

435 | September 1983

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

W.H. Isay

**Berechnung von Kavitationsschichten
an Flügelprofilen (Propellerflügeln)
unter besonderer Berücksichtigung
der durch Blasendynamik,
Schwerkraft- und
Grenzschichteneinfluß bedingten
Maßstabeffekte**

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Berechnung von Kavitationsschichten an Flügelprofilen (Propellerflügeln) unter besonderer Berücksichtigung der durch Blasendynamik, Schwerkraft- und Grenzschichteneinfluss bedingten Maßstabseffekte

W.H. Isay, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1983

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 435

Berechnung von Kavitationsschichten an Flügelprofilen
(Propellerflügeln) unter besonderer Berücksichtigung
der durch Blasendynamik, Schwerkraft- und Grenzschicht-
einfluß bedingten Maßstabeffekte

von

W. H. Isay

Hamburg, September 1983

I N H A L T

	Seite
1. Einführung	1
2. Maßstabeffekte, bedingt durch die Blasendynamik	3
3. Maßstabeffekte, bedingt durch die Schwerkraft	11
4. Maßstabeffekte, bedingt durch Zähigkeitseinflüsse	20
Literatur	30

1. Einführung

Für die Berechnung von Kavitationserscheinungen an Strömungskörpern, insbesondere Propellerflügelprofilen, stehen zwei grundsätzlich verschiedene Modelle zur Verfügung.

Das eine Verfahren basiert auf der Blasendynamik. Es berücksichtigt den eigentlichen physikalischen Charakter des Kavitationsvorganges, also die instabile Aufweitung von Kavitationskeimen (quasi Störstellen in der Flüssigkeit) durch Verdampfung des umgebenden Wassers. Mit einer derartigen Theorie läßt sich auch die Kavitationsanfälligkeit des Strömungsmediums (d.h. die Wasserqualität), geprägt durch Keimanzahl, Keimgrößenverteilung und Sättigungsgrad, berücksichtigen. Im Mittelpunkt steht dabei die Stabilitätstheorie von Blasen und Keimen bei veränderlichen Umgebungsdruckfeldern, die sog. Blasendynamik. Für eine Übersicht kann auf /1/ (Kapitel 5-12 und 19-20) verwiesen werden. Auch der mit zunehmender Verdampfung eintretende Zugspannungsabbau im Wasser läßt sich näherungsweise erfassen. Dieser letztere Effekt ist von grundsätzlicher Bedeutung; er besagt, daß in sehr dampf- bzw. keimhaltigem Wasser wegen der dann stark verminderten intermolekularen Wechselwirkungen keine negativen Drücke möglich sind, vielmehr der thermodynamische Gleichgewichtsdampfdruck die untere Grenze darstellt.

So wichtig das auf der Blasendynamik basierende Berechnungsverfahren für Kavitationsvorgänge wegen der dabei möglichen Einblicke in die grundlegenden physikalischen Zusammenhänge auch ist, so stehen doch der quantitativen Anwendung zur Berechnung der Geometrie von Kavitationsschichten an Strömungskörpern noch erhebliche Schwierigkeiten entgegen. Zum Beispiel entspricht die Genauigkeit der Keimverteilungsmeßverfahren derzeit noch nicht den Erfordernissen. Die Theorie bleibt im mathematischen Aufwand nur dann überschaubar, wenn man sich auf die Behandlung kugelförmiger Blasen ohne Berücksichtigung von Wechselwirkungen und der Asymmetrie der Druckfelder beschränkt. Und von den geometrischen Daten der Kavitationsschichten lassen sich nur deren

Länge, nicht aber die (für die vom Propeller erregten Vibrationsbelastungen wesentlichen) Flächen und Volumina einigermaßen genau ermitteln.

Das andere Kavitations-Berechnungsverfahren basiert auf der Profiltheorie, also praktisch auf den gleichen Methoden wie sie auch zur Behandlung der Strömungsfelder von Tragflügeln und Propellern im nicht kavitierenden Zustand erfolgreich verwendet werden. Dabei wird die auf dem Flügelprofil ausgebildete Kavitationsschicht als eine Art Verdrängungskörper durch eine zusätzliche Quellbelegung q_η auf der Profilsehne erfaßt; zur Beschreibung der gegenüber dem von Kavitation freien Zustand modifizierten Druckverteilung muß eine zusätzliche Wirbelbelegung δ_η eingeführt werden. Durch die Vorgabe einer Stromlinienbedingung für die Mittellinie der Kavitationsschicht sowie durch die Voraussetzung, daß im Kavitationsbereich Dampfdruck herrschen soll, ergibt sich für die beiden Belegungen q_η und δ_η ein gekoppeltes Integralgleichungssystem, das ohne Schwierigkeiten auflösbar ist. Insbesondere die geometrischen Daten (Länge, Fläche, Volumen) der Kavitationsschicht sowie die durch Kavitation veränderte Druckverteilung lassen sich dann mit den Methoden der Profiltheorie problemlos bestimmen. Für eine Übersicht (vgl. /1/ Kapitel 21-22). Der Nachteil dieses Verfahrens ist, daß der Bezug zu den physikalischen Grundlagen des Kavitationsprozesses fehlt und man sich mit einer summarischen Beschreibung (wie z.B. der Verdrängungswirkung der Schicht) des Vorgangs begnügen muß.

Es ist daher verständlich, daß nach dem derzeitigen Stand der Forschung keines der beiden Modelle für sich allein in der Lage ist, das Kavitationsproblem in seiner Vielschichtigkeit genügend genau zu erfassen; vielmehr ist eine sinnvolle Kombination beider Verfahren notwendig. Insbesondere ist diese Kombination wichtig, wenn man den Einfluß und die Bedeutung der verschiedenartigen Maßstabeffekte untersuchen will, die bei Kavitations-Modellversuchen zu beachten sind. Für derartige Maßstabbetrachtungen ist es zudem erforderlich, beide Verfahren noch zu ergänzen durch Einbeziehung von Aussagen über den Grenzschichtcharakter (z.B. das Auftreten von laminaren Ablösezonen

oder das Verhältnis von Grenzschichtdicke zur Kavitationsdicke) sowie über den Einfluß turbulenter Druckschwankungen.

2. Maßstabeffekte, bedingt durch die Blasendynamik

Wir beginnen mit der Untersuchung von Maßstabeffekten, die durch die Wachstumsgesetze der Kavitationskeime verursacht werden. Dazu betrachten wir ein Flügelprofil der Tiefe $2A$ in einer homogenen Zuströmung (stationäre Belastung) in der Hauptanströmung u_0 mit dem Anstellwinkel δ_0 (vgl. Abb. 1). Vereinfachend gehen wir davon aus, daß in der Zuströmung nur Keime mit dem einheitlichen Radius R_0 vorhanden sind. Diese Idealisierung ist insofern nicht unrealistisch, als aus der Blasendynamik bekannt ist, daß bei instabiler Aufweitung Keime unterschiedlicher Ausgangsgröße nach kurzer Zeit bzw. Lauflänge eine in etwa einheitliche Abmessung erreichen /1/.

Wir legen außerhalb der Blasen ein inkompressibles Strömungsmedium zugrunde und vernachlässigen den Einfluß der Zähigkeit sowie die Wechselwirkung zwischen den einzelnen als kugelförmig angenommenen Blasen. Dann gilt für die zeitliche Verformung $R(t)$ des Blasenradius die Differentialgleichung von Plesset /2/:

$$(1) \quad \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + R \frac{d^2R}{dt^2} = \frac{1}{\rho} \left[p_{L0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\kappa} + p_v - \frac{2\sigma}{R} - p_\infty(t) \right]$$

Dabei ist p_v der als konstant angenommene Dampfpartialdruck in der Blase, $p_L = p_{L0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\kappa}$ der Luftpartialdruck (adiabate Zustandsänderung) σ der Koeffizient der Oberflächenspannung und $p_\infty(t)$ der Umgebungsaußendruck der Blase.

Wir wollen annehmen, daß mit der Zuströmung ankommende Blasen in das Unterdruckgebiet auf der Profilsaugseite transportiert werden, sich dort aufweiten und die Kavitationsschicht erzeugen und durchlaufen und schließlich im hinteren Teil des Flügelprofils infolge des dort wirksamen Druckanstiegs wieder zusammenzufallen.

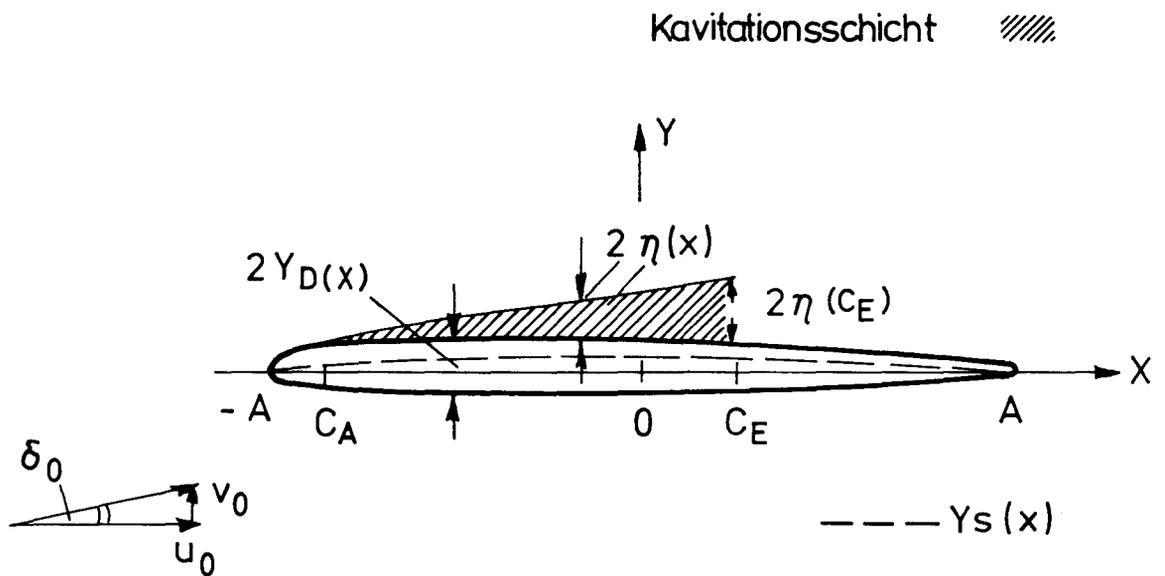


Abb. 1a Flügelprofil mit Teilkavitation
Koordinaten und Bezeichnungen

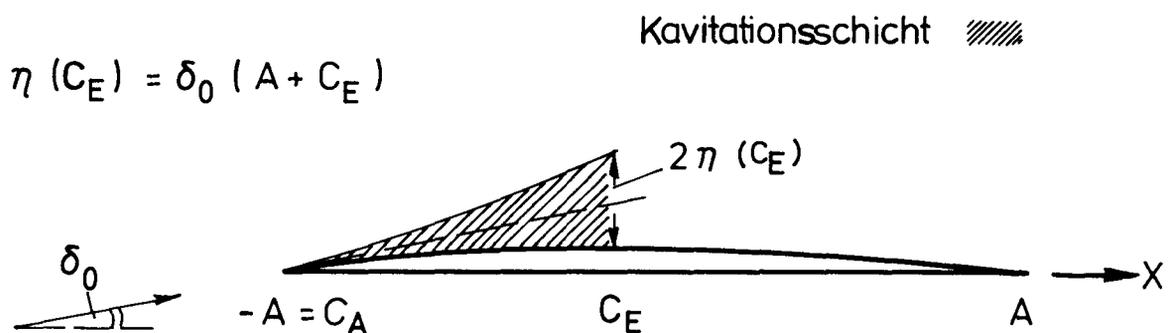


Abb. 1b Zur Veranschaulichung der Bedingung von Nishiyama

Man kann dann in guter Näherung durch die Relation

$$(2) \quad \frac{dR}{dt} = u_0 \frac{dR}{dx}$$

die Zeitintervalle auf die Profilsehnenkoordinate x umrechnen (vgl. Abb. 1).

Als wirksamer Umgebungsdruck $p_\infty(x)$ für die Blasen ist dann zunächst der Druck p auf der Profilsaugseite anzusehen. Allerdings ist zu beachten, daß dieser Druck p_∞ wegen des bereits in der Einführung erwähnten Zugspannungsabbaues mit zunehmender Verdampfung korrigiert werden muß, sofern $p_\infty < p_v$ ist. Wie Chao /3/ durch Vergleich zwischen Kavitationsberechnungen und Beobachtungen feststellte, kann der Zugspannungsabbau näherungsweise durch die Relation

$$(3) \quad p_{xx} = p_v (1 - e^{-\alpha/\alpha_{xx}}) + p_\infty e^{-\alpha/\alpha_{xx}}$$

beschrieben werden. In Formel (3) ist α das örtliche Volumverhältnis von Gas und Dampf zu Wasser, d.h. $\alpha = V_{G+V}/V_W$ und α_{xx} , ein spezieller empirischer Wert für dieses Volumverhältnis. Für $\alpha \approx \alpha_{xx}$ erfolgt dann gemäß Gl. (3) der Anstieg des Druckes p_{xx} von den Zugspannungen p_∞ auf den Dampfdruck p_v . Wie in /3/ gezeigt wurde, ergab sich durch Vergleiche zwischen Berechnungen und Kavitationsbeobachtungen für α_{xx} im Mittel etwa der Wert

$$(4) \quad \alpha_{xx} \approx 0,01 .$$

Bezeichnen wir mit ζ_0 die Anzahl der pro cm^3 in der Zuströmung zum Flügelprofil vorhandenen Keime, so besteht zwischen dem örtlichen Gasvolumverhältnis $\alpha(x)$ und dem Blasenradius $R(x)$ an der Stelle x der Zusammenhang (vgl. /3/; /1/ Kapitel 20 ; /4/)

$$(5) \quad \alpha(x) = \frac{4\pi}{3} \zeta_0 R^3(x) .$$

Für die nachfolgenden Maßstabsbetrachtungen ist es zweckmäßig, an Stelle von x die dimensionslose Profilsehnenkoordinate

$$(6) \quad x = \frac{x + A}{2A} \quad (0 \leq x \leq 1)$$

einzuführen. Unter Berücksichtigung der Zusammenhänge (2), (3),

(5) und (6) kann Gl. (1) in die Form gebracht werden:

$$(7) \quad \frac{3}{2} \left(\frac{d\alpha^{1/3}}{d\bar{x}} \right)^2 + \alpha^{1/3} \frac{d^2\alpha^{1/3}}{d\bar{x}^2} = 2A^2 \left(\frac{4\pi}{3} s_0 \right)^{2/3} \left[(c_p - \sigma_v) e^{-\alpha/\alpha_{**}} + \sigma_v \left(\frac{\alpha_0}{\alpha} \right)^k + \frac{4\sigma}{\rho u_0^2 R_0} \left(\left(\frac{\alpha_0}{\alpha} \right)^k - \left(\frac{\alpha_0}{\alpha} \right)^{1/3} \right) \right].$$

In Gl. (7) ist

$$(8) \quad c_p = \frac{p_0 - p(\bar{x})}{\frac{1}{2} \rho u_0^2} = \frac{p_0 - p_\infty(\bar{x})}{\frac{1}{2} \rho u_0^2}$$

der Druckbeiwert des Profils im von Kavitation freien Zustand und

$$(9) \quad \sigma_v = \frac{p_0 - p_v}{\frac{1}{2} \rho u_0^2}$$

der Kavitationsbeiwert.

Außerdem wurde bei der Herleitung von Gl. (7) von der Voraussetzung ausgegangen, daß im Zuströmzustand $R = R_0$ der Blasen Gleichgewicht herrscht, d.h. es gilt

$$(10) \quad p_{L_0} = p_0 - p_v + \frac{2\sigma}{R_0}.$$

Für eine vollkommene Ähnlichkeit der Kavitationserscheinungen von Modell und Original müßte

$$(11) \quad \alpha(x)_{\text{Mod}} = \alpha(x)_{\text{Orig}}$$

sein. Nach den klassischen Modellversuchsbedingungen ist die Übereinstimmung der c_p -Verteilung sowie des σ_v -Wertes zwischen Modell und Original selbstverständlich. Es gibt ferner keinen Grund anzunehmen, daß sich der α_{**} -Wert von Modell- und Originalströmung wesentlich unterscheidet; wir werden daher hier in beiden Fällen den durch Gl. (4) gegebenen Wert zugrunde legen.

Für Flügelprofile und Propeller ist der Term $\sim (c_p - \sigma_v)$ auf der rechten Seite von Gl. (7) für die Verdampfung, also die

Zunahme von $\alpha(X)$, entscheidend; demgegenüber tritt die Bedeutung des Luftdruckes (zweiter Summand auf der rechten Seite von (7)) zurück, und der Einfluß der Oberflächenspannung (dritter Term) ist nur für die Frage von Bedeutung, welche Blasengrößen instabil aufgeweitet werden (/1/, Kapitel 7). Hierauf kommen wir ohnehin noch zurück.

Sieht man also von den Einflüssen des Luftpartialdruckes und der Oberflächenspannung ab, so führt die Ähnlichkeitsbedingung (11) auf die unmöglich zu erfüllende Forderung

$$(12) \quad (\zeta_0 A^3)_{\text{Mod}} = (\zeta_0 A^3)_{\text{Orig}} .$$

Gl. (12) besagt nämlich, daß die Anzahl ζ_0 der am Kavitationsprozeß teilnehmenden (also instabil aufgeweiteten) Keime pro cm^3 beim Modellversuch um die dritte Potenz des Maßstabsfaktors $A_{\text{org}}/A_{\text{Mod}}$ (z.B. $25^3 \approx 15000$ bei Propellern) größer sein muß als in der Originalströmung.

In Wirklichkeit gilt nun etwa (/5/; /1/ Kapitel 27)

$$(13) \quad (\zeta_0)_{\text{Mod}} \lesssim (\zeta_0)_{\text{Orig}} ,$$

so daß die Bedingung (12) grob verletzt ist.

Interessanterweise stellt sich nun heraus, daß durch den Effekt des Zugspannungsabbaues die Auswirkung einer Verletzung der Ähnlichkeitsbedingung (12) auf den Verlauf des Gasvolumenverhältnisses $\alpha(X)$ abgeschwächt wird (vgl. Bedingung (11)).

Hiervon wollen wir uns mit einer einfachen Betrachtung überzeugen. Unter Vernachlässigung der durch Luftpartialdruck und Oberflächenspannung bedingten Terme nimmt Gl. (7) die Form an:

$$(14) \quad \alpha^{-\frac{2}{3}} \frac{d}{d\alpha^{1/3}} \left[\alpha \left(\frac{d\alpha^{1/3}}{d\bar{x}} \right)^2 \right] = 4A^2 \left(\frac{4\pi}{3} \zeta_0 \right)^{2/3} [c_p - \sigma_v] e^{-\alpha/\alpha_{**}} .$$

Um eine analytisch angebbare Lösung zu ermöglichen, nehmen wir vereinfachend $c_p = \text{const. an}$. Dann liefert die einmalige Integration mit der Anfangsbedingung $\frac{d\alpha^{1/3}}{d\bar{x}} \Big|_0 = 0$ für $\alpha = \alpha_0$ und der sehr guten Näherung $e^{-\alpha_0} \approx 1$, ($\alpha_0 \lesssim 10^{-5}$ in den meisten Fällen /6/):

$$\frac{d\alpha}{d\bar{x}} =$$

$$(15) \quad = \sqrt{3(c_p - \sigma_v) \alpha_{xx}} \cdot \sqrt{1 - e^{-\alpha/\alpha_{xx}}} \cdot \alpha^{1/6} 2A \left(\frac{4\pi}{3} S_0\right)^{1/3}.$$

Die weitere Behandlung der Dgl. (15) erfolgte in der Weise, daß die Lösung aus zwei Teilen zusammengesetzt wird. Im Bereich $0 \leq X \leq X_{xx}$, also für $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{xx}$ setzen wir $1 - e^{-\alpha/\alpha_{xx}} \approx \alpha/\alpha_{xx}$. Für $X \geq X_{xx}$, also $\alpha \geq \alpha_{xx}$, approximieren wir $1 - e^{-\alpha/\alpha_{xx}} \approx 1$. Beide Zweige der Lösung gehen für $X = X_{xx}$, $\alpha = \alpha_{xx}$ stetig ineinander über. Dazu kommt die Anfangsbedingung $\alpha = \alpha_0$ für $X = 0$. Das Ergebnis lautet nach einer elementaren Zwischenrechnung:

$$(16) \quad \alpha = \left[\alpha_0^{1/3} + \left[\alpha_{xx}^{1/3} - \alpha_0^{1/3} \right] \frac{\bar{X}}{\bar{X}_{xx}} \right]^3, \quad (\bar{X} \leq \bar{X}_{xx})$$

$$\alpha_{xx} \left[2,5 \frac{\bar{X}}{\bar{X}_{xx}} - 1,5 \right]^{6/5}, \quad (\bar{X} \geq \bar{X}_{xx})$$

mit

$$(17) \quad \bar{X}_{xx} = \frac{\alpha_{xx}^{1/3} - \alpha_0^{1/3}}{4(\pi/6)^{1/3}} \sqrt{\frac{3}{c_p - \sigma_v}} \frac{1}{A(S_0)^{1/3}}$$

In Abb. 2 ist der Verlauf der $\alpha (X/X_{xx})$ -Kurven dargestellt; nur der Lösungszweig im Bereich $X < X_{xx}$ hängt vom Anfangsgasvolumenverhältnis α_0 ab.

