

495 | September 1989

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Horst Höft

Schiffbauliche Biegeträger mit großen Ausschnitten

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

BERICHT 495

Schiffbauliche Biegeträger
mit großen Ausschnitten

von

Horst Günter Höft

September 1989

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am *Institut für Konstruktion und Statik der Schiffe* der Universität Hannover und am *Arbeitsbereich Schiffstechnische Konstruktionen und Berechnungen* der Technischen Universität Hamburg-Harburg.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Lehmann für seine Anregungen und die Förderung der Arbeit sowie die Übernahme des Hauptberichts.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Petershagen danke ich für die gewährte Unterstützung und sein stetes Interesse bei der Durchführung der Versuche am Institut für Schiffbau und die Übernahme des Mitberichts.

Allen Angehörigen des Instituts für Konstruktion und Statik, des Arbeitsbereichs Schiffstechnische Konstruktionen und des Instituts für Schiffbau, die zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen, gilt ebenfalls an dieser Stelle mein Dank. Insbesondere danke ich meinem langjährigen Kollegen Herrn Dr.-Ing. W. Wesselsky für seine fruchtbaren Diskussionen.

Hamburg, im September 1989

Horst Höft

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Kerben in Scheiben	2
1.2	Ausschnitte in begurteten Trägern	5
1.3	Kerben in schiffbaulichen Biegeträgern	7
1.4	Arbeitsziel	8
2	Experimentelle Untersuchung	10
2.1	Beschreibung der Versuchsmodelle	10
2.2	Materialkennwerte	12
2.3	Versuchseinrichtung	12
2.4	Belastungsarten und -aufbringung	13
2.5	Meßeinrichtung	15
2.5.1	Dehnungsmessung	15
2.5.2	Wegmessung	16
2.6	Versuchsdurchführung	16
2.6.1	Vorversuche im elastischen Bereich	16
2.6.2	Traglastversuche	16
3	Linear-elastische Berechnungen	18
3.1	Balkenrechnung	18
3.2	Vereinfachte Übersläge	20
3.3	Vierendeelträger	24
3.4	Kerbspannungen	29
3.5	Linear-elastische FE-Scheibenrechnung und Vergleich Rechnung-Messung	33

4	Elasto–plastische Berechnungen	36
4.1	Traglastabschätzungen	36
4.1.1	Lastfall konstantes Moment	36
4.1.2	Lastfall konstante Querkraft	41
4.2	Rahmenrechnung	47
4.3	FE–Rechnung	54
4.4	Elasto–plastische Dehnungen nach der Neuber–Regel	62
5	Zusammenfassung	65
6	Literaturverzeichnis	68
7	Bildverzeichnis	76
8	Tabellenverzeichnis	77
A	Bilder	81
B	Tabellen	155
C	Fotos	158

1 Einleitung

Beim Bau von Spezialschiffen, wie Fähren und Fahrgastschiffen, bei Schiffen mit großen Aufbauten sowie bei neueren Projekten im Kühlschiffbau werden relativ dünne hochstegige Träger mit extrem großen Ausschnitten (Bild A.1 und Schiff & Hafen[76]) vorgesehen.

Derartige Ausschnitte sind notwendig und wünschenswert, um alle Versorgungs- und Entsorgungsleitungen, Kabelbahnen usw. innerhalb der Bauhöhe der Stahlkonstruktion führen zu können und so die Deckshöhen nicht unangemessen groß werden zu lassen (Baukosten des Schiffskörpers, Stabilitätsverlust durch höheren Gewichtsschwerpunkt, usw.). Die Anzahl, Anordnung und Größe der Ausschnitte sollten schon zum Zeitpunkt der Erstellung der Stahlzeichnungen, also in einem relativ frühen Bauzustand, festliegen, um kostengünstig fertigen zu können (teures und/oder unkontrolliertes Nachbrennen kann entfallen). Dabei sollten dann die Ausschnitte so groß wie möglich vorgesehen werden. Bei den heute geforderten kurzen Vorlaufzeiten in der Konstruktion ist das oft eine nicht befriedigend zu lösende Koordinierungsaufgabe. Es ist daher sicher angebracht, von vornherein so viele Ausschnitte vorzusehen, daß eine solche Koordinierung weitestgehend entfallen kann.

Es ist aber auch offensichtlich, daß derartige Ausschnitte, besonders in Verbindung mit den üblichen Spantdurchführungen, die Tragfähigkeit der Träger erheblich beeinflussen. Hinzu kommen noch die Spannungserhöhungen in den Abrundungsradien der Ausschnitte. Schon bei mäßiger Belastung können durch die Spannungskonzentrationen in den Ausschnittadrien oder den Radien der Spantdurchführungen erhebliche Teilplastizierungen auftreten.

Bei den fast eckigen Ausschnitten ist man daher geneigt, einen solchen Träger eher als Vierendeelträger zu betrachten denn als perforierten Vollwandträger.

Für diese extrem ausgeschnittenen hochstegigen Träger gibt es zur Zeit

keine einfachen Methoden zur konstruktiven Auslegung oder zur Bestimmung der Grenztragfähigkeit. In der heutigen Praxis werden die Träger nach dem aus den zulässigen Biegespannungen resultierenden kleinsten Widerstandsmoment und der benötigten Schubfläche dimensioniert, wobei die Ausschnitte oftmals keine oder nur eine pauschale Berücksichtigung bei der Bestimmung des Trägheitsmoments und der Stegfläche finden. Die Spannungserhöhungen an den Ausschnitttradien, die ein Vielfaches der Nennspannung betragen können, bleiben dabei völlig unberücksichtigt.

1.1 Kerben in Scheiben

Die erste analytische Arbeit über den Einfluß von Ausschnitten auf die Spannungsverteilung unter gleichmäßigem Zug stammt von KIRSCH[39], der ein kleines Kreisloch in einer unendlichen Scheibe untersucht. Die Spannungsverteilung um dieses Loch

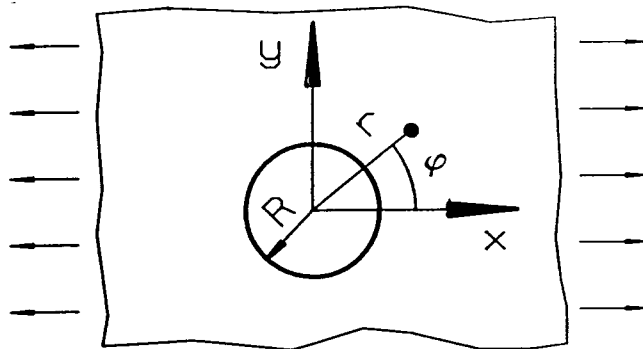


Bild 1.1: Unendliche Scheibe mit Kreisloch

bestimmt er nach der folgenden Funktion:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{\sigma_{x\infty}}{2} \left[1 + \frac{R^2}{r^2} - \left(1 + 3 \cdot \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right] .$$

Für den Lochrand mit $R = r$ ergibt sich die Lochrandspannung als

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_{x\infty} (1 - 2 \cos 2\varphi) .$$

Der maximale Spannungserhöhungsfaktor, definiert als Verhältnis der Maximalspannung σ_{φ} am Lochrand zur ungestörten Nennspannung $\sigma_{x\infty}$,

erhält er für $\varphi = 90^\circ$ zu 3. Dieser Wert ist inzwischen durch viele Experimente bestätigt. Seine Arbeit ist aber nicht nur dadurch wichtig, daß sie die erste auf diesem Gebiet war, sondern weil er die grundlegenden Ideen formulierte, auf der eine Vielzahl von Arbeiten basieren:

- Die Störungen des Nennspannungsverlaufes durch das Loch sind in den Bereichen, die im Verhältnis zum Lochdurchmesser weit vom Loch entfernt sind, vernachlässigbar.
- Im linearen Bereich können die Spannungsanteile im Lochrandbereich superponiert werden.

Für Ausschnitte, die nicht kreisrund sind, berechnete KOLOSsov[40] bereits um die Jahrhundertwende die Spannungsverteilung. Diese Ideen sind jedoch erst nach dem II. Weltkrieg durch die Arbeiten von KOLOSsov und MUSKHELISHVILI[45] allgemein bekannt geworden. Er hat dazu die Airysche Spannungsfunktion U in komplexer Darstellung mit Hilfe von konformen Abbildungen für die Lochgeometrie bestimmt.

Aus dem Realteil der komplexen Spannungsfunktion

$$U = \Re [\bar{z}\varphi(z) + \chi(z)]$$

folgen die Spannungen

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$$

$$\sigma_x + \sigma_y = 2 \left[\varphi_1'(z) + \overline{\varphi_1'(z)} \right]$$

$$\sigma_x - \sigma_y + 2i\tau_{xy} = 2 \left[\bar{z}\varphi_1''(z) + \chi_1''(z) \right] .$$

INGLIS[36] bestimmte mit Hilfe von elliptisch–hyperbolischen Koordinaten die Spannungsverteilung um eine Ellipse in der unendlichen Scheibe unter konstanter Längsspannung. Seine Spannungserhöhungsfaktoren K sind:

- große Halbachse parallel zur Zugrichtung
 $K = 1 + 2 \cdot b/a$ a = große Halbachse
- große Halbachse vertikal zur Zugrichtung
 $K = 1 + 2 \cdot a/b$ b = kleine Halbachse

Für den Sonderfall des Kreises ($a = b$) erhält er den gleichen Erhöhungsfaktor wie KIRSCH.

Nahezu gleichzeitig lösten PÖSCHL[58] auf dem gleichen Weg wie Inglis und MUSKHELISHVILI[44] mit Hilfe der komplexen Spannungsfunktion das Problem der Spannungsverteilung um ein elliptisches Loch unter Zugbelastung. Die Spannungserhöhung entlang des Ellipsenrandes nach [44] ist

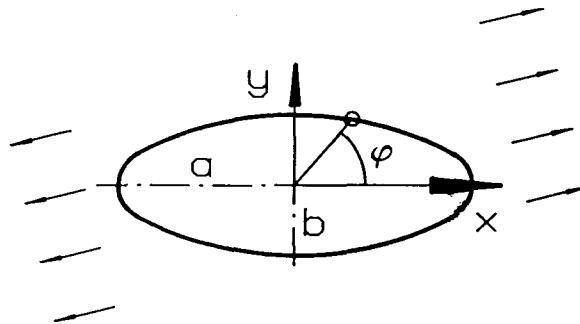


Bild 1.2: elliptisches Loch unter Zug

$$K = \frac{1 - m^2 + 2m \cos 2\beta - 2 \cos 2(\beta - \varphi)}{1 + m^2 - 2m \cos 2\varphi}$$

mit $m = \left(1 - \frac{b}{a}\right) / \left(1 + \frac{b}{a}\right)$
 $\beta =$ Winkel große Achse - Last
 $\varphi =$ Winkel große Achse - Ort

Auch hier ergibt sich für den Sonderfall des Kreises der Erhöhungsfaktor von $K = 3$.

Außer diesen grundlegenden Arbeiten über den Kerbeinfluß von Kreis- und Ellipsenlöchern existieren eine Vielzahl weiterer Arbeiten, von denen nur die im Einzelnen erwähnt werden, die für die hier behandelten Probleme von Bedeutung sind. Besonders wegberreitend und von grundlegender Art sind die Arbeiten von NEUBER[52], der analytische Ansätze mit reellen Variablen (im Gegensatz zu den komplexen Ansätzen) verwendet,

und SAWIN[75], der die bis dahin bekannten analytischen Arbeiten mit komplexen Ansätzen zusammengefaßt darstellt.

Wegen des hohen Rechenaufwandes bei komplizierten Lochformen gibt HELLER[30,31] Erhöhungsfaktoren für den einachsigen und den zweiachsigen Zug für verschiedene Lochformen in Tabellenform an. RADAJ[64] erweitert diesen Katalog wesentlich und gibt weitere Einflußfaktoren, wie z.B. den Einfluß von Randabständen und Randversteifungen, an. Die Faktoren können dabei sehr einfach aus Diagrammen entnommen werden.

AMSTUTZ[1] und SEEGER berechnen mit Hilfe der FE-Technik die Spannungskonzentrationsfaktoren für gekerbte Scheiben und vergleichen die Ergebnisse mit verschiedenen Näherungslösungen.

BAILEY[2] und HICKS zeigen Spannungsverteilungen für eine mit gleichmäßig verteilten Kreislöchern perforierte quadratische Scheibe, und erhalten daraus Spannungserhöhungsfaktoren in Abhängigkeit von dem Verhältnis Lochdurchmesser / Lochabstand. HAMADA[26] erweitert dies noch auf Löcher mit unterschiedlichen Durchmessern.

Auf die Wirkung von zusätzlichen Mikrokerben im Kerbgrund, wie bei PUCHNER[62], wie sie z.B. als Brennschnittkerben in Abrundungsradien auftreten können, wird in dieser Arbeit nicht eingegangen.

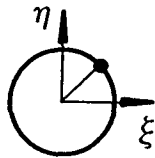
1.2 Ausschnitte in begurteten Trägern

PFLEIDERER[57] und DAHLMANN[17] untersuchen den Einfluß von zentrisch liegenden Löchern und Schlitzern auf symmetrische schiffbauliche Biegeträger mit konstanter Querkraft im Bereich der Öffnungen.

BISCHOFF[7] erweitert die Untersuchungen auf exzentrische Öffnungen und belastet auch den Teilträger oberhalb der Öffnung. Damit ist die Querkraft im Bereich der oberen Teilträger nicht mehr konstant. Durch eine andere Betrachtungsweise vereinfacht KARNATZ[38] die umfangreichen Gleichungssysteme von BISCHOFF[7].

Für kleine rechteckige Ausschnitte unter Schubbelastung, die jedoch zentrisch liegen müssen, gibt NARAYANAN[47] Hinweise zur konstruktiven Auslegung. Große Ausschnitte schließt er aber aus seinen Überlegungen aus, da sie seiner Meinung nach zu selten in der Praxis anzutreffen sind.

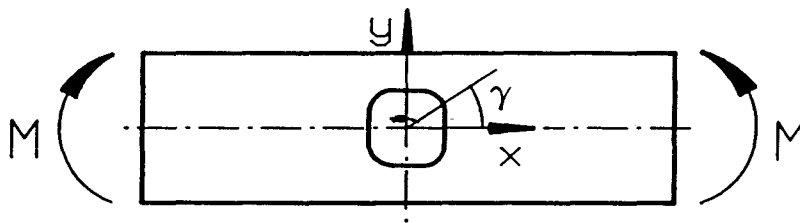
Mit Hilfe der komplexen Abbildungsfunktion



$$Z = x + iy = W(\zeta) = s\zeta + \frac{t}{\zeta} + \frac{r}{\zeta^3}$$

$$\zeta = \xi + i\eta$$

bei der die Konstanten s und t die Lochgröße und r die Lochform beschreiben, bestimmt NAIK[46] für $s = 1$ und $t = 0$ die Lochrandspannung σ_t mit



$$\sigma_t = -\frac{M}{I} \left[\frac{(1 - 3r - 12r^2) \sin \gamma + \sin 3\gamma + r \sin 5\gamma}{1 + 9r^2 - 6r \cos 4\gamma} \right]$$

und erhält unter reiner Momentenbelastung als optimale Ausschnittform einen nahezu quadratischen Ausschnitt. Dabei ist der von ihm bestimmte optimale Erhöhungsfaktor um ca. 33% kleiner als der Wert für einen Kreis mit dem Formbeschreibungsparemeter $r = 0$, aber nur ca. 7% kleiner als der des Quadrats mit $r = -1/9$. Weiterhin schließt er Spannungskonzentrationen bei reiner Biegung für Kreislöcher aus, wenn der Durchmesser kleiner als 60% der Steghöhe ist.

Ein großer Teil von Arbeiten befaßt sich mit der Wirkung von Ausschnitttrandverstärkungen. Bei den vorliegenden Trägern wurde auf solche Gurte verzichtet, da sie bei der Vielzahl der Ausschnitte für einen gesamten Schiffskörper einen sehr hohen Fertigungsaufwand bedeuten.

Die Bestimmung der vollplastischen Momente von ausgeschnittenen Trägern mit und ohne Randverstärkungen wird in mehreren Arbeiten beschrieben, so z.B. auch von BOWER[9] und CONGDON[12]. Dabei sind aber in fast allen Arbeiten die Ober- und Untergurte der Träger relativ schmal und

gleich, und die Spannungserhöhung an den Ausschnitttradien wird nicht berücksichtigt. Eine Interaktion mit kleineren Durchbrüchen, wie sie unter Umständen bei Spantdurchführungen auftreten können, wird nicht betrachtet.

In der schiffbaulichen Praxis werden eine Vielzahl unterschiedlicher Ausschnittsformen verwendet, von denen das Bild 1.3 eine Auswahl zeigt.

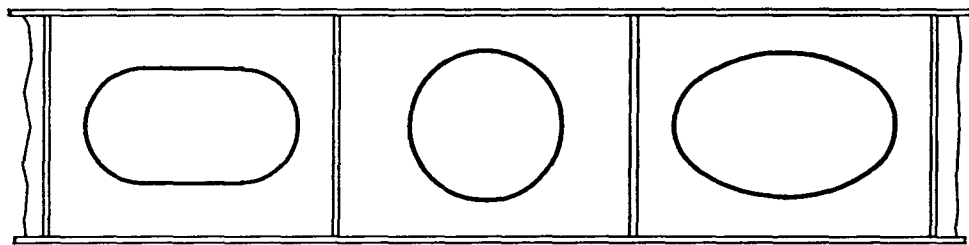


Bild 1.3: Formen von großen Ausschnitten

1.3 Kerben in schiffbaulichen Biegeträgern

Wie PAETZOLD[54], TIETGEN [87] und andere ausgeführt haben, können an den Spantdurchführungen Anrisse auf Grund von Ermüdungsvorgängen auftreten (siehe Bild 1.4), die sich auf die große Kerbwirkung solcher Durchführungen zurückführen lassen.

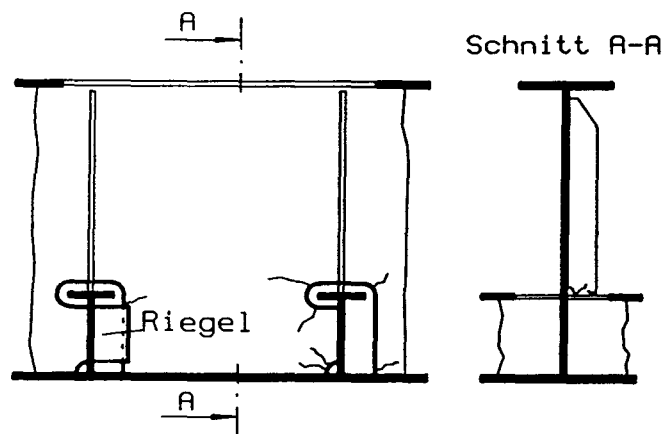


Bild 1.4: Rißbildungen an Längsspantdurchführungen

Nach FRICKE[22] stellt die seitliche Anordnung (Bild 1.5) der an beiden Enden freigeschnittenen Beulsteife eine fertigungsgünstigere, aber festigkeitsmäßig ebenbürtige Alternative zur nicht freigeschnittenen Beulsteife dar. (Die Versagensform ist zwar unterschiedlich, aber die Traglast bleibt nahezu gleich.)

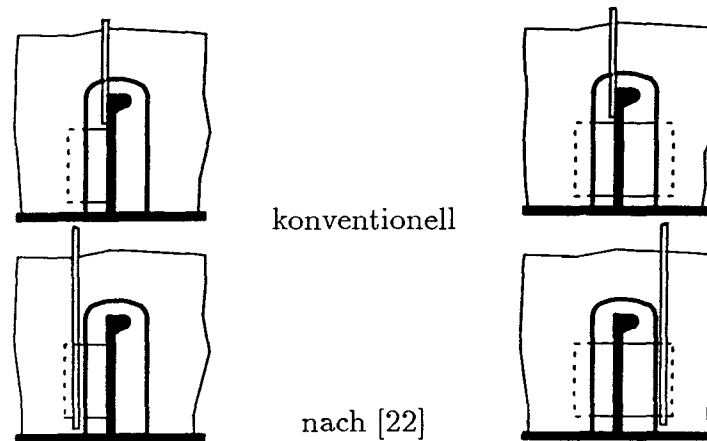


Bild 1.5: mögliche Anordnung von Beulsteifen

Da die maximale Größe der Ausschnitte auch durch den Abstand zwischen dem Ausschnitt und der Spantdurchführung bestimmt wird, liegt die Idee nahe, die Spantdurchführung in den Ausschnitt zu integrieren (siehe Bild A.2.b). Durch diese Bauweise wird das mögliche Kippen des Spantes, wie in der Durchführung ohne Riegelbleche, oder das Abreißen eines einseitig angeschweißten Riegelbleches verhindert. Außerdem kann diese Bauart in Abhängigkeit von den Fertigungsmethoden der Werften einige Vorteile beim Zusammenbau bieten.

Die Montage erfolgt in der Weise, daß zunächst die Rahmenträger aufgesetzt und verschweißt werden. Dann sind die Spanten durch die großen Ausschnitte einzuführen und ohne weitere Montagehilfsmittel aufzusetzen. Das Bild A.2 zeigt den Vorschlag im Vergleich zur konventionellen Bauart.

1.4 Arbeitsziel

Es ist das Ziel dieser Arbeit, die typischen Kerbspannungen an großen Stegausschnitten schiffbaulicher Biegeträger zu bestimmen, um damit ge-

eignete Ermüdungsberechnungen (z.B. nach dem Dehnungskonzept [54]) zu ermöglichen.

Weiterhin sollen Berechnungskonzepte für die Bestimmung der Grenztragfähigkeit solcher Träger erstellt werden, die es in der Praxis erlauben, eine sichere Bemessung durchzuführen.

Zur Absicherung der rechnerischen Untersuchungen werden Modellversuche durchgeführt. Dies wird als besonderer Schwerpunkt der Arbeit angesehen, denn es ist anzunehmen, daß eine experimentelle Absicherung bei dem zu erwartendem nichtlinearen Verhalten der Bauteile besonders notwendig ist.

2 Experimentelle Untersuchung

Für die Durchführung der Modellversuche wurden aus der Vielzahl der möglichen Geometrien drei verschiedene Trägerformen ausgewählt, die sich im wesentlichen in der Form der Ausschnitte unterschieden (Bild A.3, A.4, A.5).

Die Versuche wurden auf der großen Festigkeitsversuchsanlage des Instituts für Schiffbau der Universität Hamburg (IfS) durchgeführt.

2.1 Beschreibung der Versuchsmodelle

Die Modelle sind nach gebauten Konstruktionen im Maßstab 1 : 1 gefertigt worden, um Maßstabseinflüsse so weit wie möglich zu vermeiden. Die Modellträger erstreckten sich über drei Spantentfernungen, an die sich an beiden Enden verstärkte Krafteinleitungen anschlossen. Dieser Ausschnitt aus dem Originalträger war so gewählt, um die Spannungsverhältnisse an zwei nebeneinander liegenden Löchern untersuchen zu können. Andererseits durften die Träger die zur Verfügung stehende Gesamtlänge der Festigkeitsanlage nicht überschreiten. Außerdem sollte im Modell eine ungerade Anzahl von Ausschnitten vorhanden sein, um eine Ausschnittmitte auf der halben Trägerlänge zu erhalten.

Der Obergurt als Simulation des Decks war an den freien Längsrändern durch Flacheisen verstärkt worden, um eine dem tatsächlichen Deck entsprechende obere Gurtung zu erhalten. Das galt insbesondere wegen der Instabilitäten des freien Randes und der Beulerscheinungen der relativ dünnen Decksbeplattung. In Trägerquerrichtung war der Obergurt durch Hollandprofile *HP 100 · 7* ausgesteift.

Auf den Steg waren Beulknie geschweißt, die mit den Obergurtsteifen und dem Untergurt verbunden waren. Die Abmessungen und Dicken waren schiffbaulich ausgelegt. Alle Schweißungen sind durchlaufend als Elektro-Handschiweißung ausgeführt worden. Der Unterschied zwischen

den einzelnen Modellen bestand im wesentlichen in der Form der Ausschnitte. Dabei wurden die Versuchsergebnisse von FROST[23] und LEFFLER bei Ermüdungsbruchuntersuchungen an Trägern mit großen rechteckigen Ausschnitten berücksichtigt. Sie kommen zu dem Ergebnis, daß die Abrundungsradien in den Ecken nicht kleiner sein sollten als 1 inch (25,4mm). Im Gegensatz dazu wird im Entwurf zur DASt-Richtlinie 015[18] der Abrundungsradius mit

$$r \geq 2 \cdot \text{Stegdicke} ,$$

aber jedoch mindestens 15mm, angegeben.

Die Modelle waren in der folgenden Form gefertigt:

- Trägerform 1 (Bild A.3),
hatte nahezu rechteckige Ausschnitte mit einem sehr großen Radius ($r = 320 \text{ mm}$) als oberer Begrenzung und kleinen Abrundungsradien ($r = 30 \text{ mm}$) in den Ecken. Die Steghöhe war 530mm und die Reststeghöhe unter dem Ausschnitt betrug 100mm und über dem Ausschnitt 270mm.
- Trägerform 2 (Bild A.4),
hatte rechteckige Ausschnitte mit relativ großen Abrundungsradien ($r = 50 \text{ mm}$) in den Ecken. Die Steghöhe war 480mm und die Reststeghöhe unter dem Ausschnitt betrug 50mm und über dem Ausschnitt 210mm.
- Trägerform 3 (Bild A.5),
bestand pro Feld aus drei dreieckigen Ausschnitten mit relativ großen Abrundungsradien ($r = 50 \text{ mm}$) in den Ecken. Die Steghöhe war 480mm und die Reststeghöhen unter und über den Ausschnitten betrug 100mm.
- Trägerform 4 (Bild A.6),
hat elliptische Ausschnitte mit $a = 250 \text{ mm}$ und $b = 150 \text{ mm}$. Die Steghöhe ist 480mm und die Reststeghöhe unter den Ausschnitten beträgt 100mm und über den Ausschnitten 80mm.
Die Spantdurchführungen sind in die Ausschnitte integriert.
Diese Trägerform wird nur rechnerisch untersucht.

An die eigentlichen Trägermodelle schlossen sich an beiden Seiten verstärkte Krafteinleitungen an, um einerseits die hohen Druckkräfte ohne lokale Deformationen aufbringen zu können und andererseits die gesamte

Eigenverformung der Krafteinleitungen gering zu halten. Die große Breite des unteren Gurts wirkte dabei gleichzeitig als Kippsicherung.

2.2 Materialkennwerte

Aus den einzelnen Trägern sind Materialproben für Zugversuche entnommen worden, und zwar aus dem Restmaterial der Lochausschnitte. Die Modelle bestanden aus normalfestem Schiffbaustahl (NF 24), und aus den Zugversuchen ergaben sich die folgenden gemittelten Streckgrenzen für die einzelnen Trägerformen:

Streckgrenze R_e	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$
Modell 1	312.0
Modell 2	306.0
Modell 3	317.0

Tabelle 2.1: gemittelte Streckgrenzen

Eine Aufstellung der gemittelten Streckgrenzen für jeden einzelnen Träger ist in der Tabelle B.3 aufgeführt. Dabei zeigt sich zum Teil eine große Streuung, wobei diese allerdings innerhalb eines Trägers mit bis zu max. 2% wesentlich geringer ausfiel.

2.3 Versuchseinrichtung

Für die Durchführung der Versuche standen folgende feststehende Einrichtungen zur Verfügung:

- eine massive Aufspannplatte und
- zwei massive Belastungsportale.

Bedingt durch die lichte Höhe zwischen den Portalen und der Aufspannplatte einerseits und die Bauhöhe der Druckzylinder andererseits konnten die Zylinder nur an den Portalen hängend zum Einsatz gebracht werden.

Die Auflager für die Modellträger bestanden aus quer zur Längsachse angeordneten, versteiften I-Trägern, auf deren Obergurte 30 mm Rundstähle

aufgeschweißt waren. Ein Lagerprofil stand auf der Aufspannplatte, während das zweite auf den Lagerschienen der Portale auflag. Beide Auflager waren gegen horizontale Verschiebungen gesichert.

Um die horizontale Lage der Modelle zu erhalten, waren die Lagerprofile unterschiedlich in der Trägerhöhe. Um bei den großen Drehwinkeln den Kontakt zwischen Modell und Auflagergurt zu vermeiden, waren die Gurte (Bild 2.1) im Bereich der Krafteinleitung einseitig ausgeklinkt.

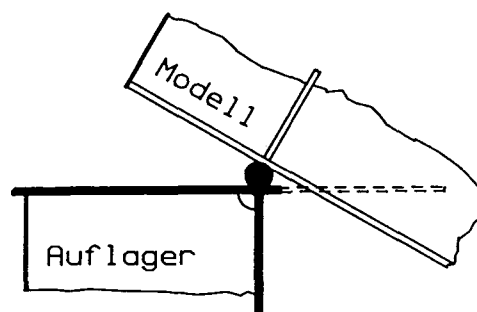


Bild 2.1: Gurtausklinkung

Für die Lastaufbringung im Lastfall 1 waren die Zylinder hydraulisch gekoppelt, während sie im Lastfall 2 mit verschiedenen Ölpumpen gefahren wurden.

Die beaufschlagte Querschnittsfläche der beiden Zylinder betrug je Zylinder jeweils $38014,2 \text{ mm}^2$, und als maximaler Druck konnte 300 bar erzeugt werden.

2.4 Belastungsarten und –aufbringung

Die Modelle sind bei zwei verschiedenen Belastungsarten untersucht worden, und zwar

- im Lastfall 1
mit einem konstanten Moment. Dazu waren die Träger an den Enden frei aufgelegt und wurden im Abstand von $a = 750 \text{ mm}$ von den Auflagern mit zwei Hydraulikzylindern senkrecht von oben belastet. Das Biegemoment ließ sich jederzeit aus der Querschnittsfläche der

Druckzylinder, dem Öldruck und dem Randabstand der Druckzylinder bestimmen. Im Bereich des konstanten Moments ist die Querkraft = 0. Das Bild 2.2 zeigt die Belastungsskizze.

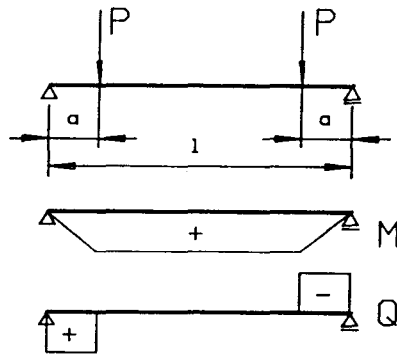
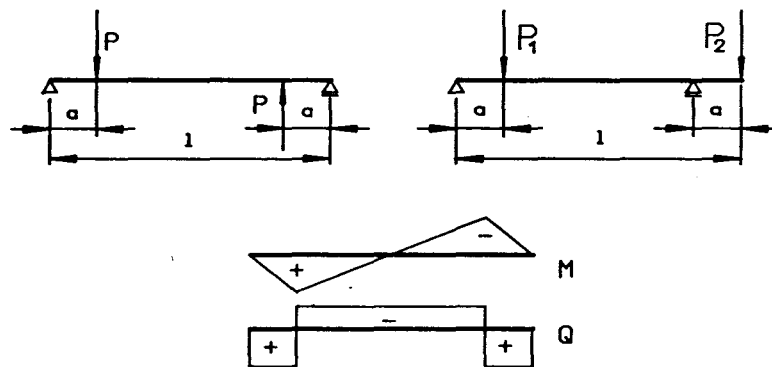


Bild 2.2: konstantes Moment

– im Lastfall 2

mit konstanter Querkraft. Dieser Fall war durch die vorgegebene Versuchseinrichtung am IfS etwas umständlicher durchzuführen. Bedingt durch die Aufbringung der Last senkrecht von oben mußten ein Lager und eine Last vertauscht werden. Dadurch waren die aufzubringenden Lasten betragsmäßig nicht mehr gleich. Die Gegenüberstellung der beiden Belastungsweisen zeigt das Bild 2.3.

Der antimetrische Lastfall wurde folgendermaßen realisiert:



a – konstante Querkraft b – Modellbelastung

Bild 2.3: konstante Querkraft

Unter der Voraussetzung, daß

$$M\left(\frac{l}{2}\right) = 0$$

gelten soll, folgt aus dem Momentengleichgewicht das Verhältnis der Kräfte zu

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 - 2 \cdot \frac{a}{l}.$$

2.5 Meßeinrichtung

Das Ziel der Versuche war die Bestimmung der Grenztragfähigkeit der Modelle unter den zwei zuvor angeführten Lastfällen. Dabei wurden während bestimmter Lasthorizonte an ausgesuchten Stellen die Dehnungen und Verschiebungen gemessen.

2.5.1 Dehnungsmessung

Jeweils ein Modell aus jeder Trägerformreihe war mit Dehnungsmeßstreifen versehen. Diese befanden sich hauptsächlich in den Ausschnittradien und an der Trägerober- und -unterseite. Auf den Stegflächen waren — jeweils beidseitig — gekreuzte Dehnungsmeßstreifen angebracht.

Es kamen Meßstreifen der Firma Hottinger Baldwin Meßtechnik zur Anwendung. In den Ausschnittradien wurden lineare Ketten KY11 4/120 verwendet. Dazu kamen die linearen Streifen LY11 6/120 und Kreuze XY11 3/120. Alle Meßstreifen wurden mit dem kalthärtenden Schnellklebstoff X60 geklebt. Die Anordnung dieser Meßstreifen zeigen die Bilder A.7 bis A.9.

Die Meßwerte wurden während der Messung während jedes Lasthorizontes von einem Rechner HP 1000 in Verbindung mit einer Hottinger Meßstellenumschalteneinheit aufgezeichnet und im Anschluß an die Messung auf der HP 1000 ausgewertet.

2.5.2 Wegmessung

Für die Wegmessung war auf der Aufspannplatte ein festes Gerüst aufgebaut, von dem aus die Meßdrähte zum Modell führten. Die Anfangsverformungen wurden mit Meßuhren, die größeren Wege mit Rollmaßstäben gemessen. Über den Auflagern wurde die Absenkung während des gesamten Versuches mit Meßuhren aufgenommen.

2.6 Versuchsdurchführung

2.6.1 Vorversuche im elastischen Bereich

Mit allen Trägern sind vor den Traglastversuchen Vorversuche durchgeführt worden, um einerseits den Meßaufbau und andererseits die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung im elastischen Bereich zu überprüfen. Um in allen Bereichen Teilplastizierungen zu vermeiden, durfte die Belastung bestimmte Maximalwerte nicht überschreiten. Diese Maximalwerte wurden aus der linearen FE-Rechnung ermittelt und während der Versuche laufend überprüft.

In den Vorversuchen festgestellte Fehler wurden behoben und der Vorversuch wiederholt. Nach einem fehlerfrei verlaufenen Vorversuch mit reproduzierbaren elastischen Ergebnissen wurde der Traglastversuch durchgeführt.

2.6.2 Traglastversuche

Bei den Traglastversuchen ist die Last stufenweise bis zum Versagen des Trägers erhöht worden. Nach jeder Laststufe sind die Dehnungen und Verformungen gemessen worden.

Nach dem Überschreiten des linearen Bereichs sind die Verformungswerte mit größer werdendem Fehler behaftet, da der Übergang vom Fließen zum Gleichgewichtszustand sehr labil ist. Das heißt, daß schon minimale Erschütterungen in der Anlage die Verformungen vergrößern konnten.

Während des Versuchsablaufes traten im Obergurt Beulen auf. Ein ursächliches Versagen der Modelle aufgrund dieser Beulen ließ sich nicht

beobachten oder nachweisen. Das Foto C.1 zeigt diese Beulen an Trägerform 1 stellvertretend für alle Trägerformen.

Abgebrochen wurden die Versuche bei einem Bruch im Modell oder wenn durch minimale Laststeigerungen sehr große Verformungszunahmen auftraten.

Bei den Versuchen mit konstantem Biegemoment versagten die Träger durch Plastizierung der unterhalb des Ausschnittes liegenden Gurtung. Beulerscheinungen im Steg ließen sich zu keinem Zeitpunkt beobachten oder nach dem Versuch ausmessen. UENOYA[91] kommt bei seinen Versuchen mit einem zentrischen Ausschnitt pro Versuchsträger zu dem Ergebnis, daß das Beulen nach dem Beginn des Plastizierens auftritt. Bei einer Stegslankheit $h_{Steg}/t_{Steg} < 50$ schließt er das Beulen vor dem Erreichen der Traglast aus.

Für den Momentenlastfall dieser Untersuchung bestätigt sich die Annahme, die er auch für Träger macht, die seinen Versuchsträgern ähnlich sind.

Bei den Versuchen mit konstanter Querkraft beulten bei den Ausschnittformen 1 und 2 die druckbelasteten Ecken der Löcher, und die zugbelasteten Ecken rissen zum Teil ein, wie in Bild C.2 deutlich zu sehen ist. Bei den Beulen kann es sich um plastische Faltungserscheinungen handeln, da nach [91] Beulung nicht auftreten sollte. Für die Form 1 lag der sichtbare Faltungsbeginn mit ca. 185 bar deutlich oberhalb der linear-elastischen Grenzlast, wie im Abschnitt 3.5 zu ersehen ist. Zum selben Zeitpunkt begannen auch die Risse an den zugbelasteten Ecken sichtbar zu werden. Die dritte Trägerform versagte an den Übergangsstellen von der Krafteinleitung zum eigentlichen Trägersteg durch Versagen des unteren Gurtes.

Eine Übersicht über die gemessenen Traglasten gibt die Tabelle 2.2, in der auch die Art des Versagens aufgeführt ist. Dabei stimmen die Traglasten für die Träger einer Versuchsreihe sehr gut überein.

Traglasten	Form 1	Form 2	Form 3	
Lastfall 1	180 (Verf.)	140 (Verf.)	160 (Riß)	bar
Lastfall 2	210 (Riß)	175 (Verf.)	220 (Riß)	bar

Tabelle 2.2: gemessene Traglasten

3 Linear–elastische Berechnungen

Für die linear–elastische Analyse bieten sich verschiedene Berechnungsmethoden, die unterschiedlich genaue Ergebnisse liefern, an. Die Ergebnisse dieser Rechnungen werden untereinander und mit den gemessenen Spannungen und Verformungen verglichen.

3.1 Balkenrechnung

Die einfachste Form der Spannungsermittlung für einen Einfeldträger stellt die elementare Biegetheorie dar. Die Biegespannung σ_b im Abstand z von der neutralen Faser errechnet sich nach der folgenden Formel:

$$\sigma_b(x, z) = \frac{M(x)}{I(x)} \cdot z, \quad (3.1)$$

wobei im Trägheitsmoment $I(x)$ der Ausschnitt berücksichtigt wird. Das Verhältnis des gesamten zum geschwächten Trägheitsmoment kann als ein Maß für die Spannungszunahme durch den Ausschnitt betrachtet werden:

$$\sigma_{b,Loch}(x, z) = \sigma_b(x, z) \cdot e_b(x) \quad \text{mit } e_b(x) = \frac{I_{ohne\ Loch}(x)}{I_{mit\ Loch}(x)}.$$

Die Längskraft N wird von der gesamten Querschnittsfläche A aufgenommen und ergibt sich zu:

$$\sigma_n(x) = \frac{N(x)}{A(x)} \quad (3.2)$$

oder

$$\sigma_{n,Loch}(x) = \sigma_n(x) \cdot e_n(x) \quad \text{mit } e_n(x) = \frac{A_{ohne\ Loch}(x)}{A_{mit\ Loch}(x)}.$$

Ausgehend von den Annahmen, daß die Querkraft nur von der Stegfläche aufgenommen wird und die Schubspannung über die Steghöhe konstant ist, ergibt sich die mittlere Schubspannung zu:

$$\tau_m(x) = \frac{Q(x)}{A_{Steg}(x)} \quad (3.3)$$

oder wiederum

$$\tau_{m,Loch}(x) = \tau_m(x) \cdot e_q(x) \quad \text{mit } e_q(x) = \frac{A_{Steg,ohne\ Loch}(x)}{A_{Steg,mit\ Loch}(x)}.$$

Bei einer beliebigen Lastverteilung wird der Träger nach einer Vergleichsspannung σ_v , die einen zulässigen Wert nicht überschreiten darf, dimensioniert:

$$\sigma_v(x, z) = \sqrt{(\sigma_{b,Loch}(x, z) + \sigma_{n,Loch}(x))^2 + 3 \cdot \tau_{m,Loch}^2(x)} \leq \sigma_{zul}. \quad (3.4)$$

Die größten Biegespannungen stellen sich nach dieser Berechnungsmethode immer in einer Randfaser ein, d.h. an einem Ort, an dem der Abstand von der neutralen Faser ein Maximum oder Minimum ist. Die Längs- und Querkraft erzeugen jeweils über den Querschnitt konstante Spannungsanteile, so daß die maximale Vergleichsspannung am Ort der maximalen oder minimalen Biegespannung auftritt. Dabei bleibt die Spannungsverteilung über die Höhe linear. Die in den Abrundungsradien der Ausschnitte auftretenden Spannungskonzentrationen können mit dieser Methode nicht erfaßt werden.

Lastfall 1 Form 1	Rechnung		Messung	
	ohne Ausschnitt	mit Ausschnitt	Spannung	Meßstelle
Lochrand	80,39	108,49	98,8	1
			129,9	2
Randspannung	111,25	145,80	143,8	69
			138,5	67

Tabelle 3.1: Spannungsvergleich Balkenrechnung – Messung

Für den Lastfall 1 ergeben sich mit der Formel 3.1 die in der Tabelle B.1 dargestellten Ergebnisse. Der Vergleich dieser Ergebnisse mit den Meßwer-

ten zeigt in der Tabelle 3.1 die erwarteten Abweichungen. Dabei fällt auf, daß die Übereinstimmung bei dem Stegrest (Meßstelle 69) sehr gut ist, während die Abweichung in der Lochmitte (Meßstellen 1 und 67) durch die Sekundärabiegung des Teilträgers größer wird. Die Spannungsspitze (Meßstelle 2) zeigt die vorhergesehene große Abweichung, die durch die Spannungserhöhung des Radius bedingt ist und durch die Balkenrechnung nicht erfaßt wird.

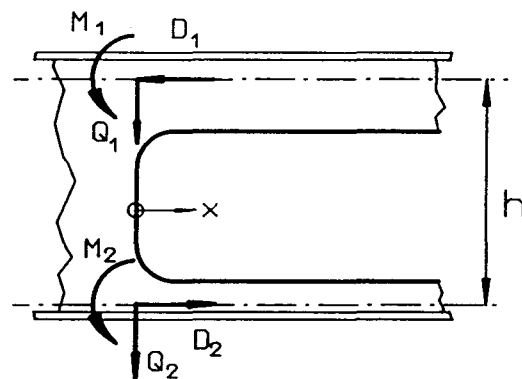
Die Ergebnisse sind nur für die Trägerform 1 dargestellt, da bei den anderen Trägerformen das gleiche Verhalten auftritt.

Für den Lastfall 2 ergeben sich die mittleren Schubspannungen nach der Formel 3.3 wie sie in der Tabelle B.2 dargestellt sind.

3.2 Vereinfachte Überschläge

Um genauere Aussagen über das Verhalten der gelochten Träger machen zu können, reicht es nicht aus, nur die globalen Schnittgrößen M , N und Q zu bestimmen. Es muß zusätzlich noch die Verteilung dieser Schnittgrößen auf die Trägerteile ober- und unterhalb des Ausschnitts bekannt sein. Das Problem liegt dabei in der Verteilung der Querkraft auf die beiden Teilträger.

Nach KARNATZ[38], der die Differentialgleichung der Biegelinie für den oberen und unteren Teilträger getrennt ansetzt, läßt sich die gesamte Schnittgrößenverteilung wie folgt ermitteln:



$$EI_1 \cdot \frac{d^4 y_1}{dx^4} = q_1 \quad (3.5)$$

$$EI_2 \cdot \frac{d^4 y_2}{dx^4} = q_2 \quad (3.6)$$

Nach einigen Umformungen und unter der Berücksichtigung, daß

$$w_1 = w_2 \Big|_{x=0, l} \quad \frac{dw_1}{dx} = \frac{dw_2}{dx} \Big|_{x=0, l}$$

gilt, erhält man die folgenden Gleichungen zur Bestimmung der unbekann-

ten Größen:

$$\begin{aligned}
 Q_i &= \frac{I_i}{I_1 + I_2} \cdot Q & i &= \text{Index 1 oder 2} \\
 D_i &= \frac{S_i}{I} \cdot \left(M + Q \cdot \frac{l}{2} \right) & I_i &= \text{Trägheitsmoment eines} \\
 & & & \text{Teilträgers} \\
 M_i &= I_i \cdot \left[\frac{M + Q \cdot \frac{l}{2}}{I} - \frac{Q \cdot \frac{l}{2}}{I_1 + I_2} \right] & I &= \text{Gesamtträgheitsmoment} \\
 & & S_i &= \text{statisches Moment einer} \\
 & & & \text{Querschnittsteilfläche, be-} \\
 & & & \text{zogen auf die neutrale Fa-} \\
 & & l &= \text{Länge des Loches}
 \end{aligned}$$

Mit den gleichen Voraussetzungen kommt SAHMEL[74] zu einer identischen Verteilung der Querkraft und den folgenden Zusatzmomenten in den Teilträgern:

$$\Delta M_i = \frac{l}{4} \frac{I_i}{I_1 + I_2} \cdot Q,$$

die dem vorhandenen Moment überlagert werden.

Da der Einfluß der Eckradien in Form von Spannungserhöhungen von KARNATZ[38] nicht berücksichtigt wird, stellt WIEBECK[97] aufbauend auf dessen Gleichungen eine Näherung zur Bestimmung des Randspannungsverlaufs in den Teilträgern von ovalen zentrischen Ausschnitten vor. Er findet eine gute Übereinstimmung seiner Näherungsmethode mit durchgeführten spannungsoptischen Versuchen, stellt aber gleichzeitig fest, daß die Genauigkeit mit abnehmendem Längen / Höhenverhältnis der Teilträger abnimmt. Auf diesen Punkt wird im Kapitel 3.3 nochmal eingegangen.

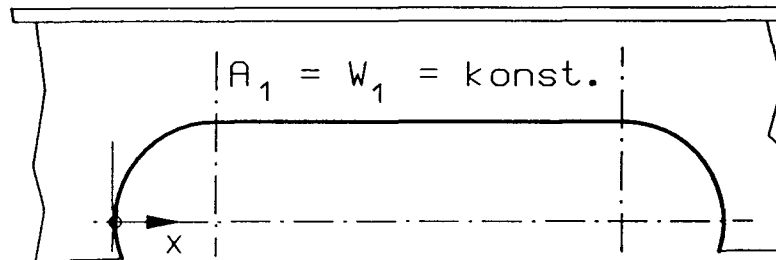
Über den Einfluß der Pfostensteifigkeit zwischen zwei Ausschnitten auf seine Näherung macht er keine Angaben.

HAPPEL[28] spricht dieser Methode jedoch nur eine zufällige Brauchbarkeit zu. Sein Einwand gründet sich auf den Widerspruch zur Realität, wie er zum Beispiel bei dem Sonderfall mit einem konstanten Moment im Teilträger auftritt. In dem Fall ergibt sich wegen

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \text{konstant} & D_1 &= \text{konstant} \\
 p &= 0 & P &= 0 \\
 Q &= 0
 \end{aligned}$$

sogar eine Verringerung der Spannung am rechten Lochrand. Das ist bedingt durch die Zunahme des Widerstandsmomentes $W_1(x)$ und der Teil-

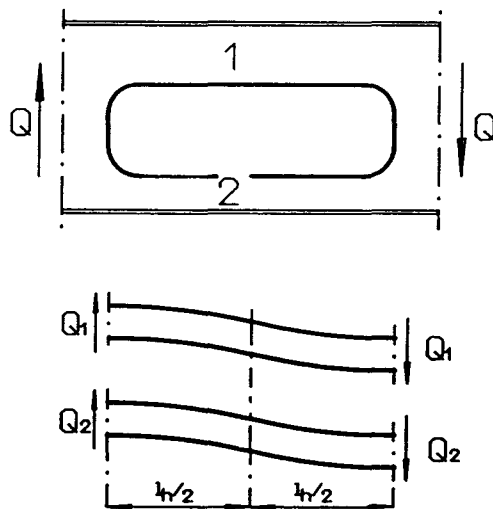
trägerfläche $A_1(x)$ gegenüber den konstanten Werten zwischen den Ausrundungen.



$$\sigma(x) = \frac{M_1}{W_1(x)} + \frac{D_1}{A_1(x)}$$

Bei WIEBECK[97] sind nur die Ergebnisse für den linken oberen Ausschnitttrand für einen Träger mit Streckenlast dargestellt.

Nach den Empfehlungen der Europäischen Konvention für Stahlbau (EKS)[21] wird die Verteilung der Querkraft wie folgt bestimmt:



$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\frac{l_h^2}{12EI_2} + \frac{1}{GA_{w2}}}{\frac{l_h^2}{12EI_1} + \frac{1}{GA_{w1}}} \quad (3.7)$$

mit E = Elastizitätsmodul
 G = Gleitmodul
 A_{wi} = Stegfläche der Einzelteile
 I_i = Trägheitsmoment der Einzelteile

Bei der Vernachlässigung des Schubeinflusses ergibt sich die gleiche Verteilung von Q_1/Q_2 wie nach KARNATZ[38] und SAHMEL[74].

DOUGHERTY[19] erhält für die Querkraft in den Einzelträgern an exzentrischen Ausschnitten

$$Q_i = Q \left[\frac{l_h^3}{12EI_i} + \frac{\kappa l_h}{GA_i} \right] \quad \text{mit } i = 1, 2,$$

wobei κ der Formfaktor für die Schubverformung ist, der z. B. nach den Formeln von COWPER[16] einfach bestimmt werden kann. Setzt man in

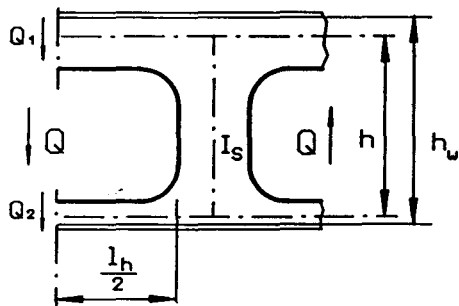
diese Formel

$$A_{w_i} = \frac{A_i}{\kappa} \quad \text{mit } i = 1, 2$$

ein, so erhält man die gleiche Querkraftverteilung wie nach der Formel 3.7.

Die Ableitung aller vorstehenden Formeln erfolgte unter der Annahme, daß die Teilträger an den Übergängen eingespannt sind und damit die Absenkungen und die Drehwinkel bei $x = 0, l_h$ für die beiden Teilträger gleich sind. Da mehrere Öffnungen nebeneinander angeordnet sind, ist aber eine feste Einspannung der Trägerteile nicht mehr gegeben, was im übrigen aus den Verformungsbildern Bild A.10 bis A.13 deutlich zu erkennen ist.

Daher wurde die folgende Formel entwickelt. Sie berücksichtigt die Teileinspannung, und damit eine Kopplung der beiden Trägerteile durch die vertikalen Stiele.



$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\frac{l_h^2}{12EI_2} + \frac{1}{GA_{w_2}} + \frac{l_h \cdot h}{4EI_S}}{\frac{l_h^2}{12EI_1} + \frac{1}{GA_{w_1}} + \frac{l_h \cdot h}{4EI_S}} \quad (3.8)$$

mit A_{w_i} = Schubfläche der Teilträger
 I_s = Trägheitsmoment des Stegrestes

Diese Formel 3.8 ergibt für Teilbereiche eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Vierendeelrechnungen. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Steifigkeit der Stiele bestimmte Grenzen nicht überschreitet.

Es werden daher die folgenden Gültigkeitsbereiche empfohlen:

$$\text{Formel 3.7, wenn } I_s < \frac{I_1 + I_2}{2}$$

$$\text{oder } I_s \gg \frac{I_1 + I_2}{2}$$

$$\text{Formel 3.8, wenn } I_s > \frac{I_1 + I_2}{2}$$

Nach seinen Untersuchungen an Trägern mit zwei rechteckigen Ausschnitten schließt DOUGHERTY[19] für die praktische Anwendung eine Interaktion zwischen den Ausschnitten aus, wenn

$$I_S > 25 \frac{h_w}{l_h} (I_1 + I_2)$$

ist. Nach der DAST-Richtlinie[18] bleibt eine Wechselwirkung zwischen den Ausschnitten unberücksichtigt, wenn der verbleibende Stegrest breiter als die doppelte Lochhöhe ist.

Für den Lastfall 1 mit dem konstantem Biegemoment stimmen die Ergebnisse für die Querkraftverteilung nach den vorangehenden Überschlagsrechnungen noch einigermaßen mit denen der Vierendeelrechnung überein, und das, obwohl die Ableitung der Teilquerkräfte auf einer Gesamtquerkraft beruht, die in diesem Lastfall gleich Null ist. Das Entstehen dieser Querkräfte und Sekundärmomente in den Teilträgern wird durch den Steifigkeitssprung und der damit verbundenen Abweichung von der idealen Biegelinie verursacht. In dem Bild A.22 ist dieses Ausweichen bei den unteren Teilträgern besonders deutlich sichtbar. Da aber in das Verhältnis Q_1/Q_2 nur geometrische und Materialkennwerte eingehen, können diese Schnittgrößen aus dem Verhältnis der Steifigkeiten bestimmt werden.

Für den Lastfall 2 mit konstanter Querkraft sind die Ergebnisse total falsch. Das liegt an der Randbedingung, die im Anschluß an die beiden Einzelträger unendlich steife Endscheiben vorsieht. Wie aus den Bildern A.10 bis A.13 zu ersehen ist, gilt das mit Einschränkungen noch für den Lastfall 1, für den Lastfall 2 jedoch nicht mehr.

