

541 | Januar 1994

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Zaojian Zou

Berechnung der Potentialströmung um einen schräg fahrenden Schiffsrumpf auf tiefem und flachem Wasser

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Berechnung der Potentialströmung um einen schräg fahrenden Schiffsrumpf auf tiefem und flachem Wasser

Zaojian Zou, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1994

ISBN: 3-89220-541-8

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

**Berechnung der Potentialströmung um einen schräg fahrenden
Schiffsrumpf auf tiefem und flachem Wasser**

Dissertation
zur Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Zaojian Zou
aus Fuzhou, Jiangxi, China

Hamburg
Januar 1994

Tag der Disputation:

30. März 1994

Gutachter:

Prof.Dr.-Ing. H. Söding

Prof.Dr.-Ing. H. Keil

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 541

Berechnung der Potentialströmung
um einen schräg fahrenden Schiffsrumpf
in tiefem und flachem Wasser

Zaojian Zou

April 1994

Abstract

A Rankine panel method for calculating lifting potential flow about three-dimensional surface-piercing bodies in deep and/or shallow water is developed and applied to ships in steady motion at small drift angles. The disturbance velocity potential is represented by a source distribution on the hull surface and on a horizontal plane above the free surface, and by a normal dipole distribution on the centerplane of the ship and downstream of the trailing edge of the hull. The singularity strengths are determined so that the boundary conditions on the hull surface and free surface and the Kutta condition at the trailing edge are satisfied at the corresponding collocation points. Moreover, the radiation condition is satisfied by using the numerical technique of “staggered grids” suggested by Jensen, while the shallow water effect is taken into account by the method of images.

In order to reduce the computational burden, the flow about the yawed ship is divided into a symmetric part due to the longitudinal motion of the ship and an antisymmetric part due to the lateral motion. The boundary-value problem for the velocity potential is linearized about the solution for the symmetric flow, resulting in a boundary-value problem for the symmetric velocity potential and another one for the antisymmetric velocity potential, which are solved in sequence.

The symmetric flow is determined first by an iterative procedure as in the wave-resistance problem. Only the symmetric source distribution is used. During the iteration, the equilibrium position of the ship is adjusted, the free-surface elevation and the source strengths are updated. The iterative procedure is continued until the nonlinear boundary condition on the free surface is satisfied.

Then the antisymmetric flow is determined. To represent this lifting flow, both the antisymmetric source distribution and the dipole distribution are used. The semi-infinite dipole sheet is discretized and replaced by a system of horseshoe vortices. Correspondingly, a pressure-equality Kutta condition along the trailing edge is imposed. This condition is linearized by dividing the velocity potential into a symmetric part and an antisymmetric part, and is satisfied at the collocation points of the hull panels adjacent to the trailing edge. In contrast with the symmetric velocity potential, no nonlinear effects of the antisymmetric velocity potential are taken into account.

The proposed method has been applied to three ship hulls, a Wigley model, a Series 60 with $C_B = 0.60$ and a Mariner type ship. Numerical results are presented and compared with other numerical and experimental results where available, which have shown the usefulness of the proposed method in calculating the flow and the hydrodynamic forces acting on practical ship forms.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. H. Söding, der nicht nur durch seine wissenschaftliche Betreuung sehr zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Herrn Prof. K. Eggers danke ich für seine Freundlichkeit, Hilfsbereitschaft und wissenschaftlichen Hinweise.

Frau I. Krüger danke ich für ihre Freundlichkeit und zahlreiche Hilfen bei der Rechnerbenutzung.

Weiterhin danke ich meiner Frau Lanping Huang für ihr Verständnis und ihre langjährige, allseitige Unterstützung.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	1
Bildverzeichnis	3
1 Einleitung	9
2 Mathematische Formulierung des Problems	13
2.1 Voraussetzungen	13
2.2 Koordinatensysteme	13
2.3 Randwertproblem	14
2.4 Linearisierung der Randbedingungen	16
3 Lösungsverfahren	18
3.1 Prinzip	18
3.2 Diskretisierung	19
3.2.1 Diskretisierung der Randfläche	19
3.2.2 Diskretisierung der Singularitätenverteilung	20
3.3 Zerlegung der Strömung	20
3.4 Symmetrische Strömung	21
3.4.1 Verteilung der Singularitäten	21
3.4.2 Berechnung der symmetrischen Strömung	23
3.5 Antimetrische Strömung	24
3.5.1 Verteilung der Singularitäten	24
3.5.2 Kutta-Bedingung	25
3.5.3 Gleichungssystem	26
3.5.4 Berechnung der antimetrischen Strömung	27
4 Beispielrechnungen	29
4.1 Wigley-Schiff	29
4.1.1 Paneelierung der Schiffs- und Wasseroberfläche	30
4.1.2 Fahrt auf tiefem Wasser	30
4.1.3 Fahrt auf flachem Wasser	46
4.2 Series-60-Schiff, $C_B = 0.60$	54
4.2.1 Paneelierung der Schiffs- und Wasseroberfläche	54
4.2.2 Fahrt auf tiefem Wasser	55
4.2.3 Fahrt auf flachem Wasser	66
4.3 Mariner-Schiff	74
4.3.1 Paneelierung der Schiffs- und Wasseroberfläche	74
4.3.2 Fahrt auf tiefem Wasser	76
4.3.3 Fahrt auf flachem Wasser	87
4.3.4 Einflüsse der Schwimmlageänderung	94
5 Zusammenfassung	101
Literatur	103
Anhang 1 Durch gerade Wirbellinien induzierte Geschwindigkeit und deren Ableitungen	106
Anhang 2 Linearisierung der Kutta-Bedingung	112

Symbolverzeichnis

\vec{A}	Näherung für die Beschleunigung der Wasserteilchen
B	Breite des Schiffes oder Hilfsgröße in der linearisierten Randbedingung auf der Wasseroberfläche
C_B	Völligkeitsgrad
C_N	$= N/\frac{1}{2}\rho U_0^2 S L$, Giermomentenbeiwert
C_w	$= R_w/\frac{1}{2}\rho u^2 S$, Wellenwiderstandsbeiwert
C_Y	$= Y/\frac{1}{2}\rho U_0^2 S$, Querkraftbeiwert
\vec{F}	Wasserdruckkraft auf dem Schiff
F_n	$= u/\sqrt{gL}$, Froudezahl
F_{nh}	$= u/\sqrt{gh}$, Tiefen-Froudezahl
g	Erdbeschleunigung
h	Wassertiefe
IT	Anzahl der Iterationsschritte
L	Schiffslänge (Länge zwischen den Loten)
\vec{M}	Wasserdruckmoment auf dem Schiff
\vec{n}	in den Rumpf weisender Normaleneinheitsvektor auf der Schiffsoberfläche
N	Giermoment, d.h. das Drehmoment um die z -Achse, $N = M_3$
N_B	Anzahl der Paneele auf der Schiffsoberfläche
N_F	Anzahl der Paneele auf der Wasseroberfläche
N_K	Anzahl der der Hinterkante benachbarten Paneele auf der Schiffsoberfläche
N_v	$= \frac{\partial N}{\partial v}$, hydrodynamischer Koeffizient
N'_v	$= N_v/\frac{1}{2}\rho L^3 u$, dimensionsloser hydrodynamische Koeffizient
p	Wasserdruck relativ zum Luftdruck
\vec{R}	$= (x, y, z)$, Ortsvektor
R_w	Wellenwiderstand, $R_w = -F_1$
S	benetzte Schiffsoberfläche im Ruhezustand
S_B	benetzte Schiffsoberfläche
T	Tiefgang des Schiffes
u	Längsgeschwindigkeit des Schiffes
U	Geschwindigkeit des Schiffes in driftfreier Bewegung, $U = u$
\vec{U}_0	Geschwindigkeit des bewegten Koordinatensystems
U_0	Betrag der Geschwindigkeit \vec{U}_0
v	Quergeschwindigkeit des Schiffes
\vec{V}	$= \nabla\phi$, Störgeschwindigkeit der Wasserteilchen
\vec{V}_r	$= \nabla\phi - \vec{V}_s$, relative Geschwindigkeit der Wasserteilchen zum bewegten Koordinatensystem
\vec{V}_s	Schiffsgeschwindigkeit, $\vec{V}_s = \vec{U}_0 = (u, v, 0)$

\vec{W}	$= \nabla\Phi - \vec{V}_s$, Näherung für die relative Geschwindigkeit
Y	Querkraft, $Y = F_2$
Y_v	$= \frac{\partial Y}{\partial v}$, hydrodynamischer Koeffizient
Y'_v	$= Y_v / \frac{1}{2} \rho L^2 u$, dimensionsloser hydrodynamische Koeffizient
β	Driftwinkel
γ	Wirbelstärke
ΔT	dynamische Absenkung
$\Delta \vartheta$	dynamische Vertrimmung
ΔX	Paneellänge auf der Wasseroberfläche
ε	gegebene Schranke: $\varepsilon_{max} < \varepsilon$ als Konvergenzkriterium
ε_{max}	dimensionsloser Maximalfehler in der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche
ζ	negative Wellenerhebung
Z	Näherung für ζ
μ	Dipolstärke
ρ	Wasserdichte
σ	$= 2\Delta T / F_n^2 L$, dimensionslose Absenkung oder Quellstärke
τ	$= 2\Delta \vartheta / F_n^2$, dimensionslose Vertrimmung
ϕ	Störpotential
Φ	Näherung für ϕ oder für ϕ_s
ϕ_s	Störpotential der symmetrischen Strömung
φ	Störpotential der antimetrischen Strömung
x, y, z	bewegtes Koordinatensystem
x_0, y_0, z_0	erdfestes Koordinatensystem

Untere Indizes:

1, 2, 3	Komponenten eines Vektors in x -, y - bzw. z -Richtung
x, y, z	partielle Ableitungen nach x, y bzw. z

Obere Indizes:

(+), (-)	rechte bzw. linke Seite der Mittschiffsebene
(s), (a)	symmetrischer bzw. antimetrischer Anteil einer Größe

Bildverzeichnis

Bild 2.1	Koordinatensysteme	13
Bild 2.2	Darstellung der Driftbewegung	14
Bild 3.1	Zusammenhang zwischen konstanter Dipol- und Wirbelverteilung	24
Bild 3.2	Dipol-/Wirbelverteilung auf dem k -ten Streifen auf der Mittschiffsebene	26
Bild 4.1.1	Netz auf der Schiffsoberfläche für Wigley-Schiff	31
Bild 4.1.2	Netz auf der Wasseroberfläche für Wigley-Schiff	31
Bild 4.1.3	Wellenwiderstandsbeiwerte für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$	32
Bild 4.1.4	Dimensionslose Absenkungen für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$	33
Bild 4.1.5	Dimensionslose Vertrimmungen für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$	33
Bild 4.1.6	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	34
Bild 4.1.7	Querkraftbeiwerte für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$	35
Bild 4.1.8	Giermomentenbeiwerte für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$	35
Bild 4.1.9	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	36
Bild 4.1.10	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	36
Bild 4.1.11	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	37
Bild 4.1.12	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	37
Bild 4.1.13	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	38
Bild 4.1.14	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	38
Bild 4.1.15	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	39
Bild 4.1.16	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	39
Bild 4.1.17	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	40
Bild 4.1.18	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	40
Bild 4.1.19	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	41
Bild 4.1.20	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	41
Bild 4.1.21	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	42
Bild 4.1.22	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	42
Bild 4.1.23	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	43

Bild 4.1.24	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	43
Bild 4.1.25	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.40$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	44
Bild 4.1.26	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.40$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	44
Bild 4.1.27	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.40$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$	45
Bild 4.1.28	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.40$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$	45
Bild 4.1.29	Dimensionslose Schwimmelageänderungen für Wigley-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.267$, 0.316 und $\beta = 0^\circ$	47
Bild 4.1.30	Querkraft- und Giermomentenbeiwerte für Wigley-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.267$, 0.316 und $\beta = 5^\circ$	47
Bild 4.1.31	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.676$ und $\beta = 0^\circ$	48
Bild 4.1.32	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.676$ und $\beta = 5^\circ$	48
Bild 4.1.33	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.676$ und $\beta = 0^\circ$	49
Bild 4.1.34	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.676$ und $\beta = 5^\circ$	49
Bild 4.1.35	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.755$ und $\beta = 0^\circ$	50
Bild 4.1.36	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.755$ und $\beta = 5^\circ$	50
Bild 4.1.37	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.755$ und $\beta = 0^\circ$	51
Bild 4.1.38	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.755$ und $\beta = 5^\circ$	51
Bild 4.1.39	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.872$ und $\beta = 0^\circ$	52
Bild 4.1.40	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.872$ und $\beta = 5^\circ$	52
Bild 4.1.41	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.872$ und $\beta = 0^\circ$	53
Bild 4.1.42	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.872$ und $\beta = 5^\circ$	53
Bild 4.2.1	Netz auf der Schiffsoberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$	54
Bild 4.2.2	Netz auf der Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$	55
Bild 4.2.3	Wellenwiderstandsbeiwerte für Series 60, $C_B = 0.60$ im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$	56
Bild 4.2.4	Dimensionslose Absenkungen für Series 60, $C_B = 0.60$ im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$	56
Bild 4.2.5	Dimensionslose Vertrimmungen für Series 60, $C_B = 0.60$ im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$	57
Bild 4.2.6	Querkraftbeiwerte für Series 60, $C_B = 0.60$ im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$	57

Bild 4.2.7	Giermomentenbeiwerte für Series 60, $C_B=0.60$ im tiefen Wasser, $\beta=5^\circ$	57
Bild 4.2.8	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.20$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	58
Bild 4.2.9	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.20$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	58
Bild 4.2.10	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.20$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	59
Bild 4.2.11	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.20$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	59
Bild 4.2.12	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	60
Bild 4.2.13	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	60
Bild 4.2.14	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	61
Bild 4.2.15	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	61
Bild 4.2.16	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	62
Bild 4.2.17	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	62
Bild 4.2.18	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	63
Bild 4.2.19	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	63
Bild 4.2.20	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.35$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	64
Bild 4.2.21	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.35$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	64
Bild 4.2.22	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.35$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	65
Bild 4.2.23	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.35$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	65
Bild 4.2.24	Wellenwiderstandsbeiwerte für Series 60, $C_B=0.60$ in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n=0.22$, 0.25 und $\beta=0^\circ$	66
Bild 4.2.25	Dimensionslose Schwimmlageänderungen für Series 60, $C_B=0.60$ in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n=0.22$, 0.25 und $\beta=0^\circ$	67
Bild 4.2.26	Querkraft- und Giermomentenbeiwerte für Series 60, $C_B=0.60$ in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n=0.22$, 0.25 und $\beta=5^\circ$	67
Bild 4.2.27	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.603$ und $\beta=0^\circ$	68
Bild 4.2.28	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.603$ und $\beta=5^\circ$	68
Bild 4.2.29	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.603$ und $\beta=0^\circ$	69
Bild 4.2.30	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.603$ und $\beta=5^\circ$	69

Bild 4.2.31	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.674$ und $\beta=0^\circ$	70
Bild 4.2.32	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.674$ und $\beta=5^\circ$	70
Bild 4.2.33	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.674$ und $\beta=0^\circ$	71
Bild 4.2.34	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.674$ und $\beta=5^\circ$	71
Bild 4.2.35	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.778$ und $\beta=0^\circ$	72
Bild 4.2.36	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.778$ und $\beta=5^\circ$	72
Bild 4.2.37	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.778$ und $\beta=0^\circ$	73
Bild 4.2.38	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.778$ und $\beta=5^\circ$	73
Bild 4.3.1	Netz auf der Schiffsoberfläche für Mariner-Schiff	75
Bild 4.3.2	Netz auf der Wasseroberfläche für Mariner-Schiff	75
Bild 4.3.3	Wellenwiderstandsbeiwerte für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta=0^\circ$	76
Bild 4.3.4	Dimensionslose Absenkungen für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta=0^\circ$	77
Bild 4.3.5	Dimensionslose Vertrimmungen für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta=0^\circ$	77
Bild 4.3.6	Querkraftbeiwerte für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta=5^\circ$	78
Bild 4.3.7	Giermomentenbeiwerte für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta=5^\circ$	78
Bild 4.3.8	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	79
Bild 4.3.9	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	79
Bild 4.3.10	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	80
Bild 4.3.11	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	80
Bild 4.3.12	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	81
Bild 4.3.13	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	81
Bild 4.3.14	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	82
Bild 4.3.15	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	82
Bild 4.3.16	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	83
Bild 4.3.17	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	83
Bild 4.3.18	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	84

Bild 4.3.19	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	84
Bild 4.3.20	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	85
Bild 4.3.21	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	85
Bild 4.3.22	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$	86
Bild 4.3.23	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$	86
Bild 4.3.24	Wellenwiderstandsbeiwerte für Mariner-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n=0.194$, 0.22 und $\beta=0^\circ$	87
Bild 4.3.25	Dimensionslose Schwimmlageänderungen für Mariner-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n=0.194$, 0.22 und $\beta=0^\circ$	88
Bild 4.3.26	Querkraft- und Giermomentenbeiwerte für Mariner-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n=0.194$ und $\beta=5^\circ$	88
Bild 4.3.27	Querkraft- und Giermomentenbeiwerte für Mariner-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n=0.22$ und $\beta=5^\circ$	88
Bild 4.3.28	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.570$ und $\beta=0^\circ$	89
Bild 4.3.29	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.570$ und $\beta=5^\circ$	89
Bild 4.3.30	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.637$ und $\beta=0^\circ$	90
Bild 4.3.31	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.637$ und $\beta=5^\circ$	90
Bild 4.3.32	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.736$ und $\beta=0^\circ$	91
Bild 4.3.33	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.736$ und $\beta=5^\circ$	91
Bild 4.3.34	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.646$ und $\beta=0^\circ$	92
Bild 4.3.35	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.646$ und $\beta=5^\circ$	92
Bild 4.3.36	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.723$ und $\beta=0^\circ$	93
Bild 4.3.37	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.723$ und $\beta=5^\circ$	93
Bild 4.3.38	Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff ohne Schwimmlageänderung bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.834$ und $\beta=5^\circ$	95
Bild 4.3.39	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmlageänderung bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.570$ und $\beta=0^\circ$	96
Bild 4.3.40	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmlageänderung bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.570$ und $\beta=5^\circ$	96

Bild 4.3.41	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.637$ und $\beta=0^\circ$	97
Bild 4.3.42	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.637$ und $\beta=5^\circ$	97
Bild 4.3.43	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.736$ und $\beta=0^\circ$	98
Bild 4.3.44	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0.736$ und $\beta=5^\circ$	98
Bild 4.3.45	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.646$ und $\beta=0^\circ$	99
Bild 4.3.46	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.646$ und $\beta=5^\circ$	99
Bild 4.3.47	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.723$ und $\beta=0^\circ$	100
Bild 4.3.48	Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.723$ und $\beta=5^\circ$	100

1 Einleitung

Die Kenntnis der am manövrierenden Schiffsrumpf wirkenden hydrodynamischen Kräfte ist eine wichtige Voraussetzung für die Simulation von Schiffsmanövern und für die Vorhersage der Manöviereigenschaften von Schiffen. Zur Ermittlung dieser Kräfte stehen im allgemeinen drei verschiedene Wege zur Verfügung, nämlich die experimentelle Methode, die theoretische Methode und die empirische Methode. In der Praxis werden meistens alle drei Verfahren einander ergänzend verwendet.

Mit der Entwicklung der Rechentechnik und der Erhöhung der Leistung moderner Rechner entwickelte sich in den letzten zwanzig Jahren die numerische Strömungsmechanik weiter. Sie hat in der Schiffstechnik, wie auch in anderen Bereichen der Strömungsforschung, schnell und breit Anwendungen gefunden. Verschiedene rein numerische Verfahren sind zur Berechnung der Strömung um Schiffe und der hydrodynamischen Kräfte an Schiffen entwickelt und verwendet worden. Da sie für die Vorhersage des hydrodynamischen Verhaltens von Schiffen im Entwurfsstadium geeignet sind, gewinnen sie in der Schiffstechnik mehr und mehr Bedeutung.

In Hinsicht auf Untersuchungen der Manövrierfähigkeit lassen sich die numerischen Verfahren in die *traditionellen* und die *modernen* Verfahren aufteilen.

Da die Strömung um ein manövrierendes Schiff kompliziert ist, werden bei theoretischen Modellen verschiedene Vereinfachungen vorgenommen. Oft wird angenommen, daß das Schiff dünn oder schlank ist und daß die Fahrgeschwindigkeit des Schiffes klein ist. Unter der ersten Annahme kann man die numerisch einfachere Tragflügeltheorie oder die Theorie schlanker Körper anwenden, während die zweite Annahme es erlaubt, die Wasseroberfläche durch eine feste Wand zu ersetzen, so daß man den Schwierigkeiten infolge der freien Oberfläche ausweichen kann.

Die *traditionellen* Berechnungsverfahren setzen eine oder beide Annahmen voraus. Sie sind numerisch einfacher und können trotzdem für praktische Zwecke gut brauchbare Ergebnisse liefern. Andererseits können die Annahmen in bestimmten Fällen große Fehler verursachen.

Dagegen können die *modernen* Berechnungsverfahren mehr physikalische Effekte berücksichtigen und lassen daher genauere Ergebnisse erwarten. Solche Verfahren befinden sich jedoch erst im frühen Entwicklungsstadium. Bevor sie reif für die praktische Anwendung sind, müssen noch viele theoretische und numerische Probleme untersucht und gelöst werden.

Nach der Theorie schlanker Körper hat Söding (1982, 1984) ein numerisches Verfahren zur Berechnung der Ruder- und Rumpfkkräfte im tiefen Wasser vorgeschlagen. Zhao (1986) erweitert das Verfahren von Söding auf flaches Wasser durch Anwendung der Theorie von Newman (1969) zur Erfassung der Flachwassereinflüsse. Ein ähnliches Verfahren wurde von Kleinau (1983) entwickelt. In diesen Verfahren wurde die Verformung der Wasseroberfläche vernachlässigt.

Um den Einfluß der Verformung der Wasseroberfläche zu berücksichtigen, habe ich das Verfahren von Zhao dementsprechend erweitert, Zou (1990). Eine im Wesentlichen gleiche Theorie wurde bereits von Breslin (1972) publiziert; dabei fehlten allerdings numerische Ergebnisse.

Numerische Verfahren mit Berücksichtigung der verformten Wasseroberfläche wurden auch von Chapman (1976) für tiefes Wasser und von Cary (1980) für flaches Wasser vorgeschlagen. Nach der Theorie schlanker Körper vereinfacht Chapman die dreidimensionale stationäre oder instationäre Strömung zu einer zweidimensionalen instationären Strömung, wobei die x -Achse als Zeit-Achse dient. Er löst das Problem mit einer Finite-Differenzen-Methode und koppelt die Lösung im Nahfeld mit der analytischen Lösung im Fernfeld zur Erfüllung der Strahlungsbedingung. Numerische Berechnungen wurden vor allem für eine Platte und für ein "Schiff" mit rechteckigen Spanten durchgeführt. Cary verwendet die Theorie schlanker Körper im flachen Wasser von Tuck (1970) und entwickelt daraus ein Verfahren zur Berechnung der hydrodynamischen Koeffizienten eines manövrierenden Schiffes.

Das Verfahren von Chapman wurde von Yamasaki und Fujino (1985) auf praktische Schiffsform erweitert. Sie verwenden ein Singularitätenverfahren zur Lösung des Randwertproblems und erfüllen die sog. Sommerfeld-Bedingung am offenen Rand nach dem numerischen Verfahren von Orlandi (1976).

Alle oben erwähnten Verfahren basieren auf der Theorie schlanker Körper und können daher die dreidimensionalen Effekte der Strömung nicht genau erfassen, insbesondere im flachen Wasser, wo die dreidimensionale Umströmung der Schiffsenden offensichtlich besonders stark ist.

Um diesen Nachteil zu vermeiden, wurde von Pettersen (1982) ein gemischtes Verfahren vorgestellt. Er versucht, die dreidimensionale Umströmung um die beiden Schiffsenden im flachen Wasser besser zu ermitteln und gleichzeitig den rechnerischen Aufwand klein zu halten, indem er die Umströmung um das Vor- und das Hinterschiff nach einem dreidimensionalen Singularitätenverfahren und die Strömung um die Spanten im Bereich des Mittelschiffes nach der Theorie schlanker Körper berechnet. Dabei wird die Verformung der Wasseroberfläche wie üblich vernachlässigt.

Ein anderes gemischtes Verfahren wurde von Maruo und Song (1990) zur Berechnung der Strömung mit freier Oberfläche vorgeschlagen. Das Randwertproblem wird mittels der Theorie schlanker Körper vereinfacht, bleibt aber dreidimensional. Die Strömung wird durch eine Verteilung von Kelvin-Quellen auf der Schiffsoberfläche dargestellt und mit einem Paneel-Verfahren bestimmt.

Vollständig dreidimensionale Berechnungsverfahren, die die Verformung der Wasseroberfläche berücksichtigen, sind von Xia und Larsson (1986) und von Nakatake et al. (1990) für tiefes Wasser veröffentlicht worden. Beide Arbeiten benutzen Paneel-Verfahren und verwenden die Verteilungen von Rankine-Quellen sowie Rankine-Dipolen bzw. -Wirbeln als Singularitäten. Das Verfahren von Xia und Larsson kombiniert das Verfahren von Hess (1972) zur Berechnung der *auftriebserzeugenden* Strömung im unbegrenzten Flüssigkeitsbereich mit dem Verfahren von Dawson (1977) zur Berechnung der *auftriebsfreien* Strömung mit der freien Oberfläche. Dabei wird nur die Flosse als *auftriebserzeugendes* Element behandelt, während der Schiffsrumpf als *nicht auftriebserzeugendes* Element gegliedert wird. Daher ist das Verfahren für konventionelle Schiffe nicht geeignet. Nakatake et al. ordnen auf der Mittschiffsebene im Bereich des Unterwasserschiffes die Verteilung von sog. Hufeisenwirbeln an, die sich schräg mit dem halben Driftwinkel nach hinten bis ins Unendliche erstrecken. Gleichzeitig wird eine Quellverteilung auf der Schiffs- und Wasseroberfläche zu beiden Seiten der Mittschiffsebene angesetzt. Als Beispiel wird das Wigley-Schiff behandelt. Dabei wird die Schwimmlageänderung des Schiffes, die ebenso

wie die Wellenbildung bei höheren Fahrgeschwindigkeiten auftritt, nicht berücksichtigt.

Fast alle Berechnungsverfahren setzen Potentialströmung voraus. Dabei wird angenommen, daß das Wasser eine ideale Flüssigkeit ist und daß die Strömung reibungslos und drehungsfrei ist. Die Potentialströmung ist in vielen Fällen eine gute Näherung für die wirkliche Strömung und ist viel leichter zu berechnen. Deswegen wird das theoretische Modell der Potentialströmung vorwiegend benutzt.

Aber gerade für die Manövrierbewegungen ist der Einfluß der Zähigkeit von besonderer Bedeutung. Die zähigkeitsbedingte Ablösung der Strömung vom Rumpf spielt eine entscheidende Rolle bei der Berechnung der hydrodynamischen Kräfte an einem manövrierenden Schiff. Um den Einfluß der Zähigkeit im Rahmen der Potentialströmung näherungsweise zu erfassen, werden daher weitere Annahmen getroffen und dementsprechend eine Kutta-Bedingung eingeführt.

Es wird angenommen, daß die Strömung an einer bestimmten Stelle der Längskoordinate, z.B. der Stelle, wo die hydrodynamische Masse des Spants am größten ist, vom Schiffsrumpf ablöst, so daß sich die Integrationslänge der hydrodynamischen Kräfte nach der Theorie schlanker Körper von vorn nur bis zu dieser Stelle erstreckt. Dadurch wird die Kutta-Bedingung implizit erfüllt. Auf diese Weise wird der Einfluß der Zähigkeit in den Arbeiten von Kleinau (1983), Zhao (1986) und Zou (1990) berücksichtigt.

Auf einer anderen Vorgehensweise wird das Modell der Potentialwirbelströmung eingeführt. Dabei wird angenommen, daß die von der meistens vorgegebenen Ablösungslinie abgelöste Flüssigkeit eine sehr dünne Wirbelschicht im Nachstrom bildet und daß die Strömung außerhalb der Wirbelschicht drehungsfrei bleibt. Die Kutta-Bedingung ist dann explizit zu erfüllen, um die unbekanntenen Wirbelstärken zu bestimmen. Für ein Schiff werden häufig der Kiel, das Heck oder die Kimm als Ablösungslinie angenommen. So wird die Ablösungslinie z.B. in der Arbeit von Nakatake et al. (1990) am Kiel, in den Arbeiten von Cary (1980) am Hintersteven angesetzt. Fuwa (1973) und Mizoguchi (1983) haben unter der Voraussetzung der Potentialströmung Verfahren nach der Theorie schlanker Körper für schräg angeströmten Rumpf ohne freie Oberfläche entwickelt. Dabei liegt die Ablösungslinie in der Nähe der Kimm, etwas entfernt vom Rumpf. Ein ähnliches Verfahren wurde von Gadd (1985) vorgestellt; der Einfluß der Zähigkeit wird dabei jedoch unmittelbar erfaßt.

Die anderen Verfahren, die die Zähigkeit direkt berücksichtigen, wurden von Patel et al. (1990) und von Price und Tan (1992) vorgestellt. Für einen schräg fahrenden Schiffsrumpf bestimmen Patel et al. die reibungsbehaftete Querumströmung um die Spanten im Mittel- und Hinterschiff durch Lösung der Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen; dabei wird die Wasseroberfläche durch eine feste Wand ersetzt. Für einen Rumpf in stationärer oder instationärer Translations- und/oder Rotationsbewegung leiten Price und Tan aus der Navier-Stokes-Gleichung eine Faltungsintegral-Gleichung ab und lösen sie mit einem Randelemente-Verfahren. In Hinsicht auf die Manövrierfähigkeit von Schiffen ist dieses elegante Verfahren vielversprechend und kann möglicherweise durch Weiterentwicklung einen Durchbruch zur Berechnung der hydrodynamischen Kräfte am manövrierenden Schiff und zur Simulation der Manövrierbewegung schaffen. Andererseits wird die Verformung der Wasseroberfläche in diesem Verfahren vernachlässigt; daher gilt das Verfahren nur für kleinere Fahrgeschwindigkeiten. Darüber hinaus scheint das Verfahren in seinem jetzigen Zustand für einen komplizierten dreidimensionalen Schiffsrumpf noch schwer anwendbar zu sein.

Dagegen wurden im letzten Jahrzehnt in der Schiffstechnik viel dreidimensionale numerische Verfahren zur Berechnung der Strömung mit freier Oberfläche vorgestellt. Diese Berechnungsverfahren basieren auf der Theorie der Potentialströmung und wurden vor allem für das Wellenwiderstandsproblem erfolgreich entwickelt. In bezug auf die Untersuchungen des Seeverhaltens und der Manövrierfähigkeit von Schiffen, d.h. für die instationäre und auftriebserzeugende Strömung um die Schiffe, sind nur wenige Arbeiten veröffentlicht worden. Bemühungen in dieser Richtung sind offensichtlich noch notwendig.

Andererseits ist die Entwicklung der modernen Rechner außergewöhnlich schnell. Die Rechenkapazität und die Rechenleistungen wurden in den letzten Jahren und werden weiterhin rasch erhöht, so daß auch viel kompliziertere hydrodynamische Probleme in der Schiffstechnik in bezug auf die Manövrierfähigkeit und das Seeverhalten mittels moderner Berechnungsverfahren gelöst werden können. Es ist, wie es im Schwestergebiet Flugzeugtechnik schon geschehen ist, zu erwarten, daß die auf der numerischen Strömungsmechanik beruhenden Berechnungsverfahren in der Zukunft ein unentbehrliches Hilfsmittel für den Schiffsentwurf werden.

Vor diesem Hintergrund ist die vorliegende Arbeit entstanden. Das Ziel dieser Arbeit ist, ein dreidimensionales numerisches Verfahren zur Berechnung der auftriebserzeugenden Strömung mit freier Oberfläche um ein manövrierendes Schiff bei höheren Geschwindigkeiten im tiefen oder flachen Wasser zu entwickeln. Es wird auf stationäre Schrägbewegungen im glatten Wasser beschränkt.

Wie üblich setzt das Verfahren Potentialströmung voraus. Es ist im Wesentlichen eine Erweiterung der erfolgreich in der Flugzeugtechnik entwickelten dreidimensionalen Paneel-Verfahren zur Berechnung der auftriebserzeugenden Potentialströmung im unbegrenzten Flüssigkeitsraum, Hess (1990). Es werden Rankine-Singularitäten benutzt. Zur Darstellung der auftriebserzeugenden Strömung werden Potentialwirbel angesetzt und dementsprechend eine Kutta-Bedingung eingeführt. Um die freie Wasseroberfläche zu erfassen, wird die Verteilung von Rankine-Quellen nicht nur auf der Schiffsoberfläche, sondern auch entsprechend der Wasseroberfläche auf einer horizontalen Ebene oberhalb der Wasseroberfläche angesetzt. Dabei wird die Strahlungsbedingung nach der Technik von Jensen (1988a) erfüllt.

Damit der Bedarf an Speicherplatz und Rechenzeit nicht zu groß wird, wird die Strömung in einen symmetrischen Anteil infolge der Längsbewegung und einen antisymmetrischen Anteil infolge der Querbewegung des Schiffes aufgeteilt; und weiterhin wird angenommen, daß der Driftwinkel so klein ist, daß sich das Randwertproblem für die gesamte Strömung um die Lösung für die symmetrische Strömung linearisieren läßt. Dementsprechend wird das ursprüngliche Randwertproblem in eins für die *auftriebsfreie* symmetrische Strömung und eins für die *auftriebsbehaftete* antisymmetrische Strömung zerlegt. Die beiden Probleme werden dann nacheinander gelöst.

Es werden Beispielrechnungen für drei Schiffe, das Wigley-Schiff, das Series-60-Schiff mit $C_B = 0.60$ und das Mariner-Schiff, im tiefen und flachen Wasser gezeigt. Berechnet werden die Wellenerhebung, die Schwimmelageänderung, der Wellenwiderstand, die hydrodynamische Querkraft und das Giermoment. Die Ergebnisse werden mit Meßergebnissen und anderen Rechenergebnissen verglichen, um die Gültigkeit des vorgestellten Verfahrens zu bestätigen und Verbesserungsmöglichkeiten zu zeigen.

2 Mathematische Formulierung des Problems

Betrachtet wird ein Schiffsrumpf in stationärer Driftbewegung bei höheren Geschwindigkeiten in der horizontalen Ebene auf der ungestörten Wasseroberfläche im tiefen oder flachen Wasser. Das Wasser ist nur durch das Schiff gestört und bleibt sonst im Ruhezustand. Zu bestimmen sind die Strömung um das Schiff sowie die auf das Schiff ausgeübte hydrodynamische Querkraft und das Giermoment.

2.1 Voraussetzungen

Als Voraussetzungen werden in dieser Arbeit angenommen:

- 1) Das Wasser sei reibungsfrei und inkompressibel. Die Strömung relativ zum erdfesten Koordinatensystem sei rotationsfrei außer in der freien Wirbelschicht, falls sie vorhanden ist.
- 2) Die Bewegung des Schiffes und damit die Strömung relativ zum bewegten Koordinatensystem sei stationär. Der Driftwinkel sei klein.
- 3) Das Schiff sei symmetrisch um die Mittschiffsebene und habe kein eingetauchtes Spiegelheck.
- 4) Für flaches Wasser sei die Wassertiefe h konstant.

2.2 Koordinatensysteme

Es werden zwei rechtshändige Koordinatensysteme benutzt: das erdfeste System x_0, y_0, z_0 und das bewegte System x, y, z (Bild 2.1).

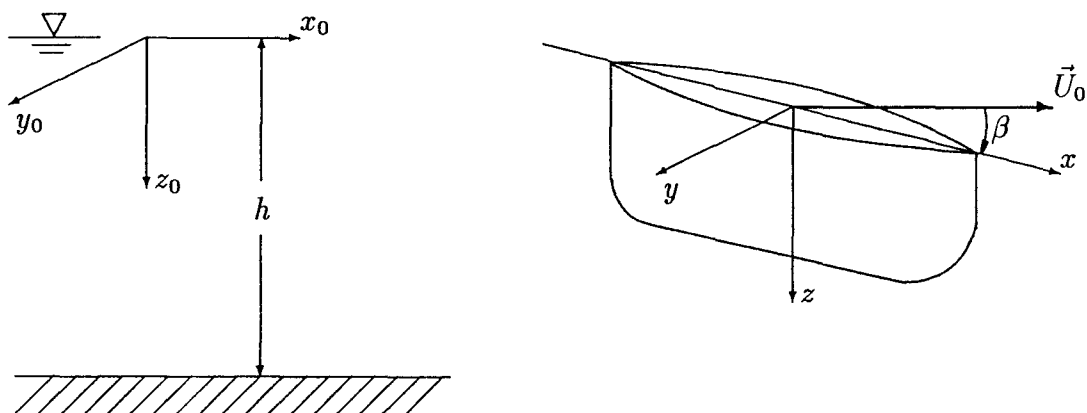


Bild 2.1 Koordinatensysteme

Die x_0 - y_0 -Ebene liegt in der ungestörten Wasseroberfläche; die z_0 -Achse zeigt vertikal nach unten. Der Ursprung des x, y, z -Systems bewegt sich in der horizontalen Ebene $z_0 = 0$

mit der Translationsgeschwindigkeit \vec{U}_0 relativ zum x_0, y_0, z_0 -System in die x_0 -Richtung, wobei die z -Achse ebenfalls nach unten zeigt. Bei Bewegungsbeginn fallen die Ursprünge und die vertikalen Achsen der beiden Systeme zusammen; der Winkel zwischen der x - und x_0 -Achse ist gleich dem Driftwinkel β .

Das Schiff bewegt sich *einerseits* mit dem x, y, z -System zusammen, *andererseits* ist es frei zu tauchen und zu vertrimmen. Dabei liegt der Ursprung des x, y, z -Systems an der Schnittlinie des Hauptspants mit der Mittschiffsebene; die x -Achse zeigt nach vorn und die y -Achse zeigt nach Steuerbord. Daher ist die Geschwindigkeit der Driftbewegung

$$\vec{V}_s = \vec{U}_0 = (u, v, 0),$$

worin u und v die Längs- bzw. Quergeschwindigkeit des Schiffes sind.

u, v , der Driftwinkel β , die Querkraft Y und das Giermoment N sind im Bild 2.2 dargestellt.

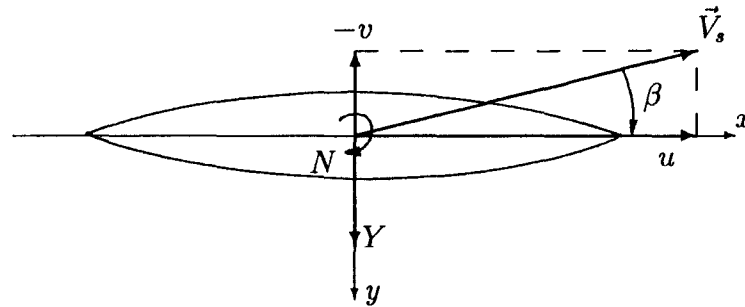


Bild 2.2 Darstellung der Driftbewegung

2.3 Randwertproblem

Das zu lösende Problem wird im bewegten Koordinatensystem mathematisch dargestellt. Die absolute Geschwindigkeit \vec{V} der Wasserteilchen, d.h. die Geschwindigkeit der Wasserteilchen relativ zum erdfesten Koordinatensystem, läßt sich durch eine Funktion, das Störpotential ϕ darstellen. Am Punkt $P(x, y, z)$ gilt

$$\vec{V}(x, y, z) = \nabla\phi(x, y, z) = (\phi_x, \phi_y, \phi_z),$$

wobei die Indizes x, y und z jeweils die partiellen Ableitungen nach x, y und z bedeuten.

Dementsprechend ist die relative Geschwindigkeit \vec{V}_r des Wasserteilchens zu dem mit der Geschwindigkeit \vec{V}_s bewegten Koordinatensystem:

$$\vec{V}_r = \nabla\phi - \vec{V}_s.$$

Das Potential ϕ muß im gesamten Flüssigkeitsbereich die Laplace-Gleichung

$$\nabla^2\phi = 0$$

erfüllen. An den Rändern genügt es den folgenden Randbedingungen:

1.1) Kinematische Randbedingung auf der Wasseroberfläche:

Da durch die Wasseroberfläche keine Flüssigkeit strömt, ergibt sich

$$\frac{D}{Dt}(z - \zeta) = 0 \quad \text{bei } z = \zeta(x, y),$$

worin $\zeta(x, y)$ die negative Wellenerhebung ist.

Im bewegten Koordinatensystem gilt

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\nabla\phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla.$$

Daher erhält man die kinematische Randbedingung auf der Wasseroberfläche:

$$(\nabla\phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla\zeta = \phi_z \quad \text{bei } z = \zeta(x, y). \quad (1)$$

1.2) Dynamische Randbedingung auf der Wasseroberfläche:

Da der Druck auf der Wasseroberfläche gleich dem Luftdruck ist, ergibt sich aus der Bernoullischen Gleichung im bewegten Koordinatensystem (siehe z.B. Milne-Thomson (1960))

$$\zeta = \frac{1}{g} \left(-\vec{V}_s \cdot \nabla\phi + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi \right) \quad \text{bei } z = \zeta(x, y), \quad (2)$$

worin g die Erdbeschleunigung ist.

Aus (1) und (2) läßt sich ζ eliminieren. Daraus folgt die kombinierte Randbedingung auf der Wasseroberfläche:

$$(\nabla\phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla \left(-\vec{V}_s \cdot \nabla\phi + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi \right) = g\phi_z \quad \text{bei } z = \zeta(x, y). \quad (3)$$

2) Kinematische Randbedingung auf der benetzten Schiffsoberfläche S_B :

Da durch die Schiffsoberfläche keine Flüssigkeit strömt, ergibt sich

$$\nabla\phi \cdot \vec{n} = \vec{V}_s \cdot \vec{n} \quad \text{auf } S_B, \quad (4)$$

worin $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ der in den Rumpf hineinzeigende Einheitsnormalenvektor ist.

3) Kinematische Randbedingung am Wasserboden:

Da durch den Boden keine Flüssigkeit strömt, ergibt sich

$$\phi_z = 0 \quad \text{bei } z = h. \quad (5)$$

4) Abklingen der Störung in großer Entfernung vom Schiff (außer in der Umgebung der freien Wirbelschicht):

$$\nabla\phi = (0, 0, 0) \quad \text{im Unendlichen.} \quad (6)$$

Außerdem muß das Potential erfüllen:

- die Strahlungsbedingung, die besagt, daß Wellen in großer Entfernung nur in einem Sektor hinter dem Schiff auftreten;
- die Kutta-Bedingung, die besagt, daß die Geschwindigkeit der Flüssigkeit an der Hinterkante des Schiffes endlich ist.

Die obige Formulierung stellt ein Randwertproblem für das Potential ϕ dar. Daraus lassen sich ϕ und das Geschwindigkeitsfeld $\nabla\phi$ bestimmen. Der im Flüssigkeitsbereich herrschende Druckunterschied zum Luftdruck ergibt sich aus der Bernoullischen Gleichung zu

$$p = \rho \left(\vec{V}_s \cdot \nabla\phi - \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi + gz \right), \quad (7)$$

worin ρ die Wasserdichte ist.

Daraus kann man die vom Wasser auf das Schiff ausgeübten Kräfte und Momente berechnen:

$$\vec{F} = (F_1, F_2, F_3) = \iint_{S_B} p \vec{n} dS, \quad (8)$$

$$\vec{M} = (M_1, M_2, M_3) = \iint_{S_B} p \vec{R} \times \vec{n} dS, \quad (9)$$

worin $\vec{R} = (x, y, z)$ der Ortsvektor ist.

2.4 Linearisierung der Randbedingungen

Die Randbedingungen (2) und (3) auf der Wasseroberfläche sind nichtlinear, da sie einerseits nichtlineare Glieder enthalten und andererseits in der zunächst unbekanntem Höhe der Wasseroberfläche erfüllt werden müssen. Deswegen werden diese Randbedingungen um eine Näherungslösung linearisiert; dementsprechend wird das nichtlineare Randwertproblem iterativ gelöst.

In dieser Arbeit wird eine Linearisierung wie bei Jensen (1988a) vorgenommen: Es seien die Näherungswerte Φ und Z für ϕ und ζ bekannt. Durch Entwicklung der Randbedingung (2) um $z = Z$ in eine nach dem linearen Glied abgebrochene Taylorreihe erhält man

$$\zeta - Z = \frac{(\nabla\Phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla\phi - \frac{1}{2} \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi - gZ}{g - (\nabla\Phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla\Phi_z} \quad \text{bei } z = Z(x, y). \quad (10)$$

Ebenso kann man (3) in eine abgebrochene Taylorreihe entwickeln. Daraus ergibt sich

$$\begin{aligned} & \nabla \left(\frac{1}{2} \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi - \vec{V}_s \cdot \nabla\Phi \right) \cdot \nabla\phi + (\nabla\Phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla[(\nabla\Phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla\phi] \\ & - (2\nabla\Phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla \left(\frac{1}{2} \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi \right) + \nabla\Phi \cdot \nabla(\vec{V}_s \cdot \nabla\Phi) \\ & + (\zeta - Z) \left[(\nabla\Phi - \vec{V}_s) \cdot \nabla \left(\frac{1}{2} \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi - \vec{V}_s \cdot \nabla\Phi \right) \right]_z \\ = & g\phi_z + g(\zeta - Z)\Phi_{zz} \quad \text{bei } z = Z(x, y). \end{aligned} \quad (11)$$

Setzt man (10) in (11) ein und schreibt

$$\begin{aligned}\vec{W} &= \nabla\Phi - \vec{V}_s, \\ \vec{A} &= \nabla\left(\frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi\right), \\ B &= \frac{\left\{\vec{W} \cdot [\vec{A} - \nabla(\vec{V}_s \cdot \nabla\Phi)] - g\Phi_z\right\}_z}{g - \vec{W} \cdot \nabla\Phi_z},\end{aligned}$$

so erhält man aus (11)

$$\begin{aligned}& \{2[\vec{A} - \nabla(\vec{V}_s \cdot \nabla\Phi)] + B\vec{W}\} \cdot \nabla\phi + \vec{W} \cdot [(\vec{W} \cdot \nabla)\nabla\phi] - g\phi_z \\ &= 2\nabla\Phi \cdot [\vec{A} - \nabla(\vec{V}_s \cdot \nabla\Phi)] + B\left(\frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi + gZ\right) \quad \text{bei } z = Z(x, y).\end{aligned}\quad (12)$$

Gleichungen (10) und (12) sind die dynamische bzw. die kombinierte Randbedingung auf der Wasseroberfläche, linearisiert um die Näherungen Φ und Z . Sie können zur Lösung des Randwertproblems iterativ verwendet werden. Zu Beginn der Iteration müssen Φ und Z sowie die Ableitungen von Φ bekannt sein. Setzt man sie gleich Null an, dann vereinfachen sich die Randbedingungen (10) und (12) zu den allgemein bekannten Neumann-Kelvin-Formeln

$$\zeta = -\frac{1}{g}\vec{V}_s \cdot \nabla\phi \quad \text{bei } z = 0, \quad (13)$$

$$\vec{V}_s \cdot [(\vec{V}_s \cdot \nabla)\nabla\phi] - g\phi_z = 0 \quad \text{bei } z = 0. \quad (14)$$

Aus (4) sowie (13) und (14) erhält man die lineare Lösung (die Neumann-Kelvin-Lösung). Wenn das Verfahren nach mehreren Iterationsschritten die Konvergenz erreicht hat, so erhält man die nichtlineare Lösung.

3 Lösungsverfahren

Das zuvor dargestellte Problem wird mit einem Paneel-Verfahren (einem Singularitäten-Verfahren) numerisch gelöst. Das ist ein neues dreidimensionales Paneel-Verfahren für auftriebserzeugende Strömungen mit freier Oberfläche.

3.1 Prinzip

Dreidimensionale Paneel-Verfahren wurden zuerst erfolgreich in der Flugzeugtechnik entwickelt, Hess (1986). Dabei wird die Strömung unter der Voraussetzung der Potentialströmung durch eine Verteilung von Singularitäten wie z.B. Quelle-Senke, Dipol und/oder Wirbel dargestellt. Für auftriebsfreie Strömungen im unbegrenzten Flüssigkeitsraum wird nur die Verteilung von Rankine-Quellen auf der Körperoberfläche angesetzt. Die Körperoberfläche und die Verteilung von Quellen werden diskretisiert; die Randbedingung auf der Körperoberfläche wird an einzelnen Körperpunkten, den sog. Kollokationspunkten, erfüllt. Daraus entsteht ein lineares Gleichungssystem für die unbekanntenen Quellstärken. Da jedoch die auftriebserzeugende Strömung in der Flugzeugtechnik der allerwichtigste Fall ist, wird sie überwiegend behandelt, und dafür werden verschiedene Paneel-Verfahren entwickelt. Dabei wird neben der Quellverteilung auf der Körperoberfläche eine Verteilung von Rankine-Dipolen oder Rankine-Wirbeln angesetzt, um die erforderliche Zirkulation zu erzeugen. Die Dipol- oder Wirbelverteilung wird auf der Oberfläche oder im Innern des Körpers, z.B. auf dem Flügelskelett, der auftriebserzeugenden Elemente und im Nachstrom angesetzt. Dementsprechend wird eine Kutta-Bedingung eingeführt und an den Hinterkanten numerisch erfüllt, um die Dipol- oder Wirbelstärken zu bestimmen.

Dagegen werden dreidimensionale Paneel-Verfahren in der Schiffstechnik vor allem für auftriebsfreie Strömungen entwickelt. Schwierigkeiten dabei werden hauptsächlich durch das Vorhandensein der Wasseroberfläche hervorgerufen: Für Strömungen mit freier Oberfläche sind nicht nur die Randbedingung auf der Oberfläche, sondern auch eine Strahlungsbedingung zu erfüllen. Man kann zwar die Strömungen durch Verteilung von Kelvin-Quellen auf der Schiffsoberfläche darstellen, die gleichzeitig die lineare Randbedingung auf der Wasseroberfläche und die Strahlungsbedingung im Unendlichen erfüllt (Neumann-Kelvin-Lösung), die numerische Berechnung ist aber außergewöhnlich schwer; außerdem kann dabei nur die lineare Randbedingung auf der Wasseroberfläche behandelt werden. Andererseits kann man auch wie in der Flugzeugtechnik Rankine-Quellen als Singularitäten benutzen. Dabei muß die Verteilung von Rankine-Quellen nicht nur auf der Schiffsoberfläche, sondern auch auf der Wasseroberfläche (in der Praxis nur in einem ausreichend großen Bereich um das Schiff) angesetzt werden. Die Quellstärken werden so bestimmt, daß die entsprechenden Randbedingungen an den Kollokationspunkten auf der Schiffs- und Wasseroberfläche erfüllt werden. Dementsprechend ist die Strahlungsbedingung infolge der freien Oberfläche numerisch zu erfüllen. So sind im letzten Jahrzehnt viele Paneel-Verfahren mit Rankine-Quellen als Singularitäten erfolgreich für das Wellenwiderstandsproblem entwickelt worden.

In dieser Arbeit wird ein Paneel-Verfahren für auftriebserzeugende Potentialströmungen mit freier Oberfläche entwickelt und auf schräg fahrende Schiffsrümpfe mit kleinem Driftwinkel angewendet. Auf der Schiffsoberfläche und auf einer horizontalen Ebene oberhalb

der Wasseroberfläche in einem großen Bereich um das Schiff werden Verteilungen von Rankine-Quellen angesetzt. Ferner wird auf der Lateralfläche des Schiffes und hinter der Hinterkante im Nachstrom eine Verteilung von Rankine-Dipolen angesetzt, um die auftriebserzeugende Strömung darzustellen.

Das durch die Verteilung von Singularitäten dargestellte Potential erfüllt automatisch die Laplace-Gleichung im gesamten Flüssigkeitsbereich und die Abklingbedingung (6) im Unendlichen außer in der Umgebung der freien Dipolschicht. Die Stärken der Singularitäten werden so bestimmt, daß die entsprechenden Randbedingungen auf der Schiffs- und der Wasseroberfläche sowie die Kutta-Bedingung an dem Hintersteven erfüllt werden.

Um die Randbedingung am Wasserboden zu erfüllen, wird der Boden als Symmetrieebene betrachtet, und die oben genannte Verteilung von Singularitäten wird an dieser Ebene gespiegelt. Dies reduziert die Anzahl der unbekanntenen Singularitätenstärken und damit den Speicherbedarf und die Rechenzeit erheblich im Vergleich zu einem Verfahren, bei dem Singularitäten auch am Wasserboden angesetzt werden.

Die Strahlungsbedingung ist entscheidend für die Eindeutigkeit der Lösung. Um diese Bedingung numerisch zu erfüllen, wird die Quellverteilung auf der horizontalen Ebene oberhalb der Wasseroberfläche wie bei Jensen (1988a) durch einzelne Punktquellen ersetzt, die relativ zu den Kollokationspunkten auf der Wasseroberfläche nach hinten verschoben werden. Unter der Voraussetzung, daß der Driftwinkel klein ist, wird die Verschiebung nur in der Längsrichtung vorgenommen.

3.2 Diskretisierung

Zur numerischen Berechnung mit einem Singularitätenverfahren müssen zuerst die Randfläche und die Verteilung von Singularitäten diskretisiert werden.

3.2.1 Diskretisierung der Randfläche

Nur die Steuerbordseite der Schiffs- und Wasseroberfläche wird diskretisiert. Die Schiffsoberfläche wird bis zu einer Höhe Z_H über der Wasserlinie im Ruhezustand ohne Vertrimmung in N_B drei- oder viereckige Paneele eingeteilt. Die Wasseroberfläche wird in einem ausreichend großen Bereich um das Schiff in N_F viereckige Paneele diskretisiert. Dabei dienen die "Mittelpunkte" der Paneele als Kollokationspunkte, an den die jeweilige Randbedingung erfüllt wird.

Ob eine Paneelierung der Schiffs- und Wasseroberfläche günstig ist, hängt von vielen Faktoren ab. Im allgemeinen gelten die folgenden Regeln, siehe z.B. Jensen (1988a), Bertram (1990b):

- 1) Je niedriger die Fahrgeschwindigkeit ist, desto kürzer sollten die Paneele sein. Im Prinzip sollten es mindestens 8 Paneele pro Wellenlänge vorhanden sein, d.h. die Paneele sollten nicht länger als $0.8F_n^2L$ sein, worin F_n die Froudezahl und L die Schiffslänge ist.
- 2) Die Paneelierung der Schiffsoberfläche soll die Form des Schiffes ausreichend genau wiedergeben. Daraus folgt, daß es empfehlenswert ist, an beiden Schiffsenden feiner

als im Mittelschiff zu paneelieren.

- 3) Je höher die Fahrgeschwindigkeit ist, desto größere Ausdehnung (vor allem seitlich und hinter dem Schiff) muß das Netz auf der Wasseroberfläche haben. Dabei kann die Paneelbreite etwa $0.5 \sim 1.5$ mal Paneellänge betragen. Im Prinzip können die Paneele in großer Entfernung vom Schiff größer als in der Nähe vom Schiff sein.
- 4) Es dürfen keine Kollokationspunkte auf der Wasseroberfläche dicht an der Wasserlinie liegen.

Nach der ersten Regel braucht man für kleinere Fahrgeschwindigkeiten viele Paneele. Da die verfügbare Rechenkapazität beschränkt ist, ist das vorgestellte Paneel-Verfahren nur für höhere Geschwindigkeiten, etwa für $F_n > 0.2$, geeignet. Diese Beschränkung ist nicht gravierend, da die Berechnung der Strömung mit freier Oberfläche in bezug auf die Manövrierfähigkeit nur für höhere Geschwindigkeiten sinnvoll ist.

In dieser Arbeit werden die Schiffsoberfläche in etwa $400 \sim 500$ Paneele und die Wasseroberfläche in etwa $1000 \sim 1400$ Paneele, jeweils auf einer Seite der Mittschiffsebene, eingeteilt. Das Netz auf der Wasseroberfläche reicht vom Vorsteven bis etwa $0.25 \sim 0.5 L$ nach vorn, vom Hintersteven bis etwa $0.5 \sim 1.5 L$ nach hinten, und seitlich bis etwa $0.75 \sim 1.0 L$ entfernt von der Mittschiffsebene. An der vorderen Ecke, wo keine Wellen auftreten, wird ein dreieckiges Stück abgeschnitten, um die Anzahl der Paneele ohne Genauigkeitseinbuße zu vermindern.

3.2.2 Diskretisierung der Singularitätenverteilung

Wie bei dem Verfahren von Jensen werden statt Quellverteilung auf der Wasseroberfläche Quellpunkte auf einer horizontalen Ebene $z = Z_Q$ oberhalb der Wasseroberfläche angesetzt. Diese Quellpunkte werden relativ zu den Kollokationspunkten auf der Wasseroberfläche um ΔX , die Paneellänge auf der Wasseroberfläche, nach hinten verschoben, um die Strahlungsbedingung zu erfüllen. Die Kugel-Methode von Jensen wird hier jedoch nicht benutzt. Statt dessen werden Paneele mit Quellverteilung konstanter Stärke auf der Schiffsoberfläche angeordnet. Dies entspricht dem sog. Paneel-Verfahren erster Ordnung.

Dementsprechend wird die Dipolverteilung auf der Mittschiffsebene diskretisiert. Zweckmäßig wird diese Dipolverteilung durch ein System von diskreten Hufeisenwirbeln ersetzt. Dies wird im Unterabschnitt 3.5.3 erläutert.

3.3 Zerlegung der Strömung

Im Vergleich zum Wellenwiderstandsproblem ist die Strömung um ein schräg fahrendes Schiff nicht symmetrisch in bezug auf die Mittschiffsebene. Um diese Strömung nach einem Singularitätenverfahren direkt zu berechnen, muß man die Singularitäten auf der Schiffs- und Wasseroberfläche an beiden Schiffseiten ansetzen. Dadurch wird die Anzahl der unbekanntenen Singularitätenstärken, die aus einem linearen Gleichungssystem zu bestimmen sind, etwa doppelt so groß wie im Fall der driftfreien Fahrt, so daß die Lösung erheblich mehr Rechenzeit und Speicherplatz erfordert.

