R_{Ky} + R_{Kz} , \end{aligned}$$

wobei wir die Indizes P, K und D sinngemäß für potentielle und kinetische Energie und die Druckarbeit verwenden. Wenn wir uns im Rahmen der linearisierten Theorie auf φ^f beschränken, so ist die Auswertung der Komponenten nicht viel schwieriger als die des Wellenwiderstandes, außer insofern die Komponenten natürlich einzeln von der Lage der Kontrollebene B abhängen. Für Inuide der S-Reihe erhält man z.B. aus Gln. (2.3.5/6) folgende einfache Integrale:

$$(2.5.11a) \quad \frac{R_P}{\frac{\rho_0}{2} V^2 (4B)^2} = \frac{4}{\pi \gamma_0} \int_0^{\pi/2} M^2 \frac{\cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \sin^2(x k_0 \sec \theta) d\theta ,$$

$$(2.5.11b) \quad \frac{R_{Kx}}{\frac{\rho}{2} v^2 (4B)^2} = \frac{2}{\gamma_0} \int_0^{\pi/2} M^2 \frac{\cos^5 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \sin^2(xk_0 \sec \theta) d\theta,$$

$$(2.5.11c) \quad \frac{R_{Ky}}{\frac{\rho}{2} v^2 (4B)^2} = \frac{2}{\gamma_0} \int_0^{\pi/2} M^2 \frac{\sin^2 \theta \cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \cos^2(xk_0 \sec \theta) d\theta,$$

$$(2.5.11d) \quad \frac{R_{Kz}}{\frac{\rho}{2} v^2 (4B)^2} = \frac{2}{\gamma_0} \int_0^{\pi/2} M^2 \frac{\cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \cos^2(xk_0 \sec \theta) d\theta.$$

Man kann leicht verifizieren, daß diese Komponenten nach Einsetzen in Gln. (2.5.10) voraussetzungsgemäß den von x unabhängigen Ausdruck (2.5.7a) ergeben.

Die Wellenwiderstandskomponenten nach Gln. (2.5.11) sind keine periodischen Funktionen von x. Man kann dennoch gewisse "Mittelwerte" $\bar{R}_P$, $\bar{R}_{Kx}$, $\bar{R}_{Ky}$, $\bar{R}_{Kz}$ einführen, indem man setzt:

$$(2.5.12) \quad \overline{\sin^2(xk_0 \sec \theta)} = \overline{\cos^2(xk_0 \sec \theta)} = \frac{1}{2}.$$

Diese "Mittelwerte" können wahlweise auch als die asymptotischen Werte für $x \rightarrow \infty$ aufgefaßt werden. *) Die Re-

*) Diese Deutung gilt nicht für den nachfolgenden Fall der seitlich beschränkten Flüssigkeit.

lation (2.5.10) gilt natürlich auch für die Mittelwerte. Man beachte, daß es unter den vier Mittelwerten eigentlich nur zwei echt verschiedene Funktionen gibt. Denn offenbar ist

$$(2.5.13) \quad \begin{aligned} \bar{R}_{Kz} &= \bar{R}_{Kx} + \bar{R}_{Ky} , \\ \bar{R}_P &= \bar{R}_{Kx} + \bar{R}_{Ky} + \bar{R}_{Kz} . \end{aligned}$$

In diesem Abschnitt haben wir bisher seitlich unbeschränkte Flüssigkeit vorausgesetzt, insofern kontinuierliche Funktionen von θ und Integrale über θ auftreten. Entsprechende Ausdrücke für seitlich beschränkte Flüssigkeit lassen sich formal nach der Vorschrift von Abschnitt 2.3.1g. ableiten. Als Beispiel geben wir nur den aus Gln. (2.5.7a) abgeleiteten Ausdruck für den Wellenwiderstand wieder:

$$(2.5.14) \quad \frac{R}{\frac{\rho}{2} v^2 (4B)^2} = \frac{2}{\gamma_0} \left(\frac{L}{b} \right) \sum_{v=0}^{\infty} M(\theta_v) \frac{\cos^6 \theta_v}{1 + \sin^2 \theta_v} ,$$

$$\text{mit } \theta_v \text{ aus } \gamma_0 \sec^2 \theta_v \sin \theta_v = \left(\frac{L}{b} \right) \pi v .$$

Dabei haben wir der Einfachheit halber einen zur Quellverteilungsebene $y = 0$ symmetrischen Kanal der Breite b angenommen. Aus Gln. (2.5.11) folgen analoge Ausdrücke für die Wellenwiderstandskomponenten R_P usw.

b. Numerische Ergebnisse

Es besteht sowohl theoretisches als auch praktisches Interesse daran, die relative Größenordnung dieser **Wellenwiderstandskomponenten** und deren Abhängigkeit von den verschiedenen in Frage kommenden Parametern (γ_0 , B/L , T/L , L/b , x/L) numerisch zu untersuchen. Es ist z.B. für die praktische Wellenanalyse vorteilhaft, die Messung der Wellenquerschnitte in solche Ebenen $x = x_1$ zu verlegen, an denen die potentielle Energie R_p ein lokales Maximum erreicht. Denn R_p als Integral von ζ^2 ist offenbar ein Maß für die an der Oberfläche sicht- und meßbare Wellenbewegung.

Aus diesen Gründen wurden an einer Rechenanlage vom Typ IBM 650 umfangreiche Rechnungen durchgeführt, wobei die oben erwähnten Parameter in weiten Bereichen variiert wurden. Einige typische Ergebnisse sind hier in drei Diagrammen zusammengefaßt. Alle drei Fälle gelten für $T/L = 0,05$ und sind aufgrund der gewählten Darstellung unabhängig von B/L . Sie gelten daher speziell auch für das Inuid S 201: $B/L = 0,2$.

Zunächst sind in Abb. 2.7. die Mittelwerte der Wellenwiderstandskomponenten nach Gln. (2.5.11) in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsparameter γ_0 aufgetragen. Der Bereich $0 \leq \gamma_0 \leq 20$ entspricht $\infty > Fr \geq 0,158$ wegen der Beziehung $\gamma_0 = 1/2Fr^2$. Die Rechnungen wurden in diesem Fall für $L/b = 0,2$ durchgeführt, aber der Einfluß dieser verhältnismäßig großen Kanalbreite ist in der hier wiedergegebenen Zeichnung kaum sichtbar. Die Kurven gelten daher praktisch auch für seitlich unbeschränkte Flüssigkeit. Wir stellen fest, daß alle Komponenten im wesent-

lichen das gleiche Abklingen und gleiche Oszillationen mit γ_0 aufweisen. Die Periode dieser Oszillationen beträgt für große γ_0 etwa π . Für mittlere und höhere γ_0 wird der Verlauf der $\bar{R}$ -Kurve sowohl qualitativ als auch quantitativ hauptsächlich von der Komponente $\bar{R}_{Kx}$ bestimmt. Für sehr kleine γ_0 erlangt dagegen die Komponente $\bar{R}_{Ky}$ die entscheidende Bedeutung. Nebenbei sei bemerkt, daß für $\gamma_0 \rightarrow 0$ die dimensionslosen Beiwerte $R/\frac{Q}{2}V^2(4B)^2$ aller Komponenten einzeln verschwinden!

Das zweite Beispiel, Abb. 2.8., zeigt die Wellenwiderstandskomponenten in Abhängigkeit von x und die entsprechenden Mittelwerte. Auch diese Darstellung ist dimensionslos, aber die Rechnung gilt für den Spezialfall $L/B = 0,7992$, $\gamma_0 = 10,14$, d.h. $Fr = 0,2221$, weil dieser Fall bei unserer experimentellen Untersuchung tatsächlich vorkommt, vgl. Abschnitt 3.3.4a.

Der Buchstabe R auf der Abszisse zeigt die Lage des nominellen "Reflektionspunktes", wo die vom Vorsteven ($x = L/2$) ausgehende Kelvinsche Grenzlinie $y = \frac{L}{2} - x$ die Kanalwand $y = b/2$ trifft. Zu der Darstellung in Abb. 2.8. ist noch folgendes zu sagen. Die verschiedenen Komponenten R_{Kx} , R_{Ky} , usw. sind nicht einzeln, sondern in sinnvollen Kombinationen aufgetragen. Nach Gln. (2.5.10) setzt sich der gleichbleibende Wellenwiderstand aus vier oszillierenden Funktionen zusammen. Die Komponente R_{Ky} ist für große γ_0 , siehe auch Abb. 2.8., verhältnismäßig klein und weist auch mit x keine starken Oszillationen auf. Die übrigen Komponenten R_{Kx} , R_{Kz} , R_p oszillieren sehr stark, und zwar ungefähr mit einer Periode $\lambda_0/2$, wo $\lambda_0 = 2 V^2/g$ die entsprechende freie Wellenlänge ist. Die Schwankungen von R_{Kx} und R_{Kz} sind gegensätzlich, so daß die

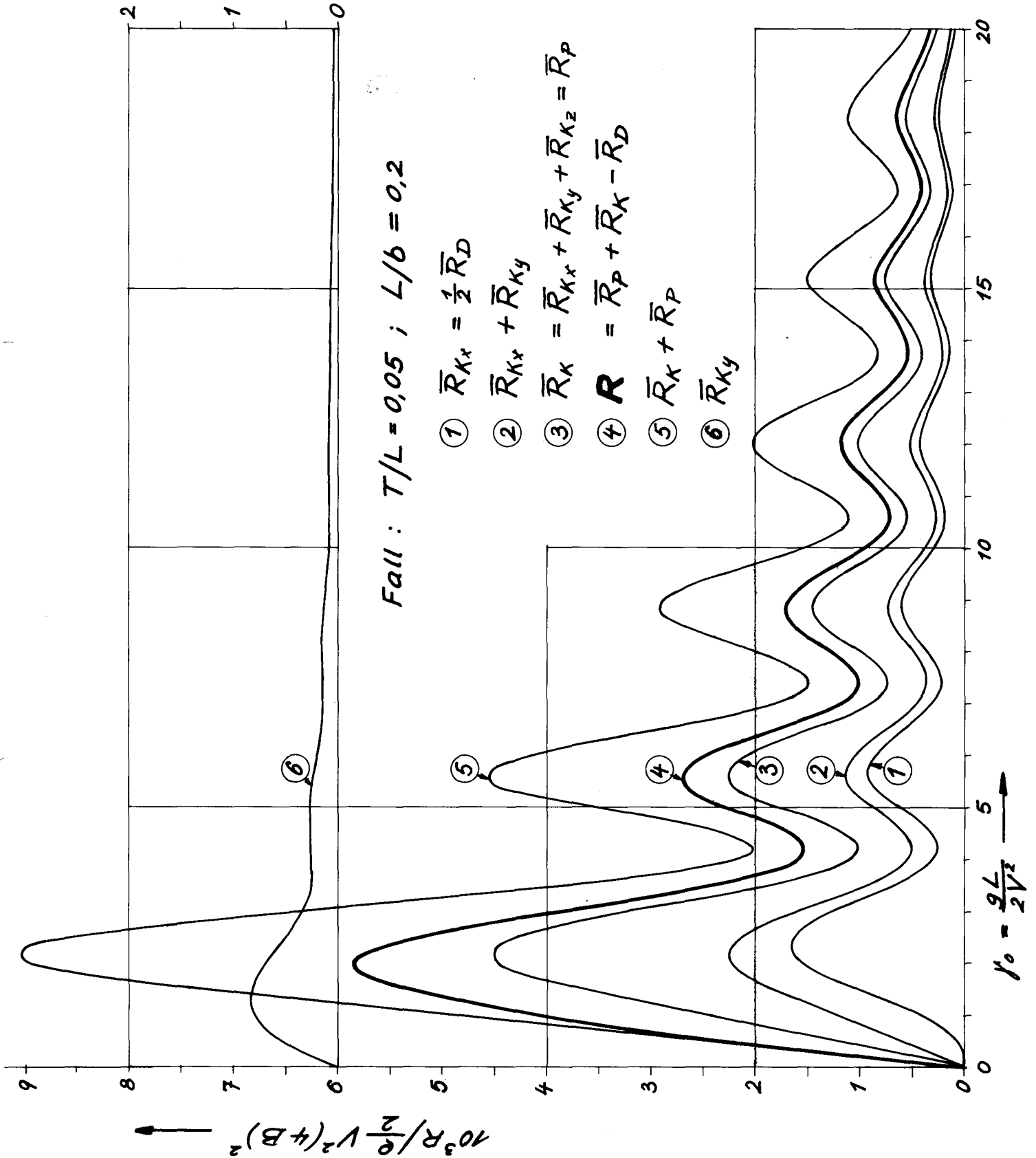


Abb. 2.7. Komponenten des Wellenwiderstandes in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsparameter γ_0 .

gesamte kinetische Energie R_K nur verhältnismäßig geringe Schwankungen um ihren Mittelwert $\bar{R}_K$ aufweist. Ebenso heben sich die Schwankungen der potentiellen Energie R_P und der Druckarbeit $R_D = 2R_{Kx}$ zum großen Teil auf und die Differenz $R_P - R_D$ schwankt nur wenig um ihren Mittelwert $\bar{R}_P - \bar{R}_D$. Die Auftragung der verschiedenen Kurven in Abb. 2.8. sollte diesen Sachverhalt hervorheben. Ferner sei festgestellt, daß diese Tendenzen eigentlich nur für seitlich unbeschränkte Flüssigkeit gelten. Nach dem Einsetzen eines ausgesprochenen Kanaleinflusses, etwa ab $(-x/L) > 2$ lassen sich keine regelmäßigen Züge in den Schwankungen erkennen. An dem auf asymptotischen Überlegungen ruhenden "Reflektionspunkt" ist kein auffallender Verlauf der verschiedenen Kurven zu beobachten. Eine wichtige Folgerung ist außerdem, daß die potentielle Energie der freien Wellen R_P allein - zumindest nach diesen theoretischen Berechnungen - kein geeignetes Maß für den Wellenwiderstand ist. Die auf dieser Vorstellung basierenden Vorschläge von KORVIN-KROUKOVSKY (1960) und GADD (1962) für die experimentelle Ermittlung des scheinbaren Wellenwiderstandes aus gemessenen Wellenprofilen entbehren demnach einer soliden theoretischen Grundlage.

Das dritte Diagramm, Abb. 2.9., zeigt die Integranden der Mittelwerte der verschiedenen Wellenwiderstandskomponenten für den vorhergehenden Fall $T/L = 0,05$; $\gamma_0 = 10,14$. Die Zeichnung beruht auf einer Rechnung für $L/b = 0,7992$, aber die gewählte Darstellung ist unabhängig vom Kanaleinfluß. Die Integrandenfunktionen sind so gewählt, daß man daraus die Wellenwiderstandskomponenten für beliebige L/b errechnen kann nach der Vorschrift:

$\rho_0 = 10,14$ $F_r = 0,2221$ $L/b = 0,7992$ $T/L = 0,05$
 $(L = 4,000m \quad V = 1,391m/s \quad b = 5,005m)$

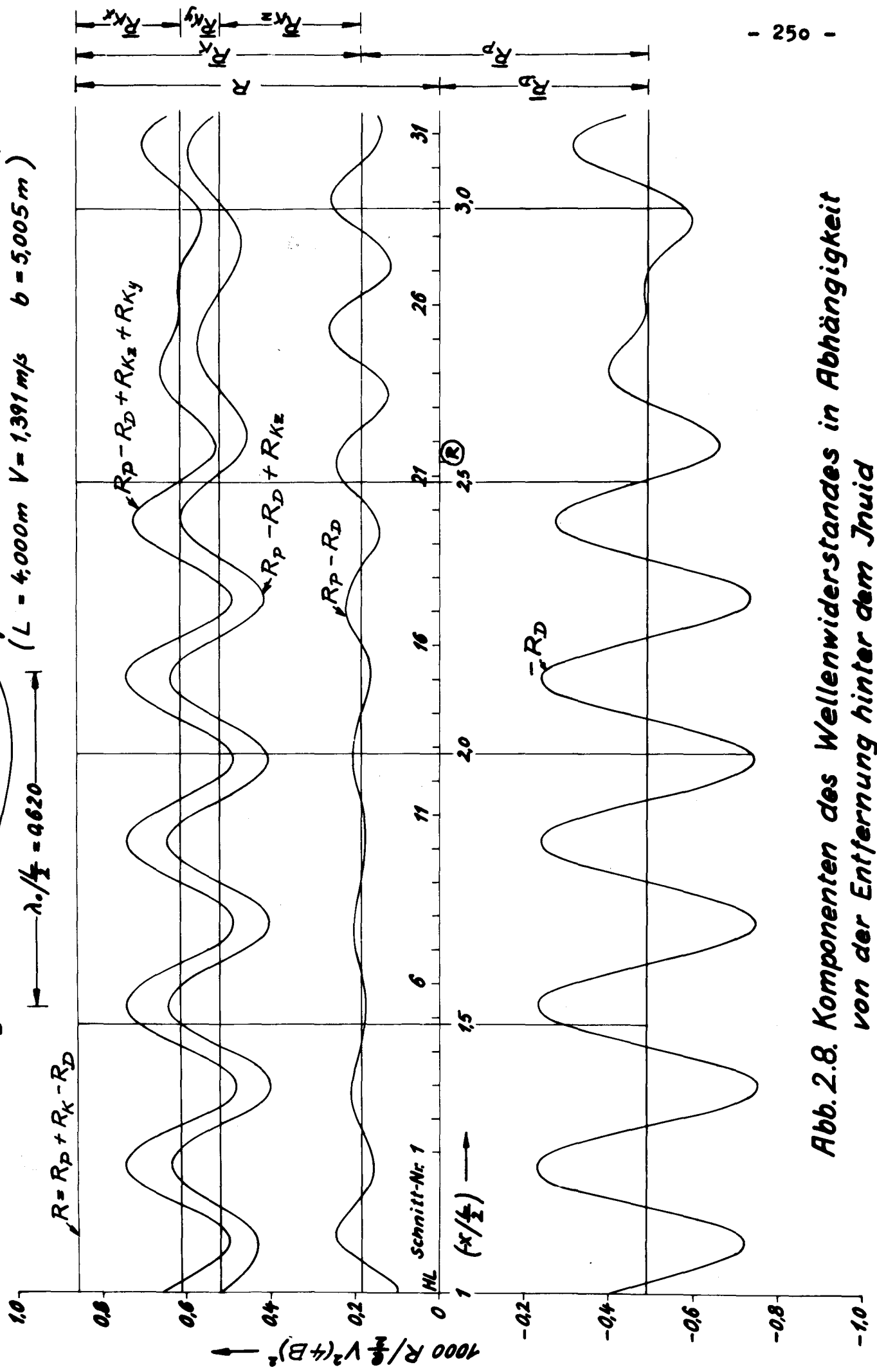
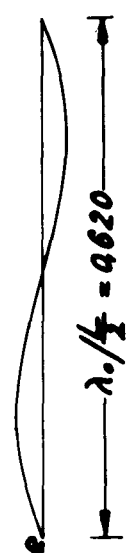


Abb. 2.8. Komponenten des Wellenwiderstandes in Abhängigkeit von der Entfernung hinter dem Inuid

$$(2.5.15) \quad \frac{R}{\frac{QV^2}{2}(4B)^2} = \frac{2L}{b} \sum_{v=0}^{\infty} F(u_v L/2), \quad u_v = 2\pi v/b;$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F(uL/2) d(uL/2), \quad b \rightarrow \infty.$$

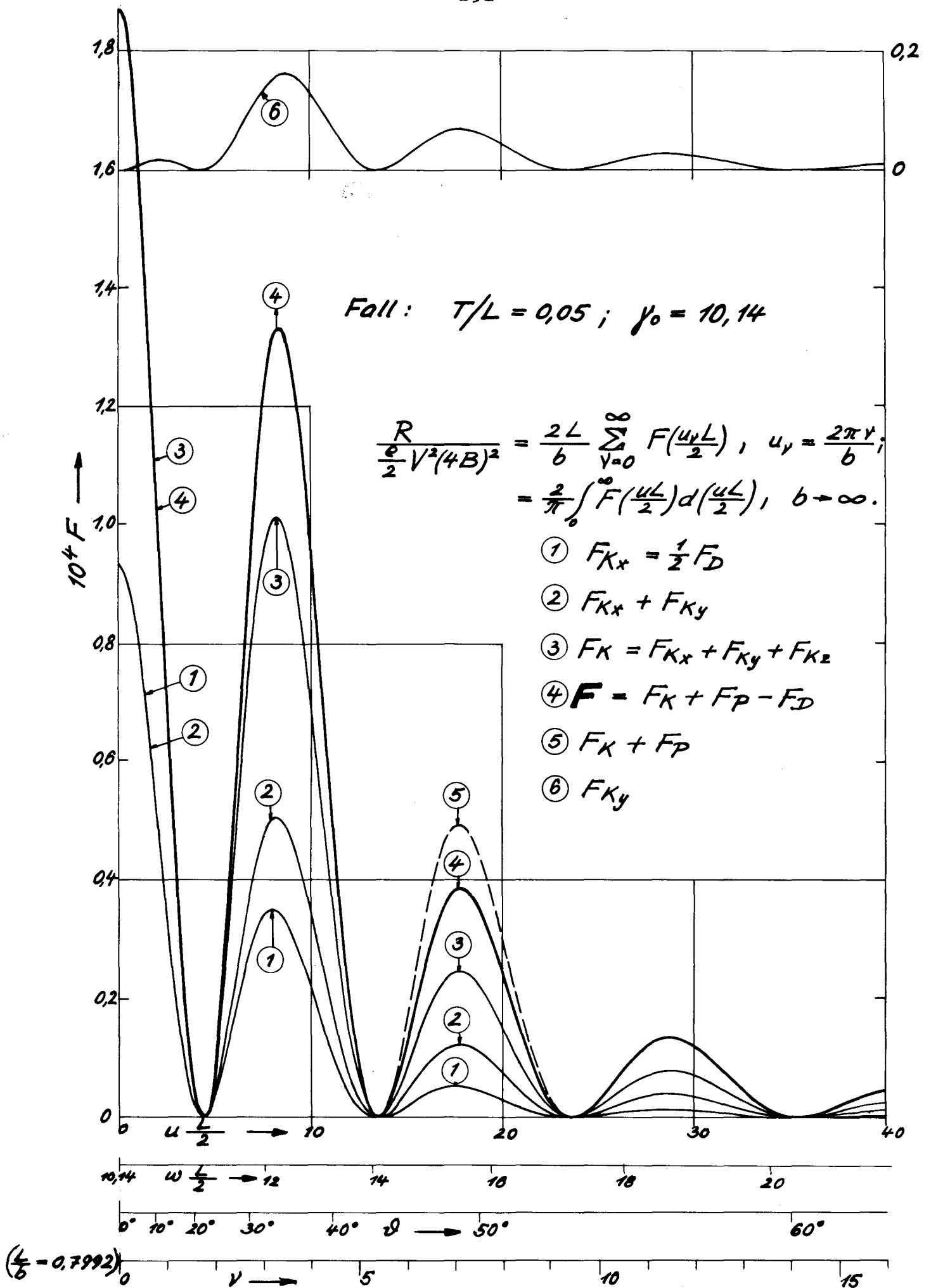
Darin bedeutet $F(u_v L/2)$, daß für $L/b \neq 0$ die Werte der Funktion F an den Stellen $u = u_v L/2$ zu summieren sind. Der Kanaleinfluß ist also eine Art Quadraturvorschrift für den Integranden F , siehe auch Abschnitt 2.3.1g. Eine v -Skala für den Spezialfall $\frac{L}{b} = 0,7992$ ist auch eingetragen. Die übrigen Skalen für die Abszisse: $uL/2$, $wL/2$ und θ sind unabhängig von L/b .

Abb. 2.9. veranschaulicht die Verteilung der mittleren potentiellen und kinetischen Energie auf die Elementarwellen. Es sind wie in Abb. 2.8. statt der einzelnen Komponenten F_{Kx} , F_{Ky} usw. gewisse sinnvolle Kombinationen aufgetragen. Es ist verständlich, daß alle Komponenten im wesentlichen die gleichen Oszillationen und genau dieselben Nullstellen haben. Denn der Verlauf aller Integranden wird nach Gln. (2.5.11) durch die Funktion M bestimmt. Die Nullstellen dieser Funktion hängen nach Definitionsgln. (2.5.4) nur vom Parameter $\gamma = wL/2 = \frac{L}{2}k_0 \sec\theta$ wie folgt ab:

$$(2.5.16) \quad \sin\left(\frac{L}{2}k_0 \sec\theta\right) - \left(\frac{L}{2}k_0 \sec\theta\right)\cos\left(\frac{L}{2}k_0 \sec\theta\right) = 0,$$

d.h. $\gamma = \text{tg } \gamma$; für große γ ist der Abstand zwischen sukzessive Nullstellen asymptotisch gleich π .

Es ist bemerkenswert, daß für die Transversalwelle



($\theta = 0$) stets gilt:

$$(2.5.17a) \quad \theta = 0: \quad F_{Ky} = 0, \quad F_{Kx} = F_{Kz}.$$

Hieraus folgt offenbar

$$(2.5.17b) \quad \theta = 0: \quad F = F_K = F_P = F_D.$$

Für $\theta \neq 0$ treten zunehmende Abweichungen von Gln. (2.5.17) auf. Am anderen Intervallende $\theta \rightarrow \pi/2$ gilt offensichtlich

$$(2.5.18) \quad \theta = \pi/2: \quad F_{Kx} = 0, \quad F_{Ky} = F_{Kz} \quad \text{usw.}$$

Der Bereich $\theta \approx \pi/2$ hat jedoch keinen Einfluß auf die Wellenwiderstandskomponenten, weil die Integranden für $\theta \rightarrow \pi/2$ sehr stark abklingen.

2.5.3. Wellenbild und -spektrum

a. Bug- und Heckwellensystem

Wir betrachten jetzt das freie Wellenbild hinter der Quellverteilung, d.h. für $x < -L/2$. Aus Gln. (2.5.6) erhalten wir

$$(2.5.19) \quad \zeta^f(x, y) = \frac{16}{\pi k_0} \left(\frac{B}{L} \right) \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \exp(-T k_0 \sec^2 \theta)}{\frac{L}{2} k_0 \sec \theta} \times \\ \times \left[\sin\left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) - \left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) \cos\left(\frac{L}{2} k_0 \sec \theta\right) \right] \times \\ \times \sin(x k_0 \sec \theta) \cos(y k_0 \sec^2 \theta \sin \theta) d\theta,$$

indem wir die Integrationsgrenzen für $\alpha = 0$ nach Gln. (2.3.5) einsetzen. Streng genommen, beschreibt dieser Ausdruck das lineartheoretische Wellenbild der Quellverteilung, Gln. (2.5.1), nur asymptotisch für $x \rightarrow -\infty$. Der Fehler beträgt nach Gln. (2.3.6) höchstens $O(\frac{1}{|x|})$, oder etwas genauer: $O(\frac{1}{k_0 |x+L/2|})$. Aber praktisch kann es als eine gute Näherung im gesamten Bereich $-\infty < x \leq -\frac{L}{2}$ angesehen werden, weil der Rest $(\zeta - \zeta^f)$, der gewöhnlich die lokale Störung der freien Oberfläche genannt wird, erfahrungsgemäß sehr rasch abklingt.

Für manche Anwendung ist es zweckmäßig, das Wellenbild nach Gln. (2.5.19) formal in zwei oder mehr Teile zu zerlegen, vgl. Abschnitt 1.5.3. Zum Beispiel schlägt INUI (1957, S 207) die folgende Aufteilung in ein Bugwellensystem ζ_v^f und ein Heckwellensystem ζ_h^f vor.

$$(2.5.20a) \quad \zeta^f(x,y) = \zeta_v^f(x,y) + \zeta_h^f(x,y);$$

$$(2.5.20b) \quad \zeta_v^f = -\frac{8}{\pi k_0} \left(\frac{B}{L}\right) \int_0^{\pi/2} \left[1 - \exp(-Tk_0 \sec^2 \theta) \right] \cdot \left[\sin \left[(x-L/2)k_0 \sec \theta \right] - \frac{\cos \left[(x-L/2)k_0 \sec \theta \right]}{\frac{L}{2}k_0 \sec \theta} \right] \cdot \cos(yk_0 \sec^2 \theta \sin \theta) d\theta ,$$

$$(2.5.20c) \quad \zeta_h^f = -\frac{8}{\pi k_0} \left(\frac{B}{L}\right) \int_0^{\pi/2} \left[1 - \exp(-Tk_0 \sec^2 \theta) \right] \cdot \left[\sin \left[(x+L/2)k_0 \sec \theta \right] + \frac{\cos \left[(x+L/2)k_0 \sec \theta \right]}{\frac{L}{2}k_0 \sec \theta} \right] \cdot \cos(yk_0 \sec^2 \theta \sin \theta) d\theta .$$

Diese Aufteilung erscheint zunächst etwas künstlich, ja fast rein willkürlich. Aber sie wird plausibler, wenn man das Wellenbild der Quellverteilung (2.5.1) als ein Integral über die Verteilungsstrecke $-L/2 \leq x \leq L/2$ darstellt. Nach partieller Integration erhält man ζ_v^f als den Beitrag der vorderen Grenze $x = L/2$ und ζ_h^f als den Beitrag der hinteren Grenze $x = -L/2$. Alle solchen Aufteilungen in Beiträge des Bugs und Hecks sind theoretisch ziemlich schwach fundiert. Sie können dennoch praktisch nützlich sein, wenn z.B. verschiedene halbempirische Korrekturen auf das Bug- und Heckwellensystem angewandt werden sollen.

b. Halbempirische Korrekturen

Wir betrachten jetzt ein Beispiel für die Anwendung halbempirischer Korrekturen auf das lineartheoretische Wellenbild im verallgemeinerten Inuischen Sinne, vgl. Abschnitt 1.5.3. Dazu stellen wir fest, daß die Schiffsförm, genauer genommen die korrespondierende Quellverteilung, in dem Ausdruck für das lineartheoretische freie Wellensystem, Gln. (2.5.19), durch die Größen B , L und T vertreten ist. Dadurch ergibt sich eine einfache Möglichkeit für eine systematische Abänderung des Wellenbildes, indem man etwa die wahren Größen B , L und T durch virtuelle B' , L' und T' ersetzt. Wenn man das Bug- und Heckwellensystem nach Gln. (2.5.20) unterscheidet, so ergeben sich Korrekturmöglichkeiten an sechs Stellen. Schließlich kann man die Länge L verschieden korrigieren, je nachdem sie im Faktor oder im Argument einer trigonometrischen Funktion vorkommt. (Im ersteren Fall ruft sie eine reine Amplitudenände-

rung, im letzteren vorwiegend eine Phasenverschiebung des Wellenbildes hervor.) Wir betrachten also im ganzen ein System von acht Korrekturen. Der Einfachheit halber setzen wir die Korrekturen als lineare Faktoren c_1 bis c_8 an, die jeweils das Verhältnis der virtuellen zur wahren Größe darstellen. Die Konstanten c_1 bis c_8 sollen grundsätzlich von der Integrationsvariable θ unabhängig sein, können aber mit dem Geschwindigkeitsparameter k_0 variieren. Das modifizierte Wellenbild schreiben wir in Analogie zur Gln. (2.5.20) als:

$$(2.5.21a) \quad \zeta^f(x, y) = \zeta_v^f(x, y) + \zeta_h^f(x, y);$$

$$(2.5.21b) \quad \zeta_v^f = - \frac{8}{\pi k_0} \left(\frac{c_1^B}{c_5^L} \right) \int_0^{\pi/2} \left[1 - \exp(-c_7 T k_0 \sec^2 \theta) \right] \cdot \\ \cdot \left\{ \sin \left[\left(x - \frac{L}{2} c_3 \right) k_0 \sec \theta \right] - \frac{\cos \left[\left(x - \frac{L}{2} c_3 \right) k_0 \sec \theta \right]}{\frac{L}{2} c_5 k_0 \sec \theta} \right. \\ \left. \cdot \cos(y k_0 \sec^2 \theta \sin \theta) \right\} d\theta ,$$

$$(2.5.21c) \quad \zeta_h^f = - \frac{8}{\pi k_0} \left(\frac{c_2^B}{c_6^L} \right) \int_0^{\pi/2} \left[1 - \exp(-c_8 T k_0 \sec^2 \theta) \right] \cdot \\ \cdot \left\{ \sin \left[\left(x + \frac{L}{2} c_4 \right) k_0 \sec \theta \right] + \frac{\cos \left[\left(x + \frac{L}{2} c_4 \right) k_0 \sec \theta \right]}{\frac{L}{2} c_6 k_0 \sec \theta} \right. \\ \left. \cdot \cos(y k_0 \sec^2 \theta \sin \theta) \right\} d\theta .$$

Das modifizierte Wellenbild hängt jetzt zusätzlich von den acht Parametern c_1 bis c_8 ab, für die man folgende pseudoanschauliche Bezeichnungen verwenden könnte:

c_1 = Korrekturfaktor für die Breite des Vorschiffes,
 c_2 = Korrekturfaktor für die Breite des Hinterschiffes,
 c_3 = Korrekturfaktor für die Phase der Bugwelle,
 c_4 = Korrekturfaktor für die Phase der Heckwelle,
 c_5 = Korrekturfaktor für die Länge des Vorschiffes,
 c_6 = Korrekturfaktor für die Länge des Hinterschiffes,
 c_7 = Korrekturfaktor für den Tiefgang des Vorschiffes,
 c_8 = Korrekturfaktor für den Tiefgang des Hinterschiffes.

Es sei jedoch betont, daß diese Bezeichnungen an sich noch keinen physikalischen Sachverhalt widerspiegeln. Denn der Einfluß des Vor- und Hinterschiffes auf das Wellenbild kann nicht in dieser Weise exakt getrennt werden. Außerdem beziehen sich die Größen B , L und T (zumindest in der Inuischen Theorie) gar nicht direkt auf die Schiffsform, sondern auf die Quellverteilung, vgl. Gln. (2.4.1 und 24). Wir haben das Koeffizientenschema c_1 bis c_8 formal eingeführt, um daraus einige physikalisch sinnvolle Spezialfälle ableiten zu können.

Betrachten wir zunächst die im Abschnitt 1.5.3. erklärten Korrekturen von INUI (1957). Danach wird das freie Wellenbild hinter dem Schiff nur durch drei Faktoren α , β und δ verändert, vgl. Gln. (1.5.33). Diese ergeben sich als Spezialfall unserer Koeffizienten c_1 bis c_8 , indem man setzt:

$$(2.5.22) \quad c_1 = \alpha, \quad c_2 = \beta, \quad c_3 = 1, \quad c_4 = (1+2\delta);$$

$$c_5 = c_6 = c_7 = c_8 = 1.$$

Es ist zu beachten, daß man die gleiche Wirkung des Faktors δ auf die Amplitudenfunktion und damit auf den Wellenwiderstand in verschiedener Weise erzielen kann unter der Bedingung:

$$(2.5.22a) \quad c_3 + c_4 = 2(1+\delta).$$

Die Aufteilung der gesamten Phasenverschiebung δ in die Bug- und Heckanteile c_3 bzw. c_4 beeinflusst lediglich das Phasenspektrum.

Die Inuische Phasenkorrektur δ ist begrifflich etwas befremdend. Denn sie kann wegen der Ungleichheiten $c_3 \neq c_5$ und $c_4 \neq c_6$ nicht als eine konsequente Längenskorrektur aufgefaßt werden. Aus grundsätzlichen Erwägungen ist es jedoch wünschenswert, daß alle anzuwendenden Korrekturen als virtuelle Veränderungen der Grundvariablen B , L , T und V gedeutet werden können. Wir schlagen daher die folgende Abänderung der Inuischen Korrekturen vor:

$$(2.5.23) \quad \bar{\alpha} = c_1/c_3 = c_1/c_5, \quad \bar{\beta} = c_2/c_4 = c_2/c_6, \\ 1+\bar{\delta} = c_3 = c_4 = c_5 = c_6; \quad c_7 = c_8 = 1.$$

Diese neuen Korrekturen $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ und $\bar{\delta}$ können nicht nur als Abänderungen des Wellenbildes sondern ebenso gut als konsequente Abänderungen der charakteristischen Formparameter angesehen werden:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \text{Korrekturfaktor für } B/L \text{ im Vorschiff,} \\ \bar{\beta} &= \text{Korrekturfaktor für } B/\underline{L} \text{ im Hinterschiff,} \\ \bar{\delta} &= \text{Korrekturfaktor für } L \text{ insgesamt.} \end{aligned}$$

Selbstverständlich kann man die Längenkorrektur $\bar{\delta}$ im Gegensatz zur Gln. (2.5.23) auch ungleichmäßig auf das Vor- und Hinterschiff verteilen. Es ist jedoch, wie bereits erwähnt, ohne Bedeutung für die Amplitudenfunktion. Im Rahmen der Inuischen Theorie ist es sachgemäß, unter dem Verhältnis B/L kein "Formparameter", sondern ein Maß für die Quellintensität $a_1 = 4 B/L$ zu verstehen. Es ist daher völlig natürlich, wenn diese Korrektur in der Praxis für Vor- und Hinterschiff verschieden ausfällt. Es ist offenbar, daß im Spezialfall $\bar{\delta} = \delta = 0$ die Korrekturen $\bar{\alpha}$ und $\bar{\beta}$ mit α bzw. β identisch sind. Ist jedoch $\delta \neq 0$, so ist es grundsätzlich unmöglich, die Wirkung der Korrekturen α , β , δ durch geeignete Werte $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\delta}$ zu erzielen. Denn man erhält verschiedene Äquivalenzbedingungen, je nachdem man den ersten oder den zweiten Term im Integranden der Gln. (2.5.21b/c) betrachtet, und zwar entweder

$$(2.5.24a) \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{1+\delta}, \quad \bar{\beta} = \frac{\beta}{1+\delta}, \quad \bar{\delta} = \delta$$

für den "Sinusterm" mit dem Faktor $\sin\left[\left(x \mp \frac{L}{2}\right)k_0 \sec\theta\right]$ oder aber

$$(2.5.24b) \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{(1+\delta)^2}, \quad \bar{\beta} = \frac{\beta}{(1+\delta)^2}, \quad \bar{\delta} = \delta.$$

für den "Cosinusterm" mit dem Faktor $\cos\left[\left(x \mp \frac{L}{2}\right)k_0 \sec\theta\right]$. Diese Bedingungen können nur im Spezialfall: $\delta = 0$ gleichzeitig erfüllt werden. Unsere Korrekturen $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ und $\bar{\delta}$ stellen also mehr als nur eine formale Umdeutung der Inuischen α , β und δ dar. Dies gilt umsomehr, als d für den praktisch interessanten Bereich der mittleren k_0 -Werte die "Sinus"- und "Cosinusterme" in Gln. (2.5.21) Beiträge von vergleichbarer Größenordnung leisten. Lediglich für Extremwerte des Parameters k_0 über-

wiegt der "Sinus"- oder der "Cosinusterm", und zwar je nachdem k_0 sehr groß oder klein wird. In diesen Grenzfällen verschwindet der prinzipielle Unterschied zwischen den Korrektursystemen α, β, δ und $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\delta}$, da man nur eine der Gln. (2.5.24a oder b) zu erfüllen braucht, um die Äquivalenz der Korrekturen zu erreichen.

Zum Schluß betrachten wir eine weitere Korrektur des Wellenbildes, die zwar anschaulich begründet, aber formal nicht als eine einfache Korrektur der Größen B, L oder T erklärt werden kann. Diese Korrektur wurde durch unsere Versuchsergebnisse angeregt, insofern der Vergleich zwischen dem experimentell ermittelten und lineartheoretisch berechneten Wellenspektrum die Notwendigkeit für eine von θ abhängige Phasenkorrektur ergab, vgl. Abschnitt 3.4.3c. Nach den Versuchsergebnissen sollte diese Korrektur für $\theta = 0$ verschwinden und für $\theta \rightarrow \pi/2$ sehr stark anwachsen. Eine naheliegende Möglichkeit, dies zu erreichen, liegt darin, daß man in Gln. (2.5.21) die Konstanten c_3 und c_4 ersetzt etwa durch $(c_3 + d_3 \operatorname{tg} \theta)$ bzw. $(c_4 + d_4 \operatorname{tg} \theta)$:

$$(2.5.25a) \quad \tilde{\zeta}^f(x, y) = \zeta_v^f(x, y) + \zeta_h^f(x, y),$$

$$(2.5.26b) \quad \tilde{\zeta}_v^f = - \frac{8}{\pi k_0} \left(\frac{c_1 B}{c_5 L} \right) \int_0^{\pi/2} \left[1 - \exp(-c_7 T k_0 \sec^2 \theta) \right] \cdot \\ \cdot \left\{ \sin \left[\left(x - \frac{L}{2} c_3 + d_3 \operatorname{tg} \theta \right) k_0 \sec \theta \right] - \frac{\cos \left[\left(x - \frac{L}{2} c_3 + d_3 \operatorname{tg} \theta \right) k_0 \sec \theta \right]}{\frac{L}{2} c_5 k_0 \sec \theta} \right. \\ \left. \cdot \cos(y k_0 \sec^2 \theta \sin \theta) d\theta, \right.$$

$$\begin{aligned}
 (2.5.25c) \quad \tilde{\zeta}_h^f &= - \frac{8}{jk_0} \left(\frac{c_2^B}{c_6 L} \right) \int_0^{\pi/2} \left[1 - \exp(-c_8 T k_0 \sec^2 \theta) \right] \cdot \\
 &\quad \sin \left[\left(x + \frac{L}{2} c_4 + d_4 \operatorname{tg} \theta \right) k_0 \sec \theta \right] + \frac{\cos \left[\left(x + \frac{L}{2} c_4 + d_4 \operatorname{tg} \theta \right) k_0 \sec \theta \right]}{\frac{L}{2} c_6 k_0 \sec \theta} \\
 &\quad \cos(y k_0 \sec^2 \theta \sin \theta) d\theta.
 \end{aligned}$$

Die Koeffizienten d_3 und d_4 in Gln. (2.5.25) können als ein Maß für eine konstante Phasenverschiebung $d_3 L/2$ bzw. $d_4 L/2$ in y -Richtung angesehen werden. Dies geht aus den folgenden Identitäten hervor, die für alle geraden Funktionen $f_e(\theta)$ gelten:

$$\begin{aligned}
 (2.5.26a) \quad &\int_0^{\pi/2} f_e(\theta) \sin(x k_0 \sec \theta) \cos(y k_0 \sec^2 \theta \sin \theta) d\theta \\
 &= \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_e(\theta) \sin \left[(x \cos \theta + y \sin \theta) k_0 \sec^2 \theta \right] d\theta,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2.5.26b) \quad &\int_0^{\pi/2} f_e(\theta) \sin \left[(x + y_0 \operatorname{tg} \theta) k_0 \sec \theta \right] \cos(y k_0 \sec^2 \theta \sin \theta) d\theta \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} f_e(\theta) \sin \left[(x \cos \theta + \overline{y + y_0} \sin \theta) k_0 \sec^2 \theta \right] d\theta + \\
 &\quad + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} f_e(\theta) \sin \left[(x \cos \theta + \overline{y - y_0} \sin \theta) k_0 \sec^2 \theta \right] d\theta.
 \end{aligned}$$

Demnach ist für Wellenbilder, die zur Ebene $y = 0$ symmetrisch sind, eine Phasenverschiebung in y -Richtung um $\pm y_0$ (je nachdem $\theta > < 0$) gleichbedeutend

mit einer Verschiebung $y_0 \operatorname{tg} \theta$ in x-Richtung! Der Faktor $(c_3 + d_3 \operatorname{tg} \theta)$ bewirkt also eine gerichtete oder vektorielle Phasenverschiebung. Da die Verschiebung in y-Richtung für die Wellenfortschrittsrichtungen $\theta \gtrless 0$ verschiedene Vorzeichen hat, bedeutet sie eine seitliche "Aufspaltung" des resultierenden Wellenbildes. Dies ist in Abb. 2.10. am Beispiel des Wellenbildes einer punktförmigen Störung veranschaulicht. Das "korrigierte" Wellenbild wird verständlich, wenn man bedenkt, daß die Elementarwellen $\theta \gtrless 0$ asymptotisch für große $(x^2 + y^2)$ jeweils nur in den Bereichen $y \gtrless 0$ zum sichtbaren Wellenbild beitragen. Eine solche Auseinanderspaltung des Heckwellensystems wurde bei unseren Versuchen mehrfach beobachtet, vgl. A.3.3.4a. Sie steht anscheinend im Zusammenhang mit der Ablösung der Grenzschicht am hinteren Ende des Modells. TAKAHEI (1961, S 214-5) hat sogar eine ähnliche "Verbreiterung" des Bugwellensystems festgestellt, die er durch eine in der linearen Theorie vernachlässigte Wechselwirkung zwischen dem Schiffskörper und dessen Wellensystem erklärt. Wir werden bei unseren weiteren Überlegungen lediglich eine Auseinanderspaltung des Heckwellensystems um einen Betrag ϵL betrachten. Unsere vier Korrekturen $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$ und ϵ ergeben sich daher als folgender Spezialfall der zehn Koeffizienten c_1 bis c_8 und d_3 , d_4 in Gln. (2.5.25):

$$(2.5.26) \quad \bar{\alpha} = c_1/c_3 = c_1/c_5 ,$$

$$\bar{\beta} = c_2/c_4 = c_2/c_6 ,$$

$$1 + \bar{\delta} = c_3 = c_4 = c_5 = c_6 ,$$

$$\epsilon = d_4 ; \quad c_7 = c_8 = 1, \quad d_3 = 0.$$

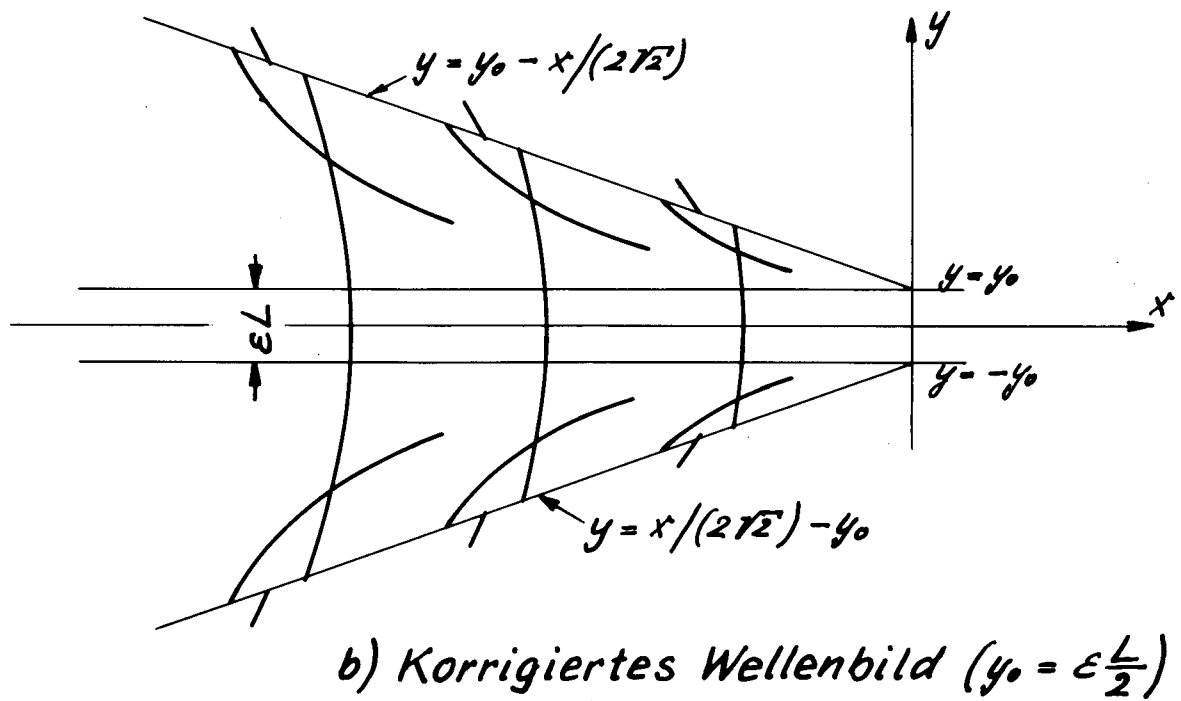
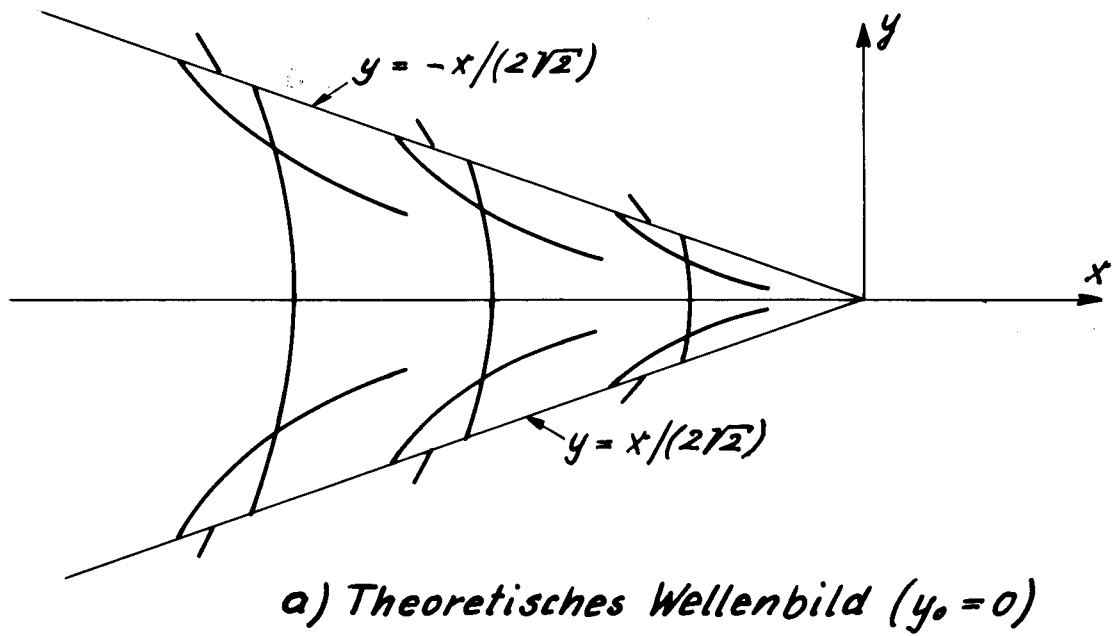


Abb. 2.10. Prinzipskizze zur Veranschaulichung der halbempirischen Korrektur ϵ .

c. Darstellung im Kanal

Wir wollen jetzt alle Überlegungen und Ergebnisse der beiden vorhergehenden Abschnitte 2.5.3 (a und b) formal auf den Fall seitlich beschränkter Flüssigkeit ausdehnen. Dazu benutzen wir den allgemeinen Ansatz Gln. (2.3.32). Der Einfachheit halber betrachten wir nur den Spezialfall symmetrischer Kanalwände $y = \pm b/2$. Dann verschwinden die Koeffizienten B_v und der Index v für A_v und ξ_v nimmt nur die ganzzahligen Werte $n = 0, 1, 2, \dots$ an. Wir erhalten zunächst aus Gln. (2.3.32 bis 37) die folgenden einfacheren Ausdrücke:

$$(2.5.28) \quad \varphi^f(x, y, z) = - \frac{g}{V} \sum_{v=n}^{\infty} \frac{A_v}{w_v} \exp(k_v z) \cos w_v (x - \xi_v) \cos u_v y,$$

$$(2.5.29) \quad \zeta^f(x, y) = \sum_{v=n}^{\infty} A_v \sin w_v (x - \xi_v) \cos u_v y,$$

$$(2.5.30) \quad R_w = \frac{ggb}{8} \sum_{v=n}^{\infty} (A_v)^2 (2 - k_0/k_v)$$

mit den Abkürzungen u_v, w_v, k_v für die verschiedenen Wellenzahlen nach Gln. (2.3.36). Unsere Aufgabe besteht nun darin, die zunächst unbekannten Koeffizienten des Amplitudenspektrums A_v und Phasenspektrums ξ_v als explizite Funktionen unserer Quellverteilung, Gln. (2.5.1), darzustellen. Dazu setzen wir die Spektralfunktionen $f(\theta)$ und $g(\theta)$ aus Gln. (2.5.3) in Gln. (2.3.39/40) ein und erhalten:

$$(2.5.31a) \quad A_v \cos w_v \xi_v = \frac{64B}{k_0 b L^2} \frac{1 - \exp(-k_v T)}{k_v^2 + u_v^2} \cdot \left[\sin(w_v L/2) - (w_v L/2) \cos(w_v L/2) \right]$$

$$(2.5.31b) \quad A_v \sin w_v \xi_v = 0 \quad \text{für} \quad v = 0, 1, 2, \dots$$

Bei der Ermittlung der Amplituden A_v und Phasen ξ_v aus Gln. (2.5.31) muß man bedenken, daß es nicht sinnvoll ist, von negativen "Amplituden" zu sprechen. Wir schreiben daher:

$$(2.5.32a) \quad A_v = \frac{64B}{k_0 b L^2} \frac{1 - \exp(-k_v T)}{k_v^2 + u_v^2} \left| \sin\left(\frac{L}{2} w_v\right) - \left(\frac{L}{2} w_v\right) \cos\left(\frac{L}{2} w_v\right) \right|;$$

$$(2.5.32b) \quad \xi_v = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad \sin\left(\frac{L}{2} w_v\right) > \left(\frac{L}{2} w_v\right) \cos\left(\frac{L}{2} w_v\right) \\ \pm \pi / w_v & \text{für} \quad \sin\left(\frac{L}{2} w_v\right) < \left(\frac{L}{2} w_v\right) \cos\left(\frac{L}{2} w_v\right) \end{cases}$$

Damit ist auch die an sich vieldeutige Phase ξ_v so normiert, daß die Größe $w_v \xi_v$ stets im Grundintervall $[-\pi, \pi]$ bleibt.

Wir betrachten jetzt die Aufteilung des gesamten Wellenbildes in zwei Komponenten; nämlich das Bug- und Heckwellensystem nach dem Prinzip von Abschnitt 2.5.3a. Wir setzen zunächst die folgenden Ausdrücke für einen Kanal formal an:

$$(2.5.33a) \quad \zeta^f(x, y) = \zeta_v^f(x, y) + \zeta_h^f(x, y),$$

$$(2.5.33b) \quad \zeta_v^f(x, y) = \sum_{v=n} A_v^v \sin \left[w_v \left(x - \frac{L}{2} - \xi_v^v \right) \right] \cos(u_v y),$$

$$(2.5.33c) \quad \zeta_h^f(x, y) = \sum_{v=n} A_v^h \sin \left[w_v \left(x + \frac{L}{2} - \xi_v^h \right) \right] \cos(u_v y).$$

Dann erhalten wir aus Gln. (2.5.20) die Amplituden A_v^v , A_v^h und Phasen ξ_v^v , ξ_v^h des Bug- bzw. Heckwellensystems:

$$(2.5.34a) \quad A_v^v = A_v^h = \frac{32B}{k_0 b L^2} \frac{1 - \exp(-k_v T)}{k_v^2 + u_v^2} \sqrt{1 + (w_v L/2)^2} ,$$

$$(2.5.34b) \quad \xi_v^v = \frac{1}{w_v} \operatorname{arctg}\left(\frac{2}{w_v L}\right), \quad \xi_v^h = \frac{1}{w_v} \operatorname{arctg}\left(-\frac{2}{w_v L}\right) .$$

Wir stellen fest, daß das Bug- und Heckwellensystem die gleichen Amplituden $A_v^v = A_v^h$ aufweisen; sie unterscheiden sich jedoch in den Phasen ξ_v^v und ξ_v^h . Außerdem ist bemerkenswert, daß $A_v^v = A_v^h$ eine monoton abklingende Funktion von v (d.h. von θ) ist. Die zusammengesetzte Amplitude A_v nach Gln. (2.5.32a) ist dagegen eine oszillierende Funktion von θ . Man kann A_v als eine Art Vektorsumme von A_v^v und A_v^h auffassen:

$$(2.5.35) \quad (A_v)^2 = (A_v^v)^2 + (A_v^h)^2 + 2A_v^v A_v^h \cos(L + \xi_v^v - \xi_v^h),$$

die zwischen den Extremen $(A_v^v + A_v^h)$ und $|A_v^v - A_v^h|$ schwankt, je nachdem die Phasenverschiebung $(L + \xi_v^v - \xi_v^h)$ ein gerades oder ungerades Vielfaches von π beträgt. Die Beziehung (2.5.35) ist ganz allgemein und gilt für beliebige A_v^v , A_v^h , ξ_v^v und ξ_v^h . Im Spezialfalls der Gln. (2.5.34) ergibt sich A_v als

$$(2.5.36) \quad A_v = \frac{A_v^v}{\sqrt{1 + (w_v L/2)^2}} \left| \sin\left(\frac{L}{2} w_v\right) - \left(\frac{L}{2} w_v\right) \cos\left(\frac{L}{2} w_v\right) \right|$$

und schwankt dann offenbar zwischen $2A_v^v = 2A_v^h$ und Null.

Zum Schluß untersuchen wir noch den Einfluß der Halbm-
empirischen Korrekturen von Abschnitt 2.5.3b auf das
Wellenbild im Kanal, Gln. (2.5.29). Wir können zunächst
formal ansetzen:

$$(2.5.37a) \quad \zeta^f(x,y) = \zeta_v^f + \zeta_h^f = \sum_{v=n}^{\infty} \tilde{A}_v \sin w_v(x - \xi_v) \cos u_v y ,$$

$$(2.5.37b) \quad \zeta_v^f(x,y) = \tilde{A}_v^v \sin w_v(x - \frac{L}{2} - \xi_v^v) \cos u_v y ,$$

$$(2.5.37c) \quad \zeta_h^f(x,y) = \tilde{A}_v^h \sin w_v(x + \frac{L}{2} - \xi_v^h) \cos u_v y .$$

Die korrigierten Amplituden $\tilde{A}_v^v$, $\tilde{A}_v^h$, A_v und Phasen ξ_v^v ,
 ξ_v^h , ξ_v berechnen wir wie üblich aus den entsprechen-
den Ausdrücken für das Wellenbild in seitlich unbe-
schränkter Flüssigkeit, Gln. (2.5.25). Die Ausdrücke
für das Bug- und Heckwellensystem lassen sich unmit-
telbar beschreiben:

$$(2.5.38a) \quad A_v^v = \frac{32c_1 B}{k_0 b(c_5 L)^2} \frac{1 - \exp(-c_7 T k_v)}{k_v^2 + u_v^2} \sqrt{1 + (w_v c_5 L/2)^2} ,$$

$$(2.5.38b) \quad A_v^h = \frac{32c_2 B}{k_0 b(c_6 L)^2} \frac{1 - \exp(-c_8 T k_v)}{k_v^2 + u_v^2} \sqrt{1 + (w_v c_6 L/2)^2} ;$$

$$(2.5.39a) \quad \xi_v^v = (c_3 - 1 + d_3 u_v/w_v) \frac{L}{2} + \frac{1}{w_v} \operatorname{arctg} \frac{2}{w_v c_5 L} ,$$

$$(2.5.39b) \quad \xi_v^h = -(c_4 - 1 + d_4 u_v/w_v) \frac{L}{2} - \frac{1}{w_v} \operatorname{arctg} \frac{2}{w_v c_6 L} .$$

Um die Amplitude A_v und Phase ξ_v des gesamten Wellenbildes übersichtlich darzustellen, führen wir folgende Abkürzungen ein:

$$(2.5.4oa) \quad P_v = \frac{32c_1B}{k_0b(c_5L)^2} \frac{1-\exp(-c_7Tk_v)}{k_v^2 + u_v^2} \times \left[\left(\frac{L}{2}w_v c_5 \right) \sin \left[\frac{L}{2}(c_3w_v + d_3u_v) \right] + \cos \left[\frac{L}{2}(c_3w_v + d_3u_v) \right] \right] - \frac{32c_2B}{k_0b(c_6L)^2} \frac{1-\exp(-c_8Tk_v)}{k_v^2 + u_v^2} \times \left[\left(\frac{L}{2}c_6w_v \right) \sin \left[\frac{L}{2}(c_4w_v + d_4u_v) \right] + \cos \left[\frac{L}{2}(c_4w_v + d_4u_v) \right] \right],$$

$$(2.5.4ob) \quad Q_v = \frac{32c_1B}{k_0b(c_5L)^2} \frac{1-\exp(-c_7Tk_v)}{k_v^2 + u_v^2} \times \left[\left(\frac{L}{2}c_5w_v \right) \cos \left[\frac{L}{2}(c_3w_v + d_3u_v) \right] - \sin \left[\frac{L}{2}(c_3w_v + d_3u_v) \right] \right] + \frac{32c_2B}{k_0b(c_6L)^2} \frac{1-\exp(-c_8Tk_v)}{k_v^2 + u_v^2} \times \left[\left(\frac{L}{2}c_6w_v \right) \cos \left[\frac{L}{2}(c_4w_v + d_4u_v) \right] - \sin \left[\frac{L}{2}(c_4w_v + d_4u_v) \right] \right],$$

und erhalten:

$$(2.5.4oc) \quad A_v = (P_v)^2 + (Q_v)^2; \quad \xi_v = \frac{1}{w_v} \arctg \frac{P_v}{Q_v}.$$

Es läßt sich leicht bestätigen, daß die unkorrigierten Ausdrücke in Gln. (2.5.32 und 34) den jeweiligen Spe-

zialfall der korrigierten Ausdrücke in Gln. (2.5.40 bzw. 38/39) darstellen, wenn man die Korrekturkoeffizienten c_1 bis $c_8 = 1$ und $d_3 = d_4 = 0$ einsetzt.

Der scheinbare Wellenwiderstand des korrigierten Wellensystems ergibt sich ganz einfach aus der allgemeinen Gln. (2.5.30), indem man die theoretischen Amplituden A_v durch die korrigierten $\tilde{A}_v$ nach Gln. (2.5.40) ersetzt:

$$(2.5.41) \quad \tilde{R}_w = \frac{qgb}{8} \sum_{v=n} (\tilde{A}_v)^2 (2 - k_0/k_v).$$

Die speziellen Korrektursysteme α , β , δ oder $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$, erhält man, indem man die entsprechenden Werte für c_1 bis c_8 und d_3 , d_4 nach Gln. (2.5.22) bzw. (2.5.27) einsetzt.

d. Numerische Ergebnisse

Wir wollen jetzt versuchen, die analytischen Zusammenhänge des vorhergehenden Abschnittes durch die Wiedergabe einiger numerischer Ergebnisse zu veranschaulichen. Es geht dabei in erster Linie um folgende Beziehungen. Erstens wollen wir die Abhängigkeit des theoretischen Wellenspektrums (A_v , ξ_v) von den in Frage kommenden Variablen (B , L , T , b , k_0 , θ_v) untersuchen. Dann wollen wir den Einfluß der halbempirischen Korrekturen (α , β , δ , ε) auf das korrigierte Wellenspektrum ($\tilde{A}_v$, $\tilde{\xi}_v$) betrachten.

Bei einer numerischen Untersuchung des theoretischen Wellenspektrums ist es zweckmäßig, statt der Amplitude A_v

einen dimensionslosen Beiwert ($k_0 b A_v / 4B$) zu betrachten. Wir schreiben Gln. (2.5.32a) wie folgt um.

(2.5.42)

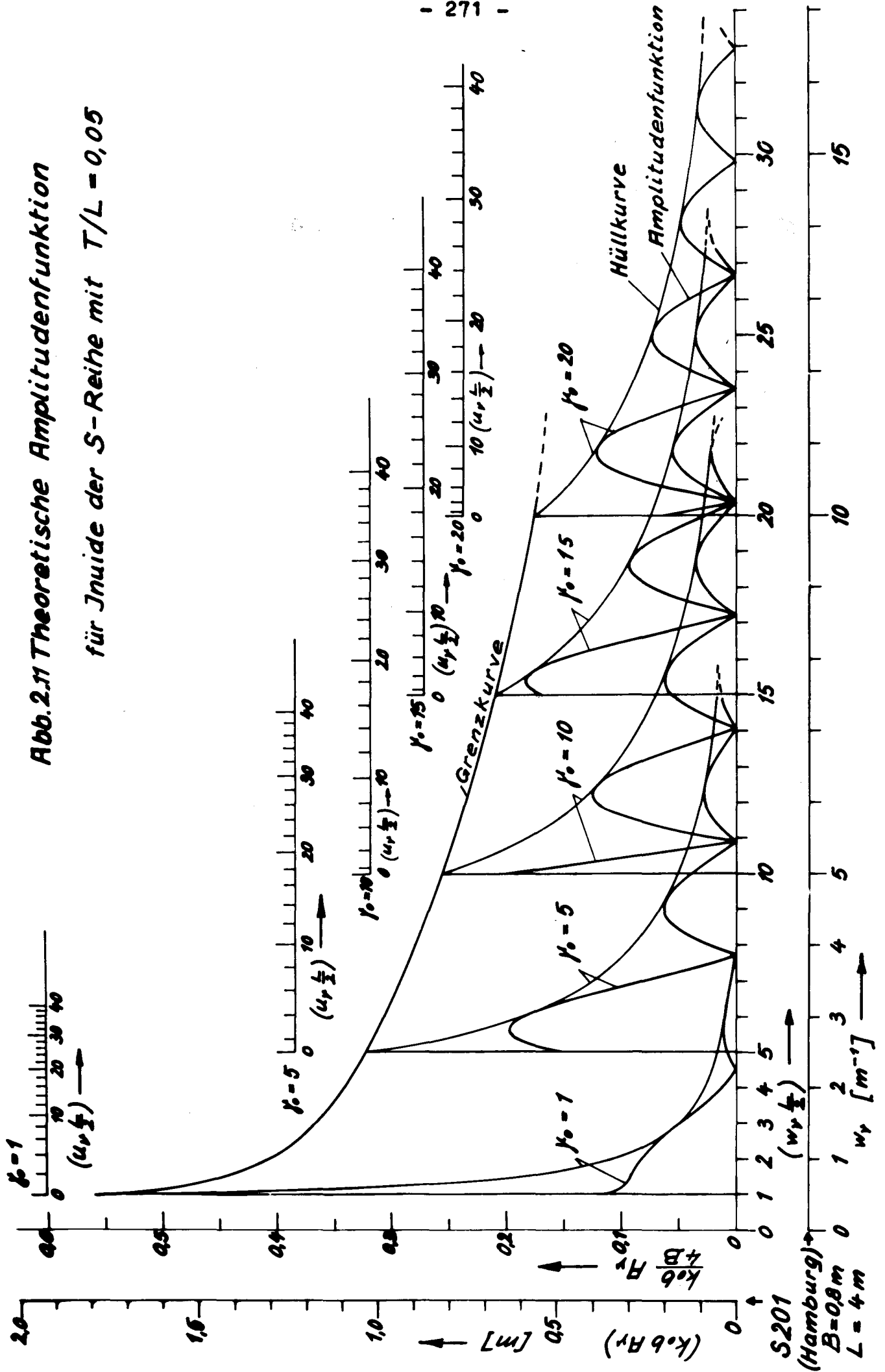
$$\frac{k_0 b A_v}{4B} = \frac{4}{\gamma_0^2} \cdot \frac{[1 - \exp(-2 \frac{T}{L} \gamma_0 \sec \theta_v)]}{(1 + \sin^2 \theta_v) \sec^4 \theta_v} \times$$

$$\times [\sin(\gamma_0 \sec \theta_v) - (\gamma_0 \sec \theta_v) \cos(\gamma_0 \sec \theta_v)]$$

Die lineare Abhängigkeit der Amplitude A_v vom Quellstärkenparameter ($a_1 = 4 B/L$) und Kanalbreite (L/b) ist jetzt bereits in dem Beiwert auf der linken Seite enthalten. Die rechte Seite ist eine nur noch zweiparametrische ($\gamma_0, T/L$) Funktion der Variablen θ_v . Die beiden Parameter $\gamma_0 = gL/2V^2$ und T/L sind dimensionslos. Um den Funktionsverlauf numerisch oder zeichnerisch darzustellen, können wir außer θ_v auch die dimensionslosen Wellenzahlen $w_v L/2 = \gamma_0 \sec \theta_v$ oder $u_v L/2$ verwenden. Die Funktion setzt sich aus zwei Faktoren zusammen. Der erste, in geschweiften Klammern, ist eine monoton abklingende Funktion von θ_v . Der zweite ist jedoch oszillierend und weist gemäß Gln. (2.5.16) unendlich viele Nullstellen im Bereich $0 \leq \theta < \pi/2$. Diese "Amplitudenfunktion" ($k_0 b A_v / 4B$) nach Gln. (2.5.42) wurde für verschiedene Parameterwerte ($\gamma_0, T/L$) numerisch ausgewertet. Fünf typische Kurven für die Fälle $T/L = 0,05$; $\gamma_0 = 1, 5, 10, 15$ und 20 sind in Abb. 2.11. wiedergegeben. Die Auftragung über der Wellenzahl ($w_v L/2$) statt über θ_v ermöglicht eine halbwegs übersichtliche Darstellung aller fünf Kurven auf einem Blatt, weil die Nullstellen aller Kurven (für verschiedene γ_0) jeweils zusammenfallen! Als Funktion von $w_v L/2$ angesehen durchläuft die Amplitudenfunktion unabhängig von γ_0 immer die gleichen Schleifen. Nur der Anfangspunkt $w_0 L/2 = \gamma_0$ (entsprechend $\theta_0 = 0$)

Abb. 2.11 Theoretische Amplitudenfunktion

für Inuide der S-Reihe mit $T/L = 0,05$



und die Höhen der einzelnen Schleifen hängen von dem jeweiligen Wert des Parameters γ_0 ab. In dieser Darstellung erstrecken sich die Kurven über den Bereich $\gamma_0 \leq w_v L/2 < \infty$ (entsprechend $0 \leq \theta_v < \pi/2$), und Abb. 2.11. zeigt jeweils nur ein Anfangsstück.

Wie schon vorher erwähnt, schwankt die Amplitude A_v zwischen Null und $2 A_v^v$, vgl. Gln. (2.5.36). Daraus ergibt sich in Abb. 2.11. für jedes γ_0 eine Hüllkurve:

$$(2.5.43) \quad \frac{k_0 b A_v^v}{2B} = \frac{4}{\gamma_0^2} \frac{1 - \exp(-2 \frac{T}{L} \gamma_0 \sec \theta_v)}{(1 + \sin^2 \theta_v) \sec^4 \theta_v} \sqrt{1 + (\gamma_0 \sec \theta_v)^2}.$$

Diese veranschaulicht also das monoton abklingende Amplitudenspektrum des Bug- und Heckwellensystems. Diese Anfangspunkte ($\theta_0 = 0$) dieser Hüllkurven liegen selbst wiederum auf einer monoton abklingenden Grenzkurve $4 \frac{1 - \exp(-2 \frac{T}{L} \gamma_0)}{(1 + \gamma_0^2)^{1/2} / \gamma_0^2}$, die ebenfalls in Abb. 2.11. eingetragen ist.

Für manche Anwendung, z.B. für den Vergleich mit Versuchsergebnissen ist es zweckmäßiger, die theoretische Amplitudenfunktion in Abhängigkeit von der Querwellenzahl ($u_v L/2$) darzustellen. Zu diesem Zweck sind entsprechende, freilich nichtlineare, Skalen für die jeweiligen γ_0 -Werte in Abb. 2.11. extra eingetragen.

Schließlich sind in Abb. 2.11. auch noch zwei dimensionsbehaftete Skalen ($k_0 b A_v^v$ und w_v) angegeben, die nur speziell für unser Modell S 201 ($L = 4$ m, $B/L = 0,2$) gelten. Daraus lassen sich die theoretischen Wellenamplituden A_v in m und Wellenzahlen w_v in $[m^{-1}]$ für gegebene Werte des dimensionslosen Parameters $k_0 b$ sofort abschätzen. Bei Vergleichen mit im Versuch gemessenen Größen ist es oft

zweckmäßig, dimensionsbehaftete Skalen zu verwenden, damit man den praktisch bedeutenden Bereich der auftretenden Variablen leichter erkennt.

Um den allgemeinen Einfluß der halbempirischen Korrekturen ($\alpha, \beta, \delta, \epsilon$) auf das Wellenspektrum zu veranschaulichen, haben wir einen typischen Fall ($T/L = 0,05; \gamma_0 = 10$) herausgegriffen. Für diesen Fall sind die theoretischen Amplituden- und Phasenspektren (A_v, ξ_v) nach Gln. (2.5.32) und die halbempirisch korrigierten Spektren ($\hat{A}_v, \hat{\xi}_v$) nach Gln. (2.5.40) in den nachfolgenden Abb. 2.12 ÷ 14 gegenübergestellt. Die Werte für die Korrekturen ($\alpha = 0,9; \beta = 0,5; \delta = 0,1; \epsilon = 0,1$) sind so gewählt, daß die verschiedenen Einflüsse in den Diagrammen deutlich sichtbar werden. Die dimensionsbehafteten Skalen für die Amplitude ($k_0 b A_v$) m , Phase ξ_v m und Querwellenzahl u_v m^{-1} gelten für unser Inuid S 201, d.h. für $B/L = 0,2$ und $L = 4\text{m}$. Die gleichen Rechnungen gelten jedoch für beliebige B und L , wenn man dimensionslose Amplituden ($k_0 b A_v/4B$), Ψ , Phasen (ξ_v/L) und Wellenzahlen ($w_v L/2$) einführt. Die Darstellung ist unabhängig von der Tankbreite b , die lediglich die jeweils zugehörige Skala der Tankwellenzahl $v = b u_v/2$ bestimmt. Es sind beispielsweise v -Skalen für das bei unseren Versuchen vorkommende Verhältnis $L/b = 0,221$ beigelegt. Folgende Bemerkungen sollen die Deutung der Abb. 2.12 ÷ 14 etwas erleichtern.

Zunächst zeigt Abb. 2.12 den Einfluß der Korrekturen α und β auf die Amplitudenfunktion. Außer den Gesamtamplituden $A_v, \hat{A}_v$ sind auch die oberen und unteren Grenzkurven $A_v^v \pm A_v^h$, $\hat{A}_v^v \pm \hat{A}_v^h$ und die Bugwellenampli-

tuden A_v^v , $\hat{A}_v^v$ eingetragen. Der charakteristische Einfluß von α und β auf die Funktion $\hat{A}_v^v$ kann in wenigen Worten zusammengefaßt werden. Sie bewirken erstens eine mittlere Vergrößerung oder Verkleinerung der Amplituden, je nachdem $\frac{1}{2}(\alpha+\beta) >$ oder < 1 . Zweitens werden die Oszillationen um die mittlere Kurve im Verhältnis zur Differenz $|\alpha - \beta|$ abgemildert. Da im allgemeinen $(\alpha-\beta) \neq 0$, werden die unteren Spitzen und Knicke der theoretischen A_v -Kurve durch die Korrektur abgerundet. Die korrigierte $\hat{A}_v$ -Kurve weist keine Nullstellen mehr auf.

Das zweite Diagramm, Abb. 2.13, veranschaulicht den Einfluß der Korrekturen δ und ε auf die Amplitudenfunktion. Es ist zu beachten, daß δ und ε , einzeln auf die Bug- oder Heckwelle angewandt, reine Phasenkorrekturen sind. Sie beeinflussen daher weder die Amplituden $\hat{A}_v^v$, A_v^h noch die Grenzkurven $|\hat{A}_v^v \pm \hat{A}_v^h|$. Aber die Gesamtamplitude $\hat{A}_v$ als Vektorsumme von $\hat{A}_v^v$ und $\hat{A}_v^h$, vgl. Gln. (2.3.35), hängt in ganz bestimmter Weise von δ und ε ab, und zwar wird die $\hat{A}_v$ -Kurve in Abb. 2.13 hierdurch nach links verschoben. Die Minima und Maxima der korrigierten $\hat{A}_v$ -Kurve treten jeweils früher auf als die entsprechenden Minima und Maxima der theoretischen A_v -Kurve. Man beachte jedoch den charakteristischen Unterschied zwischen δ und ε . Während $\delta > 0$ die ganze $\hat{A}_v$ -Kurve nach links, d.h. in Richtung $\theta = 0$, verschiebt, wirkt sich $\varepsilon > 0$ zwar auch in der selben Richtung, jedoch etwas später aus. Der Anfangsbereich $\theta \approx 0$ wird durch ε kaum beeinflusst, für größere θ oder u_v ist jedoch die Wirkung um so größer.

Das letzte Bild, Abb. 2.14., zeigt den Einfluß der Korrekturen $\alpha, \beta, \delta, \varepsilon$ auf das Phasenspektrum $\tilde{\xi}_v$ nach Gln.

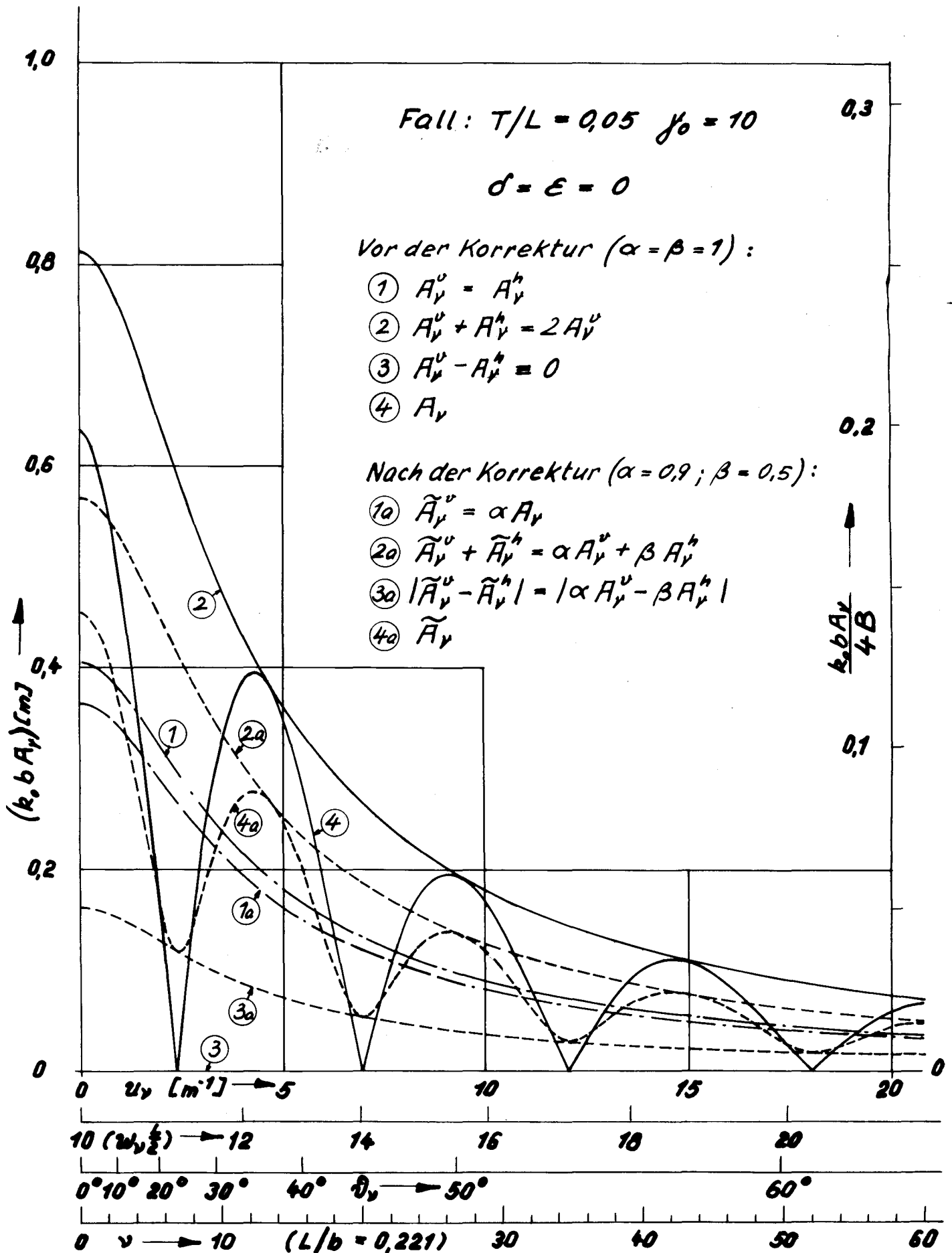


Abb. 2.12. Einfluß der halbempirischen Korrekturen α und β auf die Amplitudenfunktion

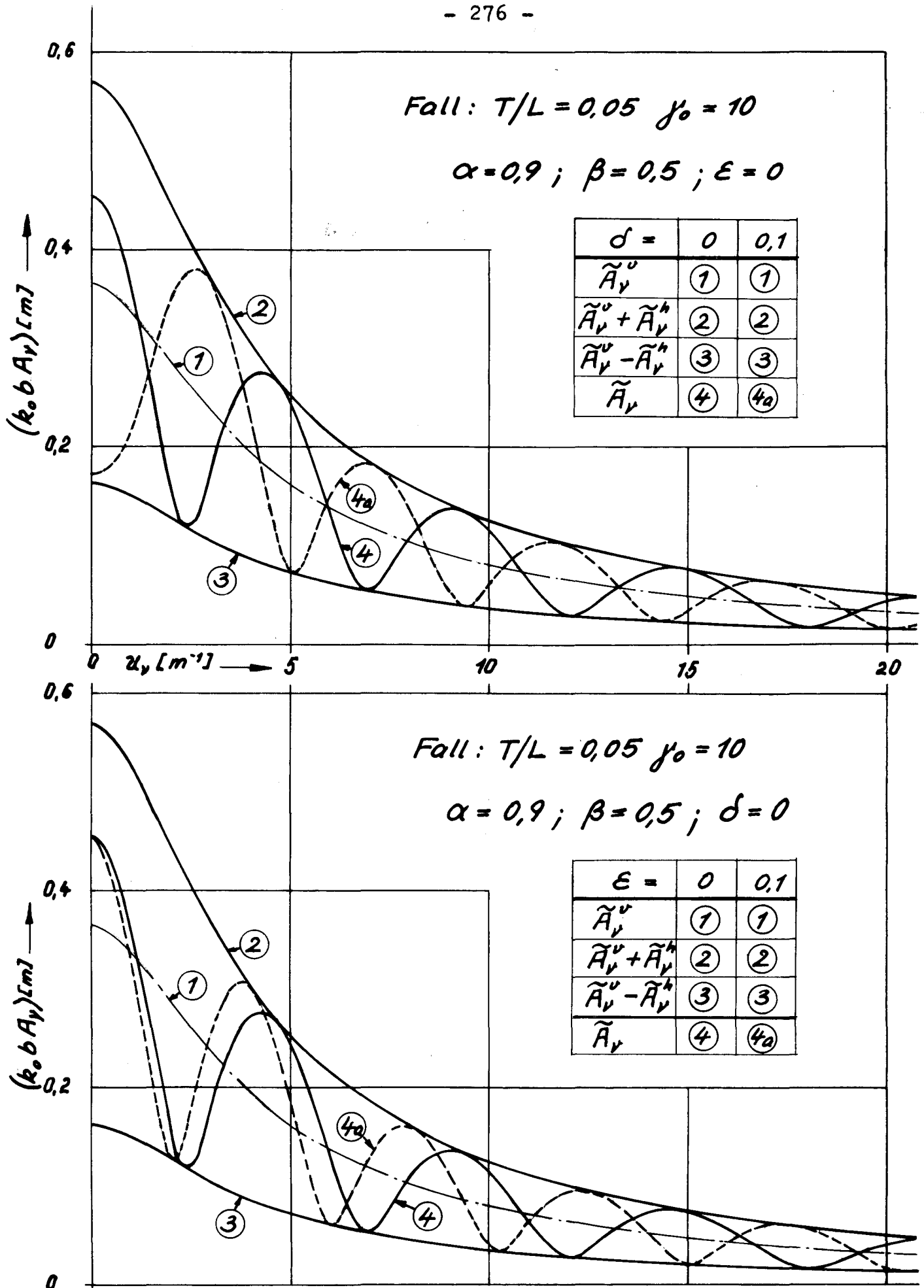


Abb. 2.13. Einfluß der halbempirischen Korrekturen δ und ε auf die Amplitudenfunktion

(2.5040). Wie bereits erwähnt, ist die Phase als Argument einer trigonometrischen Funktion nur bis auf $\pm 2\pi$ eindeutig bestimmt. Für die zeichnerische Auftragung wurde daher die Phase ξ_v so normiert, daß die Größe $w_v \xi_v$ im Grundintervall $[-\pi, \pi]$ bleibt. Dadurch ergeben sich die Grenzkurven $\xi_v = \pm \pi / w_v$, die in Abb. 2.14. ebenfalls eingetragen sind. Es hat auch zur Folge, daß die ξ_v -Kurven stellenweise scheinbare Sprünge zeigen, die durch gestrichelte senkrechte Linien in Abb. 2.14. angedeutet sind. Die theoretische ξ_v -Kurve weist dagegen echte Sprünge an den Stellen $\sin(w_v L/2) = (w_v L/2) \cos(w_v L/2)$ auf, da sie nach Gln. (2.5.32b) nur die Werte 0 oder $\pm \pi / w_v$ annehmen kann. Die Sprungstellen decken sich mit den Nullstellen der theoretischen Amplitudenfunktion A_v in Abb. 2.12. Die Korrekturen α und β beseitigen diese Sprungstellen, insofern $\alpha \neq \beta$ ist. Die weiteren Korrekturen δ und ϵ bewirken Verschiebungen der ξ_v -Kurve.

Zusammenfassend können wir sagen, daß die halbempirischen Korrekturen $\alpha, \beta, \delta, \epsilon$ alle Unstetigkeiten des theoretischen Wellenspektrums beseitigen. In Abschnitt 3.4.3c werden wir sehen, daß die hauptsächlichen Unterschiede zwischen den theoretischen und experimentellen Wellenspektren durch solche Korrekturen erklärt werden können. Da der Wellenwiderstand in einfacher Weise von dem Amplitudenspektrum abhängt, vgl. Gln. (2.5.41), lassen die vorhergehenden Abbildungen 2.12/13 auch den allgemeinen Einfluß der halbempirischen Korrekturen auf den Wellenwiderstand erkennen. Eine weitere Erörterung dieser integrierten Wirkung ist hier jedoch nicht notwendig, da sie schon früher von INUI (1957, bes. S 301-302) behandelt worden ist.