3.3 Vierendeelträger

Bei Trägern mit derartig großen Ausschnitten sollte die Berechnung als Vierendeelträgermodell das tatsächliche Verhalten des Gesamtträgers eigentlich besser beschreiben als die einfache Balkenrechnung. Diese Berechnungsmethode ist von VIERENDEEL[92] um die Jahrhundertwende eingeführt worden, und zwar für Brückenkonstruktionen ohne Diagonalverstreben. Daher gilt diese Bezeichnung streng genommen für die Form 3 nicht.

Bei dieser Berechnungsmethode, die hier allerdings mit Hilfe der FE-

Technik durchgeführt wird, wird der Träger in einzelne Balkenelemente zerlegt, die dann als Rahmenkonstruktion gerechnet werden. Alle Höhen sind reduziert auf die neutralen Fasern der Gurte, bei der Kraftereinleitung auf die neutrale Faser im Übergang. Die Balkenkennwerte werden für jedes Element bestimmt, wobei die Faktoren für die Schubdurchsenkung nach COWPER[16] berechnet werden können.

Die beiden äußeren Vertikalbalken besitzen wegen der Scheibenwirkung der anschließenden Kraftereinleitung eine große Fläche und ein sehr großes Trägheitsmoment. Es ergibt sich damit schematisch das System nach dem Bild 3.1.

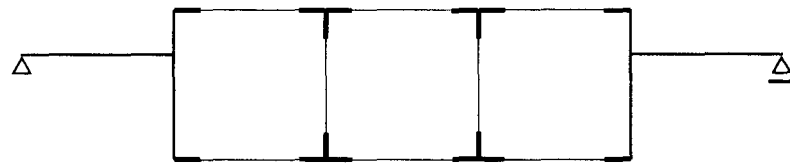


Bild 3.1: Vierendeelmodell

Mit dieser Methode durchgeführte Rechnungen ergeben die in den Bildern A.10 bis A.13 dargestellten Verformungen. Dabei ist für den Lastfall 2 der Einfluß der Steifigkeitsverhältnisse zwischen den Teilträgern und dem Stegrest auf die Verformung besonders deutlich. Durch die relativ große Steifigkeit des oberen und unteren Teilträgers bei der Form 1 wird ein ausgeprägter S-Schlag im Stegrest erzwungen, während dieser bei der Form 2 wegen der geringeren Steifigkeit des unteren Teilträgers nur sehr schwach in Erscheinung tritt.

Wie die Bilder A.14 bis A.16 zeigen, ist die Übereinstimmung der Lochrandspannungen zwischen der Vierendeel- und der Scheibenrechnung nur dort als ausreichend zu betrachten, wo die Überlappungen der Teilträger klein sind. Diese Überlappungen sind rechentechnisch nicht zu vermeiden und betragen zwischen 20 bis 40% der gesamten Teilträgerlänge. Aus dem Grund sind diese Bereiche durch Balkenelemente falsch idealisiert. Das Bild A.15 zeigt den Einfluß der Längen / Höhenverhältnisse in den Teilträgern

sehr deutlich. Im oberen Teilträger ist dieses Verhältnis

$$\frac{\text{Länge}}{\text{Höhe}} \approx 2,4,$$

und damit ist die Idealisierung dieser Scheibe durch ein Balkenelement unzulässig, wie die Abweichung bei den Spannungen deutlich zeigt.

Die Einflüsse der Abrundungsradien treten bei den Vierendeelmodellen nicht auf, da die Trägheitsmomente in den Teilträgern bis zum Lochrand als konstant angenommen sind. Eine feinere Elementteilung nur im Bereich der Radien führte nur zu einer begrenzten Verbesserung der Ergebnisse, da durch kleiner werdende Elementlängen die Faktoren in der Steifigkeitsmatrix größer werden und numerische Probleme in der Gesamtsteifigkeitsmatrix auftreten. Um diesen Effekt zu verringern, müßte das gesamte Modell sehr fein geteilt werden. Soll aber die Schubverformung berücksichtigt werden, was bei den kleinen Längen / Höhenverhältnissen notwendig ist, dürfen die Elementlängen nicht zu klein werden, da sonst numerische Probleme auftreten und die Ergebnisse sehr ungenau werden können.

Bedingt durch die relativ großen Überlappungen der einzelnen Elemente in den Übergangsbereichen sind hier die Trägheitsmomente gegenüber den Teilträgern um mehrere Zehnerpotenzen zu vergrößern, um in diesen Bereichen einen nahezu geradlinigen Verlauf der Durchbiegung zu erhalten.

Eine Vergrößerung der Querschnittsfläche scheint dagegen wenig sinnvoll, da der Kraftfluß in den Überlappungsbereichen der Teilträger nahezu konstant weiter wirkt und die geringe Vergrößerung der Dehnsteifigkeit im allgemeinen nur geschätzt werden kann.

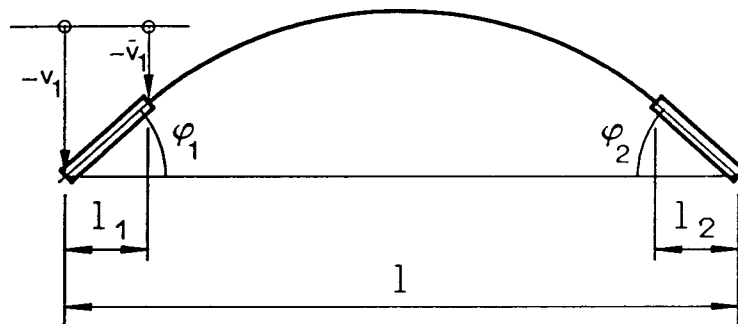
Wird dabei der Unterschied zwischen dem Trägheitsmoment des normalen Elements und dem des verstärkten Elements zu groß, können an diesen Verbindungen aufgrund der begrenzten numerischen Genauigkeit Probleme auftreten, die im ungünstigsten Fall bei der Lösung des Gleichungssystems eine Entkopplung des Rechenmodells bewirken können.

Um diese Schwierigkeiten zu eliminieren, kann die bekannte lokale Steifigkeitsmatrix[61] eines zwei-dimensionalen Balkenelements entsprechend modifiziert werden.

$$[K]_l = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI}{l^3\theta} & \frac{6EI}{l^2\theta} & 0 & -\frac{12EI}{l^3\theta} & \frac{6EI}{l^2\theta} \\ & & \frac{EI(3+\theta)}{l\theta} & 0 & -\frac{6EI}{l^2\theta} & \frac{EI(3-\theta)}{l\theta} \\ & & & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & \frac{12EI}{l^3\theta} & -\frac{6EI}{l^2\theta} \\ & & & & & \frac{EI(3+\theta)}{l\theta} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

mit $\theta = 1 + \frac{12EI}{l^2 GA_{Schub}}$ als Schubbeiwert

Die Durchbiegung von den externen (v_i) zu den internen (\tilde{v}_i) Knoten im Übergang innerhalb eines Elements mit starren Enden ergibt sich ohne Schubverformung der starren Anteile aus der folgenden Transformation zu:



$$\begin{aligned} \tilde{v}_1 &= v_1 + l_1 \varphi_1 \\ \tilde{v}_2 &= v_2 - l_2 \varphi_2 \end{aligned}$$

oder in Matrixschreibweise

$$\begin{Bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{\varphi}_1 \\ \tilde{v}_2 \\ \tilde{\varphi}_2 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & l_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[\Lambda]} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Von GHALI[24] und HUGHES[35] wird mit Hilfe dieser Transformationsma-

trix eine Steifigkeitsmatrix $[\tilde{K}]$ abgeleitet, die zur lokalen Steifigkeitsmatrix $[K]_l$ addiert wird:

$$[K] = [K]_l + [\tilde{K}] . \quad (3.11)$$

Dabei ist darauf zu achten, daß in $[K]_l$ die Länge zur Berechnung der Dehnsteifigkeit

$$l = l_{Element}$$

ist, während für die Biegeterme die Länge reduziert werden muß:

$$l = l_{Element} - l_1 - l_2 .$$

Zur Aufstellung des Gesamtgleichungssystems muß anschließend die so gewonnene Steifigkeitsmatrix vom lokalen in das globale Koordinatensystem transformiert werden:

$$[K]_g = [\lambda]^T [K] [\lambda] . \quad (3.12)$$

$$\text{mit } [\lambda] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & & & \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & & \mathbf{0} & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ & \mathbf{0} & & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Eine wesentliche Rechenzeiterparnis kann erzielt werden, wenn anstelle der Berechnung der globalen Steifigkeitsmatrix nach den Gleichungen 3.11 und 3.12 die Multiplikation der beiden vorstehenden Transformationsmatrizen 3.10 und 3.13 durchgeführt wird, nachdem $[\Lambda]$ durch das Einfügen der Verschiebungen u_1 und u_2 auf $[6 * 6]$ erweitert wurde:

$$[T] = [\Lambda] [\lambda] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & & & \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & l_1 & & \mathbf{0} & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ & \mathbf{0} & & -\sin \alpha & \cos \alpha & -l_2 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \quad (3.14)$$

Wie aus der Transformationsmatrix 3.14 zu ersehen ist, reduziert sich damit die Erweiterung auf ein Element mit starren Enden auf das bloße

Einsetzen der Längen l_1 und l_2 in die Transformationsmatrix 3.13, und die globale Steifigkeitsmatrix wird

$$[K]_g = [T]^T [K]_l [T] . \quad (3.15)$$

Weiterhin wird die Rechenzeit für ein Vierendeelmodell verkürzt, weil bis zu 3 Elemente ohne großen Aufwand durch 1 Element ersetzt werden können.



Außerdem treten die numerischen Ungenauigkeiten bei der Lösung des Gesamtgleichungssystems, die ab einem Faktor von

$$\frac{I_\infty}{I} \approx 10^7$$

feststellbar sind und mit zunehmendem Faktor immer größer werden, nicht mehr auf. Gegenüber den vorstehenden Ergebnissen ergibt sich durch die Elemente mit starren Enden eine bis zu 5%ige Verbesserung der Ergebnisse.

3.4 Kerbspannungen

An den Abrundungsradien der Löcher entstehen abhängig von der Belastungsart und der geometrischen Form Spannungskonzentrationen, die ein Versagen der Konstruktion einleiten können. Das Verhältnis von Kerbhöchstspannung σ_{max} zur Nennspannung σ_N bezeichnet man als Formzahl α

$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_N} > 1 .$$

Bei RADAJ[64] ist σ_{max} als Randspannungshöchstwert tangential zum Rand definiert und σ_N als Grundbeanspruchung am Ort des Kerbspannungshöchstwerts in der Abrundung ohne Vorhandensein der Öffnung. Bei

Biegung wird jedoch die Grundspannung am Lochrand, die etwas größer ist als die Spannung am Ort der Kerbhöchstspannung, herangezogen.

Der Lagewinkel φ , der die Lage des Spannungshöchstwertes σ_{max} in der Rundung kennzeichnet, wird beim Rechteck von der rundungshalbierenden Geraden gemessen. Die positive Richtung von φ ist in den Lagewinkeldiagrammen vermerkt.

Die Formzahlen und die zugehörigen Lagewinkel lassen sich entweder mit den Diagrammen nach RADAJ[64] aus Bild A.17 bis A.19 oder nach dem angegebenen Ausgleichspolynom bei RADAJ[64] bestimmen.

Die Ausgleichsfunktion wird für α und φ in Abhängigkeit von zwei Abmessungsparametern aufgestellt. Beim Rechteck sind die Abmessungsparameter a/b und r/b . Als Ausgleichsfunktion $\bar{\alpha}_1$ wird ein zweiparametrisches vollständiges Polynom dritten Grades für die Logarithmen der Abmessungsverhältnisse und der Formzahl gewählt.

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_1 &= a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + \\ &\quad + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3 \\ x &= \log\left(\frac{r}{b}\right) \quad , \quad y = \log\left(\frac{a}{b}\right) , \\ \bar{\alpha}_1 &= \log(\bar{\alpha}) .\end{aligned}$$

Dabei ist $\bar{\alpha}$ die durch das Ausgleichspolynom dargestellte Formzahl. Die Koeffizienten a_i des Polynoms sind für verschiedene Lochformen bei RADAJ[64] angegeben. Für die graphische Auswertung ergeben sich die in der Tabelle B.4 angegebenen Parameter. Dabei bleibt bei der Form 1 der Korbbogen unberücksichtigt und die Form 3 ist am oberen Lochrand gespiegelt. In der Tabelle B.4 sind alle Formparameter zusammengefaßt.

Aus diesen Formparametern ergeben sich die in Tabelle 3.2 angegebenen Formzahlen und Lagewinkel.

Wie schon in der Tabelle 3.2 zu sehen ist, sind die Spannungserhöhungsfaktoren für den Lastfall 1 gegenüber dem Lastfall 2 um den Faktor 2–4 geringer. Diese Tatsache findet nicht allein dadurch eine Erklärung, daß sich infolge des Ausschnittes die übertragende Fläche für die Schubspannungen ungleich mehr als das für die Übertragung der Biegespannungen maßgebli-

	Lastfall 1 'Biegung'		Lastfall 2 'Querkraft'	
	α	φ	α	φ
Form 1	2,0	28°	8,0	4°
Form 2	1,8	30,2°	6,9	4°
Form 3	3,5	0°	6,0	—
Form 4	1,6	90°	4,2	22°
σ_{tmax}	$\alpha \cdot \sigma_{x\infty}$		$\alpha \cdot \tau_{xy\infty}$	

Tabelle 3.2: Formzahlen und Lagewinkel

che Flächenträgheitsmoment verkleinert. Mitentscheidend ist, daß durch den Ausschnitt die Schubspannung am oberen und unteren Lochrand zu Null erzwungen wird, was bei der Biegespannung nicht der Fall ist.

Weiterhin ist der Tabelle zu entnehmen, daß die Erhöhungsfaktoren bei der selben Belastungsart von Lochform zu Lochform differieren, wobei der elliptische Ausschnitt der Trägerform 4 in beiden Lastfällen die geringsten Spannungserhöhungen verursacht.

Bei dem Vergleich der Kerbspannungen mit den gemessenen Spannungen zeigt sich eine gute Übereinstimmung. Für die Form 2 ergibt sich zum Beispiel im Lastfall 1:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{x\infty}^* &= \frac{M}{I} \cdot z & I_{\text{ohne Ausschnitte}} &= 3,61 \cdot 10^8 \text{ mm}^4 \\
 \sigma_{tmax} &= \alpha \cdot \sigma_{x\infty}^* & M &= 7,5 \cdot 10^7 \text{ Nmm} \\
 \sigma_{tmax} &= 113,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} & z &= 303,28 \text{ mm} \\
 \text{Messung} &= 110,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} & \alpha &= 1,8
 \end{aligned}$$

Da die Grundspannung am Lochrand größer ist als am Ort der maximalen Lochrandspannung, weichen die Werte etwas voneinander ab. Der Lagewinkel mit 30,2° nach RADAJ[64] stimmt ebenfalls gut mit der Scheibenrechnung überein.

Während bei der Momentenbelastung die weiteren Einflüsse auf die Formzahl vernachlässigbar gering sind, gilt das für den Schublastfall nicht

mehr, sondern es ergibt sich eine Multiplikation von mehreren Einflüssen:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 6,9 && \text{Formzahl} \\
 K_{1L} &\approx 1,8 && \text{Einfluß des Längsrandes} \\
 K_{2L} &\approx 1,8 && \text{Einfluß mehrerer Löcher} \\
 \tau_{xy\infty}^* &= \frac{Q}{A_{Steg}} && Q = 31646 \text{ N} \\
 \sigma_{tmax} &= \alpha \cdot K_{1L} \cdot K_{2L} \cdot \tau_{xy\infty}^* && A_{Steg} = 4128 \text{ mm}^2 \\
 \\
 \sigma_{tmax} &= 172 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\
 \text{Messung} &= 175 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}
 \end{aligned}$$

Auch hier ist wieder eine sehr gute Übereinstimmung vorhanden.

In der Tabelle 3.3 sind die Ergebnisse für die maximalen Lochrandspannungen nach der Formzahlrechnung und der Messung gegenübergestellt.

Lastfall		Form 1	Form 2	Form 3	
1	nach [64]	93,9	113,4	185,6	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
	Messung	91,0	110,0	192,0	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
2	nach [64]	218,0	172,0	—	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
	Messung	229,0	175,0	—	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Tabelle 3.3: Vergleich Formzahlrechnung – Messung

Die geringe Abweichung für die Form 3 zeigt, daß die Spiegelung der Lochform eine zulässige Methode zur Bestimmung des Formfaktors für die Momentenbelastung ist.

Da für die zusätzlichen Faktoren wie Randeinfluß und Mehrfachanordnung keine Diagramme vorhanden sind, wird die Kerbspannung für den Lastfall 2 nicht bestimmt.

3.5 Linear-elastische FE-Scheibenrechnung und Vergleich Rechnung-Messung

Die beste Übersicht über die Spannungsverteilung im linear-elastischen Bereich liefert eine detaillierte FE-Rechnung. Sie ist aber auch die aufwendigste Methode, da die Rechenmodellerstellung, das Testen des Modells und die Rechnung selbst sehr zeitintensiv sind. Für die Rechnung sind die Versuchsträger durch geeignete Elemente idealisiert und mit Einheitslasten belastet worden.

Wegen auftretender Singularitäten durch mögliche Starrkörperbewegungen bei der Lösung des Gleichungssystems sind diese Bewegungen zu unterdrücken. Dazu wird über einem Auflager in Höhe der neutralen Faser die horizontale Verschiebung unterdrückt, obwohl das beim Versuch nicht der Fall war.

Die Versuchsträger hatten eine Symmetrieffläche in Längsrichtung, die zur Verkleinerung der Rechenmodelle herangezogen wird. Es ist nur der halbe Träger idealisiert, und an den Freiheitsgraden in der Symmetrieebene sind die entsprechenden Randbedingungen eingesetzt. Es gilt dabei für beide Lastfälle, daß in dieser xy -Ebene von den drei möglichen Translationen die Verschiebungen in die z -Richtung zu unterdrücken sind. Rotationsfreiheitsgrade können in der Symmetrieebene nicht auftreten, da hier nur Scheiben- und Stabelemente angeordnet sind, die keine Rotationssteifigkeit besitzen.

Es ist weiterhin darauf zu achten, daß für das Stegblech nur die halbe Dicke einzusetzen ist. Ebenso sind alle weiteren in der Symmetrieebene befindlichen Versteifungen und Lasten in ihren Kennwerten zu halbieren. Die Verformungen entsprechen den Verformungen des Gesamtmodells mit der doppelten Berechnungslast.

Die Berechnungen wurden auf einem HP 9920 mit dem Programm HP-FEM I [33] durchgeführt. Hierdurch ergab sich eine gewisse Beschränkung für das Berechnungsmodell, das aus Stab-, Balken- und Scheibenelementen bestand. Das wirkte sich nicht nachteilig auf die Ergebnisse aus, reduzierte aber den Rechenaufwand in erheblichem Umfang.

Im Bereich der Ausschnitttradien ist das Modell wegen der Spannungs-

konzentrationen sehr fein eingeteilt, während zu den Krafteinleitungen eine vergrößerte Netzeinteilung gewählt wurde. Das Bild A.20 zeigt die Stegnetze für alle Modelle.

Die Dicken der Scheibenelemente sind entsprechende gemittelte Dicken aus Messungen an den Versuchsmodellen, und es ergaben sich die in der Tabelle 3.4 angegebenen Werte.

	Form 1	Form 2	Form 3	
Stegdicke	8,6	8,6	8,3	mm
Obergurtdicke	5,2	5,2	7,1	mm
Untergurtdicke	10,0	10,0	10,0	mm
Dicke Krafteinleitung	18,3	18,3	20,7	mm

Tabelle 3.4: gemittelte Blechstärken

Bearbeitungs- und Fertigungsabweichungen von den Sollmaßen sind in den Rechenmodellen nicht berücksichtigt, da dies zu einem unververtretbar hohen Aufwand geführt hätte. Außerdem ist diese Möglichkeit bei der Auslegung in der Praxis nicht gegeben.

In den Bildern A.21 bis A.24 sind die Verformungen der Scheibenmodelle dargestellt. Sie stimmen für die ersten drei Trägerformen mit den gemessenen Verformungen so gut überein, daß aus diesem Grunde die Meßwerte nicht in die Bilder eingetragen worden sind. Die vierte Trägerform war nicht als Modell vorhanden und konnte daher nicht gemessen werden.

Die schattierten Flächen in den Verformungsbildern stellen die Bildausschnitte dar, die zur Spannungsauftragung in den folgenden Bildern benutzt werden. Die Verformungen für den Lastfall 1 betragen bei $P = 100kN$:

	Form 1	Form 2	Form 3	Form 4	
Absenkung $\left(\frac{L}{2}\right)$	1,60	2,84	2,71	2,31	mm

und für den Lastfall 2 bei den äußeren HP's

	Form 1	Form 2	Form 3	Form 4	
Absenkung ($\approx \frac{L}{4}$)	0,42	0,59	0,45	0,74	mm
Absenkung ($\approx \frac{3L}{4}$)	0,42	0,57	0,42	0,74	mm

Bei dem Vergleich der Verformungen für die Form 2 (Bild A.22) und 4 (Bild A.24) fällt das unterschiedliche Verhalten auf. Bedingt durch die geringere Steifigkeit des oberen Teilträgers wird besonders im Lastfall 2 die Eigenverformung der Teilträger größer, und vergrößert damit auch die Gesamtverformung. Gleichzeitig verschiebt sich der Ort der Maximalverformung näher an den Lochrand.

Die Bilder A.25 bis A.32 zeigen für beide Lastfälle die gerechneten Randspannungen im Vergleich zu den gemessenen. Für alle Trägerformen ist eine gute bis sehr gute Übereinstimmung zu ersehen. Die geringen Abweichungen in den Radien können zum Teil durch die Art der Bearbeitung (Brennschnittkanten) und Bearbeitungstoleranzen, die in der Rechnung nicht berücksichtigt sind, erklärt werden.

In allen Bildern ist sehr deutlich die Spannungserhöhung in den Ausschnittradien zu sehen. Besonders bei der Form 3 fallen noch die großen Spannungsspitzen für den Lastfall 2 an der Spantdurchführung auf. Diese Trägerform hat die größten Abmessungen für die Spantdurchführung und den kleinsten Abstand zwischen dem Ausschnitt und der Durchführung von allen Trägerformen.

In den Bildern A.34 bis A.45 sind die Linien gleicher Spannung für die Normal-, Schub- und Vergleichsspannungen dargestellt. Auch hier sieht man deutlich die Spannungskonzentrationen, und erhält durch den Abstand der Spannungslinien einen Eindruck von den Spannungsgradienten.

Vergleicht man dabei insbesondere die Linien der *von Mises*-Vergleichsspannung für die verschiedenen Trägerformen miteinander, zeigt sich, daß der elliptische Ausschnitt die gleichmäßigste Spannungsverteilung aufweist. Es treten auch in beiden Lastfällen keine extremen Spannungsgradienten auf.

Die Bilder A.50 bis A.53 zeigen die Hauptspannungsvektoren, die einen Eindruck von dem Kraftfluß geben.

Die Krümmung der Balkenachse ist durch

$$\kappa = \frac{d\varphi}{dx}$$

bestimmt.

Ist das Biegemoment dabei hinreichend klein, sind alle Fasern des Querschnitts im elastischen Bereich und die Verteilung der Biegenormalspannung ist linear:

$$\sigma_b = \frac{M}{I} \cdot z \ .$$

Zwischen der Krümmung und dem Biegemoment besteht ebenfalls ein linearer Zusammenhang:

$$\kappa = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{M}{EI} \ .$$

Der Übergang vom elastischen zum elasto-plastischen Bereich ist erreicht, wenn die Biegenormalspannung in einer Randfaser gleich der Fließspannung wird:

$$M_{el} = \frac{I}{z_{max}} \cdot \sigma_f = W_{el} \cdot \sigma_f \ .$$

Damit hat diese Randfaser aber auch die Fließdehnung erreicht, und die zugehörige Krümmung ist:

$$\kappa_{el} = \frac{\varepsilon_f}{z_{max}} = \frac{M_{el}}{EI} \ .$$

Wird das Moment weiter gesteigert, so fließt auch der Querschnitt weiter. Durch das Abweichen von der linearen Spannungsverteilung verschiebt sich die neutrale Faser, und die Höhe h_{el} der elastischen Zone, die bis zum Fließbeginn gleich der Gesamthöhe ist, nimmt ab. Im Grenzfall, wenn

$$h_{el} \quad \rightarrow \quad 0$$

geht, fließt der gesamte Querschnitt, und die Krümmung kann uneingeschränkt zunehmen.

Damit ist das vollplastische Moment erreicht, und die Größe kann nach Bild 4.2 bestimmt werden.

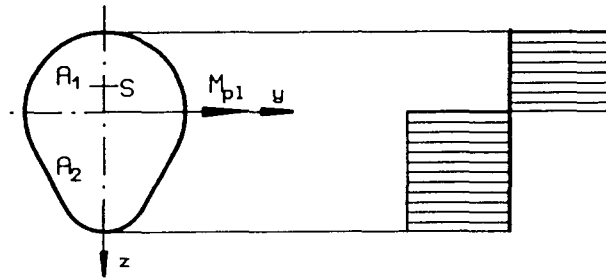


Bild 4.2: vollplastischer Querschnitt

Weil keine Längs- und Querkräfte vorhanden sind, gilt

$$N = 0 = \int_A \sigma_f \cdot dA = - \int_{A_1} \sigma_f \cdot dA_1 + \int_{A_2} \sigma_f \cdot dA_2 .$$

Aufgrund der konstanten Fließspannung kann die obige Gleichung nur für

$$A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$$

erfüllt sein. Im plastischen Grenzzustand halbiert also die neutrale Faser die Gesamtfläche.

Damit berechnet sich dann das vollplastische Moment zu

$$M_{pl} = \sigma_f (S_2 - S_1)$$

mit S_1 und S_2 als statischen Momenten der Teilflächen A_1 und A_2 bezogen auf die plastische neutrale Faser.

Das elastische Grenzmoment und das vollplastische Moment stellen zwei Grenzzustände dar. Beim elastischen Grenzmoment ist an mindestens *einer Randfaser* im Querschnitt die Fließgrenze erreicht, während beim vollplastischen Moment der *gesamte Querschnitt* die Fließspannung erreicht oder überschritten hat. Das Verhältnis

$$\frac{M_{pl}}{M_{el}}$$

gibt die Größe der plastischen Tragreserve an.

Die Bilder A.54 bis A.57 zeigen den Zusammenhang zwischen der elastischen Resthöhe und dem zugehörigen Moment. Für

$$\frac{h_{el}}{h_{ges}} = 0$$

ergibt sich der Faktor für die plastische Reserve.

Da die Krümmung κ durch die elastische Resthöhe und den zugehörigen Spannungsnulldurchschnitt eindeutig bestimmt ist, kommt es für die Berechnung der Durchbiegung nicht mehr darauf an wie die Spannungen in der plastischen Zone verteilt sind. Es kann daher also auch weiter eine linear anwachsende Spannung angenommen und daraus ein fiktives Moment \bar{M} integriert werden.

Nach dem bekannten Verfahren von *Mohr* läßt sich die Verformung eines Balkens dadurch bestimmen, daß man den *Mohr* schen Ersatzbalken mit der M/EI -Fläche des Ausgangsträgers belastet. Das Berechnungsmodell sieht dann wie folgt aus:

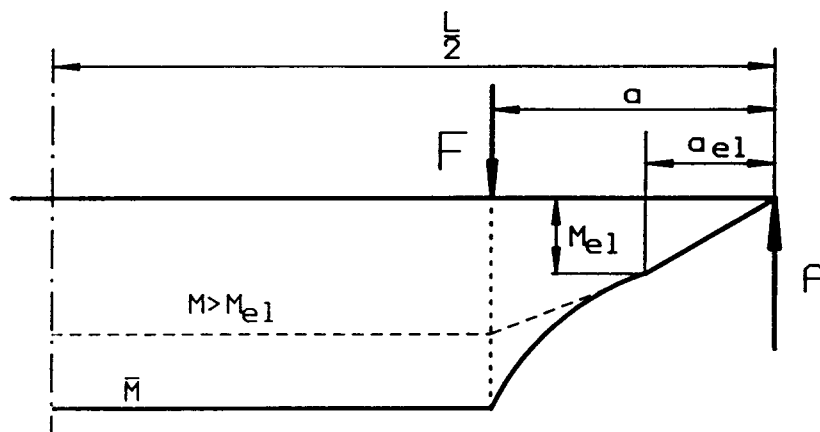


Bild 4.3: *Mohr* scher Ersatzbalken

Aus der äußeren Last F werden sehr einfach das Moment $M(x)$ und die Auflagerkraft A bestimmt. Wenn $M(x) > M_{el}$ wird, ist der Spannungsverlauf über die Trägerhöhe nicht mehr linear, und es werden die elastische

Resthöhe h_{el} , die Plastizierungstiefe an einem Rand und der Spannungsnulldpunkt berechnet. Diese Werte können zum Teil aus einem Diagramm wie in Bild A.54 entnommen werden. Mit der Kenntnis dieser Werte und dem ideal elasto-plastischen Materialgesetz (Bild 4.12) ergibt sich sofort das fiktive Moment \bar{M} , dessen Entstehung in Bild 4.4 dargestellt ist.

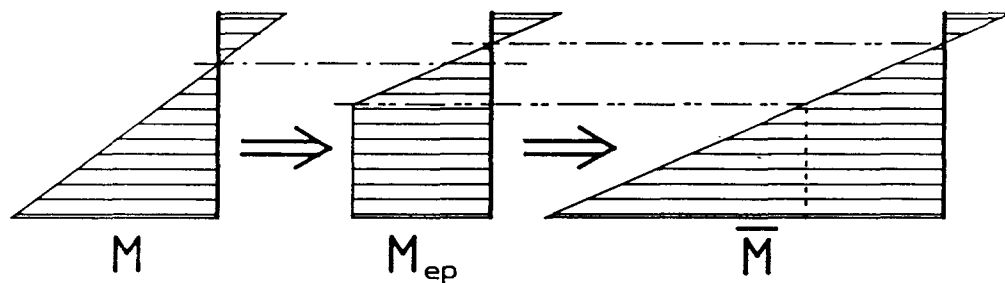


Bild 4.4: Bestimmung des fiktiven Moments

Damit ist der Momentenverlauf (und für das *Mohr'sche* Ersatzsystem die Streckenlast) bekannt, und die Verformung wird berechnet. Diese Berechnungsschritte werden so oft wiederholt, bis in einem Punkt $h_{el} = 0$ wird und damit der vollplastische Zustand erreicht ist.

Die nach diesem Verfahren berechneten Last-Verformungskurven für den ungeschwächten Träger als oberem und den geschwächten Träger als unterem Grenzwert sind zusammen mit den Meßwerten in den Bildern A.58 bis A.61 aufgetragen. Es sind ebenfalls die elastischen und ideal-plastischen Grenzlaster eingezeichnet. Dabei zeigt sich, dass dieses einfache Verfahren zur Abschätzung einer Ober- und Untergrenze für den Last-Verformungsverlauf sehr gut geeignet ist.

Nach dem Entwurf zur DAST-Richtlinie 015[18] ist die Biegemomenten Tragfähigkeit dann erreicht, wenn in der Schwerachse des Zuggurts die Streckgrenze erreicht ist. Sie kann für *rechteckige* Ausschnitte folgendermaßen bestimmt werden:

$$M_u^o = \left(1 - \frac{t_w (h_h + 2e)^3}{12I} - \kappa_1 \frac{Q}{Q_{pl}} \right) \sigma_f \cdot W \quad (4.1)$$

W = Widerstandsmoment des Zuggurts

I = Trägheitsmoment des ungeschwächten Trägers

$$\kappa_1 = \frac{1 + 3 \frac{l_h}{h_w} \left(0,7 - \frac{h_h}{h_w} \right)}{1 + 2 \frac{A_1 + A_2}{A_w}}$$

fehlende Bezeichnungen siehe bei Formel 4.2

Für den einzigen Träger mit *rechteckigen* Ausschnitten (Form 2) ergibt sich nach der Formel 4.1 eine Traglast von ca. 30 bar, die nur ca. 22% von dem Versuchswert von 140 bar beträgt.

4.1.2 Lastfall konstante Querkraft

Die theoretischen Grenzlasten für den Lastfall 2 ergeben sich aus der Annahme, daß die Querkraft nur durch den Steg aufgenommen wird und über der Steghöhe konstant ist. Diese Annahme von HEYMANN[32] und DUTTON für einen Rechteckquerschnitt wird durch die vergleichenden Arbeiten von WINDELS[98,99] für die praktische Anwendung auch für begurtete Träger bestätigt.

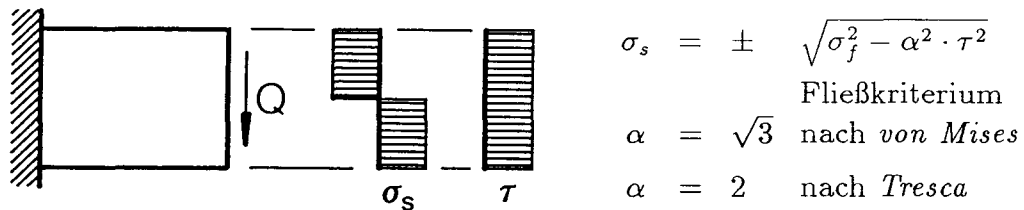


Bild 4.5: Spannungsverteilung nach Heymann

Nach der EKS[21] kann die Tragkraft für reine Schubbelastung bei dicken Stegblechen folgendermaßen bestimmt werden:

$$Q_{plh} = Q_{pl} \cdot \left(1 - \frac{h_h}{h_w}\right) \sqrt{\frac{\beta}{1 + \beta}} \quad (4.2)$$

$$Q_{pl} = \frac{\sigma_f}{\sqrt{3}} \cdot h_w \cdot t_w$$

$$\beta = \frac{3(h_w - h_h)^2}{4l_h^2} \cdot \left(1 + \frac{4e^2}{(h_w - h_h)^2}\right)^2$$

Bei schlanken Stegblechen muß zusätzlich noch das Beulen berücksichtigt werden. In diesem Falle ist die Tragkraft für die Schubbelastung

$$Q_{hu} = Q_{pl} \cdot \left(1 - \frac{h_h}{h_w} + \frac{0,3 \cdot l_h}{h_w}\right) \quad (4.3)$$

$$\text{für } \lambda_w = \frac{h_w}{t_w} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_f}{E}} \leq 2,4$$

Der kleinere der beiden Werte ist die maßgebliche Tragkraft. Beide Formeln, die identisch mit denen der DASt-Richtlinie[18] sind, liefern aber für den Versuchsträger zu kleine Tragkräfte.

Modell	Formel 4.2	Formel 4.3	Messung	
Form 2	91	163	175	bar

Tabelle 4.1: Traglasten für Schubbelastung

Definiert man für die Träger die maximale Tragkraft als erreicht, wenn das erste Fließgelenk auftritt, ergibt sich ein einfacher Berechnungsgang.

Da bei diesen Trägern mit großen Ausschnitten die Öffnungen normalerweise näher zur Stegunterseite angeordnet sind und außerdem noch der untere Gurt wesentlich schmaler ist als der obere, ist es sicher richtig, das Auftreten des ersten Fließgelenks im unteren Trägerteil oder im Stegrest zu erwarten. Nach den Ausführungen im Abschnitt 3.2 kann die vorhandene Querkraft beim Vorliegen von bestimmten geometrischen Voraussetzungen auf den oberen und unteren Teilträger verteilt werden. Dieser Querkraftanteil erzeugt dann ein Sekundärmoment an den Lochrändern. Diesen beiden

Anteilen überlagern sich noch eine Längskraft und ein Biegemoment, die sich aus den Biegespannungen des Belastungsmoments integrieren lassen.

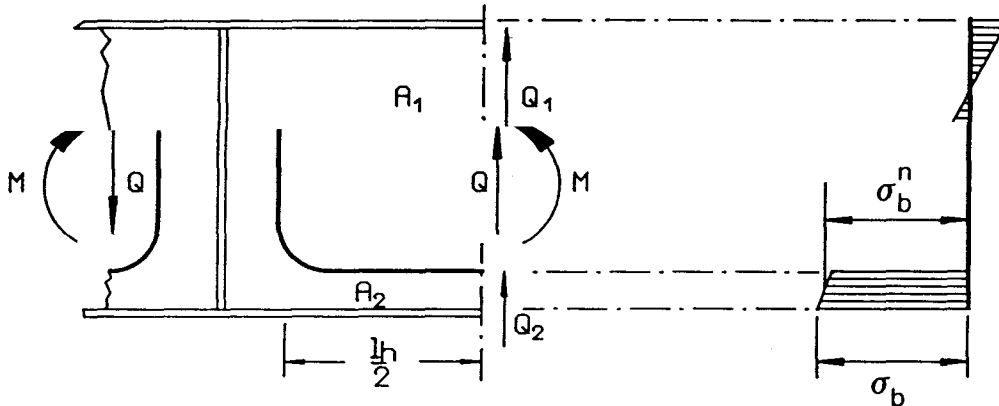


Bild 4.6: Biegespannungsverteilung

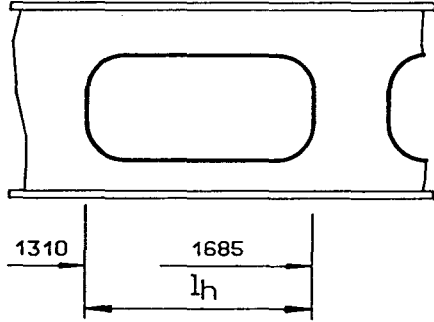
Nach dem Bild 4.6 ergeben sich die folgenden Schnittgrößen für den Rand des unteren Teilträgers:

$$\begin{aligned}
 N_2 &= \sigma_b^n \cdot A_2 & M_2 &= \int_{A_2} (\sigma_b - \sigma_b^n) dA_2 \\
 Q_2 &\text{ nach Abschnitt 3.2} & M_{Q_2} &= \frac{l_h}{4} Q_2
 \end{aligned}$$

Wie auch bei LEHMANN[42] ausgeführt ist, kann das Fließmoment in Abhängigkeit von der Längskraft und dem Flächenverhältnis der Steg/Gurt-Fläche des Teilträgers recht einfach bestimmt werden. Durch eine vorhandene Querkraft Q_2 wird die Stegfläche vor dieser Bestimmung reduziert.

Da die Querkraft Q und das Moment M jederzeit aus der Belastung bestimmbar sind, kann auf iterativem Weg das Fließmoment der Teilträger bestimmt werden.

Für die Form 1 errechnen sich diese Tragkräfte für den unteren Teilträger wie folgt:



für $a \leq x \leq l - a$
nach Skizze 2.2 gilt

$$M(x) = aP \left(1 - 2\frac{x}{l}\right)$$

$$Q(x) = -2P\frac{a}{l}$$

$$N_{pl} = \sigma_f \cdot (A_{Gurt} + A_{Steg}^*)$$

$$Q_{pl} = \frac{\sigma_f}{\sqrt{3}} \cdot A_{Steg}$$

$$A_{Steg}^* = \eta A_{Steg}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{Q}{Q_{pl}}\right)^2} A_{Steg}$$

Nach LEHMANN[42] bestimmt sich das Fließmoment M_{pl}^* bei $x = 1685 \text{ mm}$ zu

$$M_{pl}^* = \left(1 - \frac{N}{N_{pl}}\right) \cdot M_{pl} \quad (4.4)$$

und bei $x = 1310 \text{ mm}$ zu

$$M_{pl}^* = \left\{ -\Gamma - \Omega \left(\frac{N}{N_{pl}}\right) + \Theta \left(\frac{N}{N_{pl}}\right)^2 \right\} \cdot M_{pl} \quad (4.5)$$

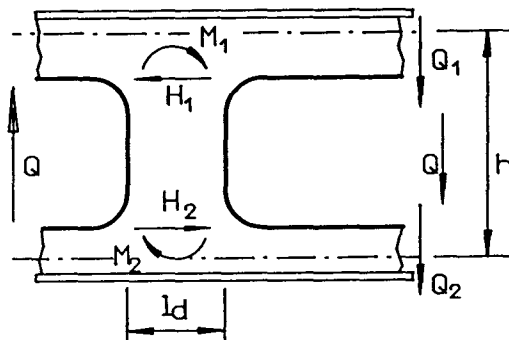
$$\Omega = \left(\frac{A_{Gurt}}{A_{Steg}}\right)^2$$

$$\Theta = \left(1 + \frac{A_{Steg}}{A_{Gurt}}\right)^2 \cdot \frac{\Omega}{2}$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} + \sqrt{\Omega} - \frac{1}{2}\Omega$$

Nach der Durchführung der Iteration stellt sich heraus, daß das erste Fließgelenk bei $x = 1685 \text{ mm}$ für eine Last von 125 bar auftritt.

Nach der DAST-Richtlinie[18] und der EKS[21] kann die Übernahme des Schubs im vertikalen Stegrest folgendermaßen bestimmt werden:



$$H = Q \cdot \frac{l_h + l_d}{h}$$

Das ertragbare plastische Moment ist dabei vereinfacht

$$M_{pl}^* \approx \frac{l_d}{4} \cdot A_{Steg}^* \cdot \sigma_f .$$

Durch eine Iteration erhält man eine Tragkraft für das Auftreten des Fließgelenks im vertikalen Reststeg die kleiner ist als die Tragkraft für den unteren Teilträger.

Vergleicht man diese beiden Tragkräfte allerdings mit der gemessenen Traglast, stellt man erhebliche Abweichungen fest. Damit scheint das Verfahren nicht brauchbar zu sein. Das Problem dabei ist aber, wie schon im Kapitel 3.2 ausgeführt, die Bestimmung der Querkraft Q_1 und des damit verbundenen Sekundärmoments.

Um die Anwendbarkeit auf einem anderen Weg zu überprüfen, sind an den gefährdeten Querschnitten die Spannungsverteilungen aus der linear-elastischen FE-Rechnung entnommen (siehe Bild A.62) worden. Dabei ist deutlich zu sehen, daß die Spannungsverteilung durch den Einfluß der Eckradien nicht mehr linear ist wie im Bild 4.6 dargestellt.

Die sich aus der Integration dieser Spannungen ergebenden Schnittgrößen werden für weitere Laststeigerungen auch im elasto-plastischen und plastischen Bereich als *linear mit der Last* veränderlich angenommen. Mit diesen Schnittgrößen kann dann die Last für das Auftreten des ersten Fließgelenks bestimmt werden. In den Bildern A.63 und A.64 sind diese mit P_T bezeichneten Tragkräfte eingezeichnet. Wie aus den beiden Bildern A.63 und A.64 zu ersehen ist, stellt die so errechnete Tragkraft P_T eine gute Näherung von der sicheren Seite aus an die gemessene Traglast dar.

Die ebenfalls in die Bilder eingezeichneten Meßwerte sind durch die Funktion

$$P = P_T \cdot \frac{X}{(1 + X^{1,6})^{\frac{1}{1,6}}} \quad P_T = \text{Tragkraft ,}$$

$$X = \frac{\varphi}{\varphi_e} \cdot \frac{P_e}{P_T} \quad \frac{P_e}{\varphi_e} = \text{elastische Federkonstante des Trägers}$$

$$\varphi = \text{Drehwinkel auf } \frac{l}{2}$$

angenähert. Diese Funktion ist eine angepaßte Anwendung der Fließkurve nach BETTEN[6], wie sie in Bild 4.7 dargestellt ist.

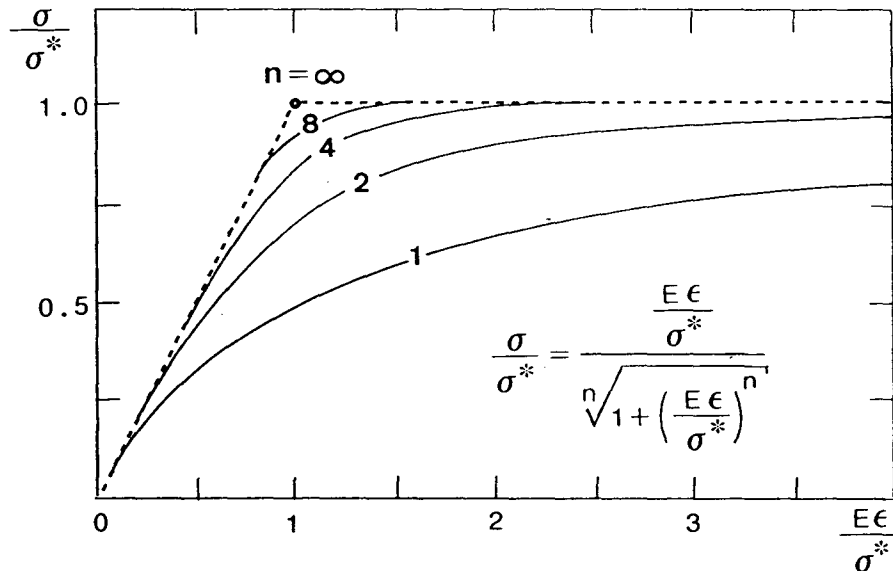


Bild 4.7: Fließkurven

Der Exponent mit $n = 1,6$ ist durch die Anpassung an die Meßwerte entstanden. Im Bild 4.7 sind z.B. die Fließkurven nach PRAGER mit $n = 1$ und NEUBER mit $n = 2$ und die ideal elasto-plastische Kurve mit $n = \infty$ enthalten.

4.2 Rahmenrechnung

Wie bereits im Kapitel 3.3 ausgeführt ist, lassen sich Träger mit großen Ausschnitten beim Vorliegen bestimmter geometrischer Bedingungen als Rahmentragwerke rechnen. Diese Berechnungsmethode läßt sich selbstverständlich auch im elasto-plastischen Bereich anwenden.

Es wird dazu angenommen, daß das Material ausreichend duktil ist und dadurch im Fließgelenk sehr große Verdrehungen ohne Bruch des Materials auftreten können.

In einer Struktur mit vielen einzelnen Teilträgern können verschiedene Versagensmechanismen auftreten. Im Bild 4.8.a versagt zum Beispiel die Gesamtstruktur mit sehr großen Verschiebungen aller Teilträger. Das Bild 4.8.b zeigt den Versagensmechanismus eines Teils der Gesamtstruktur und das Bild 4.8.c den eines einzelnen Teilträgers.

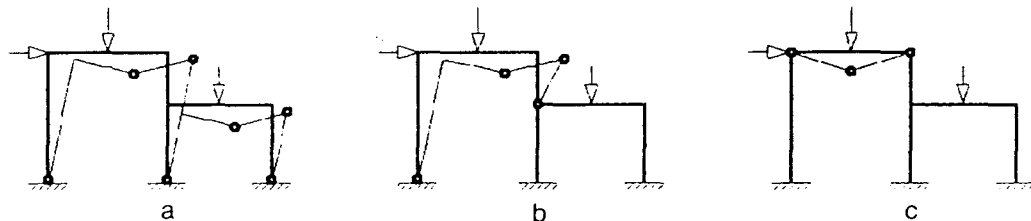


Bild 4.8: verschiedene Versagensmechanismen

Welchen dieser beispielhaften Versagensmechanismen man als Versagen der Gesamtstruktur definiert, ist einerseits abhängig von dem Verhalten der Struktur nach dem Mechanismus (z.B. kann das Versagen eines Teilträgers das Versagen der gesamten Struktur nach sich ziehen) und andererseits von den Auswirkungen auf die Gesamtstruktur (z.B. bleibt durch das Versagen eines Lukensülls die 'Stahlstruktur Schiff' weitestgehend intakt, das 'Transportsystem Schiff' kann aber durch Wassereintrich wegen der fehlenden Abdichtung des Laderaums verloren gehen.).

Das Entstehen von Fließgelenken, und damit auch von Versagensmecha-

nismen, ist nicht nur abhängig von der Auslegung der Stahlstruktur und den damit verbundenen Materialkennwerten, sondern ebenfalls von der Art der Belastung und der zeitlichen Reihenfolge der Lastaufbringung. Das Superpositionsprinzip, das in der linear-elastischen Statik gilt, kann hier nicht mehr angewendet werden.

Es gibt zwei Methoden zur Bestimmung der Versagensmechanismen: die direkte und die inkrementelle. Bei der direkten Methode wird für eine bestehende Lastverteilung der Versagensmechanismus bestimmt. Das Verhalten der Struktur bis zum Erreichen des Mechanismus bleibt unberücksichtigt und hat dadurch keinen Einfluß auf das zeitliche Entstehen der Fließgelenke. Interaktionen zwischen den einzelnen Schnittgrößen sind nur sehr schwer zu berücksichtigen.

Im Gegensatz dazu ist die inkrementelle Methode eine Näherung an die Last-Verformungskurve. Sie ist eine schrittweise Folge von wiederholten linear-elastischen Rahmenrechnungen.

Dazu wird die Gesamtstruktur mit der für diesen Lastschritt vorgegebenen Lastverteilung beaufschlagt und für jedes Element werden die Schnittgrößen bestimmt. Aus den Materialkenngrößen, den geometrischen Kennwerten und den Schnittgrößen der einzelnen Elemente kann dann mit oder ohne Interaktion dieser Schnittgrößen der Lastfaktor γ_L bestimmt werden, bei dem das erste Fließgelenk in der gesamten Struktur auftritt. Ohne Interaktion ist dieser Lastfaktor sehr einfach aus den vorhandenen Schnittmomenten an jedem Elementknoten als

$$\gamma_L^0 = MIN \left\{ \left| \frac{M_{pl}}{M_L^0} \right| \right\} .$$

zu bestimmen.

An dem Elementknoten mit dem niedrigsten Lastfaktor wird ein Momentengelenk eingesetzt, und die gesamten Verformungen und Schnittgrößen dieses Lastschritts werden mit dem Lastfaktor multipliziert. Nach der erneuten Berechnung der Schnittgrößen im nächsten Lastschritt wird der neue Lastfaktor bestimmt:

$$\gamma_L^1 = MIN \left\{ \left| \frac{M_{pl}}{M^0 + M_L^1} \right| \right\}$$

oder als allgemeine Rechenvorschrift

$$\gamma_L^i = \text{MIN} \left\{ \frac{M_{pl}}{M_L^i + \sum_{j=0}^{i-1} M^j} \right\} .$$

Dieser zweite Schritt wird so oft wiederholt, bis das vorgegebene Versagenskriterium, das nach jedem Lastschritt geprüft werden kann, erreicht ist. Dabei werden die Deformationen und Schnittgrößen nach jedem Lastschritt mit dem Lastfaktor multipliziert und aufsummiert, und an dem Elementknoten mit dem niedrigsten Lastfaktor wird ein Gelenk angebracht. Der Gesamtlastfaktor ergibt sich aus der Summation der Teillastfaktoren zu:

$$\gamma_L = \sum_{i=0}^{\text{Abbruch}} \gamma_L^i .$$

Es werden also Steifigkeitsmatrizen für Elemente mit einem Momentengelenk am Ende benötigt. Sie können auf sehr elegante Weise durch Differenzieren und Integrieren aus den Formfunktionen bestimmt werden.

Diese Formfunktionen für die Durchbiegung und Verdrehung eines Balkenelements ergeben sich aus den Differentialgleichungen des Balkens und sollen an einer Funktion exemplarisch dargestellt werden:



Bild 4.9: Kragträger mit Einzellast

Aus der bekannten Differentialgleichung für die Biegelinie eines Balkens mit einer Einzellast am Ende

$$EIw_b(x) = P \frac{x^3}{6} + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3 \quad (4.6)$$

und den Randbedingungen nach Bild 4.9 ergeben sich die Konstanten zu

$$\begin{aligned} w_b''(0) = 0 &\implies C_1 = 0 \\ w_b'(l) = 0 &\implies C_2 = -P \frac{l^2}{2} \\ w_b(l) = 0 &\implies C_3 = P \frac{l^3}{3} \end{aligned}$$

Durch das Einsetzen dieser Konstanten in die Gleichung 4.6 ergibt sich die Durchsenkung zu

$$w_b(x) = \frac{Pl^3}{3EI} \left(1 - \frac{3}{2}\xi + \frac{1}{2}\xi^3 \right) \quad (4.7)$$

mit $\xi = \frac{x}{l}$.

Die Schubdurchsenkung ist

$$w_s(x) = -\frac{P}{GA_s}x + C,$$

und mit der Randbedingung

$$w_s(l) = 0 = -\frac{Pl}{GA_s} + C \implies C = \frac{Pl}{GA_s}$$

wird sie zu

$$w_s(x) = \frac{P}{GA_s}(l - x). \quad (4.8)$$

Die Gesamtdurchsenkung ergibt sich aus der Addition der Gleichungen 4.7 und 4.8 zu

$$\begin{aligned} w(x) &= \frac{Pl^3}{3EI} \left(1 - \frac{3}{2}\xi + \frac{1}{2}\xi^3 \right) + \frac{Pl}{GA_s}(l - x) \\ &= \frac{Pl^3}{3EI} \left(1 - \frac{3}{2}\xi + \frac{1}{2}\xi^3 + \frac{1}{4}(1 - \xi)\Phi \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\text{mit } \Phi = \frac{12EI}{l^2 GA_{Schub}}$$

Die Absenkung eines Kragträgers mit einer Einzellast am Ende ist bei der Berücksichtigung der Schubverformung nach Gleichung 4.9 mit

$$w_0 = \frac{Pl^3}{3EI} \cdot \frac{1}{4}(4 + \Phi) \quad (4.10)$$

gegeben. Wenn jetzt die Gleichung 4.10 in 4.9 eingesetzt wird, enthält die Gleichung 4.11

$$w(x) = w_0 \cdot \underbrace{\frac{1}{4 + \Phi} (4 - 6\xi + 2\xi^3 + (1 - \xi) \Phi)}_{\text{Formfunktion } N} \quad (4.11)$$

die Formfunktion N , die den Verlauf der Durchsenkung eines Kragträgers mit einer Einzellast am Ende in Abhängigkeit von w_0 beschreibt.

Auf völlig analoge Weise lassen sich die weiteren Formfunktionen bestimmen, wie sie in der Tabelle B.5 aufgeführt sind.