Um dies zu vermeiden, wird die Strömung in einen symmetrischen Anteil infolge der Längsbewegung und einen antimetrischen Anteil infolge der Querbewegung des Schiffes

aufgeteilt. Dementsprechend besteht das Störpotential ϕ aus einem symmetrischen Potential ϕ_s und einem antisymmetrischen Potential φ :

$$\phi = \phi_s + \varphi. \quad (15)$$

Es wird unter der Voraussetzung kleiner Quergeschwindigkeit im Vergleich zur Längsgeschwindigkeit angenommen, daß auf der Wasseroberfläche $\nabla\varphi \ll \nabla\phi$. Dies bedeutet, daß ϕ_s auf der Wasseroberfläche eine Näherung für ϕ ist. Demzufolge kann man das Randwertproblem um die Lösung der symmetrischen Strömung linearisieren und entsprechend die symmetrische und antisymmetrische Strömung nacheinander bestimmen.

Dazu braucht man nur eine Hälfte der Randfläche und des Stromfelds zu betrachten. Die Mittschiffsebene dient als Spiegelebene. Die Quellverteilung auf der Schiffsoberfläche und die Quellpunkte auf der horizontalen Ebene oberhalb der Wasseroberfläche werden um diese Spiegelebene gespiegelt. Die Quellstärke auf dem Spiegelbild ist dem Betrage nach gleich der Quellstärke auf dem "Urbild" und hat gleiches Vorzeichen für die symmetrische bzw. umgekehrtes Vorzeichen für die antisymmetrische Strömung. Dagegen ist die Dipolverteilung nur für die antisymmetrische Strömung erforderlich und wird dabei auf der Mittschiffsebene angesetzt.

3.4 Symmetrische Strömung

Die symmetrische Umströmung wird zuerst berechnet. Dieses Problem entspricht dem Wellenwiderstandsproblem mit

$$\vec{V}_s = (U, 0, 0), \quad (16)$$

worin U die Geschwindigkeit der drifffreien Fahrt ist.

3.4.1 Verteilung der Singularitäten

Zur Darstellung der symmetrischen Strömung genügt es, eine symmetrische Verteilung von Rankine-Quellen auf der Schiffs- und Wasseroberfläche anzusetzen. Dabei dienen die Randbedingungen auf der Schiffs- und Wasseroberfläche zur Bestimmung der Quellstärken. Die Kutta-Bedingung ist hier überflüssig.

Aus (16) und (4) bzw. (12) erhält man die folgenden Randbedingungen:

$$\nabla\phi_s \cdot \vec{n} = U n_1 \quad \text{auf } S_B, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & [2(\vec{A} - U\nabla\Phi_x) + B\vec{W}] \cdot \nabla\phi_s + \vec{W} \cdot [(\vec{W} \cdot \nabla)\nabla\phi_s] - g\phi_{sz} \\ &= 2\nabla\Phi \cdot (\vec{A} - U\nabla\Phi_x) + B \left(\frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi + gZ \right) \quad \text{bei } z = Z(x, y), \end{aligned} \quad (18)$$

worin n_1 die x -Komponente von \vec{n} ist; Φ ist eine Näherung für ϕ_s und

$$\begin{aligned} \vec{W} &= \nabla\Phi - (U, 0, 0), \\ \vec{A} &= \nabla \left(\frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi \right), \\ B &= \frac{[\vec{W} \cdot (\vec{A} - U\nabla\Phi_x) - g\Phi_z]_z}{g - \vec{W} \cdot \nabla\Phi_z}. \end{aligned}$$

Diese Bedingungen sind an den Kollokationspunkten auf der Schiffs- bzw. Wasseroberfläche zu erfüllen.

Das Potential am Aufpunkt $P(x, y, z)$ durch eine Quellverteilung der konstanten Stärke σ_i auf dem i -ten Paneel mit der Fläche S_i ist

$$\phi_i(x, y, z) = \sigma_i \iint_{S_i} \frac{-1}{4\pi|\vec{QP}|} dS(Q), \quad (19)$$

worin \vec{QP} der Vektor vom Quellpunkt Q bis zum Aufpunkt P ist.

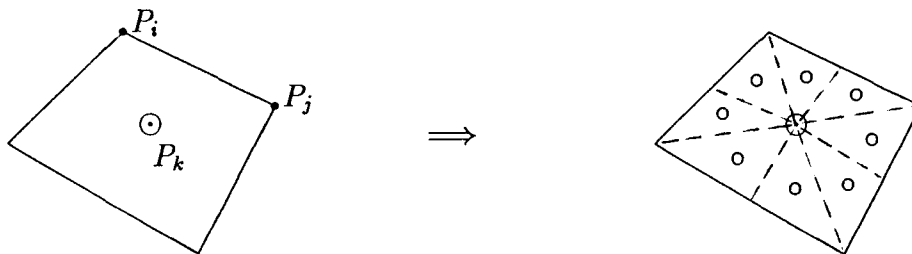
Wenn der Abstand zwischen dem Aufpunkt und dem Paneel im Vergleich zu den Paneelabmessungen groß ist, kann man die Quellverteilung auf dem Paneel durch eine einzelne Punktquelle am Mittelpunkt des Paneels ersetzen. Das Potential am Aufpunkt P durch eine Punktquelle der Stärke σ_j am Punkt Q_j ist

$$\phi_j(x, y, z) = -\frac{\sigma_j}{4\pi|\vec{Q_jP}|}. \quad (20)$$

Setzt man (19) bzw. (20) in die Randbedingungen (17) und (18) ein, so erhält man ein lineares Gleichungssystem für die unbekanntenen Quellstärken. Dabei braucht man für die Kollokationspunkte auf der Schiffsoberfläche nur die induzierte Geschwindigkeit zu berechnen, während für die Kollokationspunkte auf der Wasseroberfläche auch die ersten und zweiten Ableitungen der Geschwindigkeit zu berechnen sind.

Die durch eine Punktquelle induzierte Geschwindigkeit und deren Ableitungen lassen sich ohne Schwierigkeiten berechnen, dagegen kann man zwar die Geschwindigkeit infolge der kontinuierlichen Quellverteilung konstanter Stärke nach einer analytischen Formel berechnen, die Berechnung der Ableitungen dieser Geschwindigkeit ist aber problematisch, denn mit dem Paneel-Verfahren erster Ordnung kann man die ersten und zweiten Ableitungen der Geschwindigkeit nicht richtig annähern.

In dieser Arbeit wird die Geschwindigkeit an einem Kollokationspunkt auf der Schiffsoberfläche infolge der Quellverteilung auf einem Paneel auf der Schiffsoberfläche nach den Formeln von Webster (1975), Bai und Yeung (1974) analytisch berechnet, wenn der Abstand zwischen dem Kollokationspunkt und dem Paneel im Vergleich zu den Paneelabmessungen klein ist. Für einen Kollokationspunkt auf der Wasseroberfläche im Nahfeld eines Paneels auf der Schiffsoberfläche wird die Quellverteilung auf dem Paneel durch mehrere Punktquellen ersetzt, wie es im folgenden Bild gezeigt ist. In diesem Bild sind P_i und P_j die Eckpunkte, P_k der Kollokationspunkt des Paneels auf der Schiffsoberfläche.



3.4.2 Berechnung der symmetrischen Strömung

Aus dem linearen Gleichungssystem werden die Quellstärken bestimmt. Danach werden die Höhe der Wasseroberfläche, die vom Wasser auf das Schiff ausgeübten Kräfte und Momente sowie die neue Schwimmlage des Schiffes berechnet.

Aus (10) und (16) ergibt sich die Höhe der Wasseroberfläche

$$\zeta = Z + \frac{\nabla\Phi \cdot \nabla\phi_s - U\phi_{sx} - \frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi - gZ}{g - \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi_z + U\Phi_{xz}} \quad \text{bei } z = Z(x, y). \quad (21)$$

Der Wasserdruck relativ zum Luftdruck ergibt sich aus (7) und (16) zu

$$p = \rho \left(U\phi_{sx} - \frac{1}{2}\nabla\phi_s \cdot \nabla\phi_s + gz \right). \quad (22)$$

Aus (8), (9) und (22) werden der Wellenwiderstand $R_w (= -F_1)$, die Abtriebskraft F_3 und das Trimmmoment M_2 berechnet. Dabei wird die Integration der Druckkräfte durch einfache Summation der auf die getauchten Paneele ausgeübten Druckkräfte ersetzt; für jedes getauchte Paneel wird die Druckkraft als konstant über der Paneelfläche angenommen (gleich der Druckkraft am Kollokationspunkt) und der Kollokationspunkt wird als Kraftangriffspunkt benutzt. Für teilgetauchte Paneele wird die benetzte Fläche als Paneelfläche und der Flächenschwerpunkt der benetzten Fläche als Kraftangriffspunkt benutzt. Wegen der Symmetrie des Schiffes um die Mittschiffsebene sind alle anderen Kräfte und Momente gleich Null.

Die neue Schwimmlage des Schiffes wird aus dem dynamischen Gleichgewicht wie bei Jensen (1988a) und Nakos (1990) bestimmt. Dabei ergeben sich die Absenkung ΔT und die Vertrimmung $\Delta\vartheta$ aus den dynamischen Anteilen der Abtriebskraft und des Vertrimmoments.

Die Lösungen für das Störpotential und für die Höhe der Wasseroberfläche werden dann als neue Näherungswerte Φ und Z betrachtet, und ein neuer Schritt der Berechnung wird durchgeführt. Dieses iterative Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis die *nichtlineare* Randbedingung, die sich aus (3) ergibt, an den Kollokationspunkten P_k ($k = 1, 2, \dots, N_F$) auf der Wasseroberfläche erfüllt wird. Als Konvergenzkriterium wird hier angesetzt:

$$\varepsilon_{max} = \max_k \left| \frac{\nabla\phi_s \cdot \nabla \left(\frac{1}{2}\nabla\phi_s \cdot \nabla\phi_s \right) - 2U\nabla\phi_s \cdot \nabla\phi_{sx} + U^2\phi_{sxx} - g\phi_{sz}}{gU} \right| < \varepsilon, \quad (23)$$

worin ε_{max} der dimensionslose Maximalfehler in der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche und ε eine gegebene Schranke ist. Bewährt hat sich $\varepsilon = 10^{-5}$ für Berechnungen mit Schiffmodell und $\varepsilon = 10^{-4}$ für Berechnungen mit Großausführung.

Das Iterationsverfahren zur Erfüllung der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche entspricht dem Newton-Verfahren; daher besitzt es alle Vorteile wie auch Nachteile eines Newton-Verfahrens. Um Konvergenz zu verbessern, wird die Methode von Söding (1989) benutzt.

3.5 Antimetrische Strömung

Nachdem das iterative Verfahren für die symmetrische Strömung eine Lösung berechnet hat, wird diese Lösung als Näherung für die gesuchte asymmetrische Strömung betrachtet. Damit erhält man aus (15)

$$\phi = \Phi + \varphi, \quad (24)$$

worin Φ nun das symmetrische Potential ist.

Die nichtlinearen Randbedingungen (2) und (3) auf der Wasseroberfläche werden nun um die Lösung für die symmetrische Strömung linearisiert. Daraus entsteht ein lineares Randwertproblem für das antimetrische Potential φ , aus dem die antimetrische Strömung berechnet werden kann.

3.5.1 Verteilung der Singularitäten

Die antimetrische Strömung ist eine *auftriebserzeugende* Strömung. Um diese Strömung darzustellen, sind nicht nur Quellverteilungen auf der Schiffs- und Wasseroberfläche, sondern auch eine Dipol- oder Wirbelverteilung erforderlich.

Zwischen einer Dipolverteilung und einer Wirbelverteilung besteht ein Zusammenhang, Hess (1972). Nimmt man z.B. auf einem Paneel eine konstante Dipolverteilung an, so ist dies gleichwertig zu einem Ringwirbel, der das Paneel mit konstanter Wirbelstärke gleich der Dipolstärke umschließt (Bild 3.1).

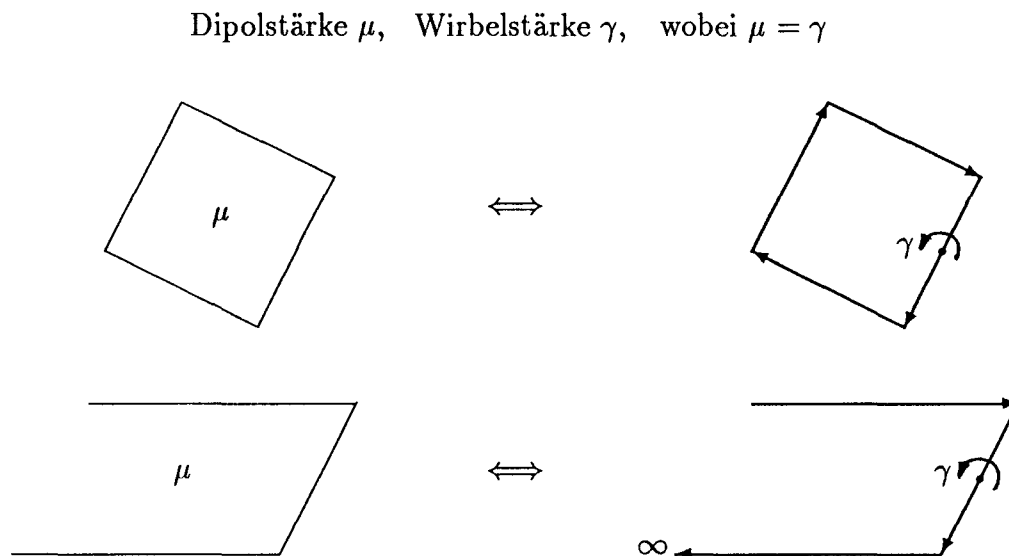


Bild 3.1 Zusammenhang zwischen konstanter Dipol- und Wirbelverteilung

In dieser Arbeit wird eine antimetrische Verteilung von Rankine-Quellen auf der Schiffsoberfläche und auf einer horizontalen Ebene oberhalb der Wasseroberfläche angesetzt. Darüber hinaus wird eine Dipolverteilung auf der Lateralfäche des Schiffes und hinter dem Hintersteven im Nachstrom angesetzt. Unter der Voraussetzung, daß der Driftwinkel klein ist, wird die Dipolschicht im Nachstrom auf der Ebene $y = 0$ angesetzt. Dies ist

erforderlich, weil φ sonst nicht antisymmetrisch zur Ebene $y = 0$ wäre und sonst die Zerlegung der Strömung in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil gestört würde.

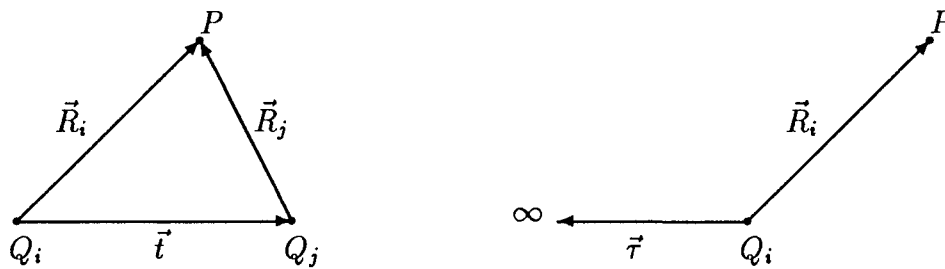
Die durch die Quellverteilung induzierte Geschwindigkeit und deren Ableitungen werden in gleicher Weise wie für die symmetrische Strömung berechnet. Die Dipolverteilung wird diskretisiert und durch ein System von diskreten Hufeisenwirbeln ersetzt. Die am Aufpunkt P durch eine Wirbellinie induzierte Geschwindigkeit läßt sich nach dem Biot-Savartschen Gesetz berechnen. Insbesondere hat man für eine gerade Wirbellinie vom Punkt Q_i bis zum Punkt Q_j mit Wirbelstärke γ :

$$\vec{V} = \frac{\gamma}{4\pi} \frac{\left(\frac{\vec{R}_i}{|\vec{R}_i|} - \frac{\vec{R}_j}{|\vec{R}_j|}\right) \cdot \vec{t}}{|\vec{t} \times \vec{R}_i|^2} (\vec{t} \times \vec{R}_i), \quad (25)$$

und für eine gerade halb-unendlich lange Wirbellinie, die sich vom Punkt Q_i an entlang der Richtung $\vec{\tau}$ (ein Einheitsvektor) bis ins Unendliche erstreckt,

$$\vec{V} = \frac{\gamma}{4\pi} \frac{\frac{\vec{R}_i}{|\vec{R}_i|} \cdot \vec{\tau} + 1}{|\vec{\tau} \times \vec{R}_i|^2} (\vec{\tau} \times \vec{R}_i), \quad (26)$$

worin $\vec{t} = \vec{Q_i Q_j}$, $\vec{R}_i = \vec{Q_i P}$ und $\vec{R}_j = \vec{Q_j P}$, wie im folgenden Bild dargestellt.



Aus (25) und (26) kann man auch die Ableitungen der durch die Wirbellinien induzierten Geschwindigkeit nach x , y und z berechnen (Anhang 1).

3.5.2 Kutta-Bedingung

Die Kutta-Bedingung spielt eine entscheidende Rolle bei der Berechnung einer auftriebs-erzeugenden Strömung. Die auf den Körper ausgeübte hydrodynamische Kraft quer zur Anströmung wird in der wirklichen Flüssigkeit eigentlich durch die Zähigkeit hervorgerufen. Man führt die Kutta-Bedingung ein, um dieses komplizierte physikalische Problem mit Hilfe des Modells der reinen Potentialströmung zu lösen.

Die ursprüngliche Form der Kutta-Bedingung fordert eine endliche Geschwindigkeit an der Hinterkante. Wie Hess (1974) betont, kann diese Form der Kutta-Bedingung in einem numerischen Verfahren nicht angewendet werden. Man muß alternative Formen suchen, die aus der ursprünglichen Form der Kutta-Bedingung abgeleitet werden können und die in numerischen Verfahren anwendbar sind. Dazu gibt es viele Möglichkeiten.

In dieser Arbeit wird die Kutta-Bedingung in der Form "gleicher Druck an beiden Seiten der Hinterkante des Schiffes" erfüllt. Diese Bedingung ist nichtlinear und fordert daher

eine iterative Lösung, siehe z.B. Nakatake et al. (1990). Durch Zerlegung der Strömung in einen symmetrischen und einen antimetrischen Anteil ist es jedoch gelungen (dabei ist die Voraussetzung kleiner Driftwinkel nicht nötig!), diese Bedingung zu linearisieren (Anhang 2). Daraus ergibt sich

$$\nabla\Phi \cdot \nabla\varphi - u\varphi_x = v\Phi_y. \quad (27)$$

(27) ist linear in bezug auf das Potential φ und wird an den Kollokationspunkten der der Hinterkante benachbarten Paneele auf der Schiffsoberfläche erfüllt.

3.5.3 Gleichungssystem

Aus (4), (24) und (17) ergibt sich die Randbedingung auf der Schiffsoberfläche

$$\nabla\varphi \cdot \vec{n} = v n_2 \quad \text{auf } S_B, \quad (28)$$

worin n_2 die y -Komponente von \vec{n} ist.

Aus (12), (24) und (18) ergibt sich die linearisierte Randbedingung auf der Wasseroberfläche

$$\{2[\vec{A} - \nabla(\vec{V}_s \cdot \nabla\Phi)] + B\vec{W}\} \cdot \nabla\varphi + \vec{W} \cdot [(\vec{W} \cdot \nabla)\nabla\varphi] - g\varphi_z = 0 \\ \text{bei } z = Z(x, y), \quad (29)$$

worin Φ und Z jeweils das Potential und die Wellenerhebung infolge der symmetrischen Strömung sind; $\vec{V}_s = (u, v, 0)$; \vec{W} , \vec{A} und B haben dieselben Bedeutungen wie in (12).

Diese Randbedingungen werden an den Kollokationspunkten jeweils auf der Schiffs- und Wasseroberfläche erfüllt. Dies bildet zusammen mit der Kutta-Bedingung (27) das lineare Gleichungssystem für die unbekanntenen Quell- und Wirbelstärken.

Wenn auf der Schiffsoberfläche N_K Paneele der Hinterkante benachbart sind, ergeben sich aus der Kutta-Bedingung zusätzlich N_K lineare Gleichungen. Dementsprechend sollte es nur N_K unbekanntene Wirbelstärken geben.

Daher wird die Lateralfäche des Schiffes entsprechend den Paneelen an der Hinterkante in N_K etwa horizontale Streifen unterteilt. Im Nachstrom werden auf der Ebene $y = 0$ horizontale Streifen angeschlossen. Auf jedem Streifen innerhalb des Schiffes werden $N_x - 1$ diskrete Hufeisenwirbel gleicher Stärke angesetzt, deren horizontale Zweige sich auf $y = 0$ nach hinten bis ins Unendliche erstrecken (Bild 3.2). Die Verteilung der diskreten Hufeisenwirbel kann gleichmäßig oder ungleichmäßig sein. Auch N_x kann frei gewählt werden. Empfehlenswert ist jedoch eine gleichmäßige Verteilung von diskreten Hufeisenwirbeln mit einem Abstand, der etwa der Paneellänge auf der Schiffsoberfläche entspricht. Diese Verteilung von Hufeisenwirbeln ist gleichwertig einer Dipolverteilung auf dem Streifen, deren Stärke sich von Null an der Vorderkante stufenweise bis zum Maximalwert an der Hinterkante verändert. Für die stationäre Strömung brauchen im Nachstrom keine Hufeisenwirbel angesetzt zu werden; daher ist die Wirbelstärke in der vertikalen Richtung im Nachstrom gleich Null. Dies entspricht einer konstanten Dipolverteilung auf dem Streifen im Nachstrom, deren Stärke gleich dem Maximalwert der Dipolstärke an der Hinterkante ist. Demzufolge gibt es für jeden Streifen nur eine Unbekannte.

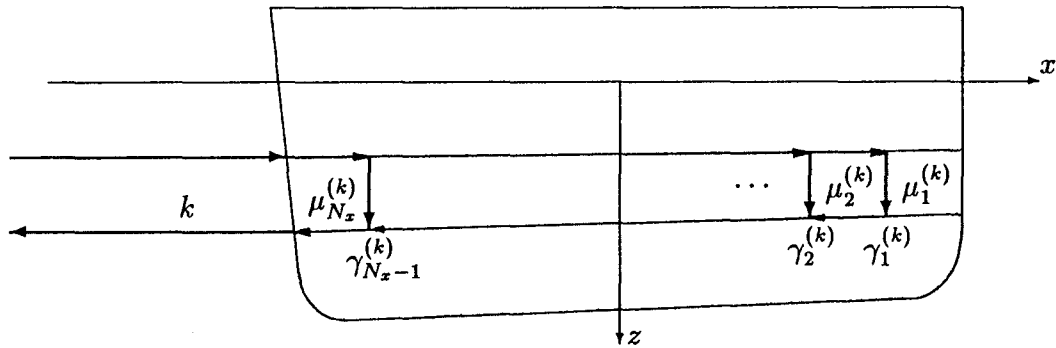


Bild 3.2 Dipol-/Wirbelverteilung auf dem k -ten Streifen auf der Mittschiffsebene mit $\gamma_1^{(k)} = \gamma_2^{(k)} = \dots = \gamma_{N_x-1}^{(k)} = \gamma^{(k)} = \text{Konstante}$. Der Streifen innerhalb des Schiffes ist in N_x Strecken unterteilt.

3.5.4 Berechnung der antimetrischen Strömung

Aus dem linearen Gleichungssystem werden die unbekanntenen Quell- und Wirbelstärken berechnet. Dadurch ist die antimetrische Strömung und damit auch die gesamte Strömung bestimmt.

Die Höhe der Wasseroberfläche ergibt sich aus (10) und (24) zu

$$\zeta = Z + \frac{\vec{W} \cdot \nabla \Phi + \vec{W} \cdot \nabla \varphi - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - g Z}{g - \vec{W} \cdot \nabla \Phi_z} \quad \text{bei } z = Z(x, y). \quad (30)$$

Der Zähler und der Nenner in (30) werden jeweils in einen symmetrischen und einen antimetrischen Anteil zerlegt. Aus der Symmetrie von Φ folgen die Beziehungen

$$\Phi_x^{(+)} = \Phi_x^{(-)}, \quad \Phi_y^{(+)} = -\Phi_y^{(-)}, \quad \Phi_z^{(+)} = \Phi_z^{(-)},$$

$$\Phi_{xz}^{(+)} = \Phi_{xz}^{(-)}, \quad \Phi_{yz}^{(+)} = -\Phi_{yz}^{(-)}, \quad \Phi_{zz}^{(+)} = \Phi_{zz}^{(-)},$$

worin die oberen Indizes (+) und (-) die symmetrisch rechts bzw. links von der Mittschiffsebene liegenden Punkte bezeichnen.

Entsprechend folgt aus der Antimetrie von φ :

$$\varphi_x^{(+)} = -\varphi_x^{(-)}, \quad \varphi_y^{(+)} = \varphi_y^{(-)}, \quad \varphi_z^{(+)} = -\varphi_z^{(-)}.$$

Damit ergeben sich für den Zähler $\Delta\zeta_Z$ und Nenner $\Delta\zeta_N$ des Bruches in (30):

$$\begin{aligned} \Delta\zeta_Z &= \vec{W} \cdot \nabla \Phi + \vec{W} \cdot \nabla \varphi - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - g Z \\ &= \Delta\zeta_Z^{(s)} + \Delta\zeta_Z^{(a)}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Delta\zeta_N &= g - \vec{W} \cdot \nabla \Phi_z \\ &= \Delta\zeta_N^{(s)} + \Delta\zeta_N^{(a)}, \end{aligned} \quad (32)$$

worin die oberen Indizes (s) und (a) jeweils die symmetrischen und antimetrischen Anteile bezeichnen, mit

$$\begin{aligned}\Delta\zeta_Z^{(s)} &= -u\Phi_x - v\varphi_y + \frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi - gZ, \\ \Delta\zeta_Z^{(a)} &= -v\Phi_y + \nabla\Phi \cdot \nabla\varphi - u\varphi_x, \\ \Delta\zeta_N^{(s)} &= g - \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi_z + u\Phi_{xz}, \\ \Delta\zeta_N^{(a)} &= v\Phi_{zy}.\end{aligned}$$

Die Höhe der Wasseroberfläche an der Steuerbord- bzw. Backbordseite (oberes bzw. unteres Vorzeichen) ist

$$\zeta = Z + \frac{\Delta\zeta_Z^{(s)} \pm \Delta\zeta_Z^{(a)}}{\Delta\zeta_N^{(s)} \pm \Delta\zeta_N^{(a)}}. \quad (33)$$

Die Differenz zwischen Wasserdruck und Luftdruck ergibt sich aus (7) und (24) zu

$$p = \rho \left(\vec{V}_s \cdot \nabla\Phi + \vec{V}_s \cdot \nabla\varphi - \frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi - \nabla\Phi \cdot \nabla\varphi - \frac{1}{2}\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi + gz \right). \quad (34)$$

Der Druck wird ebenfalls in einen symmetrischen Anteil $p^{(s)}$ und einen antimetrischen Anteil $p^{(a)}$ zerlegt:

$$p = p^{(s)} + p^{(a)},$$

worin

$$\begin{aligned}p^{(s)} &= \rho \left(u\Phi_x + v\varphi_y - \frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi - \frac{1}{2}\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi + gz \right), \\ p^{(a)} &= \rho (v\Phi_y + u\varphi_x - \nabla\Phi \cdot \nabla\varphi).\end{aligned}$$

Wegen der Symmetrie des Schiffes ruft der symmetrische Druck nur die Längskraft, die Abtriebskraft und das Trimmoment hervor. Dagegen bewirkt der antimetrische Druck nur die Querkraft, das Krängungsmoment und das Giermoment. Die zu berechnende Querkraft $Y (= F_2)$ und das Giermoment $N (= M_3)$ ergeben sich aus (8) und (9) zu

$$Y = \iint_{S_B} p^{(a)} n_2 dS, \quad (35)$$

$$N = \iint_{S_B} p^{(a)} (x n_2 - y n_1) dS. \quad (36)$$

Die Berechnung der antimetrischen Strömung wird nur einmal durchgeführt. Das bedeutet, daß die nichtlinearen Einflüsse der antimetrischen Strömung auf die Randbedingung auf der Wasseroberfläche nicht berücksichtigt werden.

4 Beispielrechnungen

Um die Gültigkeit des vorgestellten Verfahrens zu überprüfen, wurden Beispielrechnungen für drei Schiffe, nämlich das Wigley-Schiff, das Series-60-Schiff mit $C_B = 0.60$ und das Mariner-Schiff durchgeführt. Ergebnisse sind vor allem die Wellenerhebung ζ , der Wellenwiderstand R_w , die Absenkung ΔT und die Vertrimmung $\Delta\vartheta$ infolge der Längsbewegung sowie die hydrodynamische Querkraft Y und das Giermoment N bei Schrägbewegung. Die Ergebnisse werden mit Meß- und Rechenergebnissen anderer Autoren verglichen. Dazu werden die folgenden dimensionslosen Größen eingeführt:

$$\begin{aligned} C_w &= \frac{R_w}{\frac{1}{2}\rho u^2 S}, \\ \sigma &= \frac{2\Delta T}{F_n^2 L}, \\ \tau &= \frac{2\Delta\vartheta}{F_n^2}, \\ C_Y &= \frac{Y}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 S}, \\ C_N &= \frac{N}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 S L}, \end{aligned}$$

worin S die benetzte Schiffsoberfläche im Ruhezustand und L die Schiffslänge sind; F_n ist die Froudezahl ($=u/\sqrt{gL}$), und $U_0 = \sqrt{u^2 + v^2}$.

Berechnungen werden sowohl für tiefes als auch für flaches Wasser präsentiert.

4.1 Wigley-Schiff

Das Wigley-Schiff ist eine mathematische Schiffsform, die im Ruhezustand (d.h. ohne fahrtbedingte Schwimmlageänderung) durch

$$\begin{aligned} y &= \frac{B}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{L^2}\right) \left(1 - \frac{z^2}{T^2}\right) & -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}, \quad 0 \leq z \leq T \\ y &= \frac{B}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{L^2}\right) & -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}, \quad z < 0 \end{aligned}$$

beschrieben wird, worin L , B und T jeweils die Länge, die Breite und der Tiefgang des Schiffes sind, siehe z.B. Landweber (1979) oder Shearer und Cross (1965).

Das Schiff hat die folgenden Hauptverhältniswerte:

$$\frac{L}{B} = 10, \quad \frac{L}{T} = 16; \quad C_B = 0.444.$$

Zur Berechnung werden hier angesetzt:

$$L = 10 \text{ m}; \quad B = 1 \text{ m}; \quad T = 0.625 \text{ m}.$$

4.1.1 Paneelierung der Schiffs- und Wasseroberfläche

Die Schiffsoberfläche wurde bis zu einer Höhe $Z_H = 0.4T$ über der Ruhewasserlinie diskretisiert und mit 442 Paneelen belegt. Das Netz auf der Schiffsoberfläche ist in Bild 4.1.1 gezeigt.

Auf der Wasseroberfläche wurden 1339 Paneele angeordnet. Die Paneellänge entspricht der von Jensen (1988a) benutzten Länge $\Delta X = 0.0375 L$. Das Netz reicht vor dem Schiff $0.4 L$, hinter dem Schiff $1.0 L$ und seitlich $0.9 L$. Vorn wurde ein dreieckiges Stück abgeschnitten. Bild 4.1.2 zeigt das Netz auf der Wasseroberfläche. Dieses Netz wurde für alle Geschwindigkeiten benutzt.

Um Einflüsse der Paneelabmessungen auf der Wasseroberfläche auf die Ergebnisse festzustellen, wurden Testrechnungen mit drei verschiedenen Netzen auf der Wasseroberfläche durchgeführt. Netz 1 ist wie oben erläutert. Netz 2 hat die Paneellänge $\Delta X = 0.0286 L$. Es reicht vor dem Schiff $0.25 L$, hinter dem Schiff $0.5 L$ und seitlich $0.75 L$. Vorn wurde ein dreieckiges Stück abgeschnitten, so daß das Netz insgesamt 1350 Paneele hat. Netz 3 hat die Paneellänge $0.05 L$. Es reicht vor dem Schiff $0.5 L$, hinter dem Schiff $1.5 L$ und seitlich $1.0 L$. Vorn wurde ein dreieckiges Stück abgeschnitten, so daß das Netz insgesamt 1012 Paneele hat. Für alle drei Netze ist die Paneelbreite der innersten Paneelreihe vor und hinter dem Schiff gleich der Paneellänge und etwas kleiner als die Paneellänge innerhalb der Schiffslänge. Die Paneelbreite verändert sich von innen nach außen in einer geometrischen Reihe so, daß die Paneelbreite der äußersten Paneelreihe $1.2 \Delta X$ beträgt, vgl. Nakos (1990).

Testrechnungen wurden für zwei Geschwindigkeiten, $F_n = 0.20$ und 0.24 , im tiefen Wasser durchgeführt. Die Ergebnisse zeigt Tabelle 4.1. Daraus erkennt man, daß die Unterschiede zwischen den Ergebnissen mit den drei Netzen klein sind. Die relativen Trimmunterschiede sind zwar groß; vergleicht man die durch den Trimm verursachten Tiefgangsunterschiede an den Schiffsenden aber mit der Absenkung ΔT , so erkennt man, daß die Unterschiede in der dynamischen Vertrimmung absolut gering sind.

Tabelle 4.1 Ergebnisse mit verschiedenen Netzen auf der Wasseroberfläche

F_n	Netz	$\beta = 0^\circ$			$\beta = 5^\circ$	
		$C_w \times 10^3$	$\sigma \times 10^2$	$\tau \times 10^2$	$C_Y \times 10^2$	$C_N \times 10^2$
0.20	1	0.642	4.094	0.013	1.076	0.496
	2	0.630	4.103	-0.057	1.144	0.477
	3	0.609	4.088	0.059	1.021	0.513
0.24	1	1.080	4.287	-0.111	1.044	0.530
	2	1.110	4.323	-0.292	1.086	0.515
	3	1.042	4.282	-0.049	1.024	0.528

4.1.2 Fahrt auf tiefem Wasser

Für das Wigley-Schiff im tiefen Wasser wurden Berechnungen für die folgenden Fälle durchgeführt:

$$F_n = 0.20, 0.22, 0.24, 0.25, 0.267, 0.30, 0.316, 0.35, 0.40 \quad \text{mit } \beta = 0^\circ, 5^\circ.$$

Wigley-Schiff, $N_B = 442$

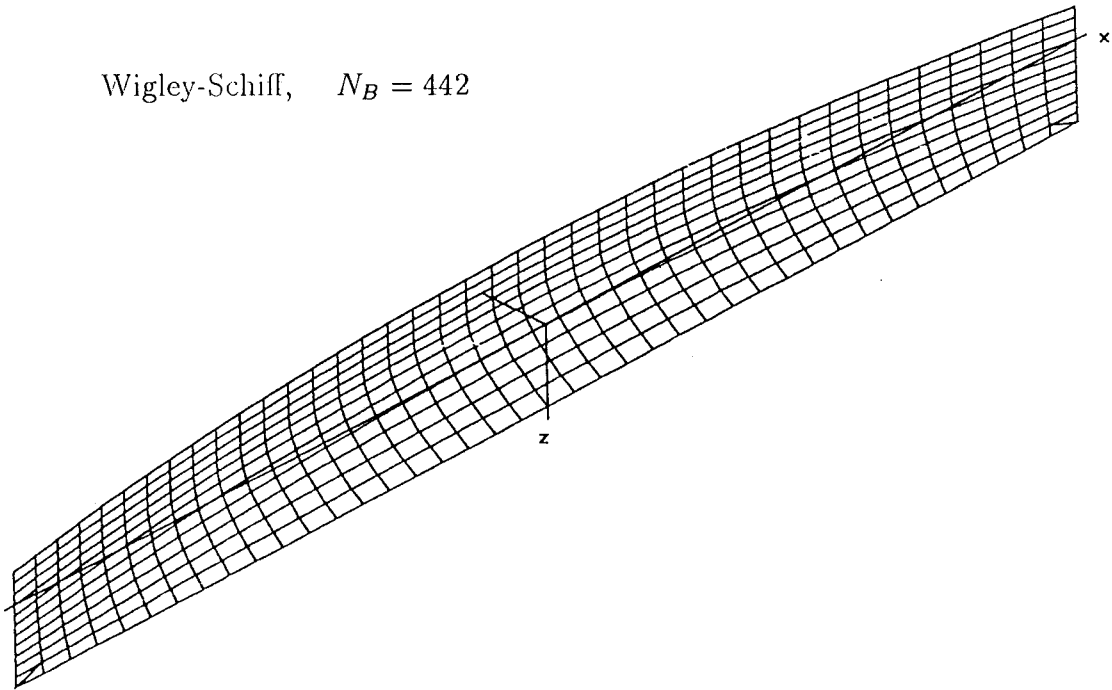


Bild 4.1.1 Netz auf der Schiffsoberfläche für Wigley-Schiff

Wigley-Schiff, $N_F = 1339$

⊙ Kollokationspunkt, × Quellpunkt

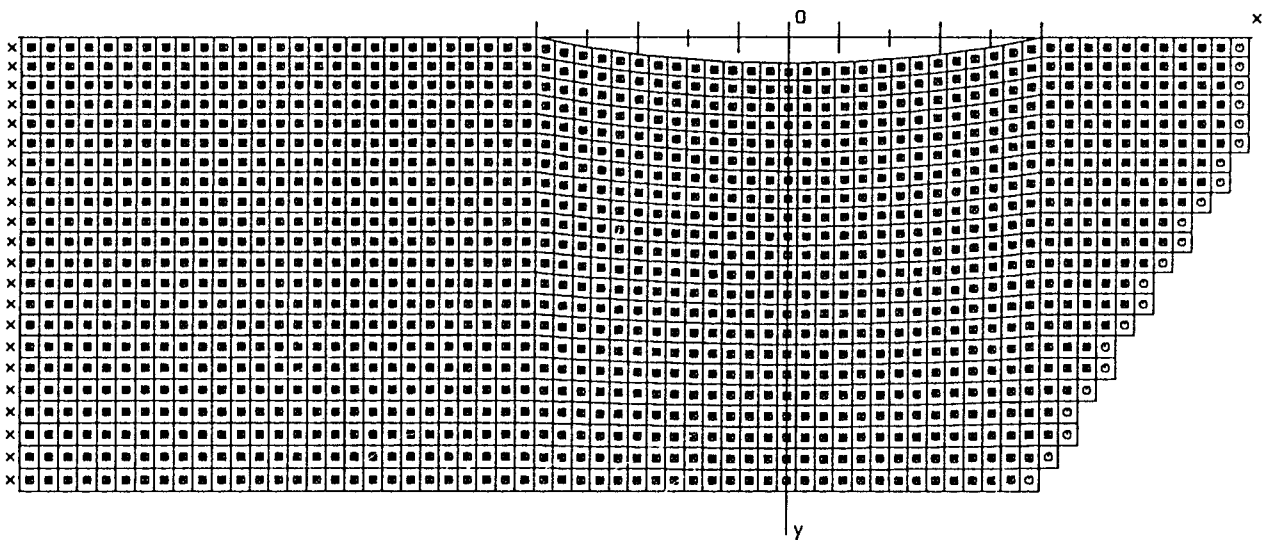


Bild 4.1.2 Netz auf der Wasseroberfläche für Wigley-Schiff

Für die drifffreie Bewegung konvergierte das Iterationsverfahren zur Erfüllung der nicht-linearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche mit $\varepsilon = 10^{-5}$ in allen berechneten Fällen. Dazu wurden 5 ~ 8 Iterationsschritte gebraucht. Im allgemeinen benötigt man bei größerer Geschwindigkeit mehr Iterationsschritte. Tabelle 4.2 zeigt die linearen ((L) in Tabelle) und die nichtlinearen ((N) in Tabelle) Ergebnisse der Wellenwiderstandsbeiwerte, die zugehörige Anzahl IT von Iterationsschritten und die maximalen Fehler ε_{max} in der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche. Aus der Tabelle kann man sehen, daß die relativen Unterschiede zwischen den linear und nichtlinear berechneten C_w -Werten für kleinere und größere Geschwindigkeiten groß werden können, obwohl das Wigley-Schiff eine sehr schlanke Form hat.

Tabelle 4.2 Lineare (L) und nichtlineare (N) Ergebnisse der Wellenwiderstandsbeiwerte für das Wigley-Schiff im tiefen Wasser

F_n	0.20	0.22	0.24	0.25	0.267	0.30	0.316	0.35	0.40	
IT	5	5	5	5	5	5	5	6	8	
$\varepsilon_{max} \times 10^5$	0.155	0.164	0.072	0.065	0.239	0.419	0.914	0.998	0.453	
$C_w \times 10^3$	(L)	0.744	0.760	1.025	1.036	1.056	1.694	1.711	1.237	2.432
	(N)	0.642	0.590	1.080	1.035	0.978	1.778	1.859	1.554	2.614

In Bild 4.1.3 sind die nichtlinear berechneten Wellenwiderstandsbeiwerte mit den numerischen Ergebnissen von Jensen (1988a) und den Messungen von Kajitani (1987) verglichen worden.

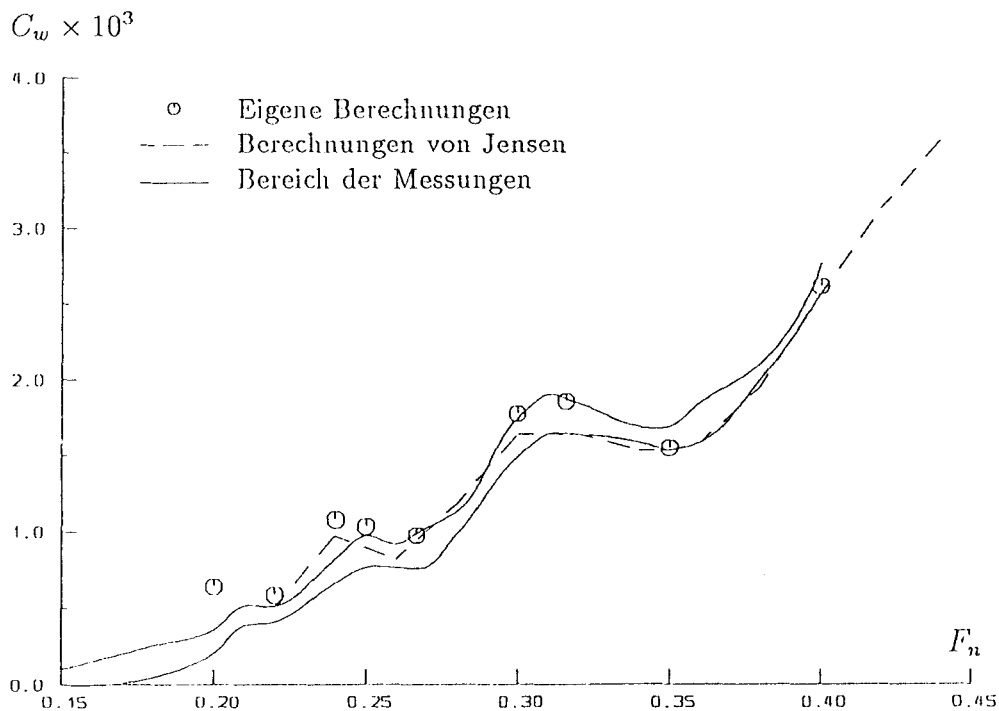


Bild 4.1.3 Wellenwiderstandsbeiwerte für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

Bild 4.1.4 und Bild 4.1.5 zeigen die berechneten dimensionslosen Absenkungen bzw. Vertrimmungen zusammen mit den Ergebnissen von Jensen.

Bild 4.1.6 zeigt die berechneten Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe auf der Wasseroberfläche für die Geschwindigkeit $F_n = 0.267$ bei driftfreier Bewegung zusammen mit den Ergebnissen von Jensen und den Messungen von Shearer und Cross (1965) für $F_n = 0.266$. Dementsprechend zeigt Bild 4.1.23 (siehe S.43) die Wellenerhebungen für die Geschwindigkeit $F_n = 0.35$ im Vergleich zu den Ergebnissen von Jensen und den Messungen von Shearer und Cross für $F_n = 0.348$.

An diesen Bildern kann man feststellen, daß die Übereinstimmung der Ergebnisse mit den Ergebnissen von Jensen und mit den Messungen recht gut ist.

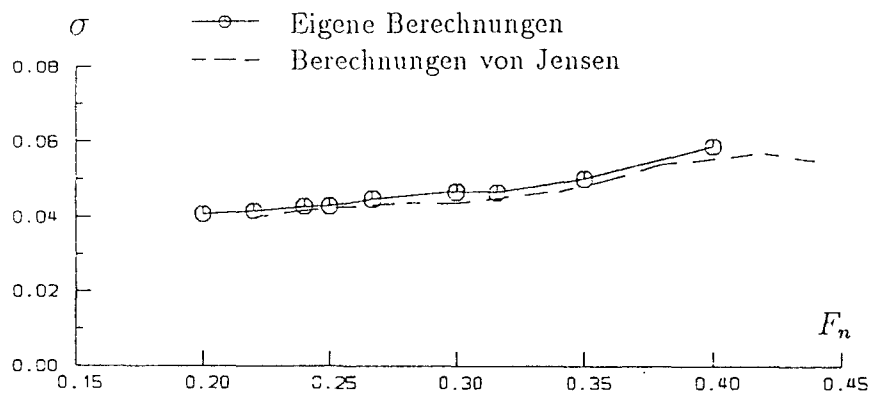


Bild 4.1.4 Dimensionslose Absenkungen für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

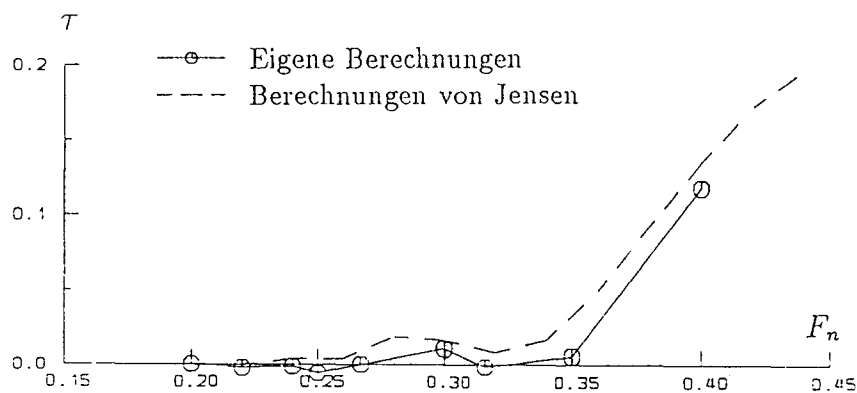


Bild 4.1.5 Dimensionslose Vertrimmungen für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

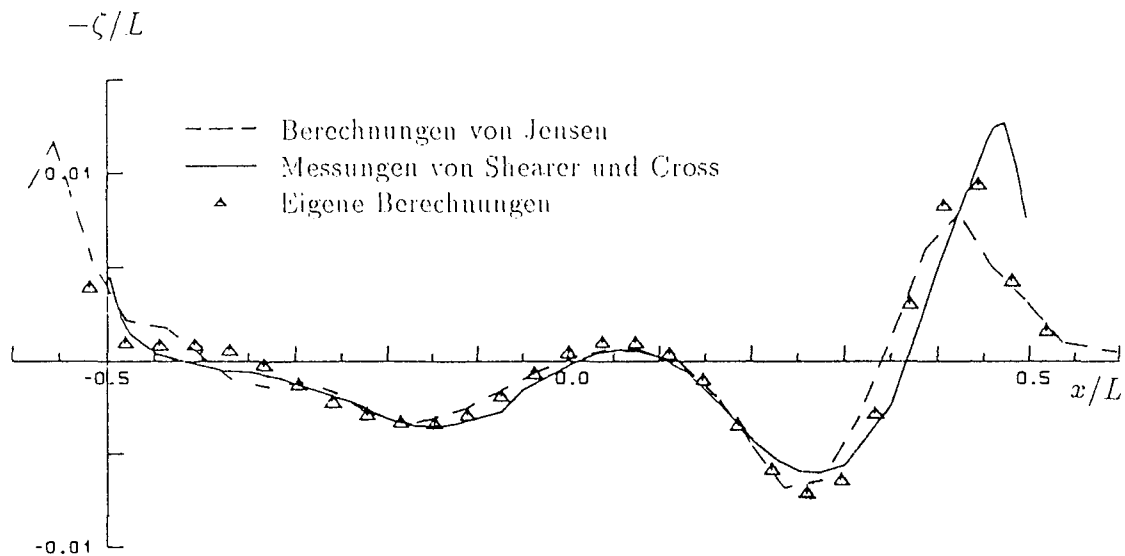


Bild 4.1.6 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

In den Bildern 4.1.7 und 4.1.8 sind die berechneten Querkraft- und Giermomentenbeiwerte bei Schrägbewegung mit $\beta = 5^\circ$ zusammen mit den numerischen Ergebnissen von Nakatake et al. (1990) und von Maruo und Song (1990) gezeigt. Zum Vergleich sind auch die Ergebnisse der Theorie schlanker Körper angegeben, wobei die Ablösungslinie an der Hinterkante angesetzt wird und die Schwimmlageänderung sowie die Verformung der Wasseroberfläche vernachlässigt werden, siehe z.B. Newman (1977). Daraus kann man Folgendes ersehen: Die Querkraft ist nach dem vorgestellten Verfahren und nach dem Verfahren von Nakatake et al. etwa gleich für $F_n < 0.35$; dagegen sind die berechneten Giermomentenbeiwerte nach dem vorgestellten Verfahren größer als die von Nakatake et al., insbesondere für $F_n > 0.30$. Im allgemeinen schwanken die Querkraft- und Giermomentenbeiwerte nach dem vorgestellten Verfahren stärker über F_n als die von Nakatake et al. berechneten. Andererseits sind alle dreidimensional berechneten Ergebnisse größer als nach der Theorie schlanker Körper. Während die Ergebnisse von Maruo und Song viel zu groß erscheinen, sind die Ergebnisse nach dem vorgestellten Verfahren bezüglich der Querkraft etwa 40 % größer und bezüglich des Giermoments etwa 30 % größer als nach der Theorie schlanker Körper.

Bilder 4.1.9 bis 4.1.28 zeigen die berechneten Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche und die Wellenerhebungen an den innersten Kollokationspunktreihen auf der Wasseroberfläche für $F_n = 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40$ und $\beta = 0^\circ, 5^\circ$ im tiefen Wasser. Hier sieht man deutlich die Unterschiede zwischen den linearen und nichtlinearen Ergebnissen, die Unterschiede zwischen den Längsbewegungen und Schrägbewegungen sowie die Unterschiede zwischen beiden Schiffsseiten bei Schrägbewegung. Im allgemeinen treten große Unterschiede im Wellenbild zwischen beiden Schiffsseiten im Bereich des Vorschiffes auf.

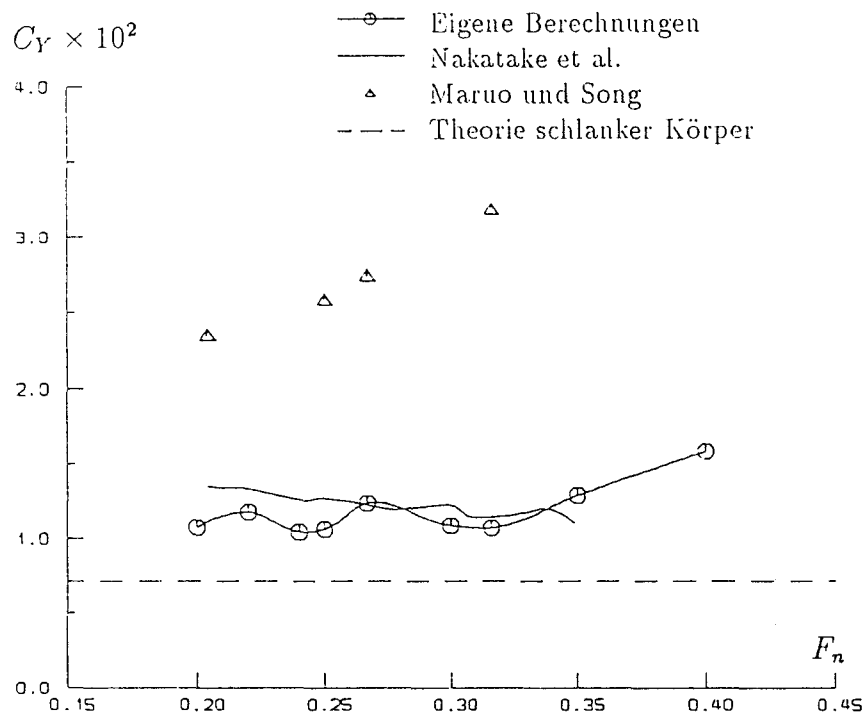


Bild 4.1.7 Querkraftbeiwerte für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$

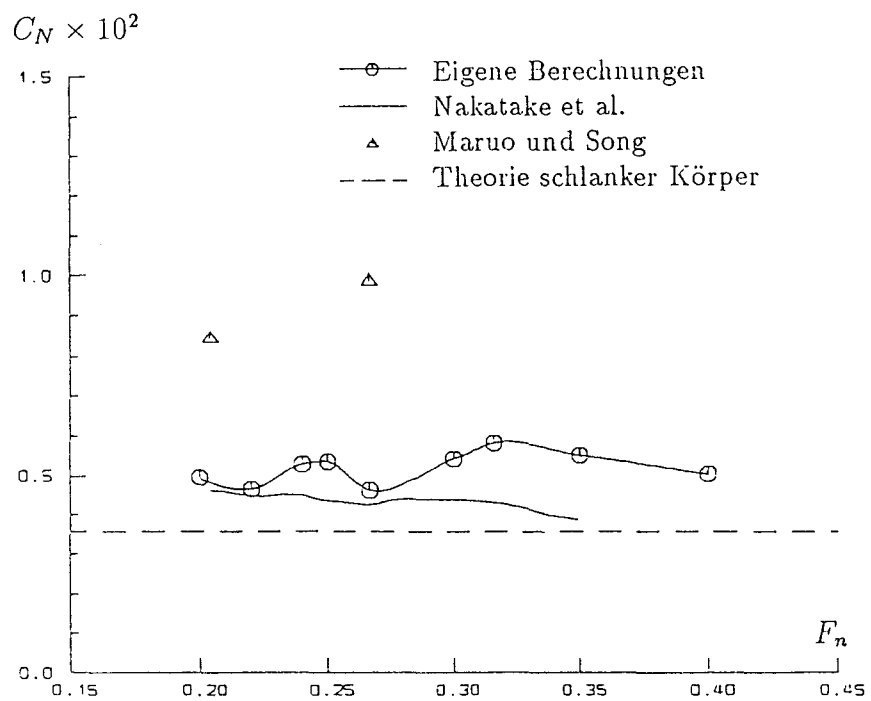


Bild 4.1.8 Giermomentenbeiwerte für Wigley-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$

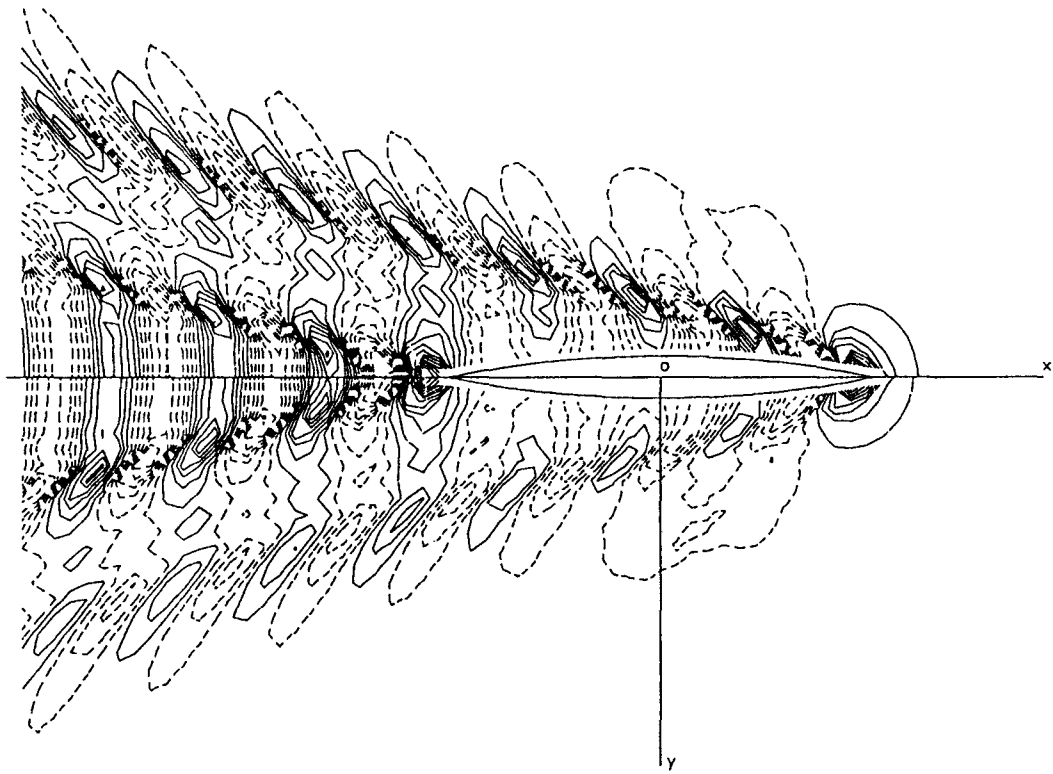


Bild 4.1.9 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.5 \times 10^{-3} L$.