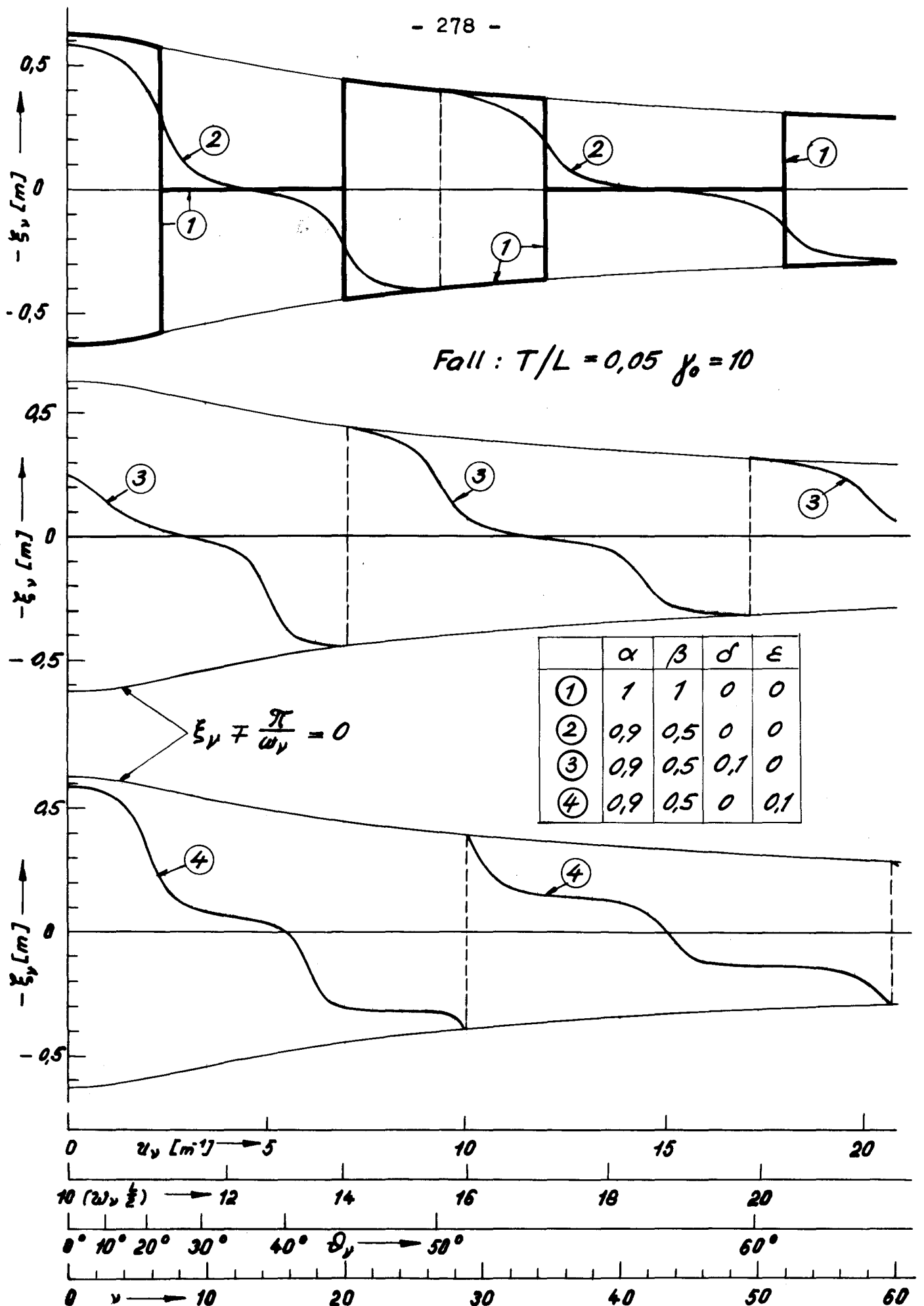


Abb. 2.14. Einfluß der halbempirischen Korrekturen α , β , δ und ϵ auf das Phasenspektrum

III. TEIL - Versuche: Durchführung und Auswertung

3.1. Versuchstechnik: Schleppverfahren

3.1.1. Allgemeines

Sämtliche Versuche im Rahmen dieser Untersuchung wurden nach dem als bekannt vorausgesetzten Schleppverfahren durchgeführt. Um den gewünschten Strömungszustand zu erreichen, wurde der Versuchskörper, ein Schleppmodell, mit Hilfe des Schleppwagens durch anfangs ungestörtes Wasser bewegt. Da unsere Untersuchung nur die gleichförmige Bewegung betrifft, wurde das Modell in möglichst kurzer Zeit aus dem Ruhezustand auf eine vorgewählte Geschwindigkeit beschleunigt und so lange dort gehalten, wie es die endliche Schlepptanklänge und der jeweils erforderliche Bremsweg zuließen. Es wird angenommen, daß in dem untersuchten Geschwindigkeitsbereich ein für die vorgenommene Messung geeigneter, stationärer Beharrungszustand eintrat. Die meisten Messungen wurden in dem schleppwagenfesten Koordinatensystem während dieses Beharrungszustandes durchgeführt. Daher sollten die Meßgrößen unter idealen Versuchsbedingungen zeitlich unverändert erscheinen. Infolge der in der Praxis unvermeidlichen Geschwindigkeitsschwankungen, sowie Wagen- und Modellschwingungen und anderen unkontrollierbaren instationären Wirkungen wurde eine gewisse Schwankung der Meßgrößen beobachtet, die neben anderen instrumentell bedingten Faktoren zu einer bestimmten Meßunsicherheit führt.

Die registrierten Messungen stellen i.a. je nach Meß- und Aufnahmeverfahren entweder zeitliche Mittelwerte oder sogenannte Momentaufnahmen dar. Die angezeigten Werte für Ge-

schwindigkeit, Widerstand, Trimm und Tauchung konnten über längere Zeit beobachtet und gemittelt werden. Bei den Wellenprofilaufnahmen am Modell und stereophotographischen Wellenmessungen handelt es sich dagegen um Momentaufnahmen, die den Strömungszustand für einen bestimmten "Augenblick" richtig wiedergeben. Auch die Nachstrommessungen sind Momentaufnahmen in diesem Sinne, da die Druckanzeigen an den Vielfachmanometern mit kurzer Belichtungszeit photographisch registriert wurden. Etwas komplizierter liegen die Dinge bei der Wellenschnittmessung mit Hilfe der elektro-akustischen Wellen-sonde. Denn die Wellensonde mußte dabei im wagenfesten Bezugssystem bewegt werden. In ihren Aufzeichnungen ist daher der räumlichen Veränderung des im modellfesten Bezugssystem stationären Wellenbildes eine zeitliche Veränderung infolge kleiner Instationaritäten überlagert. Diese Tatsache erschwert die Fehlerabschätzung aller Einzelmessungen, bei denen die zeitliche Schwankung nicht ausgemittelt werden konnte. Das interessierende Endergebnis beruht jedoch in allen Fällen auf einer großen Vielzahl von Einzelmessungen. Man darf deshalb erwarten, daß zumindest die statistischen Schwankungen durch das Auswerteverfahren weitgehend eliminiert werden.

Die Schleppversuche wurden zum größten Teil im großen Schlepptank der Hamburgischen Schiffbau-Versuchsanstalt GmbH in Hamburg durchgeführt. Dieser Tank hat folgende Abmessungen: Länge 200 m, Breite 18 m und Wassertiefe 5,75 m. Ein Teil der Versuche wurde aus meßtechnischen Gründen in einem kleineren Schlepptank derselben Versuchsanstalt ausgeführt. Dieser Tank ist 80 m lang und 5 m breit; die Wassertiefe betrug 2,5 m während der Versuche.

3.1.2. Schleppmodelle

Die Auswahl des Inuids S 201 als Modellform für unsere Untersuchung wurde im Abschnitt 1.6.4. begründet. Über die theoretische Ermittlung dieser Form wurde ausführlich im Kapitel 2.4. berichtet. Die numerischen Ergebnisse einschließlich der Formaufmaße sind in den Tafeln 2.3.1 bis 2.3.6 enthalten, und der Linienriß ist in Abb. 2.5 wiedergegeben. Im folgenden soll daher nur über die Größe und Ausführung der Modelle berichtet werden.

a. Modellgröße

Wie schon im Abschnitt 1.6.4. angedeutet, wurde die Modellgröße in erster Linie von technischen Voraussetzungen bestimmt. Es waren dabei folgende Überlegungen maßgebend:

- (1) Um ein halbwegs vollständiges Bild über die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes von der Froudezahl zu gewinnen, ist es notwendig, den Bereich $0,1 \leq Fr \leq 0,7$ zu untersuchen. Da die Schleppwagengeschwindigkeit aus technischen Gründen nach oben und unten begrenzt ist, ergeben sich aus dieser Forderung obere und untere Grenzwerte für die zulässige Modelllänge.
- (2) Die Modelllänge muß groß genug sein, um auch bei den kleinsten zu untersuchenden Geschwindigkeiten einen "rechtzeitigen" Umschlag der laminaren Anströmung in eine turbulente Grenzschichtströmung zu gewährleisten, vgl. Abschnitt 3.1.2c.
- (3) Das Modell muß im Verhältnis zu Tankabmessungen

genügend klein sein, damit der Tankwandeinfluß auf die Versuchsgrößen entweder im Rahmen der Meßgenauigkeit praktisch vernachlässigt oder durch einfache empirische Formeln erfaßt werden kann.

- (4) Die Modellgröße muß so gewählt werden, daß die zu erwartenden Kräfte, Wellenhöhen und Nachstromgeschwindigkeiten mit den verfügbaren Meßeinrichtungen aufgenommen und mit hinreichender Genauigkeit angezeigt werden können.

(§§) Es ist wünschenswert, das geometrisch ähnliche Spiegelmodell für Tiefschleppversuche ebenso groß zu machen wie das einfache Überwassermodell, um einen direkten Vergleich zu ermöglichen. Alle vorhergehenden Überlegungen gelten sinngemäß auch für das Spiegelmodell. Hinzu kommt, daß die zulässige Größe des Spiegelmodells durch die verfügbare Wassertiefe für Tiefschleppversuche beschränkt wird. Damit wird mittelbar auch die Größe des Überwassermodells begrenzt.

Als einen Kompromiß zwischen diesen zum Teil gegensätzlichen Forderungen wurde eine Modelllänge von 4 m festgesetzt. Die übrigen Maße ergeben sich dann aus der errechneten Form des Inuids S 201. Diese Länge ermöglichte die experimentelle Untersuchung des genannten Bereiches $0,1 < Fr < 0,8$. Dieser entspricht bei einer Temperatur von 15°C etwa dem Bereich $2 \cdot 10^6 < Re < 1,4 \cdot 10^7$. Das Verhältnis der Hauptspantfläche zum Tankquerschnitt (als ein empirisches Maß für den Tankwandeinfluß) beträgt für das Überwassermodell im großen Schlepptank etwa 0,15 % und im kleinen 1,2 %. Der entsprechende Wert für das Spiegelmodell im großen Tank ist 0,3 %. Im untersuchten Bereich wurden Geschwindigkeiten von 0,5

bis 4,5 m/s, Widerstandskräfte von 50 p bis 40 kp, Wellenhöhen von ± 1 bis ± 150 mm und Strömungsdrücke (im Nachstrom) von ± 1 bis ± 500 mm Wassersäule gemessen und ausgewertet. Die verfügbaren Versuchs- und Meßeinrichtungen wurden dabei teilweise bis zum äußersten beansprucht.

b. Modellausführung

Es wurden je ein 4 m langes einfaches und Spiegelmodell des Inuids S 201 verwendet. Das einfache Modell *) für die Ver-

*) Oberhalb der Konstruktionswasserlinie hat dieses Modell senkrechte Seitenwände. Diese einfache Überwasserform liegt nahe, weil alle Spanten der errechneten Unterwasserform aus Symmetriegründen senkrecht auf die CWL-Ebene auftreffen.

suche an der freien Wasseroberfläche wurde aus Teakholz hergestellt. Da sich die Versuche über einen längeren Zeitraum (von Juni 1961 bis März 1963) erstreckten, wurden zur Sicherung der Formbeständigkeit des Modells Schotte und Deckplatten aus Sperrholz eingebaut. Die Form selbst wurde nach einem maßhaltigen Linienriß (auf Aluminiumfolie im Maßstab 1:1) maschinell gefräst und anschließend an Hand von Spant- und Kielschablonen nachgeprüft und stellenweise manuell ausgebessert. Die Abweichung der endgültigen Modellform von den berechneten Aufmaßen wird im Durchschnitt auf $\pm 0,5$ mm und maximal auf ± 2 mm geschätzt. Das Modell wurde mehrere Male angestrichen, gespritzt und lackiert, um eine hydraulisch glatte Oberfläche zu erhalten.

Das Spiegelmodell wurde aus einem Kunststoff (CIBA-Araldit) mit Glasfaserverstärkung hergestellt, wobei das bereits fertige einfache Teakholzmodell als Kern für die Herstellung der

Schale diene. Es wurden zunächst zwei einfache Kunststoffmodelle nach dieser Schale gebaut und dann einzeln auf die Konstruktionswasserlinie genau abgefräst und zusammengeklebt. Es ist anzunehmen, daß auf diese Weise eine Identität der Form zwischen Überwasser- und Spiegelmodell erreicht wurde. Die Abweichungen dürften höchstens ± 1 mm betragen. Das Spiegelmodell enthält erhebliche Eisenversteifung für die Außenhaut aus Kunststoff und einen Eisenrahmen zur Aufnahme der Tiefschleppvorrichtung. Es ist deshalb relativ schwer. Da bei dem Tiefschleppversuch das Modell vollgeflutet wird, sind in das Modell Luftkästen eingebaut, um eine zu große Belastung der Schleppvorrichtung zu vermeiden. Im eingebauten Meßzustand weist das Spiegelmodell einen leichten Untertrieb auf.

c. Turbulenzerregung

Ausreichende Turbulenzerregung ist bekanntlich eine Voraussetzung für zuverlässige Widerstandsmessungen an Schleppmodellen. Die Notwendigkeit einer künstlichen Turbulenzerregung kann aus verschiedenen Gesichtspunkten begründet werden, je nachdem welchem Zweck die Messungen dienen sollen. Die wichtigste Überlegung bei der vorliegenden Untersuchung war die Fixierung des laminar-turbulenten Umschlagspunktes aus zwei Gründen. Erstens ist das notwendig, um stabile Strömungsverhältnisse und reproduzierbare Messungen zu gewährleisten. Zweitens ist ein fester Umschlagspunkt wünschenswert, um einen einheitlichen Strömungscharakter über den gesamten zu untersuchenden Geschwindigkeitsbereich zu erzielen. Nur dann kann die Abhängigkeit der verschiedenen Meßgrößen von der Reynoldszahl durch einfache Ansätze erfaßt werden. Schließlich ist ein hoher Turbulenzgrad aus

der einfachen Überlegung erstrebenswert, daß nur Versuchsergebnisse mit "vollturbulenten" Strömungen Schlußfolgerungen zulassen, die einen praktischen Wert für die Anwendung auf naturgroße Schiffe haben.

Es gibt heute bekanntlich zahlreiche Vorrichtungen für Turbulenzerregung an Schleppmodellen, und es zeichnet sich bisher keine Tendenz zu einer einheitlichen Praxis an den verschiedenen Schleppversuchsanstalten ab. Bei unserer Wahl der Turbulenzerreger war die Überlegung entscheidend, daß die früher von Inui durchgeführten Messungen an einem kleineren geometrisch ähnlichen Modell zur Geosimanalyse herangezogen werden sollten. Die gewählte Anordnung und Größe der Turbulenzerreger an unseren Modellen (Abb. 3.1) ist daher der von INUI (1957, S 220) angegebenen etwa geometrisch ähnlich. Man braucht deshalb nicht zu befürchten, daß die Geosimanalyse etwa durch unterschiedlichen Zusatzwiderstand der Turbulenzerreger verfälscht würde. Noch wichtiger ist die Tatsache, daß die Wirksamkeit dieser Vorrichtung von INUI (1957, S 310b- 311) anhand eingehender Strömungsbeobachtung experimentell nachgewiesen worden ist. Bei unseren Versuchen variiert die lokale Reynoldszahl am Ort der Turbulenzerreger zwischen 10^5 und 10^6 . Für die ebene Anströmung einer Platte variiert die kritische Reynoldszahl von $3 \cdot 10^5$ bis $3 \cdot 10^6$ je nach Turbulenzgrad der Außenströmung, vgl. SCHLICHTING (1958, S 36). In Anbetracht der unterschiedlichen Strömungsverhältnisse zwischen ebener und drei-dimensionaler Strömung kann man annehmen, daß bei unseren Versuchen der Umschlagpunkt praktisch immer mit dem Ort der Turbulenzerreger zusammenfällt, also etwa bei 0,05 L hinter dem Vorsteven liegt, Siehe Abb. 3.1.

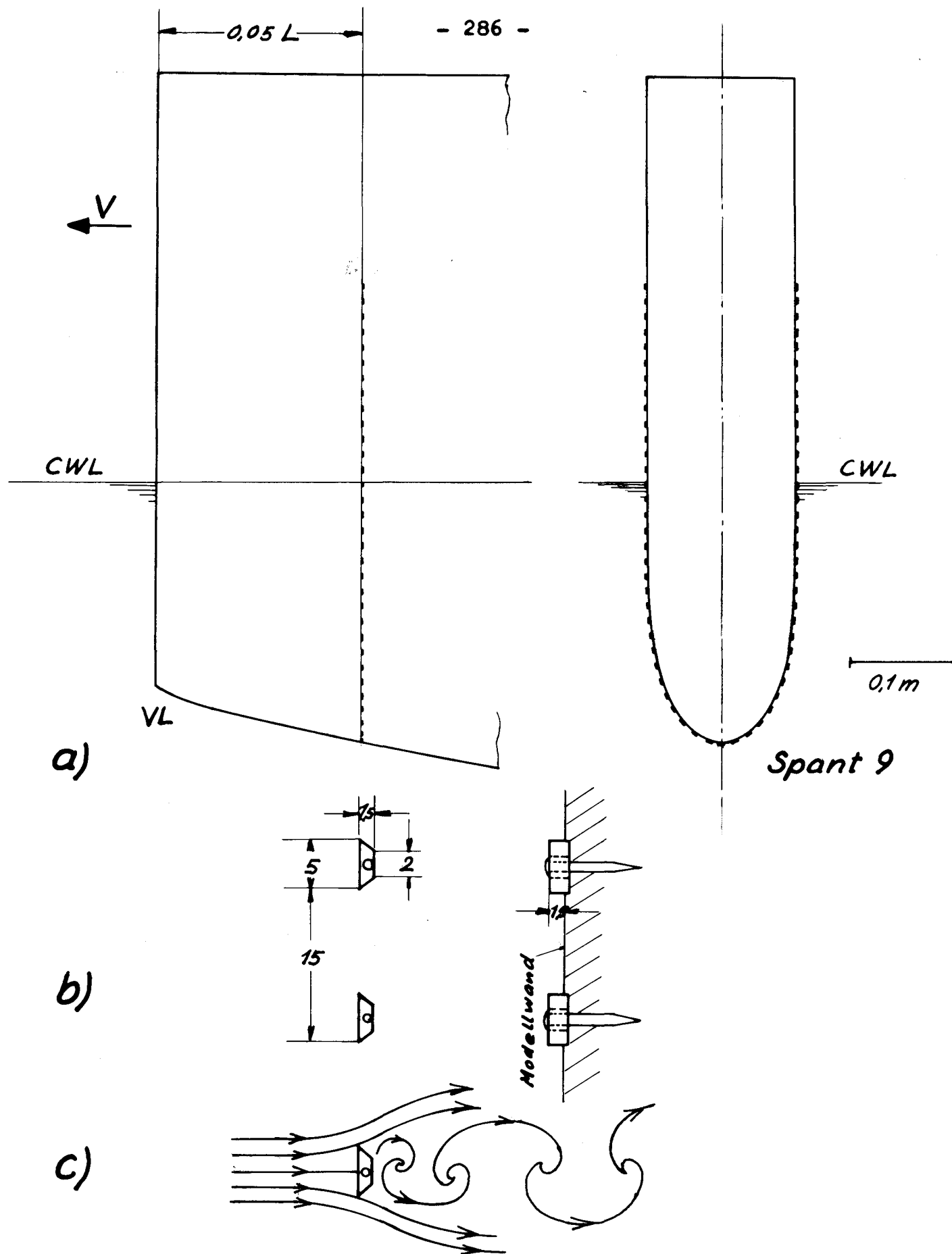


Abb. 3.1. Turbulenzerreger

a) Lage b) Größe c) Wirkungsweise

3.1.3. Modellführung

Schon im Kapitel 1.2. wurde festgestellt, daß der dynamische Strömungszustand um einen schwimmenden Körper nicht allein durch die nominelle Körperform, sondern vielmehr durch die dynamische oder effektive Körperform bestimmt wird. Zur Beschreibung dieser dynamischen Form benötigt man außer der nominellen Form die Lage und Orientierung des Körpers im Raum, die über die dynamischen Gleichgewichtsbedingungen von den äußeren Kräften abhängen. Bei Widerstandsuntersuchungen an Schleppmodellen spielen außer den hydrodynamischen Kräften und der Schwerkraft vor allem die Schleppkräfte eine Rolle. Die Art und Größe der Schleppkräfte zwischen Modell und Schleppwagen hängen von den vorgewehenen Kraftübertragungsvorrichtungen, d.h. von der "Modellführung" ab. Zur eindeutigen Auswertung der Versuchsergebnisse ist daher eine genaue Angabe der Modellführung unentbehrlich.

In der vorliegenden Aufgabe wird die Art der in Frage kommenden Modellführung weitgehend durch die Forderung nach einer gleichförmigen Bewegung in einer vorgegebenen Richtung (relativ zur Modellform) bedingt. Es verbleibt eigentlich nur der Spielraum zwischen einer absoluten Zwangsführung und einer mehr oder minder gelenkten Parallelführung mit einem frei-schwimmenden Modell. Im letzteren Fall ist eine dynamische Tauchung und Vertrimmung des Modells zugelassen. Bei unserer Erörterung der experimentellen und theoretischen Methoden in den Abschnitten 1.4.2 und 1.4.3 haben wir angegeben, wie man den Einfluß der dynamischen Tauchung und Vertrimmung auf den Strömungszustand im allgemeinen und auf den Widerstand im besonderen formal be-

rücksichtigen kann. Im folgenden sei nun die bei unseren Versuchen tatsächlich angewandte Modellführung angegeben und kurz begründet. Es ist zweckmäßig, drei Fälle zu unterscheiden.

a. Überwassermodell (Widerstands-, Trimm- und Tauchungsmessung)

Der Zustand des Modells bei diesen Messungen kann im wesentlichen als "frei-trimmend" bezeichnet werden, siehe Abb. 3.2 und 3.3. Das Modellgewicht einschließlich Ballast entspricht genau dem hydrostatischen Auftrieb der Unterwasserform bis zur Konstruktionswasserlinie. Die ~~Gewichts~~verteilung gewährleistet einen stabilen freischwimmenden Zustand um die CWL. Der Anschluß des Modells an die Schleppvorrichtung ändert im Prinzip nichts an diesem hydrostatischen Gleichgewicht. Die vertikalen Kräfte, die von dem Trimm- und Tauchungsmeßgerät und dem für die Widerstands~~feinmessung~~messung notwendigen Pendelgewicht herrühren, werden durch zusätzliche Ballastgewichte im Modell ausgeglichen. Durch die Einschaltung einer hohen Spreiz nach Abb. 3.2 wird jedoch erreicht, daß der Gewichtsschwerpunkt des Modells virtuell gesenkt wird. Das führt zu einer zusätzlichen Rollstabilisierung gegen Krängungsmomente.

Eine mögliche Gier- und Querbewegung während der Fahrt wird durch eine gewöhnliche reibungsarme Parallelführung verhindert. Eine im wesentlichen in Fahrtrichtung wirkende Schleppkraft überwindet den Strömungswiderstand des Modells. Der vom Pendelgewicht (Abb. 3.2) herrührende kleine Anteil dieser Schleppkraft ist proportional der Längsverschiebung des Modells relativ zum Schleppwagen und dient

zur Widerstandsfeinmessung, vgl. Abschnitt 3.2.3a. Bei dieser Art Führung nimmt das Schleppmodell während der Fahrt, stabile stationäre Verhältnisse vorausgesetzt, eine dynamische Gleichgewichtslage ein, die sich von der Ruhelage im wesentlichen nur durch eine Tauchung und Vertrimmung unterscheidet. Die beiden zuletzt genannten Größen und damit auch der zugehörige Modellwiderstand werden gemäß Abschnitt 1.4.2/3 nicht eindeutig durch die nominelle Modellform bestimmt. Vielmehr geht die Art der Modellführung als zusätzliche Veränderliche in die Widerstandsaufgabe ein. Bei der vorliegenden Untersuchung, die vorwiegend der Klärung allgemeingültiger theoretischer Zusammenhänge dienen sollte, wurde es für zweckmäßig gehalten, die Anzahl der unabhängigen Veränderlichen auf ein wesentliches Minimum zu beschränken. Mit Rücksicht auf diesen Grundsatz wurde bei unseren Versuchen die sonst übliche Modellführung dahingehend abgeändert, daß eine dynamische Vertrimmung des (an sich freischwimmenden) Modells gegenüber seiner normalen Ruhelage gegebenenfalls künstlich verhindert wurde. *)

*) Dagegen erscheint es bei praktischen Untersuchungen, insbesondere, wenn der Modellversuch der Vorhersage des Schiffswiderstandes dienen soll, durchaus sinnvoll, mit einem wirklich frei-trimmenden Modell zu arbeiten. Die Modellführung zielt dann darauf ab, den voraussichtlichen Betriebszustand des naturgroßen Schiffes nach Möglichkeit im Modellversuch zu simulieren. Eine genauere Vorausberechnung des Schiffswiderstandes wird dadurch jedoch nicht notwendig gewährleistet, vgl. Abschnitt 1.4.2b.

Die Freiheit zur parallelen Tiefertauchung infolge hydrody-

namischer Kräfte während der Fahrt wurde dabei nicht beeinträchtigt. Diese Art der Modellführung, auch Horizontalführung genannt, stellt einen Kompromiß zwischen der absoluten Zwangsführung (ohne Trimm und Tauchung) und der einfachen Parallelführung (mit Trimm- und Tauchungsfreiheit) dar. Sie entspricht der von INUI (1957, S 216 - 219) propagierten und praktizierten Modellführung, wenn Versuchsergebnisse mit lineartheoretischen Berechnungen verglichen werden sollen. *) Es läßt sich leicht bestätigen,

*) Wir haben uns in dieser Hinsicht dem Vorschlag von INUI (1957, S 216 - 219) angeschlossen, nicht weil seine Begründung logisch einwandfrei erscheint, sondern vor allem, weil wir seine Versuchsergebnisse für eine Geosimanalyse auswerten wollten. Das setzt aber eine dynamische Ähnlichkeit der Modellführung voraus.

daß unter den Nebenbedingungen der Horizontalführung und konstanten Displacements die während der Fahrt eintretende parallele Tiefertauchung eine eindeutige Funktion der Form *) und Geschwindigkeitsparameter ist. Dadurch wird der gesuchte Zusammenhang zwischen Form und Widerstand in gewünschter Weise vereinfacht und präzisiert.

Die technische Realisierung der Horizontalführung bereitet in der Praxis freilich gewisse Schwierigkeiten. Beispielsweise mußte INUI (1957, S 308) eigens zu diesem Zweck eine aufwendige Vorrichtung konstruieren. Es lag jedoch zum Teil an der ungewöhnlich großen Seitenhöhe seiner Modelle. Bei unseren Versuchen konnte praktisch das gleiche Ergebnis mit verhältnismäßig einfachen Mitteln erreicht werden.

*) der nominellen Modellform

Durch sinnreiche Wahl der Angriffshöhe der Schleppkraft (auf etwa $T/3$ unter CWL) wurde erreicht, daß bei kleinen und mäßigen Geschwindigkeiten (bis $Fr \leq 0,4$) keine nennenswerte dynamische Vertrimmung des Modells auftrat, vgl. Abschnitt 3.3.1. Bei höheren Geschwindigkeiten wurde eine erhebliche Vertrimmung registriert. Diese Fahrten wurden daher mit einem geeigneten entgegengesetzten Vortrimm wiederholt. Der "Vortrimm" konnte aufgrund der vorhergegangenen Trimmessung in Abhängigkeit von Geschwindigkeit jeweils so bemessen werden, daß die dynamische Trimmelage im Meßzustand mit der normalen Ruhelage praktisch übereinstimmte. Zu einer raschen und bequemen Einstellung des Vortrimms ohne Beeinflussung des Modelldeplacements war eine einfache Verschiebevorrichtung am Modell vorgesehen, vgl. Abschnitt 3.2.3a, Abb. 3.3. Die auf diese Weise erhaltenen Versuchsergebnisse sind in den nachfolgenden Kapiteln 3.3. und 3.4. durch die Fallunterscheidung: "mit bzw. ohne Vortrimm" gekennzeichnet.

b. Überwassermodell (Nachstrom- und Wellenmessung)

Die Modellführung während der Nachstrom- und Wellenmessungen entsprach fast genau der im vorhergehenden Unterabschnitt beschriebenen für die Widerstandsmessung. Der einzige Unterschied bestand darin, daß die für die Widerstandsbeinmessung notwendige Freiheit des Modells, sich relativ zum Schleppwagen in der Längsrichtung geringfügig zu verschieben, jetzt eingeschränkt wurde. Dies war offensichtlich notwendig, da die Nachstrom- und Wellenmeßgeräte schleppwagenfest aufgestellt waren und der Abstand zwischen dem Modell und der zur Fahrtrichtung transversalen Meßebeine sich während der Messung nicht verändern sollte.

c. Tiefgetauchtes Spiegelmodell (Widerstandsmessung)

Die Modellführung bei diesen Messungen kann praktisch als eine Zwangsführung im obigen Sinne bezeichnet werden, vgl. Abschnitt 3.2.3b., Abb. 3.4. Eine Trimm- und / oder Tauchungsfreiheit war in diesem Fall nicht zweckmäßig, da bei unserem Modell mit drei Symmetrie-Ebenen ($x' = 0$, $y' = 0$, $z' = 0$) unter idealen Verhältnissen - d.h. unter Vernachlässigung der Störeinflüsse durch Tankbodennähe, freie Oberfläche usw. - keine hydrodynamischen Kräfte außer dem reinen Widerstand (entlang der Angriffslinie: $y' = z' = 0$) zu erwarten waren.

3.2. Meßverfahren

3.2.1. Geschwindigkeitsmessung

Die Schleppgeschwindigkeit ist wohl die wichtigste Grundvariable in unseren experimentellen Untersuchungen. Bei der theoretischen Formulierung des Widerstandsproblems ist es bequem und physikalisch gerechtfertigt, die Geschwindigkeit als eine unabhängige Variable anzusehen. Dies gilt auch für die numerische Auswertung der theoretischen Lösungen, da i.a. die gesuchten Größen als explizite Funktionen der Geschwindigkeit auftreten. In der Praxis ist es jedoch nur selten möglich, die genaue Schleppwagengeschwindigkeit für einen Einzelversuch explizit vorauszubestimmen. Man muß vielmehr den Versuch mit einer vorgewählten geeigneten Antriebskraft ausführen. Die Geschwindigkeit ist hierdurch im Prinzip implizit bestimmt; sie kann aber erst im Laufe des Versuchs genau gemessen und erst nachträglich als Versuchsergebnis ausgewertet werden. Soll ein Schleppversuch aus bestimmten Gründen mit einer genau vorgegebenen Geschwindigkeit ausgeführt werden, so muß man erst die entsprechende Antriebskraft aus einigen "Probefahrten" ermitteln. Im Prinzip ist die Geschwindigkeitsvorwahl ein technisch lösbares Problem, und zwar erfordert es nur eine präzise Rückkoppelung der Antriebskraft mit dem Unterschied zwischen einer vorgegebenen Sollgeschwindigkeit und der laufend gemessenen Fahrtgeschwindigkeit. Die Möglichkeit einer solchen Geschwindigkeitssteuerung war jedoch bei unseren Versuchseinrichtungen nicht gegeben. Wohl gab es dagegen eine Geschwindigkeitsregelung, die kleine Störungen auffangen und ausgleichen konnte. Damit war eine im Rahmen der Meßgenauigkeit gleichbleibende Geschwindigkeit während der Meßstrecke in jedem Einzelversuch gesichert. Hierdurch

war auch die Reproduzierbarkeit der Geschwindigkeit bei gleichen Versuchsbedingungen und gleicher Einstellung des "Geschwindigkeitsreglers" gewährleistet. Dies war eine entscheidende Voraussetzung für eine rationale Ausführung der Nachstrom- und Wellenmessungen. Denn bei diesen Versuchen mußten aus technischen Gründen die jeweils für die Auswertung einer einzigen Geschwindigkeit erforderlichen Messungen auf mehrere Schleppfahrten verteilt werden. Eine ungenaue Geschwindigkeitsregelung hätte die Anzahl der nicht auswertbaren "Probefahrten" und damit den gesamten Versuchsaufwand erheblich vergrößert.

Bei den angegebenen Geschwindigkeiten in den Versuchsergebnissen handelt es sich um die Geschwindigkeit des Schleppwagens relativ zum Grund, die als stellvertretende Größe für die Geschwindigkeit des Modells relativ zum ungestörten Wasser gemessen wurde. Das Meßverfahren selbst war denkbar einfach. Es wurden dazu genaue Zeitmarken von einem Uhrwerk und die von einem mitlaufenden Rad des Schleppwagens gesteuerten Wegmarken auf einem gemeinsamen Schrieb laufend registriert und verglichen. Der Fehler dieses Meßverfahrens dürfte unter 0,5 % liegen. Die so gemessene Schleppgeschwindigkeit relativ zum Grund kann nicht unbedingt gleich der effektiven Modellgeschwindigkeit durch das Wasser gesetzt werden. Denn erfahrungsgemäß können im Schlepptank durch ~~unvorhergesehenen~~ Versuche Wasserströmungen entstehen, die nur sehr langsam abklingen. Es waren keine besonderen Maßnahmen für eine künstliche Abbremsung oder Abdämpfung solcher nachgebliebenen Strömungen vorgesehen. Es wurde jedoch empirisch festgestellt, daß eine durchschnittliche Wartezeit von 15 Minuten vor einer Meßfahrt ausreichte, den Einfluß etwaiger Wasserströmungen auf den gemessenen Widerstand unterhalb der Meßungenauigkeit herabsinken zu lassen. Bei

Wellenmessungen wurde vor einer Meßfahrt jeweils so lange gewartet, bis die vom vorigen Versuch noch vorhandene Wellenbewegung im Rahmen der Meßgenauigkeit vernachlässigt werden konnte.

3.2.2. Trimm- und Tauchungsmessung

Die dynamische Vertrimmung und Tauchungsänderung des Modells gegenüber dem hydrostatischen Ruhestand wurden mit Hilfe eines mechanischen Trimm- und Tauchungsmeßgerätes ermittelt. Die Arbeitsweise dieser Vorrichtung ist in Abb. 3.2. schematisch dargestellt. Die Verschiebung der Modellage in der vertikalen Ebene wird durch das Meßgerät an zwei Angriffspunkten wahrgenommen. Diese Punkte befinden sich in der ungestörten Wasserlinienebene und sind symmetrisch zum Wasserlinienschwerpunkt des Modells angeordnet. Der Abstand zwischen den Punkten ist eine Gerätekonstante. Offenbar sind die Differenz und Summe der Verschiebungswege der modellfesten Angriffspunkte proportional der Vertrimmung; bzw. Tauchungsänderung. Die Skalen des Meßgerätes sind so geeicht, daß man Trimm und Tauchung unmittelbar in Winkelminuten bzw. Millimeter ablesen kann. Die Verschiebungswege werden durch feine Stahldrähte über reibungsarme Umlenkrollen übertragen und der mechanische Widerstand des Systems ist so gering, daß die Bewegungsfreiheit des Modells nicht beeinträchtigt wird. Der vertikale Abstand zwischen dem Modell und den Umlenkrollen des am Schleppwagen befestigten Meßgerätes ist so groß bemessen, daß das Gerät auf eine kleine relative Längsverschiebung des Modells praktisch nicht reagiert. Die Anzeige- und zugleich Meßgenauigkeit für Trimm und Tauchung beträgt etwa $\pm 1'$ bzw. ± 1 mm.

Selbstverständlich kann das Gerät auch für die Feststellung

einer hydrostatischen Vertrimmung gegenüber einer festgesetzten Nullage eingesetzt werden. Es konnte daher gegebenenfalls auch für die Einstellung eines gewünschten "Vortrimms" verwendet werden. Schließlich konnte mit Hilfe dieses Gerätes auch während der Fahrt durch eine einfache Gewichtsverschiebung jede beliebige Vertrimmung gegenüber der Ruhelage eingestellt werden. Es ersetzte insofern eine trimmfreie Zwangsführung des Modells.

3.2.3. Widerstandsmessung

a. Überwassermodell

Die Widerstandsmessung an einem Überwassermodell bei Versuchen an der freien Wasseroberfläche ist eine Routinearbeit der Schleppversuchsanstalten und bedarf daher keiner besonderen Erläuterung. Bei unseren Versuchen wurde der Widerstand nach einem rein mechanischen Verfahren gemessen. Abb. 3.3 soll das Meßprinzip veranschaulichen. Dieses in vielen Versuchsanstalten übliche Verfahren wird oft das "Pendelverfahren" genannt. Der Schleppwiderstand R des Modells wird im wesentlichen durch ein geeignet vorgewähltes bzw. während der Fahrt nachgestelltes Gewicht W_0 überwunden. Die Restkraft äußert sich als eine Längsverschiebung des Modells aus seiner Nullage. Diese Verschiebung wird als Pendelausschlag an einer geeigneten schleppwagenfesten Skala abgelesen und mit Hilfe eines vorher ermittelten Eichfaktors in Kraft umgerechnet. Diese Eichung enthält auch den Einfluß des Trimm- und Tauchungsmeßgerätes, siehe Abb. 3.2. Bei einer Tauchungsänderung gegenüber der Nullage muß eine Korrektur $(\cos \beta - 1) W_0$ wegen der Abweichung der Kraftrichtung W_0 aus der Horizontalen angebracht werden, vgl. Abb. 3.3.

V = Vorlastig

H = Hecklastig

E = Eintauchung

A = Austauchung

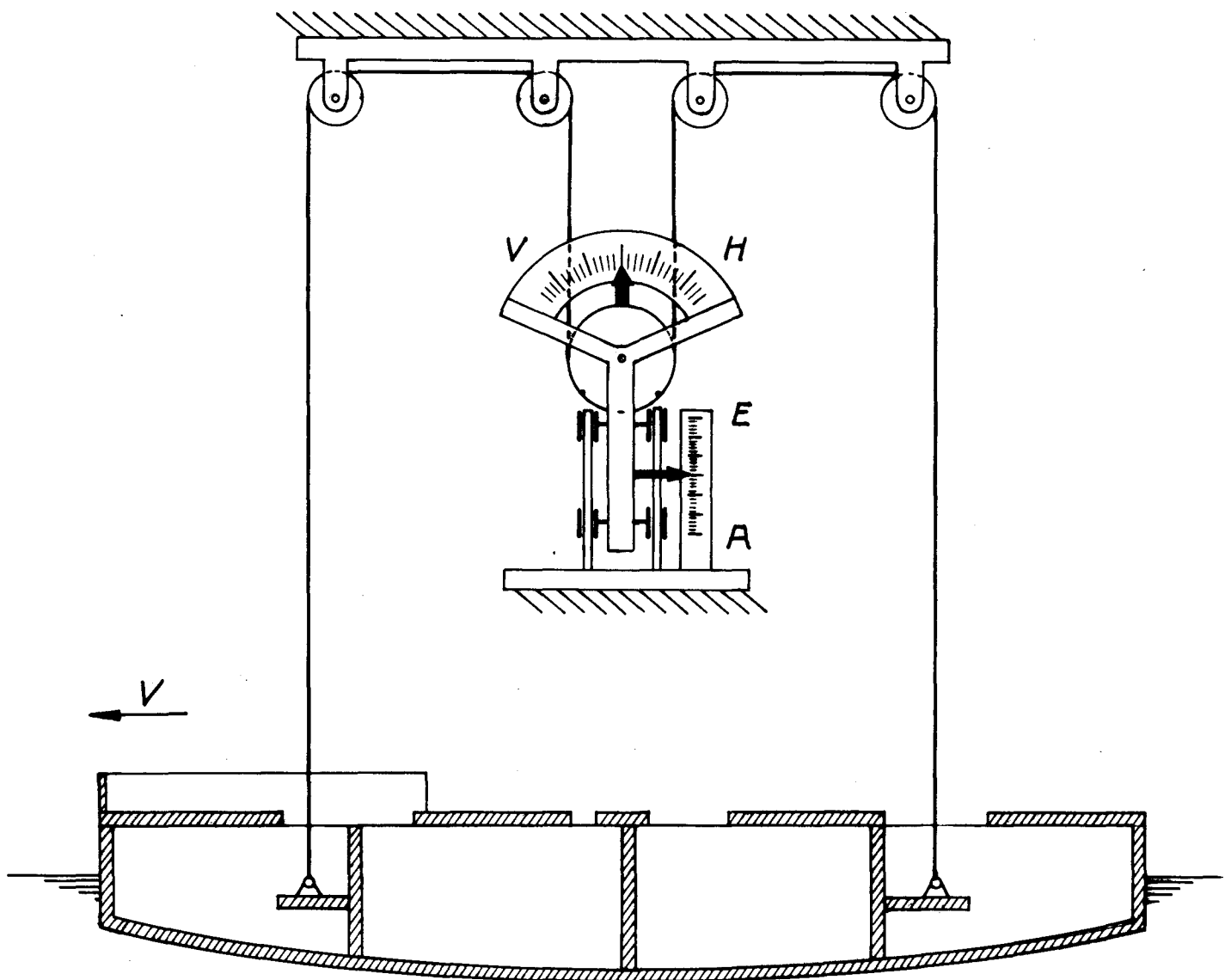


Abb.3.2. Prinzip der Trimm- und Tauchungsmessung.

Für das Verfahren spricht, daß es ebenso einfach wie zuverlässig und fehlerfrei ist. Nachteilig ist, daß man keine kontinuierliche Aufzeichnung der Schleppkraft erhält und daß man unter Umständen den durch starke Wagenschwingungen schwankenden Pendelausschlag nach dem Auge mitteln muß. Unter normalen Bedingungen liegt die Ungenauigkeit der Ablesung bei ± 1 bis 2 mm. Die Meßempfindlichkeit hängt offenbar von der Größe des Pendelgewichtes W_1 und der Höhe der Umlenke-rolle für seine Aufhängung. Der absolute Fehler der Widerstandsmessung bei unseren Versuchen wird je nach Geschwindigkeit auf ± 5 bis 25 p geschätzt. Das entspricht einem relativen Fehler von etwa $\pm 1\%$ bei $Fr = 0,10$ und $\pm 0,5\%$ bei $Fr = 0,70$.

Für kleine Geschwindigkeiten, $Fr < 0,10$, wächst der relative Fehler im Widerstand sehr stark an, weil die Ablesegenauigkeit des mechanischen Systems absolut begrenzt ist und mit dem kleiner werdenden Widerstand nicht Schritt halten kann. Der Fehler im Widerstandsbeiwert $R / \frac{\rho}{2} v^2$ ist um so größer, weil er als Quotient zwei kleiner Meßgrößen gebildet werden muß. Für extrem kleine Geschwindigkeiten ist es daher ratsam, ein besonderes Meßverfahren anzuwenden.

b. Tiefgetauchtes Spiegelmodell

Für die Widerstandsmessung an dem tiefgetauchten Spiegelmodell im Rahmen unserer Versuche wurde eigens eine neue Meßvorrichtung erbaut. Die Konstruktion beruht auf dem Prinzip der elektromechanischen Kraftmessung unter Anwendung neuerzeitlicher Dehnungsmeßstreifen. Die Versuchsanordnung für den Tiefschleppversuch ist in Abb. 3.4 schematisch wiedergegeben. Darin ist auch die Widerstandsmessung angedeutet.

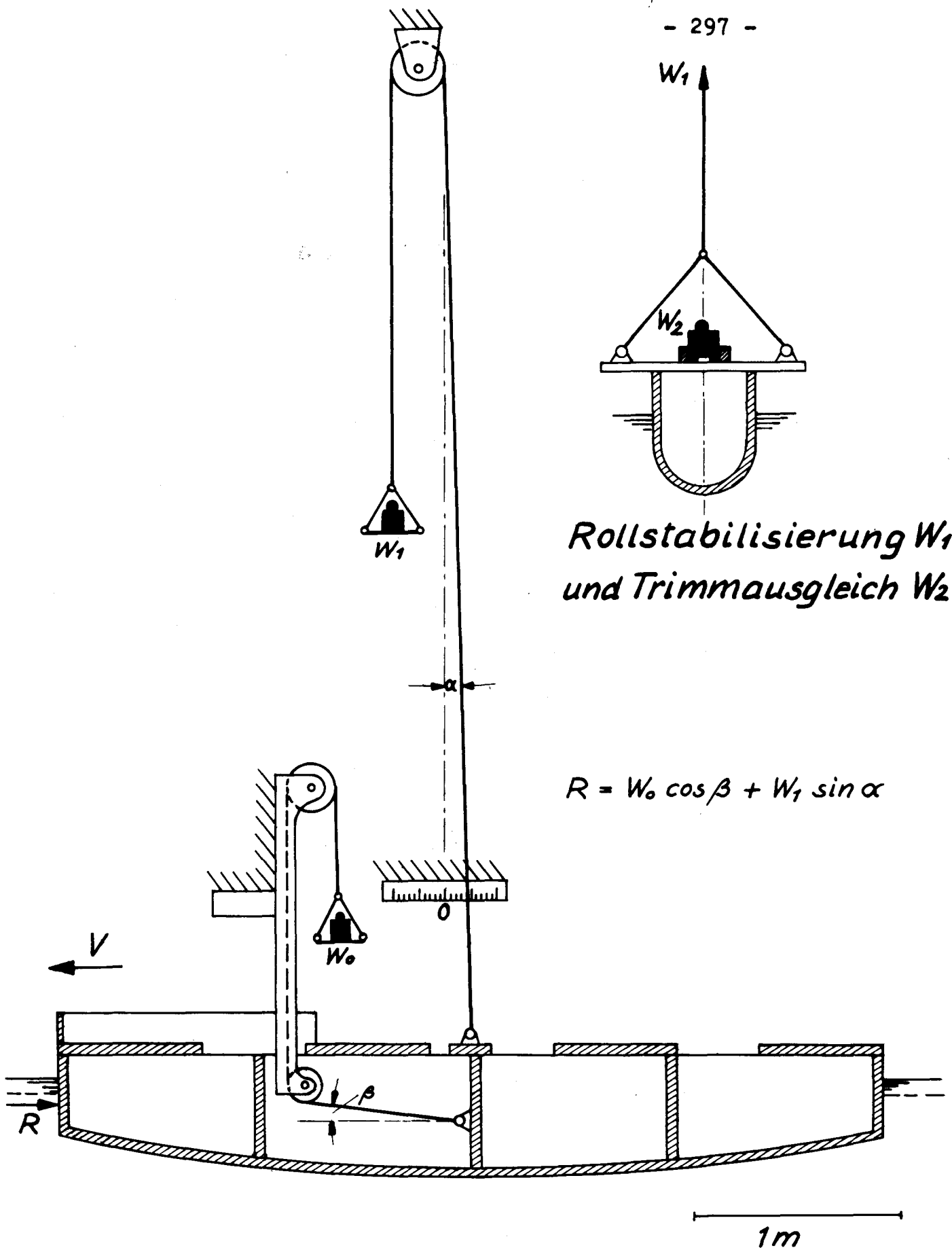


Abb. 3.3. Prinzip der Widerstandsmessung
am Überwassermodell

Es bestehen folgende mechanische Verbindungen zwischen dem Schlepparm und dem tiefgetauchten Modell:

1. Zwei Stahlbänder, die über reibungsarme Umlenkrollen die mechanisch unmittelbar meß- und einstellbaren horizontalen Kräfte W_1 und W_2 in Fahrtrichtung übertragen.
2. Zwei vertikale, quer zur Fahrtrichtung angeordnete Blattfedern, die praktisch eine Zwangsführung für das Modell darstellen, jedoch keine nennenswerten Kräfte in Fahrtrichtung übertragen.
3. Ein empfindliches Ringmeßglied, das praktisch nur eine kleine Restkraft W in Fahrtrichtung überträgt. Es ist durch eine geeignete Vorrichtung gegen Überlastung geschützt.
4. Zwei Metallbälge, die die in einem besonderen Gehäuse befindlichen Meßverbindungen zwischen Schlepparm und Modell gegen die umgebende Flüssigkeit wasserdicht abschließen, aber keine nennenswerten Kräfte in Fahrtrichtung übertragen können.

Alle diese Elemente sind in Abb. 3.4 erkennbar. Der Schleppwiderstand R des Modells wird in der Hauptsache durch die Zugspannung der Stahlbänder $W_1 - W_2$ überwunden. Eine kleine Restkraft verteilt sich auf das Ringmeßglied, die Blattfedern und die Dichtungsbälge. Die dadurch hervorgerufene elastische Verformung des Ringes wird mittels ~~sinare~~~~schnangeb~~~~drängter~~~~deh-~~~~nungs~~meßstreifen (Abb. 3.5) elektrisch angezeigt und aufgezeichnet. Die elektrische Anzeige kann im Ruhezustand mit Hilfe der Gewichte W_1 und W_2 bequem geeicht werden. Insofern

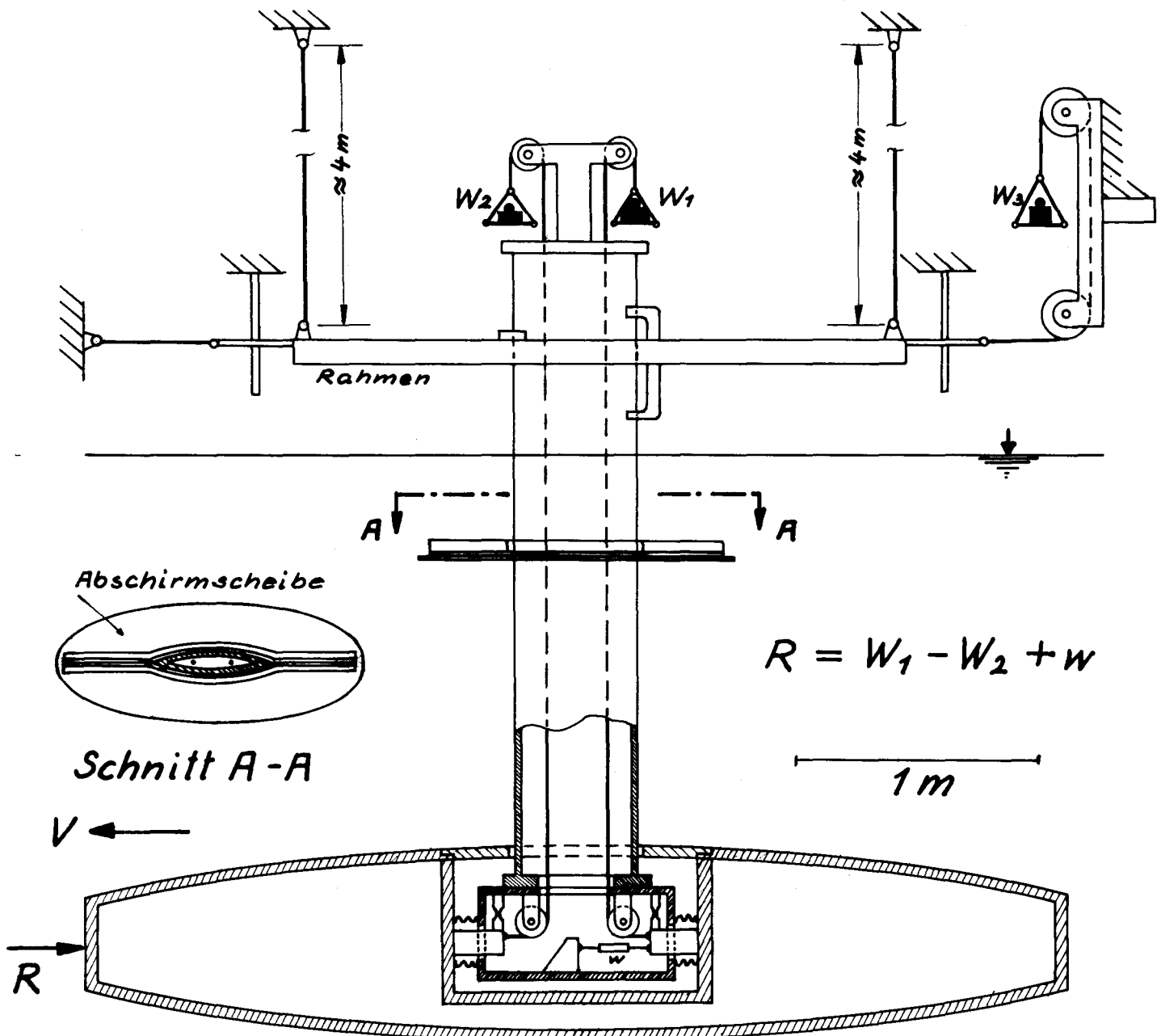
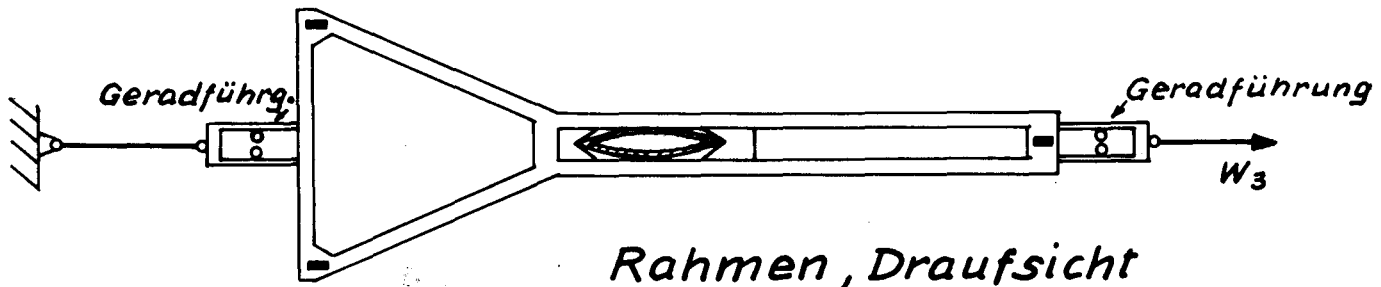


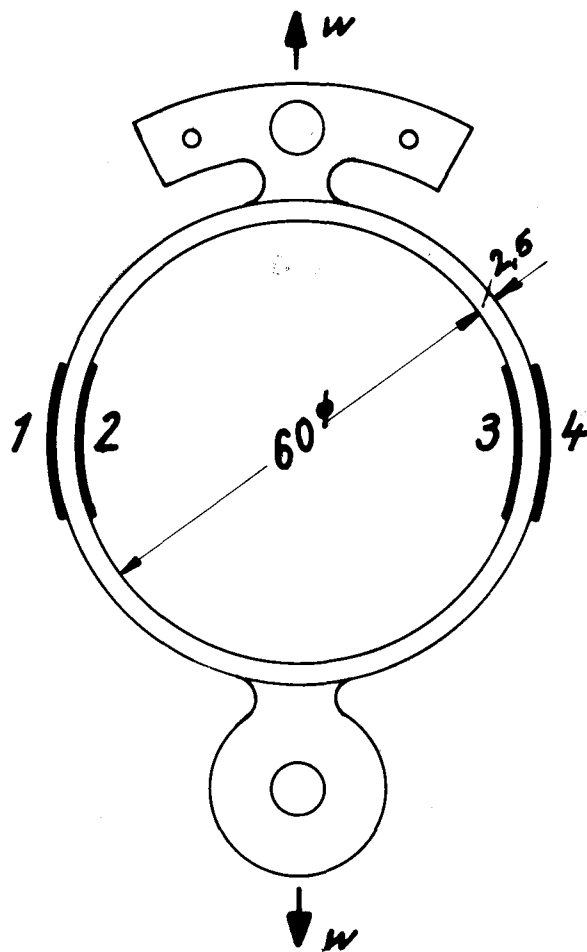
Abb. 3.4. Versuchsanordnung für den
Tiefschleppversuch.

enthält diese Meßvorrichtung eine eigene eingebaute elektromechanische Eichvorrichtung. Die Konzeption dieser Vorrichtung hat sich bei unseren ~~ersten~~ Versuchen gut bewährt. Der größte Vorteil liegt darin, daß im Gegensatz zu sonst üblichen Vorrichtungen, siehe z.B. INUI (1957, S 317), der Modellwiderstand unmittelbar gemessen und nicht als eine Differenz zwischen dem Widerstand des Systems Modell plus Schlepparm und dem Eigenwiderstand des Schlepparms ermittelt werden muß. Auf diese Weise wird eine wesentliche Fehlerquelle der Tiefschleppversuche ausgeschaltet.

Unter günstigen Voraussetzungen gestattet unsere Vorrichtung Kraftmessungen mit einer Genauigkeit von ± 5 p. Das entspricht etwa 1 % des kleinsten gemessenen Widerstandes bei $V = 0,5$ m/s. In der Praxis wurde die Genauigkeit der elektrischen Anzeige durch übertragene Wagenschwingungen sehr stark beeinträchtigt. Es wurden Streuungen der Einzelmessungen bis zu 5 % festgestellt. In dieser Hinsicht ist die Schleppvorrichtung stark verbesserungsbedürftig. Wie weitere Versuche mit einer weniger starren Aufhängung des Schlepparms gezeigt haben, ist sie auch durchaus verbesserungsfähig.

3.2.4. Wellenprofilaufnahme

Das seitliche Wellenprofil am Modell wurde photographisch aufgenommen. Es seien im folgenden noch die Photodaten genannt. Die Kamera wurde in einem Abstand von etwa 6 m seitlich vom Modell aufgestellt. Sie befand sich je nach Bedarf zwischen 1,25 und 2,30 m über der ungestörten Wasseroberfläche. Es wurde eine Präzisionskamera vom Typ Linhof-Technika mit einem Weitwinkelobjektiv (90°) der Lichtstärke 1:8 und Brennweite 90 mm verwendet. Die Aufnahmen wurden mit einer



DMS 120Ω
k-Faktor = 2,1

Ringmeßglied

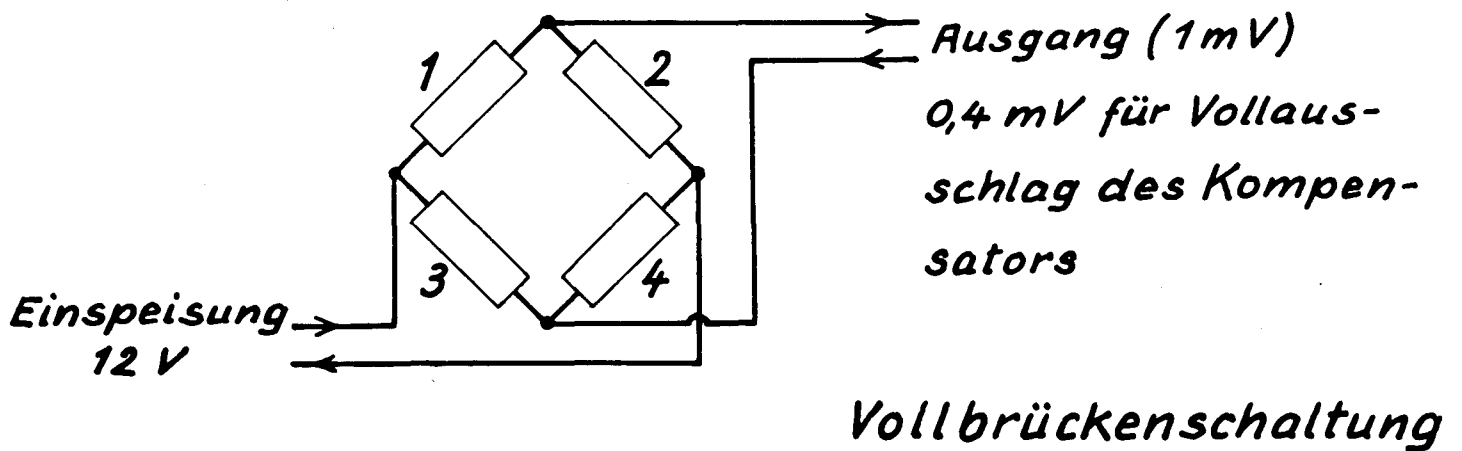


Abb.3.5. Prinzip der Widerstandsmessung
mit Dehnungsmeißstreifen

Blendeneinstellung von 8 bis 11 auf Planfilm Marke Perutz-Panchrom der Empfindlichkeit DIN 17-21/10 im Format 9x12 cm² gemacht. Es handelt sich um sogenannte Momentaufnahmen. Das Modell wurde von zwei Elektronenblitzlampen (Typ Multiblitzz III a) beleuchtet. Die gesamte Lichtleistung betrug 800 W-sek und die effektive Leuchtzeit etwa 1 ms. Das umgebende Wasser und die Modellenden wurden zeitweise zusätzlich mit 4 Scheinwerfern von je 500 Watt Leistung ausgeleuchtet.

Zur Auswertung wurden Ausschnittvergrößerungen des Wellenprofils angefertigt und die Wellenhöhen an einem auf der Modelloberfläche befindlichen Netz von Spanten und Wasserlinien abgelesen. Offenbar sind die so gemessenen Wellenhöhen auf das modellfeste Koordinatensystem bezogen. Da jedoch gleichzeitig die Vertrimmung und Tauchung des Modells gemessen wurde, können die Wellenhöhen relativ zur ungestörten Wasseroberfläche leicht ermittelt werden. Die Ungenauigkeit der Wellenprofilmessung wird auf ± 2 mm geschätzt. Auf den Wellenprofilaufnahmen ist meist auch der "Ablösungspunkt" an der Wasseroberfläche erkennbar. Dieser Punkt zeichnet sich durch eine sichtbare, ausgesprochene Wirbelbildung in der Grenzschicht um das Modell aus und fällt i.a. mit dem letzten Anstieg des Wellenprofils kurz vor dem Hintersteven zusammen.

3.2.5. Nachstrommessung

Bei der Nachstrommessung ging es um die Messung der Geschwindigkeits- und Druckverteilung im Nachstromgebiet in einer quer zur Fahrtrichtung stehenden Transversalebene hinter dem Modell. Statt der Strömungsgeschwindigkeit wurde wie üblich der Staudruck gemessen. Da es sich bei diesen Messungen nicht um eine Routinearbeit der Schleppversuchsanstalt handelt,

mußten zum Teil eigens für diese Versuche neue Meßgeräte erstellt werden.

Die Versuchsanordnung für die Nachstrommessung ist in Abb. 3.6/7 schematisch wiedergegeben. Die eigentliche Meßvorrichtung setzt sich aus folgenden Teilen zusammen:

- 1) Nachstromharke,
- 2) Verschiebegerät,
- 3) Normalsonde,
- 4) Mehrfachmanometer und
- 5) Photokamera.

Die Nachstromharke dient zur Aufnahme der Drucksonden und zur Überführung der Verbindungsschläuche von den Drucksonden bis zum Manometer. Die wichtigsten Abmessungen und Konstruktionseinzelheiten der Nachstromharke sind aus Abb. 3.8 ersichtlich. Es sei darauf hingewiesen, daß dieses Gerät bis zu 53 auf eine Breite von 960 mm verteilte Drucksonden gleichzeitig tragen kann. Während unserer Versuche waren jedoch - bedingt durch die Aufnahmefähigkeit der verfügbaren Manometer - nur 37 Drucksonden angeschlossen, und zwar 19 für Gesamtdruck und 18 für statischen Druck. Die Konstruktionseinzelheiten der Drucksonden sind Abb. 3.9 zu entnehmen. Es sei betont, daß die "Gesamtdrucksonden" nicht den wirklichen Gesamtdruck der Strömung H , sondern nur die "Komponente" H_x in Fahrtrichtung messen können, vgl. Gln. (1.5.9) und (2.2.1).

Das Verschiebegerät gestattet eine stufenlose Verstellung der Nachstromharke in vertikaler Richtung um etwa 500 mm, siehe Abb. 3.6/7. Die tatsächlichen Nachstrommessungen wurden je nach Bedarf an bis zu 10 verschiedenen Tauchtiefen pro Geschwindigkeit durchgeführt. Das Verschiebegerät dient gleichzeitig als Halterung für die Nachstromharke und Weiterführung

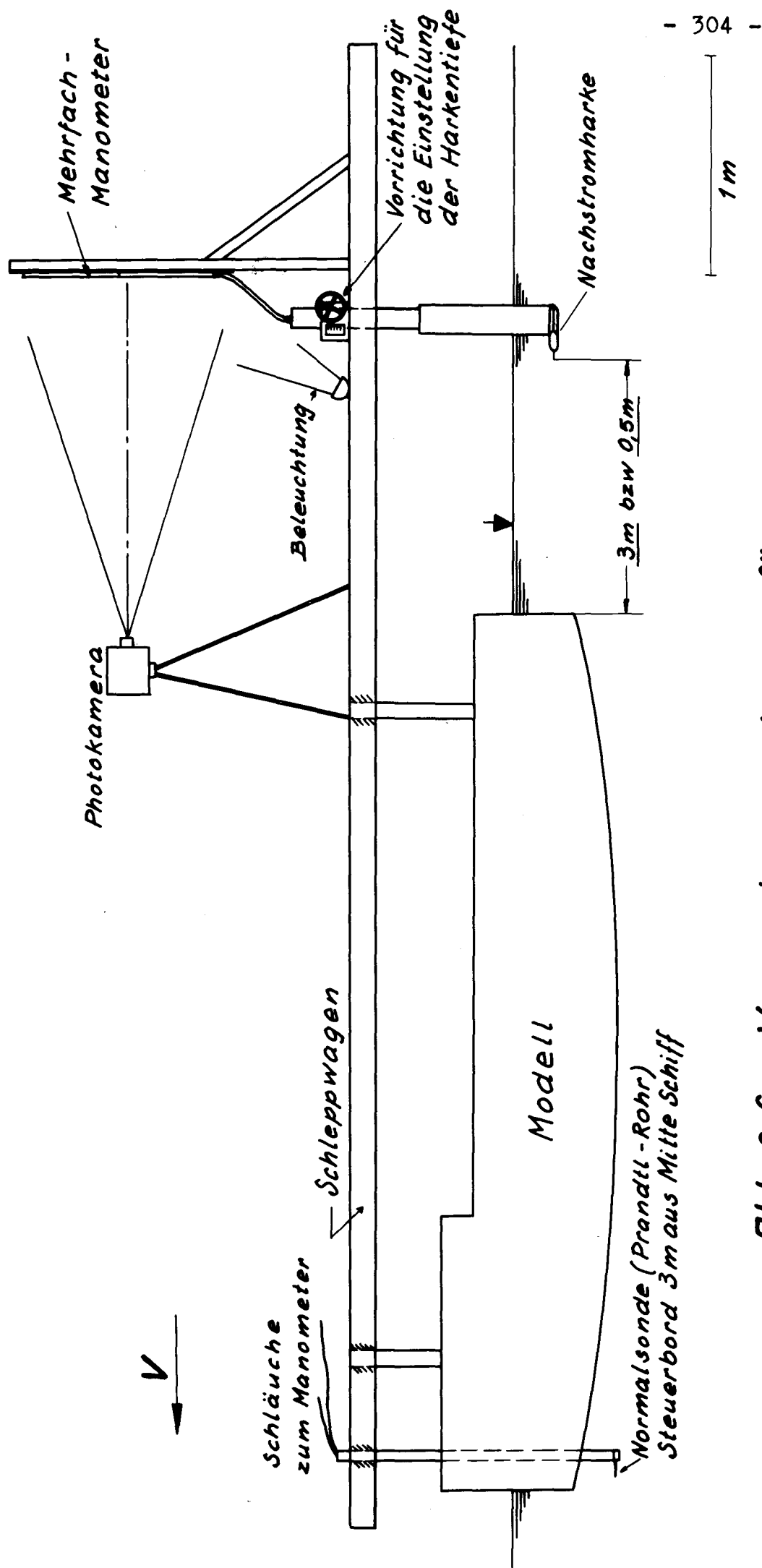


Abb. 3.6. Versuchsanordnung für die Nachstrommessung.

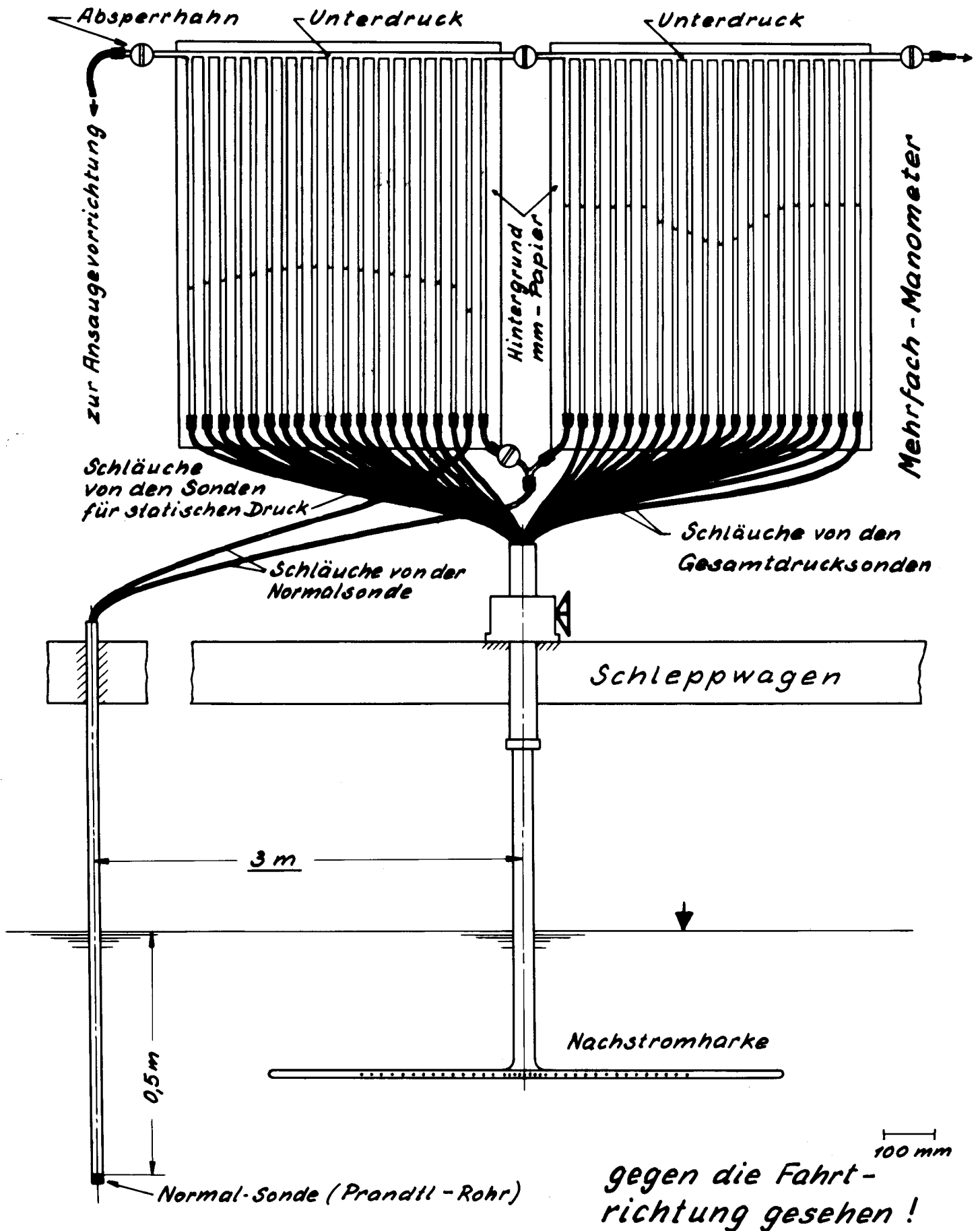
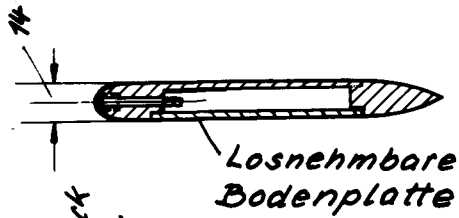


Abb. 3.7. Prinzip der Druckmessung
im Nachstromfeld.

Schnitt B ÷ B



- ⊙ Sonde für Gesamtdruck
- ⊕ Sonde für stat. Druck

Verwendete Anordnung der Drucksonden bei den durchgeführten Messungen

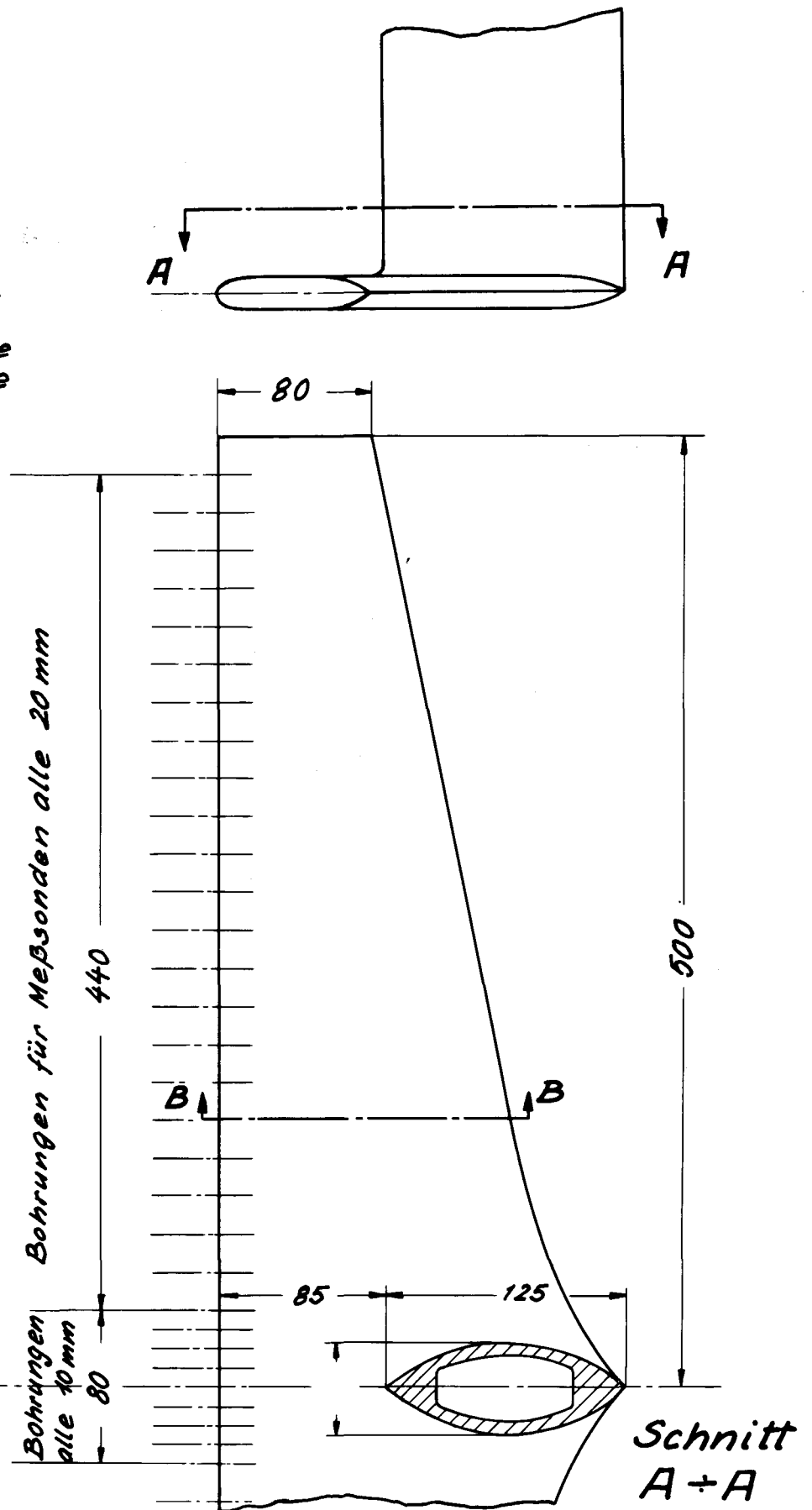
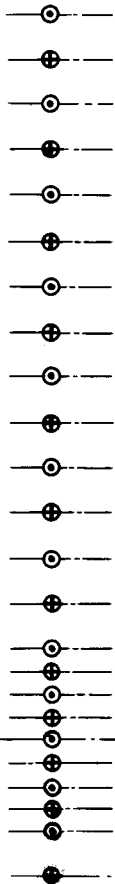


Abb. 3.8. Nachstromharke

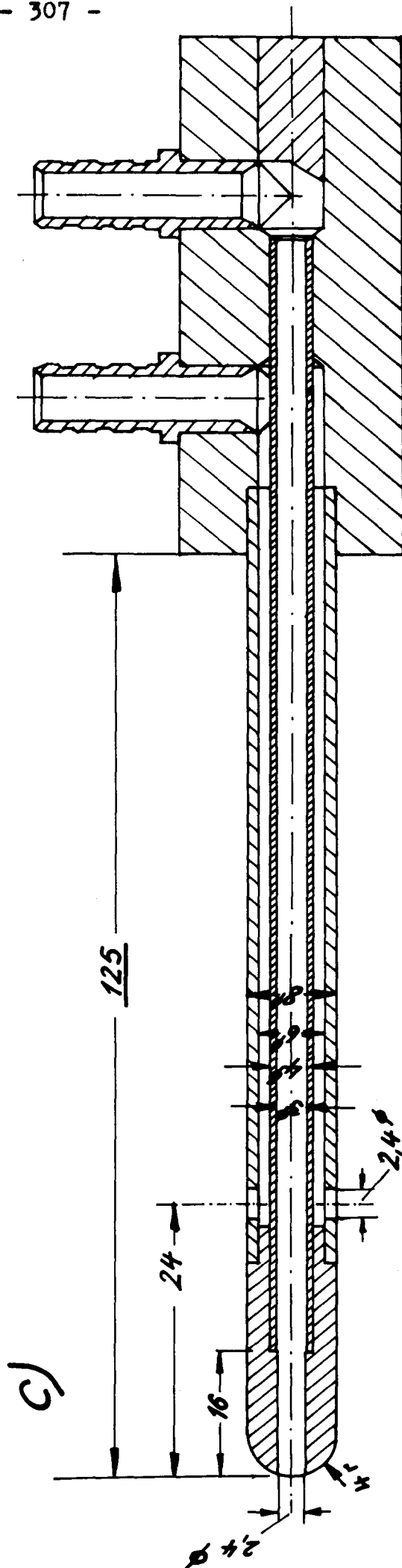
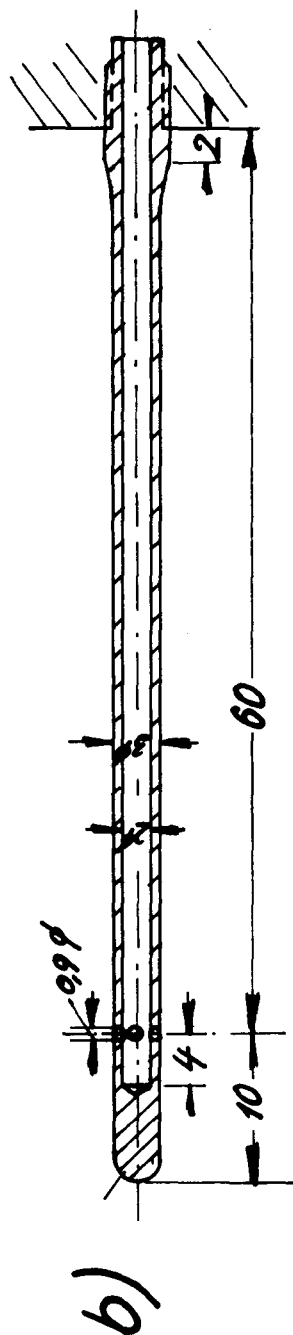
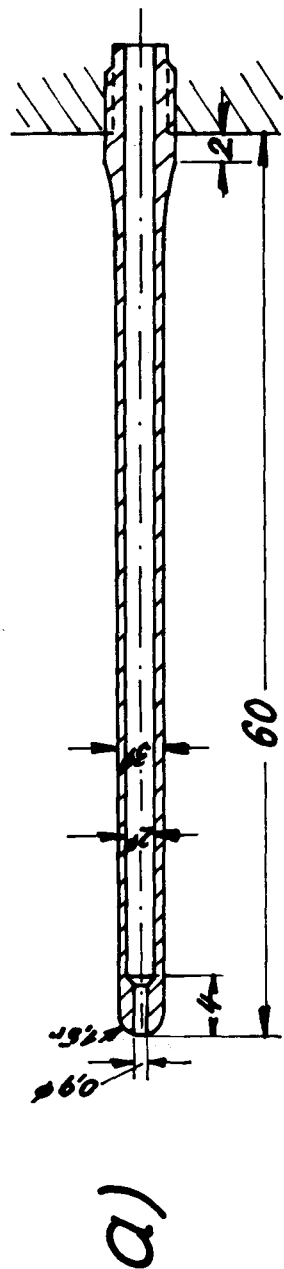


Abb. 3.9. Drucksonden für Nachstrommessung

für die Verbindungsschläuche von den Drucksonden. Es wurden Kunststoffschläuche von 4 mm Bohrung und 5,5 mm Außendurchmesser verwendet.

Da die Strömungsdrücke i.a. nicht als Absolutwerte sondern als Differenzen gemessen werden, ist es erforderlich, geeignete Bezugswerte mit zu messen. Diesem Zweck dient das als "Normalsonde" bezeichnete Prandtl-Rohr (siehe Abb. 3.6, 3.7 und 3.9), das gleichzeitig den statischen und Gesamtdruck am Meßpunkt anzeigt. Es wurde bei unseren Versuchen so angeordnet, daß es im Rahmen der Meßgenauigkeit praktisch den ungestörten Druck der parallelen Anströmung anzeigt. Der von der Normalsonde angezeigte Staudruck der Anströmung erlaubte eine Kontrolle der auf anderem Wege unmittelbar gemessenen Modellgeschwindigkeit, vgl. Abschnitt 3.2.1.

Für die Messung der Strömungsdrücke wurden zwei 20-fach Manometer verwendet, vgl. Abb. 3.7. Die Drücke wurden dabei als Höhen der entsprechenden Wassersäulen angezeigt. Die Manometerrohre aus Glas hatten eine Bohrung von 4 mm mit einem Außendurchmesser von 7 mm und waren in Abständen von 17 mm (Mitte zu Mitte) an einem vertikalen Brett am Schleppwagen befestigt. Sie waren an die Druckleitungen von den Sonden mittels kurzer Schläuche (Bohrung 5 mm, außen 7,5 mm) und geeigneter Verbindungsstücke angeschlossen. Ein hinter den Glasrohren befindlicher Hintergrund aus mm-Papier erlaubte ein direktes Ablesen der Meniskenhöhen. Es zeigte sich als praktisch zweckmäßig, bei der Messung die statischen und Gesamtdrücke zu trennen, siehe Abb. 3.7. An dem einen Manometer wurden also die statischen Drücke im Nachstrom als Differenzen gegenüber dem statischen Druck der Anströmung gemessen. Ebenso wurden an dem anderen Manometer die Gesamtdruckdifferenzen unter sich gemessen. Unter den Manometern bestand dabei keine direkte Verbindung. Diese getrennte Mes-

sung hat den Vorteil, daß jeweils nur relativ kleine Differenzen zu messen sind, so daß sich die Wassersäulen in den beiden Manometern verhältnismäßig schnell auf ihren Endwert einpendeln. Die vorhergehende Eichung der Drucksonden in paralleler Anströmung (bei gleicher Versuchsanordnung) jedoch ohne das Modell) war jedoch sowohl mit getrennten als auch mit verbundenen Manometern durchgeführt worden. Aufgrund dieser Eichung konnten später die Meßergebnisse korreliert werden.

Aus bekannten Gründen steht im Schleppversuch während einer Meßfahrt jeweils nur eine sehr kurze Zeit für die Aufnahme der Meßwerte zur Verfügung. Deshalb konnten die 39 Druckanzeigen nicht während des Versuchs von den Manometern einzeln abgelesen werden. Sie wurden stattdessen als Momentaufnahmen der Manometer photographisch registriert. Die in Abb. 3.6 angedeutete Anordnung der Photokamera und Beleuchtung erwies sich nach einigen Proben als besonders günstig für eine scharfe und reflexfreie Aufnahme der Manometerglasrohre. Die Höhen der Wassersäulen konnten aus den photographischen Negativen (Format 6x6 cm²) mittels geeigneter Vergrößerungsgeräte mit einer Ungenauigkeit von maximal ± 1 mm (natura) abgelesen werden. Demgegenüber steht eine geschätzte Meßunsicherheit von ± 3 mm für eine Einzelmessung. Diese Unsicherheit ist teilweise auf Schleppwagenschwingungen, jedoch in erster Linie auf Gasbildung in den Druckleitungen zurückzuführen. Diese Fehler haben im wesentlichen einen statistischer Charakter, und man darf erwarten, daß sie sich im Endergebnis weitgehend gegenseitig aufheben. Zum Beispiel stellt eine einzige Berechnung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes aus Nachstrommessungen die integrierte Wirkung von etwa 300 Einzeldruckmessungen dar. Anders verhält es sich jedoch mit den systematischen Fehlern, die von der Konstruktion der Drucksonden und vor allem von der gegenseitigen Beeinflussung der Drucksonden in der Nachstromharke herrühren. Diese konnten je-

doch durch Eichfahrten in paralleler Anströmung ermittelt werden. Die Meßwerte wurden vor der Auswertung entsprechend berichtigt, vgl. Abschnitt 3.3.3.

3.2.6. Wellenmessung

a. Allgemeines

Die Wellenmessung bildet den bei weitem größten und wichtigsten Teil der experimentellen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit. Es wurden dabei zwei grundsätzlich verschiedene Meßverfahren angewandt, nämlich erstens die Stereophotogrammetrie und zweitens die elektro-akustische Wellenmessung unter Anwendung eines Ultraschall-Luftecholots. Das Prinzip beider Meßverfahren wollen wir im wesentlichen als bekannt voraussetzen. Die folgende Beschreibung der Meßverfahren beschränkt sich daher auf die Wiedergabe der wichtigsten Angaben über die Versuchsanordnung und einige technische Angaben über die Aufnahme- und Auswertegeräte.