Die Steifigkeitsmatrix ergibt sich dann aus der in der FE-Literatur bekannten, folgenden Integration:

$$[K] = \int_0^1 [B]^T [E] [B] d\xi . \quad (4.12)$$

Die Dehnungsmatrix $[B]$ entsteht durch zweimaliges Differenzieren der Formfunktionen N (siehe Tab. B.5), und die Spannungs-Dehnungsmatrix $[E]$ ist in diesem Sonderfall durch den Elastizitätsmodul E gegeben. Durch die Addition der Steifigkeitsmatrizen für ein Zug/Druck- und das beschriebene Biegeelement entsteht die Steifigkeitsmatrix des Balkenelements mit einem Momentengelenk am linken Rand

$$[K]_l = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{l^3(4+\theta)} & 0 & 0 & -\frac{12EI}{l^3(4+\theta)} & \frac{3EI}{l^2} & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & \frac{12EI}{l^3(4+\theta)} & -\frac{3EI}{l^2} \\ & & & & & \frac{3EI}{l} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

und am rechten Rand

$$[K]_l^r = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI}{l^3(4+\theta)} & \frac{3EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3(4+\theta)} & 0 \\ & & \frac{3EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{l^2} & 0 \\ & & & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & \frac{12EI}{l^3(4+\theta)} & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

mit $\theta = \frac{12EI}{l^2 GA_{Schub}}$ als Schubbeiwert

Dabei tritt noch der Nebeneffekt auf, daß mit diesen Formfunktionen ebenfalls die äquivalenten Knotenkräfte berechnet werden können wenn Streckenlasten vorhanden sind.

Soll die Interaktion der Schnittgrößen berücksichtigt werden, muß das vollplastische Moment im n -ten Schritt in Abhängigkeit von den Längs- und Querkräften bestimmt werden:

$$|M^m + \gamma_L^n M_L| = |M_{pl}^n (M^m + \gamma_L^n M_L, N^m + \gamma_L^n N_L, Q^m + \gamma_L^n Q_L)| \quad (4.15)$$

$$\text{mit } m \text{ als } \sum_1^{n-1}$$

Diese Bestimmung ist sehr zeitaufwendig, da für jeden Elementknoten eine Iteration durchgeführt werden muß.

Bei der Berechnung von Beispielstrukturen aus dem Stahlbaubereich ergaben sich sehr gute Übereinstimmungen mit den dort angeführten Ergebnissen. An einem Beispiel aus dem Stahl im Hochbau[81] im Bild 4.10 sind die Last-Verformungskurven mit und ohne Interaktion der Schnittgrößen eingetragen und zeigen eine sehr gute Übereinstimmung.

Bei dem Kontrollrahmen nach VOGEL[93] zeigt sich die Anwendbarkeit ebenfalls. Im Bild 4.11 sind die Ergebnisse für die Rechnungen mit der

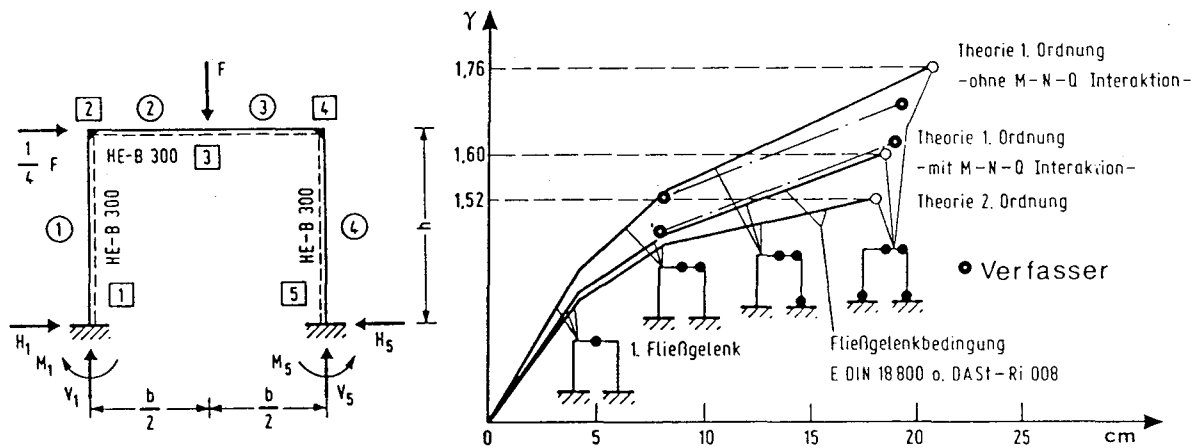


Bild 4.10: Rahmen aus Stahl im Hochbau

Interaktion der Schnittgrößen eingetragen. Die minimalen Abweichungen sind dadurch bedingt, daß die Vorverformungen nicht berücksichtigt sind und die Streckenlast in der Elementnormalenrichtung wirkt.

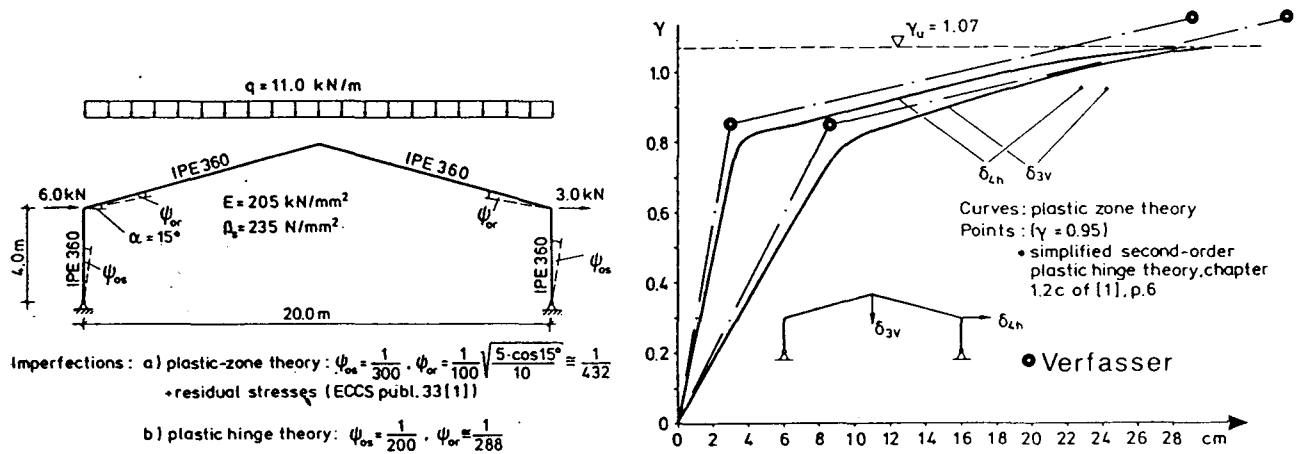


Bild 4.11: Kontrollrahmen nach Vogel

Bei der Anwendung für die Versuchsträger ergibt sich ein unterschiedliches Verhalten.

Im Lastfall 1 wird das erste Fließgelenk für die Trägerformen 2 und

4 an den gleichen Orten wie nach der nichtlinearen FE–Scheibenrechnung bestimmt. Wie aus den Bildern A.58 bis A.61 zu erkennen ist, stimmt die Last–Verformungskurve bis zum Erreichen dieses ersten Gelenks sehr gut mit den Messungen und den nichtlinearen FE–Scheibenrechnungen überein.

Wie schon in dem Bild 4.6 zu erkennen ist, werden die unteren Teilträger zum überwiegenden Teil durch eine Längskraft belastet, die auch nach dem Einfügen eines Momentengelenks weiter übernommen wird. Dadurch verläuft die Last–Verformungskurve bis zum Auftreten des ersten Fließgelenks in einem oberen Teilträger mit nahezu gleicher Steigung weiter. Im Bild A.59 ist dieser Verlauf eingezeichnet, wobei das Fließgelenk erst bei 244 *bar* auftritt.

Im Lastfall 2 stimmen die Last–Verformungskurven bis zu den ersten Fließgelenken gut mit den Messungen überein, wie in den Bildern A.63 und A.64 zu sehen ist. Das Gesamtversagen liegt aber deutlich unterhalb der gemessenen Traglast.

4.3 FE–Rechnung

Die nichtlineare FE–Analyse beruht auf der Berechnung einer Struktur nach einer vorgegebenen Lastgeschichte. Dabei kann in jedem Lastschritt eine beliebige Lastkombination aufgebracht werden, die in diesem Schritt noch linear in Lastinkremente teilbar ist.

Nichtlineare Ergebnisse werden typischerweise durch ‘trial–and–error’ Suchverfahren für vorgegebene Last– und/oder Verformungsinkremente gewonnen. Das Suchverfahren startet von einem bekannten Spannungs– und Verformungszustand und bricht ab, wenn die Abbruchbedingung unter einen vorgegebenen Toleranzwert konvergiert oder die Suche divergiert.

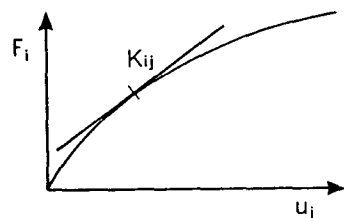
Die fundamentale Methode besteht dabei in der Minimierung des Fehlervektors $\{\delta\}$, der durch

$$\{\delta\} = \{P\} + \{Q\} - \{F\} \quad (4.16)$$

- mit $\{\delta\}$ = Fehlervektor der Ungleichgewichtskräfte aus allen Verformungskomponenten
 $\{P\}$ = Vektor der äußeren Lasten
 $\{Q\}$ = Vektor der Reaktionskräfte
 $\{F\}$ = Vektor der inneren Knotenkräfte und -momente

bestimmt wird.

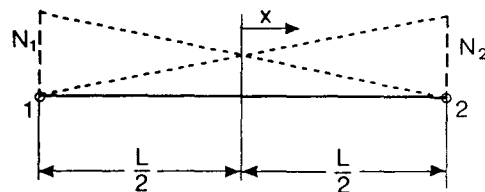
In einem nichtlinearen System entsteht während der *Newton-Raphson Iteration* die 'Tangentenmatrix' (tangential stiffness matrix)



$$[K_{ij}] \cong \left[\frac{\partial F_i}{\partial u_j} \right],$$

die physikalisch als die Steigung der Last-Verformungskurve gedeutet werden kann.

Sie ist eine Approximation, weil die Knotenkräfte von den nichtlinearen Deformationen abhängen und dadurch nichtsymmetrische Terme auftreten. Wie bei OWEN[53] und HINTON an einem Stabelement mit den Formfunktionen



$$N_1 = \frac{1}{2} - \frac{x}{L}$$

$$N_2 = \frac{1}{2} + \frac{x}{L}$$

vorgeführt wird, ergibt sich mit konstanter Steifigkeit $C = EA$ die symmetrische Steifigkeitsmatrix zu

$$H = \frac{C}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

mit einem typischen Element

$$h_{ij} = \int_{\Gamma} C \frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} dx .$$

Wird die Steifigkeit C jedoch abhängig von der Deformation des Elements und läßt sich z.B. als

$$C = C_0(a + b\phi)$$

beschreiben, wobei a und b zwei Konstante sind und ϕ die Deformation ist, wird der unsymmetrische Anteil der Steifigkeitsmatrix, der zu dem symmetrischen Anteil 4.17 addiert wird, zu

$$H^* = \frac{C_0 b}{2L} (\phi_1 - \phi_2) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

mit einem typischen Element

$$h_{ij}^* = \sum_{k=1}^2 \left\{ \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \phi_k C_0 \frac{\partial}{\partial \phi_j} [a + b\phi] \frac{dN_i}{dx} \frac{dN_k}{dx} dx \right\} .$$

Wenn $\{u^i\}$ ein bekannter Verformungsvektor ist, der den Fehler $\{\delta(u^i)\}$ erzeugt, kann bei der *Newton-Raphson Iteration* ein neuer Vektor $\{u^{i+1}\}$ mit einem kleineren Fehler bestimmt werden. Für eine Verformung $\{u^{i+1}\}$ nahe einem bekannten Ergebnis $\{u^i\}$ ist die nichtlineare Kraft näherungsweise

$$\{F(u^{i+1})\} \sim \{F(u^i)\} + [K_{ij}] \{u^{i+1} - u^i\} . \quad (4.18)$$

Durch das Einsetzen der Gleichung 4.16 in die Näherung 4.18 und unter der Voraussetzung, daß der Fehlervektor $\{\delta\}$ zum Beginn einer Iteration gleich Null ist, ergibt sich die Näherung

$$[K_{ij}] \{u^{i+1} - u^i\} \sim \{P\} + \{Q\} - \{F(u^i)\} , \quad (4.19)$$

die mit $\{\delta\}$ den Ausdruck der *Newton-Raphson* Iterationsmethode ergibt:

$$[K_{ij}] \{u^{i+1} - u^i\} = \{\delta(u^i)\} . \quad (4.20)$$

Wenn $[K_{ij}]$ invertierbar ist, kann die Gleichung 4.20 benutzt werden, um $\{u^{i+1}\}$ zu berechnen.

Mit der Gleichung 4.20 ist die inkrementale Form der Lösungsiteration angegeben. Eine andere Form der iterativen Lösung ergibt sich aus 4.20 mit 4.16 :

$$[K_{ij}] \{u^{i+1} - u^i\} = \{P\} + \{Q\} - \{F(u^i)\} . \quad (4.21)$$

Führt man noch einen Differenzlastvektor

$$\{f^i\} = \{F(u^i)\} - [K^e] \{u^i\} \quad (4.22)$$

ein, wird die Gleichung 4.21 zu

$$[K_{ij}] \{u^{i+1} - u^i\} = \{P\} + \{Q\} - \{f^i\} - [K^e] \{u^i\} . \quad (4.23)$$

Dabei ist $[K^e]$ die unter Umständen nichtlineare Elementsteifigkeitsmatrix, die direkt aus den Strukturelementen erhalten wird.

Der Vorteil von Gleichung 4.23 liegt darin, daß der Differenzlastvektor $\{f^i\} = 0$ ist, wenn die Kräfte $\{F\}$ linear sind und $[K^e]$ nur linear-elastische Terme enthält. Weil der Vektor $\{f^i\}$ schon auf der Elementebene berechnet wird, brauchen alle als *linear vereinbarten* Elemente während der Iteration nicht neu bestimmt werden. Daher bringt es große Rechenzeitersparnisse, wenn weite Teile des Rechenmodells als linear vereinbart werden können.

Die Vorteile von Gleichung 4.20 sind dagegen, daß der Vektor $\{\delta\}$ und die inkrementale Verformungsdifferenz $\{u^{i+1} - u^i\}$ direkt für einen Konvergenztest zur Verfügung stehen.

Da beide Gleichungen Vorteile haben, werden sie intern in Msc/NASTRAN[50] beide verwandt. Um die Berechnung von $\{F(u^i)\}$ zu vermeiden, wird die Gleichung 4.22 umgestellt und in Gleichung 4.16 eingesetzt:

$$\{\delta^i\} = \{\delta(u^i)\} = \{P\} + \{Q\} - \{f^i\} - [K^e] \{u^i\} . \quad (4.24)$$

Durch die Subtraktion zweier aufeinander folgender Fehlervektoren $\{\delta^i\} - \{\delta^{i-1}\}$ nach der Gleichung 4.24 entfallen die Konstanten, und es bleibt die einfache Gleichung für den Fehlervektor:

$$\{\delta^i\} = \{\delta^{i-1}\} - \{f^i - f^{i-1}\} - [K_e] \{u^i - u^{i-1}\} . \quad (4.25)$$

Mit den obigen Ausführungen ergibt sich eine einfache Iterationsvorschrift:

1. Für den ersten Iterationsschritt nach einer Änderung der Belastung

sind die Gleichungen 4.24 und 4.20 zu lösen. Dabei gilt die Vereinbarung, daß $\{f^0\} = \{u^0\} = 0$ ist. Berechnet wird

$$\{\delta^0\} = \{P\} \quad (4.26)$$

$$[K_{ij}] \{u^1\} = \{\delta^0\} . \quad (4.27)$$

2. Mit der Gleichung 4.22 wird $\{f^1\}$ bestimmt:

$$\{f^1\} = \{F(u^1)\} - [K^e] \{u^1\} . \quad (4.28)$$

3. Aus der Gleichung 4.25 folgt

$$\{\delta^1\} = \{\delta^0\} - \{f^1\} - [K^e] \{u^1\} . \quad (4.29)$$

4. Für $i = 1$ kann aus 4.20 $\{u^2\}$ erhalten werden:

$$[K_{ij}] \{u^2 - u^1\} = \{\delta(u^1)\} . \quad (4.30)$$

5. Die Schritte 2, 3 und 4 sind durch die Erhöhung des Index um 1 so lange zu wiederholen, bis das Konvergenzkriterium unterschritten oder eine andere Abbruchbedingung erreicht ist. Die ‘Tangentenmatrix’ $[K_{ij}]$ und die Elementsteifigkeitsmatrix $[K^e]$ müssen dabei von Iteration zu Iteration unter Umständen neu berechnet werden.

Für die Trägerformen 2 und 4 sind nach der obigen Iterationsvorschrift nichtlineare Berechnungen mit dem Programmsystem MSC/NASTRAN[50] durchgeführt worden.

Die Rechenmodelle sind aufgrund der Symmetrie in der Querrichtung als halbes Modell idealisiert, um Rechenzeit zu sparen. Die Symmetrie wird durch entsprechende Bedingungen in der Symmetrieebene berücksichtigt, und zwar:

- Die Materialstärken und Belastungen sind zu halbieren.
- Alle Verschiebungen normal zur Symmetrieebene sind gleich Null. Verdrehungen treten nicht auf.

Bis auf die längslaufende Randsteife, ein BEAM-Element, ist nahezu das gesamte Modell mit QUAD4-Elementen dargestellt. An den Übergängen vom Trägerteil zu den Krafteinleitungen sind noch einige TRIA3-Elemente zur Vergrößerung des Netzes vorhanden. Die Flächenelemente

sind als Scheibenelemente eingesetzt, d.h. sie besitzen in der Elementnormalenrichtung keine Translationssteifigkeit und an keinem Knoten Rotationssteifigkeiten. Beulerscheinungen lassen sich mit dem gewählten Elementmodell nicht erfassen.

Elementtyp	Knoten	Freiheitsgrade/Knoten
BEAM	2	6
TRIA3	3	2
QUAD4	4	2

Das verwendete Materialgesetz ist in Bild 4.12 dargestellt und ist für alle Elementtypen gleich:

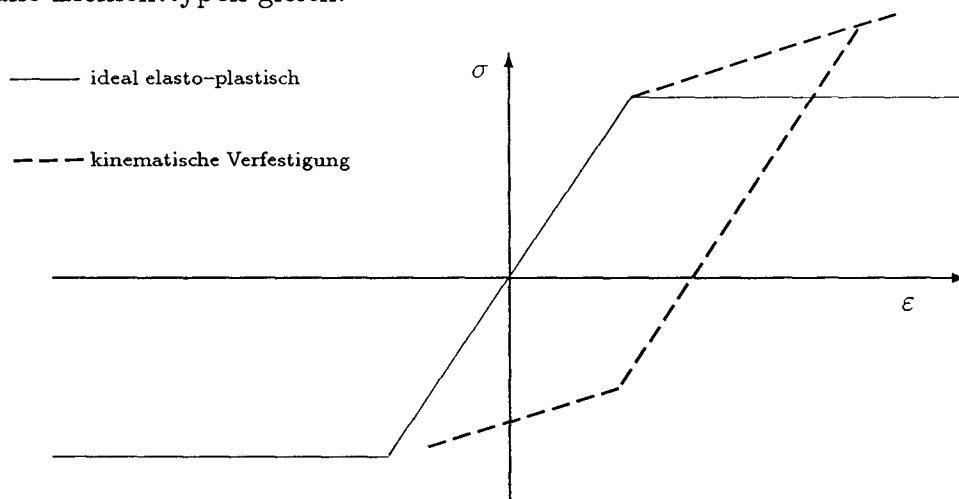


Bild 4.12: ideal elasto-plastisches Materialgesetz

Dieses angenommene Materialgesetz läßt nach dem Erreichen der Fließgrenze σ_f ein uneingeschränktes Fließen zu. Da keine Verfestigung berücksichtigt wird, tritt der 'Bauschinger Effekt' nicht auf. Dieser besagt, daß bei einem Materialgesetz mit kinematischer Verfestigung nach dem Überschreiten der Fließgrenze bei einer Umkehrung der Belastung der Fließbeginn kleiner als $-\sigma_f$ ist. Dieser Vorgang ist in Bild 4.12 mit dargestellt.

Es ist das Fließkriterium nach *von Mises-Hencky* gewählt, da es für Baustahl im allgemeinen als das genaueste angesehen wird.

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \cdot \sigma_f^2 .$$

Im Falle von reinem Schub in einem 2-dimensionalen Element wird nach

von Mises-Hencky

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau \quad \text{mit} \quad \tau = \frac{\sigma_f}{\sqrt{3}} \quad \text{und} \quad \sigma_3 = 0,$$

und der Fließbeginn liegt damit um ca. 15% höher als nach der Fließbedingung von Tresca, die mit

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \geq \tau_{max} \quad \text{mit} \quad \tau_{max} = \frac{\sigma_f}{2} \quad \text{und} \quad \sigma_3 = 0$$

bestimmt ist.

Im Bild 4.13, das dem Buch von OWEN[53] und HINTON entnommen ist, sieht man den sehr starken Einfluß der beiden unterschiedlichen Fließbedingungen auf das Plastizierungsverhalten und damit auch auf die Last-Verformungskurve. Ein Vergleich mit Meßergebnissen oder theoretischen Werten wird leider nicht angestellt.

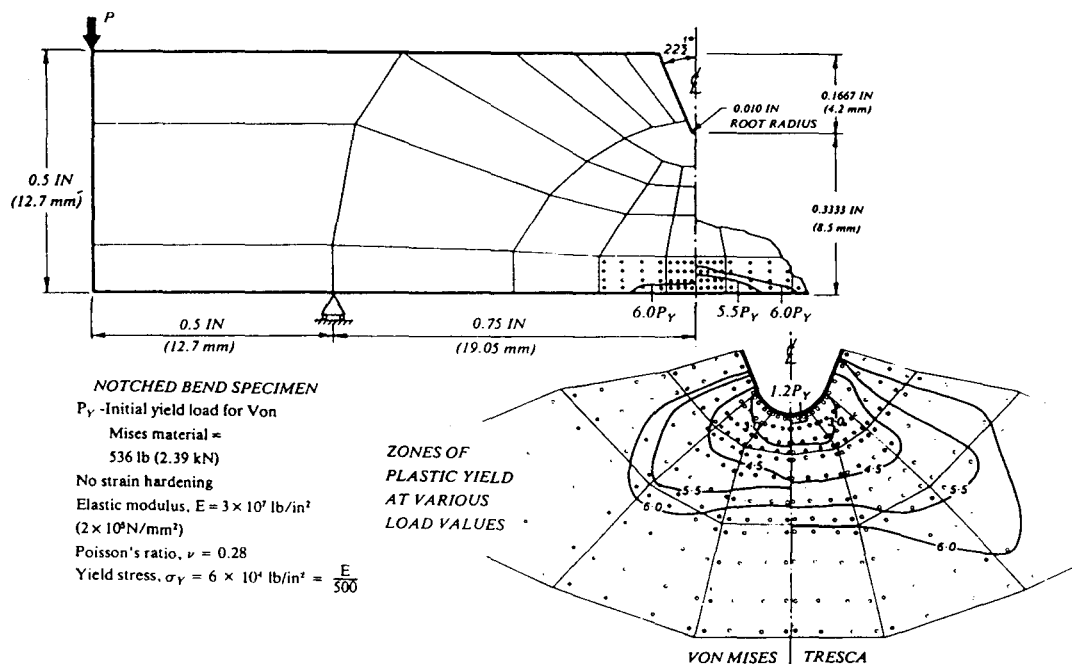


Bild 4.13: Vergleich der Fließzonen nach von Mises und Tresca

Für den Lastfall 1 sind die Ergebnisse für die Trägerform 2 im Bild A.59 eingetragen. Der Vergleich mit den Meßwerten zeigt eine sehr gute Übe-

reinstimmung. Da das gewählte Materialgesetz nach Bild 4.12 keine Verfestigung zuläßt, weichen die Rechen- und Meßergebnisse im Bereich großer nichtlinearer Verformungen stärker voneinander ab, wobei die Rechenergebnisse gegen die plastische Grenzlast des geschwächten Querschnitts konvergieren. Das gleiche Konvergenzverhalten zeigt sich auch im Bild A.61 für die Trägerform 4.

Im Bild A.65 ist sehr deutlich das Plastizieren der unteren Gurtung zu verfolgen. Auffällig ist auch, daß eine Plastizierung zwischen dem Ausschnitt und der Spantdurchführung erst kurz vor dem Versagen des gesamten Trägers stattfindet. Bei der Trägerform 4 im Bild A.67 sieht man ebenfalls sehr deutlich den Plastizierungsverlauf, der durch das Fehlen der Spantdurchführungen bis zum Versagen sehr gleichmäßig an den drei Ausschnitten fortschreitet.

Es zeigt sich, daß das Fließen an den Lochrändern der unteren Gurtung beginnt und sich die Fließzonen zum Untergurt hin ausbreiten. Erst nachdem die unteren Teilträger durchplastiziert sind, beginnt das Fließen am oberen Lochrand und breitet sich zur Beplattung hin aus. Außerdem tritt ein Fließen zwischen den Ausschnitten nicht auf.

Für den Lastfall 2 mit der Trägerform 2 sind die Drehwinkel auf der halben Trägerlänge in das Bild A.64 eingetragen. Die Übereinstimmung für diesen Lastfall zwischen Messung und Rechnung ist mit der Fließbedingung nach *von Mises-Hencky* bis ca. 80% der gemessenen Traglast gut und weicht dann ab.

Diese Abweichung liegt möglicherweise nicht nur an dem verwendeten Materialgesetz und der gewählten Fließbedingung nach *von Mises-Hencky*, sondern könnte auch mit in der Theorie der isoparametrischen 4-Knoten-Elemente begründet sein. Wie MACNEAL[48,49], einer der Entwickler des FE-Programmsystems MSC/NASTRAN[50] in seinen Arbeiten ausführt, treten bei bestimmten geometrischen Formen für die Elemente Ungenauigkeiten in der Berechnung auf.

Für sein angeführtes Testbeispiel aus einem Kragträger mit sechs Elementen in der Länge, einem Element über die Höhe, einem Längen / Höhenverhältnis von 5 und mit den folgenden Elementformen

- Form a, Elemente rechteckförmig,

- Form b, Elemente trapezförmig unter 45° ,
- Form c, Elemente parallelogrammförmig unter 45° ,

findet er eine gute Übereinstimmung zwischen den Verformungen in der Lastrichtung aus der FE-Rechnung und den theoretischen Werten. Nur für die Formen b und c sind die Ergebnisse mit einer Einzellast am Ende ('in-plane-shear') nicht so gut. Die FE-Rechnung mit MSC/NASTRAN liefert nur ca. 10% der theoretischen Verformung. Bei dem ebenfalls getesteten 8-Knoten-Element treten diese Fehler nicht mehr auf. Diese Elemente konnten aber leider nicht verwandt werden, da sie im zur Verfügung stehenden MSC/NASTRAN-Paket nicht als nichtlineare Elemente implementiert sind.

Es ist aber zu erwarten, daß die Genauigkeit durch eine Netzverfeinerung zu steigern ist. Wie das Bild A.64 zeigt, ist das im linear-elastischen Bereich sehr deutlich der Fall, während die Verbesserung im elasto-plastischen Bereich geringer ausfällt.

Die plastischen Zonen für die berechneten Trägerformen 2 und 4 mit zunehmender Last zeigen die Bilder A.66 und A.68. Dabei ist ein übereinstimmendes Verhalten festzustellen: Die Plastizierung beginnt an den Stellen mit den höchsten Spannungskonzentrationen. Sehr früh beginnt aber auch der Stegrest zwischen den Ausschnitten zu fließen, und nahezu gleichzeitig bilden sich die Fließgelenke im Stegrest und in der unteren Gurtung. Das Fließgelenk zwischen dem Ausschnitt und der Spantdurchführung für die Trägerform 2 entsteht dagegen erst kurz vor dem Versagen des Gesamtträgers.

In den Bildern A.69 und A.70 sind die Verformungen für einige unterschiedliche Laststufen dargestellt. Der Verformungsmaßstab ist dabei für alle Bilder gleich.

4.4 Elasto-plastische Dehnungen nach der Neuber-Regel

Einen Überblick über die elasto-plastische Randdehnung in den Abrundungsradien eines Ausschnitts ist mit Hilfe der nichtlinearen FE-Rechnung zu erhalten. Da eine elasto-plastische FE-Rechnung aber sehr aufwen-

dig und zeitintensiv ist, sind Näherungsformeln für die Bestimmung der Fließkurven empfehlenswert. FRICKE[22] und PAETZOLD[54] zeigen die verschiedenen Ansätze, wie sie z.B. von NEUBER[51], SAAL[73], SEEGER[78] und BESTE[4] aufgestellt wurden, sehr ausführlich.

Die von STOWELL[83] aufgestellte und von HARDRATH[29] und OHMANN verallgemeinerte Näherung

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left[\frac{\alpha_p - 1}{\alpha_p - \frac{\sigma_e}{\sigma}} \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma} \right] \quad (4.31)$$

kann für das vorliegende Problem nur eingeschränkt verwandt werden, da in der ‘Grenzlastformzahl’

$$\alpha_p = \frac{P_{n,p}}{P_{n,f}}$$

die vollplastische Last $P_{n,p}$ nicht immer mit einfachen Methoden berechnet werden kann. Selbst die Bestimmung der Last $P_{n,f}$ für den Fließbeginn ist nur eingeschränkt möglich.

Nach NEUBER[51] wird die Dehnung aber unabhängig von der Grenzlastformzahl, wenn die Zunahme der elasto-plastischen Dehnung und die Abnahme der Spannung so erfolgen, daß das Produkt

$$\sigma \cdot \varepsilon = \textit{konstant} \quad (4.32)$$

$$\textit{mit } \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma} \right)^2$$

erhalten bleibt.

Zur Überprüfung, ob die Neuberformel 4.32 bei ausgedehnten Fließbereichen noch anwendbar ist, sind aus den Ergebnissen der nichtlinearen FE-Rechnung die Randdehnungen aus den Verschiebungen der Elementknoten bestimmt. Diese Randdehnung ist nur eine Mittelung und über die Elementlänge konstant:

$$\varepsilon_m = \frac{\text{verformte Elementlänge} - \text{Elementlänge}}{\text{Elementlänge}} .$$

In den Bildern A.71 und A.72 sind diese gemittelten Randdehnungen an allen Ausschnitten für beide Lastfälle für unterschiedliche Laststufen aufgetragen. Es ist zu sehen, daß bei der Bestimmung der gemittelten Dehnungen der Punkt, an dem $\varepsilon = 0$ ist, nicht am selben Ort bleibt. Durch diese Lageverschiebung wird an diesen Orten die Dehnung, abhängig von der Laststufe, positiv oder negativ.

In den Bildern A.73 und A.74 werden die Ergebnisse dieser Mittelung an einigen Punkten mit den Ergebnissen nach der Neuberformel 4.32 verglichen.

Dabei zeigt sich, daß an diesen Punkten eine Übereinstimmung im Momentenlastfall bis ungefähr zum 1,5-fachen und im Querkraftlastfall bis ungefähr zum 2,5-fachen der linear-elastischen Grenzlast gegeben ist.

An den Punkten, an denen die Dehnung mit steigender Belastung das Vorzeichen ändert, ist die Neuberformel nicht anwendbar. Auch in der Umgebung dieser Punkte ist eine Übereinstimmung nicht mehr vorhanden. Da diese Deformationsverschiebungen aber mit einer linear-elastischen Rechnung nicht zu erfassen sind, ist die Anwendung der Neuber-Formel auf die untersuchten Trägerformen problematisch.

5 Zusammenfassung

Die Bestimmung von Spannungsverläufen in Trägern mit großen Ausschnitten ist mit vereinfachten Methoden nicht mehr möglich.

Durch eine einfache Balkenrechnung und die Bestimmung der Formzahlen für einige Lochformen nach RADAJ[64] lassen sich die Spannungshöchstwerte und deren Ort in den Abrundungsradien der Ausschnitte sehr gut und einfach bestimmen, aber eine Aussage über die Spannungsverläufe oder -verteilungen kann damit nicht gemacht werden.

Bei den Berechnungen als Vierendeelträgermodell sind die Ergebnisse sehr stark von der Geometrie abhängig. Lassen sich die einzelnen Träger Teile gut durch Balken annähern, stimmen die Ergebnisse mit denen der linearen Scheibenrechnung noch einigermaßen überein. Bei großen Elementüberlappungen oder kleinen Längen / Höhen-Verhältnissen der Balkenelemente werden die Ergebnisse schnell ungenau. Die Spannungserhöhungen in den Ausschnittradien werden sehr schlecht erfaßt.

Die Ergebnisse aus den linear-elastischen FE-Scheibenrechnungen stimmen bei allen Trägerformen für beide Lastfälle gut mit den Meßwerten überein.

Die Bestimmung der Traglast von schiffbaulichen Biegeträgern mit großen Stegausschnitten ist mit den einfachen Formeln des Stahlbaus nicht möglich, da diese Formeln aus einfacheren geometrischen Querschnittsformen abgeleitet sind. Die Stahlbauprofile sind doppelt symmetrisch, so daß der elastische und der plastische Schwerpunkt bei einem ungeschwächten Träger auf der halben Steghöhe liegen. Selbst bei einem zentrischen oder exzentrischen Ausschnitt bleiben beide Punkte im Bereich des Ausschnitts. Bei den stark unsymmetrischen Trägern im Schiffbau liegt der elastische Schwerpunkt oft dicht an der Beplattung, und der plastische Schwerpunkt kann sogar in der Beplattung liegen oder während des Plastizierens in die Beplattung wandern.

Für die Belastung durch ein konstantes Moment kann die Tragkraft der Träger durch die plastische Grenzlast, die sich aus dem vollplastischen Moment für den geschwächten Träger sehr einfach berechnen läßt, nach unten abgeschätzt werden. Die Last-Verformungskurven können mit ausreichender Genauigkeit nach dem Verfahren von *Mohr* bestimmt werden.

Ist der Querkraftanteil nicht mehr vernachlässigbar klein, kann die Tragkraft nicht mehr mit diesen einfachen Methoden bestimmt werden.

Aus diesem Grund wird das folgende Vorgehen empfohlen:

Für die zu untersuchende Trägerform ist eine linear-elastische FE-Scheibenrechnung durchzuführen. Damit ist überall im Träger die elastische Spannungsverteilung ausreichend genau bestimmt. Geht man dann davon aus, daß bis zum Erreichen des ersten vollplastischen Teilquerschnitts die Last-Verformungsrelation linear bleibt, kann die Traglast des Systems sehr einfach abgeschätzt werden. An den kritischen Stellen des Trägers wird die Spannungsverteilung aus der FE-Rechnung bestimmt und durch Integration dieser Spannungen das Moment, die Querkraft und die Längskraft ermittelt.

Diese Schnittgrößen werden als die Schnittgrößen des Balkenquerschnitts des Teilträgers betrachtet. Dadurch wird es möglich, diejenige äußere Last zu bestimmen, bei der unter Beachtung der Interaktionen der einzelnen Schnittgrößen die vollplastische Grenzlast für den Teilträger auftritt. Die vollplastische Grenzlast für den Gesamtträger soll als erreicht gelten, wenn das erste Fließgelenk im Trägersystem auftritt. Es zeigt sich nämlich, daß bei den untersuchten Trägerformen schon kurz nach dessen Auftreten Faltungerscheinungen und Risse eine weitere nennenswerte Lastaufnahme bei endlichen Verformungen unmöglich machen.

Die nichtlineare FE-Analyse der Träger ist sehr zeitaufwendig, und führt für die Belastung durch ein konstantes Moment mit einem ideal elasto-plastischen Materialgesetz zu dem gleichen Ergebnis wie der einfache Überschlag. Für den Lastfall mit konstanter Querkraft wird das Ergebnis oberhalb von 80% der Traglast unsicher.

Während bei der linear elastischen FE-Rechnung 'nur' die Geometrie des Bauteils und der E-Modul von Bedeutung sind, kommt es bei einer nichtlinearen FE-Rechnung noch auf das verwendete Materialgesetz und

die Fließbedingung an. Da z.B. die tatsächliche Fließgrenze zum Auslegungszeitpunkt unbekannt ist, ist man für die Abweichung von der nominalen Fließgrenze auf Erfahrungswerte angewiesen.

6 Literaturverzeichnis

- [1] Amstutz, H., Seeger, T.
Elastic-Plastic Finite Element Calculations of Notched Plates
Proc. First Int. Conf. on Num. Meth. in Fract. Mech., S. 581 – 594,
Swansea 1978
- [2] Bailey, R., Hicks, R.
Behaviour of Perforated Plates Under Plane Stress
Journ. Mech. Eng. Science, Vol. 2, S. 143 – 161, 1960
- [3] Bathe, K.-J.
Finite-Element-Methoden
Springer Verlag, Berlin, 1986
- [4] Beste, A.
Elastisch-plastisches Spannungs-Dehnungs- und Anrißverhalten in
statisch und zyklisch belasteten Kerbscheiben
Ein Vergleich zwischen experimentellen Ergebnissen und Näherungs-
rechnungen.
Heft 34, Institut für Statik und Stahlbau, Darmstadt, 1981
- [5] Betten, J.
Festigkeit der Werkstoffe 1
Vorlesung RWTH-Aachen
- [6] Betten, J.
Fließgelenkhypothese zur Beschreibung des funktionellen Versagens
von Tragwerken
Konstruktion 25, Heft 4, S. 135 – 142, 1973
- [7] Bischoff, E.
Über den Einfluß von Ausschnitten im Steg von Biegungsträgern auf
ihre Tragfähigkeit
Werft-Reederei-Hafen, Heft 8, S. 110 – 115, 1938
- [8] Bower, J.E.
Elastic Stresses around Holes in Wide – Flange Beams
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 92, S. 85 – 99, 1966
- [9] Bower, J.E.
Ultimate Strength of Beams with Rectangular Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, S. 1315 – 1337,
1968
- [10] Chan, P.W. and Redwood, R.G.
Stresses in Beams with Circular Eccentric Web Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, S. 231 – 248, 1974

- [11] Ciardullo, S.W., Durocher, L.L. and Palazotto, A.N.
A Finite Element Analysis of Deep Beams with Cutouts Considering
Four Supports
Computer & Structures, Vol. 13, S. 537 – 546, 1981
- [12] Congdon, J.G. und Redwood, R.G.
Plastic Behavior of Beams with reinforced Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, S. 1933 – 1956, 1971
- [13] Cooper, P.B., Snell, R.R. and Knostman, H.D.
Failure Tests on Beams with Eccentric Web Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 103, S. 1731 – 1738,
1977
- [14] Cooper, P.B., Snell, R.R.
Tests on Beams with Reinforced Web Openings
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, S. 611 – 632, 1972
- [15] Coull, A. and Alvarez, M.C.
Effect of Openings on Lateral Buckling of Beams
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, S. 2553 – 2560,
1980
- [16] Cowper, G.R.
The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory
Journal of Applied Mechanics, June 1966
- [17] Dahlmann, W.
Festigkeit der Schiffe
Springer-Verlag Berlin, S. 57 – 60, 1925
- [18] DASt-Richtlinie 015
Träger mit schlanken Stegen
Entwurf, September 1988
- [19] Dougherty, B.K.
Elastic Deformation of Beams with Web Openings
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, S. 301 – 312, 1980
- [20] Dougherty, B.K.
Buckling of Web Posts in Perforated Beams
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, S. 507 – 519, 1981
- [21] Europäische Konvention für Stahlbau(EKS)
Steifenlose Stahlskeletttragwerke und dünnwandige Vollwandträger
Berechnung und Konstruktion
Wilhelm Ernst & Sohn, 1977
- [22] Fricke, W.
Lineare und nichtlineare Strukturanalyse von schiffbaulichen Kon-
struktionsdetails am Beispiel einer Doppelbodenuntersuchung
Dissertation, Hamburg, Dezember 1984
- [23] Frost, R.W. und Leffler, R.E.
Fatigue Tests of Beams with Rectangular Web Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Feb. 1971

- [24] Ghali, A. and Neville, A.M.
Structural Analysis, 2.Auflage
Chapman and Hall, London, 1978
- [25] Grierson, D.E. und Saleh, B.A.
Plastic Analysis Under Combined Stresses
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 103, S. 837 – 854, 1977
- [26] Hamada, M.
A Numerical Method for Stress Concentration Problems of Infinite
Plates with many Circular Holes Subjected to Uniaxial Tension
J. of Eng. Materials and Tech., ASME, Vol. 96, S. 65 – 70, 1974
- [27] Hapel, K.H.
Spannungsoptische Untersuchungen am Doppel-T-Träger mit ovalem
Ausschnitt
Bericht des Instituts für Statik der Schiffe, TU – Berlin, Februar 1968
- [28] Hapel, K.H.
Die Spannungserhöhung an Ausschnitten begurteter Träger
Schiff & Hafen, Heft 11, 1977
- [29] Hardrath, H.F, Ohman, L.
A Study of Elastic and Plastic Stress Concentration Factors Due to
Notches and Fillets in Flat Plates
NACA Report 1117, 1953
- [30] Heller, S.R.
Stress Concentration Factors for a Rectangular Opening with Rounded
Corners in a Biaxially Loaded Plate
Journal of Ship Research, S. 178 – 184, 1969
- [31] Heller, S.R.
Stress Concentration Factors for Cutouts in Uniaxially Loaded Plates
Journal of Ship Research, Vol. 19, S. 219 – 223, 1975
- [32] Heymann, J. und Dutton, V.L.
Plastic Design of Plate Girders with Unstiffened Webs
Welding and Metal Fabrications 22, S. 265 – 271, 1954
- [33] HEWLETT-PACKARD
HPFE I
- [34] Höft, H.
Tragverhalten von schiffbaulichen Biegeträgern mit großen Stegaus-
schnitten
FDS-Bericht 173, Hamburg, 1986
- [35] Huges, O.F.
Ship Structural Design
A rationally-based, computer-aided, optimization approach
John Wiley & Sons, New York, 1983
- [36] Inglis, C.E.
Stresses in a Plate due to the Presense of Cracks and Sharp Corners
Trans. Inst. of Naval Arch., S. 219 – 230, Vol. 55, 1913

- [37] Kaliszky, S.
Plastizitätslehre
Theorie und Anwendungen
VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1984
- [38] Karnatz, H.
Beanspruchungen neben Ausschnitten im Steg eines Biegeträgers
Werft-Reederei-Hafen, Heft 19, 1938
- [39] Kirsch, G.
Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre
Zeit. VDI, Nr. 42, S. 797 – 807, 1898
- [40] Kolosov, G.V.
Z. Math. Phys., Nr. 62, S. 383 – 409, 1914
- [41] Kühnapfel, K.-F., Troost, A.
Näherungslösungen zur rechnerischen Ermittlung von Kerbdehnungen
und Kerbspannungen bei elastoplastischer Beanspruchung
Konstruktion 31, Heft 5, S. 183 – 190, 1979
- [42] Lehmann, E.
Berechnung schiffbaulicher und meeresstechnischer Bauwerke nach der
Spannungstheorie 2.Ordnung
Handbuch der Werften XVII
- [43] Lehmann, E.
Modelle für schiffbauliche Festigkeitsrechnungen
Vorlesung Matrizenstatik, Institut für Schiffbau, Hamburg
- [44] Mußchelischwili, N.I.
Sur l'integration de l'equation biharmonique
Izv. A.N. SSSR, S. 663 – 686, 1919
- [45] Mußchelischwili, N.I.
Einige Grundaufgaben zur mathematischen Elastizitätstheorie
Carl Hanser Verlag, München, 1971
- [46] Naik, N.K., Kumar, R.R, Rajaiah, K.
Optimum Hole Shapes in Beams Under Pure Bending
Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 112, S. 407 – 411, 1986
- [47] Narayanan, R. und Der-Avanessian, N.G.
Design of Slender Webs Having Rectangular Holes
Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 111, S. 777 – 787, 1985
- [48] MacNeal, R.H.
A Simple Quadrilateral Shell Element
Computer & Structures, Vol. 8, S. 175 – 183, 1978
- [49] MacNeal, R.H. und Harder, R.I.
A Proposed Standard Set of Problems to Test Finite Element Accuracy
Finite Elemente in Analysis and Design, Vol. 1, S. 3 – 20, 1985
- [50] The MacNeal-Swendler Corporation
MSC/NASTRAN V65B

- [51] Neuber, H.
Über die Berücksichtigung der Spannungskonzentration bei Festigkeitsberechnungen
Konstruktion 20 (1968), Heft 7, S. 245 – 251
- [52] Neuber, H.
Kerbspannungslehre, 3. Auflage
Springer Verlag, 1985
- [53] Owen, D.R.J. und Hinton, E.
Finite Elements in Plasticity
Theory and Practice
Pineridge Press Limited, Swansea, 1980
- [54] Paetzold, H.
Beurteilung der Betriebsfestigkeit von Längsspantdurchführungen auf der Grundlage der örtlichen Dehnung
Dissertation, Hamburg, Januar 1985
- [55] Petershagen, H.
Manuskript zur Vorlesung Schiffskonstruktion
Kapitel XIX: Spannungskonzentrationen
Institut für Schiffbau, Hamburg, 1985
- [56] Petershagen, H. und Lehmann, E.
Entwicklung von Beurteilungskriterien schiffbaulicher Berechnungen mit der Methode der finiten Elemente
Institut für Schiffbau, Hamburg, 1974
- [57] Pfeiderer, C.
Der Einfluß von Löchern oder Schlitzern in der Neutralschicht gebogener Balken auf ihre Tragfähigkeit
Z. VDI 54, Heft 9, S. 348 – 352, 1910
- [58] Pöschl, T.
Über eine partikuläre Lösung des biharmonischen Problems des Außenraums der Ellipse
Zeit. Math., Nr. 11, S. 89 – 96, 1921
- [59] Postl, R.
Konstruktiver Leichtbau durch System- und Querschnittoptimierung
Vortrag Schiffbautechnische Tagung, Rostock, 1960
- [60] Prager, W. und Hodge, P.G.
Theorie ideal plastischer Körper
Springer Verlag, Wien, 1954
- [61] Przemieniecki, J.S.
Theory of Matrix Structural Analysis
McGraw-Hill, New York, 1968
- [62] Puchner, O., Kamensky, A.
Spannungskonzentrationen und Kerbwirkung von Kerben im Kerbrand
Konstruktion 24, Heft 4, S. 127 – 134, 1972

- [63] Radaj, D.
Kerbspannungsanalyse nach der Finite-Element-Methode an
Kehlnähten
Schweißen und Schneiden, Heft 3, S. 86 – 89, 1975
- [64] Radaj, D. und Schilberth, G.
Kerbspannungen an Ausschnitten und Einschlüssen
Deutscher Verlag für Schweißtechnik, Fachbuchreihe Schweißtechnik
69, 1977
- [65] Radaj, D. und Schilberth, G.
Kerbspannungsberechnungen für eine Schwerlasttraverse im Vergleich
Schweißen und Schneiden, Heft 5, S. 220 – 223, 1981
- [66] Reckling, K.-A.
Plastizitätslehre und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme
Springer Verlag, Berlin, 1967
- [67] Redwood, R.G. and Chan, P.W.
Design Aids for Beams with Circular Eccentric Web Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, S. 297 – 303, 1974
- [68] Redwood, R.G., Badanda, H. und Daly, M.J.
Tests of Thin-Webbed Beams with Unreinforced Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, S. 577 – 595, 1978
- [69] Redwood, R.G. and Uenoya, M.
Critical Loads for Webs with Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, S. 2053 – 2067,
1979
- [70] Redwood, R.G.
Design of I-beams with Web Perforations
Beams and Beam Columns, Chapter 4
Applied Science Publishers, London, 1983
- [71] Rubin, H.
Interaktionsbeziehungen zwischen Biegemoment, Querkraft und Nor-
malkraft für einfachsymmetrische I- und Kasten-Querschnitte bei Bie-
gung um die starke und für doppelsymmetrische I-Querschnitte bei
Biegung um die schwache Achse
Der Stahlbau, Heft 3, S. 76 – 85, 1978
- [72] Rubin, H.
Interaktionsbeziehungen für doppelsymmetrische I- und Kasten-
Querschnitte bei zweiachsiger Biegung und Normalkraft
Der Stahlbau, Heft 5, S. 145 – 151, 1978
der Schluß in: Der Stahlbau, Heft 6, S. 174 – 181, 1978
- [73] Saal, H.
Näherungsformeln für die Dehnungsformzahl
Materialprüfung 17 (1975), S. 395 – 398
- [74] Sahmel, P.
Konstruktive Ausbildung und Näherungsberechnung geschweißter Bie-

- geträger und Torsionsstäbe mit großen Stegausehnehmungen
Schweißen und Schneiden, Heft 3, 1969
- [75] Sawin, G.N.
Spannungserhöhung am Rande von Löchern
VEB Verlag Technik Berlin, 1956
- [76] Schiff & Hafen/Kommandobrücke
Seehafen Verlag, Heft 10, 1987
- [77] Schories, K.
Berechnung schlanker Stegbleche mit rechteckigen Öffnungen
Der Stahlbau, Heft 1, S. 26 – 28, 1986
- [78] Seeger, T., Beste, A.
Zur Weiterentwicklung von Näherungsformeln für die Berechnung von
Kerbbeanspruchungen im elastisch – plastischen Bereich
VDI Fortschrittsberichte Reihe 18, Nr. 2, Düsseldorf 1977
- [79] Segner, E.P.
Reinforcement Requirements for Girder Web Openings
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 90, S. 147 – 164, 1964
- [80] Shrivastava, S.C. and Redwood, R.G.
Shear Carried by Flanges at Unreinforced Web Holes
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, S. 1706 – 1711,
1979
- [81] Stahl im Hochbau
14. Auflage, Band 1 / Teil 2
Verlag Stahleisen mbH., Düsseldorf, 1986
- [82] Stövhase, W.
Der Einfluß von Gurten auf den Spannungszustand in Scheiben mit
Ausschnitten
Schiffbauforschung, Heft 17, 1978
- [83] Stowell, E.Z.
Stress and Strain Concentration at a Circular Hole in an Infinite Plate
NACA Techn. Note 2073, 1950
- [84] Swida, W.
Die elastisch–plastische Biegung des krummen Stabes
Ingenieur–Archiv, Band XVI, S. 357 – 372, 1948
- [85] Swida, W.
Über die Formänderungen der Balken im elastisch–plastischen Zustand
Ingenieur–Archiv, Band XVII, S. 71 – 87, 1949
- [86] Swida, W.
Die elastisch–plastische Biegung des krummen Stabes unter Berücksichtigung der Materialverfestigung
Ingenieur–Archiv, Band XVII, S. 343 – 352, 1949
- [87] Tietgen, H.P.
Festigkeitsprobleme von Konstruktionsdetails im Tankerbau
Schiff & Hafen, Heft 5, S. 442 – 443, 1974

- [88] Troost, A., Schaefer, D.
Vereinfachte und verallgemeinerte Ermittlung der Durchbiegung bei
gemischt elastisch-plastischer Biegung
Konstruktion 14, Heft 11, S. 436 – 441, 1962
- [89] Troost, A., Benning, O.
Auswertung gemessener elastisch-plastischer Dehnungen
Konstruktion 26, Heft 10, S. 396 – 402, 1974
- [90] Troost, A., Benning, O., Keil, S.
Zur experimentellen Beanspruchungsanalyse bei elastisch-plastischer
Verformung
Arch. Eisenhüttenwes. 45, Heft 5, S. 301 – 307, 1974
- [91] Uenoya, M. und Redwood, R.G.
Buckling of Webs with Openings
Computers & Structures, Vol. 9, S. 191 – 199, 1978
- [92] Vierendeel, A.
Der Vierendeel-Träger
Seine Berechnung und Konstruktion
Verlag A. Bagel, Düsseldorf, 1912
- [93] Vogel, U.
Calibrating Frames
Vergleichsrechnungen an verschieblichen Rahmen
Der Stahlbau, Heft 10, S. 295 – 301, 1985
- [94] Wang, C.K.
Theoretical Analysis of Perforated Shear Webs
ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. , S. A-77 – A-84, 1946
- [95] Watwood, V.B.
Mechanismn Generation For Limit Analysis of Frames
ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 109, S. 1 – 15, 1978
- [96] Wiebeck, E.
Der Spannungszustand begurteter Biegeträger mit Ausschnitten
wissenschaftliche Zeitschrift der Uni. Rostock, 13. Jahrgang, Heft 1,
1964
- [97] Wiebeck, E. und Hänert, M.
Näherungsweise Berechnung von Biegeträgern symmetrischen Quer-
schnitts mit korbboogenförmigen Ausschnitten
Schiffbautechnik 17, 1967
- [98] Windels, R.
Traglasten von Balkenquerschnitten bei Angriff von Biegemoment,
Längs- und Querkraft
Der Stahlbau, Heft 1, S. 10 – 16, 1970
- [99] Windels, R.
Der Querkrafteinfluß bei plastischer Balkenbiegung
Der Stahlbau, Heft 3, S. 82 – 85, 1974

7 Bildverzeichnis

1.1	Unendliche Scheibe mit Kreisloch	2
1.2	elliptisches Loch unter Zug	4
1.3	Formen von großen Ausschnitten	7
1.4	Rißbildungen an Längsspanndurchführungen	7
1.5	mögliche Anordnung von Beulsteifen	8
2.1	Gurtausklinkung	13
2.2	konstantes Moment	14
2.3	konstante Querkraft	14
3.1	Vierendeelmodell	25
4.1	gegenseitige Verdrehung von zwei Querschnitten	36
4.2	vollplastischer Querschnitt	38
4.3	<i>Mohr</i> scher Ersatzbalken	39
4.4	Bestimmung des fiktiven Moments	40
4.5	Spannungsverteilung nach Heymann	41
4.6	Biegespannungsverteilung	43
4.7	Fließkurven	46
4.8	verschiedene Versagensmechanismen	47
4.9	Kragträger mit Einzellast	49
4.10	Rahmen aus Stahl im Hochbau	53
4.11	Kontrollrahmen nach Vogel	53
4.12	ideal elasto-plastisches Materialgesetz	59
4.13	Vergleich der Fließzonen nach <i>von Mises</i> und <i>Tresca</i>	60
A.1	Hauptspant	78
A.2	Vergleich der Montagemöglichkeiten	79
A.3	Modell Trägerform 1	80