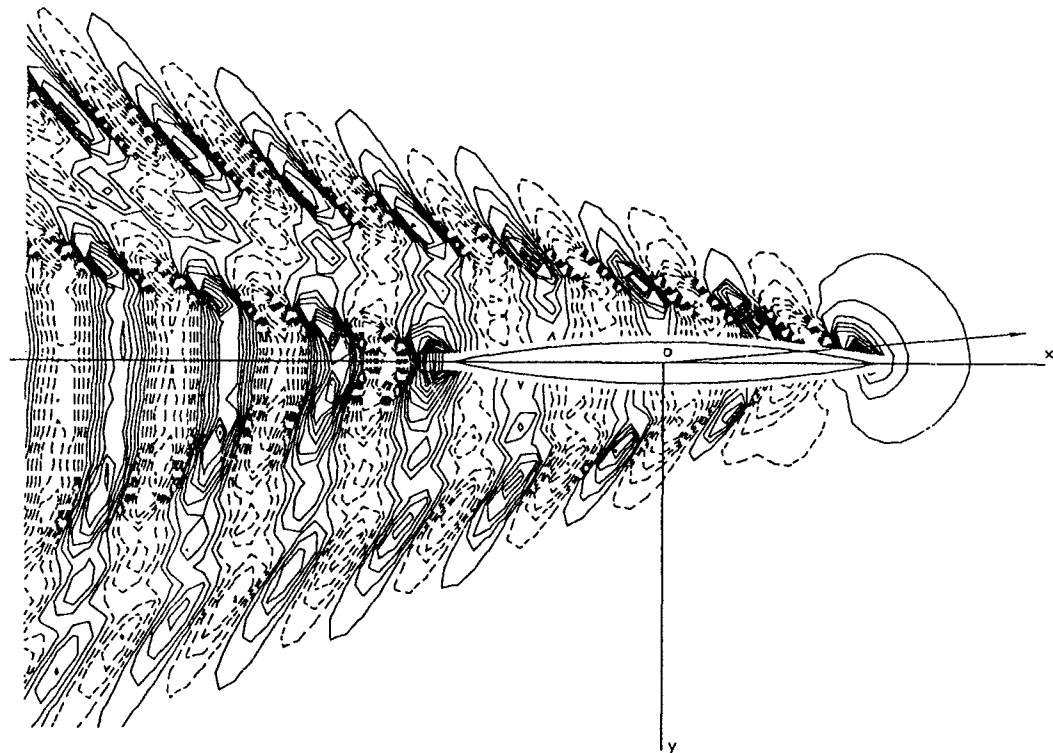


Bild 4.1.10 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.5 \times 10^{-3} L$.

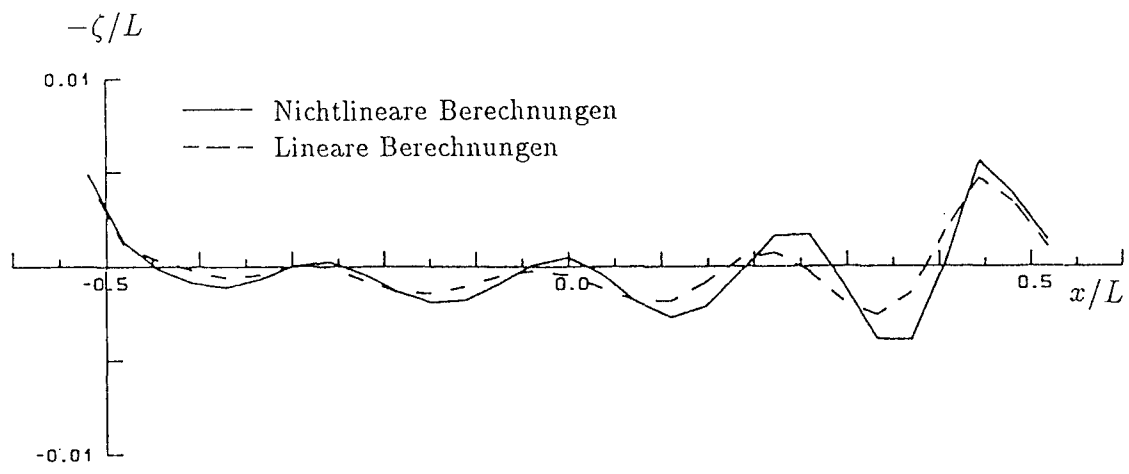


Bild 4.1.11 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

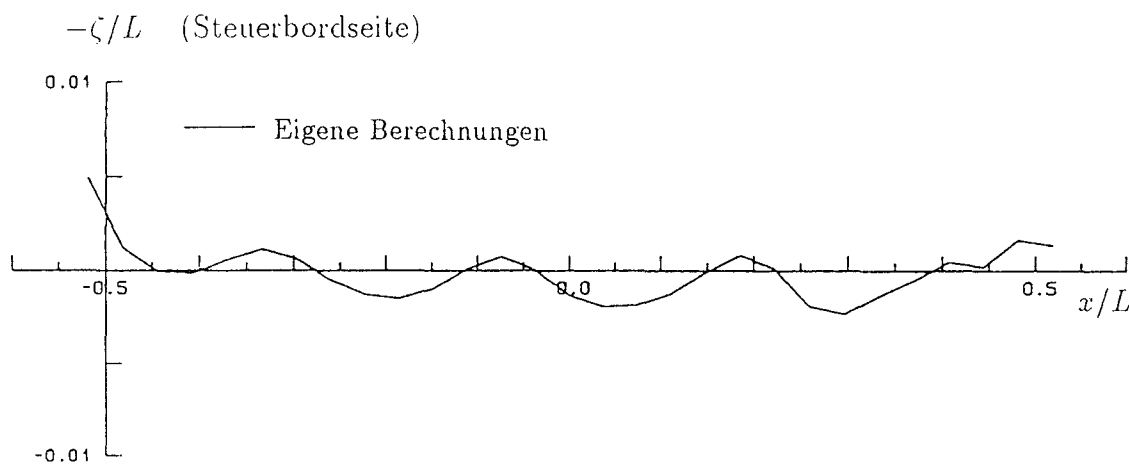
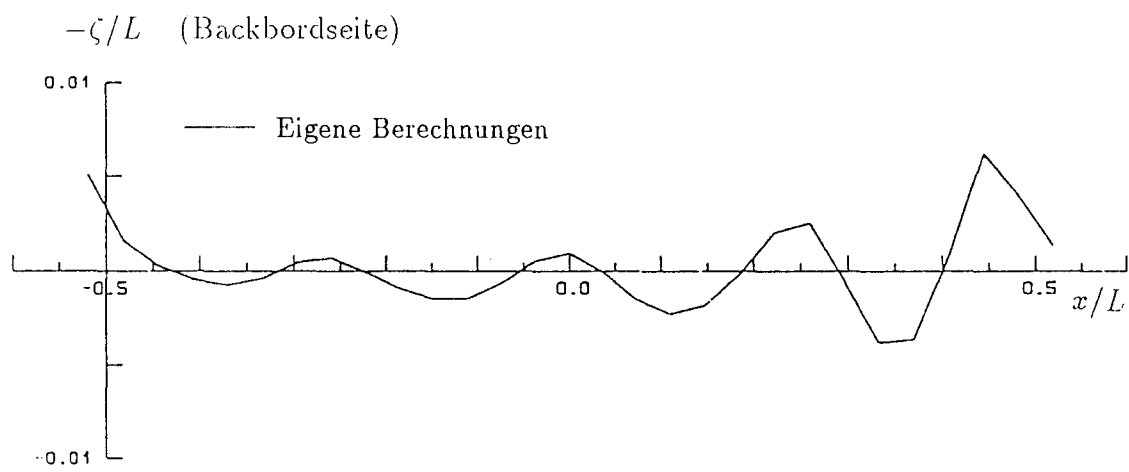


Bild 4.1.12 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

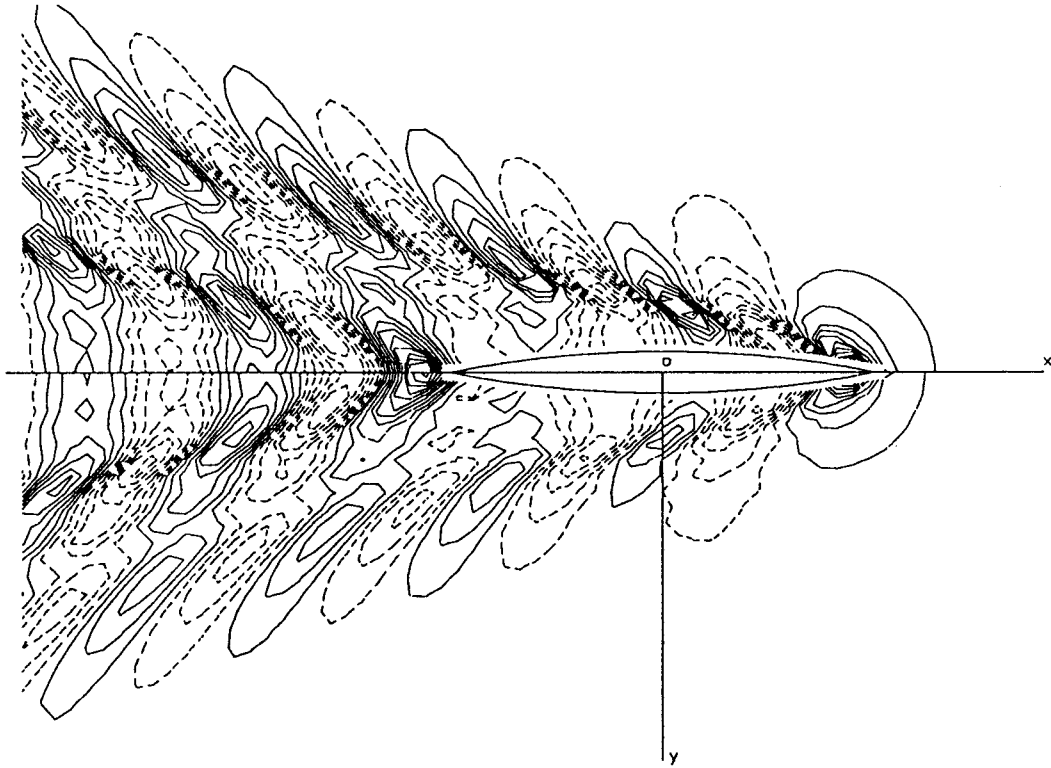


Bild 4.1.13 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$
Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
Der Abstand der Höhenlinien ist $0.8 \times 10^{-3} L$.

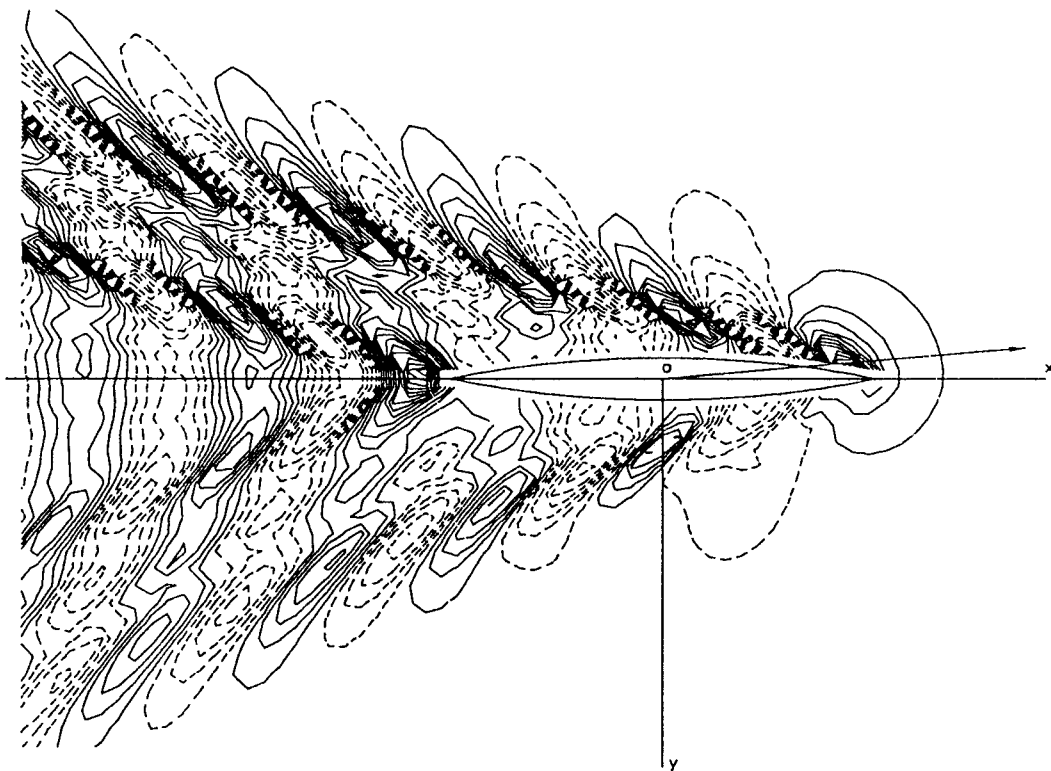


Bild 4.1.14 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
bei $F_n=0.25$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$
Der Abstand der Höhenlinien ist $0.7 \times 10^{-3} L$.

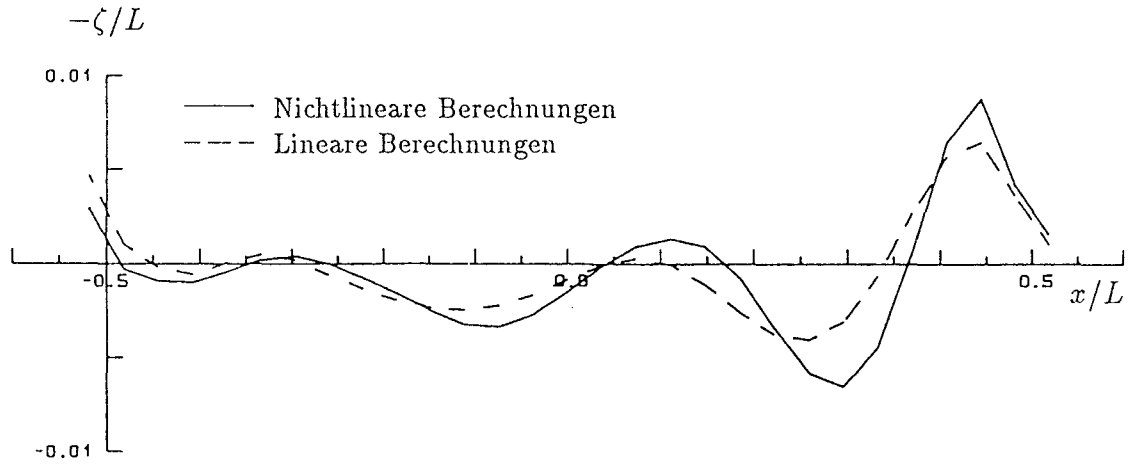


Bild 4.1.15 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

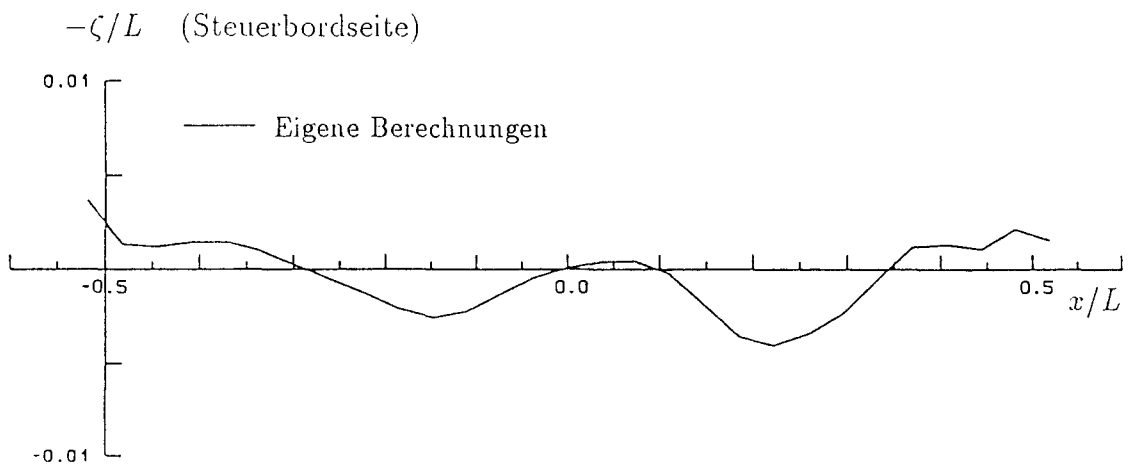
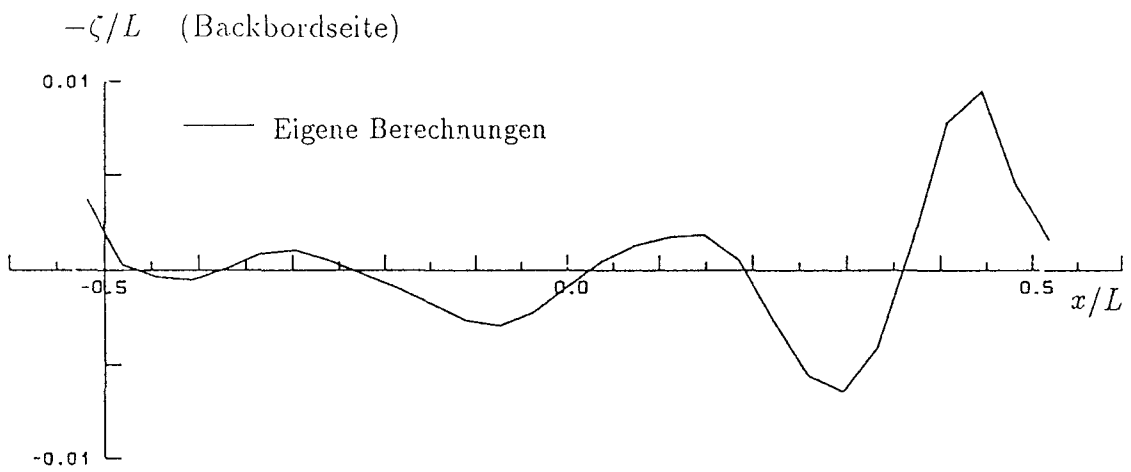


Bild 4.1.16 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

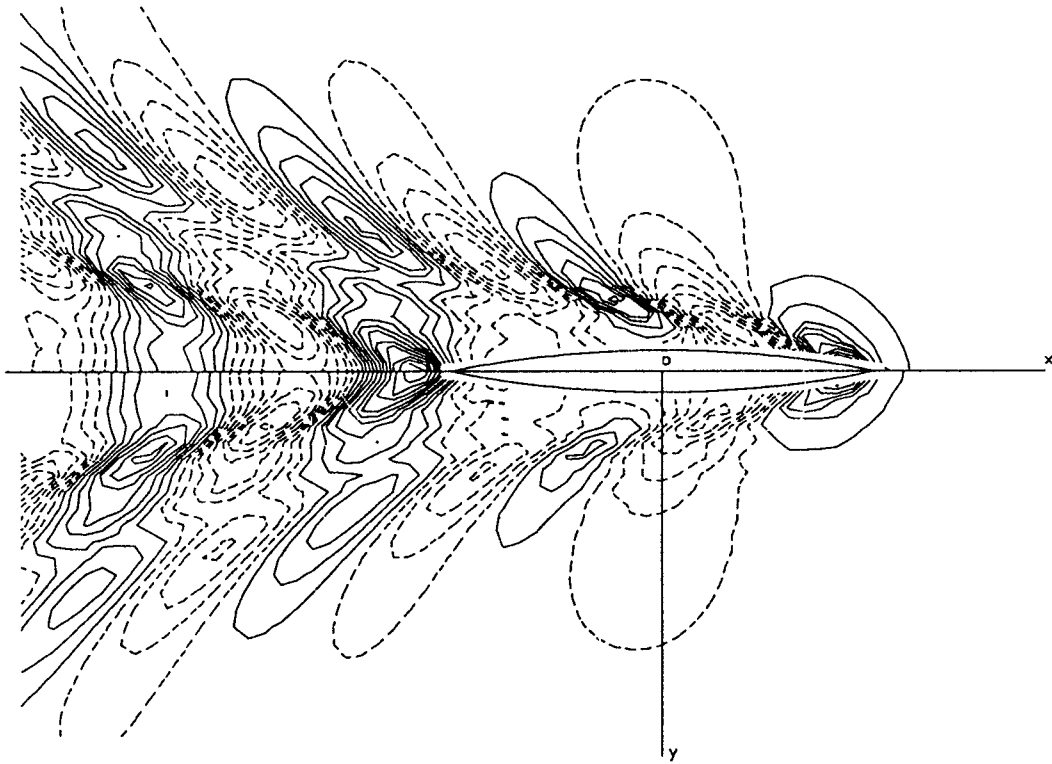


Bild 4.1.17 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.2 \times 10^{-3} L$.

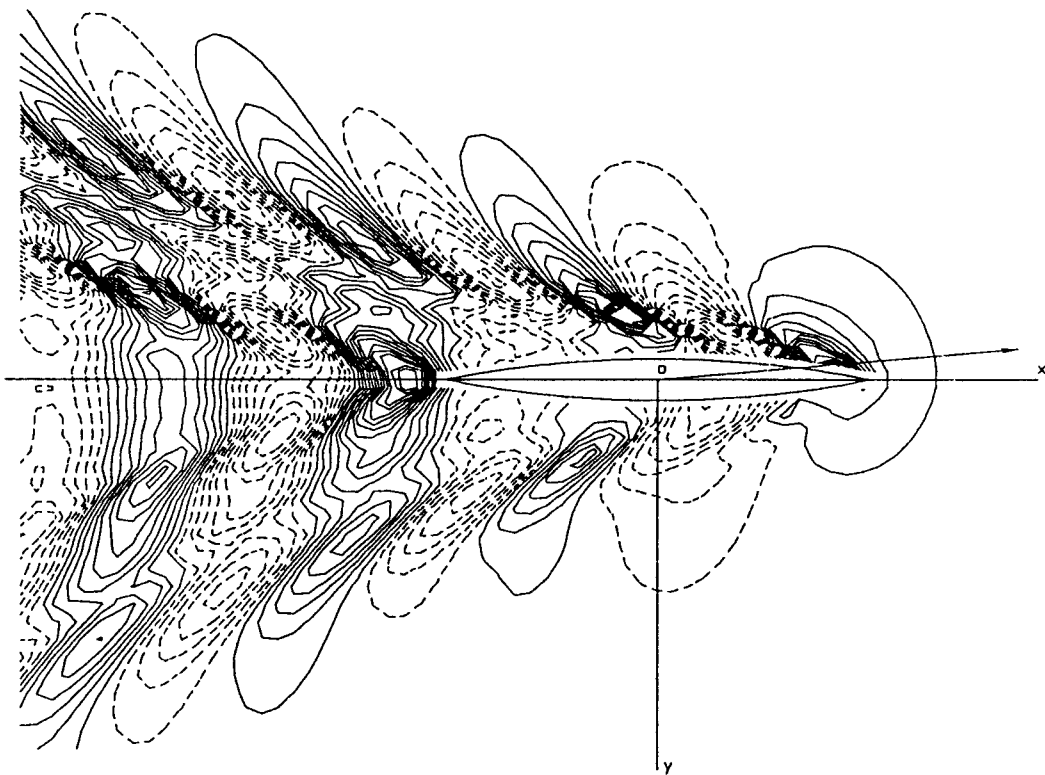


Bild 4.1.18 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n=0.30$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.9 \times 10^{-3} L$.

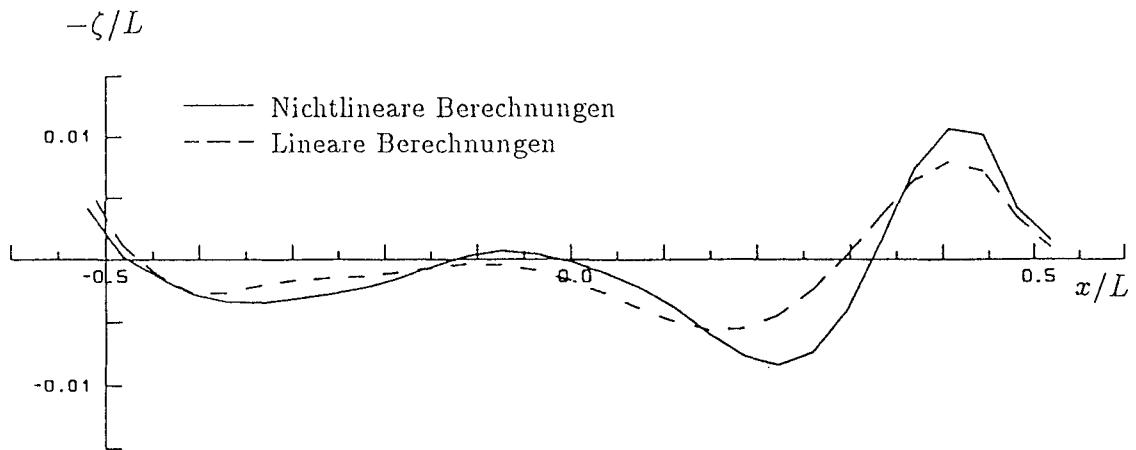


Bild 4.1.19 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

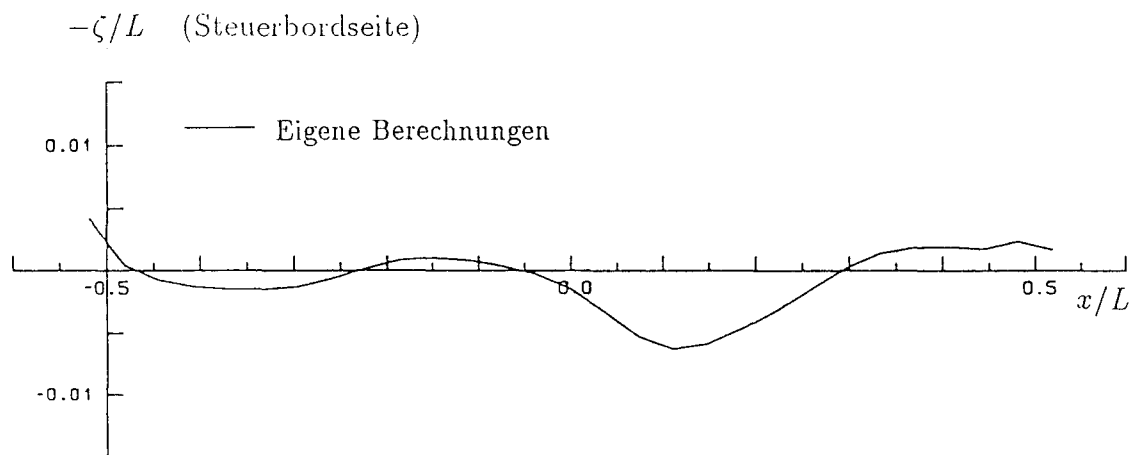
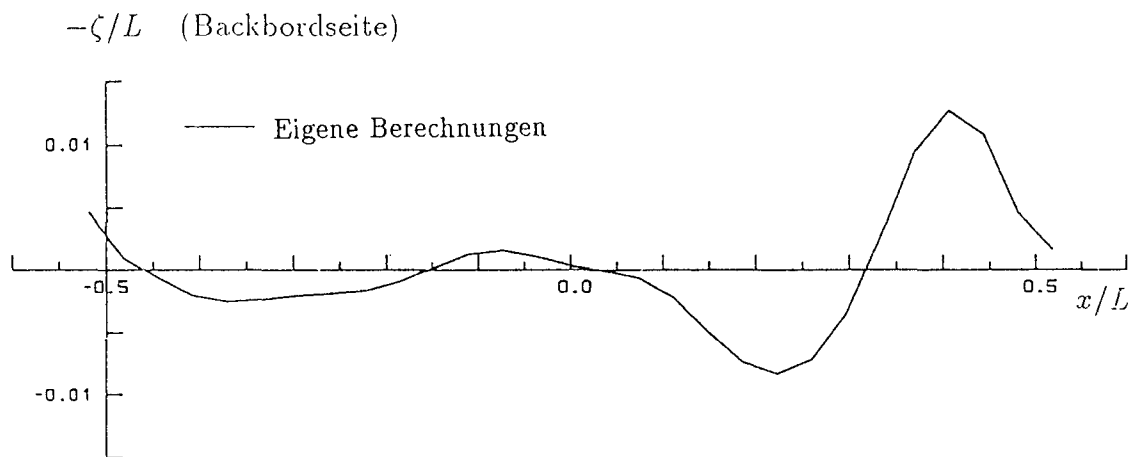


Bild 4.1.20 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

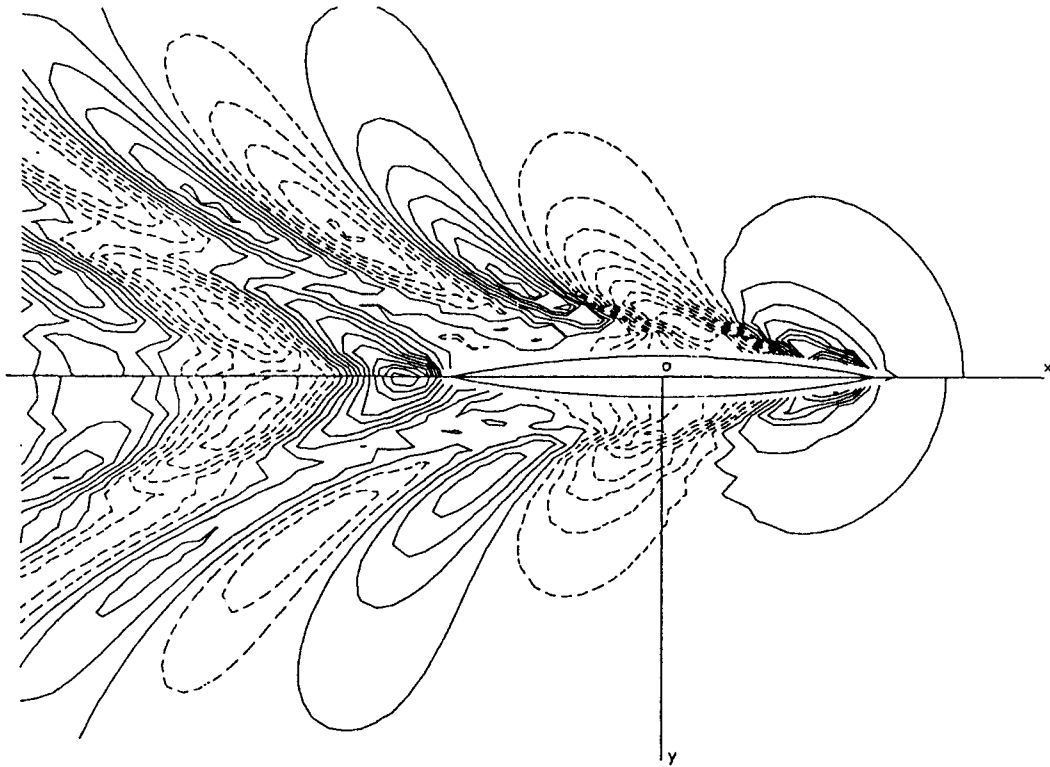


Bild 4.1.21 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.2 \times 10^{-3} L$.

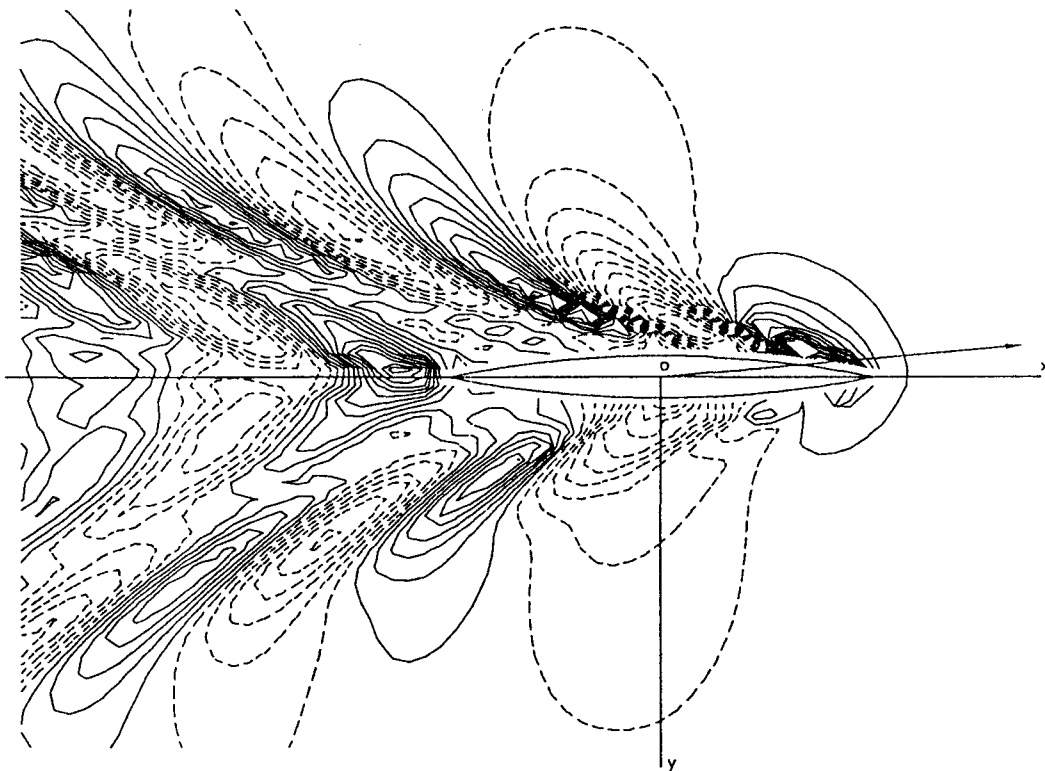


Bild 4.1.22 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.2 \times 10^{-3} L$.

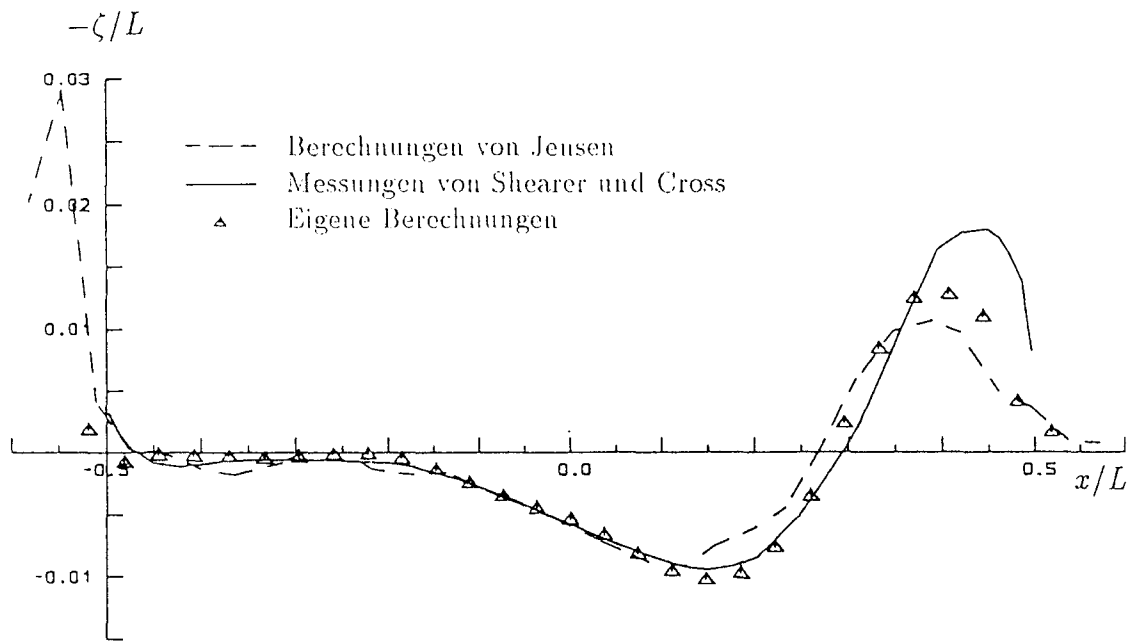


Bild 4.1.23 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

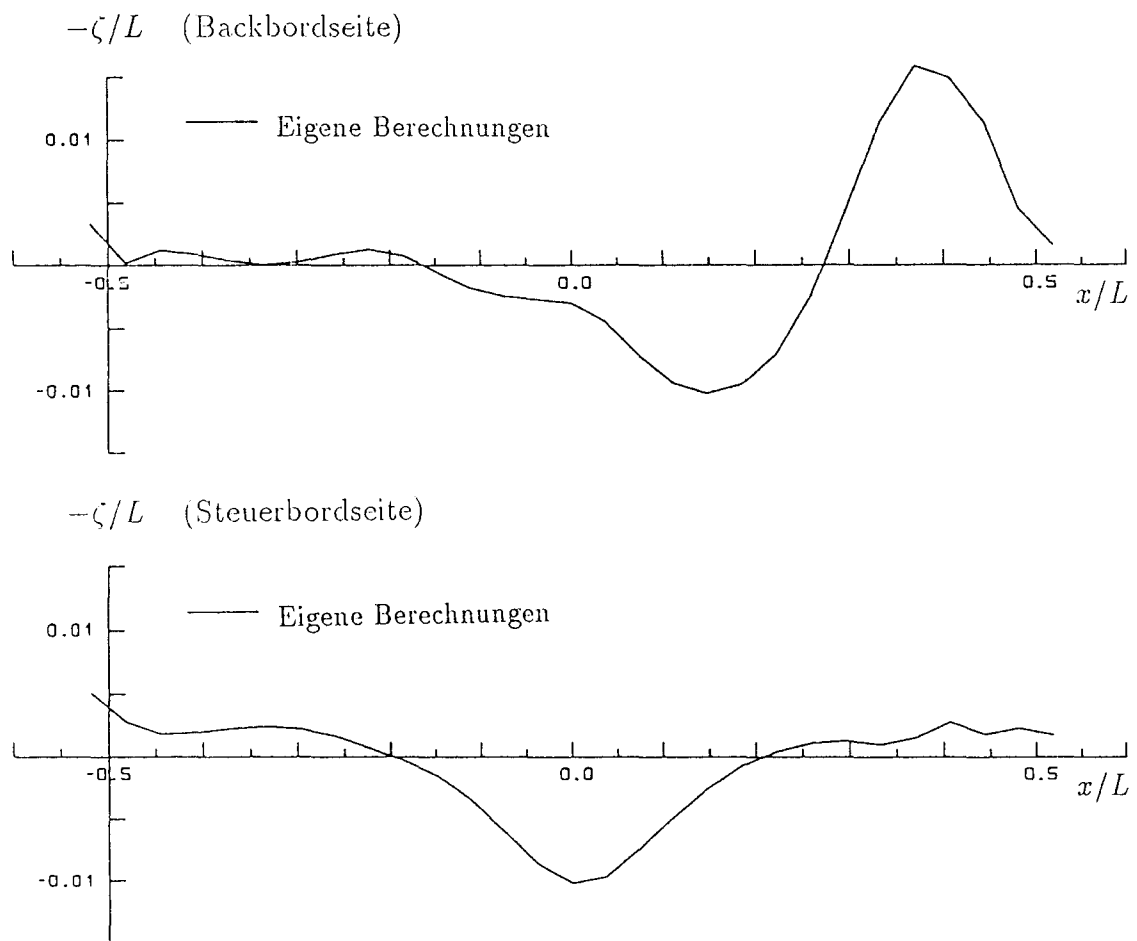


Bild 4.1.24 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

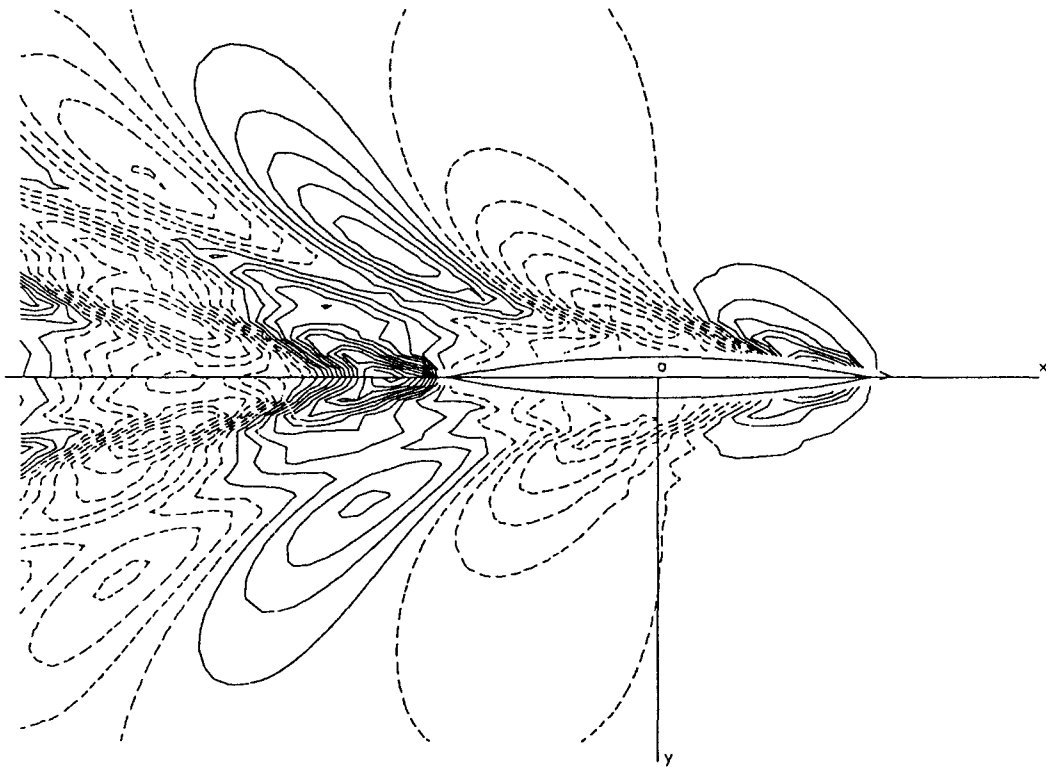


Bild 4.1.25 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
 bei $F_n = 0.40$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.9 \times 10^{-3} L$.

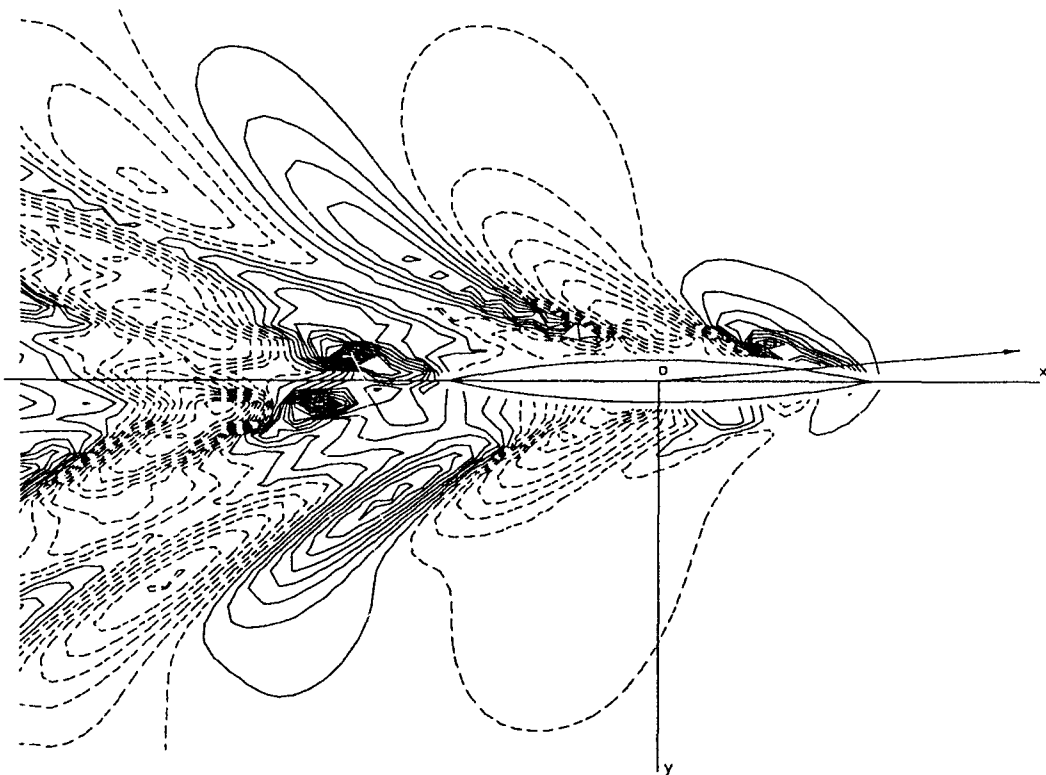


Bild 4.1.26 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
 bei $F_n = 0.40$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $2.1 \times 10^{-3} L$.

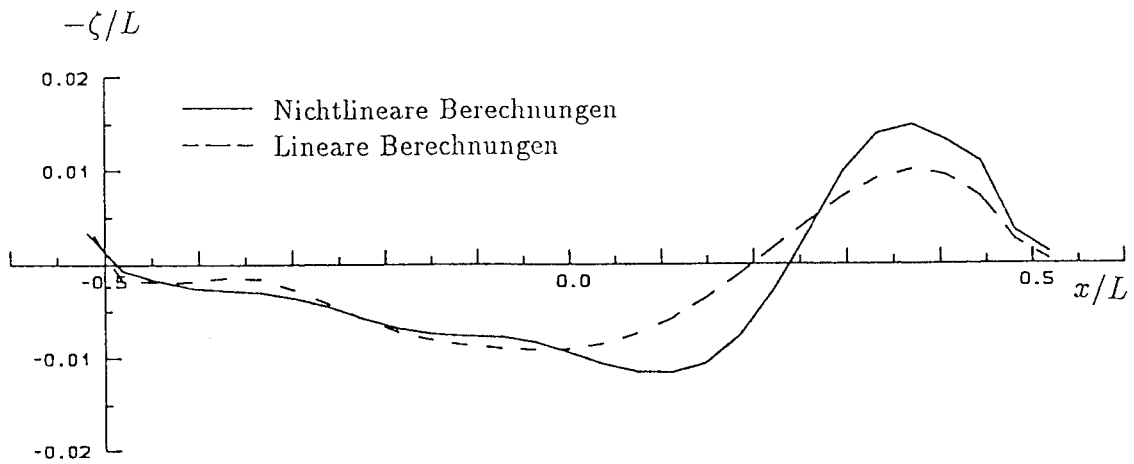


Bild 4.1.27 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.40$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

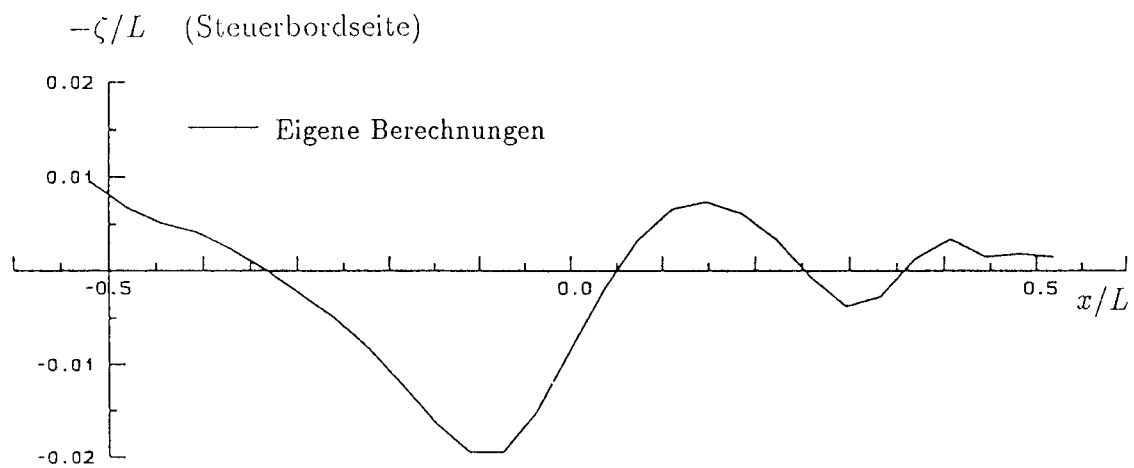
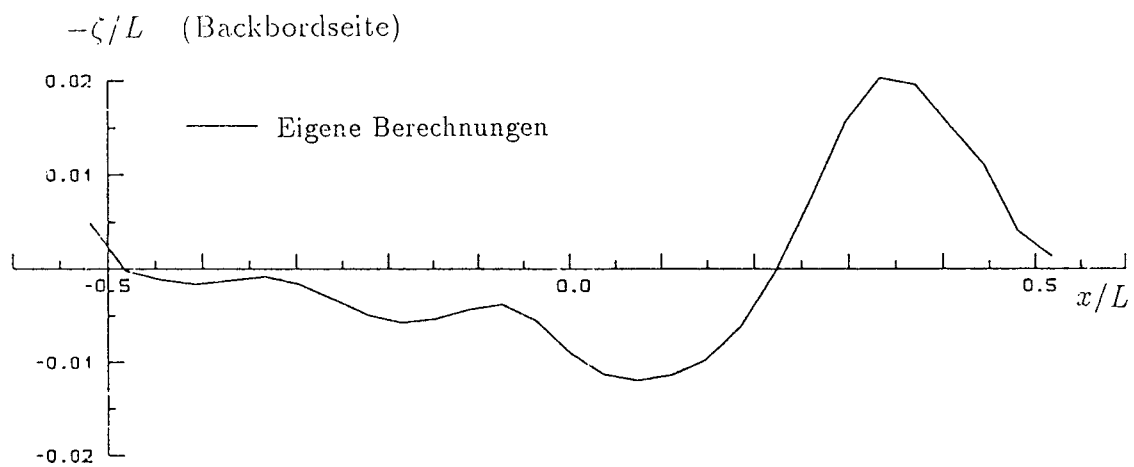


Bild 4.1.28 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.40$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

4.1.3 Fahrt auf flachem Wasser

Für das Wigley-Schiff im flachen Wasser wurden Berechnungen für die folgenden Fälle durchgeführt:

$$F_n = 0.267, 0.316 \text{ und } \beta = 0^\circ, 5^\circ \text{ mit } \frac{h}{T} = 1.5, 2.0, 2.5.$$

Für drifffreie Fahrt konvergierte das Iterationsverfahren zur Erfüllung der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche in allen Fällen außer in dem Fall $F_n = 0.316$ mit $\frac{h}{T} = 1.5$, wobei das Schiff den Wasserboden berührte. Auf flachem Wasser werden normalerweise mehr Iterationsschritte als für die entsprechenden Geschwindigkeiten auf tiefem Wasser benötigt. Tabelle 4.3 zeigt die Anzahl der Iterationsschritte, die maximalen Fehler in der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche sowie die linear und nichtlinear berechneten Wellenwiderstandsbeiwerte. Wie man sieht, steigt der Wellenwiderstand für die größere Geschwindigkeit bei $\frac{h}{T} < 2.5$ stark an; dagegen verändert sich der Wellenwiderstand für die kleinere Geschwindigkeit mit der Veränderung der Wassertiefe nicht so drastisch. Besonders bemerkenswert ist der große Unterschied zwischen den linearen und nichtlinearen Ergebnissen bei der Tiefen-Froudezahl $F_{nh} = u/\sqrt{gh} > 0.80$.

Tabelle 4.3 Lineare (L) und nichtlineare (N) Ergebnisse der Wellenwiderstandsbeiwerte für das Wigley-Schiff im flachen Wasser

F_n	0.267				0.316				
h/T	1.5	2.0	2.5	∞	1.5	2.0	2.5	∞	
F_{nh}	0.872	0.755	0.676	0	1.032	0.894	0.799	0	
IT	8	5	5	5	-	10	7	5	
$\varepsilon_{max} \times 10^5$	0.649	0.842	0.401	0.239	-	0.899	0.259	0.914	
$C_w \times 10^3$	(L)	2.856	1.551	1.213	1.056	-	2.714	1.893	1.711
	(N)	1.176	1.652	1.170	0.978	-	5.819	1.837	1.859

In Bild 4.1.29 sind die Schwimmelageänderungen des Schiffes über der Wassertiefe für die zwei Geschwindigkeiten gezeichnet. Die Schwimmelageänderung nimmt mit abnehmender Wassertiefe stark zu, insbesondere für die größere Geschwindigkeit, bei der das Schiff schließlich den Wasserboden berührte.

In Bild 4.1.30 sind die hydrodynamischen Querkraft- und die Giermomentenbeiwerte bei Schrägbewegung mit $\beta = 5^\circ$ in Abhängigkeit von der Wassertiefe gezeichnet. Das Bild zeigt, daß die Querkraft und das Giermoment mit abnehmender Wassertiefe meist ansteigen; eine Ausnahme bildet das Giermoment bei der größeren Froudezahl.

In den Bildern 4.1.31 bis 4.1.42 sind die berechneten Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche und die Wellenerhebungen an den innersten Kollokationspunktreihen auf der Wasseroberfläche für die Geschwindigkeit $F_n = 0.267$ bei verschiedenen Wassertiefen gezeigt. Hier ist zu sehen, daß sich der Kelvin-Winkel mit abnehmender Wassertiefe vergrößert. Dies stimmt mit theoretischen Erkenntnissen überein.

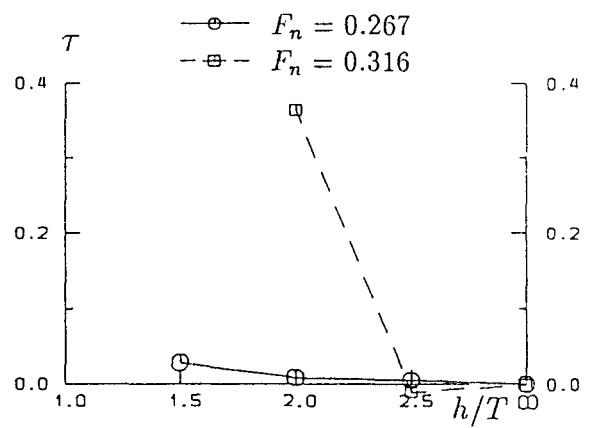
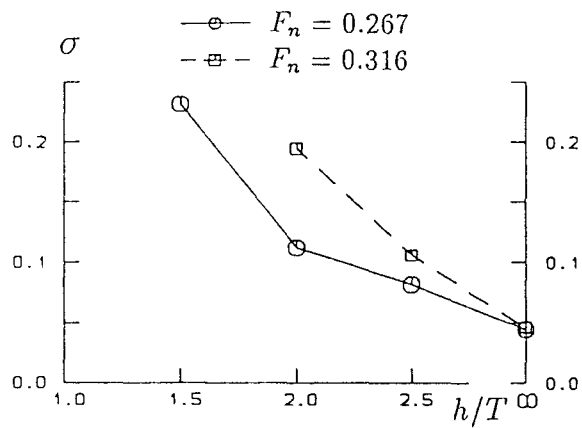


Bild 4.1.29 Dimensionslose Schwimm Lageänderungen für Wigley-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.267, 0.316$ und $\beta = 0^\circ$

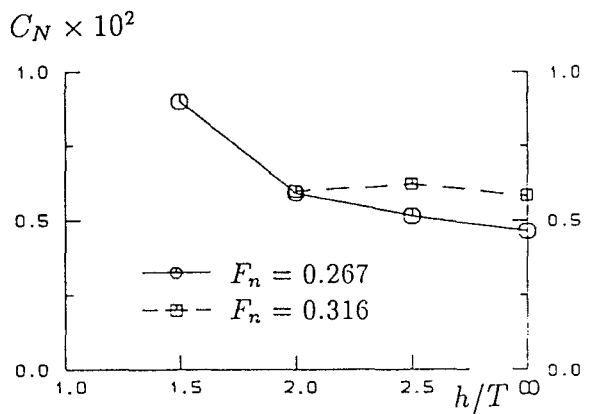
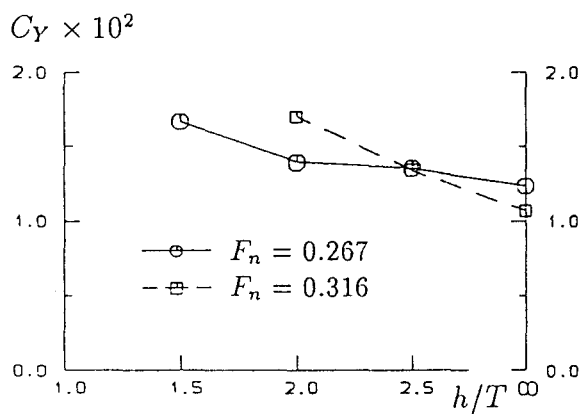


Bild 4.1.30 Querkraft- und Giermomentenbeiwerte für Wigley-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.267, 0.316$ und $\beta = 5^\circ$

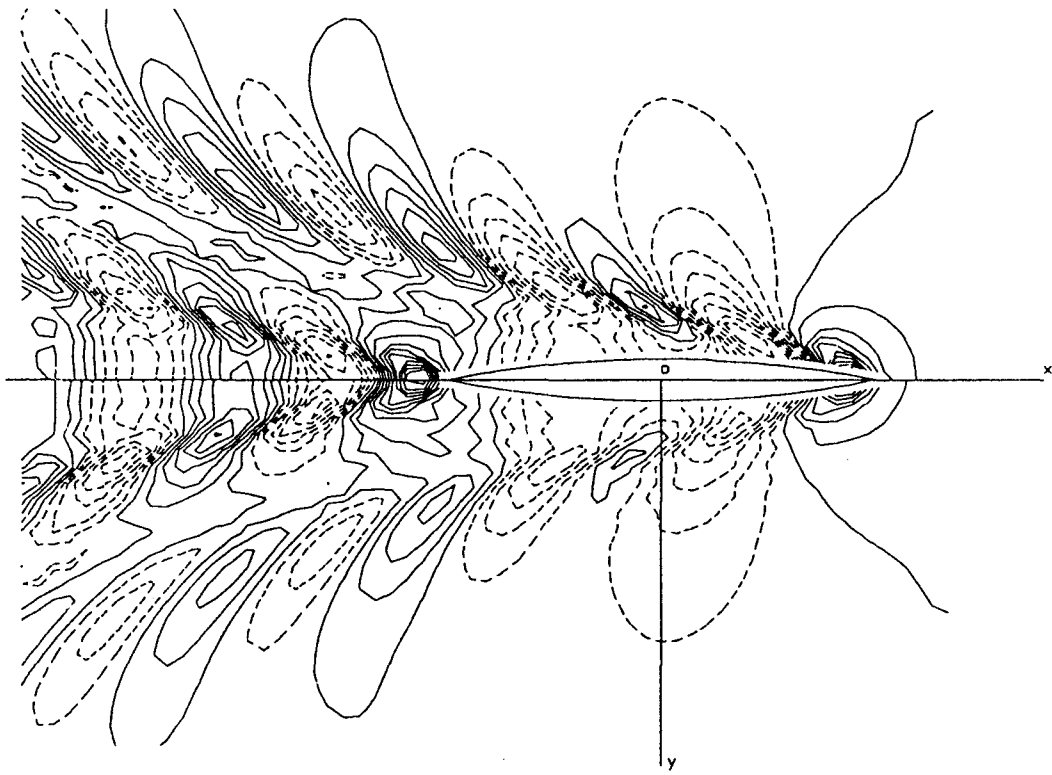


Bild 4.1.31 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
 bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.676$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.1 \times 10^{-3} L$.