Wir beginnen mit einer kurzen vergleichenden Betrachtung der zwei Meßverfahren. Bekanntlich versucht die Stereophotogrammetrie, das natürliche stereoskopische Sehen technisch zu simulieren. Das selbe Meßobjekt wird dabei mittels geeigneter "Meßkammern" von zwei verschiedenen Standorten photographisch aufgenommen. Die auf diese Weise entstehenden ebenen Projektionen sind offenbar nicht identisch, sondern zeigen vielmehr gewisse Parallaxen in Richtung der Basislinie, d.h. der Verbindungslinie der Aufnahmeorte. Dieses Stereogramm oder Bildpaar kann dazu verwendet werden, mittels geeigneter Auswertegeräte (und unter Verwendung der Kenntnis des Projektionsvorganges bei der Aufnahme) die sichtbare Oberfläche des Meßobjekts dreidimensional auszumessen. Das ist na-

stärklich eine äußerst vereinfachte Darstellung des stereophotogrammetrischen Meßverfahrens. Sie läßt jedoch bereits einige besondere Vor- und Nachteile erkennen, die die Anwendung der Stereophotogrammetrie für die Wellenmessung im Modellversuch aufweist. Der Hauptvorteil liegt darin, daß die Stereophotogrammetrie eine kontinuierliche Aufmessung eines räumlichen Gebildes wie die verformte Wasseroberfläche gestattet. Die Aufnahme erfolgt praktisch momentan, so daß im Prinzip auch der augenblickliche Zustand eines zeitlich veränderlichen Objekts festgehalten werden kann. Das ist bei unserer Wellenmessung ein entscheidender Vorteil, weil das Wellenbild des Modells im Schleppversuch nur für sehr kurze Zeit für die Messung verfügbar ist. In dieser Hinsicht ist die Photogrammetrie anscheinend ohne Konkurrenz. Ferner ist zu erwähnen, daß die Messung berührungslos durchgeführt wird, ohne das sehr empfindliche Meßobjekt, nämlich die Wasseroberfläche zu stören. Dagegen weist die Stereophotogrammetrie auch mindestens drei schwerwiegende Nachteile auf. Erstens ist der Versuchsaufwand sowohl für die Aufnahme als auch für die Auswertung sehr groß. Es werden kostspielige Präzisionsgeräte für Aufnahme und Auswertung benötigt, die zudem nur von besonders geschultem Personal bedient werden können. Die Messung enthält in gewissem Sinne ein subjektives Element und die Datenverarbeitung kann nicht automatisiert werden. Zweitens sind die Aufnahmebedingungen in einem Schlepptank ausgesprochen schlecht. Es müssen besondere Vorrichtungen für die Aufstellung der Meßkammern geschaffen werden; die Wasseroberfläche muß beleuchtet und kontrastreich aber reflexfrei "sichtbar" gemacht werden. Dazu wird die Wasseroberfläche üblicherweise mit Aluminiumpulver bestreut. Diese "Verseuchung" des Versuchsmedium ist jedoch in einem großen Schlepptank i.a. unannehmbar. Trotz aller Hilfsmittel bleibt die Wasseroberfläche photogrammetrisch ein sehr schwieriges Meßobjekt. Der dritte Nachteil ist schließ-

lich, daß das Meßergebnis nicht (etwa wie bei der Verwendung von Wellensonden ~~mit~~ Zeigergeräten) sofort an Ort und Stelle, sondern vielmehr erst nach der Entwicklung der Bilder und deren Ausmessung zur Verfügung steht. Eine ausführliche Erläuterung der allgemeinen Vor- und Nachteile der Photogrammetrie gegenüber anderen Meßverfahren findet sich z.B. bei LACMANN (1950, bes. S 3-9). Über die speziellen Schwierigkeiten bei der stereophotogrammetrischen Wellenmessung im Schleppversuch berichtet u.a. TAKAHEI (1961, S 203-211).

Die elektro-akustische Wellenmessung beruht auf dem allgemeinen Echolot-Prinzip. Die Wellensonde befindet sich in einem geeigneten Abstand über der Wasseroberfläche. Die auf die Wellensonde bezogene Höhe der Wasseroberfläche wird ermittelt, indem das Zeitintervall zwischen dem Ausstrahlen eines Ultraschallimpulses von der Sonde und dem Eintreffen seines von der Wasseroberfläche reflektierten Echos gemessen wird. Die Meßvorrichtung enthält neben einem Ultraschallsender und -empfänger geeignete elektrische und elektronische Elemente für die Steuerung der Ultraschallimpulse und die Messung des genannten Zeitintervalls. Die Ausgangsgröße ist eine elektrische Spannung, die proportional ist der Wellenhöhe, d.h. der Veränderung des Wasserspiegels gegenüber einer vereinbarten Nullage. Das Meßergebnis kann entweder mittels Zeigergeräte angezeigt oder durch Registriergeräte kontinuierlich aufgezeichnet werden. Hieraus ergeben sich die besonderen Vor- und Nachteile der Ultraschall-Wellensonde im Vergleich zur Stereophotogrammetrie. Eine Wellensonde kann offenbar in jedem Augenblick nur eine Wellenhöhe messen, und zwar gerade an dem Punkt unmittelbar unter der Sonde. Sollen Wellenhöhen an mehreren Punkten gleichzeitig gemessen werden, so muß man entsprechend viele Wellensonden einsetzen. Wenn die Wellenhöhe an verschiedenen

Stellen hintereinander gemessen werden soll, so kann man auch mit einer Sonde auskommen, wenn man sie längs der gewünschten Kontur bewegt. Eine zeitliche Veränderung der Wellenhöhe am Ort der Wellensonde bereitet dagegen keine besondere Schwierigkeit, weil das Meßergebnis ohne weiteres als ein Schrieb über der Zeit aufgezeichnet werden kann. Bei dem mitlaufenden Wellensystem eines gleichförmig bewegten Schiffsmodells besteht offenbar eine gewisse Äquivalenz zwischen der zeitlichen Veränderung und der räumlichen Veränderung in Fahrtrichtung. Die Wellensonde ist daher am besten geeignet für die Aufzeichnung von Wellenprofilen parallel zur Fahrtrichtung. Denn in diesem Fall stellt man die Wellensonde stationär auf und läßt das Modell einfach vorbeifahren. Bei unseren Versuchen wurden aber in erster Linie Wellenquerschnitte, d.h. Profile quer zur Fahrtrichtung im mitbewegten Koordinatensystem benötigt. Die Wellensonde mußte daher nicht nur auf dem Schleppwagen montiert, sondern außerdem noch während der kurzen Meßstrecke durch eine Zusatzvorrichtung ("Querwagen") quer zur Fahrtrichtung bewegt werden. Es ist verständlich, daß diese genau kontrollierte Bewegung der Wellensonde nicht nur einen gewissen versuchstechnischen Aufwand erfordert, sondern auch die Meßgenauigkeit erheblich beeinträchtigt.

Bestenfalls kann man mittels einer Sonde ein kontinuierliches Wellenprofil, also eine zweidimensionale Aufzeichnung erhalten. Ein dreidimensionales Wellenbild läßt sich jedoch mit Wellensonden nicht (wie mit der Stereophotogrammetrie) kontinuierlich aufnehmen. Dafür ist das Meßergebnis jedoch sofort verfügbar, und die Datenverarbeitung kann im Prinzip weitgehend automatisiert werden. Die Ultraschall-Wellensonde hat mit der Photogrammetrie gemeinsam, daß das Meßobjekt nicht gestört, ja nicht einmal berührt wird. Das zeichnet sie aus vor den sogenannten Kontaktsonden (meist Draht- oder Stabsonden), die einen Eingriff in die Wasseroberfläche erfordern. Der Meßpunkt ist jedoch im Falle der Ultraschall-

sonde nicht sehr scharf definiert. Es liegt daran, daß das Ultraschallsignal nicht so scharf gebündelt ist wie etwa ein dünner Draht der Kontaktsonde. Das Meßergebnis ist daher eine mittlere Wellenhöhe aus einem kleinen Bereich. Die aufgezeichneten Wellenprofile sind demnach etwas verzerrt.

Bei unseren Versuchen ergänzen sich das stereophotogrammetrische und elektro-akustische Meßverfahren in besonders sinnvoller Weise, weil sie bei zwei verschiedenen Fragestellungen unter verschiedenen Versuchsbedingungen jeweils die optimale Lösung darstellen.

b. Stereophotogrammetrie

Das Ziel der stereophotogrammetrischen Wellenmessung war die Klärung grundlegender Fragen über gewisse Eigenschaften des mit dem Modell mitlaufenden Wellensystems. Die für eine empirische Bestätigung des lineartheoretischen Ansatzes eines freien Wellensystems erforderliche experimentelle Information konnte nur unter Ausnutzung aller vorhergenannten Vorteile der Stereophotogrammetrie gewonnen werden. Dabei erlaubten nur die Versuchsbedingungen im kleinen Schlepp-tank der HSVA einen rationalen Einsatz dieses Meßverfahrens aus folgenden Gründen. Erstens konnte in diesem Tank das Wellenbild in seiner gesamten Breite (von Tankwand zu Tankwand) mit den verfügbaren Aufnahmegeräten mit einem einzigen Bildpaar erfaßt werden. (Das in der Luftbildtechnik übliche Aneinanderreihen von Teilaufnahmen hätte in unserem Fall die Messung wesentlich erschwert.) Zweitens konnte man sich nur in diesem kleinen "Ausweichtank" leisten, das Wasser mit Aluminiumpulver zu "verseuchen", ohne die Routinearbeit der Versuchsanstalt zu beeinträchtigen.

Die Versuchsanordnung für die stereophotogrammetrischen Wellenaufnahmen ist in Abb. 3.10, 3.11 und 3.12 schematisch wiedergegeben. *) Wie man aus diesen Skizzen er-

*) Es handelt sich hier um die "endgültige" Versuchsanordnung für die im Januar 1962 gemachten Aufnahmen. Sie erwies sich als besonders günstig, nachdem bei früheren Probeaufnahmen im Juni und Dezember 1961 verschiedene Versuchsanordnungen erprobt worden waren.

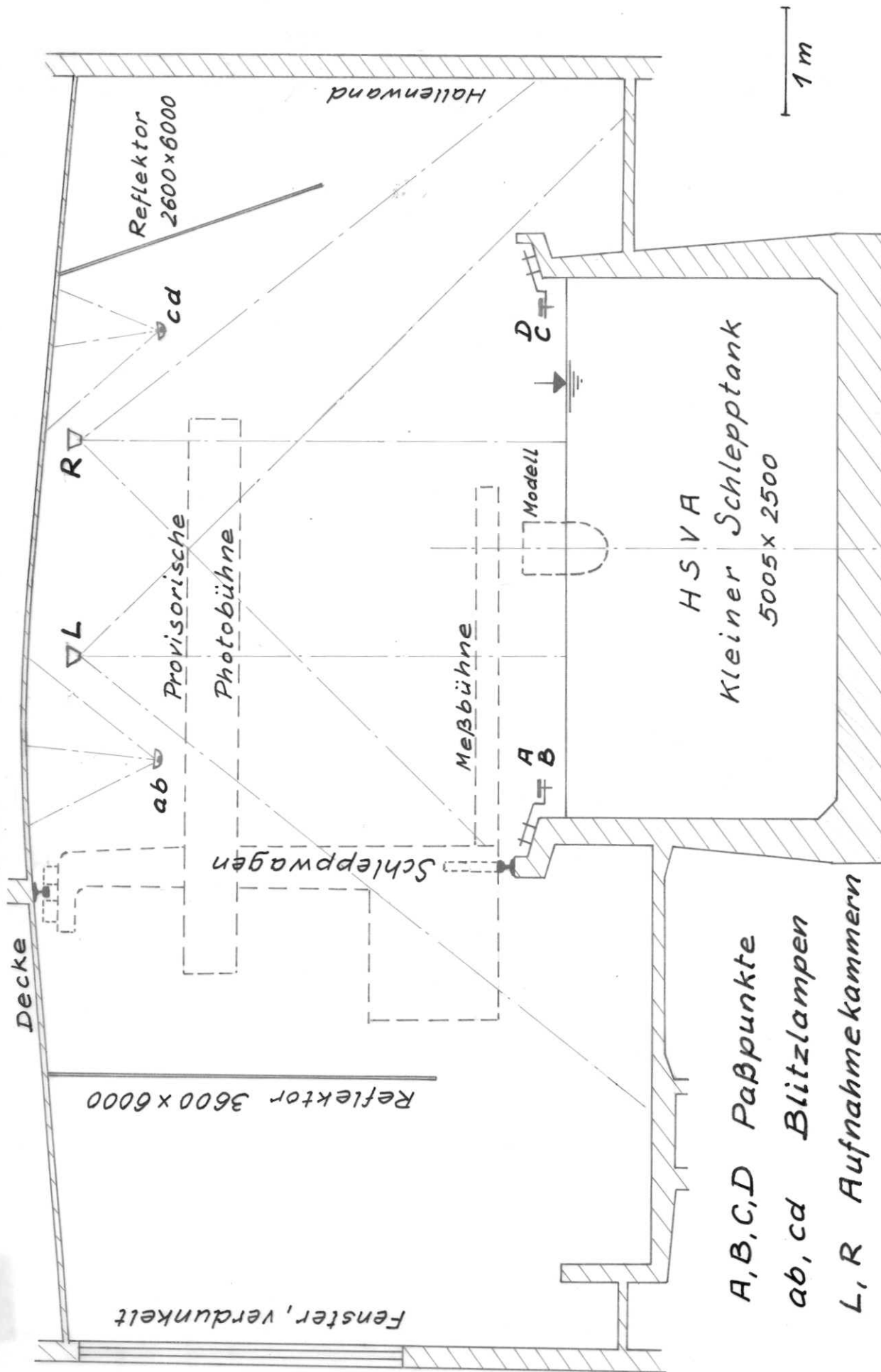
kennt, wurden außer den üblichen Schleppvorrichtungen folgende zusätzliche Einrichtungen benötigt:

- 1) Meßkammern,
- 2) Aufhängevorrichtung für die Meßkammern,
- 3) Paßpunkte,
- 4) Blitzlampen,
- 5) Reflektoren und Abschirmung,
- 6) Auslösevorrichtung (Lichtschranke) und
- 7) Photobühne.

Meßkammern: Für die photogrammetrischen Aufnahmen war eine Askania-Doppelmeßkammer DMK 100/1318 vom Institut für Photogrammetrie der Technischen Universität Berlin zur Verfügung gestellt worden. Es ist eine Spezialkonstruktion für Sonderanwendungen der Photogrammetrie, insbesondere für die sogenannte terrestrische Stereophotogrammetrie im Gegensatz zur üblichen Luftbildmessung. Eine ausführliche Beschreibung dieser Meßkammern gibt WEIMANN (1962, 1963). Wir geben im folgenden nur die wichtigsten technischen Daten wieder. Die Kammern sind mit Weitwinkelmeßobjektiven ~~von~~ **Zeiss-Topogon** der Lichtstärke 1:6,3 und Brennweite 100 mm **versehen**. Der Bild-

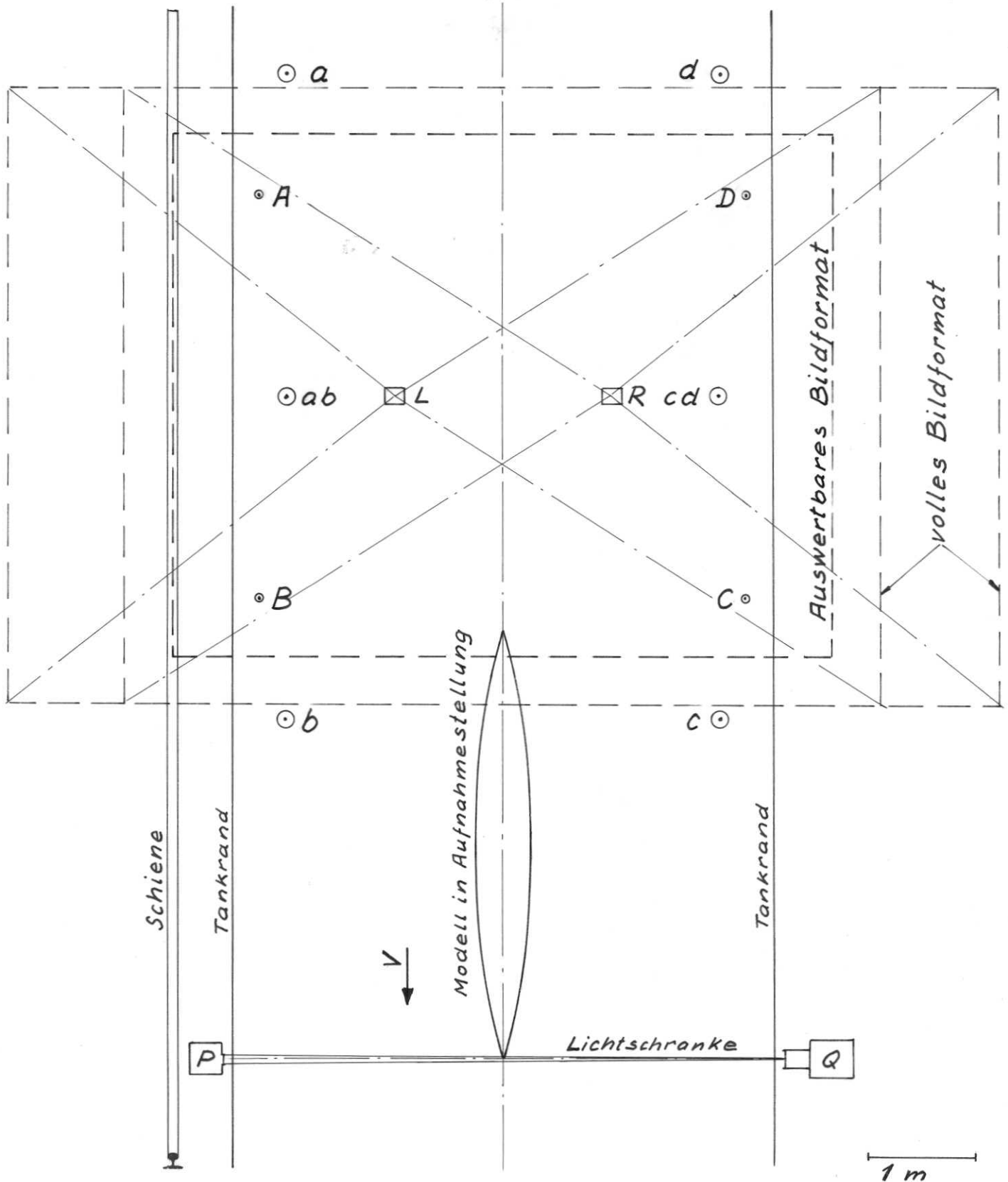
winkel beträgt 90° . Aus Gründen der geometrischen Exaktheit der Bilder ist eine feste Blende vom Durchmesser 100:6,3 mm eingebaut. Der Schärfentiefenbereich kann durch Einsetzen von Zwischenringen in 13 Schritten von 1 m bis ∞ variiert werden. Die Belichtungszeit kann zwischen 1 sec und $1/75$ sec eingestellt werden. Außerdem ist ein X-Kontakt für den Anschluß von Blitzgeräten vorgesehen. Die Verschlüsse der zwei Meßkammern werden elektromagnetisch ausgelöst. Die Genauigkeit der Synchronauslösung beträgt etwa $1/200$ sec. Um eine bessere Ausnutzung des Bildfeldes zu erreichen, ist das Bildformat von $13 \times 18 \text{ cm}^2$ um 1 cm exzentrisch zum Bildhauptpunkt angeordnet.

Aufhängevorrichtung: Für die Aufstellung der Meßkammern über der Wasseroberfläche im Schlepptank mußte eine besondere Vorrichtung geschaffen werden, siehe Abb. 3.12. Diese erlaubt eine Verstellung der Aufnahmehöhe zwischen 4 m und 4,5 m und der Basislänge zwischen 1 m und 2,5 m. Sie enthält außerdem Einrichtungen für eine stufenlose Variation der äußeren Orientierung der Meßkammern, insbesondere für die Einstellung des sogenannten "Normalfalles" der Stereophotogrammetrie. Bei diesem stehen die Aufnahmerichtungen der beiden Meßkammern parallel zu einander und senkrecht auf der Basis. Die Auswertung des Stereogrammes wird ~~dadurch~~ wesentlich erleichtert. Bei der praktischen Einstellung des Normalfalles erwies sich die an den Meßkammern befindliche Autokollimationsvorrichtung als sehr nützlich. Bei der gewählten Aufnahmeanordnung (Normalfall; Basis 2 m; Aufnahmehöhe 4,5 m) entspricht das auswertbare Bildformat einer Fläche von ca. 6 m Breite und 5 m Länge in Höhe der ungestörten Wasseroberfläche, siehe Abb. 3.10÷12. Sie gestattet die Aufnahme eines beliebigen, etwa 5 m langen Abschnittes des Wellenbildes über die gesamte Tankbreite. Es wurden Aufnahmen des Wellen-



A, B, C, D Paßpunkte
 ab, cd Blitzlampen
 L, R Aufnahmekammern

Abb. 3.10 Versuchsanordnung für stereophotogrammetrische Wellenaufnahmen.



A, B, C, D Paßpunkte
a, ab, b, c, cd, d Blitzlampen
L, R Aufnahmekammern
Q Lichtquelle ; P Photoelement

Abb. 3.11 Versuchsanordnung für
stereophotogrammetrische Wellenaufnahmen.

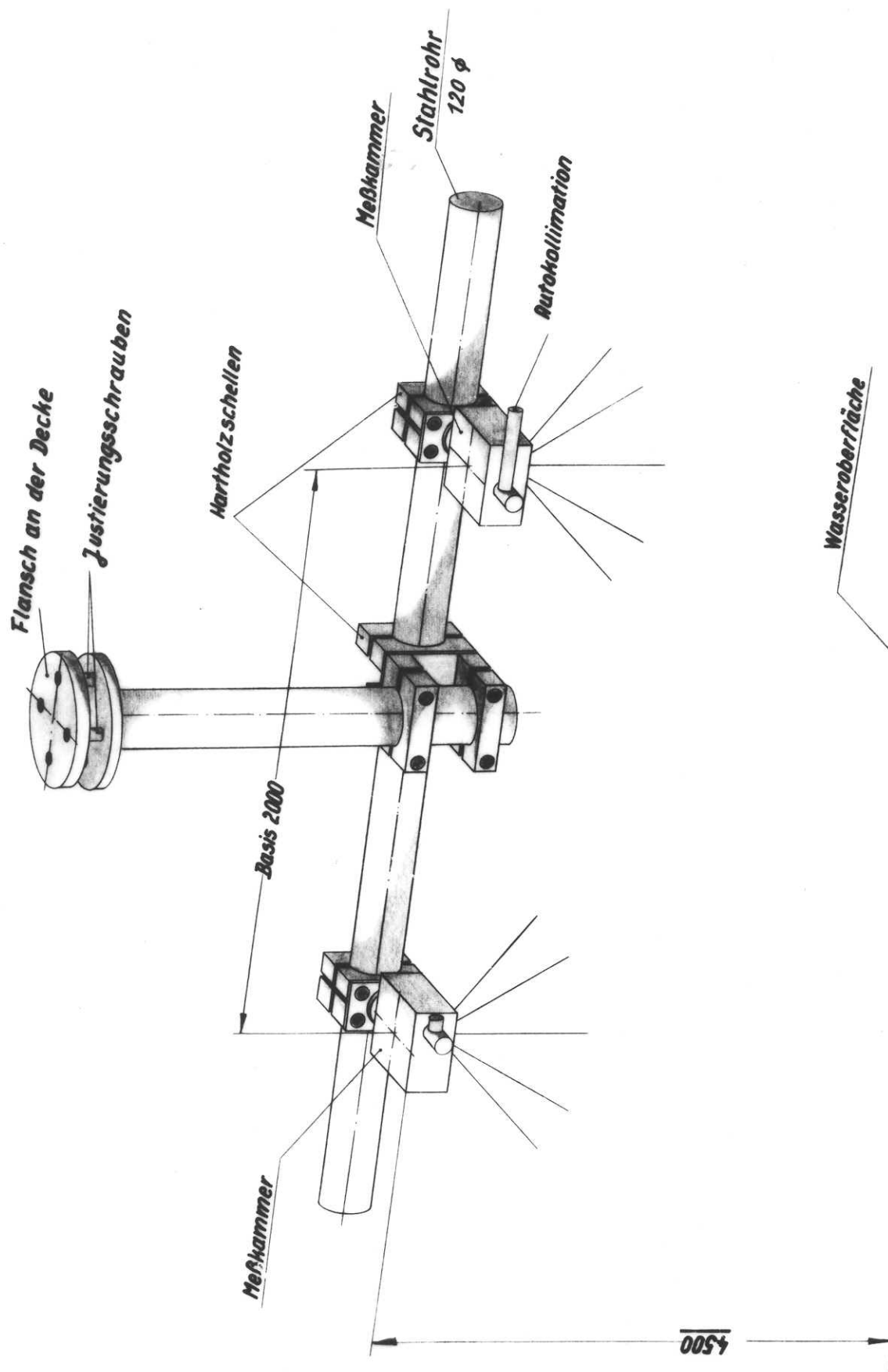


Abb. 3.12. Aufhängevorrichtung für die Meßkammern zur stereophotogrammetrischen Wellenaufnahme in der HSWA.

bildes am Modell, vor dem Modell und in verschiedenen Entfernungen hinter dem Modell gemacht. Bei der in Abb. 3.11 gezeigten Aufnahmestellung des Modells beginnt die "Meßfläche" kurz vor dem Hinterstegen und erstreckt sich bis etwa 4,5 m hinter dem Modell.

Um die Meßkammern und die an der Decke der Versuchshalle befestigte Aufhängevorrichtung bedienen zu können, wurde auf dem Schleppwagen eine provisorische "Photobühne" errichtet, vgl. Abb. 3.10. Die Bedienung bestand im wesentlichen in der Einstellung der äußeren Orientierung der Kammer vor der Aufnahme und in dem Auswechseln der Photoplaten zwischen den Aufnahmen. Die Auslösung der Kammer erfolgte automatisch, siehe unten.

Paßpunkte: Zur Fixierung der äußeren Orientierung der Meßkammern bei der Auswertung des Stereogrammes ist es zweckmäßig, einige sogenannte "Paßpunkte" mit aufzunehmen, deren Lage im Raum genau bekannt ist. Da das Meßobjekt, in diesem Fall die verformte Wasseroberfläche keine geeigneten Paßpunkte enthält, wurden die in Abb. 3.10/11 mit den Buchstaben A, B, C und D angedeuteten Vorrichtungen verwendet. Sie bestehen im wesentlichen aus runden Tellern von 5 cm Durchmesser, auf denen in weißer Farbe auf schwarzem Hintergrund konzentrische Ringe um den "Paßpunkt" gezeichnet sind. Die Lage der Paßpunkte kann einzeln geeignet eingestellt werden. Während der Versuche wurden sie auf die vier Ecken eines horizontalen Rechteckes von 4,5 m Breite und 3,75 m Länge in 0,25 m Höhe über dem ungestörten Wasserspiegel eingestellt. Die gemessenen Wellenhöhen konnten auf diese Weise mittels der Paßpunkte auf die ungestörte Wasseroberfläche (weit vor dem Modell) bezogen werden.

Beleuchtung: Die Wasseroberfläche wurde durch handelsübliche Elektronenblitze beleuchtet. Zu diesem Zweck waren von der Firma Mannesmann G.m.b.H. zwei Multiblitzz-Geräte Typ III b leihweise zur Verfügung gestellt worden. Die gesamte Lichtleistung von 1200 Watt-Sekunden wurde auf sechs Blitzlampen gleichmäßig verteilt. Die effektive Leuchtzeit (Dauer des Lichtstroms bis zum Abfall auf 50 % bzw. 10 % seines Spitzenwertes) dieser Blitze beträgt 1,00 bis 1,50 ms. Mehrere Blitze können mit Photozellen synchron ausgelöst werden. Die Anordnung der sechs Blitzlampen ist aus Abb. 3.10/11 ersichtlich. Jede Lampe war mit einem Weitwinkelreflektor versehen, der ein Bildfeld von 65° gleichmäßig ausleuchtet. Zur Vermeidung von Reflexen waren die Lampen mit Softern versehen und nicht auf die Wasseroberfläche sondern gegen die weiße Tankdecke gerichtet. Das nach den Seiten entweichende Licht wurde außerdem von geeigneten Reflektoren aufgefangen und auf die Wasseroberfläche geworfen. Die improvisierten Reflektoren bestanden aus rauen Hartfaserplatten, die mit Aluminiumfolie überzogen waren. Die übrige Beleuchtung im Schlepptank wurde während der Meßaufnahmen entweder ausgeschaltet oder durch geeignete Maßnahmen abgeschirmt, siehe z.B. Abb. 3.10. Diese Beleuchtung erwies sich nach einigen Probeaufnahmen als zweckmäßig und ausreichend, um die 25 m^2 große Wasseroberfläche mit den vorher beschriebenen Meßkammern auf panchromatische, hochempfindliche Feinkornplatten (Marke Perutz-Perchromo; DIN 17⁰) aufzunehmen.

Synchronauslösung: Die Synchronauslösung der beiden Meßkammern und der sechs Blitzlampen zu einem genau vorgegebenen Zeitpunkt war von wesentlicher Bedeutung. Denn die Aufnahme- und Beleuchtungsgeräte waren stationär aufgestellt, das

Meßobjekt, nämlich das mit dem Modell mitlaufende Wellenbild bewegte sich dagegen mit einer Geschwindigkeit bis zu 2 m/s. Diese Aufgabe konnte mit den verfügbaren technischen Einrichtungen befriedigend gelöst werden. Um die Aufnahmestellung des Modells zu fixieren, wurde eine Lichtschranke quer zur Fahrtrichtung errichtet, vgl. Abb. 3.11. Diese bestand aus einer geeigneten Lichtquelle und einem Photoelement, das die elektromagnetischen Verschlüsse der beiden Meßkammern betätigte, sobald das Modell auf der Meßfahrt die vorher festgesetzte Aufnahmestellung erreichte. Einer der beiden Verschlüsse löste darauf einen Mutterblitz aus. Die übrigen "Skåavenblitze" wurden von dem Mutterblitz durch Photozellen synchron ausgelöst. Die effektive Belichtungszeit war bei dieser Anordnung gleich der Leuchtzeit der Blitze, und zwar etwa $1/1000$ sek. Die Kammerverschlüsse waren jedoch nominell auf eine Belichtungszeit von $1/25$ sek eingestellt, um sicherzustellen, daß die Leuchtdauer der Blitze in die Verschußöffnungszeit fiel.

Sichtbarmachung der Wasseroberfläche: Wie schon im vorhergehenden Abschnitt 3.2.6a erwähnt, ist die Wasseroberfläche im Schlepptank vom stereophotogrammetrischen Standpunkt ein ausgesprochen schwieriges Meßobjekt. Bei genauer Betrachtung einer gewöhnlichen Photographie einer Wasseroberfläche kann man leicht feststellen, daß darin i.a. gar nicht die Wasseroberfläche selbst abgebildet wird, sondern vielmehr die Reflexe oder Spiegelbilder der vorhandenen Lichtquellen oder anderer heller Objekte. Da aber dieses Bild dem natürlichen optischen Eindruck einer Wasseroberfläche auf das menschliche Auge entspricht, kann man an Hand eines solchen Lichtbildes die Verformung der Wasseroberfläche (wie etwa vorhandene Wellen) qualitativ recht gut wahrnehmen. Für

Meßzwecke sind jedoch solche Aufnahmen praktisch wertlos. In der Stereophotogrammetrie ist es erforderlich: erstens, daß das Meßobjekt selbst und nicht irgendwelche Spiegelungen abgebildet werden und zweitens, daß die zwei Abbildungen eines jeden Meßpunktes in dem aufgenommenen Stereogramm bei der Auswertung einander eindeutig zugeordnet werden können. Mit anderen Worten, müssen die Aufnahmen reflexfrei und kontrastreich sein. Es wird gewöhnlich dadurch erreicht, daß man die Wasseroberfläche mit einem geeigneten, unlöslichen Pulver bestreut. Es werden dann statt der Wasseroberfläche die schwimmenden Pulverteilchen abgebildet, deren Lage im Raum jedoch im Rahmen der Meßgenauigkeit mit der Wasseroberfläche praktisch identisch ist. Es ist offenbar wesentlich, daß die Pulverteilchen auf der Oberfläche schwimmen und nicht etwa im Wasser schweben. Eine optimale Verteilung des Pulvers auf die Wasseroberfläche ist nur durch besondere Sorgfalt zu erreichen. Einerseits muß die Wasseroberfläche von allen (insbesondere ölhaltigen) Verunreinigungen befreit werden, damit sich das Pulver auf die gesamte zu messende Oberfläche verteilt. Andererseits ist eine vollkommen homogene Pulverschicht auch unerwünscht. Denn sie ergibt bei geeigneter diffuser Beleuchtung zwar eine reflexfreie aber doch sehr kontrastarme Aufnahme. Bei unseren Versuchen wurde die beste Wirkung mit einer Mischung von Aluminiumpulver der Maschenweite 0,15 mm und Bärlappsamen erzielt. Diese Pulvermischung hat anscheinend eine natürliche Tendenz, sich nicht gleichmäßig auf die Wasseroberfläche zu verteilen, sondern gewisse streifenartige Muster zu bilden. Durch leichtes "Umrühren" der Oberflächenschicht kurz vor der Aufnahme können diese Streifen zu kontrastreichen, kleinflächigen Maserungen geformt werden. Die dann entstehenden Aufnahmen haben alle für eine stereophotogrammetrische Auswertung erforderlichen Eigenschaften, vgl. Abschnitt 3.3.4. Lediglich in dem Nachstrombereich hinter dem Modell, wo die Pulverschicht von der turbulenten Strömung von der Wasseroberfläche weggeris-

sen wird, gelingt die Sichtbarmachung der Wasseroberfläche nicht. Zwar kann man auch hier die Wellenformation qualitativ wahrnehmen. Eine quantitative Auswertung im Sinne der Stereophotogrammetrie ist jedoch aus den vorher genannten Gründen nicht möglich.

Auswertung: Die stereophotogrammetrische Auswertung der in der HSVA aufgenommenen Bildpaare wurde im Institut für Photogrammetrie der Technischen Universität Berlin unter Verwendung eines Stereoplanigraphen C 8 der Firma Zeiss-Aerotopograph München durchgeführt. Der Stereoplanigraph dürfte das photogrammetrische Auswertgerät größter Universalität und höchster Genauigkeit darstellen, das uns für Kartierungsarbeiten zur Zeit zur Verfügung steht. Eine ausführliche Beschreibung dieses komplizierten Gerätes würde hier zu weit führen. Wir verweisen daher auf Mitteilungen der Herstellerfirma und Veröffentlichungen in der einschlägigen Fachliteratur, vgl. z.B. LACMANN (1960, S 42-45) und BUCHHOLTZ (1960, S 282 -289). Im folgenden sei nur auf einige wesentliche Punkte hingewiesen. Der Stereoplanigraph arbeitet nach dem Prinzip der räumlichen Rekonstruktion des stereoskopisch aufgenommenen Objektes durch eine Umkehrung des Aufnahmevorgangs. Indem die Originalaufnahmen durch Projektionskammern des Auswertgerätes auf eine geeignete Fläche projiziert werden, entsteht ein durch die Schnittpunkte zusammengehöriger Strahlen vom Bildpaar definiertes optisches Modell des Meßobjektes. Um die geometrische Ähnlichkeit zwischen dem Meßobjekt und seinem optischen Modell zu gewährleisten, muß die innere und äußere Orientierung der Projektionskammern ~~den~~ der Aufnahmekammern entsprechen. Die Gleichheit der inneren Orientierung wird erreicht, indem man jeweils eine den Aufnahmekammern optisch identische Auswerte-

ausrüstung verwendet. Die äußere Orientierung kann durch geeignete Vorrichtungen im Stereoplanigraphen stufenlos variiert und beliebig eingestellt werden. Ist die äußere Orientierung der Aufnahmekammern unbekannt oder nur ungenau bekannt, so kann sie im Auswertgerät dennoch genau rekonstruiert werden, vorausgesetzt, daß das Meßobjekt genügend viele Paßpunkte enthält, deren Lage im Raum genau bekannt ist. Der Maßstab des optischen Modells wird durch eine einzige Abmessung festgelegt, z.B. durch die Basislänge der Projektionskammern im Verhältnis zur Basis der Aufnahme. Das optische Modell wird sodann mit Hilfe einer räumlichen Meßmarke abgetastet und ausgemessen. Das Gerät enthält mechanische (zum Teil elektrisch angetriebene) Vorrichtungen für dreidimensionale Steuerung der räumlichen Meßmarke sowie ein Druckzählwerk, von dem die drei Koordinaten der Meßmarke in einem raumfesten System jederzeit abgelesen oder ins Protokoll gedruckt werden können. Außerdem ist ein Zeichentisch angeschlossen derart, daß die auf eine beliebige Koordinatenebene projizierte Bewegung der Meßmarke auf den Zeichienstift übertragen wird. Der Stereoplanigraph gestattet daher nicht nur eine numerische Punktmessung in drei Koordinaten, sondern auch die automatische graphische Aufzeichnung beliebiger Schnitte und Höhenlinien des Meßobjektes. Eingehende Untersuchungen haben ergeben, daß mit dem Stereoplanigraphen unter günstigen Verhältnissen und Verwendung von Senkrechtaufnahmen eine Meßgenauigkeit nach Lage und Höhe von $0,20/30$ der Aufnahmehöhe erreicht werden kann.

Bei der Auswertung unserer Wellenaufnahmen betrug der Maßstab des optischen Modells etwa 1:12,5 gegenüber dem naturgroßen Wellenbild im Schlepptank. Es wurden sowohl Punktkoordinaten gemessen als auch Quer- und Hängsschnit-

te sowie Höhenlinien des Wellenbildes aufgezeichnet. Die gewählte Aufnahmehöhe von 4,5 m entspricht einer Meßgenauigkeit von 1 mm.

Genauigkeit: Die soeben angegebene Meßgenauigkeit von ± 1 mm beruht auf einem Erfahrungswert für den Stereoplanigraphen und berücksichtigt alle beteiligten Faktoren. Wir wollen nun diese praktische Abschätzung mit der theoretischen Genauigkeit vergleichen, die sich aus rein geometrischen Überlegungen ergibt, wenn man annimmt, daß die optischen Systeme verzeichnungsfrei arbeiten, d.h. exakte Zentralprojektionen liefern. Offenbar wird die theoretische Genauigkeit bei geometrisch exakten Projektion nur bedingt durch das Auflösungsvermögen der Aufnahme oder, was gleichbedeutend ist, durch den "Parallaxenfehler". Dieser ist ein Maß für die Genauigkeit, mit der die Koordinaten der zugehörigen Punkte im Bildpaar miteinander verglichen werden können. Diese Parallaxen sind die Grundlage für die Berechnung der Entfernung des Meßpunktes. Der Zusammenhang zwischen dem Parallaxenfehler und dem daraus resultierenden Entfernungsfehler hängt i.a. von der inneren und äußeren Orientierung der Aufnahmekammern und der Lage des Meßpunktes. Die geometrischen Beziehungen vereinfachen sich erheblich für den vorher erwähnten Normalfall der Stereophotogrammetrie, vgl. z.B. LACMANN (1950, S 24-25). Die Aufnahmeanordnung wird in diesem Fall durch fünf geometrische Parameter l , b , h , f und a eindeutig beschrieben, siehe Abb. 3.13. Bei vorgegebenen Meßkammern (f, a) und Aufnahmebereich l ergibt sich die folgende Nebenbedingung für die Variation der Basis b und Aufnahmehöhe h :

$$(3.2.1) \quad l = \frac{2ah}{f} - b.$$

Für die Parallaxe p eines Meßpunktes in Entfernung h ergibt sich die einfache Formel:

$$(3.2.2) \quad p = \frac{bf}{h}.$$

Hieraus kann man das gesuchte Fehlerverhältnis $\Delta h/\Delta p$ ableiten und wahlweise in verschiedenen Formen ausdrücken:

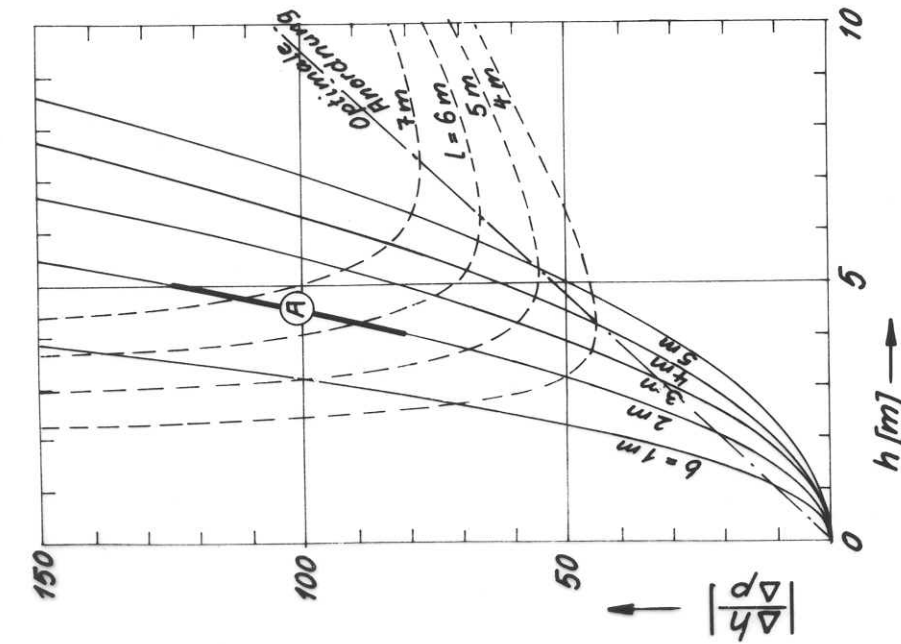
$$(3.2.3) \quad \frac{\Delta h}{\Delta p} = \frac{h^2}{bf} = \frac{h^2}{2ah - lf} = \frac{f(l + b)^2}{4a^2 b}.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich auch die geometrisch optimale Anordnung und der entsprechende Mindestwert für $|\Delta h/\Delta p|$. Die zugehörigen Formeln und einige numerische Ergebnisse sind in Abb. 3.13 wiedergegeben. Den Berechnungen liegen die Brennweite ($f = 100 \text{ mm}$) und das nominelle Bildformat unserer Meßkammern zugrunde; die Parameter l , b und h werden in dem für unsere Versuche in Frage kommenden Bereich variiert. Wenn man unter Berücksichtigung der Nichtauswertbarkeit der Bildränder statt der Tankbreite 5 m einen Aufnahmebereich von $l = 6,5 \text{ m}$ verschreibt, so ergibt sich die optimale Aufnahmeanordnung als $b = 6,5 \text{ m}$, $h = 6,5 \text{ m}$. Diese ließ sich jedoch wegen der beschränkten Deckenhöhe der Versuchshalle nicht verwirklichen, siehe Abb. 3.10. Die tatsächliche Aufnahmestellung ($h = 4,5 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$) ist auch in Abb. 3.13 angedeutet und ergibt $|\Delta h/\Delta p| = 100$. Wenn man nach LACMANN (1950, S 25) einen Mittelwert von $\pm 0,01 \text{ mm}$ für den Parallaxenfehler annimmt, so ergibt

sich ein entsprechender Entfernungsfehler $\Delta h = \pm 1$ mm. Dieser theoretische Wert stimmt in erstaunlicher Weise mit der o.a. praktischen Fehlerabschätzung für den Stereoplanigraphen genau überein und bestätigt die hohe Leistungsfähigkeit dieses Auswertgerätes.

c. Elektro-akustische Wellenmessung

Das Arbeitsprinzip der elektro-akustischen Wellenmessung haben wir bereits im vorhergehenden Abschnitt 3.2.6a dargestellt. Die in Abb. 3.14 skizzierte Versuchsanordnung ermöglichte die Messung von Wellenprofilen quer zur Fahrtrichtung im mitbewegten System. (Solche Wellenprofile wollen wir Wellenquerschnitte oder einfach Wellenschnitte nennen.) Diese Messung wurde durch den Umstand erleichtert, daß der große Schleppwagen der HSVA mit einem kleinen Querwagen ausgerüstet ist, der auch während der Fahrt quer zur Fahrtrichtung bewegt werden kann. Die Ultraschall-Wellensonde wurde auf diesem Querwagen aufgestellt. Während das Modell durch den Schleppwagen mit gleichförmiger Geschwindigkeit in Fahrtrichtung bewegt wurde, fuhr der Querwagen samt Wellensonde einmal quer über die Tankbreite. Die Wellensonde nahm während dieser Zeit kontinuierlich die Wellenhöhe auf und lieferte somit den gewünschten Wellenquerschnitt. Die Zuordnung der Wellenhöhe mit der Querkoordinate erfolgte durch Wegmarken, die vom Querwagen gesteuert wurden und gemeinsam mit der Wellenhöhe auf demselben Schrieb aufgenommen wurden. Die Entfernung der Meßebene hinter dem Modell konnte etwa im Bereich 3÷5 m (hinter dem Hintersteven) stufenlos variiert werden, indem mit Hilfe einer einfachen Verschiebervorrichtung die Wellensonde jeweils vor dem Versuch in der entsprechenden Lage arretiert wurde. Wie in Abb. 3.14 ange-

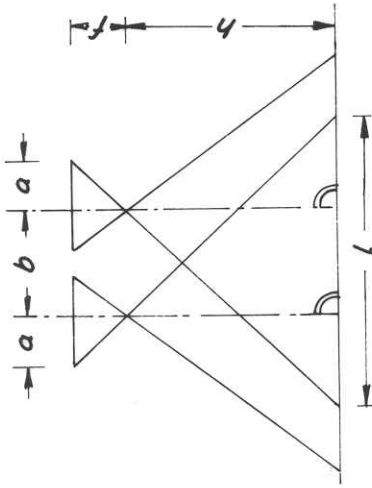


($f = 0,100 \text{ m}$; $a = 0,095 \text{ m}$)

$$\left| \frac{\Delta h}{\Delta p} \right| = \frac{h^2}{2ah - lf}$$

$$\left| \frac{\Delta h}{\Delta p} \right|_{\min} = \frac{h}{a}, \text{ wenn}$$

$$h = \frac{fl}{a}$$



l = Länge des Aufnahmebereiches

b = Basislänge

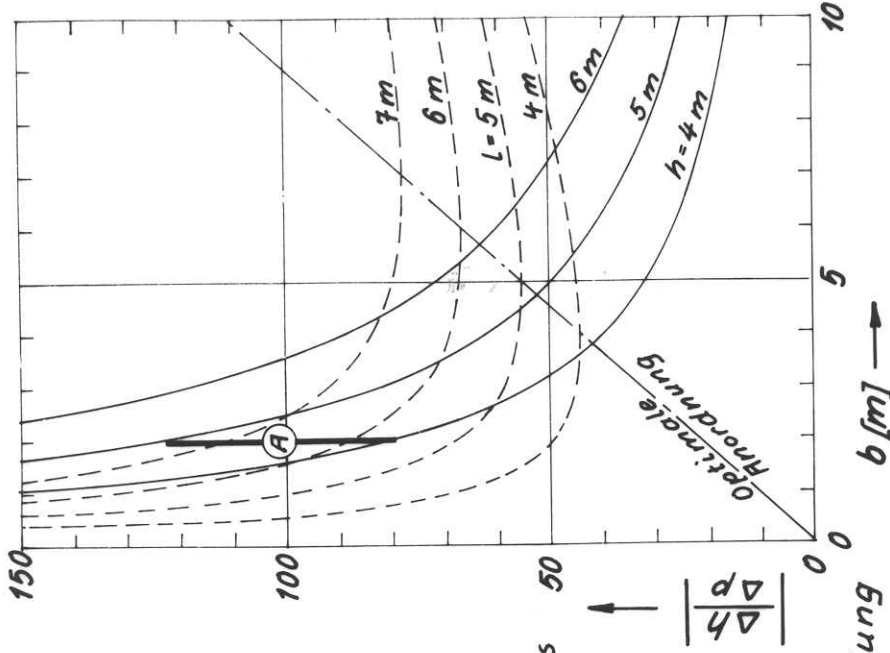
h = Aufnahmehöhe

f = Brennweite

a = Halbe Bildlänge

p = Parallaxe

Ⓐ = Verwendete Aufnahmestellung



($f = 0,100 \text{ m}$; $a = 0,095 \text{ m}$)

$$\left| \frac{\Delta h}{\Delta p} \right| = \frac{f(l+b)^2}{4a^2b}$$

$$\left| \frac{\Delta h}{\Delta p} \right|_{\min} = \frac{bf}{a^2}, \text{ wenn}$$

$$b = l$$

Abb. 3.13. Entfernungsfelder im Normalfall der Stereophotogrammetrie

deutet, konnte aus technischen Gründen nicht die gesamte Tankbreite erfaßt werden. Die Messung erstreckt sich jedoch nach beiden Seiten bis in einen Bereich, wo im Rahmen der Meßgenauigkeit keine Verformung der ungestörten Wasseroberfläche festgestellt werden konnte. (Eine theoretische Abschätzung dieses Bereiches erlauben die in Abb. 3.14 eingetragenen asymptotischen Grenzlinien des Kelvinschen Wellenbildes.) Die gemessenen Wellenschnitte konnten daher im Sinne des Abschnittes 2.3.2d bis zu den wirklichen oder beliebigen hypothetischen Tankwänden extrapoliert werden.

Im folgenden seien noch einige technische Daten der verwendeten Meßgeräte angegeben. Die Ultraschall-Wellensonde ist eine Konstruktion der St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota (USA) und ist in einem Bericht von KILLEN (1961) ausführlich beschrieben. Sie ist eigentlich bestimmt für die Messung von Wellenamplituden im Bereich $0,1 \div 1$ m mit einer durchschnittlichen Wellenschräge von 1:15. Bei sehr großen Wellenneigung ist das aufgenommene Wellenprofil aus den im Abschnitt 3.2.6a, angegebenen Gründen etwas verzerrt. Die Sonde liefert eine gestufte Gleichspannung, die der Wellenhöhe proportional ist und von handelsüblichen Schreibgeräten aufgezeichnet werden kann. Die Wellensonde kann je nach der zu messenden größten Wellenhöhe auf verschiedene Empfindlichkeitsstufen umgeschaltet werden. Für die Aufzeichnung wurde ein 4-Kanal Schreiber (Marke "Hellige") verwendet. Gleichzeitig mit der Wellenhöhe wurden Zeit- und Wegmarken auf einem etwa 60 mm breiten Schrieb aus thermosensitivem Papier registriert. Die Wellenhöhen wurden später gegen eine vorgedruckte mm-Teilung abgelesen. Der Papiervorschub wurde so eingestellt, daß der in Natur etwa 15 m lange Wellenschnitt im Durchschnitt eine

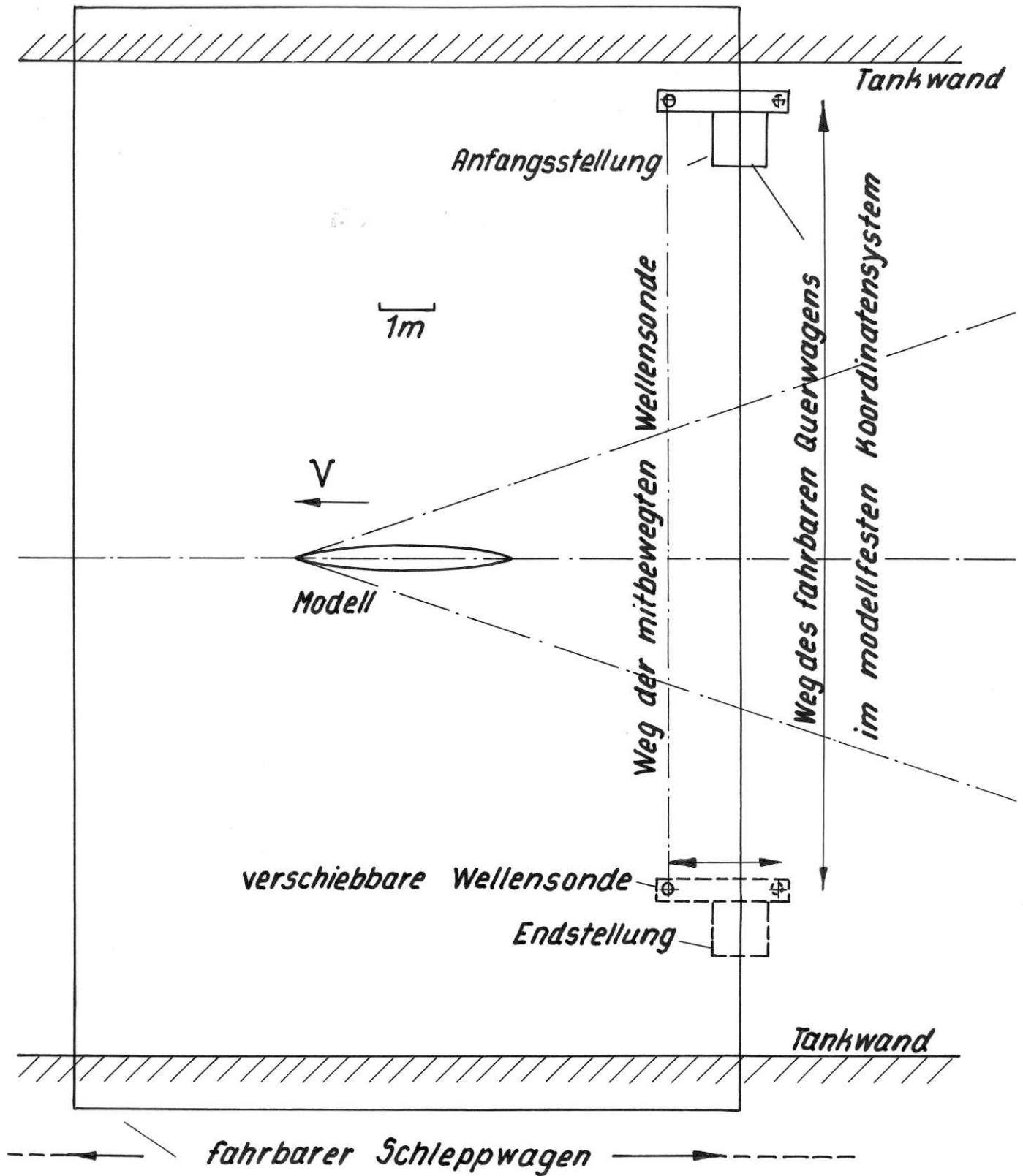


Abb.3.14 Versuchsanordnung für die elektroakustische Wellenschnittaufnahme.

Schrieblänge von ca. 1 m ergab.

Um eine exakte Zuordnung zwischen dem aufgezeichneten Wellenschrieb und der gemessenen Wellenhöhe zu finden, wurde das System Sonde plus Schreiber mehrmals geeicht. Die Eichung erfolgte bei ruhender Wasseroberfläche, wobei die Höhe der Wellensonde mit einer genauen Verschiebevorrichtung variiert wurde. Abb. 3.15 zeigt eine Zusammenstellung der Eichergebnisse für fünf verschiedene Empfindlichkeitsstufen der Sonde. Die Auswertung wurde aufgrund der mittleren Eichkurve durchgeführt, die im wesentlichen linear verläuft. Die Meßgenauigkeit der Sonde und die Anzeigegenauigkeit des Schreibers entsprechen im Mittel der Schriebablesegenauigkeit von $\pm 0,5$ mm. Da der größte Schreiberausschlag ± 25 mm beträgt, ergibt dies eine jeweils auf die höchste Wellenhöhe bezogene relative Meßunsicherheit von ± 2 %.

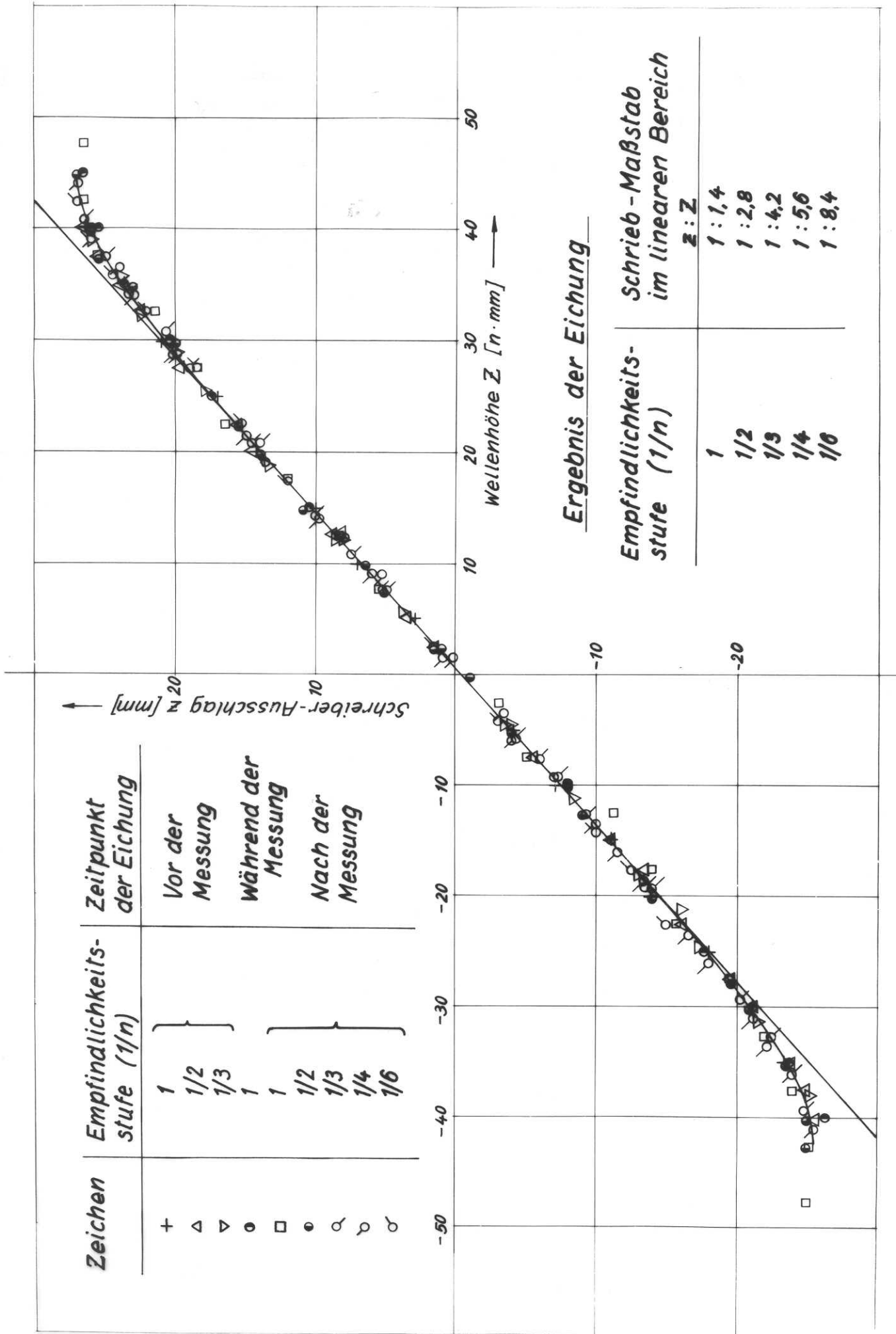


Abb. 3.15 Eichung der elektroakustischen Wellensonde

3.3. Meßergebnisse

3.3.1. Widerstands-, Trimm- und Tauchungsmessung

a. Überwassermodell

Das Ergebnis der Widerstands-, Trimm- und Tauchungsmessung am einfachen Überwassermodell S 201 ist in Tafel 3.1 wiedergegeben. Die Tafelwerte stellen das Originalmeßergebnis ohne irgendwelche Korrekturen für Temperatur oder Tankwand-einfluß dar und sind in der chronologischen Reihenfolge der Versuchsausführung eingetragen. *) Die insgesamt 113 Einzelmessungen setzen sich aus vier Meßreihen zusammen, die jeweils in Abständen von ca. 6 Monaten in einem Zeitraum von knapp zwei Jahren durchgeführt wurden. Angaben über die unterschiedlichen Versuchsbedingungen, insofern sie den Wider-

*) Die Uhrzeiten für die einzelnen Messungen sind zwar nicht angegeben, aber die durchschnittlichen Wartezeiten zwischen den Meßfahrten können aus den am Schluß der Tafel angegebenen Versuchszeiten abgeschätzt werden.

stand beeinflussen, sind in einem Anhang am Schluß der Tafel 3.1 zusammengestellt. Daraus ist ersichtlich, daß die ersten zwei Versuchsreihen (39 Meßpunkte) im kleinen und die letzten zwei (74 Meßpunkte) im großen Schlepptank der HSVA vorgenommen wurden. Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, daß die Spezialturbulenzerreger nach Abschnitt 3.1.2c (Abb. 3.1) nur bei den letzten drei Versuchsreihen Verwendung fanden. Während der ersten Versuchsreihe waren am Modell lediglich zwei gewöhnliche Sandstreifen im Vorschiff angebracht worden, und zwar ein 3 cm breiter Streifen auf 0,05 L und ein 2 cm breiter auf 0,20 L hinter dem vorderen Lot. Diese wurden bei den späteren Versuchen entfernt.

Laufende Nummer	Geschwin- digkeit	Wider- stand	Ein- tauchung	Ver- trimmung (Heck- lastig)	Vortrimm (Heck- lastig)
	[m/s]	[p]	[mm]	[']	[']
101	1,395	1630	9	- 2	-
102	0,198	20	1,5	0	-
103	0,402	95	2,5	0	-
104	0,597	240	2,5	0	-
105	0,799	450	4,0	1	-
106	0,994	700	4,5	0	-
107	1,196	1090	6	0	-
108	1,600	2535	11	- 3	-
109	1,800	3640	15	0	8
110	0,511	185	1,5	1	-
111	0,705	350	3	1	-
112	0,900	570	4	1	-
113	1,099	885	5	0	-
114	1,302	1375	7	0	-
115	1,499	2065	9	- 1	-
116	1,987	5810	17	0	-
117	2,202	6700	23	3	-
118	1,697	2810	13	1	-
119	1,860	4390	16	4	-
120	1,910	5025	17	5	-
121	2,088	6385	20	0	-
122	1,748	3140	13	1	-
123	1,545	2350	10	- 1	-
124	0,652	300	1,5	- 2	-
125	1,648	2655	11	-11	-
201	0,405	120	0	0	-
202	1,002	772	3	0	-
203	1,257	1285	6	- 1	-
204	1,500	2180	6	- 3	-
205	1,747	3200	11	- 1	-
206	1,990	5920	17	0	-
207	2,256	7000	28	5	-
208	2,500	10500	35	45	-
209	2,112	6470	22	0	-
210	1,888	4940	18	4	-
211	1,200	1185	6	- 1	-
212	1,390	1690	10	- 2	-
213	1,593	2600	11	- 4	-
214	1,800	3760	11	-2	-

b. w. !

Tafel 3.1. Widerstands-, Trimm- und Tauchungsmessung

Laufende Nummer	Geschwin- digkeit	Wider- stand	Ein- tauchung	Ver- trimmung (Heck- lastig)	Vortrimm (Heck- lastig)
	[m/s]	[p]	[mm]	[']	[']
301	0,307	82	0	0	-
302	0,514	192	1	0,5	-
303	0,707	355	2	0,5	-
304	0,898	567	2,5	0,5	-
305	1,106	874	4	0	-
306	1,299	1368	6	- 0,5	-
307	1,486	1981	8,5	- 1	-
308	1,695	2703	10,5	- 2	-
309	1,904	4599	15	- 1	-
310	2,089	6185	18	- 2,5	-
311	2,297	6917	23,5	- 3	-
312	2,501	10205	30	- 35	-
313	2,698	15858	38	- 77	-
314	2,899	21721	41	- 115	-
315	3,105	26649	41	- 146	-
316	3,305	29948	39	- 164	-
317	3,492	32614	38	- 177	-
318	3,700	34686	35	- 186	-
319	3,905	36410	33	- 193	-
320	4,080	37846	32	- 195	-
321	4,300	39427	29	- 198	-
322	2,800	19365	40	- 101,5	-
323	2,610	13508	36	- 61	-
324	2,412	8446	29	- 20	-
325	2,197	6392	21	- 2	-
326	2,000	5809	18	- 0	-
327	2,050	6114	18,5	- 1	-
328	2,248	6592	23	- 1	-
329	1,793	3462	14	- 0,5	-
330	1,593	2511	11	- 2	-
331	1,397	1584	8,5	- 1	-
332	1,197	1063	6	- 0,5	-
333	1,004	711	5	- 0	-
334	0,812	463	3,5	- 0,5	-
335	0,615	279	2,5	- 0,5	-
336	1,452	1811	9	- 1	-
337	1,543	2316	10	- 1,5	-
338	1,740	2937	13	- 1	-
339	1,248	1189	7	- 0,5	-
340	2,093	6166	19	- 0	- 2,5
341	2,300	6849	24,5	- 0	- 3
342	2,500	10294	32	- 8	- 35
343	2,697	15941	39	- 16	- 77
344	2,884	21555	44	- 5	- 91
345	3,085	26678	49	- 1,5	- 120
346	3,300	30308	49	- 6	- 135
347	3,478	32912	49	- 6	- 155
348	3,705	35061	48	- 1,5	- 156

b. w. !

Laufende Nummer	Geschwin- digkeit	Wider- stand	Ein- tauchung	Ver- trimmung (Hecklastig)	Vortrimm (Hecklastig)
	[m/s]	[p]	[mm]	[']	[']
401	1,395	1515	7	- 1,5	-
402	1,660	2640	10	- 3,5	-
403	0,409	150	1	- 1	-
404	0,618	275	2	- 1	-
405	0,659	320	2	- 1	-
406	0,774	420	2,5	- 1	-
407	0,865	530	3	- 1	-
408	0,969	660	3,5	- 1	-
409	1,061	820	4	- 1	-
410	1,112	880	5	- 1	-
411	1,200	1080	5,5	- 1,5	-
412	1,351	1520	7	- 2	-
413	1,303	1380	7	- 1,5	-
414	1,150	990	6	- 11	-
415	1,851	4049	14	0	-
416	1,800	3479	13	- 0,5	-
417	1,951	5249	16,5	0	-
418	2,041	6073	18	- 1,5	-
419	2,200	6467	21,5	- 3	-
420	2,950	23176	40,5	125	-
421	3,189	28592	41	157	-
422	3,187	28501	41	156	-
423	3,290	30131	40	166	-
424	2,941	23363	46	0	- 104
425	3,295	30733	49	- 2	- 143
426	3,609	34501	47	3	- 154

Tafel 3.1. Anhang

Laufende Nummern	101 - 125	201 - 214	301 - 348	401 - 426
Tag	24. 6. 61	20. 12. 61	25. 6. 62	5. 3. 63
Uhrzeit	11 ³⁰ -18 ⁰⁰	12 ³⁰ - 18 ⁰⁰	9 ²⁵ -22 ⁴⁰	8 ⁴⁵ -14 ⁰⁰
Wassertemperatur	16,8 ⁰ C	12,0 ⁰ C	16,35 ⁰ C	11,35 ⁰ C
Zähigkeit $v \cdot 10^6$	1,087 m ² /s	1,234 m ² /s	1,099 m ² /s	1,257 m ² /s
Tankbreite	5,0 m	5,0 m	18,0 m	18,0 m
Wassertiefe	2,8 m	2,5 m	5,75 m	5,75 m
$k_a = F_x / F_{\text{Tank}}$	0,0109	0,0122	0,00147	0,00147
Tankeinfluß k	1,035	1,039	1,005	1,005

Fortsetzung Tafel 3.1. Widerstands-, Trimm- und Tauchungsmessung

Die Ergebnisse der Meßreihen 3 und 4 aus Tafel 3.1 sind in Abb. 3.16 zeichnerisch aufgetragen und den früheren Messungen von INUI (1957, S 276 - 277) an einem kleineren Geosimmodell gegenübergestellt. Genaue Angaben über die Auswertung der Widerstandsmessungen im Sinne der Geosimanalyse bringen wir später im Abschnitt 3.4.1. Folgende Bemerkungen seien hier jedoch zur Ergänzung und Erklärung der Abb. 3.16 vorausgeschickt. Zunächst zwei allgemeine Bemerkungen zur gesamten Darstellung: 1) Es sind dimensionslose Beiwerte der Eintauchung, der dynamischen Vertrimmung und des Widerstandes über einem dimensionslosen Geschwindigkeitsparameter aufgetragen. Durch die Wahl der Froudezahl ($Fr = V/\sqrt{gL}$) als Geschwindigkeitsparameter lassen sich Messungen an verschiedenen großen Geosimmodellen unmittelbar miteinander vergleichen. Der Übersicht halber sind jedoch auch zwei Skalen für die Reynoldszahl ($Re = VL/\nu$) angegeben. Diese gelten für das Hamburger bzw. Tokyoer Modell S 201 bei einer angenommenen Normtemperatur $t = 15^{\circ} C$. Außerdem ist eine Skala für die Wellenzahl ($\gamma_0 = gL/V^2$) hinzugefügt zur besseren Beurteilung der theoretischen Wellenwiderstandskurve, die ebenfalls in Abb. 3.16 erscheint. 2) Bei den Hamburger Messungen sind die Fälle: "mit und ohne Vortrimm" gemäß Abschnitt 3.1.3a zu unterscheiden. Da die Tokyoer Messungen mit einer Horizontalführung gewonnen wurden, sind sie mit unserem Fall "mit Vortrimm" zu vergleichen.

Jetzt noch einige spezielle Hinweise zu den verschiedenen Messungen: 1) Vertrimmung: Bei kleinen und mittleren Geschwindigkeiten (bis $Fr \leq 0,55$) wurde keine nennenswerte dynamische Vertrimmung des Hamburger Modells festgestellt. Das ist zurückzuführen auf eine richtige Abstimmung zwischen den Angriffspunkten der Schlepp- und hydrodynamischen Kräfte sowie dem Gewichtsschwerpunkt des Modells, vgl. Kapitel 1.2. Bei

50 20 0 8 6 4 2 1

Eintauchung

E/L

Vertrimmung ψ [4']

Hecklastig

Abb. 3.16 Ergebnis der Widerstands-,
Trim - und Tauchungsmessung

Modell: Inuid S201

Theoretischer
Wellenwiderstand
nach INVI (1957)

{ insgesamt
Fundamental-
term

+ Messung Tokyo
 $L = 1,75$ m Horizontalführung
o Messung Hamburg
 $L = 4,00$ m, freitrimmend

ohne } Vortrimm
mit }

$t = 15^\circ C$
 $\left. \begin{matrix} L = 4,00 \text{ m} \\ L = 1,75 \text{ m} \end{matrix} \right\} C_v = 1,18 C_{f0}$

C_{f0} (empirisch) nach HUGHES (1954)

$(t = 15^\circ C)$
 $10^{-6} Re \rightarrow 2 \left. \begin{matrix} (L = 4,0 \text{ m}) \\ (L = 1,75 \text{ m}) \end{matrix} \right\} 1$

$10^3 R_v$
 $\frac{e/2 \cdot V^3 \Omega_0}{(4B)^2}$

$10^3 R_H$
 $\frac{e/2 \cdot V^3 \Omega_0}{(4B)^2}$

14 4

höheren Froudezahlen wurde eine erhebliche hecklastige Vertrimmung beobachtet. Aber wie die Meßpunkte "mit Vortrimm" in Abb. 3.16 zeigen, ist es mit Hilfe des einfachen Trimm- ausgleichsverfahren von Abschnitt 3.1.3a gelungen, im Bereich $Fr \geq 0,35$ eine zweite Reihe von Meßergebnissen zu erhalten, die praktisch dem Zustand der Horizontalführung entspricht.

2) Eintauchung: Zunächst ist festzustellen, daß die Tauchungsmessungen von Tokyo und Hamburg fast übereinstimmende Ergebnisse liefern. Für $Fr > 0,45$ wird diese Übereinstimmung erst durch den Trimmausgleich am Hamburger Modell erzielt. Das bestätigt den aus theoretischen Gründen erwarteten Einfluß der Horizontalführung und zeigt zugleich an, in welchem Fr -Bereich der Unterschied zwischen "Freitrimm" und Horizontalführung praktisch bedeutend wird. Die Übereinstimmung zwischen den Tauchungswerten beider Modelle gibt die Gewähr für eine dynamische Ähnlichkeit der "effektiven" Modellform f^* ($= f, e, \psi$) und bildet die Grundlage für eine einwandfreie Geosimanalyse, vgl. Kapitel 1.2 und Abschnitt 1.4.2. Es ist bemerkenswert, daß die Eintauchung in Abb. 3.16 bis $Fr \sim 0,4$ eine fast quadratische Abhängigkeit von der Geschwindigkeit aufweist. Sie kann daher nach HORN (1935, S 604) als der Einfluß einer reinen Verdrängungsströmung angesehen und zur Abschätzung der mittleren Übergeschwindigkeit am Modell verwendet werden. Hierüber mehr im Abschnitt 3.4.2c.

3) Widerstand: Die Darstellung der Widerstandsmessungsergebnisse in Abb. 3.16 bedarf einer besonderen Erläuterung. Im Grunde genommen, ist hier ein dimensionsloser Widerstandsbeiwert vom Typ $R / \frac{\rho}{2} V^2 S$, wo S eine charakteristische Fläche bezeichnen soll, über der Froudezahl aufgetragen. Zwei Skalen geben die entsprechenden Zahlenwerte der speziellen Beiwerte

$C = R/\frac{\rho}{2}V^2\Omega_0$ und $C' = R/\frac{\rho}{2}V^2(4B)^2$ an. Dabei ist Ω_0 das Integral der benetzten Pseudooberfläche nach Gln. (1.4.11). Der "Reibungsbeiwert" C eignet sich daher vornehmlich für den Vergleich des Zähigkeitswiderstandes. Dagegen ist $B = a_1 L/4$ nach Gln. (2.4.24) nicht die Breite des Inuids, sondern die des äquivalenten Michell-Schiffes und somit ein Maß für die Quellstärke. Der Beiwert C' eignet sich daher besser für den Vergleich des Wellenwiderstandes, vgl. INUI (1957, S 202). Um die Widerstände der verschieden großen Modelle besser vergleichen zu können, sind die Beiwerte C_t der gemessenen *) Gesamtwiderstände R_t in

*) Die in Abb. 3.16 aufgetragenen C_t -Werte sind bereits nach Abschnitt 3.4.1 für Temperatur- und Tankwandeinfluß korrigiert.

Abb. 3.16 nicht von der Nulllinie, sondern jeweils von einer angenommenen Korrelationslinie $-C_v$ abgesetzt. Die Korrelationslinie $C_v = r C_{fo}$ ergibt sich aus der Hughesschen Reibungslinie C_{fo} , siehe HUGHES (1954, S 326), unter Anwendung eines konstanten Formfaktors r . Unser Wert $r = 1,18$ ist so gewählt, daß der Beiwert des Restwiderstandes $C_r = C_t - C_v$ für $Fr \leq 0,1$ verschwindet. Die Darstellung nach Abb. 3.16 veranschaulicht daher eine Aufspaltung des Gesamtwiderstandes in Zähigkeits- und Restwiderstandsanteile nach der Hugheschen Hypothese. Den experimentellen Restwiderständen ist ein theoretischer Wellenwiderstandsbeiwert C_{wo}^I gegenübergestellt. Außerdem ist nach INUI (1957, S 202) der "Fundamentalterm" $C_{wo}^I(1)$ des theoretischen Beiwerts C_{wo}^I eingetragen. Aus diesem Vergleich der Widerstandskurven können wir folgendes schließen. Die lineartheoretische Wellenwiderstandskurve liegt im gesamten untersuchten Bereich $0,1 \leq Fr \leq 0,7$ oberhalb der Hughesschen Restwiderstände, die beiden nähern sich jedoch asymptotisch für $Fr \rightarrow 0$. Bemerkenswert ist auch die

öfters anzutreffende Berührung der theoretischen und experimentellen Kurven für $Fr \approx 0,34$, vgl. auch INUI (1957, S 296 - 297). Die Hughesschen Restwiderstandsbeiwerte C_r^H der beiden Geosimmodelle stimmen im Bereich $0,1 \leq Fr < 0,5$ im Mittel recht gut überein. Es ist besonders erfreulich, daß das verhältnismäßig kleine Tokyoer Modell auch bei kleinen Froudezahlen keine nachweisbaren laminaren Effekte aufweist. Damit wird indirekt die praktische Wirksamkeit der im Abschnitt 3.1.2c beschriebenen Turbulenzerreger bewiesen. Im Bereich $0,5 < Fr \leq 0,7$ liegen die Restwiderstandsbeiwerte des kleineren Tokyoer Modells eindeutig höher. Es gibt bisher keine plausible Erklärung für diese Erscheinung. Es ist jedoch denkbar, daß bei diesen hohen Froudezahlen auch der Spritzerwiderstand eine Rolle spielt.

b. Tiefgetauchtes Spiegelmodell

Das Ergebnis der Widerstandsmessung am tiefgetauchten Spiegelmodell ist in Tafel 3.2 wiedergegeben. Die Tafelwerte sind Originalmeßergebnisse ohne irgendwelche Korrekturen für Temperatur etc. Sie sind jedoch (im Gegensatz zu Tafel 3.1) nicht in chronologischer Reihenfolge, sondern nach aufsteigender Geschwindigkeit geordnet. Wenn man von dem Störeinfluß der Tankwände, der freien Oberfläche und des Schlepparms absieht, so ergibt diese Messung den exakten Zähigkeitswiderstand des Modells nach unserer Definition aus Abschnitt 1.3.1. Sie kann daher zur direkten Ermittlung des Formfaktors benutzt werden. Die auf die Hughessche Reibungslinie bezogenen Formfaktoren nach unserer Messung sind in Tafel 3.2. angegeben. Der Mittelwert aller 25 Meßpunkte beträgt $\bar{F} = 1,20$ mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,035$. (Es ist stets der quadratische Mittelwert des Fehlers gemeint.) Unsere Meßwerte las-

Nr,	Geschwin- digkeit	Wider- stand	Froude- zahl	Tiefen- Froude- zahl	Reynolds- zahl	Wider- stands- beiwert	Form- faktor
	V [m/s]	R _V [p]	V/√gL	V/√gH	10 ⁻⁶ VL/ν	10 ³ C _V	C _V /C _{fo}
1	0,500	404	0,080	0,113	1,57	4,70	1,23
2	0,515	378	0,082	0,116	1,62	4,15	1,10
3	0,550	450	0,088	0,124	1,73	4,33	1,16
4	0,614	555	0,098	0,139	1,93	4,30	1,17
5	0,714	735	0,114	0,161	2,24	4,20	1,19
6	0,742	772	0,118	0,168	2,33	4,09	1,16
7	0,812	919	0,130	0,183	2,55	4,06	1,18
8	0,898	1104	0,143	0,203	2,82	3,99	1,18
9	1,006	1325	0,161	0,227	3,16	3,82	1,16
10	1,020	1380	0,163	0,230	3,20	3,87	1,18
11	1,109	1620	0,177	0,250	3,48	3,84	1,19
12	1,115	1676	0,178	0,252	3,50	3,93	1,22
13	1,204	1895	0,192	0,272	3,71	3,81	1,19
14	1,301	2172	0,206	0,294	4,09	3,74	1,20
15	1,397	2532	0,223	0,315	4,39	3,77	1,22
16	1,398	2552	0,223	0,316	4,39	3,81	1,23
17	1,404	2500	0,224	0,317	4,41	3,70	1,20
18	1,493	2872	0,239	0,337	4,69	3,76	1,23
19	1,495	2782	0,239	0,338	4,70	3,63	1,19
20	1,741	3732	0,278	0,393	5,47	3,59	1,21
21	1,745	3860	0,279	0,394	5,48	3,69	1,25
22	1,997	4855	0,319	0,451	6,27	3,55	1,23
23	2,002	4755	0,320	0,452	6,29	3,46	1,20
24	2,263	6128	0,362	0,511	7,11	3,49	1,24
25	2,502	7638	0,399	0,565	7,86	3,56	1,28

Versuchstag: 17. 4. 63

Uhrzeit: 15¹⁵ - 22⁴⁵

Großer Schlepptank der HSVA: Breite 18 m ; Wassertiefe 5,75 m

Spiegelmodell 2S-201 : Länge L = 4,000 m

Verdrängung ∇ = 0,8203 m³

Benetzte Oberfläche Ω₀ = 6,730 m²

Tauchtiefe H = 2,000 m

Wassertemperatur an der Oberfläche 11,2 °C

Wassertemperatur in 2 m Tauchtiefe 10,9 °C

Konstante: g = 9,807 m/s² ; ρ = 1,020 ps²/m⁴ ;

ν = 1,274 · 10⁻⁶ m²/s

Tafel 3.2. Widerstandsmessung am tiefgetauchten Spiegelmodell

N.B. $C_V = R_V \sqrt{\frac{\rho}{2}} \frac{\Omega_0}{V}$

sen bereits ab $V/\sqrt{gH} \geq 0,3$ einen leichten "Anstieg" der C_v -Kurve erkennen, vgl. Abschnitt 3.4.2c, Abb. 3.29, obwohl aus theoretischen Erwägungen der Einfluß der freien Oberfläche erst ab $V/\sqrt{gH} > \sqrt{1/\pi} \approx 0,56$ zu erwarten wäre. Beispielsweise ergeben die ersten 15 Meßpunkte aus Tafel 3.2 einen Hughesschen Formfaktor von $\bar{r} = 1,18 \pm 0,03$. Wenn es auch sehr schwer ist, den Punkt genau zu bestimmen, wo der verfälschende Einfluß der freien Oberfläche einsetzt, so können wir doch aus unseren Messungen mit ziemlicher Sicherheit einen mittleren Formfaktor von $\bar{r} = 1,19$ mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,03$ ableiten. Mit Genugtuung stellen wir fest, daß auch INUI (1957, S 284 und 320) aus Messungen an einem kleineren Spiegelmodell des Inuids S 201 genau den gleichen Wert ermittelt hat. Bei diesem Vergleich muß man allerdings auch die etwas unterschiedlichen Werte für den Tankwandeinfluß berücksichtigen. Diese betragen etwa 2 % für das Tokyoer und 1 % für das Hamburger Spiegelmodell, vgl. Abschnitt 3.4.1.

Bedenkt man, daß der Tankwandeinfluß auf den Zähigkeitswiderstand des einfachen Überwassermodells nur etwa halb so groß ist wie auf ein gleich großes Spiegelmodell im gleichen Tank, so stimmt unser Wert $\bar{r} = 1,19$ für das Spiegelmodell recht gut überein mit dem vorher ermittelten Wert $r = 1,18$, der auf dem Verhalten der Restwiderstandskurven für $Fr \rightarrow 0$ beruht. Wir kommen auf die Auswertung der Widerstandsmessungen am Spiegelmodell im Abschnitt 3.4.2 noch einmal zurück.

3.3.2. Wellenprofilaufnahmen

Es wurden insgesamt 60 Aufnahmen vom seitlichen Wellenprofil am Modell S 201 nach dem Verfahren von Abschnitt 3.2.4 gemacht. Die meisten Bilder (45) wurden während der Widerstandsversuche (Meßreihen 3 und 4, Tafel 3.1) aufgenommen, die restlichen (15) während der elektroakustischen Wellenmessung, aber alle im großen Schleißtank der HSVA. Wegen der etwas unterschiedlichen Versuchsanordnung während der Widerstands- und Wellenmessung sind die Wellenprofilaufnahmen aus der letzten Reihe mit einem Buchstaben A in der Bildkennzahl gekennzeichnet, vgl. Tafel 3.3. Gerade bei der Wellenprofilmessung ist die Fallunterscheidung: "mit und ohne Vortrimm" nach Abschnitt 3.1.3a besonders wichtig. Von den 60 vorliegenden Wellenprofilaufnahmen entfallen 49 auf den Fall "ohne Vortrimm". Der untersuchte Geschwindigkeitsbereich erstreckt sich von $V = 0,4$ bis $4,3$ m/s, entsprechend $Fr = 0,064$ bis $0,685$. Da eine meßbare dynamische Vertrimmung des Modells erst ab $Fr > 0,35$ auftrat (vgl. Abb. 3.16), wurden im Modellzustand "mit Vortrimm" lediglich 11 Wellenprofilaufnahmen im Bereich $V = 2,3$ bis $3,7$ m/s, entsprechend $Fr = 0,365$ bis $0,590$, gemacht.

Drei typische Wellenprofilaufnahmen sind in Abb. 3.17 wiedergegeben. Das Wellenprofil am Modell ist größtenteils gut sichtbar. Die bei höheren Geschwindigkeiten entstehende Schleierwelle am Bug erschwert jedoch die genaue Auswertung des Wellenprofils in diesem Bereich. Am Heck dagegen ist das Wellenprofil infolge des turbulenten Nachlaufs wirklich unscharf und teilweise sogar instationär. Unsere Wellenprofilaufnahme ergibt in diesen Fällen lediglich einen augenblicklichen Zustand, der nicht notwendig das (zeitlich) mittlere Wellenprofil wiedergibt. Bemerkenswerterweise kann man in den Wellenprofilaufnahmen ziemlich genau den Anfangspunkt der turbulenten Nachlaufzone erkennen, vgl. Abschnitt 3.2.4.