Die zugehörigen X_{xx} -Werte zeigt Abb. 3. Man erkennt, daß die Übergangsstelle X_{xx} umgekehrt proportional zum Längenmaßstab ist; das bedeutet, der Zugspannungsabbau vollzieht sich unter Originalbedingungen auf einer relativ zur Profiltiefe wesentlich kürzeren Strecke als beim Modell; dazu kommt noch, daß in der Regel $(S_0)_{Orig}^{1/3} \gtrsim (S_0)_{Mod}^{1/3}$ ist. Die Abhängigkeit der X_{xx} -Werte von der Differenz $(c_p - \sigma_v)$ zwischen Druck- und Kavitationsbeiwert sowie von α_0 ist demgegenüber relativ schwach.

Ein Blick auf Abb. 2 zeigt, daß für Werte $\alpha_0 \lesssim 10^{-5}$ (wie sie üblichen /6/, /5/ Wasserbedingungen bei Modell und Original entsprechen) zu Beginn der Aufweitung

$$(18) \quad \alpha \sim (\bar{X}/\bar{X}_{xx})^3, \quad \alpha_{orig}/\alpha_{Mod} \sim (A_{orig}/A_{Mod})^3$$

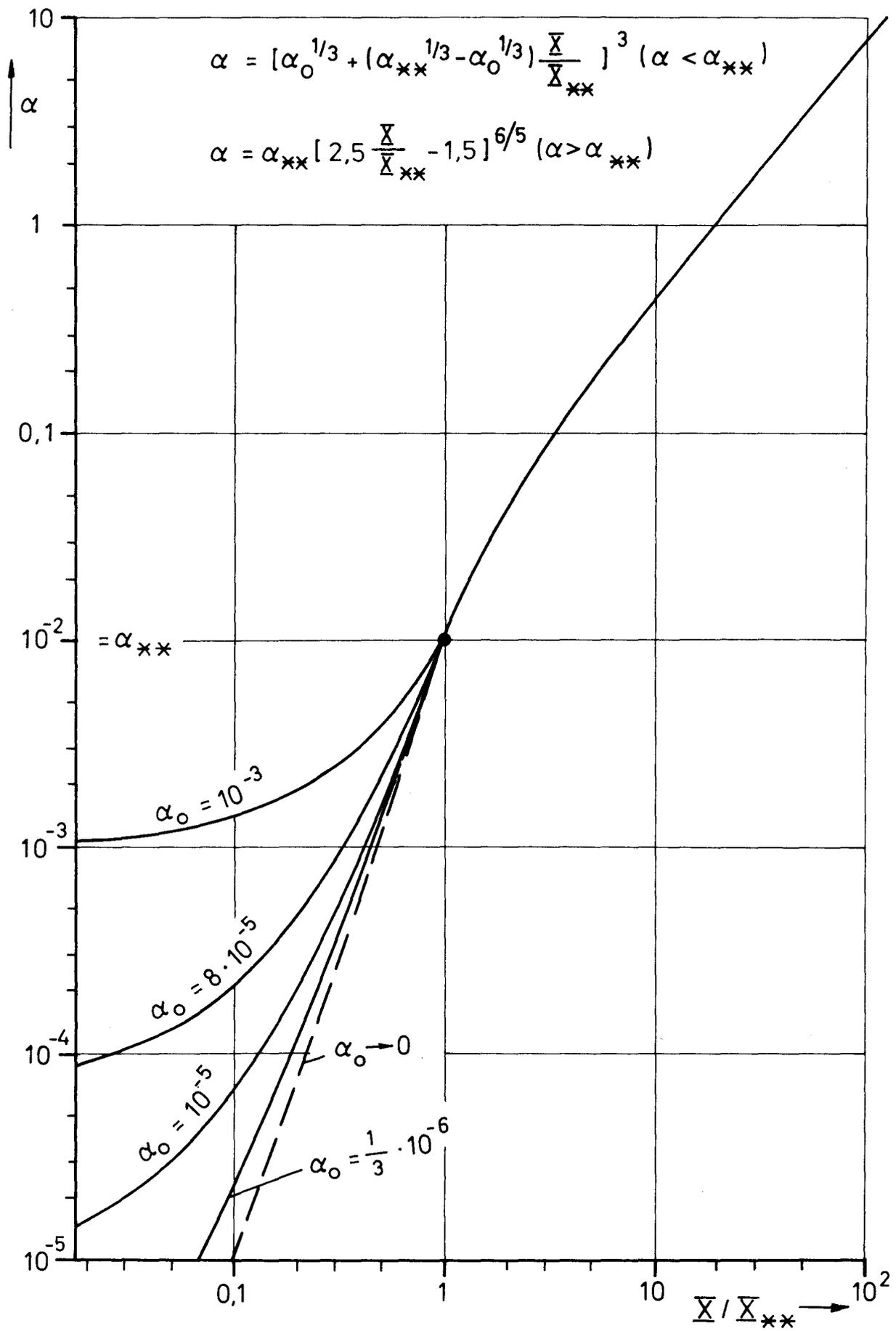


Abb. 2 Gasvolumverhältnis α mit Zugspannungsabbau

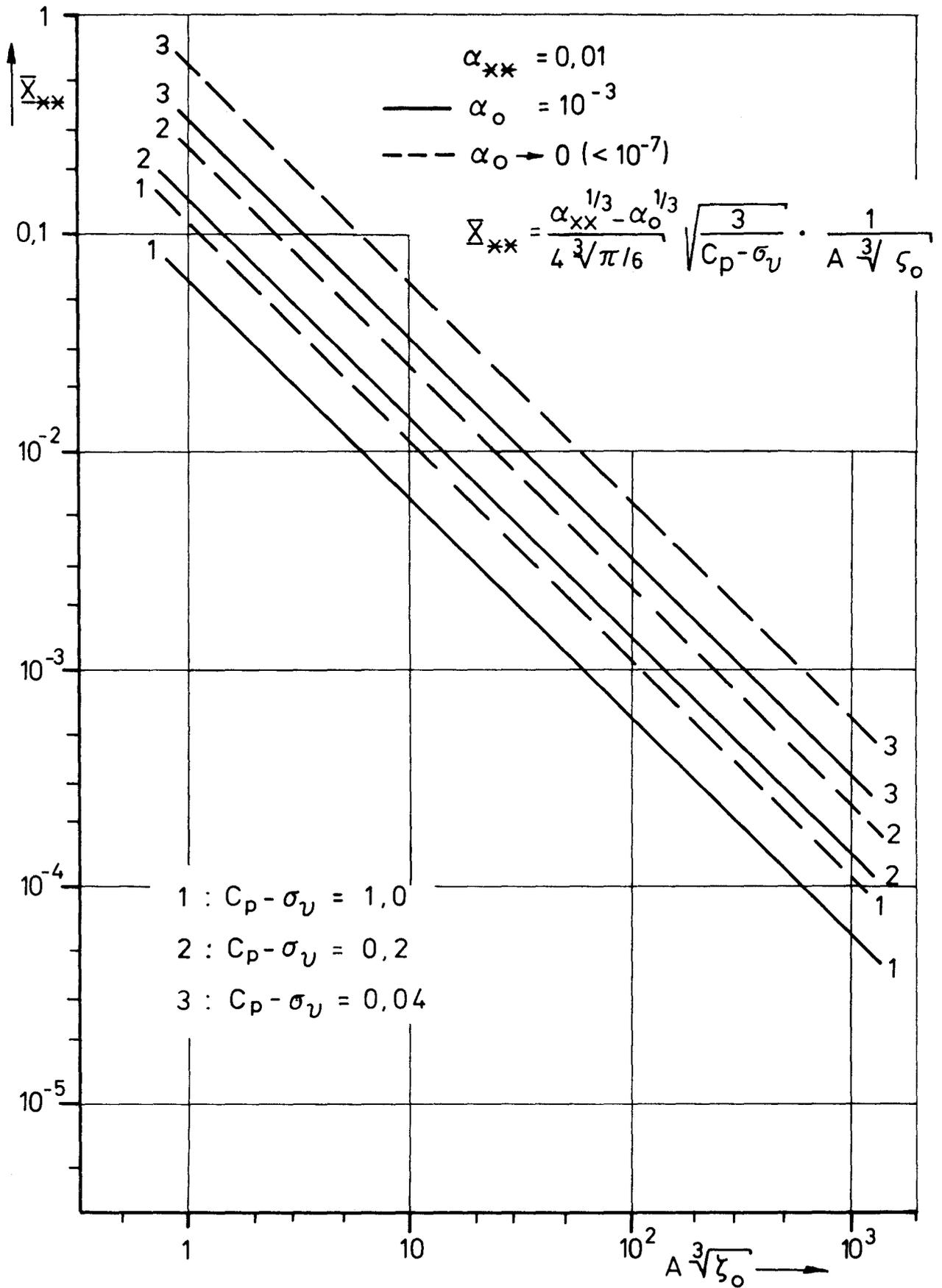


Abb. 3 Übergangsstelle des Zugspannungsabbaues

ist, also solange der Zugspannungsabbau noch keine Bedeutung erlangt hat. Für größere α_o -Werte ist der Zugspannungsabbau natürlich von Anfang an wirksam.

Andererseits ist in fortgeschrittenen Aufweitungszuständen mit $(X/X_{**})^2 \gg 1$ nur noch

$$(19) \quad \alpha \sim (\bar{X}/\bar{X}_{**})^{6/5}, \quad \alpha_{orig}/\alpha_{Mod} \sim (A_{orig}/A_{Mod})^{6/5}.$$

Diese Zustände werden unter Originalbedingungen schon nach einer um den Maßstabsfaktor kürzeren, auf die Profiltiefe bezogenen Lauflänge der Keime erreicht als beim Modell. Hierdurch verringert sich die Diskrepanz zwischen Modell- und Originalkavitation bei Nichterfüllung der Ähnlichkeitsbedingung (12). Ohne Zugspannungsabbau ergäbe sich auch für fortgeschrittene Aufweitungszustände die Relation (18).

Aus der Lösung (16), (17) kann unter Verwendung von Gl. (5) auch das Verhalten des auf die Profiltiefe bezogenen Blasenradius entnommen werden. Es ergibt sich

$$(20) \quad \frac{R}{A} = \frac{R_o}{A} + 2 \sqrt{\frac{c_p - \sigma_v}{3}} \bar{X}, \quad (\bar{X} \leq \bar{X}_{**})$$

$$\left(\frac{3\alpha_{**}}{4\pi\sigma_o} \right)^{1/3} \frac{1}{A} \left(2,5 \frac{\bar{X}}{\bar{X}_{**}} - 1,5 \right)^{2/5}, \quad (\bar{X} \geq \bar{X}_{**}).$$

Man erkennt, daß im Anfangsstadium ($X < X_{**}$) der Aufweitung der auf die Profiltiefe bezogene Keimradius für Modell und Original etwa den gleichen Wert hat. Für fortgeschrittene Aufweitungszustände mit $X^2 \gg X_{**}^2$ wird dagegen

$$(21) \quad \left(\frac{R}{A}_{orig} \right) / \left(\frac{R}{A}_{Mod} \right) \sim (A_{Mod}/A_{orig})^{3/5},$$

oder anders gesagt, der auf die Flügeltiefe bezogene Blasenradius ist in der Modellströmung größer als im Originalzustand.

Der Vollständigkeit halber sei noch die sich für $\alpha_o > \alpha_{**}$ ergebende Lösung der Dgl. (7) erwähnt. In diesem Fall können der Term $(c_p - \sigma_v)$ und der Einfluß der Oberflächenspannung vernachlässigt werden. Mit $\varkappa = 4/3$ lautet die Lösung von (7) dann

$$\bullet \bullet \left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{1+3\left(\sqrt{\frac{A}{R_0} \bar{X}}\right)^{4/5}}$$

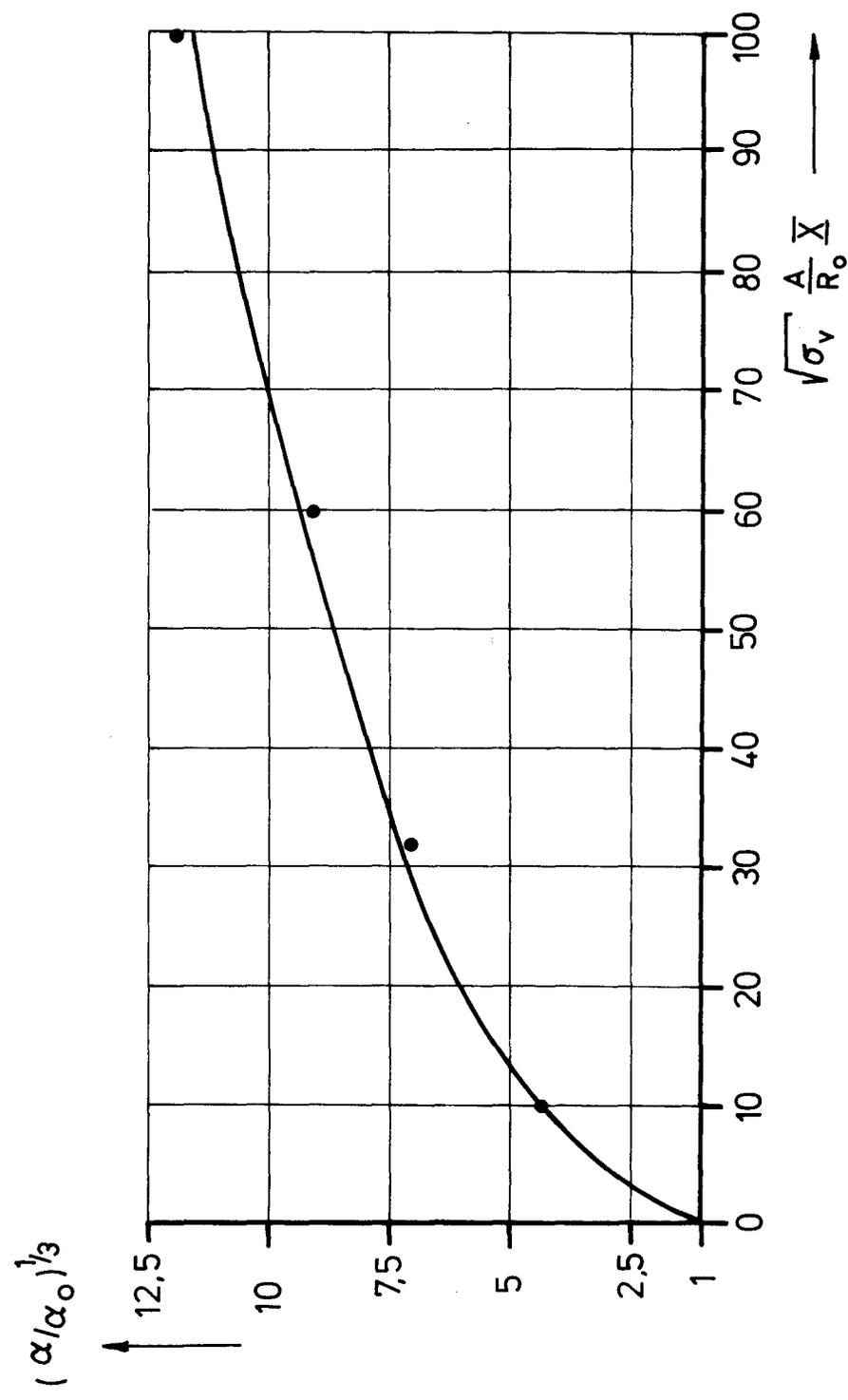


Abb. 4 Verlauf des Gasvolumenverhältnis α für Wasser mit hohem Anfangswert $\alpha_0 > \alpha_{**}$.

$$(22) \quad 15 \sqrt{\sigma_v} \frac{A}{R_o} \bar{x} = \\ = \sqrt{(\alpha/\alpha_o)^{1/3} - 1} (3 (\alpha/\alpha_o)^{2/3} + 4 (\alpha/\alpha_o)^{1/3} + 8),$$

oder auch in guter Näherung umgekehrt

$$(23) \quad \left(\frac{\alpha}{\alpha_o}\right)^{1/3} = \sqrt{1 + 3 \left(\sqrt{\sigma_v} \frac{A}{R_o} \bar{x}\right)^{4/5}},$$

Aus (23) ergibt sich für fortgeschrittene Aufweitungszustände wieder das Verhalten (19), sofern gleiche α_o - und R_o -Werte für Modell und Original vorausgesetzt werden. Der Verlauf der Kurven (22) oder (23) ist in Abb. 4 dargestellt.

Die klassische Forderung, daß der Kavitationsbeiwert σ_v für Original- und Modellströmung übereinstimmen soll, reicht zur Festlegung der Modellversuchsbedingungen nicht aus; es bleibt vielmehr einer der beiden in Gl. (9) auftretenden Parameter, nämlich Zuströmdruck p_o oder Zuströmgeschwindigkeit u_o (natürlich innerhalb der Betriebsgrenzen des verwendeten Kavitationstunnels), frei wählbar. Auf eine mögliche Form dieser Wahl, die zusätzliche Erfüllung des Froudeschen Ähnlichkeitskriteriums zur Erfassung des Schwerkräfteinflusses

$$(24) \quad \frac{u_o}{\sqrt{gA}}_{orig} = \frac{u_o}{\sqrt{gA}}_{Mod}$$

werden wir in Abschnitt 3 noch ausführlich zurückkommen. Um diese Untersuchung vorzubereiten, betrachten wir die durch Gl. (16), (17) gegebene α -Verteilung bei einem konkreten Beispiel sowohl unter Originalbedingungen als auch für zwei verschiedene Modellversuchsbedingungen. Die Daten des Beispiels sind an die für den Propeller des Container-Schiffes "Sydney Express" geltenden Verhältnisse angelehnt.

Der Originalpropeller hat einen Außen-Radius $R_a = 350$ cm, das Modell 12,5 cm, Maßstabsfaktor 28. Wie in Abschnitt 3 noch im einzelnen erläutert wird, ergeben sich für die Verhältnisse an den Flügelprofilen des Radius $r/R_a = 0,9$ folgende Daten:

$$A_{\text{Orig}} = 92,5 \text{ cm}, \quad A_{\text{Mod}} = 3,3 \text{ cm},$$

$$U_{\text{Orig}} = 35,2 \text{ m/sec} \text{ entsprechend einer Drehzahl von } 1,75 \text{ Hz.}$$

Für eine Modelldrehzahl von 30 Hz ist dann $U_0 = 21,5 \text{ m/sec}$;
für eine Drehzahl von 9,3 Hz bei Erfüllung der Bedingung (24)
ist $U_0 = 6,65 \text{ m/sec}$.