A.4	Modell Trägerform 2	81
A.5	Modell Trägerform 3	82
A.6	Modell Trägerform 4	83
A.7	Meßstreifen an Trägerform 1	84
A.8	Meßstreifen an Trägerform 2	85
A.9	Meßstreifen an Trägerform 3	86
A.10	Verformungen des Vierendeelmodells, Form 1	87
A.11	Verformungen des Vierendeelmodells, Form 2	88
A.12	Verformungen des Vierendeelmodells, Form 3	89
A.13	Verformungen des Vierendeelmodells, Form 4	90
A.14	Spannungsvergleich Balken– Scheibenrechnung, Form 1	91
A.15	Spannungsvergleich Balken– Scheibenrechnung, Form 2	92
A.16	Spannungsvergleich Balken– Scheibenrechnung, Form 3	93
A.17	Formzahldiagramme für Form 1 und 2	94
A.18	Formzahldiagramme für Form 3	95
A.19	Formzahldiagramme für Form 4	96
A.20	FE–Netze für die Stege	97
A.21	Verformungen nach FEM, Form 1	98
A.22	Verformungen nach FEM, Form 2	99
A.23	Verformungen nach FEM, Form 3	100
A.24	Verformungen nach FEM, Form 4	101
A.25	Randspannungen FEM–Messung, Form 1	102
A.26	Randspannungen FEM–Messung, Form 1	103
A.27	Randspannungen FEM–Messung, Form 1	104
A.28	Randspannungen FEM–Messung, Form 2	105
A.29	Randspannungen FEM–Messung, Form 2	106
A.30	Randspannungen FEM–Messung, Form 3	107
A.31	Randspannungen FEM–Messung, Form 3	108
A.32	Randspannungen FEM, Form 4	109
A.33	Randspannungen FEM, Form 4	110
A.34	XX–Spannungen, Form 1	111
A.35	XX–Spannungen, Form 2	112
A.36	XX–Spannungen, Form 3	113

A.37 XX-Spannungen, Form 4	114
A.38 YY-Spannungen, Form 1	115
A.39 YY-Spannungen, Form 2	116
A.40 YY-Spannungen, Form 3	117
A.41 YY-Spannungen, Form 4	118
A.42 XY-Spannungen, Form 1	119
A.43 XY-Spannungen, Form 2	120
A.44 XY-Spannungen, Form 3	121
A.45 XY-Spannungen, Form 4	122
A.46 von Mises-Vergleichsspannungen, Form 1	123
A.47 von Mises-Vergleichsspannungen, Form 2	124
A.48 von Mises-Vergleichsspannungen, Form 3	125
A.49 von Mises-Vergleichsspannungen, Form 4	126
A.50 Hauptspannungsvektoren, Form 1	127
A.51 Hauptspannungsvektoren, Form 2	128
A.52 Hauptspannungsvektoren, Form 3	129
A.53 Hauptspannungsvektoren, Form 4	130
A.54 elastische Resthöhen, Form 1	131
A.55 elastische Resthöhen, Form 2	132
A.56 elastische Resthöhen, Form 3	133
A.57 elastische Resthöhen, Form 4	134
A.58 Last-Verformungskurven, Form 1, Lastfall 1	135
A.59 Last-Verformungskurven, Form 2, Lastfall 1	136
A.60 Last-Verformungskurven, Form 3, Lastfall 1	137
A.61 Last-Verformungskurven, Form 4, Lastfall 1	138
A.62 Normal- und Schubspannungsverlauf, Form 1, Lastfall 2	139
A.63 Last-Verformungskurven, Form 1, Lastfall 2	140
A.64 Last-Verformungskurven, Form 2, Lastfall 2	141
A.65 Plastifizierungszonen, Form 2, Lastfall 1	142
A.66 Plastifizierungszonen, Form 2, Lastfall 2	143
A.67 Plastifizierungszonen, Form 4, Lastfall 1	144
A.68 Plastifizierungszonen, Form 4, Lastfall 2	145
A.69 nichtlineare Verformungen, Form 2	146

A.70 nichtlineare Verformungen, Form 4	147
A.71 gemittelte Randdehnungen, Form 2	148
A.72 gemittelte Randdehnungen, Form 4	149
A.73 Vergleich der Randdehnungen, Form 2	150
A.74 Vergleich der Randdehnungen, Form 4	151
C.1 Obergurtbeulen, Lastfall 1	155
C.2 Einrisse, Lastfall 2	155

8 Tabellenverzeichnis

2.1	gemittelte Streckgrenzen	12
2.2	gemessene Traglasten	17
3.1	Spannungsvergleich Balkenrechnung – Messung	19
3.2	Formzahlen und Lagewinkel	31
3.3	Vergleich Formzahlrechnung – Messung	32
3.4	gemittelte Blechstärken	34
4.1	Traglasten für Schubbelastung	42
B.1	Biegespannungen nach der einfachen Biegetheorie	152
B.2	mittlere Schubspannungen nach der einfachen Biegetheorie .	152
B.3	gemittelte Streckgrenzen für jeden Träger	153
B.4	Formparameter	153
B.5	Formfunktionen und zweifache Ableitungen	154

A Bilder

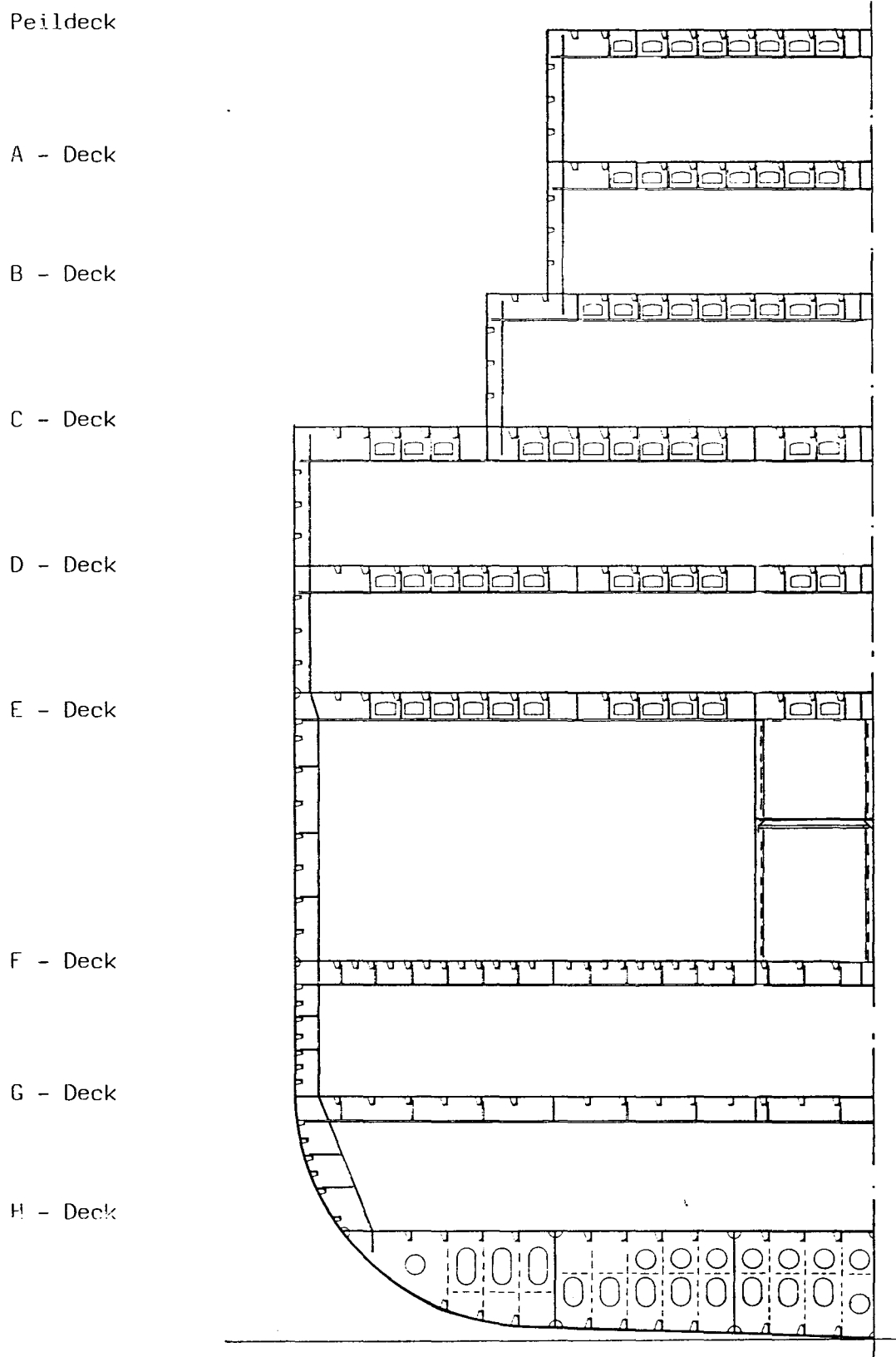
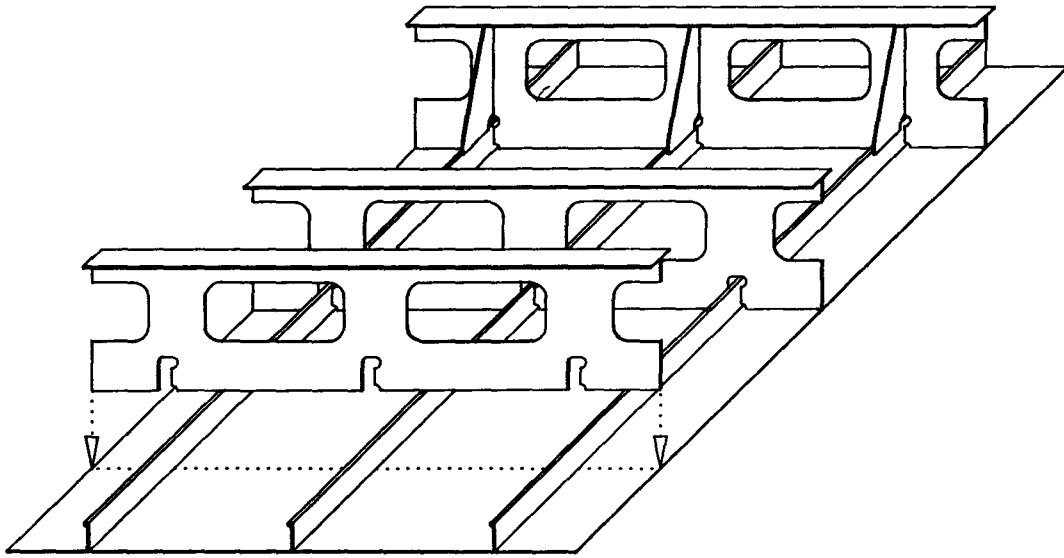
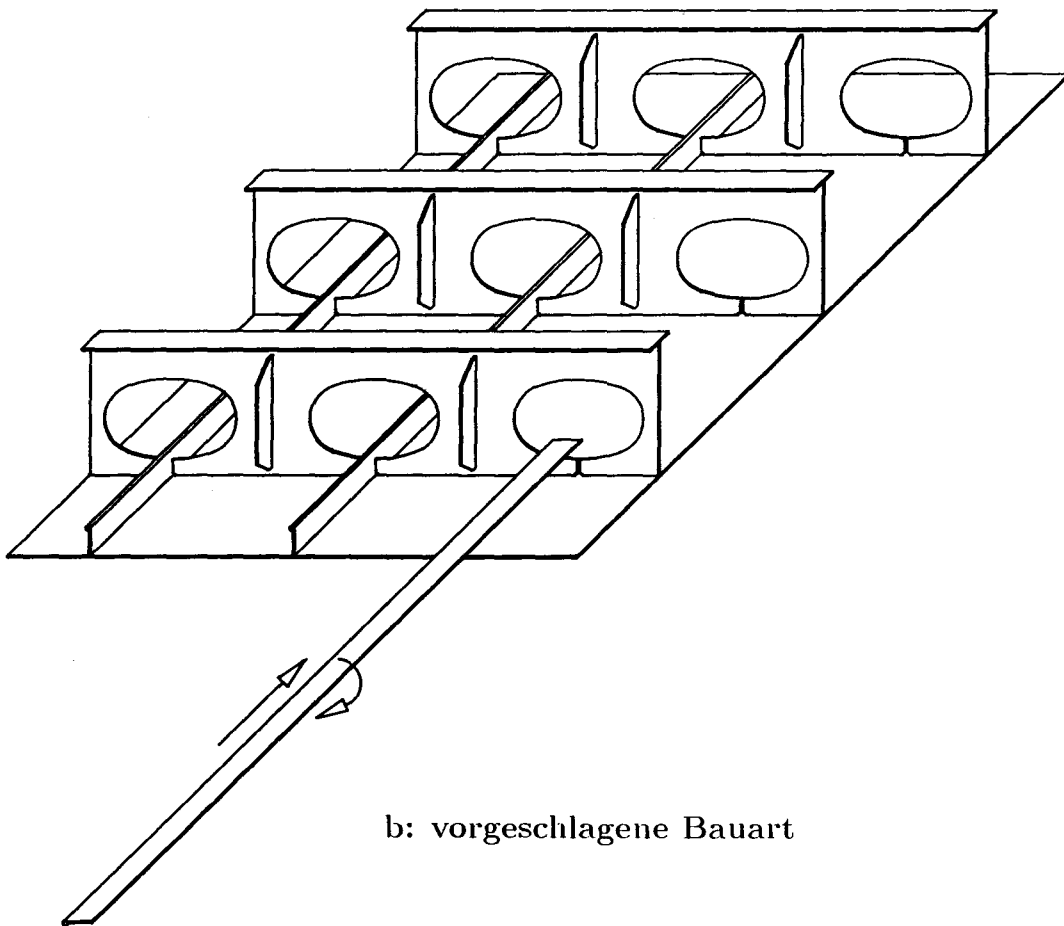


Bild A.1: Hauptspant mit großen Ausschnitten



a: konventionelle Bauart



b: vorgeschlagene Bauart

Bild A.2: Vergleich der Montagemöglichkeiten

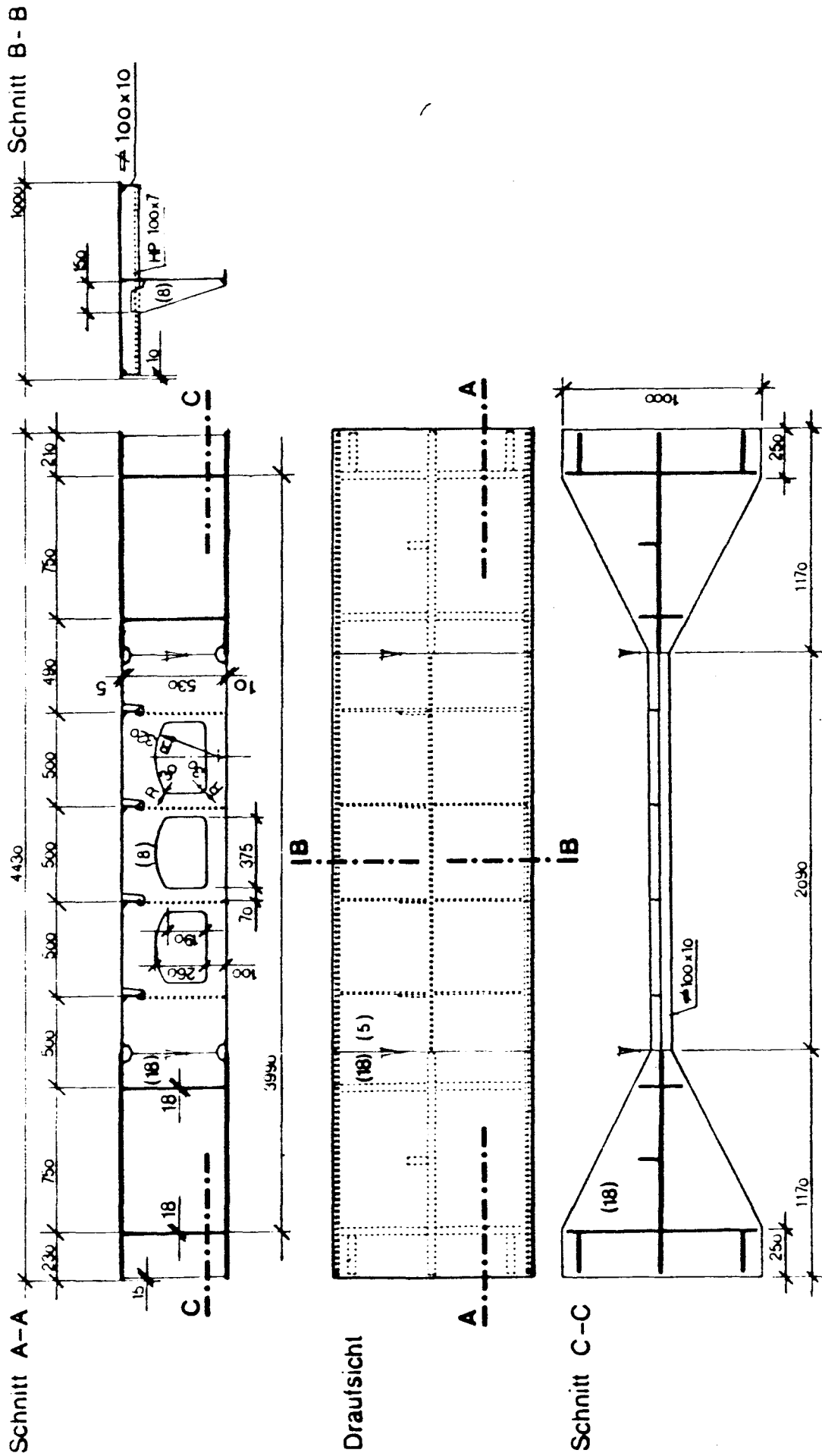


Bild A.3: Modell Trägerform 1

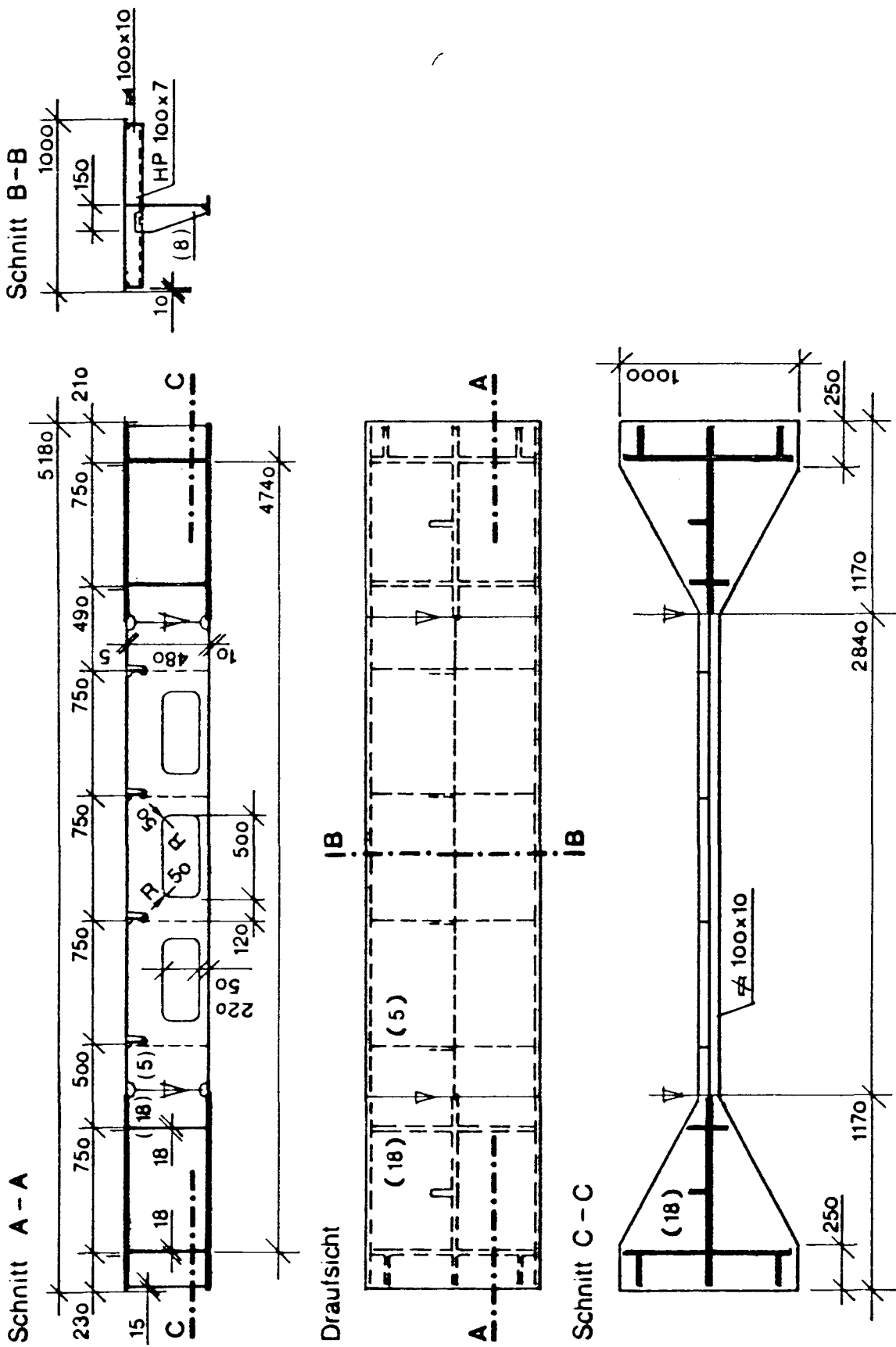


Bild A.4: Modell Trägerform 2

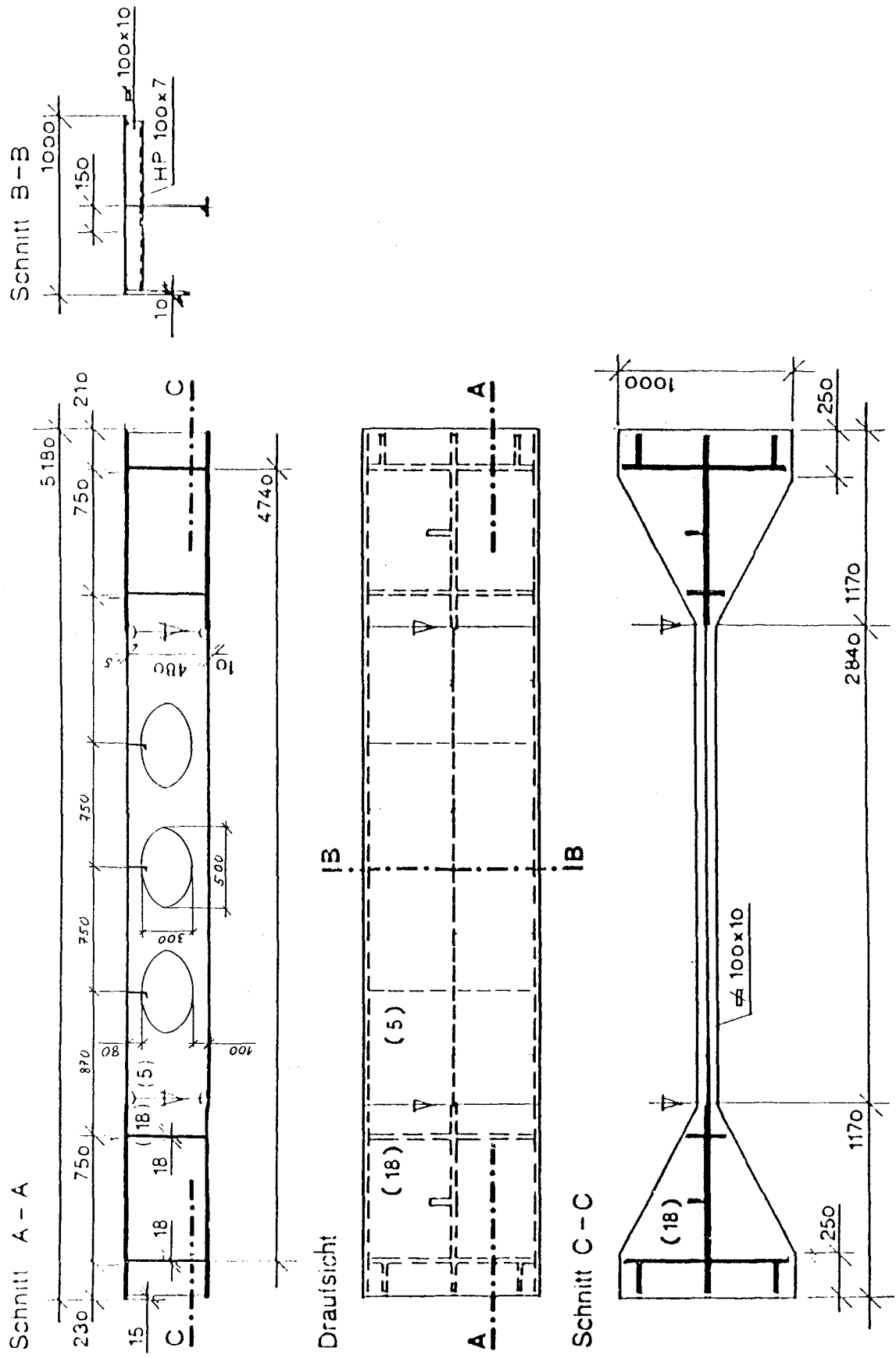


Bild A.6: Modell Trägerform 4

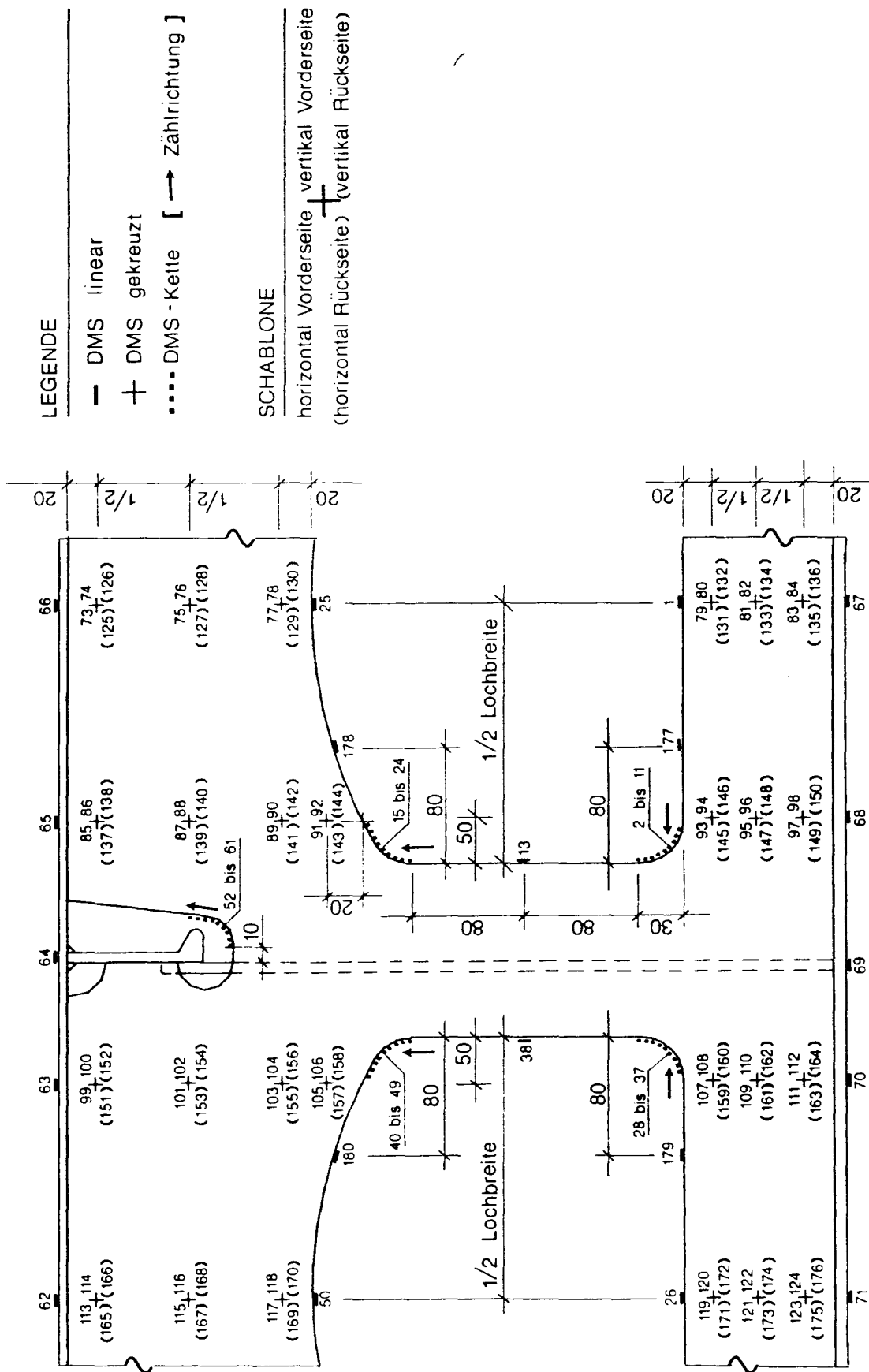


Bild A.7: Meßstreifen an Trägerform 1

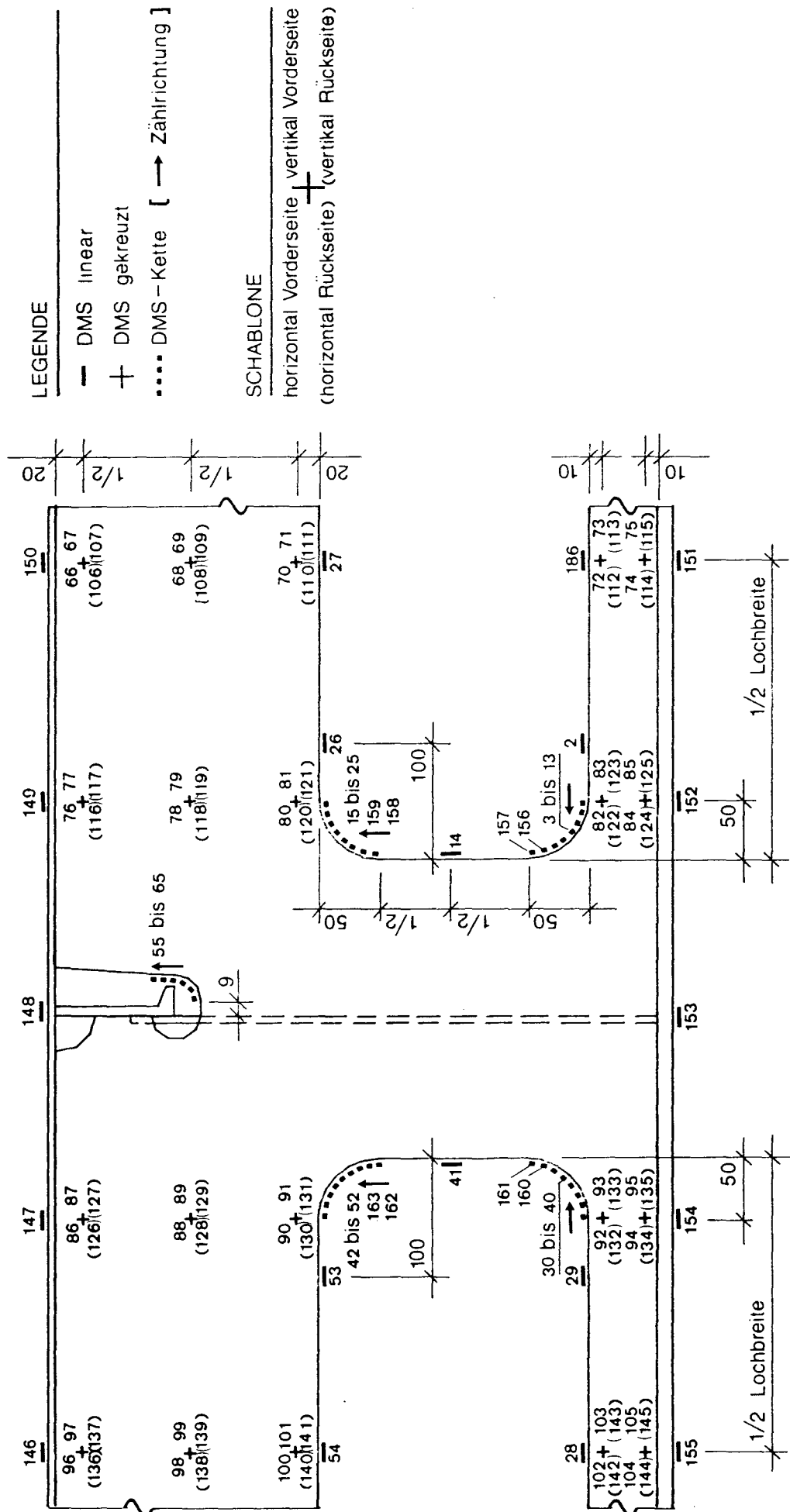


Bild A.8: Meßstreifen an Trägerform 2

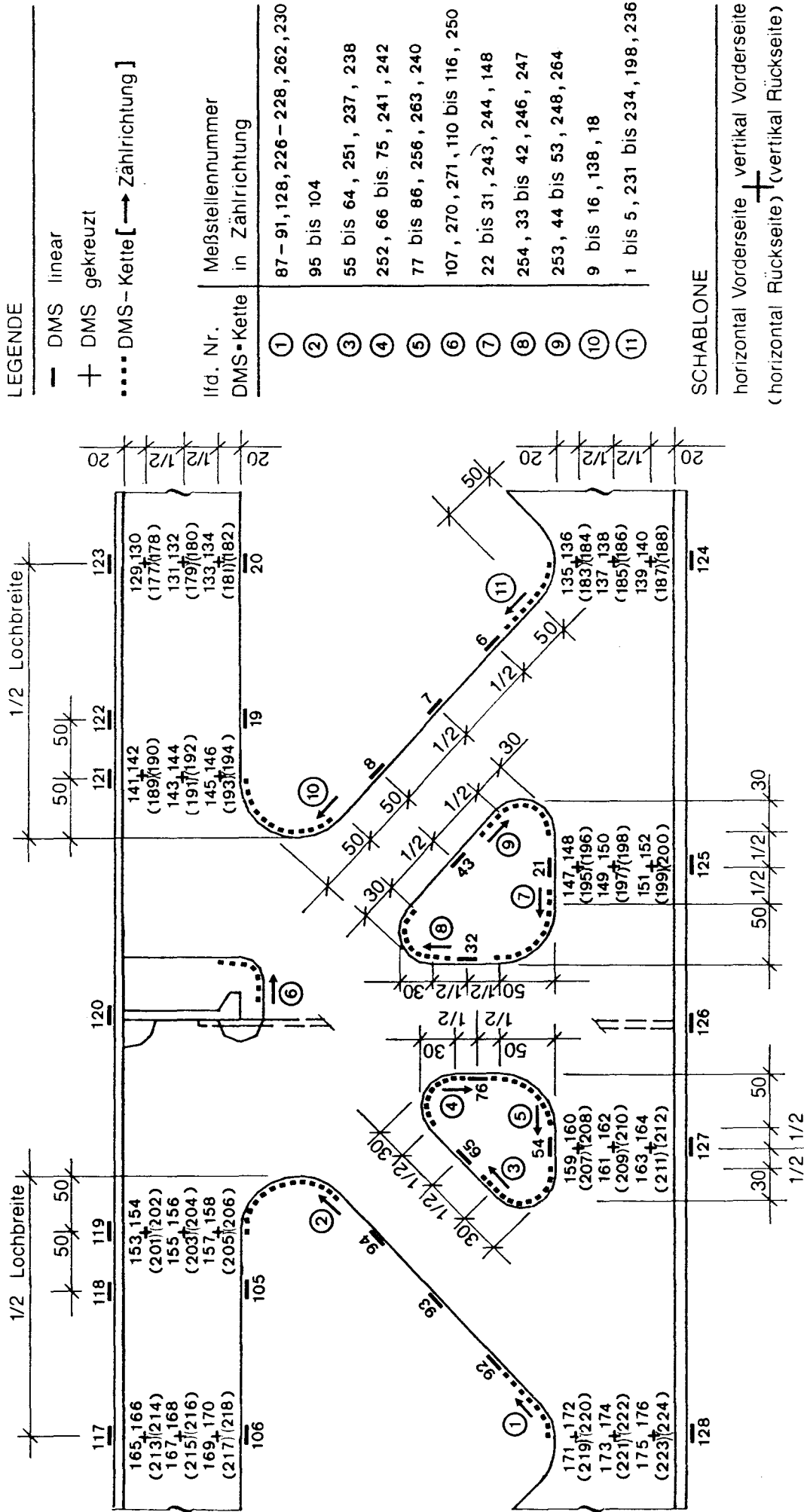


Bild A.9: Meßstreifen an Trägerform 3

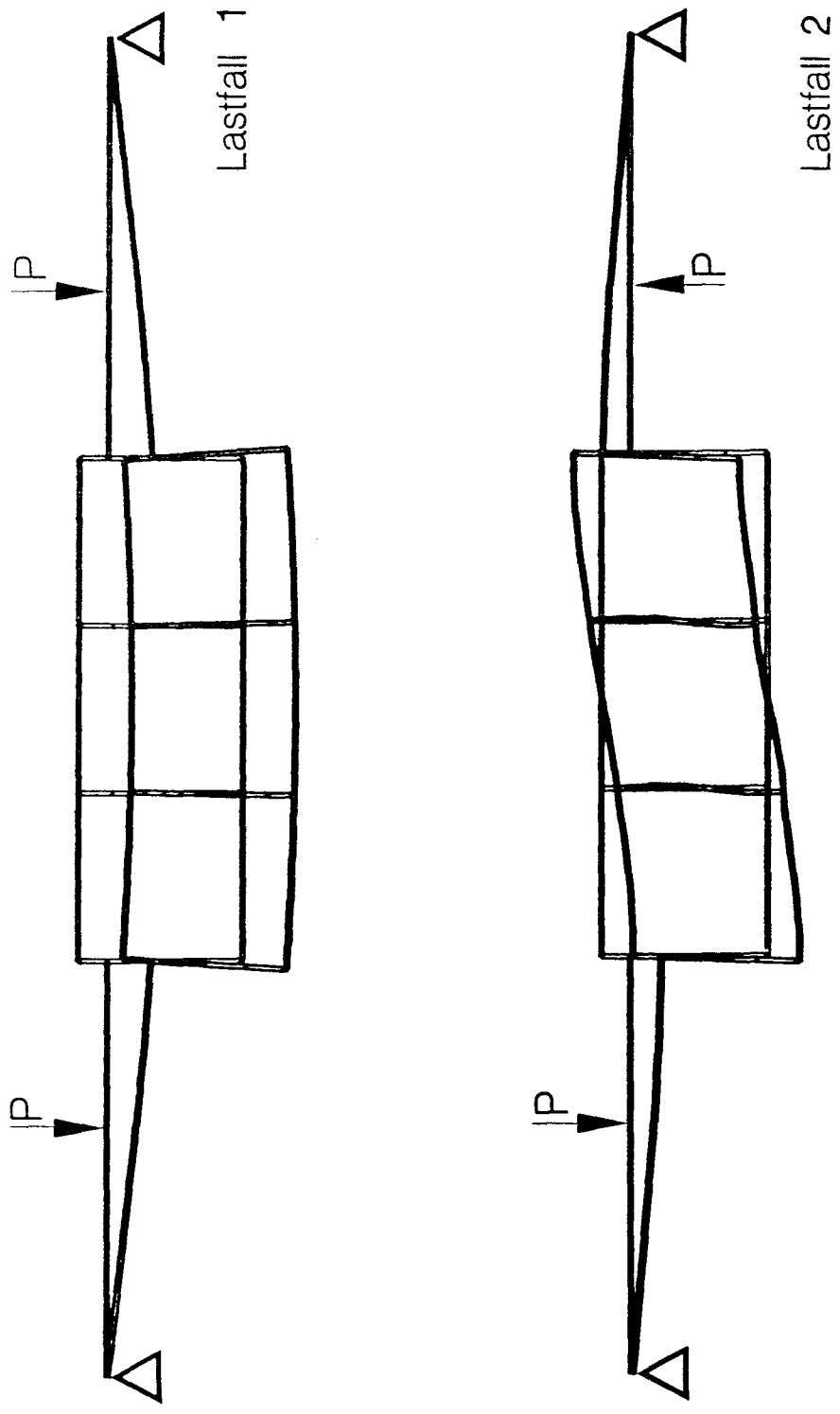


Bild A.10: Verformungen des Vierendeelmodells, Form 1

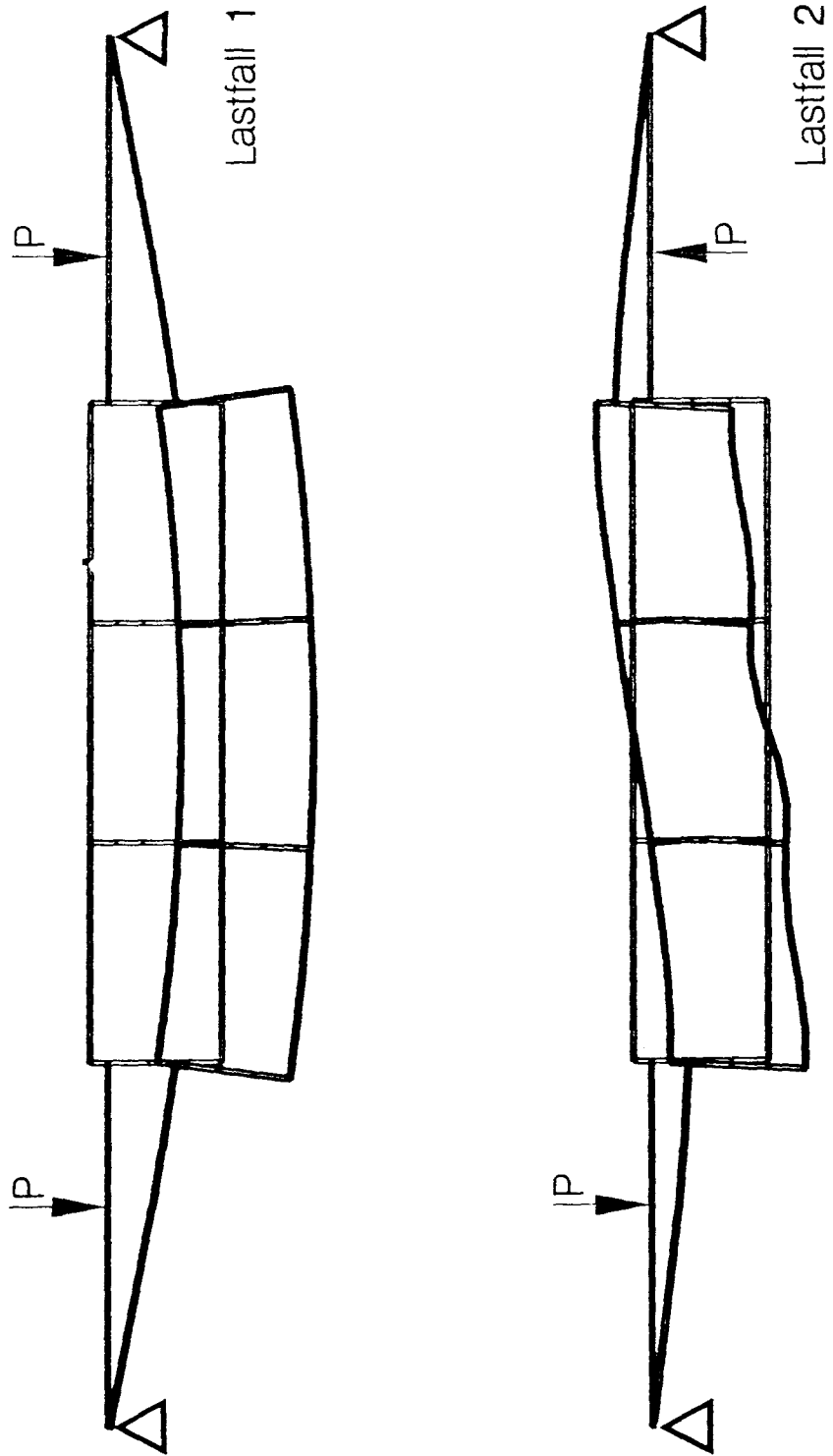


Bild A.11: Verformungen des Vierendeelmodells, Form 2

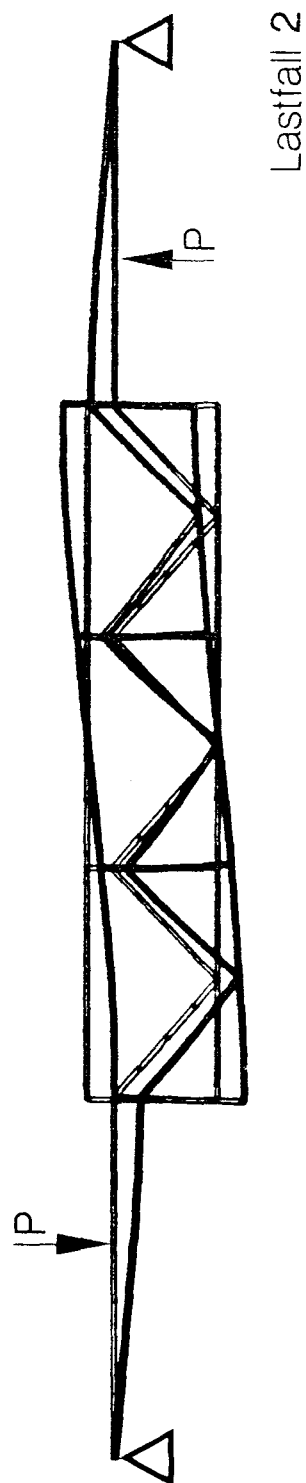
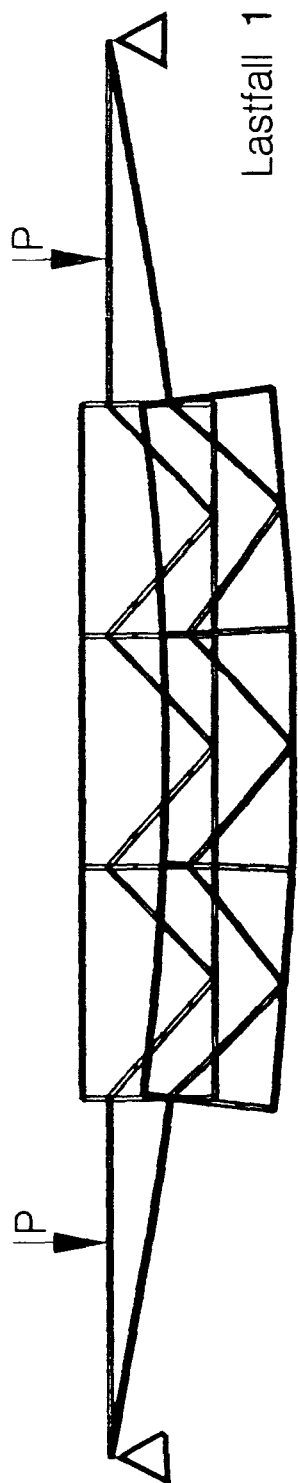