Nr.	Bild-Kennzahl	Geschwindigkeit	Geschwindigkeitsparameter		Änderung der benetzten Oberfläche	
		V	Fr=V/√gL	γ ₀ =gL/2V ²	Ω ₀ [*] -Ω ₀	100· $\frac{\Omega_0^*-\Omega_0}{\Omega_0}$
		[m/s]			[cm ²]	
1	17	1,004	0,1602	19,50	155	0,46
2	34	1,112	0,1775	15,85	62	0,18
3	35	1,150	0,1835	14,80	56	0,17
4	16	1,197	0,1910	13,70	211	0,63
5	A 10	1,300	0,2075	11,60	142	0,42
6	28	1,351	0,2156	10,75	62	0,18
7	A 1	1,402	0,2238	9,99	248	0,74
8	A 2	1,495	0,2386	8,79	261	0,78
9	A 3	1,595	0,2546	7,71	286	0,85
10	29	1,660	0,2649	7,11	199	0,59
11	A 6	1,693	0,2702	6,84	292	0,87
12	36	1,851	0,2954	5,72	435	1,29
13	37	1,951	0,3114	5,15	280	0,83
14	38	2,041	0,3257	4,71	310	0,92
15	A 9	2,300	0,3671	3,71	708	2,10
16	A 11	2,500	0,3990	3,14	1080	3,21
17	40	2,950	0,4708	2,25	819	2,43
18	41	3,189	0,5090	1,93	944	2,80
19	42	3,290	0,5251	1,81	1025	3,05
20	A 14	3,479	0,5552	1,62	1167	3,46
21	A 15	3,920	0,6256	1,28	1862	5,44
22	19	2,300	0,3671	3,71	807	2,40
23	20	2,500	0,3990	3,14	807	2,40
24	43	2,941	0,4694	2,27	825	2,45
25	44	3,295	0,5259	1,80	1316	3,91
26	26	3,478	0,5551	1,62	1528	4,54
27	45	3,609	0,5760	1,50	1695	5,04

N. B. Nr. 1 bis 21 : "ohne Vortrimm"
 Nr.22 bis 27 : " mit Vortrimm" .

Tafel 3.3. Dynamische benetzte Oberfläche
 (ermittelt aus Wellenprofilaufnahmen)

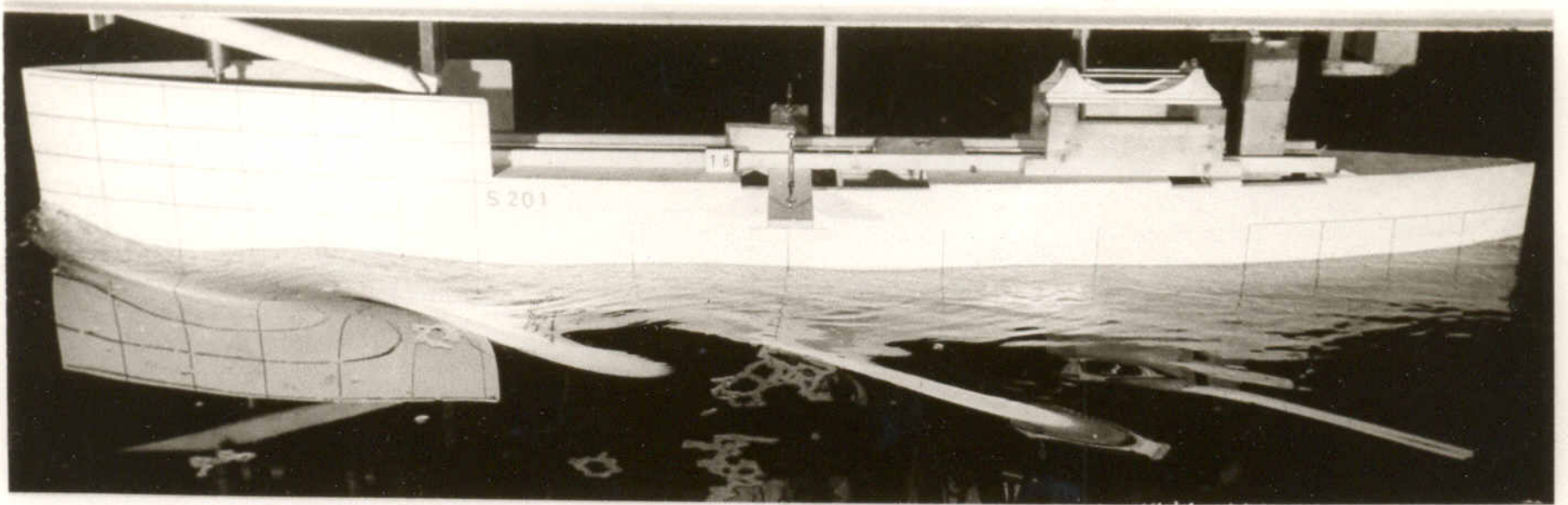


Bild Nr. 16: $V = 1,197 \text{ m/s}$ $Fr = 0,191$ (ohne Vortrimm)

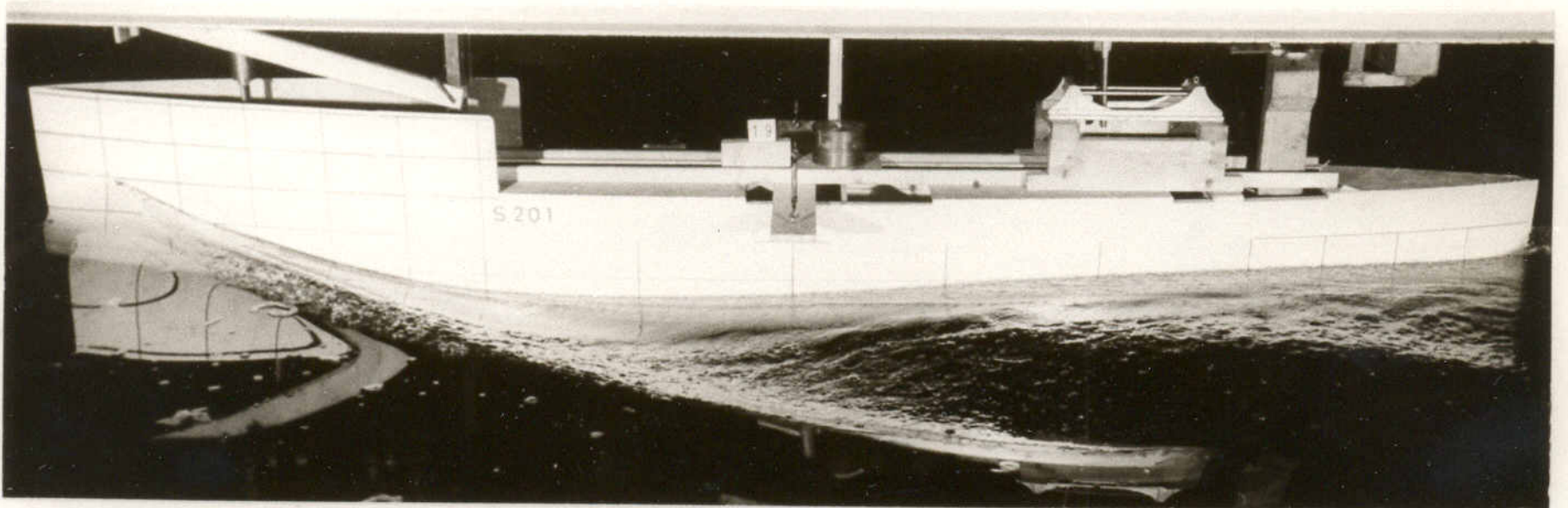


Bild Nr. 19: $V = 2,300 \text{ m/s}$ $Fr = 0,367$ (mit Vortrimm)

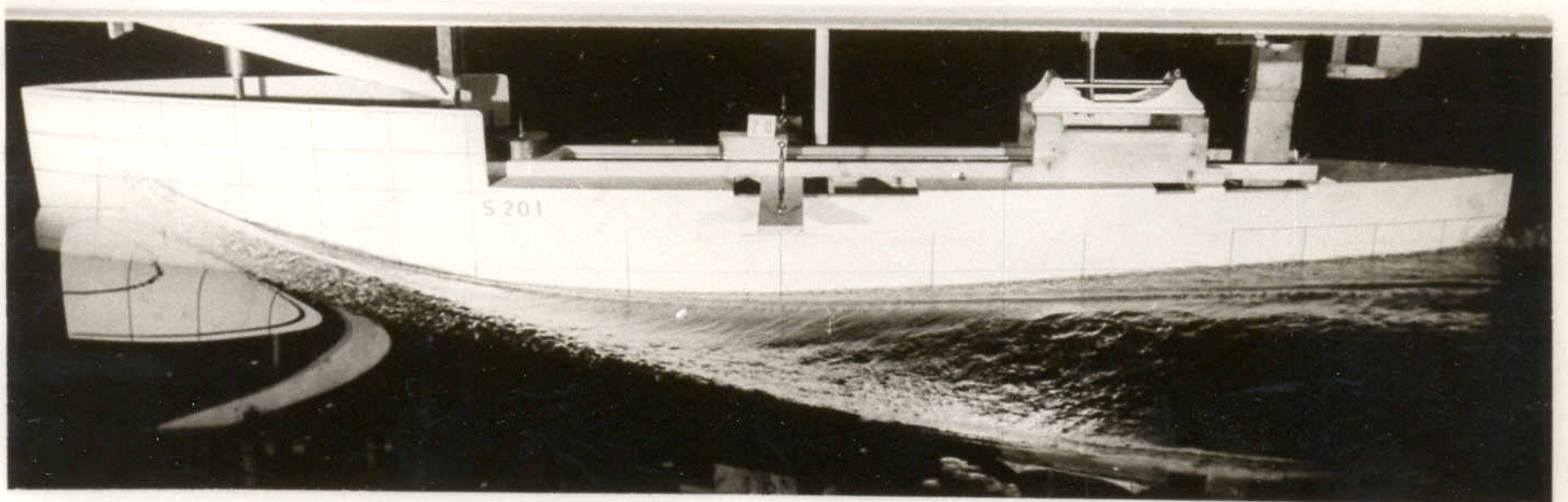


Bild Nr. 20: $V = 2,500 \text{ m/s}$ $Fr = 0,399$ (mit Vortrimm)

Abb. 3.17. Typische Wellenprofilaufnahmen vom Modell S 201

Diese Bilder wurden daher auch zur Ermittlung des "Ablösungspunktes" der Grenzschicht vom Modell (an der freien Wasseroberfläche) verwendet, vgl. Abschnitt 3.4.4.

Mit den Wellenprofilaufnahmen wurde wesentliche Information über die wellenbildenden Eigenschaften des Modells S 201 festgehalten. Sie können später u.a. für folgende Zwecke benutzt werden: 1) Vergleich mit theoretisch errechneten und halbempirisch korrigierten Wellenprofilen, 2) Vergleich mit gemessenen Wellenprofilen an Geosimmodellen zur Abschätzung des Maßstabseinflusses und 3) Berechnung eines scheinbaren Wellenwiderstandes nach dem Verfahren von GUILLOTON (1952) oder nach anderen Verfahren, vgl. auch Abschnitt 1.5.1c. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die Wellenprofilaufnahmen hauptsächlich für die Bestimmung der dynamischen benetzten Oberfläche (Ω_0^*) verwendet. Es wurden zunächst nur 27 Aufnahmen ausgewertet, da sie genügten, den Verlauf der Ω_0^* -Kurve in Abhängigkeit von Froudezahl mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurden die Wellenhöhen aus den photographischen Aufnahmen abgelesen und auf Mm-Papier entzerrt aufgetragen. Die Änderung der benetzten Oberfläche ($\Omega_0^* - \Omega_0$) gegenüber dem Ruhezustand wurde dann durch Planimetrieren ermittelt. Das Endergebnis dieser Arbeit ist in Tafel 3.3 zusammengefaßt. Wir stellen fest, daß bis zu $Fr \leq 0,35$ die relative Änderung der benetzten Oberfläche $(\Omega_0^* - \Omega_0) / \Omega_0$ weniger als 1 % beträgt und daher praktisch vernachlässigt werden kann. Die maximale Änderung im Fall "ohne Vortrimm" liegt bei etwa 5 1/2 % für $Fr = 0,63$. Entsprechende Werte im Fall "mit Vortrimm" sind etwas höher. Ein Vergleich mit früheren Geosimmessungen war nicht möglich, da INUI (1957) keine Angaben über Ω_0^* -Werte für das Modell S 201 veröffentlicht hat. Eine vergleichende Auswertung dieser Ergebnisse im Zusammenhang mit anderen Wechselwirkungserscheinungen bringen wir im Abschnitt 3.4.2c (Abb. 3.30) und 3.4.4 (Abb. 3.41).

Beispielshalber sind einige ausgewertete Wellenprofile in Abb. 3.18a und 3.18b wiedergegeben. Der besseren Übersicht wegen sind dabei die Höhen gegenüber den Längen 5-fach erhöht gezeichnet. In einigen Fällen sind die Wellenprofile "mit und ohne Vortrimm" gegenübergestellt, wobei sämtliche Höhen auf die ungestörte Wasseroberfläche (= CWL-Ruhe) bezogen sind. Die für diese Darstellung notwendigen Werte für Vortrimm und dynamische Tauchung und Vertrimmung wurden der Tafel 3.1 bzw. Abb. 3.16 entnommen, vgl. Abschnitt 3.3.1a. Es ist bemerkenswert, daß der Unterschied zwischen den Wellenprofilen "mit und ohne Vortrimm" im raumfesten Bezugssystem erheblich geringer ist als in einem modellfesten Koordinatensystem. Daraus folgern wir, daß eine Horizontalführung des Modells zwar das Wellenprofil am Modell und damit seine benetzte Oberfläche erheblich beeinflussen kann. Aber der Einfluß auf die absoluten Wellenhöhen (und damit indirekt auf die wahre Umströmung um das Modell) scheint verhältnismäßig gering zu sein. Die Bedeutung der Horizontalführung liegt daher wahrscheinlich mehr in ihrem Einfluß auf den Reibungs- als auf den Wellenwiderstand.

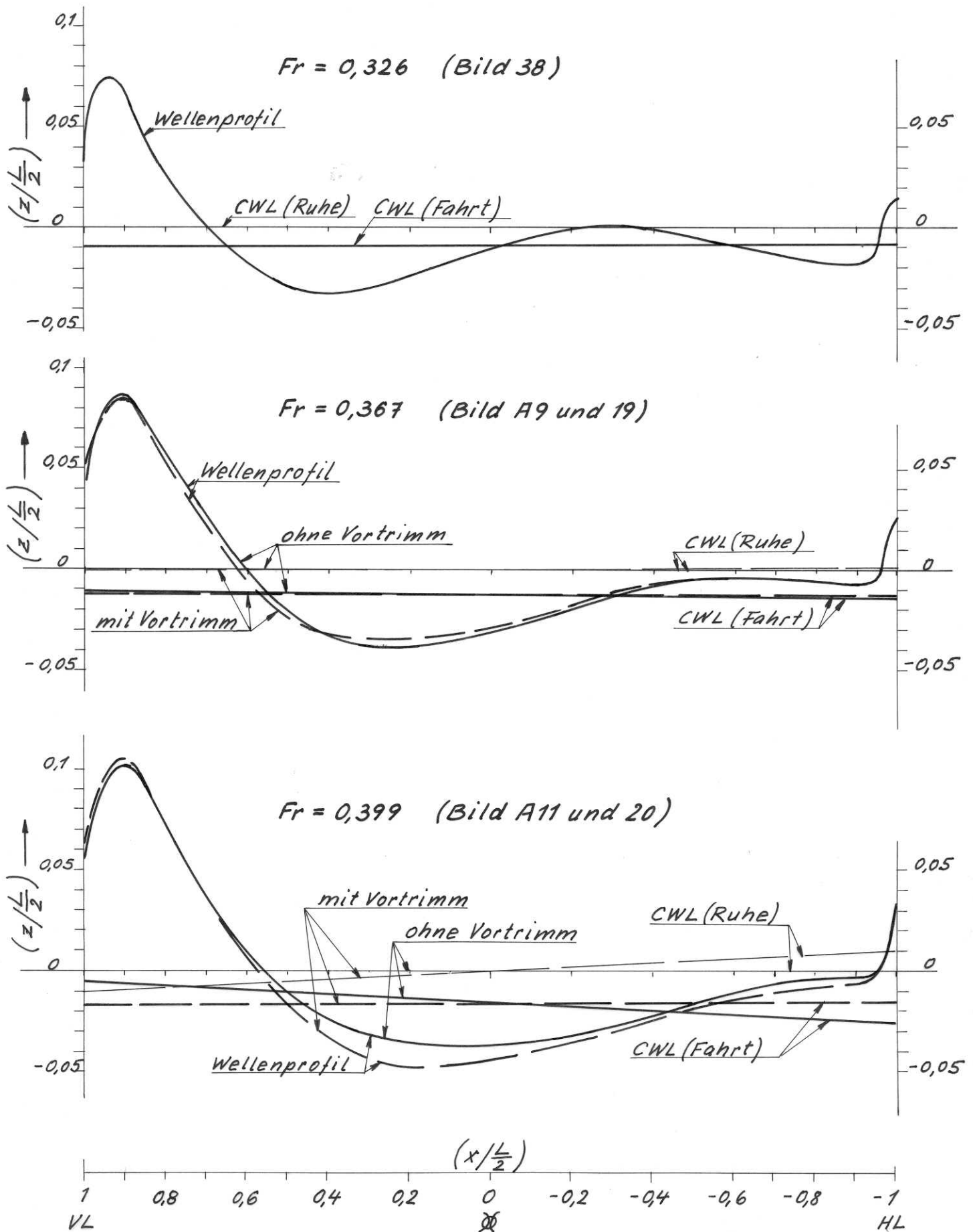


Abb. 3.18 a. Gemessene Wellenprofile am Modell S 201
(Vergleich der Wellenhöhen "mit und ohne Vortrimm")

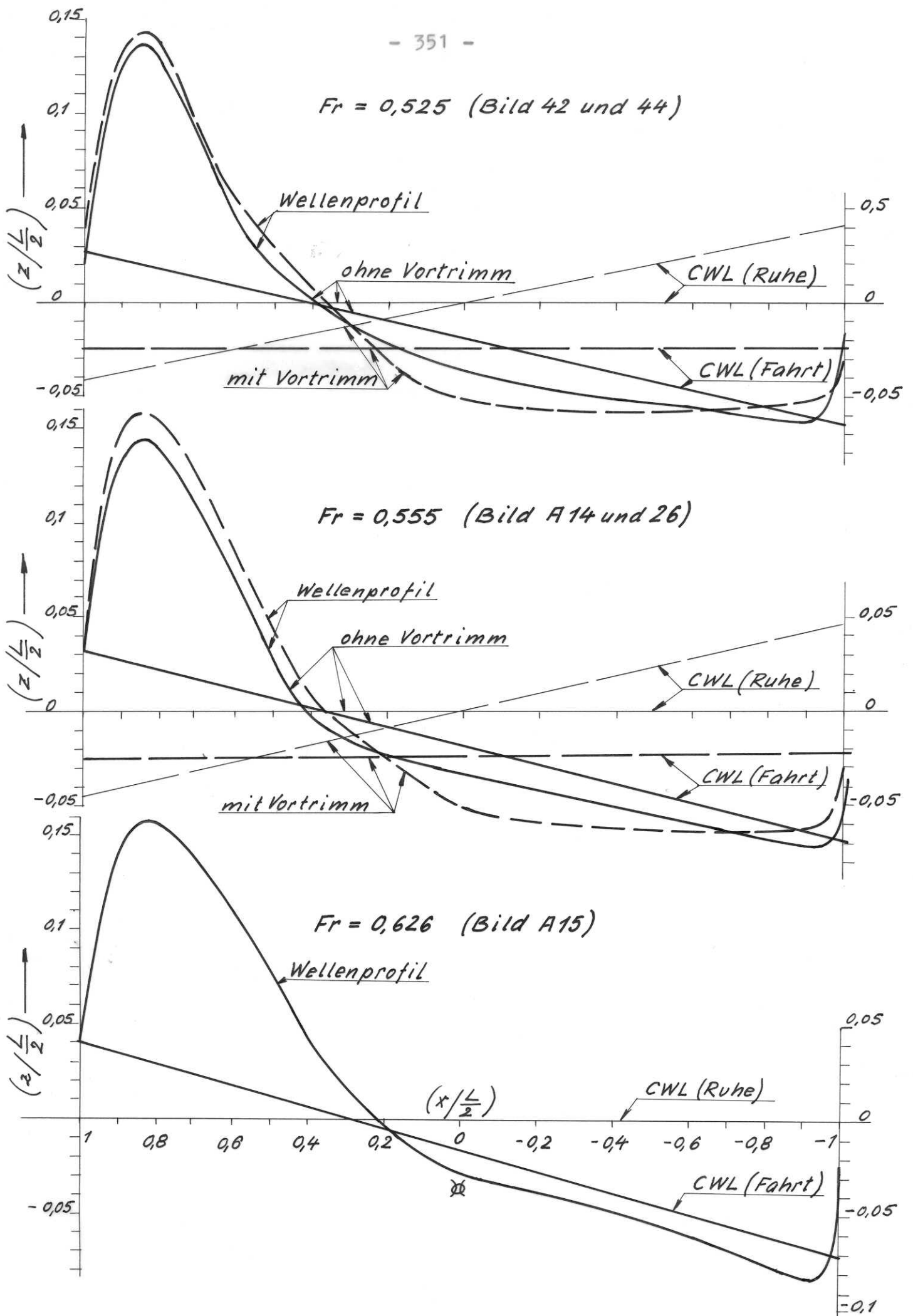


Abb. 3.18 b Gemessene Wellenprofile am Modell S 201

3.3.3. Nachstrommessung

Das Ergebnis der Nachstrommessung nach dem Verfahren von Abschnitt 3.2.5 ist im wesentlichen in den nachfolgenden Tafeln 3.4.1 bis 3.4.8 wiedergegeben. Dazu sei im folgenden eine kurze Erläuterung gegeben. Jede einzelne Tafel enthält das vollständige Ergebnis der Nachstrommessung für einen Fall, d.h. die Verteilung des statischen und Gesamtdruckes im Nachstrombereich in einer Meßebene ($x = x_1$, quer zur Fahrtrichtung) für eine Geschwindigkeit. (Wie schon im Abschnitt 3.2.5 erwähnt, waren im allgemeinen mehrere Meßfahrten notwendig, um jeweils alle notwendigen Messungen für einen solchen Fall durchzuführen.) Das für die Abgrenzung des Nachstrombereiches nach oben notwendige Wellenprofil $\zeta(x_1, y)$ ist jeweils am Schluß der Tafel angegeben. Der Gesamt- und statische Druck (H_x und P) in der Meßebene x_1 sind jeweils an einer geeigneten Anzahl von Gitterpunkten (y_i, z_j) als Differenzen gegenüber den ungestörten Werten (H_0 bzw. P_0) angegeben. Im allgemeinen sind weder die Zahlenwerte in den Tafeln noch die zugehörigen Gitterpunkte identisch mit den ursprünglichen Meßwerten und Meßpunktkoordinaten. Sie sind vielmehr aus den Originalmeßdaten mittels graphischer Interpolation gewonnen.*) Die Gitter-

*) Aus Platzgründen müssen wir auf die Wiedergabe der Originalmeßwerte bzw. der für die graphische Interpolation benutzten Zwischendiagramme verzichten. Die Tafeln 3.4 (1÷8) enthalten jedoch (bis auf zumeist zufällige Schwankungen, die beim Ausstraken ausgeglichen wurden) die gesamte wesentliche Information aus den Messungen. Insbesondere gestatten sie eine Nachstromanalyse nach einer beliebigen Formel und keineswegs nur die Auswertung, wie wir sie im Abschnitt 3.4.2 beschreiben.

y	Δz	$H_o - H_x$		am Punkt (x,y, $\zeta - \Delta z$) in (dmm)							
		P	$-P_o$	n =							
mm	mm	o	1	2	3	4	5	6	7	8	
140	31	11	10	9	4	0					
		29	18	11	7	55					
120	31	20	18	14	8	0					
		29	14	8	3	3					
100	42	22	23	18	7	4	6	0			
		30	10	7	3	0	9	6			
80	47	28	33	28	10	13	15	0			
		30	17	13	2	7	20	0			
60	44	37	43	42	21	18	30	20	3	0	
		30	17	15	3	0	23	8	0	0	
40	44	42	51	50	32	28	40	34	15	0	
		30	18	15	0	0	19	9	0	0	
20	44	49	57	59	42	30	39	40	23	0	
		30	17	15	2	0	27	10	0	0	
0	44	47	61	59	43	36	42	42	28	0	
		30	16	13	1	0	30	10	0	0	
-20	44	62	63	59	43	42	41	42	25	0	
		29	15	99	0	0	24	9	0	0	
-40	44	70	66	57	48	46	48	43	21	0	
		28	15	10	2	0	23	9	0	0	
-60	44	62	63	57	44	47	47	44	20	0	
		29	16	11	3	0	23	8	0	0	
-80	44	53	53	47	46	48	37	43	26	0	
		29	15	10	6	0	23	10	0	0	
-100	44	43	32	21	13	27	25	47	28	0	
		29	15	12	5	0	23	10	0	0	
-120	44	28	13	3	0	8	7	27	23	0	
		29	15	13	4	0	23	7	0	0	
-140	42	10	33	0			0	13	0		
		29	14	15			23	0	0		

$\zeta(x,y) = 1,0$ mm im Meßbereich $y = -140$ bis 140 mm

Tafel 3.4,1. - Fall (1): $V = 0,620$ m/s; $x = -5,00$ m; $t = 16,4^\circ\text{C}$

Tafel 3.4. (1 bis 8). Ergebnis der Nachstrommessung

y	Δz	$H_0 - H_x$ P - P ₀	am Punkt (x,y, $\zeta - n\Delta z$) in (dmm)								
mm	mm	n=	0	1	2	3	4	5	6	7	8
120	44	55	31	15	15	0					
		48	40	23	10	30					
100	44	70	46	43	38	10	30	16	10	0	
		50	35	21	12	30	30	16	5	-10	
80	44	88	81	74	68	40	60	40	33	0	
		52	33	20	17	33	26	14	10	-6	
60	44	100	128	115	95	68	100	65	55	0	
		54	40	20	16	33	330	15	20	0	
40	44	128	160	143	118	97	145	108	70	0	
		54	35	20	15	33	23	15	17	4	
20	44	150	188	203	150	135	177	128	90	0	
		54	35	18	16	35	33	19	15	6	
0	44	175	205	215	170	180	200	143	105	0	
		52	37	19	14	42	40	10	21	11	
-20	44	150	210	213	176	200	210	150	110	0	
		54	20	10	-3	17	38	6	4	-10	
-40	44	135	200	195	146	198	188	145	112	0	
		54	25	5	-5	17	20	0	-8	-20	
-60	44	95	178	156	103	170	152	126	100	0	
		55	35	18	15	33	24	15	8	0	
-80	44	65	143	109	58	129	120	106	76	0	
		53	15	-5	-10	16	8	4	-10	0	
-100	44	40	97	60	32	80	80	72	35	0	
		52	25	-30	-40	-10	-18	-50	-28	-40	
-120	44	30	52	30	16	31	50	40	10	0	
		50	30	-20	-18	3	-12	-20	-6	-30	
-140	37	28	20	12	10	10	12	20	10	0	
		47	30	16	12	20	35	22	10	10	

$\zeta(x,y) = 0$ mm im Meßbereich $y = -140$ bis 120 mm

Tafel 3.4.2. - Fall (2): $V = 1,205$ m/s; $x = -5,00$ m; $t = 16,4^\circ\text{C}$

y	Δz	$\frac{H_o - H_x}{P - P_o}$	am Punkt (x,y, $\zeta - n\Delta z$) in (dmm)							
mm	mm	n=0	1	2	3	4	5	6	7	8
180	43	5	10	11	10	0				
		39	22	6	7	14				
160	52	8	17	19	11	0				
		42	24	5	8	28				
140	68	5	39	23	13	0				
		45	34	14	22	34				
120	68	0	62	37	30	0				
		48	34	10	19	30				
100	52	0	81	82	56	52	18	0		
		52	28	12	10	19	23	2		
80	46	20	110	138	99	89	70	25	4	0
		55	24	20	10	14	15	19	20	60
60	46	45	144	182	150	141	112	53	14	0
		57	43	33	11	18	20	27	36	65
40	46	93	178	217	202	189	155	89	28	0
		55	55	50	26	22	27	30	40	60
20	46	129	189	236	238	217	188	124	42	0
		54	10	2	0	30	30	32	39	55
0	46	150	188	232	253	223	209	141	58	0
		53	0	-8	0	28	30	30	35	48
-20	46	180	172	210	257	232	227	158	65	0
		51	40	40	21	15	22	30	28	30
-40	46	195	145	174	245	230	228	160	62	0
		47	30	15	0	12	18	26	20	30
-60	46	205	124	128	213	216	215	143	56	0
		46	42	30	17	20	27	29	28	35
-80	43	195	100	80	162	181	174	170	122	0
		44	46	49	34	30	38	36	20	40
-100	43	158	666	447	115	135	135	138	77	0
		42	50	50	33	39	49	39	20	45
-120	43	99	35	22	78	89	75	100	40	0
		43	49	48	30	21	23	27	0	32
-140	43	48	15	3	32	50	28	54	18	0
		42	40	43	25	-10	-12	-10	30	0
-160	52	30	0	2	16	0	36	0		
		40	40	38	15	38	20	27		
		n=0	1	2		11	12	13		
-180	20	12	5	0		0	10	0		
		39	35	33		20	10	17		

$\zeta(x,y) = -1,0$ mm im Meßbereich $y = -180$ bis 180 mm

Tafel 3.4.3. - Fall (3): $V=1,295$ m/s; $x=-5,00$ m; $t=16,4^\circ\text{C}$

y	Δz	$H_o - H_x$ P - P _o	am Punkt (x,y, $\zeta - n\Delta z$) in (dmm)							
mm	mm, n=	o	1	2	3	4	5	6	7	8
140	40	20	8	5	9	4	13	0		
		32	22	16	6	25	25	22		
120	46	53	23	20	30	20	20	22	6	0
		35	30	0	-9	25	16	19	5	0
100	46	100	50	54	63	49	50	62	10	0
		35	30	0	-6	25	16	20	0	0
80	46	115	80	100	117	90	95	115	20	0
		39	23	5	6	38	19	20	10	0
60	46	129	128	143	160	160	146	160	30	0
		42	23	10	11	38	25	20	16	2
40	46	155	187	186	183	214	190	185	40	0
		43	27	10	11	36	22	20	17	3
20	46	190	226	214	200	248	228	220	60	0
		42	25	10	9	26	26	20	10	3
0	46	210	233	214	210	270	250	220	75	0
		41	28	-2	3	37	20	28	19	3
-20	46	208	233	204	213	266	250	222	90	0
		41	15	-3	-10	12	18	18	8	0
-40	46	164	226	195	194	249	240	205	90	0
		42	0	-15	-10	10	20	6	-15	-5
-60	46	128	190	172	169	212	212	173	88	0
		42	26	10	9	34	23	20	5	0
-80	46	103	136	123	132	158	196	128	75	0
		40	0	3	6	10	0	10	-16	-5
-100	46	73	80	68	81	95	154	75	26	0
		37	-20	-40	-38	-6	-20	-15	-50	-30
-120	46	50	38	16	32	35	96	30	29	0
		35	-5	-28	-30	12	-10	-3	-20	-30
-140	46	38	3	0	2	10	48	5	10	0
		31	22	18	10	32	20	24	3	0
		n=	o	1	2	3	4	5	5 1/2	6
-160	44	0	0	0	0	0	0	25	0	
								30	30	25

$\zeta(x,y) = -3,0$ mm im Meßbereich $y = -160$ bis 140 mm

Tafel 3.4.4. - Fall (4): $V=1,400$ m/s; $x=-5,00$ m; $t=16,4^\circ\text{C}$

y	Δz	$H_o - H_x$	am Punkt (x,y, $\zeta - n\Delta z$) in (dmm)								
		P	$-P_o$								
mm	mm	n=	o	1	2	3	4	5	6	7	8
140	40	12	13	16	9	10	43	0			
		77	36	20	18	35	43	18			
120	43	26	26	26	26	40	114	5	12	0	
		81	35	19	20	36	40	8	23	19	
100	43	60	60	70	60	65	180	28	35	0	
		84	40	13	16	32	40	0	32	19	
80	43	95	103	118	128	130	225	60	72	0	
		88	40	15	23	40	40	0	33	20	
60	43	125	153	159	205	218	260	105	105	0	
		91	41	23	33	40	40	16	30	21	
40	43	155	200	232	272	284	315	186	128	0	
		93	42	22	32	41	40	10	32	30	
20	43	165	238	273	328	346	343	265	155	0	
		93	50	25	30	40	35	8	33	31	
0	43	170	268	314	346	382	343	320	186	0	
		95	50	25	30	39	50	8	30	21	
		n=	o	1	2	2 1/2	3	3 1/2	4	5	6
-20	62	173	301	340	390	365	310	385	165	0	
		93	22	17	25	37	26	-24	20	0	
-40	62	160	280	330	374	324	255	382	165	0	
		92	18	0	15	22	10	-50	10	-10	
-60	62	145	235	300	328	280	215	360	125	0	
		90	35	32	40	40	40	8	23	10	
-80	62	100	188	245	265	205	150	295	70	0	
		88	14	0	10	20	30	5	10	0	
		n=	o	1	2	3	4	4 1/2	5	6	7
-100	50	70	126	154	178	95	105	200	35	0	
		84	0	-40	-22	-12	-23	-40	-13	-45	
-120	50	550	84	74	100	34	50	128	11	0	
		80	10	-19	0	9	-12	-30	-7	-20	
		n=	o	1	2	3	4	5	6		
-140	49	30	50	38	39	20	39	0			
		76	33	26	28	44	13	20			
-160	47	20	23	12	5	0					
		71	43	40	32	59					

$\zeta(x,y) = 0$ mm im Meßbereich $y = -160$ bis 140 mm

Tafel 3.4.5. - Fall (5): $V=1,597$ m/s; $x=-5,00$ m; $t=16,4^\circ\text{C}$.

y	Δz	$H_0 - H_x$	am Punkt (x,y, $\zeta - n\Delta z$) in (dmm)								
		P - P ₀									
mm	mm	n=	0	1	2	3	4	5	6	7	8
120	46	5	12	15	16	15	50	5	10	0	
		210	250	244	208	245	245	228	206	200	
100	46	10	45	63	70	82	142	38	20	0	
		218	255	240	207	235	235	212	210	200	
80	46	15	87	152	163	200	293	106	43	0	
		229	256	243	210	235	237	203	215	205	
60	46	33	137	245	273	330	456	193	70	0	
		236	278	250	216	256	249	225	225	220	
40	46	60	196	326	370	464	580	310	80	0	
		239	280	252	212	260	252	240	227	215	
20	46	85	255	386	450	573	654	380	85	0	
		243	285	250	214	258	244	220	230	212	
00	46	100	295	428	505	635	670	550	85	0	
		244	280	252	220	258	245	226	235	210	
-20	46	110	307	440	530	650	660	580	85	0	
		240	263	230	180	225	230	200	190	190	
-40	46	98	282	419	530	638	605	540	75	0	
		238	240	208	168	200	200	160	182	190	
-60	46	85	236	375	485	580	495	455	70	0	
		232	260	244	210	240	230	200	212	200	
-80	46	58	170	304	405	470	358	326	55	0	
		226	265	252	220	253	245	192	205	200	
-100	46	35	102	207	284	325	202	183	30	0	
		217	249	255	210	238	240	180	170	160	
-120	40	5	36	105	140	178	142	60	86	0	
		210	235	252	214	210	253	210	178	170	
-140	38	0	8	28	50	68	55	0			
		202	255	265	220	226	246	240			

$\zeta(x,y) = 8,0$ mm im Meßbereich $y = -140$ bis 120 mm

Tafel 3.4.6. - Fall (6): $V=2,090$ m/s; $x = -5,00$ m; $T=16,4^\circ\text{C}$

y	Δz	$H_0 - H_x$		am Punkt (x,y, $\zeta - n\Delta z$) in (dmm)							
		P	$-P_0$								
mm	mm	n=	0	1	2	3	4	5	6	6 1/2	7
100	37	20	20	28	20	0					
		100	105	107	90	90					
80	40	90	90	90	68	44	30	3			
		98	105	107	84	80	83	81			
60	40	200	190	175	143	126	123	76	40	2	
		99	105	109	83	78	82	83	83	83	
40	40	308	300	273	238	222	242	210	130	12	
		87	105	105	79	74	79	80	81	83	
20	40	410	400	369	351	349	350	300	195	20	
		80	104	104	79	70	75	81	84	85	
0	40	450	450	440	420	418	422	350	230	35	
		77	105	105	79	69	74	80	81	85	
-20	40	383	419	428	382	372	365	280	180	23	
		82	105	103	79	70	74	80	80	80	
-40	40	292	325	333	280	262	250	179	121	17	
		88	108	106	82	70	75	80	80	80	
-60	40	184	213	213	180	160	140	78	48	5	
		94	110	106	81	75	80	80	80	80	
-80	40	102	120	130	99	80	62	18	5	0	
		98	109	107	82	77	80	80	80	80	
-100	38	35	48	54	40	20	18	0			
		99	114	108	88	76	80	81			

$\zeta(x,y) = 5,0$ mm im Meßbereich $y = -100$ bis 100 mm

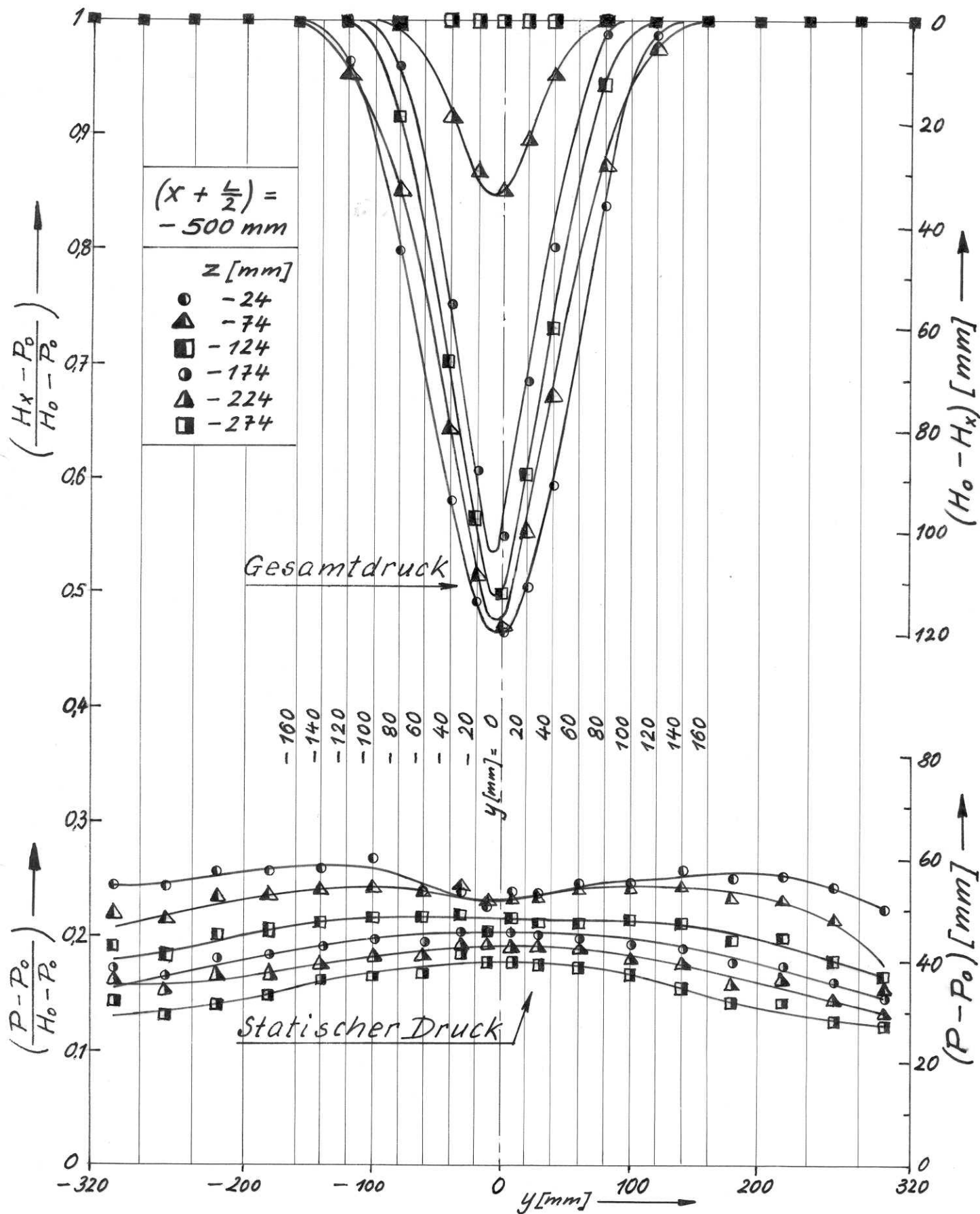
Tafel 3.4.7. - Fall 6(2a): $V=1,197$ m/s; $x=-2,50$ m; $t=16,2^\circ\text{C}$

y	ζ	Δz	$H_o - H_x$		am Punkt (x,y, $\zeta-n\Delta z$) in (dmm)							
			P	$-P_o$								
mm	dmm	mm	n=	o	1	2	3	4	5	6	77	8
140	562	280	0	0	10	12	7	0				
			601	568	541	517	485					
120	566	35	0	40	58	35	0					
			642	600	560	513	468					
100	600	35	0	45	112	150	130	49	0			
			708	660	618	579	540	492	457			
80	600	44	380	383	360	282	154	43	0			
			692	632	584	542	490	453	430			
60	600	39	950	808	666	530	417	311	188	60	0	
			658	630	590	554	513	469	450	431	393	
40	600	42	1194	1073	904	751	646	538	319	64	0	
			642	610	572	535	499	460	445	420	400	
20	600	42	1222	1179	1098	1010	939	818	550	152	0	
			642	610	572	523	495	462	447	420	402	
0	600	42	1220	1208	1190	1171	1140	1087	840	210	0	
			641	592	553	521	495	463	448	418	402	
-20	600	42	1210	1188	1138	1078	1008	929	765	190	0	
			642	596	556	523	495	463	445	414	397	
-40	600	42	1145	1060	937	815	706	619	448	112	0	
			646	591	556	533	497	460	440	411	390	
-60	600	42	966	828	680	549	445	355	199	36	0	
			656	619	580	542	500	459	433	402	386	
-80	600	38	595	520	445	370	278	178	97	33	0	
			678	631	592	560	520	472	449	429	391	
-100	600	42	113	183	220	200	89	15	0			
			702	657	603	546	497	450	427			
-120	600	44	0	56	95	74	0					
			690	639	580	525	469					
-140	597	28	0	25	36	23	0					
			628	593	559	523	484					

Tafel 3.4.8. - Fall (6a): $V = 2,095$ m/s; $x = -2,50$ m; $t = 16,2^\circ\text{C}$.

punktkoordinaten (y_i, z_j) in den Tafeln sind so gewählt, daß sie den Verlauf der zwei-dimensional ausgestrakten Druckverteilungen genau wiedergeben und gleichzeitig geeignete Stützstellen für numerische Integration nach der Simpsonschen Regel bilden. (Die Integration muß allerdings erst über z und dann über y ausgeführt werden.) Die Tafelwerte bilden daher die unmittelbaren Ausgangsdaten für eine numerische Auswertung nach den Formeln für die Nachstromanalyse, vgl. Abschnitt 2.2.2, Formeltafel 2.2.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß die dritte Spalte ($n = 0$) in jeder Tafel 3.4. (1 bis 8), die die Druckdifferenzen $(H_o - H_x, P - P_o)$ an der freien Oberfläche ($z = \zeta$) wiedergibt, nicht auf indirekten Messungen beruht, sondern durch (manchmal unsichere) Extrapolation aus tiefer liegenden ($z < \zeta$) Meßpunkten ermittelt wurde. Um einen Eindruck von der ganzen graphischen Interpolation zu vermitteln, ist ein typischer Fall in nebenstehenden Abb. 3.19 und 3.20 wiedergegeben. Diese Abbildungen dienen gleichzeitig zur Veranschaulichung der typischen Druckverteilung im Nachstrom. Abb. 3.19 zeigt das Gesamtergebnis der Nachstrommessung für Fall 6a, der Tafel 3.4.8 entspricht. Die Originalmeßwerte für die Druckdifferenzen an den tatsächlichen Meßstellen sind darin mittels verschiedener Punktzeichen angedeutet. Die charakteristische "Delle" im Gesamtdruckverlauf ist klar erkennbar, während der statische Druck keinen charakteristischen Verlauf aufweist, da er erheblich durch die Wellenströmung beeinflusst wird. Die ausgestrakten Kurven in Abb. 3.19 sind das Ergebnis einer zeichnerischen Mittlung in horizontaler Richtung. Sie bilden die Zwischenstufe für eine graphische Interpolation in vertikaler Richtung, wie sie in Abb. 3.20 am Beispiel des Gesamtdruckes veranschaulicht wird. Aus solchen Diagrammen

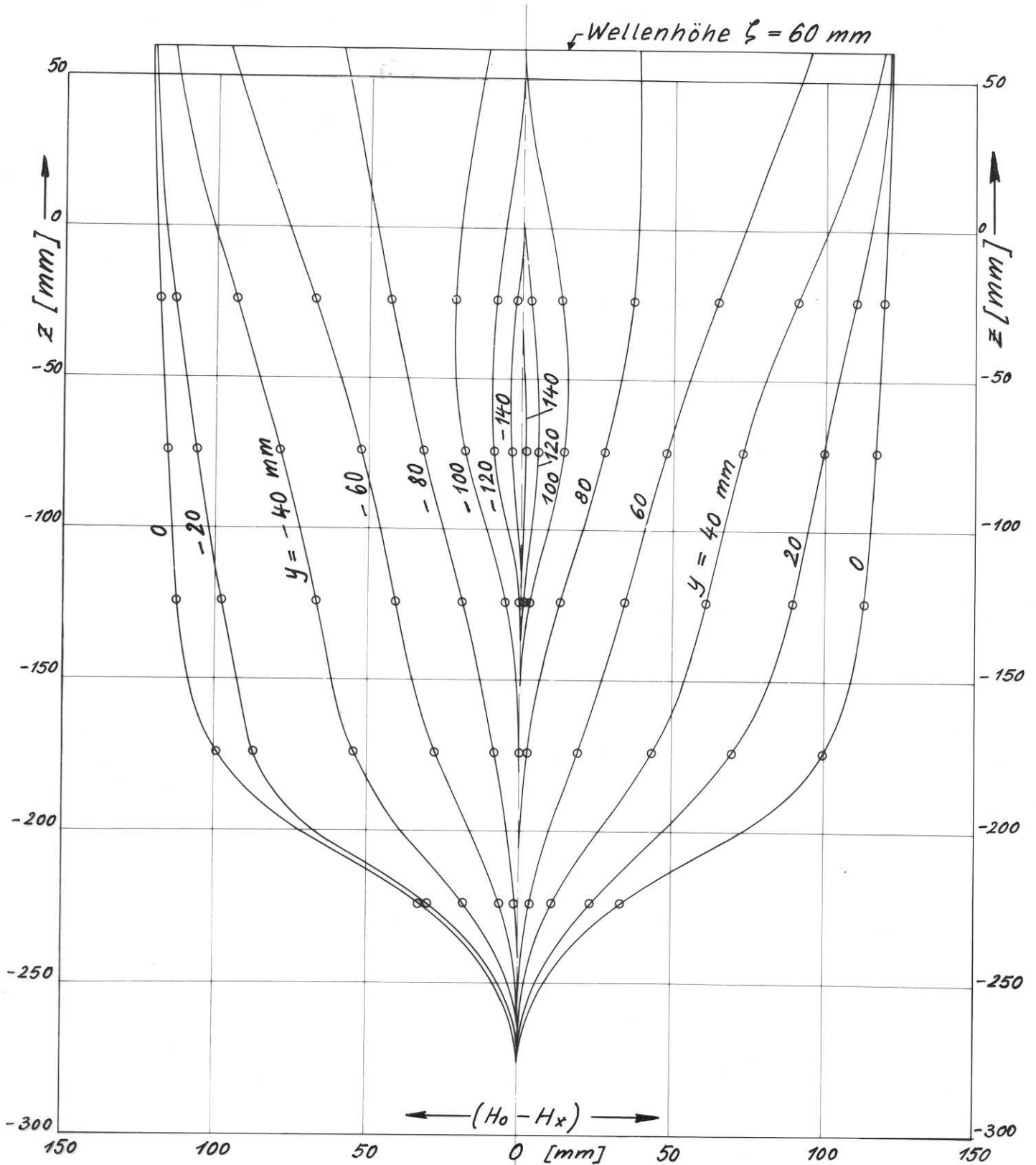


Fall 6a $V = 2,095 \text{ m/s}$ $Fr = 0,334$ $Re = 7,59 \cdot 10^6$

Abb. 3.19. Ergebnis der Nachstrommessung

(Typischer Verlauf des statischen u. Gesamtdruckes im Nachstrom)

$x = -2500 \text{ mm}$



Fall 6a $V = 2,095 \text{ m/s}$ $Fr = 0,334$ $Re = 7,59 \cdot 10^6$

Abb. 3.20. Verteilung des Gesamtdruckverlustes im Nachstrom

wurden schließlich die Zahlenwerte für die Tafeln 3.4. (1 bis 8) abgelesen. Wie Abb. 3.20 zeigt, wurde eine zusätzliche Ausglättung in vertikaler Richtung i.a. nicht vorgenommen. Die offenen Kreise in Abb. 3.20 sind die aus Abb. 3.19 übertragenen Werte, die Kurven sind einfach durch diese Punkte hindurchgezwängt worden. Ein starker numerischer Ausgleich wird durch die Anwendung der Nachstromanalyse selbst bewirkt, indem aus sehr vielen Einzelmessungen ein einziger Integralwert ermittelt wird, vgl. Abschnitt 3.4.2.

Bei der Auswertung der Tafeln 3.4. (1 bis 8) ist zu beachten, daß die dort angegebenen Zahlenwerte "angezeigte" Drücke darstellen, die sich um einen durch die Konstruktion und Anordnung der Drucksonde bedingten Eichfaktor von den wahren Drücken unterscheiden. Zahlreiche Eichversuche mit der Nachstromharke in ungestörter Anströmung (in Abwesenheit des Modells) ergaben, daß die angezeigten $(H_o - H_x)$ -Werte im Rahmen der Meßgenauigkeit den wahren Gesamtdrücken gleichzusetzen sind. Für den Fehler der angezeigten statischen Drücke wurde die folgende empirische Formel ermittelt:

$$(P - P_o) = k_o + k_1 (H_x - P)$$

Für die Konstante k_o wurde ein Mittelwert von 1,0 mm festgestellt, während die Konstante k_1 wie folgt von der Lage der Drucksonde abhängt:

$ y' $ [mm]	=	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
1000 k_1	=	75	74	72	69	65	60	56	52	48	46	44	42

Dieser Verlauf der Korrektur k_1 ist recht plausibel, weil der örtliche statische Druck an der Meßstelle effektiv im

Verhältnis zum örtlichen Staudruck ($H_x - P$) und in gewisser Abhängigkeit vom Profil der Nachstromharke und den benachbarten Drucksonden zunimmt, vgl. Abschnitt 3.2.5, bes. Abb. 3.7 und 3.8. Im Hinblick auf diese Korrektur sei noch hinzugefügt, daß die jeweils in der dritten Spalte ($n = 0$) in den Tafeln 3.4. (1 bis 8) angegebenen $(P-P_0)$ -Werte keine angezeigten, sondern hypothetische Werte sind. Nach der Korrektur aufgrund der obigen Formel ergeben sie einfach die örtliche Wellenhöhe ζ , wie es die physikalische Randbedingung an der freien Oberfläche erfordert. Sie sind in der Tat aus der unmittelbar gemessenen Wellenhöhe $\zeta(x_1, y)$ rückwärts rechnerisch ermittelt worden, um Fixpunkte für die graphische Interpolation der angezeigten $(P-P_0)$ -Werte in vertikaler Richtung zu gewinnen.

3.3.4. Wellenmessung

a. Stereophotogrammetrische Wellenmessung

Über das stereophotogrammetrische Aufnahme- und Auswertverfahren wurde bereits im Abschnitt 3.2.6b berichtet. Das Ergebnis dieser Arbeit soll nun im vorliegenden Abschnitt zusammenfassend mitgeteilt werden. Es wurden in der Zeit vom Juni 1961 bis Januar 1962 im Laufe von drei Versuchsreihen insgesamt fast 100 Stereobildpaare vom Wellensystem des Modells S 201 im kleinen Schlepptank der HSVA aufgenommen. Erst die Aufnahmen der letzten Versuchsreihe entsprachen allen Anforderungen einer quantitativen Auswertung mit der gewünschten Genauigkeit. Einige Angaben über die 28 besten Aufnahmen aus dieser Reihe sind in Tafel 3.5 zusammengestellt. Daraus ist vor allem die jeweilige Modellgeschwindigkeit und der Meßbereich ersichtlich. Es sind außer den für Eichzwecke gemachten Aufnahmen der ruhenden Wasseroberfläche vier Gruppen zu unterscheiden, je nachdem in welcher Lage relativ zum Modell der Meßbereich gewählt wurde. Die Eintragungen in Tafel 3.5 sind in jeder Gruppe nach Geschwindigkeit geordnet, aber die in der letzten Spalte angegebene Bildkennzahl entspricht der chronologischen Reihenfolge. Alle diese 28 Aufnahmen sind als quantitativ auswertbar anzusehen. Aus Zeitgründen wurden jedoch bisher nur vier Bildpaare ausgewertet, und zwar die Bildnummern 71, 81, 83 und 95.

Um einen qualitativen Eindruck von dem Wellenbild bei verschiedenen Geschwindigkeiten zu vermitteln, ist eine Zusammenstellung von 8 Bildpaaren in Abb. 3.21a in stark verkleinerter Größe wiedergegeben. Sie sollen auch die im Abschnitt 3.2.6b erwähnten Schwierigkeiten bei der Sichtbarmachung der freien Wasseroberfläche veranschaulichen. In den letzten vier

Nr.	V [m/s]	x_o [m]	Fr = $V/\sqrt{gL}$	$\gamma_o =$ $gL/2V^2$	$l/\lambda_o =$ $gl/2 \cdot V^2$	Bild- Nummer
1	0	-	-	-	-	82
2	0	-	-	-	-	83 *
3	0,812	-4,40	0,1296	29,75	10,65	62
4	0,907		0,1448	23,84	8,54	63
5	1,000		0,1597	19,61	7,02	64
6	1,092		0,1743	16,44	5,89	65
7	1,185		0,1892	13,96	5,00	60
8	1,196		0,1910	13,71	4,91	66
9	1,203		0,1921	13,55	4,85	61
10	1,296		0,2069	11,67	4,18	80
11	1,297		0,2071	11,65	4,17	67
12	1,391		0,2221	10,14	3,63	81 *
13	1,397		0,2231	10,04	3,60	68
14	1,493		0,2384	8,80	3,15	69
15	1,581		0,2524	7,85	2,81	70
16	1,790		0,2858	6,12	2,19	71 *
17	2,000	-4,40	0,3193	4,90	1,75	74
18	1,184	-8,40	0,1890	13,99	5,01	86
19	1,395		0,2227	10,08	3,61	89
20	1,492		0,2382	8,81	3,15	91
21	1,682		0,2685	6,93	2,48	92
22	1,800		0,2874	6,05	2,17	93
23	1,970	-8,40	0,3145	5,05	1,81	94
24	1,400	-11,90	0,2235	10,01	3,58	95 *
25	1,605	-11,90	0,2563	7,61	2,73	96
26	1,800	-11,90	0,2874	6,05	2,17	97
27	1,363	+4,40	0,2176	10,56	3,78	87
28	1,667	+4,40	0,2662	6,70	2,40	88

x_o = Abstand Bildmitte vom Modellhauptspant

l = Länge des Aufnahmebereiches $\approx 4,5$ m (symmetrisch zum x_o)

l/λ_o = Anzahl der freien Wellenlängen im Aufnahmebereich

Tafel 3.5. Verzeichnis der stereophotogrammetrischen
Wellenaufnahmen (3. Versuchsreihe - Januar 1962)

Aufnahmen (von der ruhenden Wasseroberfläche) ist die durch die Verteilung des Al-Pulvers künstlich hervorgerufene, kontrastbildende Maserung deutlich zu erkennen. Wie schon im Abschnitt 3.2.6b hervorgehoben, bilden diese kontrastreichen Muster eine wesentliche Voraussetzung für eine quantitative stereophotogrammetrische Auswertung der Bilder. In den übrigen Aufnahmen ist vor allem der nicht auswertbare Nachlaufbereich hinter dem Modell zu beachten. Die Breite dieses Nachlaufstreifens nimmt offensichtlich mit steigender Geschwindigkeit zu, ist aber bemerkenswerterweise weitgehend unabhängig von der Entfernung hinter dem Modell.

Wir haben schon vorher erwähnt, daß der Umfang des turbulenten Nachlaufgebietes in kritischer Weise über die Anwendbarkeit der Stereophotogrammetrie für die Wellenmessung entscheidet. Seine starke Abhängigkeit von der Modellgeschwindigkeit wird noch besser verdeutlicht durch einige Aufnahmen aus früheren Versuchsreihen, die wir ebenfalls in stark verkleinerten Zusammenstellungen in Abb. 3.21b und 3.21c wiedergeben. Die erste Abb. 3.21b zeigt 12 Einzelbilder aus der ersten Versuchsreihe vom Juni 1961. Es sind zwar auch Senkrechtaufnahmen (wie in Abb. 3.21a), aber die Versuchsanordnung entspricht nicht genau der in Abb. 3.10/11 (Abschnitt 3.2.6b) wiedergegebenen. Diese Bilder sind quantitativ kaum auswertbar, da die Beleuchtung ziemlich ungleichmäßig und das Al-Pulver nicht kontrastreich, sondern fast homogen auf die Wasseroberfläche verteilt ist. Sie ergeben dennoch einige nützliche qualitative Aussagen. In den ersten vier Aufnahmen mit den niedrigsten Geschwindigkeiten ist die Karmansche Wirbelstraße - wenigstens andeutungsweise - sichtbar. In der letzten Aufnahme mit der höchsten Geschwindigkeit ($Fr = 0,484$) erstreckt sich das Nachlaufgebiet fast über die gesamte Tankbreite.

Das zweite Bild (Abb. 3.21c) zeigt eine Zusammenstellung von 16 Einzelbildern ebenfalls aus der ersten Versuchsreihe vom Juni 1961. Wegen der schlechten Bildqualität sind diese Aufnahmen leider nicht sehr aufschlußreich. Sie sind hier nur aus zwei Gründen wiedergegeben. Erstens zeigen sie das Wellenbild aus einer anderen Perspektive als die übrigen Senkrechtaufnahmen. (Es handelt sich hier um zu Versuchszwecken gemachten Konvergentaufnahmen mit der Basis parallel zur Fahrtrichtung des Modells.) Zweitens lassen diese Bilder zum Teil die im Abschnitt 2.5.3b erörterte seitliche Aufspaltung des Heckwellensystems recht gut erkennen. Auf die Bedeutung der zugehörigen halbempirischen Korrektur ϵ für die Analyse des Wellenspektrums kommen wir im Abschnitt 3.4.3c zurück.

Das bisher am gründlichsten ausgewertete Stereobildpaar ist Bild Nr. 81, vgl. Tafel 3.5. Wir geben daher einen positiven Abzug dieses Bildpaares in Originalgröße der Photoplatten ($13 \times 18 \text{ cm}^2$) als Abb. 3.22 wieder. Diese Bilder vermitteln einen getrauten Eindruck von der Bildqualität der (negativen) Photoplatten, die als Originalstereogramm im Stereoplanigraphen ausgewertet wurden. Gleichzeitig lassen sie auch einige interessante Einzelheiten der Versuchsanordnung erkennen, so z.B. die Tankwände, Schleppwagenschiene (links), die vier Paßpunkte (A, B, C, D) und einen Teil der Blitzausrüstung im oberen Bild rechts, vgl. auch Abb. 3.10 und 3.11 im Abschnitt 3.2.6b. An den Rändern der einzelnen Aufnahmen erkennt man die Rahmenauflage der Meßkammern sowie die automatisch mit photographierten Bild- und Zwischenringnummern und die vier Rahmenmarken (Kreuze) für die Festlegung des Bildhauptpunktes und der Bildhauptachsen.

Das Stereobildpaar Nr. 81 wurde im Institut für Photogrammetrie der Technischen Universität Berlin an einem Stereoplanigraphen C 8 ausgewertet, vgl. auch Abschnitt 3.2.6b. Als Ergebnis erhielten wir zunächst einen Höhenlinienplan im Maßstab 1:10. Dieser ist in Abb. 3.23 verkleinert wiedergegeben. Daraus erkennt man vor allem die Lage und Größe des Meßbereiches relativ zum Schlepptank und Modell. (Wie die eingetragene freie Wellenlänge zeigt, wurden etwa drei transversale Wellenzüge hinter dem Modell erfaßt.) Die Lage der vier Paßpunkte (A, B, C, D) ist ebenfalls eingetragen. Die mit den Buchstaben R angedeuteten Punkte an den Tankwänden stellen die nominellen "Reflektionspunkte" dar, wo die vom Bug des Modells ausgehenden Kelvinschen Grenzlinien die Tankwand schneiden. Der Höhenlinienplan vermittelt einen zwar schematischen, aber quantitativen Eindruck von dem gemessenen Wellensystem.

Für die eigentliche Wellenanalyse wurden 31 Wellenschnitte (d.h. Wellenprofile durch das Wellenbild quer zur Fahrtrichtung) ausgewertet. Ihre Lagen relativ zum Modell sind in Abb. 3.23 angegeben. Die Schnitte wurden im Gegensatz zu den Höhenlinien nicht kontinuierlich aufgezeichnet, sondern in diskreten Schritten durch punktweise Ausmessung der Koordinaten ermittelt. Während für jeden Wellenschnitt die x-Koordinate auf einem bestimmten Wert festgehalten wurde, wurde die y-Koordinate in 240 gleichen Schritten von Tankwand zu Tankwand variiert. An jedem der 241 Punkte wurde die z-Koordinate, d.h. die Höhe, der Wasseroberfläche stereophotogrammetrisch gemessen. Mit Hilfe der Paßpunkte (A, B, C, D) in Abb. 3.23) wurden die Wellenhöhen auf die ungestörte Wasseroberfläche bezogen. Es wurden also insgesamt $31 \times 241 = 7471$ Einzelmessungen der Wellenhöhe $\zeta(x_1, y_j)$ an den Gitterpunkten:

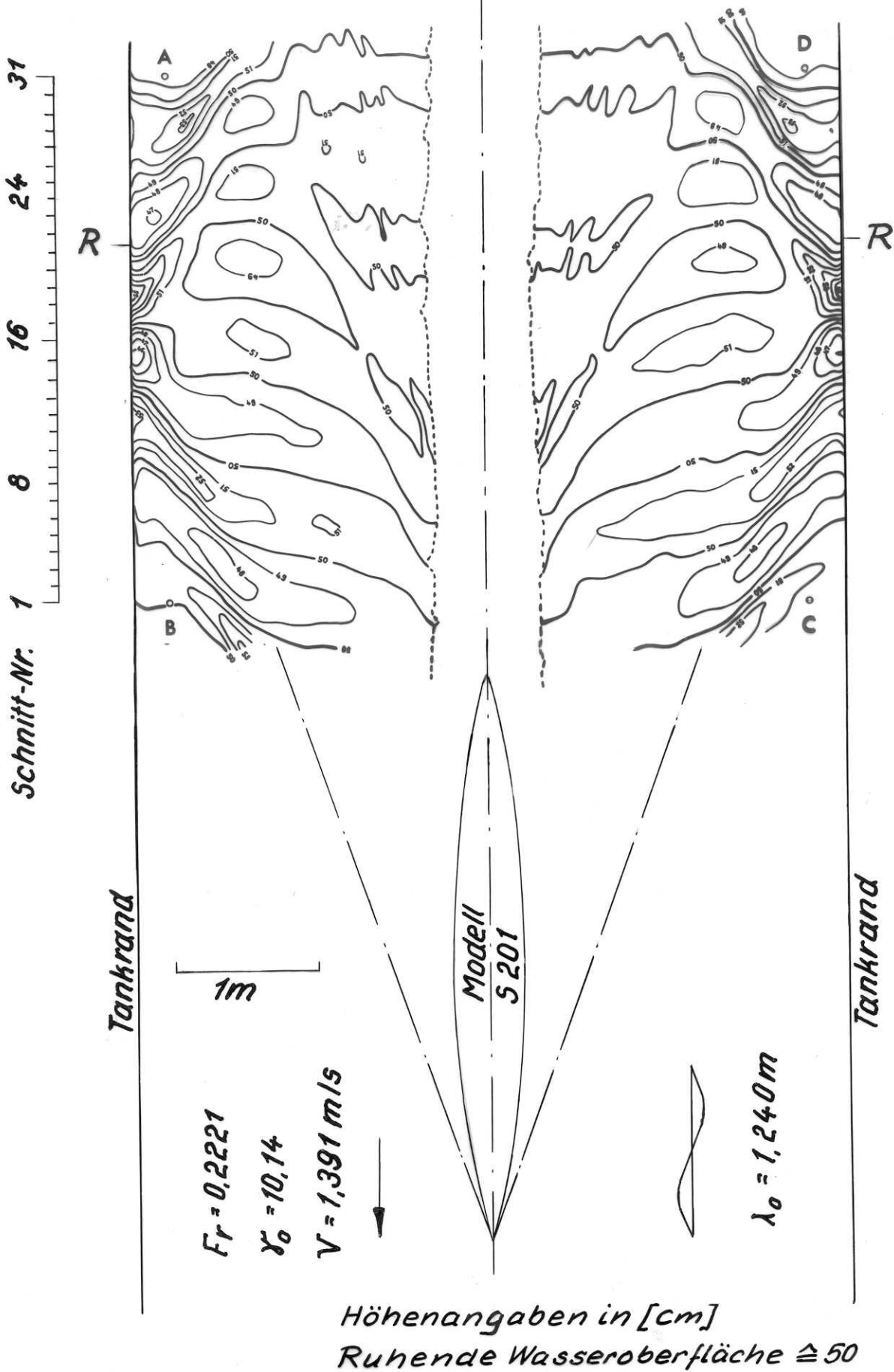


Abb. 3.23 Höhenlinienplan des
Wellenbildes nach Bildpaar 81

$-x_i = 2525 \text{ bis } 6275 \text{ mm}, i = 1, 2, \dots, 31, -\Delta x = 125 \text{ mm};$

$(y_j - y_m) = -2502,5 \text{ bis } 2502,5 \text{ mm}, j = 1, 2, \dots, 241, \Delta y = \frac{5005}{240} \text{ mm},$

durchgeführt *). Als Meßergebnis vom Stereoplanigraphen erhielten wir die auf Papierstreifen gedruckten Koordinaten aller Meßpunkte. Die Zahlen waren dabei in 1/100 mm in Gerätekoordinaten ausgedrückt *). Zur Kontrolle und Ver-

*) Bei dieser Auswertung brauchten im Stereoplanigraphen nur runde Werte für x, y-Koordinaten eingestellt zu werden. Denn der kontinuierlich verstellbare Maßstab des optischen Modells wurde so gewählt, daß die wahre Tankbreite von 5005 mm im Gerät genau 480 mm entsprach. Die Schrittweiten in Gerätekoordinaten betrugen daher $\Delta y = 2 \text{ mm}$ und $\Delta x = 12 \text{ mm}$. Die Anzahl der y-Schritte in jedem Schnitt sollte zur numerischen Vereinfachung bei der Fourieranalyse durch 4 teilbar sein, vgl. Abschnitt 3.4.3.

anschaulichung wurde das Meßergebnis vor der weiteren Bearbeitung erst zeichnerisch aufgetragen, wobei der Deutlichkeit halber die Höhen gegenüber den Längen 100-fach überhöht wurden. Fünf der 31 solcher Wellenschnittzeichnungen sind in verkleinertem Format in Abb. 3.24 (a bis e) wiedergegeben. Im Meßprotokoll wurde je nach der Bildqualität in den einzelnen Bildabschnitten zwischen gut meßbaren, unsicheren und nicht auswertbaren Meßpunkten unterschieden, vgl. Abb. 3.24. (In der endgültigen Auswertung wurden jedoch bis auf einige offensichtlich "wilde Punkte", die durch angenommene Interpolation ersetzt wurden, alle übrigen Meßpunkte mit dem gleichen Gewicht verarbeitet.) Außerdem sind in Abb. 3.24 einige zur Kontrolle aus dem Höhenlinienplan (Abb. 3.23) abgelesenen Schnittpunkte mit eingezeichnet. Die Übereinstimmung zwischen der kontinuierlichen Höhenlinienaufzeichnung und der diskreten Punktmessung ist im allgemeinen befriedigend. Die beiden

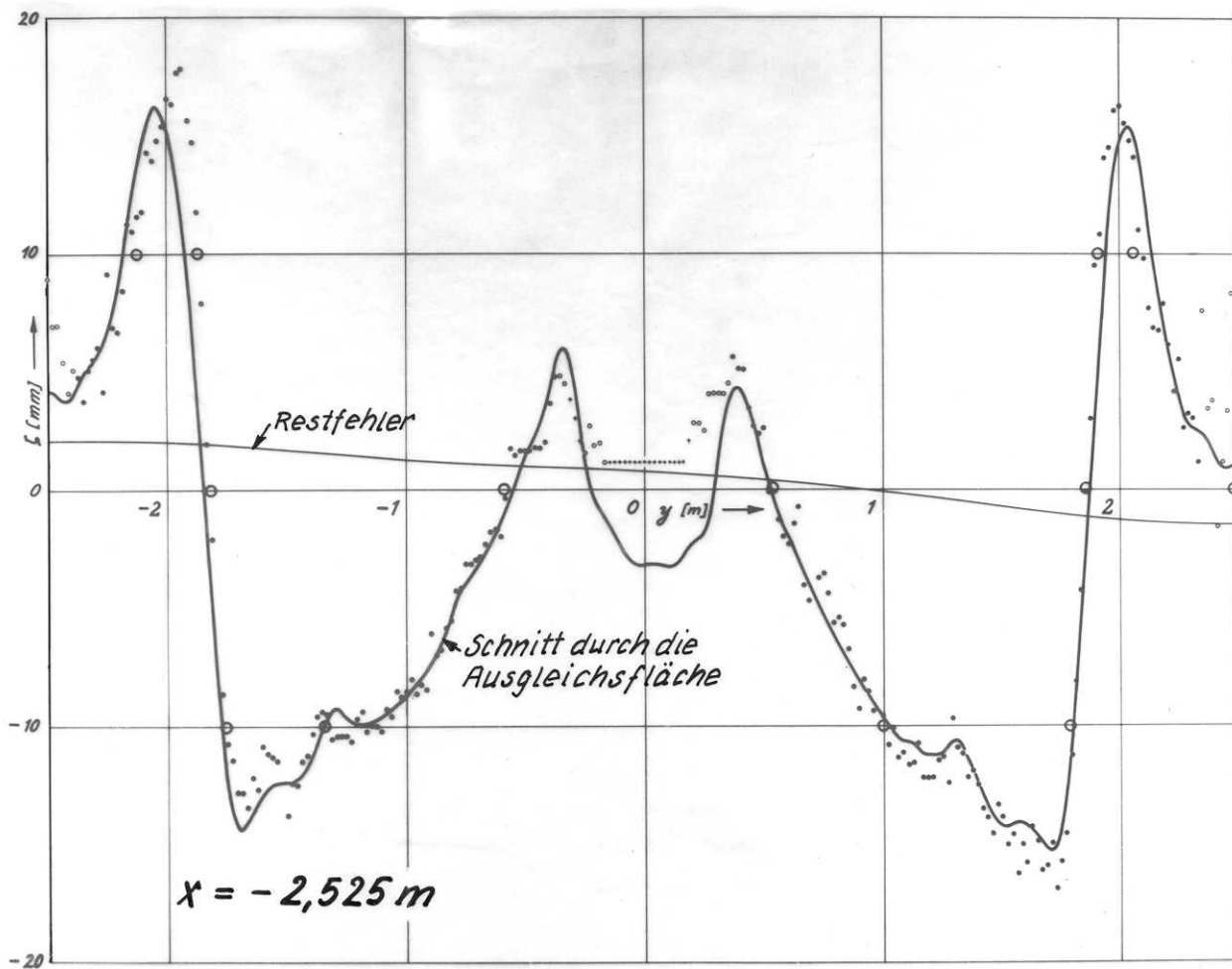


Abb. 3.24 a. Schnitt Nr. 1

Abb. 3.24 (a ÷ e) Wellenschnitte aus Bildpaar Nr. 81

Zeichenerklärung:

- einwandfrei gemessene Punkte
- unsichere Messungen
- + keine Meßpunkte, sondern angenommene Interpolation
- Kontrollpunkte aus dem Höhenlinienplan (Abb. 3.23)

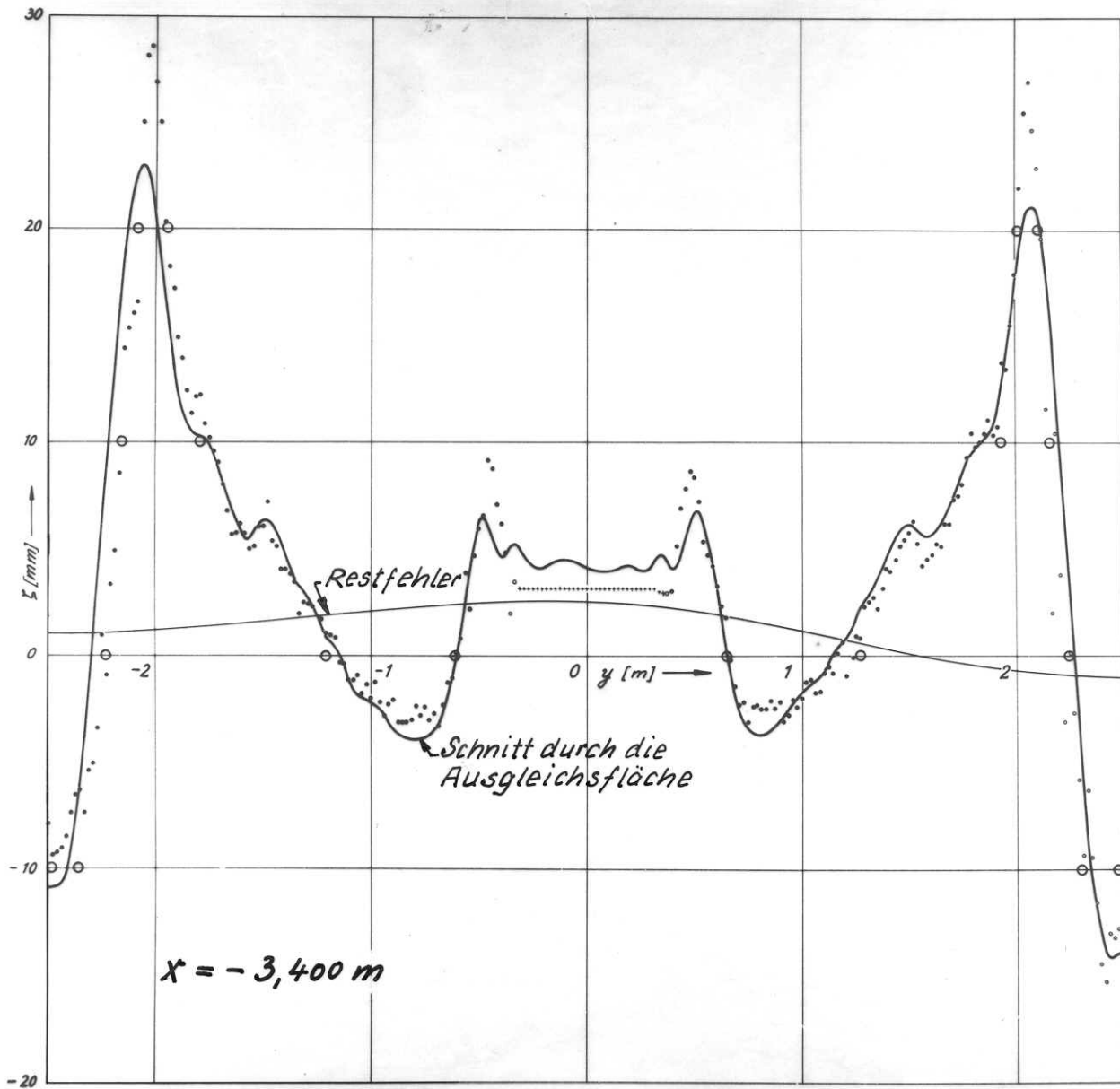


Abb. 3.24 b. Schnitt Nr. 8

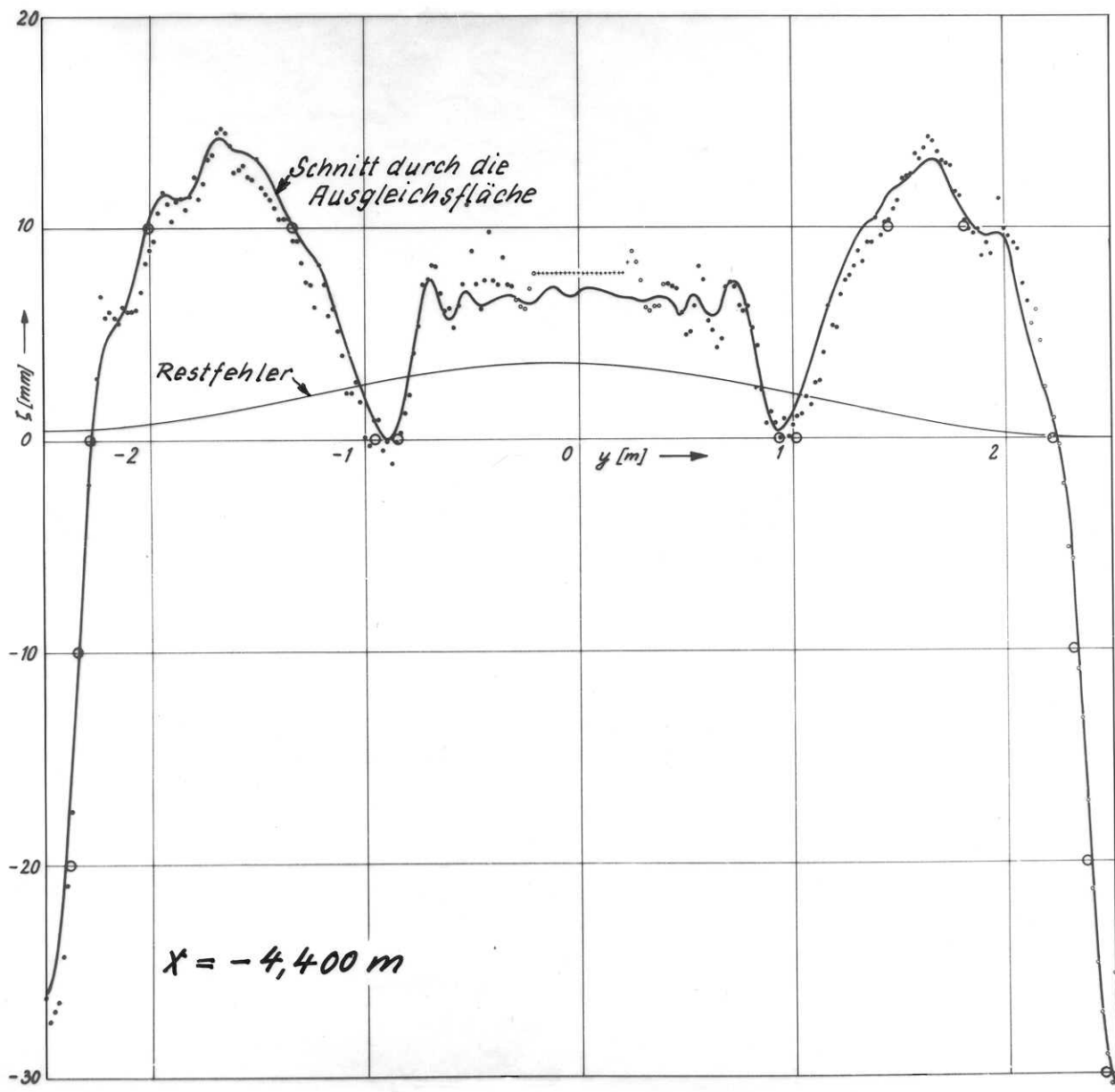


Abb. 3.24 c. Schnitt Nr. 16

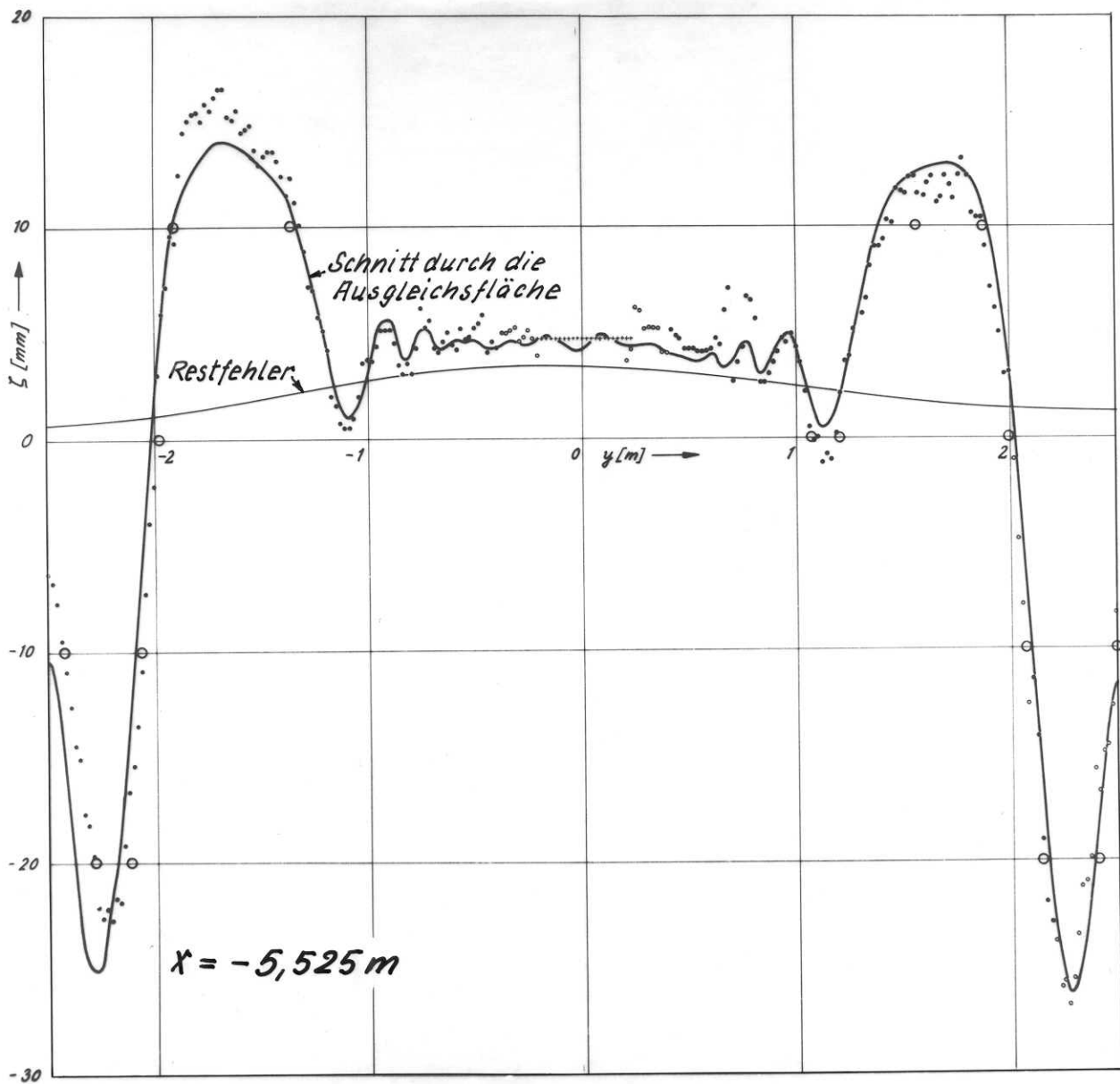


Abb. 3.24 d. Schnitt Nr. 25

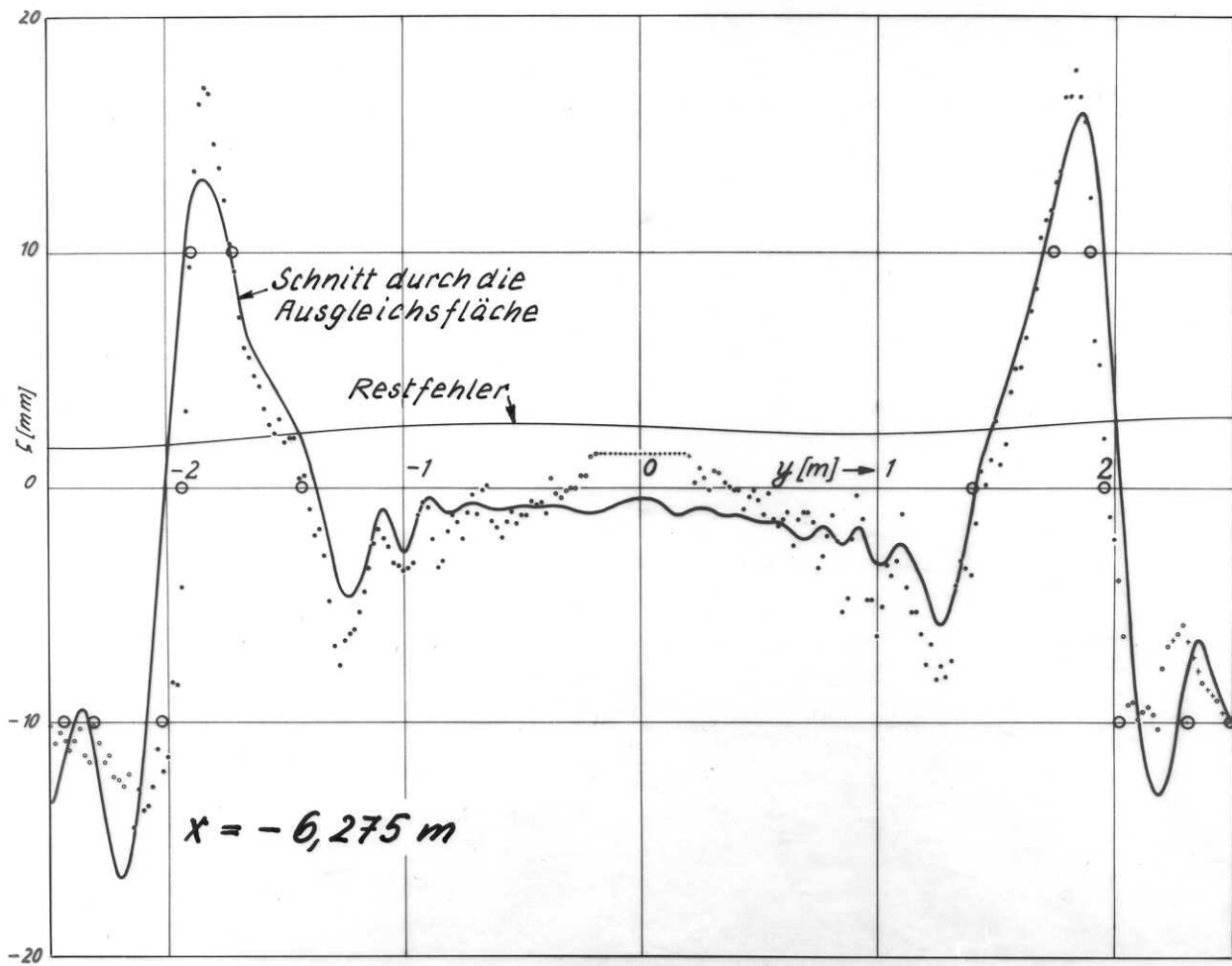


Abb 3.24 e. Schnitt Nr. 31

ausgezogenen Kurven in den Schnittzeichnungen Abb. 3.24 (a bis e) stellen nicht das Meßergebnis, sondern das Rechenergebnis eines Ausgleiches nach dem Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate dar. Darüber berichten wir im Abschnitt 3.4.3 über "Wellenanalyse".