Als Mittelwert der im vorderen Profilbereich $0 \leq x \leq 0,2$ auf-
tretenden Druckverteilungen (vgl. auch Abb. 11) wählen wir:

$$c_p - \sigma_v = 0,10.$$

Für den im Profilbereich auftretenden Unterdruck p gilt nach
der Bernoullischen Gleich gemäß (8) und (9):

$$(25) \quad p = p_v + \frac{\rho}{2} U_0^2 (c_p - \sigma_v).$$

Wir erkennen, daß der Unterdruck des Modellversuchs wesentlich
von der gewählten Zuströmgeschwindigkeit abhängt; und zwar ist

$$p - p_v = -0,23 \text{ bar} \quad \text{bei } U_0 = 21,5 \text{ m/sec} \quad (30 \text{ Hz})$$

$$p - p_v = -0,02 \text{ bar} \quad \text{bei } U_0 = 6,65 \text{ m/sec} \quad (9,3 \text{ Hz})$$

Aus der Blasendynamik (/1/, Kapitel 7) ist bekannt, daß der kri-
tische Keimradius R_{Ok} entscheidend von dem absolut erreichten
Unterdruck am Strömungskörper abhängt. R_{Ok} bedeutet dabei, daß
alle Keime der Zuströmung mit Radien $R_0 > R_{\text{Ok}}$ in dem Unterdruck-
feld des Flügelprofils instabil aufgeweitet werden und somit am
Kavitationsprozeß teilnehmen.

Nach Abb. 5 (entnommen aus /1/, Kapitel 7) gehört zu dem Wert
 $p_v - p = p_v - p_{\infty k} = 0,23 \text{ bar}$ der Radius $R_{\text{Ok}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$; zu
dem Wert $p_v - p_{\infty k} = 0,022 \text{ bar}$ der Radius $R_{\text{Ok}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$.
Aus allen bisher bekannt gewordenen Keimverteilungsmessungen
(z.B. /6/, /5/) ergibt sich, daß die Anzahl ξ_0 der Keime pro
 cm^3 mit kleiner werdenden Radien fast exponentiell ansteigt.
Unter Berücksichtigung solcher Messungen können die Werte

$$(\xi_0)^{1/3} = 6 \quad \text{für } R_{\text{Ok}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

$$(\xi_0)^{1/3} = 1,2 \quad \text{für } R_{\text{Ok}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

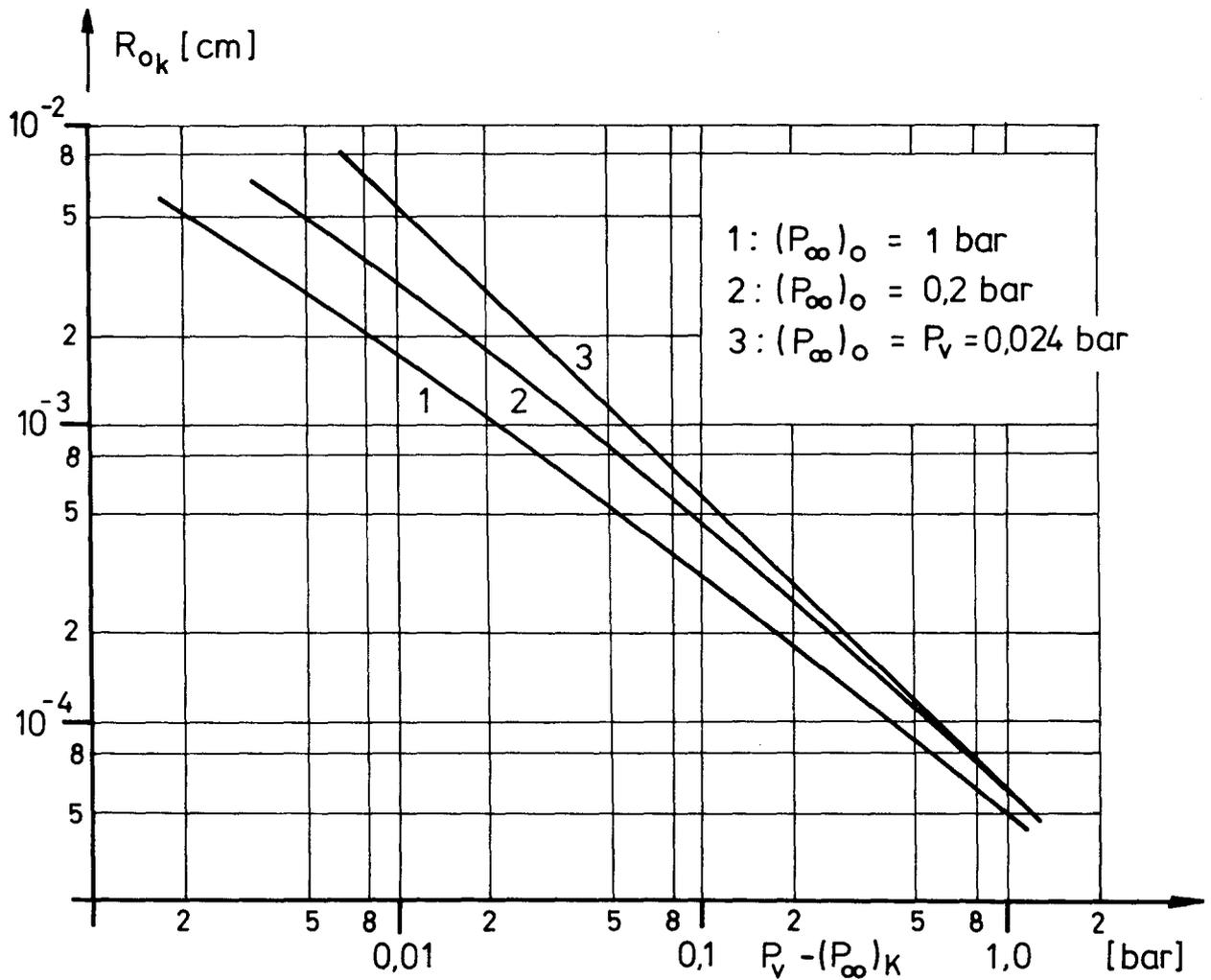


Abb. 5 Kritischer Umgebungsdruck $(P_\infty)_k$ in Abhängigkeit vom kritischen Zuströmradius R_{0k}

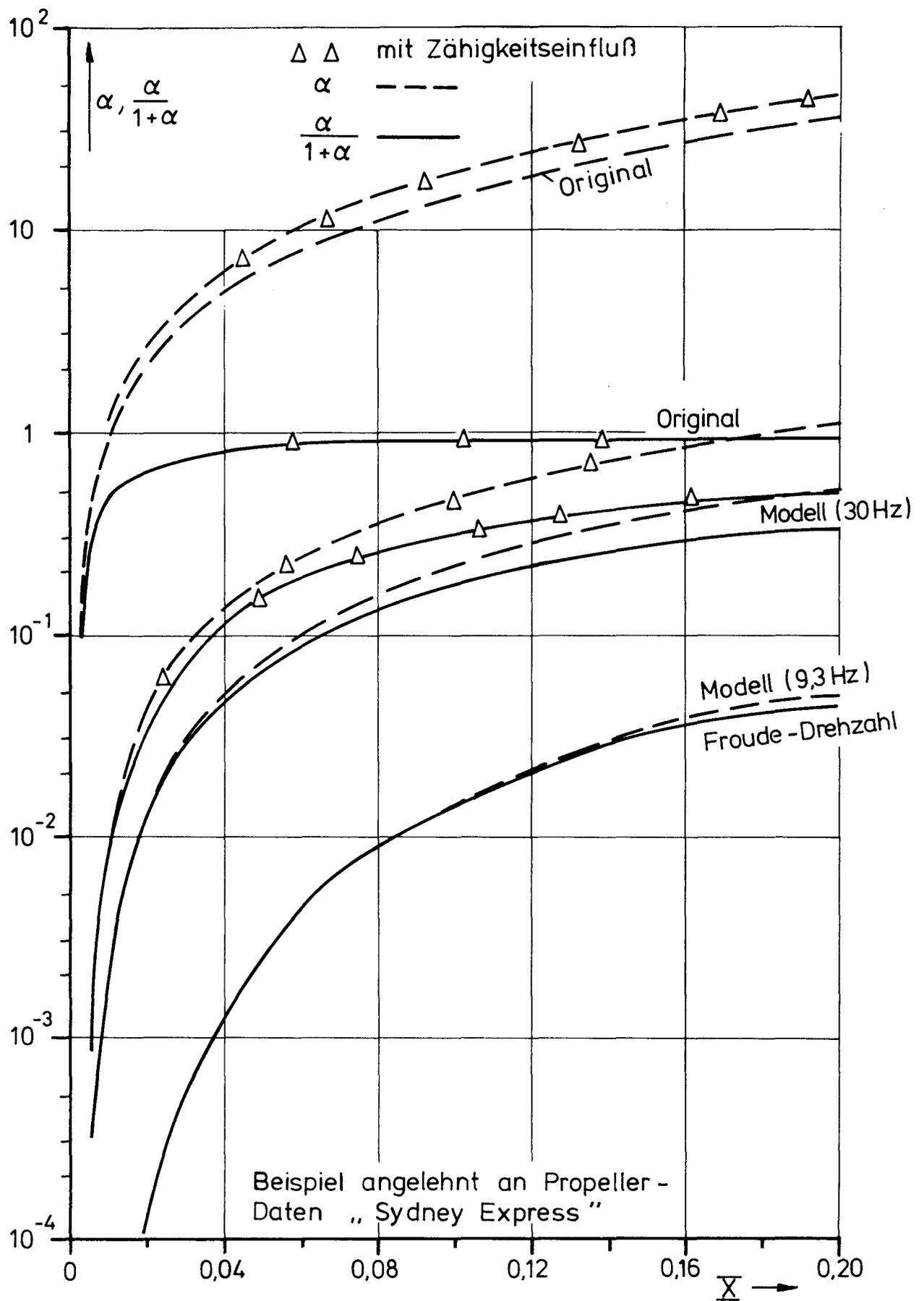


Abb. 6 Zum Einfluß der Modelldrehzahl auf die Kavitation.

etwa als realistisch angesehen werden. Damit ergibt sich nach Formel (17)

$$(X_{**})_{\text{Mod}} = 0,0174 \quad \text{für } 30 \text{ Hz Drehzahl}$$

$$(X_{**})_{\text{Mod}} = 0,087 \quad \text{für } 9,3 \text{ Hz Froude-Drehzahl.}$$

Unter Originalbedingungen und der Annahme $(\Sigma_0)^{1/3} = 7$ erhalten wir $(X_{**})_{\text{Orig}} = 0,00053$.

Abb. 6 zeigt mit den oben angegebenen Parameterwerten den Verlauf von α bzw. $\frac{\alpha}{1+\alpha}$ nach Gl. (16) für die Originalströmung und die beiden Modellversuchsbedingungen. Man erkennt deutlich, daß die mit der Froude-Drehzahl erhaltenen Werte für den Gasvolumanteil $\frac{\alpha}{1+\alpha}$ wesentlich mehr von denen der Originalströmung abweichen als die Modell-Werte für 30 Hz Drehzahl. Diese Aussage wird durch Propeller-Modellversuche bei verschiedenen Drehzahlen (z.B. 15 und 30 Hz) eindrucksvoll bestätigt /5/.

3. Maßstabeffekte, bedingt durch die Schwerkraft

Maßstabeffekte infolge der Schwerkraftwirkung können bei Schiffspropellern eine Rolle spielen, da in der Originalströmung der durch die Höhendifferenz über dem Propellerdurchmesser auftretende Druckunterschied bis zu 1 bar betragen kann (10 m Wassersäule), während er unter Modellbedingungen fast bedeutungslos ist. Wir beschränken uns für die theoretische Untersuchung der Einfachheit halber auf einen homogen angeströmten Propeller, sehen also von der Berücksichtigung des Schiffsnachstroms ab. Wir betrachten den Druckverlauf an den Propellerflügeln in abgewinkelten Zylinderschnitten $r = \text{const.}$ (für die Koordinaten und Bezeichnungen vgl. Abb. 7). Nach der Propellertheorie (/7/, Kapitel I A) lautet dann die Bernoullische Gleichung unter Vernachlässigung der Quadrate induzierter Geschwindigkeiten:

$$(26) \quad \frac{P_0 - P}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} = 2 \frac{g r \cos \varphi}{U_0^2} + 2 \frac{U_x + U_a}{U_0}$$

In Gl. (26) ist $U_0^2 = \omega^2 r^2 + u_p^2$, ωr die Drehgeschwindigkeit des Propellerflügels am Radius r und u_p die Zuströmgeschwindigkeit in Richtung der Propellerwelle.

U_γ bzw. U_q sind die von dem Wirbelsystem des Propellers bzw. der Quellen-Senkenbelegung der Flügel induzierten Geschwindigkeiten.

Wir wollen uns hier damit begnügen, für U_γ und U_q die sich aus der ebenen Profiltheorie ergebenden Werte einzusetzen; letzteres etwa in der Annahme, daß die Wölbung des Propellerprofils sowie dessen Anstellwinkel bereits in der üblichen Weise durch Wölbungs- und Anstellwinkelkorrekturen k_c , k_α an die ebene Profilströmung angepaßt sind /7/, /8/. Dann nimmt Gl. (26) für die Profilsaugseite die Form an

$$(27) \quad \frac{p_0 - p}{\frac{\rho}{2} U_0^2} = \frac{2gr \cos \varphi}{U_0^2} + \frac{\gamma(x, r)}{U_0} + \frac{1}{\pi U_0} \int_{-A}^A q(\xi, r) \frac{d\xi}{x - \xi} .$$

Dabei haben wir in der Schreibung zum Ausdruck gebracht, daß die Wirbelbelegung γ und Quellverteilung q natürlich vom örtlichen Propellerradius r abhängen. Gl. (27) gilt für den von Kavitation freien Zustand.

Es ist wichtig, darauf hinzuweisen, daß in der kinematischen Strömungsrandbedingung der Profiltheorie (Stromlinien-Bedingung) der Schwerkrafteinfluß nicht auftritt. Daher ist γ und natürlich auch q (geometrische Profildicke) nicht von g bzw. vom Umfangswinkel φ des Propellerkreises (vgl. Abb. 7) abhängig. Dafür ist nach Gl. (27) der örtliche Druck $p = p(x, r, \varphi)$ durch die Schwerkraft beeinflußt. Wie dies sein muß, fällt aber für die Druckdifferenz zwischen Saugseite und Druckseite $\partial p(x, r) \approx \rho U_0 \gamma(x, r)$ dieser Einfluß wieder heraus.

Wir führen als Abkürzung den Druckbeiwert $c_p(x, r)$ der Profilströmung ohne Kavitation und ohne Schwerkrafteinfluß ein, also

$$(28) \quad c_p(x, r) \equiv \frac{\gamma(x, r)}{U_0} + \frac{1}{\pi U_0} \int_{-A}^A q(\xi, r) \frac{d\xi}{x - \xi} .$$

Nach dem bereits in der Einführung erläuterten Kavitationsmodell der Profiltheorie beschreiben wir die durch Kavitation veränderte Auftriebs- und Druckverteilung sowie die Verdrängungswirkung der Kavitationsschicht durch eine zusätzliche Wirbelbelegung γ_γ und Quellverteilung q_γ . Letztere ist

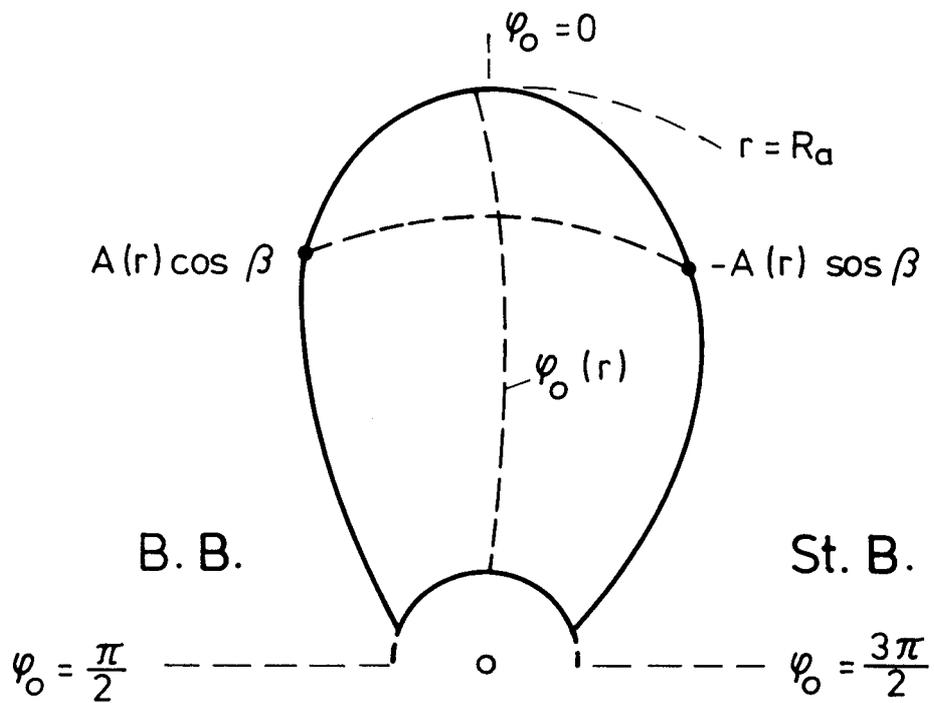
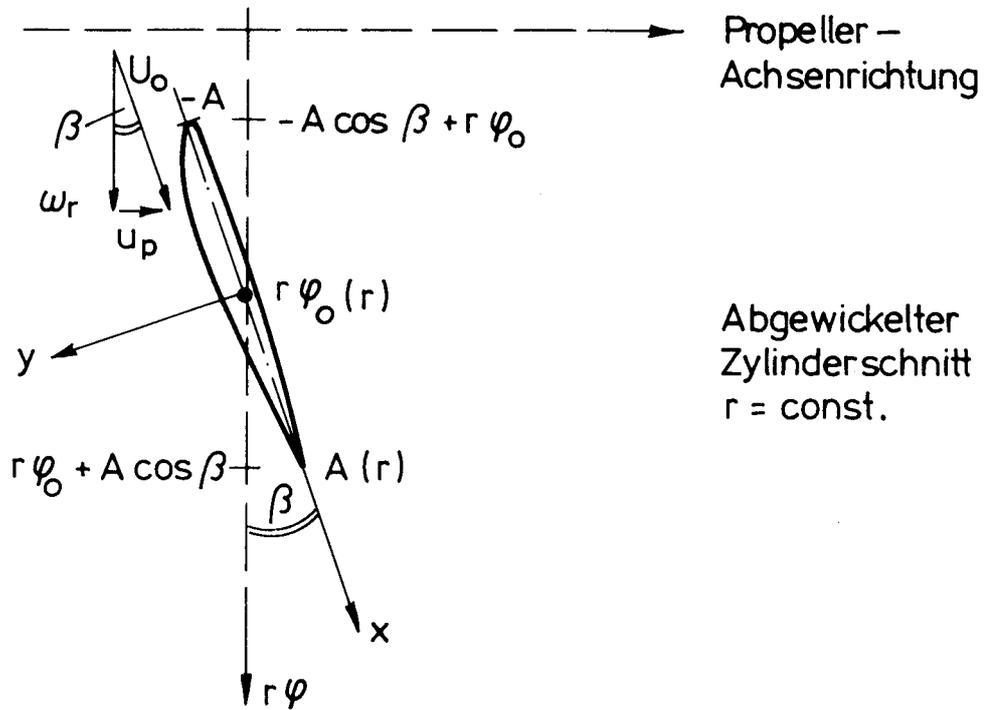


Abb. 7 Koordinaten und Bezeichnungen
am Propellerflügel

nur im Bereich $C_A \leq x \leq C_E$ der Kavitationsschicht definiert (vgl. Abb. 1). In diesem Bereich soll Dampfdruck $p = p_v$ herrschen, eine Annahme, die bei ausgeprägtem Zugspannungsabbau auch im Sinne der Kavitationsphysik realistisch ist. Nach der linearisierten Bernoulligleichung führt diese Druckbedingung dann an Stelle von (27) zu der Relation ($C_A \leq x \leq C_E$)

$$(29) \quad \sigma_v \equiv \frac{p_0 - p_v}{\frac{\rho}{2} U_0^2} = \frac{2gr \cos \varphi}{U_0^2} + C_p(x, r) + \frac{\delta_\gamma(x, r, \varphi)}{U_0} + \frac{1}{\pi U_0} \int_{C_A}^{C_E} q_\gamma(x, r, \varphi) \frac{d\xi}{x - \xi} .$$

Dazu tritt (vgl. /1/, Abschnitt 21) die Stromlinienbedingung der Kavitationsschicht

$$(30) \quad - \frac{1}{U_0} q_\gamma(x, r, \varphi) = \frac{1}{\pi U_0} \int_{-A}^A \delta_\gamma(\xi, r, \varphi) \frac{d\xi}{x - \xi} .$$

Man erkennt: Im Gegensatz zu q und δ sind q_γ und δ_γ durch die Schwerkraft beeinflusst, da ja σ_v von der Schwerkraft unabhängig ist. Und wegen der Stromlinienbedingung (30) besteht diese Abhängigkeit notwendig für beide Belegungen q_γ und δ_γ . Letzteres ist auch von der physikalischen Anschauung her einleuchtend.