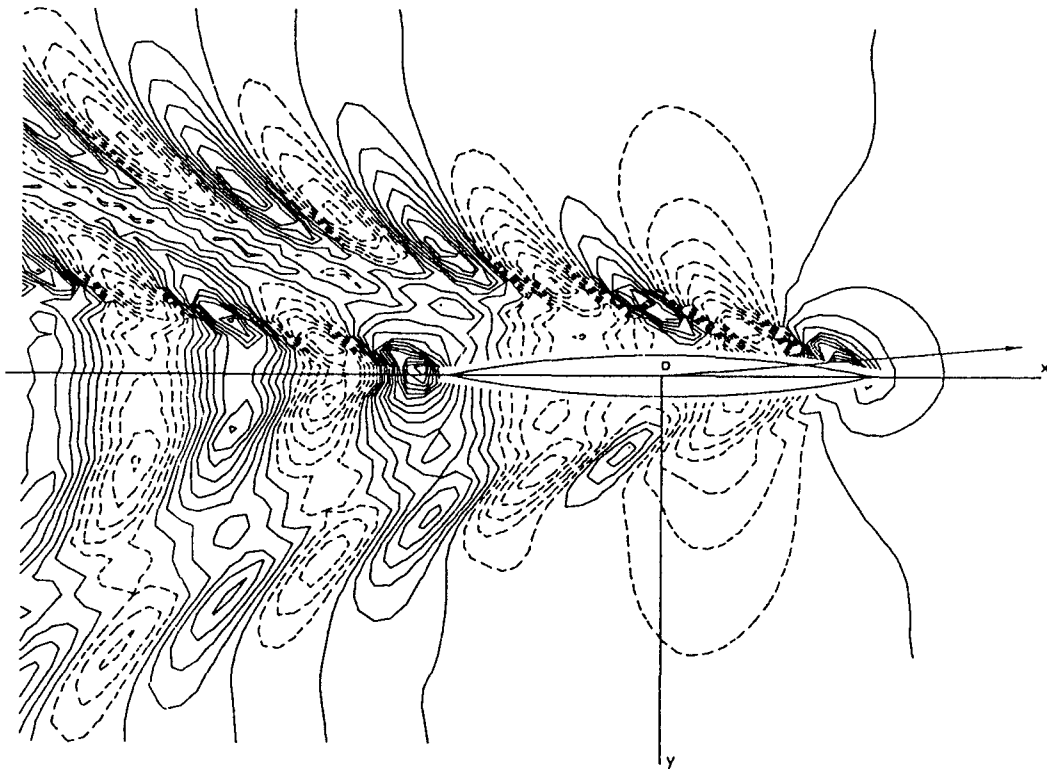


Bild 4.1.32 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
 bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.676$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.9 \times 10^{-3} L$.

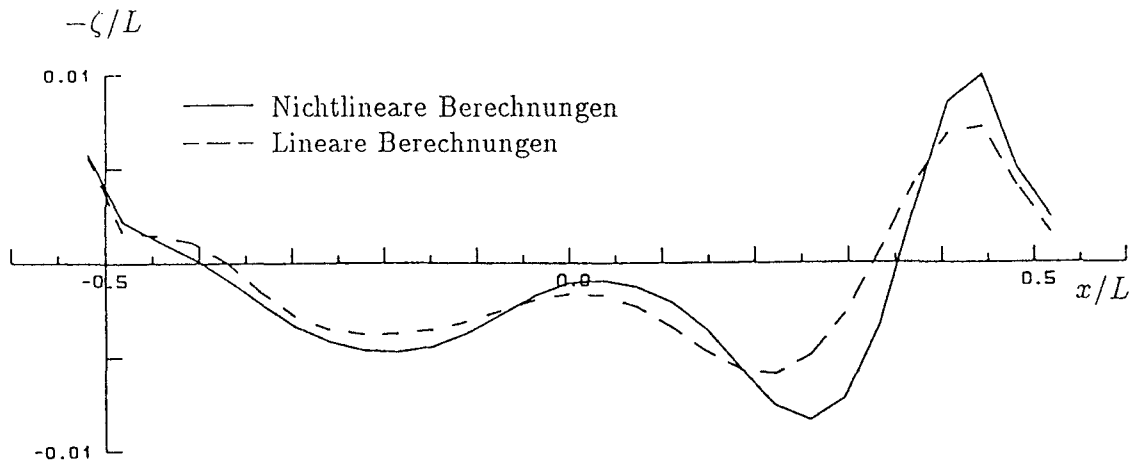


Bild 4.1.33 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.676$ und $\beta = 0^\circ$

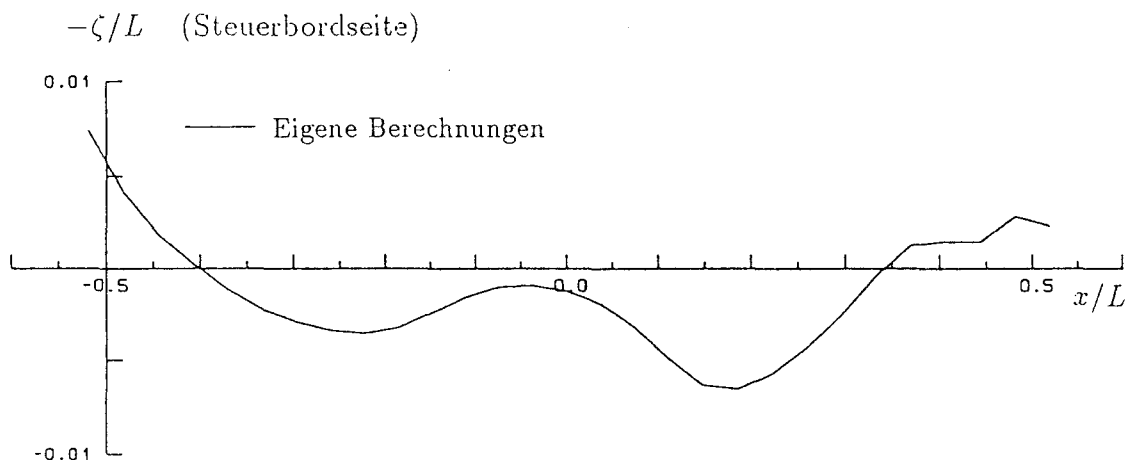
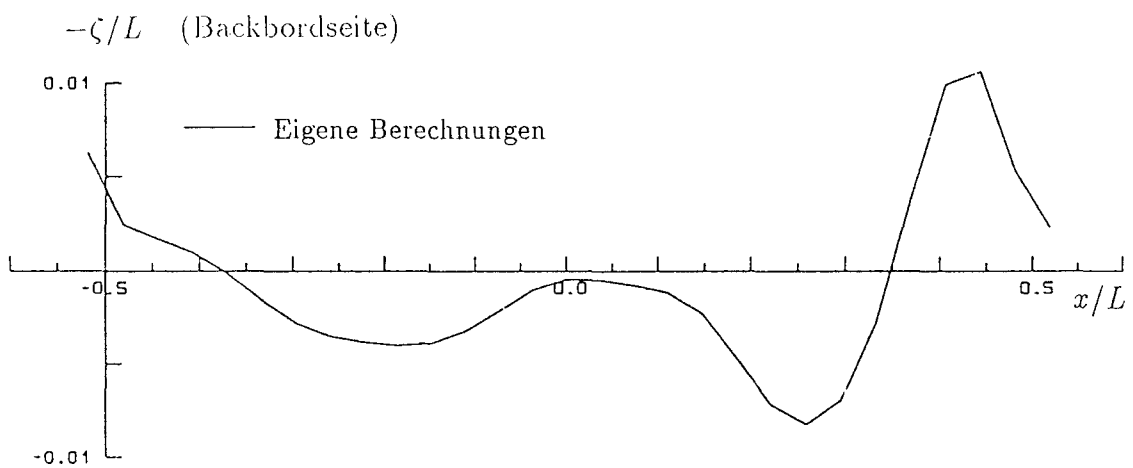


Bild 4.1.34 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.676$ und $\beta = 5^\circ$

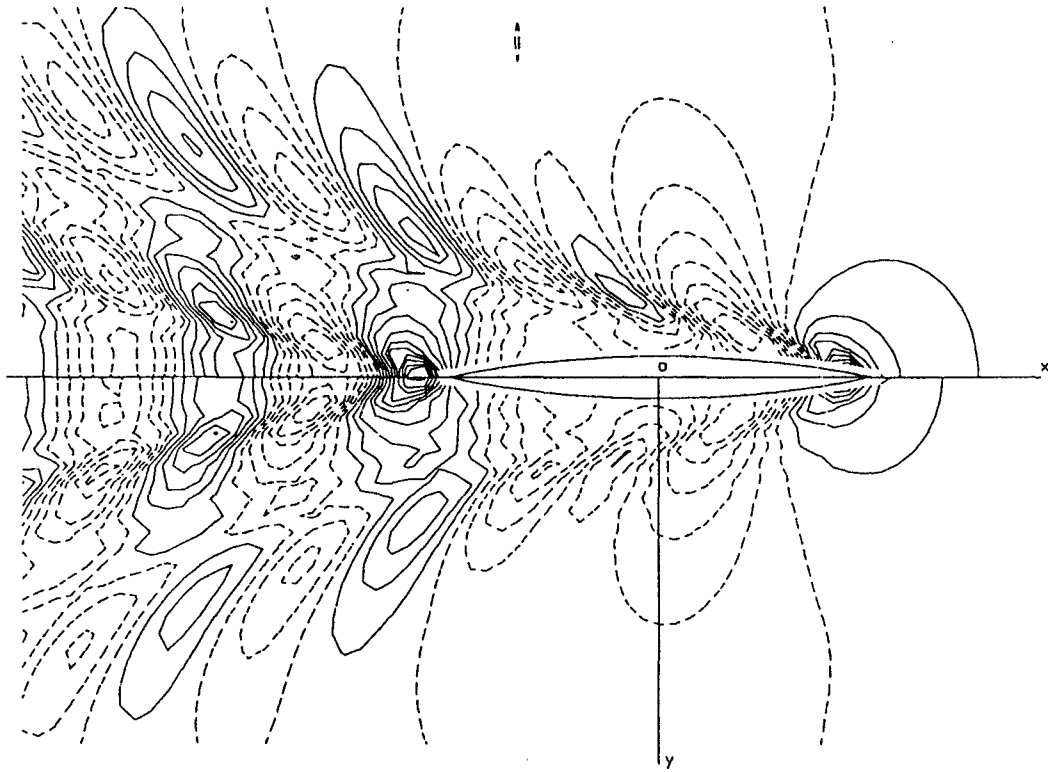


Bild 4.1.35 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
 bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.755$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.3 \times 10^{-3} L$.

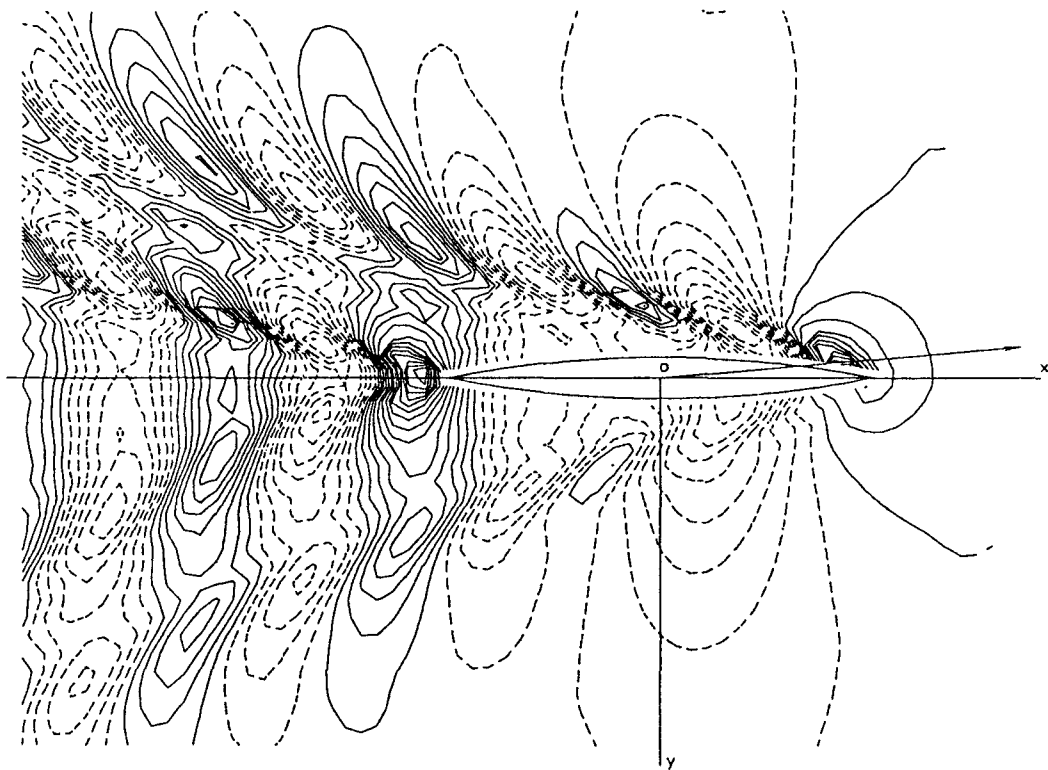


Bild 4.1.36 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
 bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.755$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.0 \times 10^{-3} L$.

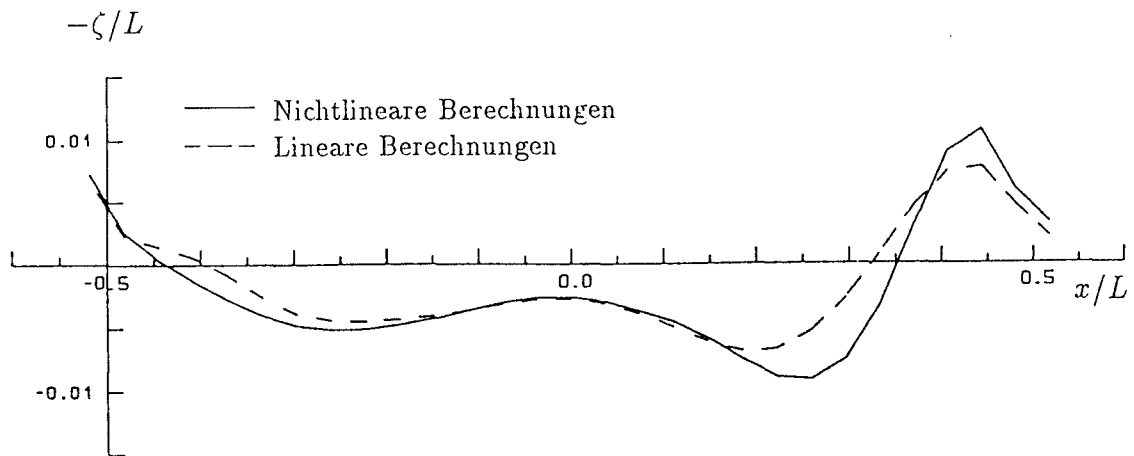


Bild 4.1.37 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.755$ und $\beta = 0^\circ$

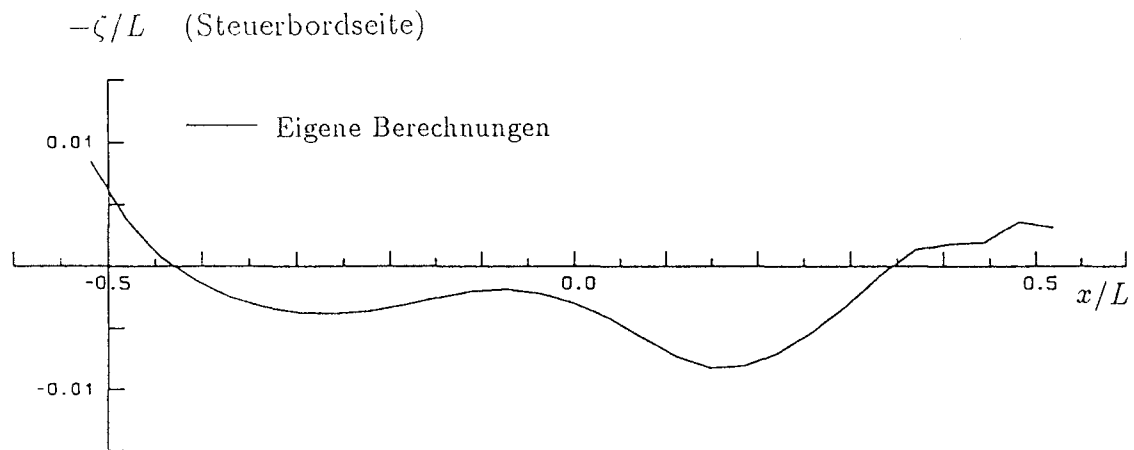
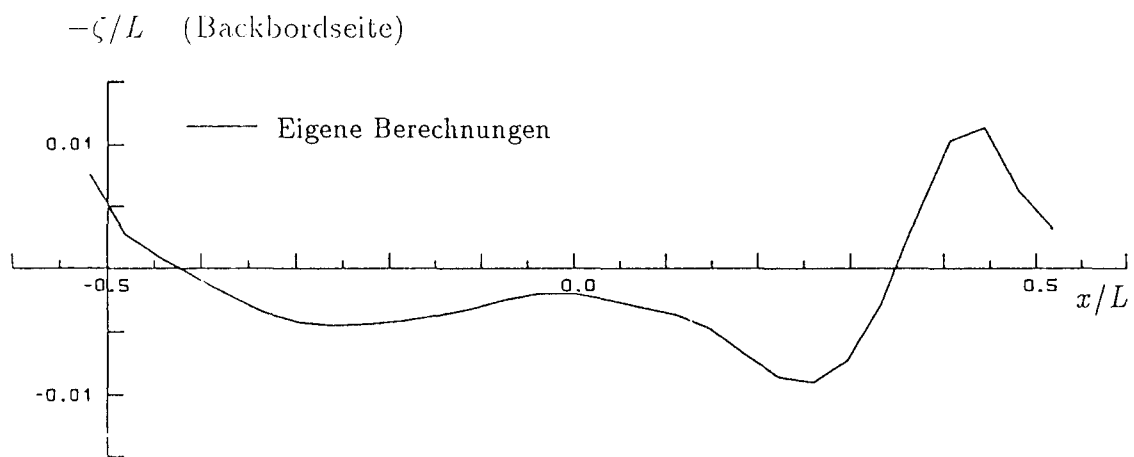


Bild 4.1.38 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.755$ und $\beta = 5^\circ$

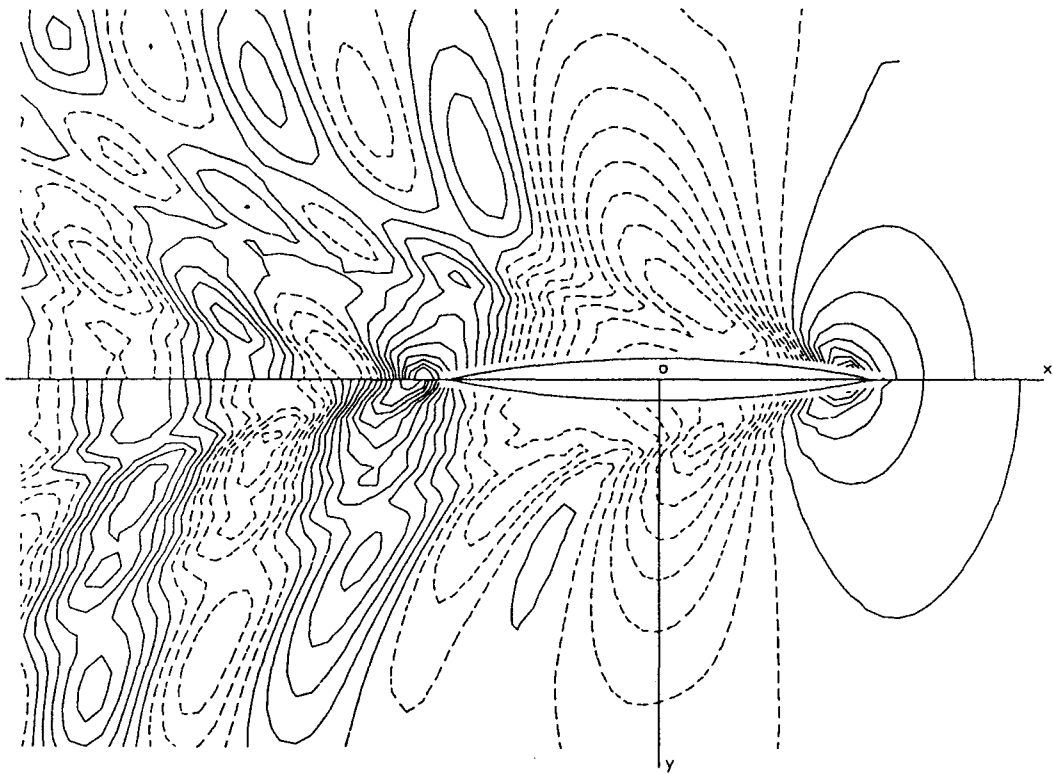


Bild 4.1.39 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.872$ und $\beta = 0^\circ$
Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
Der Abstand der Höhenlinien ist $1.5 \times 10^{-3} L$.

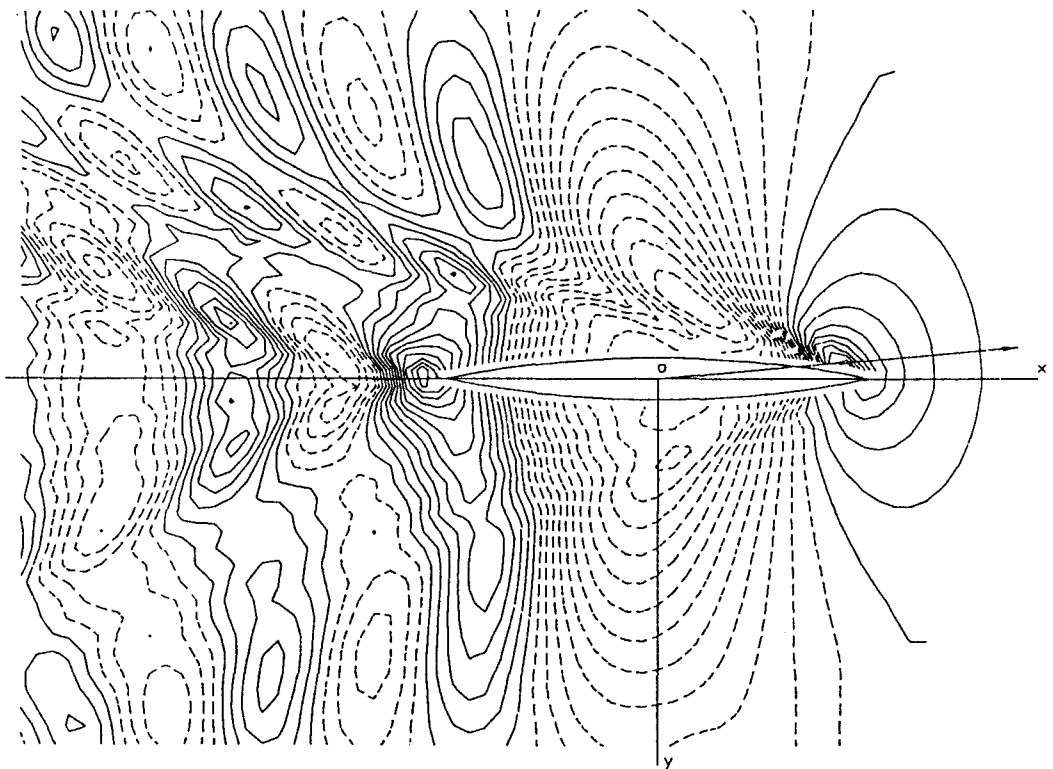


Bild 4.1.40 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Wigley-Schiff
bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.872$ und $\beta = 5^\circ$
Der Abstand der Höhenlinien ist $1.2 \times 10^{-3} L$.

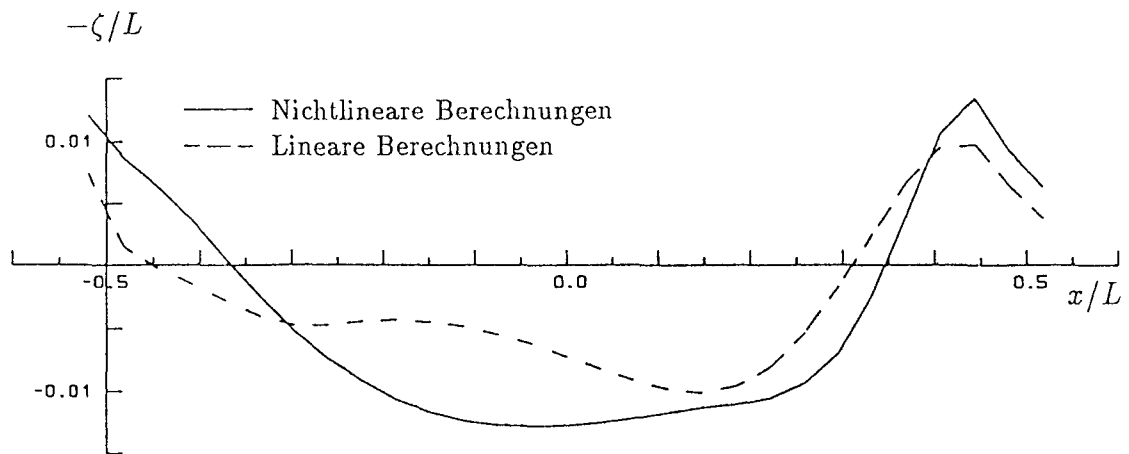


Bild 4.1.41 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.872$ und $\beta = 0^\circ$

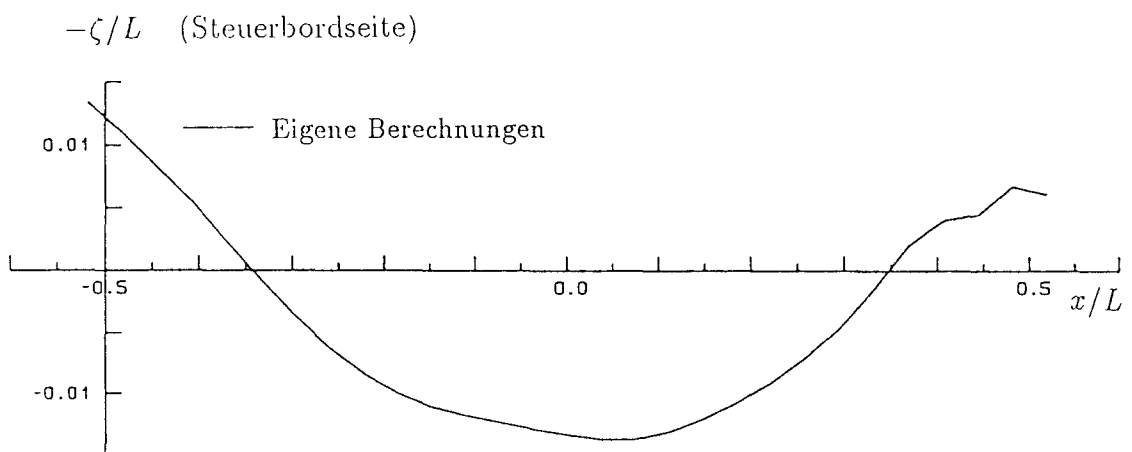
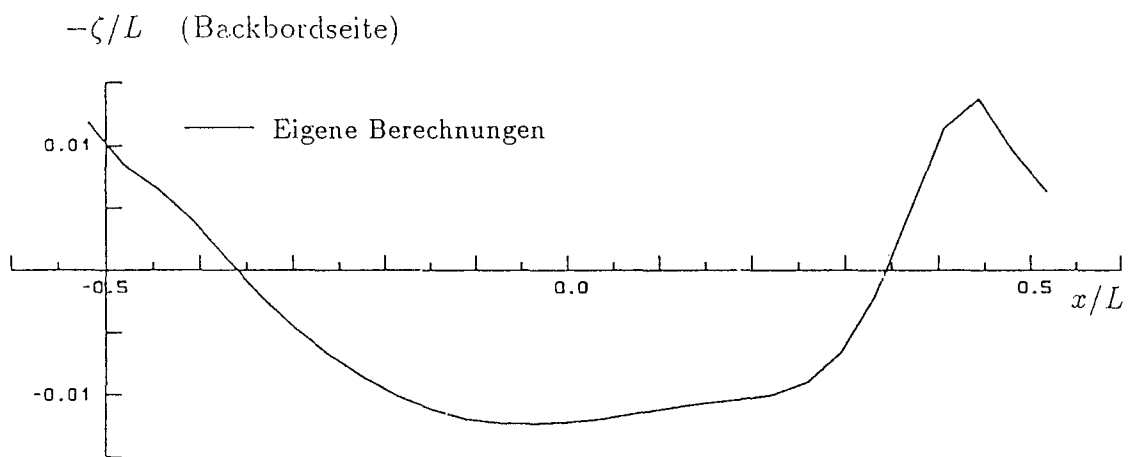


Bild 4.1.42 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Wigley-Schiff bei $F_n = 0.267$, $F_{nh} = 0.872$ und $\beta = 5^\circ$

4.2 Series-60-Schiff, $C_B = 0.60$

Die Form und die Hauptabmessungen des Schiffes sind von Todd (1963) angegeben worden. Das Schiff ist 400 Fuß lang und hat die folgenden Hauptverhältniswerte:

$$\frac{L}{B} = 7.50, \quad \frac{L}{T} = 18.75.$$

Die Berechnungen wurden hier für die Großausführung durchgeführt.

4.2.1 Paneelierung der Schiffs- und Wasseroberfläche

Die Schiffsoberfläche wurde bis zu einer Höhe $Z_H = 0.46 T$ über der Ruhewasserlinie diskretisiert. Auf der Schiffsoberfläche wurden 520 Paneele angeordnet. Das Netz auf der Schiffsoberfläche ist in Bild 4.2.1 gezeigt.

Auf der Wasseroberfläche wurden drei verschiedene Netze für verschiedene Geschwindigkeiten benutzt. Netz 1 hat die Paneellänge $0.0345 L$. Es reicht vor dem Schiff $0.3 L$, hinter dem Schiff $0.95 L$ und seitlich $0.85 L$ von der Mittschiffsebene. Netz 2 hat die Paneellänge $0.04 L$ und reicht vor dem Schiff $0.4 L$, hinter dem Schiff $1.25 L$ und seitlich $0.9 L$. Die Paneellänge des dritten Netzes beträgt $0.0476 L$. Es reicht vor dem Schiff $0.45 L$, hinter dem Schiff $1.35 L$ und seitlich $1.0 L$. Vorn auf diesen Netzen wurde jeweils ein dreieckiges Stück abgeschnitten, so daß die Netze jeweils 1371, 1261 und 1065 Paneele haben. In Bild 4.2.2 ist das Netz 1 auf der Wasseroberfläche gezeigt. Zur Berechnung wurde Netz 1 für $F_n \leq 0.25$, Netz 2 für $0.25 < F_n \leq 0.30$ und Netz 3 für $F_n > 0.30$ benutzt.

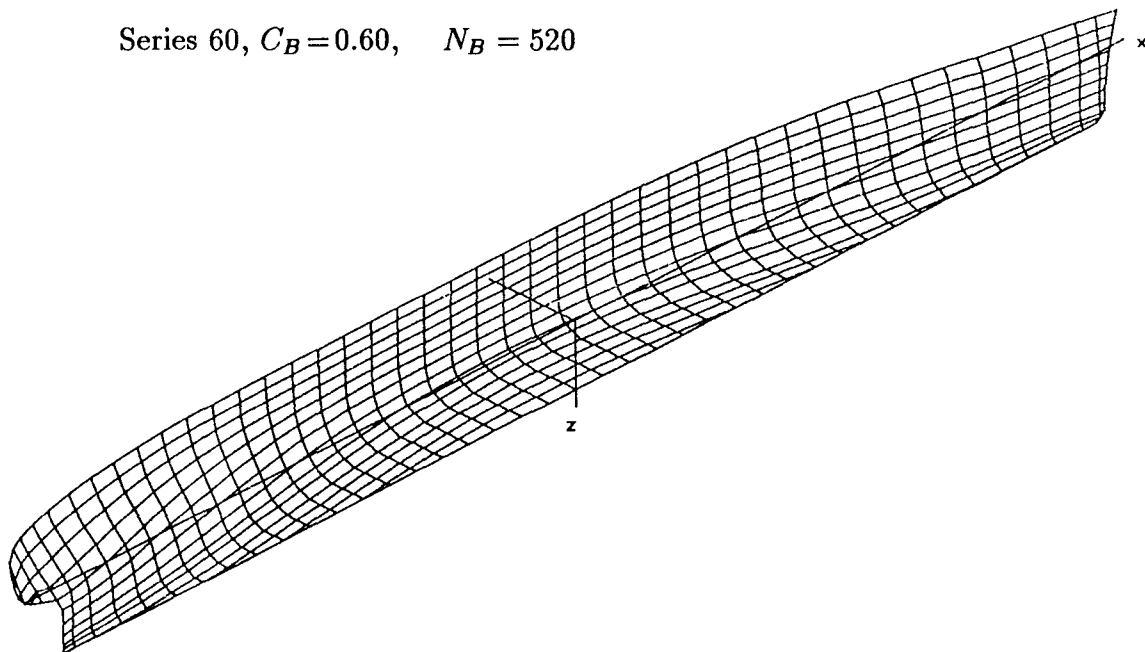


Bild 4.2.1 Netz auf der Schiffsoberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$

Series 60, $C_B = 0.60$, $N_F = 1371$
 ○ Kollokationspunkt, × Quellpunkt

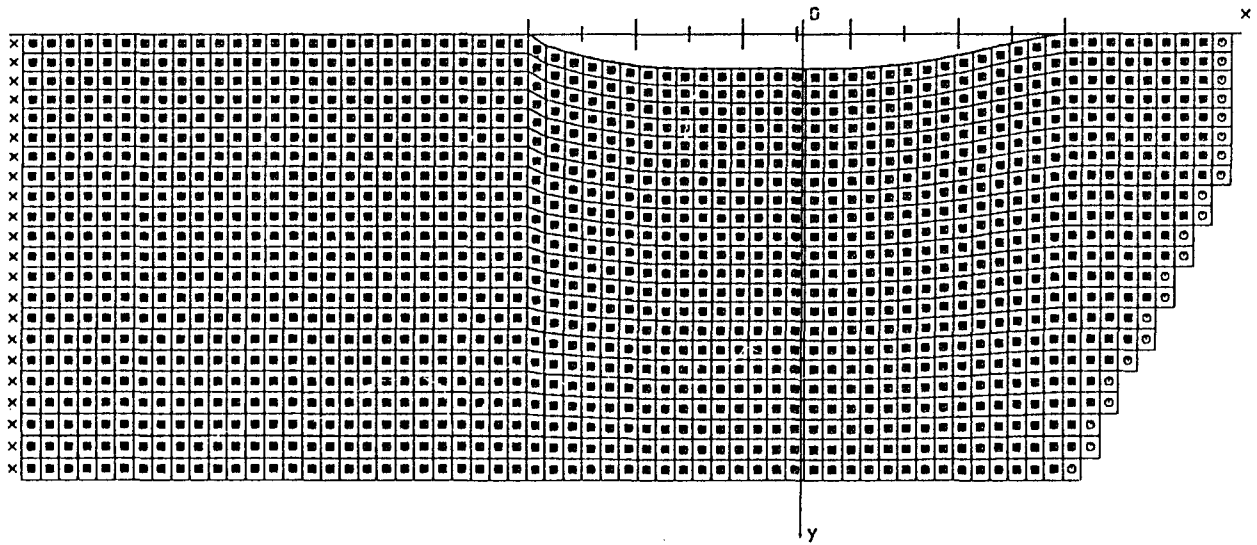


Bild 4.2.2 Netz auf der Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$

4.2.2 Fahrt auf tiefem Wasser

Für das Series-60-Schiff im tiefen Wasser wurden Berechnungen für die folgenden Fälle durchgeführt:

$$F_n = 0.20, 0.22, 0.25, 0.28, 0.30, 0.34, 0.35, 0.364 \quad \text{mit } \beta = 0^\circ, 5^\circ.$$

Das Iterationsverfahren zur Erfüllung der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche konvergierte mit $\varepsilon = 10^{-4}$ für alle berechneten Fälle. In Bild 4.2.3 sind die berechneten Wellenwiderstandsbeiwerte zusammen mit den numerischen Ergebnissen von Jensen (1988a) und den Messungen von Ogiwara (1987) gezeichnet. Dementsprechend zeigen Bilder 4.2.4 und 4.2.5 jeweils die Absenkungen und die Vertrimmungen.

Aus diesen Bildern ist zu ersehen, daß das vorgestellte Verfahren im Vergleich zu den Messungen den Wellenwiderstand zu groß berechnet hat, insbesondere bei $F_n < 0.30$. Andererseits stimmen zwar die Verläufe der Schwimm Lageänderungen in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit mit den Messungen gut überein, die quantitativen Abweichungen sind aber deutlich zu sehen.

Bilder 4.2.6 und 4.2.7 zeigen die berechneten Querkraft- und Giermomentenbeiwerte bei Schrägbewegung mit Driftwinkel $\beta = 5^\circ$ auf tiefem Wasser. Für das Series-60-Schiff bei Schrägbewegung sind weder experimentelle noch numerische Ergebnisse von anderen Autoren bekannt, so daß keine Vergleiche gezogen werden konnten.

Bilder 4.2.8 bis 4.2.23 zeigen die berechneten Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche und die Wellenerhebungen an den innersten Kollokationspunktzeilen auf der Wasseroberfläche für $F_n = 0.20, 0.25, 0.30, 0.35$ und $\beta = 0^\circ, 5^\circ$. Zum Vergleich sind auch in den Bildern 4.2.14 und 4.2.18 die numerischen Ergebnisse von Jensen sowie die Messungen von Ogiwara für $F_n = 0.25$ bzw. $F_n = 0.30$ bei driftfreier Bewegung gezeichnet.

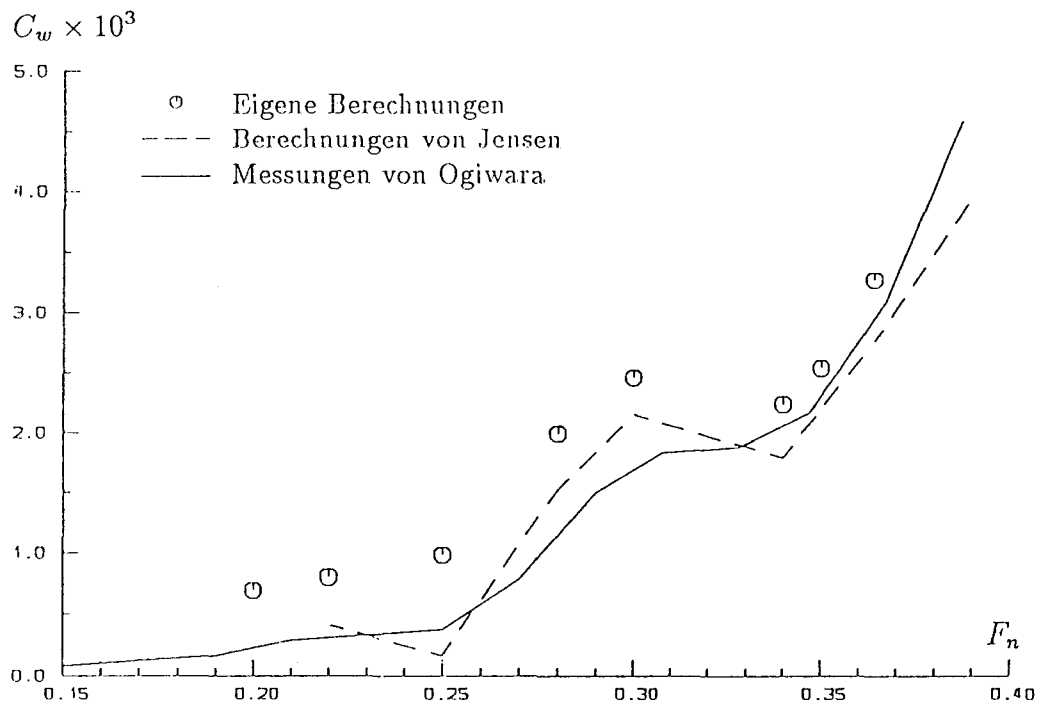


Bild 4.2.3 Wellenwiderstandsbeiwerte für Series 60, $C_B = 0.60$
im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

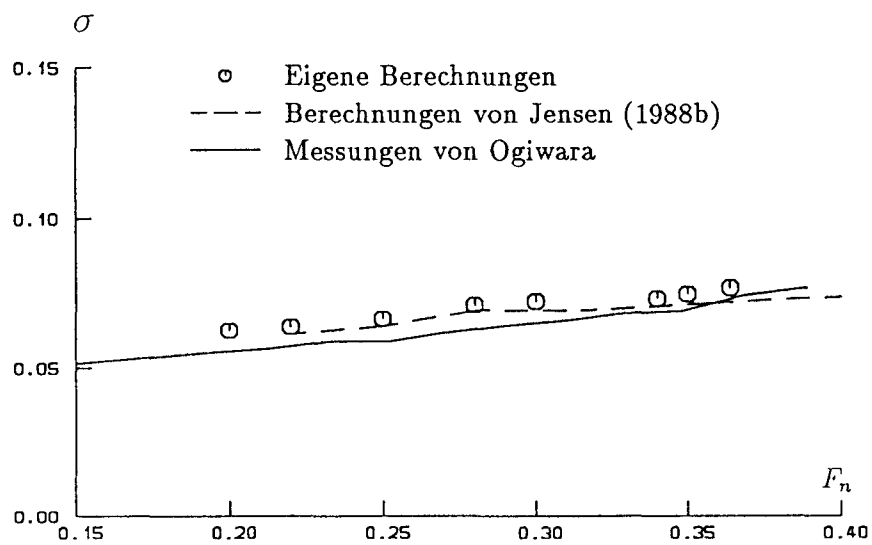


Bild 4.2.4 Dimensionslose Absenkungen für Series 60, $C_B = 0.60$
im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

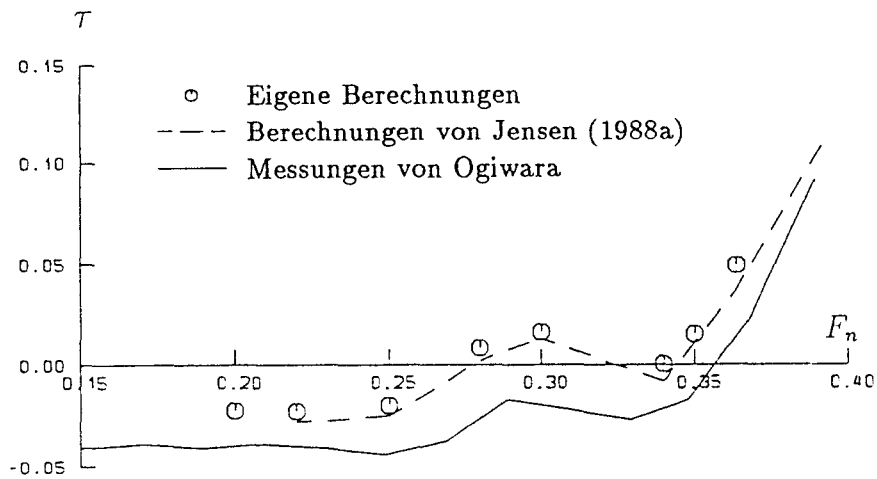


Bild 4.2.5 Dimensionslose Verformungen für Series 60, $C_B = 0.60$ im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

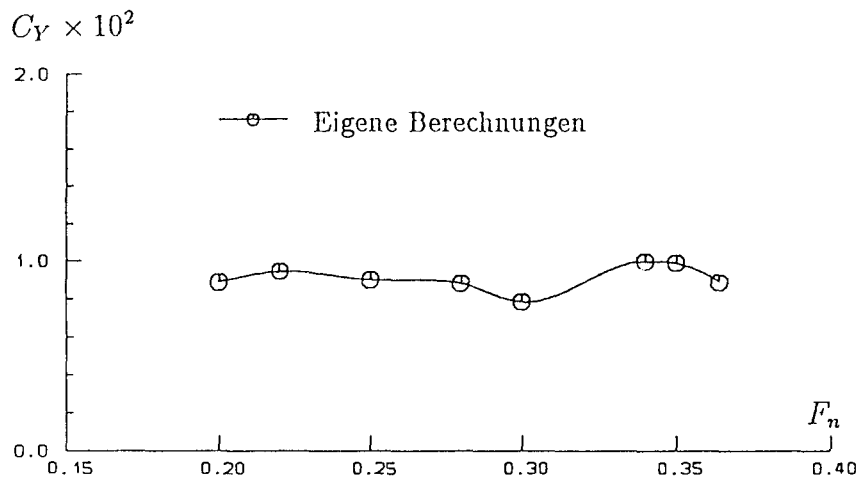


Bild 4.2.6 Querkraftbeiwerte für Series 60, $C_B = 0.60$ im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$

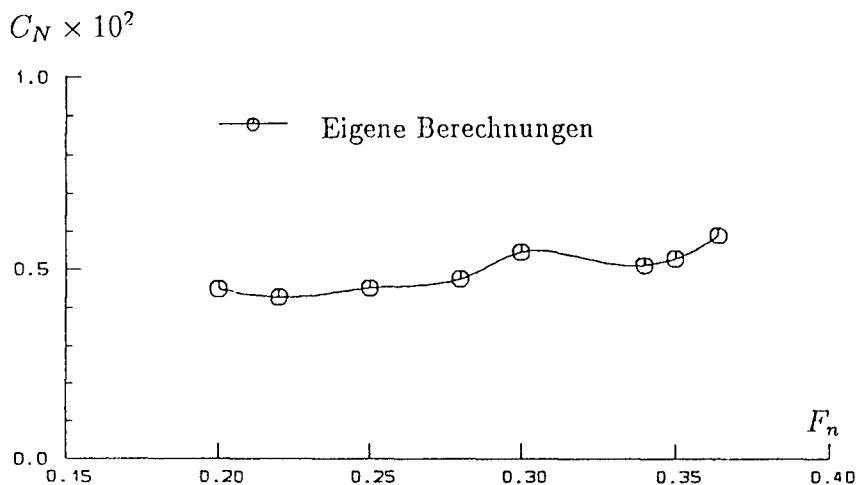


Bild 4.2.7 Giermomentenbeiwerte für Series 60, $C_B = 0.60$ im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$

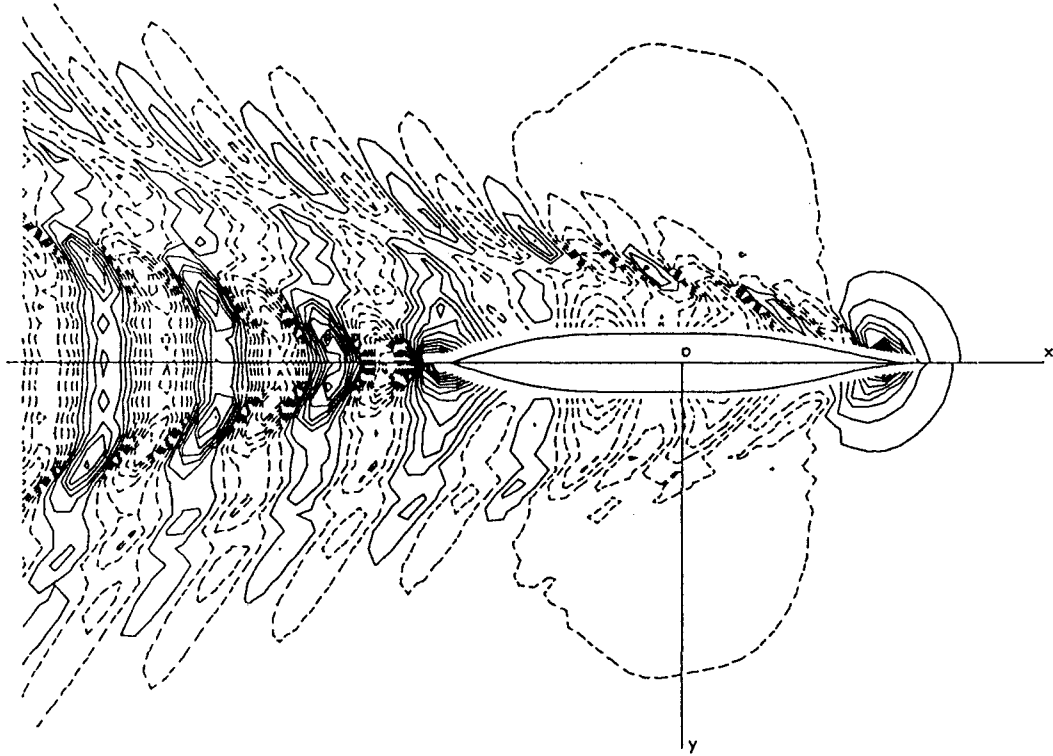


Bild 4.2.8 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.5 \times 10^{-3} L$.

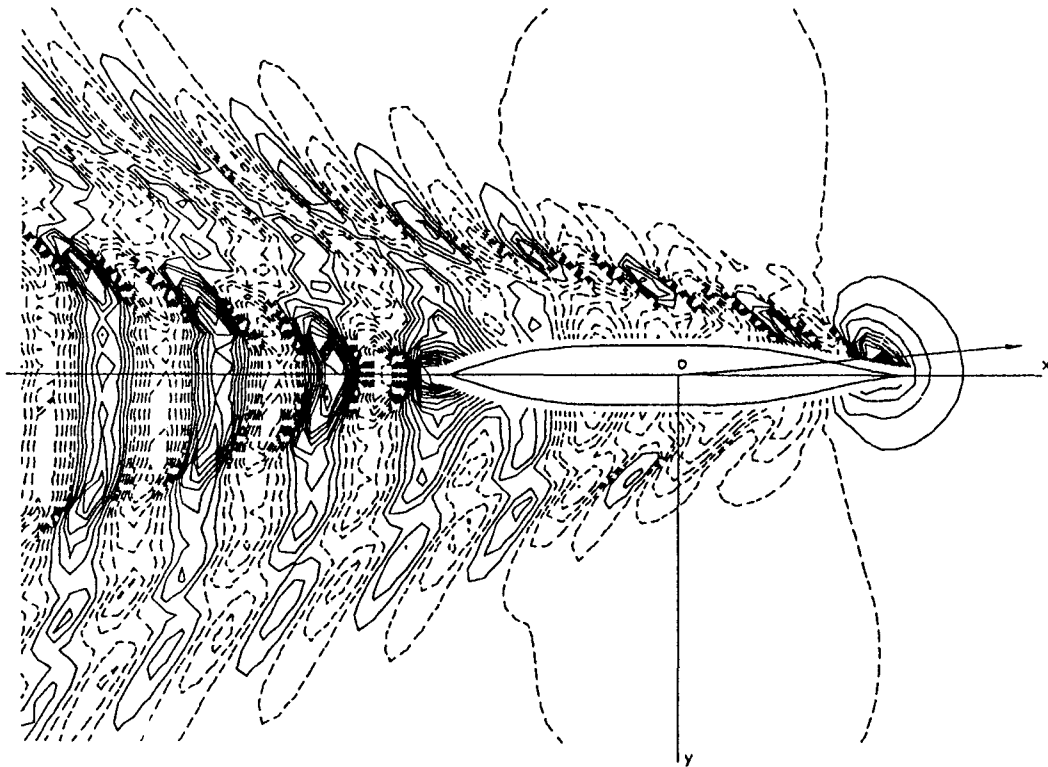


Bild 4.2.9 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.20$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.4 \times 10^{-3} L$.

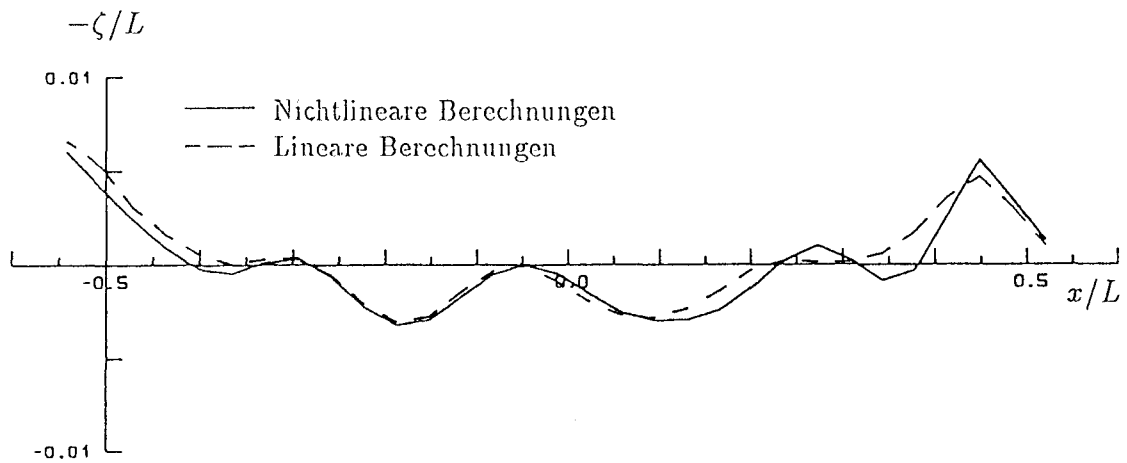


Bild 4.2.10 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.20$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$

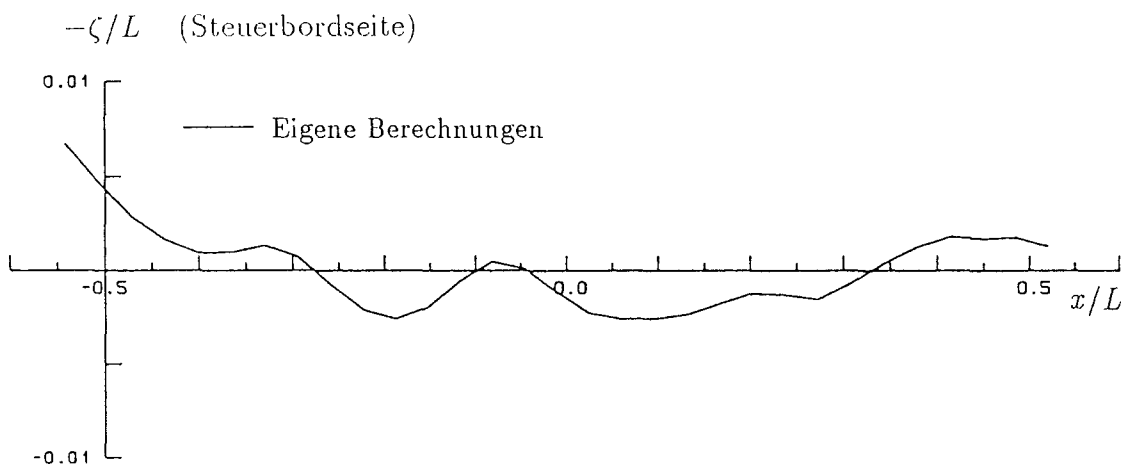
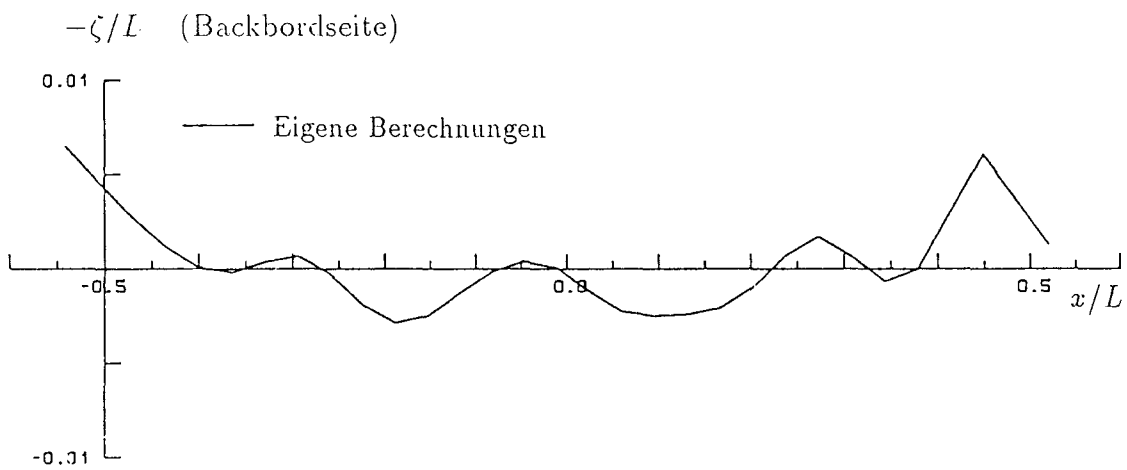


Bild 4.2.11 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.20$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$

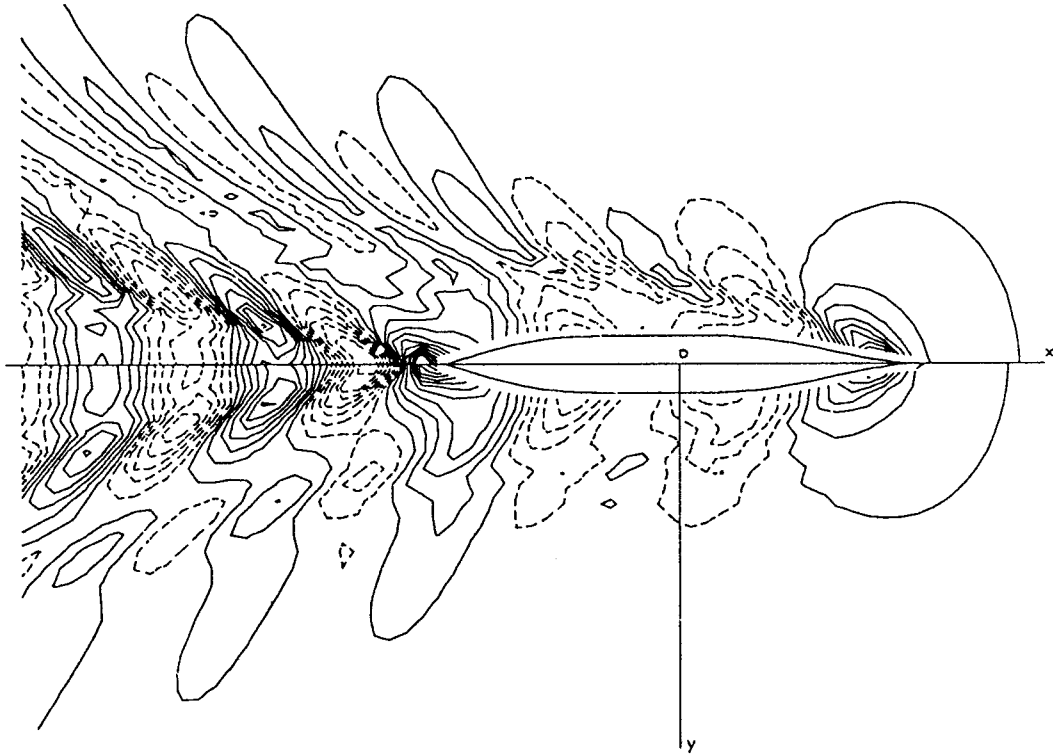


Bild 4.2.12 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.0 \times 10^{-3} L$.