Bild A.12: Verformungen des Vierendeelmodells, Form 3

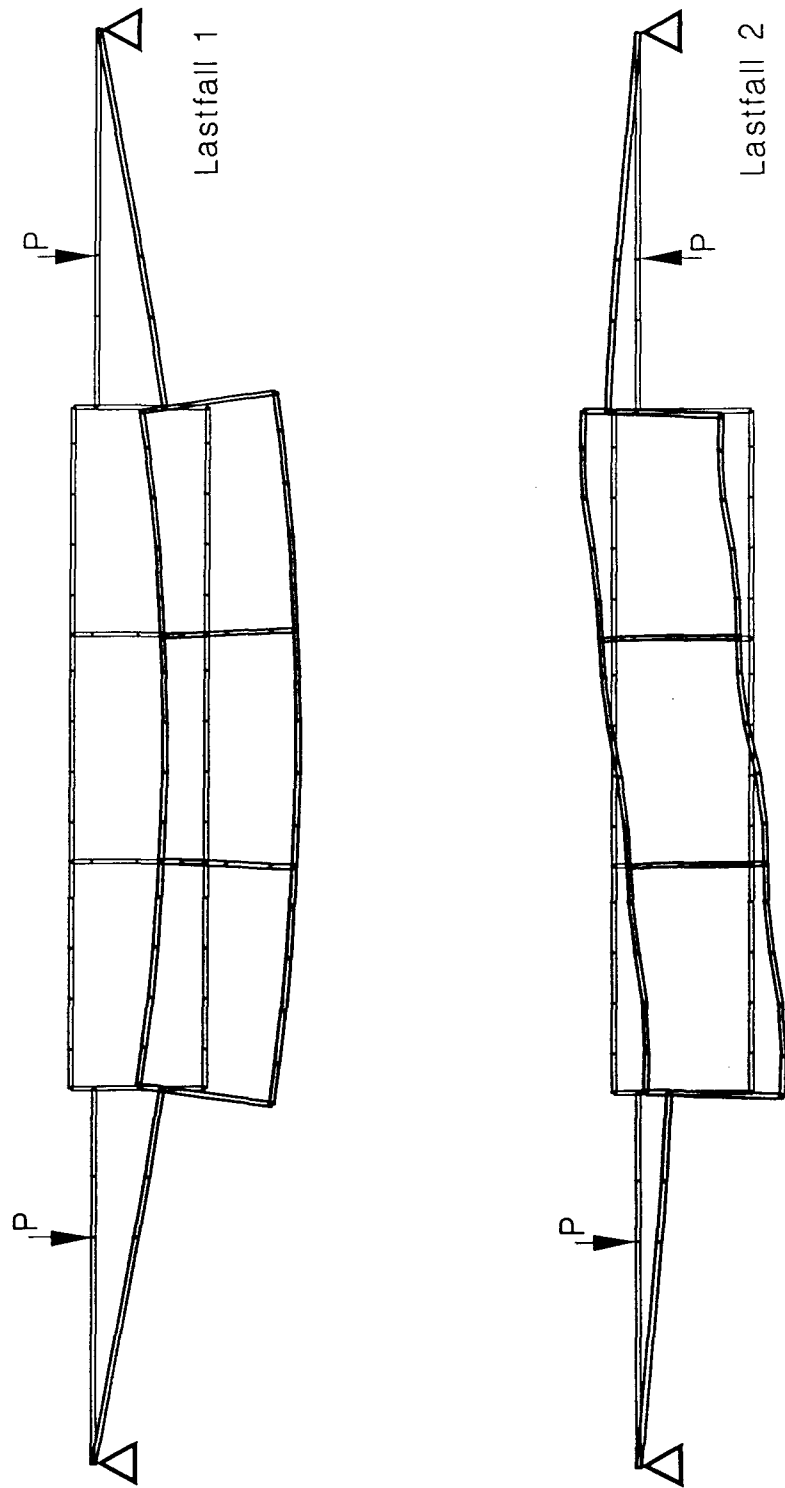


Bild A.13: Verformungen des Vierendeelmodells, Form 4

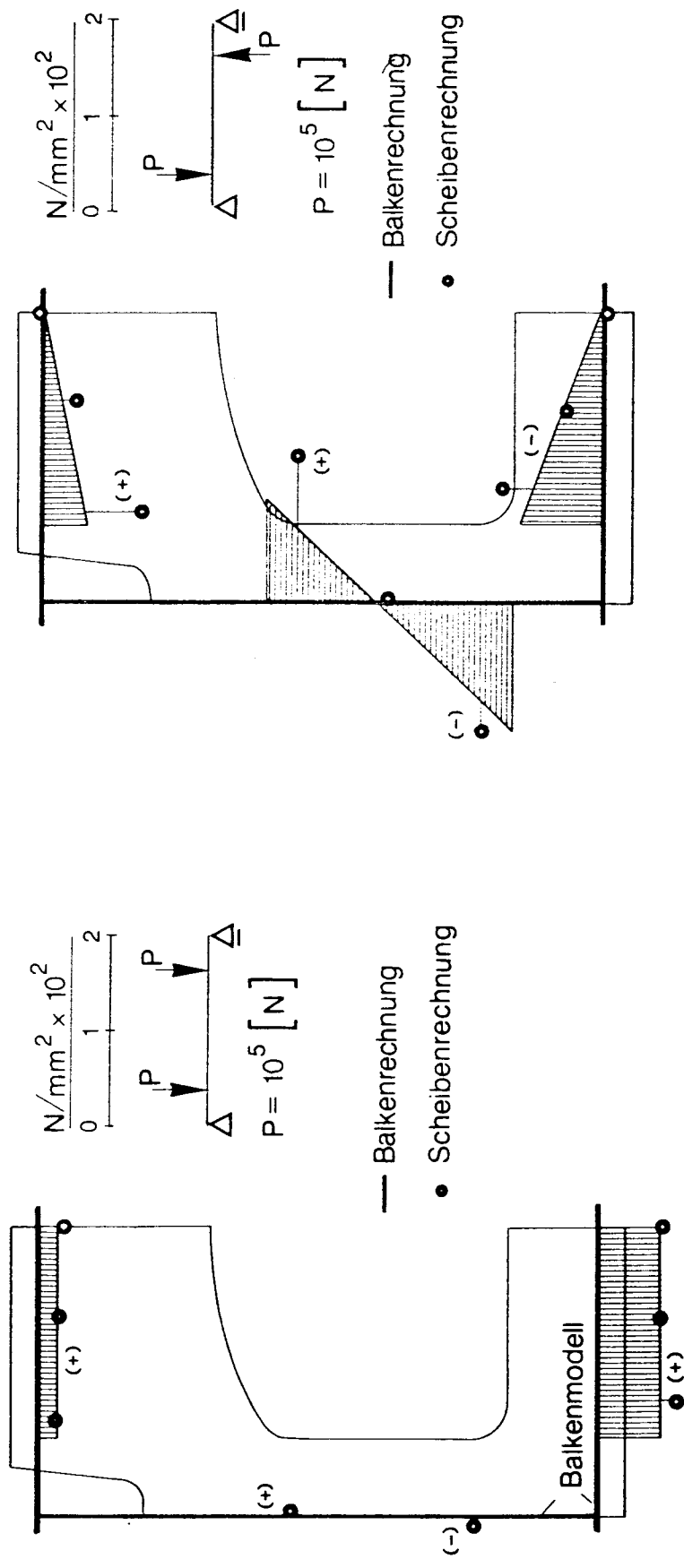


Bild A.14: Spannungsvergleich Balken– Scheibenrechnung, Form 1

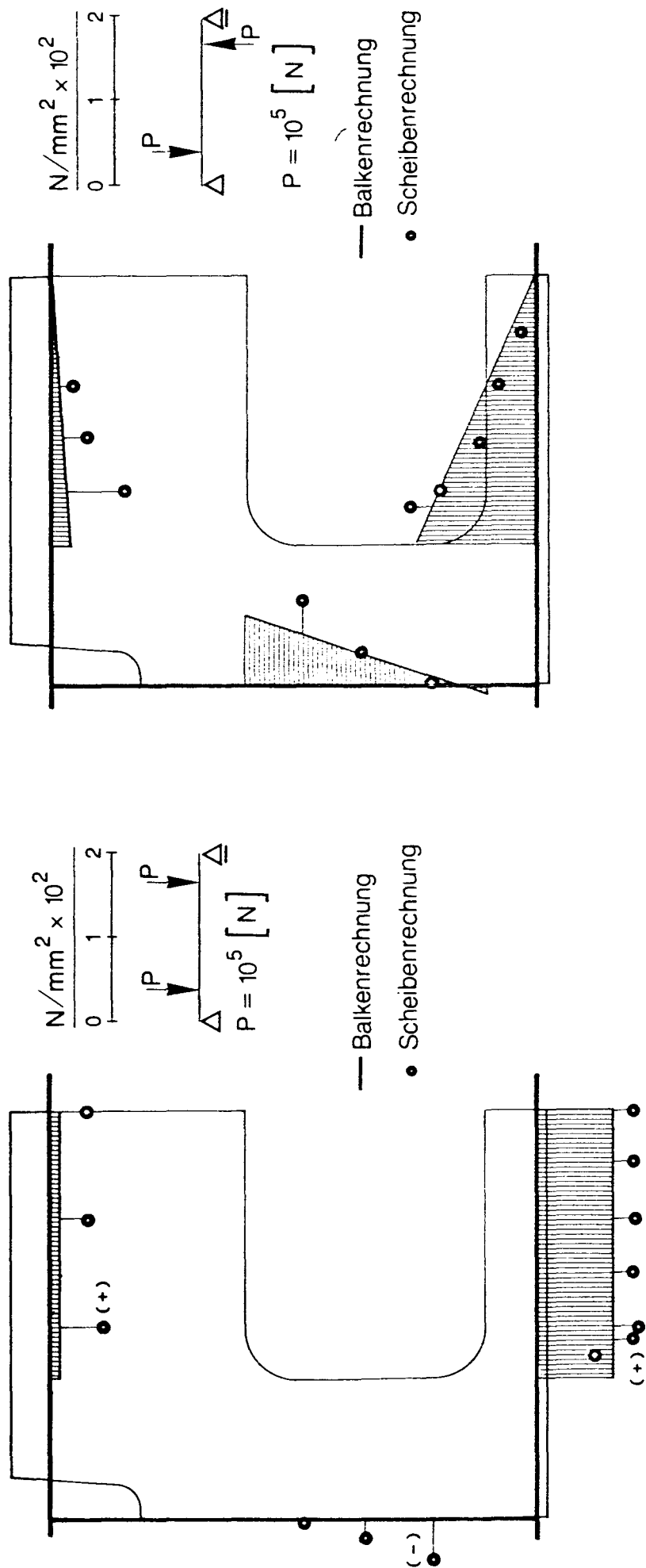


Bild A.15: Spannungsvergleich Balken– Scheibenrechnung, Form 2

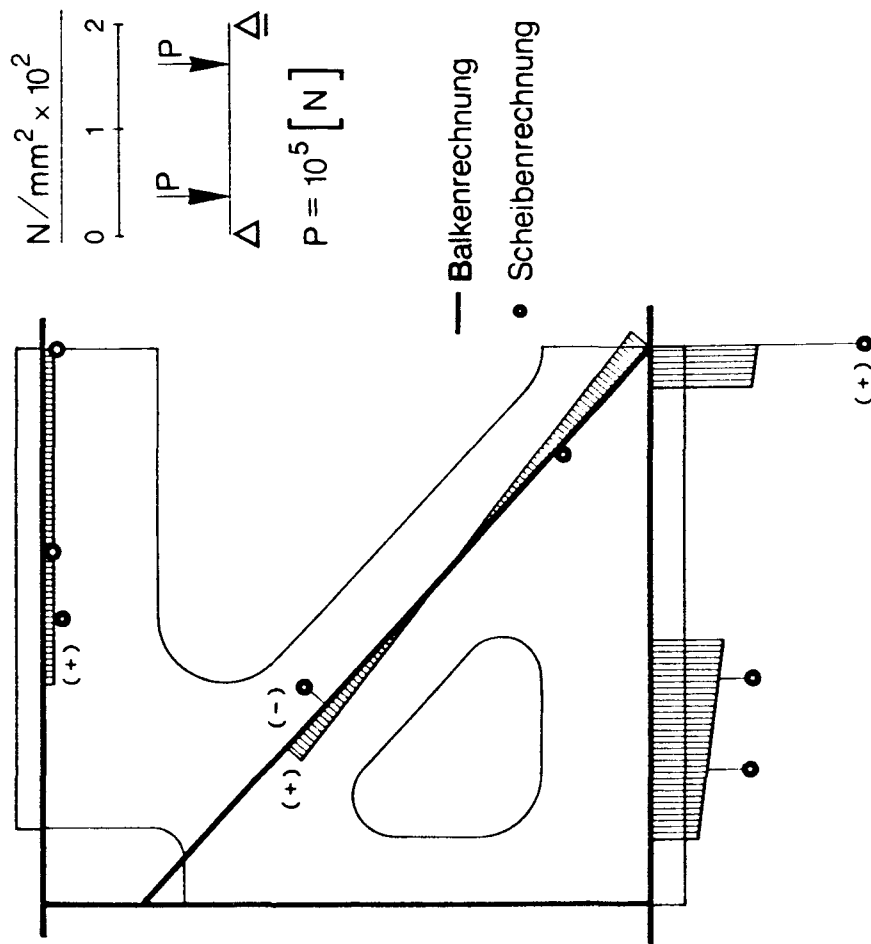
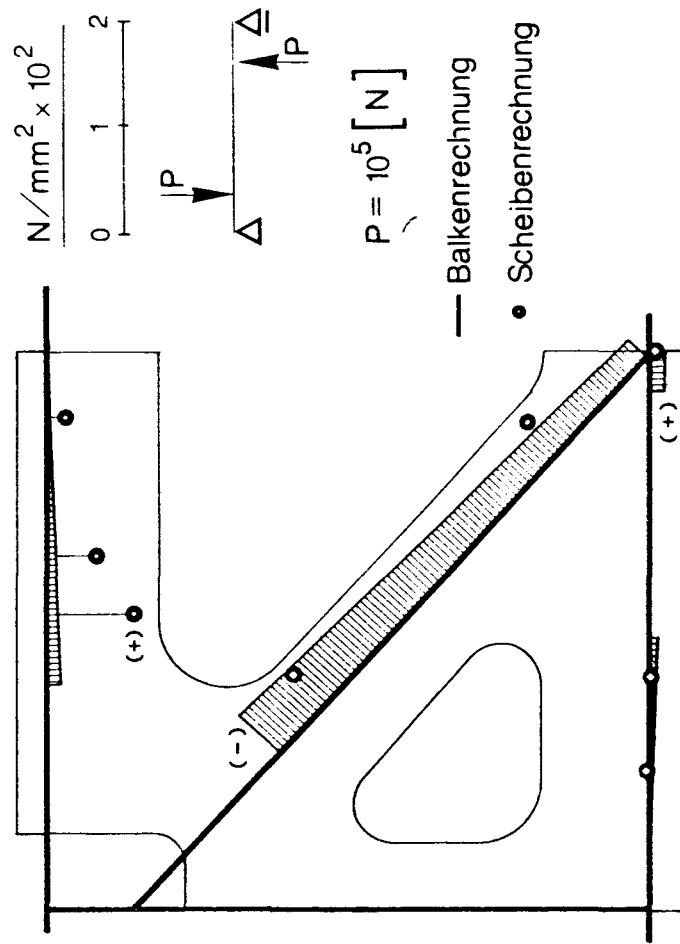


Bild A.16: Spannungsvergleich Balken- Scheibenrechnung, Form 3

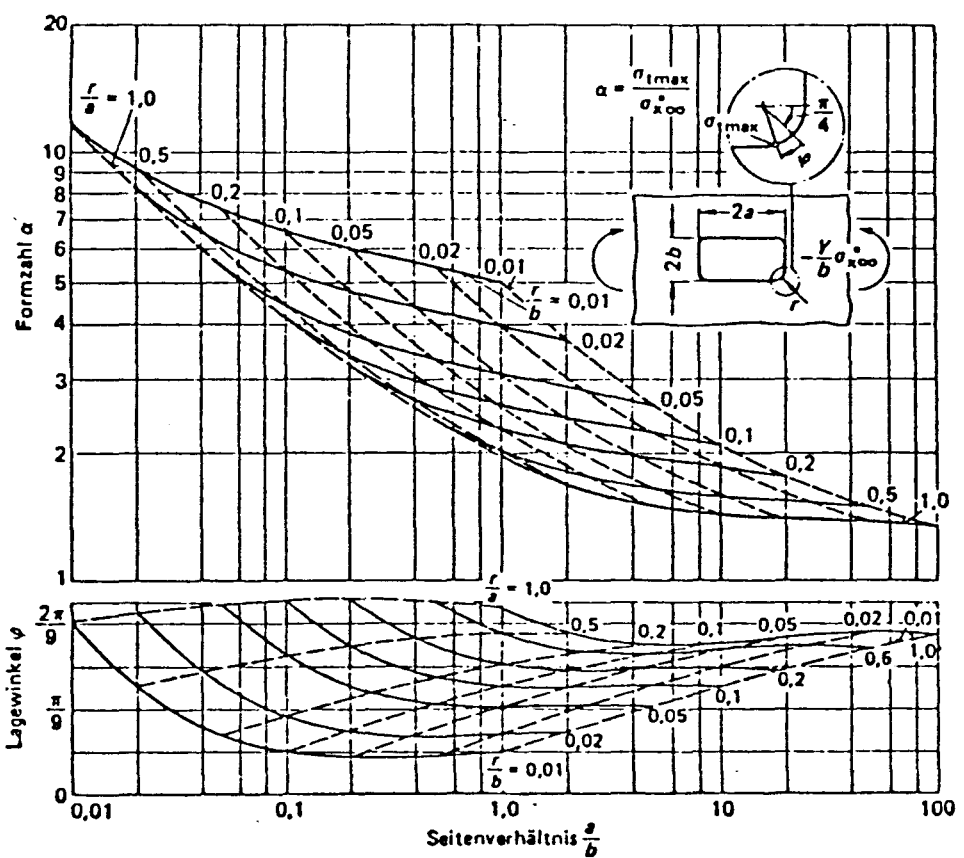
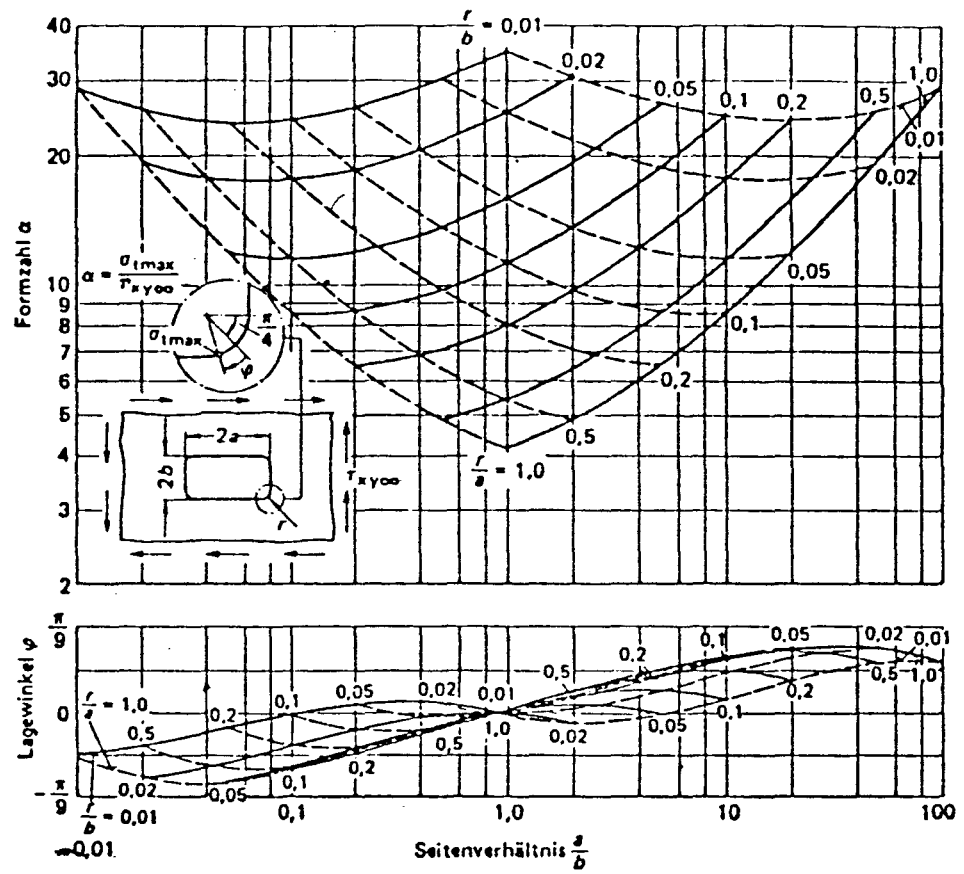


Bild A.17: Formzahldiagramme für Form 1 und 2

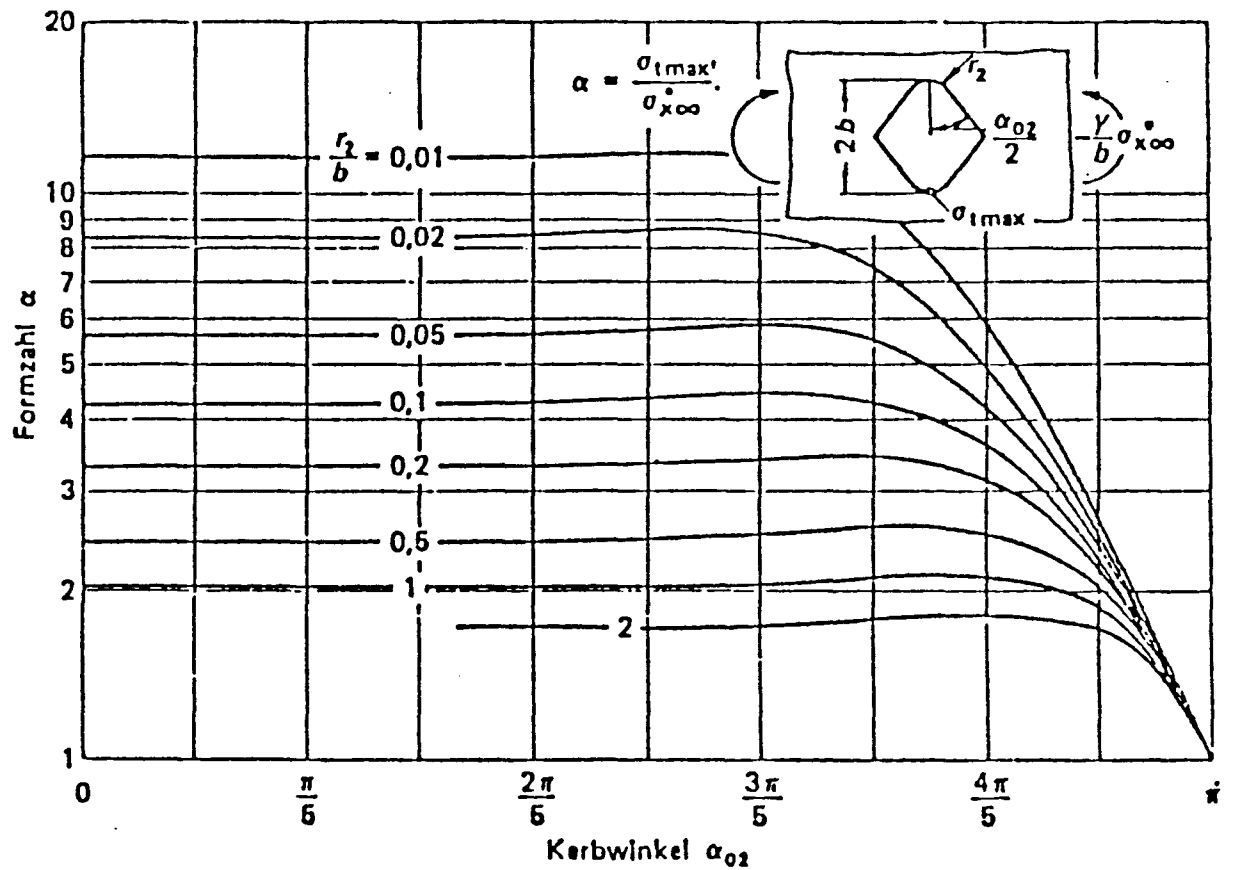
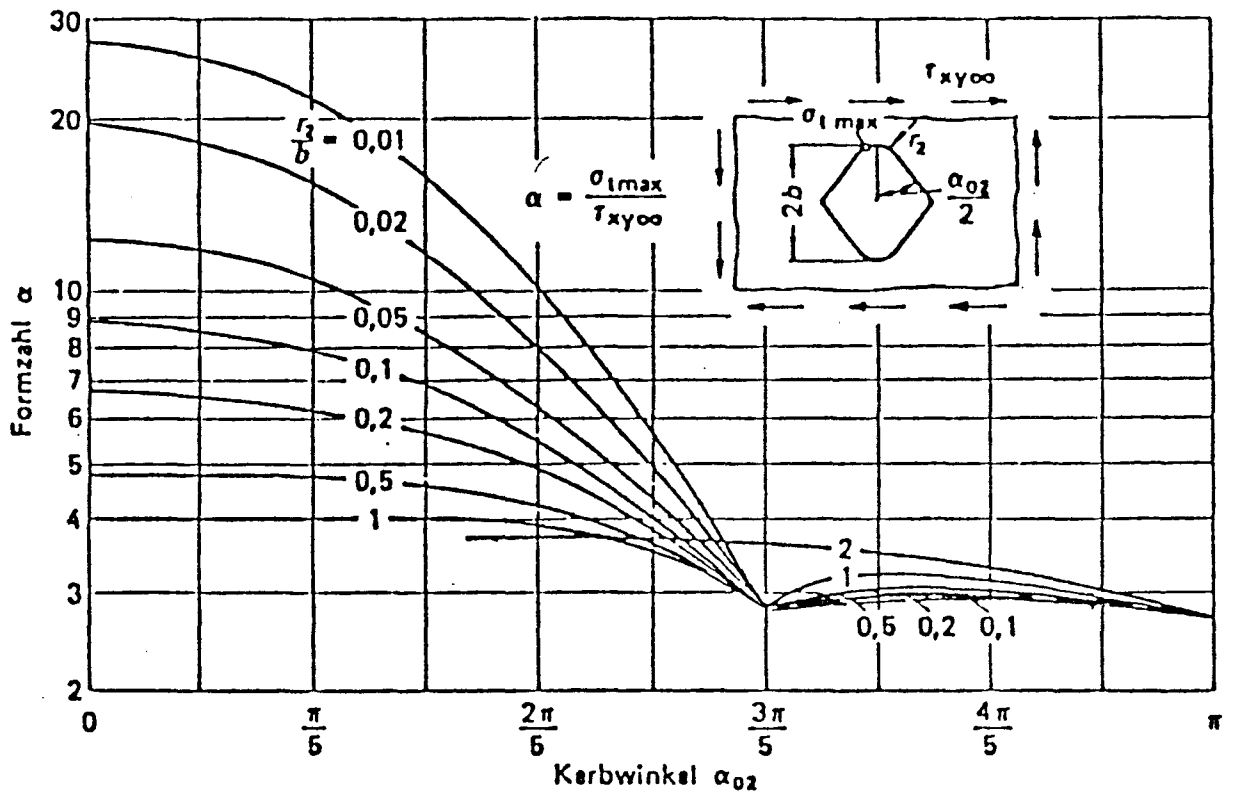


Bild A.18: Formzahldiagramme für Form 3

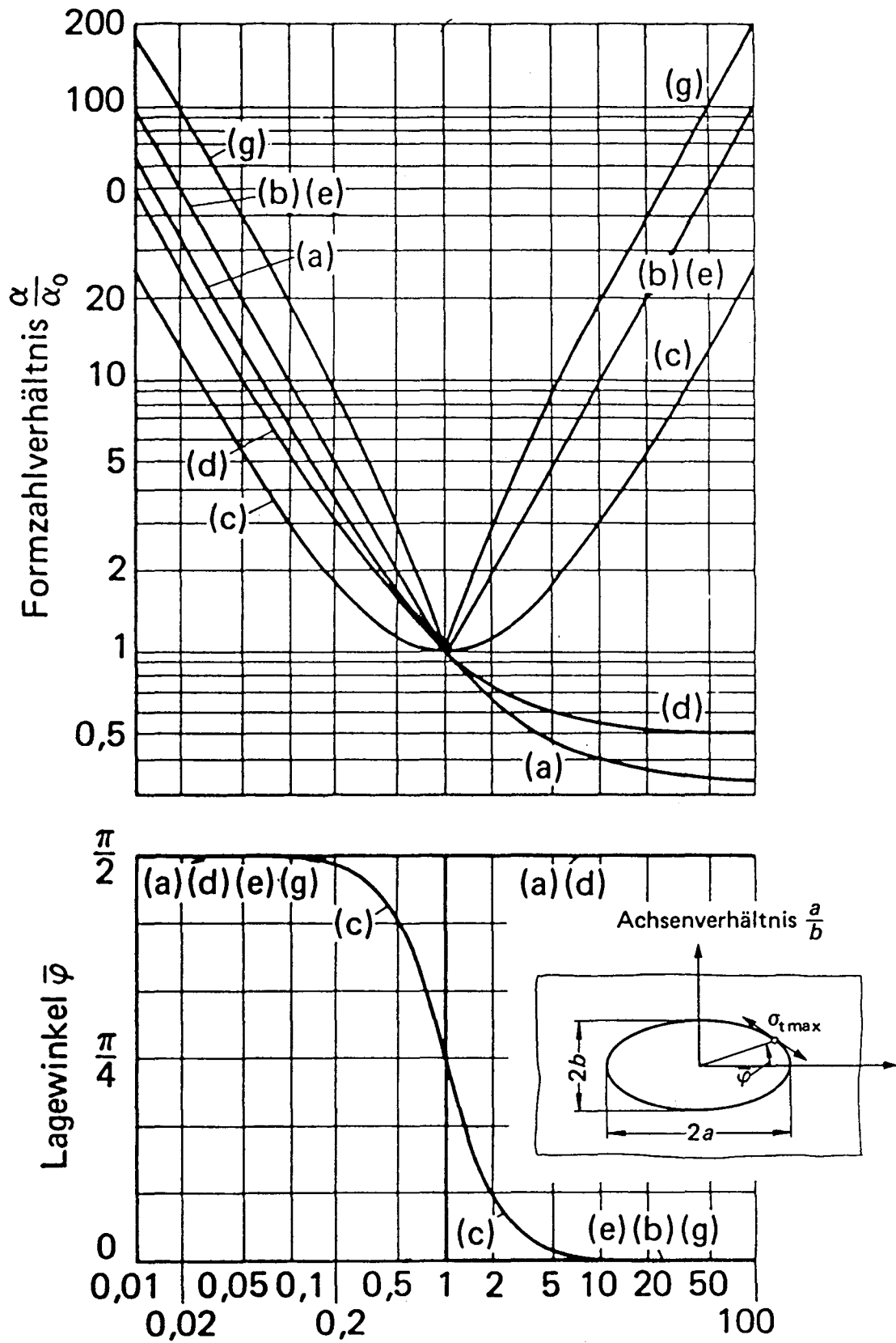


Bild A.19: Formzahl- und Lagewinkel diagramme für Form 4

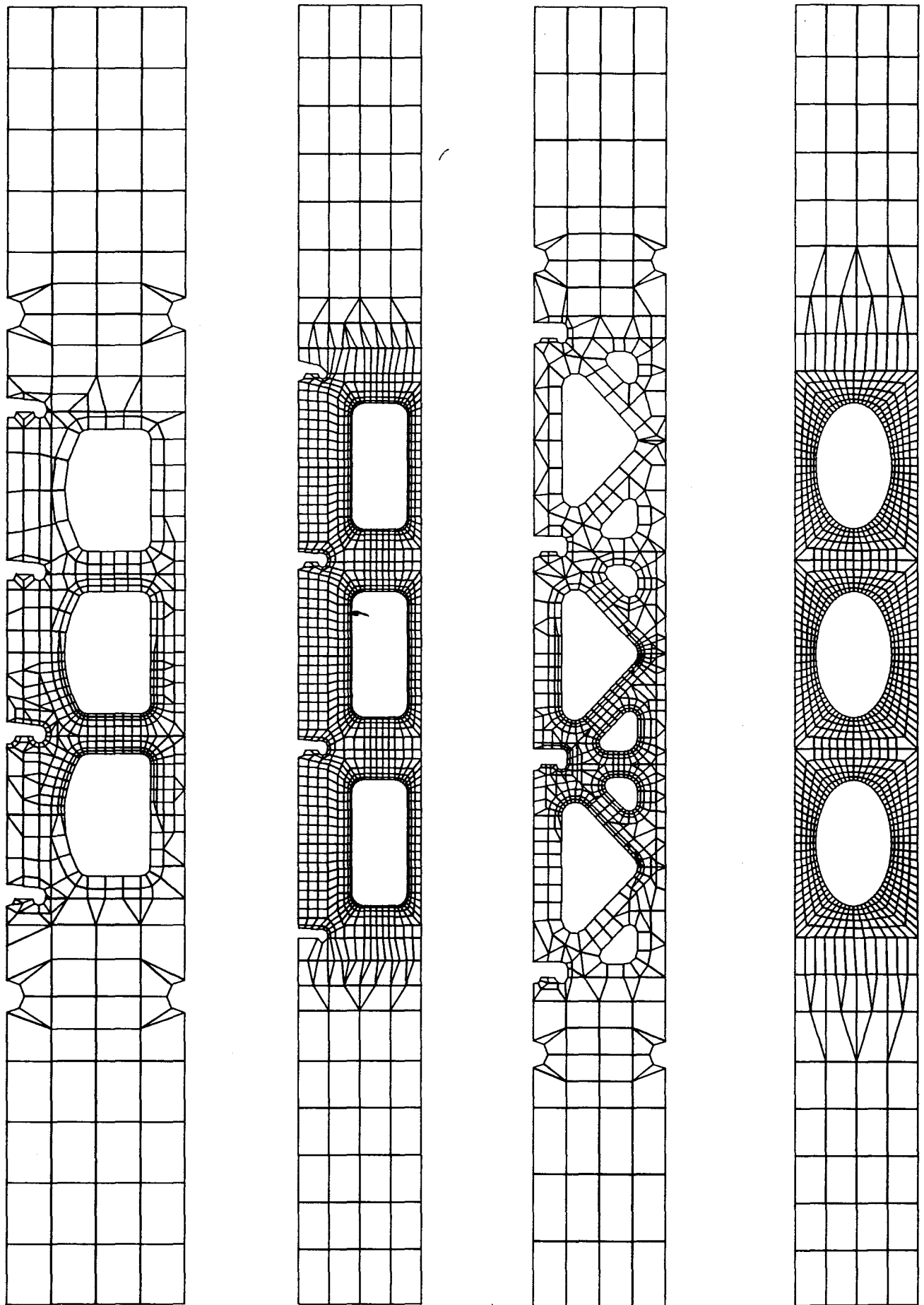


Bild A.20: FE-Netze für die Stege

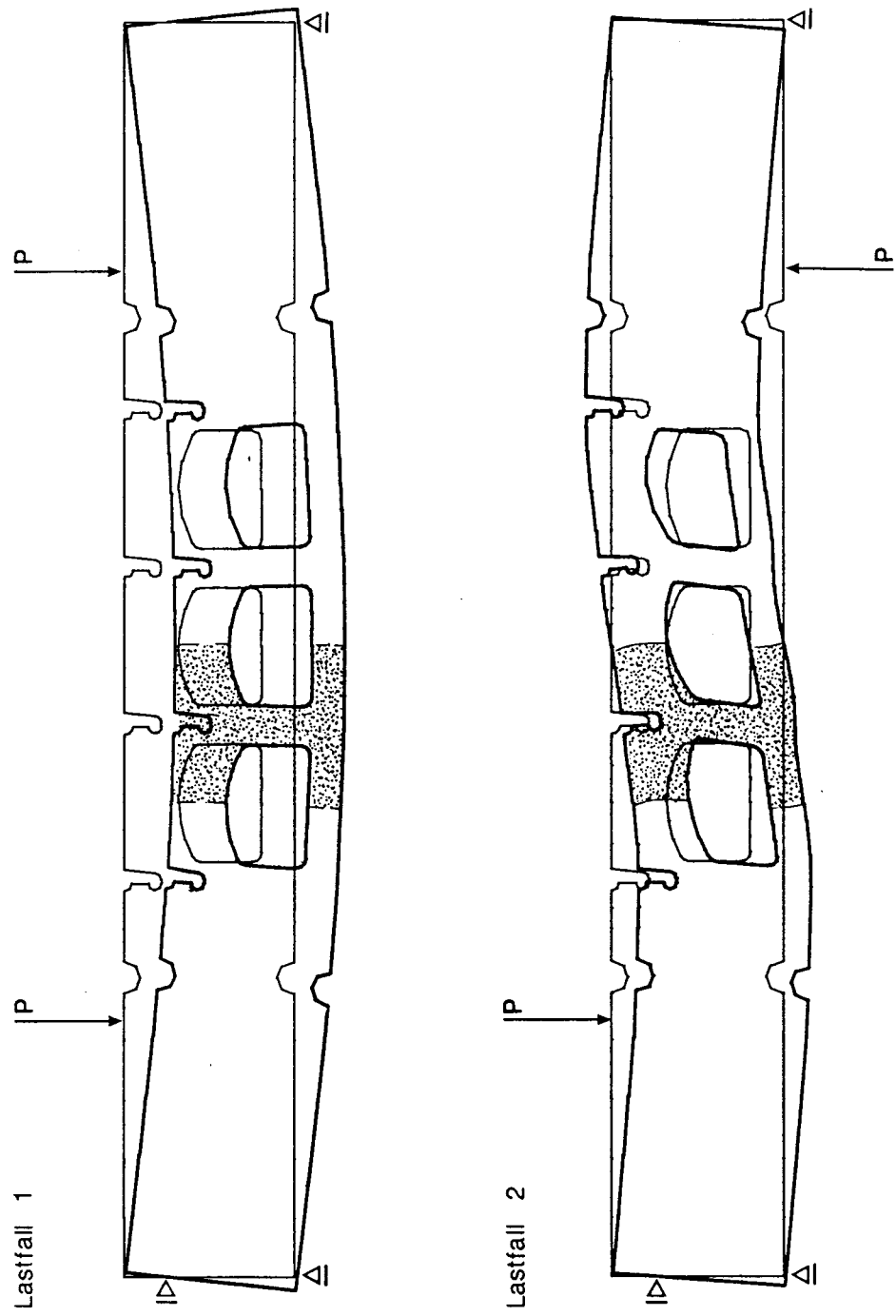


Bild A.21: Verformungen nach FEM, Form 1

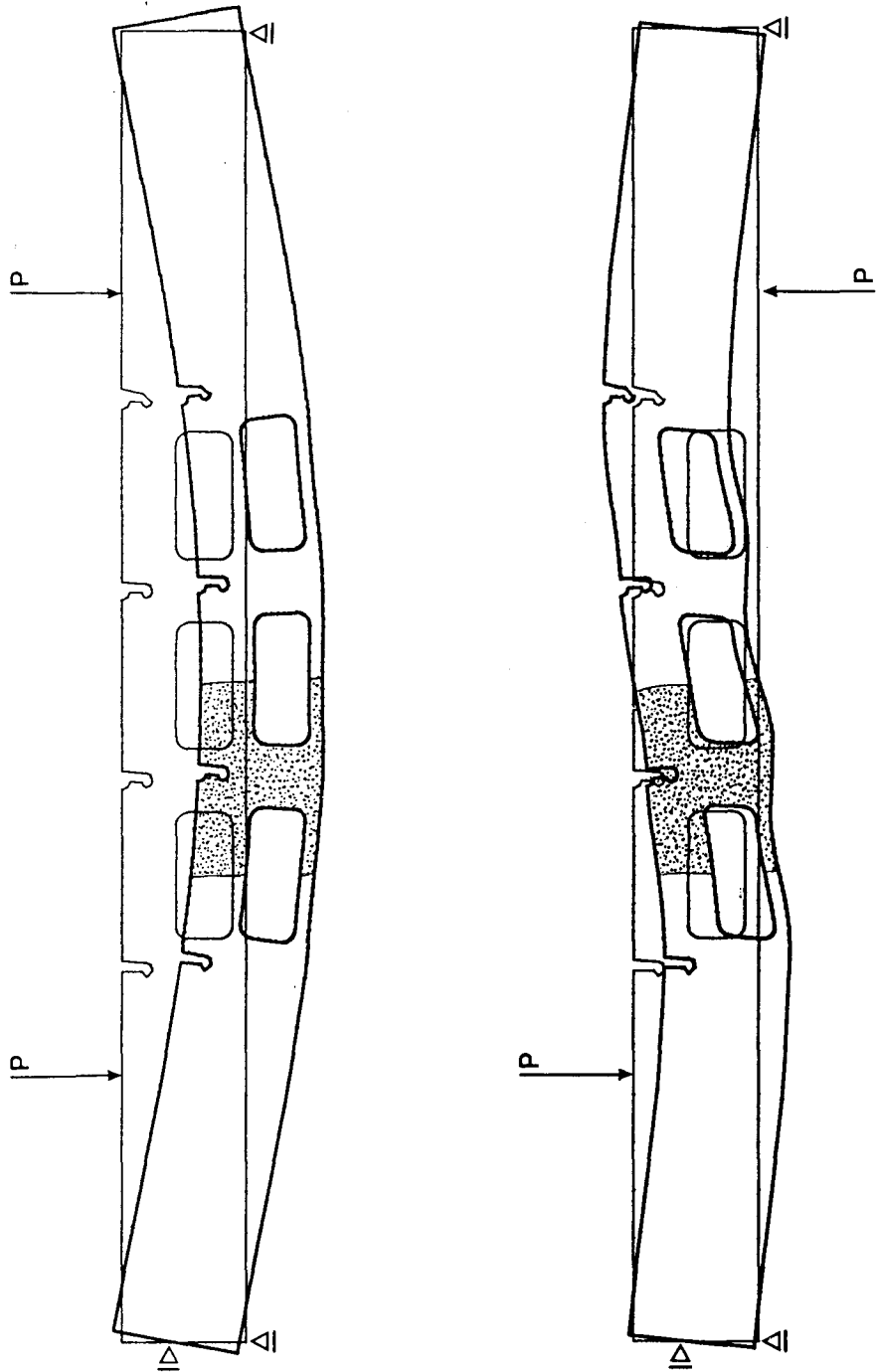


Bild A.22: Verformungen nach FEM, Form 2

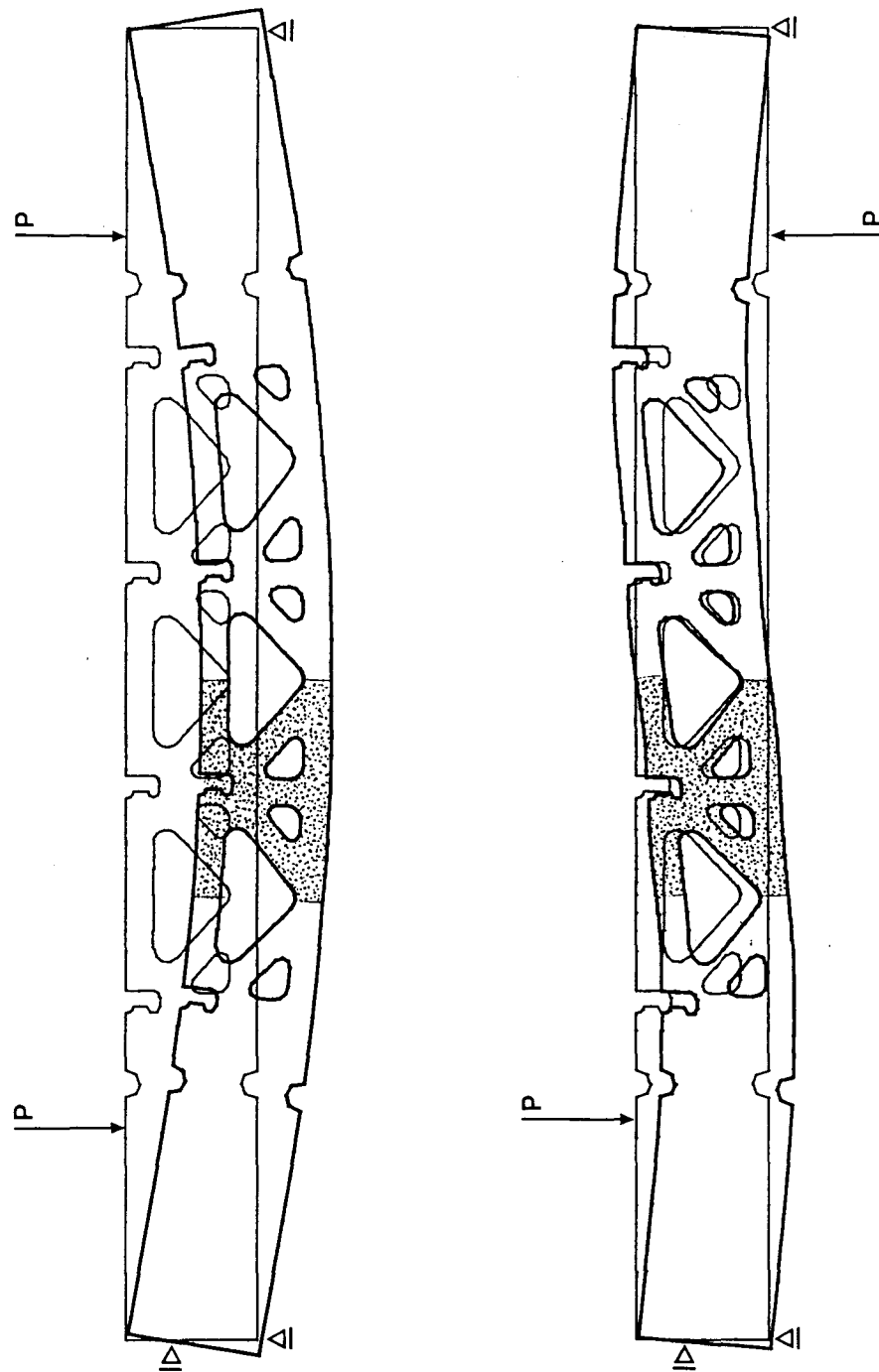


Bild A.23: Verformungen nach FEM, Form 3

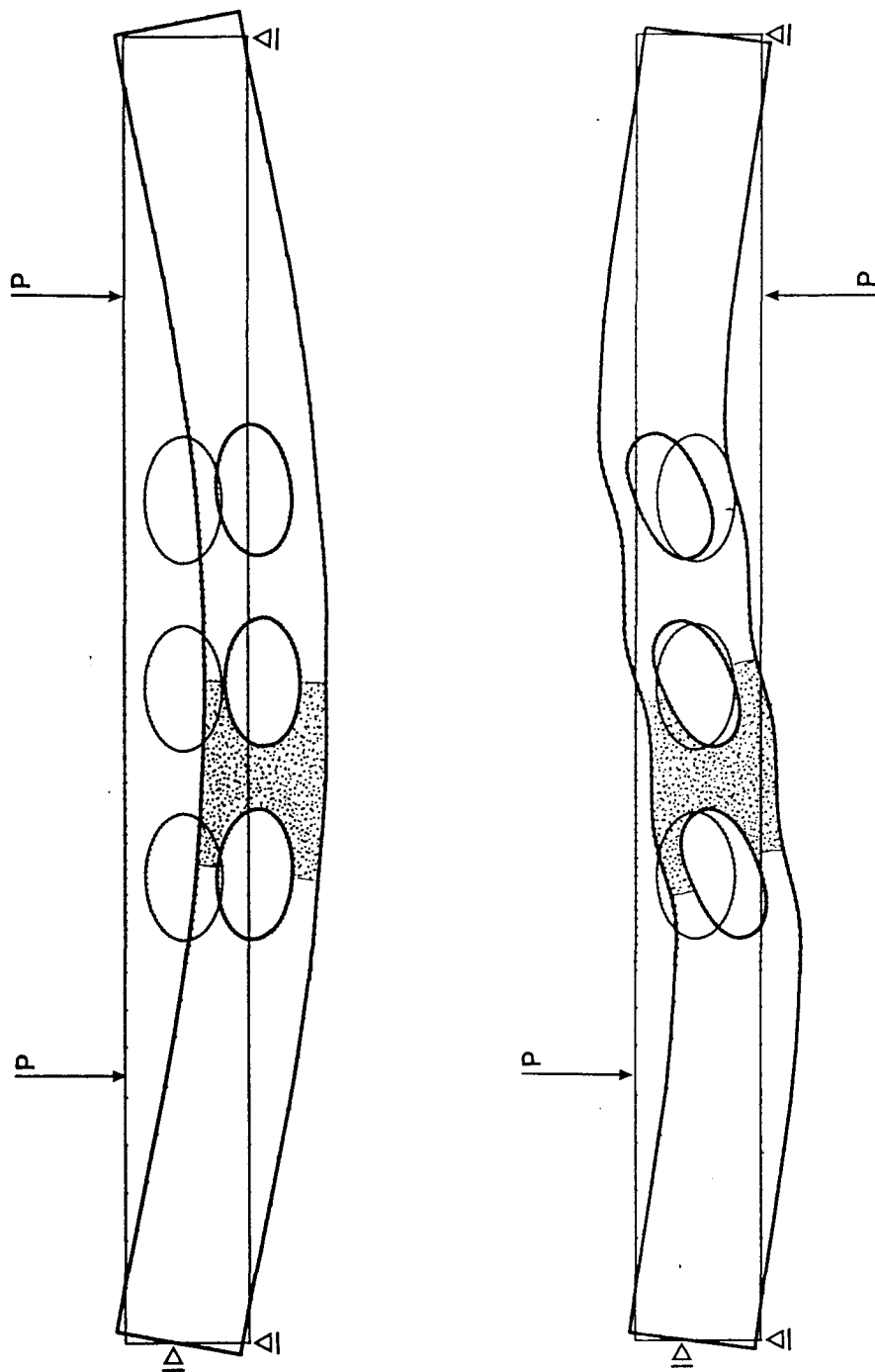


Bild A.24: Verformungen nach FEM, Form 4

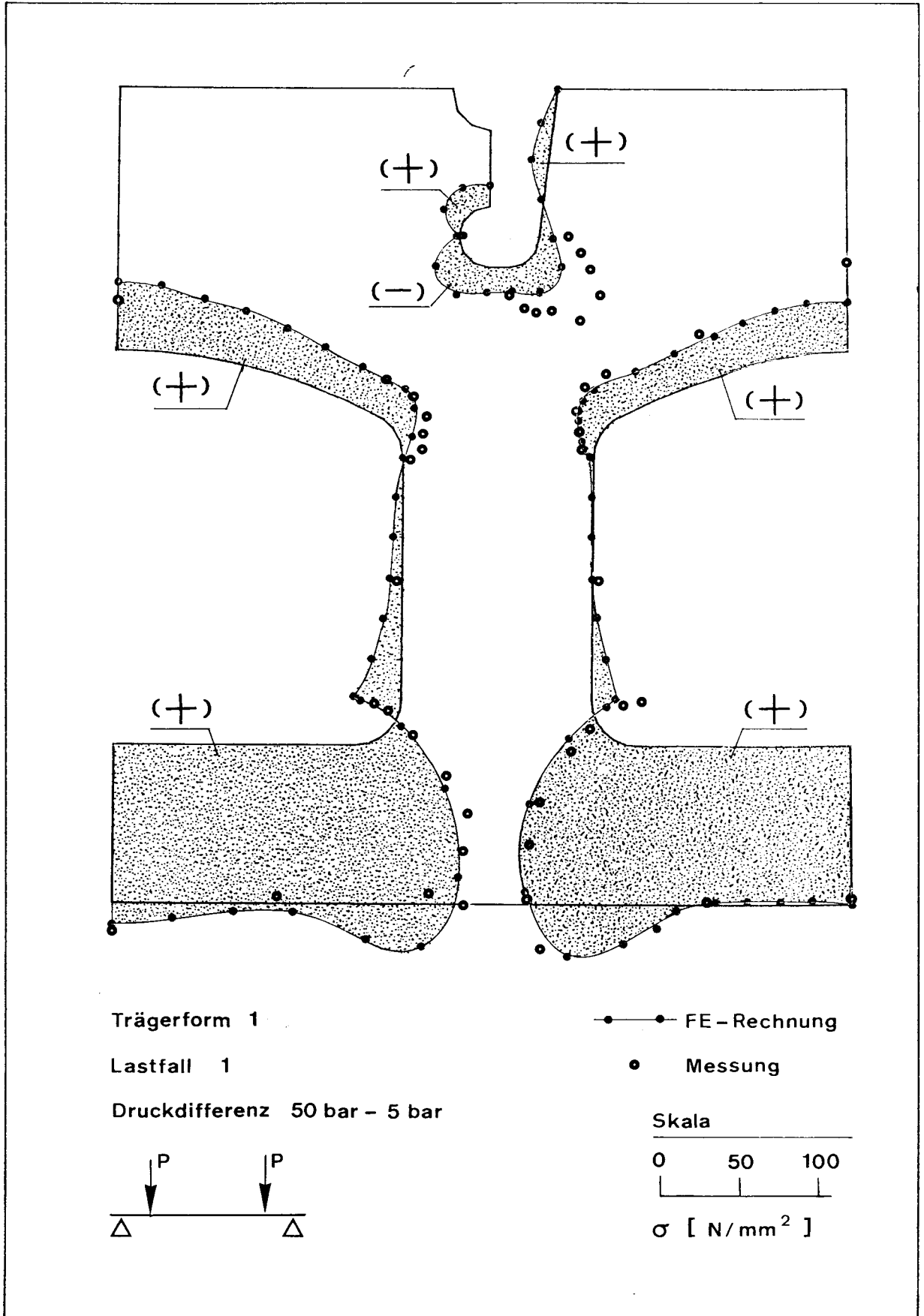


Bild A.25: Randspannungen FEM-Messung, Form 1

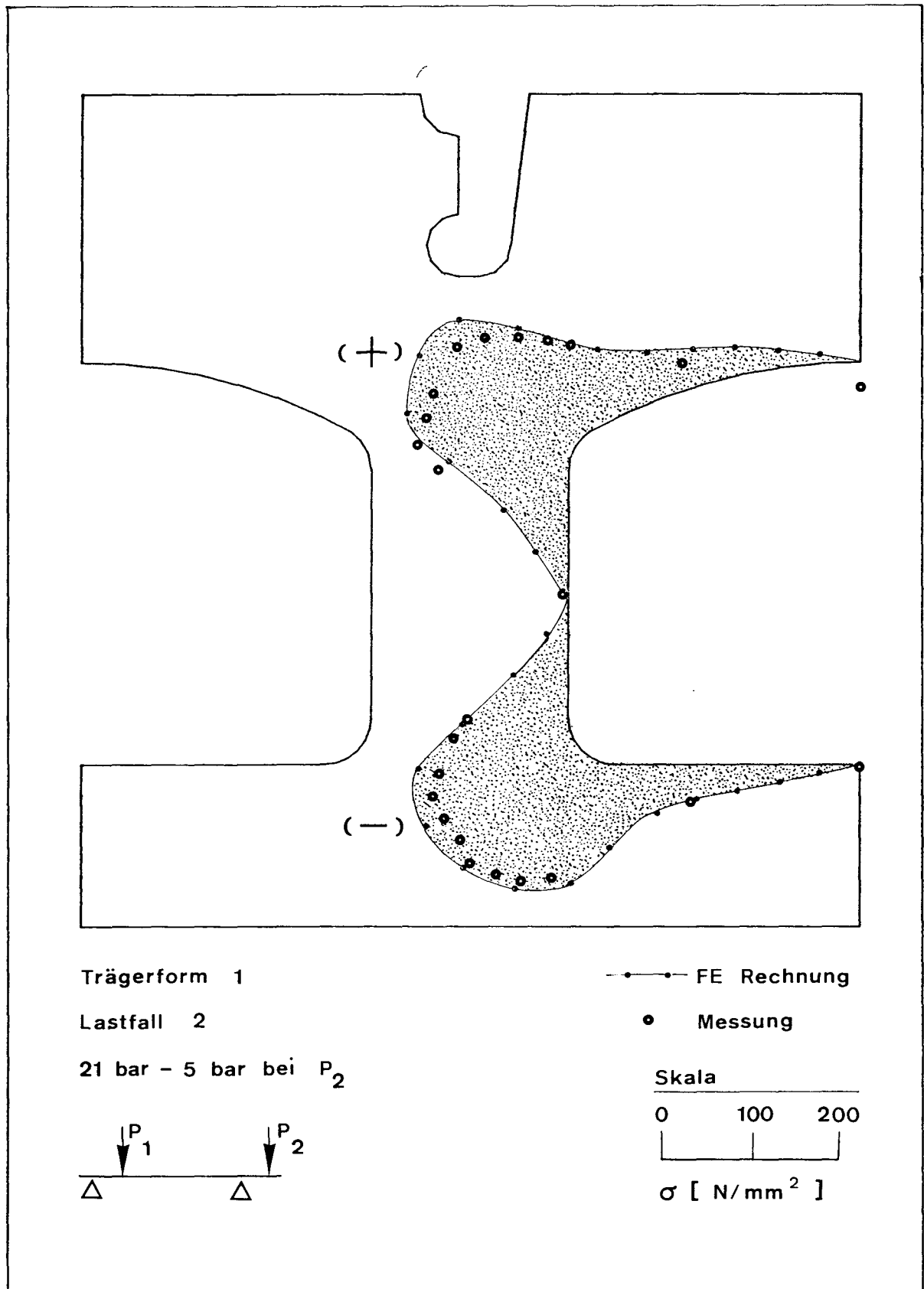


Bild A.26: Randspannungen FEM-Messung, Form 1

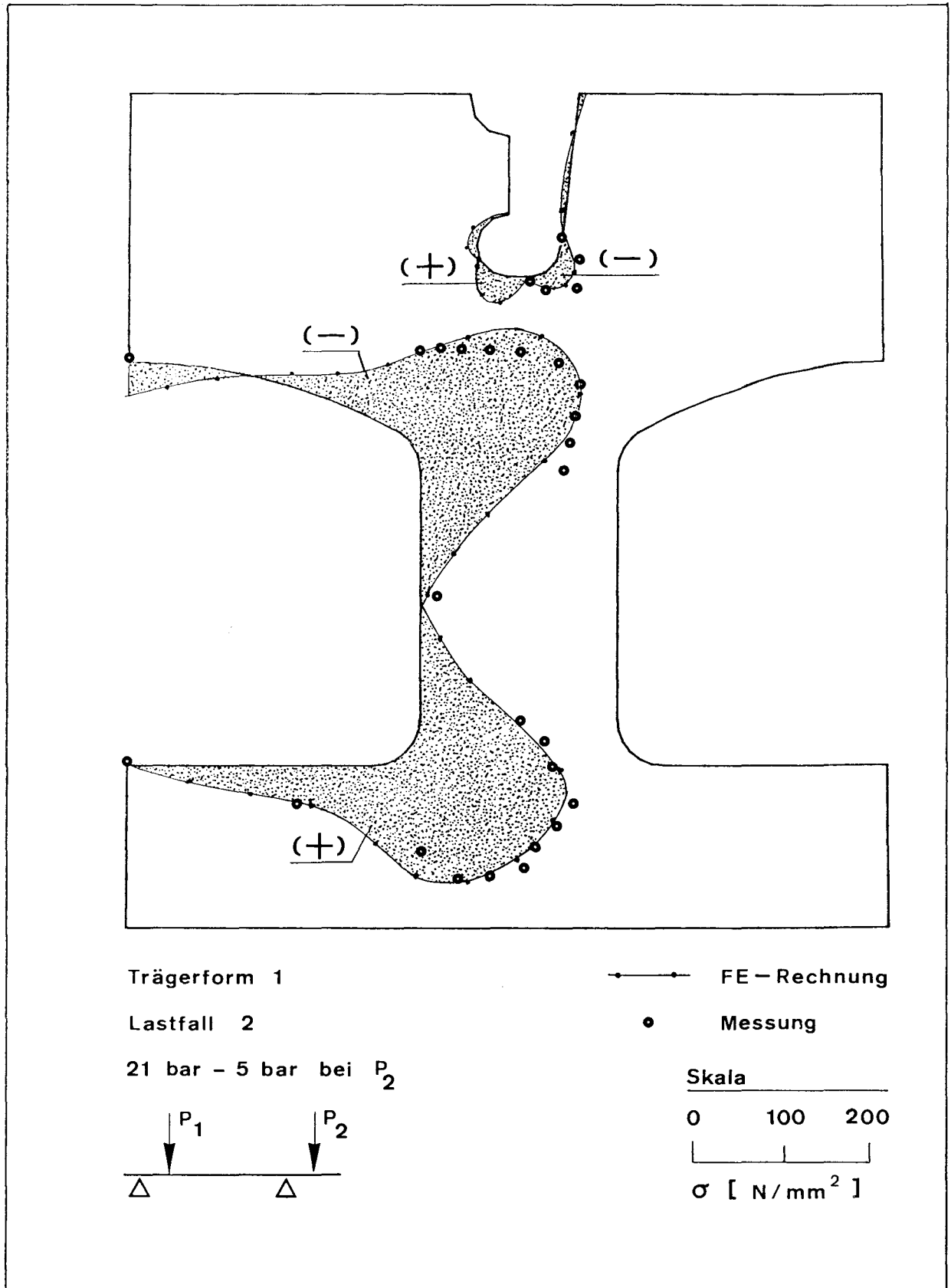
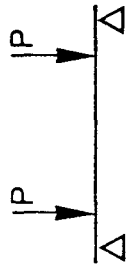