Wir haben nun noch $\cos \varphi$ durch die Sehnenkoordinate x des Flügelprofils auszudrücken. Mit $\varphi_0(r)$ bezeichnen wir die Winkelkoordinate des Profilmittelpunktes $x = 0$. Dann gilt (vgl. Abb. 7) mit $\operatorname{tg} \beta = u_p / \omega r$

$$(31) \quad r \cos \varphi = r \cos \left(\varphi_0 + \frac{x}{r} \cos \beta \right) \quad (-A \leq x \leq A) .$$

Durch Inversion der Gl. (30) ergibt sich zunächst

$$(32) \quad \delta_\gamma(x, r, \varphi_0) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{A-x}{A+x}} \int_{C_A}^{C_E} q_\gamma(\xi, r, \varphi_0) \sqrt{\frac{A+\xi}{A-\xi}} \frac{d\xi}{x-\xi} .$$

und durch Einsetzen in die Druckbedingung (29) erhalten wir die Integralgleichung (/1/, Kapitel 21)

$$(33) \quad \sigma_v - c_p(x, r) - \frac{2gr}{U_0^2} \cos(\varphi_0 + \frac{x}{r} \cos\beta) = \\ = \frac{1}{\pi U_0} \int_{C_A}^{C_E} q_\gamma(\xi, r, \varphi_0) \left[1 + \sqrt{\frac{A-x}{A+x} \frac{A+\xi}{A-\xi}} \right] \frac{d\xi}{x-\xi}$$

zur Bestimmung der den Verdrängungseinfluß der Kavitations-
schicht beschreibenden Quellbelegung $q_\gamma(x, r, \varphi_0)$.
Genaugenommen ist das Kavitationsproblem durch den Einfluß der
Schwerkraft instationär, d.h. von der momentanen Winkelstel-
lung φ_0 des Flügelprofils abhängig. Aufgrund der bei der
Behandlung der instationären Profilkavitation schwingender
Tragflügel gemachten Erfahrungen /9/ können wir uns hier aber
mit einer quasistationären Analyse der jeweiligen Momentan-
zustände φ_0 begnügen. Die Auflösung der Integralgleichung (33)
ist mit Hilfe von zuerst von Hanaoka /10/ vorgeschlagenen
Transformationen exakt möglich. Das Lösungsverfahren wurde in
weiteren Arbeiten verbessert, auf die hier verwiesen werden
muß (vgl. /11/, /12/). Bei der Lösung ist die Bedingung

$$(34) \quad q_\gamma(C_E, r, \varphi_0) = 0$$

zu erfüllen; sofern $C_A > -A$ ist, muß außerdem noch

$$(35) \quad q_\gamma(C_A, r, \varphi_0) = 0$$

sein. Die Dicke $2\gamma(x, r, \varphi_0)$ der Kavitationsschicht ergibt sich
dann aus der Relation

$$(36) \quad 2\gamma(x, r, \varphi_0) = \frac{1}{U_0} \int_{C_A}^x q_\gamma(\xi, r, \varphi_0) d\xi .$$

Die aus Gl. (33) mit den Bedingungen (34), (35) erhaltene
 q_γ -Verteilung entspricht dem sog. offenen Kavitationsmodell,
wie es von Nishiyama /13/ eingeführt wurde, d.h. es ist die
Enddicke der Schicht $2\gamma(C_E, r, \varphi_0) = 2\sigma_0(C_E + A)$, (Abb.1)

von Null verschieden. Nur bei einem solchen Modell ergeben sich physikalisch realistische, am Ende C_E der Kavitationsschicht nicht singuläre Druckverteilungen.

Die Schließungsbedingung eines festen Strömungskörpers ist für eine Kavitationsschicht nicht zu erfüllen; dies ist verständlich, da eine derartige Schicht ja anders als ein fester Verdrängungskörper vorn und hinten keinen Staupunkt aufweist. Die Druckverteilung hinter der Kavitationsschicht für $x \geq C_E$ ergibt sich aus einer zu Gl. (29) analogen Relation. An Stelle von σ_v ergibt sich dann der durch den Einfluß der Kavitation modifizierte Druckbeiwert $c_{pv}(x, r, \varphi)$.

Die Abb. 8,9,10 enthalten einige Ergebnisse der Theorie ohne Schwerkrafteinfluß (vgl. /11/,/12/) für das Flügelprofil NACA 0015, die mit Beobachtungen und Meßresultaten /14/ verglichen sind.

So zeigt Abb. 8 die berechnete Kavitationsausdehnung im Vergleich mit entsprechenden Beobachtungen /14/. Die beobachtete Länge der Kavitationsschicht ist etwas größer als die nach der Profiltheorie berechnete. Dies ist verständlich, denn die Profiltheorie geht von der Vorstellung aus, daß zugleich mit dem Ansteigen des Druckes p über den Dampfdruck p_v bei C_E die Kavitationsschicht endet. (Vgl. auch die in Abb. 10 dargestellten Druckverteilungen.) Der Schließungsvorgang für $2\gamma(x)$ wird dabei wegen der Annahme eines offenen Kavitationsmodells ausgeklammert. Tatsächlich wird jedoch erst durch den Druckanstieg über den Dampfdruck der Zusammenfall der Schicht im Bereich $x \geq C_E$ ausgelöst. Danach erscheint es plausibel, den gemäß der Profiltheorie berechneten Kavitationsbereich $C_A < x < C_E$ noch um eine Zusammenfallstrecke Δx_z zu verlängern.

Für deren Abschätzung kann man /15/ von der Modellvorstellung ausgehen, daß bei $x = C_E$ die Kavitationsschicht der Dicke $2\gamma(C_E)$ aus Blasen des Radius $R_0 = \gamma(C_E)$ besteht. Die Zeit t_z für deren Zusammenfall läßt sich mit einer durch Experimente gut bestätigten Formel der Blasendynamik (vgl. /1/, Abschnitt 7)

▼ Kavitationsende unter Berücksichtigung des Blasen zusammenfalls nach Gl. (38)