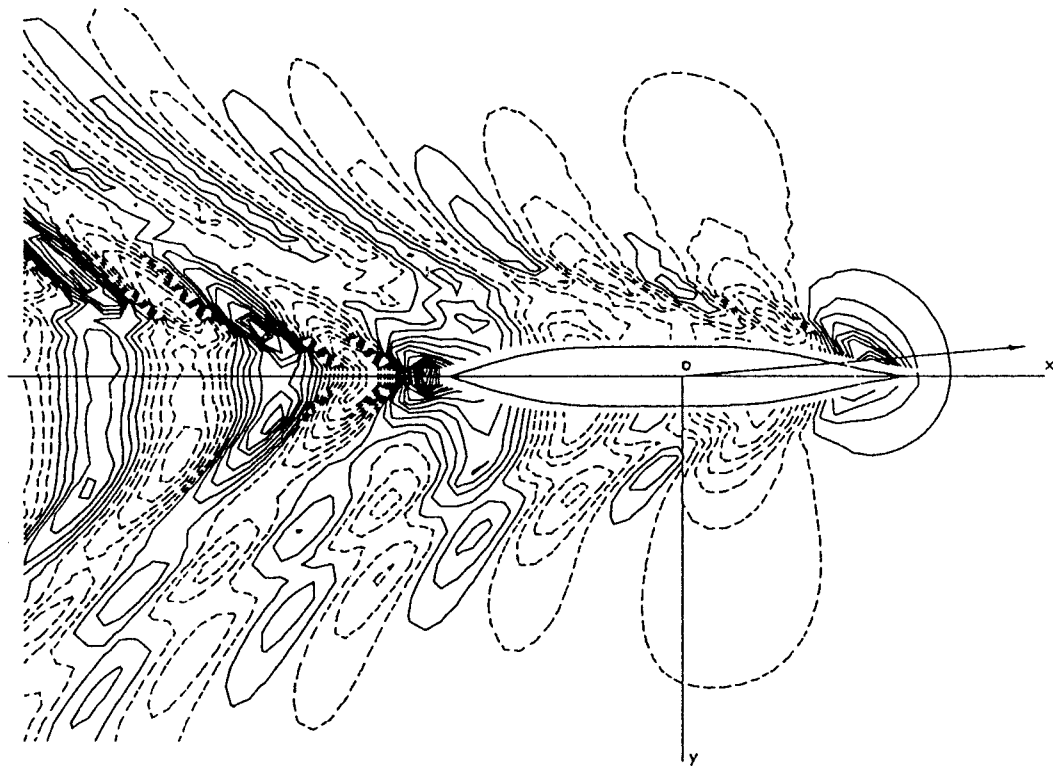


Bild 4.2.13 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.9 \times 10^{-3} L$.

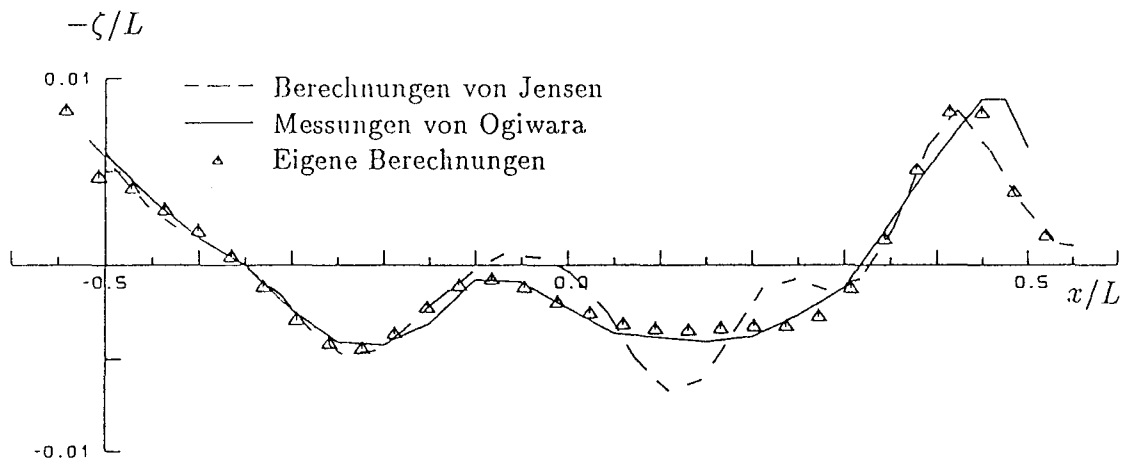


Bild 4.2.14 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

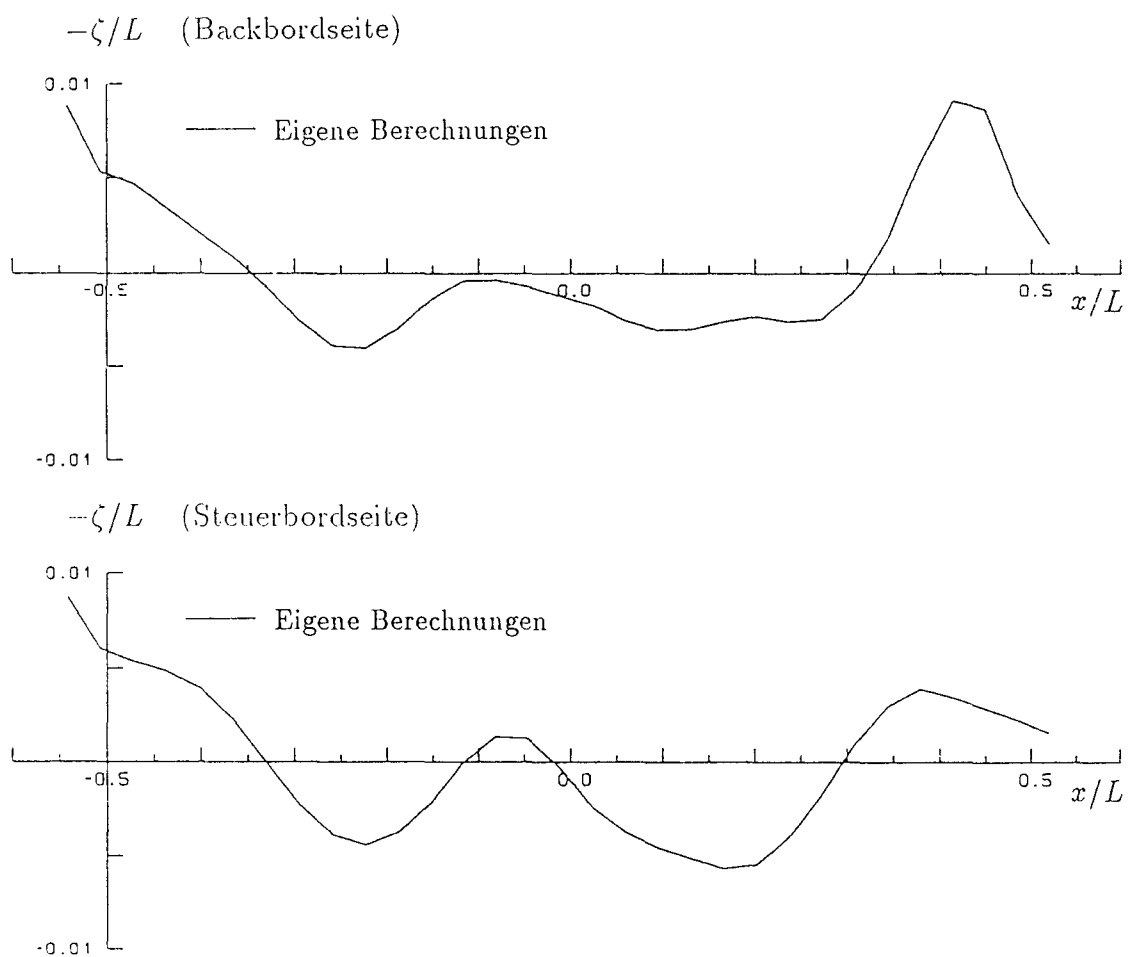


Bild 4.2.15 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

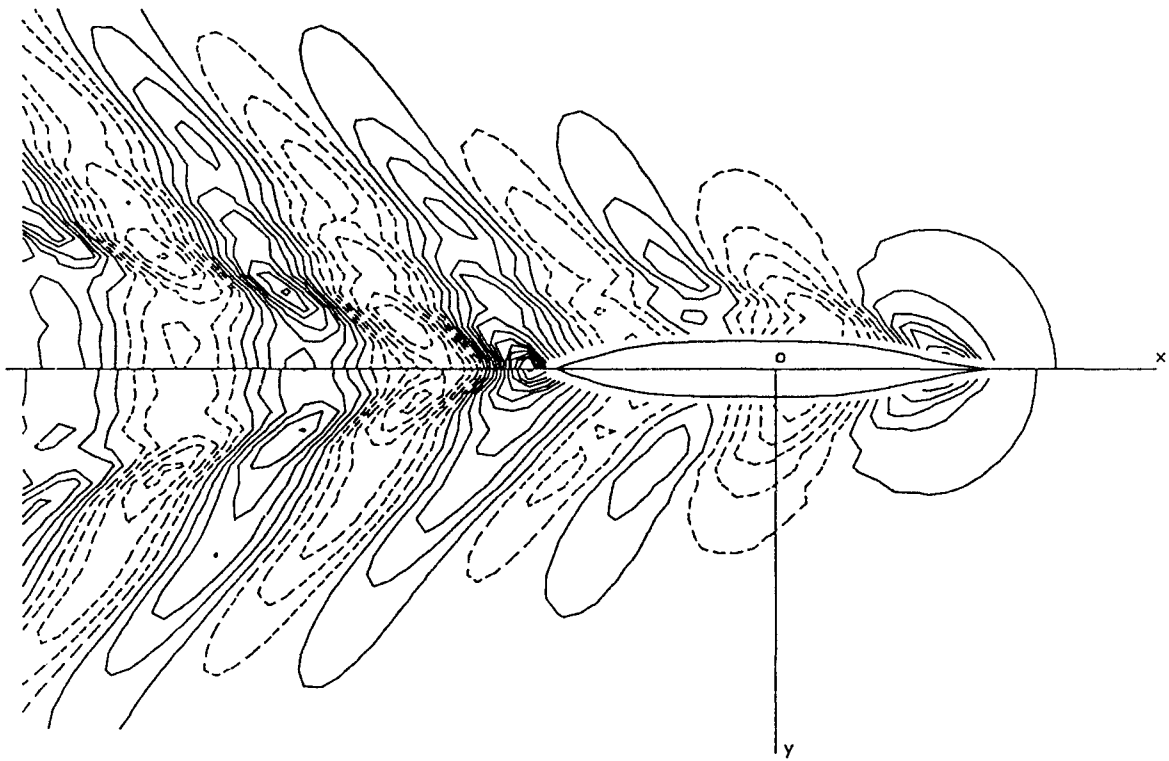


Bild 4.2.16 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$
 bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.8 \times 10^{-3} L$.

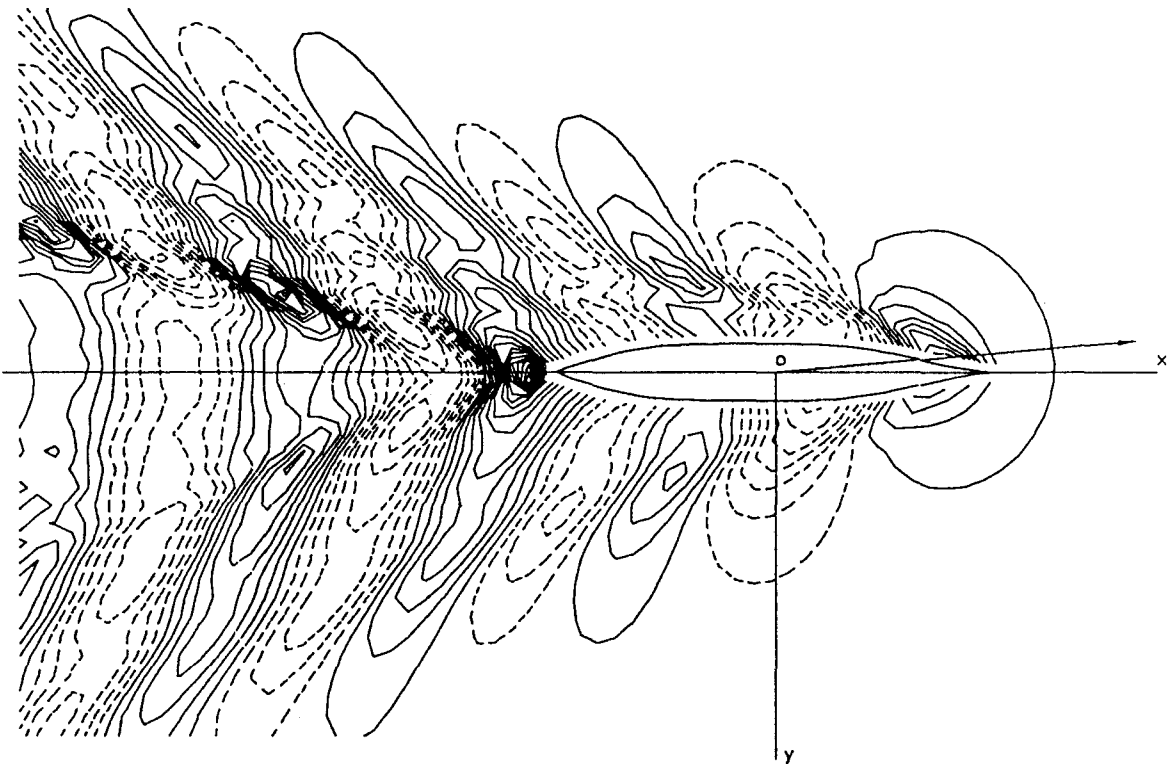


Bild 4.2.17 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$
 bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.6 \times 10^{-3} L$.

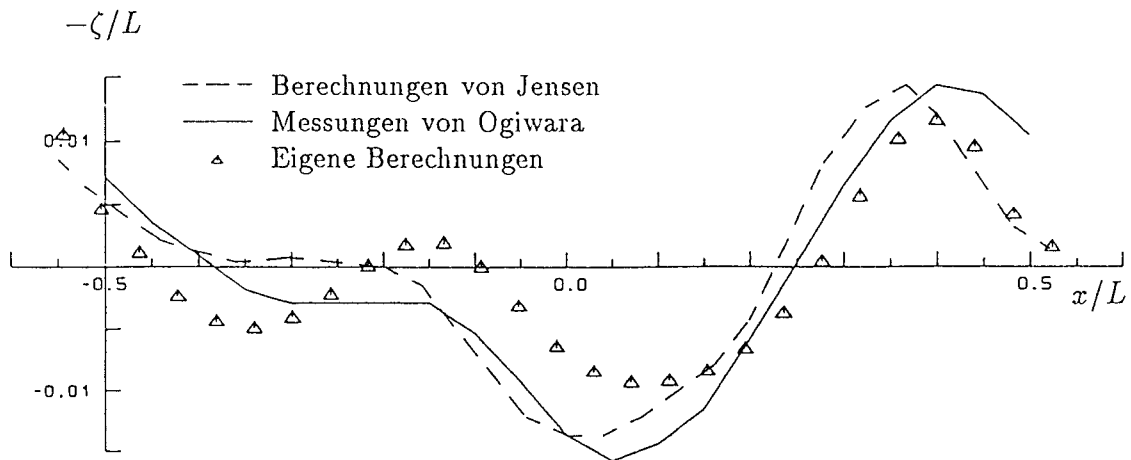


Bild 4.2.18 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

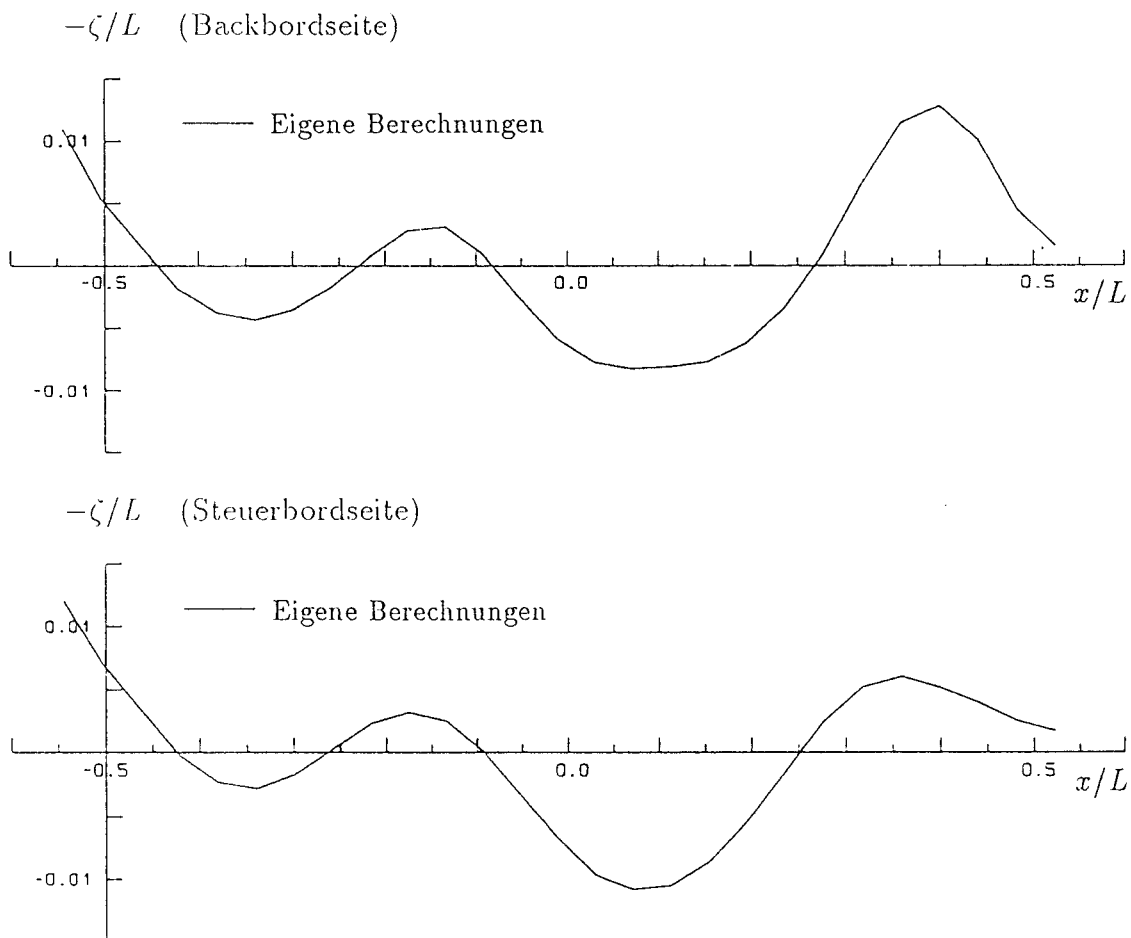


Bild 4.2.19 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

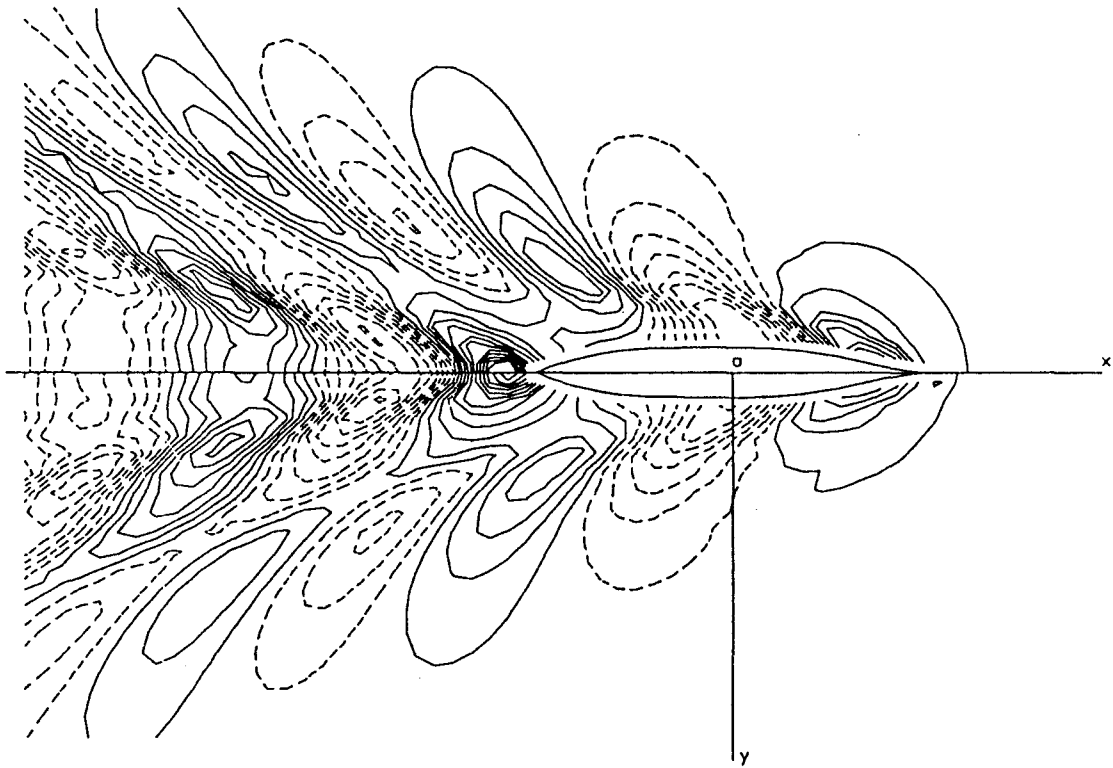


Bild 4.2.20 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $2.0 \times 10^{-3} L$.

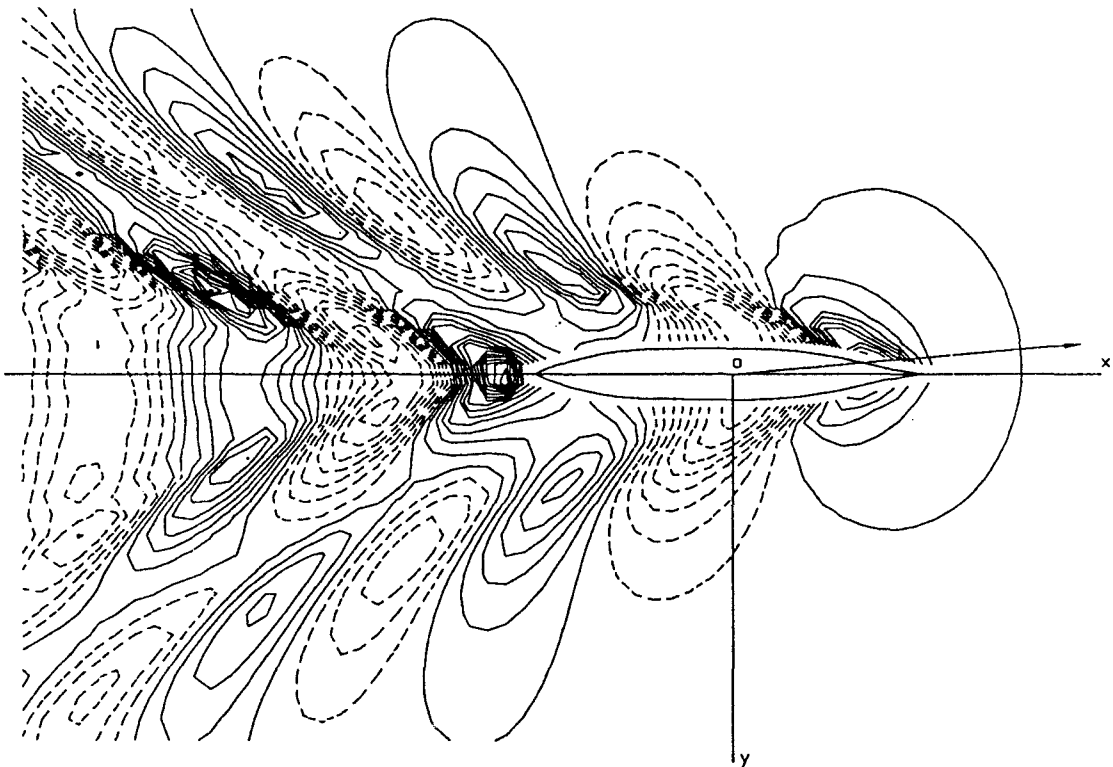


Bild 4.2.21 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.7 \times 10^{-3} L$.

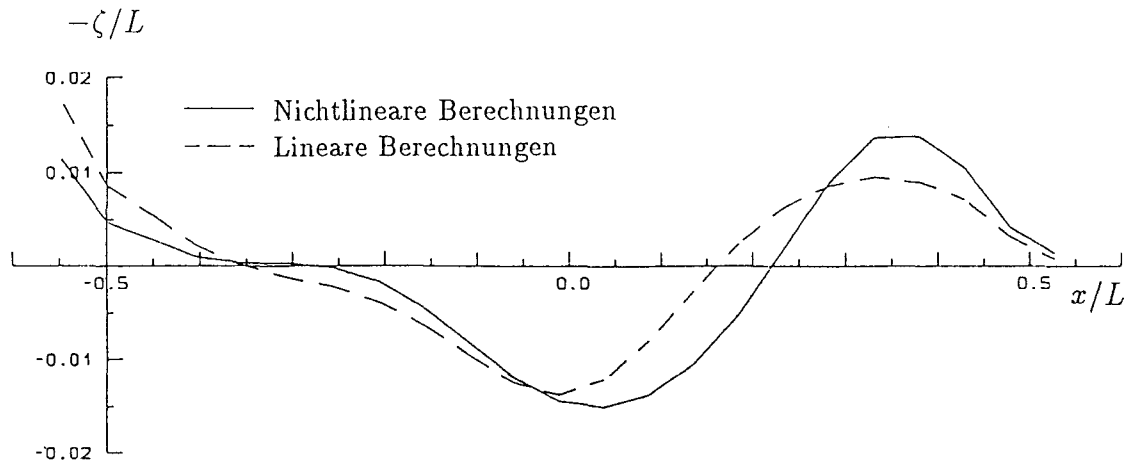


Bild 4.2.22 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

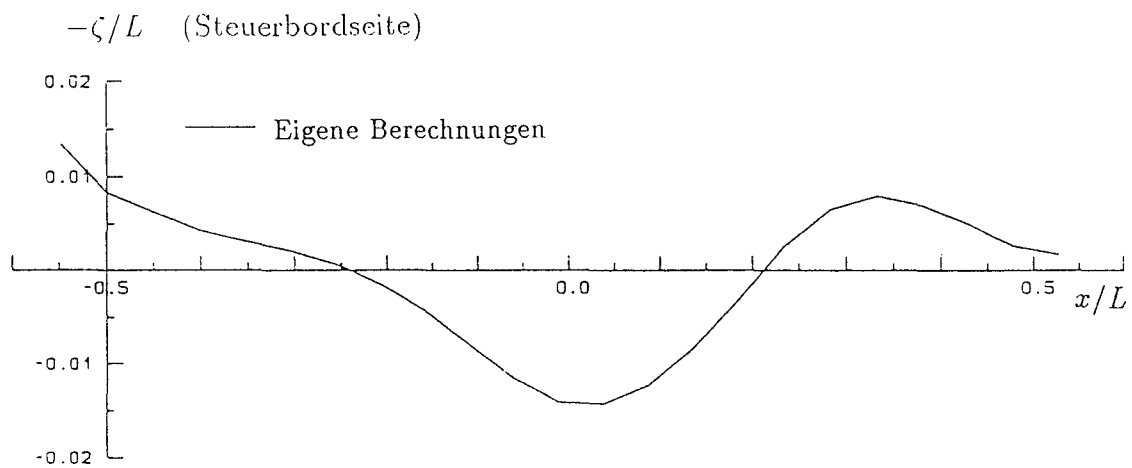
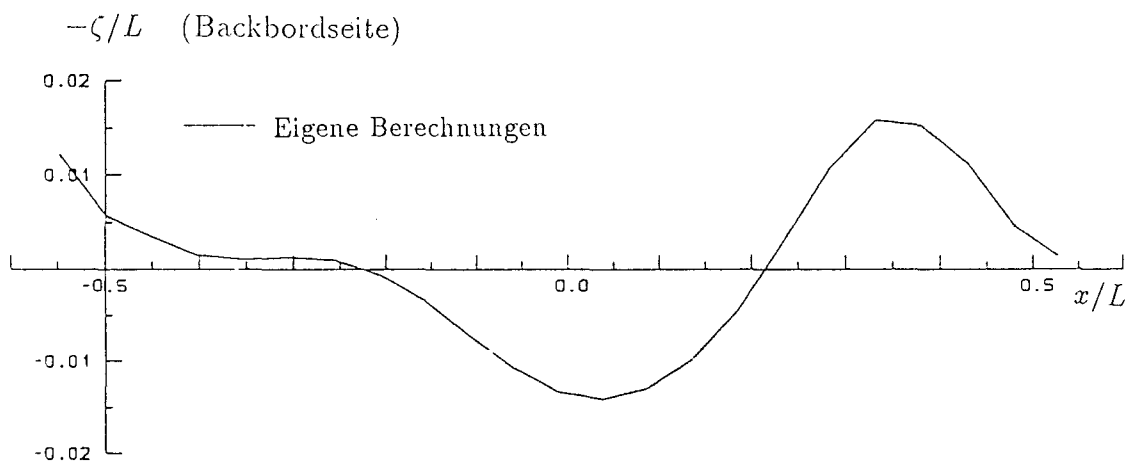


Bild 4.2.23 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.35$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

4.2.3 Fahrt auf flachem Wasser

Für das Series-60-Schiff im flachen Wasser wurden Berechnungen für die folgenden Fälle durchgeführt:

$$F_n = 0.22, 0.25 \text{ und } \beta = 0^\circ, 5^\circ \text{ mit } \frac{h}{T} = 1.5, 2.0, 2.5.$$

Für die driftfreie Bewegung konvergierte das Iterationsverfahren zur Erfüllung der nicht-linearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche in allen Fällen außer in dem Fall $F_n = 0.25$ mit $\frac{h}{T} = 1.5$ ($F_{nh} = 0.884$). Die Berechnungen haben gezeigt, daß die Konvergenz für das Series-60-Schiff sowohl im flachen als auch im tiefen Wasser schwerer zu erreichen ist als für das Wigley-Schiff bei entsprechenden Geschwindigkeiten und Wassertiefen.

Bild 4.2.24 zeigt die berechneten Wellenwiderstandsbeiwerte in Abhängigkeit von der Wassertiefe für die zwei Geschwindigkeiten bei driftfreier Fahrt. Bild 4.2.25 zeigt die Schwimmelageänderungen für dieselben Fälle.

Bild 4.2.26 zeigt die Querkraft- und Giermomentenbeiwerte in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei Schrägbewegung mit $\beta = 5^\circ$.

Die Bilder zeigen, daß für die zwei Geschwindigkeiten der Wellenwiderstand, die Schwimmelageänderungen, die Querkraft und das Giermoment alle mit abnehmender Wassertiefe zunehmen, insbesondere bei der kleinsten Wassertiefe.

Bilder 4.2.27 bis 4.2.38 zeigen die Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche und die Wellenerhebungen an den innersten Kollokationspunktzeilen auf der Wasseroberfläche für $F_n = 0.22$ und $\beta = 0^\circ, 5^\circ$ bei verschiedenen Wassertiefen.

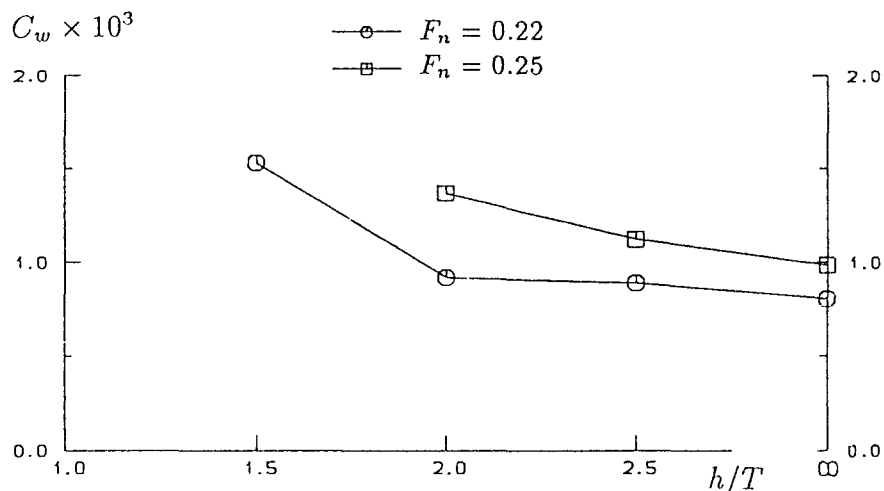


Bild 4.2.24 Wellenwiderstandsbeiwerte für Series 60, $C_B = 0.60$ in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.22, 0.25$ und $\beta = 0^\circ$

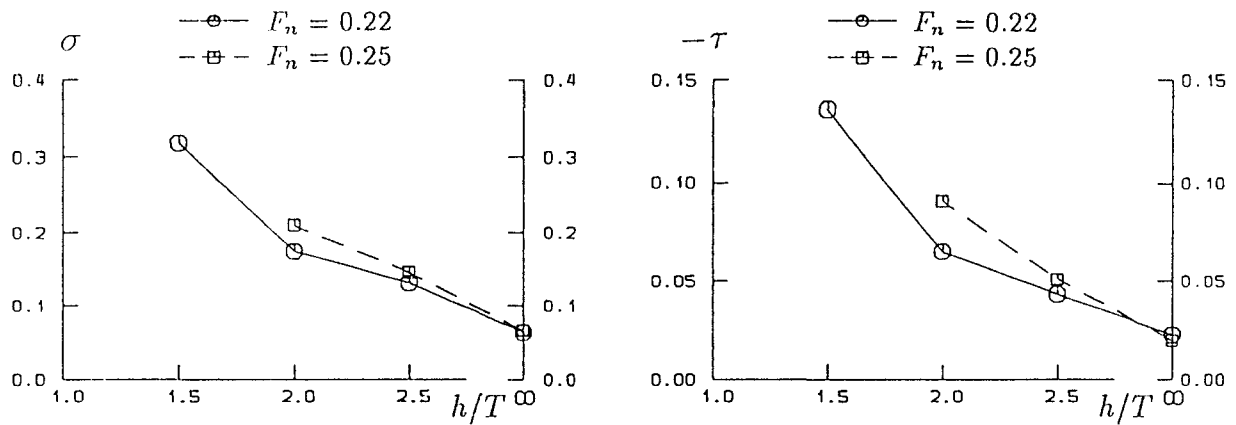


Bild 4.2.25 Dimensionslose Schwimmlageänderungen für Series 60, $C_B = 0.60$ in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.22, 0.25$ und $\beta = 0^\circ$

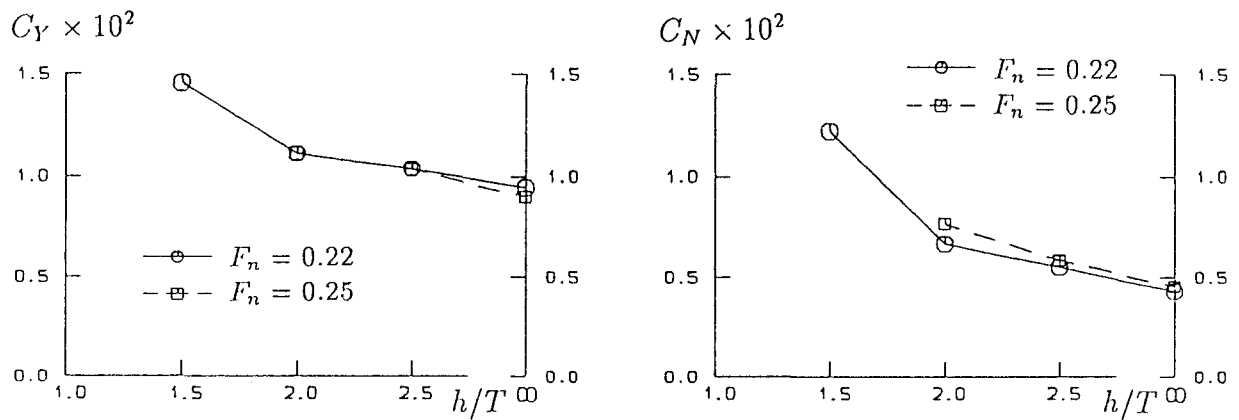


Bild 4.2.26 Querkraft- und Giermomentenbeiwerte für Series 60, $C_B = 0.60$ in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.22, 0.25$ und $\beta = 5^\circ$

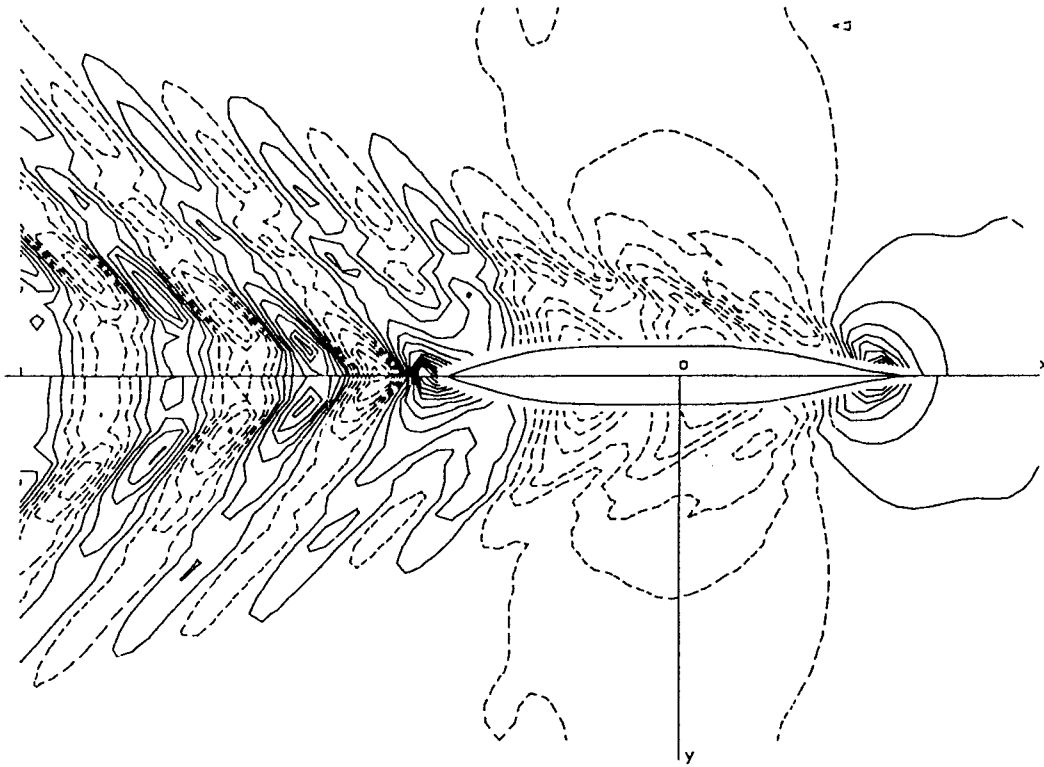


Bild 4.2.27 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$
 bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.603$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.8 \times 10^{-3} L$.

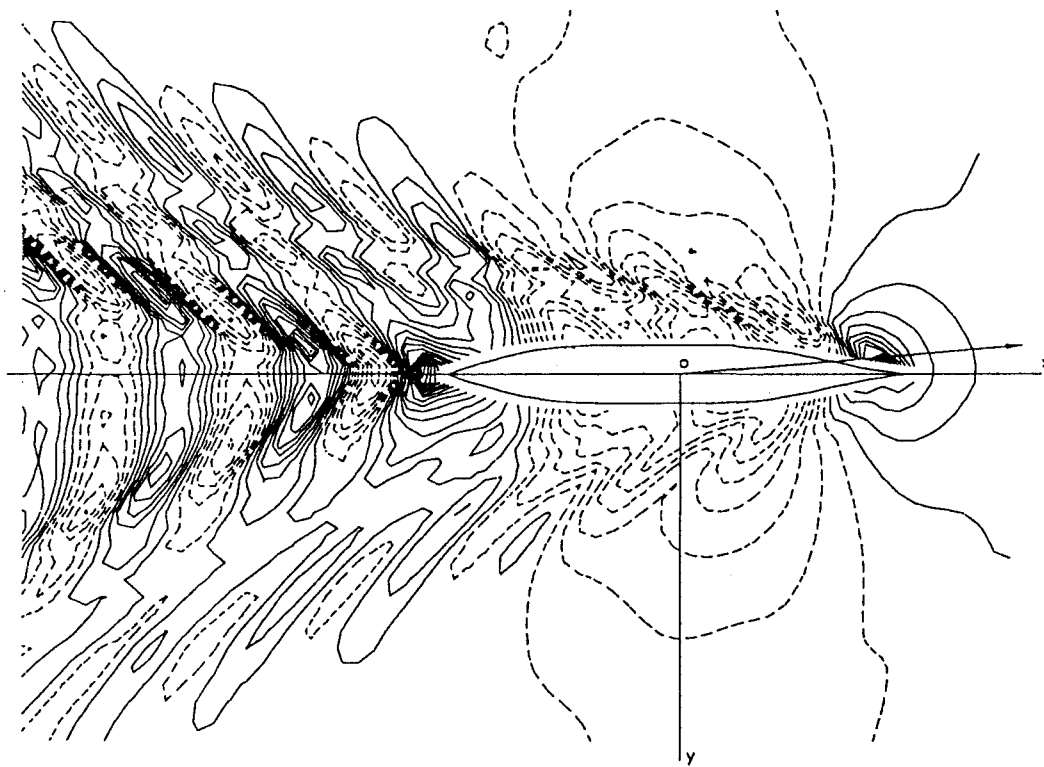


Bild 4.2.28 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$
 bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.603$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.7 \times 10^{-3} L$.

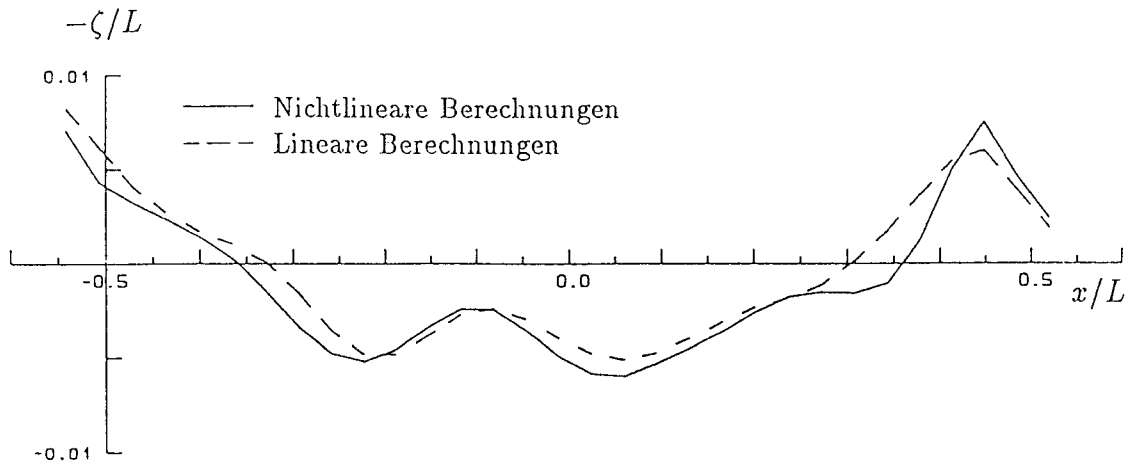


Bild 4.2.29 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.603$ und $\beta=0^\circ$

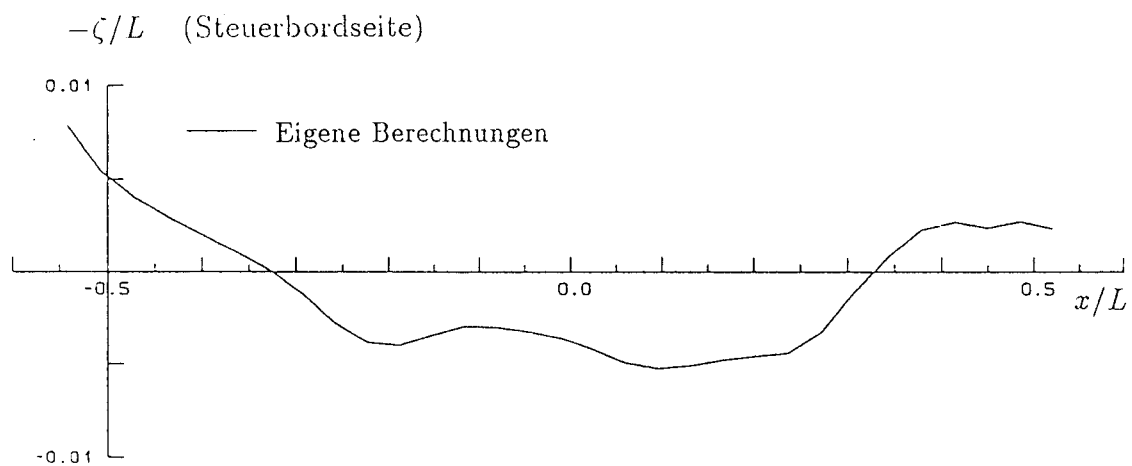
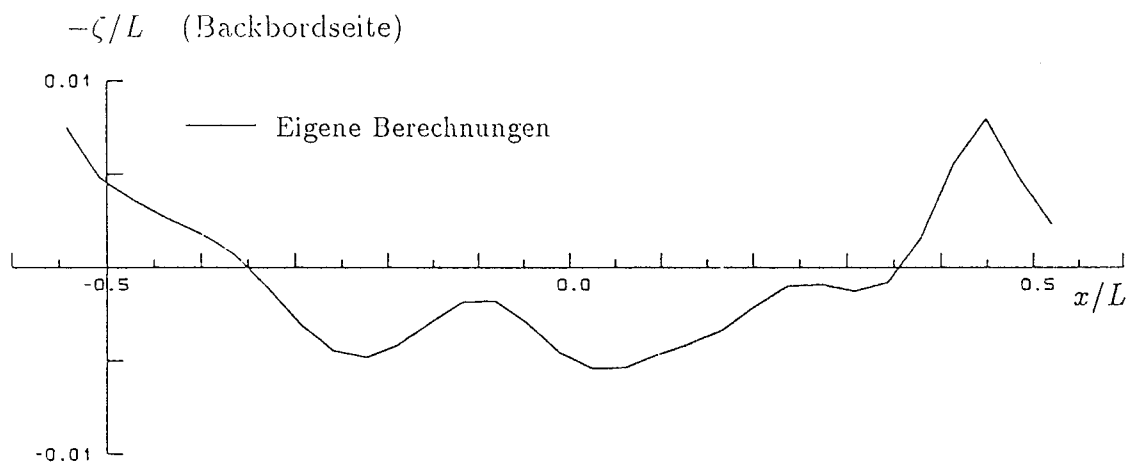


Bild 4.2.30 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.603$ und $\beta=5^\circ$

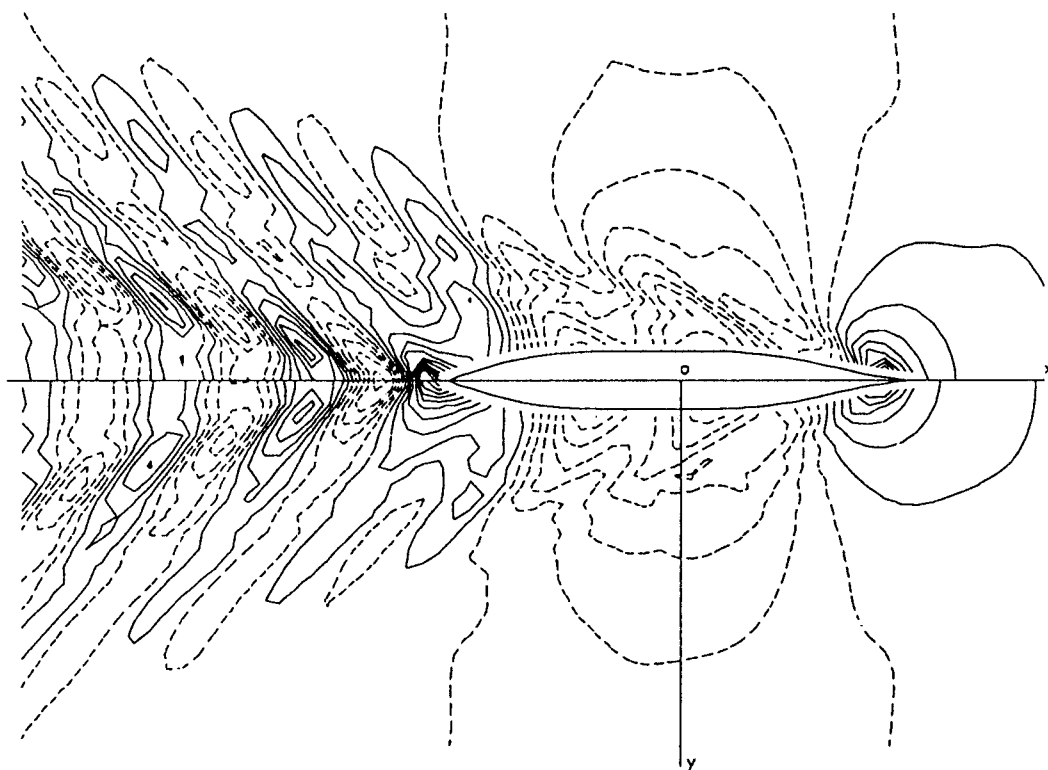


Bild 4.2.31 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.674$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.0 \times 10^{-3} L$.

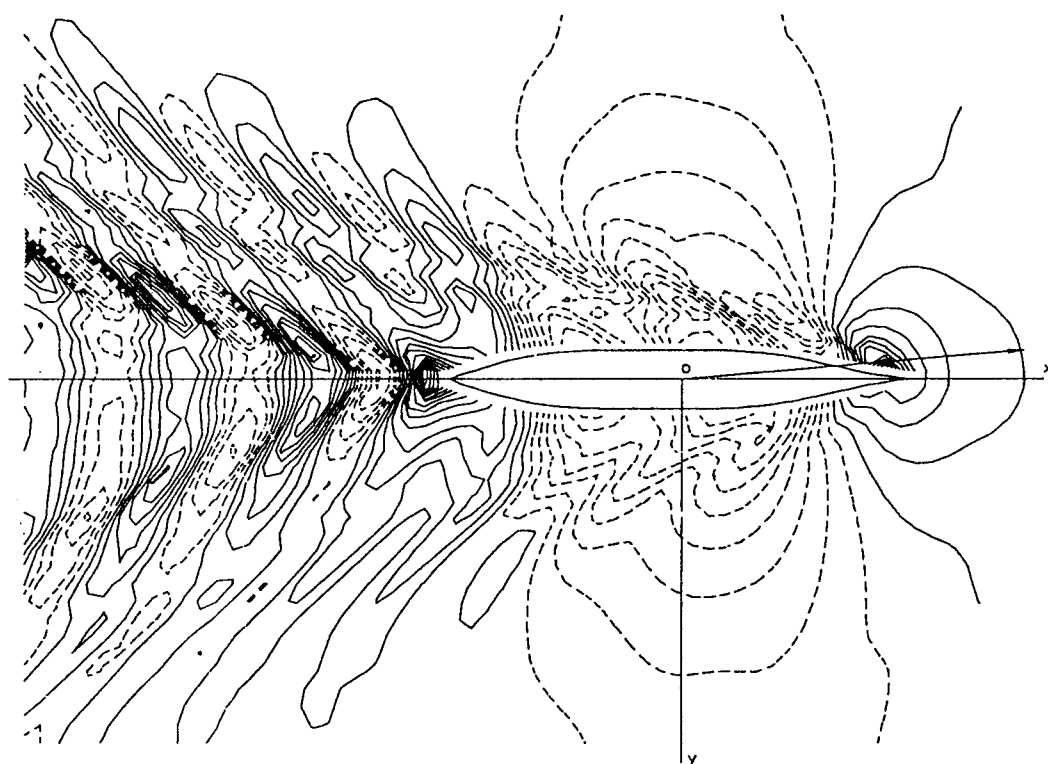


Bild 4.2.32 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.674$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.8 \times 10^{-3} L$.

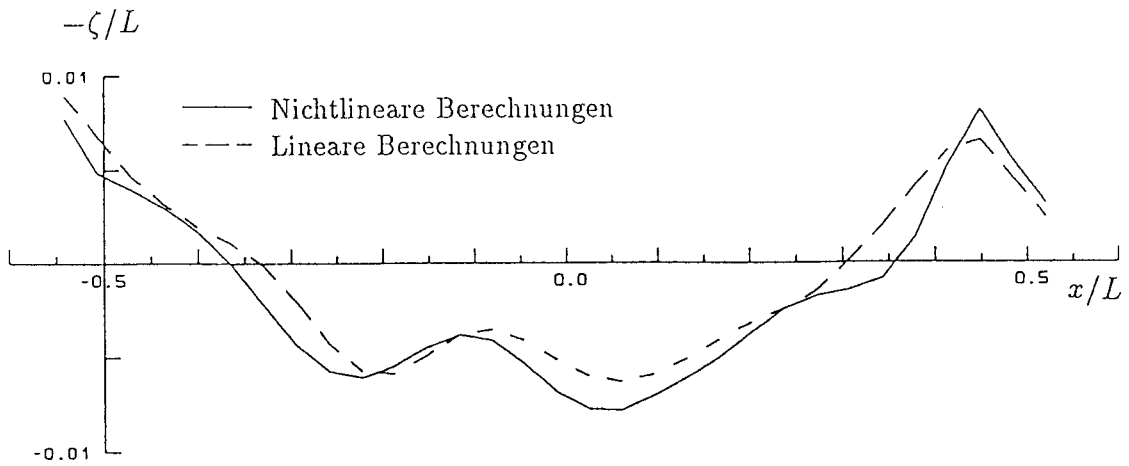


Bild 4.2.33 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.674$ und $\beta = 0^\circ$

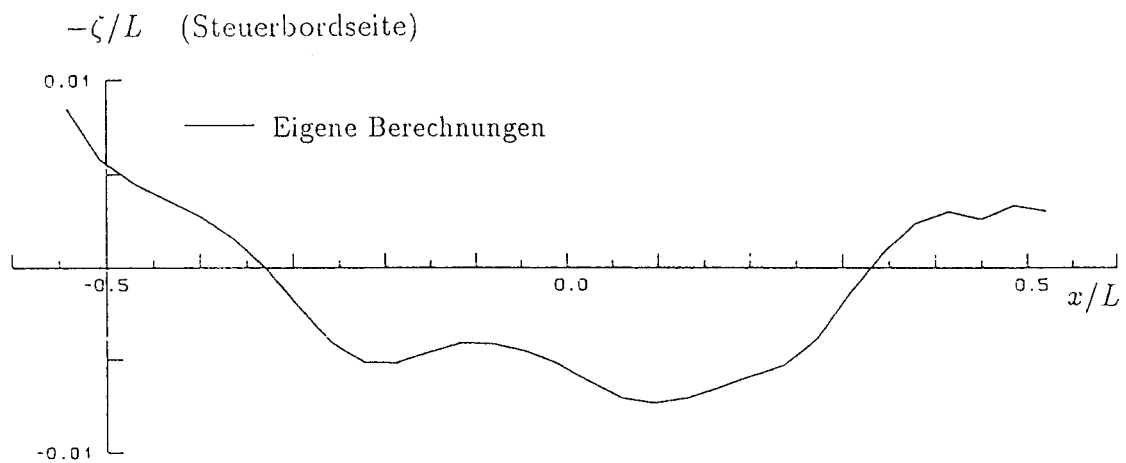
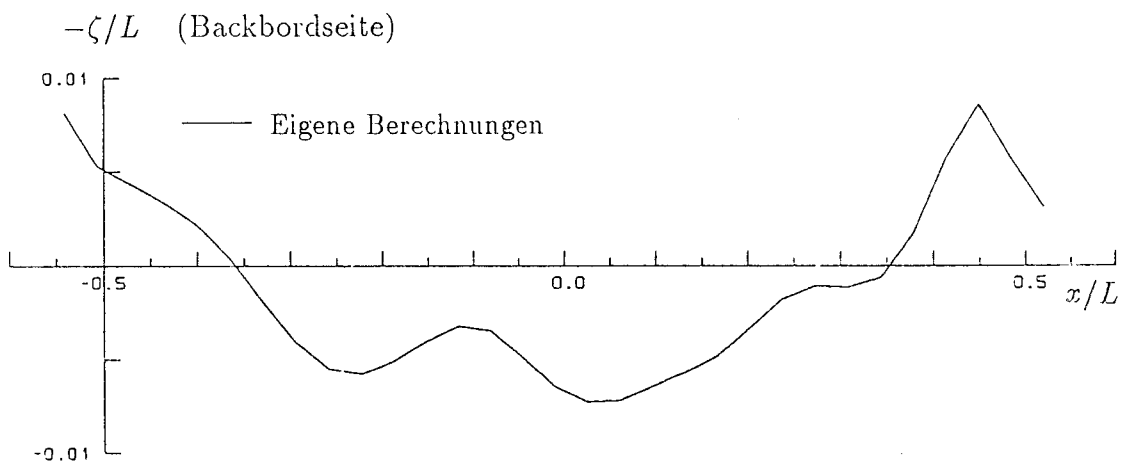


Bild 4.2.34 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B = 0.60$ bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.674$ und $\beta = 5^\circ$

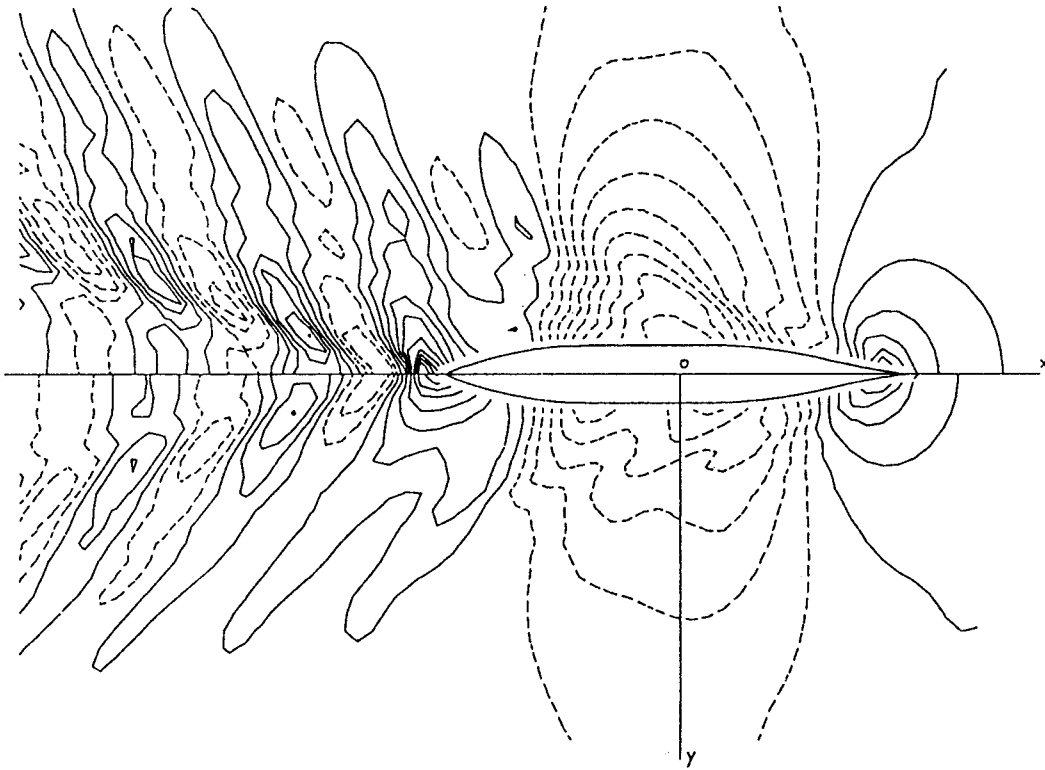


Bild 4.2.35 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$
 bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.778$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.6 \times 10^{-3} L$.