Bild A.27: Randspannungen FEM-Messung, Form 1

Trägerform 2 , Lastfall 1



Druckdifferenz 50 bar - 5 bar

- FE - Rechnung
- Messung

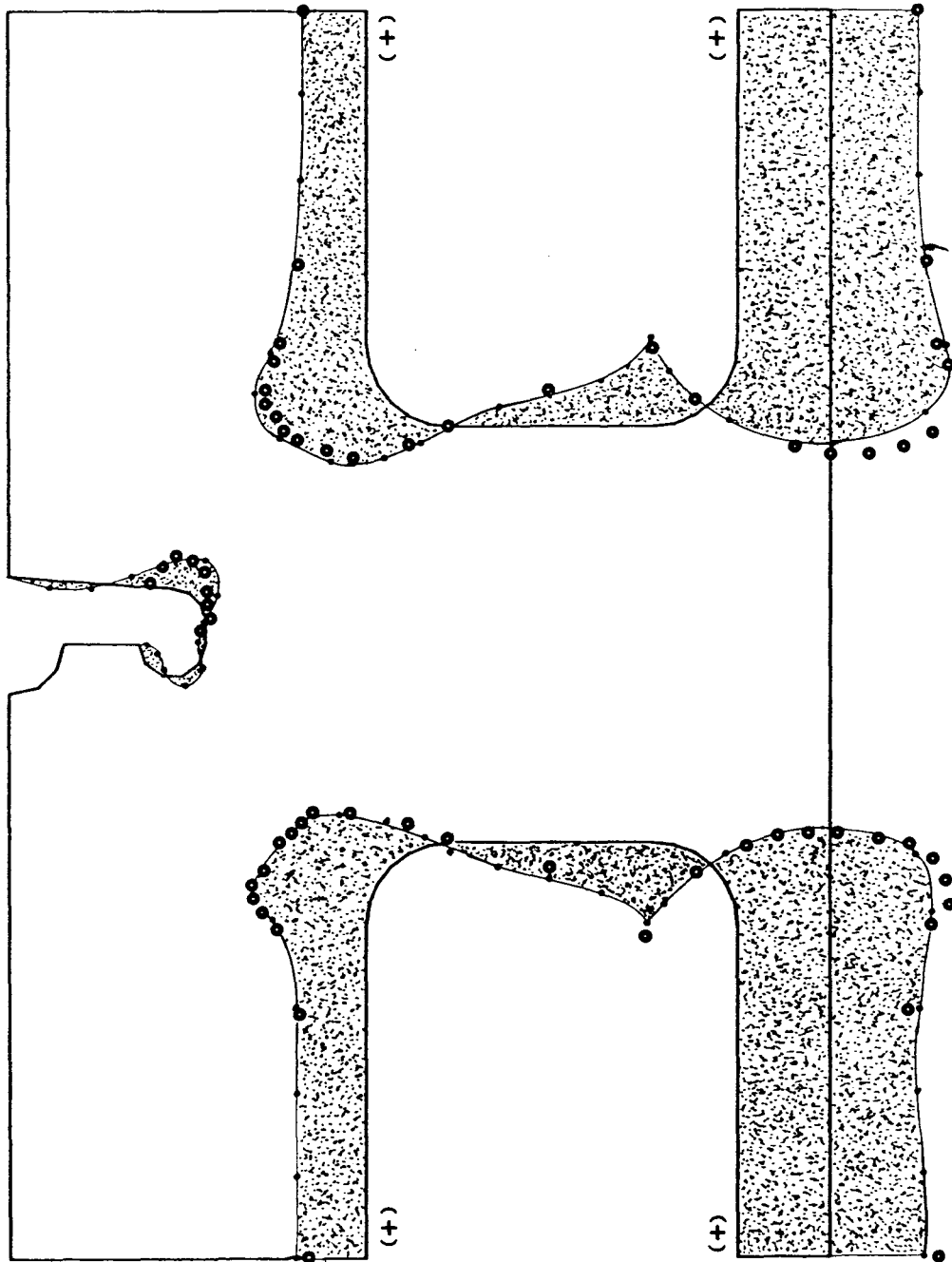
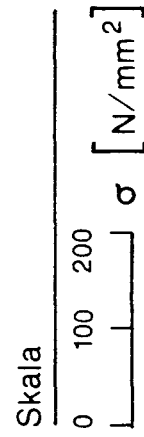
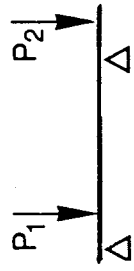
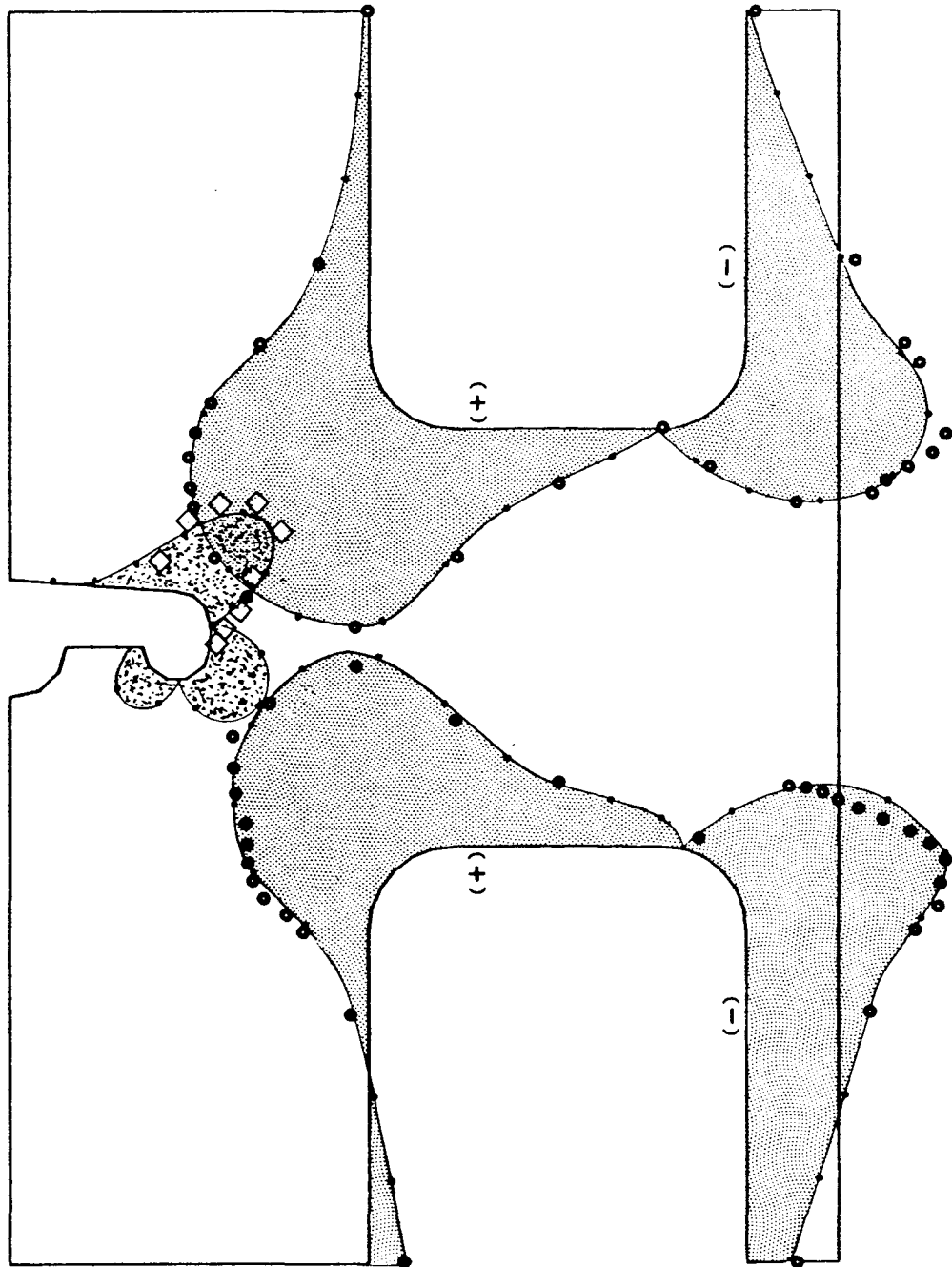


Bild A.28: Randspannungen FEM-Messung, Form 2

Trägerform 2 , Lastfall 2



Druckdifferenz :
30 bar - 5 bar bei P_2

—•— FE - Rechnung

◊ • Messung

Skala

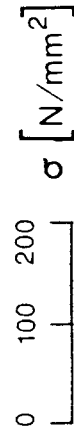
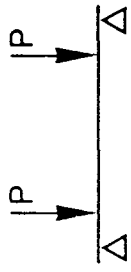


Bild A.29: Randspannungen FEM-Messung, Form 2

Trägerform 3 , Lastfall 1



Druckdifferenz 45 bar – 5 bar

- FE - Rechnung
- Messung

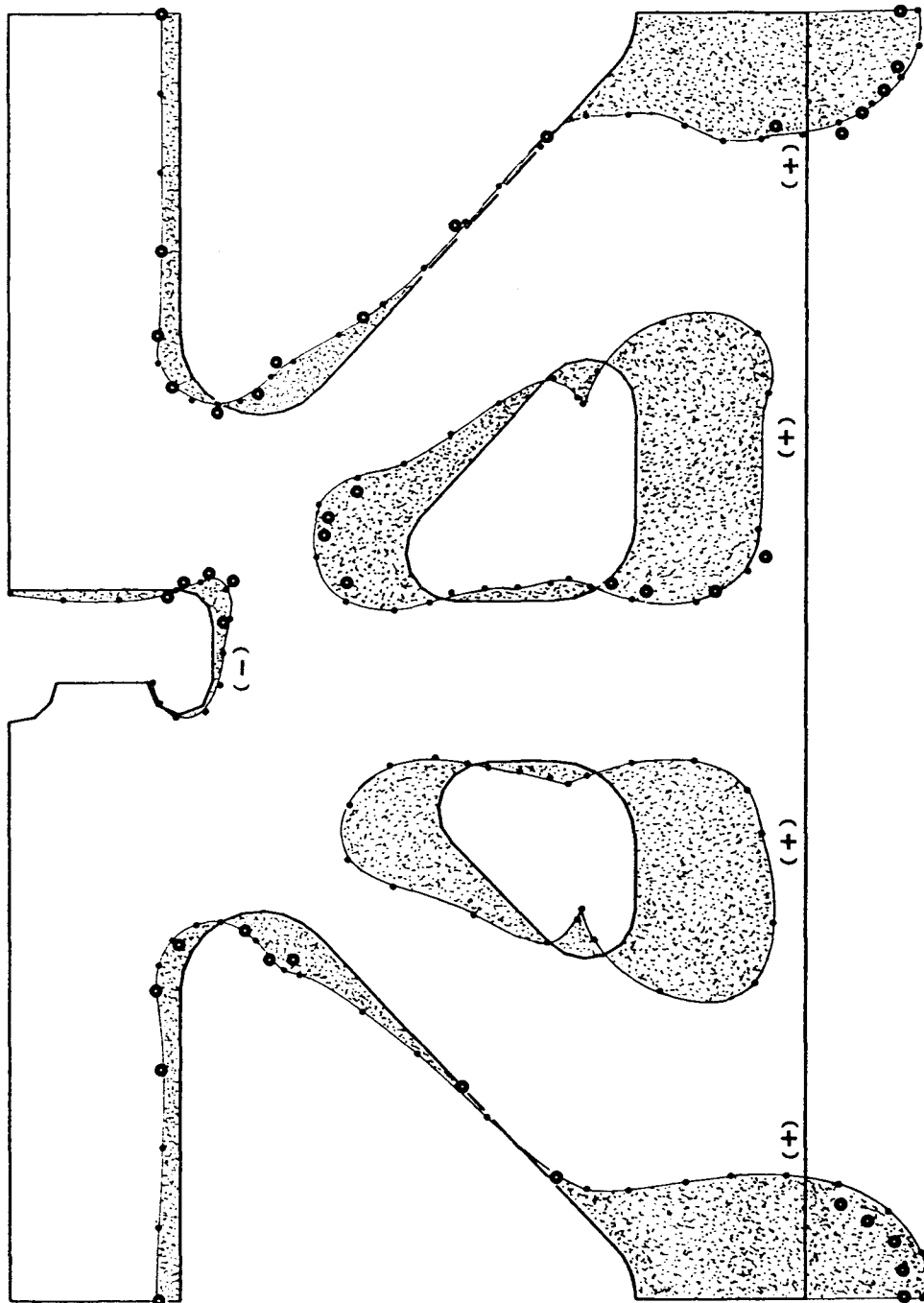
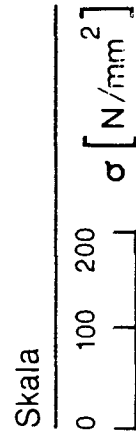


Bild A.30: Randspannungen FEM-Messung, Form 3

Trägerform 3 , Lastfall 2



Druckdifferenz :
30 bar – 5 bar bei P_2

- FE-Rechnung
- ◊ • Messung

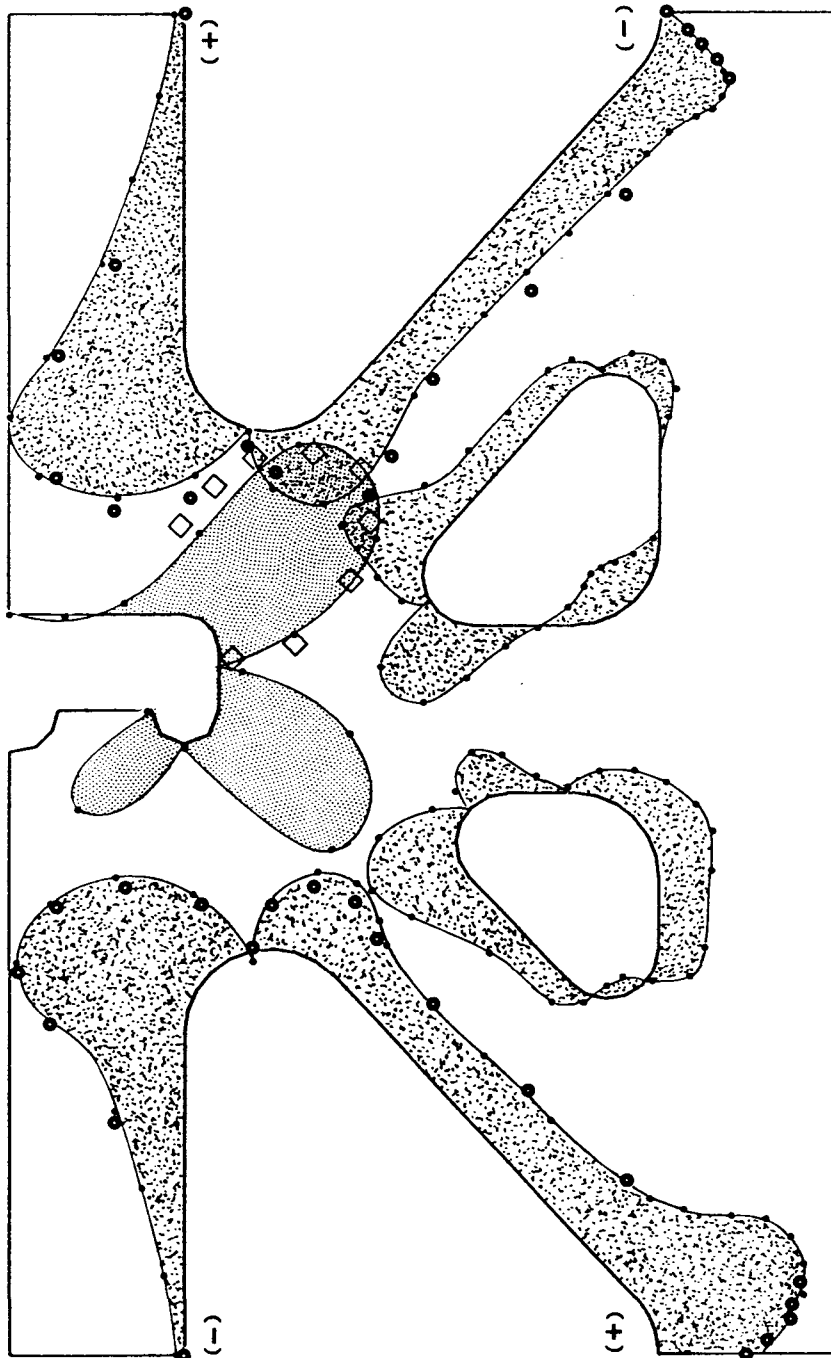
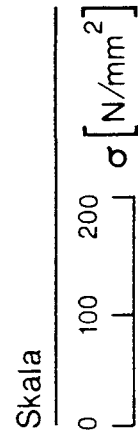
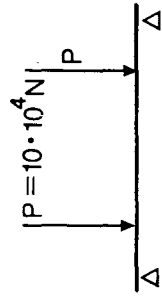


Bild A.31: Randspannungen FEM-Messung, Form 3

Trägerform 4, Lastfall 1



FE - Rechnung

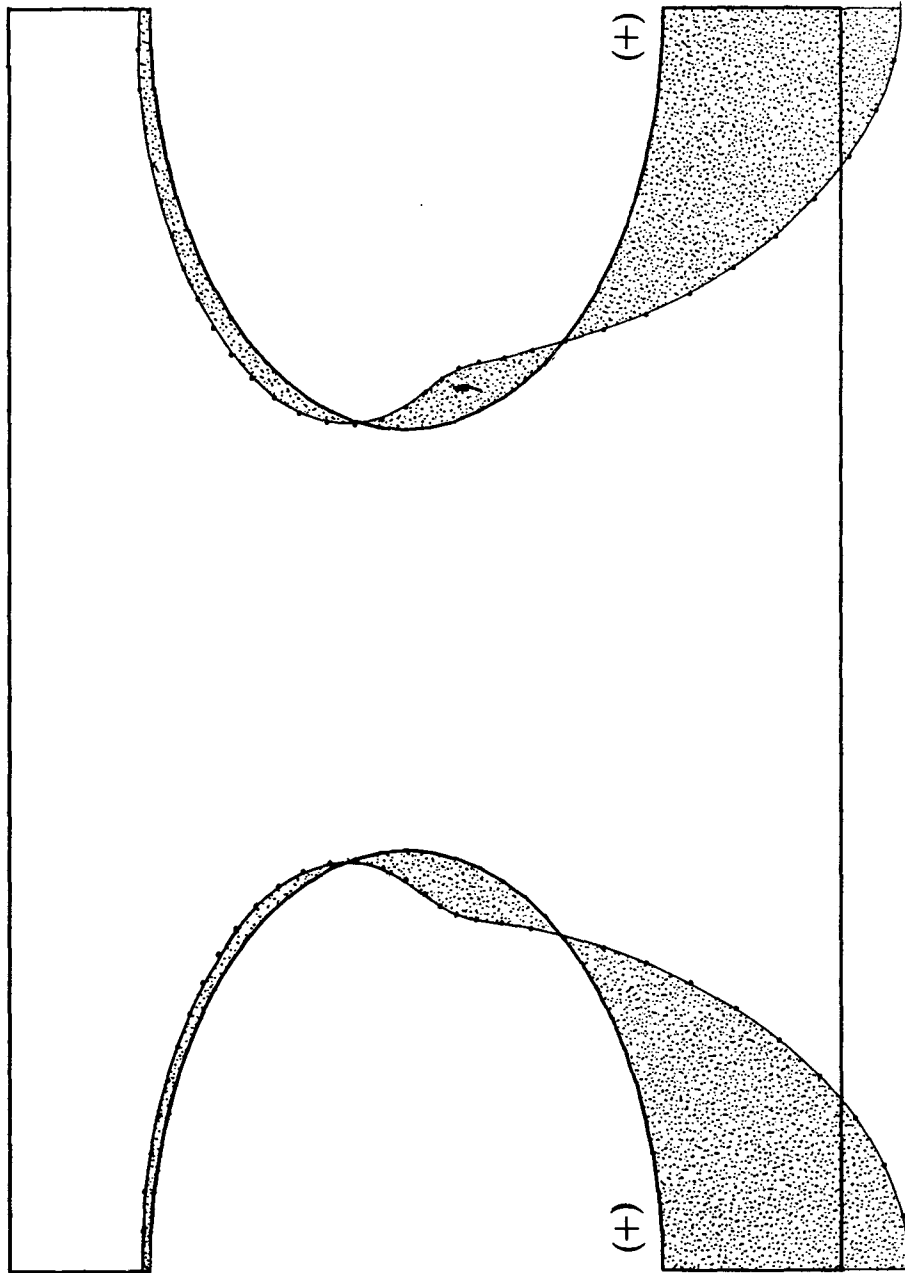
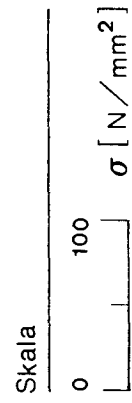


Bild A.32: Randspannungen FEM, Form 4

Trägerform 4, Lastfall 2



FE - Rechnung

Skala

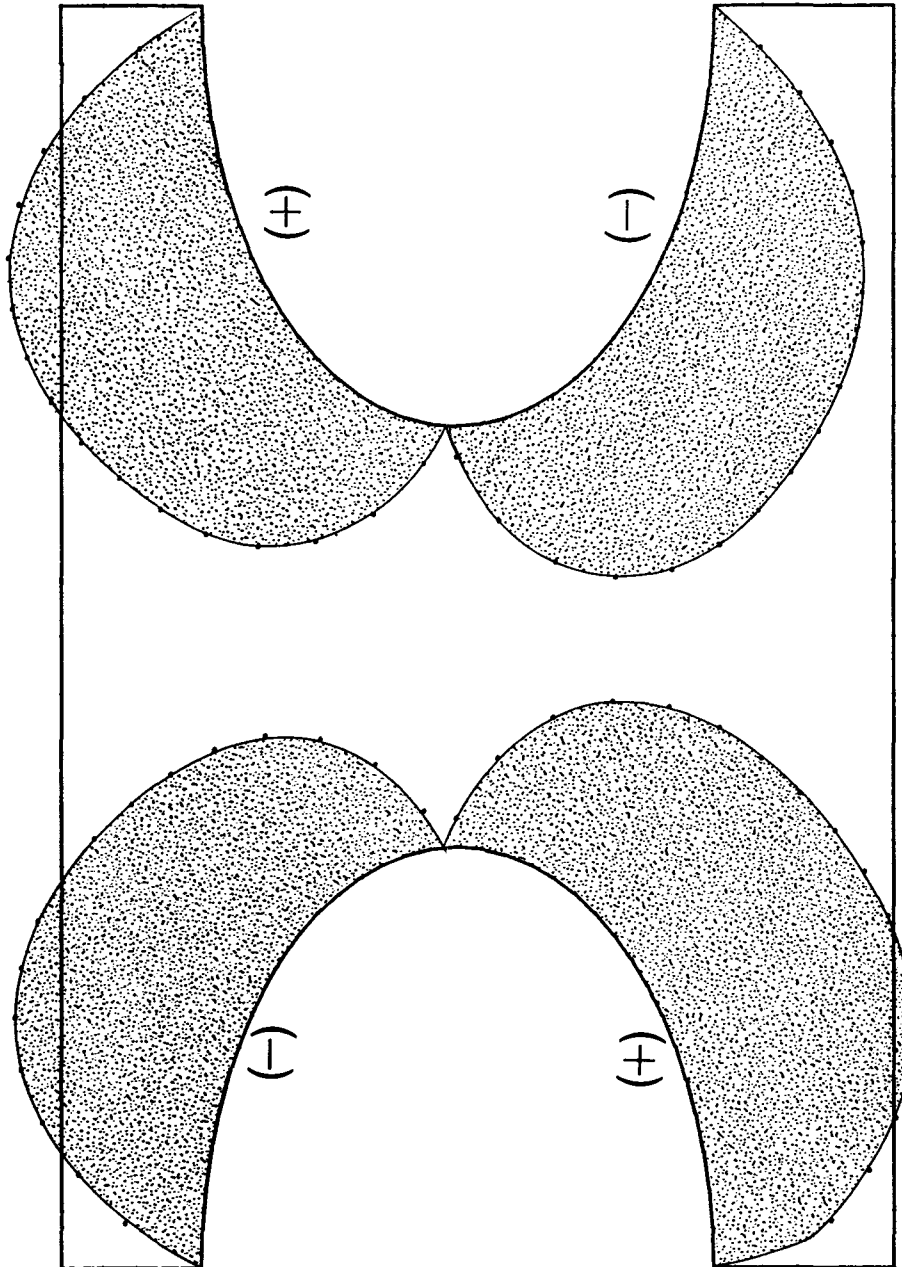
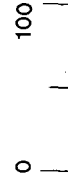
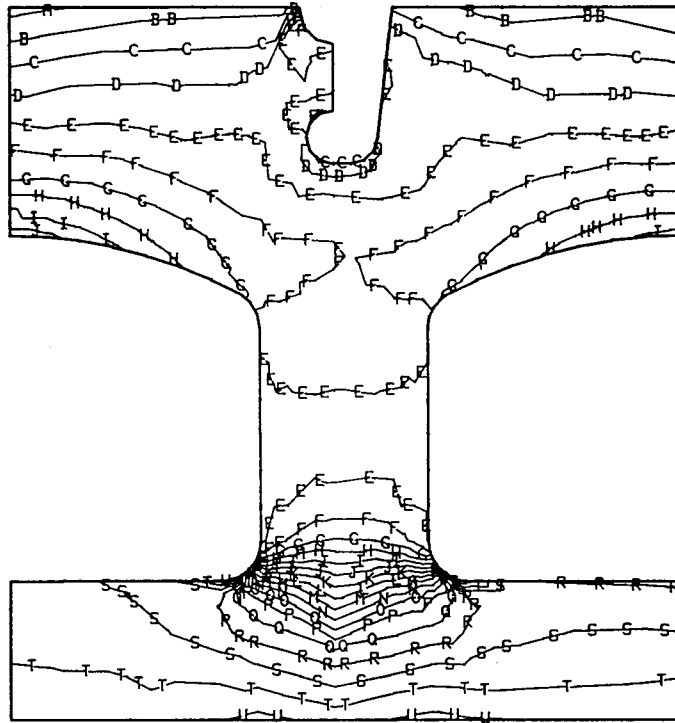
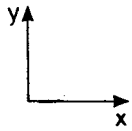


Bild A.33: Randspannungen FEM, Form 4

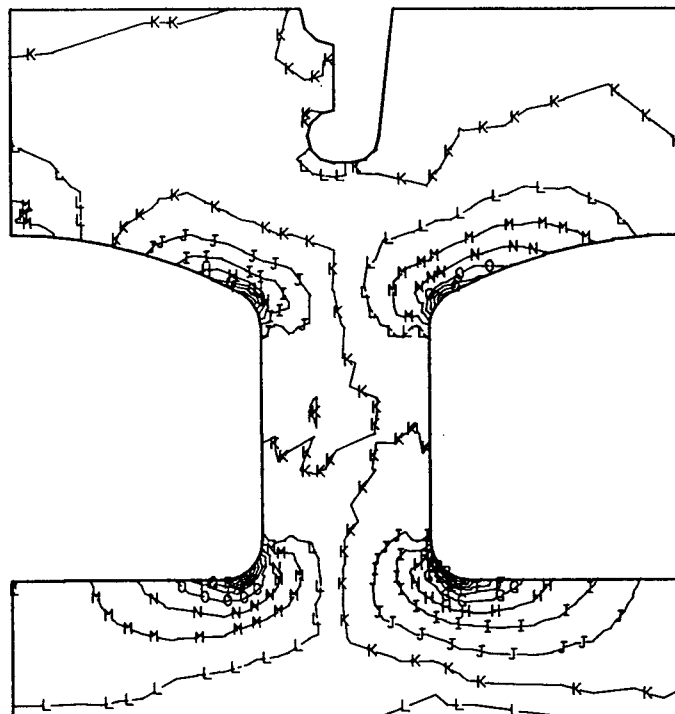
Form 1
XX stress
Lastfall 1



N/mm²

A=-2.00E+01
B=-1.50E+01
C=-1.00E+01
D=-5.00E+00
E= 0.00E+00
F= 5.00E+00
G= 1.00E+01
H= 1.50E+01
I= 2.00E+01
J= 2.50E+01
K= 3.00E+01
L= 3.50E+01
M= 4.00E+01
N= 4.50E+01
O= 5.00E+01
P= 5.50E+01
Q= 6.00E+01
R= 6.50E+01
S= 7.00E+01
T= 7.50E+01
U= 8.00E+01

Form 1
XX stress
Lastfall 2

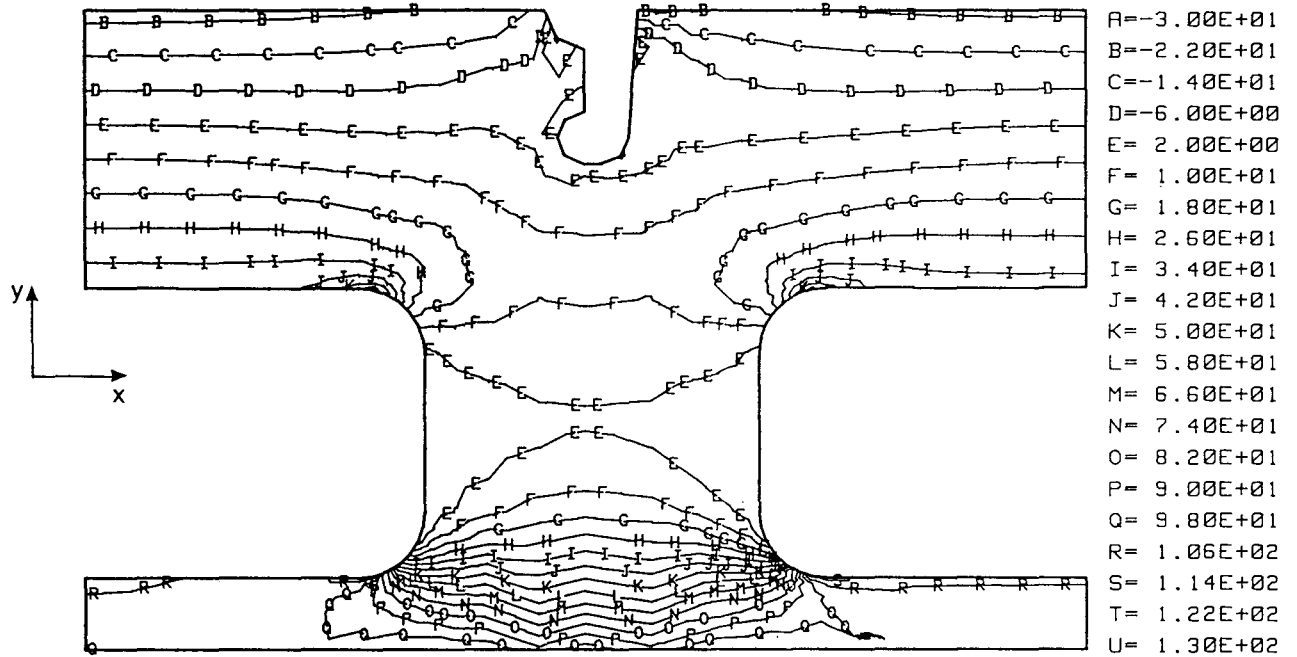


A=-1.40E+02
B=-1.26E+02
C=-1.12E+02
D=-9.80E+01
E=-8.40E+01
F=-7.00E+01
G=-5.60E+01
H=-4.20E+01
I=-2.80E+01
J=-1.40E+01
K= 0.00E+00
L= 1.40E+01
M= 2.80E+01
N= 4.20E+01
O= 5.60E+01
P= 7.00E+01
Q= 8.40E+01
R= 9.80E+01
S= 1.12E+02
T= 1.26E+02
U= 1.40E+02

Bild A.34: XX-Spannungen, Form 1

Form 2
 XX stress
 Lastfall 1

N/mm²



Form 2
 XX stress
 Lastfall 2

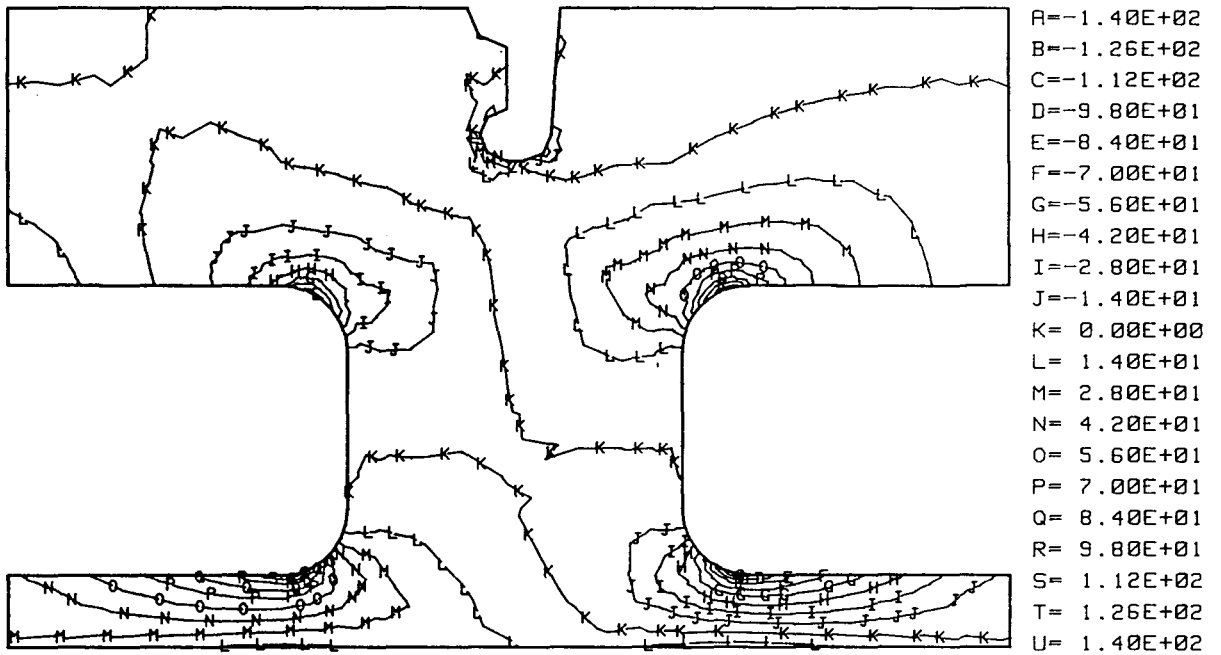
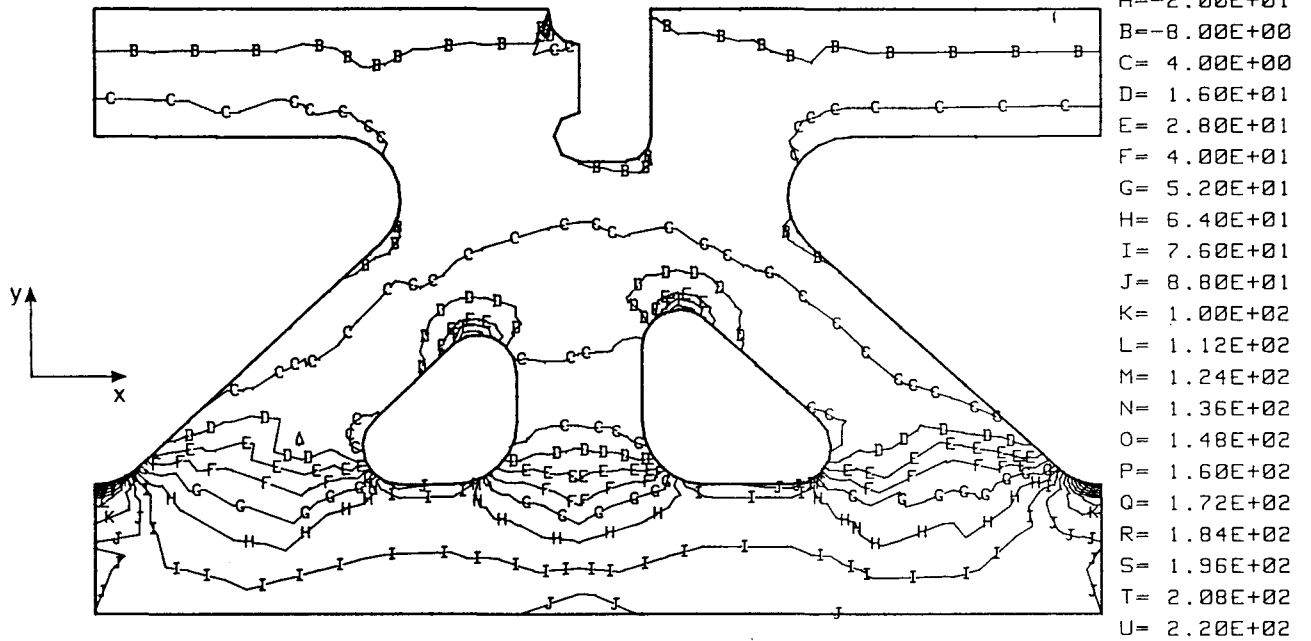


Bild A.35: XX-Spannungen, Form 2

Form 3
 XX stress
 Lastfall 1



Form 3
 XX stress
 Lastfall 2

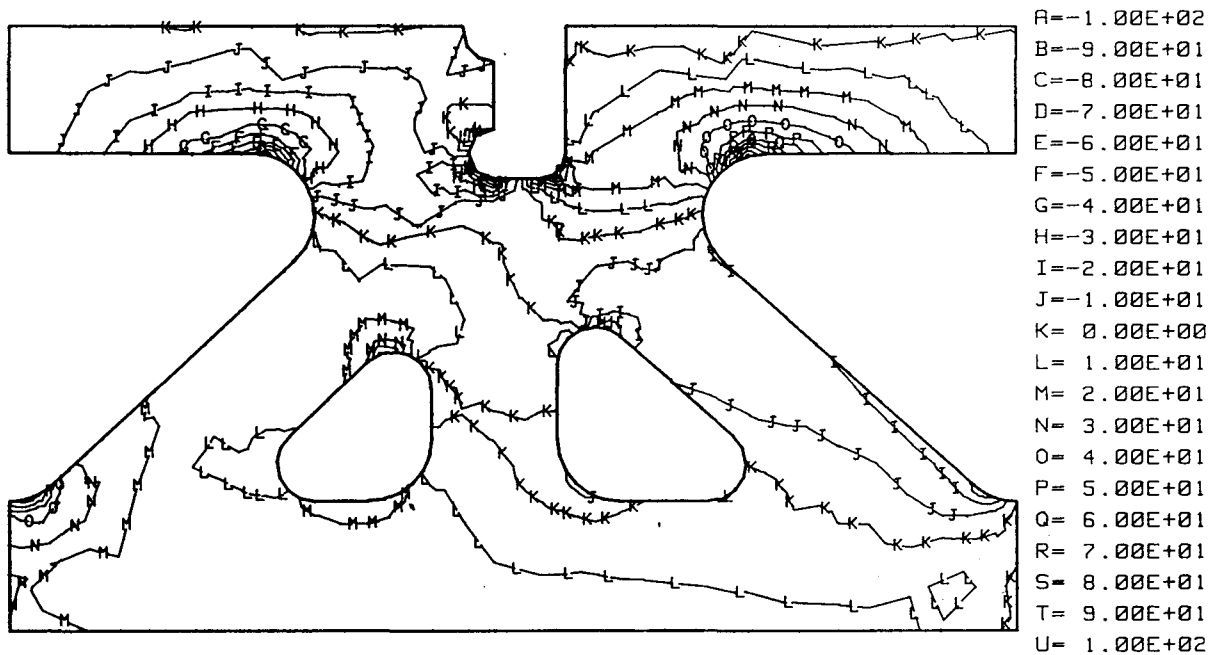
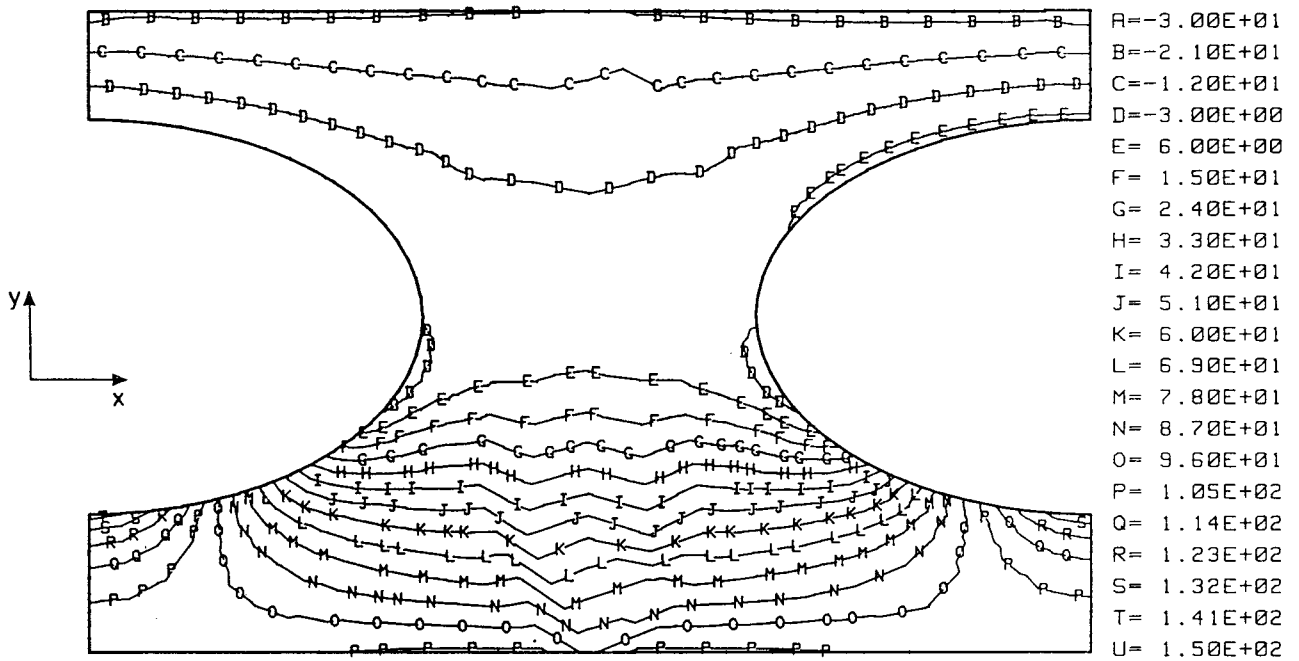


Bild A.36: XX-Spannungen, Form 3

Form 4
 XX stress
 Lastfall 1

N/mm²



Form 4
 XX stress
 Lastfall 2

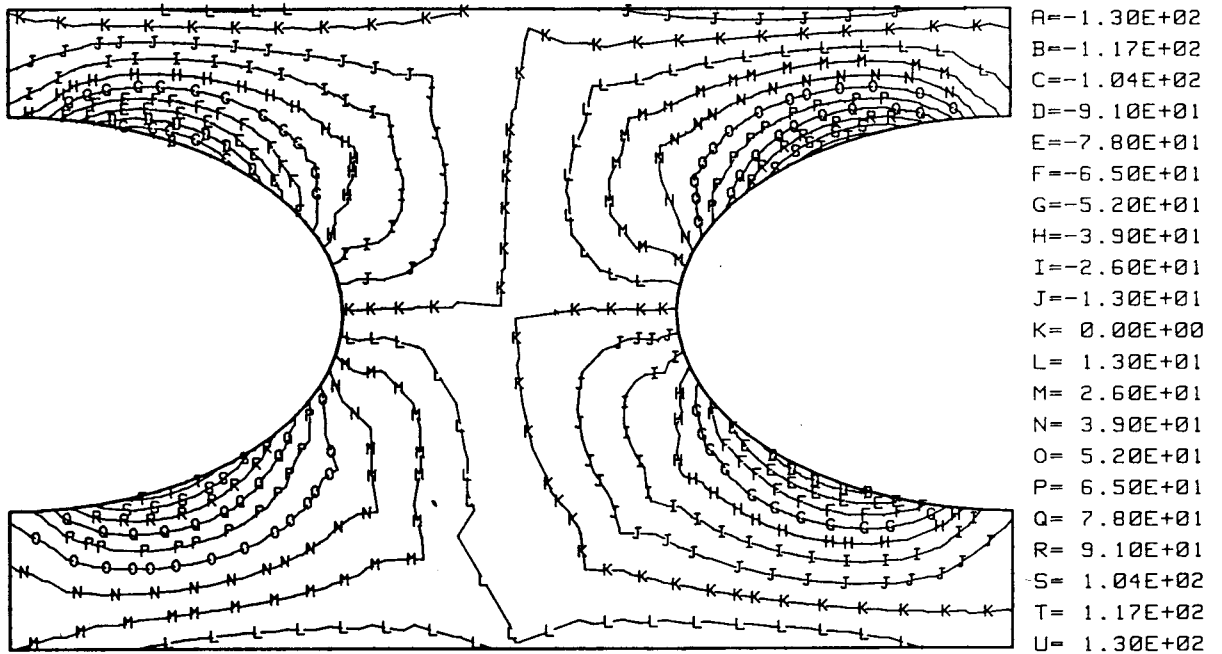
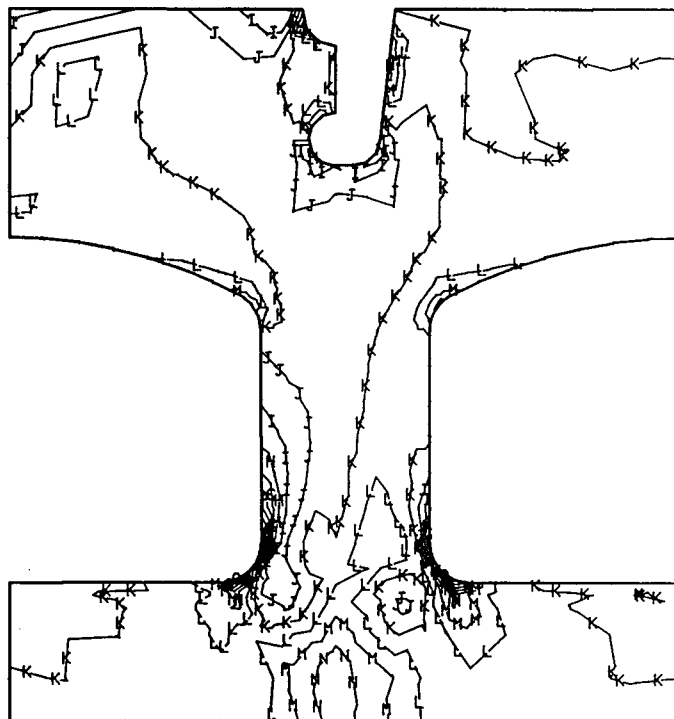
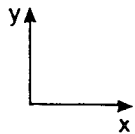


Bild A.37: XX-Spannungen, Form 4

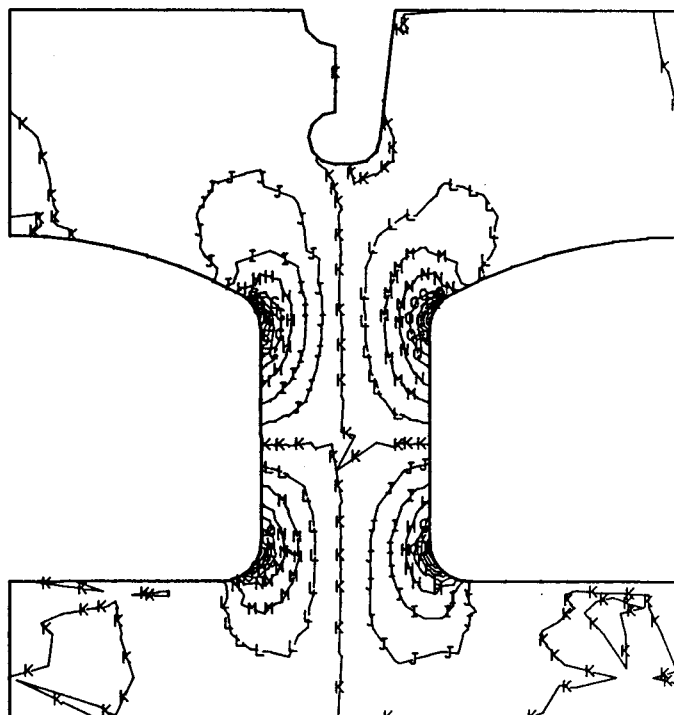
Form 1
YY stress
Lastfall 1



N/mm²

R=-2.00E+01
B=-1.80E+01
C=-1.60E+01
D=-1.40E+01
E=-1.20E+01
F=-1.00E+01
G=-8.00E+00
H=-6.00E+00
I=-4.00E+00
J=-2.00E+00
K= 0.00E+00
L= 2.00E+00
M= 4.00E+00
N= 6.00E+00
O= 8.00E+00
P= 1.00E+01
Q= 1.20E+01
R= 1.40E+01
S= 1.60E+01
T= 1.80E+01
U= 2.00E+01

Form 1
YY stress
Lastfall 2

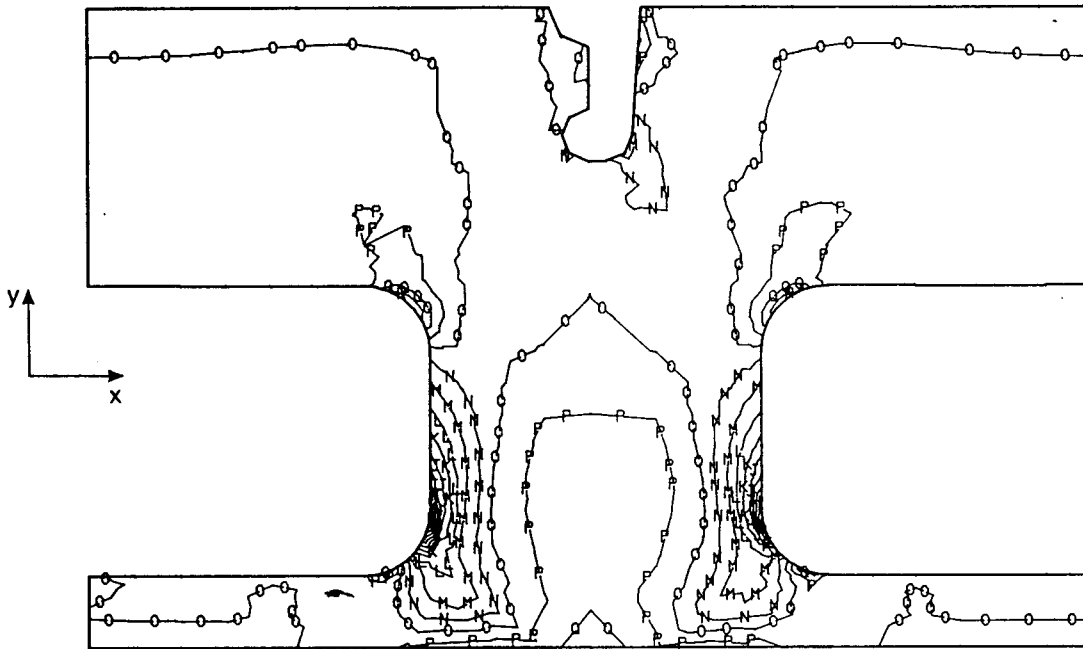


R=-2.00E+02
B=-1.80E+02
C=-1.60E+02
D=-1.40E+02
E=-1.20E+02
F=-1.00E+02
G=-8.00E+01
H=-6.00E+01
I=-4.00E+01
J=-2.00E+01
K= 0.00E+00
L= 2.00E+01
M= 4.00E+01
N= 6.00E+01
O= 8.00E+01
P= 1.00E+02
Q= 1.20E+02
R= 1.40E+02
S= 1.60E+02
T= 1.80E+02
U= 2.00E+02