—●— Experimente m. Streuung

~~~~ Bereich abgelöster Wirbelkavitation

$2A = 20\text{cm}$

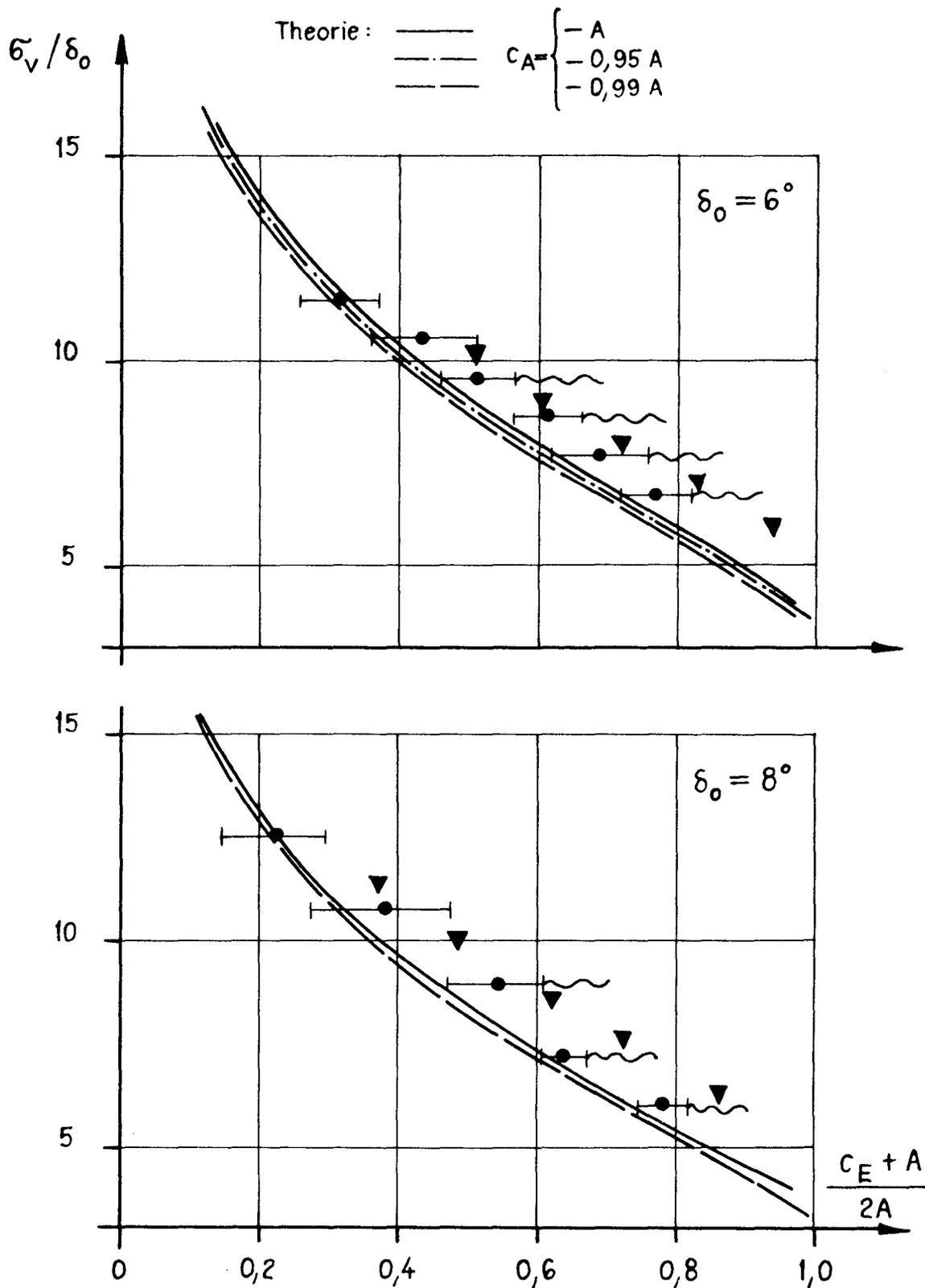


Abb. 8 Kavitationsausdehnung beim Profil NACA 0015. Vergleich zwischen Experiment und Theorie

$$(37) \quad t_z = 0,915 R_0 \sqrt{\frac{\rho}{\rho - \rho_v}}$$

ermitteln. Dabei ist  $R_0$  der Ausgangsradius der Blase und  $p$  der den Zusammenfall auslösende Umgebungsdruck, in unserem Fall der mittlere Druck im Bereich  $c_E \leq x \leq c_E + \Delta x_z$ . Mit  $\Delta x_z = u \cdot t_z = u_0 \sqrt{1 + c_p} \cdot t_z$  folgt aus (37) für die Zusammenfallstrecke der iterativ auflösbare Ausdruck

$$(38) \quad \Delta x_z = 1,3 \eta(c_E) \sqrt{\frac{1 + c_p}{\sigma_v - c_p}}.$$

In Abb. 8 ist das Ergebnis einer derartigen Rechnung angegeben. Man erkennt, daß dadurch die experimentellen Daten voll wiedergegeben werden. Dies ist also ein typisches Beispiel für eine Kombination profiltheoretischer und blasendynamischer Methoden zur Kavitationsberechnung.

Abb. 9a vermittelt einen Einblick in die für die Dicke der Kavitationsschicht erhaltenen Resultate.

Weiter zeigt Abb. 9b den Verlauf der durch den Einfluß der Kavitation bedingten zusätzlichen Wirbelbelegung  $\delta_\eta(x)$  bei verschiedenen Anstellwinkeln und Kavitationsbeiwerten. Diese aus Abb. 9b zu entnehmenden  $\delta_\eta$ -Verteilungen sind typisch für kavitierende Flügelprofile. In der Nähe der Vorderkante im Bereich  $c_p > \sigma_v$  ist  $\delta_\eta$  negativ, denn die im von Kavitation freien Zustand sich nach der Theorie ergebenden Unterdrücke (Zugspannungen) werden auf den Dampfdruck  $p_v$  angehoben. Umgekehrt ist  $\delta_\eta$  im hinteren Bereich der Kavitationsschicht positiv, da der ohne Kavitation vorliegende Druckanstieg durch den Einfluß einer am Profil vorhandenen Kavitationsschicht wesentlich stromabwärts verschoben wird.

Letzteres geht auch deutlich aus Abb. 10 hervor. Sie zeigt /14/ die für verschiedene Anstellwinkel und Kavitationswerte gemessene Druckverteilung am Profil NACA 0015 im Vergleich mit den Ergebnissen der hier besprochenen Theorie. Man erkennt eine relativ gute Übereinstimmung. Es wird deutlich, daß der Druck auch noch ein Stück weit hinter der Kavitationsschicht unter dem Wert liegt, der im von Kavitation freien Zustand angenommen

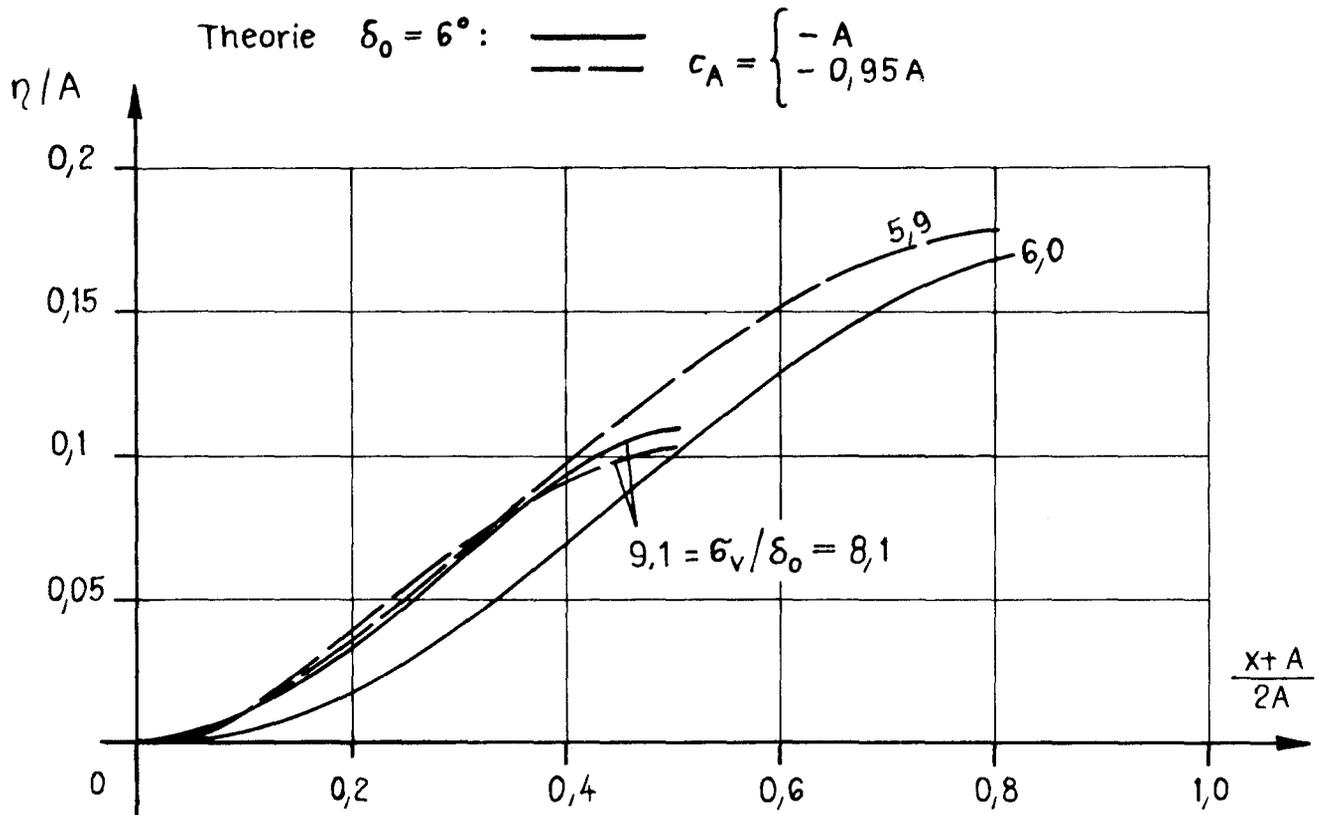


Abb. 9 a Dicke der Kavitationsschicht am Flügelprofil NACA 0015 ( $2A = 20\text{ cm}$ )

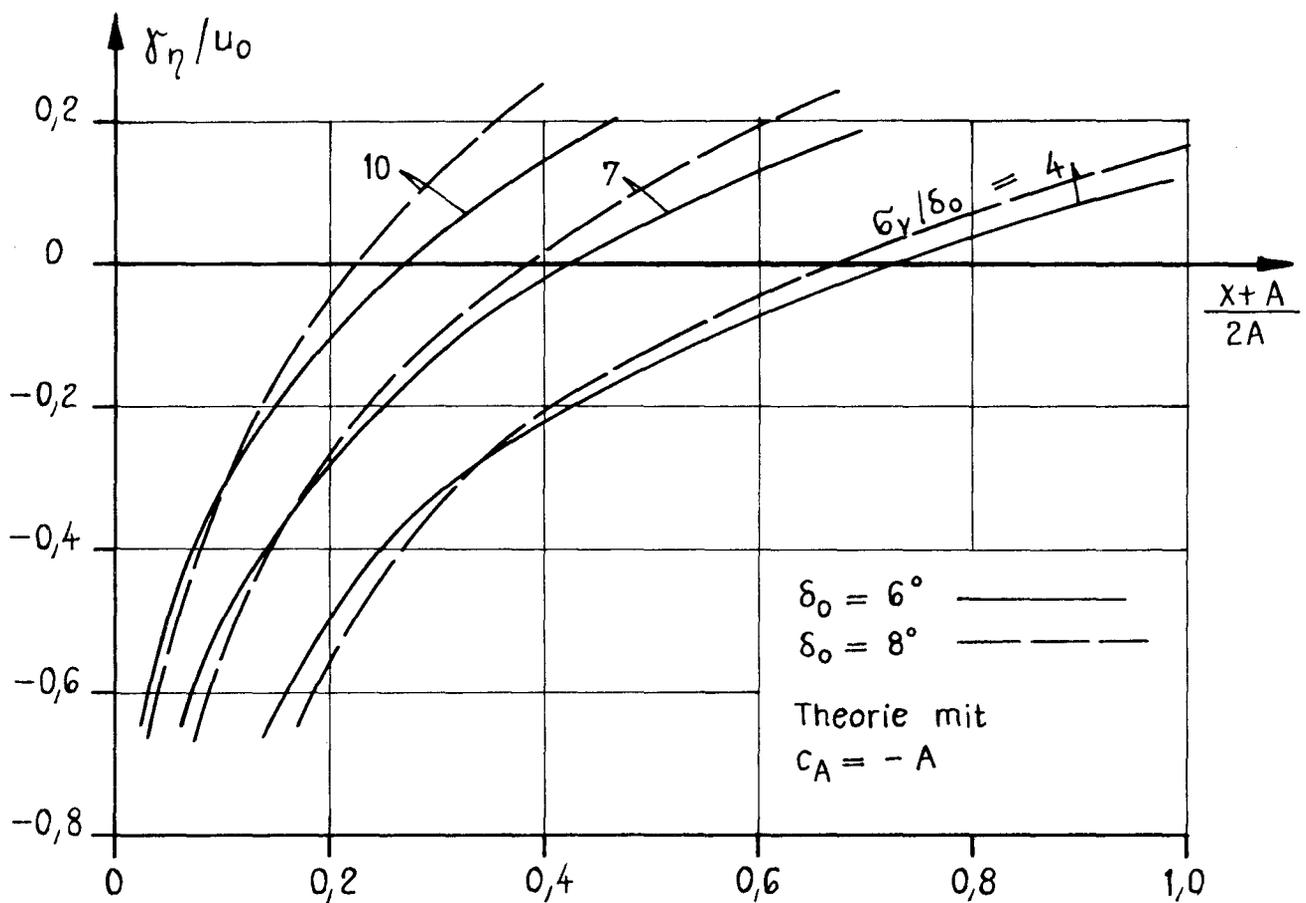


Abb. 9 b Zusatzwirbelbelegung im Kavitationsbereich am Flügelprofil NACA 0015 ( $2A = 20\text{ cm}$ )

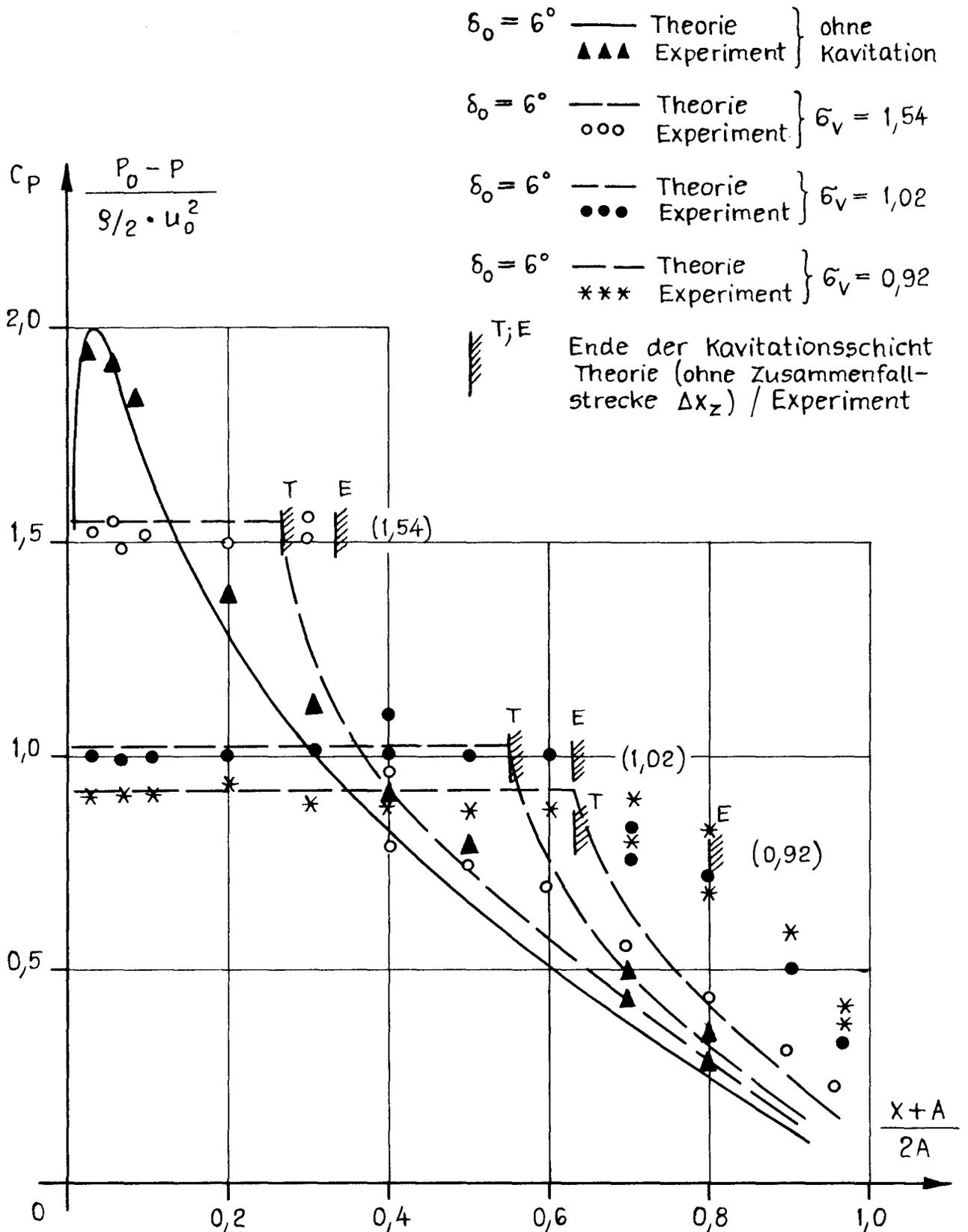


Abb. 10 Druckverteilung am Profil NACA 0015 mit und ohne Kavitation ( $2A = 40 \text{ cm}$ )

wird.

Wir wollen nun an einem Beispiel den Schwerkrafteinfluß einer quantitativen Analyse unterziehen. Dabei orientieren wir uns an den Daten des "Sydney Express"-Propellers.

Original: Außenradius  $R_a = 350 \text{ cm}$   
 Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 3,5\pi \text{ sec}^{-1}$  (1,75 Hz)  
 Kavitationsbeiwert für Zuströmdruck  $p_0$  auf der Höhe der Propellerwelle

$$\sigma_{vR} = \frac{p_0 - p_v}{\frac{\rho}{2} \omega^2 R_a^2} = 0,216 .$$

Wir betrachten die Flügelprofilschnitte auf den Radien  $r/R_a = 0,9$  und  $r/R_a = 0,8$ . Dann ist für

$$u_p / \omega R_a = 0,5 / \pi \quad \text{mit} \quad U_0 = \sqrt{\omega^2 r^2 + u_p^2}$$

$$(U_0)_{0,9} = 35,2 \text{ m/sec} ; \quad (U_0)_{0,8} = 31,4 \text{ m/sec} .$$

$$(\sigma_v)_{0,9} = \frac{p_0 - p_v}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} = 0,259 ; \quad (\sigma_v)_{0,8} = 0,325 .$$

Modellmaßstabsfaktor 28.  $A_{0,9} = 92,5 \text{ cm} ; \quad A_{0,8} = 110,5 \text{ cm} .$

Bei 30 Hz Modelldrehzahl ( $\omega = 60\pi$ ) ist dann

$$(U_0)_{0,9} = 21,5 \text{ m/sec} ; \quad (U_0)_{0,8} = 19,2 \text{ m/sec} .$$

Wir haben bei unseren zu Formel (26) bzw. (29) führenden Betrachtungen aus Vereinfachungsgründen einen homogen angeströmten Propeller (ohne Schiffsnachstrom) zugrunde gelegt. Daher muß, um überhaupt Kavitation zu erhalten, eine gegenüber dem eigentlichen Betriebspunkt  $\frac{\pi u_p}{\omega R_a} = 0,7$  erhöhte Belastung entsprechend dem Wert  $\frac{\pi u_p}{\omega R_a} = 0,5$  für die Berechnungen verwendet werden.

In Abb. 11 und 12 ist der von Chao /16/ berechnete Verlauf der Druckbeiwerte  $c_p$  ohne Schwerkrafteinfluß angegeben. Außerdem sind die bezüglich der Schwerkraft korrigierten Kurven  $c_{p9} = c_p - \frac{2gX}{U_0^2} \cos\beta \sin\varphi_0$  sowie die Kavitationsbeiwerte  $\sigma_v$  und  $\sigma_v - 2gr \cos\varphi_0 / U_0^2$  für die Winkelstellungen  $\varphi_0 = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$  und  $3\pi/2$  angegeben.

$$r/R_d = 0,9$$

—  $C_p, \sigma_v$

- - -  $C_{pg} = C_p - \frac{2g\Delta}{U_0^2} \cos \beta \sin \varphi_0$  (Original)

- - -  $\sigma_{vg} = \sigma_v - \frac{2gr}{U_0^2} \cos \varphi_0$  (Original)

xxxx  $\sigma_{vg}$  (Modell 15Hz)

▲▲▲▲  $\sigma_v$  bezogen auf Radius 0,8 ( $\varphi_0 = 0$ )

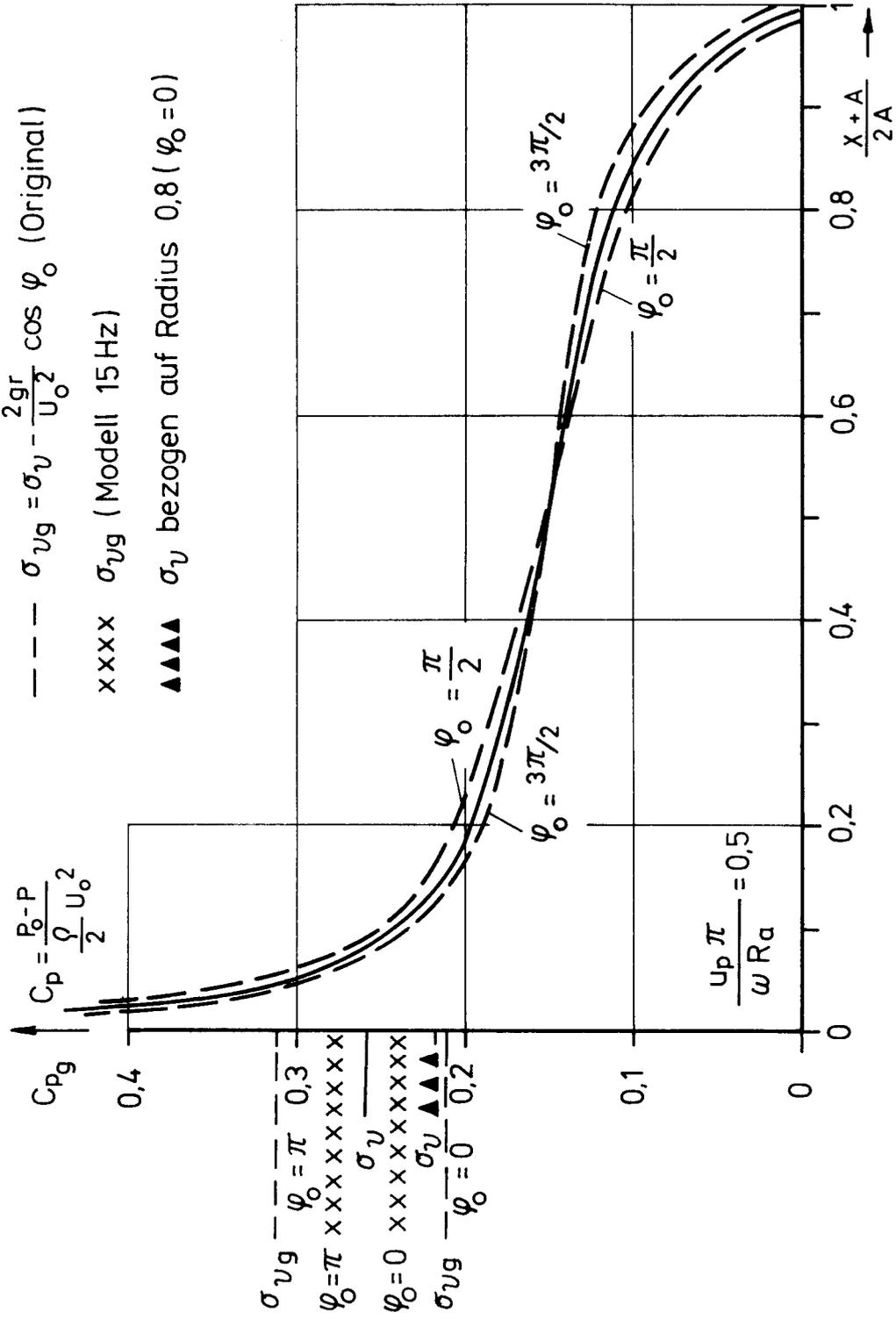


Abb.11 Druckverteilungen und Kavitationsbeiwerte Propeller „Sydney Express“ homogene Zuströmung

—  $C_p \cdot \sigma_v$   $r/R_d = 0,8$

---  $C_{pg} = C_p - \frac{2g\Sigma}{U_0^2} \cos \beta \sin \varphi_0$  (Original)

---  $\sigma_{vg} = \sigma_v - \frac{2gr}{U_0^2} \cos \varphi_0$  (Original)

xxxx  $\sigma_{vg}$  (Modell 15 Hz)

▲▲▲▲  $\sigma_v$  bezogen auf Radius 0,8 ( $\varphi_0 = 0$ )

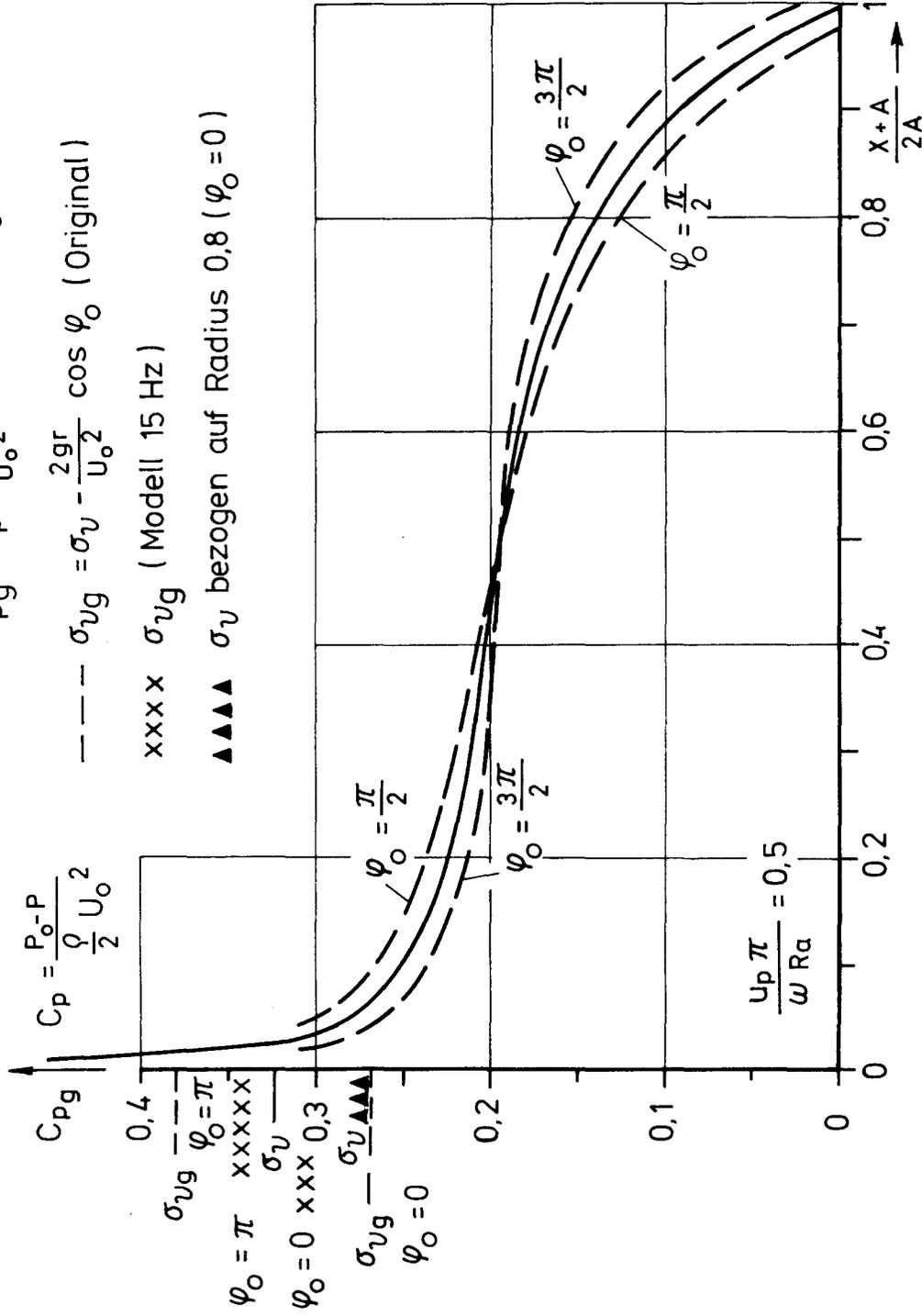


Abb.12 Druckverteilungen und Kavitationsbeiwerte

Propeller „Sydney Express“ homogene Zuströmung

Zur Erläuterung sei noch vermerkt, daß in Gl. (33) näherungsweise die für kleine  $x/r$  gültige Vereinfachung

$$r \cos(\varphi_0 + \frac{x}{r} \cos\beta) \approx r \cos\varphi_0 - x \cos\beta \sin\varphi_0$$

verwendet wurde.

Man erkennt, daß der Schwerkrafteinfluß den einzigen in der Kavitations-Integralgleichung (33) enthaltenen Maßstabseffekt bedingt, da ja in (33) weder die Kavitationsphysik noch Effekte der Zähigkeit berücksichtigt sind. Unter Einhaltung der Froudeschen Ähnlichkeitsbedingung (24) sind die aus (33) erhaltenen Ergebnisse für die Kavitationsgeometrie bei Original und Modell identisch. Aus Abschnitt 2 wissen wir jedoch, daß die Einhaltung der Bedingung (24) vom Standpunkt der Kavitations-Physik (Blasendynamik) aus zu besonders großen Abweichungen zwischen Original und Modell führt. (Vgl. Abb. 6.)

Da eine vollständige Ähnlichkeit zwischen Original und Modell-Kavitation wegen der verschiedenen einander widersprechenden Ähnlichkeitsbedingungen unmöglich ist, wollen wir untersuchen, welche Bedeutung die verschiedenen Bedingungen haben.

Daher wurde unter Verwendung der in Abb. 11 und 12 enthaltenen Druckverteilungen die Kavitationsausdehnung berechnet. Hierfür wurde der Einfachheit halber ein graphisches Verfahren verwendet (vgl. Abb. 13). Eine Analyse der mit der Kavitations-Profiltheorie aus der Integralgleichung (33) für die Flügelprofile NACA 0015, 4412, 16006 erhaltenen Resultate für die Kavitations-Endwerte  $C_E$  zeigte: Die Bedingung des Flächenausgleichs der  $c_p$ -Kurve mit dem Schnittpunkt der Geraden  $c_p = \sigma_v$  liefert eine gute Näherung für den  $C_E$ -Wert, also das Ende der Kavitations-schicht (Abb. 13). Der so erhaltene  $C_E$ -Wert stimmt auch gut mit Beobachtungen /14/ überein. Unter Verwendung dieser Methode ergeben sich aus den Druckverteilungen Abb. 11 und 12 für die Flügelwinkelstellungen  $\varphi_0 = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$  die in Abb. 14 dargestellten, auf die Profiltiefe  $2A$  bezogenen Kavitationsausdehnungen  $\frac{C_E + A}{2A}$ .

Man erkennt, daß unter Originalbedingungen oder gleichbedeutend der Froudeschen Modell-Drehzahl von 9,3 Hz erhebliche Schwankungen des  $\frac{C_E + A}{2A}$ -wertes in Abhängigkeit von der Flügelstellung

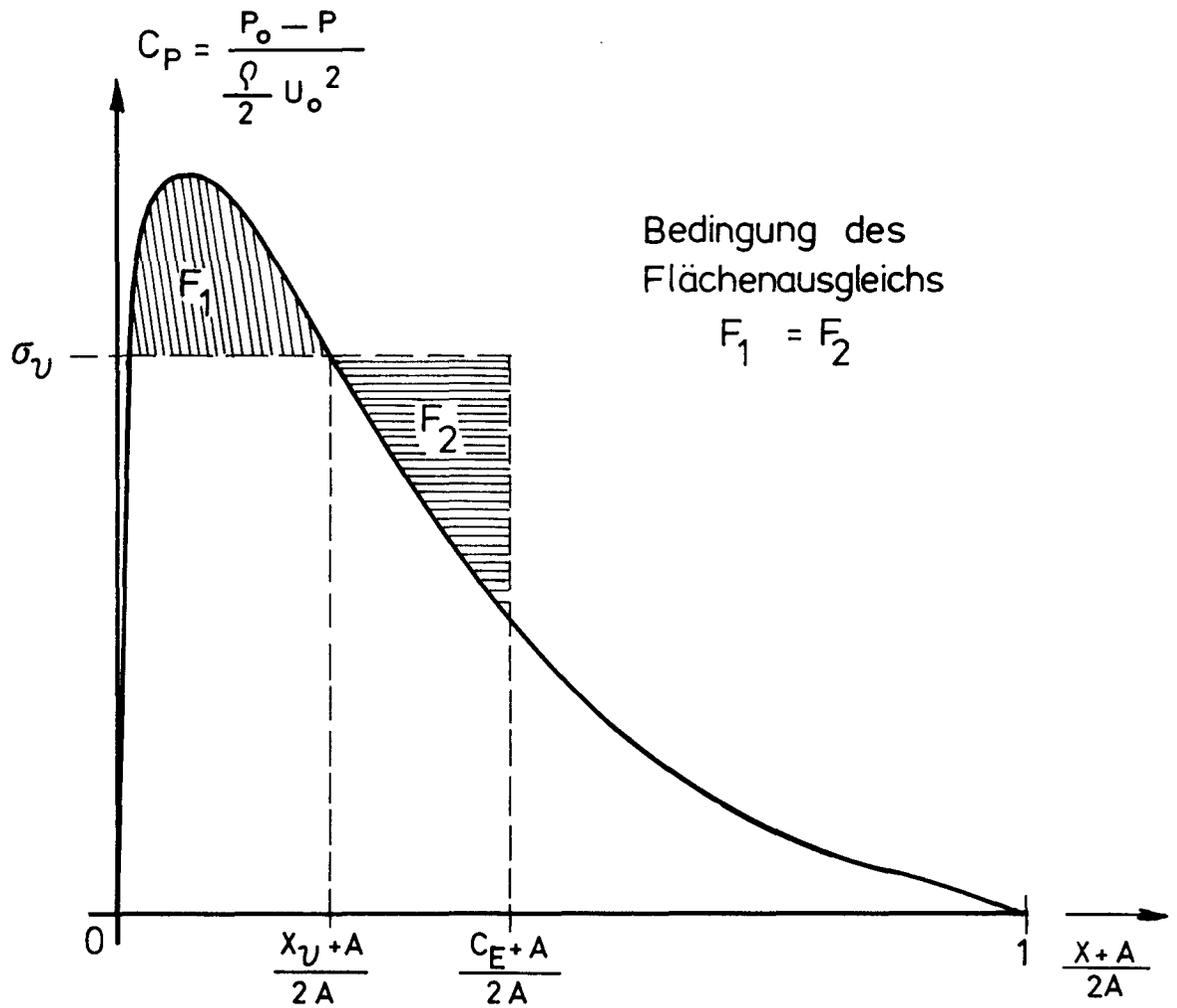


Abb. 13 Näherungsmethode zur Bestimmung der Kavitationsausdehnung

auftreten. Unter Modellbedingungen bei 30 Hz Drehzahl sind sie vernachlässigbar klein. Dies bedeutet, daß der in Wirklichkeit auftretende Schwerkräfteinfluß bei einem solchen Modellversuch nicht berücksichtigt ist.

Neben der Kavitationsausdehnung  $C_E$  ist auch die zugehörige Kavitationsfläche  $F_{kav}$  von besonderer Bedeutung. Bei quasi-stationärer Flügelprofilströmung kann (vgl. /1/, Abschnitt 21, 25) näherungsweise

$$F_{kav} = \delta_o (C_E + A)^2$$

gesetzt werden.  $\delta_o$  ist dabei der Profilanstellwinkel. Mit einem Bezugswert  $\bar{F}_{kav} = \delta_o (\bar{C}_E + A)^2$  ist dann die durch den Schwerkräfteinfluß bedingte Schwankung gegeben durch

$$(39) \quad F_{kav} / \bar{F}_{kav} = (C_E + A)^2 / (\bar{C}_E + A)^2$$

Abb. 15 zeigt diese Werte, wobei als Bezugsgröße  $\bar{F}_{kav}$  der für den Modellversuch bei 30 Hz-Drehzahl ermittelte  $\bar{C}_E$ -Wert gewählt ist. Wir erinnern uns, daß vom Standpunkt der Kavitationsphysik aus 30 Hz-Modell-Drehzahl wesentlich besser mit Originalbedingungen übereinstimmende Resultate liefert als die Froude-Drehzahl (vgl. Abb. 6).