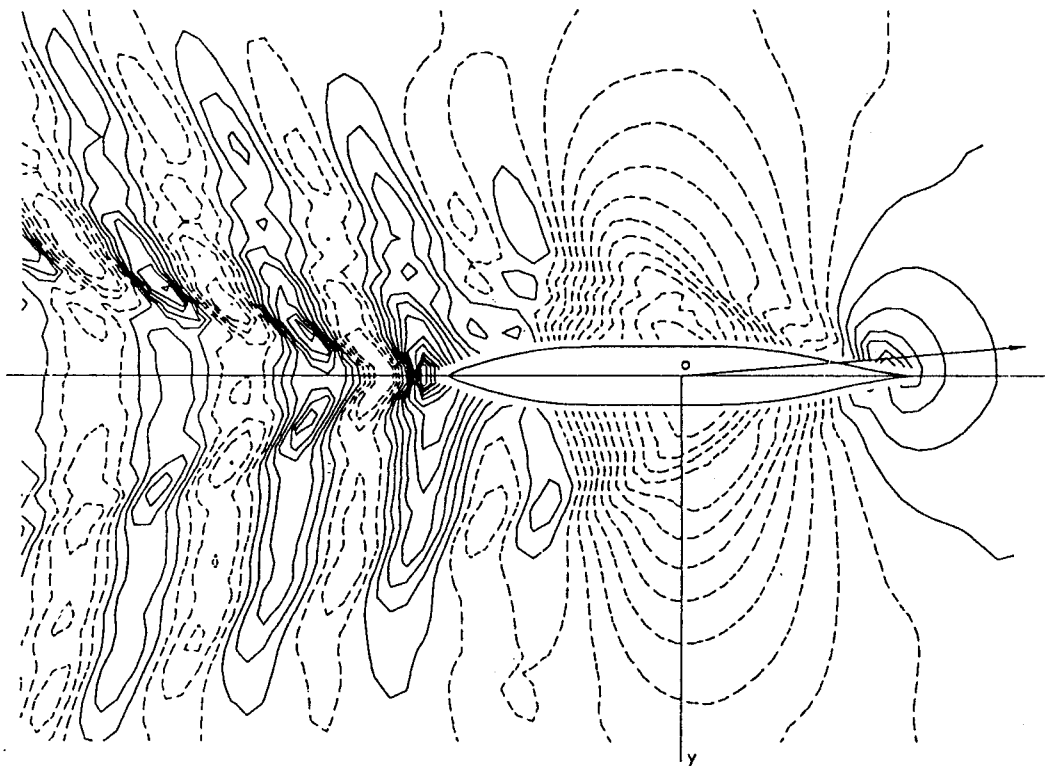


Bild 4.2.36 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Series 60, $C_B = 0.60$
 bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.778$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.3 \times 10^{-3} L$.

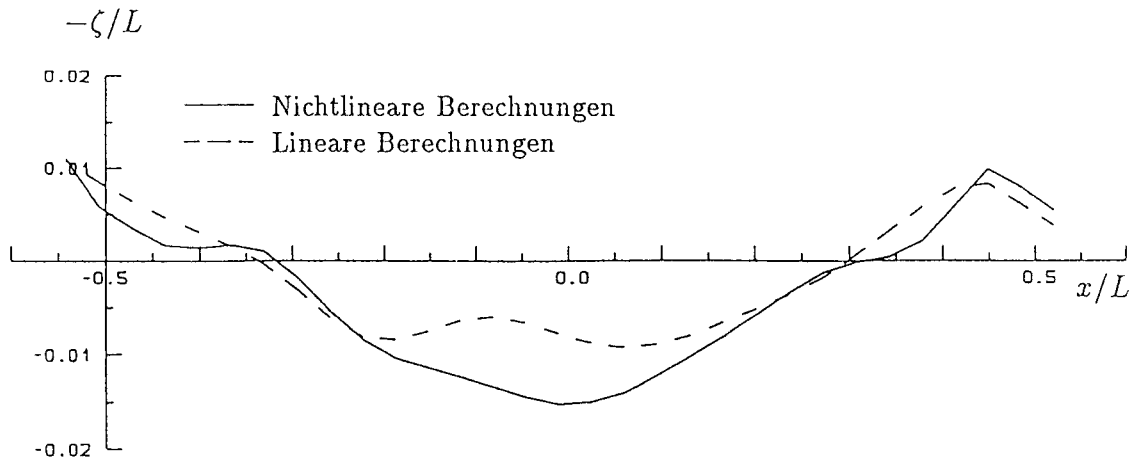


Bild 4.2.37 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.778$ und $\beta=0^\circ$

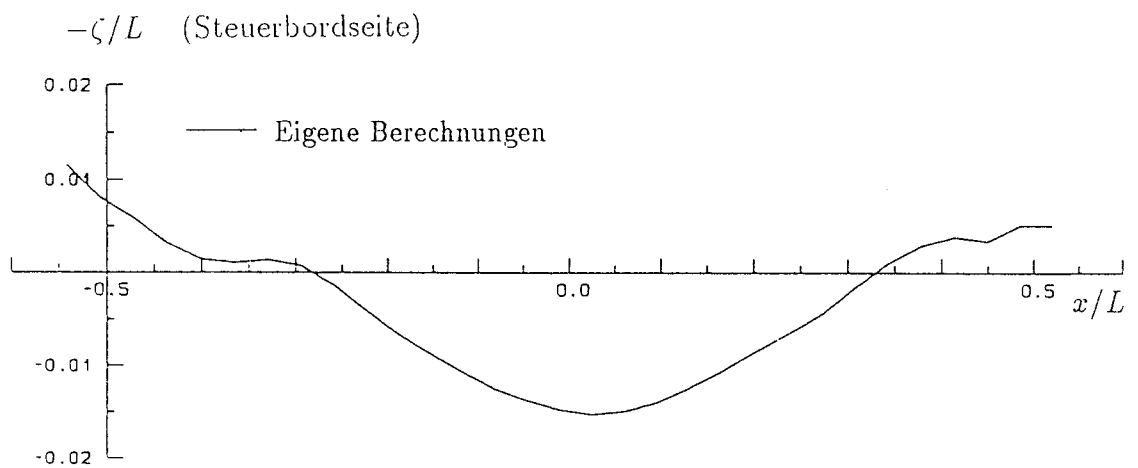
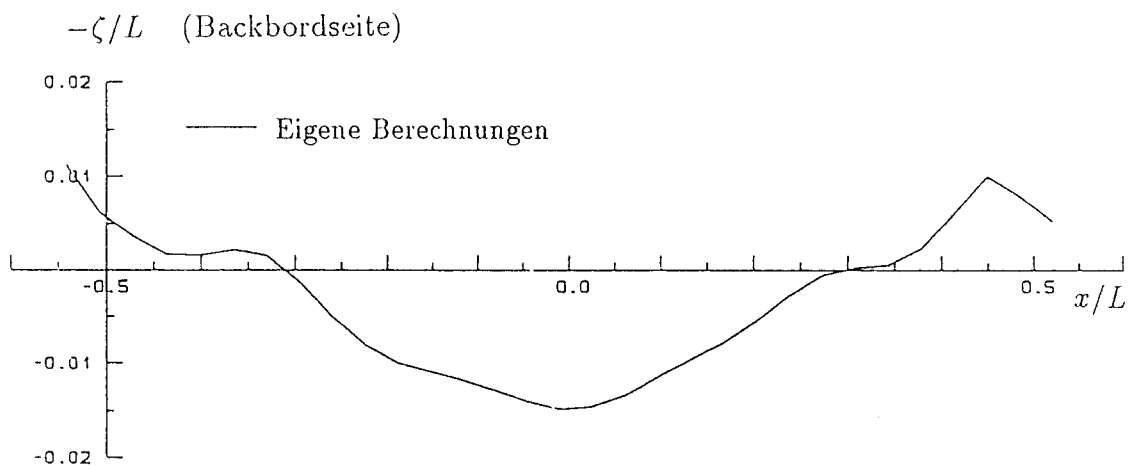


Bild 4.2.38 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Series 60, $C_B=0.60$ bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.778$ und $\beta=5^\circ$

4.3 Mariner-Schiff

Das Mariner-Schiff ist ein Standardschiff, das auf der ganzen Welt bei Untersuchungen der Manövrierfähigkeit als Vergleichsfall benutzt wird. Die Form und die Hauptabmessungen des Schiffes sind von Russo und Sullivan (1953) und von Morse und Price (1961) angegeben worden. Das Schiff hat die folgenden Abmessungen:

L	Länge zwischen den Loten	=	160.934 m
B	Breite	=	23.165 m
T_v	Tiefgang am VL	=	6.858 m
T_h	Tiefgang am HL	=	8.077 m
C_B	Völligkeitsgrad	=	0.596

Hier wurden die Berechnungen für die Großausführung durchgeführt.

Zur Darstellung der Ergebnisse werden neben den vorher verwendeten dimensionslosen Größen noch die folgenden bei Untersuchungen der Manövrierfähigkeit üblichen dimensionslosen linearen hydrodynamischen Koeffizienten benutzt:

$$Y'_v = \frac{Y_v}{\frac{1}{2}\rho L^2 u},$$
$$N'_v = \frac{N_v}{\frac{1}{2}\rho L^3 u}.$$

Unter der Voraussetzung kleiner Driftwinkel wird hier angesetzt:

$$Y_v = \frac{\partial Y}{\partial v} \approx \frac{Y}{v} = \frac{-Y}{u\beta},$$
$$N_v = \frac{\partial N}{\partial v} \approx \frac{N}{v} = \frac{-N}{u\beta}.$$

4.3.1 Paneelierung der Schiffs- und Wasseroberfläche

Das Schiff hat einen hecklastigen Anfangstrimm von ca. 0.434° (0.76%). Damit die bedeckte Schiffsoberfläche nach der Schwimmlageänderung bei Fahrt stets mit Paneelen bedeckt ist, wurde die Schiffsoberfläche bis zu einer Höhe $Z_H = 0.63T$ über der Ruhewasserlinie ohne Anfangstrimmwinkel diskretisiert. Auf der Schiffsoberfläche wurden 515 Paneele angeordnet. Das Netz auf der Schiffsoberfläche ist in Bild 4.3.1 gezeigt.

Auf der Wasseroberfläche wurden zwei verschiedene Netze benutzt. Netz 1 hat die Paneellänge $0.03125L$. Es reicht vor dem Schiff $0.25L$, hinter dem Schiff $0.75L$ und seitlich $0.80L$ entfernt von der Mittschiffsebene. Netz 2 hat die Paneellänge $0.037L$. Es reicht vor dem Schiff $0.35L$, hinter dem Schiff $0.95L$ und seitlich $0.90L$. Vorn auf diesen Netzen wurde jeweils ein dreieckiges Stück abgeschnitten, so daß die Netze 1349 bzw. 1247 Paneele haben. In Bild 4.3.2 ist Netz 1 gezeigt. Dieses Netz wurde für $F_n \leq 0.25$ benutzt, während Netz 2 für $F_n > 0.25$ verwendet wurde.

Mariner-Schiff, $N_B = 515$

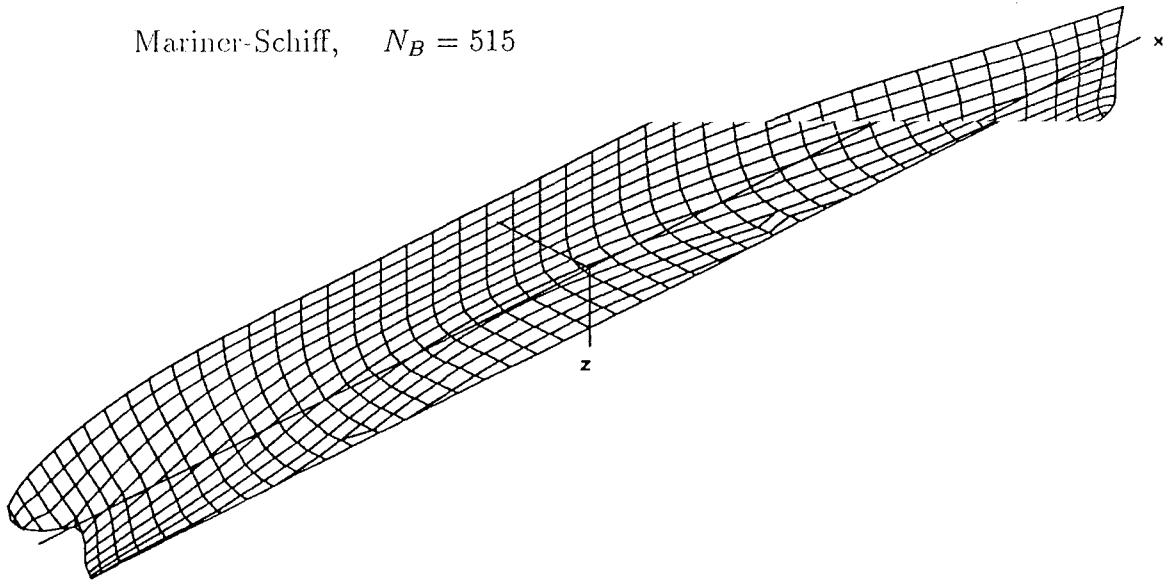


Bild 4.3.1 Netz auf der Schiffsoberfläche für Mariner-Schiff

Mariner-Schiff, $N_F = 1349$

⊙ Kollokationspunkt, × Quellpunkt

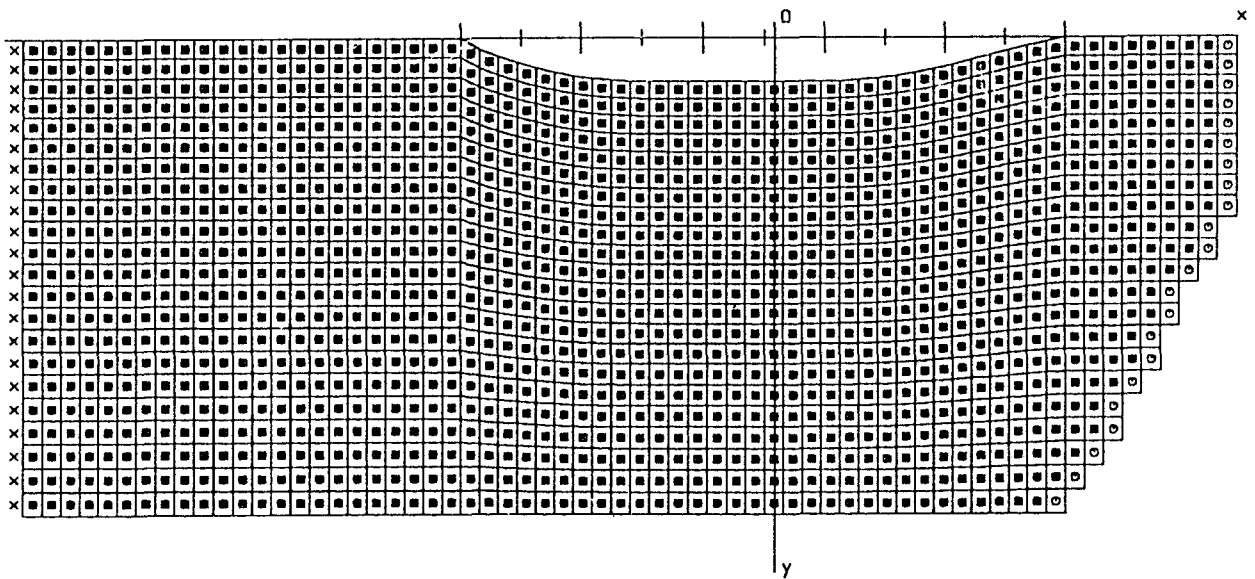


Bild 4.3.2 Netz auf der Wasseroberfläche für Mariner-Schiff

4.3.2 Fahrt auf tiefem Wasser

Für das Mariner-Schiff im tiefen Wasser wurden Berechnungen für die folgenden Fälle durchgeführt:

$$F_n = 0.155, 0.194, 0.20, 0.22, 0.25, 0.259, 0.30 \quad \text{mit } \beta = 0^\circ, 5^\circ.$$

Für die drifffreie Bewegung konvergierte das Iterationsverfahren zur Erfüllung der nicht-linearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche mit $\varepsilon = 10^{-4}$ in allen berechneten Fällen. Auch für die kleinste Geschwindigkeit $F_n = 0.155$ ergaben sich daraus akzeptable Ergebnisse für die Absenkung sowie für die Querkraft und das Giermoment bei Schrägbewegung, wie die folgenden Bilder zeigen, obwohl das Netz auf der Wasseroberfläche nach der im Unterabschnitt 3.2.1 erläuterten Regel für diese Geschwindigkeit zu grob ist. Diese Ergebnisse deuten darauf hin, daß zur Berechnung der Absenkung und der hydrodynamischen Kräfte bei Schrägbewegung ein gröberes Netz als zur Berechnung des Wellenwiderstands benutzt werden kann.

Bild 4.3.3 zeigt die berechneten Wellenwiderstandsbeiwerte über der Froudezahl. Dementsprechend zeigen Bilder 4.3.4 und 4.3.5 die Absenkungen bzw. Vertrimmungen. Für die kleineren Geschwindigkeiten sind die C_w -Werte offensichtlich viel zu groß berechnet worden.

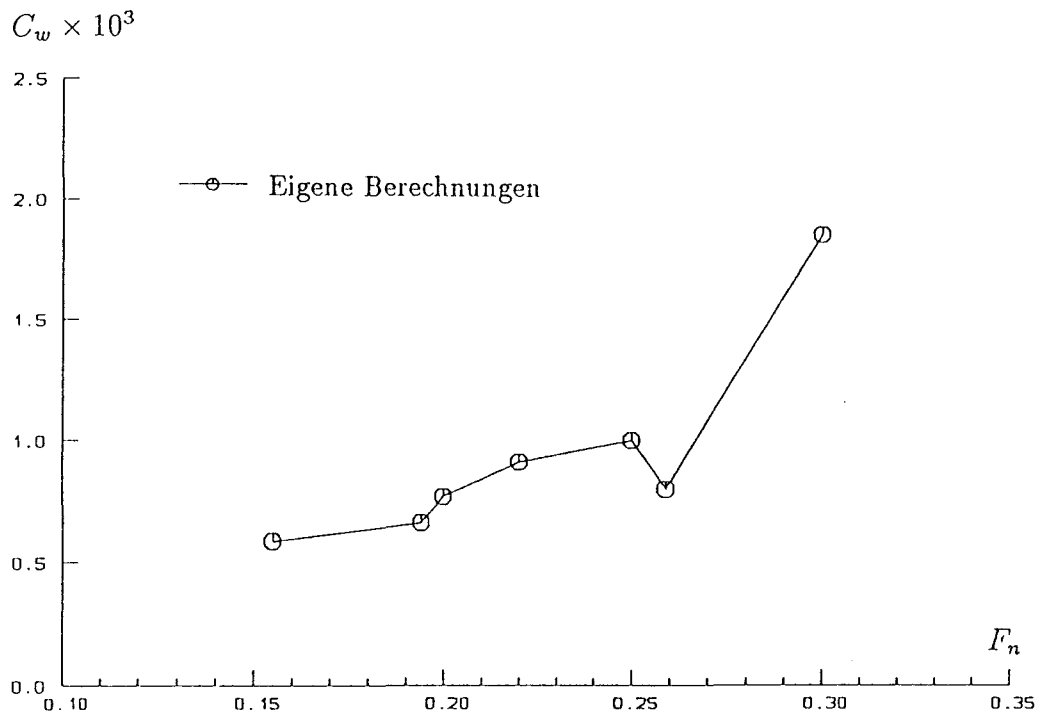


Bild 4.3.3 Wellenwiderstandsbeiwerte für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

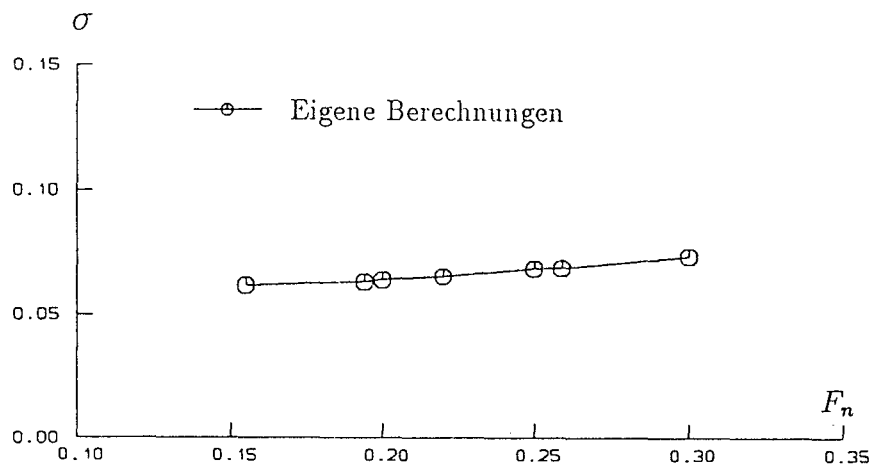


Bild 4.3.4 Dimensionslose Absenkungen für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

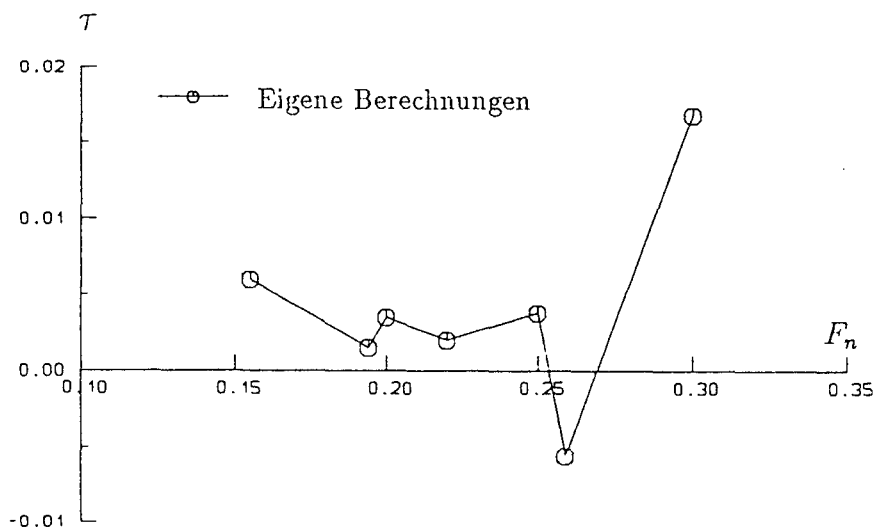


Bild 4.3.5 Dimensionslose Vertrimmungen für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 0^\circ$

Bilder 4.3.6 und 4.3.7 zeigen die dimensionslosen hydrodynamischen Koeffizienten Y'_v und N'_v im tiefen Wasser zusammen mit den Ergebnissen der Theorie schlanker Körper und den Mittelwerten der von Mandel (1967) und Motora (1972) angegebenen Meßergebnisse, Newman (1977), sowie den Messungen von Fujino (1968) und von Wolff (1981). Für die Querkraft ist die Übereinstimmung der numerischen Ergebnisse mit den Messungen recht gut. Dagegen wurde das Giermoment nach dem vorgestellten Verfahren zu groß berechnet. Hier sei allerdings darauf hingewiesen, daß die Modellversuche von Fujino und von Wolff mit Modellen mit Ruder und Propeller durchgeführt wurden, während die numerischen Ergebnisse sich nur auf einen Schiffsrumpf bezogen.

In den Bildern 4.3.8 bis 4.3.23 sind die berechneten Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche und die Wellenerhebungen an den innersten Kollokationspunktreihen auf der

Wasseroberfläche für $F_n = 0.194, 0.22, 0.25, 0.30$ und $\beta = 0^\circ, 5^\circ$ im tiefen Wasser gezeichnet. Daraus erkennt man, daß die Querwellen bei den kleineren Geschwindigkeiten nicht so gut berechnet worden sind.

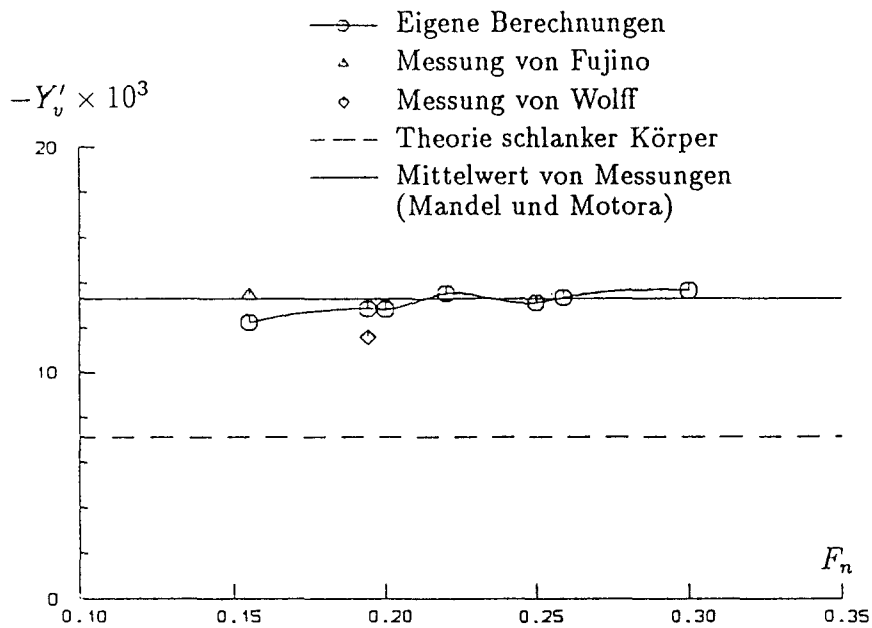


Bild 4.3.6 Querkraftbeiwerte für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$

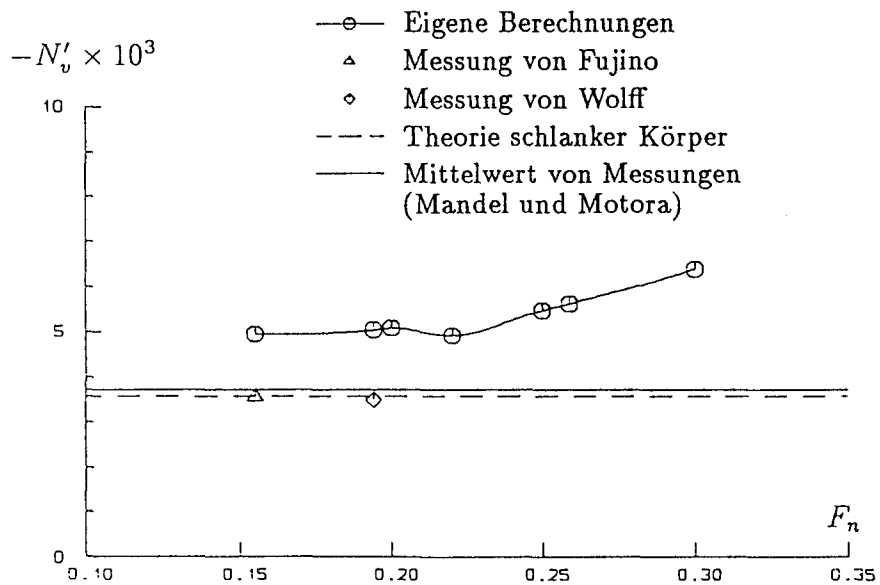


Bild 4.3.7 Giermomentenbeiwerte für Mariner-Schiff im tiefen Wasser, $\beta = 5^\circ$

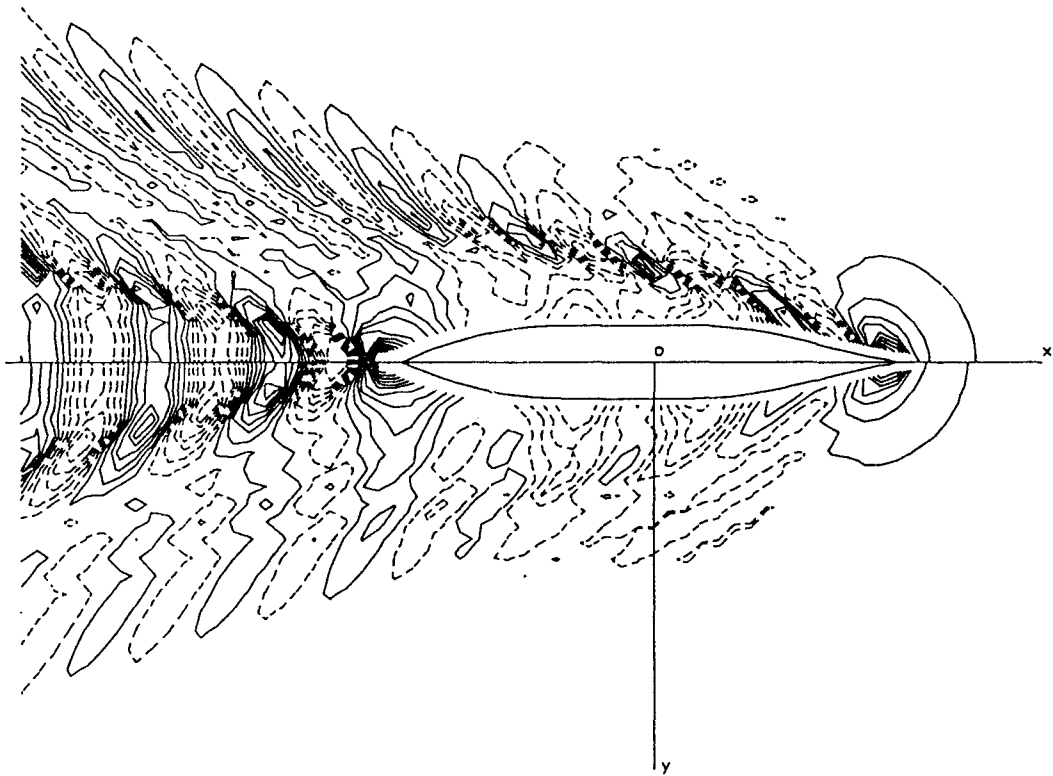


Bild 4.3.8 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.6 \times 10^{-3} L$.

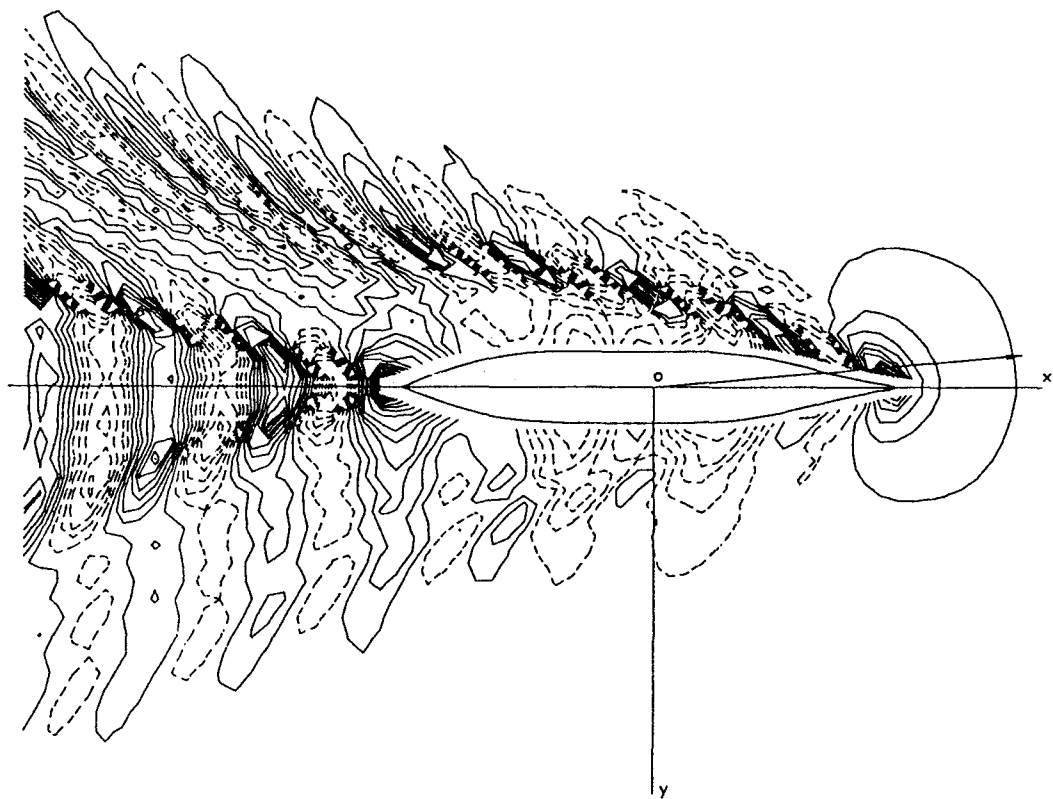


Bild 4.3.9 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.5 \times 10^{-3} L$.

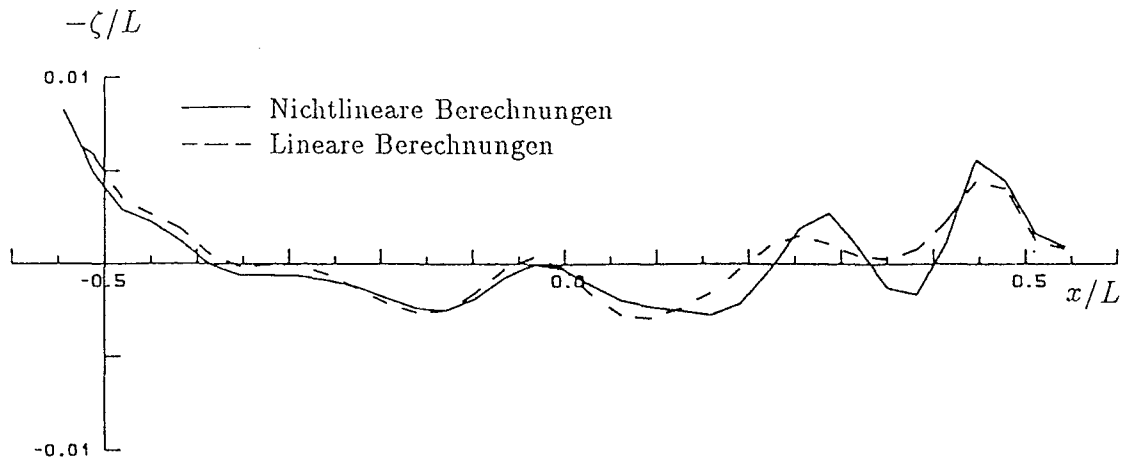


Bild 4.3.10 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$

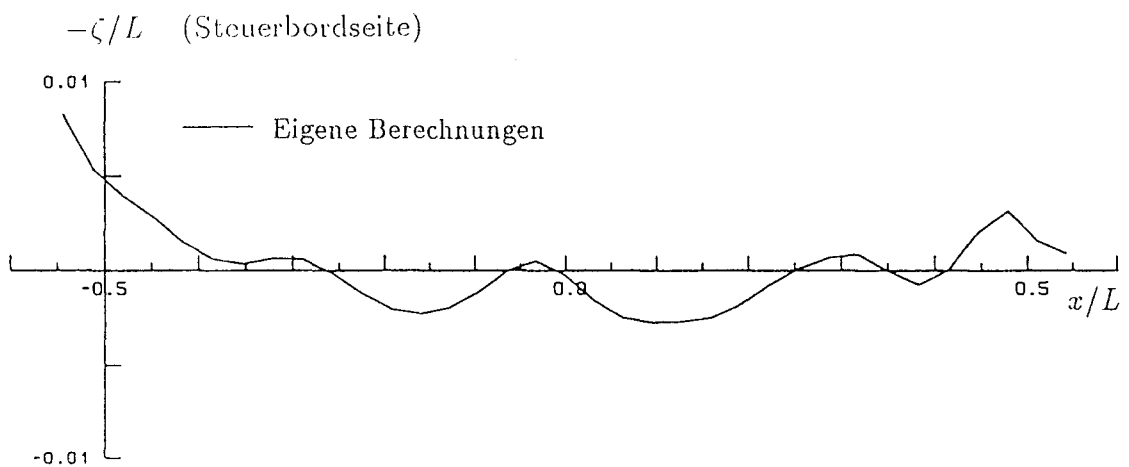
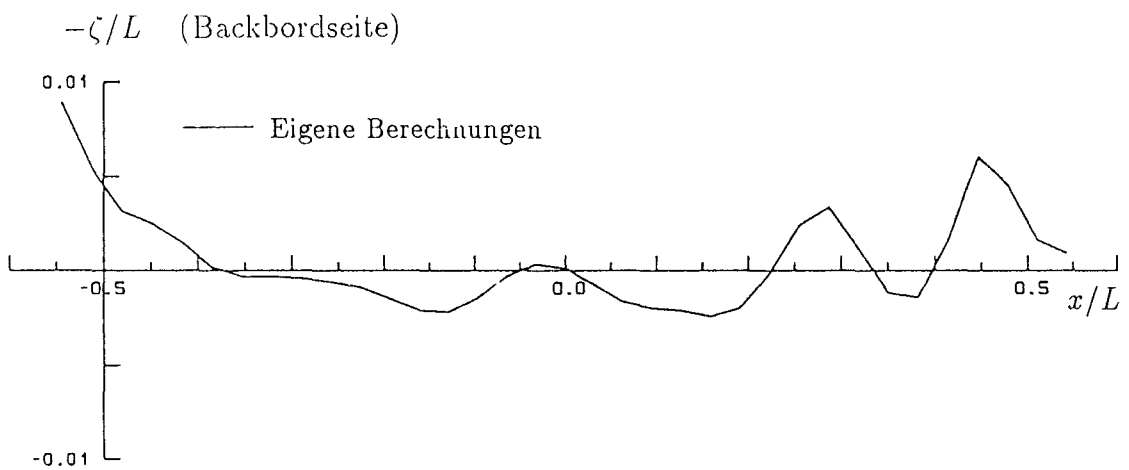


Bild 4.3.11 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.194$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$

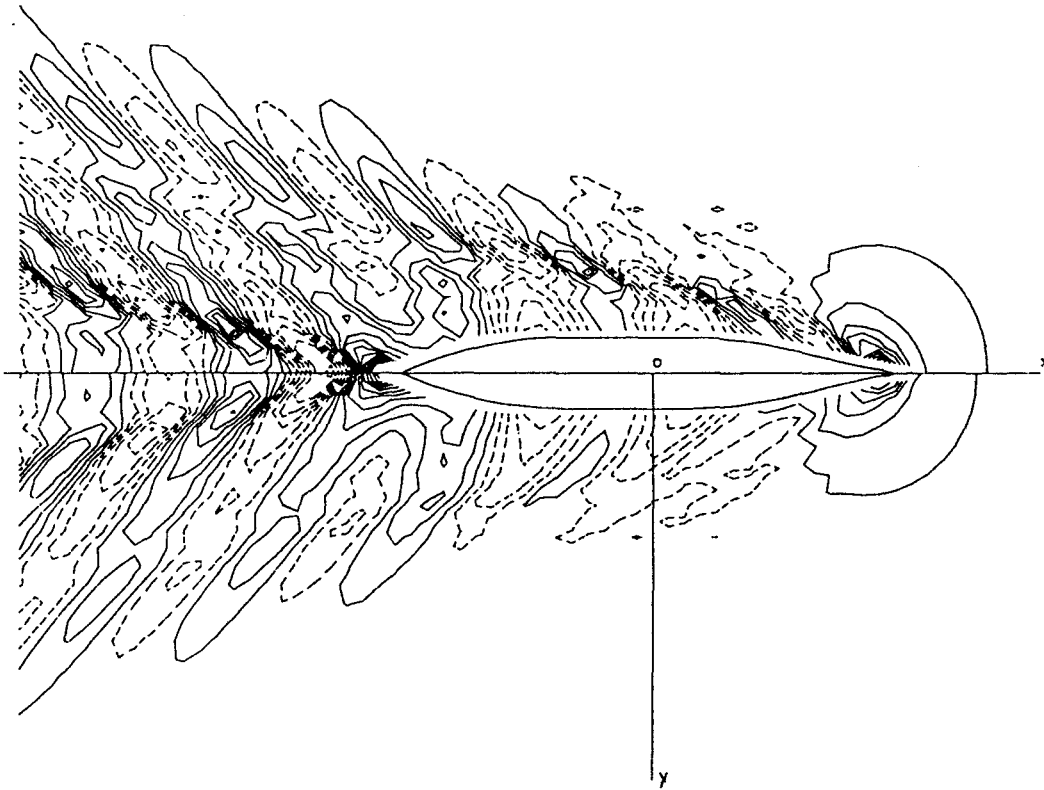


Bild 4.3.12 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff
bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$
Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
Der Abstand der Höhenlinien ist $0.9 \times 10^{-3} L$.

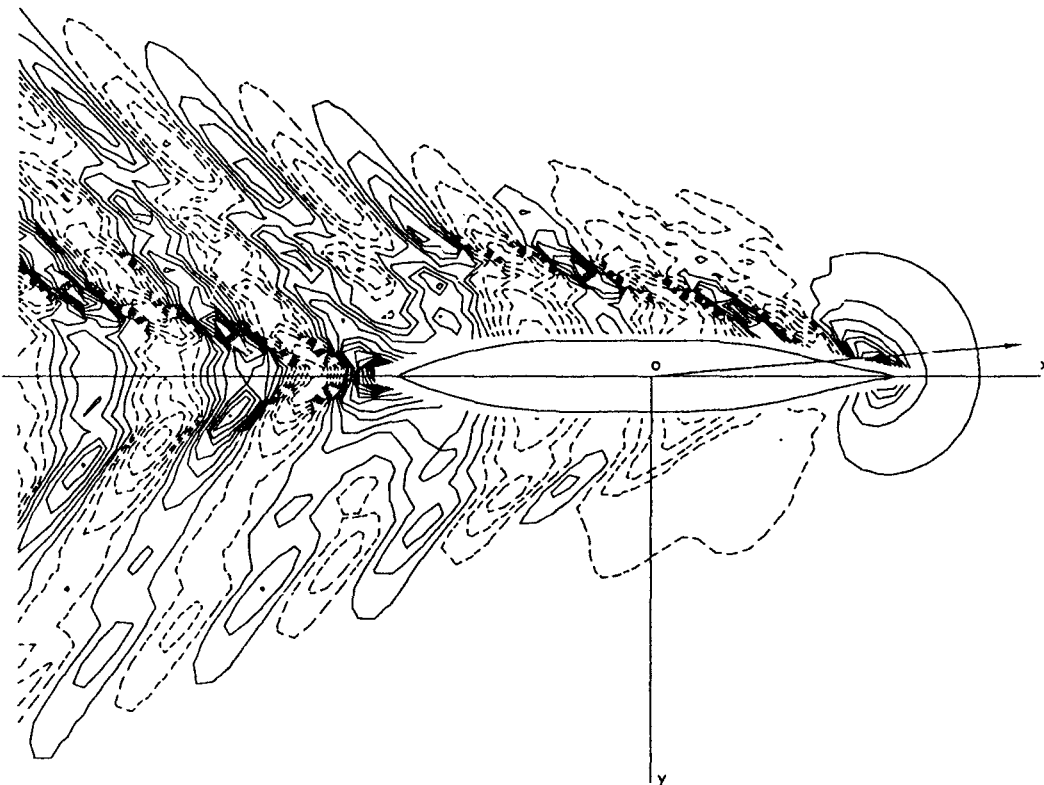


Bild 4.3.13 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff
bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$
Der Abstand der Höhenlinien ist $0.8 \times 10^{-3} L$.

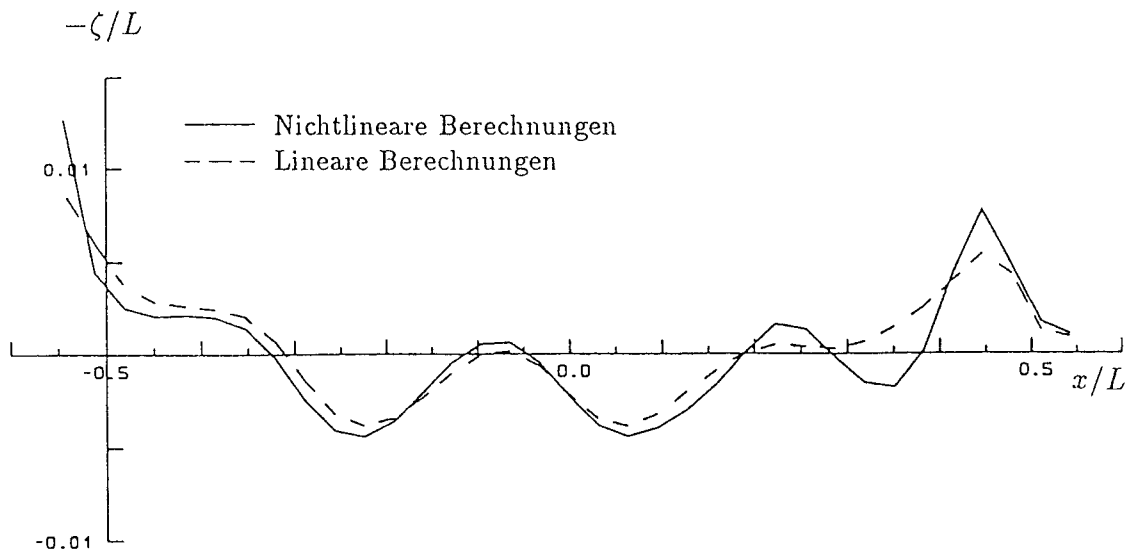


Bild 4.3.14 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0$ und $\beta=0^\circ$

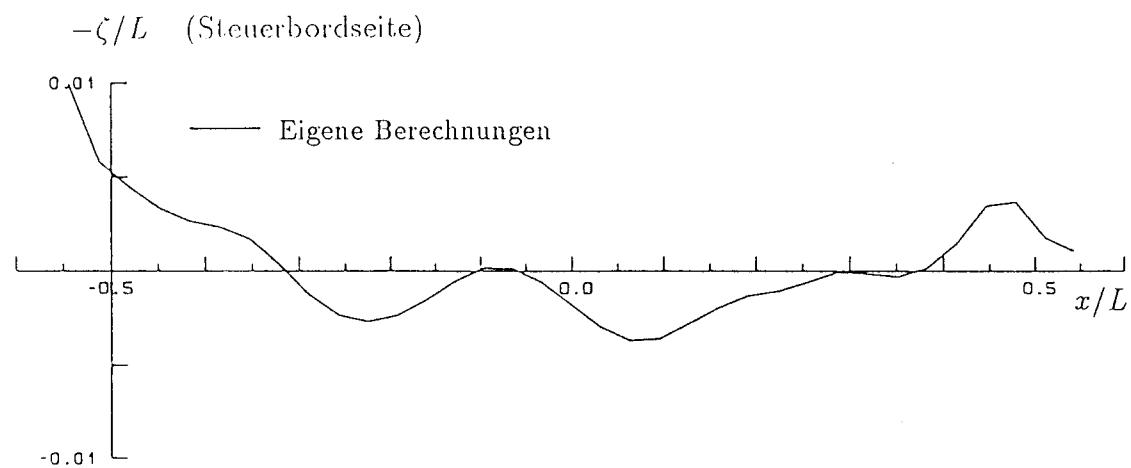
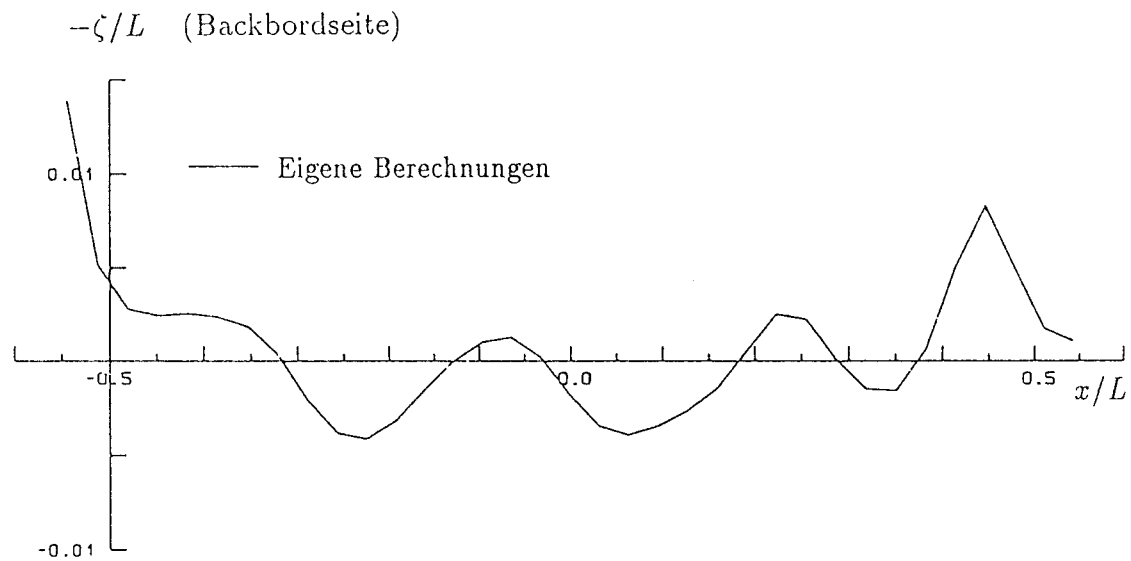


Bild 4.3.15 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0$ und $\beta=5^\circ$

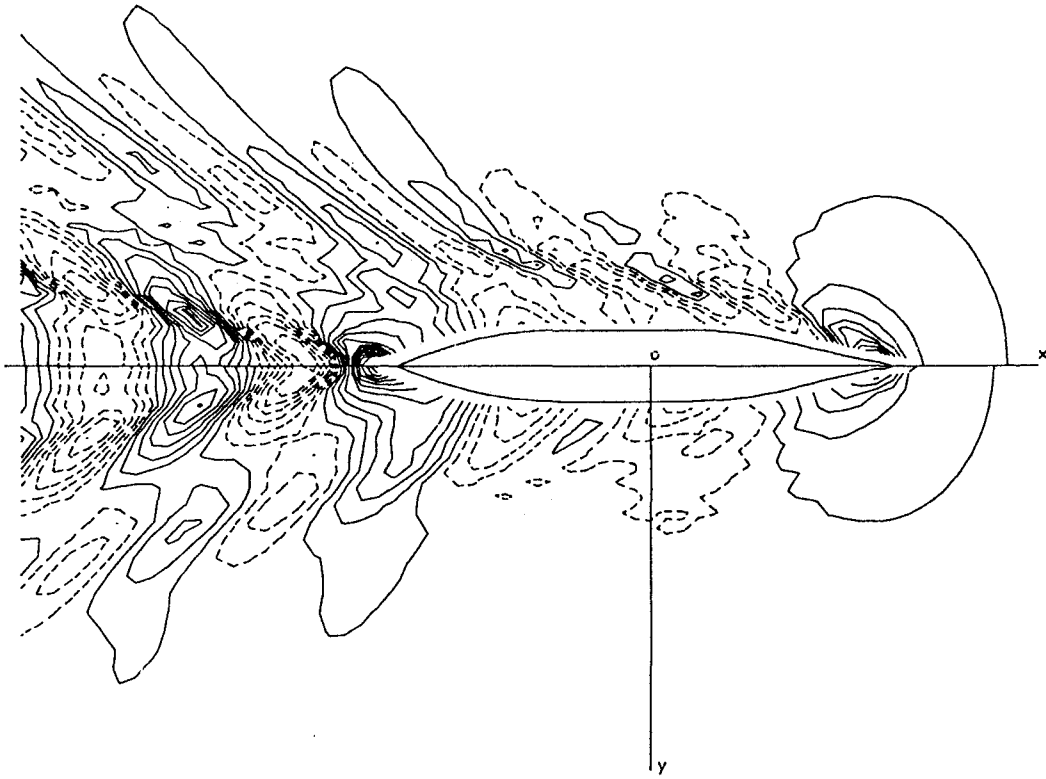


Bild 4.3.16 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.2 \times 10^{-3} L$.

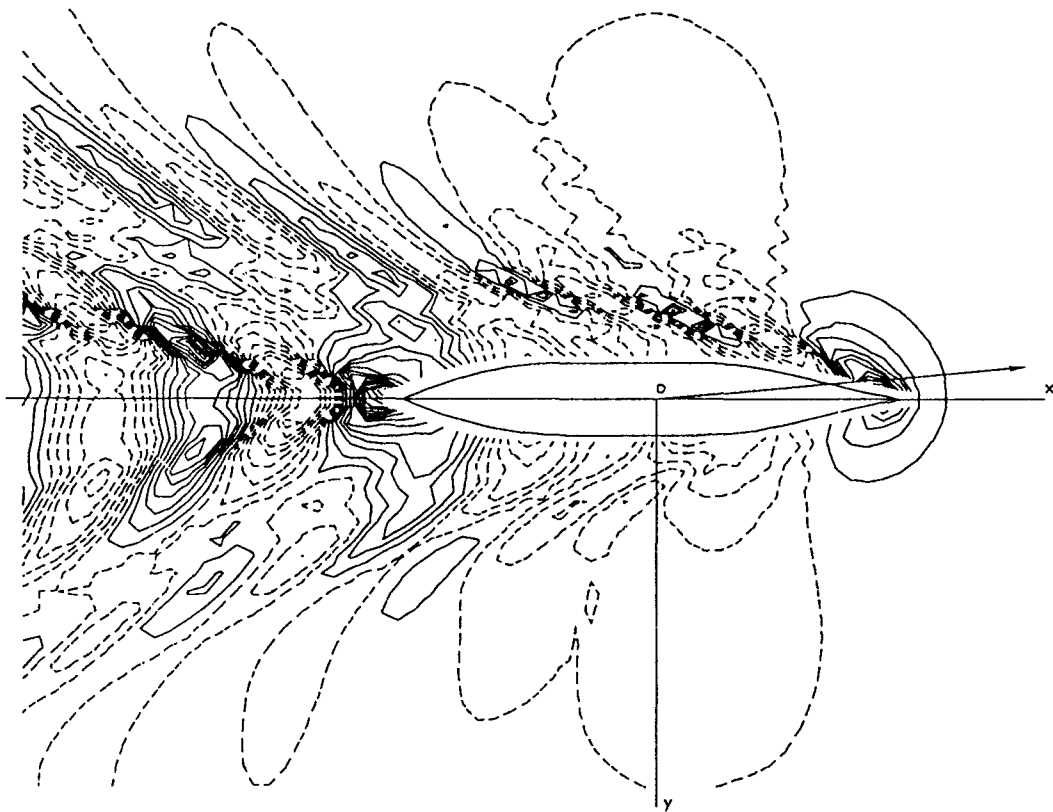


Bild 4.3.17 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.0 \times 10^{-3} L$.