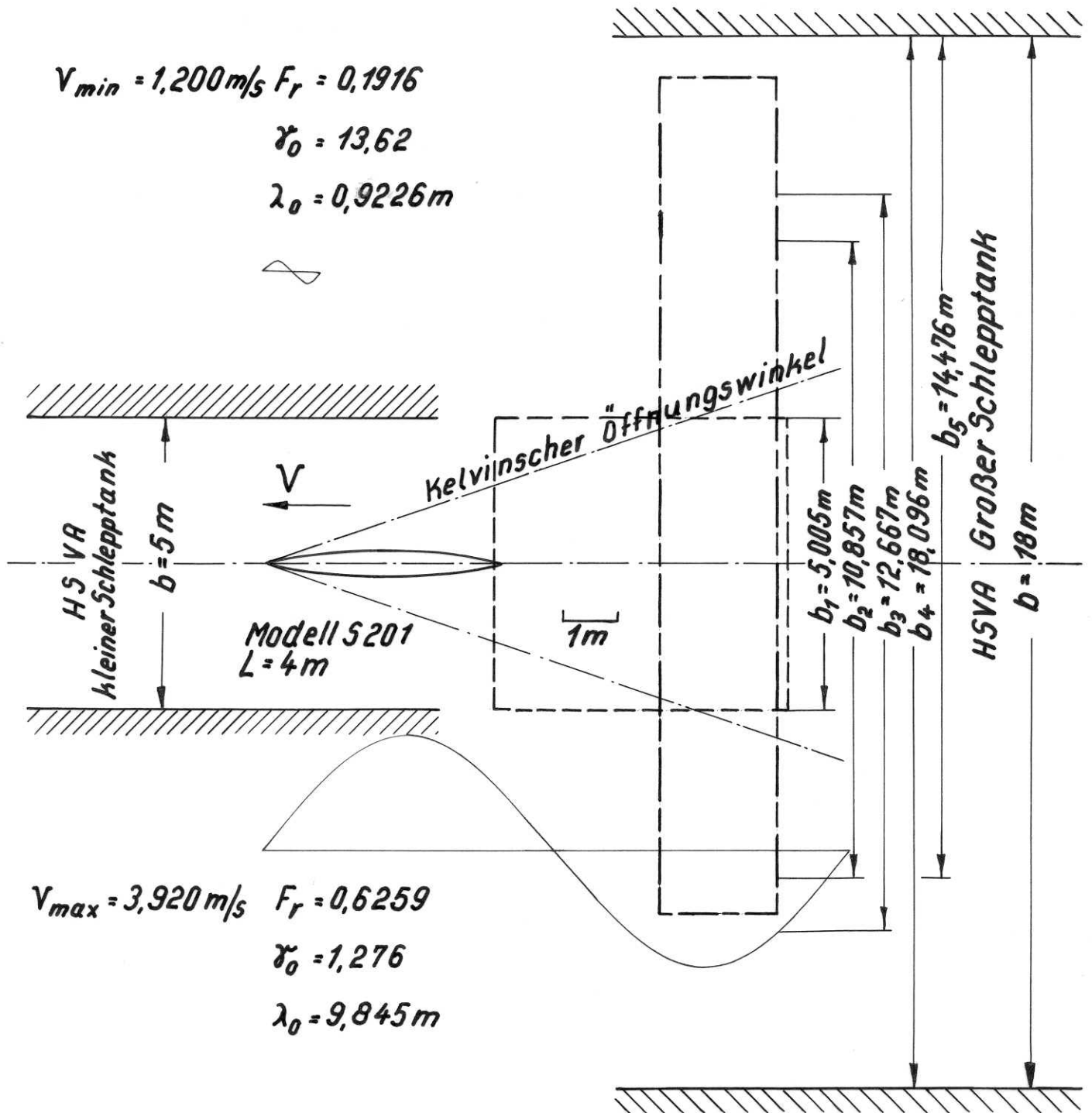
b. Elektro-akustische Wellenmessung

Nach dem im Abschnitt 3.2.6c beschriebenen elektro-akustischen Meßverfahren wurden im Laufe von zwei Versuchsreihen insgesamt fast 100 Wellenschnitte hinter dem Inuid S 201 im großen Schlepptank der HSVA aufgenommen. Nach Abzug von Eich- und Kontrollschrieben sowie einigen fehlerhaften Aufzeichnungen blieben 76 Wellenschnitte für die eigentliche Wellenanalyse übrig. Die zugehörigen Modellgeschwindigkeiten und relativen Lagen dieser Schnitte sind in Tafel 3.6. zusammengestellt.

Der Bereich der elektro-akustischen Wellenmessung im großen Tank ist in Abb. 3.25 schematisch dargestellt und dem entsprechenden Bereich der stereophotogrammetrischen Wellenmessung im kleinen Tank gegenübergestellt. Darin sind auch die freien Wellenlängen entsprechend der kleinsten und größten Geschwindigkeit (nach Tafel 3.6) eingetragen. Daraus ist zu erkennen, daß der für die Wellenanalyse verfügbare Meßbereich bei der kleinsten untersuchten Geschwindigkeit sich über fast zwei transversale Wellenzüge erstreckt. Bei der höchsten Geschwindigkeit dagegen wird knapp eine Viertelwellenlänge erfaßt. Dies ist bei der Deutung der Ergebnisse der Wellenanalyse in Abschnitt 3.4.3c zu berücksichtigen. Ferner ist in Abb. 3.25 eine Reihe von "hypothetischen" Tankbreiten angegeben. Dazu ist folgendes zu erklären. Nach

Meß- reihe	Geschwin- digkeit	Abstand Wellenschnitte hinter Hauptspantebene					
	V [m/s]	- x [m]					
(I)	1,200	6,700	6,600	6,486	6,368	6,259	
Juni	2,089	6,699	6,542	6,384	6,224	6,053	
1962	3,099	6,700	6,380	6,053			
(II)	1,300	6,683	6,513	6,343	6,173	6,003	
August	1,401	6,683	6,483	6,283	6,083	5,883	5,683
1962	1,494	6,686	6,473	6,263	6,053	5,843	
	1,595	6,683	6,443	6,203	5,963	5,723	
	1,694	6,683	6,403	6,123	5,843	5,563	
	1,795	6,683	6,383	6,083	5,783	5,483	
	1,996	6,683	6,333	5,983	5,633	5,283	
	2,198	6,683	6,263	5,843	5,423	5,003	
	2,300	6,683	6,233	5,783	5,333	4,883	
	2,501	6,683	6,383	6,083	5,783	5,483	
	2,780	6,683	6,283	5,883	5,483		
	3,100	6,683	6,233	5,783	5,333		
	3,478	6,683	6,183	5,683	5,183		
	3,920	6,683	6,083	5,483	4,883		

Tafel 3.6. Verzeichnis der elektroakustisch gemessenen
Wellenquerschnitte.



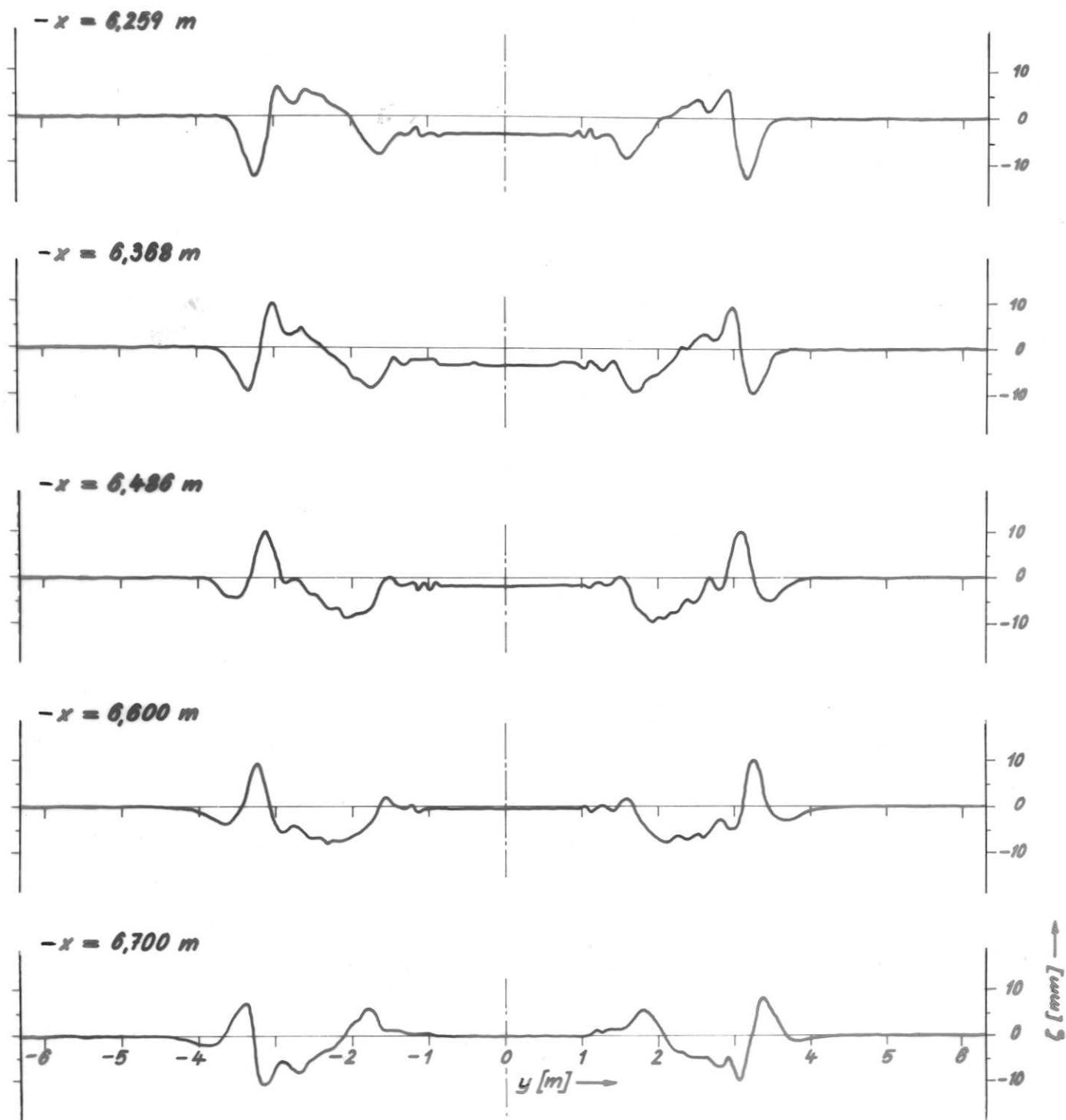
- stereophotogrammetrische Wellenaufnahme im kleinen Tank.
 ----- elektroakustische Wellenschnittaufnahme im großen Tank.
 $b_2 \div b_5$ hypothetische Tankbreiten für Spektralanalyse.

Abb. 3.25 Bereich der Wellenmessung.

Abschnitt 2.3.2d können der praktischen Wellenanalyse (fast) beliebige hypothetische Tankbreiten zugrunde gelegt werden, wenn sich die Wellenmessung in Richtung quer zur Fahrtgeschwindigkeit bis in Bereiche erstreckt, wo keine meßbare Wellenstörung vorhanden ist. Dies war bei unseren Messungen im großen Schlepptank der Fall. Die in Abb. 3.25 angegebenen Tankbreiten b_2 bis b_5 sind so gewählt, daß sie die technische und numerische Auswertung der aufgenommenen Wellenschriebe erleichtern, und zwar wie folgt: Die Zuordnung der Wellenhöhe mit der Querkordinate in den aufgezeichneten Wellenschrieben erfolgte mittels gewisser Wegmarken, vgl. Abschnitt 3.2.6c. Der Abstand zwischen zwei aufeinander folgenden Wegmarken, die von einer am Schleppwagen vorhandenen technischen Einrichtung gesteuert wurden, betrug zufällig 75,4 mm. Um graphische Interpolation zu vermeiden, wurden die Wellenhöhen genau an diesen Wegmarken abgelesen. Die Anzahl der Meßpunkte in jedem Schnitt sollte aber zur Vereinfachung der numerischen Fourieranalyse ein ganzes Vielfaches von 4 betragen, vgl. auch Fußnote im Abschnitt 3.3.4a. Die in Abb. 3.25 angegebenen hypothetischen Tankbreiten b_2 bis b_5 sind nun gerade das 144, 168, 240 bzw. 192-Fache des Abstands zwischen zwei Wegmarken.

Die in Tafel 3.6 aufgeführten 76 Wellenschnitte sind in den nachfolgenden Abb. 3.26 (a bis r) verkleinert wiedergegeben. Es muß jedoch betont werden, daß diese Zeichnungen keine absolut getreue Reproduktion der Originalmessung darstellen. Die elektro-akustisch aufgezeichneten Wellenschriebe waren aus technischen Gründen in der Länge (d.h. in Richtung der y-Koordinate) verzerrt und in der Höhe mit einem kleinen Eichfehler behaftet. Außerdem waren die einzelnen Schriebe

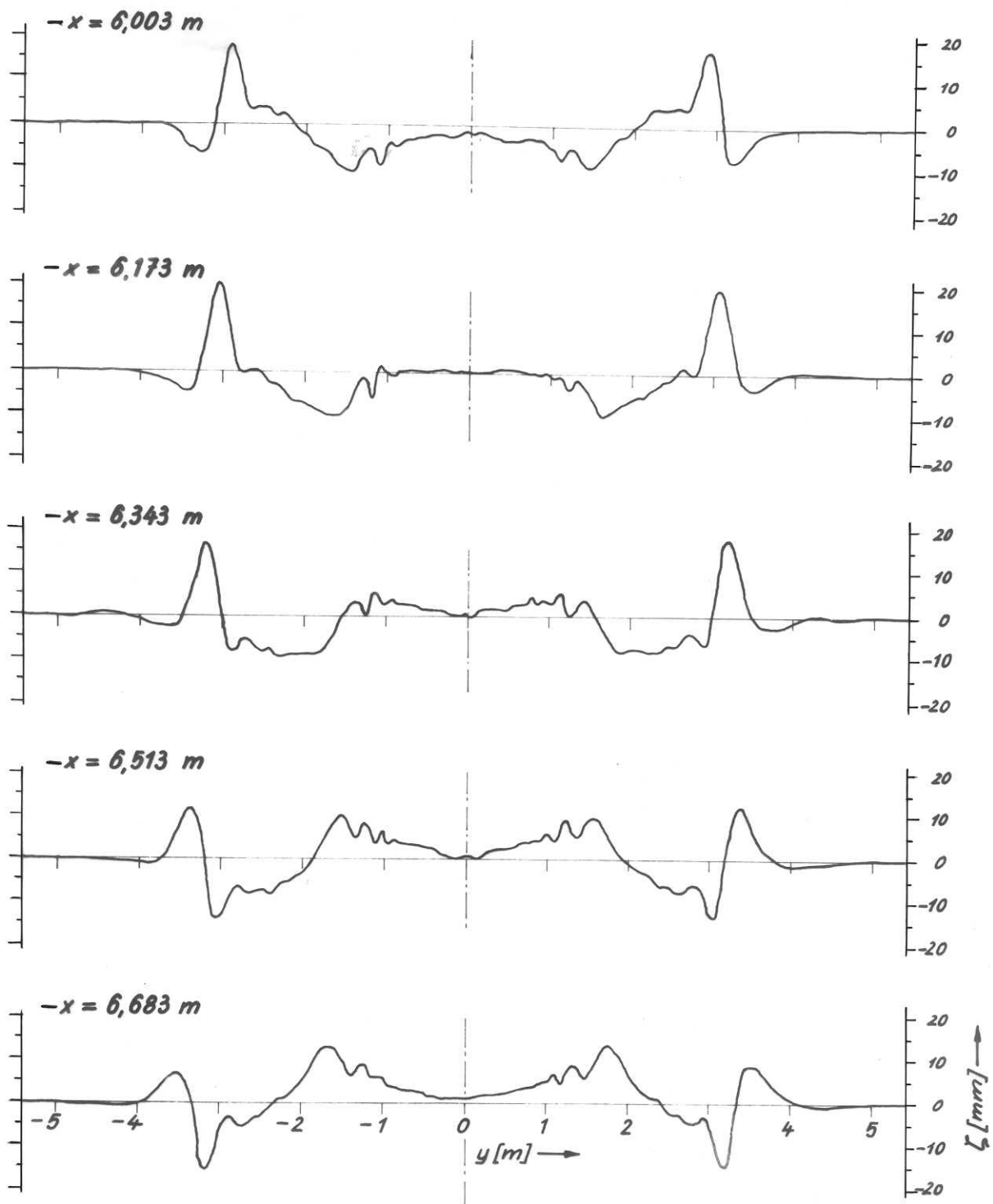
mit verschiedenen Empfindlichkeitsstufen registriert worden, vgl. Abschnitt 3.2.6c, Abb. 3.15. Die in den Abb. 3.26 (a bis r) gezeigten Wellenschnitte sind bereits entzerrt, korrigiert und jeweils in einheitlichem Maßstab aufgetragen. Der Deutlichkeit halber sind die Höhen gegenüber den Längen je nach Bedarf 10- bis 60-fach vergrößert. Die einzelnen Wellenschnitte in diesen Abbildungen sind genau so dargestellt, wie sie für die endgültige Wellenanalyse (Abschnitt 3.4.3) verwendet wurden. Die seitlichen Begrenzungen (durch die vertikalen Skalen) deuten die Lage der hypothetischen Tankwände an, wie sie für die Analyse angenommen wurden. (Ausgenommen von dieser Regel sind die drei Abb. 3.26 (d, j und o), bei denen die analysierte Tankbreite größer ist als die in der Zeichnung angedeutete. In diesen Fällen ist der Wellenschnitt jeweils als bis zur angegebenen Tankbreite b fortgesetzt zu denken, wobei die Wellenhöhe in den Ergänzungsstücken gleich Null anzunehmen ist.)



$V = 1,200 \text{ m/s}$
 $b = 18,096 \text{ m}$
 $F_r = 0,1916$
 $\gamma_0 = 13,62$
 $K_0 b = 123,2$

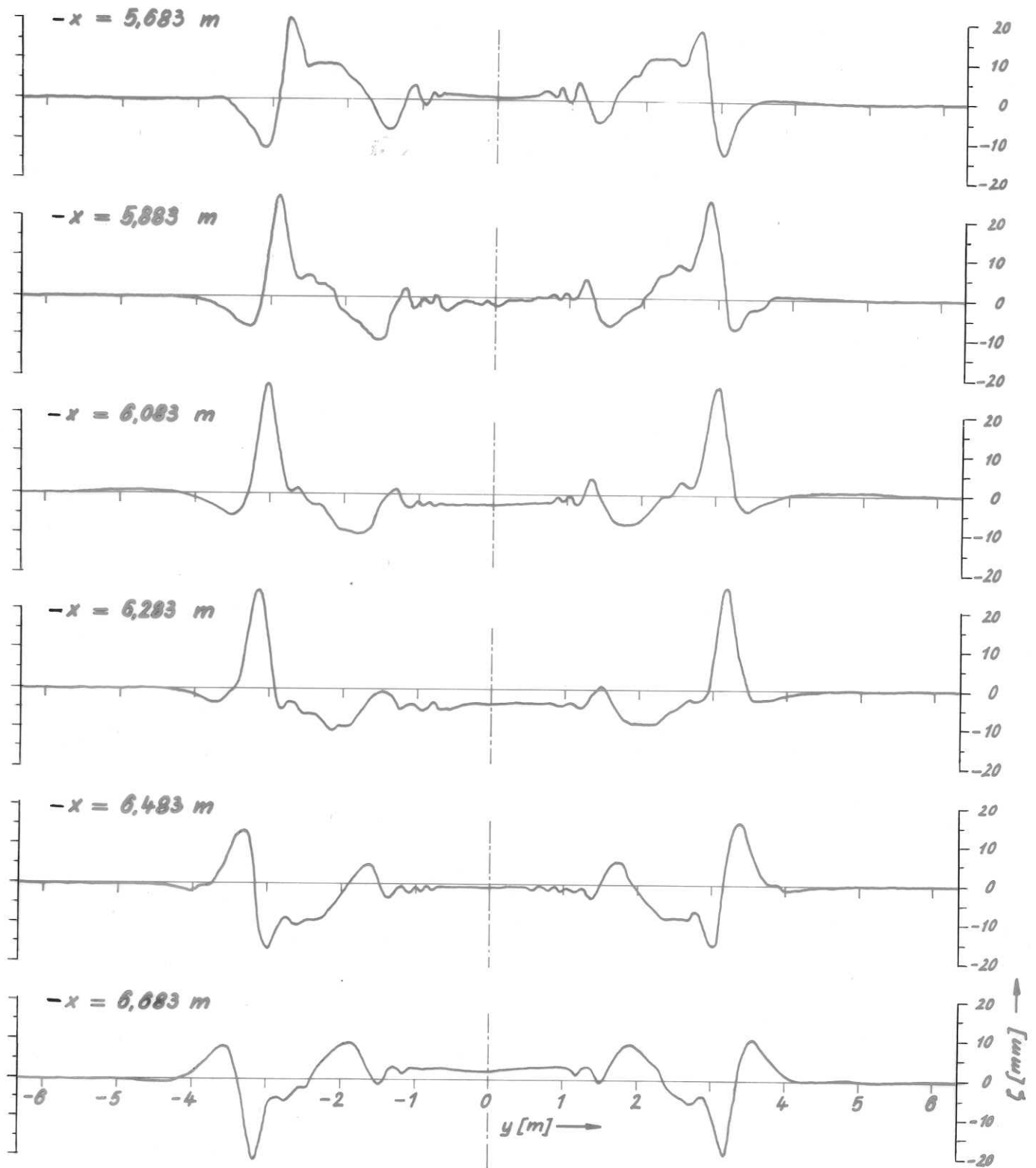
Abb. 3.26 a

Abb. 3.26 (a ÷ r). Elektroakustisch aufgenommene Wellenschnitte.



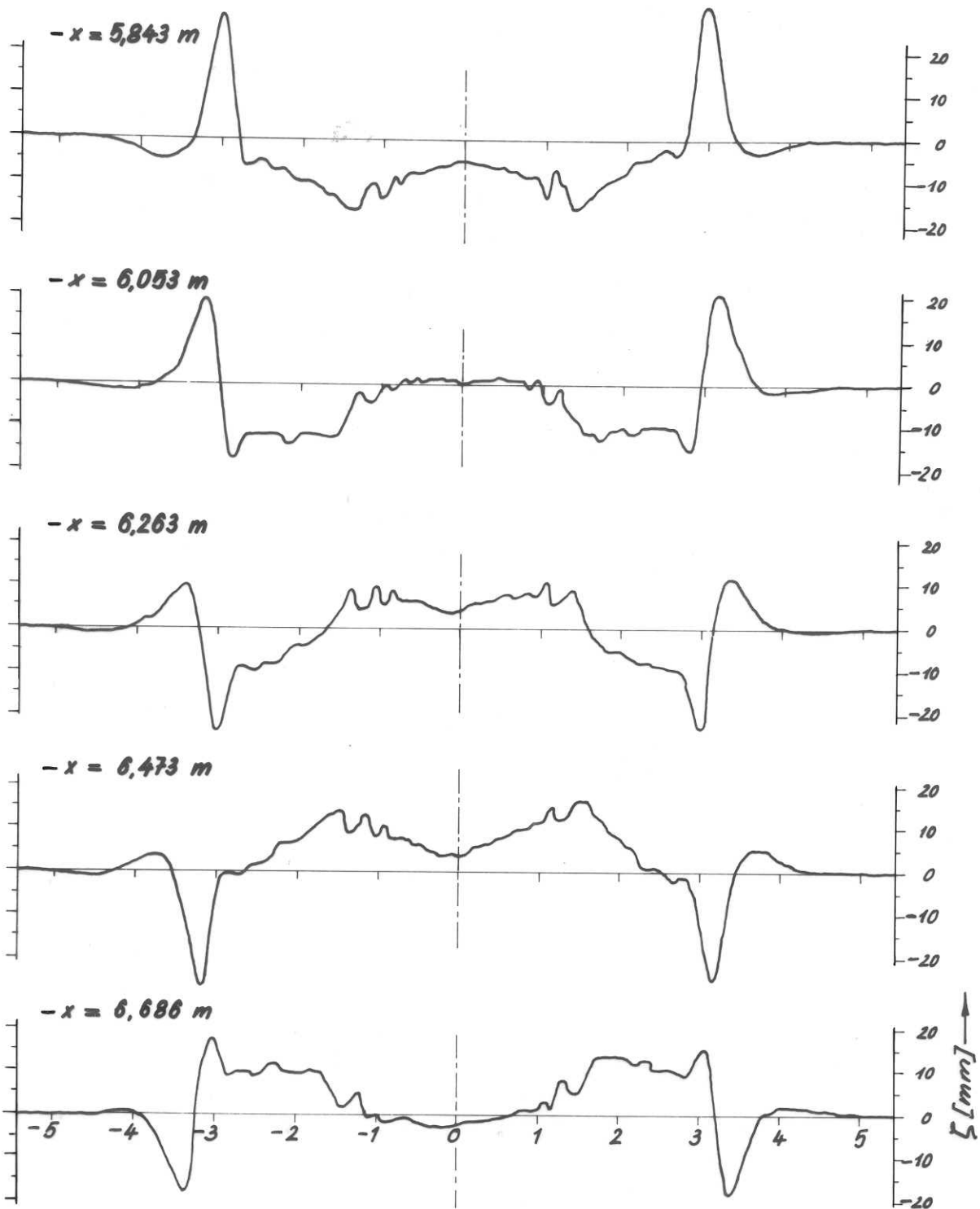
$V = 1,300 \text{ m/s}$
 $b = 10,857 \text{ m}$
 $Fr = 0,2076$
 $y_0 = 11,60$
 $K \cdot b = 63,00$

Abb. 3.26 b



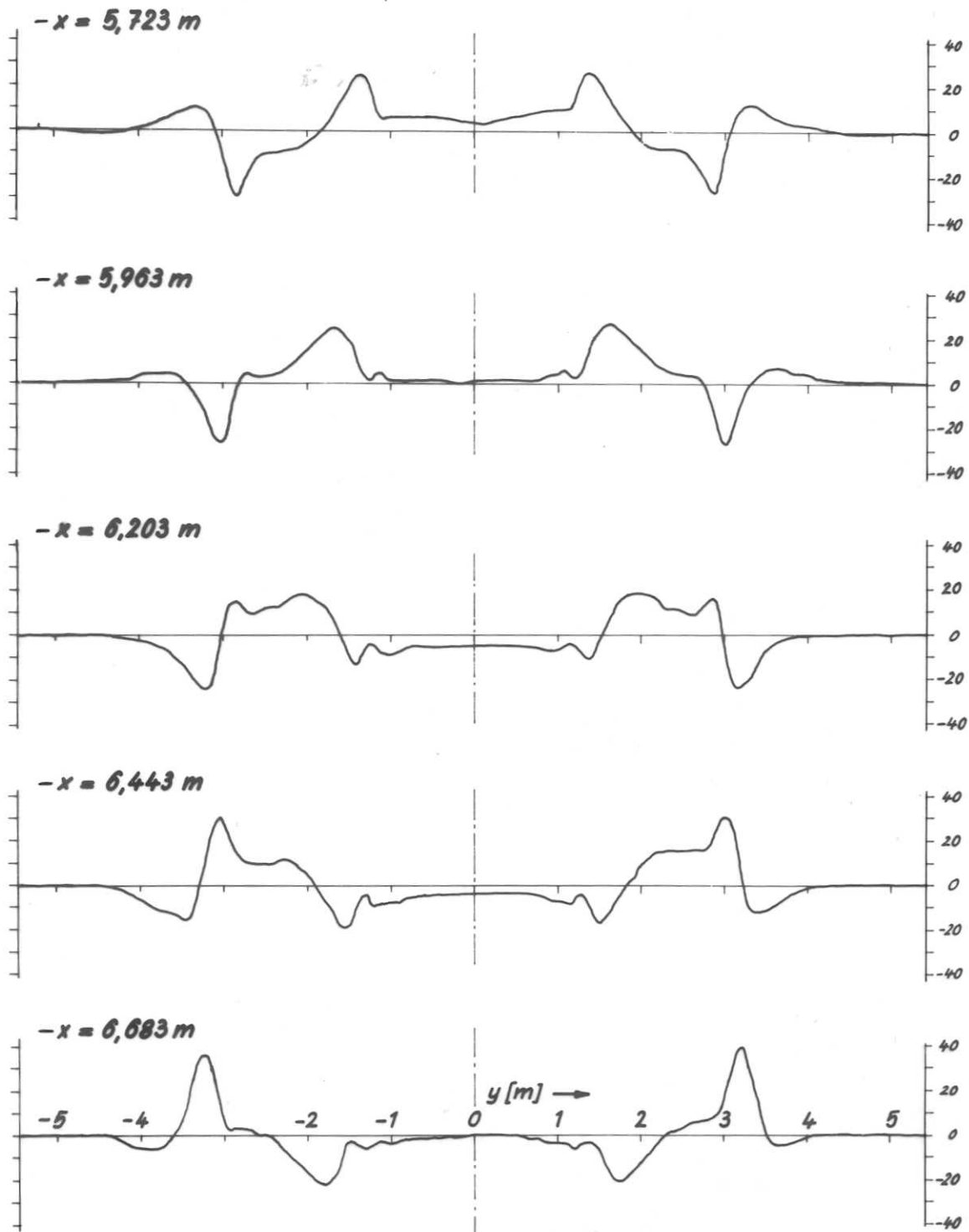
$V = 1,401 \text{ m/s}$
 $b = 10,857 \text{ m}$
 $F_r = 0,2237$
 $y_0 = 9,993$
 $K_{ob} = 54,25$

Abb. 3.26 d



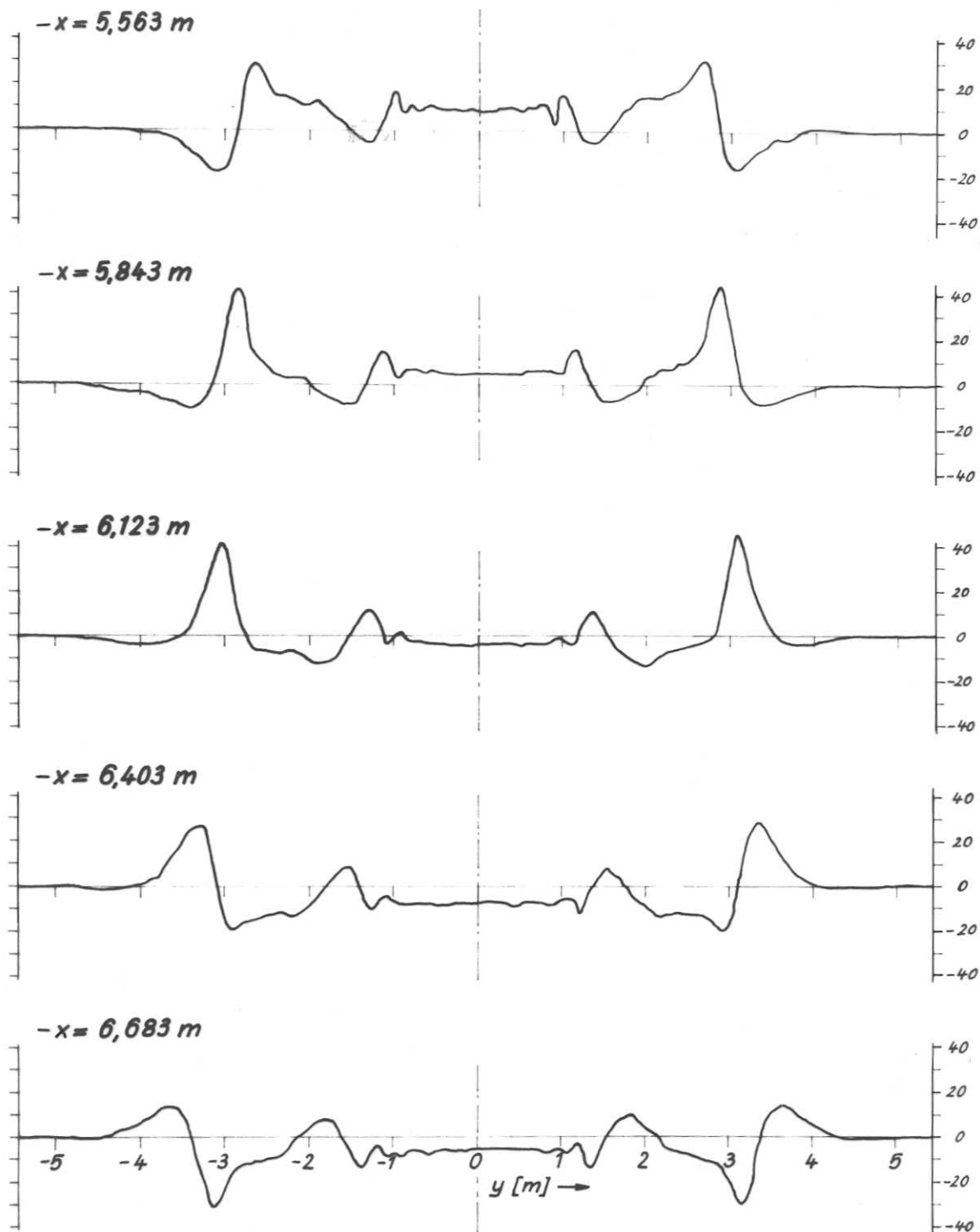
$V = 1,494 \text{ m/s}$
 $b = 10,857 \text{ m}$
 $Fr = 0,2385$
 $y_0 = 8,787$
 $K_{ob} = 47,70$

Abb. 3.26 e



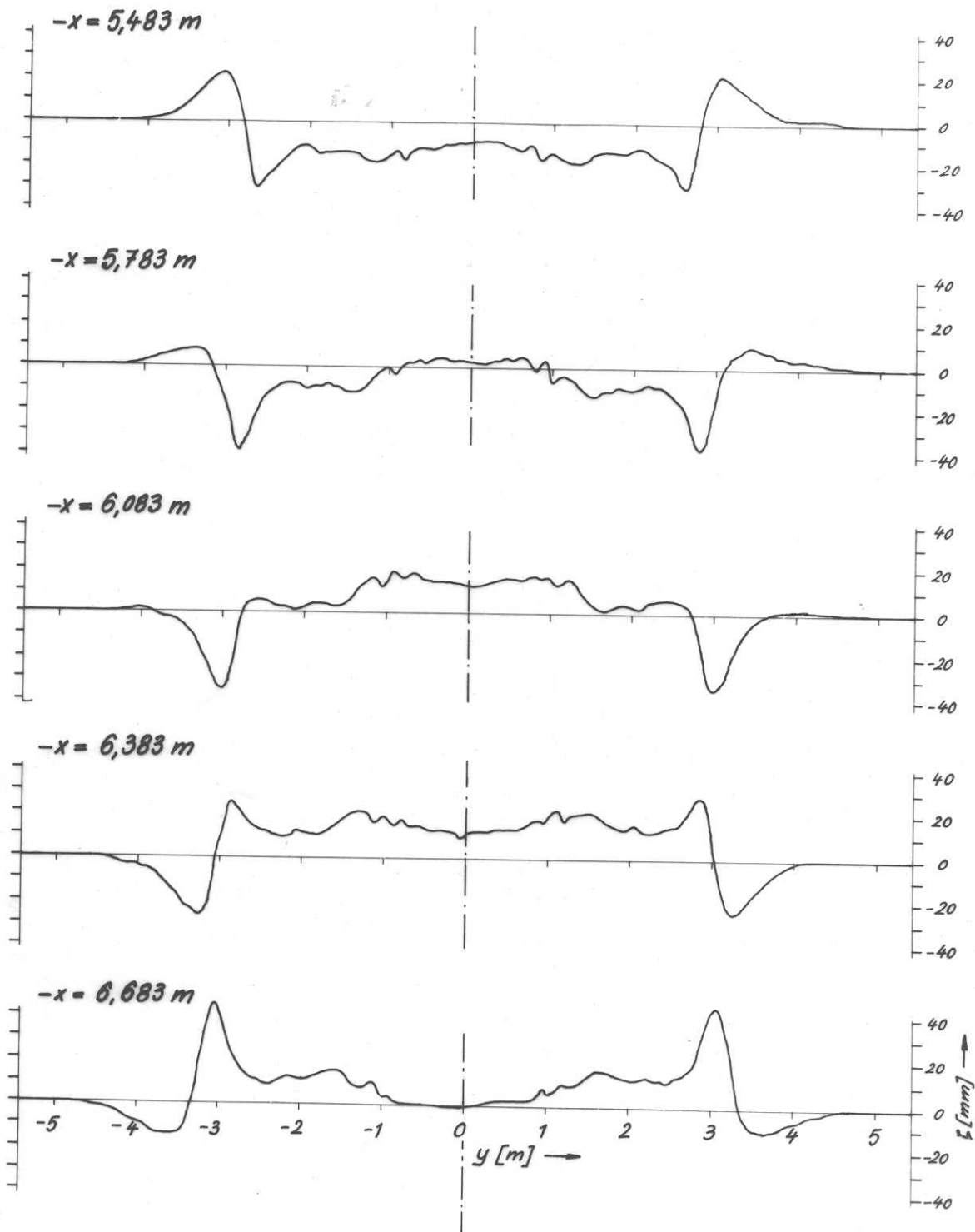
$V = 1,595 \text{ m/s}$
 $b = 10,857 \text{ m}$
 $Fr = 0,2547$
 $\gamma_0 = 7,710$
 $K_{0,b} = 41,85$

Abb. 3.26 f



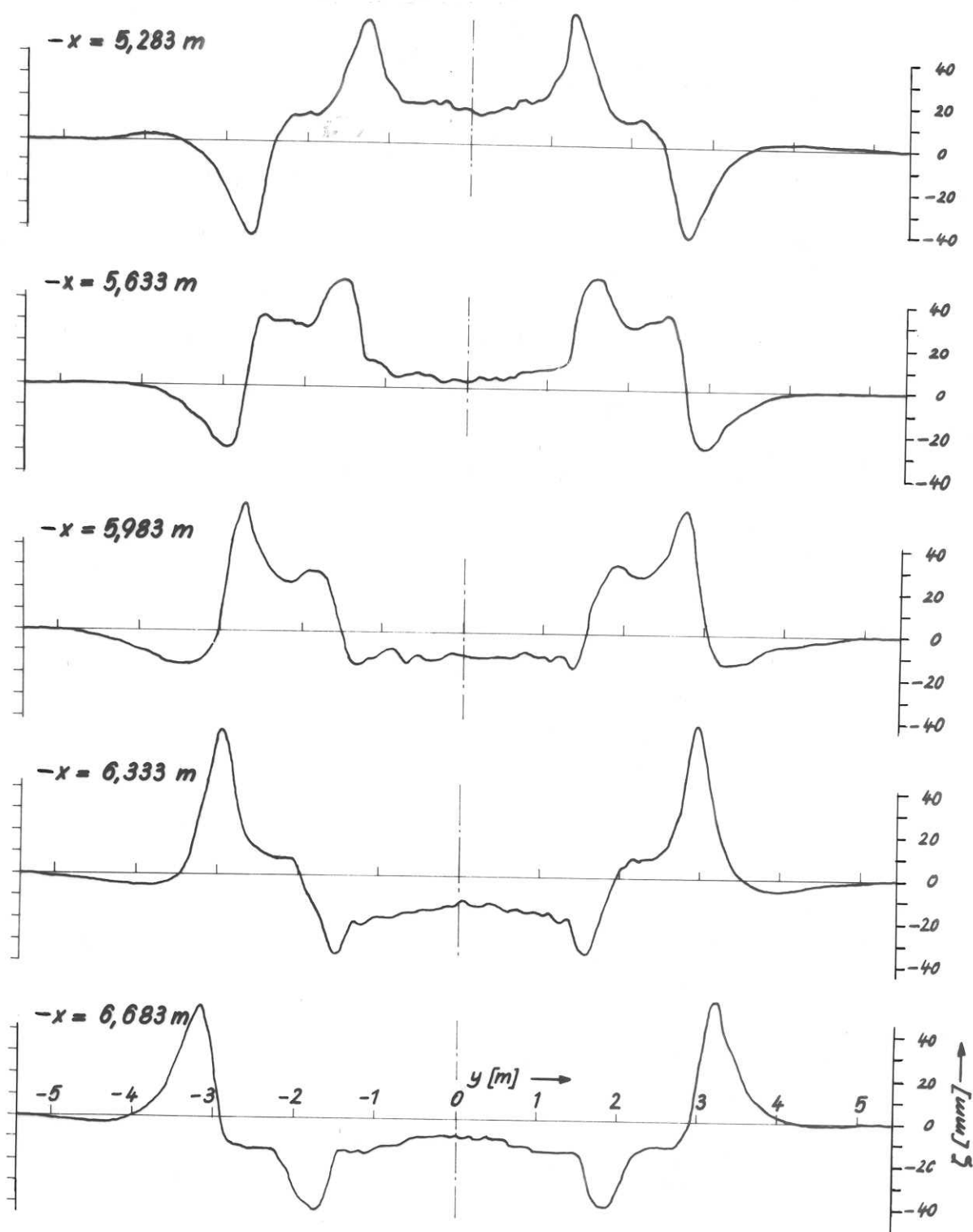
$V = 1,694 \text{ m/s}$
 $b = 10,857 \text{ m}$
 $Fr = 0,2705$
 $y_0 = 6,835$
 $K_{0b} = 37,10$

Abb. 3.26 g



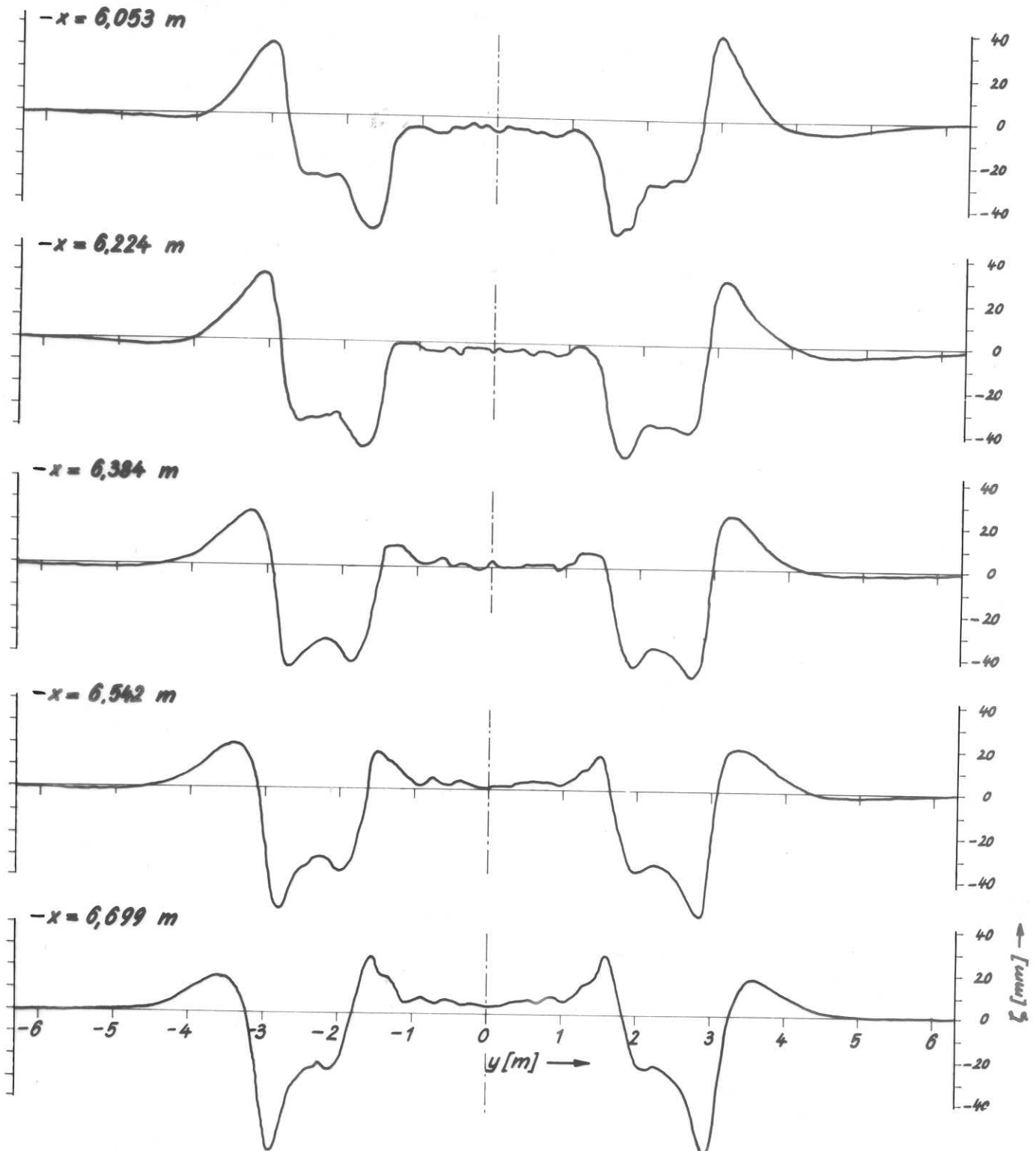
$V = 1,795 \text{ m/s}$
 $b = 10,857 \text{ m}$
 $Fr = 0,2866$
 $y_0 = 6,087$
 $K_{ob} = 33,046$

Abb. 3.26 h



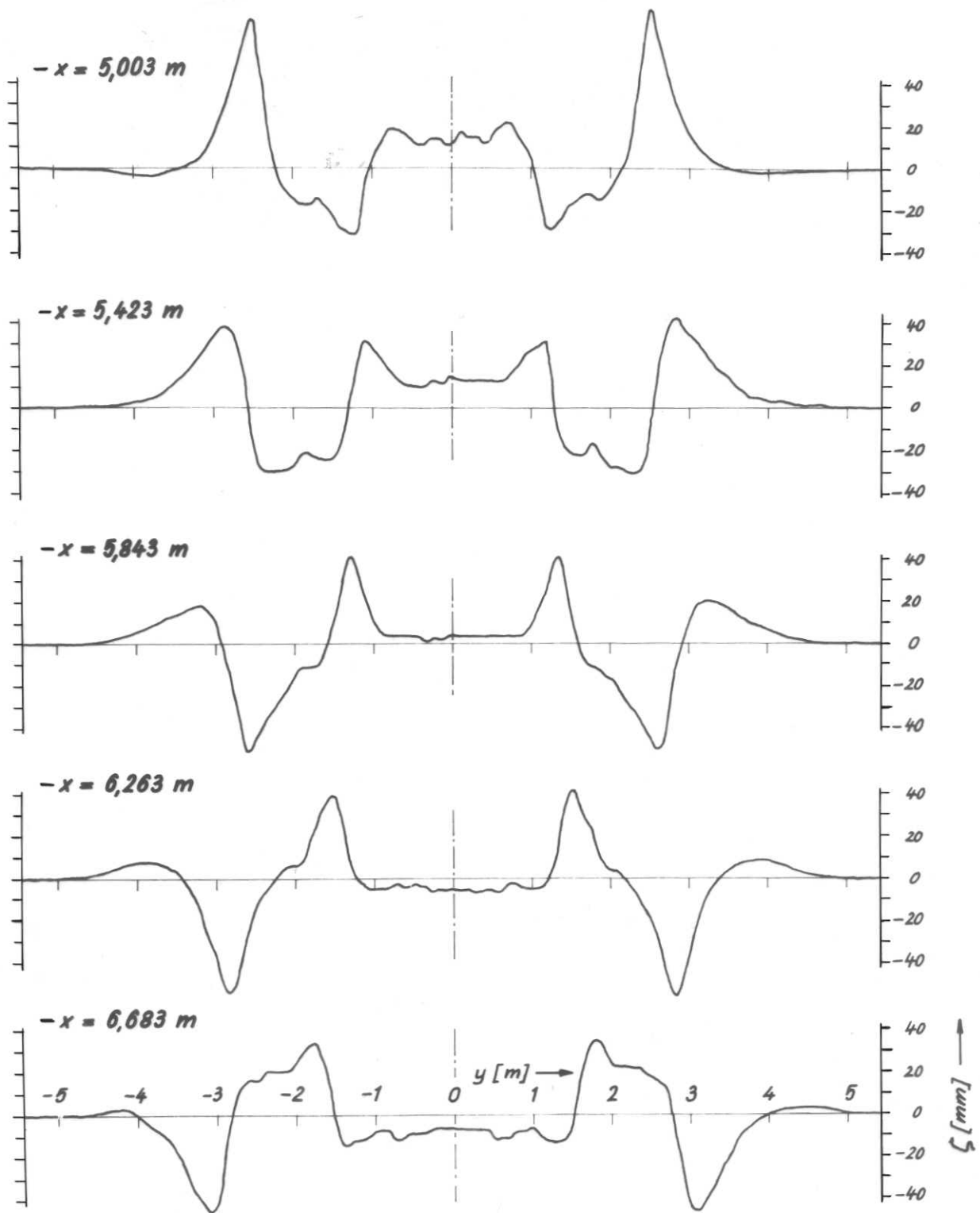
$V = 1,996 \text{ m/s}$
 $b = 10,857 \text{ m}$
 $Fr = 0,3187$
 $y_0 = 4,923$
 $K_{ob} = 26,72$

Abb. 3.26 i



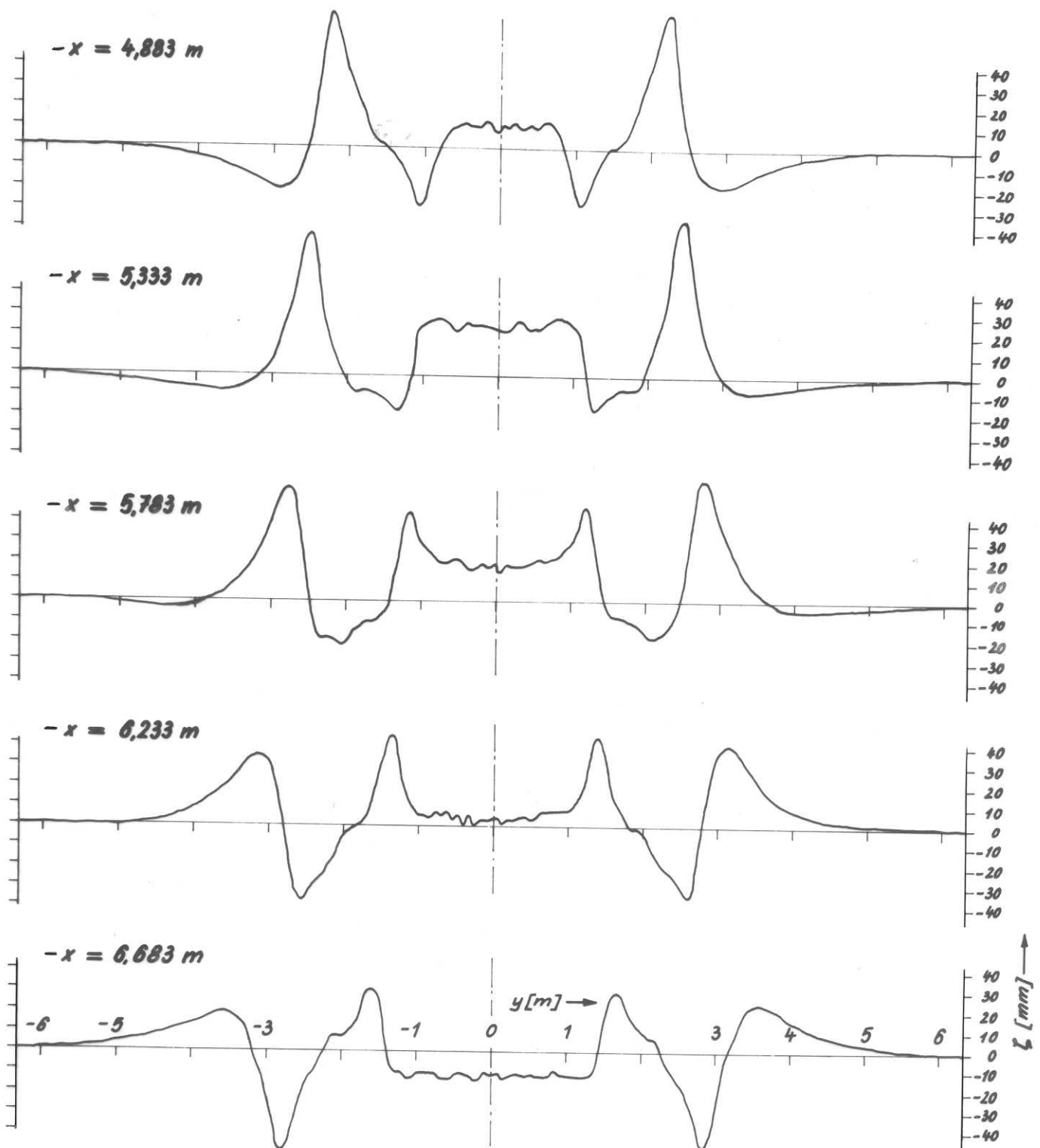
$V = 2,089 \text{ m/s}$
 $b = 18,096 \text{ m}$
 $y_0 = 4,494$
 $Fr = 0,3335$
 $K_0 b = 40,60$

Abb. 3.26 j



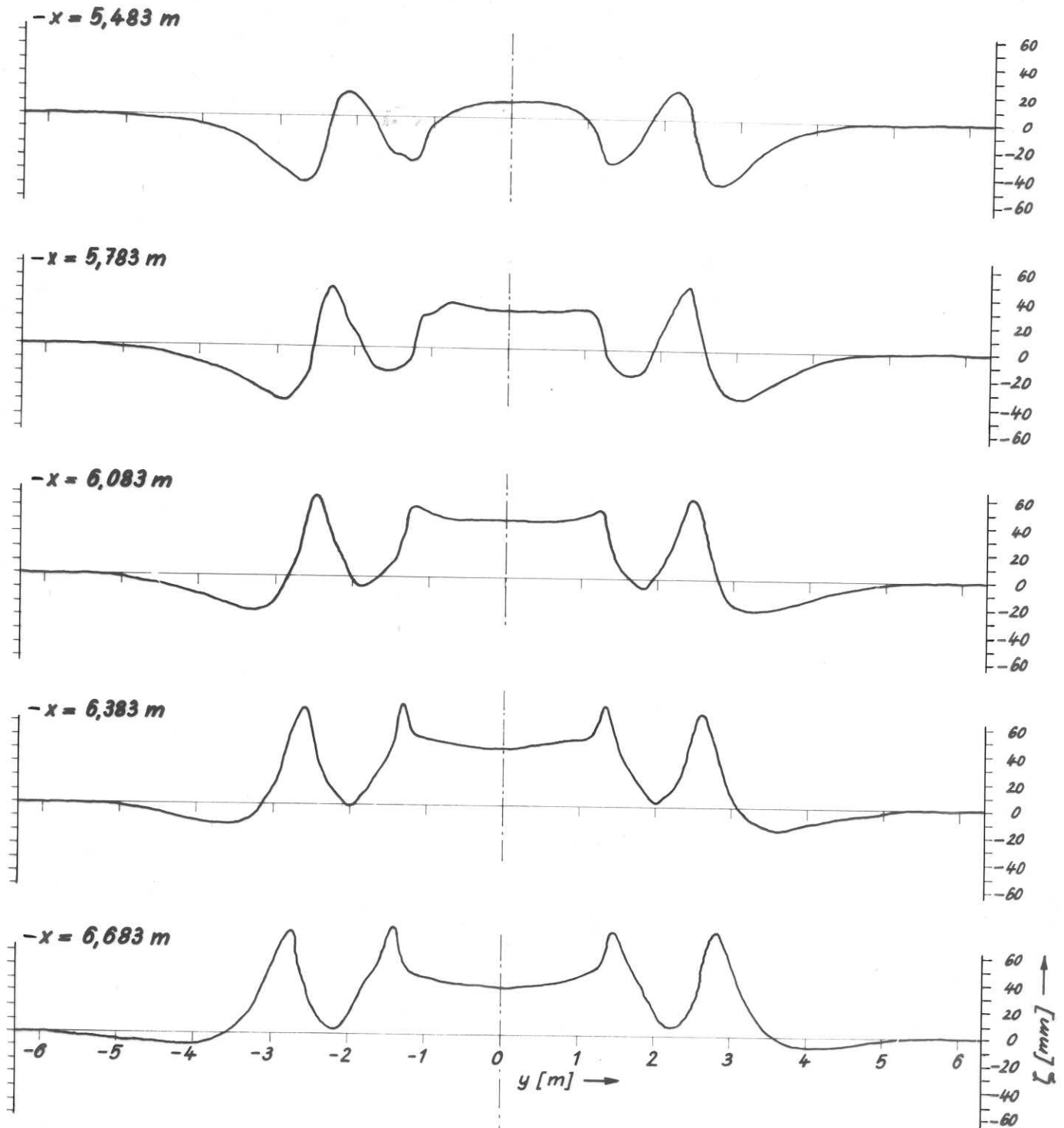
$V = 2,198 \text{ m/s}$
 $b = 10,857 \text{ m}$
 $Fr = 0,3509$
 $\gamma_0 = 4,060$
 $K_0 b = 22,04$

Abb. 3.26 k



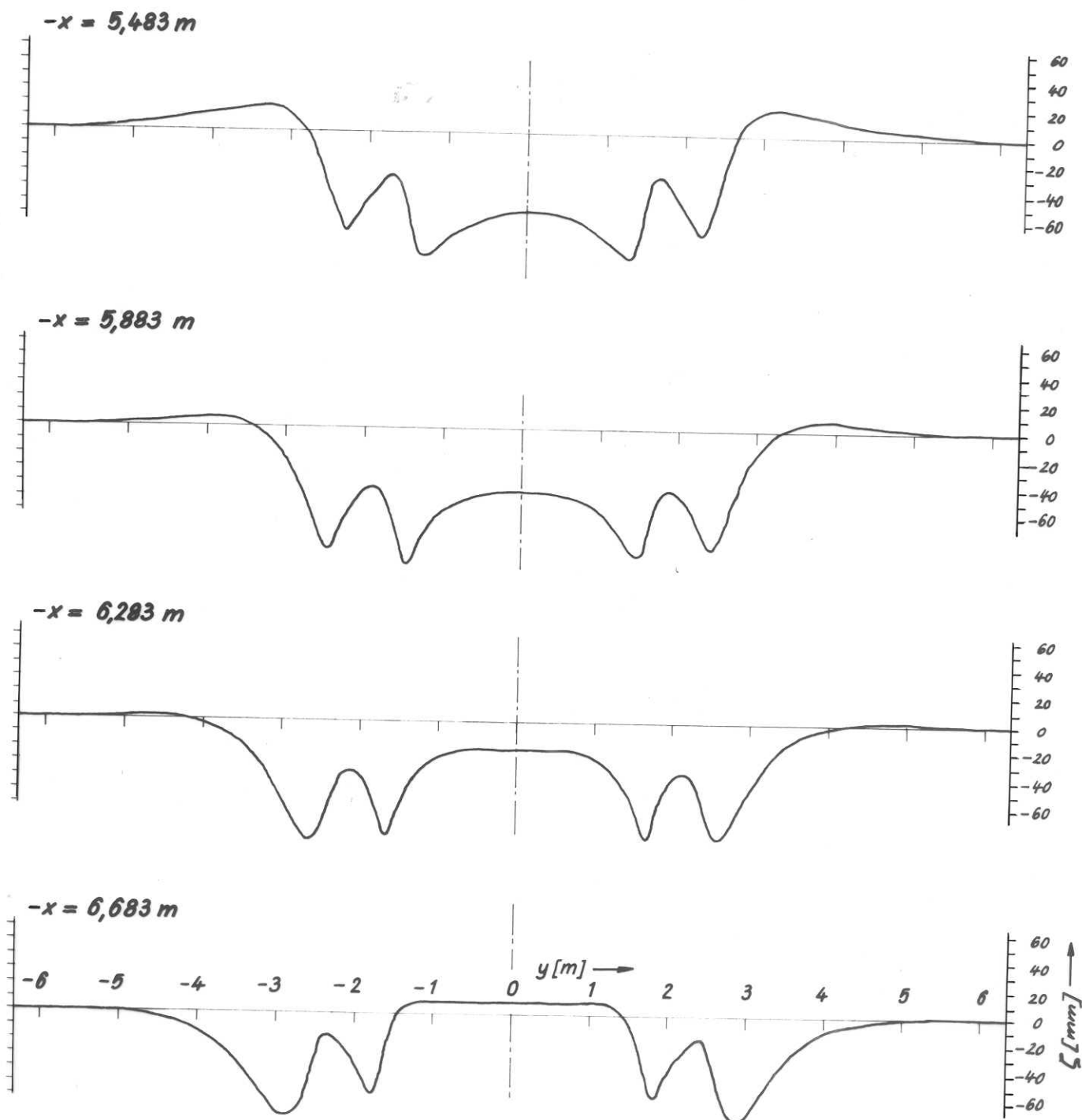
$V = 2,300 \text{ m/s}$
 $b = 12,667 \text{ m}$
 $Fr = 0,3672$
 $y_0 = 3,708$
 $K_{ob} = 23,48$

Abb. 3.26 1



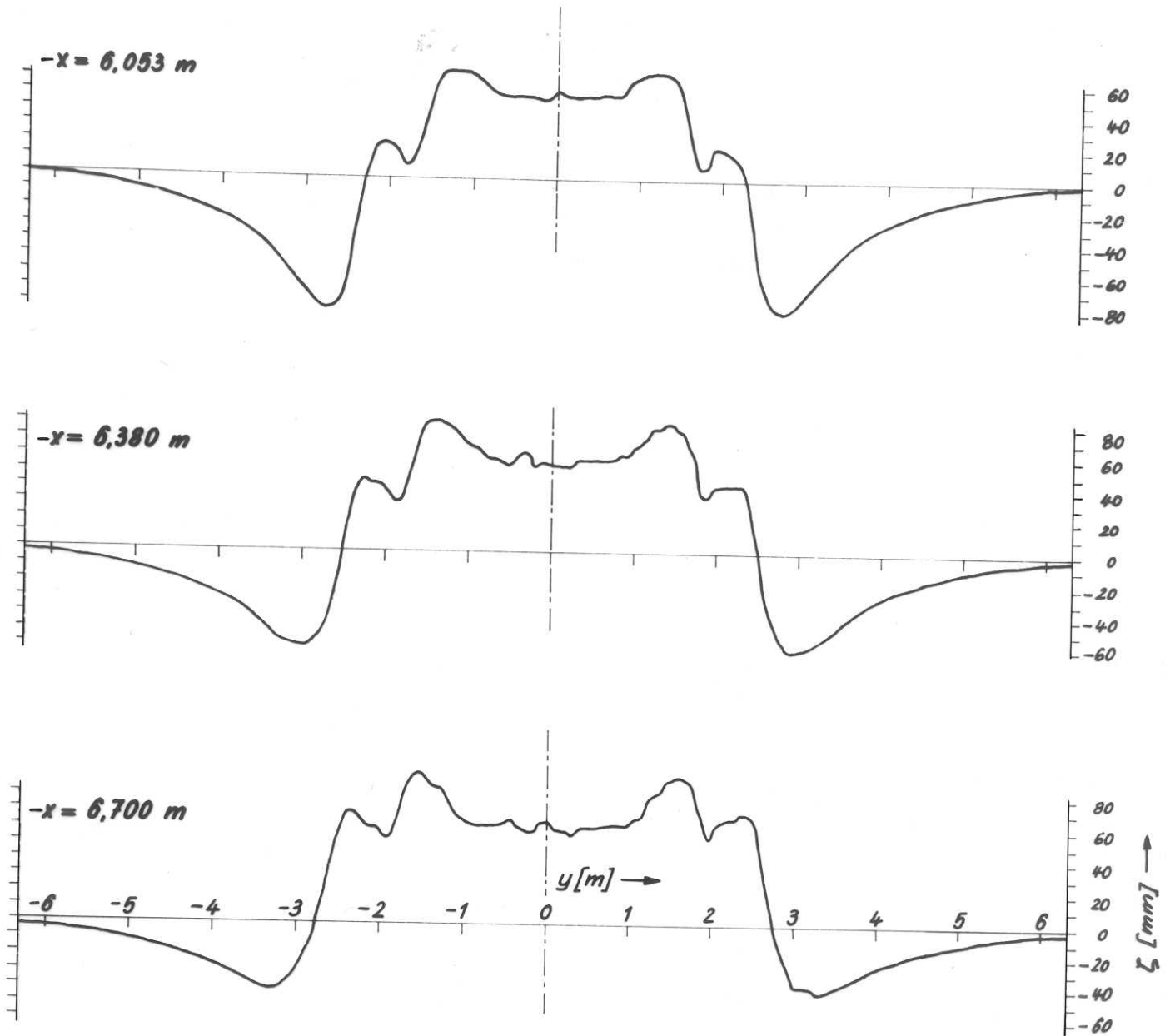
$V = 2,501 \text{ m/s}$
 $b = 12,667 \text{ m}$
 $Fr = 0,3993$
 $\gamma_0 = 3,136$
 $K_{0b} = 19,86$

Abb. 3.26 m



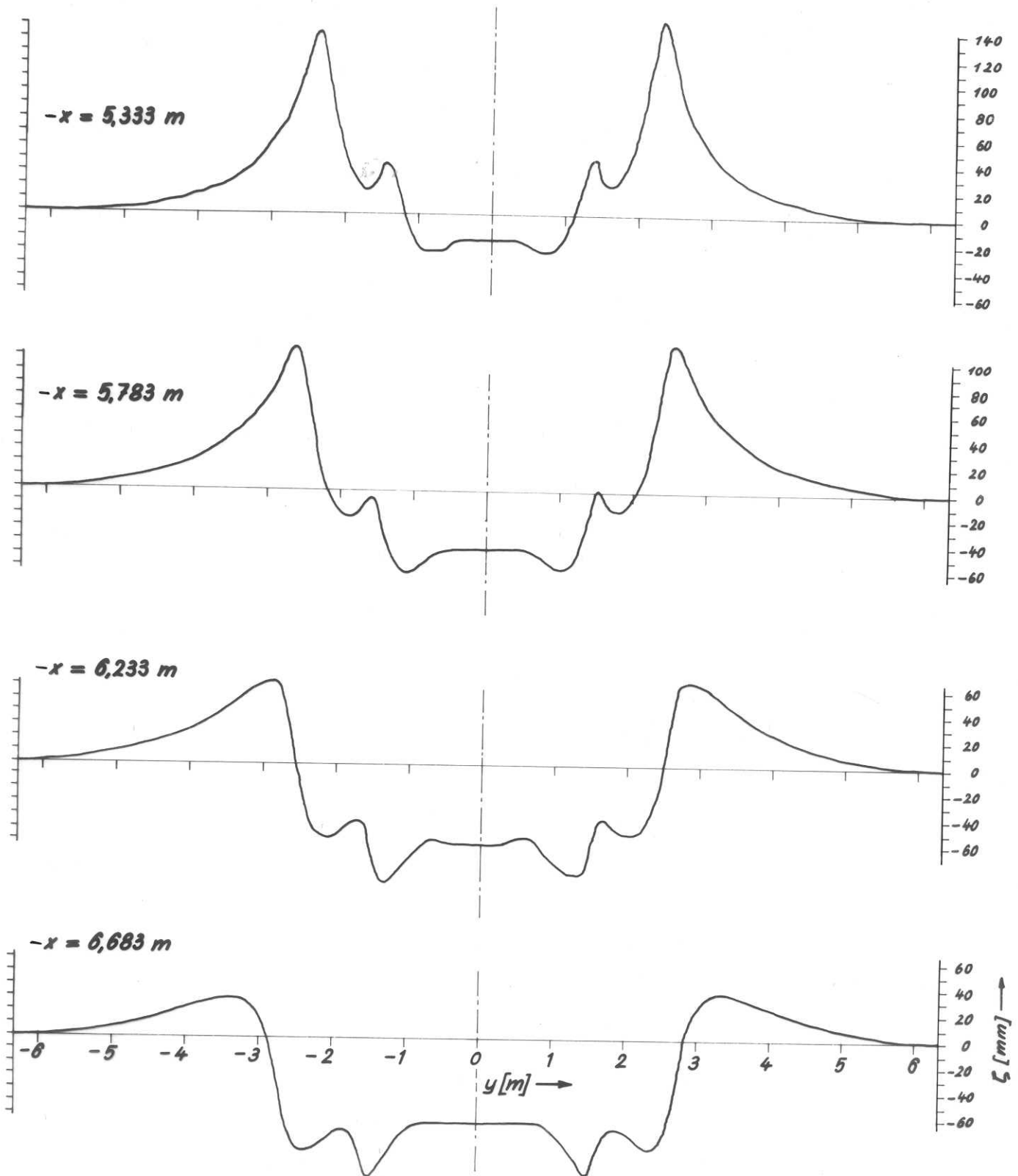
$V = 2,780 \text{ m/s}$
 $b = 12,667 \text{ m}$
 $Fr = 0,4439$
 $\gamma_0 = 2,538$
 $K_{ob} = 16,07$

Abb. 3.26 n



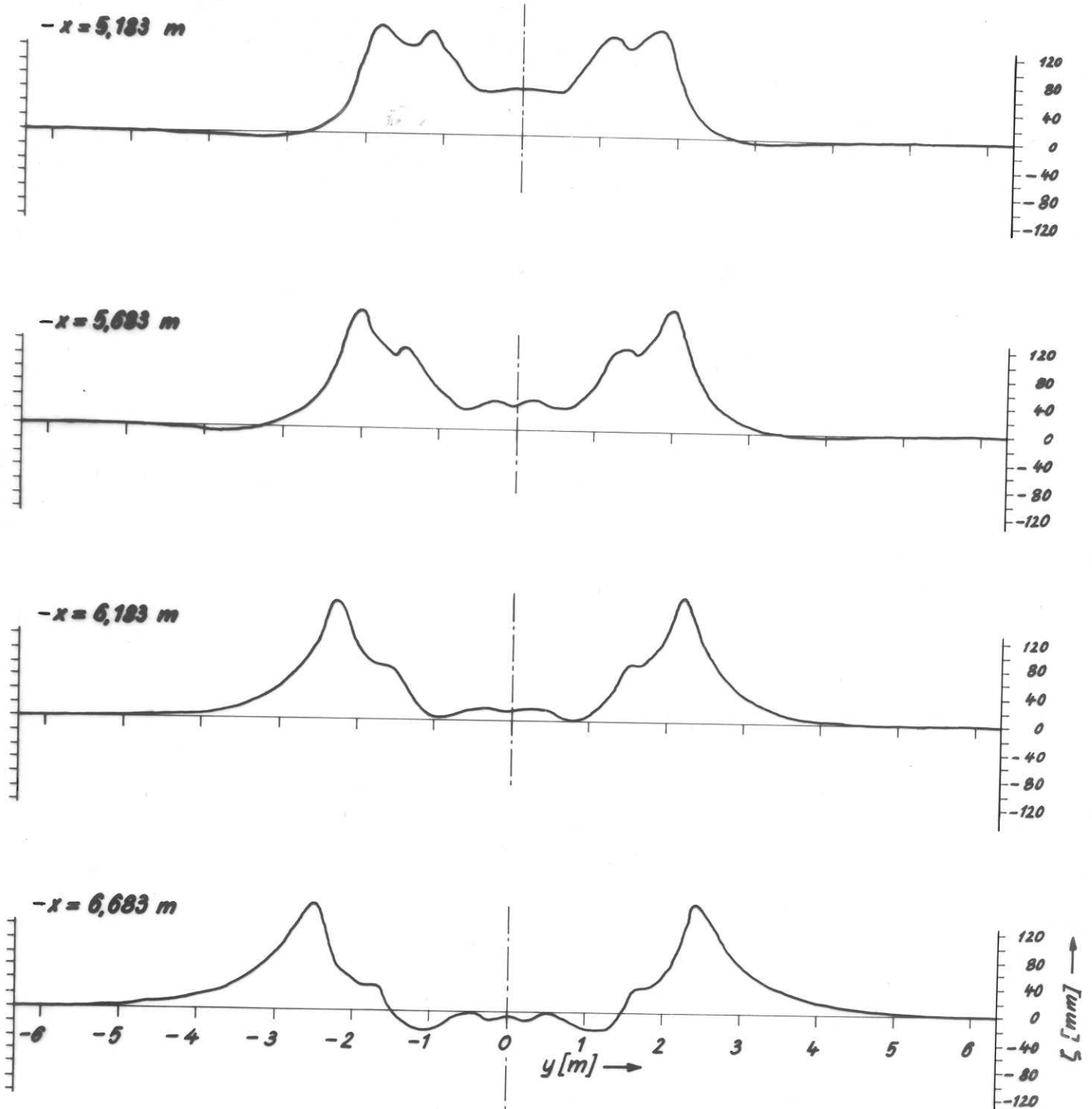
$V = 3.099 \text{ m/s}$
 $b = 18.096 \text{ m}$
 $Fr = 0.4948$
 $y_0 = 2.041$
 $K.b = 18.46$

Abb. 3.26 o



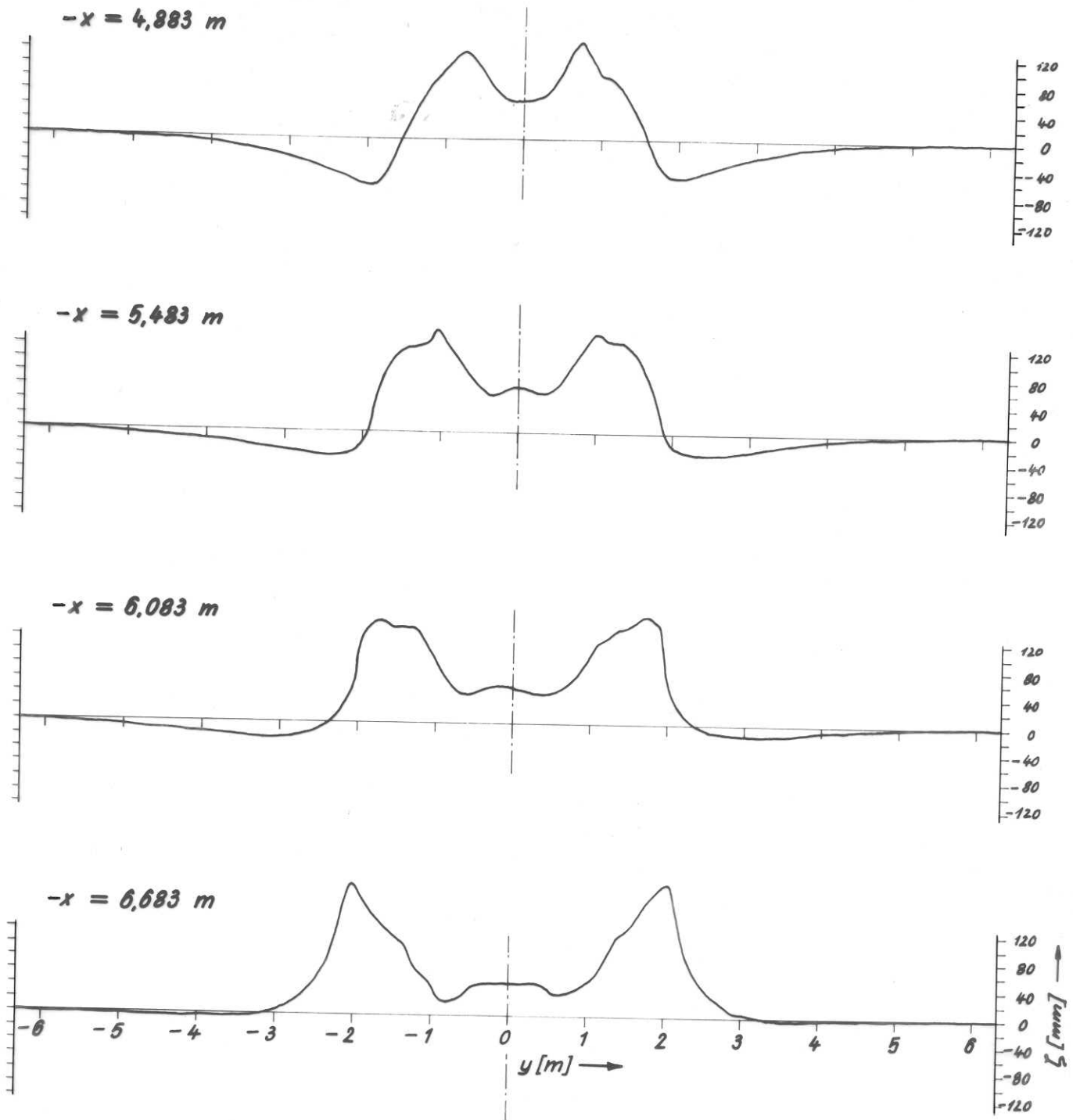
$V = 3,100 \text{ m/s}$
 $b = 12,667 \text{ m}$
 $Fr = 0,4950$
 $y_0 = 2,042$
 $K_{ob} = 12,93$

Abb. 3.26 p



$$\begin{aligned} V &= 3.478 \text{ m/s} \\ b &= 12.667 \text{ m} \\ Fr &= 0.5553 \\ y_0 &= 1.621 \\ K \cdot b &= 10.27 \end{aligned}$$

Abb. 3.26 q



$V = 3,920$ m/s
 $b = 12,667$ m
 $Fr = 0,6259$
 $\rho = 1,276$
 $K \cdot b = 8,084$

Abb. 3.26 r

Abb. 3.26 (a ÷ r). Elektroakustisch aufgenommene Wellenschnitte.

3.4. Auswertung der Versuchsergebnisse

3.4.1. Geosimanalyse

a. Ziel: Der Zweck der Geosimanalyse ist ganz allgemein die experimentelle Untersuchung des Maßstabs**ab**einflusses auf verschiedene hydrodynamische Vorgänge. Beschränkt man sich auf das Widerstands**pr**oblem, so läßt sich diese Aufgabe mit Hilfe der Dimensionsanalyse dahingehend präzisieren, daß man nur den Einfluß der Reynoldszahl Re auf den Widerstandsbeiwert C_t zu untersuchen hat, vgl. Abschnitt 1.4.2. Entsprechend unserer Aufgabenstellung, die die Wechselwirkung zwischen Zähigkeits- und Wellenwiderstand in den Mittelpunkt stellt, wurde hier durch die Anwendung der Geosimanalyse insbesondere folgendes bezweckt: 1) Ermittlung der quantitativen Abhängigkeit der Umrechnungsfunktion $\partial C_t / \partial Re$ (vgl. Abschnitt 1.4.2a) von der Modellform und der Froudezahl, 2) Aufspaltung der gemessenen C_t -Werte in die virtuellen Reynoldsz**s** und Froudeanteile: C_{Re} bzw. C_{Fr} nach Abschnitt 1.3.4.

Zur obigen Frage 1) ist ergänzend noch mitzuteilen, daß hier nur die gemessenen C_t -Werte zweier Geosimmodelle einer einzigen Modellform (Inuid S 201) für die Analyse zur Verfügung standen. Diese Frage konnte daher nur aufgrund des linearen Ansatzes von NEVITT (1959) und YOKOO (1960) untersucht werden, vgl. Abschnitt 1.5.1a (Tafel 1.3). Sie vereinfacht sich damit zur Ermittlung der Variation des "Formfaktors" mit der Froudezahl.

Die Ermittlung der Widerstandsanteile C_{Re} und C_{Fr} war wichtig, nicht nur um die Brauchbarkeit verschiedener Modellhypothesen (Abschnitt 1.5.1a) zu prüfen, sondern auch um geeignete Vergleichsgrößen für das Ergebnis der Nachstrom- und Wellenanalyse, $\tilde{C}_v$ bzw. $\tilde{C}_w$, zu erhalten.

b. Datenvorarbeitung: Als die wesentliche Voraussetzung einer sachgemäßen Geosimanalyse ist die strikte Erfüllung der Ähnlichkeitsbedingung hervorzugeben, wobei diese, wie schon mehrfach erwähnt, nicht nur die nominelle Modellform, sondern auch alle anderen Parameter betrifft, insofern sie den Widerstand beeinflussen. (Die jeweils zum Vergleich herangezogenen C_t -Werte dürfen sich lediglich in der Reynoldszahl unterscheiden). Wir haben diese Forderung z.B. bei der Wahl unserer Turbulenzerreger (Abschnitt 3.1.2c) und der Modellführung (Abschnitt 3.1.3) berücksichtigt. Aus technischen Gründen ließ sich jedoch die geometrische Ähnlichkeit des Tankquerschnitts im Verhältnis zum Modell bei verschiedenen Versuchen nicht verwirklichen.

Ebenso mußten die Geosimmessungen zum Teil bei verschiedenen Temperaturen durchgeführt werden, vgl. Abschnitt 3.3.1 (Tafel 3.1). Die Konstanz der Temperatur bei Geosimversuchen ist zwar nicht notwendig, weil der Einfluß der Temperatur über die Reynoldszahl richtig berücksichtigt werden kann. Es ist jedoch bequemer, wenn C_t -Werte bei einer konstanten Normtemperatur verglichen werden, zumal wenn nicht die ursprünglichen (mehr oder minder gewissen Zufallsschwankungen unterworfenen) Meßdaten, sondern (wie hier) graphisch interpolierte Mittelwerte analysiert werden sollen.

Aus diesem Grunde wurden die gemessenen C_t -Werte sowohl des kleinen Tokyoer Modells nach INUI (1957, S 276- 277) als auch des großen Hamburger Modells (vgl. Abschnitt 3.1.3) zuerst für Temperatur- und Tankwandeinfluß korrigiert. Der eigentlichen Geosimanalyse wurden korrigierte Werte zugrundegelegt, die für seitlich- und der Tiefe nach unbeschränkte Flüssigkeit bei einer Normtemperatur von $t = 15^{\circ} \text{C}$ gelten. Im folgenden sei unser Korrekturverfahren kurz wiedergegeben. Da es sich nur um relativ kleine Korrekturen handelt,

ist es zweckmäßig und statthaft, den Gesamtwiderstand für diesen Zweck näherungsweise als die Summe des lineartheoretischen Wellenwiderstandes R_W^I und des Zähigkeitswiderstandes R_V anzusehen.

Der Temperatur- und Tankwandeinfluß auf den Wellenwiderstand kann theoretisch abgeschätzt werden. Der erste besteht lediglich in der Veränderung der Wasserdichte ρ . In dem hier vorliegenden Schwankungsbereich der Temperatur, ist die Veränderung der Wasserdichte, wie die folgenden Standardwerte für Tankwasser zeigen:

t = 10	15	20	25	°C ,
$\rho = 101,90$	$101,80$	$101,70$	$101,60$	$\text{kp s}^2/\text{m}^4$,

kleiner als 0,3 % und kann im Rahmen der erzielten Meßgenauigkeit (vgl. Abschnitt 3.2.3) vernachlässigt werden. Der Einfluß des rechteckigen Tankquerschnitts auf den Wellenwiderstand wurde theoretisch untersucht, indem der Beiwert C_W^I für das Inuid S 201 für sechs Kombinationen der Tankbreite b und Wassertiefe H über den Geschwindigkeitsbereich $1 \leq \gamma_0 \leq 15$ errechnet wurde *). Ein Auszug der Rechenergebnisse ist in Tafel 3.7 wiedergegeben. Darin ent-

*) Diese Ergebnisse beruhen auf einem von Frau Dr. Kirsch im Institut für Schiffbau der Universität Hamburg ausgearbeiteten Rechenprogramm für die Rechenmaschine IBM 650. Die zugrunde liegenden Formeln sind angegeben in einer Arbeit von KIRSCH (1962, S 123).

~~SPRICHT DER~~ Fall (1) der unbeschränkten Flüssigkeit: $H = b = \infty$. Der Fall (2) ist ein gedachter Fall der seitlichen Beschränkung in unendlich tiefem Wasser: $H = \infty$. Fall (3)

Fall	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
L/B	0	0,200	0,500	0,222	0,400	0,800
L/H	0	0	0,729	0,696	1,600	1,600
$\gamma_0 = \frac{gL}{2V^2}$	$10^3 \left[C_{WQ}^{I'} = R_{WQ}^{I'} / \frac{g}{2} V^2 (4B)^2 \right]$					
1	4,001	4,001	4,028	4,003	4,197	4,380
2	5,853	5,852	5,873	5,846	5,986	6,171
3,	3,897	3,896	3,896	3,893	3,913	4,016
4	1,582	1,581	1,580	1,549	1,494	1,610
5	2,282	2,281	2,278	2,231	2,270	2,283
6	2,473	2,472	2,472	2,463	2,471	2,471
7	1,195	1,194	1,193	1,182	1,182	1,187
8	1,289	1,289	1,278	1,229	1,287	1,287
9	1,680	1,680	1,677	1,672	1,678	1,679
10	0,950	0,949	0,949	0,940	0,948	0,950
11	0,820	0,820	0,819	0,812	0,818	0,819
12	1,180	1,179	1,178	1,106	1,178	1,179
13	0,774	0,774	0,773	0,756	0,746	0,746
14	0,565	0,564	0,563	0,446	0,561	0,563
15	0,846	0,846	0,844	0,835	0,844	0,845

b = Tankbreite H = Wassertiefe L = Modelllänge
 B = Quellintensitätsparameter ($a_1 L/4$)

Tafel 3.7. Theoretischer Wellenwiderstand des Inuids S 201
 für verschiedene Tankbreiten und Wassertiefen

Tafel 3.7. Tankwand- und Tankboden einfluß auf den
 lineartheoretischen Wellenwiderstand von S 201 .

entspricht dem Versuchszustand des Tokyoer Modells S 201 nach Angaben von INUI (1957, S 284). Die übrigen Fälle (4) bis (6) stellen die Versuchsbedingungen in Hamburg dar, vgl. Abschnitt 3.3.1 (Tafel 3.1). Dabei ist Fall (5) auch nur ein gedachter Fall, und zwar ein Versuch, den Einfluß des seitlichen "Strandes" im kleinen Schlepptank der HSVA (vgl. z.B. Abb. 3.10 im Abschnitt 3.2.6b) näherungsweise durch die Annahme einer größeren effektiven Tankbreite abzuschätzen! Obwohl diese Rechnungen stellenweise einen fast unerklärlichen lokalen Einfluß des Tankquerschnittes auf den theoretischen Wellenwiderstand ergaben, mußte aus der allgemeinen Tendenz der Ergebnisse in Tafel 3.7 gefolgert werden, daß dieser Einfluß bei den vorliegenden Versuchsbedingungen durchweg vernachlässigbar klein war.