Bedenkt man, daß in der Realität im Schiffsnachstrom die Kavitation vor allem im Winkelbereich zwischen etwa 30° Backbord- und 60° Steuerbord-Flügelstellung auftritt, so lassen sich die Versuchsbedingungen für 30 Hz-Drehzahl dadurch verbessern, daß die Referenzdruckebene für den Zuströmdruck  $p_o$  in die Höhe des Hauptkavitationsgebietes gelegt wird; zum Beispiel auf  $r/R_a = 0,8$  in der 12 Uhr-Stellung ( $\varphi_o = 0$ ) des Flügels.

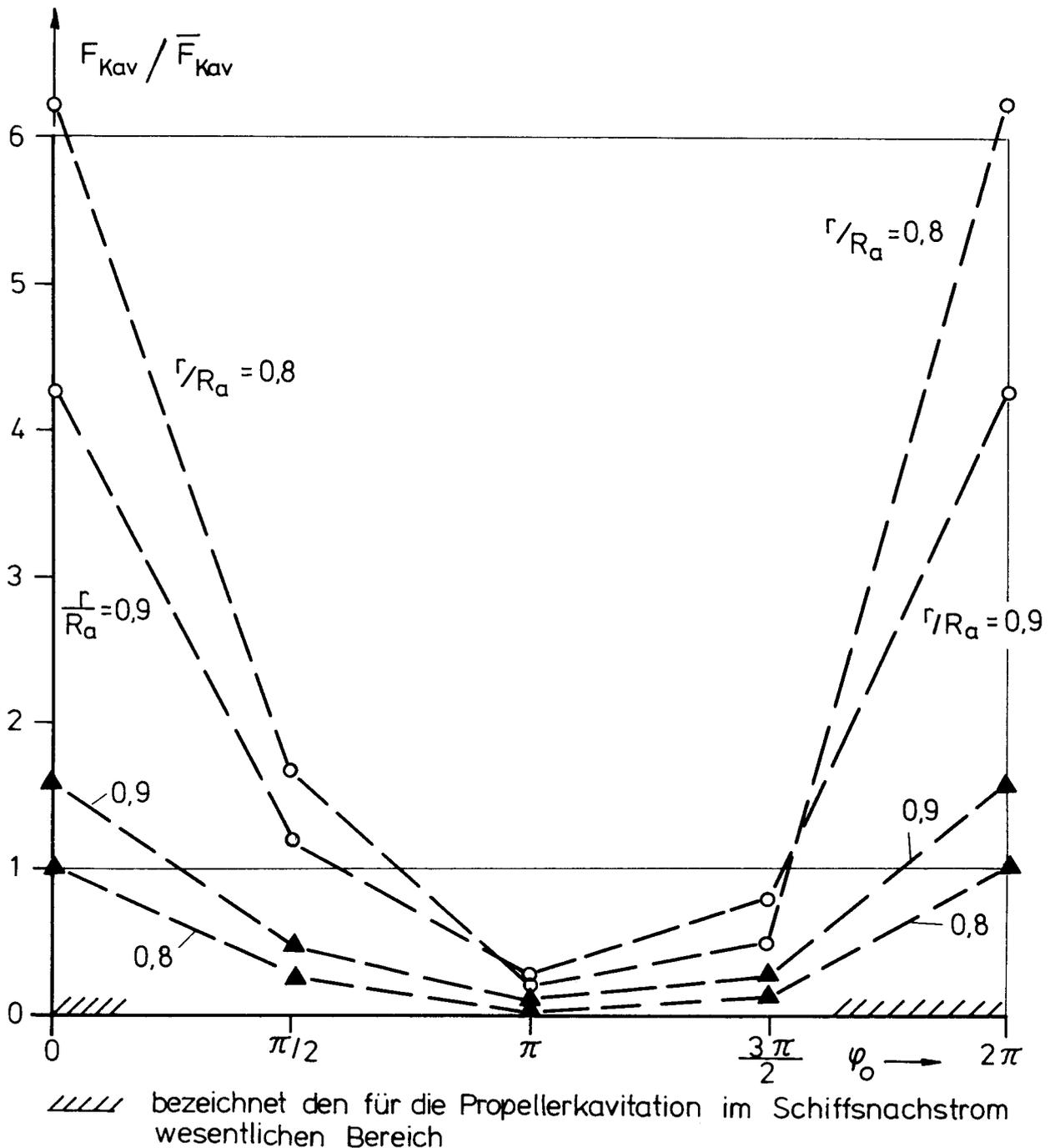
Eine derartige Modellversuchsbedingung ist in Abb. 11, 12, 14 und 15 durch schwarze Dreiecke gekennzeichnet. Man erkennt, daß dann die Nichtberücksichtigung des Schwerkräfteinflusses durch Abweichen von der Froude-Drehzahl einen wesentlich geringeren Effekt hat.

Zum Vergleich ist in Abb. 16 noch die für den Modellpropeller der "Sydney Express" bei 30 Hz Drehzahl (also ohne Schwerkräfteinfluß) im Nachstrom auftretende Variation der Kavitationsfläche  $F_{kav}$  dargestellt. Diese Daten /17/ wurden durch stereo-



○ ○ Originalbedingungen oder Modell ( 9,3 Hz )  
bezogen auf Modell ( 30 Hz ) mit  $P_0$  auf  
Propellerwelle bezogen

▲ ▲ Originalbedingungen oder Modell ( 9,3 Hz )  
bezogen auf Modell ( 30 Hz ) mit  $P_0$  auf  
 $r/R_a = 0,8$  für  $\varphi_0 = 0$  bezogen



**Abb. 15** Schwerkrafteinfluß auf die Kavitationsfläche für verschiedene Modellversuchsbedingungen. Propeller „Sydney Express“ homogene Zuströmung.

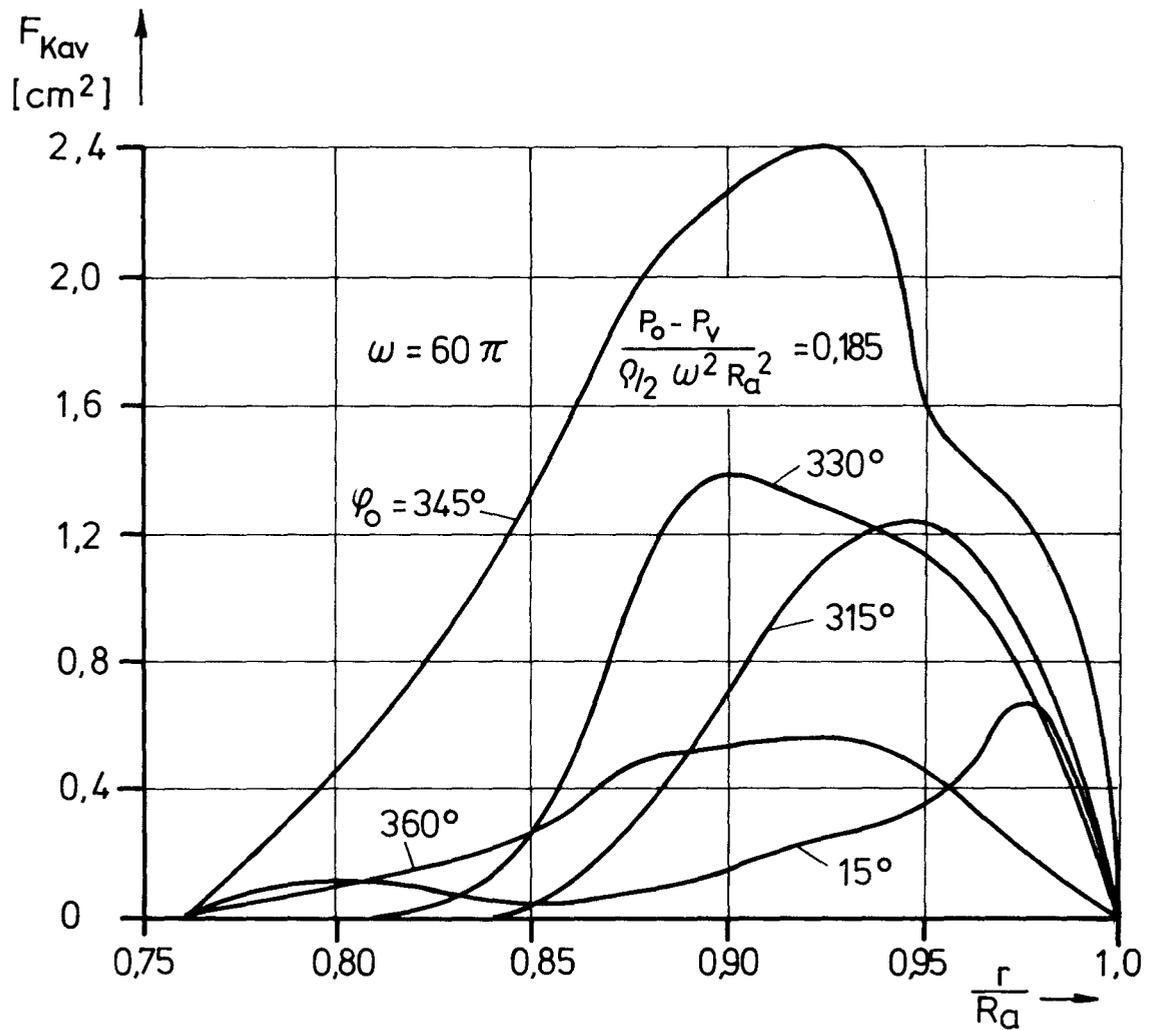


Abb. 16 Stereophotographisch aufgemessene Kavitationsfläche am Modellpropeller der „Sydney Express“.

photographische Aufmessung beim Modellversuch gewonnen.

Ein Vergleich der in Abb. 15 und 16 enthaltenen Daten zeigt:

Die durch den Schwerkräfteinfluß bedingten Schwankungen vom  $F_{kav}$  erreichen in dem für die Kavitation wesentlichen Winkelbereich von  $\varphi_0$  eine mit den durch den Schiffsnachstrom  $F_{kav}$ -Variationen etwa vergleichbare Größenordnung, wenn der zur Bildung des Kavitationsbeiwertes verwendete Zuströmdruck  $p_0$  auf die Propellerwelle bezogen ist.

Der Schwerkräfteinfluß wird jedoch dann wesentlich kleiner als derjenige des Nachstroms, wenn der  $p_0$ -Wert etwa auf eine Ebene entsprechend dem Radius  $r/R_0 = 0,8$  in der 12 Uhr-Stellung bezogen ist.

Da bei Nichteinhaltung der Froudeschen Drehzahl eine Druckebene frei wählbar ist, erscheint es zweckmäßig, den Kavitationsbeiwert auf die erwähnte  $p_0$ -Ebene ( $r/R_0 = 0,8$ ,  $\varphi_0 = 0$ ) zu beziehen und zugleich die von der Kavitationsphysik (Blasendynamik) her günstige hohe Modelldrehzahl (z.B. 30 Hz) zu benutzen.

Zu entsprechenden Aussagen würde auch ein Vergleich der durch Schwerkräfteinfluß und Nachstrom bedingten Daten für die Kavitationsausdehnung  $\frac{C_E + A}{ZA}$  führen.

#### 4. Maßstabeffekte, bedingt durch Zähigkeitseinflüsse

Wie bereits in der Einführung erwähnt, müssen die Berechnungsverfahren zur Behandlung von Kavitationserscheinungen noch hinsichtlich der durch die Zähigkeit des Strömungsmediums bedingten Einflüsse und deren Maßstabeffekte ergänzt werden.

Wir wollen an dieser Stelle von der Erörterung der Probleme absehen, die mit der sachgerechten Erfassung des entscheidend durch Grenzschicht und Ablösezone am Hinterschiff geprägten Nachstroms verbunden sind. Eine derartige Untersuchung würde weit über den Rahmen dieser Betrachtung hinausgehen; zudem treten durch Zähigkeitseffekte modifizierte Nachstromverteilungen in erster Linie als veränderte Anstellwinkel an den Flügelprofilen in Erscheinung.

Im Rahmen dieser Untersuchung befassen wir uns mit den durch das Verhalten der Profilgrenzschicht bedingten Maßstabseffekten. Dabei sind im wesentlichen folgende Fragen von Bedeutung:

Form des Übergangs der Grenzschicht vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand. Entstehung einer laminaren Ablösezone mit oder ohne turbulentes Wiederanlegen der Grenzschicht. Einfluß der turbulenten Druckschwankungen. Verhältnis von Kavitationsschichtdicke zu Grenzschichtdicke.

Zur Diskussion der Probleme stellen wir zunächst einige aus der Literatur bekannte Formeln und Ergebnisse zusammen. Wir bezeichnen mit  $\overline{p'^2}$  das gemittelte Quadrat turbulenter Druckschwankungen. Für anliegende voll ausgebildete turbulente Grenzschichten gilt nach Ludwig und Tillmann /18/ und für die Wandschubspannung  $\tau_0$  die empirische Näherungsformel

$$(40) \quad \frac{\tau_0}{\frac{\rho}{2} U_0^2} = \left(\frac{U}{U_0}\right)^2 0,246 (10)^{-0,678H} \left(\frac{U\mathcal{D}}{\nu}\right)^{-0,268},$$

mit  $U = U_0 \sqrt{1+c_p}$  und  $\mathcal{D}$  als Impulsverlustdicke sowie  $H = \delta^*/\mathcal{D}$  als Formparameter;  $\delta^*$  Verdrängungsdicke;  $\nu$  kinematische Zähigkeit.

Durch Kombination von Gl. (40) mit einer an empirische Daten von Willmarth /19/ angepaßten Näherungsformel erhalten wir

$$(41) \quad \sqrt{\overline{p'^2}} \approx \tau_0 \left(1 + \frac{1}{3} \log \frac{U\mathcal{D}}{\nu}\right),$$

Die sich aus Gl. (40), (41) ergebenden Werte für das Schwankungsquadrat liegen etwa in dem Bereich

$$(42) \quad 0,005 \lesssim \sqrt{\overline{p'^2}} / \frac{\rho}{2} U_0^2 \lesssim 0,02,$$

wesentlich stärkere Druckschwankungen treten aber im Bereich des Übergangs vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand auf. Und zwar gelten nach Huang und Hannan /20/ sowie Huang und Peterson /21/ im Bereich eines natürlichen Übergangs etwa die doppelten Werte wie sie sich aus Gl. (40), (41) ergeben. Kommt es jedoch zu einer kurzen laminaren Ablösezone mit einem turbulenten Wiederanlagen, so treten in der Umgebung dieses Bereichs Werte /20/ bis zu

$$(43) \quad \sqrt{\overline{p'^2}} / \frac{\rho}{2} U_0^2 = 0,15$$

auf.

Laminare Ablösezone ohne Wiederanlagen, die in eine offene turbulente Totwasserzone übergehen, sind nach Ergebnissen von Gaster /22/ zu erwarten, wenn im laminaren Ablösepunkt

$$(44) \quad \frac{U_0}{\nu} < 125$$

wird. Für offene Totwasserbereiche sind Druckschwankungsmessungen schwieriger. Zum Beispiel durch Laser-Velocimetrie sind aber gemittelte Quadrate von Geschwindigkeitsschwankungen  $\overline{u'^2}$  leichter zu erfassen. Eine genaue Klärung der Zusammenhänge zwischen  $\overline{u'^2}$  und  $\sqrt{\overline{p'^2}}$  steht zur Zeit noch aus; aus der Literatur sind jedoch Näherungsformeln bekannt, z.B. von Arndt /23/, /24/

$$(45) \quad \sqrt{\overline{p'^2}} / \frac{\rho}{2} U_0^2 = \alpha \overline{u'^2} / U_0^2 ,$$

mit  $1,4 < \alpha < 3$  für turbulente Scherströmungen.

Für die Behandlung des Kavitationsproblems ist die Kenntnis des Druckschwankungsquadrates  $\overline{p'^2}$  nicht ausreichend. Es ist vielmehr notwendig, eine Information über die zu  $\sqrt{\overline{p'^2}}$  gehörenden Unterdrücke bzw. wirksamen Minimaldrücke zu gewinnen, die zur Reaktion der Kavitationskeime und deren instabiler Aufweitung führen /24/. Aus der Blasendynamik ist bekannt (vgl. /1/, Kapitel 10), daß die Ansprechzeit für die instabile Aufweitung einer Blase etwa der halben Eigenschwingungsperiode  $\pi / \omega$  mit

$$(46) \quad \omega = \frac{1}{\bar{R}} \sqrt{\frac{3\kappa}{\rho} (p_\infty - p_v) + \frac{3\sigma(3\kappa-1)}{\bar{R}\rho}}$$

entspricht.

In Formel (46) bedeutet  $\bar{R}$  den mittleren Radius;  $p_\infty$  den die Blasenschwingung auslösenden Umgebungsdruck;  $\kappa$  den Polytropenexponenten ( $\kappa = 1,4$  adiabatisch,  $\kappa = 1$  isotherm) und  $\sigma$  den Koeffizienten der Oberflächenspannung.

Wir betrachten nun eine turbulente Druckschwankung  $p'(t)$  mit der Kreisfrequenz  $\Omega$ , also Periode  $2\pi/\Omega$ . Als Beispiel sei gewählt mit  $a_1 - a_3 + a_5 - \dots = 1$ :

$$(47) \quad p'(t) = p_A \sum_{\lambda=1}^{\infty} a_{2\lambda-1} \sin(2\lambda-1)\Omega t ,$$

dabei ist  $p_A$  die Amplitude der Schwingung (vgl. Abb. 17).  
Der bei  $\Omega t = \frac{3\pi}{2}$  auftretende Minimaldruck

$$p'_{\min} = - p_A$$

ist aber für die Instabilität einer Kavitationsblase noch nicht unmittelbar maßgebend; entscheidend ist vielmehr der Unterdruck, der mindestens den Zeitraum  $\pi/\omega$ , also die Halbperiode der Blaseneigenschwingung, andauert. Dieser Druck wird offenbar (vgl. Abb. 17) zum Zeitpunkt  $t_0$  mit

$$(48) \quad \Omega t_0 = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2\omega} \Omega$$

erreicht. Also ist der für die Blaseninstabilität wirksame Minimaldruck

$$(49) \quad \begin{aligned} (p'_{\min})_{\text{eff}} &= p'(\Omega t_0) = \\ &= - p_A \sum_{\lambda=1}^{\infty} a_{2\lambda-1} \cos \frac{(2\lambda-1)\pi\Omega}{2\omega} \cdot (-1)^{\lambda-1} . \end{aligned}$$

Andererseits ist das mittlere Druckschwankungsquadrat für die Verteilung (46) gegeben durch

$$(50) \quad \begin{aligned} \overline{p'^2} &= \frac{p_A^2}{\pi} \int_0^{\pi} \left( \sum_{\lambda=1}^{\infty} a_{2\lambda-1} \sin(2\lambda-1)\Omega t \right)^2 d\Omega t = \\ &= \frac{p_A^2}{2} \sum_{\lambda=1}^{\infty} a_{2\lambda-1}^2 . \end{aligned}$$