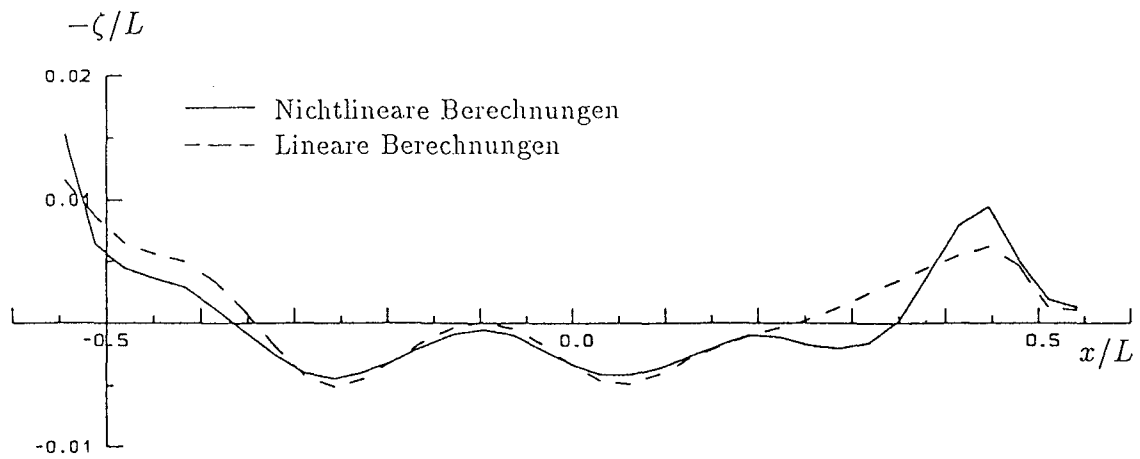


Bild 4.3.18 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

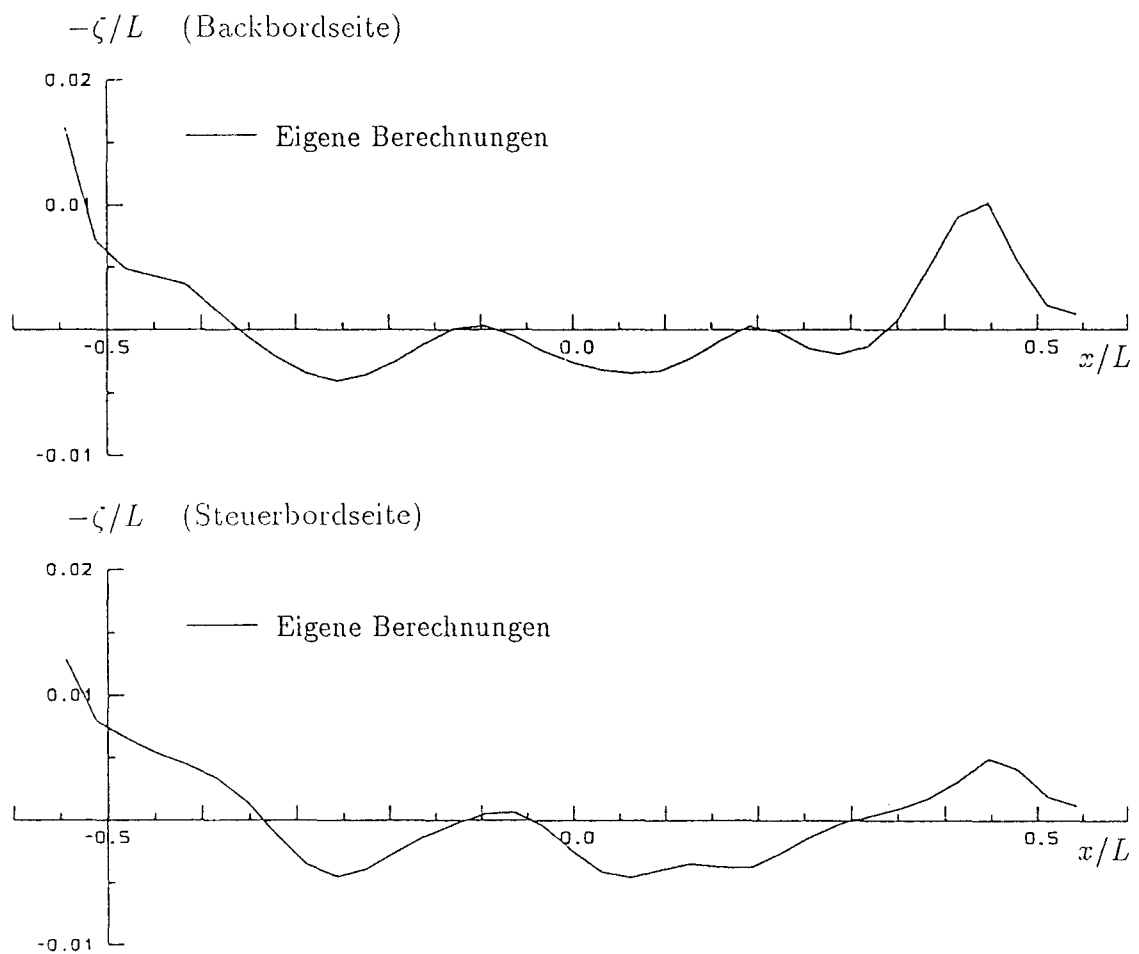


Bild 4.3.19 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.25$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

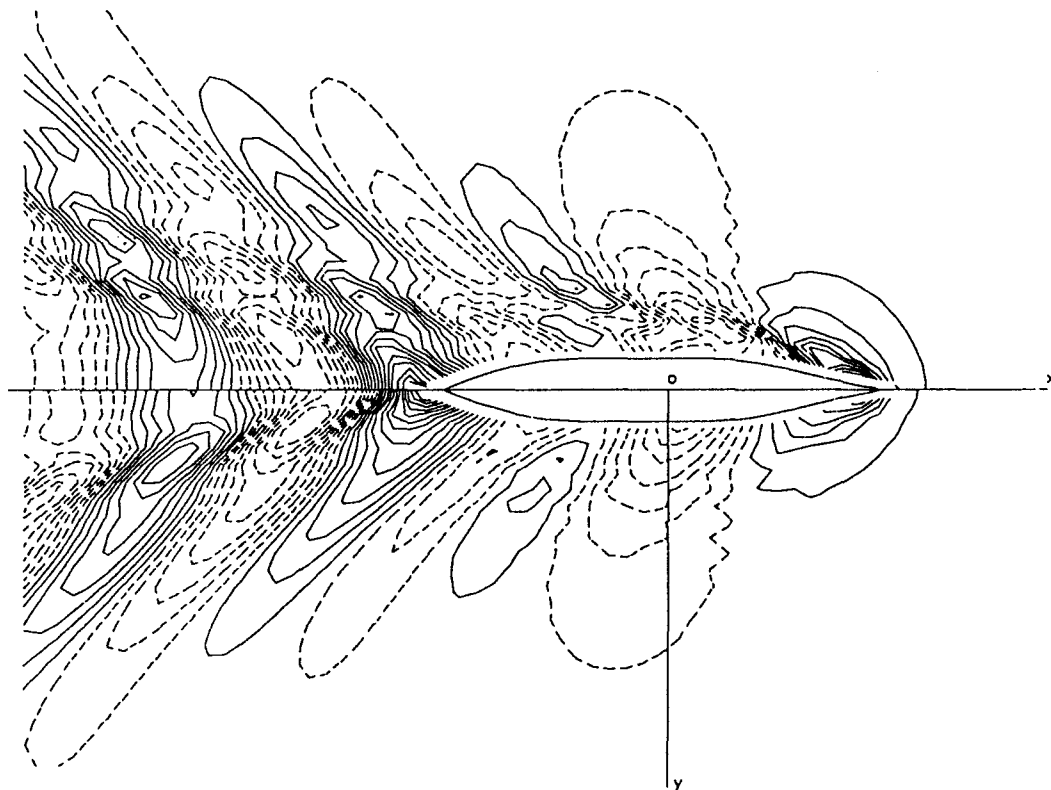


Bild 4.3.20 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.3 \times 10^{-3} L$.

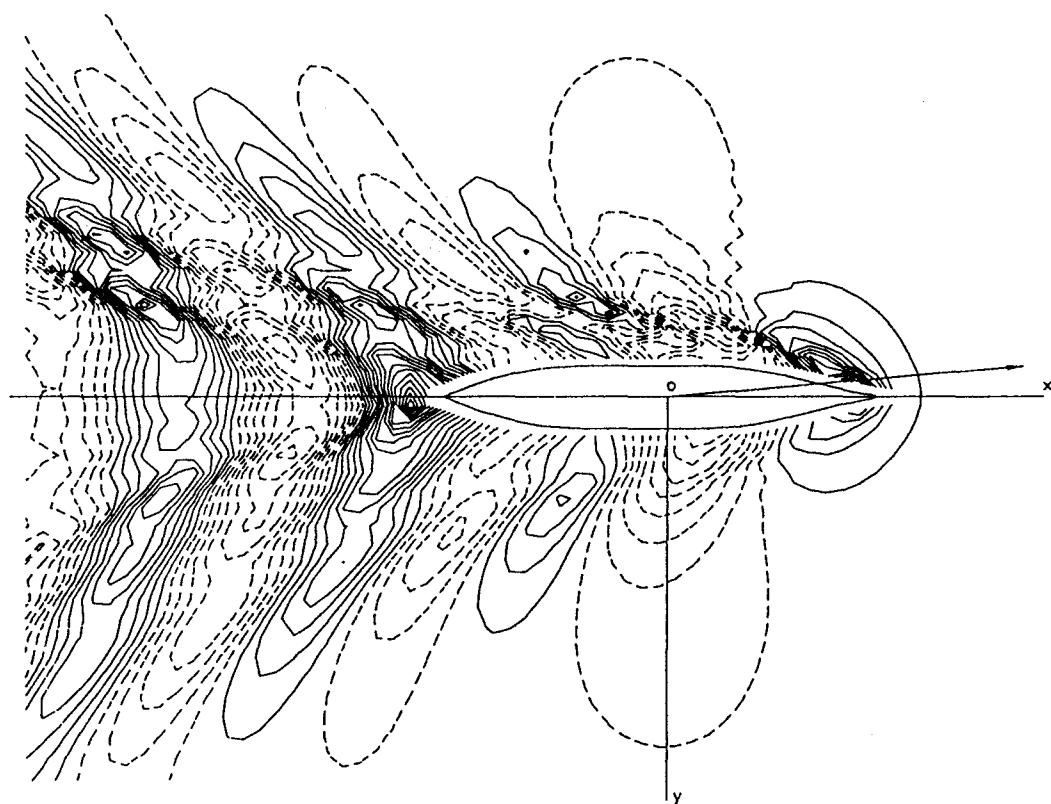


Bild 4.3.21 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.2 \times 10^{-3} L$.

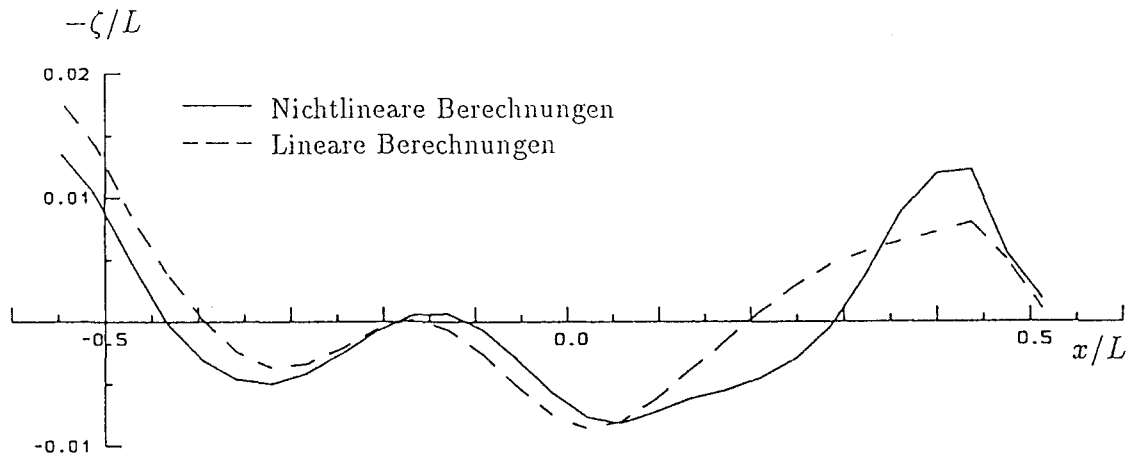


Bild 4.3.22 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 0^\circ$

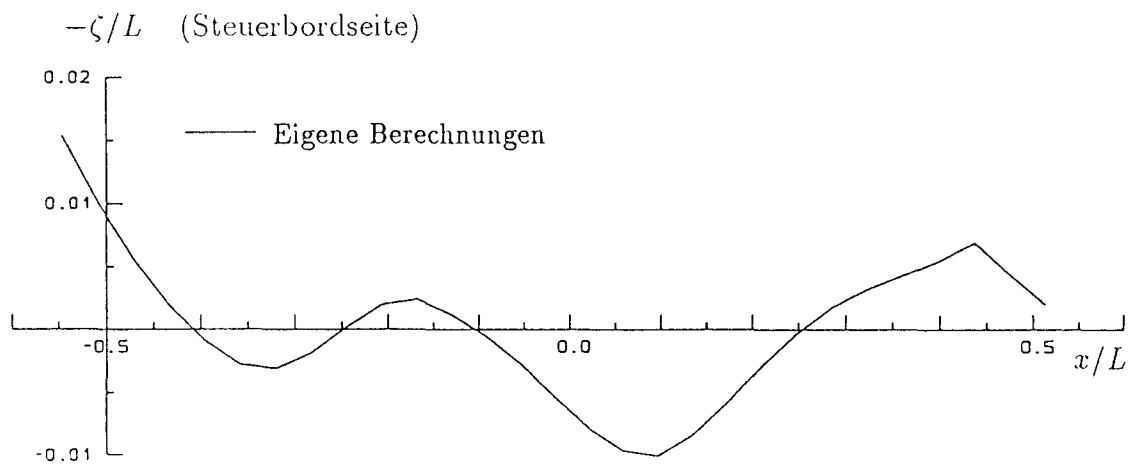
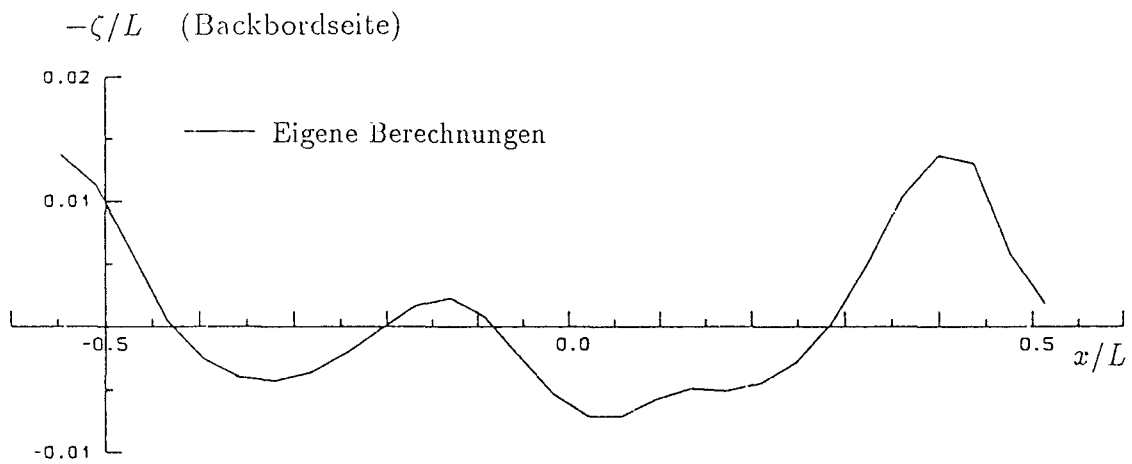


Bild 4.3.23 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.30$, $F_{nh} = 0$ und $\beta = 5^\circ$

4.3.3 Fahrt auf flachem Wasser

Für das Mariner-Schiff im flachen Wasser wurden Berechnungen für die folgenden Fälle durchgeführt:

$$F_n = 0.194, 0.22 \text{ und } \beta = 0^\circ, 5^\circ \text{ mit } \frac{h}{T} = 1.5, 2.0, 2.5.$$

Bei $F_n = 0.22$ mit $\frac{h}{T} = 1.5$ ($F_{nh} = 0.834$) divergierte das Iterationsverfahren zur Erfüllung der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche. Erst durch Unterdrückung der Schwimm Lageänderung des Schiffes wurde für diesen Fall Konvergenz erreicht (siehe den folgenden Unterabschnitt). Dagegen konvergierte das Iterationsverfahren in allen anderen Fällen auch mit Absenkung und Vertrimmung.

Bild 4.3.24 zeigt die berechneten Wellenwiderstandsbeiwerte in Abhängigkeit von der Wassertiefe für die zwei Geschwindigkeiten bei driftfreier Bewegung. Dementsprechend zeigt Bild 4.3.25 die Schwimm Lageänderungen.

In den Bildern 4.3.26 und 4.3.27 sind die berechneten hydrodynamischen Koeffizienten bei Schrägbewegung in Abhängigkeit von der Wassertiefe für $F_n = 0.194$ bzw. $F_n = 0.22$ gezeigt und mit den numerischen Ergebnissen der Theorie schlanker Körper, Zou (1990), verglichen worden. Die Unterschiede der Querkraft sind relativ klein; dagegen ist das berechnete Giermoment nach dem Paneel-Verfahren deutlich größer als nach der Theorie schlanker Körper, und zwar um so mehr, je flacher das Wasser ist.

Bilder 4.3.28 bis 4.3.37 zeigen die Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für das Mariner-Schiff im flachen Wasser bei den Geschwindigkeiten $F_n = 0.194, 0.22$ und den Driftwinkeln $\beta = 0^\circ, 5^\circ$.

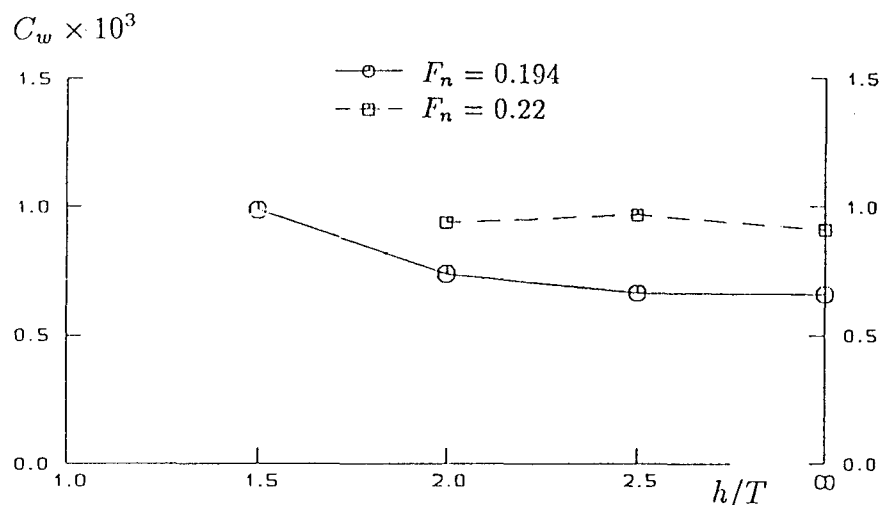


Bild 4.3.24 Wellenwiderstandsbeiwerte für Mariner-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.194, 0.22$ und $\beta = 0^\circ$

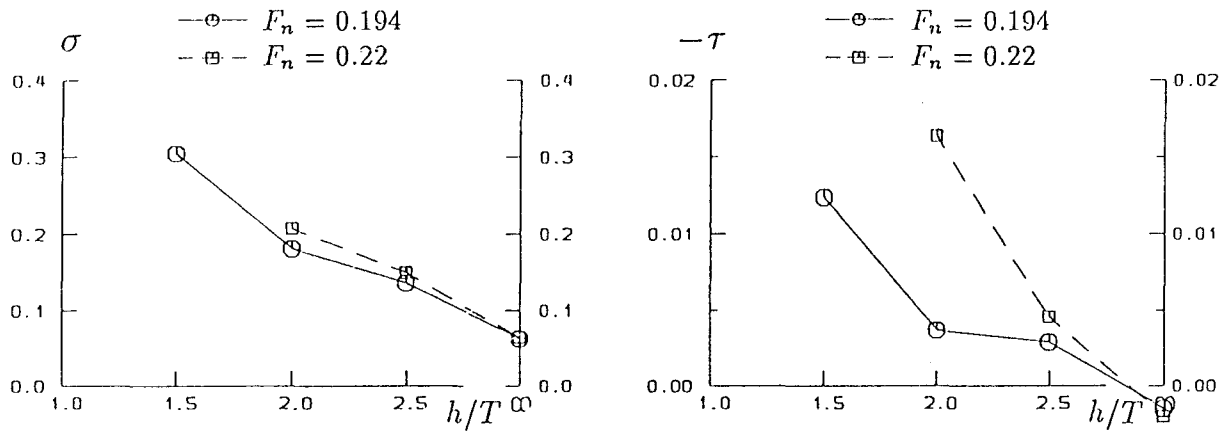


Bild 4.3.25 Dimensionslose Schwimmlageänderungen für Mariner-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.194, 0.22$ und $\beta = 0^\circ$

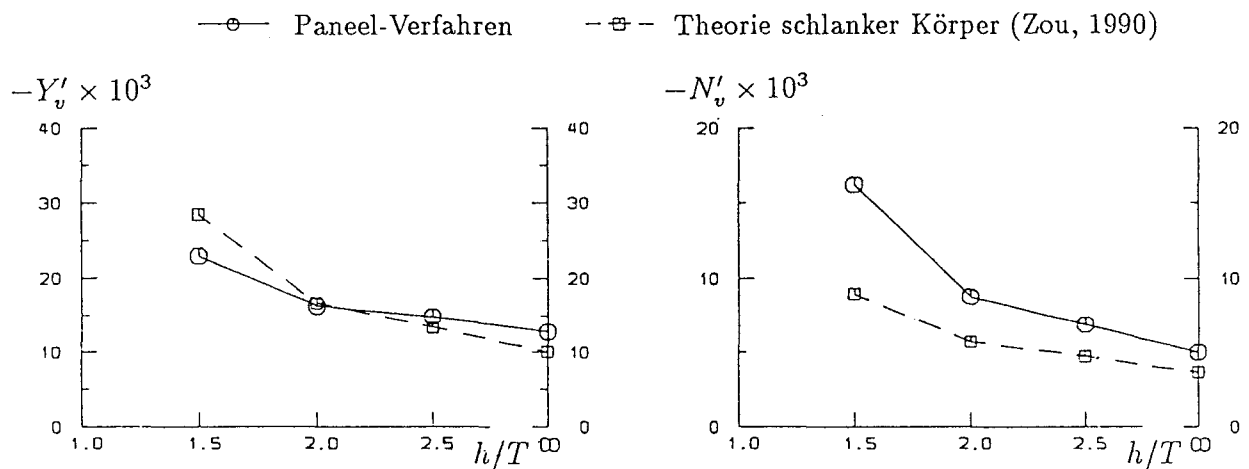


Bild 4.3.26 Querkraft- und Giermomentenbeiwerte für Mariner-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.194$ und $\beta = 5^\circ$

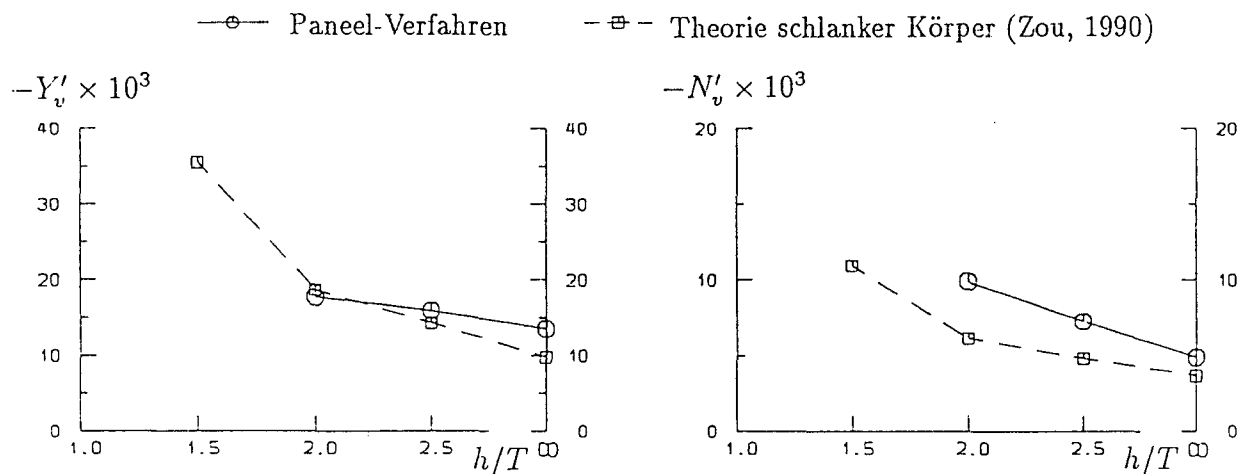


Bild 4.3.27 Querkraft- und Giermomentenbeiwerte für Mariner-Schiff in Abhängigkeit von der Wassertiefe bei $F_n = 0.22$ und $\beta = 5^\circ$

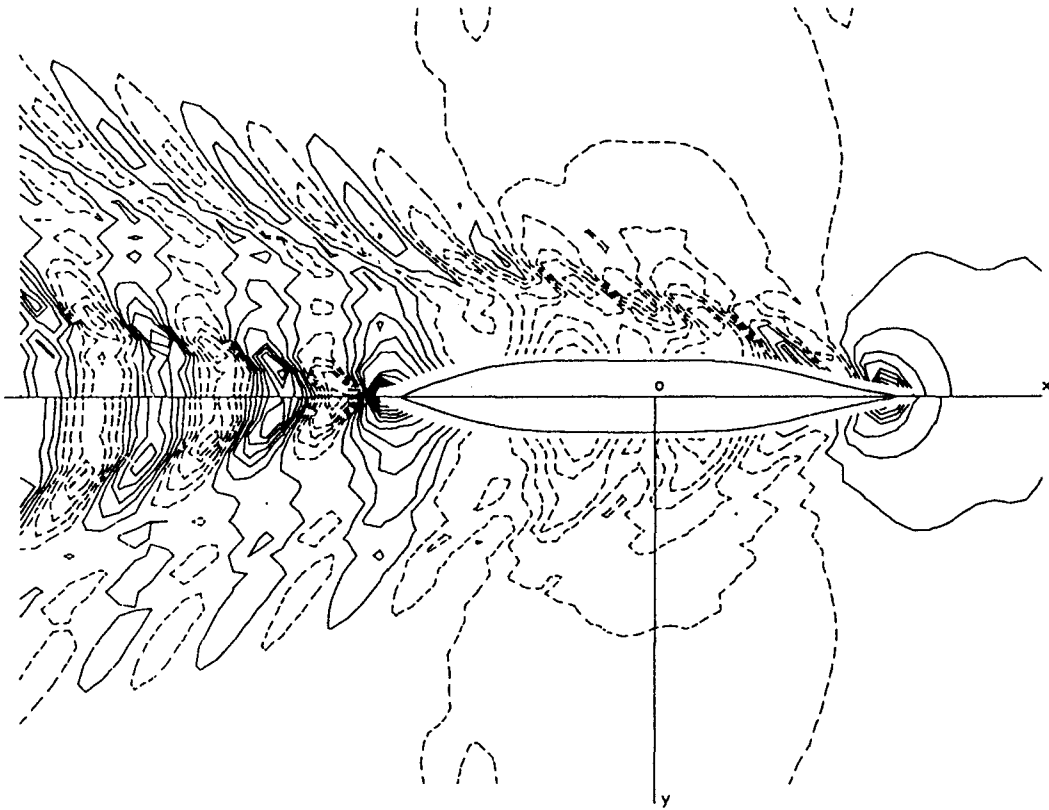


Bild 4.3.28 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.570$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.7 \times 10^{-3} L$.

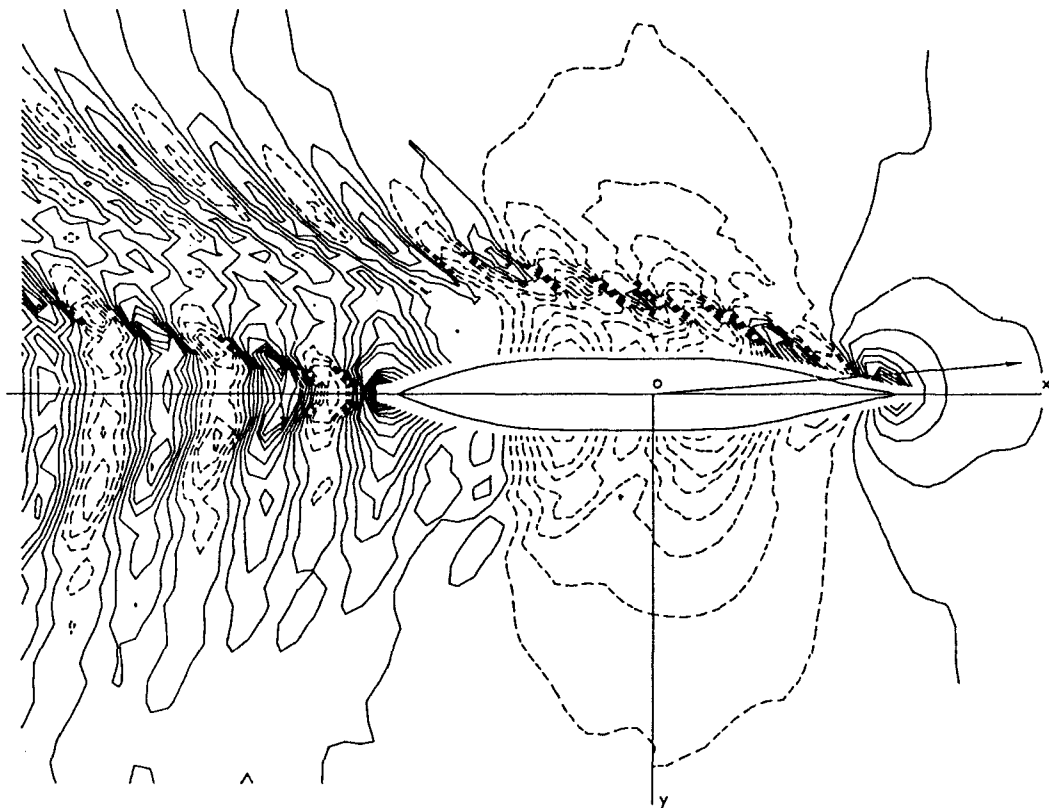


Bild 4.3.29 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.570$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.6 \times 10^{-3} L$.

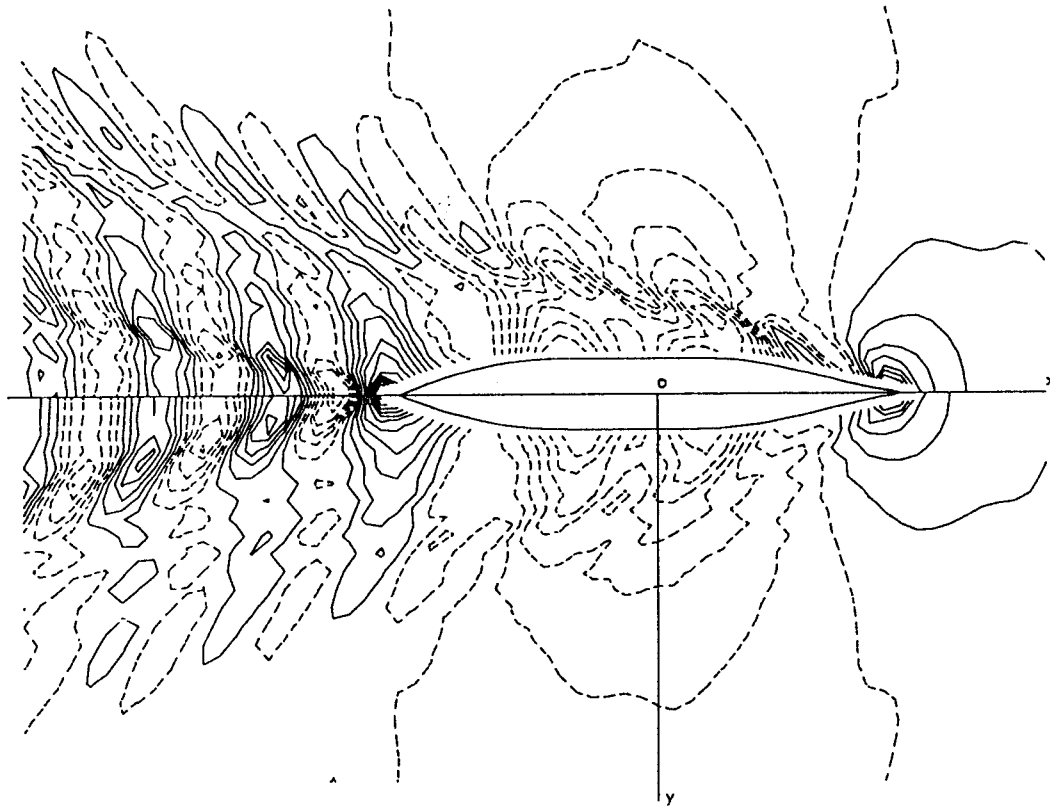


Bild 4.3.30 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.637$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.8 \times 10^{-3} L$.

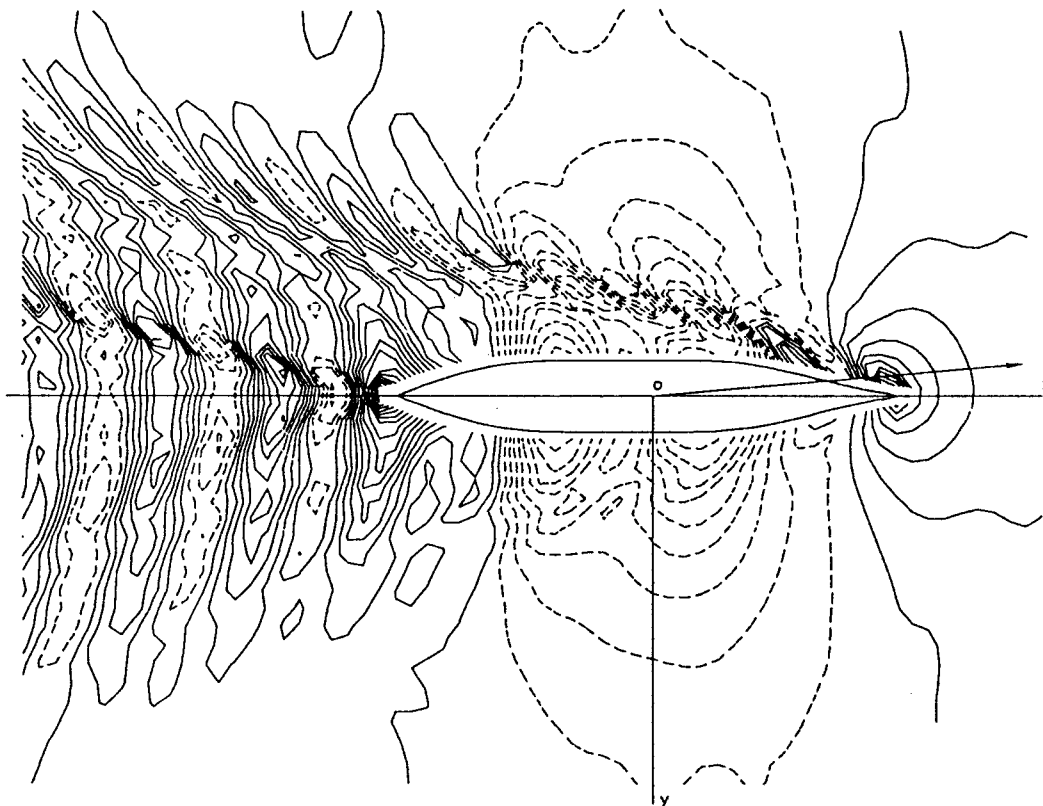


Bild 4.3.31 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.637$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.7 \times 10^{-3} L$.

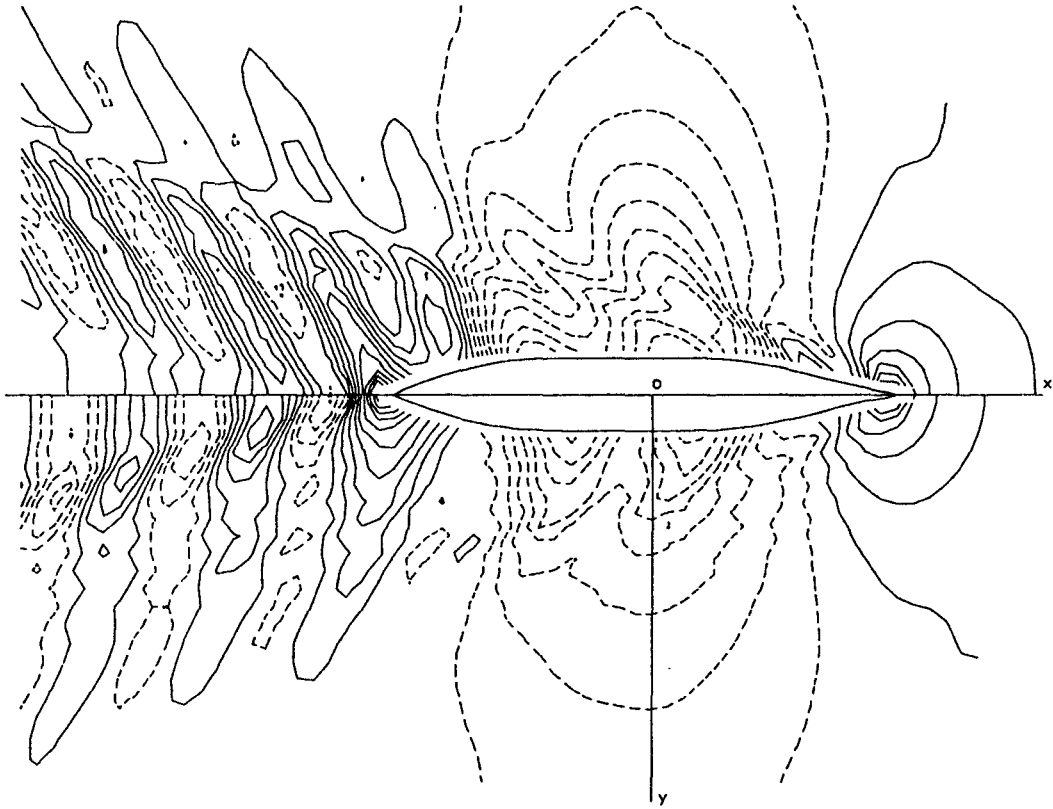


Bild 4.3.32 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff
 bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.736$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.0 \times 10^{-3} L$.

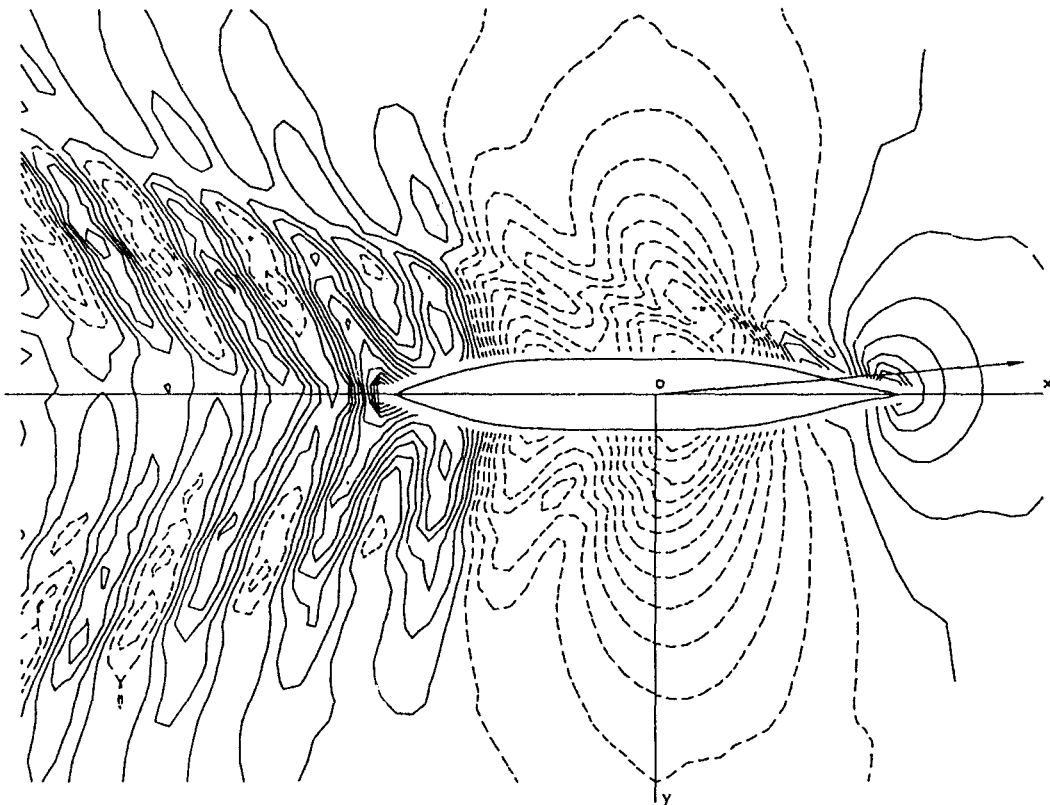


Bild 4.3.33 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff
 bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.736$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.9 \times 10^{-3} L$.

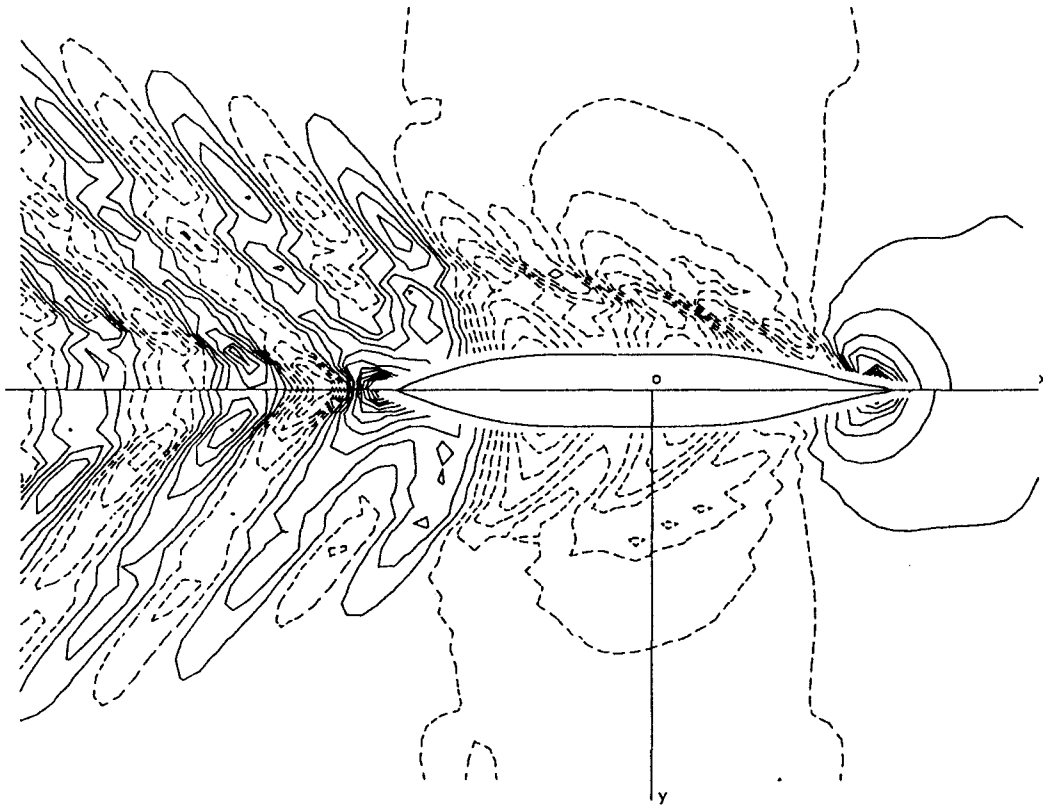


Bild 4.3.34 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.646$ und $\beta=0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.9 \times 10^{-3} L$.

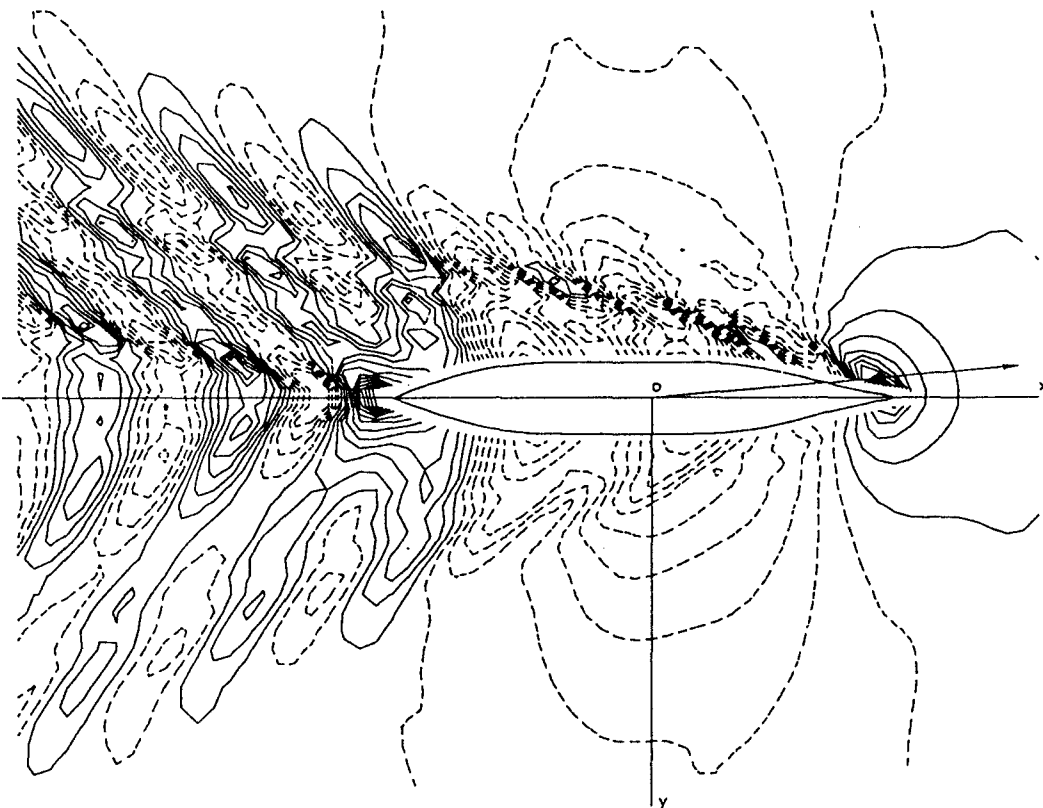


Bild 4.3.35 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n=0.22$, $F_{nh}=0.646$ und $\beta=5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.8 \times 10^{-3} L$.

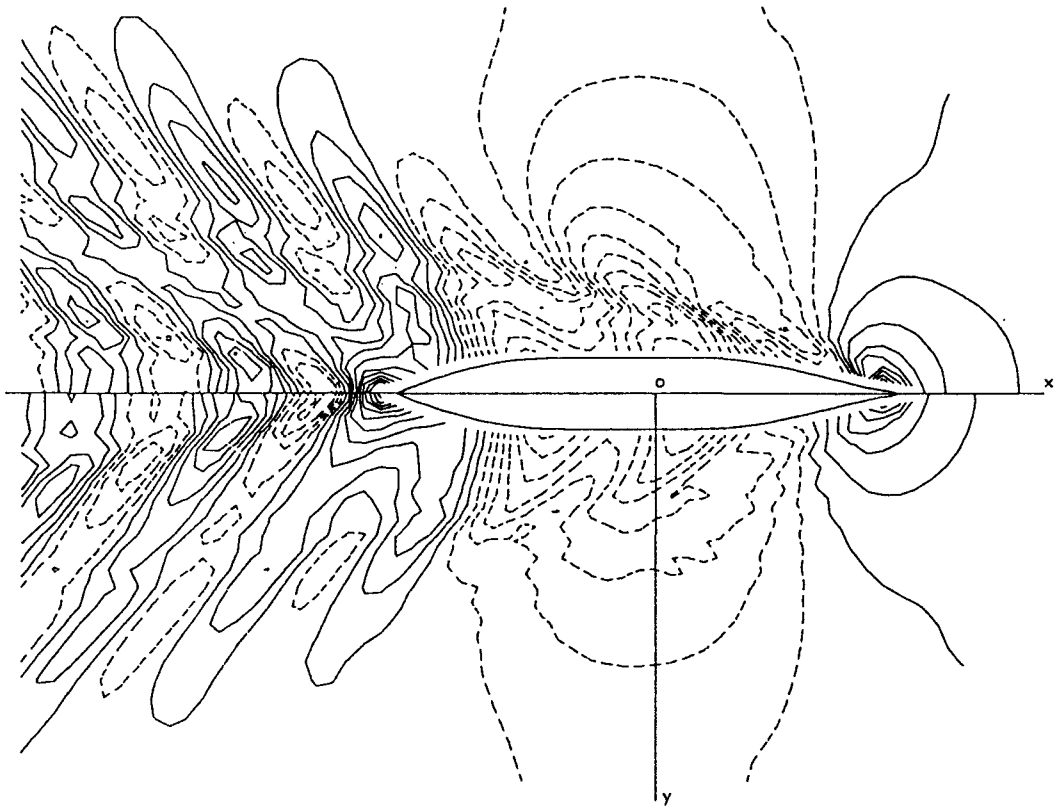


Bild 4.3.36 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.723$ und $\beta = 0^\circ$
 Oben die nichtlineare Lösung, unten die lineare Lösung
 Der Abstand der Höhenlinien ist $1.1 \times 10^{-3} L$.

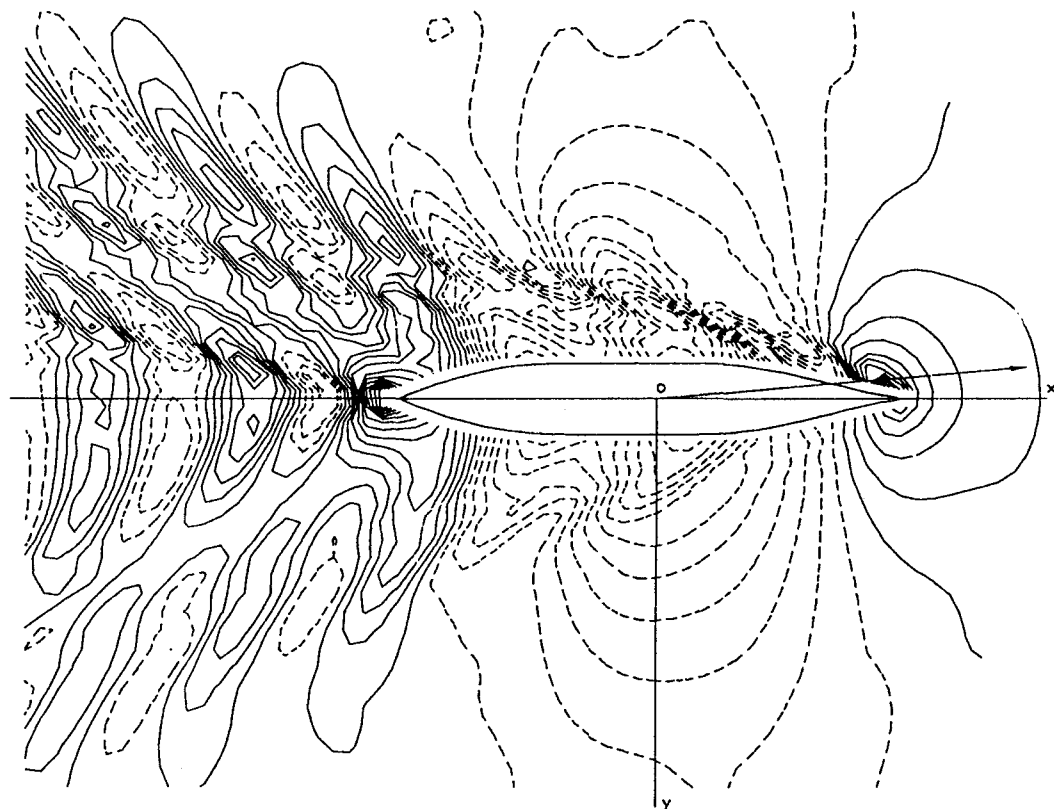


Bild 4.3.37 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.723$ und $\beta = 5^\circ$
 Der Abstand der Höhenlinien ist $0.9 \times 10^{-3} L$.

4.3.4 Einflüsse der Schwimmelageänderung

Die Schwimmelageänderung eines Schiffes infolge Fahrt auf flachem Wasser, insbesondere bei höheren Geschwindigkeiten, ist normalerweise sehr stark. Auch auf tiefem Wasser kann die Schwimmelageänderung einen nicht vernachlässigbaren Einfluß auf das hydrodynamische Verhalten von Schiffen haben, wenn die Fahrgeschwindigkeit sehr hoch ist. Um die Einflüsse der Schwimmelageänderung des Schiffes festzustellen, wurden Berechnungen für das Mariner-Schiff im tiefen und flachen Wasser bei den Geschwindigkeiten $F_n = 0.194$ und 0.22 mit und ohne Schwimmelageänderung durchgeführt.

In Tabelle 4.4 sind die numerischen Ergebnisse für das Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmelageänderung gezeigt. Daraus kann man Folgendes erkennen: Für den Wellenwiderstand gibt es nur winzige Unterschiede zwischen den Ergebnissen mit Schwimmelageänderung und den ohne Schwimmelageänderung im tiefen und flachen Wasser für die zwei Geschwindigkeiten. Die berechneten Wellenwiderstandsbeiwerte mit Schwimmelageänderung sind etwas kleiner als die ohne Schwimmelageänderung. Dagegen sind die Unterschiede zwischen den berechneten hydrodynamischen Koeffizienten mit und ohne Schwimmelageänderung groß, insbesondere im flachen Wasser, wobei ohne Schwimmelageänderung die hydrodynamischen Koeffizienten viel kleiner berechnet wurden. In bezug auf die Untersuchung der Manövrierfähigkeit von Schiffen im flachen Wasser darf die Schwimmelageänderung deswegen nicht ohne weiteres vernachlässigt werden.

Tabelle 4.4 Rechenergebnisse für das Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmelageänderung

F_n	h/T	F_{nh}	$\beta = 0^\circ$			$\beta = 5^\circ$	
			$\sigma \times 10^2$	$\tau \times 10^2$	$C_w \times 10^3$	$-Y'_v \times 10^3$	$-N'_v \times 10^3$
0.194	1.5	0.736	30.550	-1.238	0.987	22.990	16.210
			-	-	1.029	17.158	10.462
	2.0	0.637	18.115	-0.367	0.741	16.331	8.821
			-	-	0.763	14.278	7.073
	2.5	0.570	13.635	-0.291	0.668	14.874	6.941
			-	-	0.706	13.546	5.901
	∞	0	6.300	0.147	0.662	12.851	5.033
			-	-	0.670	12.271	4.671
0.220	1.5	0.834	(mit Schwimmelageänderung keine Lösungen)				
			-	-	4.065	20.416	9.792
	2.0	0.723	20.792	-1.643	0.939	17.708	9.948
			-	-	0.954	14.601	7.080
	2.5	0.646	15.000	-0.463	0.970	15.978	7.263
			-	-	0.978	14.150	5.774
	∞	0	6.517	0.201	0.910	13.533	4.905
			-	-	0.935	12.946	4.465

Bei $F_n = 0.22$ mit $\frac{h}{T} = 1.5$ wurde das Iterationsverfahren zur Erfüllung der nichtlinearen Randbedingung auf der Wasseroberfläche bei driftfreier Bewegung nur durch Unterdrückung der Schwimmelageänderung Konvergenz erreicht. Daher wurden in diesem Fall Lösungen nur für das Schiff ohne Schwimmelageänderung erhalten. In Bild 4.3.38 sind die entsprechenden Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche bei $\beta = 5^\circ$ gezeigt.

Bilder 4.3.39 bis 4.3.48 zeigen die berechneten Wellenerhebungen an den innersten Kollokationspunktreihen im flachen Wasser mit und ohne Schwimm Lageänderung für die zwei Geschwindigkeiten. Man erkennt daraus, der Unterschied zwischen den Wellenerhebungen mit und ohne Schwimm Lageänderung um so größer ist, je kleiner die Wassertiefe ist. Auf tiefem Wasser bestehen kaum Unterschiede; deswegen werden die Wellenerhebungen ohne Schwimm Lageänderung hier nicht gezeigt.

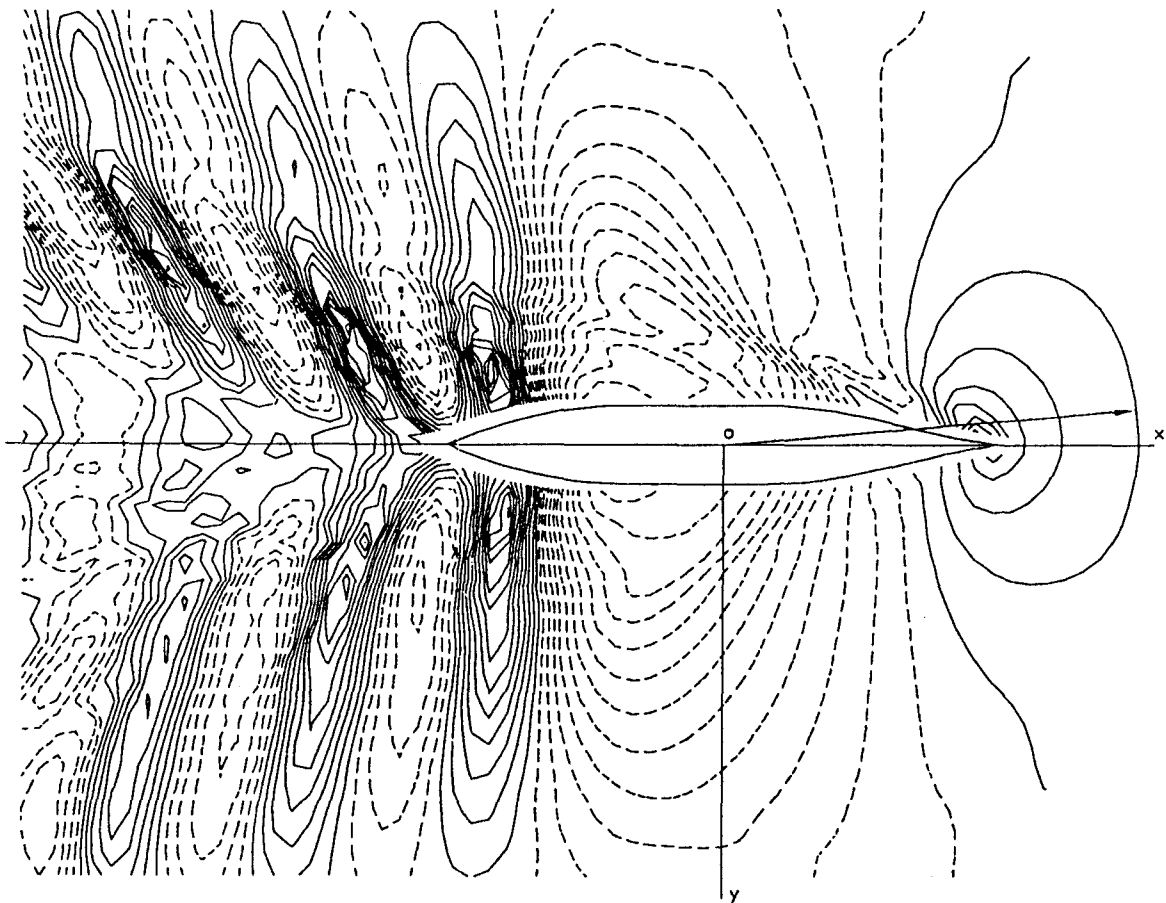


Bild 4.3.38 Höhenlinien der verformten Wasseroberfläche für Mariner-Schiff ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.834$ und $\beta = 5^\circ$. Der Abstand der Höhenlinien ist $1.4 \times 10^{-3} L$.