Der Temperatur- und Tankwandeinfluß auf den Zähigkeitswiderstand wurde empirisch behandelt, und zwar nach dem einfachen Ansatz:

$$(3.4.1) \quad C_v = k \, r_o \, C_{fo}.$$

Für die praktische Berechnung der Korrektur ΔC_v wurde die Plattenreibungslinie C_{fo} nach HUGHES (1954, S 326) angesetzt:

$$(3.4.2) \quad C_{fo} = 1,328 \, Re^{-0,5} + 0,014 \, Re^{-0,114}.$$

Der auf diese Reibungslinie bezogene Formfaktor r_o in unbeschränkter Flüssigkeit wurde für das Inuid S 201 aufgrund der Widerstandsversuche am Spiegelmodell (vgl. Abschnitt 3.3.1b) mit 1,17 angenommen. Der Korrekturfaktor k für den Einfluß des endlichen Tankquerschnittes wurde nach einer von INUI (1957, S 226) zitierten empirischen Formel abge-

schätzt:

$$(3.4.3) \quad k = 1 + 3,0985 k_a + 10,928 k_a^2.$$

Darin ist k_a das Verhältnis der Modellhauptspantfläche zur Tankquerschnittsfläche. Daraus ergeben sich die Werte: $k_a = 0,003486$, $k = 1,0109$ für die Tokyoer Messung nach Angaben von INUI (1957, S 284). Die zugehörigen Werte für die Hamburger Messungen sind in Tafel 3.1 (Abschnitt 3.3.1a) enthalten. Daraus ist ersichtlich, daß es sich hier wirklich nur um sehr kleine Korrekturen handelt. Nach den vorhergehenden Überlegungen wurde die Korrektur ΔC_v gleich der Gesamtkorrektur angenommen, d.h.

$$\Delta C_t = \Delta C_v.$$

c. Analyse: Die auf den einheitlichen Normzustand korrigierten C_t -Werte beider Geosimmodelle wurden in großem Maßstab über der Froudezahl bzw. über dem Parameter γ_0 aufgetragen und ~~daher~~ mittlere Kurven angenähert, um die zufallsbedingten Streuungen auszugleichen. Aus diesen gemittelten C_t -Werten wurde schließlich der variable "Formfaktor" nach dem Ansatz von NEVITT (1959) und YOKOO (1960) berechnet:

$$(3.4.4) \quad r(f, Fr) = \frac{C_t(f, Fr, Re_1) - C_t(f, Fr, Re_2)}{C_{fo}(Re_1) - C_{fo}(Re_2)},$$

vgl. Abschnitt 1.5.1a, Tafel 1.3, Zeile (7). Die für diese Rechnung an 35 Punkten *) graphisch interpolierten C_t -Werte sind zusammen mit den zugehörigen Reynoldszahlen in nebenstehender Tafel 3.8 zusammengestellt. Daraus können leicht

*) Die Verteilung dieser Punkte ist mit Absicht linear in γ_0 gewählt, weil auf diese Weise der oszillierende Einfluß der Wellenbildung recht gleichmäßig erfaßt wird. Eine lineare Verteilung in Fr würde beispielsweise zu einer Überbewertung des Einflusses des letzten "trumps" führen, vgl. z.B. Abb. 3.16 im Abschnitt 3.3.1.

Nr.	$\gamma_o =$	$Fr =$	$C_t' = \frac{R_t}{\frac{g}{2} V^2 (4B)^2}$		$(t = 15^\circ C)$ $10^{-6} Re = 10^{-6} \frac{VL}{\nu}$		$\frac{r}{1,18}$ nach Gln. (3.4.4)
	$\frac{gL}{2V^2}$	$\frac{V}{\sqrt{gL}}$	TOKYO L=1,75m	HAMBURG L=4,00m	TOKYO L=1,75m	HAMBURG L=4,00m	
1	1,0	0,707	43,8	40,5	4,50	15,55	1,30
2	1,5	0,577	55,3	50,6	3,67	12,69	1,75
3	2,0	0,500	57,8	54,2	3,18	11,00	1,32
4	2,5	0,447	49,95	47,25	2,85	9,83	0,95
5	3,0	0,408	37,80	34,60	2,60	8,97	1,08
6	3,5	0,378	30,18	26,21	2,41	8,31	1,31
7	4,0	0,354	27,70	25,25	2,25	7,79	0,80
8	4,5	0,333	29,94	27,37	2,12	7,32	0,82
9	5,0	0,316	30,78	27,23	2,01	6,95	1,11
10	5,5	0,302	28,45	24,10	1,92	6,64	1,34
11	6,0	0,289	24,55	20,75	1,84	6,36	1,15
12	6,5	0,277	21,79	18,55	1,76	6,09	0,98
13	7,0	0,267	21,50	18,01	1,70	5,87	1,04
14	7,5	0,258	22,45	18,78	1,64	5,67	1,06
15	8,0	0,250	22,70	18,95	1,59	5,50	1,08
16	8,5	0,243	21,80	18,10	1,55	5,34	1,07
17	9,0	0,236	20,55	17,00	1,50	5,19	1,01
18	9,5	0,229	19,63	16,10	1,46	5,04	1,00
19	10,0	0,224	19,15	15,65	1,43	4,93	0,97
20	10,5	0,218	18,90	15,60	1,39	4,79	0,91
21	11,0	0,213	18,60	15,70	1,36	4,68	0,80
22	11,5	0,209	18,45	15,56	1,33	4,60	0,80
23	12,0	0,204	18,33	15,15	1,30	4,49	0,87
24	12,5	0,200	18,20	14,74	1,27	4,40	0,94
25	13,0	0,196	18,10	14,50	1,25	4,31	0,95
26	13,5	0,192	18,00	14,25	1,22	4,22	0,97
27	14,0	0,189	17,85	14,10	1,20	4,16	0,99
28	14,5	0,186	17,75	13,90	1,18	4,09	1,01
29	15,0	0,183	17,68	13,80	1,16	4,03	1,02
30	15,5	0,180	17,70	13,81	1,15	3,96	1,01
31	16,0	0,177	17,65	13,75	1,13	3,89	1,00
32	19,5	0,160	17,50	13,50	1,02	3,52	1,00
33	25,5	0,140	17,52	13,42	0,89	3,08	0,98
34	34,7	0,120	17,80	13,55	0,76	2,64	0,96
35	50,0	0,100	-	13,90	0,64	2,20	-

Mittelwert aus Zeilen 4 bis 31: $\bar{r}/1,18 = 1,002 \pm 0,128$

Tafel 3.8. Ergebnis der Geosimanalyse: Variation des Formfaktors

die auf eine beliebige Reibungslinie C_{fo} bezogenen Werte des Formfaktors errechnet werden. Tafel 3.8 selbst enthält lediglich die auf die Hughessche Reibungslinie, Gln. (3.4.2), bezogenen r -Werte. In Übereinstimmung mit früheren Ergebnissen, zeigen diese W -Werte eine erhebliche relative Schwankung. Wenn man den Bereich der höchsten Geschwindigkeit ($\gamma_0 < 2,5$) wegen der im Abschnitt 3.3.1a (vgl. Abb. 3.16) erwähnten unerklärlichen Diskrepanz zwischen den Restwiderstandskurven ausklammert, so ergeben die 25 Punkte in dem Bereich $\gamma_0 = 2,5$ (0,5) 16,0 einen Mittelwert $\bar{r} = 1,18$. Der quadratische Mittelwert der Schwankung beträgt $\pm 0,15$ oder etwa 13 %.

d. Ergebnis: unsere Geosimanalyse ergibt für das Inuid S 201 im untersuchten Fr-Bereich einen variablen "Formfaktor" $r = 1,18 \pm 0,15$. Da dieser Wert nach Gln. (3.4.4) als Quotient von kleinen Differenzen empfindlicher Meßgrößen gebildet wird, muß damit gerechnet werden, daß ein nicht unerheblicher Teil der festgestellten Schwankungen auf Meßungenauigkeiten zurückzuführen ist. Es ist dennoch sicher, daß die große Schwankung hauptsächlich einen echten physikalischen Effekt widerspiegelt, und zwar die gesuchte Wechselwirkung, vgl. auch Abschnitt 3.4.4.

Im Sinne der ausgleichenden Geosimanalyse von Abschnitt 1.3.4 bzw. 1.5.1a können wir den virtuellen Reynoldswiderstand des Inuids S 201 mit Hilfe der Hughesschen Reibungslinie darstellen, und zwar als $C_{Re} = 1,18 C_{fo}$. Damit ist definitionsgemäß auch der virtuelle Froudewiderstand $C_{Fr} = C_t - C_{Re}$ gefunden, wobei gegebenenfalls der Mittelwert aus verschiedenen Geosimmodellen zu nehmen ist. Die C_{Fr} -Kurve liegt zunächst nur graphisch bzw. in Tabellenform vor.

3.4.2. Nachstromanalyse

a. Auswertung: Die im Abschnitt 3.3.3. zusammengestellten Ergebnisse der Nachstrommessung wurden nach den im Kapitel 2.2 abgeleiteten "Formeln für die Nachstromanalyse in Anwesenheit einer freien Oberfläche" ausgewertet. Das Ziel dieser Analyse war die Ermittlung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes nach den Formeln von Betz und Jones: $\tilde{R}_V^{Bx}$ bzw. $\tilde{R}_V^{Jx}$. Der Gang dieser Rechnung sei im folgenden kurz erläutert. Nach den Formeln von Abschnitt 2.2.2 (vgl. Tafel 2.2) Zeilen 4 und 6) erscheinen die gesuchten Größen $\tilde{R}_V^{Bx}$ und $\tilde{R}_V^{Jx}$ als Integrale über dem Schnittbereich $B(N)$ des Nachstromgebietes N mit der Meßebene B . Es wurden daher zunächst die folgenden Integranden berechnet:

$$(3.4.5a) \quad \tilde{M}^{Bx} = 2(H_0 - H_x) - 2\sqrt{H_0 - P_0} \left[\sqrt{H_0 - P} - \sqrt{H_x - P} \right],$$

$$(3.4.5b) \quad \tilde{M}^{Jx} = 2\sqrt{H_x - P} (\sqrt{H_0 - P_0} - \sqrt{H_x - P_0}).$$

Die für diese Rechnung notwendigen Größen wurden nach Abschnitt 3.3.3 den Tafeln 3.4 (1 bis 8) entnommen. Aus den Integranden wurden durch numerische Integration nach der Simpsonschen Regel erst die einfachen Zwischenintegrale $\tilde{N}$ und schließlich die gesuchten Doppelintegrale $\tilde{R}_V$ gebildet:

$$(3.4.6a) \quad \tilde{R}_V^{Bx} = \gamma \int_{B(N)} \tilde{N}^{Bx} dy = \gamma \iint_{B(N)} \tilde{M}^{Bx} dz dy,$$

$$(3.4.6b) \quad \tilde{R}_V^{Jx} = \gamma \int_{B(N)} \tilde{N}^{Jx} dy = \gamma \iint_{B(N)} \tilde{M}^{Jx} dz dy.$$

Es läßt sich leicht verifizieren, daß die Gln. (3.4.5/6)

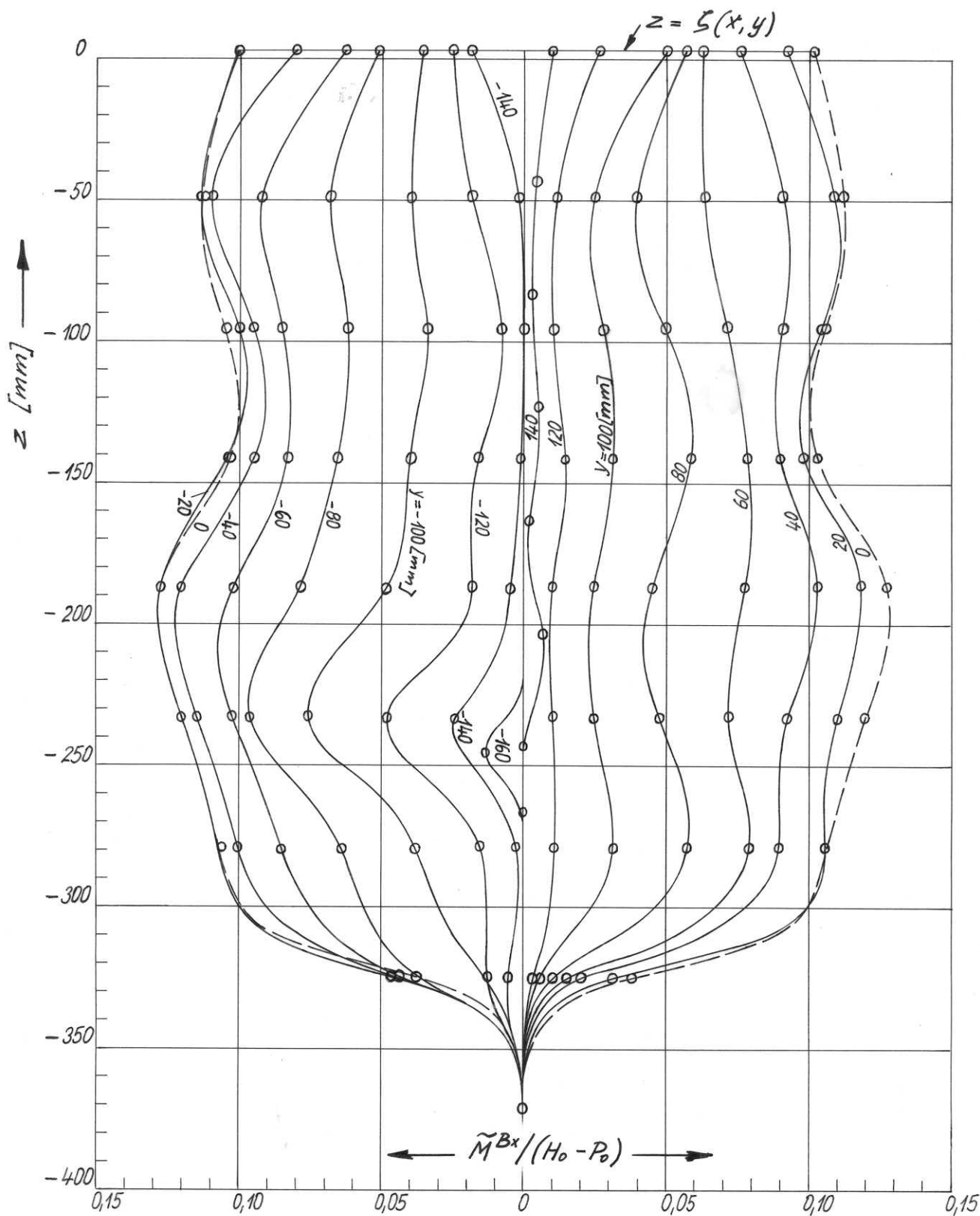
mit den entsprechenden Formeln in Tafel 2.2 identisch sind, wenn man bedenkt, daß sich die im Kapitel 2.2 verwendeten Drücke h und p , vgl. Gln. (2.2.1), von den hier auftretenden H bzw. P um einen konstanten Faktor qg unterscheiden, vgl. auch Abschnitt 1.5.1b, Gln. (1.5.9). Es wurden ferner das Integral des Gesamtdruckverlustes $\tilde{R}_1$ und ein auch vom statischen Druck abhängiges "Korrekturglied" $\tilde{R}_2$ ausgewertet:

$$(3.4.7a) \quad \tilde{R}_1 = 2\gamma \iint_{B(N)} (H_0 - H_x) dz dy ;$$

$$(3.4.7b) \quad \tilde{R}_2 = 2\gamma \sqrt{H_0 - P_0} \iint_{B(N)} (\sqrt{H_0 - P} - \sqrt{H_x - P}) dz dy .$$

Offensichtlich gilt: $\tilde{R}_v^{Bx} = \tilde{R}_1 - \tilde{R}_2$. Aber der Term $\tilde{R}_2$ hat auch eine eigene anschauliche Bedeutung. Denn er ist bis auf den konstanten Faktor qV identisch mit der Ergiebigkeit Q^{Bx} der Betzschen Quelle, die wir im Abschnitt 2.2.1c als theoretisches Anwendbarkeitskriterium für die Betzsche Formel eingeführt haben, vgl. Gln. (2.2.6).

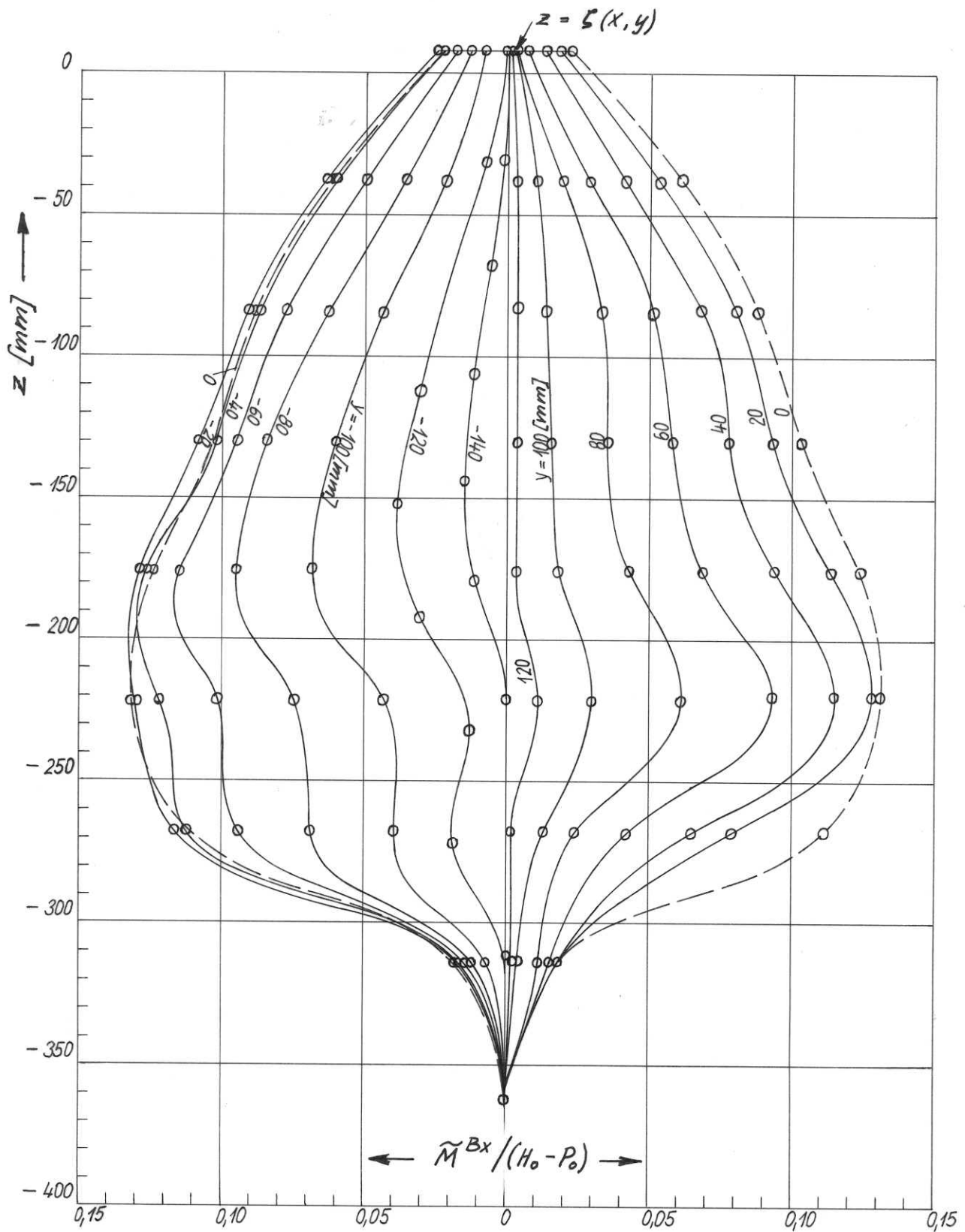
Auch die Zwischengrößen $\tilde{M}$ und $\tilde{N}$ haben eine einfache anschauliche Bedeutung, indem sie die Verteilung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes $\tilde{R}_v$ im Nachstrom widerspiegeln. Sie können daher zur detaillierten Untersuchung der Abhängigkeit des Nachstroms von Modellform und -geschwindigkeit herangezogen werden. Beispielsweise ist in den nebenstehenden Abb. 3.27 (a bis c) der Verlauf der Größe $\tilde{M}$ über der Meßebene ($x = x_B$) für drei verschiedene Fälle wiedergegeben. Dabei ist die Größe $\tilde{M}$ auf den Staudruck der Anströmung ($H_0 - P_0$) bezogen, um einen numerischen Vergleich bei verschiedenen Geschwindigkeiten zu erleichtern. Wir können Gln. (3.4.6) auch umschreiben als:



Fall (4); $V = 1,400 \text{ m/s}$; $Fr = 0,223$; $Re = 5,10 \cdot 10^6$; $(x + \frac{L}{2}) = -3,0 \text{ m}$

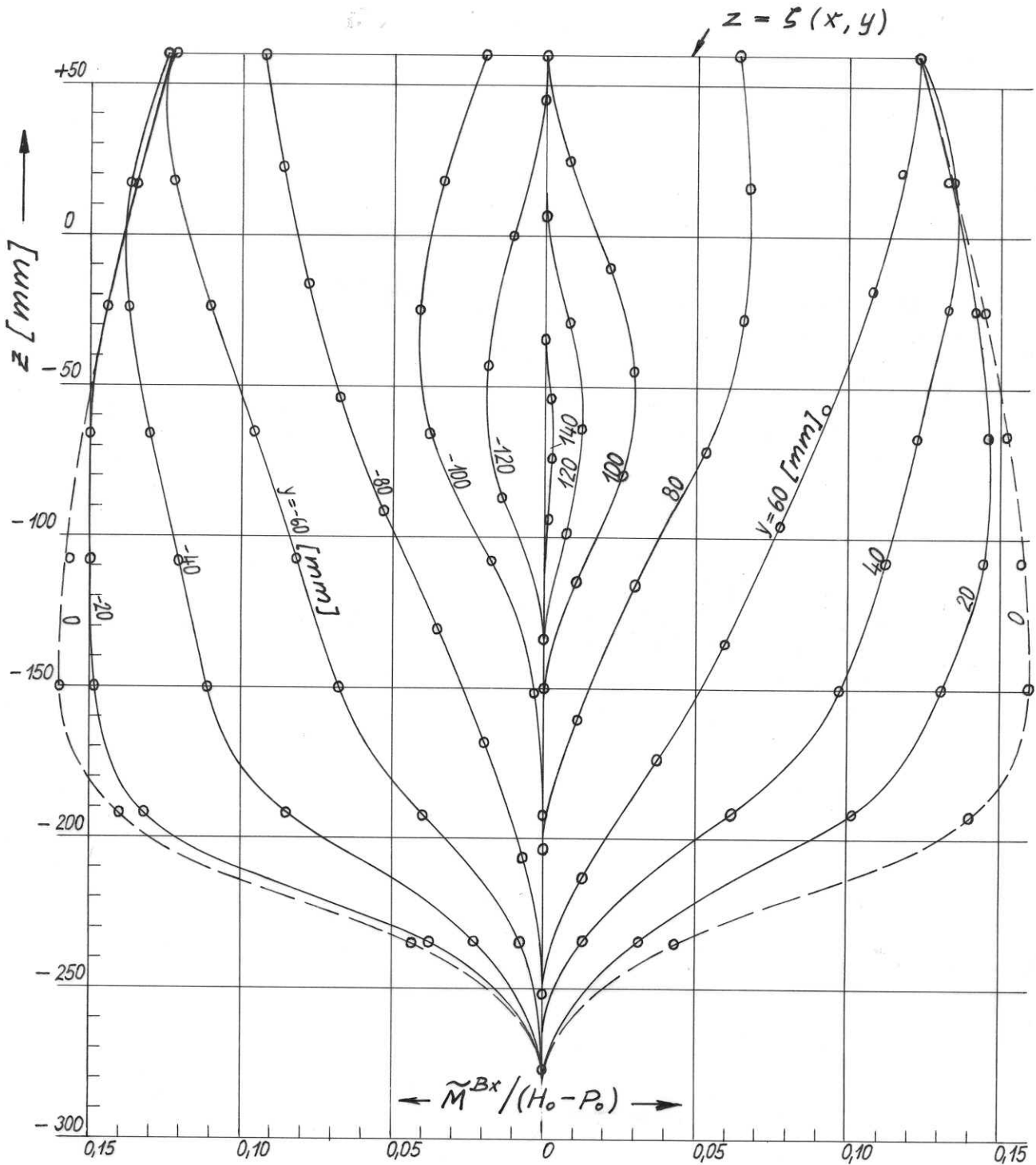
Abb. 3.27 a Verteilung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes auf den Nachstromquerschnitt

$$\tilde{R}_v = \gamma \iint_{B(N)} \tilde{M} dz dy$$



Fall (6); $V = 2,090 \text{ m/s}$; $Fr = 0,334$; $Re = 7,61 \cdot 10^6$; $(x + \frac{L}{2}) = -3,0 \text{ m}$

Abb. 3.27 b Verteilung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes auf den Nachstromquerschnitt



Fall (6a) ; $V = 2,095 \text{ m/s}$; $Fr = 0,334$; $Re = 7,59 \cdot 10^6$; $(x + \frac{L}{2}) = -0,5 \text{ m}$

Abb. 3.27 c Verteilung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes auf den Nachstromquerschnitt

$$(3.4.8) \quad \tilde{R}_V = \frac{\rho V^2}{2} \int_{B(N)} \frac{\tilde{N}}{H_0 - P_0} dy = \frac{\rho V^2}{2} \int_{B(N)} \frac{\tilde{M}}{H_0 - P_0} dz dy .$$

Das Volumen der in Abb. 3.27(a bis c) in "spantenrißform" dargestellten Gebilde ergibt also jeweils den Widerstandsbeiwert $\tilde{R}_V / \frac{\rho}{2} V^2$. Beachtenswert ist u.a. der erhebliche Unterschied zwischen Abb. 3.27b und 3.27c, die die Widerstandsverteilung bei fast gleicher Geschwindigkeit, aber in verschiedenen Entfernungen hinter dem Modell darstellen. Die starke Ähnlichkeit zwischen Abb. 3.27c und Abb. 3.20 (vgl. Abschnitt 3.3.3) zeigt, daß die Größe $\tilde{R}_V$ hauptsächlich von dem Gesamtdruck $(H_0 - H_x)$ bestimmt wird.

Abb. 3.28 zeigt den Verlauf des Zwischenintegrals $\tilde{N}$ über der Nachstrombreite in allen acht untersuchten Fällen. In der Darstellung $\tilde{N} / (H_0 - P_0)$ zeigt die Widerstandsverteilung nur eine geringe Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Die allmähliche Abnahme des Widerstandsbeiwertes $\tilde{R}_V / \frac{\rho}{2} V^2$ (gleich dem Flächenintegral der jeweiligen Kurve) mit wachsendem V ist jedoch unverkennbar. Ebenso deutlich ist die Abflachung der "Intensität" $\tilde{N}$ mit zunehmender Entfernung hinter dem Modell, vgl. Fälle 2/2a und 6/6a. Beachtenswert ist ferner, daß die Größen $\tilde{N}^{Bx}$ und $\tilde{N}^{Jx}$ - mit einer einzigen Ausnahme (Fall 6a) - fast immer im Rahmen der Zeichen- bzw. Meßgenauigkeit zusammenfallen. Die Betzsche und Jonessche Formel ergeben also in den vorliegenden Fällen nicht nur die gleichen Integralwerte, sondern auch die gleichen Verteilungen. Ein interessantes Nebenergebnis ist, daß der Nachstrom in großer Entfernung hinter dem Modell anscheinend eine kleine Asymmetrie in Bezug auf die Mittellängsebene aufweist.

Fall	1	2	2a	3	4	5	6	6a
$(\kappa + \frac{1}{2}) [m]$	-3,0	-3,0	-0,5	-3,0	-3,0	-3,0	-3,0	-0,5
$V [m/s]$	0,620	1,205	1,197	1,295	1,400	1,597	2,090	2,095
F_v	0,099	0,192	0,191	0,207	0,223	0,255	0,334	0,334
$10^{-6} Re$	2,26	4,34	4,39	4,72	5,10	5,82	7,61	7,59

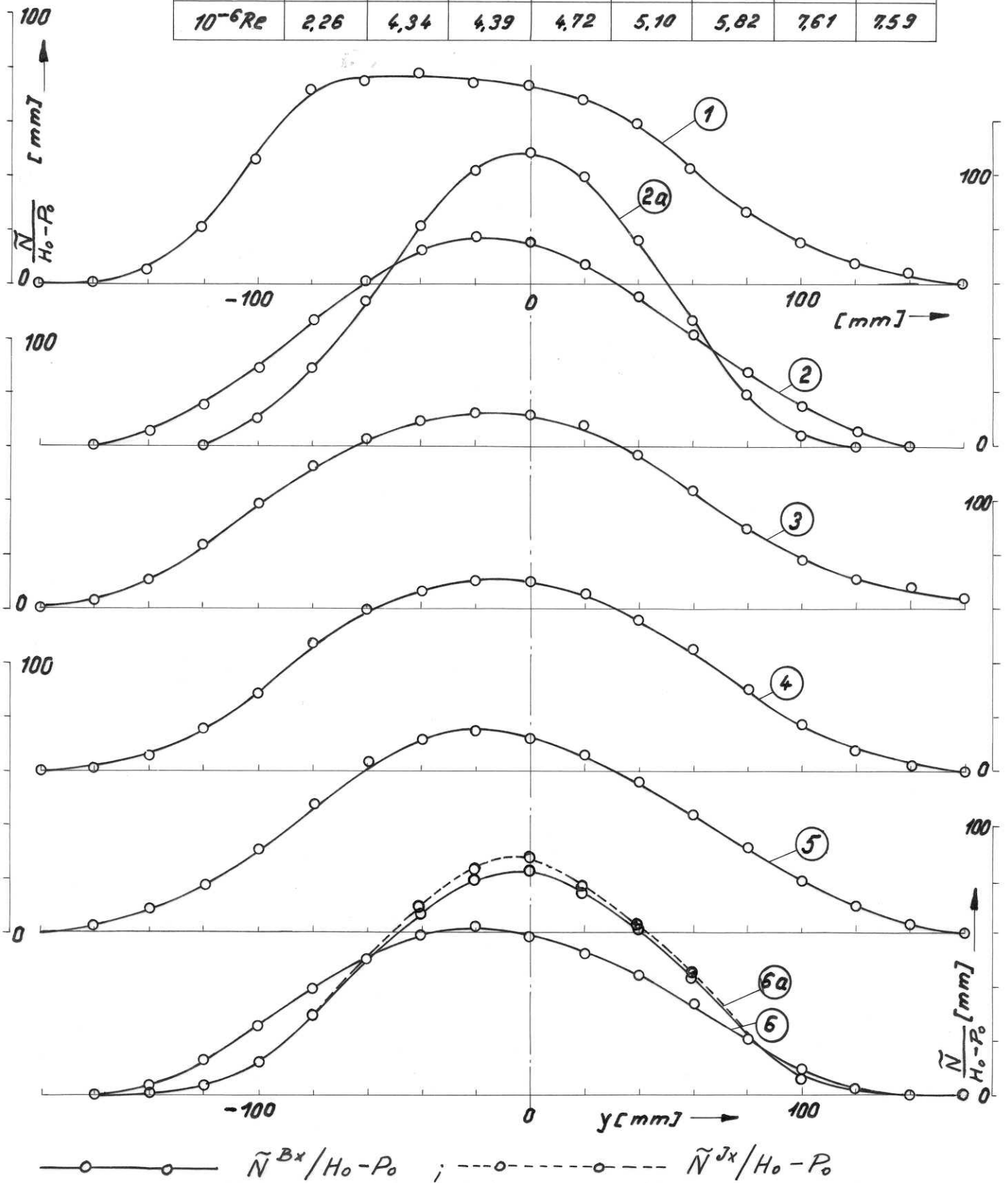


Abb. 3.28 Verteilung des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes auf die Nachstrombreite

$$\tilde{R}_v = \gamma \int_{B(N)} \tilde{N} dy$$

b. Ergebnis: Das Endergebnis dieser Rechnungen ist in Tafel 3.9 zusammengestellt. Darin sind außer dem scheinbaren Zähigkeitswiderstand $\tilde{R}_v$ die bereits erklärten Integrale $\tilde{R}_1$ und $\tilde{R}_2$ sowie der übliche Widerstandsbeiwert $\tilde{C}_v = \tilde{R}_v / \frac{\rho v^2}{2} \Omega_0$ und der auf die Hughessche Reibungslinie bezogene "Formfaktor" $\tilde{r} = \tilde{C}_v / C_{fo}$ angegeben. Aus diesen Ergebnissen lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

- 1) Die Betzsche und Jonessche Formel liefern in allen untersuchten Fällen praktisch identische Ergebnisse. Die erstaunliche Übereinstimmung der numerischen Ergebnisse läßt fast eine analytische Identität beider Formeln vermuten. Die experimentellen Ergebnisse bestätigen in dieser Hinsicht die theoretischen Überlegungen vom Abschnitt 2.2.1d.
- 2) Der aus dem scheinbaren Zähigkeitswiderstand abgeleitete "Formfaktor" $\tilde{r}$ variiert im untersuchten Bereich $0,099 \leq Fr \leq 0,334$ zwischen 1,02 und 1,27. Der Mittelwert beträgt 1,17 und der quadratische Mittelwert der Schwankung $\pm 0,07$. Wegen der ungenügenden Meßgenauigkeit ist es schwer zu sagen, wieviel von der festgestellten Schwankung einen echten physikalischen Effekt widerspiegelt. Der Mittelwert $\bar{\tilde{r}} = 1,17$ kann jedoch als zuverlässig angesehen werden.
- 3) Die experimentellen Ergebnisse geben auch Aufschluß über die praktische Anwendbarkeit der Betzschen Formel. Nach Abschnitt 2.2.1c kann die Betzsche Formel theoretisch nur in einer so großen Entfernung $-x_B$ hinter dem Körper richtige Ergebnisse liefern, wo die Ergiebigkeit Q^B der hypothetischen Betzschen Quelle bereits einen von x unabhängigen konstanten Wert angenommen hat. Nun zeigt ein Vergleich der Fälle 2/2a bzw. 6/6a in Tafel 3.9, daß der Wert

Fall	V	$10^{-6} Re$	$\tilde{R}_1$	$\tilde{R}_2$	$\tilde{R}_V^{Bx}$	$\tilde{R}_V^{Jx}$	$10^3 \tilde{C}_V^{Jx}$	$\tilde{r}$
	[m/s]		[p]	[p]	[p]	[p]		
1	0,620	2,26	541	280	261	261	3,96	1,12
2	1,205	4,39	1788	920	868	869	3,49	1,13
3	1,295	4,72	2283	1176	1107	1107	3,85	1,27
4	1,400	5,10	2383	1214	1169	1170	3,48	1,16
5	1,597	5,82	3254	1672	1582	1583	3,62	1,24
6	2,090	7,61	4618	2494	2124	2126	2,84	1,02
2a	1,197	4,34	2290	1372	918	922	3,74	1,21
6a	2,095	7,59	7147	4738	2409	2514	3,34	1,20

N.B. Fälle 1 bis 6: $(x+L/2) = -3,0$ m; 2a und 6a: $(x+L/2) = -0,5$ m

$\tilde{R}_1$ Integral des Gesamtdruckverlustes, Gln. (3.4.7a)

$\tilde{R}_2$ Lagally-Kraft auf die Betzsche Quelle, Gln. (3.4.7b)

$\tilde{R}_V^{Bx}$ Scheinbarer Zähigkeitswiderstand nach Betz, Gln. (3.4.5a)

$\tilde{R}_V^{Jx}$ Scheinbarer Zähigkeitswiderstand nach Jones, Gln. (3.4.5b)

$\tilde{r}$ Formfaktor $\tilde{C}_V/C_{fo}$ mit C_{fo} nach Hughes, Gln. (3.4.2)

Fall	$\tilde{R}_2$ [p]	$\tilde{R}_2/\tilde{R}_1$	$\tilde{R}_V^{Bx}$ [p]	$\tilde{R}_V^{Bx}/\tilde{R}_V^{Bx}$	$\tilde{R}_V^{Jx}$ [p]	$\tilde{R}_V^{Jx}/\tilde{R}_V^{Jx}$
1	287	1,02	254	0,97	254	0,97
2	942	1,02	847	0,98	847	0,98
3	1202	1,02	1081	0,98	1081	0,98
5	1712	1,02	1542	0,98	1542	0,98

Anhang: Größen $\tilde{R}_2$, $\tilde{R}_V^{Bx}$ und $\tilde{R}_V^{Jx}$ ausgewertet wie oben, aber unter der Annahme: $P - P_0 \equiv 0$ in der Meßebeane.

Tafel 3.9. Scheinbarer Zähigkeitswiderstand aus Nachstromanalyse

$\tilde{R}_2 = qVQ^{Bx}$ beim Übergang von $x_B = -2,5$ m auf $x_B = -5,0$ m erheblich variiert. Die zugehörigen Werte $\tilde{R}_V^{Bx}$ sind aber verhältnismäßig konsistent und stimmen mit den entsprechenden $\tilde{R}_V^{Jx}$ -Werten gut überein. Daraus folgern wir, daß die Betzsche Formel praktisch besser ist als ihre herkömmliche theoretische Begründung, vgl. Abschnitt 2.2.1c.

4) Die Auswertung ergibt nebenbei, daß die Verteilung des statischen Druckes im Nachstrom schon in mäßiger Entfernung hinter dem Modell keinen entscheidenden Einfluß mehr auf den scheinbaren Zähigkeitswiderstand ausübt. Diese Feststellung ist praktisch wichtig, weil die Messung des statischen Druckes erheblich durch die Wellenbewegung gestört wird. Da die im Abschnitt 3.3.3 angegebene "Korrektur" des angezeigten statischen Druckes etwas unsicher erschien, wurden zur Probe einige Fälle unter der willkürlichen Annahme ausgewertet, daß der Wert $(\bar{P}-P_0)$ in der ganzen Meßebene identisch Null sei. Das überraschende Ergebnis war, daß sich keine der Größen $\tilde{R}_2$, $\tilde{R}_V^{Bx}$, $\tilde{R}_V^{Jx}$ um mehr als 3 % veränderte, vgl. Anhang zu Tafel 3.9. Die Abweichung ist im Rahmen der Meßgenauigkeit als fast unbedeutend anzusehen. Auf jeden Fall zeigt diese Rechnung, daß die gesuchten Größen $\tilde{R}_V$ nicht sehr empfindlich von der Genauigkeit der Messung $(\bar{P}-P_0)$ abhängen. Maßgebend ist vielmehr der Gesamtdruckverlust (H_0-H_x) im Nachstrom, der im Gegensatz zum statischen Druck einwandfrei gemessen werden konnte, vgl. Abschnitt 3.3.3. Das erklärt übrigens auch, warum die Größen $\tilde{R}_V^{Bx}$ und $\tilde{R}_V^{Jx}$ hier so gut übereinstimmen, denn sie unterscheiden sich ja schon theoretisch nur in der Bewertung des statischen Druckes $(\bar{P}-P_0)$, vgl. Abschnitt 2.2.1d.

c. Vergleich mit anderen Messungen: Das Ergebnis der Nachstromanalyse kann eigentlich nur im Zusammenhang mit den

vergleichbaren Ergebnissen anderer Messungen richtig gedeutet werden. Abb. 3.29 zeigt einen Vergleich der Messungen am tiefgetauchten Spiegelmodell (vgl. Abschnitt 3.3.1b, Tafel 3.2) mit dem Ergebnis der Nachstromanalyse (Tafel 3.9). Das Bild zeigt eine doppelt-logarithmische Auftragung des Widerstandsbeiwertes $R / \frac{\rho}{2} v^2 L_o$ über der Reynoldszahl Re . Zum Vergleich sind außer den Meßergebnissen auch vier bekannte Plattenreibungslinien eingetragen. Dieses Diagramm veranschaulicht die bereits erwähnten numerischen Ergebnisse, daß der Zähigkeitswiderstand des Spiegelmodells im Mittel durch $C_v = 1,19 C_{fo}$ und der scheinbare Zähigkeitswiderstand des Überwassermodells im Mittel durch $\tilde{C}_v = 1,17 C_{fo}$ dargestellt wird. Dabei ist C_{fo} die Plattenreibungslinie nach HUGHES (1954). Die mittlere Linie $1,18 C_{fo}$ ist in Abb. 3.29 eingetragen.

Um beurteilen zu können, ob die festgestellten Schwankungen des scheinbaren Zähigkeitswiderstandes $\tilde{C}_v$ von dem nominellen Zähigkeitswiderstand C_v einen echten physikalischen Effekt widerspiegeln, wurden diese Ergebnisse in Abb. 3.30 über der Wellenzahl $\gamma_o (= gL/2v^2)$ bzw. der Froudezahl Fr aufgetragen. Die Ergebnisse der Geosimanalyse (vgl. Abschnitt 3.3.1, Tafel 3.1) und der Wellenprofilmessung (vgl. Abschnitt 3.3.2, Tafel 3.3) wurden zum Vergleich herangezogen. Es ist offensichtlich, daß diese drei Erscheinungen in der Darstellung von Abb. 3.30 eine deutliche Korrelation aufweisen und auf einen erheblichen Einfluß der Wellenbildung auf den "Zähigkeitswiderstand" hindeuten. (Genaugenommen, handelt es sich hier um verschiedene Manifestationen des Wechselwirkungswiderstandes R_{vw} nach Abschnitt 1.3.1) Die drei Effekte sind jedoch quantitativ recht verschieden. Fest steht, daß die Variation des "Formfaktors" mit der Froudezahl, ob nach der Geosim- oder Nachstromanalyse ermittelt, nicht einfach durch die dynamische Änderung der benetzten Oberfläche zu erklären ist, wie manchmal behauptet wird, vgl. YOKOO (1964).

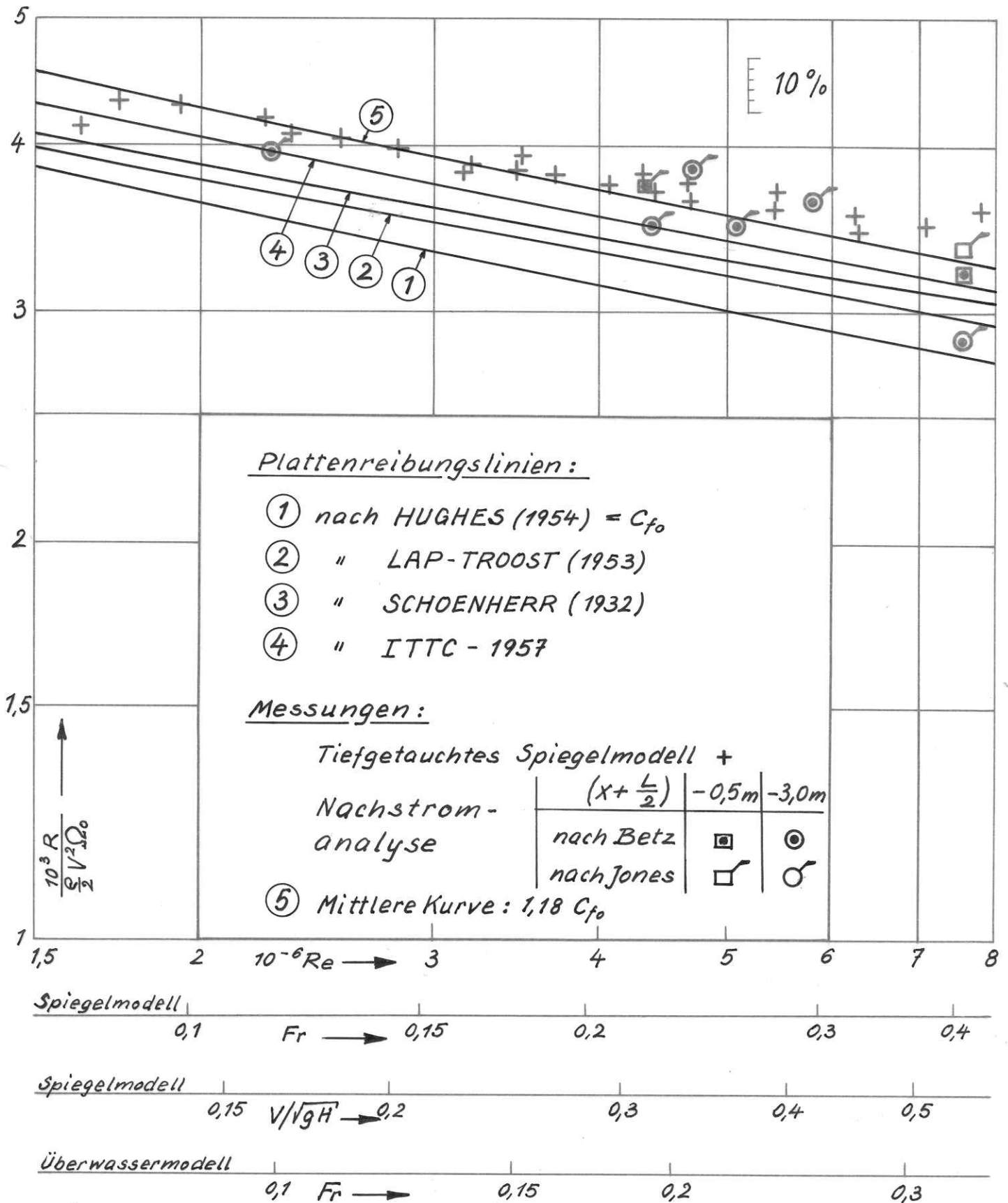


Abb. 3.29 Zähigkeitswiderstand: Vergleich zwischen Spiegelmodell und Nachstromanalyse

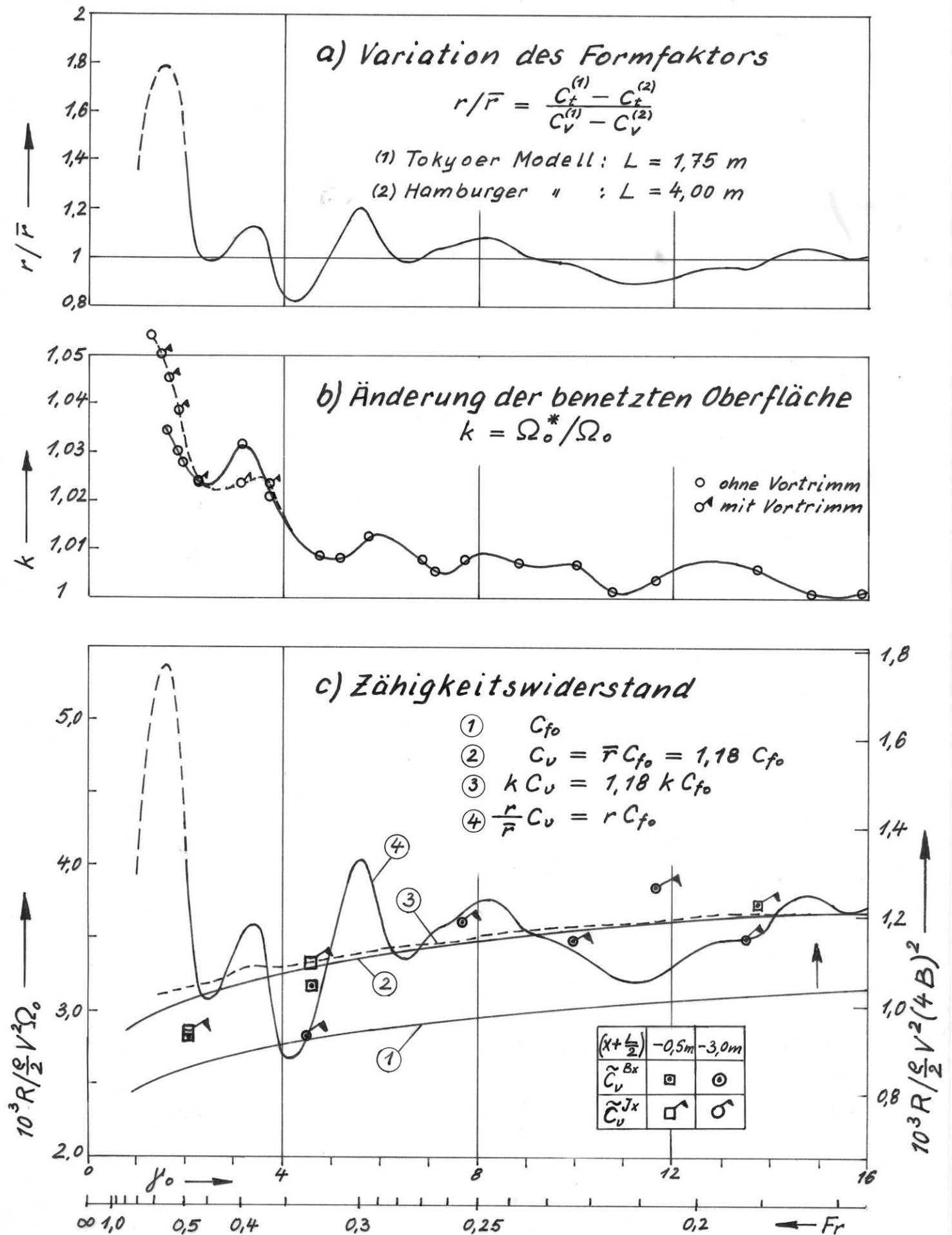


Abb. 3.30 Zähigkeitswiderstand: Vergleich zwischen Geosimanalyse und Nachstromanalyse

Zusammenfassend können wir sagen, daß der Zähigkeitswiderstand des Inuids S 201 im Mittel recht gut durch die Hughes-sche Reibungslinie, Gln. (3.4.2), mit einem Formfaktor $r = 1,18$ dargestellt wird. Im einzelnen erhielten wir folgende Werte aus unseren Versuchen: 1) Vom Spiegelmodell: $r = 1,19 \pm 0,03$, 2) aus Geosimanalyse: $r = 1,18 \pm 0,15$, 3) aus Nachstromanalyse: $\tilde{r} = 1,17 \pm 0,07$ und 4) aus dem asymptotischen ($Fr \rightarrow 0$) Verlauf der C_t -Kurven für das Überwassermodell: $r = 1,18$.

Einen interessanten Vergleichswert für den Reibungswiderstand C_{vf} allein erhält man aus der dynamischen Eintauchung des Überwassermodells nach dem Verfahren von HORN (1935, S 604). Nach Abschnitt 3.3.1 (Tafel 3.1 bzw. Abb. 3.16) kann die gemessene Eintauchung im Bereich $0 < Fr \leq 0,4$ angenähert werden durch die Beziehung: $E/L \approx 0,05 Fr^2$. Daraus erhält man unter Anwendung der Bernoulli-Gleichung eine mittlere Übergeschwindigkeit von 1,05. (Dieser Wert stimmt recht gut mit dem theoretischen Wert 1,04 für die Potentialströmung um das Doppelmodell überein, vgl. Abschnitt 2.4.7b, Tafel 2.3.4.) Andererseits hat die dem Inuid S 201 entsprechende rechteckige "äquivalente" Platte (vgl. Abschnitt 1.3.3) ein Seitenverhältnis: $2L^2/S_0 \approx 10$ und damit nach WIEGHARDT (1955, S 74) einen auf die Hughessche Reibungslinie bezogenen Formfaktor $\approx 1,04$. Durch Kombination ergibt sich der "Formfaktor" für den Reibungswiderstand des Modells C_{vf} als $1,04 \cdot (1,05)^{1,85} = 1,13$. Da der gesamte Formfaktor aber 1,18 beträgt, müßte der Rest, also etwa $0,05 C_{f0}$, dem Zähigkeitsbedingten Druckwiderstand C_{vp} entsprechen, vgl. Abschnitt 1.3.3. Freilich muß betont werden, daß diese Abschätzung mit vielen Unsicherheitsfaktoren behaftet ist.

3.4.3. Wellenanalyse

Das Ergebnis der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Wellenmessung ist in Abschnitt 3.3.4 zusammengestellt. Es besteht im wesentlichen aus 31 stereophotogrammetrisch ausgewerteten und 76 elektro-akustisch ermittelten Wellenquerschnitten, die zusammen in 18 Stufen den Geschwindigkeitsbereich $0,192 \leq Fr \leq 0,626$ erfassen. Alle für die theoretische Auswertung dieser Meßdaten erforderlichen Formeln wurden bereits im Kapitel 2.3 abgeleitet und ausführlich erörtert. Im vorliegenden Abschnitt soll nun das Endergebnis dieser Auswertung, die wir kurz "Wellenanalyse" nennen wollen, zusammengefaßt werden. Der besseren Übersicht halber seien jedoch zuerst die drei wichtigsten Fragen wiederholt, die es mit Hilfe der praktischen Wellenanalyse zu beantworten galt:

a) Ist der lineartheoretische Ansatz für das freie Wellenbild, Gln. (2.3.3), praktisch anwendbar? Die theoretischen Überlegungen von Abschnitt 2.3.1a zeigten, daß dieser Ansatz in seitlich unbeschränkter idealer Flüssigkeit in genügend großer Entfernung von der Wellenstörung asymptotisch beliebig genau sein muß. Die praktische Frage lautet aber, wie genau kann dieser Ansatz auch das wirkliche Wellenbild beschreiben, das im Modellversuch mit wirklicher Flüssigkeit (nämlich Wasser) in einem Schlepptank üblicher Abmessungen und in mäßiger Entfernung hinter dem Modell gemessen werden kann?

b) Falls die vorhergehende Frage positiv beantwortet wird, so folgt nach Abschnitt 2.3.1d/e, daß man aus dem im Modellversuch gemessenen Wellenbild ein Wellenspektrum und einen Wellenwiderstand ermitteln kann. Es fragt sich nun: Welche Bedeutung hat dieser experimentelle, besser nach Abschnitt 1.3.4 der "scheinbare", Wellenwiderstand R_w ? In welcher Be-

ziehung steht die Größe $\tilde{R}_w$ zu dem lineartheoretischen Wellenwiderstand R_{wo}^I und den sinnverwandten experimentellen Größen R_r^H und R_{Fr} nach Abschnitt 1.3.4? Können die Unterschiede mittels halbempirischer Korrekturen nach Abschnitt 1.5.3 erklärt werden?

c) Falls dem scheinbaren Wellenwiderstand nach b) eine eindeutige physikalische Bedeutung zukommt, so lohnt sich eine eingehende Untersuchung des Wellenspektrums. Wie vergleicht sich der scheinbare Wellenspektrum mit dem theoretischen nach Abschnitt 2.5.3? Schon im Abschnitt 1.5.3 wurde betont, daß der Vergleich der Wellenwiderstände nur eine indirekte Integralaussage über die halbempirischen Korrekturen liefern kann. Über die physikalische Richtigkeit solcher Korrekturen kann nur der detaillierte Vergleich der Wellenbilder bzw. -spektren entscheiden. Welche Aussage liefert die Wellenanalyse schließlich über die linearisierte Wellenwiderstandstheorie und über die bisher in Erwägung gezogenen halbempirischen Korrekturen?

Die nun folgenden Ergebnisse unserer Wellenanalyse sind gemäß dieser Fragestellung in drei Unterabschnitte: a), b) und c) unterteilt.

a. Linearisiertes freies Wellensystem

Die praktische Überprüfung des lineartheoretischen Ansatzes für das freie Wellensystem beruht auf dem im Abschnitt 2.3.2e abgeleiteten "Anwendbarkeitskriterium". Es besagt, daß die nach Gln. (2.3.45 bzw. 58) berechneten Fourier-Koeffizienten $a_v(x)$, $b_v(x)$ der gemessenen Wellenquer-

schnitte harmonisch oszillierende Funktionen der Modellentfernung x sein müssen, wobei die Perioden dieser Oszillationen nach Gln. (2.3.47) vorgegeben sind. Da die Amplituden (A_v , B_v) und Phasen ξ_v apriori unbekannt sind, müssen mehr als zwei Schnitte $\zeta(x_i, y)$ durch dasselbe Wellenbild vorliegen, damit das Kriterium überhaupt angewandt werden kann. Für diese Untersuchung boten sich daher die 31 stereophotogrammetrisch ermittelten Wellenschnitte, weil die erdrückend hohe Anzahl von überschüssigen Schnitten die Ableitung einer sehr zuverlässigen quantitativen Aussage über die Erfüllung des obigen Kriteriums im Sinne der Fehlerquadratmethode gestattete. Das Ergebnis der numerischen Auswertung nach den im Abschnitt 2.3.2f abgeleiteten Formeln ist auszugsweise in nebenstehender Tafel 3.10 wiedergegeben. Die folgenden Abb. 3.31 und 3.32 (a bis f) veranschaulichen die gleichen Zahlenergebnisse.

Aus Tafel 3.10 ist zunächst zu entnehmen, daß höchstens die ersten 17 symmetrischen und die ersten 2 antimetrischen Elementarwellenkomponenten als wirklich signifikant im Sinne der Fehlerrechnung anzusehen sind, da die Amplituden aller ~~höheren~~ Komponenten unter 0,5 mm liegen. (Die vorliegende Meßunsicherheit für die Wellenhöhe beträgt schätzungsweise ± 1 mm, vgl. Abschnitt 3.2.6b.) Abb. 3.31 zeigt, daß sich der mittlere Fehler des Ausgleichs $\bar{m}$ nach Gln. (2.3.54) für die signifikanten Wellenkomponenten um 0,5 mm bewegt. Der mittlere Fehler der Amplituden ΔA_v nach Gln. (2.3.57) liegt zwischen 0,1 und 0,2 mm! Die relativ hohen Fehler der Phasen $\Delta \xi_v$ nach Gln. (2.3.57) erklären sich dadurch, daß in diesem Ausdruck das Quadrat der kleinen Amplituden A_v im Nenner steht. Das Phasenspektrum ist jedoch für die Bestimmung des Wellenwiderstandes völlig unerheblich, vgl. z.B. Gln. (2.3.61). Abb. 3.32 (a bis f) sind Beispiele für

Ausgleichsrechnung nach Sinus-Ansatz, Gln.(3.4.9)						Ausgleichsrechnung nach Polynomsinus-Ansatz, Gln.(3.4.10)					
v	$\bar{A}_v$	$\bar{\xi}_v$	$\bar{m}_v$	ΔA_v	$\Delta \xi_v$	$\bar{A}_v$	$\bar{\xi}_v$	$\bar{m}_v$	ΔA_v	$\Delta \xi_v$	
0	3,71	-290	1,89	0,48	26	3,71	-302	0,31	0,08	4	
1	5,00	-566	1,34	0,35	13	4,99	-567	0,50	0,13	5	
2	8,68	256	0,70	0,18	4	8,63	254	0,70	0,18	4	
3	8,61	-43	0,58	0,15	3	8,61	-43	0,60	0,16	3	
4	4,52	-333	0,40	0,10	3	4,54	-333	0,38	0,10	3	
5	3,70	179	0,64	0,16	6	3,70	179	0,66	0,17	7	
6	5,00	-104	0,60	0,15	4	5,02	-103	0,59	0,15	4	
7	3,36	-334	0,59	0,15	6	3,36	-334	0,61	0,16	6	
8	2,09	138	0,70	0,18	10	2,09	138	0,72	0,18	11	
9	2,69	-123	0,69	0,18	8	2,70	-124	0,71	0,18	8	
10	1,71	-320	0,63	0,16	11	1,73	-319	0,65	0,17	11	
11	0,82	62	0,55	0,14	19	0,82	64	0,55	0,14	19	
12	1,25	-181	0,56	0,14	12	1,26	-180	0,58	0,15	12	
13	1,03	290	0,45	0,11	111	1,03	290	0,47	0,12	12	
14	0,36	39	0,45	0,11	32	0,36	37	0,47	0,12	33	
15	0,58	-201	0,47	0,12	20	0,59	-200	0,48	0,12	20	
16	0,52	259	0,38	0,10	17	0,53	258	0,39	0,10	17	
17	0,32	162	0,33	0,08	24	0,32	160	0,34	0,09	25	
18	0,02	127	0,31	0,08	314	0,02	129	0,31	0,08	304	
19	0,19	-246	0,26	0,07	29	0,19	247	0,27	0,07	31	
20	0,29	173	0,23	0,06	17	0,30	174	0,22	0,06	16	
21	0,18	66	0,18	0,05	21	0,18	67	0,18	0,05	22	
22	0,06	100	0,24	0,06	89	0,05	113	0,22	0,06	88	
23	0,20	85	0,17	0,04	16	0,20	86	0,16	0,04	16	
24	0,07	59	0,17	0,04	47	0,07	55	0,16	0,04	44	
25	0,10	88	0,14	0,03	26	0,10	88	0,14	0,04	27	
26	0,09	7	0,14	0,04	29	0,09	11	0,13	0,03	28	
27	0,07	-23	0,15	0,04	39	0,08	-21	0,14	0,03	33	
28	0,08	7	0,12	0,03	28	0,08	6	0,13	0,03	30	
29	0,02	-5	0,12	0,03	97	0,03	0	0,12	0,03	80	
30	0,11	11	0,13	0,03	21	0,11	9	0,12	0,03	20	
$2v$	$\bar{B}_v$	$\bar{\xi}_v$	$\bar{m}_v$	ΔB_v	$\Delta \xi_v$	B_v	$\bar{\xi}_v$	$\bar{m}_v$	ΔB_v	$\Delta \xi_v$	
1	0,71	34	0,80	0,21	56	0,60	81	0,35	0,09	30	
3	0,66	-115	0,38	0,10	28	0,69	-111	0,35	0,09	25	
5	0,26	-362	0,37	0,09	63	0,25	-345	0,38	0,10	70	
7	0,19	-55	0,33	0,08	72	0,19	-43	0,33	0,08	72	
9	0,22	-145	0,43	0,11	74	0,23	-133	0,44	0,11	76	
11	0,17	-227	0,32	0,08	65	0,18	-206	0,32	0,08	64	
13	0,21	-110	0,34	0,08	54	0,21	-119	0,35	0,09	58	
15	0,17	-192	0,34	0,09	62	0,17	-189	0,36	0,09	67	
17	0,12	-59	0,28	0,07	70	0,13	-54	0,30	0,07	72	
19	0,23	-146	0,30	0,08	37	0,24	-153	0,31	0,08	38	

Zeichenerklärung : v Tankwellenzahl ; b Tankbreite

$\bar{A}_v$ mittlere Amplituden der symmetrischen Elementarwellen
 $\bar{B}_v$ mittlere Amplituden der antimetrischen Elementarwellen
 $\bar{\xi}_v$ mittlere Phasen der Elementarwellen
 $\Delta A_v, \Delta B_v, \Delta \xi_v$ mittlere Fehler der Amplituden und Phasen
 $\bar{m}_v$ mittlerer Fehler des jeweiligen Ausgleiches
 (Alle Angaben außer der dimensionslosen Zahl v sind in mm)

$V = 1,391 \text{ m/s}$ $Fr = 0,2221$ $\gamma_0 = 10,14$
 $b = 5,005 \text{ m}$ $M = 31$ $N = 120$

Tafel 3.10 Stereobildpaar Nr. 81 -
 Ergebnis der Wellenanalyse

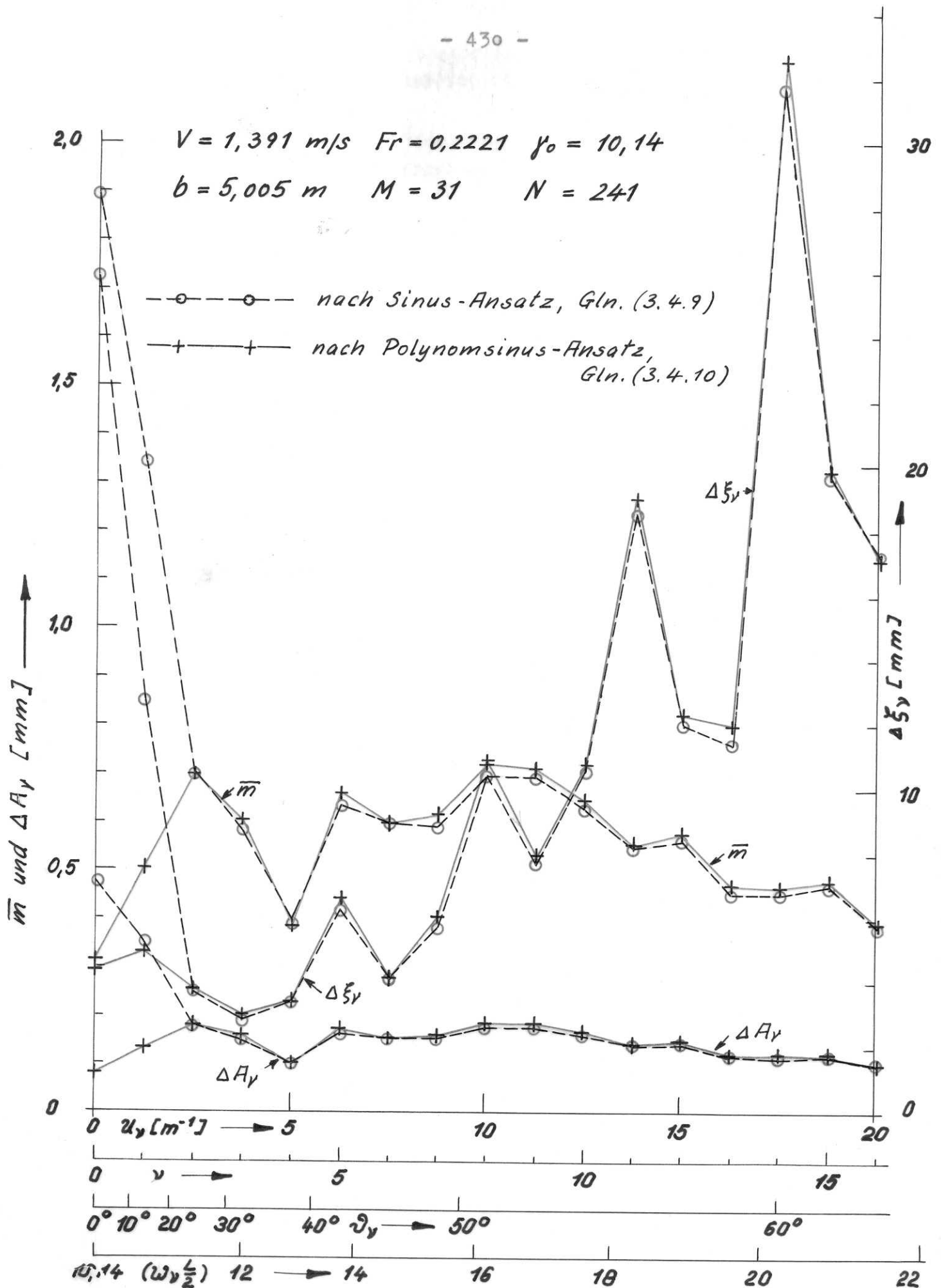


Abb. 3.31 Mittlere Fehler der Ausgleichsrechnung für die ausgewerteten Fourier-Koeffizienten der Wellen-schnitte.

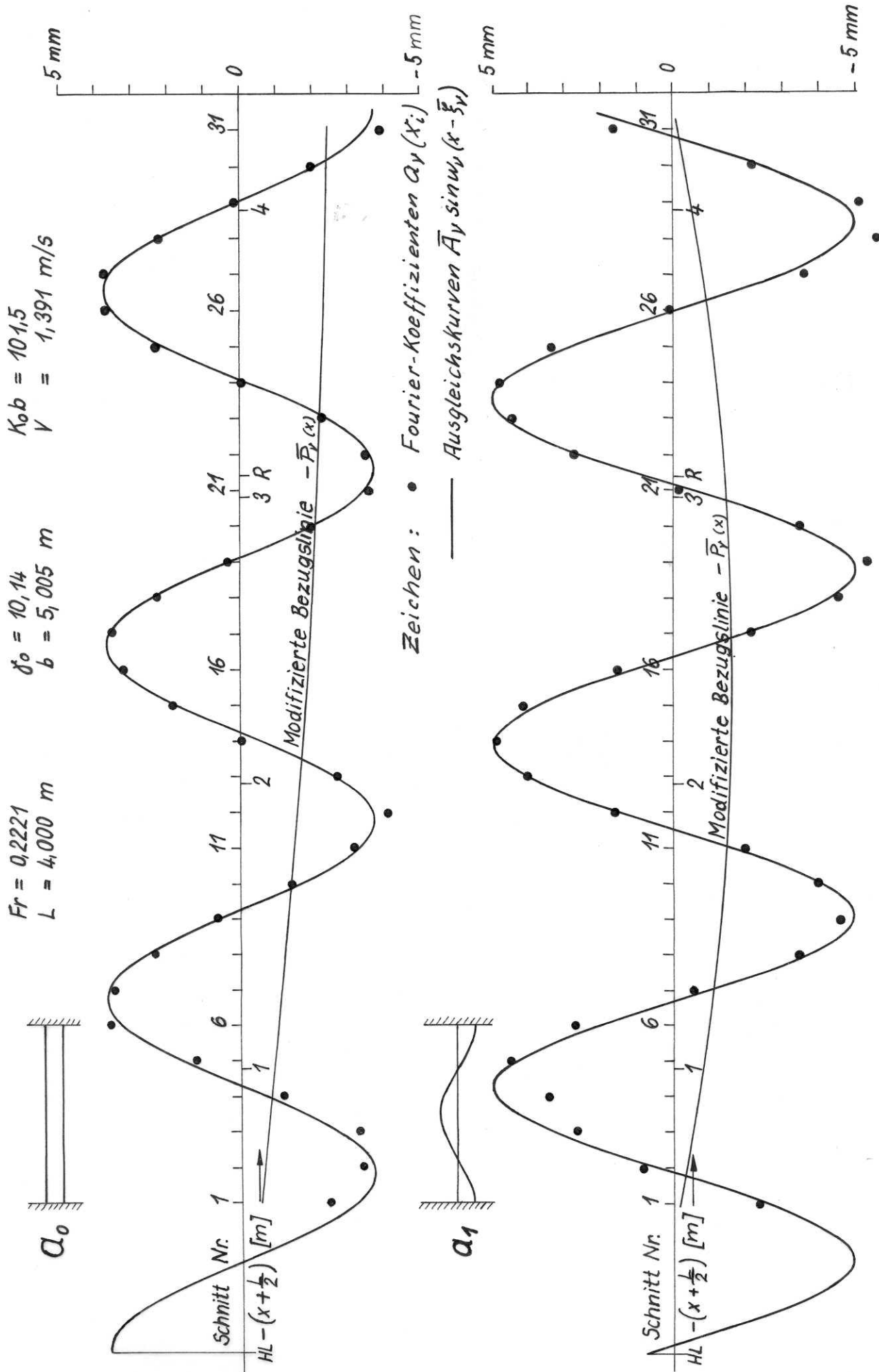


Abb. 3.32 ($a \div f$) Fourier-Koeffizienten der gemessenen Wellenquerschnitte in Abhängigkeit von der Entfernung hinter dem Modell

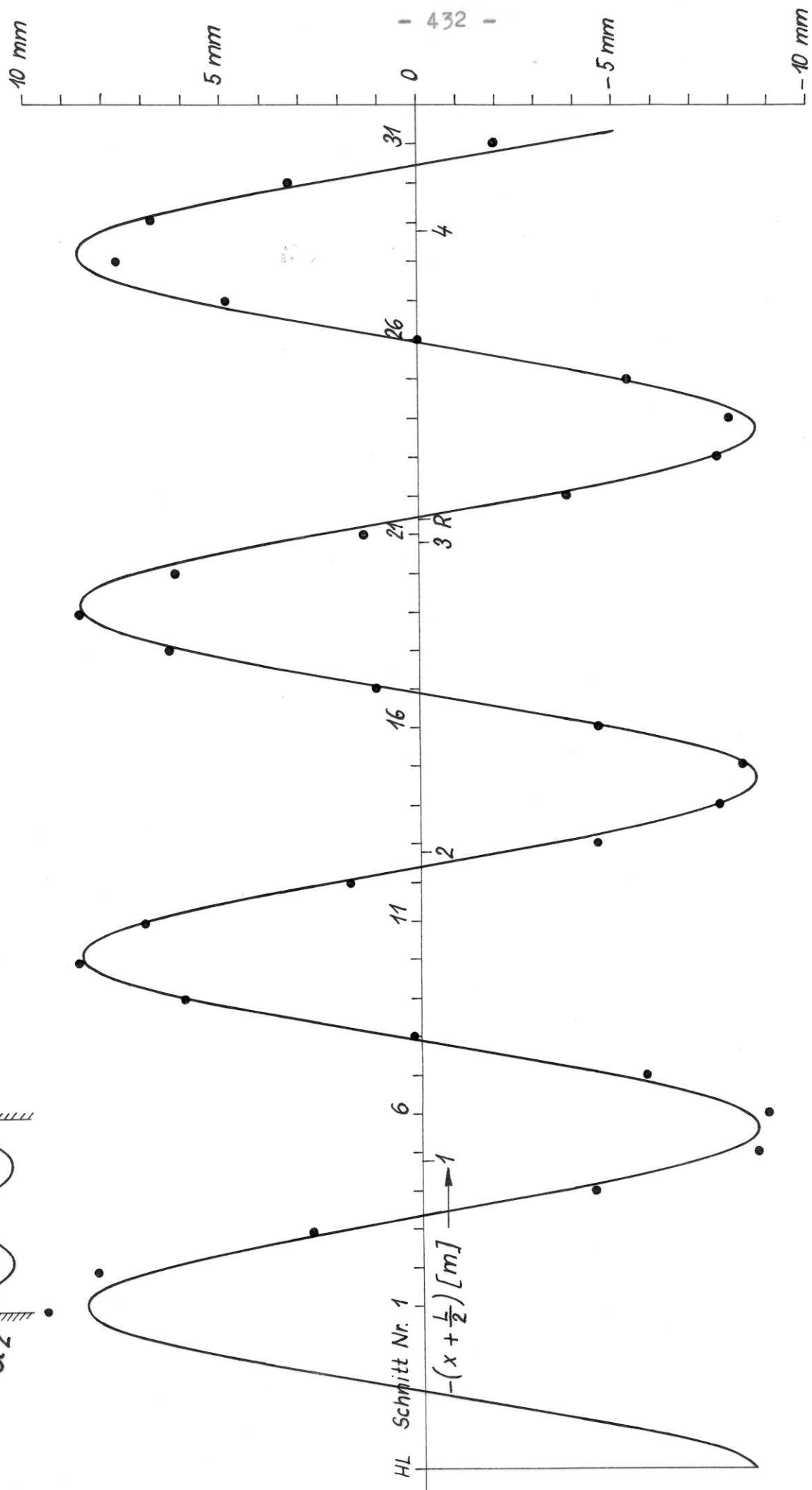
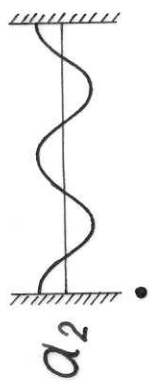


Abb. 3.32 b

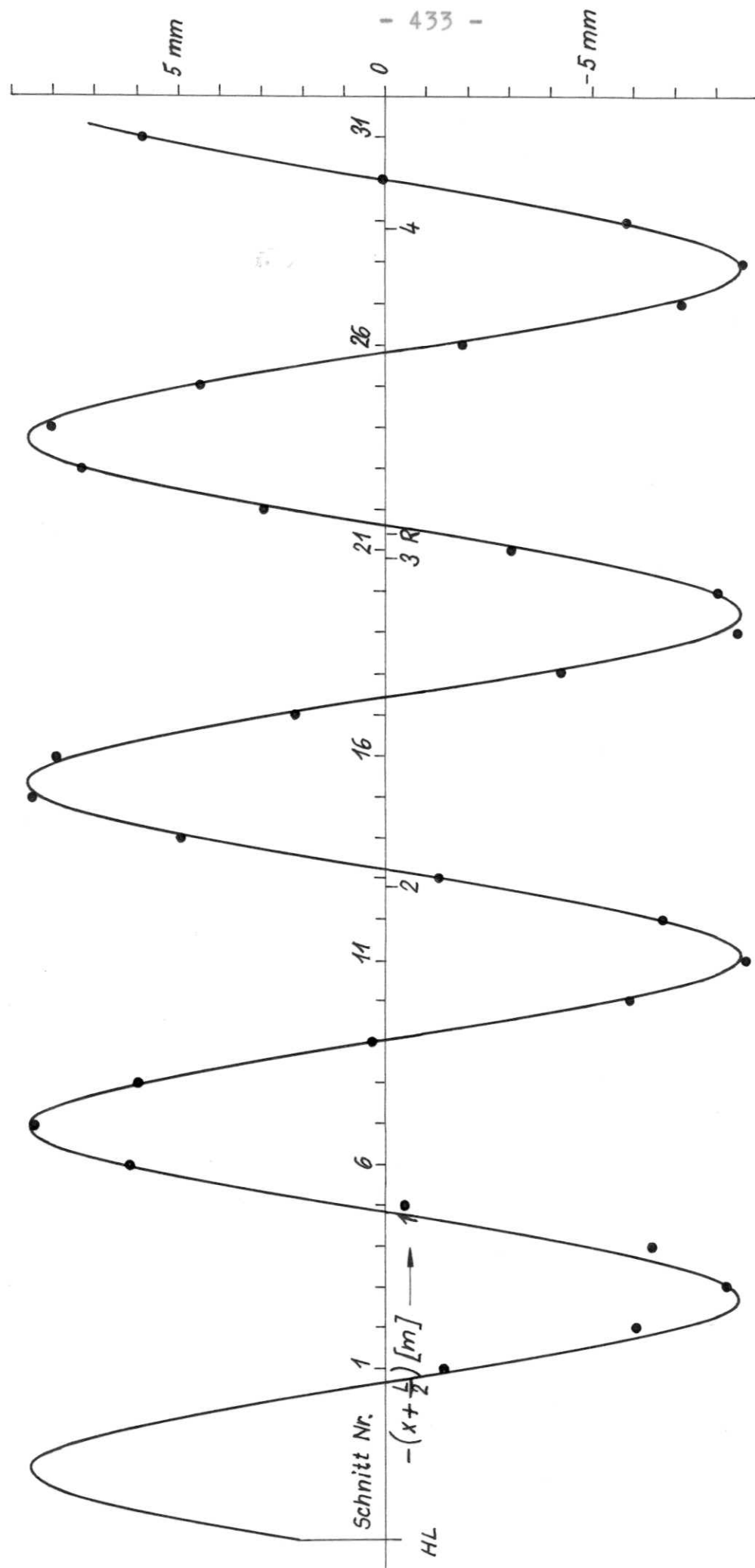


Abb. 3.32 c

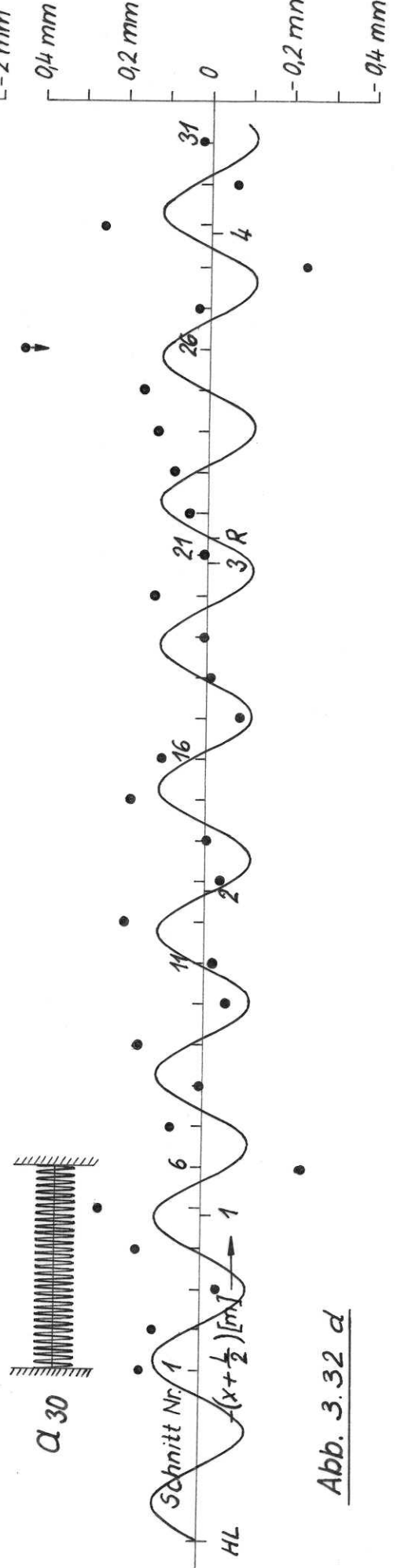
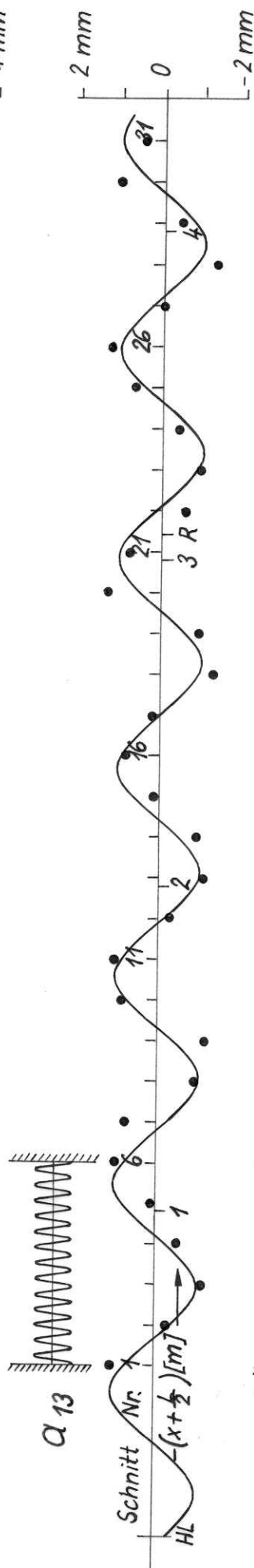
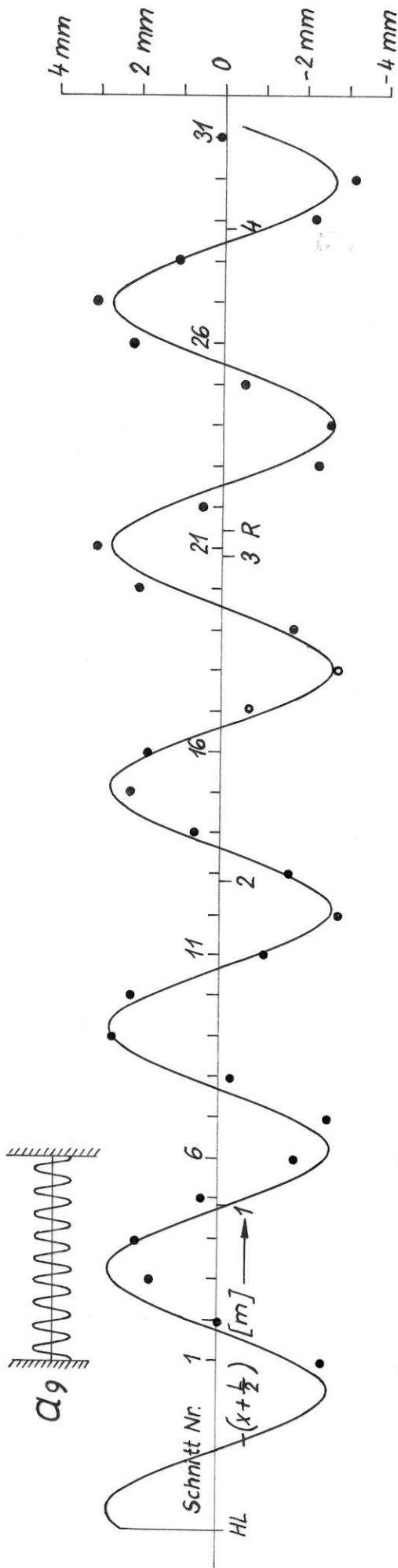


Abb. 3.32 α

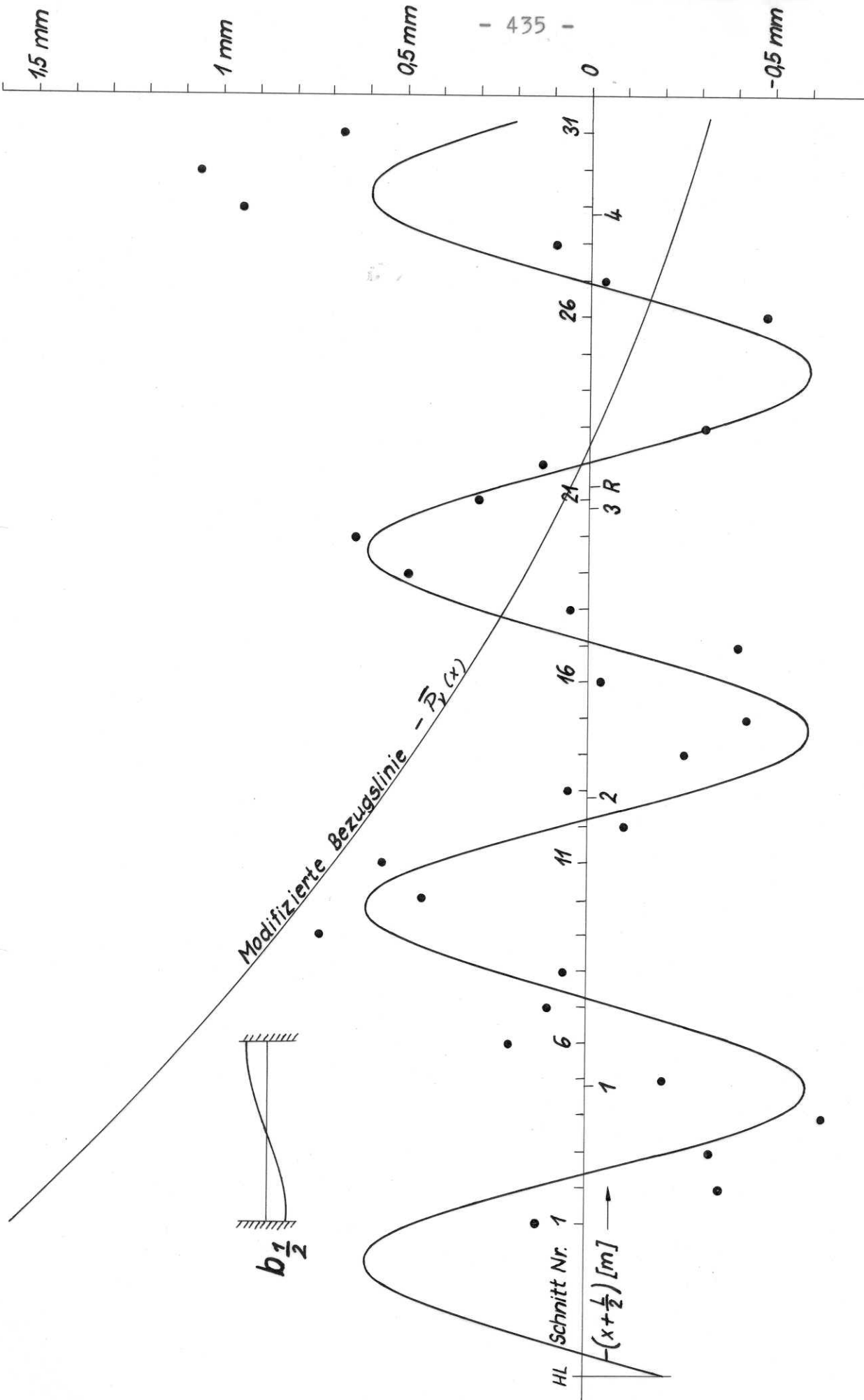


Abb. 3.32e

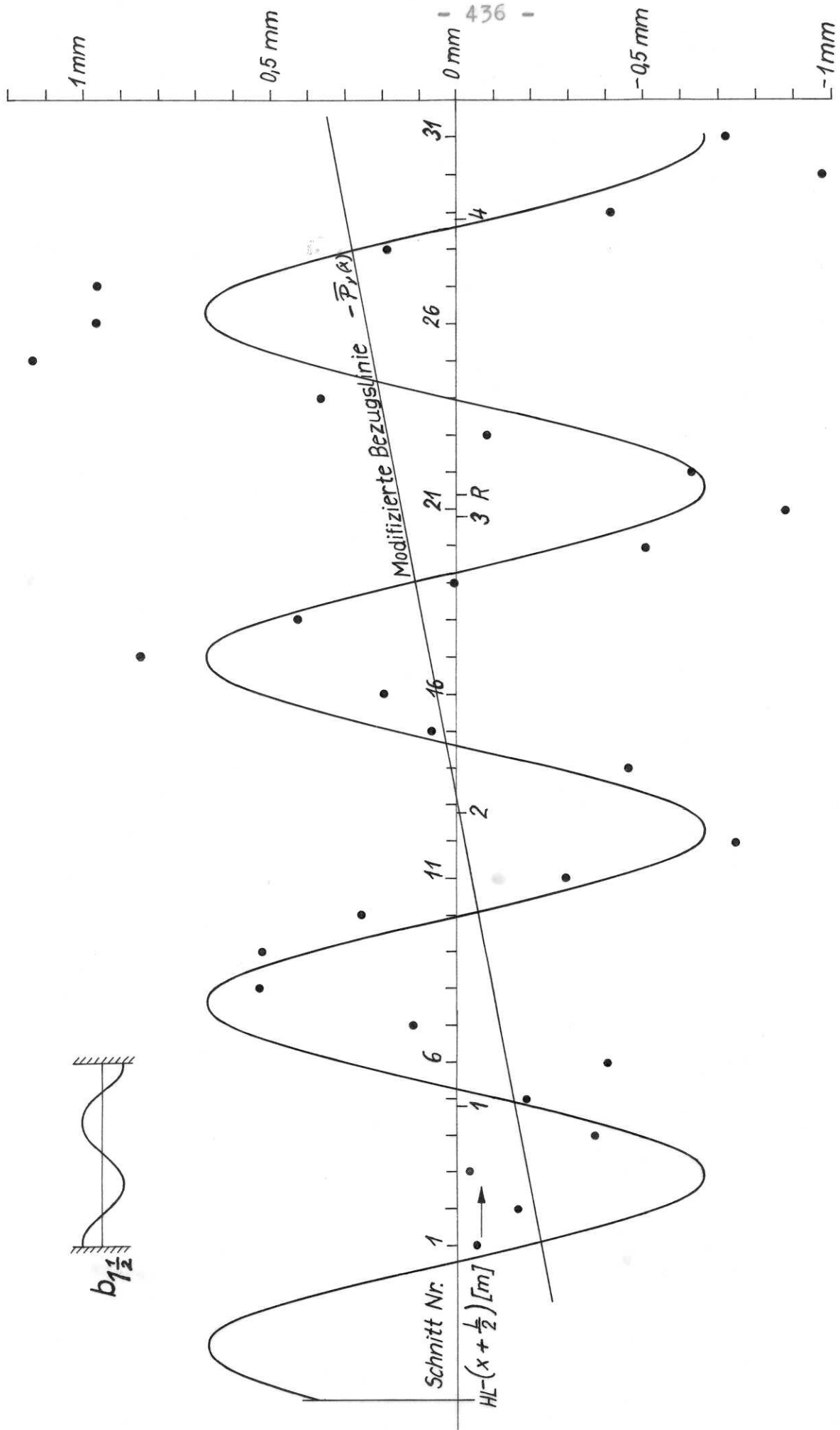


Abb. 3.32 f

den typischen Verlauf der Fourier-Koeffizienten in Abhängigkeit von der Entfernung hinter dem Modell. Sie zeigen die unmittelbar aus den gemessenen Schnitten errechneten Koeffizienten $a_v(x_i)$ etc. als "Ausgangsdaten" und die nach dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate daraus ermittelten Ausgleichskurven $\bar{A}_v \sin w_v(x \pm x_v)$ als "Ergebnis" der Wellenanalyse. Diese Bilder veranschaulichen vor allem zwei wichtige Erscheinungen. Erstens, daß die Wellenreflektion an den Tankwänden (angedeutet durch den nominellen "Reflektionspunkt" R zwischen Schnitt-Nr. 21 und 22, vgl. auch Abb. 3.23) keinen sichtbaren Einfluß auf die Güte des Ausgleichs ausübt. Zweitens, daß selbst bis in die unmittelbare Nähe des Modells keine systematische Abweichung der Meßpunkte von den Ausgleichskurven zu erkennen ist. Mit anderen Worten, muß das lokale Wellensystem (vgl. Abschnitt 2.3.2a) sehr rasch hinter dem Modell abklingen. Zusammenfassend können wir folgern, daß das wirklich gemessene Wellenbild mit hoher Genauigkeit dem lineartheoretischen Ansatz entspricht, und zwar schon in sehr kurzer Entfernung hinter dem Modell und ohne Rücksicht auf Tankwandeinfluß.