Aus (49) und (50) folgt:

$$(51) \quad (p'_{\min})_{\text{eff}} = - \sqrt{2} \sqrt{\overline{p'^2}} \frac{\sum_{\lambda=1}^{\infty} a_{2\lambda-1} \cos \frac{(2\lambda-1)\pi\Omega}{2\omega} \cdot (-1)^{\lambda-1}}{\sqrt{\sum_{\lambda=1}^{\infty} (a_{2\lambda-1})^2}} .$$

Dies ist der gesuchte Zusammenhang zwischen dem turbulenten Druckschwankungsquadrat und dem für die Blaseninstabilität wirksamen Minimaldruck. Abb. 18 zeigt einige Beispiele:

$$1) \text{ Stufe: } a_1 = \frac{4}{\pi} , \quad a_3 = + \frac{4}{\pi} \frac{1}{3} ; \quad a_5 = \frac{4}{\pi} \frac{1}{5} , \quad \dots$$

$$(p'_{\min})_{\text{eff}} = - \sqrt{\overline{p'^2}} \quad (\Omega \ll \omega) .$$

Abb. 17

Zur Berechnung des effektiven Minimaldrucks.

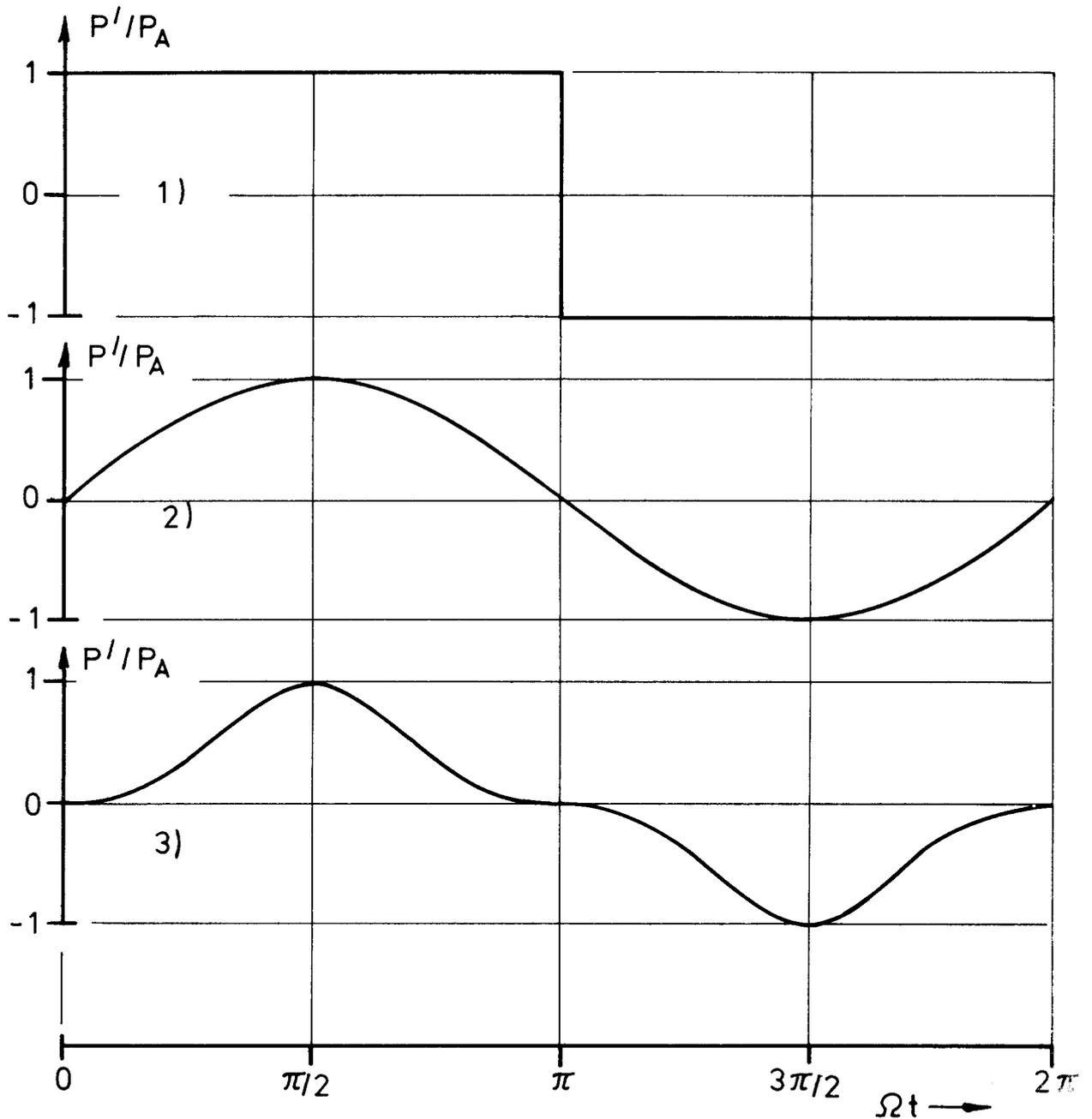
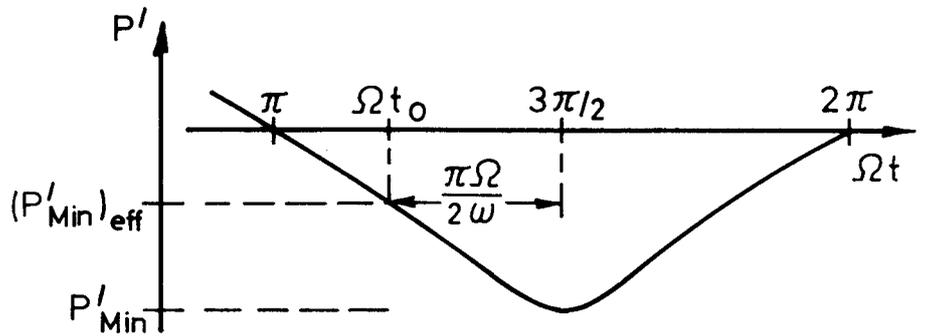


Abb. 18 Verschiedene Formen turbulenter Druckschwankungen

2) sinus:  $a_1 = 1$  ,  $a_3 = a_5 = \dots 0$  :

$$(p'_{\min})_{\text{eff}} = -1,41 \sqrt{p'^2} \cos \frac{\pi \Omega}{2\omega} .$$

3)  $a_1 = \frac{3}{4}$  ;  $a_3 = -\frac{1}{4}$  ;  $a_5 = a_7 = \dots 0$  :

$$(p'_{\min})_{\text{eff}} = -1,79 \sqrt{p'^2} \left( \frac{3}{4} \cos \frac{\pi \Omega}{2\omega} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\pi \Omega}{2\omega} \right)$$

Unter der Voraussetzung, daß die negativen Druckspitzen für die Blasenauflösung 5 % der turbulenten Schwankungsperiode andauern, geben Arndt und Ippen /25/ die Relation an

$$(p'_{\min})_{\text{eff}} = -1,64 \sqrt{p'^2} .$$

Der summarische Wert 1,64 wird jedoch durch Experimente nicht bestätigt; es treten erhebliche Streuungen auf /26/, wie dies auch aufgrund von Formel (51) verständlich ist.

Wir wenden uns nun den aufgrund der oben diskutierten Zusammenhänge zu erwartenden Maßstabeffekten zwischen Modell- und Originalströmung zu.

Unter Originalbedingungen sind die Reynolds-Zahlen  $\frac{2AU_0}{\nu}$  der Profilströmung mit Werten wesentlich oberhalb  $10^7$  so groß, daß stets natürlicher Übergang vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand /21/ auftritt; laminare Ablösung ist dagegen häufig bei Modellversuchen zu erwarten.

Im Re-Zahlbereich  $\frac{2AU_0}{\nu} > 10^7$  ist die Dicke der Kavitations-schicht praktisch immer größer als die der Grenzschicht; je nach Flügelprofilform kann der Dickenunterschied weit mehr als eine Größenordnung betragen /27/. Der Kavitationsvorgang ist dann weitgehend durch die Druckverhältnisse der Strömung außerhalb der Grenzschicht bestimmt /27/, die üblicherweise als zähigkeitsfreie Potentialströmung vorausgesetzt wird. [Allerdings ist zu beachten, daß im Nachstrom eines Schiffes auch die Strömung außerhalb der Propellerprofilgrenzschicht einen erheblichen Turbulenzgrad besitzt]. Daher sind die durch den Einfluß der Zähigkeit notwendigen Korrekturen an den mit den Methoden der Potentialströmung erhaltenen Aussagen über das Kavitationsverhalten von Flügel-

profilen für die Originalströmung wesentlich geringer als unter Modellversuchsbedingungen.

Erfreulicherweise ist es aber so, daß die Zähigkeitsbedingten Effekte und Korrekturen zu einer Annäherung des Modell-Kavitationsverhaltens an die Großausführung beitragen. Letzteres ergibt sich insbesondere aus der Tatsache, daß die  $\sqrt{p'^2}$  - Werte bei der nur unter Modellbedingungen auftretenden laminaren Ablösung wesentlich über denen des natürlichen Überganges bzw. voll ausgebildeter turbulenter Grenzschichten liegen.

Wir wollen uns diesen Sachverhalt an einem Beispiel veranschaulichen, das bereits am Ende von Abschnitt 2 ohne Zähigkeits-effekte aufgrund der Blasendynamik mit seinem für die Kavitation maßgebenden Gasvolumenverhältnis behandelt wurde (vgl. Abb. 6). Wir haben uns dabei auf den vorderen Profilbereich  $X < 0,2$  beschränkt und in diesem Bereich eine konstante Differenz zwischen Druck- und Kavitationsbeiwert  $c_p - \sigma_v = 0,1$  angenommen. Wir setzen für die Originalströmung natürlichen Übergang von laminarem zu turbulentem Zustand voraus und nehmen im Mittel für den betrachteten Profilbereich gemäß den Darlegungen von S. 21/22

$$\sqrt{p'^2} \approx 0,015 \frac{\rho}{2} U_0^2$$

an. Unter der Voraussetzung, daß beim Modellversuch laminare Ablösung auftritt, wäre im Mittel etwa

$$\sqrt{p'^2} \approx 0,075 \frac{\rho}{2} U_0^2$$

Nehmen wir vereinfachend in beiden Fällen  $(p'_{\min})_{\text{eff}} = -1,6 \sqrt{p'^2}$  an, so wird

$$(c_p - \sigma_v)_{\text{Mod}} = 0,1 + 0,075 \cdot 1,6 = 0,22$$

$$(c_p - \sigma_v)_{\text{Orig}} = 0,1 + 0,015 \cdot 1,6 = 0,124 \quad ,$$

Durch eine analoge Betrachtung wie auf S. 10 ergeben sich kritische Radien  $R_{\text{ok}} \approx 10^{-4}$  cm für die Modellströmung (30 Hz), und  $R_{\text{ok}} = 0,8 \cdot 10^{-4}$  für das Originalprofil.

Mit  $(\xi_0)_{\text{Mod}}^{1/3} = 7$  und  $(\xi_0)_{\text{Orig}}^{1/3} = 8$  ergeben sich dann die in Abb. 6 durch schwarze Dreiecke gekennzeichneten Kurven für das

örtliche Gasvolumverhältnis. Man erkennt, daß durch die Zähigkeitskorrektur in der Tat der Unterschied zwischen Original und Modell geringer geworden ist.

Für Modellversuche mit der Froudeschen Drehzahl wird diese Annäherung an die Originalströmung durch Zähigkeitseinflüsse grundsätzlich auch auftreten, jedoch reicht der Effekt bei weitem nicht aus, um das durch die Keimphysik (Blasendynamik) bedingte ungünstige Kavitationsverhalten zu überbrücken (Abb. 6). Wie schlecht die bei Modellversuchen mit der Froudeschen Drehzahl erreichbare Kavitationsähnlichkeit ist, wurde erst kürzlich wieder von Weitendorf /28/ am Beispiel des "Sydney-Express"-Propellers gezeigt.

Wesentlich für die Notwendigkeit einer Zähigkeitskorrektur der Kavitationsergebnisse ist allerdings, daß die Dicke der Kavitationsschicht nicht etwa um eine Größenordnung über der Grenzschichtdicke liegt, denn in derartigen Fällen hätte die Zähigkeit der Strömung nur geringen Einfluß auf die Kavitation. Diese Frage muß für den Modellversuch durch eine Grenzschichtberechnung überprüft werden; das Ergebnis ist stark vom verwendeten Profiltyp abhängig /27/. Ein Beispiel für eine bei Modell-Re-Zahlen  $2AU_0/\nu = 10^6$  ungefähr gleich große Grenzschicht- und Kavitationsdicke stellt das Profil NACA 16006 für Anstellwinkel  $\delta_0 \geq 2,5^\circ$  dar, im Gegensatz zu dem ganz anderen Verhalten des 0015-Profils, vgl. die Ergebnisse von Gasau /27/, entnommen Abb. 19 und 20. Beim 16006-Profil tritt sogar abgelöste Strömung nach dem Kriterium (44) auf. Verständlicherweise liefert die Kavitationsprofiltheorie ohne Zähigkeitseinfluß dann wesentlich schlechter mit Versuchen übereinstimmende Ergebnisse als sie z.B. in Abb. 8 für das Profil NACA 0015 dargestellt ist. Die ungünstigen Resultate für Profile mit einem Grenzschichtverhalten wie etwa 16006 lassen sich durch die auf S. 21/23 besprochenen Zähigkeitskorrekturen verbessern.

Zum Abschluß wollen wir uns noch einen Einblick in die Größenordnung der beiden charakteristischen Frequenzparameter  $\omega$  und  $\Omega$  verschaffen.

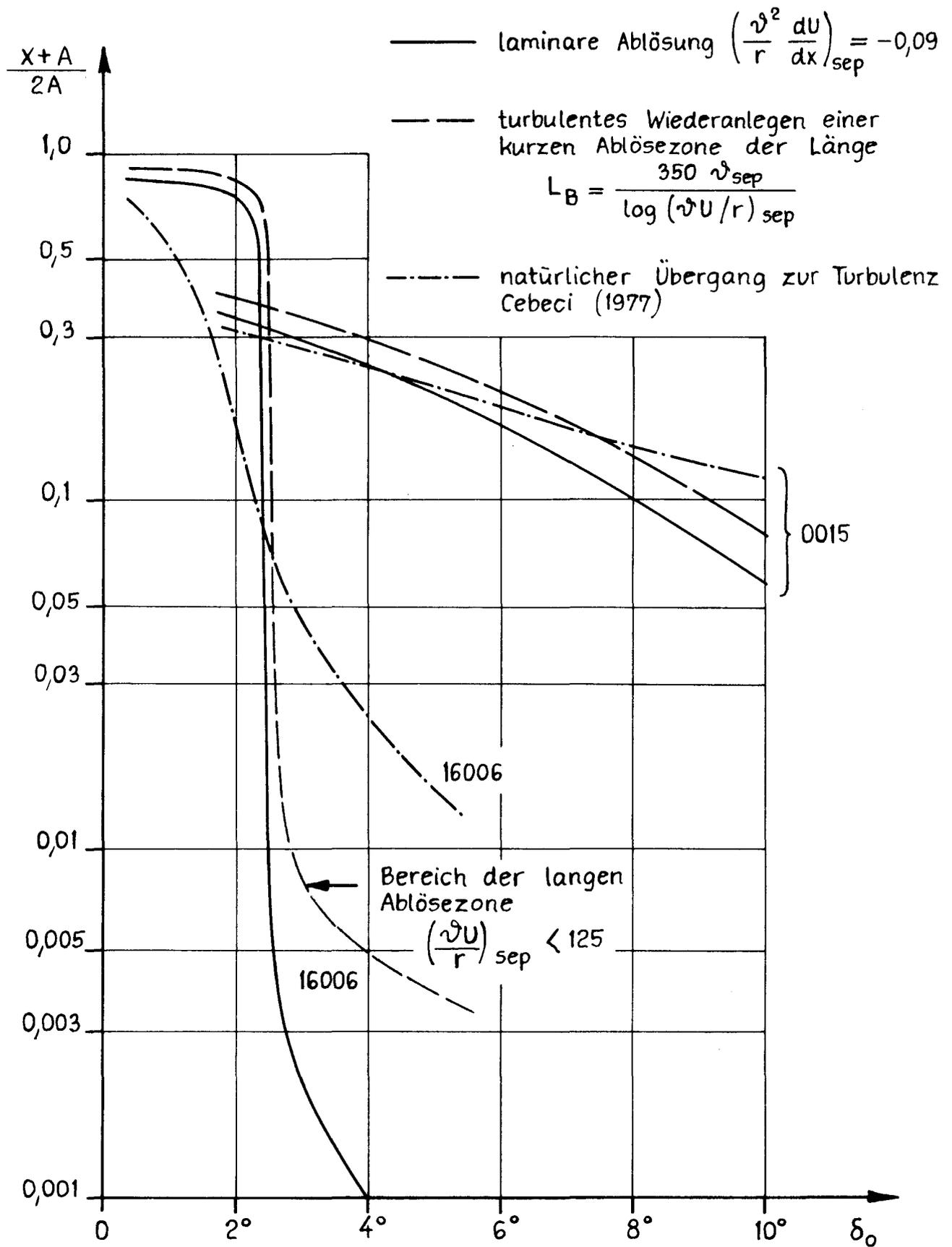


Abb. 19 Grenzschichtcharakteristik für die Profile NACA 0015 und 16006.  $2Au_0/r = 10^6$

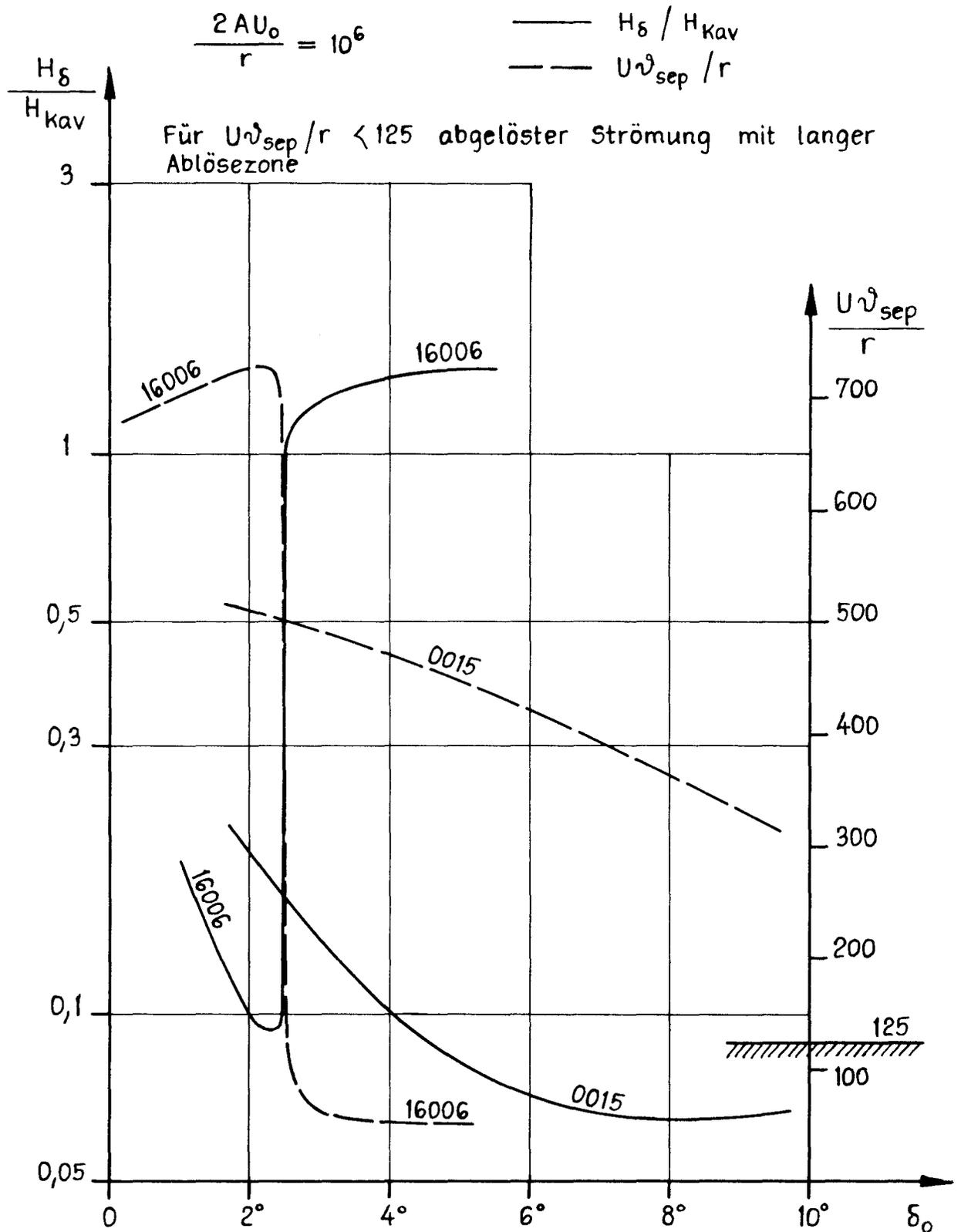


Abb. 20

Verhältnis von Grenzschichtdicke  $H_\delta$  zu Kavitationsdicke  $H_{kav}$  an der Stelle  $x_{sep}$  der laminaren Ablösung.

Reynoldszahl  $\frac{Uv_{sep}}{r}$  der Impulsverlustdicke bei  $x_{sep}$ . Profile NACA 0015 und 16006

Bei dem auf S. 25 behandelten Beispiel wurde stillschweigend die Kreisfrequenz  $\Omega$  der turbulenten Druckschwankungen als klein gegen die Eigenfrequenz  $\omega$  der Kavitationskeime vorausgesetzt,  $\Omega \ll \omega$ . Aus Experimenten ist bekannt (vgl. z.B. /19/, /25/, /26/), daß die wesentlichen turbulenten Druckschwankungen im Frequenzbereich unter 1000 Hz liegen, d.h. es gilt etwa  $\Omega < 6 \cdot 10^3 \text{ sec}^{-1}$ .

Wenn man für eine Abschätzung von  $\omega$  voraussetzt, daß der Umgebungsdruck  $p_\infty$  im Aufweitungsstadium mit dem Dampfdruck übereinstimmt ( $p_\infty = p_v$ ), so folgt aus (46) mit  $\kappa = 1$  und  $\sigma = 0,725 \cdot 10^{-4} \text{ bar} \cdot \text{cm}$

$$(52) \quad \omega = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho R_0^3}} = \frac{17}{\sqrt{R_0^3}} \text{ sec}^{-1} \quad (\overline{R}_0 \text{ in cm einzusetzen})$$

Für  $R_0 = 10^{-3} \text{ cm}$  ist dann  $\omega = 5,5 \cdot 10^5 \text{ sec}^{-1}$ , also  $\omega \gg \Omega$ , und für  $R_0 = 10^{-2} \text{ cm}$  wird  $\omega = 1,7 \cdot 10^4 \text{ sec}^{-1}$ , also vergleichbar mit  $\Omega$ . Da die Auslösung einer instabilen Aufweitung von Keimen der Größenordnung von  $10^{-2} \text{ cm}$  für den Kavitationsvorgang kaum eine Bedeutung hat (nur die kleineren Keime sind ja wesentlich), ist unter der Voraussetzung  $p_\infty = p_v$  die Annahme  $\omega \gg \Omega$  zulässig. Dies bedeutet eine Vereinfachung von Formel (51). Die wirklichen Verhältnisse sind aber komplizierter. Denn instabile Aufweitungsprozesse von Kavitationsblasen setzen eigentlich kritischen Umgebungsdruck  $p_{\infty k}$  mit (/1/, Abschnitt 7)