Bild A.38: YY-Spannungen, Form 1

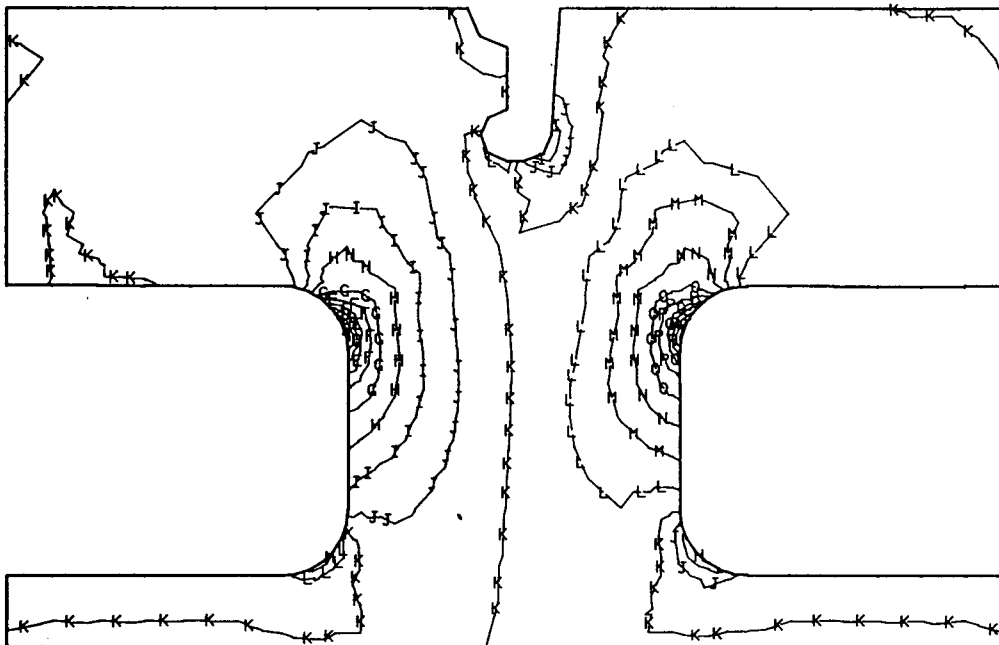
Form 2
 YY stress
 Lastfall 1

N/mm²



- R=-7.00E+01
- B=-6.50E+01
- C=-6.00E+01
- D=-5.50E+01
- E=-5.00E+01
- F=-4.50E+01
- G=-4.00E+01
- H=-3.50E+01
- I=-3.00E+01
- J=-2.50E+01
- K=-2.00E+01
- L=-1.50E+01
- M=-1.00E+01
- N=-5.00E+00
- O= 0.00E+00
- P= 5.00E+00
- Q= 1.00E+01
- R= 1.50E+01
- S= 2.00E+01
- T= 2.50E+01
- U= 3.00E+01

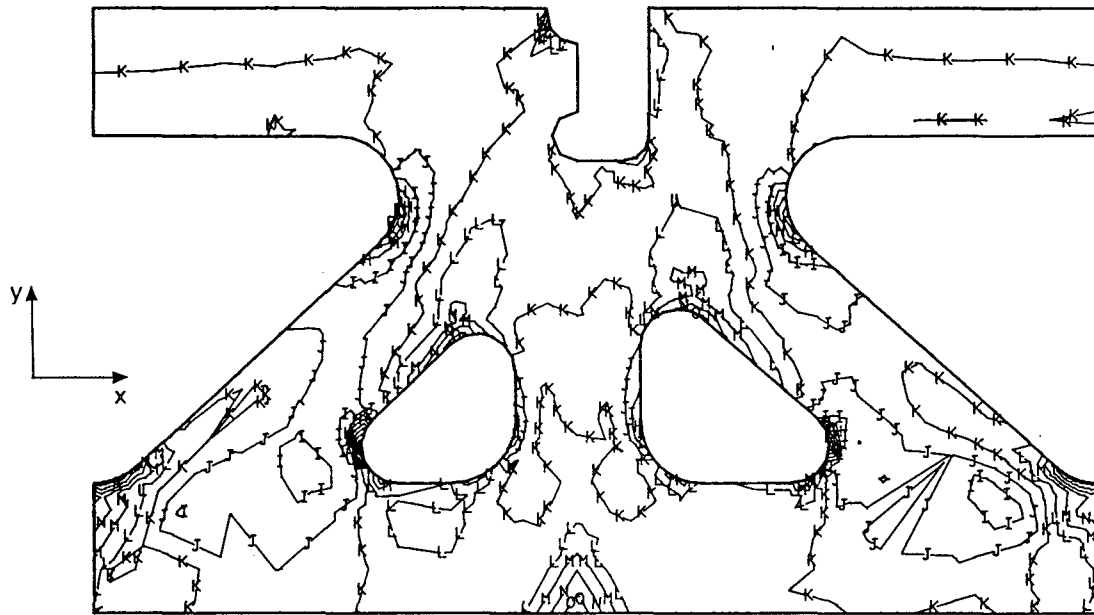
Form 2
 YY stress
 Lastfall 2



- R=-1.40E+02
- B=-1.26E+02
- C=-1.12E+02
- D=-9.80E+01
- E=-8.40E+01
- F=-7.00E+01
- G=-5.60E+01
- H=-4.20E+01
- I=-2.80E+01
- J=-1.40E+01
- K= 0.00E+00
- L= 1.40E+01
- M= 2.80E+01
- N= 4.20E+01
- O= 5.60E+01
- P= 7.00E+01
- Q= 8.40E+01
- R= 9.80E+01
- S= 1.12E+02
- T= 1.26E+02
- U= 1.40E+02

Bild A.39: YY-Spannungen, Form 2

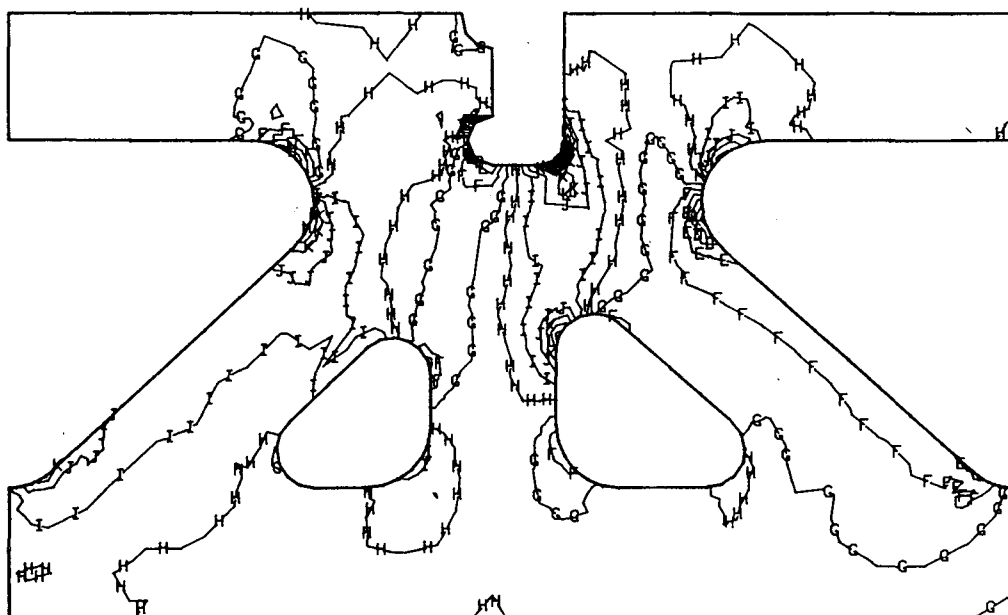
Form 3
 YY stress
 Lastfall 1



N/mm²

A	= -4.00E+01
B	= -3.60E+01
C	= -3.20E+01
D	= -2.80E+01
E	= -2.40E+01
F	= -2.00E+01
G	= -1.60E+01
H	= -1.20E+01
I	= -8.00E+00
J	= -4.00E+00
K	= 0.00E+00
L	= 4.00E+00
M	= 8.00E+00
N	= 1.20E+01
O	= 1.60E+01
P	= 2.00E+01
Q	= 2.40E+01
R	= 2.80E+01
S	= 3.20E+01
T	= 3.60E+01
U	= 4.00E+01

Form 3
 YY stress
 Lastfall 2

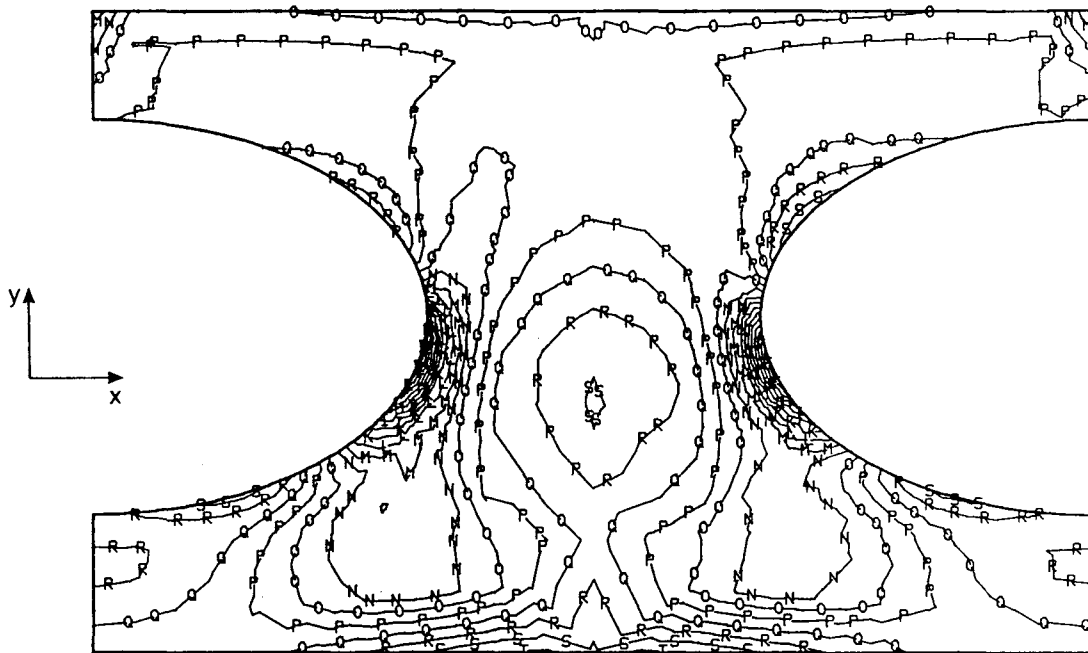


A	= -5.00E+01
B	= -4.25E+01
C	= -3.50E+01
D	= -2.75E+01
E	= -2.00E+01
F	= -1.25E+01
G	= -5.00E+00
H	= 2.50E+00
I	= 1.00E+01
J	= 1.75E+01
K	= 2.50E+01
L	= 3.25E+01
M	= 4.00E+01
N	= 4.75E+01
O	= 5.50E+01
P	= 6.25E+01
Q	= 7.00E+01
R	= 7.75E+01
S	= 8.50E+01
T	= 9.25E+01
U	= 1.00E+02

Bild A.40: YY-Spannungen, Form 3

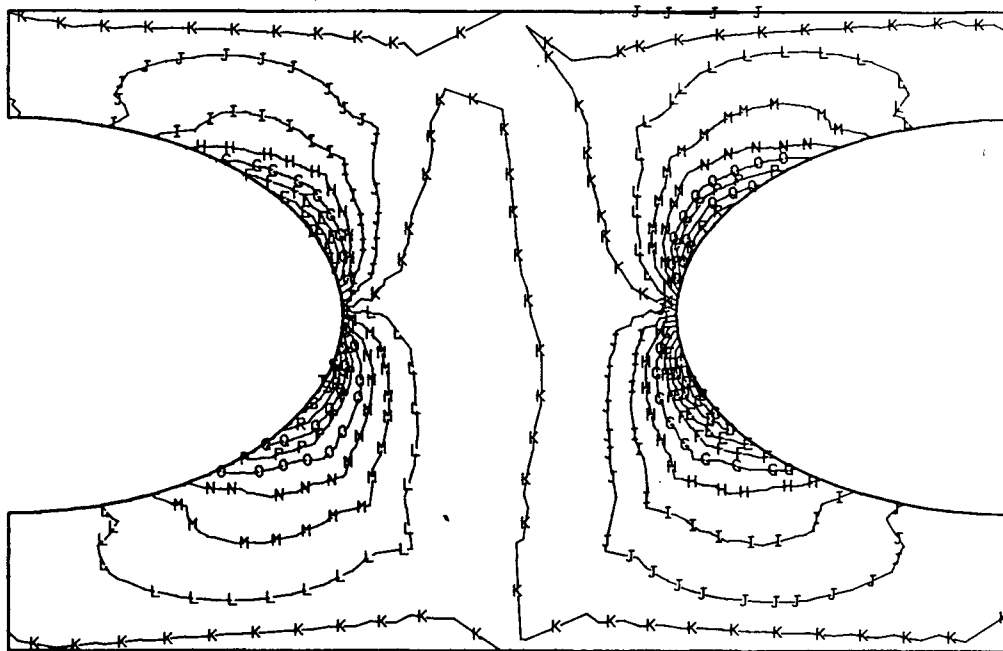
Form 4
 YY stress
 Lastfall 1

N/mm²



A	-3.00E+01
B	-2.80E+01
C	-2.60E+01
D	-2.40E+01
E	-2.20E+01
F	-2.00E+01
G	-1.80E+01
H	-1.60E+01
I	-1.40E+01
J	-1.20E+01
K	-1.00E+01
L	-8.00E+00
M	-6.00E+00
N	-4.00E+00
O	-2.00E+00
P	0.00E+00
Q	2.00E+00
R	4.00E+00
S	6.00E+00
T	8.00E+00
U	1.00E+01

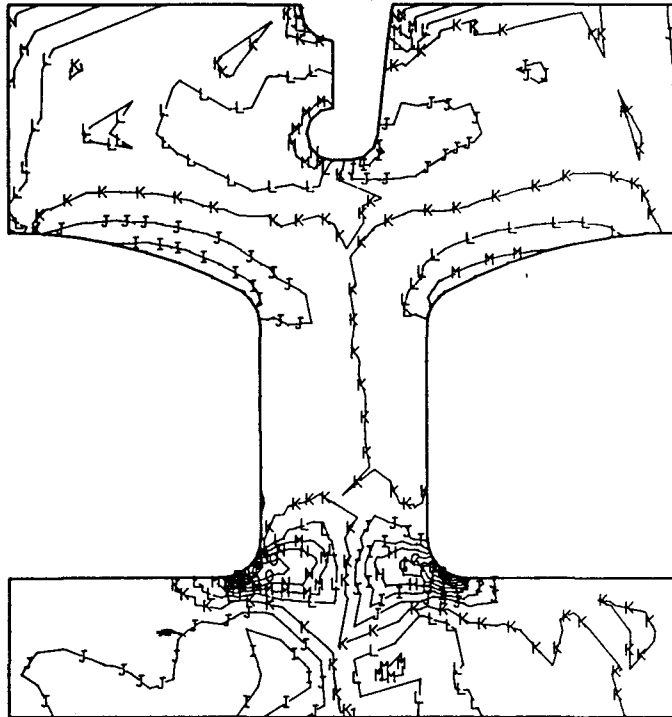
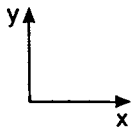
Form 4
 YY stress
 Lastfall 2



A	-9.00E+01
B	-8.10E+01
C	-7.20E+01
D	-6.30E+01
E	-5.40E+01
F	-4.50E+01
G	-3.60E+01
H	-2.70E+01
I	-1.80E+01
J	-9.00E+00
K	0.00E+00
L	9.00E+00
M	1.80E+01
N	2.70E+01
O	3.60E+01
P	4.50E+01
Q	5.40E+01
R	6.30E+01
S	7.20E+01
T	8.10E+01
U	9.00E+01

Bild A.41: YY-Spannungen, Form 4

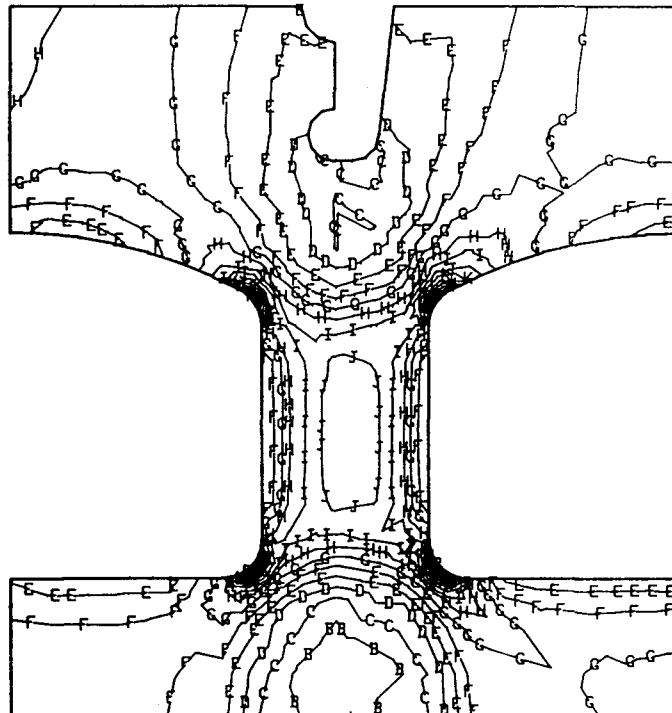
Form 1
XY stress
Lastfall 1



N/mm²

A=-2.00E+01
B=-1.80E+01
C=-1.60E+01
D=-1.40E+01
E=-1.20E+01
F=-1.00E+01
G=-8.00E+00
H=-6.00E+00
I=-4.00E+00
J=-2.00E+00
K= 0.00E+00
L= 2.00E+00
M= 4.00E+00
N= 6.00E+00
O= 8.00E+00
P= 1.00E+01
Q= 1.20E+01
R= 1.40E+01
S= 1.60E+01
T= 1.80E+01
U= 2.00E+01

Form 1
XY stress
Lastfall 2

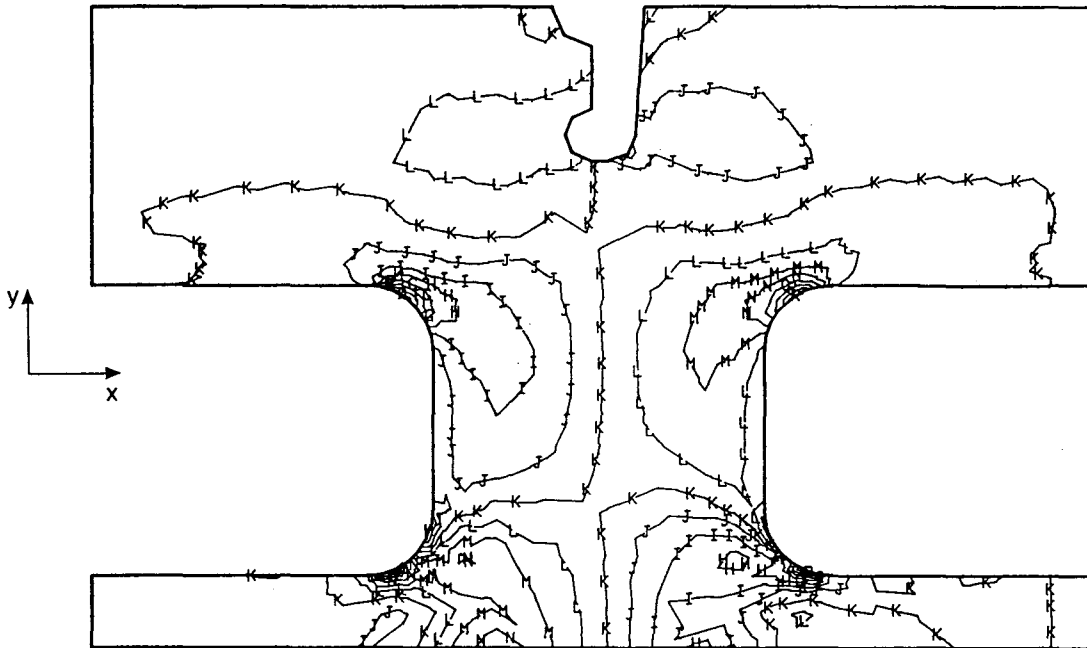


A=-2.00E+01
B=-1.40E+01
C=-8.00E+00
D=-2.00E+00
E= 4.00E+00
F= 1.00E+01
G= 1.60E+01
H= 2.20E+01
I= 2.80E+01
J= 3.40E+01
K= 4.00E+01
L= 4.60E+01
M= 5.20E+01
N= 5.80E+01
O= 6.40E+01
P= 7.00E+01
Q= 7.60E+01
R= 8.20E+01
S= 8.80E+01
T= 9.40E+01
U= 1.00E+02

Bild A.42: XY-Spannungen, Form 1

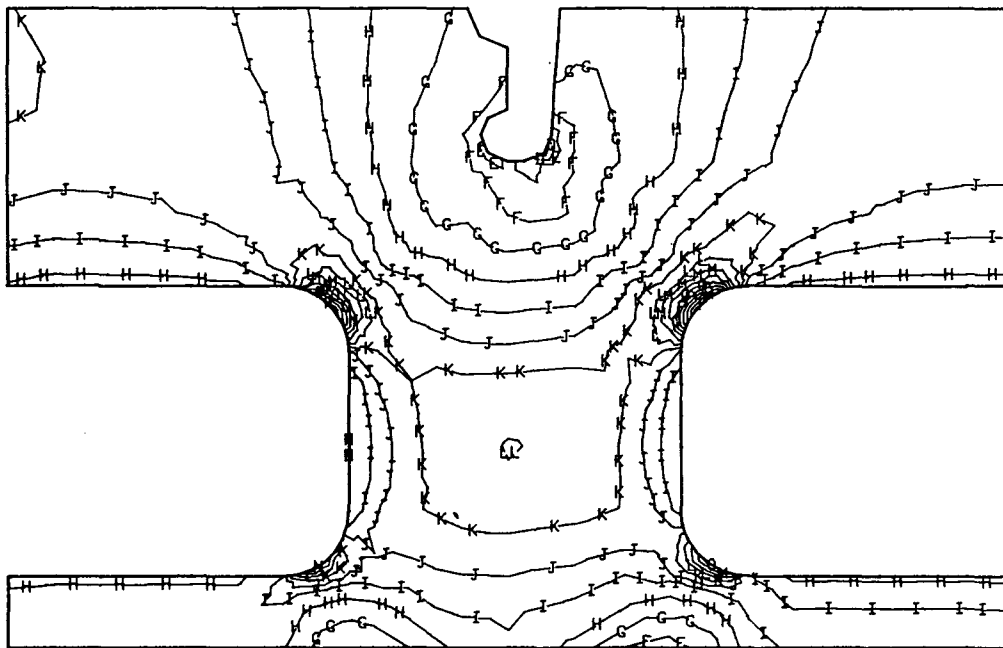
Form 2
 XY stress
 Lastfall 1

N/mm²



- R=-3.00E+01
- B=-2.70E+01
- C=-2.40E+01
- D=-2.10E+01
- E=-1.80E+01
- F=-1.50E+01
- G=-1.20E+01
- H=-9.00E+00
- I=-6.00E+00
- J=-3.00E+00
- K= 0.00E+00
- L= 3.00E+00
- M= 6.00E+00
- N= 9.00E+00
- O= 1.20E+01
- P= 1.50E+01
- Q= 1.80E+01
- R= 2.10E+01
- S= 2.40E+01
- T= 2.70E+01
- U= 3.00E+01

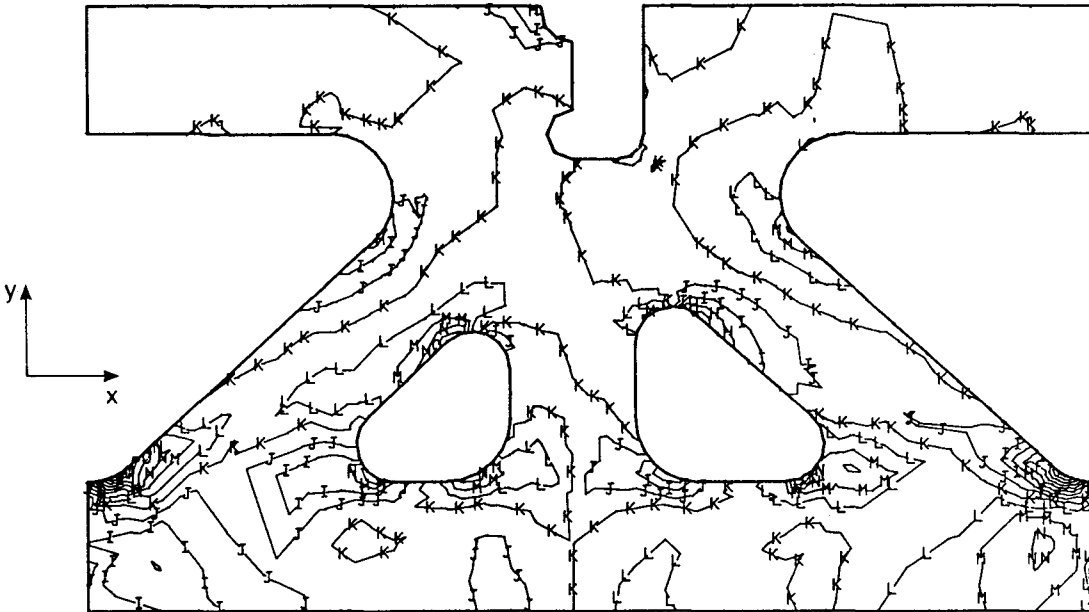
Form 2
 XY stress
 Lastfall 2



- R=-4.00E+01
- B=-3.40E+01
- C=-2.80E+01
- D=-2.20E+01
- E=-1.60E+01
- F=-1.00E+01
- G=-4.00E+00
- H= 2.00E+00
- I= 8.00E+00
- J= 1.40E+01
- K= 2.00E+01
- L= 2.60E+01
- M= 3.20E+01
- N= 3.80E+01
- O= 4.40E+01
- P= 5.00E+01
- Q= 5.60E+01
- R= 6.20E+01
- S= 6.80E+01
- T= 7.40E+01
- U= 8.00E+01

Bild A.43: XY-Spannungen, Form 2

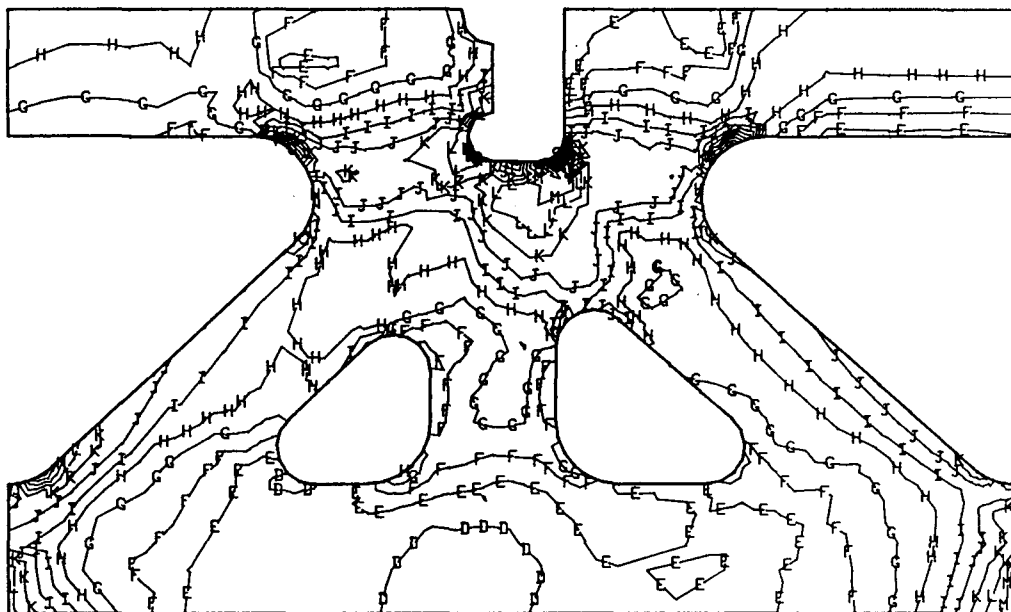
Form 3
 XY stress
 Lastfall 1



N/mm²

- A=-4.00E+01
- B=-3.60E+01
- C=-3.20E+01
- D=-2.80E+01
- E=-2.40E+01
- F=-2.00E+01
- G=-1.60E+01
- H=-1.20E+01
- I=-8.00E+00
- J=-4.00E+00
- K= 0.00E+00
- L= 4.00E+00
- M= 8.00E+00
- N= 1.20E+01
- O= 1.60E+01
- P= 2.00E+01
- Q= 2.40E+01
- R= 2.80E+01
- S= 3.20E+01
- T= 3.60E+01
- U= 4.00E+01

Form 3
 XY stress
 Lastfall 2

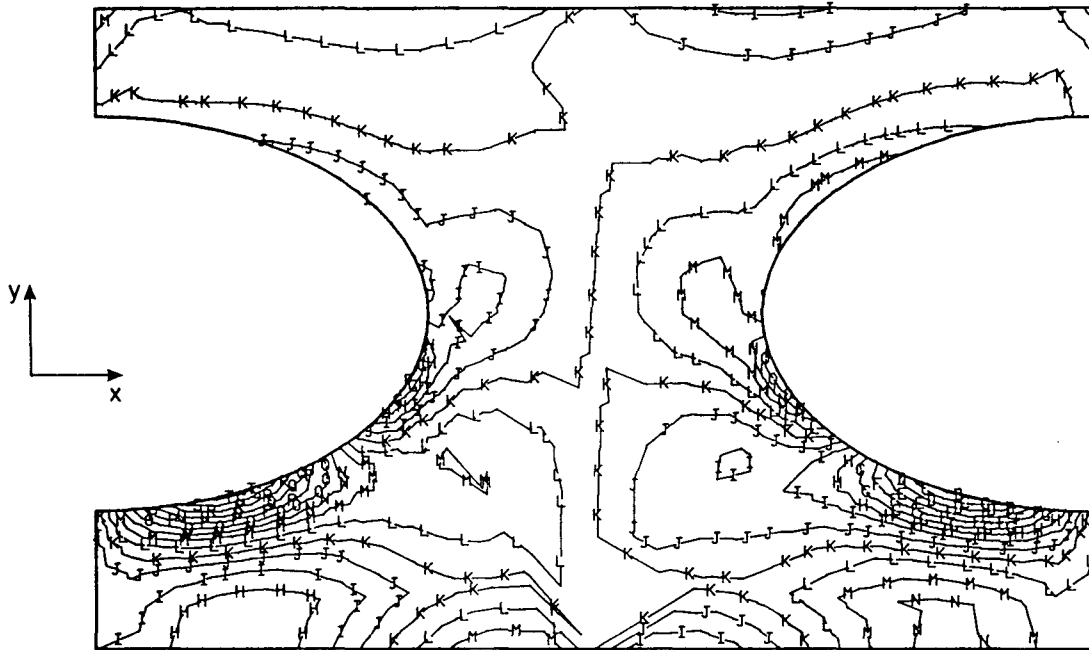


- A=-1.00E+01
- B=-7.00E+00
- C=-4.00E+00
- D=-1.00E+00
- E= 2.00E+00
- F= 5.00E+00
- G= 8.00E+00
- H= 1.10E+01
- I= 1.40E+01
- J= 1.70E+01
- K= 2.00E+01
- L= 2.30E+01
- M= 2.60E+01
- N= 2.90E+01
- O= 3.20E+01
- P= 3.50E+01
- Q= 3.80E+01
- R= 4.10E+01
- S= 4.40E+01
- T= 4.70E+01
- U= 5.00E+01

Bild A.44: XY-Spannungen, Form 3

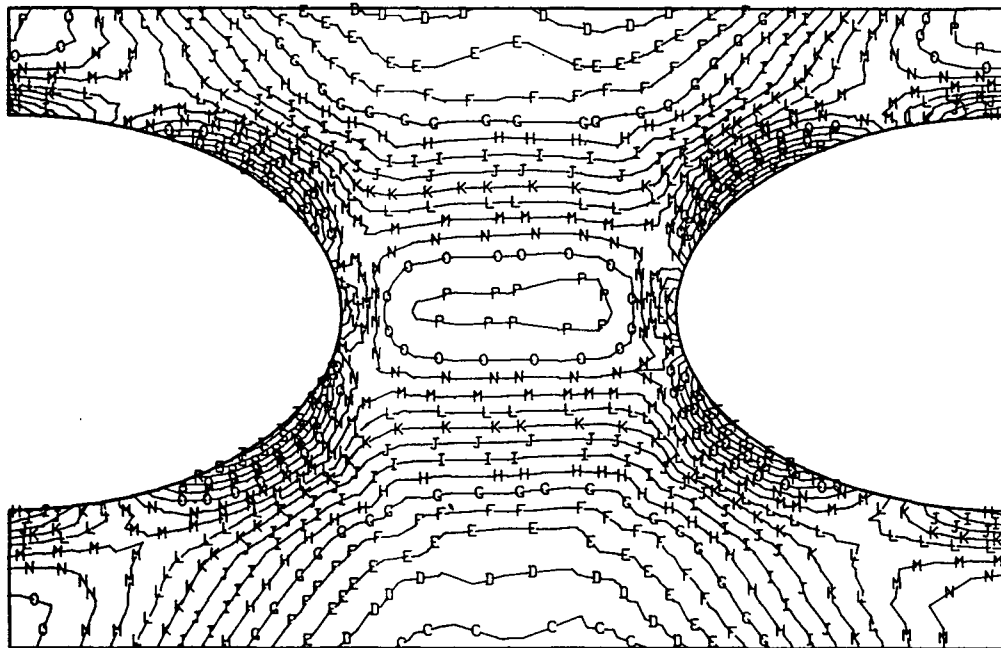
Form 4
 XY stress
 Lastfall 1

N/mm²



- R=-2.00E+01
- B=-1.80E+01
- C=-1.60E+01
- D=-1.40E+01
- E=-1.20E+01
- F=-1.00E+01
- G=-8.00E+00
- H=-6.00E+00
- I=-4.00E+00
- J=-2.00E+00
- K= 0.00E+00
- L= 2.00E+00
- M= 4.00E+00
- N= 6.00E+00
- O= 8.00E+00
- P= 1.00E+01
- Q= 1.20E+01
- R= 1.40E+01
- S= 1.60E+01
- T= 1.80E+01
- U= 2.00E+01

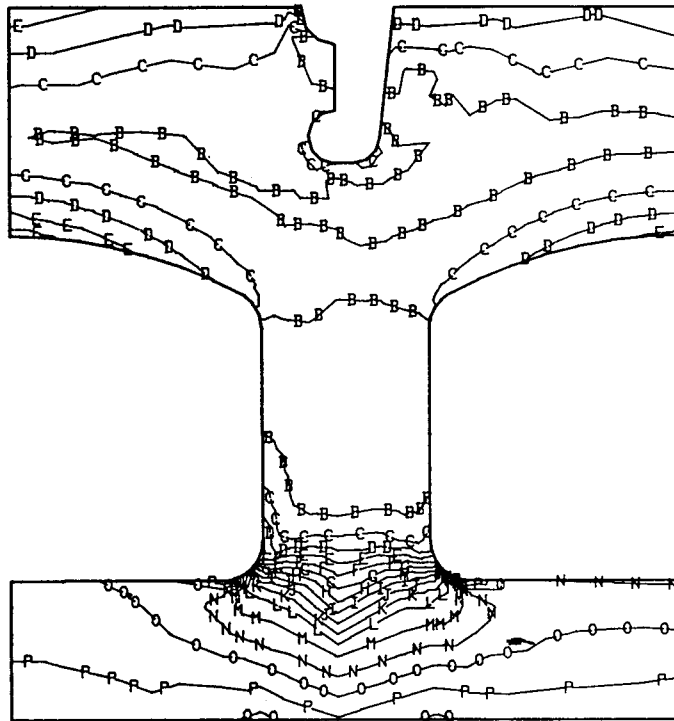
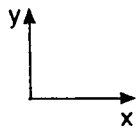
Form 4
 XY stress
 Lastfall 2



- R=-2.00E+01
- B=-1.60E+01
- C=-1.20E+01
- D=-8.00E+00
- E=-4.00E+00
- F= 0.00E+00
- G= 4.00E+00
- H= 8.00E+00
- I= 1.20E+01
- J= 1.60E+01
- K= 2.00E+01
- L= 2.40E+01
- M= 2.80E+01
- N= 3.20E+01
- O= 3.60E+01
- P= 4.00E+01
- Q= 4.40E+01
- R= 4.80E+01
- S= 5.20E+01
- T= 5.60E+01
- U= 6.00E+01

Bild A.45: XY-Spannungen, Form 4

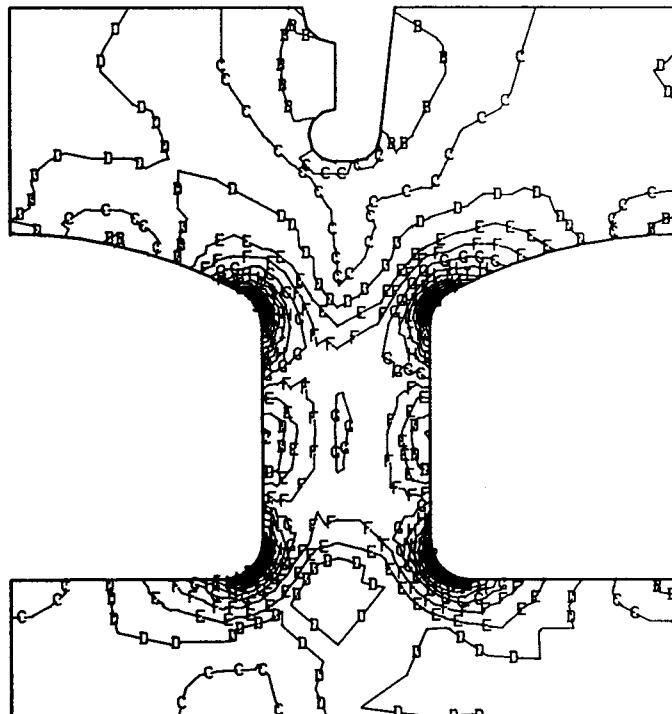
Form 1
von Mises stress
Lastfall 1



N/mm²

R= 0.00E+00
B= 5.00E+00
C= 1.00E+01
D= 1.50E+01
E= 2.00E+01
F= 2.50E+01
G= 3.00E+01
H= 3.50E+01
I= 4.00E+01
J= 4.50E+01
K= 5.00E+01
L= 5.50E+01
M= 6.00E+01
N= 6.50E+01
O= 7.00E+01
P= 7.50E+01
Q= 8.00E+01
R= 8.50E+01
S= 9.00E+01
T= 9.50E+01
U= 1.00E+02

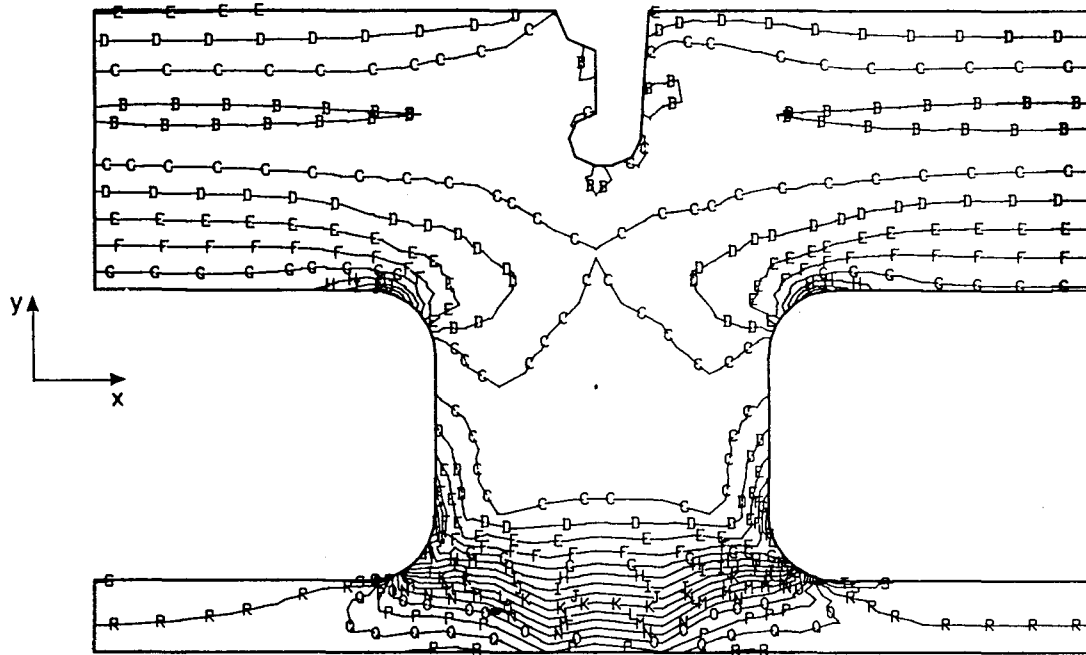
Form 1
von Mises stress
Lastfall 2



R= 0.00E+00
B= 1.10E+01
C= 2.20E+01
D= 3.30E+01
E= 4.40E+01
F= 5.50E+01
G= 6.60E+01
H= 7.70E+01
I= 8.80E+01
J= 9.90E+01
K= 1.10E+02
L= 1.21E+02
M= 1.32E+02
N= 1.43E+02
O= 1.54E+02
P= 1.65E+02
Q= 1.76E+02
R= 1.87E+02
S= 1.98E+02
T= 2.09E+02
U= 2.20E+02

Bild A.46: von Mises-Vergleichsspannungen, Form 1

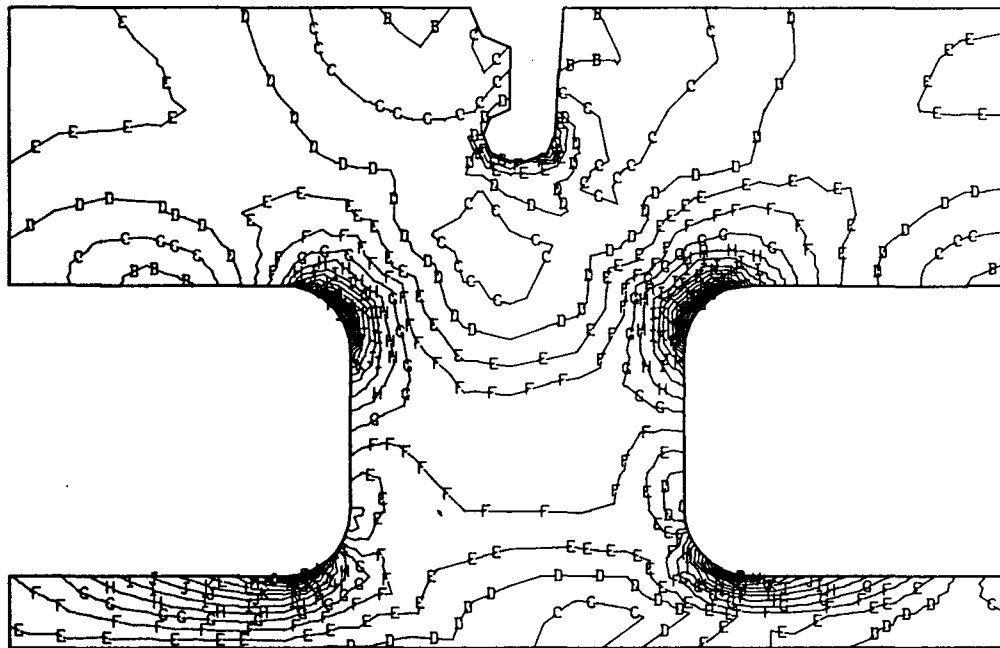
Form 2
 von Mises stress
 Lastfall 1



N/mm²

- A= 0.00E+00
- B= 6.00E+00
- C= 1.20E+01
- D= 1.80E+01
- E= 2.40E+01
- F= 3.00E+01
- G= 3.60E+01
- H= 4.20E+01
- I= 4.80E+01
- J= 5.40E+01
- K= 6.00E+01
- L= 6.60E+01
- M= 7.20E+01
- N= 7.80E+01
- O= 8.40E+01
- P= 9.00E+01
- Q= 9.60E+01
- R= 1.02E+02
- S= 1.08E+02
- T= 1.14E+02
- U= 1.20E+02

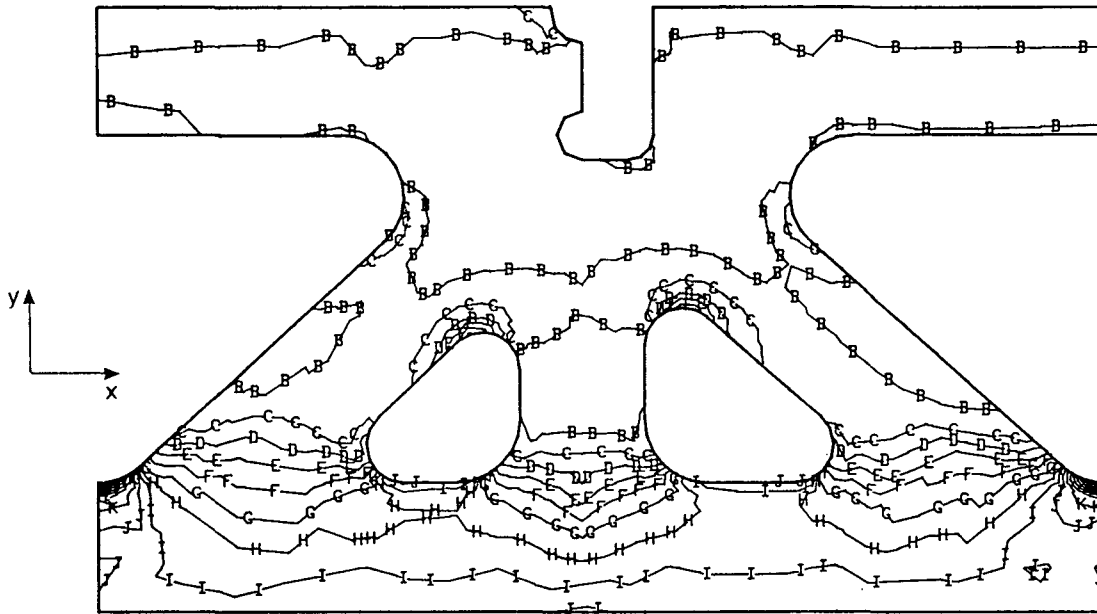
Form 2
 von Mises stress
 Lastfall 2



- A= 0.00E+00
- B= 8.00E+00
- C= 1.60E+01
- D= 2.40E+01
- E= 3.20E+01
- F= 4.00E+01
- G= 4.80E+01
- H= 5.60E+01
- I= 6.40E+01
- J= 7.20E+01
- K= 8.00E+01
- L= 8.80E+01
- M= 9.60E+01
- N= 1.04E+02
- O= 1.12E+02
- P= 1.20E+02
- Q= 1.28E+02
- R= 1.36E+02
- S= 1.44E+02
- T= 1.52E+02
- U= 1.60E+02

Bild A.47: von Mises-Vergleichsspannungen, Form 2

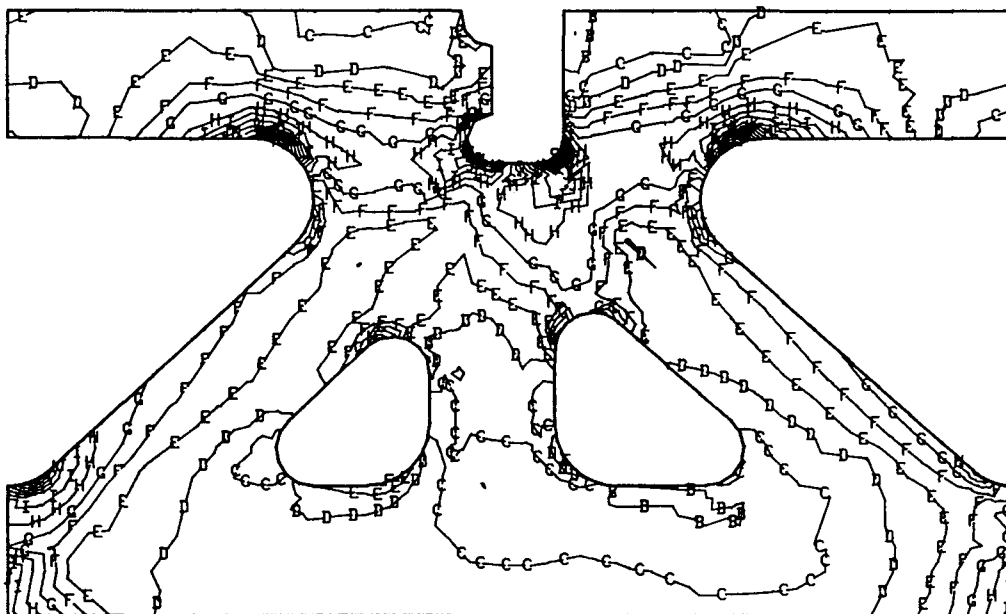
Form 3
 von Mises stress
 Lastfall 1



N/mm²

- A= 0.00E+00
- B= 1.00E+01
- C= 2.00E+01
- D= 3.00E+01
- E= 4.00E+01
- F= 5.00E+01
- G= 6.00E+01
- H= 7.00E+01
- I= 8.00E+01
- J= 9.00E+01
- K= 1.00E+02
- L= 1.10E+02
- M= 1.20E+02
- N= 1.30E+02
- O= 1.40E+02
- P= 1.50E+02
- Q= 1.60E+02
- R= 1.70E+02
- S= 1.80E+02
- T= 1.90E+02
- U= 2.00E+02

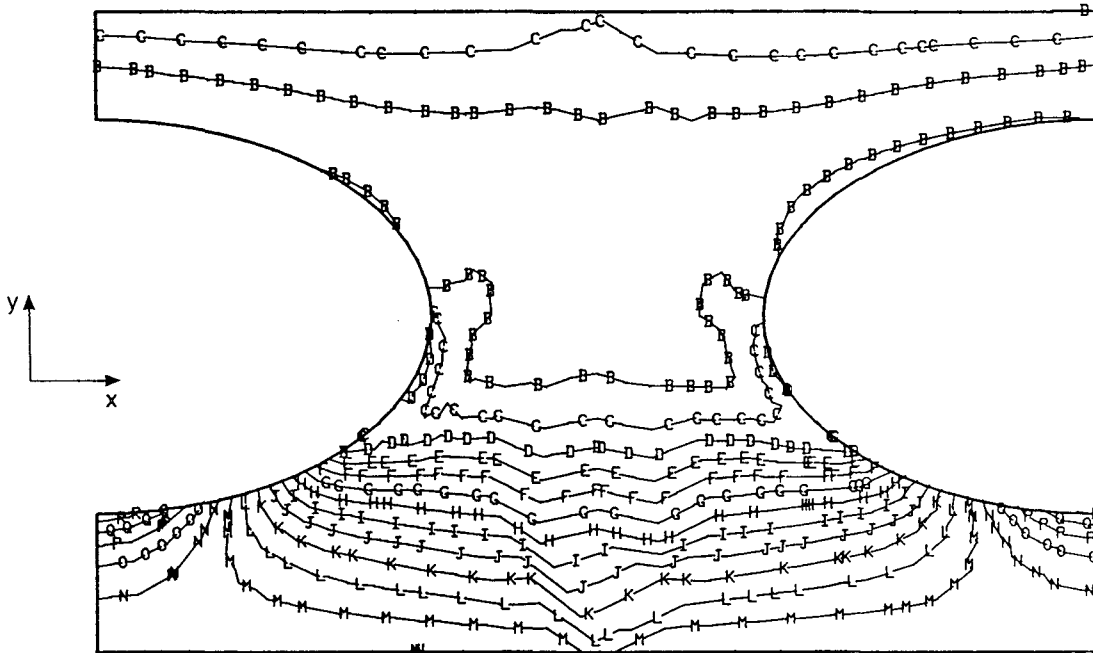
Form 3
 von Mises stress
 Lastfall 2



- A= 0.00E+00
- B= 6.00E+00
- C= 1.20E+01
- D= 1.80E+01
- E= 2.40E+01
- F= 3.00E+01
- G= 3.60E+01
- H= 4.20E+01
- I= 4.80E+01
- J= 5.40E+01
- K= 6.00E+01
- L= 6.60E+01
- M= 7.20E+01
- N= 7.80E+01
- O= 8.40E+01
- P= 9.00E+01
- Q= 9.60E+01
- R= 1.02E+02
- S= 1.08E+02
- T= 1.14E+02
- U= 1.20E+02

Bild A.48: von Mises-Vergleichsspannungen, Form 3

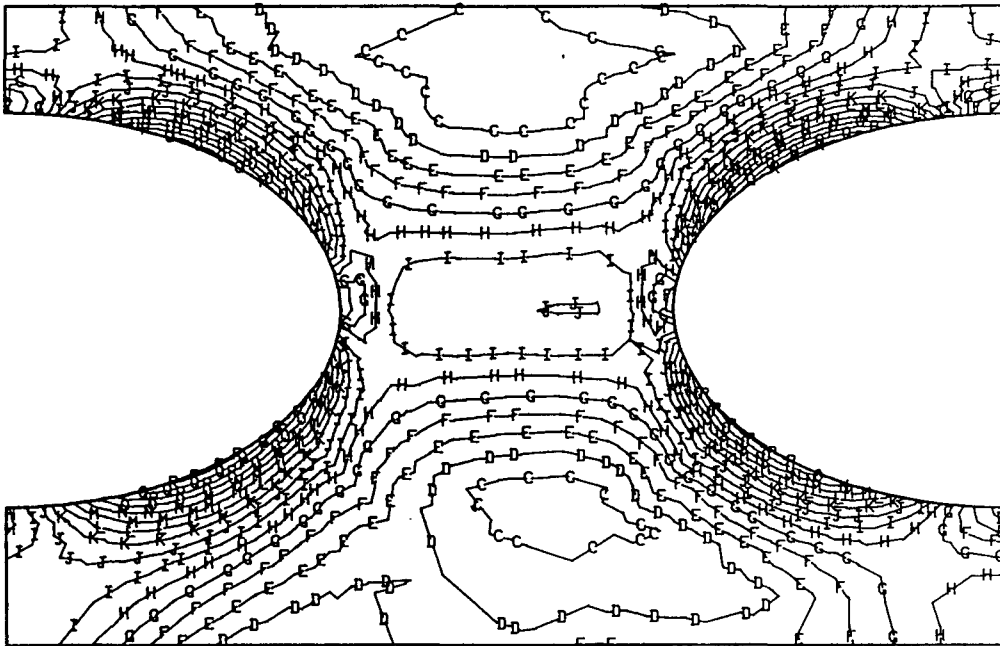
Form 4
 von Mises stress
 Lastfall 1



N/mm²

- R= 0.00E+00
- B= 8.00E+00
- C= 1.60E+01
- D= 2.40E+01
- E= 3.20E+01
- F= 4.00E+01
- G= 4.80E+01
- H= 5.60E+01
- I= 6.40E+01
- J= 7.20E+01
- K= 8.00E+01
- L= 8.80E+01
- M= 9.60E+01
- N= 1.04E+02
- O= 1.12E+02
- P= 1.20E+02
- Q= 1.28E+02
- R= 1.36E+02
- S= 1.44E+02
- T= 1.52E+02
- U= 1.60E+02