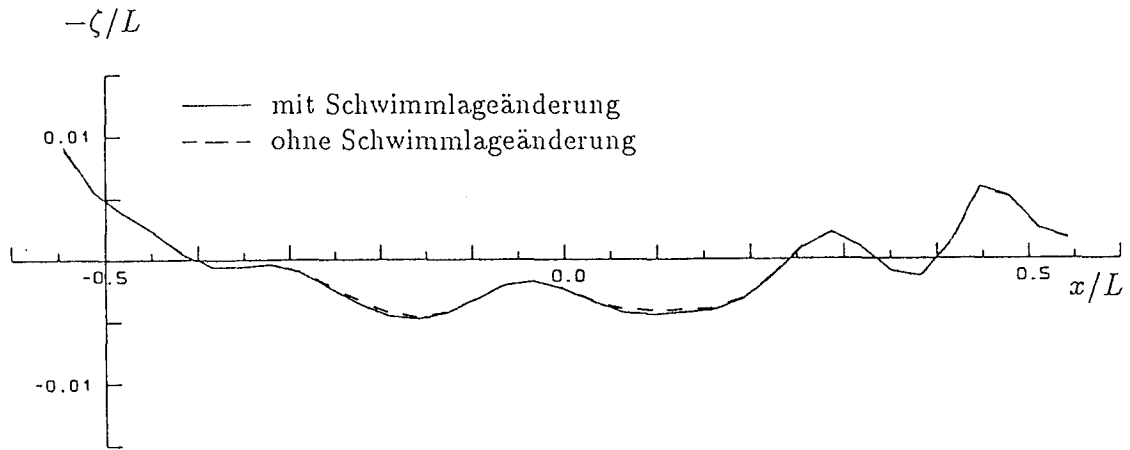


Bild 4.3.39 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.570$ und $\beta = 0^\circ$

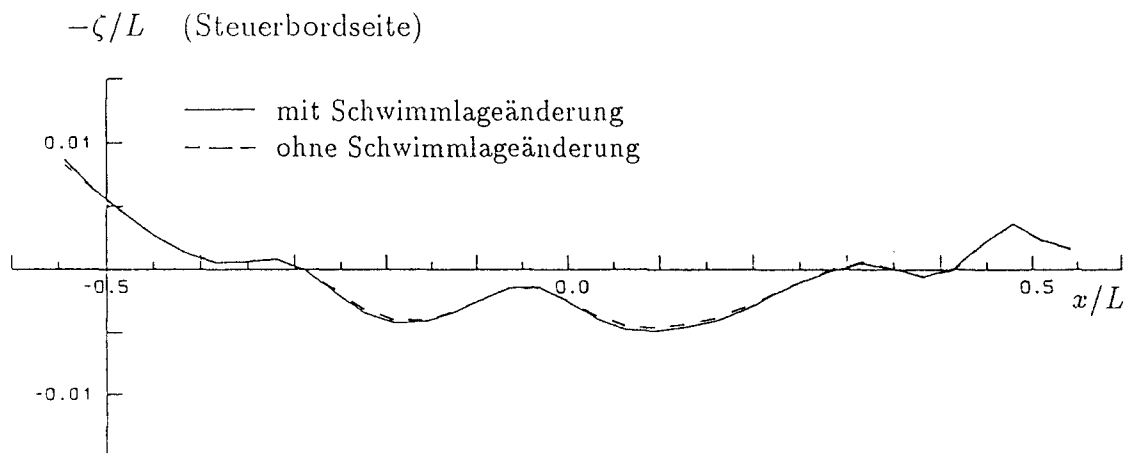
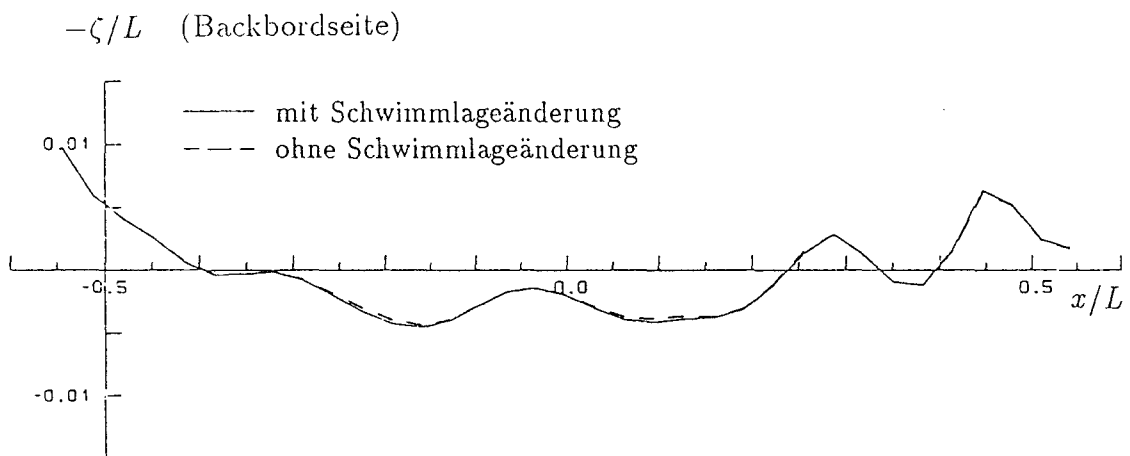


Bild 4.3.40 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.570$ und $\beta = 5^\circ$

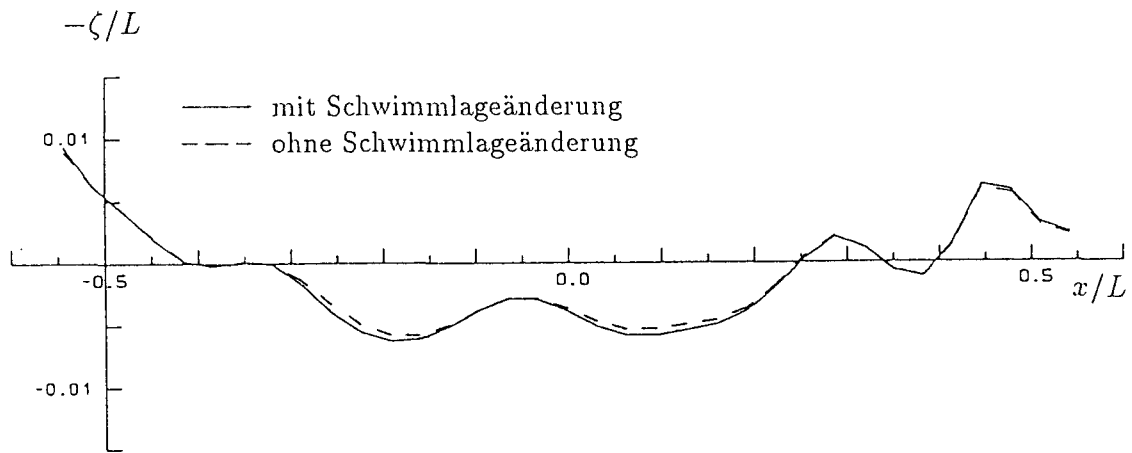


Bild 4.3.41 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.637$ und $\beta = 0^\circ$

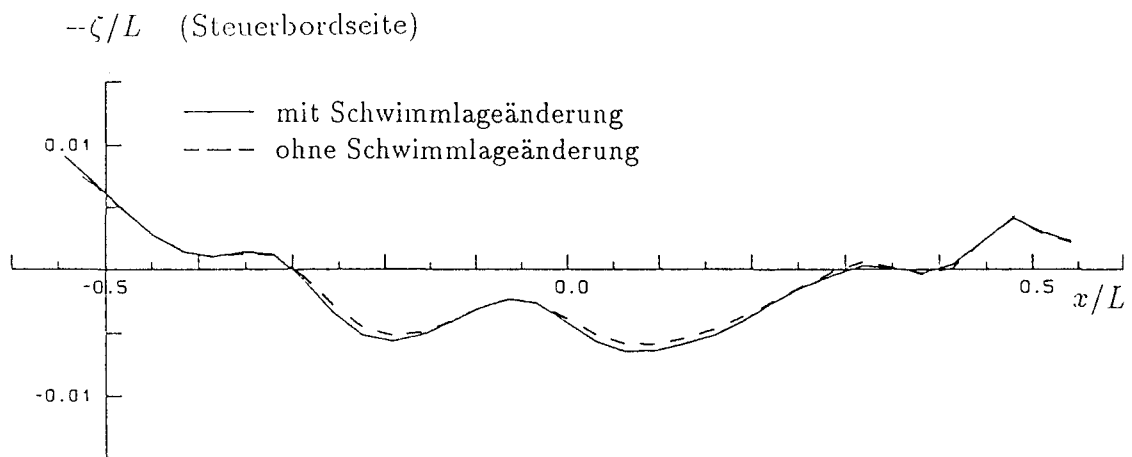
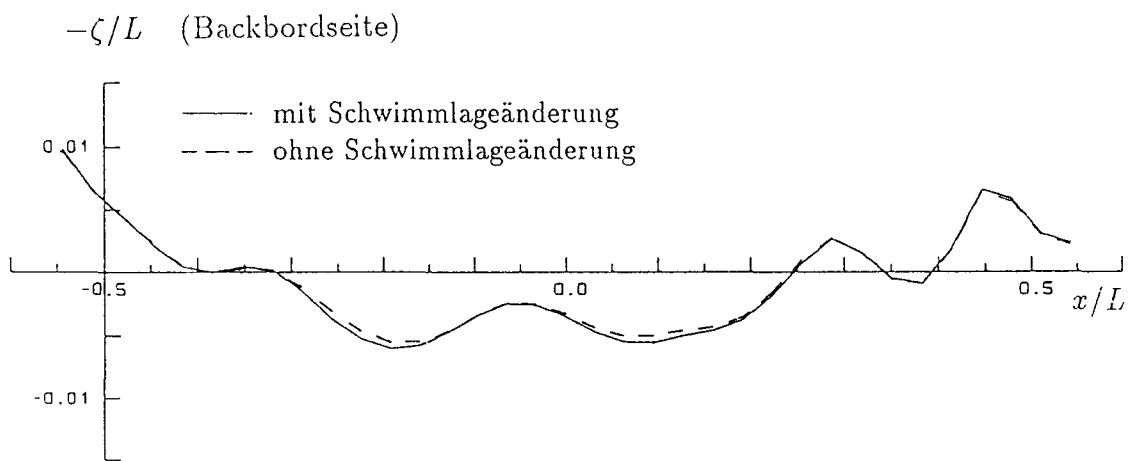


Bild 4.3.42 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.637$ und $\beta = 5^\circ$

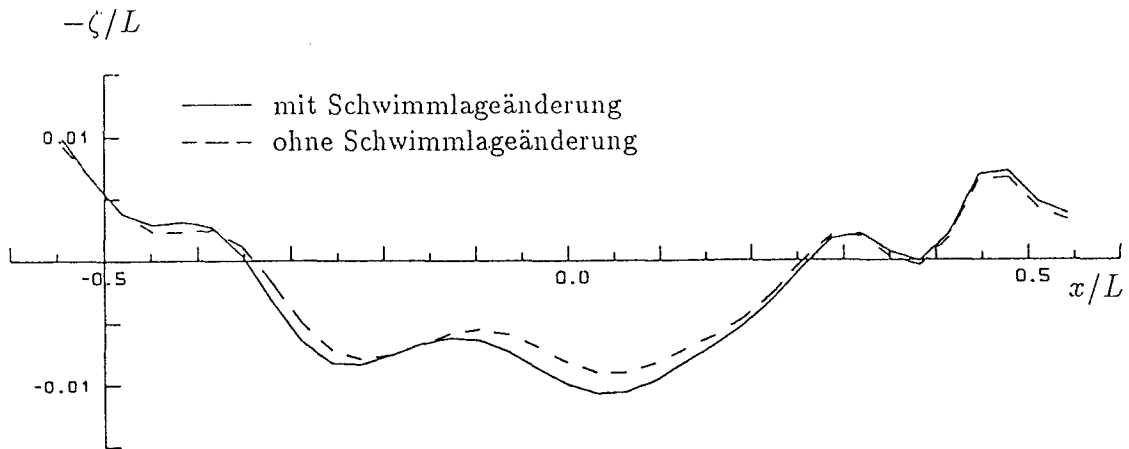


Bild 4.3.43 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmelageänderung bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.736$ und $\beta = 0^\circ$

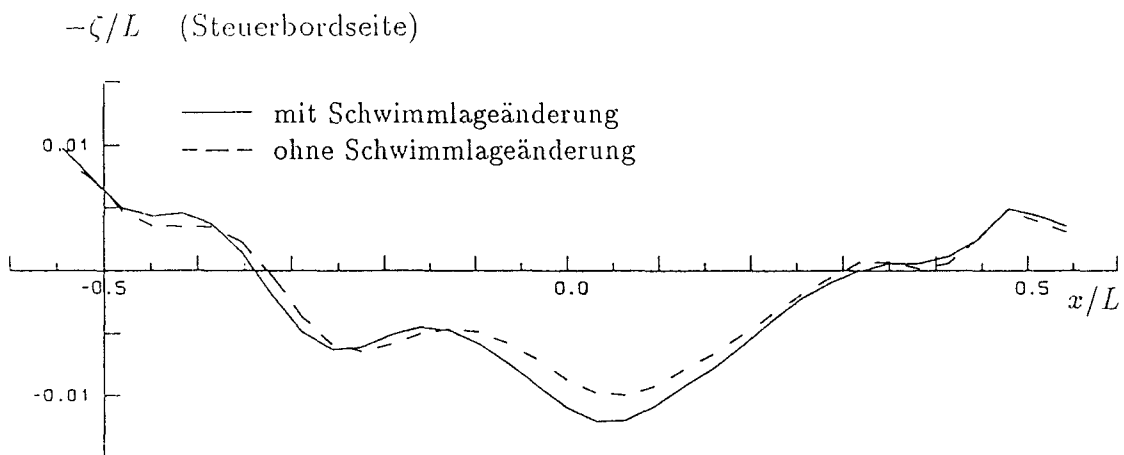
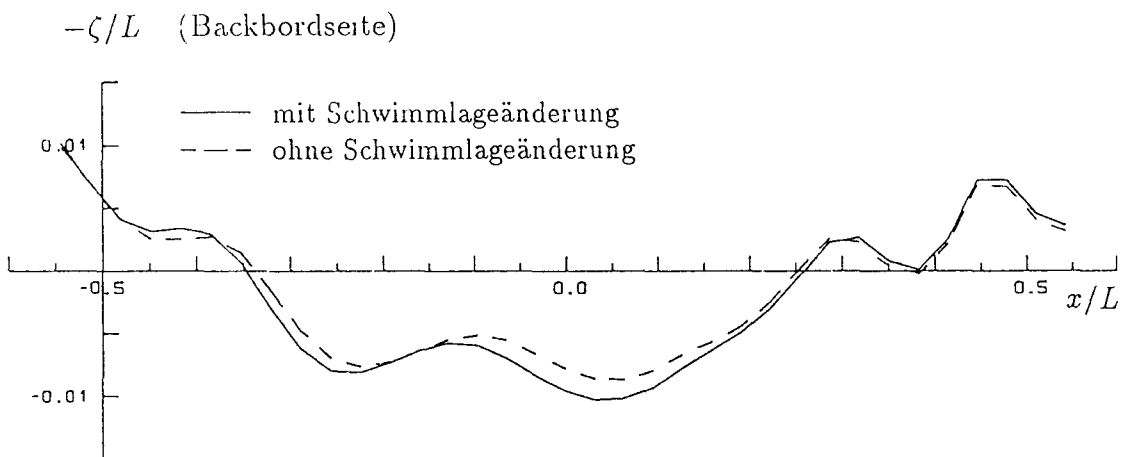


Bild 4.3.44 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmelageänderung bei $F_n = 0.194$, $F_{nh} = 0.736$ und $\beta = 5^\circ$

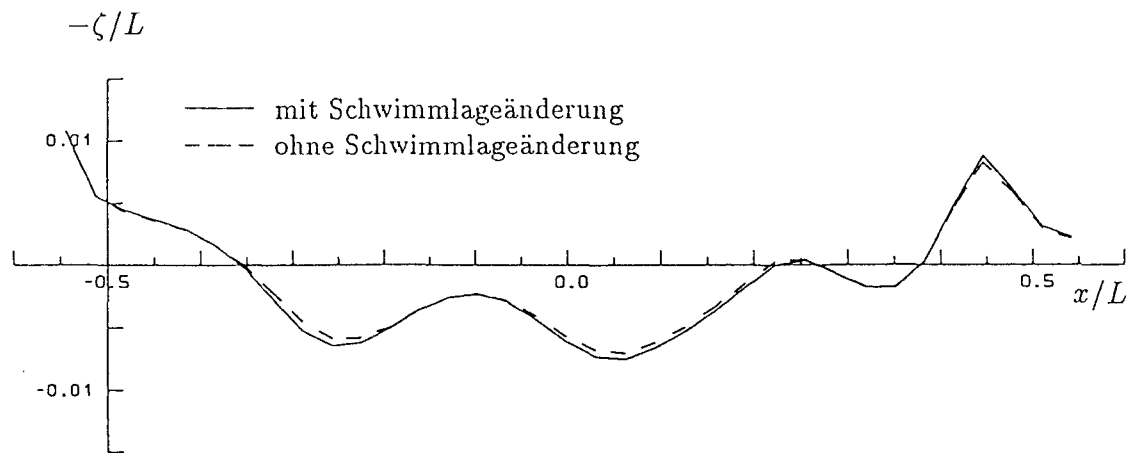


Bild 4.3.45 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.646$ und $\beta = 0^\circ$

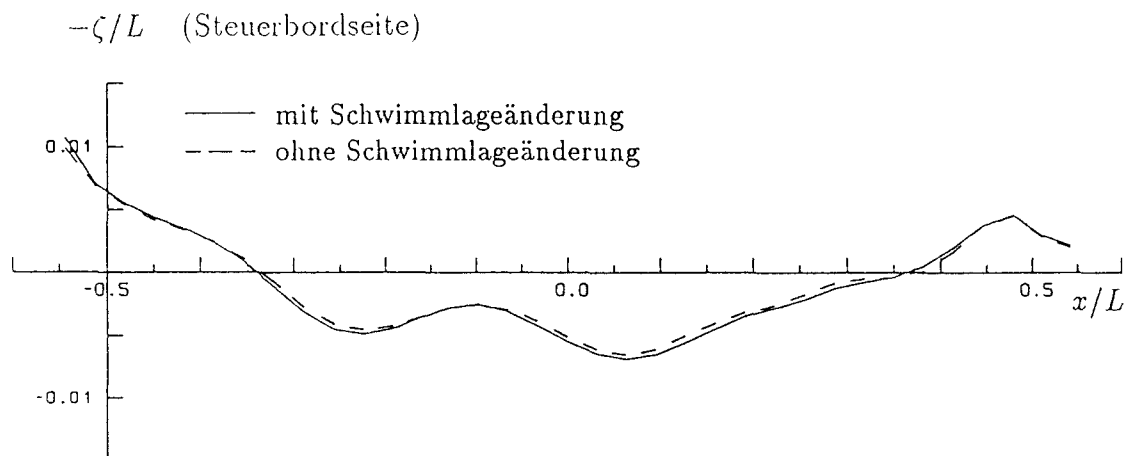
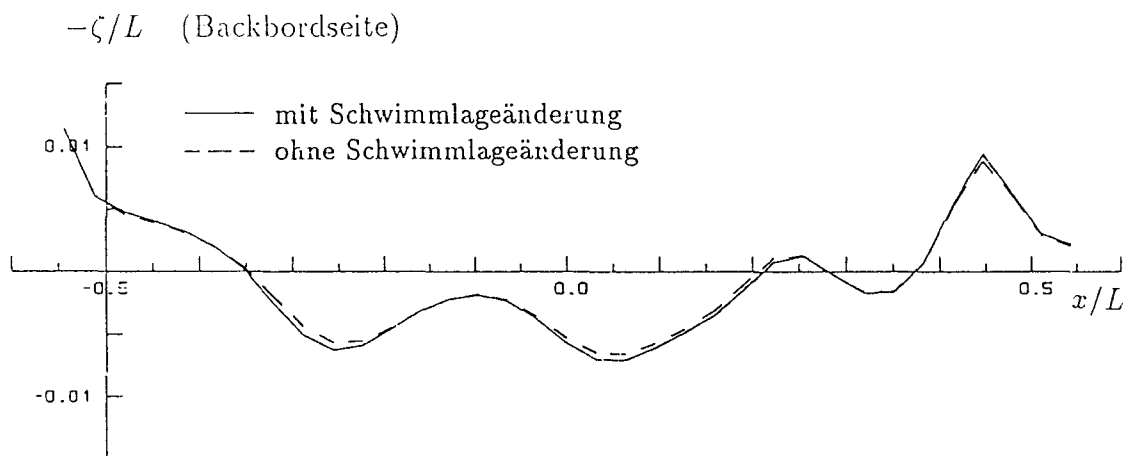


Bild 4.3.46 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimm Lageänderung bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.646$ und $\beta = 5^\circ$

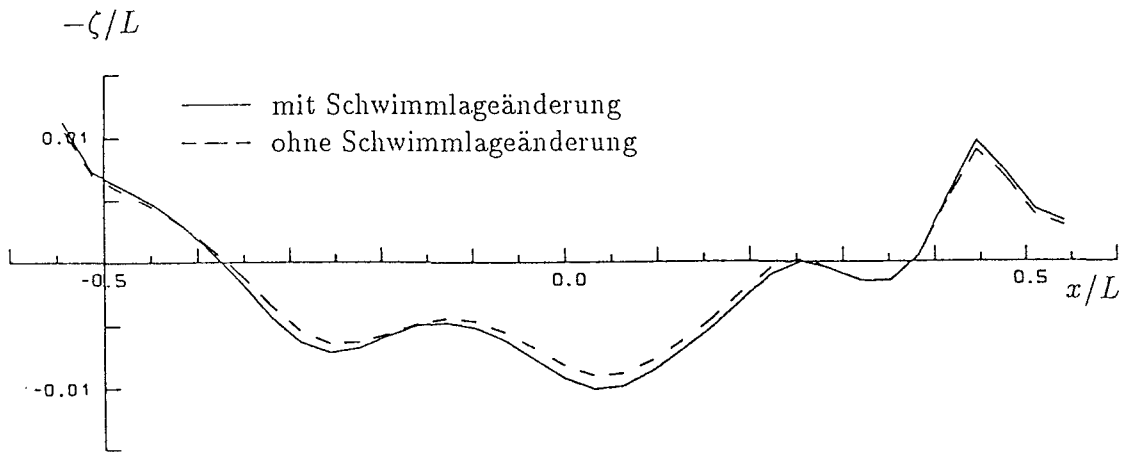


Bild 4.3.47 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmelageänderung bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.723$ und $\beta = 0^\circ$

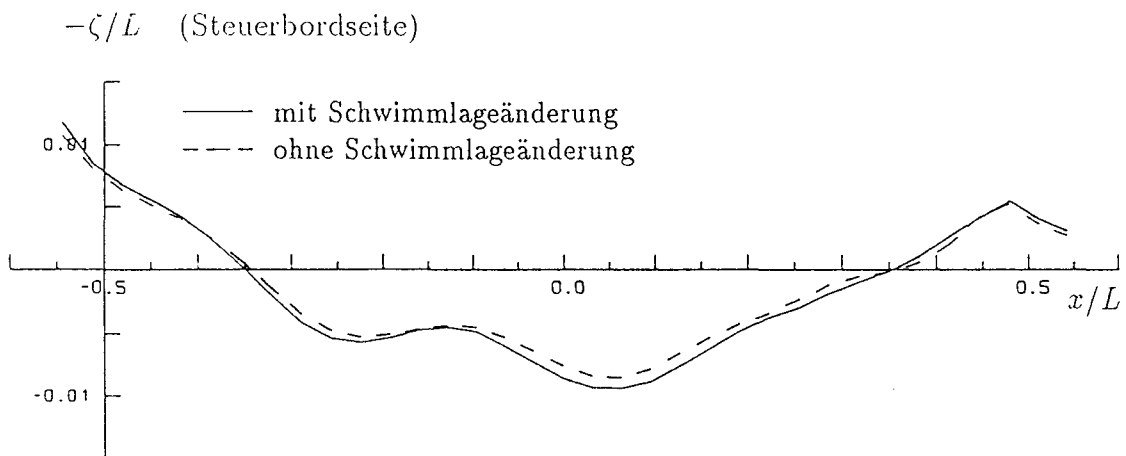
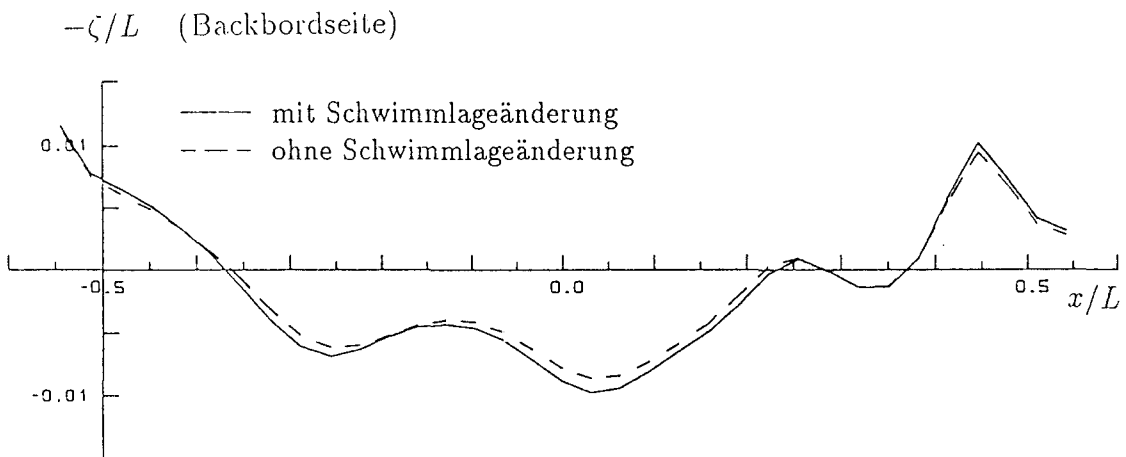


Bild 4.3.48 Wellenerhebungen an der innersten Kollokationspunktreihe für Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmelageänderung bei $F_n = 0.22$, $F_{nh} = 0.723$ und $\beta = 5^\circ$

5 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein dreidimensionales Panel-Verfahren für auftriebserzeugende Potentialströmungen mit freier Oberfläche entwickelt und auf schräg fahrende Schiffsrümpfe auf tiefem und flachem Wasser angewendet. Das Verfahren benutzt Rankine-Quellen und Rankine-Dipole/Wirbel als Singularitäten zur Darstellung des Strömungspotentials. Unter der Voraussetzung kleiner Driftwinkel wird die Strömung in einen symmetrischen Anteil infolge der Längsbewegung und einen antimetrischen Anteil infolge der Querbewegung des Schiffes aufgeteilt, die dann nacheinander bestimmt werden.

Die symmetrische Strömung wird zuerst wie für das Wellenwiderstandsproblem iterativ berechnet. Dazu wird nur die symmetrische Quellverteilung auf der Schiffs- und der Wasseroberfläche angesetzt. Das Iterationsverfahren wird so weit fortgesetzt, bis die nichtlineare Randbedingung auf der Wasseroberfläche erfüllt wird. Daraus ergeben sich der Wellenwiderstand, die Wellenerhebung und die dynamische Schwimmlageänderung des Schiffes.

Für die antimetrische Strömung wird zur Darstellung der auftriebserzeugenden Strömung neben der antimetrischen Quellverteilung auf der Schiffs- und Wasseroberfläche eine Dipolverteilung auf der Mittschiffsebene im Bereich der Lateralfäche des Schiffes und im Nachstrom angesetzt, die dann nach Diskretisierung durch ein System von Hufeisenwirbeln ersetzt wird. Dementsprechend wird eine Kutta-Bedingung eingeführt und an den Kollokationspunkten der der Hinterkante benachbarten Paneele auf der Schiffsoberfläche numerisch erfüllt. Aus der Lösung werden das Geschwindigkeitsfeld, die Wellenerhebung, die hydrodynamische Querkraft und das Giermoment berechnet. Im Gegensatz zur symmetrischen Strömung werden nichtlineare Einflüsse der antimetrischen Strömung auf die Randbedingung auf der Wasseroberfläche vernachlässigt.

Beispielrechnungen wurden für das Wigley-Schiff, das Series-60-Schiff mit $C_B = 0.60$ und das Mariner-Schiff im tiefen und flachen Wasser durchgeführt. Die berechneten Ergebnisse sind mit vorhandenen Meßergebnissen und anderen Rechenergebnissen verglichen worden. Dabei zeigten sich zum Teil gute Übereinstimmungen, zum Teil aber deutliche Abweichungen zwischen den berechneten und gemessenen Ergebnissen. Insbesondere stimmte die berechnete Querkraft mit den Meßergebnissen recht gut überein, während das Giermoment nach dem vorgestellten Verfahren im Vergleich zu den Messungen zu groß berechnet wurde.

Außerdem haben die Beispielrechnungen gezeigt, daß das vorgestellte Verfahren die Einflüsse der Schwimmlageänderung infolge Fahrt und die Einflüsse der Wassertiefe gut erfassen kann. Die Berechnungen für das Mariner-Schiff mit und ohne Schwimmlageänderung im flachen Wasser deuten darauf hin, daß in bezug auf die Manövrierfähigkeit von Schiffen im flachen Wasser der Einfluß der Schwimmlageänderung nicht vernachlässigt werden darf.

Das vorgestellte Verfahren ist zwar für einen schräg fahrenden Schiffsrumpf entwickelt worden; man kann es aber auch für andere auftriebserzeugende Strömungen mit freier Oberfläche verwenden. Man kann es beispielweise zur Berechnung der Strömung und der hydrodynamischen Wechselwirkung zwischen den Rümpfen eines Katamarans oder eines SWATH-Schiffes bei driftfreier Fahrt anwenden. Das Verfahren kann auch zur Berechnung der hydrodynamischen Wechselwirkung zwischen einem unkonventionellen Schiff und

seinen auftriebserzeugenden Anhängen wie Ruder, Flossen usw. benutzt werden. Darüber hinaus ist es möglich, das Verfahren durch Weiterentwicklung auf stationäre Gierbewegungen und/oder instationäre Bewegungen eines Schiffes bei Manövern oder im Seegang anzuwenden.

Andererseits sind Erweiterungen und Verbesserungen des Verfahrens noch notwendig. Die Abweichungen zwischen den berechneten Ergebnissen und den Meßergebnissen weisen auf Fehler hin, die noch beseitigt werden müssen. Es bleibt auch festzustellen, wie groß der Einfluß der Krängung ist, die für ein manövrierendes Schiff bei höheren Geschwindigkeiten sicherlich eine Rolle spielt.

Außerdem besitzt das vorgestellte Verfahren noch einige Beschränkungen, die eventuell vermieden werden sollten: Es kann zur Zeit keine Schiffe mit eingetauchtem Spiegelheck erfassen. Es versagt wegen der vorausgesetzten Potentialströmung auch, wenn die Ablösung der Strömung vom Schiffsrumpf schon vor dem Hintersteven auftritt. Dagegen wird die Voraussetzung kleiner Driftwinkel nur zur Verminderung des Rechenaufwands vorgenommen und kann entfallen, wenn man die Quellverteilung auf der Schiffs- und Wasseroberfläche an beiden Schiffsseiten und die freie Dipol-/Wirbelverteilung schräg nach hinten ansetzt, die Aufteilung in symmetrische und antimetrische Strömung abschafft und die Linearisierung der asymmetrischen Strömung vermeidet. Dazu braucht man allerdings eine Rechenanlage mit größerem Speicher und größerer Rechenleistung.

Literatur

- [1] Bai,K.J. and Yeung,R.W. (1974): *Numerical Solutions to Free-Surface Flow Problems*. Tenth Symposium on Naval Hydrodynamics, Cambridge, Mass., pp.609-633
- [2] Bertram,V. (1990a): *A Rankine Source Method for the Forward-Speed Diffraction Problem*. Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr.508
- [3] Bertram,V. (1990b): *User's Guide: SHALLOW and NEPTUN* Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Schrift Nr.2380
- [4] Breslin,J.P. (1972): *Theory for the First-Order Gravitational Effects on Ship Forces and Moments in Shallow Water*. Journal of Hydronautics, Vol.6, No.2, pp.110-111
- [5] Cary,C.M. (1980): *An Analytical Alternative to the Planar Motion Mechanism for a Ship in Shallow Water*. Department of Naval Architecture and Marine Engineering, University of Michigan, Report No.224
- [6] Chapman,R.B. (1976): *Prediction of Free-Surface Effects on Ship Manoeuvring*. Eleventh Symposium on Naval Hydrodynamics, London, pp.533-543
- [7] Dawson,C.W. (1977): *A Practical Computer Method for Solving Ship-Wave Problems*. Second International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Berkeley, pp.30-38
- [8] Fujino,M. (1968): *Experimental Studies on Ship Manoeuvrability in Restricted Waters, Part 1*. International Shipbuilding Progress, Vol.15, No.168, pp.279-301
- [9] Fuwa,T. (1973): *Hydrodynamic Forces Acting on a Ship in Oblique Towing*. (in Japanese) Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.134, pp.135-147
- [10] Gadd,G.E. (1985): *A Calculation Method for Forces on Ships at Small Angles of Yaw*. Transactions of the Royal Institution of Naval Architects, Vol.127, pp.257-268
- [11] Hess,J.L. (1972): *Calculation of Potential Flow About Arbitrary Three-Dimensional Lifting Bodies*. Douglas Aircraft Company, Report No. MDC J5679-01
- [12] Hess,J.L. (1974): *The Problem of the Three-Dimensional Lifting Potential Flow and its Solution by Means of Surface Singularity Distribution*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 4, pp.283-319
- [13] Hess,J.L. (1986): *Review of the Source Panel Technique for Flow Computation*. In *Innovative Numerical Methods in Engineering*, ed. R.P.Shaw et al., pp.197-210, Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag
- [14] Hess,J.L. (1990): *Panel Methods in Computational Fluid Dynamics*. Annual Review of Fluid Mechanics, Vol.22, pp.255-274
- [15] Jensen,G. (1988a): *Berechnung der stationären Potentialströmung um ein Schiff unter Berücksichtigung der nichtlinearen Randbedingung an der Wasseroberfläche*. Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr.484
- [16] Jensen,G. (1988b): *Berechnung des Wellenwiderstandes für praktische Schiffsförmungen*. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, Band 82, S.231-240
- [17] Kajitani,H. (1987): *A Wandering in Some Ship Resistance Components and Flow*. Schiffstechnik, Band 34, Heft 3, S.105-131

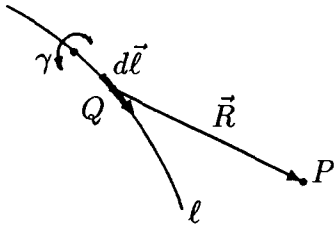
- [18] Kleinau, D. (1983): *Querkraft und Giermoment infolge Schiebewinkel und Bahnkrümmung an Schiffen bei beschränkter Wassertiefe.* Schiffbauforschung, 22, 3, S.155-160
- [19] Landweber, L. (1979): *Wigley Parabolic Hull Group Discussion.* Proceedings of the Workshop on Ship Wave-Resistance Computations, Vol.1
- [20] Mandel, P. (1967): *Ship Maneuvering and Control.* In *Principles of Naval Architecture*, ed. J.P.Comstock, pp.463-606. New York: Society of Naval Architects and Marine Engineers
- [21] Maruo, H. and Song, W.S. (1990): *Numerical Appraisal of the New Slender Ship Formulation in Steady Motion.* Eighteenth Symposium on Naval Hydrodynamics, Ann Arbor, Michigan, pp.239-257
- [22] Milne-Thomson, L.M. (1960): *Theoretical Hydrodynamics.* Fourth Edition, London, Macmillan & CO LTD
- [23] Mizoguchi, S. (1983): *Calculation of Flow with Three-Dimensional Separation Vorticities around Ships.* Journal of Kansai Society of Naval Architects, Japan, Vol.188, No.57
- [24] Morse, R.V. and Price, D. (1961): *Maneuvering Characteristics of the Mariner Type Ship (USS COMPASS ISLAND) in Calm Seas.* Prepared for the David Taylor Model Basin, Navy Department
- [25] Matora, S. (1972): *Maneuverability, State of the Art.* Fortieth Anniversary Symposium of the Netherlands Ship Model Basin, pp.136-169
- [26] Nakatake, K., Ando, J., Komura, A. and Kataoka, K. (1990): *On the Flow Field and the Hydrodynamic Forces of an Obliquing Ship.* (in Japanese) Transactions of West-Japan Society of Naval Architects, No.80, pp.1-12
- [27] Nakos, D.E. (1990): *Ship Wave Patterns and Motions by a Three Dimensional Rankine Panel Method.* Ph.D. Thesis, MIT
- [28] Newman, J.N. (1969): *Lateral Motion of a Slender Body between Two Parallel Walls.* Journal of Fluid Mechanics, Vol.39, Part 1, pp.97-115
- [29] Newman, J.N. (1977): *Marine Hydrodynamics, Chapter 7 Hydrodynamics of Slender Bodies.* MIT Press
- [30] Ogiwara, S. (1987): *Tank Experiments and Numerical Works on Series 60 Model in IHI Ship Model Basin.* Report to the Cooperative Experiment Program of 18th ITTC, Kobe, Japan
- [31] Orlanski, I. (1976): *A Simple Boundary Condition for Unbounded Hyperbolic Flows.* Journal of Computational Physics, Vol.21
- [32] Patel, V.C., Ju, S. and Lew, J.M. (1990): *Viscous Flow Past a Ship in a Cross Current.* Eighteenth Symposium on Naval Hydrodynamics, Ann Arbor, Michigan, pp.721-726
- [33] Pettersen, B. (1982): *Calculation of Potential Flow About Three-Dimensional Bodies in Shallow Water with Particular Application to Ship Maneuvering.* Journal of Ship Research, Vol.26, No.3, pp.149-165

- [34] Price,W. and Tan,M.Y. (1992): *Applications of Boundary Element Methods in Hydrodynamic Problems Relating to Manoeuvring Bodies*.
Nineteenth Symposium on Naval Hydrodynamics, Seoul, Korea, Preprints
- [35] Russo,V.L. and Sullivan,E.K. (1953): *Design of the Mariner-Type Ship*.
Transactions of SNAME, Vol.61, pp.98-166
- [36] Shearer,J.R. and Cross,J.J. (1965): *The Experimental Determination of the Components of Ship Resistance for a Mathematical Model*.
Transactions of the Royal Institution of Naval Architects, Vol.107, pp.459-473
- [37] Söding,H. (1982): *Prediction of Ship Steering Capabilities*.
Schiffstechnik, Band 29, Heft 1, S.3-29
- [38] Söding,H. (1984): *Bewertung der Manöviereigenschaften im Entwurfsstadium*.
Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, Band 78, S.179-204
- [39] Söding,H. (1989): *Solving a System of Nonlinear Equations*. *From the editor's software collection*, Schiffstechnik, Band 36, Heft 3, S.151
- [40] Todd,F.H. (1963): *Series 60 - Methodical Experiments with Models of Single-Screw Merchant Ships*. David Taylor Model Basin Report 1712
- [41] Tuck,E.O. (1970): *Ship Motions in Shallow Water*.
Journal of Ship Research, Vol.14, No.4, pp.317-328
- [42] Webster,W.C. (1975): *The Flow About Arbitrary, Three-Dimensional Smooth Bodies*. Journal of Ship Research, Vol.19, No.4, pp.206-218
- [43] Wolff,K. (1981): *Ermittlung der Manöviereigenschaften fünf repräsentativer Schiffstypen mit Hilfe von CPMC-Modellversuchen*.
Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr.412
- [44] Xia,F. and Larsson,L. (1986): *A Calculation Method for the Lifting Potential Flow Around Yawed, Surface-Piercing 3-D Bodies*.
Sixteenth Symposium on Naval Hydrodynamics, Berkeley, pp.583-595
- [45] Yamasaki,K. and Fujino,M. (1985): *Linear Hydrodynamic Coefficients of Ship with Forward-Speed During Harmonic Sway, Yaw and Roll Oscillations*. Fourth International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Washington D.C., pp.56-68
- [46] Zhao,Y.X. (1986): *Hydrodynamische Kräfte am manövrierenden Schiff auf flachem Wasser*. Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr.466
- [47] Zou,Z.J. (1990): *Hydrodynamische Kräfte am manövrierenden Schiff auf flachem Wasser bei endlicher Froudezahl*. Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr.503
- [48] Zou,Z.J. (1993): *A 3D Panel Method for Free-Surface Flows around Ships at Small Angles of Yaw*. Eighth International Workshop on Water Waves and Floating Bodies, St.John's, Canada

Anhang 1 Durch gerade Wirbellinien induzierte Geschwindigkeit und deren Ableitungen

Die am Aufpunkt $P(x, y, z)$ durch eine Wirbellinie induzierte Geschwindigkeit lässt sich nach dem Biot-Savartschen Gesetz berechnen:

$$\vec{V}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{\ell} \gamma \frac{d\vec{\ell} \times \vec{R}}{R^3}, \quad (A1-1)$$



worin

γ die Wirbelstärke,

$d\vec{\ell}$ das Wirbelelement,

ℓ die Länge der Wirbellinie,

$\vec{R} = \vec{QP} = (x - \xi, y - \eta, z - \zeta)$,

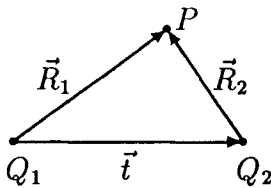
$R = |\vec{R}| = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$.

Hier werden nur die Sonderfälle, nämlich gerade Wirbellinien mit konstanter Stärke berücksichtigt. Aus (A1-1) ergibt sich

$$\vec{V}(x, y, z) = \frac{\gamma}{4\pi} \int_{\ell} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{R}}{R^3}. \quad (A1-2)$$

A1.1 Gerade Wirbellinie von der endlichen Länge $|Q_1Q_2|$

Für eine gerade Wirbellinie vom Punkt $Q_1(x_1, y_1, z_1)$ bis Punkt $Q_2(x_2, y_2, z_2)$:



$$\vec{R}_1 = \vec{Q_1P} = (x - x_1, y - y_1, z - z_1),$$

$$R_1 = |\vec{R}_1| = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2};$$

$$\vec{R}_2 = \vec{Q_2P} = (x - x_2, y - y_2, z - z_2),$$

$$R_2 = |\vec{R}_2| = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2};$$

$$\vec{t} = (t_1, t_2, t_3) = \vec{Q_1Q_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1),$$

$$\vec{R}_1 = \vec{t} + \vec{R}_2.$$

Aus (A1-2) ergibt sich

$$\vec{V} = \frac{\gamma}{4\pi} \frac{\left(\frac{\vec{R}_1}{R_1} - \frac{\vec{R}_2}{R_2}\right) \cdot \vec{t}}{|\vec{t} \times \vec{R}_1|^2} \left(\vec{t} \times \vec{R}_1\right). \quad (A1-3)$$

Bezeichnet man

$$\begin{aligned}
 F &= \left(\frac{\vec{R}_1}{R_1} - \frac{\vec{R}_2}{R_2} \right) \cdot \vec{t}, \\
 \vec{e} &= (e_1, e_2, e_3) = \vec{t} \times \vec{R}_1 = \vec{t} \times \vec{R}_2, \\
 G &= |\vec{t} \times \vec{R}_1|^2 = |\vec{t} \times \vec{R}_2|^2 = \vec{e} \cdot \vec{e} = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2,
 \end{aligned}$$

so erhält man

$$\vec{V} = (\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z) = \frac{\gamma}{4\pi} \frac{F}{G} \vec{e}. \quad (A1-4)$$

Für die linearisierte Randbedingung auf der Wasseroberfläche muß man die partiellen Ableitungen der Geschwindigkeit \vec{V} nach x , y und z berechnen. Aus (A1-4) erhält man

$$\vec{V}_x = (\varphi_{xx}, \varphi_{yx}, \varphi_{zx}) = \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_x - FG_x}{G^2} \vec{e} + \frac{F}{G} \vec{e}_x \right], \quad (A1-5)$$

worin

$$\begin{aligned}
 F_x &= \frac{(y - y_1)e_3 - (z - z_1)e_2}{R_1^3} - \frac{(y - y_2)e_3 - (z - z_2)e_2}{R_2^3}, \\
 G_x &= 2(e_2t_3 - e_3t_2), \\
 \vec{e}_x &= (0, t_3, -t_2).
 \end{aligned}$$

Ebenso¹

$$\vec{V}_y = (\varphi_{xy}, \varphi_{yy}, \varphi_{zy}) = \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_y - FG_y}{G^2} \vec{e} + \frac{F}{G} \vec{e}_y \right], \quad (A1-6)$$

worin

$$\begin{aligned}
 F_y &= \frac{(z - z_1)e_1 - (x - x_1)e_3}{R_1^3} - \frac{(z - z_2)e_1 - (x - x_2)e_3}{R_2^3}, \\
 G_y &= 2(e_3t_1 - e_1t_3), \\
 \vec{e}_y &= (-t_3, 0, t_1);
 \end{aligned}$$

und

¹Es sei hier darauf hingewiesen, daß für eine einzelne Wirbellinie vom Q_1 bis Q_2 im allgemeinen

$$\varphi_{xy} \neq \varphi_{yx}, \quad \varphi_{xz} \neq \varphi_{zx}, \quad \varphi_{yz} \neq \varphi_{zy}.$$

Nur für eine geschlossene Wirbellinie, wovon der sog. Hufeisenwirbel ein Sonderfall ist, gilt

$$\varphi_{xy} = \varphi_{yx}, \quad \varphi_{xz} = \varphi_{zx}, \quad \varphi_{yz} = \varphi_{zy}.$$

In der Tat gibt es eine Wirbellinie endlicher Länge in Potentialströmung nicht. Man kann sie nur als Teil einer geschlossenen Wirbellinie ansehen.

$$\vec{V}_z = (\varphi_{xz}, \varphi_{yz}, \varphi_{zz}) = \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \vec{e} + \frac{F}{G} \vec{e}_z \right], \quad (A1-7)$$

worin

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{(x-x_1)e_2 - (y-y_1)e_1}{R_1^3} - \frac{(x-x_2)e_2 - (y-y_2)e_1}{R_2^3}, \\ G_z &= 2(e_1t_2 - e_2t_1), \\ \vec{e}_z &= (t_2, -t_1, 0). \end{aligned}$$

Sollte der nichtlineare Einfluß der antimetrischen Strömung auf die Randbedingung auf der Wasseroberfläche erfaßt werden, dann sind die Ableitungen φ_{xxz} , φ_{xyz} , φ_{xzz} , φ_{yyz} und φ_{yzz} auch zu berechnen. Aus (A1-5) erhält man

$$\begin{aligned} \vec{V}_{xz} &= (\varphi_{xxz}, \varphi_{yxz}, \varphi_{zxx}) \\ &= \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_{xz} - FG_{xz}}{G^2} - \frac{G_z}{G} \left(\frac{GF_x - FG_x}{G^2} \right) - \frac{G_x}{G} \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \right] \vec{e} \\ &\quad + \frac{\gamma}{4\pi} \left[\left(\frac{GF_x - FG_x}{G^2} \right) \vec{e}_z + \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \vec{e}_x \right], \end{aligned} \quad (A1-8)$$

worin

$$\begin{aligned} F_{xz} &= \frac{3(z-z_1)}{R_1^5} [(z-z_1)e_2 - (y-y_1)e_3] - \frac{e_2 - (z-z_1)t_1}{R_1^3} \\ &\quad - \frac{3(z-z_2)}{R_2^5} [(z-z_2)e_2 - (y-y_2)e_3] + \frac{e_2 - (z-z_2)t_1}{R_2^3}, \\ G_{xz} &= -2t_1t_3. \end{aligned}$$

Ebenso aus (A1-6)

$$\begin{aligned} \vec{V}_{yz} &= (\varphi_{xyz}, \varphi_{yyz}, \varphi_{zyz}) \\ &= \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_{yz} - FG_{yz}}{G^2} - \frac{G_z}{G} \left(\frac{GF_y - FG_y}{G^2} \right) - \frac{G_y}{G} \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \right] \vec{e} \\ &\quad + \frac{\gamma}{4\pi} \left[\left(\frac{GF_y - FG_y}{G^2} \right) \vec{e}_z + \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \vec{e}_y \right], \end{aligned} \quad (A1-9)$$

worin

$$\begin{aligned} F_{yz} &= \frac{3(z-z_1)}{R_1^5} [(x-x_1)e_3 - (z-z_1)e_1] + \frac{e_1 + (z-z_1)t_2}{R_1^3} \\ &\quad - \frac{3(z-z_2)}{R_2^5} [(x-x_2)e_3 - (z-z_2)e_1] - \frac{e_1 + (z-z_2)t_2}{R_2^3}, \\ G_{yz} &= -2t_2t_3; \end{aligned}$$

und aus (A1-7)

$$\begin{aligned}
\vec{V}_{zz} &= (\varphi_{xzz}, \varphi_{yzz}, \varphi_{zzz}) \\
&= \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_{zz} - FG_{zz}}{G^2} - 2 \frac{G_z}{G} \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \right] \vec{e} \\
&\quad + \frac{\gamma}{4\pi} 2 \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \vec{e}_z,
\end{aligned} \tag{A1-10}$$

worin

$$\begin{aligned}
F_{zz} &= \frac{3(z-z_1)}{R_1^5} [(y-y_1)e_1 - (x-x_1)e_2] - \frac{1}{R_1^3} [(x-x_1)t_1 + (y-y_1)t_2] \\
&\quad - \frac{3(z-z_2)}{R_2^5} [(y-y_2)e_1 - (x-x_2)e_2] + \frac{1}{R_2^3} [(x-x_2)t_1 + (y-y_2)t_2], \\
G_{zz} &= 2(t_1^2 + t_2^2).
\end{aligned}$$

A1.2 Gerade Wirbellinie halb-unendlicher Länge

Eine gerade Wirbellinie halb-unendlicher Länge, die sich vom Punkt Q_1 an entlang der Richtung $\vec{\tau}$ (ein Einheitsvektor) bis ins Unendliche erstreckt, ist ein Sonderfall von geraden Wirbellinien endlicher Länge mit

$$\vec{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \frac{\vec{t}}{|\vec{t}|} \quad \text{und} \quad \frac{\vec{R}_2}{R_2} = -\vec{\tau};$$

folglich

$$-\frac{\vec{R}_2}{R_2} \cdot \vec{\tau} = \vec{\tau} \cdot \vec{\tau} = 1.$$

Aus (A1-3) ergibt sich

$$\vec{V} = \frac{\gamma}{4\pi} \frac{\frac{\vec{R}_1}{R_1} \cdot \vec{\tau} + 1}{|\vec{\tau} \times \vec{R}_1|^2} (\vec{\tau} \times \vec{R}_1). \tag{A1-11}$$

Bezeichnet man nun

$$\begin{aligned}
F &= \frac{\vec{R}_1}{R_1} \cdot \vec{\tau} + 1, \\
\vec{e} &= (e_1, e_2, e_3) = \vec{\tau} \times \vec{R}_1, \\
G &= |\vec{\tau} \times \vec{R}_1|^2 = \vec{e} \cdot \vec{e} = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2,
\end{aligned}$$

so erhält man

$$\vec{V} = \frac{\gamma}{4\pi} \frac{F}{G} \vec{e}. \tag{A1-12}$$

Dagegen erhält man aus (A1 – 3) für eine halb-unendlich lange Wirbellinie, die sich vom Unendlichen entlang der Richtung $-\vec{\tau}$ bis Q_1 erstreckt,

$$\vec{V} = -\frac{\gamma}{4\pi} \frac{\frac{\vec{R}_1}{R_1} \cdot \vec{\tau} + 1}{|\vec{\tau} \times \vec{R}_1|^2} (\vec{\tau} \times \vec{R}_1),$$

oder

$$\vec{V} = -\frac{\gamma}{4\pi} \frac{F}{G} \vec{e}. \quad (\text{A1 – 13})$$

Der einzige Unterschied zwischen den beiden Wirbellinien ist also nur das Vorzeichen der induzierten Geschwindigkeit.

Aus (A1 – 12) kann man die Ableitungen der Geschwindigkeit nach x , y und z berechnen:

$$\vec{V}_x = \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_x - FG_x}{G^2} \vec{e} + \frac{F}{G} \vec{e}_x \right], \quad (\text{A1 – 14})$$

worin

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{(y - y_1)e_3 - (z - z_1)e_2}{R_1^3}, \\ G_x &= 2(e_2\tau_3 - e_3\tau_2), \\ \vec{e}_x &= (0, \tau_3, -\tau_2); \end{aligned}$$

$$\vec{V}_y = \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_y - FG_y}{G^2} \vec{e} + \frac{F}{G} \vec{e}_y \right], \quad (\text{A1 – 15})$$

worin

$$\begin{aligned} F_y &= \frac{(z - z_1)e_1 - (x - x_1)e_3}{R_1^3}, \\ G_y &= 2(e_3\tau_1 - e_1\tau_3), \\ \vec{e}_y &= (-\tau_3, 0, \tau_1); \end{aligned}$$

und

$$\vec{V}_z = \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \vec{e} + \frac{F}{G} \vec{e}_z \right], \quad (\text{A1 – 16})$$

worin

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{(x - x_1)e_2 - (y - y_1)e_1}{R_1^3}, \\ G_z &= 2(e_1\tau_2 - e_2\tau_1), \\ \vec{e}_z &= (\tau_2, -\tau_1, 0). \end{aligned}$$

Aus (A1 – 14), (A1 – 15) und (A1 – 16) kann man auch φ_{xxz} , φ_{xyz} , φ_{xzz} , φ_{yyz} und φ_{yzz} berechnen:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{xz} = & \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_{xz} - FG_{xz}}{G^2} - \frac{G_z}{G} \left(\frac{GF_x - FG_x}{G^2} \right) - \frac{G_x}{G} \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \right] \vec{e} \\ & + \frac{\gamma}{4\pi} \left[\left(\frac{GF_x - FG_x}{G^2} \right) \vec{e}_z + \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \vec{e}_x \right], \end{aligned} \quad (A1-17)$$

worin

$$\begin{aligned} F_{xz} &= \frac{3(z-z_1)}{R_1^5} [(z-z_1)e_2 - (y-y_1)e_3] - \frac{e_2 - (z-z_1)\tau_1}{R_1^3}, \\ G_{xz} &= -2\tau_1\tau_3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_{yz} = & \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_{yz} - FG_{yz}}{G^2} - \frac{G_z}{G} \left(\frac{GF_y - FG_y}{G^2} \right) - \frac{G_y}{G} \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \right] \vec{e} \\ & + \frac{\gamma}{4\pi} \left[\left(\frac{GF_y - FG_y}{G^2} \right) \vec{e}_z + \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \vec{e}_y \right], \end{aligned} \quad (A1-18)$$

worin

$$\begin{aligned} F_{yz} &= \frac{3(z-z_1)}{R_1^5} [(x-x_1)e_3 - (z-z_1)e_1] + \frac{e_1 + (z-z_1)\tau_2}{R_1^3}, \\ G_{yz} &= -2\tau_2\tau_3; \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \vec{V}_{zz} = & \frac{\gamma}{4\pi} \left[\frac{GF_{zz} - FG_{zz}}{G^2} - 2\frac{G_z}{G} \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \right] \vec{e} \\ & + \frac{\gamma}{4\pi} 2 \left(\frac{GF_z - FG_z}{G^2} \right) \vec{e}_z, \end{aligned} \quad (A1-19)$$

worin

$$\begin{aligned} F_{zz} &= \frac{3(z-z_1)}{R_1^5} [(y-y_1)e_1 - (x-x_1)e_2] - \frac{1}{R_1^3} [(x-x_1)\tau_1 + (y-y_1)\tau_2], \\ G_{zz} &= 2(\tau_1^2 + \tau_2^2). \end{aligned}$$

Anhang 2 Linearisierung der Kutta-Bedingung

In dieser Arbeit wird eine alternative Form der Kutta-Bedingung, nämlich gleicher Druck an beiden Seiten der Hinterkante erfüllt. Diese Bedingung lautet

$$p^{(+)} = p^{(-)}, \quad (A2 - 1)$$

worin die oberen Indizes (+) und (-) jeweils die rechte bzw. die linke Seite der Hinterkante bezeichnen.

Aus (7) und (A2 - 1) und vernachlässigt man dabei die Krängung, so erhält man

$$u\phi_x^{(+)} + v\phi_y^{(+)} - \frac{1}{2}\nabla\phi^{(+)} \cdot \nabla\phi^{(+)} = u\phi_x^{(-)} + v\phi_y^{(-)} - \frac{1}{2}\nabla\phi^{(-)} \cdot \nabla\phi^{(-)};$$

folglich

$$u[\phi_x^{(+)} - \phi_x^{(-)}] + v[\phi_y^{(+)} - \phi_y^{(-)}] - \frac{1}{2}[\nabla\phi^{(+)} \cdot \nabla\phi^{(+)} - \nabla\phi^{(-)} \cdot \nabla\phi^{(-)}] = 0. \quad (A2 - 2)$$

Die Gleichung (A2 - 2) ist nichtlinear und wird hier durch Zerlegung des Störpotentials ϕ in einen symmetrischen Anteil Φ und einen antimetrischen Anteil φ linearisiert:

Aus der Symmetrie von Φ :

$$\Phi_x^{(+)} = \Phi_x^{(-)}, \quad \Phi_y^{(+)} = -\Phi_y^{(-)}, \quad \Phi_z^{(+)} = \Phi_z^{(-)};$$

und aus der Antimetrie von φ :

$$\varphi_x^{(+)} = -\varphi_x^{(-)}, \quad \varphi_y^{(+)} = \varphi_y^{(-)}, \quad \varphi_z^{(+)} = -\varphi_z^{(-)};$$

folglich

$$\nabla\Phi^{(+)} \cdot \nabla\Phi^{(+)} = \nabla\Phi^{(-)} \cdot \nabla\Phi^{(-)}, \quad \nabla\varphi^{(+)} \cdot \nabla\varphi^{(+)} = \nabla\varphi^{(-)} \cdot \nabla\varphi^{(-)}$$

und

$$\nabla\Phi^{(+)} \cdot \nabla\varphi^{(+)} = -\nabla\Phi^{(-)} \cdot \nabla\varphi^{(-)}.$$

Daher ergibt sich aus (A2 - 2)

$$u\varphi_x^{(+)} + v\Phi_y^{(+)} - \nabla\Phi^{(+)} \cdot \nabla\varphi^{(+)} = 0,$$

nämlich

$$\nabla\Phi^{(+)} \cdot \nabla\varphi^{(+)} - u\varphi_x^{(+)} = v\Phi_y^{(+)}. \quad (A2 - 3)$$

Die Gleichung (A2 - 3) ist linear in bezug auf das antimetrische Potential φ . Sie ist als eine Kutta-Bedingung an der betrachteten (rechten) Seite der Hinterkante zu erfüllen. Dabei kann man Vereinfachung halber den Index (+) weglassen.