$$(53) \quad p_{\infty k} = p_v - \frac{4\sigma}{3R_k}$$

voraus; und mit (53) und  $\overline{R}_0 = R_k$  folgt aus Formel (46):  $\omega \rightarrow 0$ ; in diesem Fall entsteht ja auch keine Blasenschwingung mehr sondern eine kontinuierliche Aufweitung mit einer über alle Grenzen wachsenden Halbperiode  $\frac{\pi}{\omega}$ . In derartigen und benachbarten Fällen ist der Zeitparameter (46) kein geeignetes Maß mehr für die Ansprechzeit einer Blase. Es erscheint dann besser, von der vereinfachten Differentialgleichung für die Blasen aufweitung (vgl. /1/, Abschnitt 7) unter Vernachlässigung des Luftdruck- und Oberflächenspannungseinflusses

$$(54) \quad \frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p_\infty}{\rho}}$$

auszugehen. In Gl. (54) ist der durch die positive Druckdifferenz  $p_v - p_\infty > 0$  charakterisierte Zugspannungseinfluß für die Blasen aufweitung entscheidend. Wir integrieren über die für die Blase charakteristische Ansprechzeit  $\Delta t$ , die wir formal durch die Relation  $\Delta t = \pi/\omega$  wieder einer Blasenfrequenz  $\omega$  zuordnen. Dann folgt mit  $R_0$  als Ausgangsradius

$$\frac{R}{R_0} - 1 = \frac{\pi}{\omega R_0} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p_\infty}{\rho}}$$

Wir führen für  $R/R_0 - 1 = Z_a$  eine Zahl ein, die eine Aussage darüber gibt, auf den wievielfachen Wert des Ausgangsradius  $R_0$  die Blase innerhalb der Ansprechzeit  $\Delta t$  angewachsen sein soll. Es ist klar, daß der Wert von  $\Delta t = \pi/\omega$  von dieser Vorgabe abhängen muß. Ein realistischer Wert wäre z.B.  $Z_a = 10$ . Damit folgt an Stelle von Gl. (46)

$$(55) \quad \omega = \frac{\pi}{Z_a R_0} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p_\infty}{\rho}}$$

Bei der Anwendung von Formel (55) ist zu beachten, daß zwischen  $R_0$  und  $p_\infty$  natürlich der für die Instabilität von Keimen geltende Zusammenhang beachtet werden muß, wie er in Abb. 5 dargestellt ist; mit anderen Worten: für die in Gl. (55) einzusetzenden Werte  $R_0, p_\infty$  gilt die Einschränkung

$$(56) \quad p_\infty \leq p_{\infty k}, \quad R_0 \geq R_{0k}$$

Der Zusammenhang zwischen  $p_{\infty k}$  und  $R_{0k}$  ist aus Abb. 5 oder aus der Gleichung (/1/, Abschnitt 7)

$$(57) \quad p_v - p_{\infty k} = \sqrt{\frac{32 (\sigma/3 R_{0k})^3}{p_{\infty 0} - p_v + 2\sigma/R_{0k}}}$$

zu entnehmen.

Der vor allem interessierende Minimalwert von  $\omega$  tritt offenbar genau dann auf, wenn  $p_\infty = p_{\infty k}$  und  $R_0 = R_{0k}$  ist. Aus (55) und (57) folgt

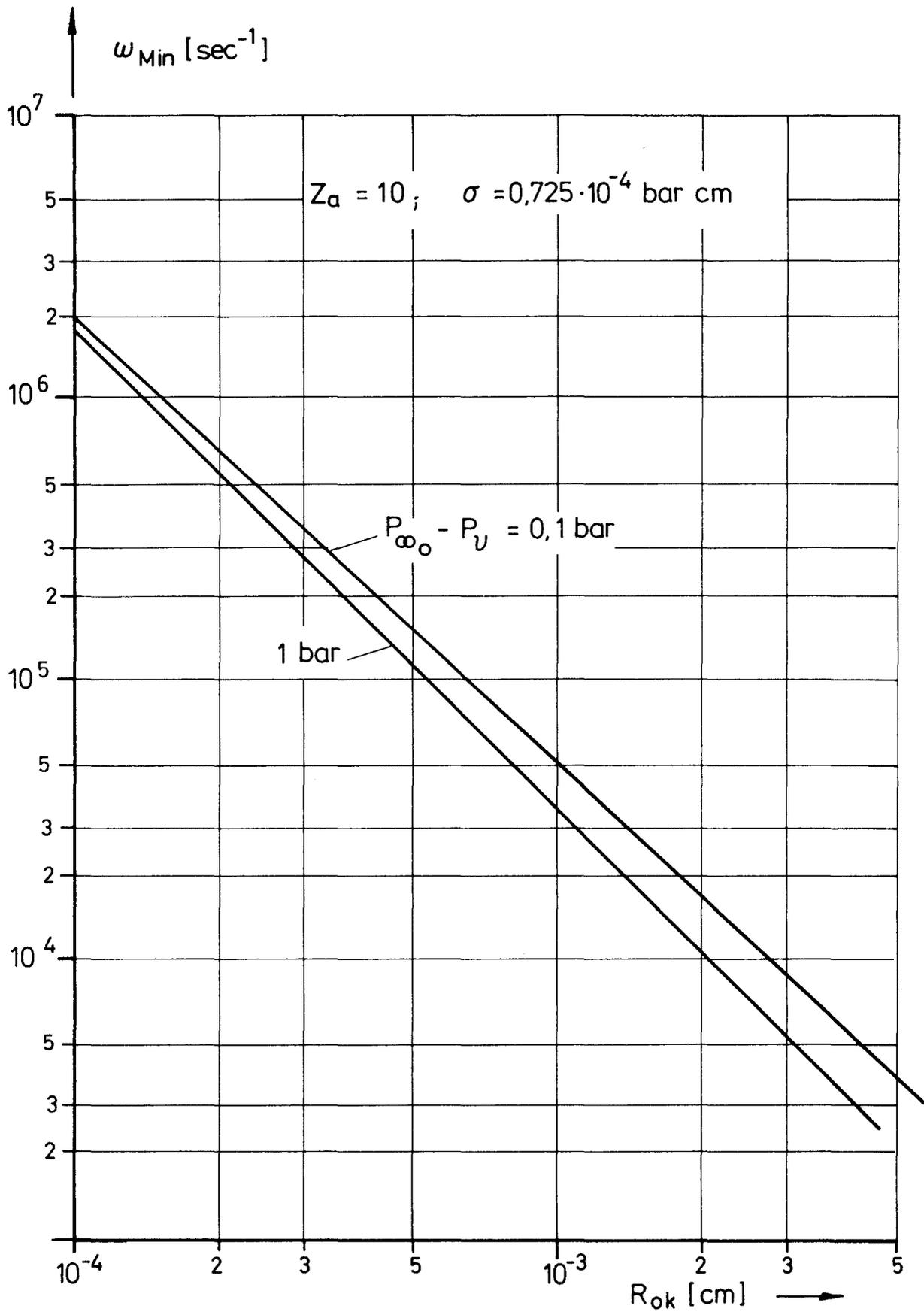


Abb. 21 Blasenansprechfrequenz  $\omega_{\text{Min}}$  nach Formel (58)

$$(58) \quad \omega_{\min} = \frac{0,85\pi}{Z_a \sqrt{g}} \frac{\sigma^{3/4}}{R_{ok}^{7/4}} \left( p_{\infty_0} - p_v + \frac{2\sigma}{R_{ok}} \right)^{-1/4}.$$

Abb. 21 zeigt den Verlauf von  $\omega_{\min}$ . Man erkennt, daß für die für Kavitation wesentlichen kleinen Keime  $R_{ok} < 10^{-3}$  cm angenommen werden darf:  $\omega_{\min}^2 \gg \Omega^2$ .

#### Zusammenfassung

Sowohl bei der theoretischen Vorausberechnung von Kavitationserscheinungen an Strömungskörpern, insbesondere Propellerflügelprofilen, als auch bei der Festlegung der Bedingungen für Kavitations-Modellversuche sind Maßstabeffekte von erheblicher Bedeutung. Infolge der unterschiedlichen physikalischen Gesetzmäßigkeiten wie Keimstabilität, Schwerkrafteinfluß und Zähigkeitswirkung ergeben sich einander zum Teil widersprechende Ähnlichkeitsbedingungen. Daher ist eine vollständige Kavitations-ähnlichkeit zwischen Modell und Original unerreichbar. In der vorliegenden Untersuchung wird die Bedeutung der verschiedenen Einflüsse analysiert und gegeneinander abgewogen mit dem Ziel, eine möglichst weitgehende Ähnlichkeit zu erhalten.

Für das Schreiben des Manuskripts danke ich Frau L. v. Maydell, für die Herstellung der Reinzeichnungen Frau U. Schmidt.

Literatur

- /1/ Isay, W.H.: Kavitation; Schiffahrts-Verlag "Hansa" C. Schroedter & Co., Hamburg 1981.
- /2/ Plesset, M.C.: The Dynamics of Cavitation Bubbles; Journ. Applied Mechanics 16 (1949) p. 228.
- /3/ Chao, K.Y.: Beiträge zur Berechnung der Kavitationserscheinungen an Strömungskörpern; Schiffstechnik 26 (1979) S. 61.
- /4/ Chao, K.Y.: On the Practical Calculation of Pressure Distributions and Cavity Extents on Propeller Blades; 2nd Intern. Symposium on Practical Design in Shipbuilding, Tokyo Oct. 1983.
- /5/ Keller, A. und Weitendorf, E.A.: Der Einfluß des ungelösten Gasgehalts auf die Kavitationserscheinungen an einem Propeller und auf die von ihm erregten Druckschwankungen; Bericht Nr. 321 A Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Sept. 1975.
- /6/ Weitendorf, E.A. und Keller, A.: A Determination of the Free Air-Content and Velocity in Front of the "Sydney-Express"-Propeller in Connection with Pressure Fluctuation Measurements; Proc. 12th Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington 1978.
- /7/ Isay, W.H.: Moderne Probleme der Propellertheorie; Springer-Verlag Berlin - Heidelberg - New York 1970.
- /8/ Chao, K.Y.: Entwicklung eines praktikablen EDV-Programms zur Berechnung von Druckschwankungen an der Schiffsaußenhaut infolge kavitierender Propeller im Nachstrom. HSVA-Bericht Nr. 1525, September 1982.
- /9/ Alwardt, P.: Beitrag zur Berechnung von instationären Kavitationserscheinungen am Tragflügel und Schiffspeller; Bericht Nr. 432 Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Juni 1983.
- /10/ Hanaoka, T.: Linearized Theory of Cavity Flow past a Hydrofoil of Arbitrary Shape; Selected Papers from the Journ. of the Society of Nav. Arch. of Japan 3 (1969) p. 56.
- /11/ Alwardt, P. und Isay, W.H.: Zur Behandlung von Teilkavitation an Flügeln mit Methoden der Profiltheorie. Bericht Nr. 399 Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Nov. 1980. Z. angew. Math. Mech. 62 (1982) S.194
- /12/ Gasau, H.: Zur Behandlung der stationären Teil- und Superkavitation an Tragflügelprofilen. Bericht Nr. 416 Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Mai 1982.

- /13/ Nishiyama, T. und Ota, J.: Linearized Potential Flow Models for Hydrofoils in Supercavitating Flows; Journ. of Basic Engin. 93 (1971) p. 550.
- /14/ Westphal, N.: Keimverteilungsmessungen mit dem Laser-Streulicht-Verfahren bei Tragflügel- und Propeller-Strömungen; Bericht Nr. 408 Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Juni 1981.
- /15/ Alwardt, P.; Chao, K.Y.; Isay, W.H. und Westphal, N.: Berechnung der Druckverteilung, der Kavitationserscheinungen sowie der induzierten Druckschwankungen an der Außenhaut für Propeller im Nachstrom; Jahrbuch der Schiffbautechn. Ges. 76 (1982).
- /16/ Weitendorf, E.A.; Chao, K.Y.; Friesch, J.; Krohn, J.; Lydorf, U.; Tanger, H. und Wiemer, W.: Untersuchungen über den Einfluß des freien Gasgehaltes auf die Kavitation und von propellererregten Druckschwankungen; HSVA-Bericht Nr. 1520, Mai 1981.
- /17/ Zimmermann, B.: Berechnung des durch die Kavitationsgebiete auf den Propellerflügeln an einer Platte induzierten instationären Druckes; Bericht Nr. 362 Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Dez. 1977 mit Anhang: Döhler, M.; Ringle, K.: Photogrammetrische Formbestimmung der Kavitationsblasen.
- /18/ Ludwig, H. und Tillmann, W.: Untersuchungen über die Wandschubspannung in turbulenten Reibungsschichten; Ing.Arch. 17 (1949) S. 288.
- /19/ Willmarth, W.W.: Pressure Fluctuations Beneath Turbulent Boundary Layers; Ann. Review. of Fluid Mech. 7 (1975) p.13.
- /20/ Huang, T.T. und Hannan, D.E.: Pressure Fluctuations in the Regions of Flow Transition; DTNSRDC-Report 4723 (1975).
- /21/ Huang, T.T. und Peterson, F.B.: Influence of Viscous Effects on Model-Full-Scale Cavitation Scaling; Journ. Ship Research 20 (1976) p. 215.
- /22/ Gaster, M.: The Structure and Behavior of Laminar Separation Bubbles; AGARD Conference Proceedings No. 4 (1966).
- /23/ Arndt, R.E.A.: Cavitation in Fluid Machinery and Hydraulic Structures; Ann. Review of Fluid Mech. 13 (1981) p. 273.
- /24/ Arndt, R.E.A.; Holl, J.W.; Bohn, J.C. und Bechtel, W.T.: Influence of Surface Irregularities on Cavitation Performance; Journ. Ship Research 23 (1979) p. 157.
- /25/ Arndt, R.E.A. und Ippen, A.T.: Rough Surface Effects on Cavitation Inception; Journ. of Basic Engineering 90 (1968) p. 249.

- /26/ Koch, H.J.: Die Umströmung der quadratischen Schwelle in Rechteckgerinne bei überkritischem Fließzustand. Ein Beitrag zum Thema Kavitation im Wasserbau. Mitteilung Nr. 77 Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft Techn. Universität Berlin-Charlottenburg, 1972.
- /27/ Gasau, H.: Grenzschichteffekte an Tragflügelprofilen; Bericht Nr. 428 Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Januar 1983.
- /28/ Weitendorf, E.A.: Influence of Unsteady Cavitation on Hull Pressure Fluctuations; 5th United States/Federal Republic of Germany Hydroacoustics Symposium, Hamburg, 13 June 1983, Paper 29.