Zu beachten sind auch die "modifizierten Bezugslinien" in Abb. 3.32 (a, e, f), die eine gewisse Manipulation der entsprechenden Fourier-Koeffizienten darstellen. Denn die Koeffizienten sind in diesen Fällen nicht von der Nulllinie, sondern von dieser neuen Bezugslinie abgesetzt. Es zeigte sich nämlich, daß die niedrigsten Fourier-Koeffizienten außer dem von den freien Wellen herrührenden harmonischen Anteil nach Gln. (2.3.48) noch einen nicht-oszillierenden Restanteil enthielten. Um diesen zunächst unerklärlichen Rest von dem freien Wellensystem abzusondern, wurde die gesamte Ausgleichsrechnung zweimal durchgeführt. Erstens nach dem theoretischen Ansatz, vgl. Gln. (2.3.47/48),

$$(3.4.9) \quad a_v(x) = A_v \sin w_v(x - \xi_v),$$

und zweitens nach einem erweiterten Ansatz:

$$(3.4.10) \quad a_v(x) = A_v \sin w_v(x - \xi_v) + P_v(x);$$

$$P_v(x) = P_v^{(0)} + (x - x_0)P_v^{(1)} + (x - x_0)^2 P_v^{(2)}.$$

Der Rest wurde also durch ein einfaches Polynom dargestellt. Zur Unterscheidung bezeichnen wir Gln. (3.4.9) als Sinus-Ansatz und Gln. (3.4.10) als Polynomsinus-Ansatz. Letzterer enthält fünf Unbekannte, nämlich A_v, ξ_v und die drei Polynomkoeffizienten $P_v^{(0,1,2)}$. Es müssen also mehr als 5 Schnitte vorliegen, damit eine Ausgleichsrechnung nach diesem Ansatz durchgeführt werden kann. Da die Elemente außerdem linear abhängig sind, ist das Ergebnis im Prinzip von der Wahl des Bezugspunktes x_0 abhängig. Bei einer relativ großen Anzahl von überschüssigen Schnitten (hier $31 - 5 = 26!$) ist jedoch die Wahl von x_0 nicht kritisch. Der Ordnung halber sei dennoch erwähnt, daß für unsere Rechnung x_0 auf Bildmitte, d.h. gleich der x-Koordinate von Schnitt Nr. 16 festgesetzt wurde.

Aus Tafel 3.10 und Abb. 3.31 ist ersichtlich, daß der Sinus- und Polynomsinus-Ansatz praktisch identische Ergebnisse lieferten, ausgenommen die Fälle: $v = 0, 1, 1/2$ und $1 1/2$. Selbst in diesen vier Fällen resultieren zwar fast die gleichen Amplituden und Phasen nach beiden Ansätzen, aber die Güte des Ausgleichs ist beim Polynomsinus-Ansatz entschieden besser. Dieses Ergebnis erklärt sich aus dem in Abb. 3.32 (a, b, e, f) dargestellten Verlauf des mittleren Restanteils $\bar{P}_v(x)$, der als Nebenprodukt der Ausgleichsrechnung abfällt. Um die eigentliche Ursache für diesen

anormalen Verlauf der vier niedrigsten Fourier-Koeffizienten zu finden, wurden ihre Beiträge aufsummiert und der entsprechende Restfehler im Wellenbild ermittelt:

$$(3.4.11) \quad \zeta_r(x, y) = \sum_{v=n} \bar{P}_v(x) \cos u_v(y-y_m) + \sum_{v=n+\frac{1}{2}} \bar{P}_v(x) \sin u_v(y-y_m).$$

Der tatsächliche Verlauf dieser synthetischen Funktion ζ_r ist im nebenstehenden Höhenlinienplan, Abb. 3.33, veranschaulicht. Als mögliche physikalische Ursachen für einen derartigen, nicht zu den freien Wellen gehörigen, Beitrag zum gemessenen Wellenbild kommen grundsätzlich das lokale Wellensystem des Modells oder eine Schwebung im Schlepp-tank in Frage. Bei dem tatsächlich vorliegenden Verlauf von ζ_r scheiden jedoch beide Erscheinungen als sehr unwahrscheinlich aus. Dagegen legten entsprechende Untersuchungen an Aufnahmen der ruhenden Wasseroberfläche (vgl. Abschnitt 3.3.4a) die Vermutung nahe, daß es sich hier um keinen physikalischen Effekt, sondern vielmehr um einen kleinen Restfehler des stereophotogrammterischen Auswertgerätes handelt. Bei der Beurteilung dieses systematischen und daher eliminierbaren Restfehlers muß man bedenken, daß die maximale "Verbiegung" des optischen Bildmodells (vgl. Abschnitt 3.2.6b) knapp 0,5 mm im Stereoplanigraphen beträgt. Das entspricht etwa 5 mm im Tank (Abb. 3.33) oder 0,1 % einer charakteristischen Abmessung des Meßobjekts (Tankbreite = 5,005 m; Aufnahmehöhe = 4,5 m).

Schließlich wurde noch der Fehler des gesamten zwei-dimensionalen Ausgleichs nach Abschnitt 2.3.2f, Gln. (2.3.59/60), berechnet. Zu diesem Zweck mußte die Ausgleichsfunktion an allen 31 x 241 Gitterpunkten (x_i, y_j) durch Fourier-Synthese der mittleren Amplituden und Phasen nachgebildet und mit den

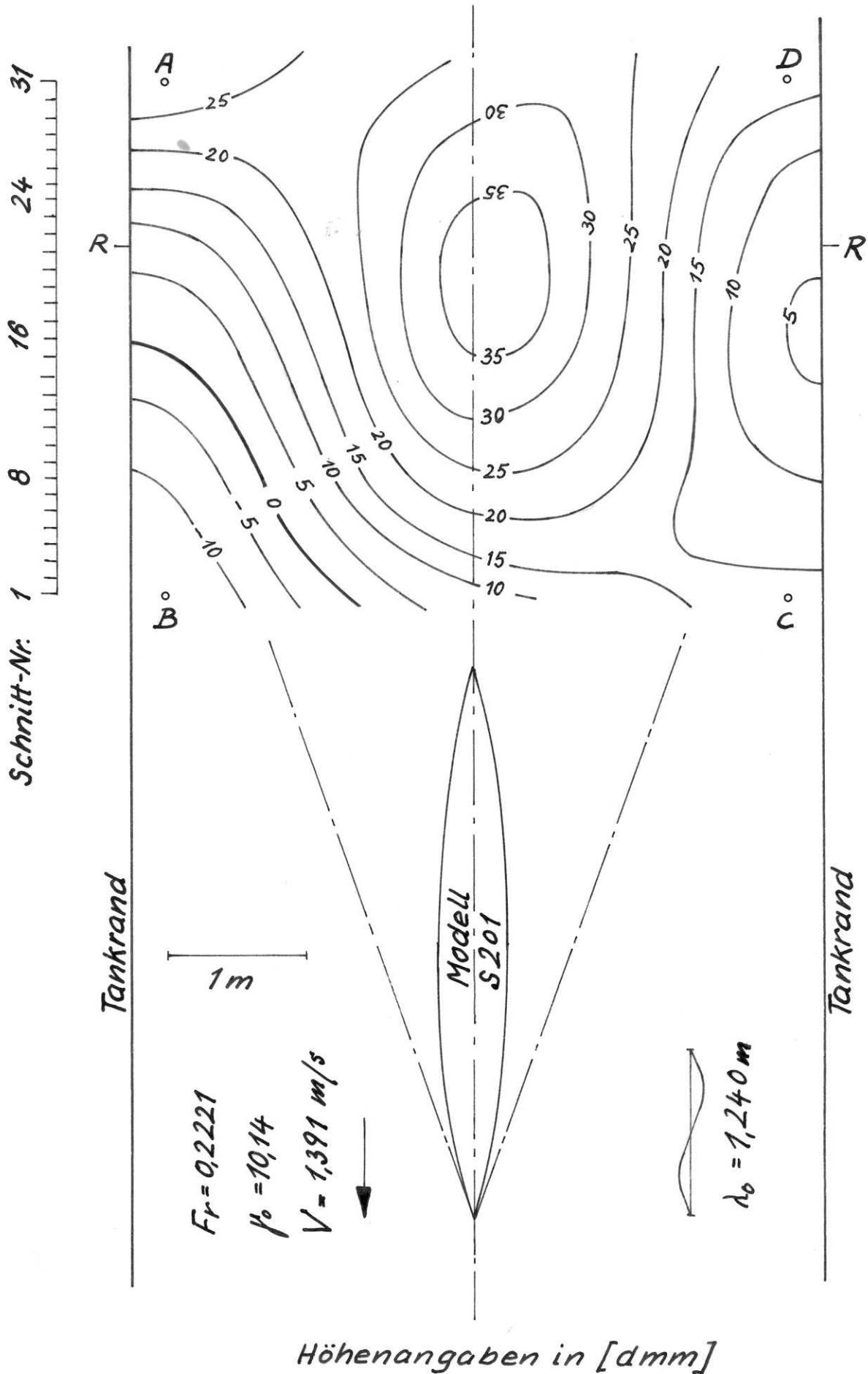


Abb. 3.33 Höhenlinienplan der Restfehler der stereophotogrammetrischen Auswertung (Bildpaar 81)

Ausgangsdaten ζ_{ij} verglichen werden. Der Anschaulichkeit halber wurde dieser Vergleich auch graphisch durchgeführt, wie z.B. in den Abb. 3.24 (a ÷ e) im Abschnitt 3.3.4a. Das Endergebnis ist in gedrängter Form in Abb. 3.34 wiedergegeben, wo jeder einzelne Schnitt freilich nur durch seine mittleren Werte vertreten ist. Aus diesem Bild lassen sich u.a. folgende Schlüsse ziehen: Die mittlere theoretische Wellenhöhe im untersuchten Bereich beträgt etwa 16 mm. Sie folgt unmittelbar aus der mittleren potentiellen Energie, vgl. Abschnitt 2.5.2b, bes. Abb. 2.8). Die tatsächlich gemessene Wellenhöhe war jedoch im Mittel nur etwa 9 mm. Die Schwankungen um den Mittelwert waren auch entsprechend kleiner. Das gemessene Wellenbild ließ sich durch den theoretischen Ansatz für ein allgemeines freies Wellensystem mit einem mittleren Fehler von ± 3 mm approximieren. Die Elimination eines systematischen Restfehlers durch die Anwendung des erweiterten Polynomsinus-Ansatzes auf die 4 niedrigsten Fourier-Komponenten ließ die mittlere Streuung auf ± 2 mm absinken. Die letztgenannte Zahl ergab sich aus einem Fehlerquadratgleichungsausgleich von $31 \times 241 = 7471$ Meßdaten mit einem Ansatz, der nur 134 Unbekannte hatte, und zwar je 61 Amplituden und Phasen für die Erfassung der freien Wellen und 12 Polynomkoeffizienten für die Berücksichtigung der Restfehler. Da im Prinzip schon 134 ausgesuchte Meßdaten zur Bestimmung der 134 Unbekannten ausreichen, betrug das Verhältnis der überschüssigen zur gesamten Meßinformation in unserer Ausgleichsrechnung etwa $7337 : 7471$ oder fast 98 %. Für alle Ergebnisse gelten daher entsprechend hohe Vertrauensgrenzen.

Freie Wellenlänge $\lambda_0 = 1,240 \text{ m}$

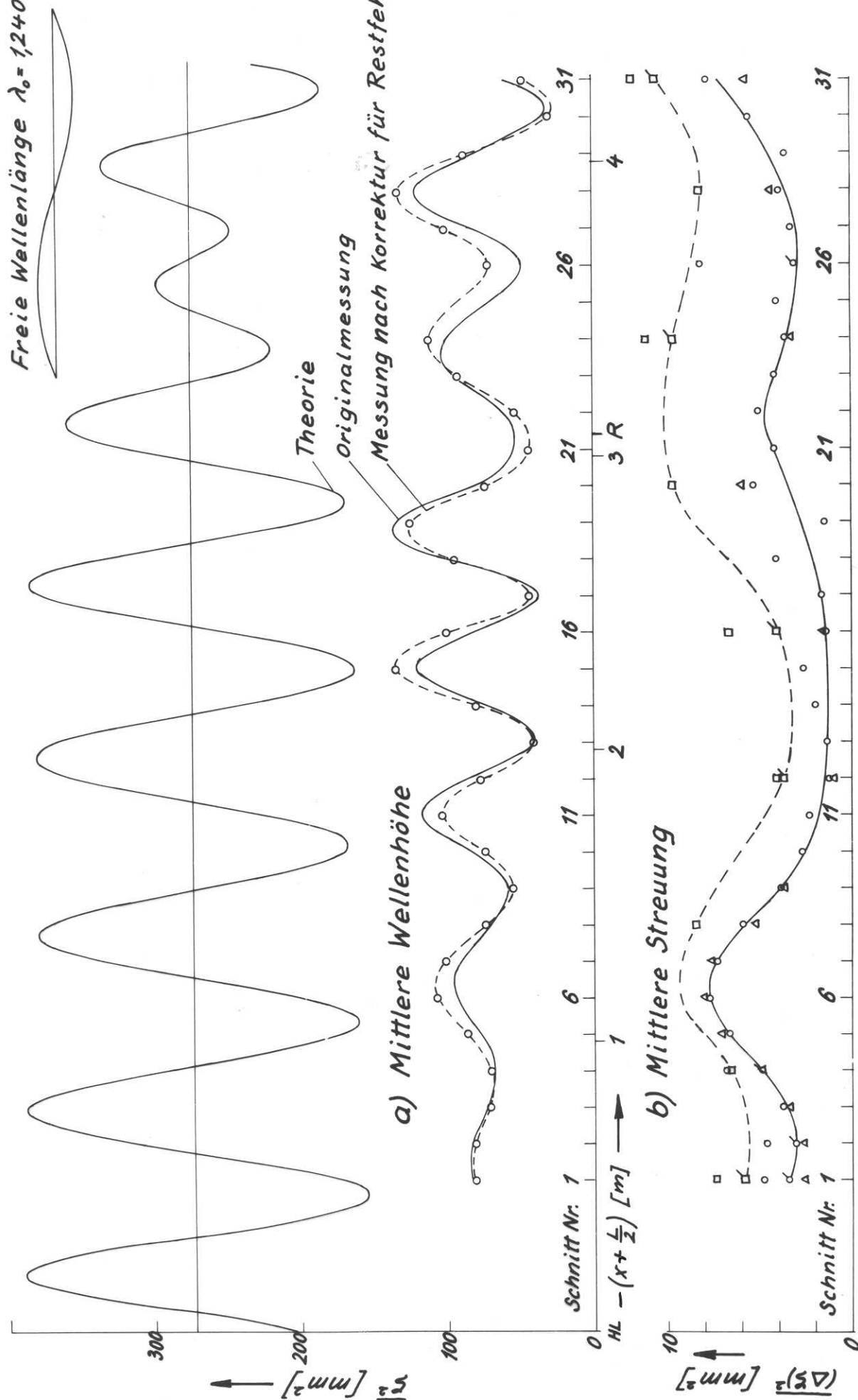


Abb.3.34 Mittlere Fehler der Ausgleichsrechnung für das gemessene Wellenbild

$b = 5,005 \text{ m}$ $V = 1,391 \text{ m/s}$ $Fr = 0,2221$ $\gamma_0 = 10,14$

□ Sinus-Ansatz für alle Koeffizienten

○ Polynomsinus-Ansatz für a_0, a_1, b_1, b_2

△ Polynomsinus-Ansatz für alle Koeffizienten

□σ Unter Ausschluß der unsicheren Meßpunkte

b. Wellenwiderstand

Die grundsätzliche Anwendbarkeit des lineartheoretischen Ansatzes für die praktische Wellenanalyse wurde durch die vorhergehenden Ergebnisse eindeutig nachgewiesen. Als nächstes war die Abhängigkeit des scheinbaren Wellenwiderstandes $\tilde{R}_w$ von der Geschwindigkeit zu untersuchen. Doch vorher mußte festgestellt werden, wieviel Mindestinformation aus Messungen vorliegen muß, um ein zuverlässiges Endergebnis zu erhalten. Offensichtlich wäre es zwar ausreichend, aber doch zu aufwendig gewesen, bei jeder Geschwindigkeit etwa 31 Wellenschnitte auszuwerten. Andererseits wäre das Ergebnis im Hinblick auf die in Abb. 3.32 (a ÷ f) sichtbare Streuung zu ungenau gewesen, wenn jeweils nur das theoretische Minimum von zwei Schnitten analysiert worden wäre. Eine den tatsächlichen Begebenheiten angemessene Antwort auf diese Frage wurde nach dem folgenden Verfahren gefunden. Das aus dem Gesamtausgleich aller 31 Schnitte nach dem Polynomsinus-Ansatz ermittelte Spektrum (Tafel 3.10) wurde als das "wahre" Ergebnis für diese Geschwindigkeit angesehen. Es wurde daher gegenübergestellt den verschiedenen Spektren, die aus denselben 31 Schnitten resultieren, indem jeweils nur verschiedene Untergruppen von 2, 3, 4 oder 5 Schnitten zu einer "Meßeinheit" zusammengefaßt und nach dem Sinus-Ansatz ausgewertet wurden. Auf diese Weise konnte einerseits die statistische Abhängigkeit des Auswertergebnisses von der Anzahl der analysierten Schnitte und andererseits eine etwaige systematische Veränderung *) des Wellenspektrums mit

*) Sie hätte beispielsweise aus den folgenden Ursachen herühren können: 1) Abklingen der Wellen infolge der inneren Reibung der Flüssigkeit oder der Reflektionsverluste an den Tankwänden, 2) Nichtlineare Wechselwirkung zwischen den Elementarwellen und 3) Wechselwirkung zwischen den freien Wellen und dem zähigkeitsbedingten Nachstrom.

zunehmender Entfernung hinter dem Modell geprüft werden. Die mittleren Amplituden und die zugehörigen Integralwerte $\tilde{R}_w$ aus den Fünfergruppen sind beispielsweise in Abb. 3.35 wiedergegeben. Zunächst sei festgestellt, daß eine systematische Variation des Spektrums mit Modellentfernung nicht vorliegt, ausgenommen vielleicht die Fälle $v = 1, 2$ und 4 . Die Mittlere Abweichung der $\tilde{R}_w$ -Werte von dem vereinbarten Vergleichswert beträgt $11,4\%$, jedoch nur $4,3\%$, wenn die Fourier-Koeffizienten a_0 und a_1 vorher für die bereits besprochenen Restfehler korrigiert werden. Die entsprechenden Zahlen für Untergruppen aus 2, 3 und 4 Schnitten lauten $8,3\%$, $5,4\%$ und $5,0\%$. Das Endergebnis dieser Untersuchung lautet: Etwa 4 bis 5 Schnitte reichen aus, um den scheinbaren Wellenwiderstand mit einer mittleren Unsicherheit von 5% zu bestimmen, vorausgesetzt, daß etwaige systematische Meßfehler in geeigneter Weise eliminiert werden. Daß diese zunächst aus stereophotogrammterischen Schnitten abgeleitete Aussage auch für die elektro-akustische Wellenmessung gilt, zeigt Abb. 3.36a. Die Übereinstimmung zwischen den Amplituden bzw. Phasen, die sich einerseits aus 31 stereophotogrammetrisch ausgewerteten und andererseits aus 6 elektro-akustisch ermittelten Wellenschnitten ergeben, ist durchaus befriedigend. Dabei ist zu bedenken, daß hier im Endeffekt Messungen verglichen werden, die zu verschiedenen Zeiten, in Schlepptanks verschiedener Abmessungen, nach grundverschiedenen Meßverfahren und in sehr unterschiedlichen Entfernungen hinter dem Modell durchgeführt wurden, vgl. Abschnitt 3.3.4, bes. Abb. 3.25. Ein direkter Vergleich der gemessenen Wellenhöhen ist unter diesen Umständen gar nicht möglich. Nur die besondere Auftragung des Spektrums nach den Überlegungen von Abschnitt 2.5.3d erlaubt diesen Vergleich der für die Modellform und -geschwindigkeit charakteristischen, aber gegenüber den Einzelheiten der Messung und Auswertung im Prinzip invarianten

Abb. 3.35 Empirische Amplitudenfunktion

errechnet aus dem stereophotogrammetrischen
Wellenbild. Abhängigkeit von der Anzahl der
analysierten Schnitte.

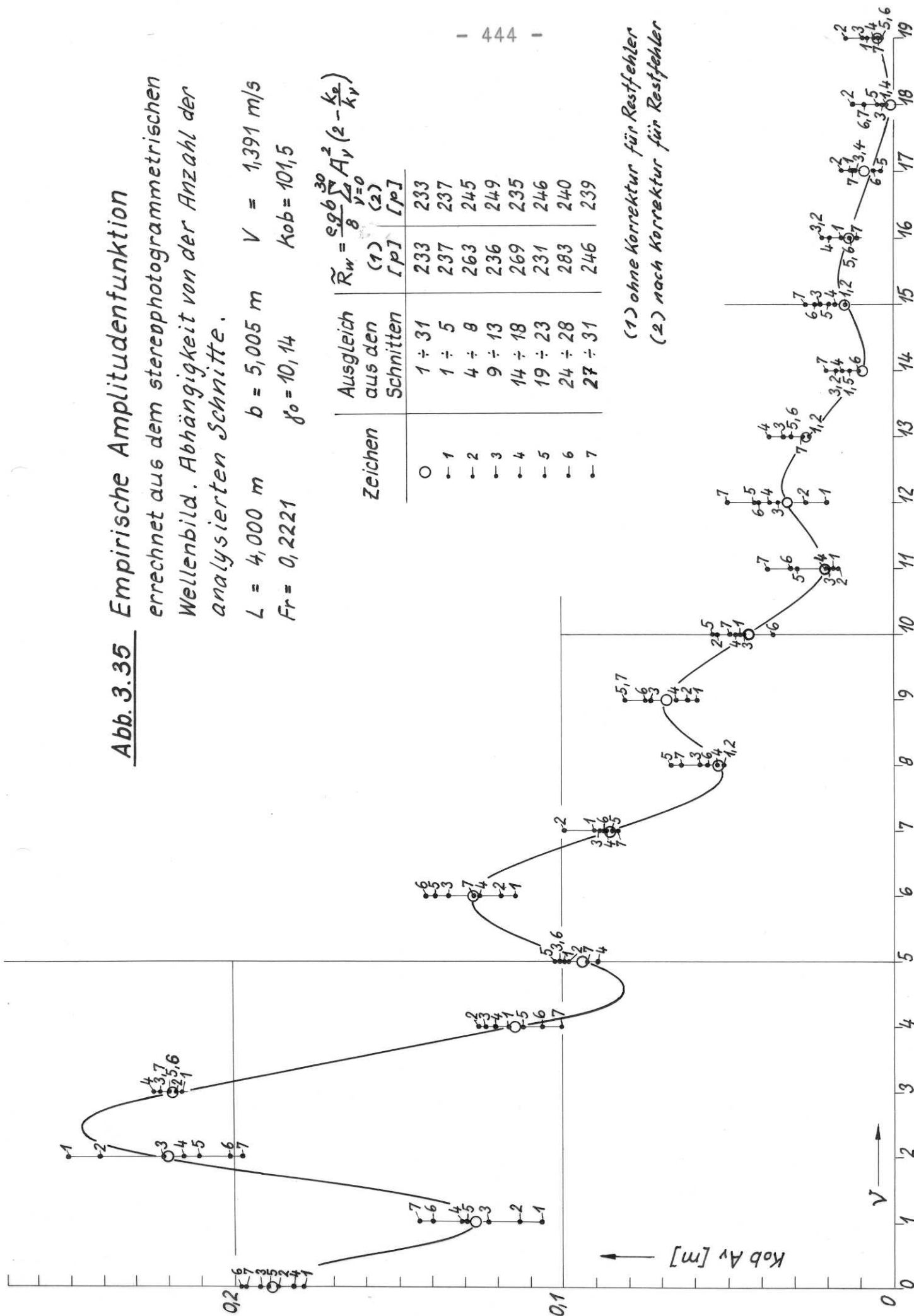
$L = 4,000 \text{ m}$ $b = 5,005 \text{ m}$ $V = 1,391 \text{ m/s}$

$Fr = 0,2221$ $\delta_0 = 10,14$ $Kob = 101,5$

$$\bar{R}_w = \frac{sgb}{8} \sum_{v=0}^{30} A_v^2 \left(2 - \frac{k_v}{k_v}\right)$$

Zeichen	Ausgleich aus den Schnitten	$\bar{R}_w$ (1) [p]	$\bar{R}_w$ (2) [p]
○	1 ÷ 31	233	233
— 1	1 ÷ 5	237	237
— 2	4 ÷ 8	263	245
— 3	9 ÷ 13	236	249
— 4	14 ÷ 18	269	235
— 5	19 ÷ 23	231	246
— 6	24 ÷ 28	283	240
— 7	27 ÷ 31	246	239

(1) ohne Korrektur für Restfehler
(2) nach Korrektur für Restfehler



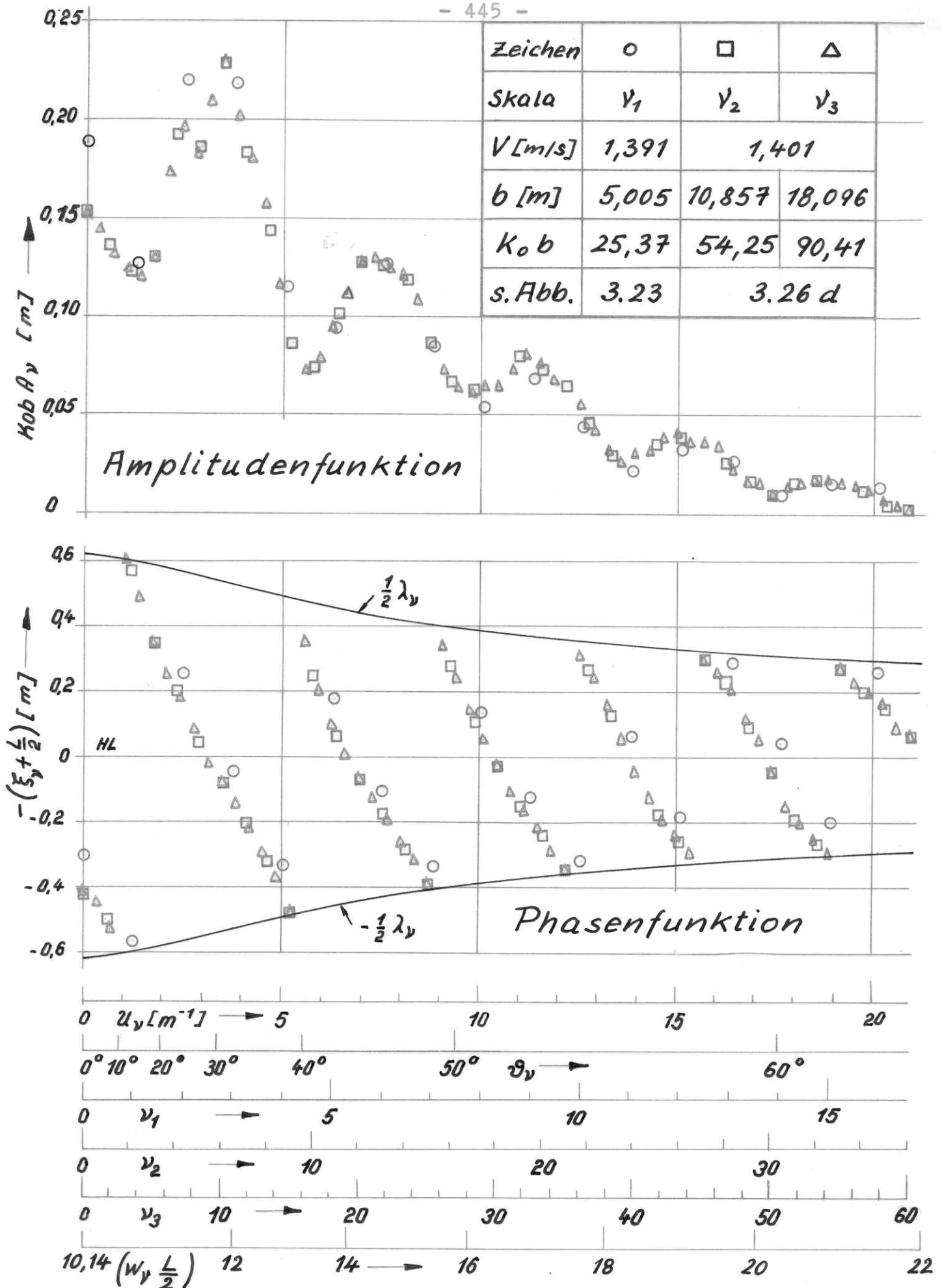


Abb. 3.36 a Empirisches Wellenspektrum : Vergleich verschiedener Meß- und Auswerteverfahren

Größen. Nebenbei zeigt Abb. 3.36a auch, daß unter gegebenen Voraussetzungen die der Analyse zugrunde gelegte hypothetische Tankbreite das Endergebnis praktisch nicht beeinflußt, vgl. Abschnitt 2.3.2d. Nach eindrucksvoller wird diese Tatsache durch Abb. 3.36b veranschaulicht. Selbst eine asymmetrisch angenommene Tankbreite liefert die gleichen Endergebnisse, wie die beiden symmetrischen, wobei in allen Fällen dieselben Messungen analysiert wurden. Zu beachten ist, daß die Amplituden nur in einem modellsymmetrischen Koordinatensystem direkt verglichen werden können. Die Umrechnung erfolgt ganz einfach nach Gln. (2.3.31), vgl. Abb. 3.36b *).

*) Abb. 3.36a/b veranschaulichen übrigens auch die einleuchtende Tatsache, daß beim gleichen Schiffsmodell jeder symmetrischen Elementarwelle im symmetrischen Kanal je eine sym- und antimetrische Welle im asymmetrischen Kanal gleicher Breite entspricht. Bei Benutzung eines sehr schmalen Kanals (wo notwendigerweise nur die wahre Tankbreite für die Analyse in Frage kommt), wäre es also vom Standpunkt der Wellenanalyse günstiger, das Modell asymmetrisch zum Kanal (am besten im Verhältnis 3:1) zu schleppen, um das eigentlich interessierende kontinuierliche Spektrum in möglichst engen diskreten Schritten zu erfassen.

Diese eingehende Untersuchung einer einzigen ausgewählten Geschwindigkeit führte also zu folgendem Ergebnis. Beim vorliegenden Meß- und Auswerteverfahren reichen 4 bis 5 Wellenschnitte aus, ein invariantes und reproduzierbares Spektrum zu ermitteln, wobei verschiedene wirkliche oder hypothetische Tankbreiten miteinander vollkommen vereinbare Werte lieferh. Auf der Grundlage dieser Erkenntnis wurden die Wellenmessungen bei allen anderen Geschwindigkeiten ausgewertet. Die resultierenden Werte des scheinbaren Wellenwiderstandes R_w sind in nebenstehender Tafel 3.11 zusammengestellt. Der

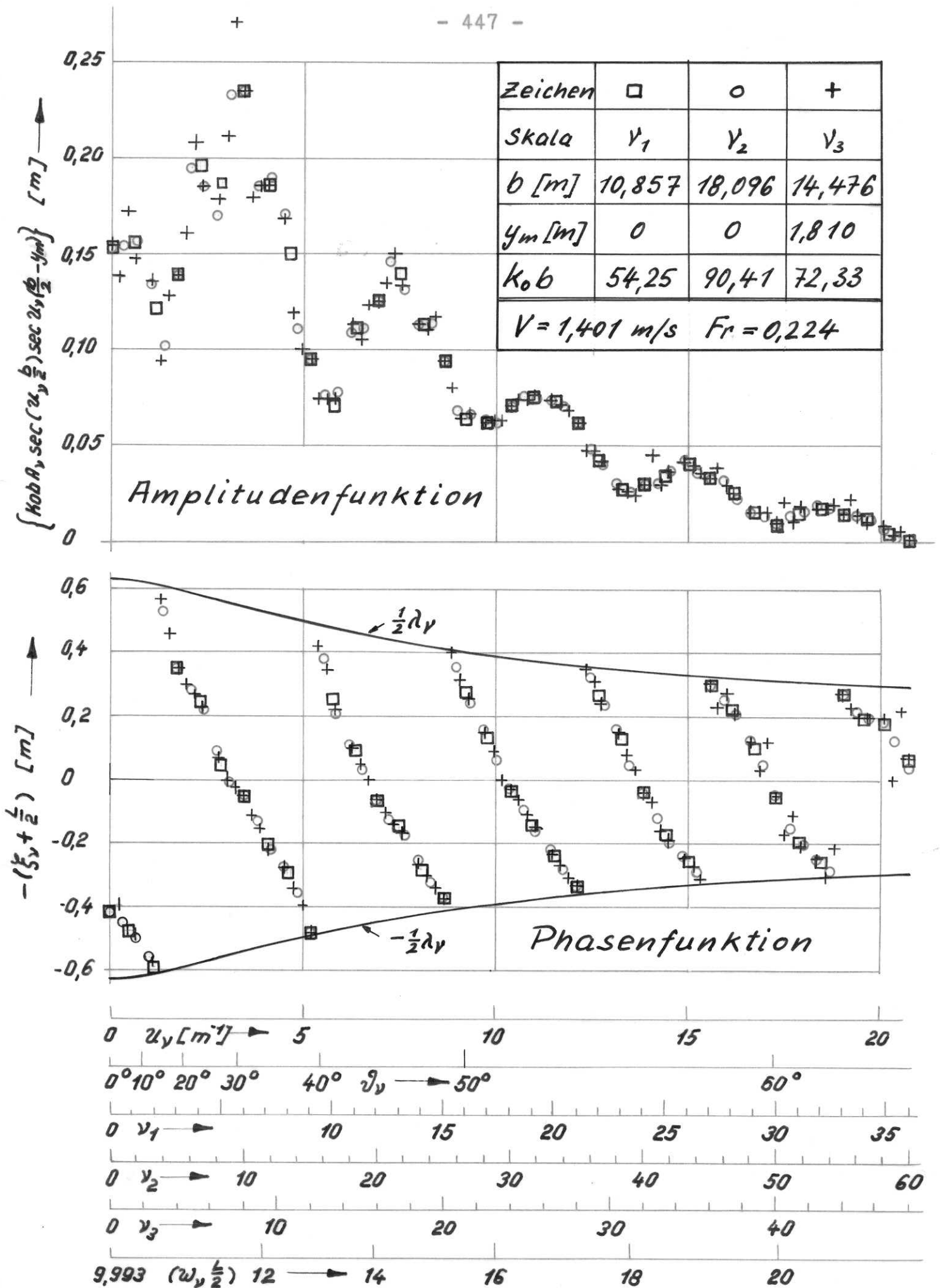


Abb. 3.36 b Empirisches Wellenspektrum: Vergleich verschiedener hypothetischer Tankbreiten

Fall	V	b	M	N	n	$\tilde{R}_W$	$\Delta \tilde{R}_W$	R_W^I	$\tilde{R}_W^I$	$\tilde{R}_r^I$
	m/s	m				p	p	p	p	p
A	1,200	18,096	5	120	60	89	96	385	84	193
B	1,300	10,857	5	72	60	168	63	960	138	302
C	1,391	5,005	31	120	30	233	-	-	-	-
	"	5,005	5	120	30	235	20	-	-	-
	"	20,020	-	-	120	-	-	856	188	411
D	1,401	18,096	6	120	60	215	-	950	174	399
	"	10,857	6	72	60	215	-	963	178	408
	"	18,096	5	120	60	226	62	950	174	399
	"	10,857	5	72	60	227	76	963	178	408
	"	14,476	5	96	60	228	82	-	-	- *
E	1,494	10,857	5	72	60	392	75	1973	353	653
F	1,595	10,857	5	72	60	672	42	1438	639	1028
G	1,694	10,857	5	72	60	748	38	2019	536	1024
H	1,795	10,857	5	72	60	999	49	3972	1000	1599
I	1,996	10,857	5	72	60	2656	27	4517	2686	3544
J	2,089	18,096	5	120	60	2966	15	3735	2645	3614
K	2,198	10,857	5	72	60	3242	98	3870	2396	3530
L	2,300	12,667	5	84	70	3382	160	5335	2592	3875
M	2,501	12,667	5	84	70	5439	13	11245	5462	6976
N	2,780	12,667	4	84	70	9366	15	21016	12710	14526
O	3,099	18,096	3	120	60	16630	18	29112	20077	22250
P	3,100	12,667	4	84	70	19660	17	29271	20172	22363
Q	3,478	12,667	4	84	70	26450	24	34835	25006	27710
R	3,920	12,667	4	84	70	26920	-	38296	27562	30943

N.B. Fälle A bis R entsprechen Abb. 3.26 (a bis r)
und Abb. 3.38 (a bis r)

R_W	Scheinbarer Wellenwiderstand aus Wellenanalyse: $\tilde{R}_W = \frac{qgb}{8} \sum_{v=0}^n A_v^2 (2 - k_0/k_v)$				
○ R_W^I	Theoretischer	"	Gln (2.5.41), ohne Korrekturen		
$\tilde{R}_W^I$	Korrigierter	"	"	mit α, β, δ nach Tafel 3.12	
$\tilde{R}_r^I$	"	"	"	mit $\alpha, \beta, \gamma, \delta$	" "

*) Asymmetrisch angenommene Tankbreite: $y_m = 1,810$ m, vgl. Abb. 3.36 b.
In diesem Fall wurden auch die antimetrischen Komponenten
 $v = 1/2$ bis $59 1/2$ berücksichtigt.

Tafel 3.11 Scheinbarer Wellenwiderstand aus Wellenanalyse
(Vergleich mit Theorie mit und ohne Berücksichtigung
halbempirischer Korrekturen)

ebenfalls angegebene Fehler $\Delta \tilde{R}_w$ nach Gln. (2.3.62) dient als relatives Maß für die Güte des erzielten Ausgleiches. Zum Vergleich sind auch die Werte des theoretischen Wellenwiderstandes R_w^I nach dem Inuischen Ansatz eingetragen, und zwar mit und ohne halbempirische Korrekturen. Die korrigierten Widerstände $\tilde{R}_r^I$ und $\tilde{R}_w^I$ unterscheiden sich nach Abschnitt 1.5.3, Gln. (1.5.39), dadurch, daß die Inuische Korrektur α' im einen Fall nur auf den Interferenzterm und im anderen auch auf den Fundamentalterm angewandt wird. Die Größen R_w^I , $\tilde{R}_r^I$ und $\tilde{R}_w^I$ wurden nach Gln. (2.5.41) aus den (gegebenenfalls korrigierten) theoretischen Amplituden errechnet. Die Zahlenwerte für die Korrekturen α , β , γ und δ wurden einer Arbeit von INUI (1957, S 342 - 345) entnommen, (siehe auch Tafel 3.12 und Abb. 3.40). Im Interesse eines sachgemäßen Zahlenvergleiches wurden den theoretischen und experimentellen Größen jeweils die gleichen die α - und n -Werte zugrunde gelegt, vgl. Tafel 3.11. Der besseren Übersicht halber sind die Zahlenwerte aus Tafel 3.11 in der folgenden Abb. 3.37 aufgetragen, wobei statt Widerstand und Geschwindigkeit geeignete dimensionslose Beiwerte verwendet wurden. Zur Vervollständigung sind auch die gemessenen Restwiderstandsbeiwerte $C_r^H = C_t - C_v$ eingetragen. Dabei sind die C_t -Werte nach Abschnitt 3.4.1 für Tankwand- und Temperatureinfluß korrigiert und die C_v -Kurve nach Abschnitt 3.4.2 durch $1,18 C_{fo}$ angenähert worden. Nach der Geosimanalyse gilt in diesem Fall $C_v = C_{Re}$ und $(C_t - C_v) = C_{Fr}$, vgl. Abschnitt 3.4.1d. Abb. 3.37 zeigt somit eine Gegenüberstellung von sechs wichtigen Größen, die alle mit dem Begriff "Wellenwiderstand" zusammenhängen. Es sind 1) die rein theoretisch errechnete Größe C_w^I , 2) die halbtheoretischen Größen, $\tilde{C}_w^I$ und $\tilde{C}_r^I$, und schließlich 3) die experimentellen Größen: C_r^H , C_{Fr} und C_w . Aus diesem bedeutsamen Vergleich, der sich fast über den gesamten interessierenden Geschwindigkeitsbereich erstreckt, können u.a. folgende Schlüsse gezogen werden:

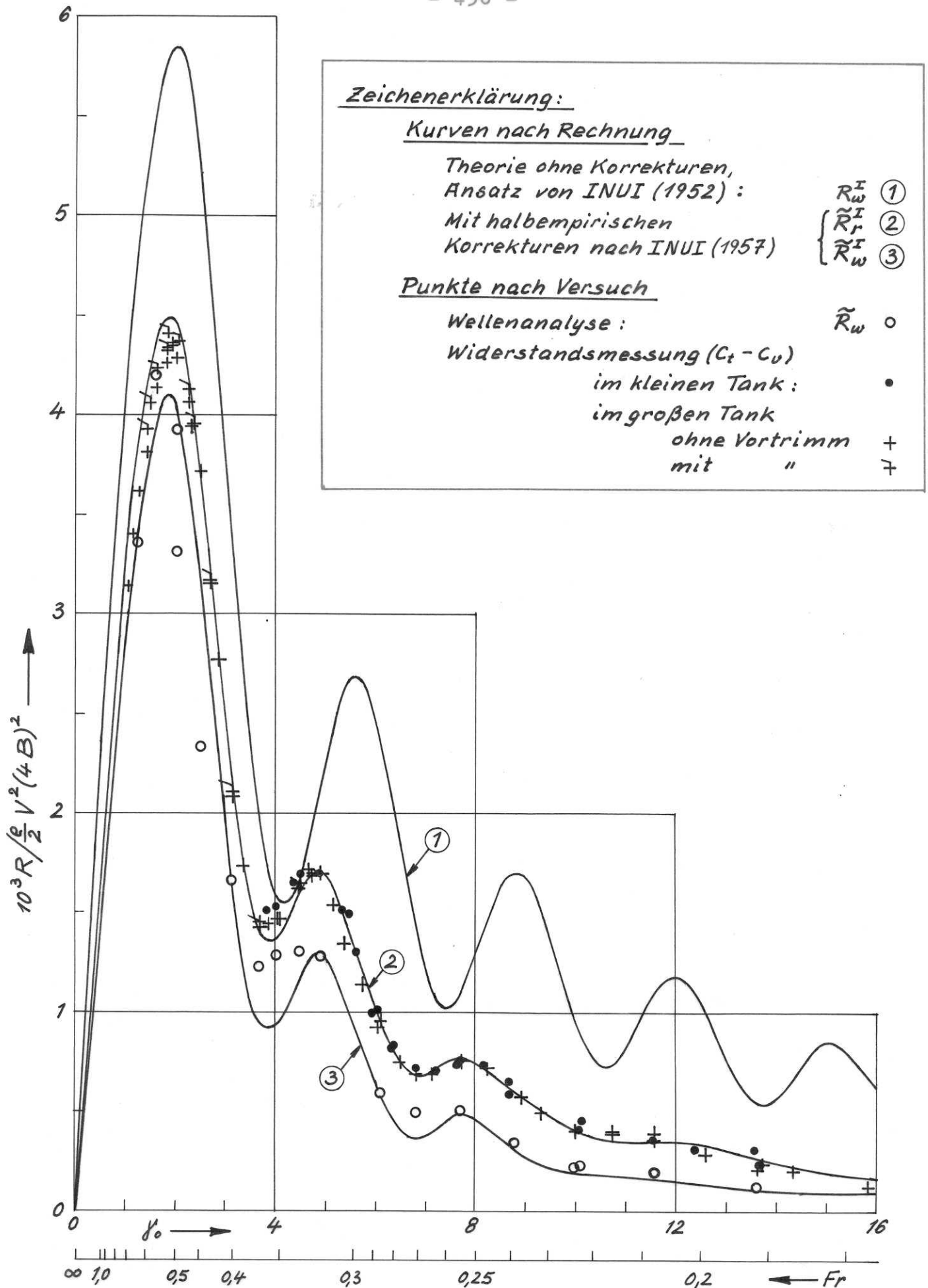


Abb. 3.37 Wellenwiderstand - Vergleich zwischen Theorie und Versuch

1) Der scheinbare Wellenwiderstand $\tilde{R}_w$ aus der Wellenanalyse unterscheidet sich nicht nur begrifflich, sondern auch praktisch ganz erheblich vom (gewöhnlich für den "Wellenwiderstand" gehaltenen) Restwiderstand $R_r^H = R_t - R_v$. Er stellt auch nicht den im Sinne der Geosimanalyse von der Froudezahl abhängigen Anteil C_{Fr} des Gesamtwiderstandsbeitrages $\tilde{C}_t \approx C_{Re} + C_{Fr}$ dar. Die Größe $\tilde{R}_w$ kann zwar nicht beliebig genau bestimmt werden, die vorliegenden Versuchsergebnisse rechtfertigen jedoch die Bezeichnung "fast streng" im Sinne von Abschnitt 1.3.4.

2) Aus dem theoretischen Wellenwiderstand R_w^I nach Inui können durch sinnreiche Anwendung gleicher halbempirischer Korrekturen zwei Größen, $\tilde{R}_r^I$ und $\tilde{R}_w^I$, abgeleitet werden, die anscheinend den experimentellen Größen R_r^H und $\tilde{R}_w$ entsprechen. Die Übereinstimmung zwischen $\tilde{R}_r^I$ und R_r^H ist nicht überraschend, denn die Zahlenwerte für die Korrekturen waren auf dieses Ziel zugeschnitten. Aber die zum Teil erstaunliche Übereinstimmung zwischen $\tilde{R}_w$ und $\tilde{R}_w^I$ ist, ~~echte experimentelle Evidenz~~ zugunsten der halbempirischen Korrekturen. Freilich muß betont werden, daß unsere Anwendung der Inuischen Korrekturen für die Berechnung der Größe $\tilde{R}_w^I$ offenbar über das von INUI (1957) selbst angestrebte Ziel hinausgeht, vgl. Abschnitt 1.5.3.

3) Die Zahlenwerte für die halbempirischen Korrekturen α , β , γ und δ sind zwar von Modellform und Froudezahl, aber anscheinend nicht sehr stark von Reynoldszahl abhängig. Denn die hier aufgetragenen Größen $\tilde{C}_r^I$ und $\tilde{C}_w^I$ beruhen auf ($\alpha, \beta, \gamma, \delta$)-Werten für das Tokyoer Modell S 201 ($L = 1,75$ m). Die damit verglichenen Größen C_r^H und $\tilde{C}_w$ gelten dagegen für das Hamburger Modell S 201 ($L = 4,00$ m).

c. Wellenspektrum

Nachdem die Unterschiede zwischen dem theoretischen und experimentellen Wellenwiderstand mit Hilfe der Invischen Korrekturen, $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ recht gut erklärt werden konnten, wurde ein detaillierter Vergleich der Wellenspektren durchgeführt. Dadurch sollte festgestellt werden, ob diese halbempirischen Korrekturen lediglich irgendwelche hypothetischen Zwischengrößen sind oder ob sie physikalisch reelle Effekte darstellen, die sich auch im gemessenen Wellenbild einwandfrei nachweisen lassen. Da nun das Wellenbild im wesentlichen durch sein Amplitudensystem bestimmt wird, wurden die theoretischen und experimentellen Amplitudenfunktionen für alle 18 untersuchten Geschwindigkeiten verglichen, siehe Abb. 3.38 (a ÷ r). Die spezielle Auftragung der Amplitudenfunktion $(k_0 \text{ b } A_v)$ über der in Querrichtung induzierten Wellenzahl ($u_v = 2 v/b$) wurde im Abschnitt 2.5.3d (vgl. Abb. 2.12 und 2.13) begründet. Es sei noch einmal betont, daß die für die graphische Auftragung der Ergebnisse benützte Tankwellenzahl w_v nur ein Hilfsmittel für die numerische Auswertung darstellt, zumal auch die Versuchsergebnisse im allgemeinen mit einer hypothetischen Tankbreite b ausgewertet wurden. Physikalisch bedeutsam sind vielmehr die Kreiswellenzahlen u_v und w_v , deren theoretischer Zusammenhang nach Gln. (2.3.47c) für die vorliegenden Fälle in Abb. 339 graphisch wiedergegeben ist. Der Anfangswert der dimensionslosen Skala ($w_v L/2$) in Abb. 3.38 (a bis r) ist laut Definition gleich dem jeweiligen Wert des Parameters γ_0 . Weitere Erläuterungen sind den Bildern selbst zu entnehmen.

Aus diesem umfassenden Vergleich des Amplitudenspektrums nach Theorie und Versuch können folgende Schlüsse grundsätzlicher Art über die Bedeutung der halbempirischen Korrekturen gezogen werden: 1) Die Abweichungen der theoretischen von den experimentellen Amplituden sind offenbar infolge der vereinfachenden Annahmen der Theorie sehr groß. 2) So-

Abb. 3.38 (a÷r) Amplitudenfunktion:
Vergleich zwischen Theorie und Versuch

Zeichenerklärung:

Kurven nach Theorie, vgl. Gln. (2.5.40):

- | | |
|---|----------------------------------|
| ① Ohne Korrektur | } Zahlenwerte nach
Tafel 3.12 |
| ② Mit Korrekturen α, β, δ | |
| ③ " " $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\delta}, \epsilon$ | |

Punkte nach Versuch:

Messung, vgl. Abb. 3.23 und 3.26 (a÷r)
 Auswertung, vgl. Tafel 3.11 – Fälle A÷R

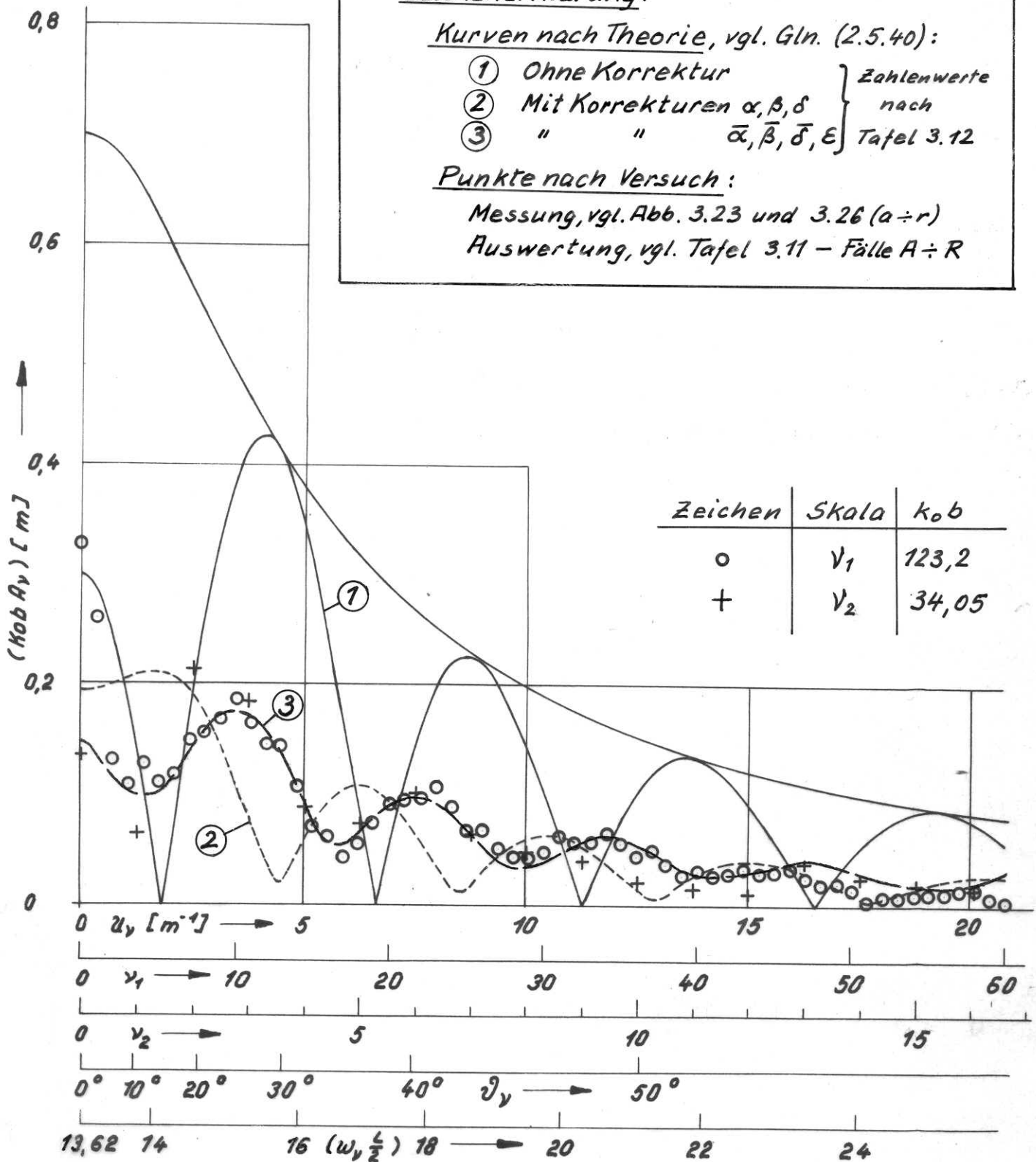


Abb. 3.38a

$V = 1,200 \text{ m/s}$ $Fr = 0,192$

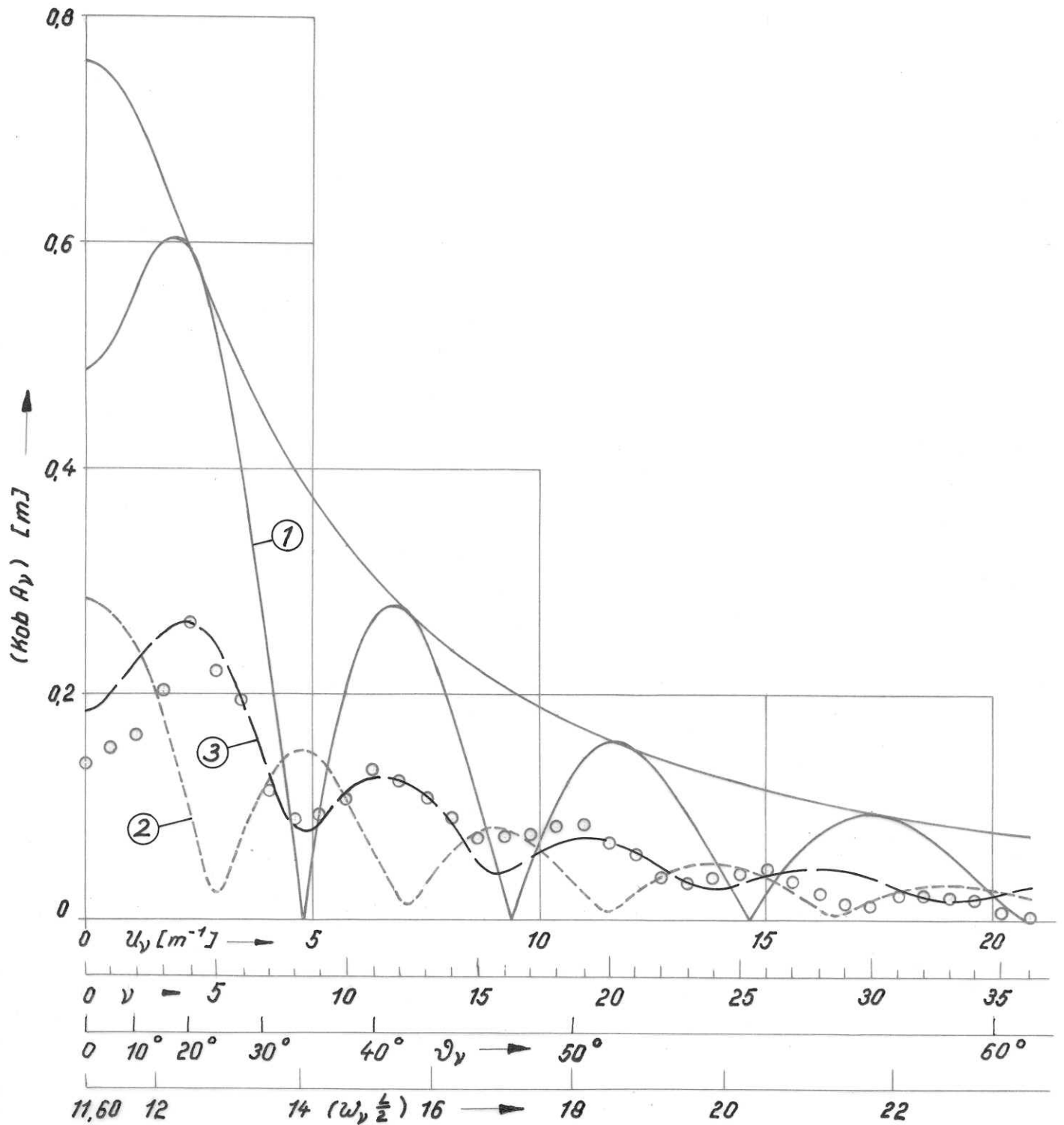


Abb. 3.38 b $V = 1,300 \text{ m/s}$ $Fr = 0,208$ $k_0 b = 63,0$

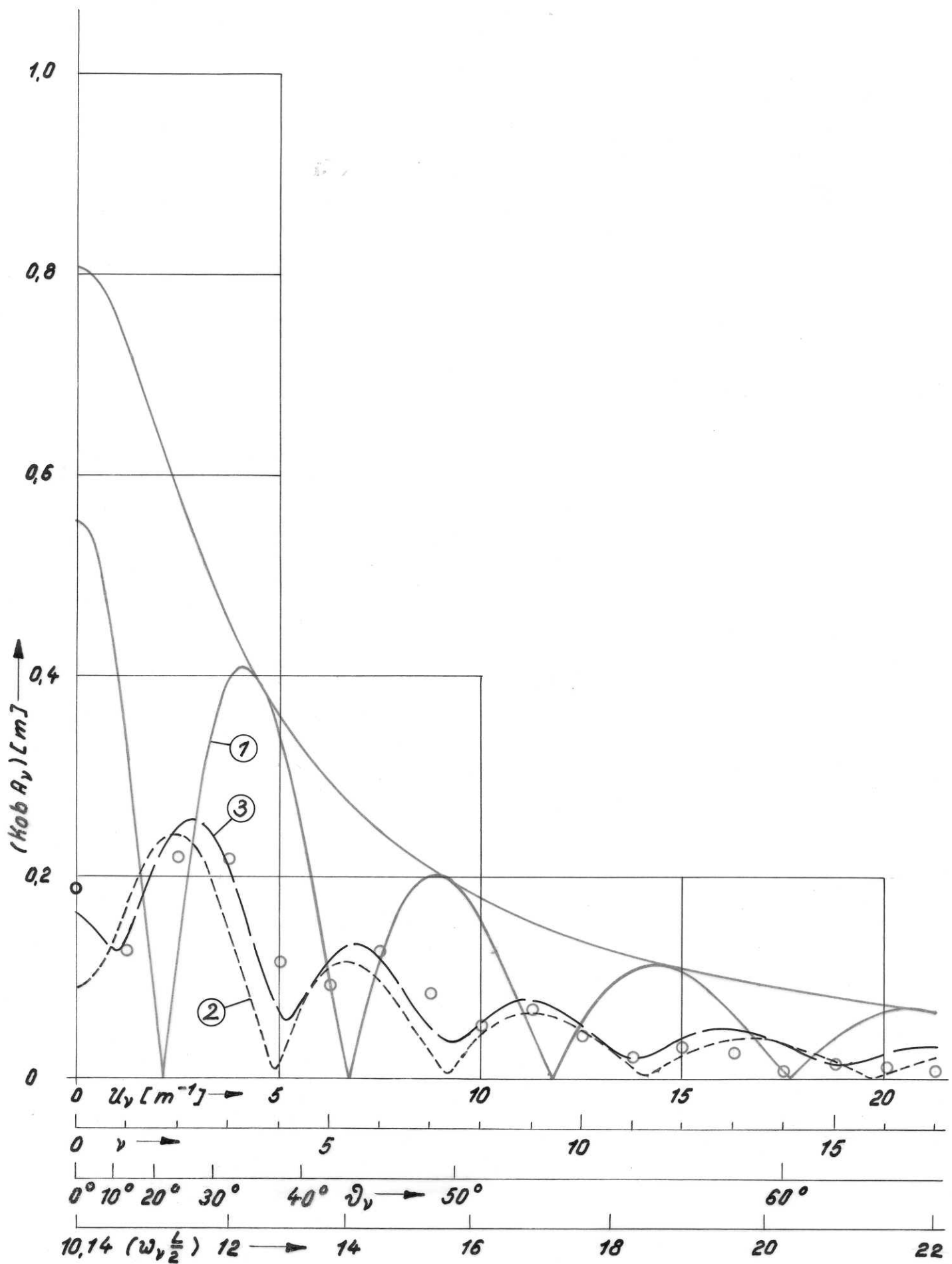


Abb. 3.38 c $V = 1,391 \text{ m/s}$ $Fr = 0,222$ $k_0 b = 25,37$

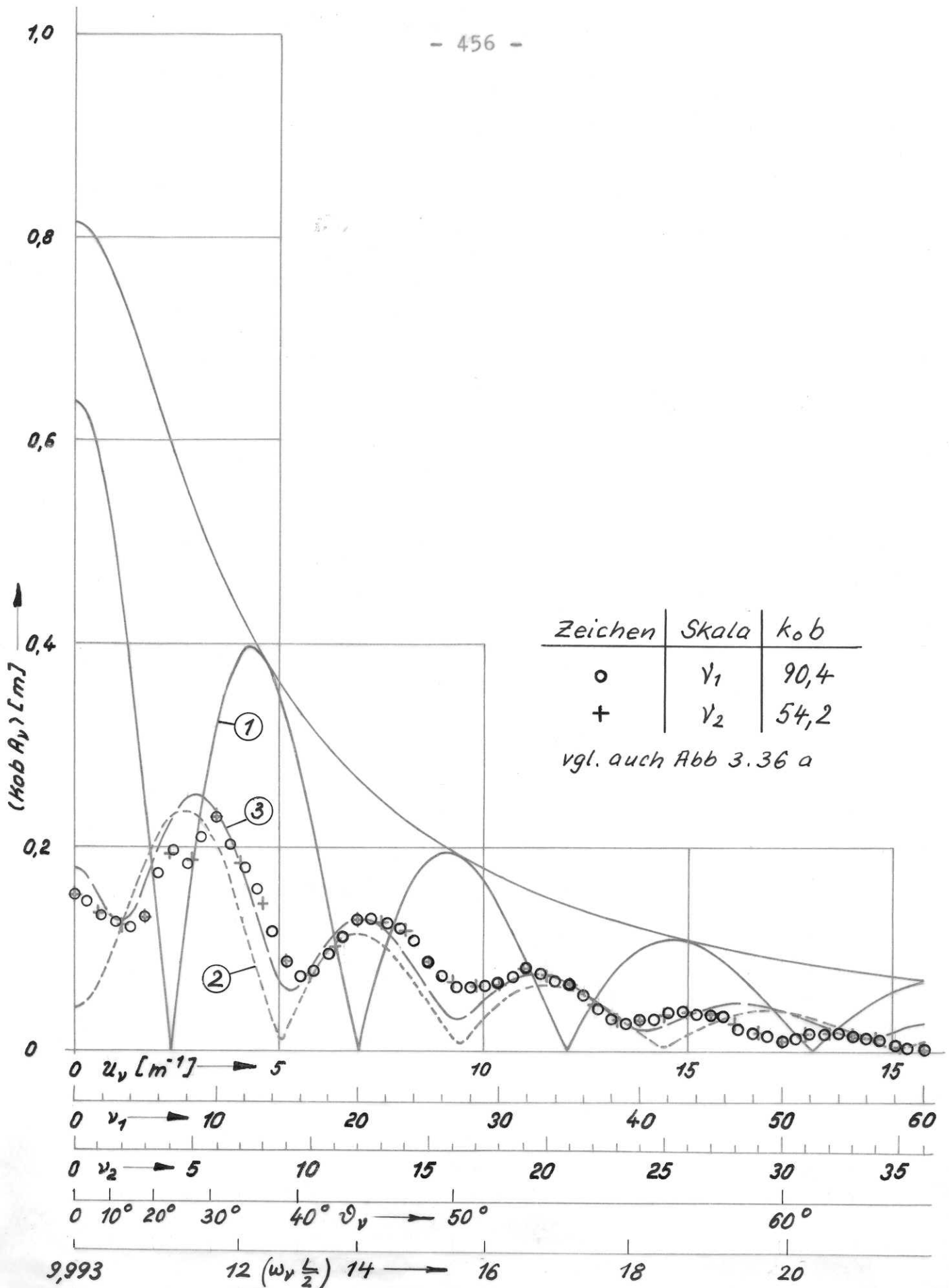


Abb. 3.38 d $V = 1,401 \text{ m/s}$ $Fr = 0,224$

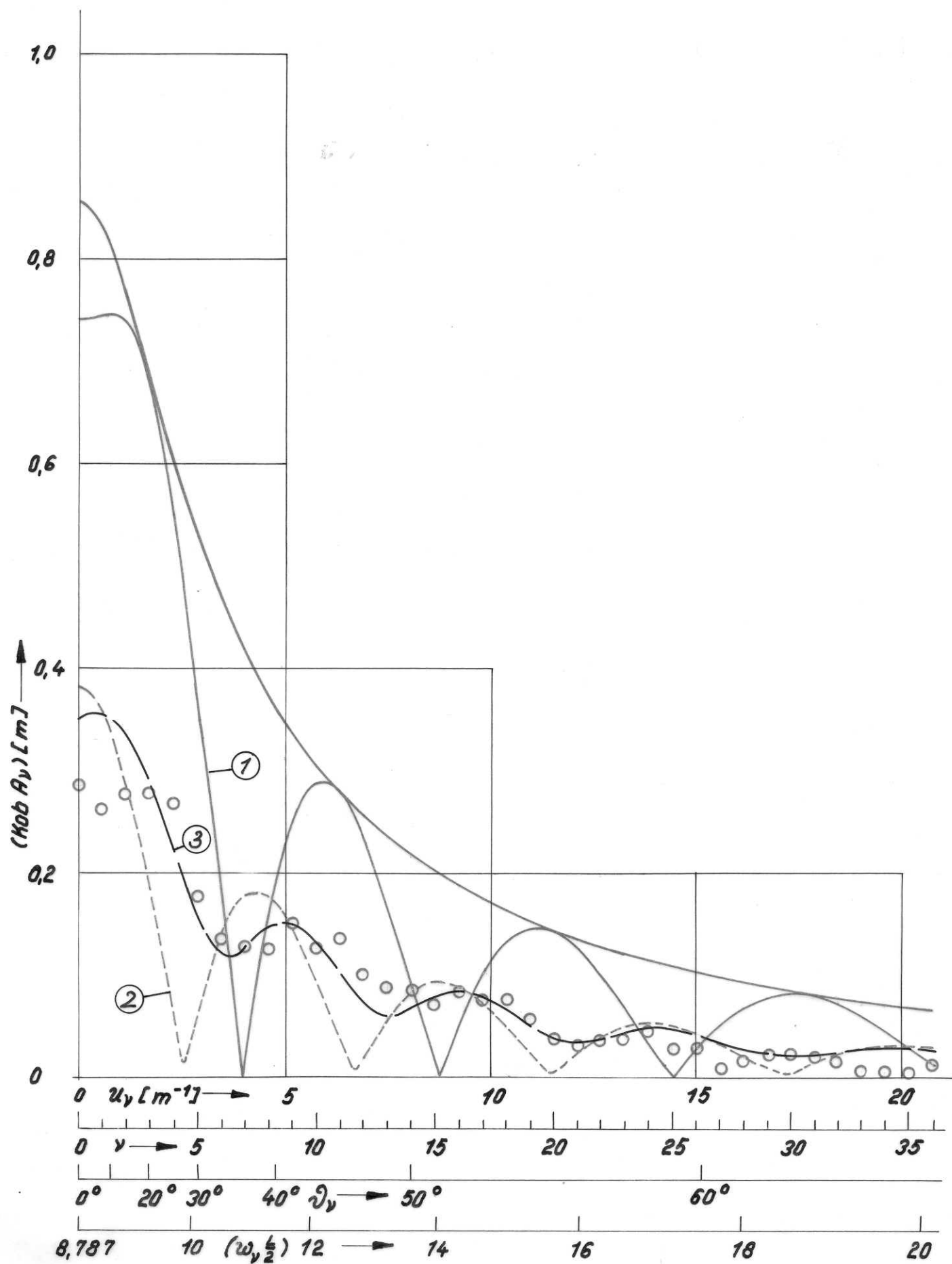


Abb. 3.38 e $V = 1,494 \text{ m/s}$ $Fr = 0,238$ $k_0 b = 47,7$

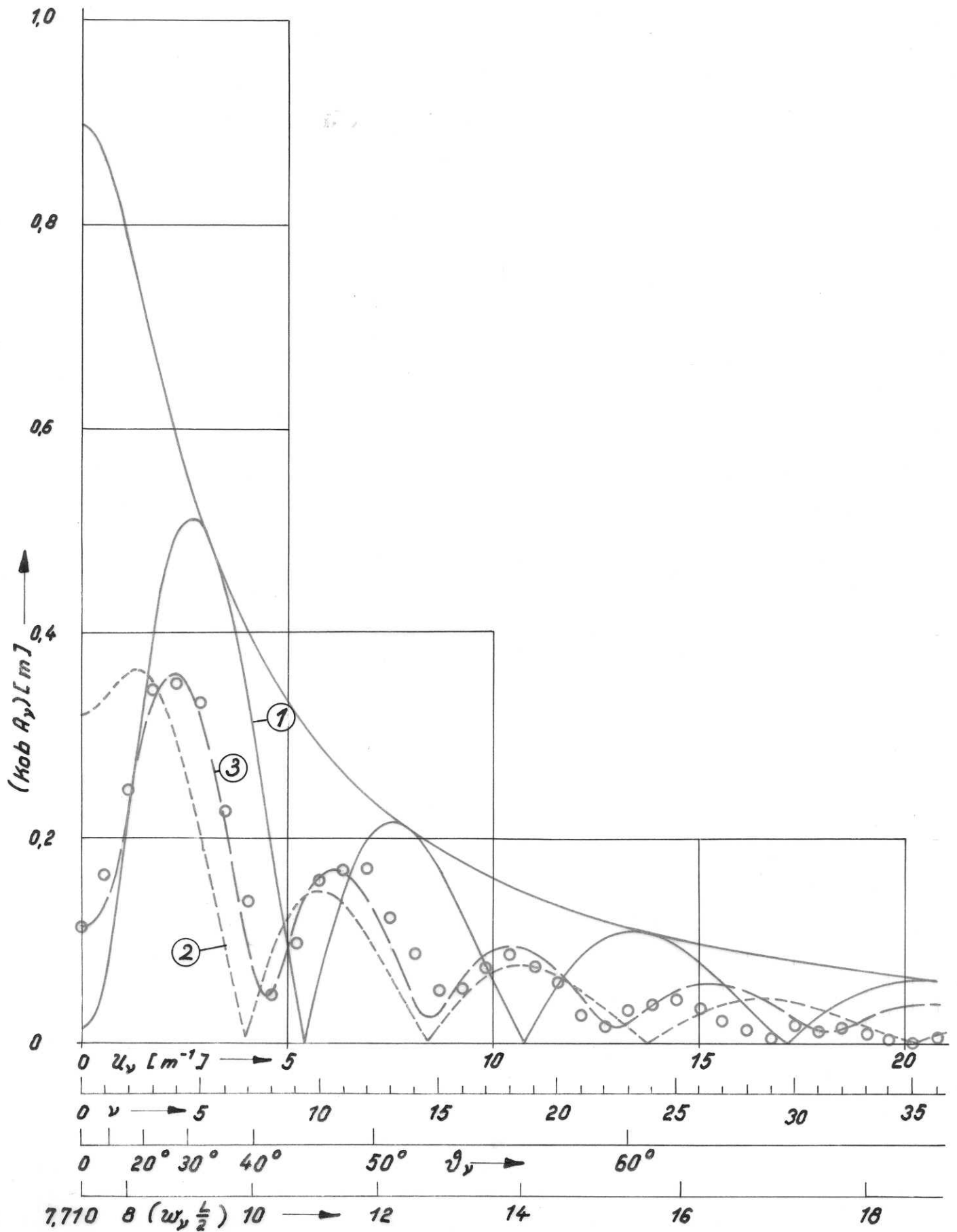


Abb. 3.38 f $V = 1,595 \text{ m/s}$ $Fr = 0,255$ $k_0 b = 41,9$

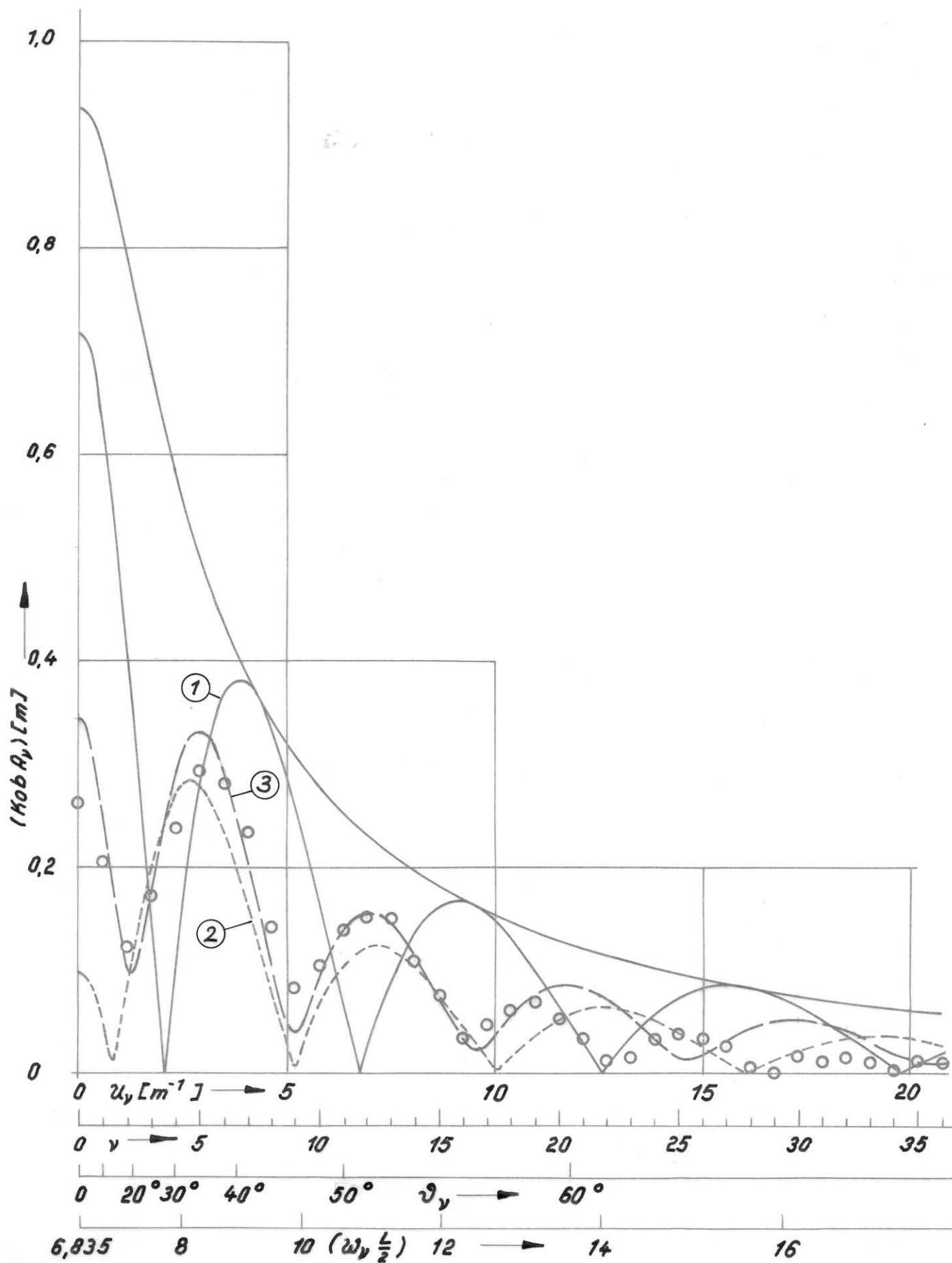


Abb. 3.38 g $V = 1,694 \text{ m/s}$ $Fr = 0,271$ $k_o b = 37,1$

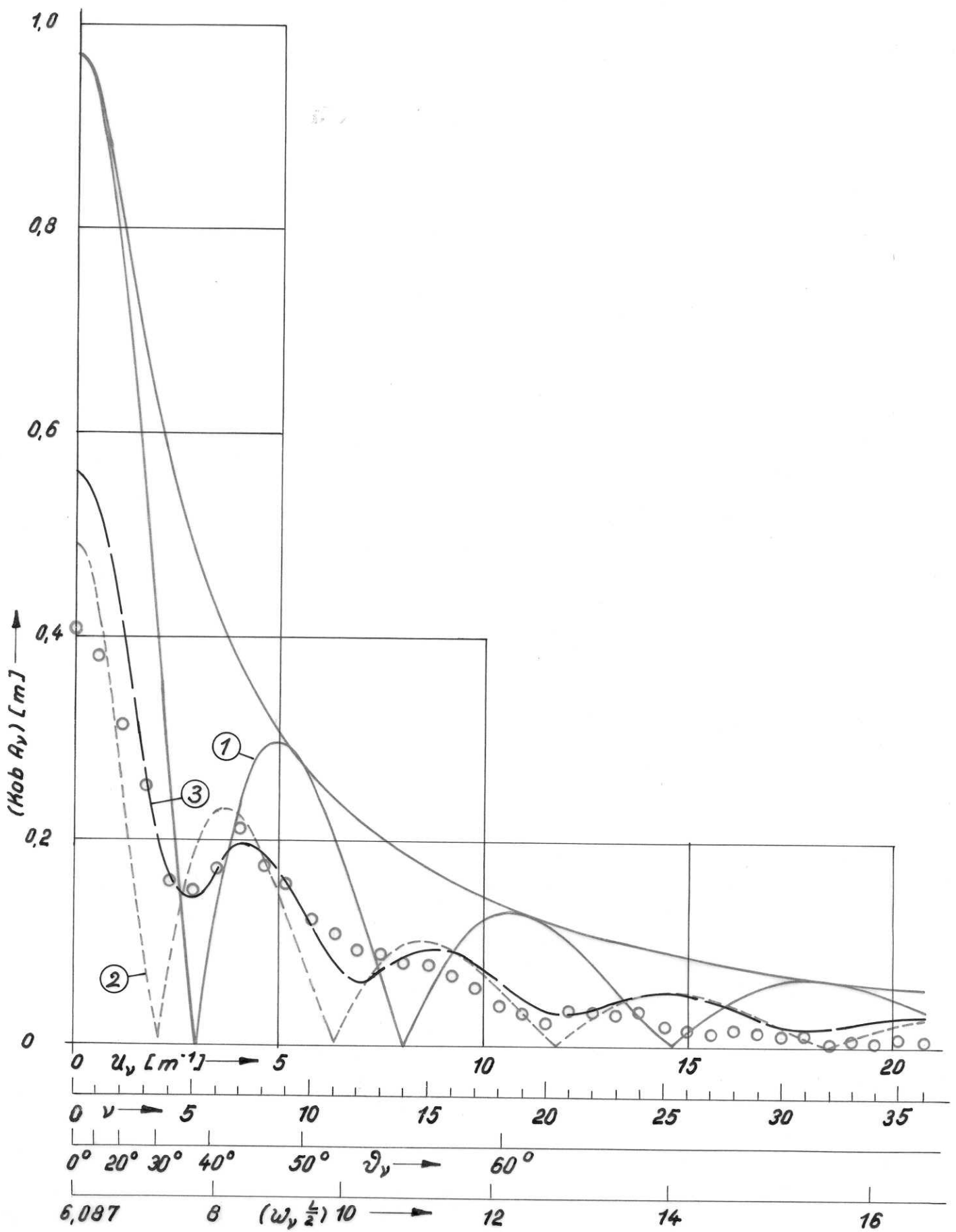


Abb. 3.38 h $V = 1,795 \text{ m/s}$ $Fr = 0,287$ $kob = 33,0$

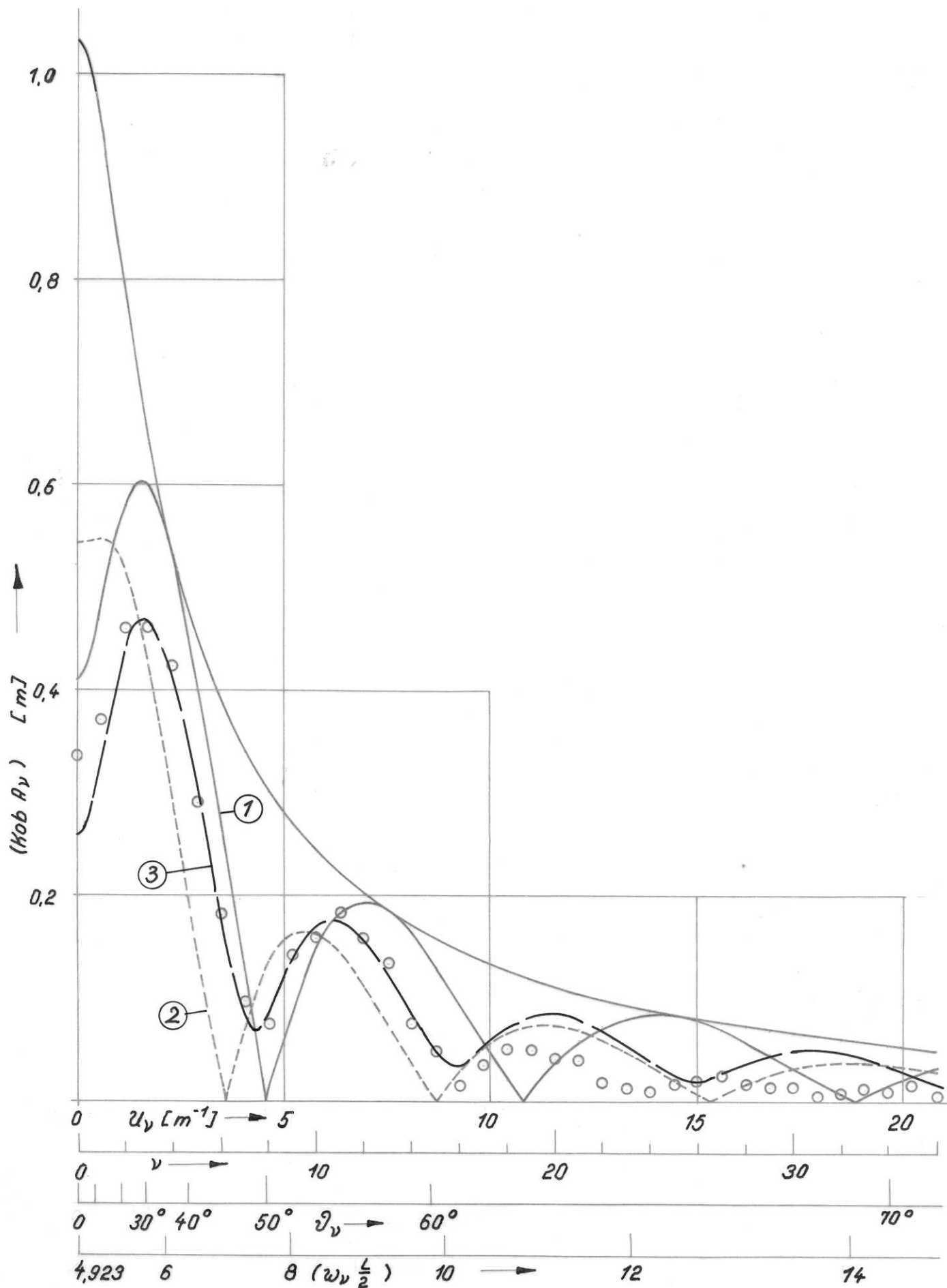


Abb. 3.38 i $V = 1,996 \text{ m/s}$ $Fr = 0,319$ $kob = 26,7$

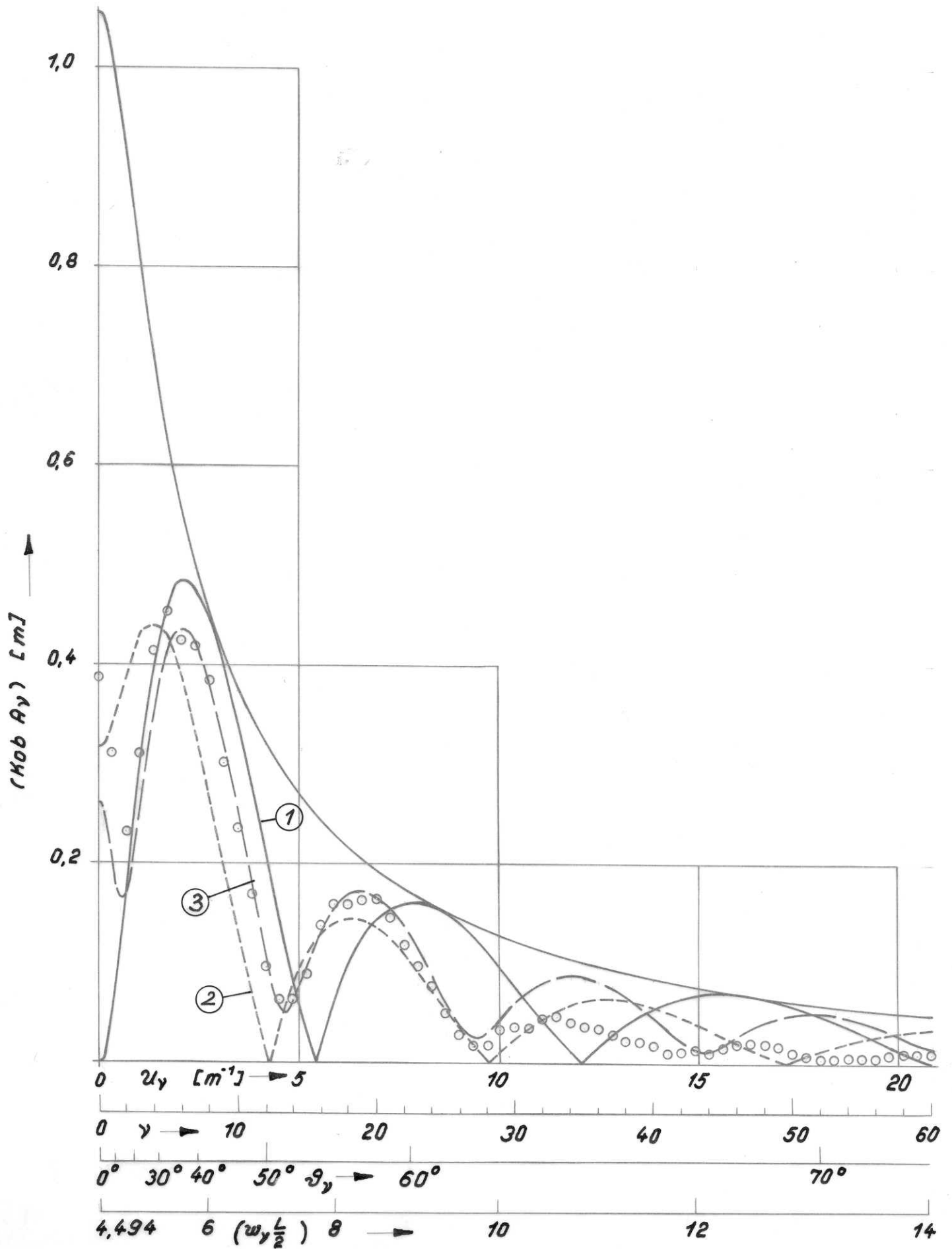


Abb. 3.38 j $V = 2,089 \text{ m/s}$ $Fr = 0,334$ $kob = 40,7$

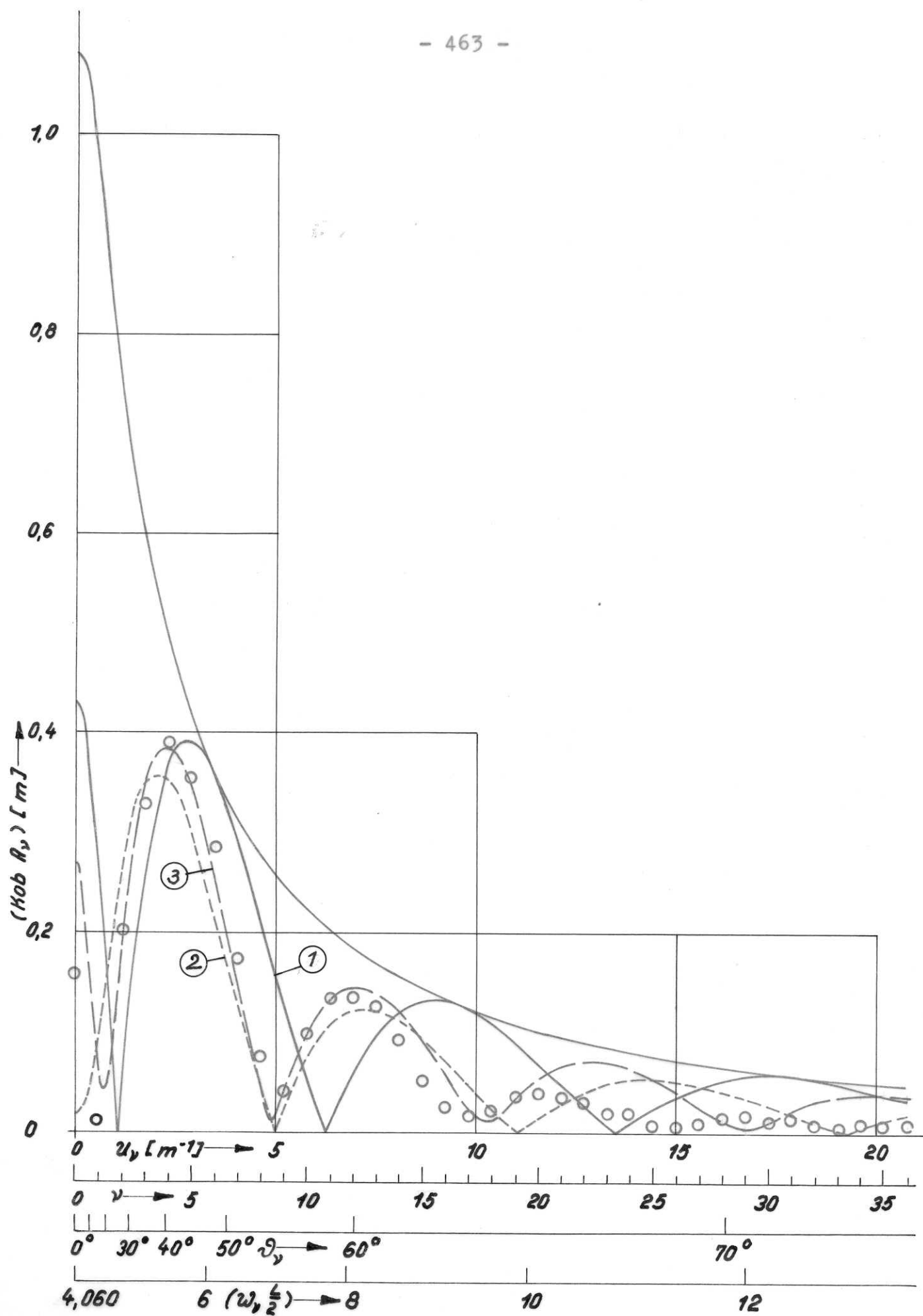


Abb. 3.38 k $V = 2,198 \text{ m/s}$ $Fr = 0,351$ $k_{ob} = 22,04$

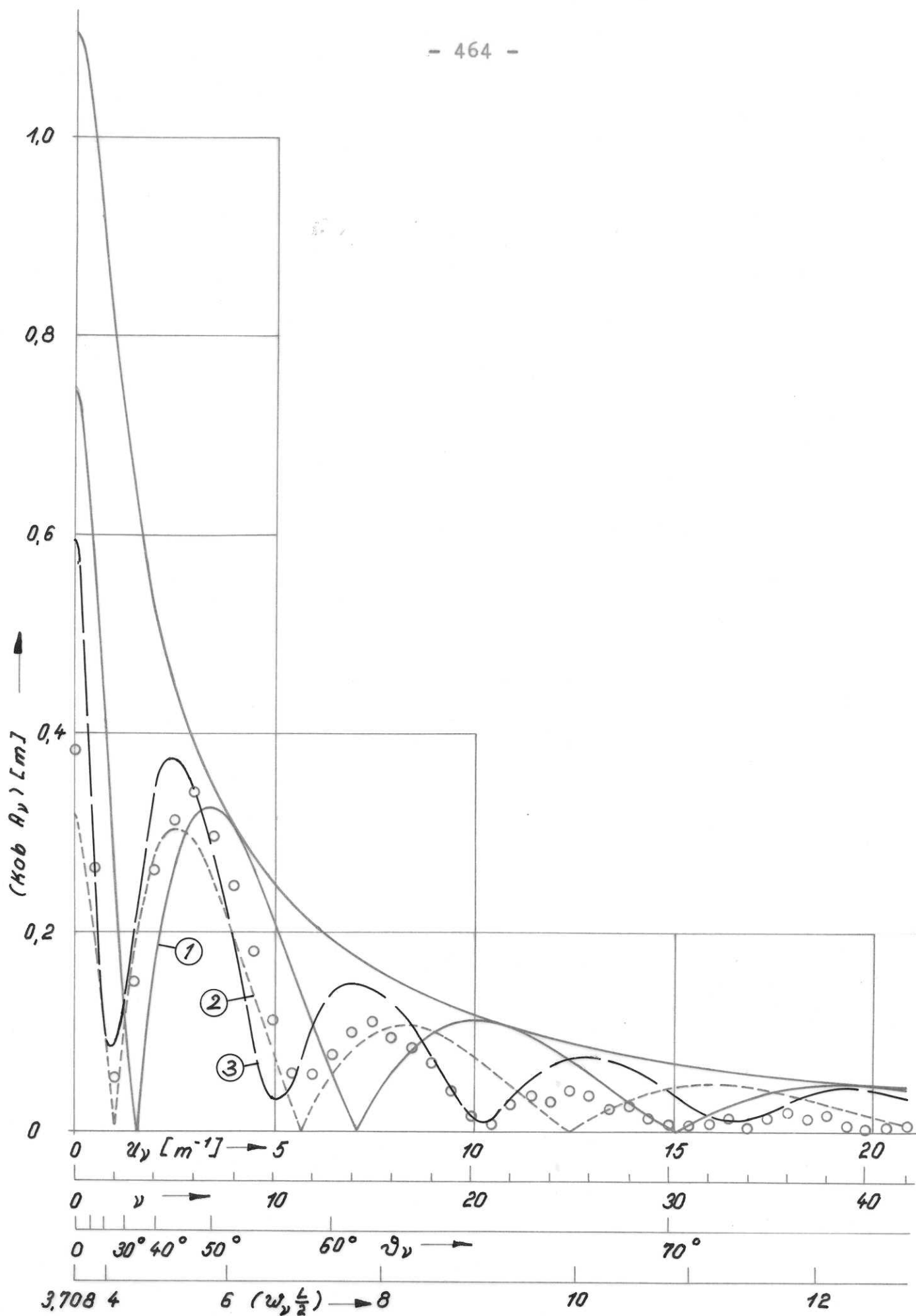


Abb. 3.381 $V = 2,300 \text{ m/s}$ $Fr = 0,367$ $kob = 23,48$



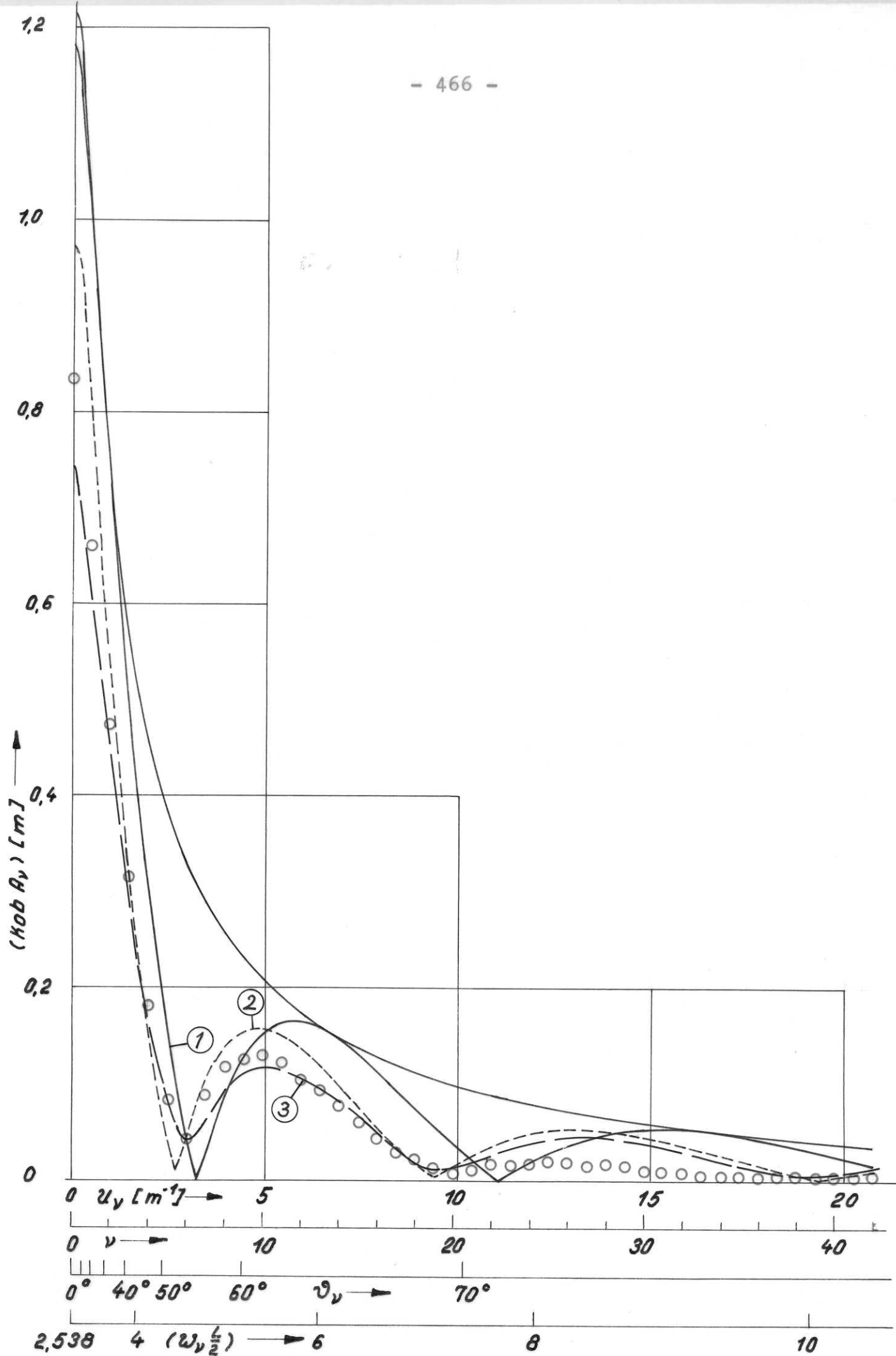


Abb. 3.38 n $V = 2,780 \text{ m/s}$ $Fr = 0,444$ $Kob = 16,07$

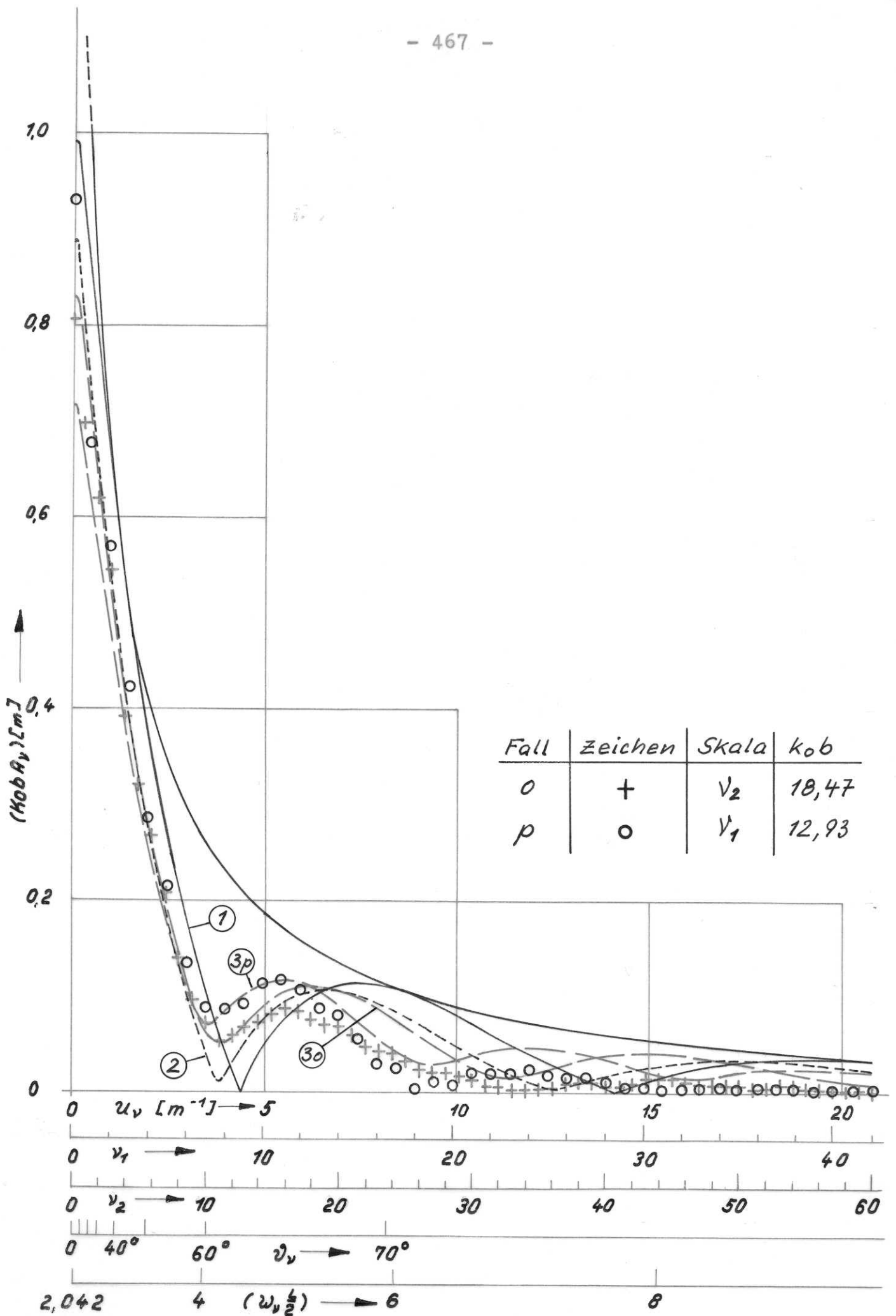


Abb. 3.38 o/p $V = 3,10 \text{ m/s}$ $Fr = 0,495$

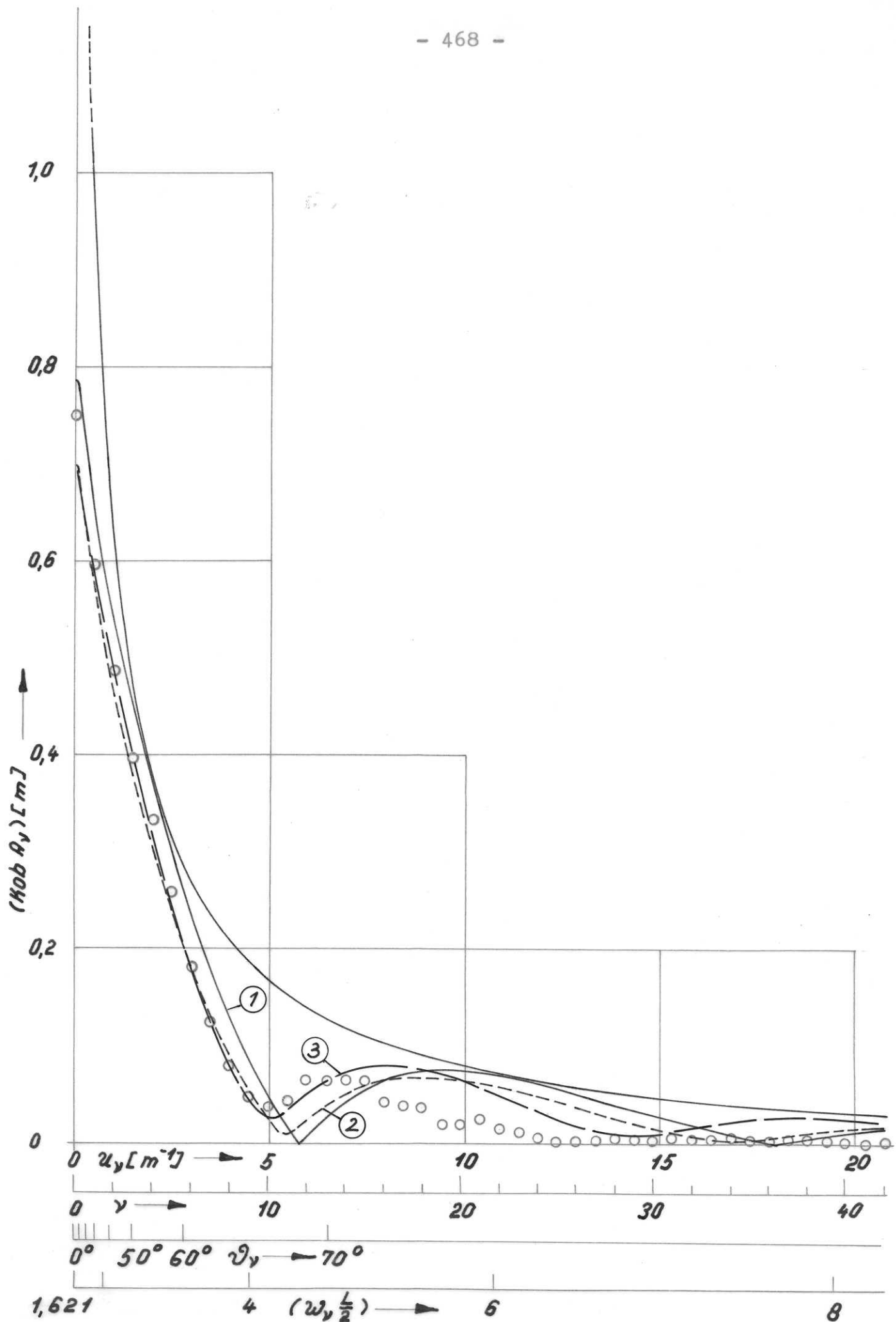


Abb. 3.38 g $V = 3,478 \text{ m/s}$ $Fr = 0,555$ $k_{ob} = 10,27$

Abb. 3.38(a+r) Amplitudenfunktion:
Vergleich zwischen Theorie und Versuch

Zeichenerklärung:

Kurven nach Theorie, vgl. Gln. (2.5.40):

- | | |
|---|----------------------------------|
| ① Ohne Korrektur | } Zahlenwerte nach
Tafel 3.12 |
| ② Mit Korrekturen α, β, δ | |
| ③ " " $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\delta}, \epsilon$ | |

Punkte nach Versuch:

Messung, vgl. Abb. 3.23 und 3.26 (a+r)

Auswertung, vgl. Tafel 3.11 - Fälle A ÷ R

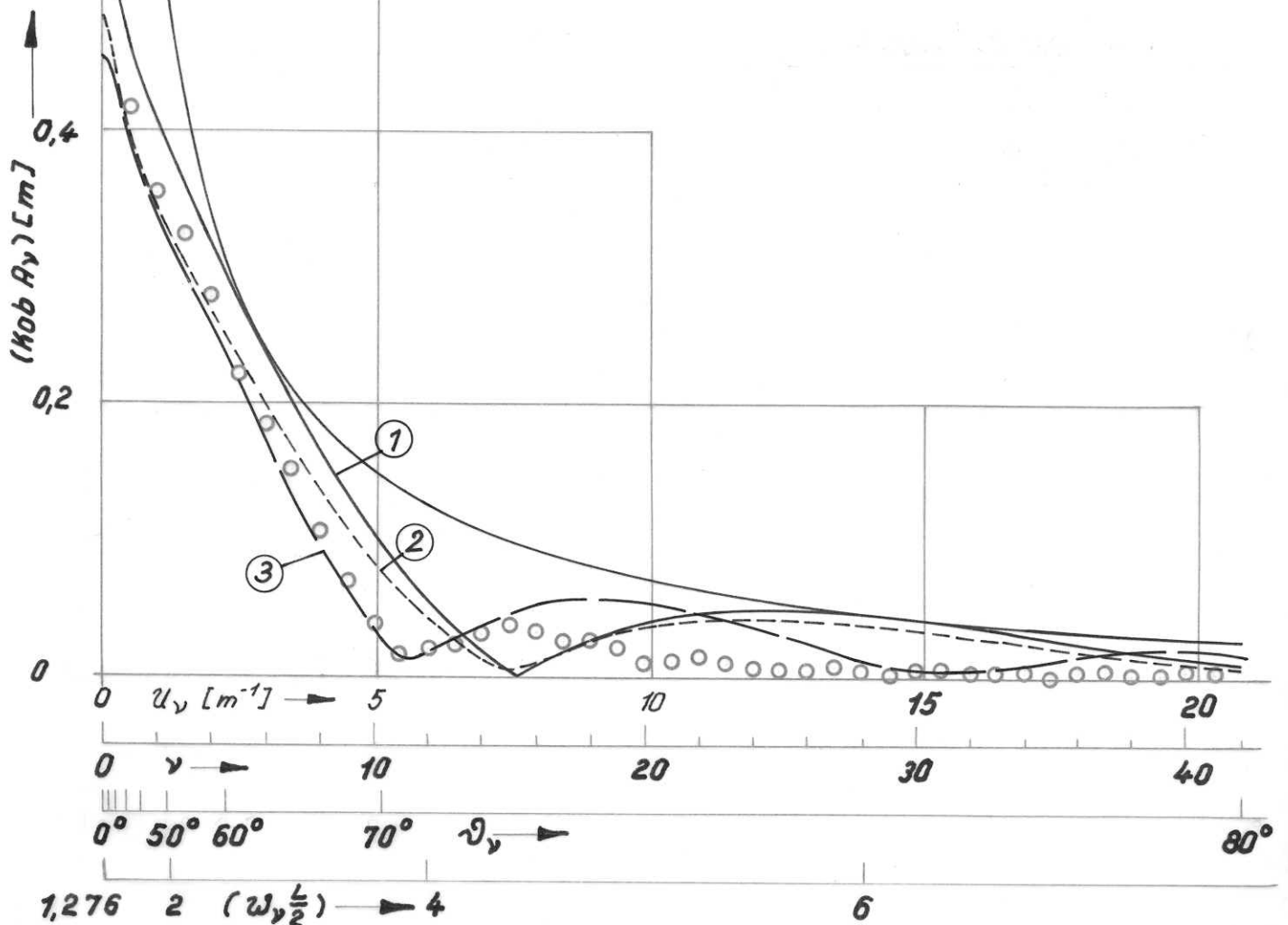


Abb. 3.38 r $V = 3,920 m/s$ $Fr = 0,626$ $Kob = 8,084$

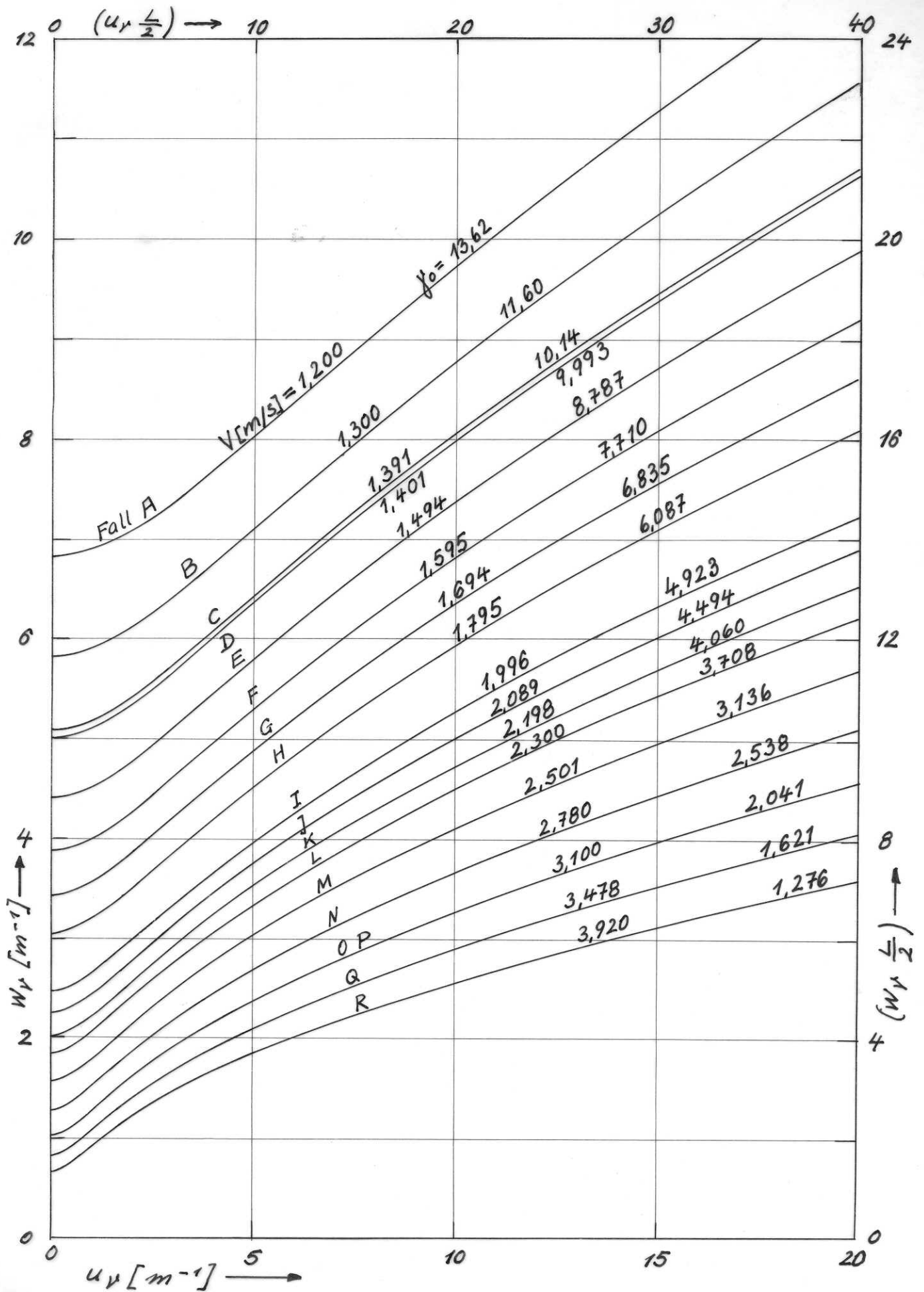


Abb. 3.39 Korrelation der Längs- und Querwellenzahl

wohl die Inuischen als auch die neuen Korrekturen können bei sinnreicher Anwendung diese Abweichung qualitativ erklären.

3) Die neuen Korrekturen $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$ und ϵ gestatten eine quantitativ weit bessere Annäherung der Theorie an die Versuchsergebnisse. Bei der Beurteilung der relativen Wirksamkeit verschiedener Korrekturen in Abb. 3.38 muß man bedenken, daß die Zahlenwerte für α , β , γ und δ einfach von INUI (1957, S 342 - 345) übernommen wurden. Da sie nur auf einem Vergleich der Widerstandswerte beruhen, stellen sie in Bezug auf das Spektrum eine echte halbtheoretische Vorhersage dar. Die Zahlenwerte für $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$ und ϵ wurden dagegen nachträglich bestimmt mit dem ausdrücklichen Ziel, einen möglichst guten Ausgleich durch die Versuchsergebnisse zu erhalten. Wichtig sind daher nicht die numerischen, sondern die grundsätzlichen Unterschiede der zwei Korrektursysteme; vgl. Abschnitt 2.5.3b und 2.5.3d (bes. Abb. 2.13).

Der Übersicht halber sind die auf Widerstands- bzw. Wellenanalyse beruhenden Werte der halbempirischen Korrekturen in Tafel 3.12 zusammengestellt und in Abb. 3.40 aufgetragen. Es fällt auf, daß die aus dem Amplitudenspektrum ermittelten Werte $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$ und ϵ keine einfache, systematische Abhängigkeit von der Froudezahl aufweisen. Offenbar reicht die geringe Anzahl von nur 3 bis 5 Schnitten pro Wellenbild nicht aus, um diese feinen Einzelheiten des Spektrums mit hinreichender Genauigkeit zu ermitteln. Außerdem ist die empirische Ermittlung dieser Faktoren etwas willkürlich, solange nicht auch das Phasenspektrum zum Vergleich herangezogen wird. Aber die genaue Ermittlung der Phasen ξ_v würde viel mehr Meßinformationen erfordern, vgl. z.B. die Werte des Fehlers $\Delta\xi_v$ in Tafel 3.10 und Abb. 3.31. Eine endgültige quantitative Bestimmung der Faktoren $\bar{\alpha}$ bis ϵ muß daher einer weiteren Untersuchung vorbehalten bleiben.

Fall	Fr	Aus Widerstandsanalyse nach INUI (1957)				Aus Wellenanalyse nach Verfasser			
		γ	α	β	δ	$\bar{\alpha}$	$\bar{\beta}$	$\bar{\delta}$	ϵ
A	0,192	0,692	0,295	0,398	0,100	0,53	0,23	0	0,10
B	0,208	0,724	0,353	0,432	0,100	0,65	0,25	-0,03	0,08
C	0,222	0,751	0,402	0,462	0,100	0,67	0,33	0,05	0,08
D	0,224	0,754	0,407	0,466	0,100	0,67	0,33	0,06	0,07
E	0,238	0,779	0,454	0,498	0,100	0,70	0,20	0	0,11
F	0,255	0,808	0,505	0,537	0,100	0,75	0,50	0	0,15
G	0,270	0,835	0,550	0,575	0,100	0,81	0,56	0,05	0,10
H	0,287	0,860	0,593	0,610	0,100	0,86	0,30	0	0,10
I	0,319	0,908	0,670	0,677	0,099	1,00	0,58	-0,05	0,14
J	0,334	0,925	0,701	0,701	0,098	1,03	0,68	-0,05	0,17
K	0,351	0,943	0,733	0,725	0,096	0,88	0,78	0,03	0,10
L	0,367	0,958	0,760	0,745	0,094	0,96	0,84	0,03	0,15
M	0,399	0,970	0,800	0,767	0,088	0,89	0,64	0	0,15
N	0,444	0,970	0,830	0,775	0,077	0,75	0,51	0	0,05
O	0,495	0,970	0,855	0,775	0,058	1,00	0,58	0	0,07
P	0,495	0,970	0,855	0,775	0,058	1,00	0,40	-0,07	0,20
Q	0,555	0,970	0,876	0,775	0,032	1,00	0,70	0	0,06
R	0,626	0,970	0,895	0,775	0,011	0,89	0,68	0	0,09

Tafel 3.12 Halbempirische Korrekturen zum Wellenspektrum
(Vergleich der Werte nach Widerstands- und
Wellenanalyse)

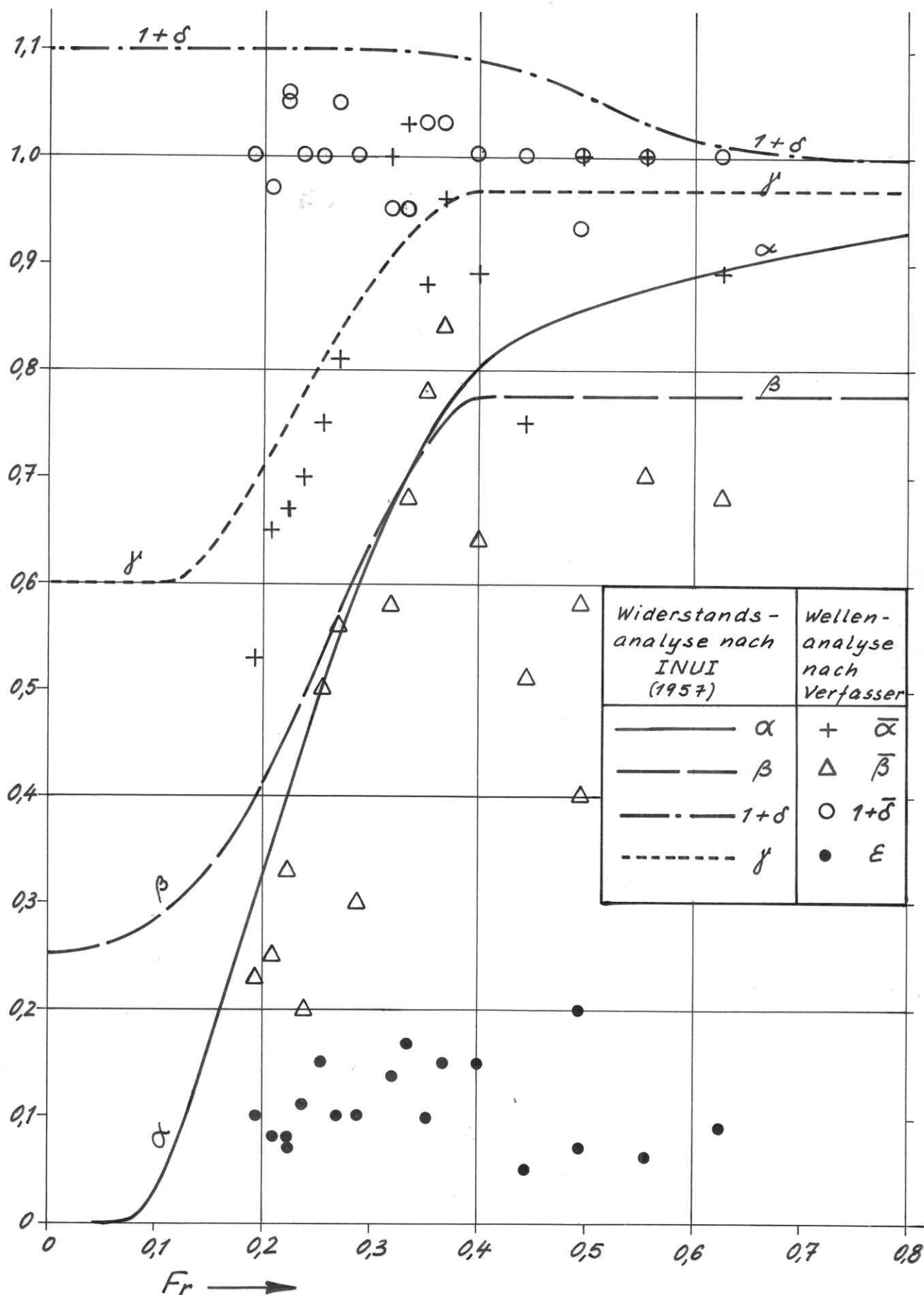


Abb. 3.40 Halbempirische Korrekturen: Vergleich der Ergebnisse aus Widerstands- und Wellenanalyse

3.4.4. Zusammenfassung und Ausblick

In den vorhergehenden Abschnitten wurden einige neue, zum Teil neuartige, Versuchsergebnisse mitgeteilt und im Lichte bekannter Theorien und neuer Hypothesen analysiert. Es sei daran erinnert, daß das Versuchsprogramm nicht auf die unmittelbare Beantwortung einer praktischen Frage zugeschnitten war. Es wurde vielmehr eine Reihe von Einzelfragen untersucht, die für die Weiterentwicklung der Widerstandstheorie von einem gewissen Nutzen sein können. Die Frage nach dem Endergebnis der vorliegenden Arbeit, insbesondere die pragmatische Frage nach einem einfachen Rezept für die genaue Vorausberechnung des Schiffswiderstandes in Abhängigkeit von Form und Geschwindigkeit, kann daher an dieser Stelle nur gestellt, aber nicht beantwortet werden. Erst im Laufe der Zeit, insbesondere im Zusammenhang mit den Ergebnissen anderweitig laufender Paralleluntersuchungen wird sich erweisen, ob diese Arbeit irgendeinen Beitrag zum eingangs formulierten Endziel der Widerstandstheorie leisten kann. Es soll im folgenden dennoch versucht werden, wenigstens einige markante Gesichtspunkte zu unterstreichen und ein paar neue Fragestellungen zu betonen, die sich jetzt schon abzeichnen.

Zunächst seien einige Ergebnisse angeführt, die eine größere Tragweite vom Standpunkt der Theorie vermuten lassen:

1) Die quantitative Richtigkeit der linearisierten Wellentheorie für die Darstellung eines allgemeinen (mit konstanter Geschwindigkeit fortschreitenden) freien Wellensystems konnte experimentell bestätigt werden. Einschränkend muß gesagt werden, daß dieser Nachweis auf der Erfüllung eines rein kinematischen Kriteriums durch das Wellenbild beruht. Es betrifft nur die kinematische Beziehung zwischen der Geschwindigkeit des Wellensystems und der Geometrie der freien Oberfläche (gegebenenfalls unter Berücksichtigung der endlichen Tankbreite).

Mit welcher Genauigkeit das linearisierte Wellenpotential die Wellenbewegung, d.h. die Geschwindigkeits- und Druckverteilung unter der freien Oberfläche, beschreibt, konnte mangels entsprechender Messungen nicht festgestellt werden. Der Vergleich des Wellenwiderstandes erlaubte zwar auch die Anwendung eines gewissen integrierten dynamischen Kriteriums. Es lieferte jedoch keine eindeutige Aussage, da man apriori nicht weiß, wieviel von der Widerstandsleistung des Modells (als Ursache der Wellenbildung) tatsächlich den freien Wellen zugeführt wird.

2) Es konnte gezeigt werden, daß das von dem Modell erzeugte Wellenbild schon fast unmittelbar hinter dem Modell als ein freies Wellensystem im Sinne der linearisierten Theorie angesehen werden kann, und zwar ohne Rücksicht auf einen etwaigen Tankwandeinfluß, insofern eine praktisch verlustfreie Reflexion an den Wänden angenommen werden kann. Eine systematische Veränderung des Wellenspektrums mit zunehmender Entfernung hinter dem Modell lag nicht vor.

3) Daraus folgt, daß der theoretisch nicht strenge Begriff des scheinbaren Wellenwiderstandes $\tilde{R}_w$ eines Schiffes unter geeigneten Voraussetzungen praktisch doch ein faststrenger Begriff sein kann. Er ist jedoch mit der gewöhnlich für den "Wellenwiderstand" gehaltenen Größe R_r^H ($\equiv R_t - R_v$) nicht identisch. Er stellt auch nicht den im Sinne der ausgleichenden Geosimanalyse von der Froudezahl abhängigen Widerstandsanteil dar. Die Diskrepanz im "Wellenwiderstand" ($R_r^H - \tilde{R}_w$) kann jedoch mit Hilfe der Inuischen halbempirischen Korrekturen zum Teil recht gut erklärt werden. Die zugrunde liegende physikalische Vorstellung ist, daß nur ein Teil der für die Wellenbildung ursprünglich aufgewandten Leistung tatsächlich in den freien Wellen wieder erscheint. Als Ursachen für diese Wellenentilgung kommen u.a. die Selbstabschirmung

durch das Schiff oder die Einwirkung der Grenzschicht in Frage.

4) Die Abweichungen zwischen dem theoretischen und experimentellen Wellenspektrum konnten mit Hilfe der Invischen halbempirischen Korrekturen nur qualitativ erklärt werden. Eine quantitative Erklärung erforderte die Einführung einer grundsätzlich neuen Korrektur ε , die phänomenologisch mit der seitlichen Aufspaltung des Wellensystems am Heck des Modells und ursächlich wahrscheinlich mit der Ablösung der Grenzschicht in diesem Bereich zusammenhängt. Bemerkenswert ist vor allem die Erfahrung, daß die sehr verschiedenen und stark oszillierenden Amplitudenfunktionen nach Theorie und Versuch schon vermittels vier einfacher Parameter ($\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$ und ε) über mehrere Perioden zur Übereinstimmung gebracht werden können.

5) Die Betzsche und Jonessche Formel für die Nachstromanalyse liefern auch in Anwesenheit einer freien Oberfläche praktisch übereinstimmende und sinnvolle Ergebnisse. Der auf dieser Grundlage definierte scheinbare Zähigkeitswiderstand $\tilde{R}_V$ entspricht im Mittel dem durch Spiegelmodellversuche streng definierten nominellen Zähigkeitswiderstand R_V . Eine systematische Abhängigkeit der Abweichung ($\tilde{R}_V - R_V$) von der Froudezahl (d.h. Wellenbildung) konnte leider wegen der ungenügenden Meßgenauigkeit nicht aufgedeckt werden.

Außer diesen theoretisch zwar interessanten, aber praktisch doch nur auf lange Sicht verwertbaren Ergebnissen lassen unsere Versuche auch einige Folgerungen zu, die eine unmittelbare Bedeutung für die Umrechnung des Schiffswiderstandes aus dem Modellversuch haben:

1) Die Spiegelmodellversuche deuten darauf hin, daß der Zähigkeitswiderstand von tiefgetauchten Körpern mit guter Genauigkeit mit Hilfe der Hughesschen Plattenreibungslinie un-

ter Anwendung eines konstanten Formfaktors dargestellt werden kann. Für das Inuid S 201 gilt speziell $C_v = 1,18 C_{fo}$.

2) Eine ausgleichende Geosimanalyse im Sinne von TELFER (1927) und HUGHES (1963) rechtfertigt die Gleichsetzung des Zähigkeitswiderstandsbeiwertes C_v mit dem von der Reynoldszahl bedingten Widerstandsanteil C_{Re} . In diesem Sinne ist also der Restwiderstandsbeiwert $C_r^{HRe} (= C_t - C_v)$ als der von Froudezahl abhängige Anteil C_{Fr} anzusehen.

3) Daraus folgt, daß die Plattenreibungslinie σ_{fo} bei Kenntnis des zugehörigen Formfaktors für eine näherungsweise Umrechnung des Schiffswiderstandes aus dem Modellwiderstand verwendet werden kann. Zu diesem Zweck kann der mittlere Formfaktor am besten aus einem Spiegelmodellversuch ermittelt werden. Aber auch eine ausgleichende Geosimanalyse oder hinreichend genaue Nachstromanalyse kommen hierfür in Frage. Dagegen scheint die Wellenanalyse wegen der Diskrepanz $(C_r^H - \tilde{C}_w)$ für die Bestimmung des "Formfaktors" ungeeignet. Allerdings sollte man das Ergebnis der Wellenanalyse nach anderen Verfahren abwarten. Für leicht durchzuführende Kontrollversuche bieten sich besonders die hier neu abgeleiteten, aber noch nicht praktisch angewandten Formeln für die Ermittlung des Wellenspektrums aus Längsschnitten.

4) Eine genauere Geosimanalyse im Sinne von NEVITT (1959) und YOKOO (1960, 1961) zeigt, daß die Umrechnungsfunktion C_t/Re nicht gleich C_v/Re und schon gar nicht gleich dC_{fo}/dRe gesetzt werden darf. Die festgestellten Schwankungen des Verhältnisses $(C_t/Re)/(C_v/Re)$, das laut Definition ein natürliches Maß für die Wechselwirkung $(1 + C_{vw}/Re)$ darstellt, zeigen eine erhebliche systematische Abhängigkeit von der Froudezahl, d.h. von der Wellenbildung. Diese Variation des "Formfaktors" in Anwesenheit einer freien Oberfläche kann

nicht allein durch die dynamische Änderung der benetzten Oberfläche infolge der Vertrimmung und Wellenbildung erklärt werden. Eine sorgfältige Geosimanalyse mit mehreren Geosimmodellen bleibt somit nach wie vor das zuverlässigste experimentelle Verfahren für die genaue Vorausbestimmung des Schiffswiderstandes in jedem Einzelfall.

Von den vielen durch die neue experimentelle Evidenz aufgeworfenen Fragen seien hier besonders zwei hervorgehoben:

1) Welche Rolle spielen die Begriffe scheinbarer Zähigkeits- und Wellenwiderstand für das Problem der Widerstandsextrapolation von Modell auf Schiff? Haben die offensichtlich aus Messungen an einem einzigen gewöhnlichen Überwassermodell ableitbaren Größen $\hat{C}_V$ und $\hat{C}_W$ eine einfache Beziehung zur gesuchten Umrechnungsfunktion ($\hat{C}_t / Re$)? Eine positive Antwort auf diese Frage könnte unter Umständen zu einer routinemäßigen Anwendung der Nachstrom- bzw. Wellenanalyse im Modellversuch führen. Zumindest eine empirische Antwort könnte man aus entsprechenden Geosimversuchen erwarten. Es wäre dabei offensichtlich sinnvoll, die vorliegenden Ergebnisse in die Auswertung mit einzubeziehen.

2) Wie ist die experimentell festgestellte Diskrepanz ($R_t - R_V - R_W$) ursächlich zu erklären? Zugegebenermaßen braucht die Summe ($R_V + R_W$) im Prinzip nicht gleich dem Gesamtwiderstand R_t zu sein, wenn die Nachstrom- und Wellenanalyse lediglich auf der Analogie zu tiefgetauchten Körpern bzw. zur idealen Potentialströmung beruhen. Bei den hier tatsächlich angewandten Formeln für die Ermittlung von R_V und R_W bedeutet jedoch das Vorhandensein einer erheblichen Diskrepanz $\hat{R}_{VW}$ ($\equiv R_t - \hat{R}_V - \hat{R}_W$), daß der Gesamtwiderstand des Modells praktisch nicht als Impulsfluß im Nachstrom und Wellenbild

nachgewiesen werden konnte. Insofern gibt das Versuchsergebnis ein echtes theoretisches Rätsel auf. Einen gewissen Hinweis auf die Richtung, in der des Rätsels Lösung wahrscheinlich zu suchen ist, gibt die nebenstehende Abb. 3.41. Darin ist eine Reihe von Wechselwirkungserscheinungen zusammengestellt. Es handelt sich im gewissen Sinne um verschiedene Manifestationen des Wechselwirkungswiderstandes. Die allgemeine Ähnlichkeit ihres Verlaufs mit dem Geschwindigkeitsparameter γ_0 (bzw. Froudezahl Fr) läßt eine gemeinsame Ursache vermuten. Insbesondere die auffallende Korrelation zwischen der Lage des Ablösungspunktes und der Größe der Diskrepanz ($C_r^H - \hat{C}_w$) deutet auf eine starke Wechselwirkung zwischen der Wellenbildung und der Grenzschicht im Bereich der Ablösung hin. Die weiteren Untersuchungen müßten sich also zunächst auf diesen Punkt konzentrieren. Besonders sinnvoll wären wahrscheinlich Grenzschichtmessungen und vergleichende Nachstromanalyse an einem Spiegelmodell (Eventuell im Windkanal).

Schließlich erscheint es zweckmäßig, die Auswertung der vorgelegten Versuchsergebnisse durch folgende theoretische Berechnungen abzurunden:

1) Berechnung des Wellenspektrums und -widerstandes nach der linearisierten Michellschen Theorie: Bei unseren Vergleichen zwischen Theorie und Versuch waren wir stets von dem Invischen Ansatz ausgegangen, der schon einen heuristischen Schritt in Richtung der exakten nichtlinearen Theorie darstellt. Der Vollständigkeit halber ist es jedoch notwendig, auch das Ergebnis der systematisch linearisierten Theorie zum Vergleich heranzuziehen. Die vorliegende Modellform ist zwar für eine geschlossene analytische Auswertung des Michellschen Integrals ungeeignet, aber eine numerische Auswertung dürfte bei den heute verfügbaren Rechenanlagen keine ernste Schwierigkeit bedeuten.

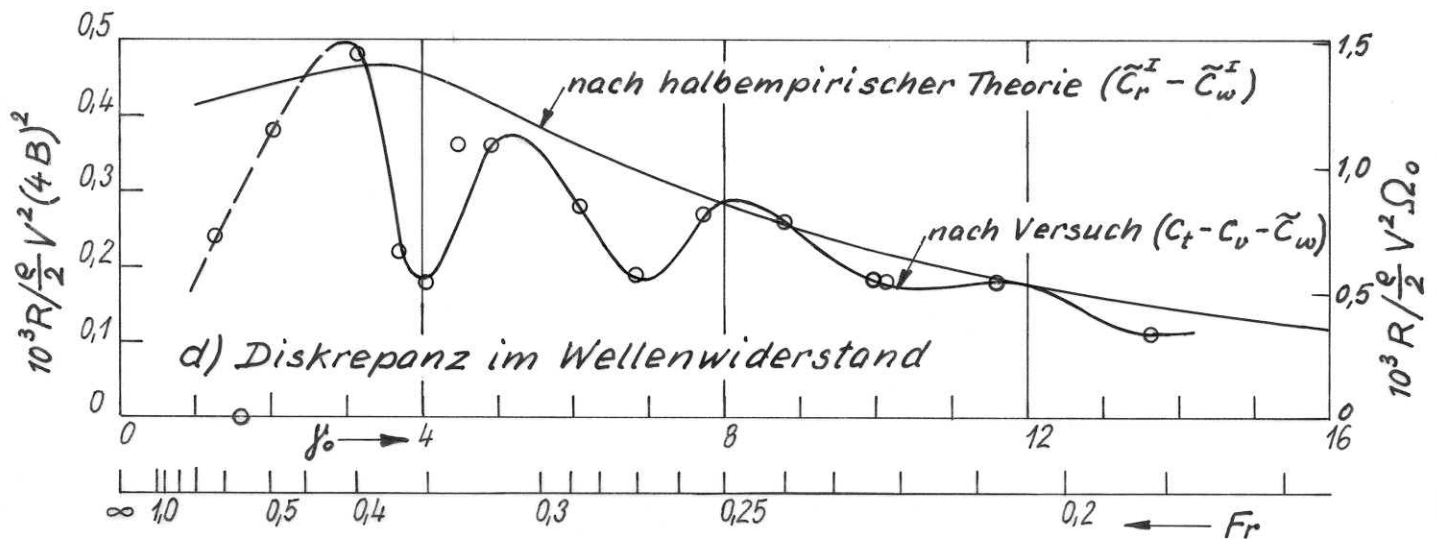
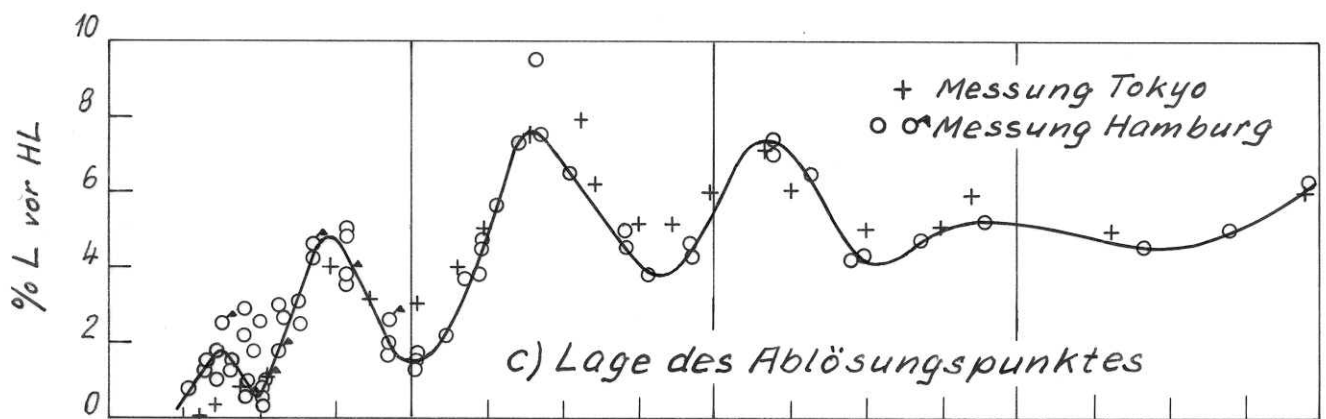
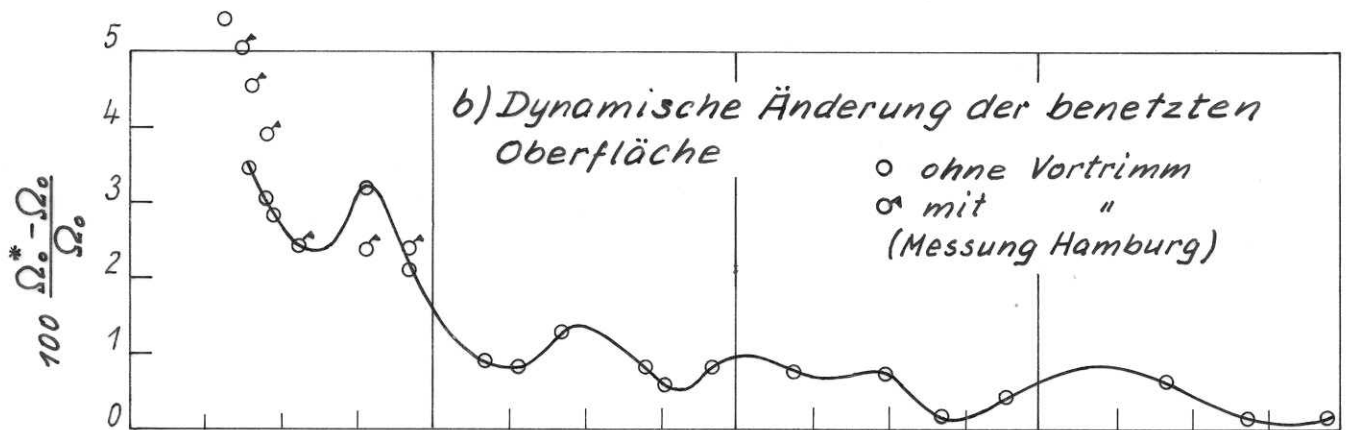
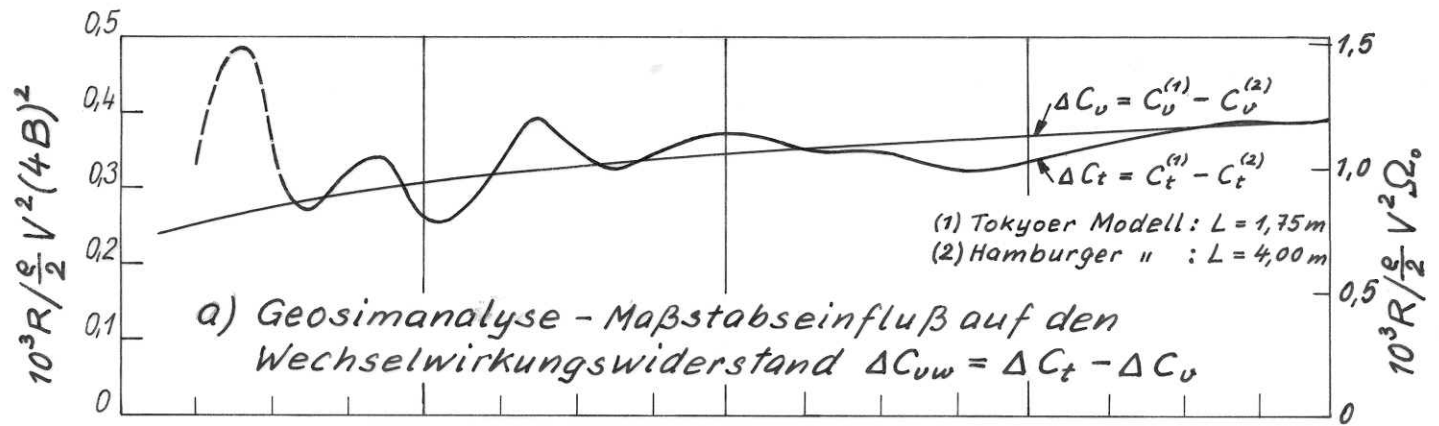


Abb. 3.41 Zusammenhang verschiedener Wechselwirkungserscheinungen

2) Alternative Berechnung des Wellenspektrums und -widerstandes nach dem Inuischen Ansatz, aber unter Anwendung einer Oberflächenverteilung: Unsere Modellform ist extra so gewählt, daß sie einer einfachen Quellverteilung auf der Mittellängsebene entspricht. In jüngster Zeit haben HESS and SHMITH (1964) ein wirksames numerisches Verfahren entwickelt, das die Darstellung von beliebigen drei-dimensionalen Körpern durch Quellverteilungen auf der Oberfläche gestattet. Für das Inuid S 201 kann man also leicht zwei Quellverteilungen angeben, die im Rahmen des Inuischen Ansatzes gleichwertig sind. Eine Gegenüberstellung der entsprechenden Wellenspektren und -widerstände würde daher eine kritische Überprüfung des Inuischen Ansatzes ermöglichen. Es ist an sich aus theoretischen Überlegungen klar, daß der Inuische Ansatz nicht eindeutig ist. Es wäre jedoch aufschlußreich zu wissen, welche Größenordnung die Unterschiede in einem konkreten Fall aufweisen. Auch diese Ergänzungsrechnung dürfte bei den verfügbaren Rechenanlagen verhältnismäßig leicht durchzuführen sein.

3) Einen weit größeren Fortschritt würde die Berechnung des Wellenbildes und -widerstandes nach der exakten nichtlinearen Theorie darstellen, wie sie etwa in jüngster Zeit von SISOV (1961) und WEHAUSEN (1963) entwickelt wurde. Auch dafür bieten die vorliegenden Wellenmessungen eine geeignete Vergleichsbasis. Noch besser wäre jedoch eine Wellenmessung unter gleichzeitiger Absaugung der Grenzschicht am hinteren Modellende. Auf diese Weise ließen sich die Einflüsse der Nichtlinearität und Zähigkeit auf das wirkliche Wellenbild trennen. Aber es läßt sich noch nicht übersehen, wann eine solche "vollkommene" experimentelle Überprüfung der "exakten" Wellenwiderstandstheorie möglich sein wird.

Zum Schluß sei noch einmal betont, daß alle hier erwähnten und in Aussicht gestellten Schlußfolgerungen zunächst nur die

eine untersuchte Modellform, nämlich das Inuid S 201, betreffen. Das gilt besonders für die angegebenen Zahlenwerte von formabhängigen Parametern. Wenn es auch nicht gelungen ist, eine geschlossene theoretische oder umfassende empirische Lösung der anfangs gestellten Aufgabe zu finden, so darf doch gehofft werden, daß einige fruchtbare Ansätze in dieser Richtung gefunden wurden. Die Flüssigkeitsbewegung ist nun einmal ein recht komplizierter Vorgang. Während die Theoretiker eine strenge mathematische Behandlung eines vereinfachten, zum Teil sehr wirklichkeitsfremden, Gedankenmodells vorziehen, opfern die Empiriker oft die mathematische Strenge zugunsten einer realistischeren physikalischen Vorstellung. In dieser Arbeit wurde ein Versuch gemacht, einen gewissen Mittelkurs zwischen diesen manchmal divergierenden Richtungen anzusteuern.

Literaturnachweis

- ALLAN, J.F. and CUTLAND, R.S.: Wake studies of plane surfaces. T.N.E.C.I.E.S., Vol. 69, pp. 245-266; D65 - D 78 (1953).
- Investigation of the resistance of an 18-foot plank. T.I.E.S.S., Vol. 99, pp. 9 - 56; 57 - 70 (1956).
- BESSHO, M.: On the resistance theory of a submerged body. J.S.N.A. Japan, 60th Anniv. Series, Vol. 2, pp. 135 - 172 (1957).
- BETZ, A.: Ein Verfahren zur direkten Ermittlung des Profilwiderstandes. Z.F.M., 16. Jahrgang, 3. Heft, S 42 - 44 (1925).
- BIRKHOFF, G.: Hydrodynamics, a study in logic, fact and similitude. 1st edition xiii + 186 pp. Princeton University Press 1950 = Dover edition, Dover Publ. Inc., New York (1955).
- BIRKHOFF, G., KORVIN-KROUKOVSKY, B.V. and KOTIK, J.: Theory of the wave resistance of ships. T.S.N.A.M.E., Vol. 62, pp. 359 - 385; 385 - 396 (1954).
- BOLLAY, W.: Determination of profile drag from measurements in the wake of a body. Journ. Aero. Sci., Vol. 5, No. 6, pp. 245 - 248 (1938).
- BUCHHOLTZ, A.: Photogrammetrie: Verfahren und Geräte. 2. Auflage 520 Seiten, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin (1960).
- CHANG, P.K. and STRANDHAGEN, A.G.: The viscosity correction of symmetrical model lines. Schiffstechnik Bd. 8, Nr. 40, S 28 - 34 (1961).
- COLLATZ, L.: Numerische Behandlung von Differentialgleichungen. 1. Auflage viii + 458 Seiten, Springer-Verlag, Berlin (1951).
- DOETSCH, H. und KRAMER, M.: Profilwiderstandsmessungen im großen Windkanal der DVL. Jahrbuch 1937 der deutschen Luftfahrtforschung, S 159 - 165; 166 - 168 (1937).
- EGGERS, K.: Über Widerstandsverhältnisse von Zweikörperschiffen. J.S.T.G., Bd. 49, S 516 - 537; 538 - 539 (1955).

- Über die Darstellung von Körpern in Potentialströmung. Z.A.M.M., Bd. 38, Heft 7/8, S 1 - 2 (1958).
 - Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines Schiffsmodells durch Analyse seines Wellensystems. Schiffstechnik, Bd. 9, Heft 46, S 79 - 84; 85 (1962).
 - Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines Schiffsmodells durch Analyse seines Wellensystems (Teil 2). Schiffstechni, Bd. 10, Heft 52, S 93 - 106 (1963).
- EGGERS, K. und WETTERLING, W.: Über die Ermittlung der schiffsähnlichen Umströmungskörper vorgegebener Quell-Senken-Verteilungen mit Hilfe elektronischer Rechenmaschinen. Schiffstechnik, Bd. 4, Heft 24, S 284 - 288 (1957).
- EGGERT, E.F.: Form resistance experiments. T.S.N.A.M.E., Vol. 43, pp. 139 - 144; 144 - 150 (1935).
- EMERSON, A.: The application of wave resistance calculations to ship hull design. T.I.N.A., Vol. 96, pp. 268 - 275; 276-283 (1954).
- FÖTTINGER, H.: Fortschritte der Strömungslehre im Maschinenbau und Schiffbau. J.S.T.G., Bd. 25, S 295 - 341; 341 - 344 (1924).
- FROUDE, W.: On experiments with H.M.S. Greyhound. T.I.N.A., Vol. 15, pp. 35 - 59; 59 - 73 (1874).
- GADD, G.E. and HOGBEN, N.: An appraisal of the ship resistance problem in the light of measurements of the wave pattern. N.P.L. Ship Rep. 36, ii + 37 pp. + 25 Fig. (1962).
- GRANVILLE, P.S.: The viscous resistance of surface vessels and the skin friction of flat plates. T.S.N.A.M.E., Vol. 64, pp. 209 - 227; 228 - 240 (1956).
- GRÖBNER, W. und HOFREITER, N.: Integral-Tafel, Erster Teil, Unbestimmte Integrale. 2. Auflage viii + 166 Seiten, Springer-Verlag, Wien (1957).
- GUILLON, R.: A new method of calculating wave profiles and wave resistance of ships. T.I.N.A., Vol. 82, pp. 69 - 90; 90 - 93; (1940).
- Further notes on the theoretical calculation of wave profiles and the resistance of hulls. T.I.N.A., Vol. 88, pp. 308 - 320; 321 - 327 (1946)

- Potential theory of wave resistance of ships with tables for its calculation. T.S.N.A.M.E., Vol. 59, pp. 86 - 123; 123 - 128 (1951).
 - A note on the experimental determination of wave resistance. T.I.N.A., Vol. 94, pp. 343 - 356; 356 - 362 (1952).
- GUTSCHE, F.: Erörterung zu: Das Ähnlichkeitsproblem in der Widerstandsbestimmung von Wasser- und Luftfahrzeugen. Schiffbautechnisches Forschungsheft Nr. 2, Berlin (1933).
- HAVELOCK, T.H.: The effect of shallow water on wave resistance. Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A, Vol. 100, pp. 499 - 505 (1922).
- Wave resistance: some cases of unsymmetrical forms. Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 110, pp. 233 - 241 (1926).
 - The wave pattern of a doublet in a stream. Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A, Vol. 121, pp. 515 - 523 (1928).
 - The theory of wave resistance. Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 138, pp. 339 - 348 (1932).
 - The calculation of wave resistance. Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 144, pp. 514 - 521 (1934).
 - Ship waves: the relative efficiency of bow and stern. Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 149, pp. 417 - 426 (1935).
 - The forces on a circular cylinder submerged in a uniform stream. Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A, Vol. 157, pp. 526 - 534 (1936).
 - Discussion on calculated and measured wave resistance. T.I.N.A., Vol. 84, pp. 72 - 73 (1942).
 - The approximate calculation of wave resistance at high speed. T.N.E.C.I.E.S., Vol. 60, pp. 47 - 58; D27 - D40 (1944).
 - Calculations illustrating the effect of boundary layer on wave resistance. T.I.N.A., Vol. 90, pp. 259 - 266; 266 - 271 (1948).
 - A note on the experimental determination of wave resistance (Discussion). T.I.N.A., Vol. 94, pp. 356 - 357 (1952).
- HESS, J.L. and SMITH, A.M.O.: Calculation of nonlifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies. Journ. Ship. Res., Vol. 8, No. 2, pp. 22 - 44 (1964).

- HOGBEN, N.: Ship hull pressure measurements. T.I.N.A., Vol. 99, pp. 446 - 465; 466 - 472 (1957).
- HOGNER, E.: Eine Interpolationsformel für den Wellenwiderstand von Schiffen. J.S.T.G., Bd. 33, S 452 - 456 (1932).
- HORN, F.: Theorie des Schiffes. Handbuch der Mechanik, Bd. V, S 552 - 719, Springer-Verlag, Berlin (1935).
- HUGHES, G.: Friction and form resistance in turbulent flow, and a proposed formulation for use in model and ship correlation. T.I.N.A., Vol. 96, pp. 314 - 341; 342 - 376 (1954).
- Correlation of model resistance and application to ship. T.R.I.N.A., Vol. 105, pp. 177 - 210; 211 - 216 (1963).
- INUI, T.: A new theory of wave-making resistance, based on the exact condition of the surface of ships: The first report (in Japanese). J.S.N.A. Japan, Vol. 85, pp. 29 - 44 (1952).
- A new theory of wave-making resistance, based on the exact condition of the surface of ships: The second report. J.S.N.A. Japan, Vol. 93, pp. 11 - 21 (1953).
 - Japanese developments on the theory of wave-making and wave resistance. Proc. VII Int. Conf. Ship Hydrodynamics, Oslo, N.S.M.E.T. Publ., Nos. 32 - 37, pp. 1 - 60; 61 - 67 (1954).
 - Asymptotic expansions applied to problems in ship waves and wave-making resistance. Proc. 5th Jap. Nat. Cong. App. Mech., pp. 305 - 308 (1955).
 - Study on wave-making resistance of ships. J.S.N.A. Japan, 60th Anniv. Series, Vol. 2, pp. 173 - 355 (1957).
- JONES, B.M.: The measurement of profile drag by the Pitot-traverse method; 46pp + 16 Figs., Camb. Univ. Aer. Lab. R. and M. No. 1688 (1936).
- KELVIN, Lord: siehe THOMSON, W.
- KILLEN, J.M.: Operating manual for the St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory sonic surface-wave transducer. iv + 26 pp. St. Anthony Falls Hydr. Lab. Mem. No. M-9p, Minneapolis, Minnesota, USA (1961).
- KIRSCH, M.: Ein Beitrag zur Berechnung des Wellenwiderstandes im Kanal. Schiffstechnik, Bd. 9, Heft 47, S 123 - 127 (1962).

- KORVIN-KROUKOVSKY, B.V.: A simple method of experimental evaluation of the wave resistance of a ship, 6 pp. S.N.A.M.E., Minutes of the H-5 Panel (1960).
- KORVIN-KROUKOVSKY, B.V. and JACOBS, W.R.: Calculation of the wave profile and wavemaking resistance of ships of normal commercial form by Guilborton's method and comparison with experimental data, ii + 63 pp. + 23 Figs. + 70 pp. S.N.A.M.E. Techn. Res. Bull. No. 1 - 16 (1954).
- KOSTJUKOV, A.A.: Theorie der Schiffswellen und des Wellenwiderstandes (Russisch). 1. Auflage 311 Seiten, Leningrad (1959).
- LACMANN, O.: Die Photogrammetrie in ihrer Anwendung auf nicht-topographischen Gebieten. 1. Auflage viii + 220 Seiten, S. Hirzel Verlag, Leipzig (1950).
- LAMB, H.: Hydrodynamics. 6th edition xv + 738 pp. Cambridge Univ. Press (1952).
- LANDWEBER, L.: On skin friction resistance (Discussion). T.S.N.A.M.E., Vol. 59, pp. 360 - 361 (1951).
- The frictional resistance of flat plates in zero pressure gradient. T.S.N.A.M.E., Vol. 61, pp. 5 - 32 (1953).
 - and WU, J.: The viscous drag of submerged and floating bodies. Interim Report March 1962 = Journ. Ship Res., Vol. 7, No. 1, pp. 1 - 6 (1963).
- LAP, A.J.W.: Fundamentals of ship resistance and propulsion. Part A: Resistance. Publ. No. 129 a of the N.S.M.B. pp. 1 - 124 = Reprinted from Int. Shipb. Prog., Vol. 3 (1956).
- and TROOST, L.: Frictional drag of ship forms. S.N.A.M.E. Bulletin, Vol. 2, pp. 18 - 22 (1953).
- LAWRENTJEW, W.M.: Einfluß der Grenzschicht auf den Wellenwiderstand des Schiffes (Russisch). Dokladi der Akad. d. Wissensch. d. UdSSR, Bd. 80, Nr. 6, S 857 - 860 (1951).
- LAUTE, W.: Untersuchungen über Druck- und Strömungsverlauf an einem Schiffsmodell. J.S.T.G., Bd. 34, S 404 - 455; 455 - 460 (1933).
- LUNDE, J. K.: Wave resistance calculations at high speeds. T.I.N.A., Vol. 91, pp. 182 - 190; 190 - 196 (1949).
- On the linearized theory of wave resistance for displacement ships in steady and accelerated motion T.S.N.M.E., Vol. 59, pp. 24 - 76; 76 - 85 (1951).

- A note on the linearized deep water theory of wave profile and wave resistance calculations, pp. 1 - 120. ONR-Report, University of California, Berkeley, California, USA, Series 82, Issue 4 (1957).
- MICHELLE, J.H.: The wave-resistance of a ship. Phil. Mag. (5), Vol. 45, pp. 106 - 123 (1898).
- NEVITT, C.R.: Geometrically similar models. An investigation of some problems resulting from their resistance values. Int. Shipb. Prog., Vol. 6, No. 59, pp. 311 - 339 (1959).
- PETERS, A.S., and STOKER, J.J.: The motion of a ship, as a floating rigid body, in a seaway. Comm. Pure and Appl. Math., Vol. X, pp. 399 - 490 (1957).
- PRANDTL, L. and TIETJENS, O.G.: Applied Hydro- and Aeromechanics. 1st edition xiii + 311 pp. 1934 = Dover edition, Dover Publ. Inc., New York (1957).
- SCHLICHTING, H.: Grenzsicht-Theorie. 3. Auflage xv + 603 Seiten. Verlag G. Braun, Karlsruhe (1958).
- SCHOENHERR, K.E.: Resistance of flat surfaces moving through a fluid. T.S.N.A.M.E., Vol. 40, pp. 279 - 299; 299 - 313 (1932).
- SERRIN, J.: Mathematical principles of classical fluid mechanics. Handbuch der Physik, Band VIII/I (Strömungsmechanik I), S 125 - 263. Springer-Verlag, Berlin (1959).
- SHARMA, S.D.: Erörterung der von Inui aufgestellten Relation bezüglich Quellstärke und Schiffsform. J.S.T.G., Bd. 56, S 320 - 321 (1962).
- A comparison of the calculated and measured free-wave spectrum of an inuid in steady motion. Proc. Int. Sem. Theor. Wave Resistance, pp. 201 - 257; 259 - 270. Univ. of Michigan, Ann Arbor (1963).
- SISOV, V.G.: Zur Theorie des Wellenwiderstandes eines Schiffes auf stihlem Wasser (Russisch). Iswestijis Akad. Nauk. SSSR, Otd. tech. Nauk. Mech. Masch., Heft 1, S 75 - 85 (1961).
- SMIRNOW, W.I.: Lehrgang der höheren Mathematik, Teil IV. 1. Auflage xii + 708 Seiten. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1958).
- SEEDDOW, I.N.: Functional analysis. Handbuch der Physik, Bd. II, S 198 - 348. Springer-Verlag, Berlin (1955).

- SQUIRE, H.B. and YOUNG, A.D.: The calculation of the profile drag of aerofoils, 27 pp. Aer. Res. Com. R. & M. No. 1838 (1937).
- SRETENSKI, L.N.: On the wave-making resistance of a ship moving along in a canal. Phil. Mag. (7), Vol. 22, pp. 1005 - 1013 (1936).
- Sur la résistance due aux vagues d'un fluide visqueux. Proceedings, Symposium on the behaviour of ships in a seaway, pp. 729 - 733; 1022 - 1023. Wageningen (1957).
- TAKAHAI, T.: Calculation of ships hull forms with electronic digital computers. Report of the College of Engg., Ibaraki University Japan, Vol, 8, pp. 71 - 79 (1960).
- A study on the waveless bow (Part 1). J.S.N.A. Japan, Vol, 108, pp. 189 - 297 (1960).
 - A study on the waveless bow (Part 2). J.S.N.A. Japan, Vol. 109, pp. 203 - 217 (1961).
- TAYLOR, D.W.: The speed and power of ships. A manual of marine propulsion. 3rd edition ix + 301 pp. U.S. Govt. Printing Office, Washington (1943).
- TAYLOR, G.I.: The determination of drag by the Pitot traverse method, 10 pp. Aer. Res. Com. R. & M. No. 1808 (1937).
- TELFER, E.V.: Ship resistance similarity. T.I.N.A., Vol. 69, pp. 174 - 190; 1996 - 1901e (1927) (1927).
- THOMSEN, P.: Zur Berechnung von Umströmungskörpern zu Quell-Senken-Verteilungen. Schiffstechnik, Bd. 7, Heft 38, S 147 - 158 (1960).
- THOMSON, W.: (= Lord KELVIN): Deep sea ship-waves. Phil. Mag. (6), Vol. 11, pp. 1 - 25 (1906).
- TOWNSIN, R.L.: Frictional and pressure resistance of a Victory model. T.N.E.C.I.E.S., Vol. 78, pp. 445 - 470; D 131 - D 140 (1963).
- TULIN, M.P.: The separation of viscous drag and wave drag by means of the wake survey. 6 pp. D.T.M.B. Report 772, Washington (1951).
- VÖLKER, H.: Die Weiterentwicklung unserer Methoden zur Vorausberechnung des Schiffswiderstandes. Schiff und Hafen, Bd. 6, S 463 - 466 (1954).

- WARD, L.W.: A method for the direkt experimental determination of ship wave resistance, iv + 109 pp. Doctoral dissertation. Stevens Inst. Techn., Hoboken, N.J., USA (1962).
- Experimental determination of ship wave resistance from the wave pattern, viii + 68 pp. ONR-Report, Webb Institute of Naval Architecture, Glen Cove, New York (May 1964).
- WEBER, M.: Das allgemeine Ähnlichkeitsprinzip der Physik und sein Zusammenhang mit der Dimensionslehre und der Modellwissenschaft. J.S.T.G., Bd. 31, S 274 - 378; 378 - 388 (1930).
- WEHAUSEN, J.V.: Wave resistance of thin ships. Naval Hydrodynamics, Publication 515, pp. 109 - 133; 133 - 137. National Research Council USA (1957).
- and LAITONE, E.V.: Surface Waves. Handbuch der Physik, Bd. IX (Strömungsmechanik III), S 446 - 814. Springer-Verlag, Berlin (1960).
 - An approach to thin-ship theory. Proc. Int. Sem. Theor. Wave Res., pp. 819 - 852; 853 - 855. University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA (1963).
- WEIMANN, G.: Die Askania-Doppelmeßkammer für photogrammetrische Sonderaufgaben. Askania-Sonderdruck 1814 (11 Seiten) aus Askania-Warte, Heft 60 (Okt. 1962) und Heft 61 (April 1963).
- WEINBLUM, G.: Schiffsform und Wellenwiderstand. J.S.T.G., Bd. 33, S 419 - 451; 452 - 460 (1932).
- Ein Verfahren zur Auswertung des Wellenwiderstandes vereinfachter Schiffsformen. Schiffstechnik, Bd. 3, Heft 18, S 278 - 287 (1956).
- WIEGHARDT, K.: Über den Reibungswiderstand von Platten. Schiff und Hafen, Heft 2, S 72 - 74 (1955).
- WIGLEY, W.C.S.: Ship wave resistance. A comparison of mathematical theory with experimental results. T.I.N.A., Vol. 69, pp. 191 - 196; 197 - 210 (1927).
- WIGLEY, W.C.S.: Effects of viscosity on the wave making of ships. T.I.E.S.S., Vol. 81, pp. 187 - 208; 208 - 215 (1938).
- Calculated and measured wave resistance of a series of forms. T.I.N.A., Vol. 84, pp. 52 - 71; 72 - 74 (1942).
 - The effect of viscosity on wave resistance. Schiffstechnik, Bd. 9, Heft 46, S 69 - 71; 71 - 72 (1962).

- Effects of viscosity on wave resistance. Proc. Int. Sem. Theor. Wave. Res., pp. 1293 - 1310. Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA (1963).
- WILLIAMS, H.G.: Dr. Telfer's method of deriving ship resistance from model experiments (Discussion). T.I.N.A., Vol. 69, pp. 196 - 199 (1927).
- WU, J.: The separation of viscous from wave-making drag of ship forms. Journ. Ship Res., Vol. 6, No. 1, pp. 26 - 39 (1962).
- WU, T.Y.: Interaction between ship waves and boundary layer. Proc. Int. Sem. Theor. Wave Resist., pp. 1261 - 1287; 1288 - 1291. Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA (1963).
- YOKOO, K.: Scale effect experiments on some ship forms. J.S.N.A. Japan, Vol. 106, pp. 19 - 25 (1960).
- An investigation into ship-model correlation. Transp. Techn. Res. Inst. Japan, Report No. 45 (Oct. 1961) referred to in BSRA-Journ., Vol. 17, p. 373 (1962).
- ZURMÜHL, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. 3. Auflage xiv + 548 Seiten. Springer-Verlag, Berlin (1961).

Nachtrag:

- AMTSBERG, H.: Untersuchungen über die Formabhängigkeit des Reibungswiderstandes. J.S.T.G., Bd. 38, S 177 - 225; 225 - 234 (1937).
- LANDAU, L.D. and LIFSHITZ, E.M.: Fluid Mechanics, Vol. 6 of Course of Theoretical Physics, xii + 536 pp., Pergamon Press, London (1959).
- SCHOLZ, N.: Über eine rationelle Berechnung des Strömungswiderstandes schlanker Körper mit beliebig rauher Oberfläche. J.S.T.G., Bd. 45, S 244 - 259; 259 - 263 (1951).
- YOUNG, A.D.: The calculation of the total and skin-friction drags of bodies of revolution at zero incidence. Aer. Res. Com. R. and M. No. 1874 (1939).