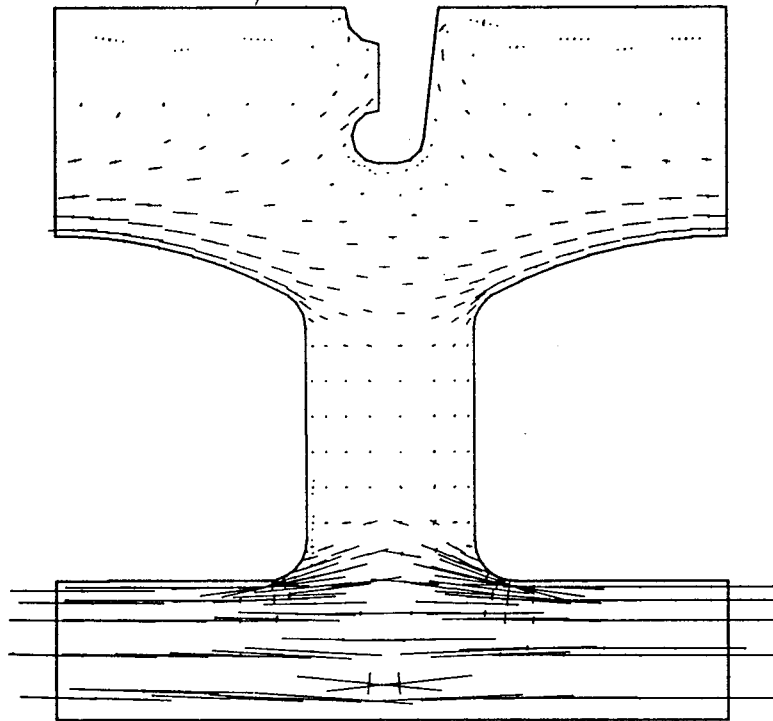
Form 4
 von Mises stress
 Lastfall 2



- R= 0.00E+00
- B= 8.00E+00
- C= 1.60E+01
- D= 2.40E+01
- E= 3.20E+01
- F= 4.00E+01
- G= 4.80E+01
- H= 5.60E+01
- I= 6.40E+01
- J= 7.20E+01
- K= 8.00E+01
- L= 8.80E+01
- M= 9.60E+01
- N= 1.04E+02
- O= 1.12E+02
- P= 1.20E+02
- Q= 1.28E+02
- R= 1.36E+02
- S= 1.44E+02
- T= 1.52E+02
- U= 1.60E+02

Bild A.49: von Mises-Vergleichsspannungen, Form 4

Form 1
principal stress
Lastfall 1
sf.: 0.100



Form 1
principal stress
Lastfall 2
sf.: 0.05

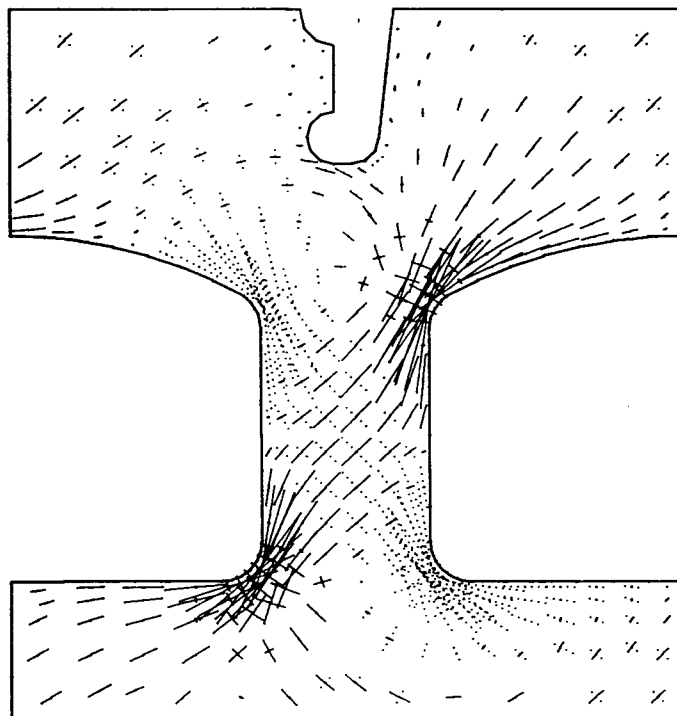
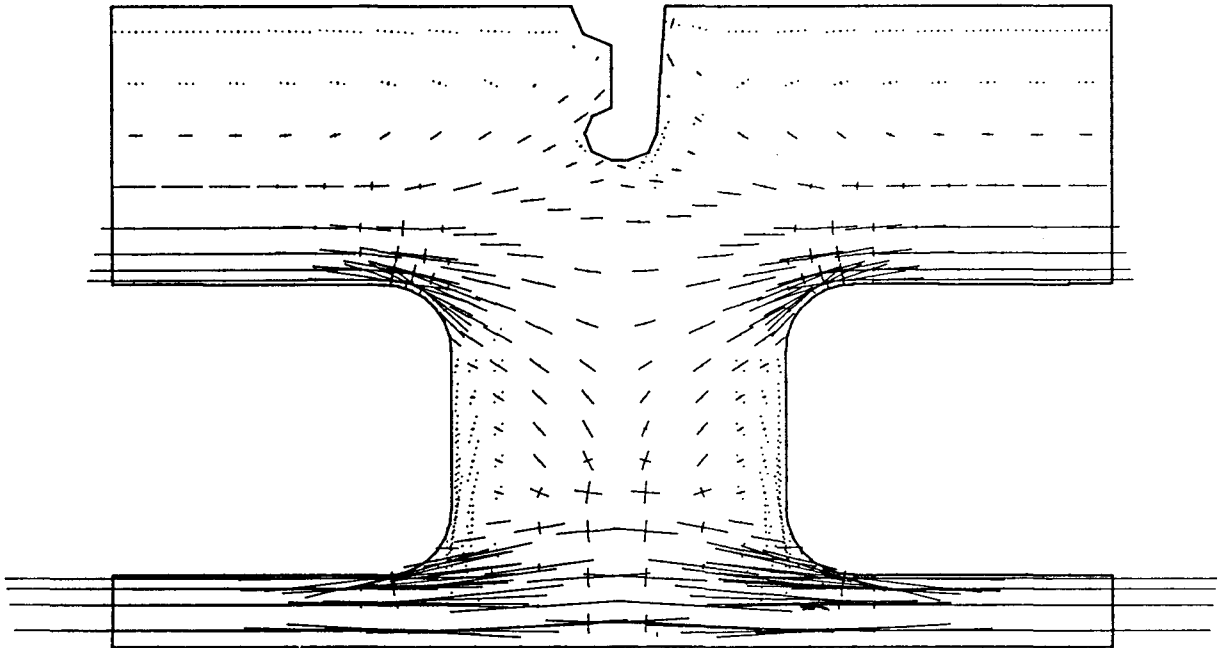


Bild A.50: Hauptspannungsvektoren, Form 1

Form 2
principal stress
Lastfall 1
sf.: .100



Form 2
principal stress
Lastfall 2
sf.: .050

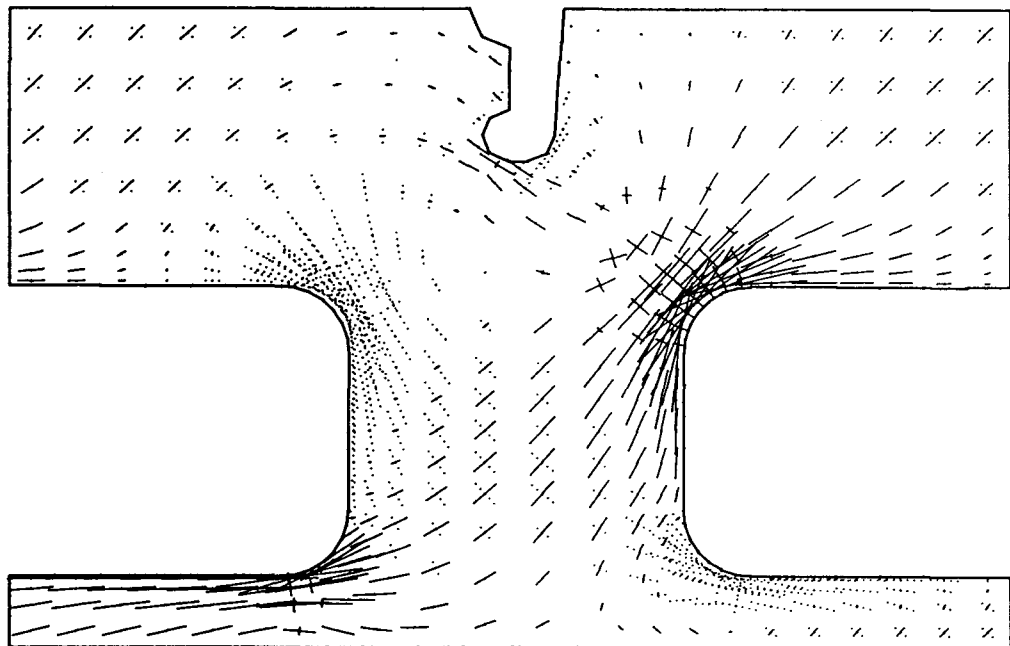
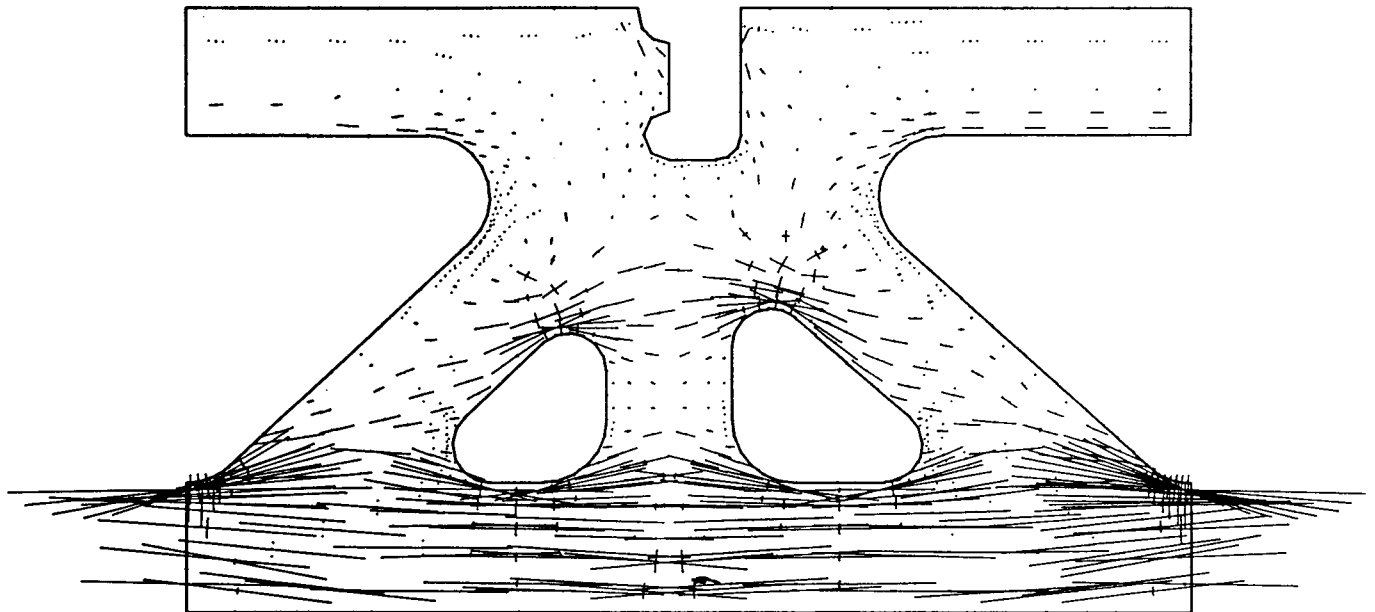


Bild A.51: Hauptspannungsvektoren, Form 2

Form 3
principal stress
Lastfall 1
sf.: .100



Form 3
principal stress
Lastfall 2
sf.: .050

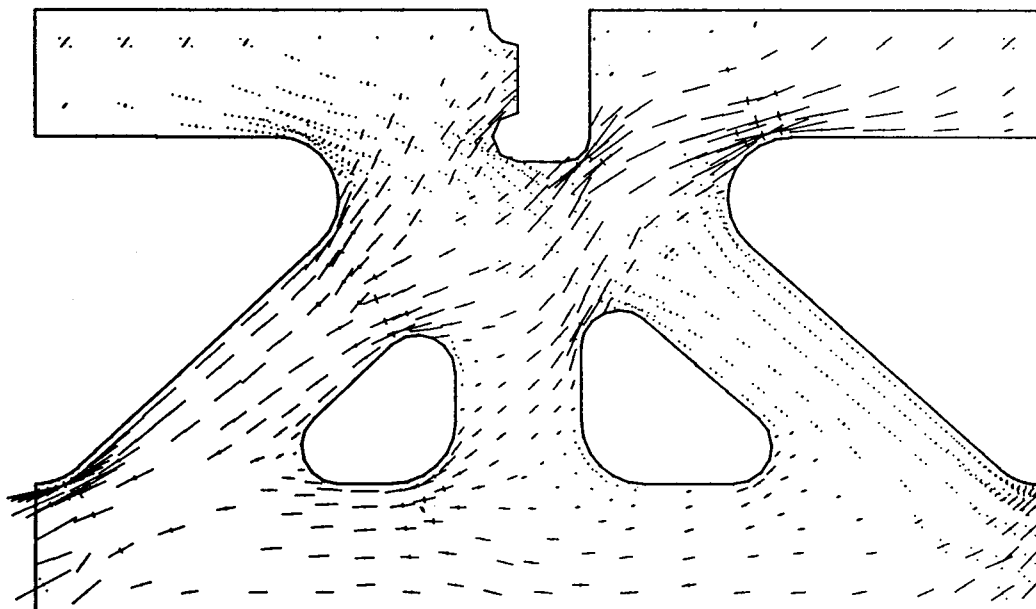
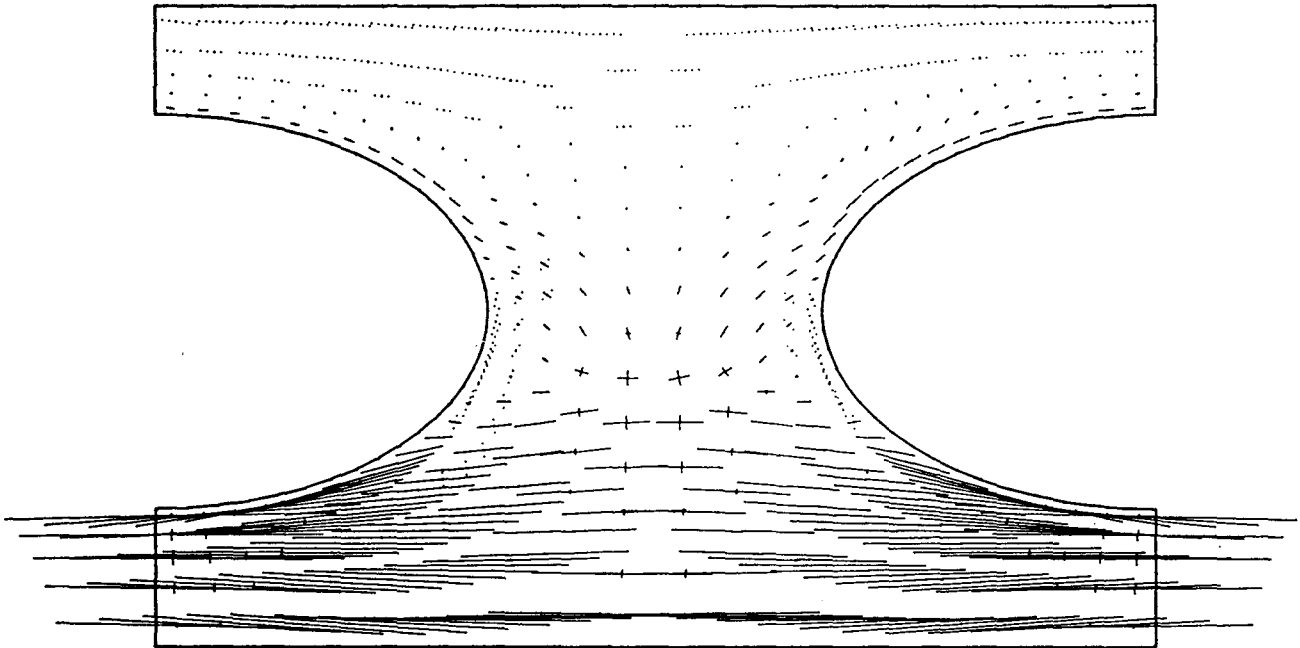


Bild A.52: Hauptspannungsvektoren, Form 3

Form 4
principal stress
Lastfall 1
sf.: .100



Form 4
principal stress
Lastfall 2
sf.: .050

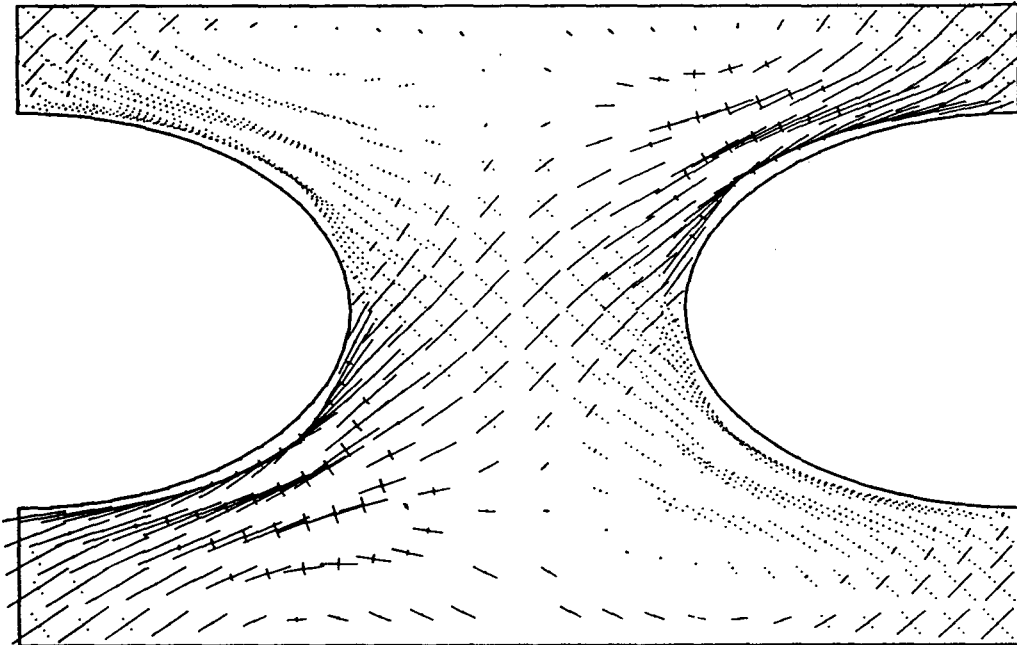


Bild A.53: Hauptspannungsvektoren, Form 4

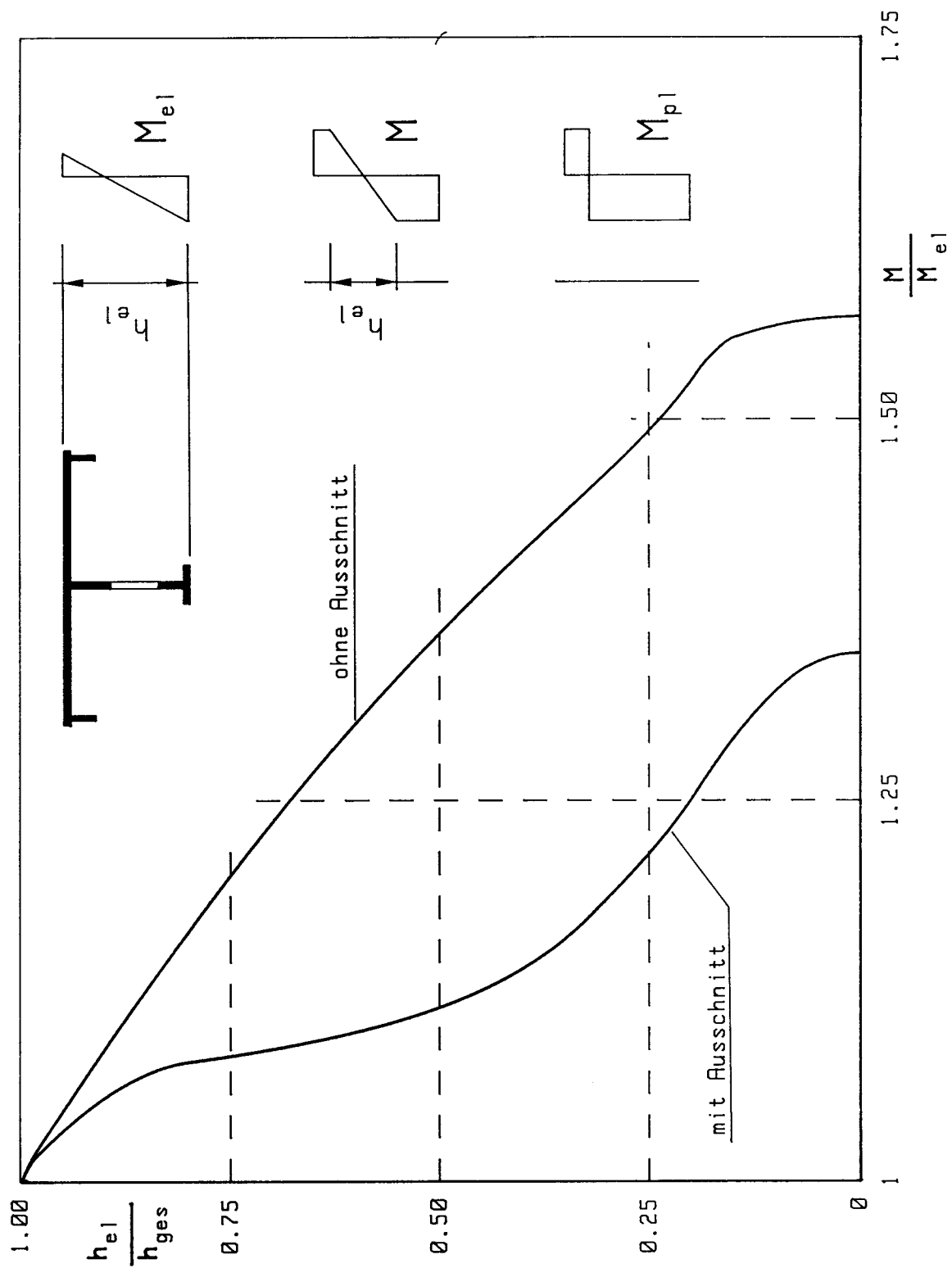


Bild A.54: elastische Resthöhen, Form 1

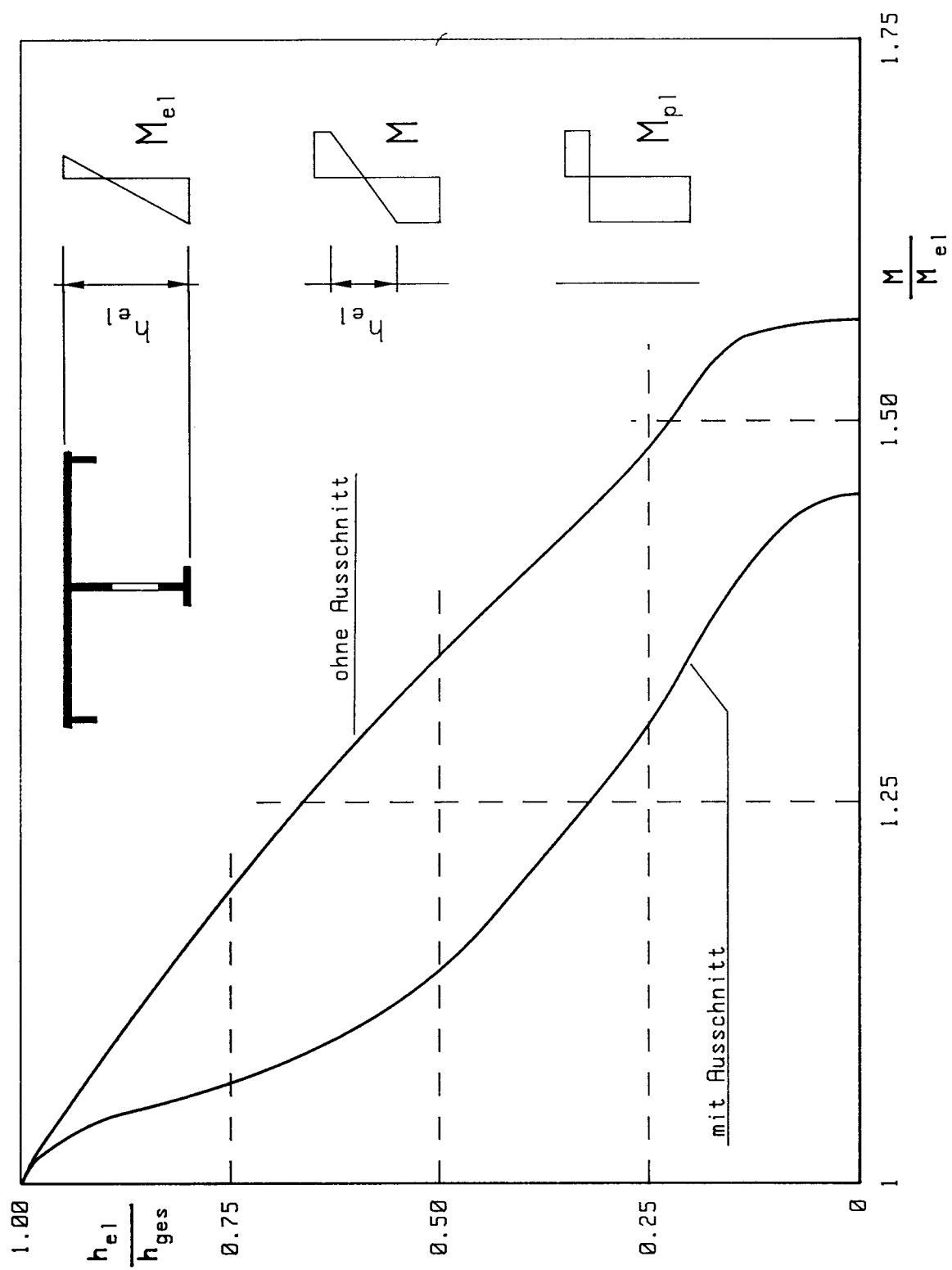


Bild A.55: elastische Resthöhen, Form 2

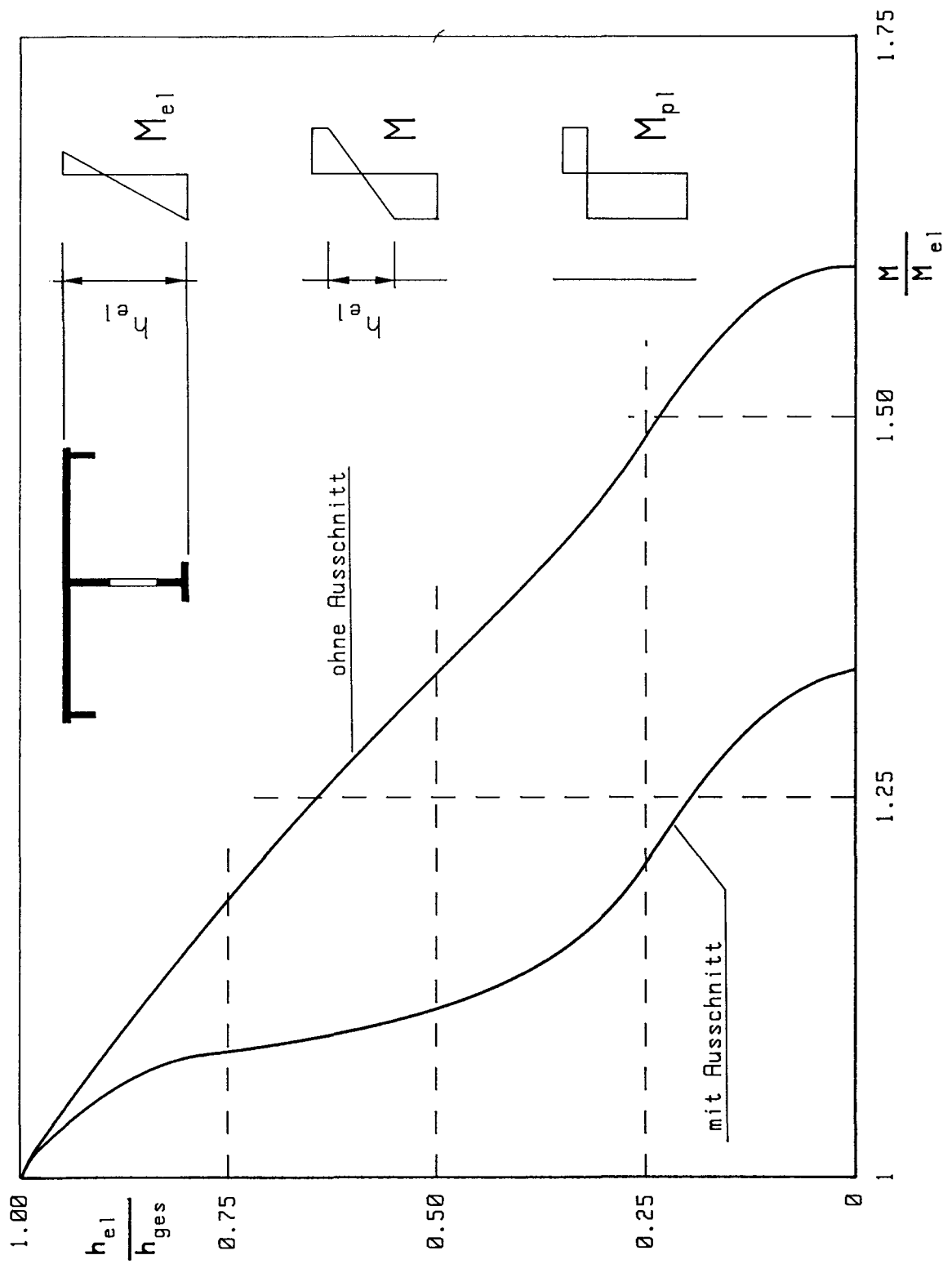


Bild A.56: elastische Resthöhen, Form 3

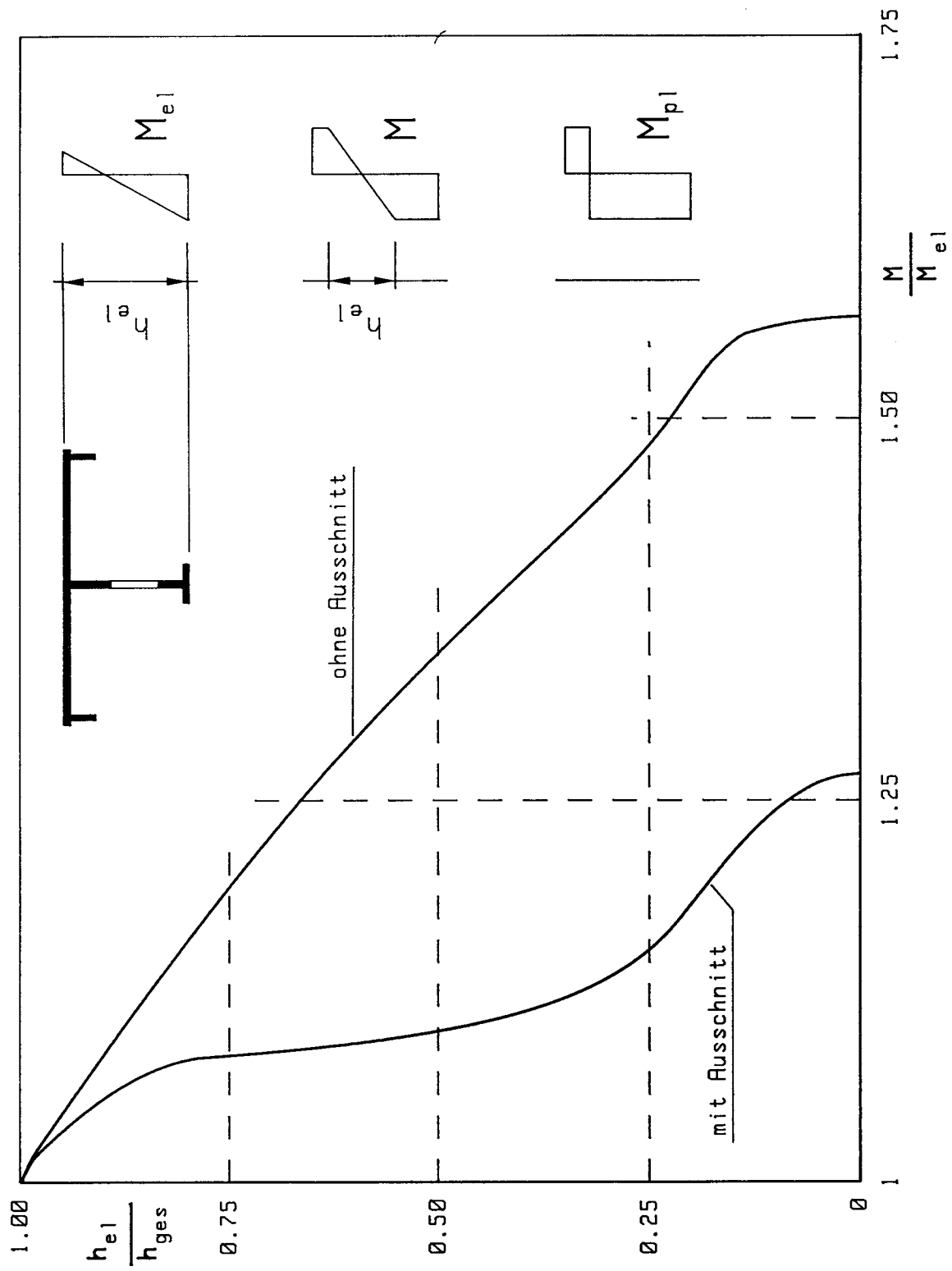


Bild A.57: elastische Resthöhen, Form 4

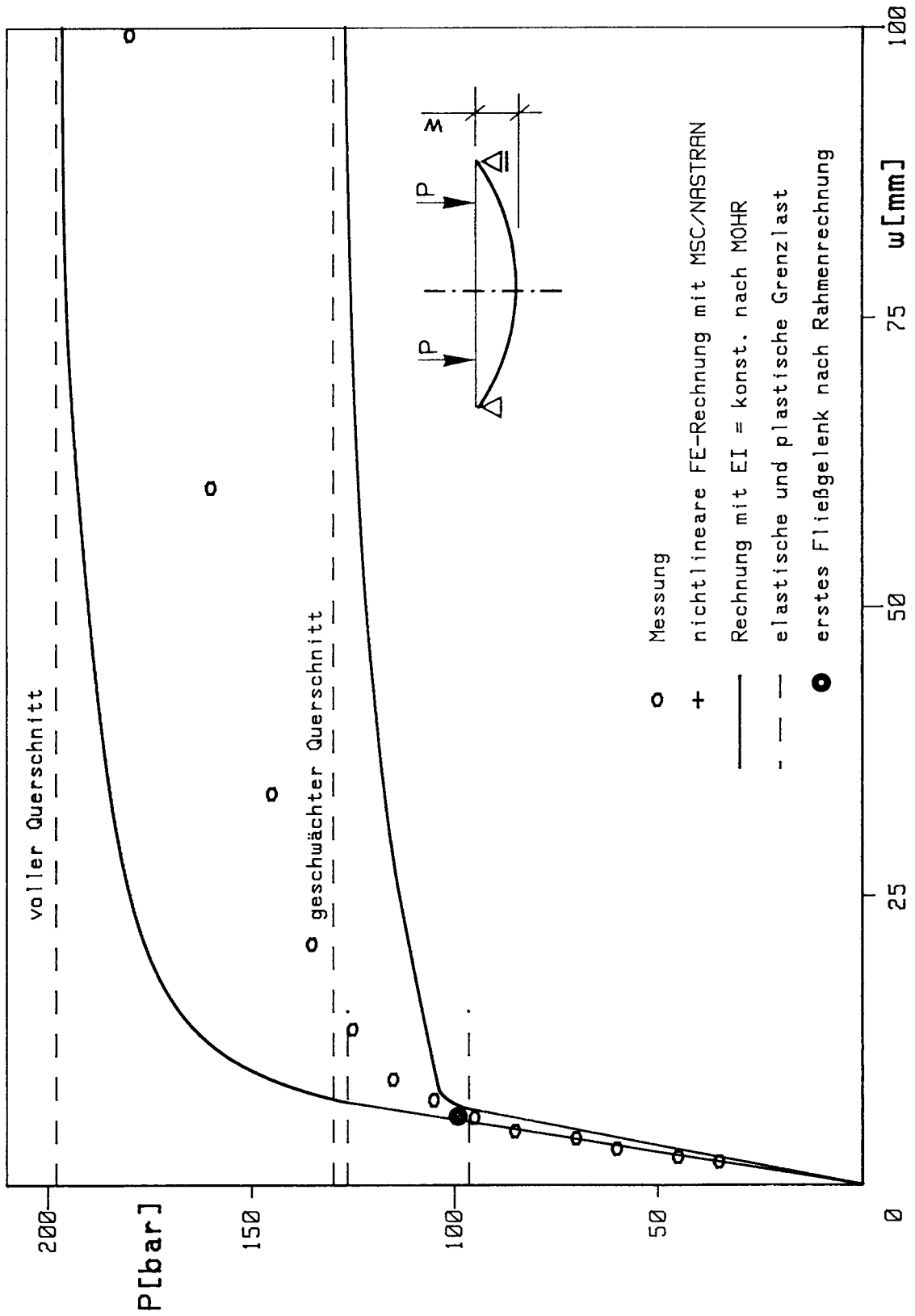


Bild A.58: Last-Verformungskurven, Form 1, Lastfall 1

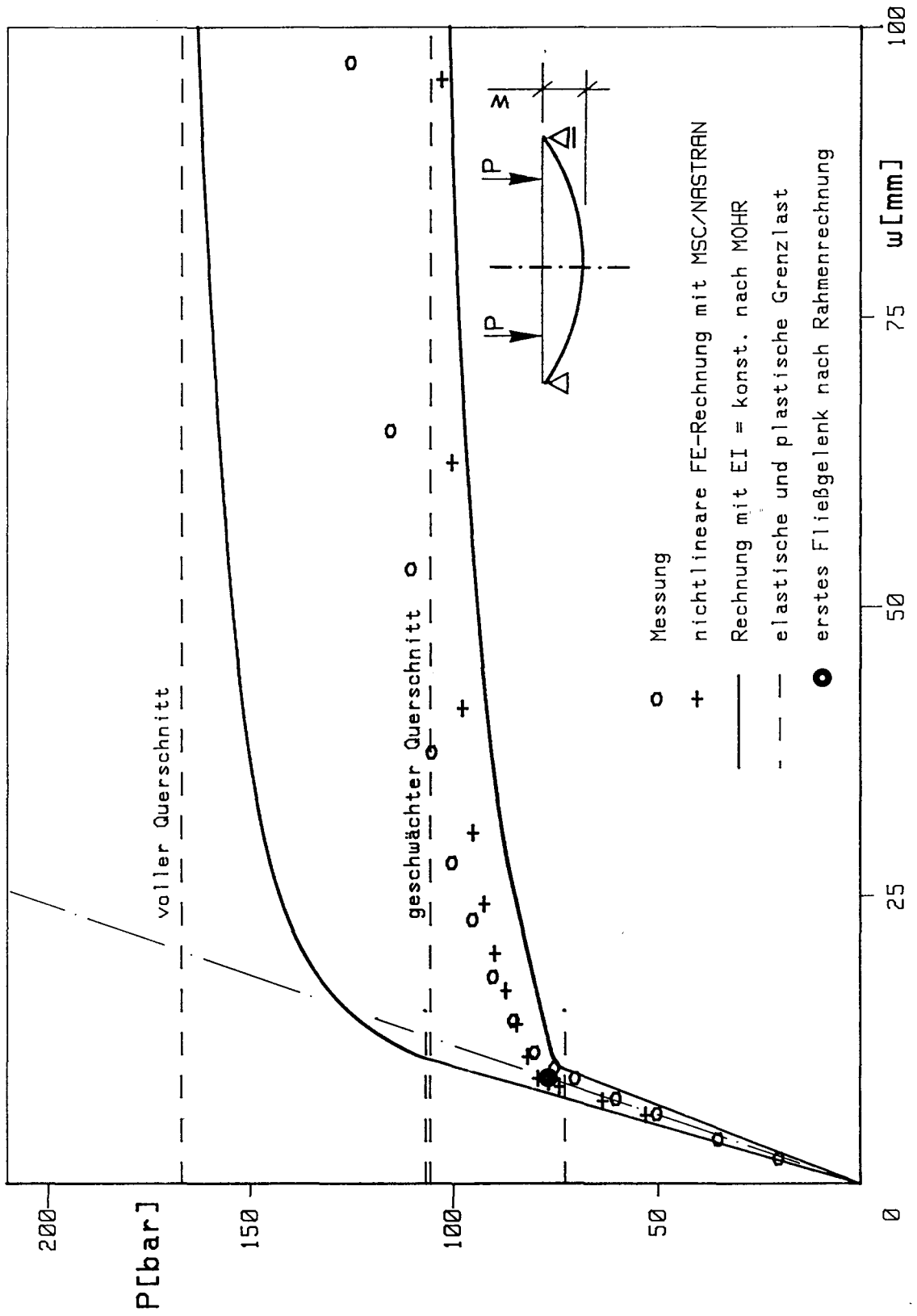


Bild A.59: Last-Verformungskurven, Form 2, Lastfall 1

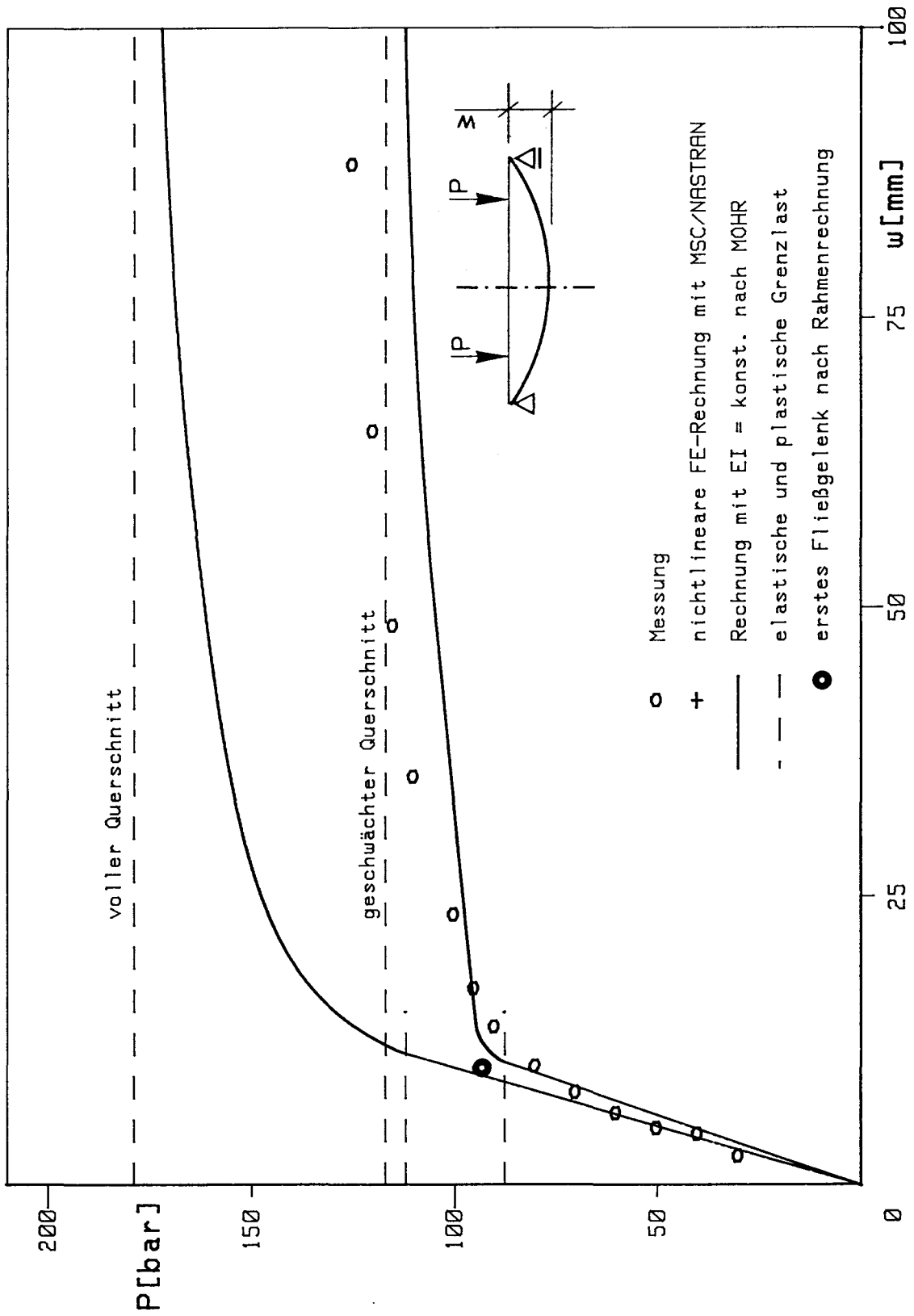


Bild A.60: Last-Verformungskurven, Form 3, Lastfall 1

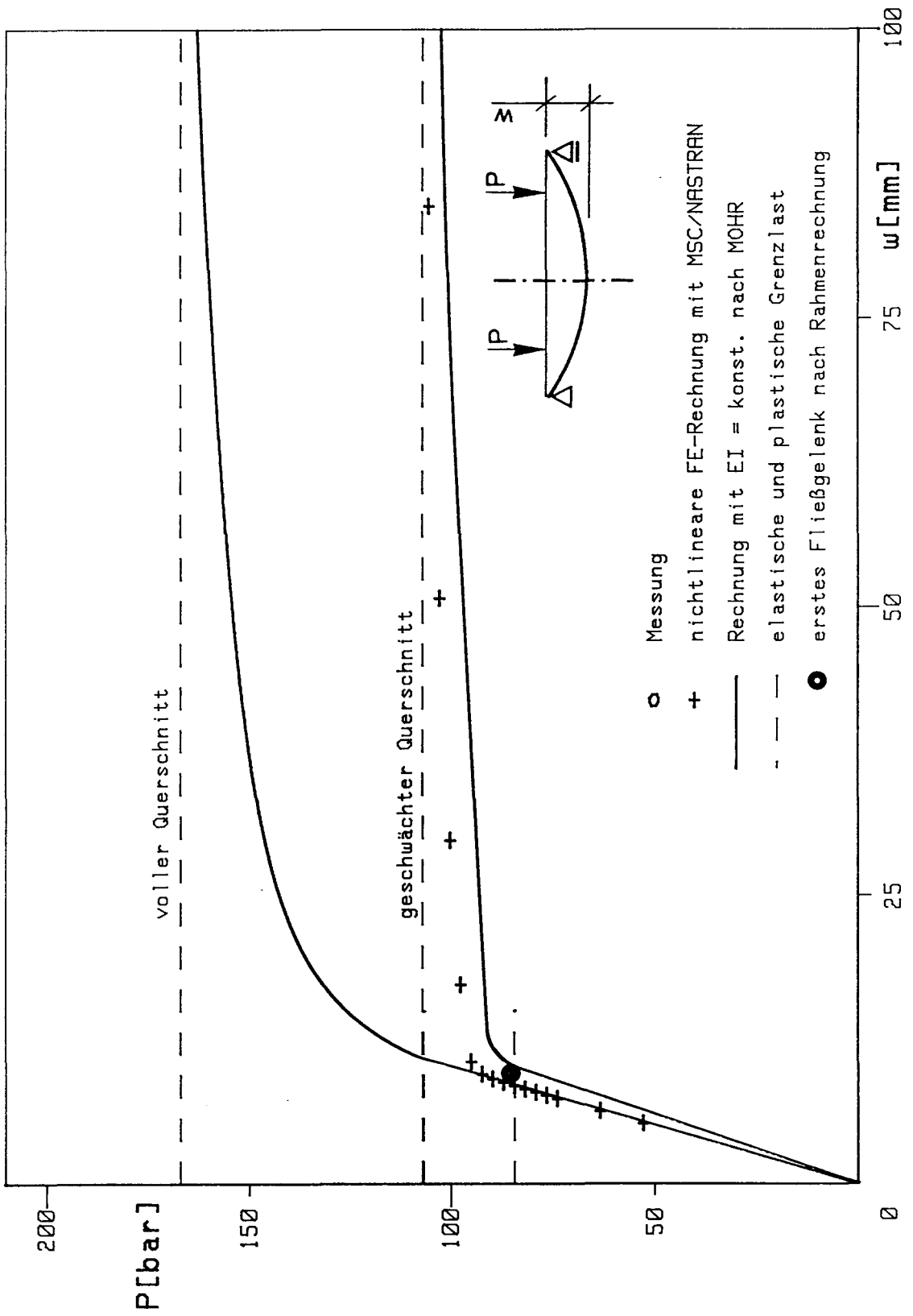


Bild A.61: Last-Verformungskurven, Form 4, Lastfall 1

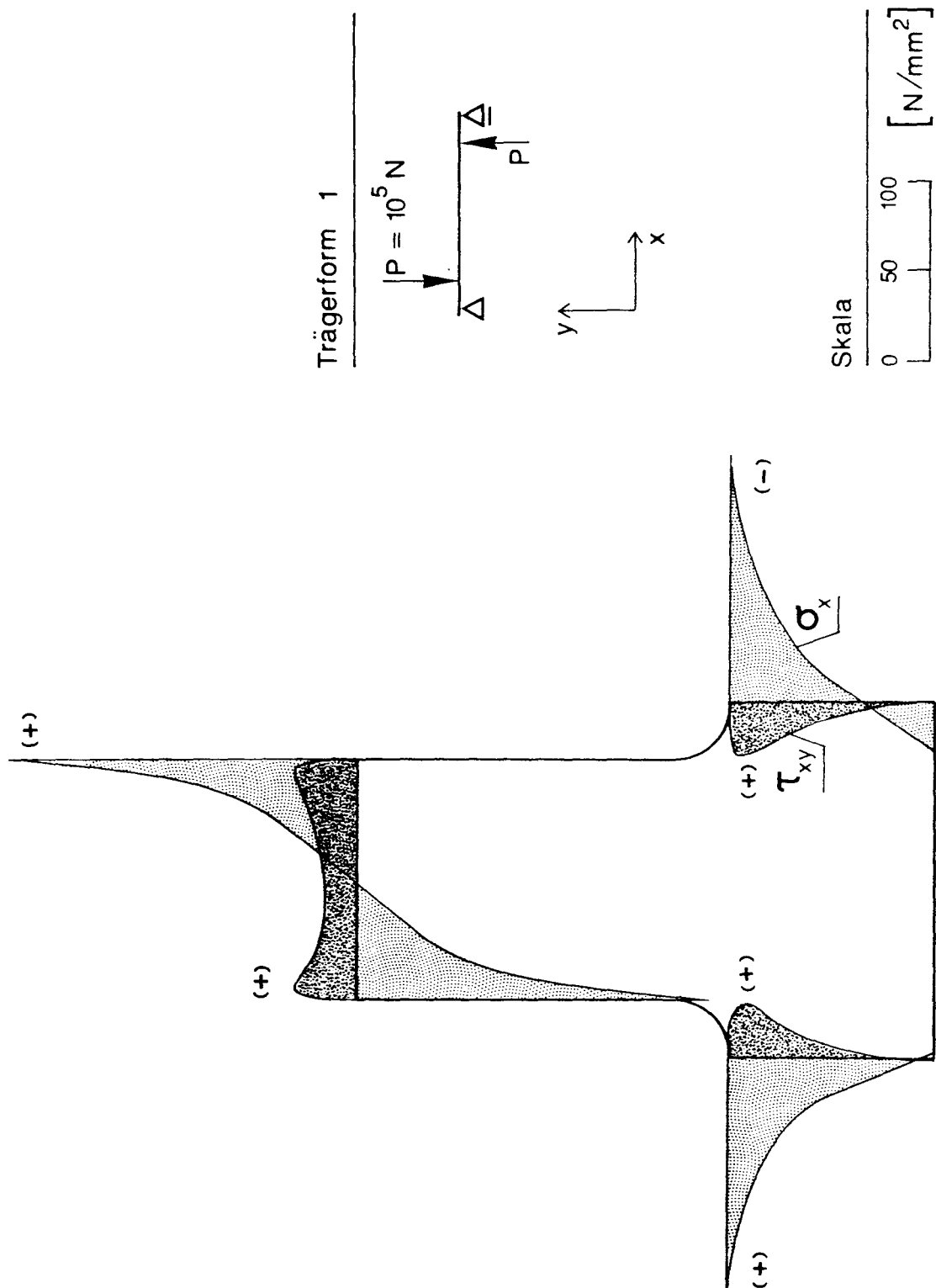


Bild A.62: Normal- und Schubspannungsverlauf, Form 1, Lastfall 2

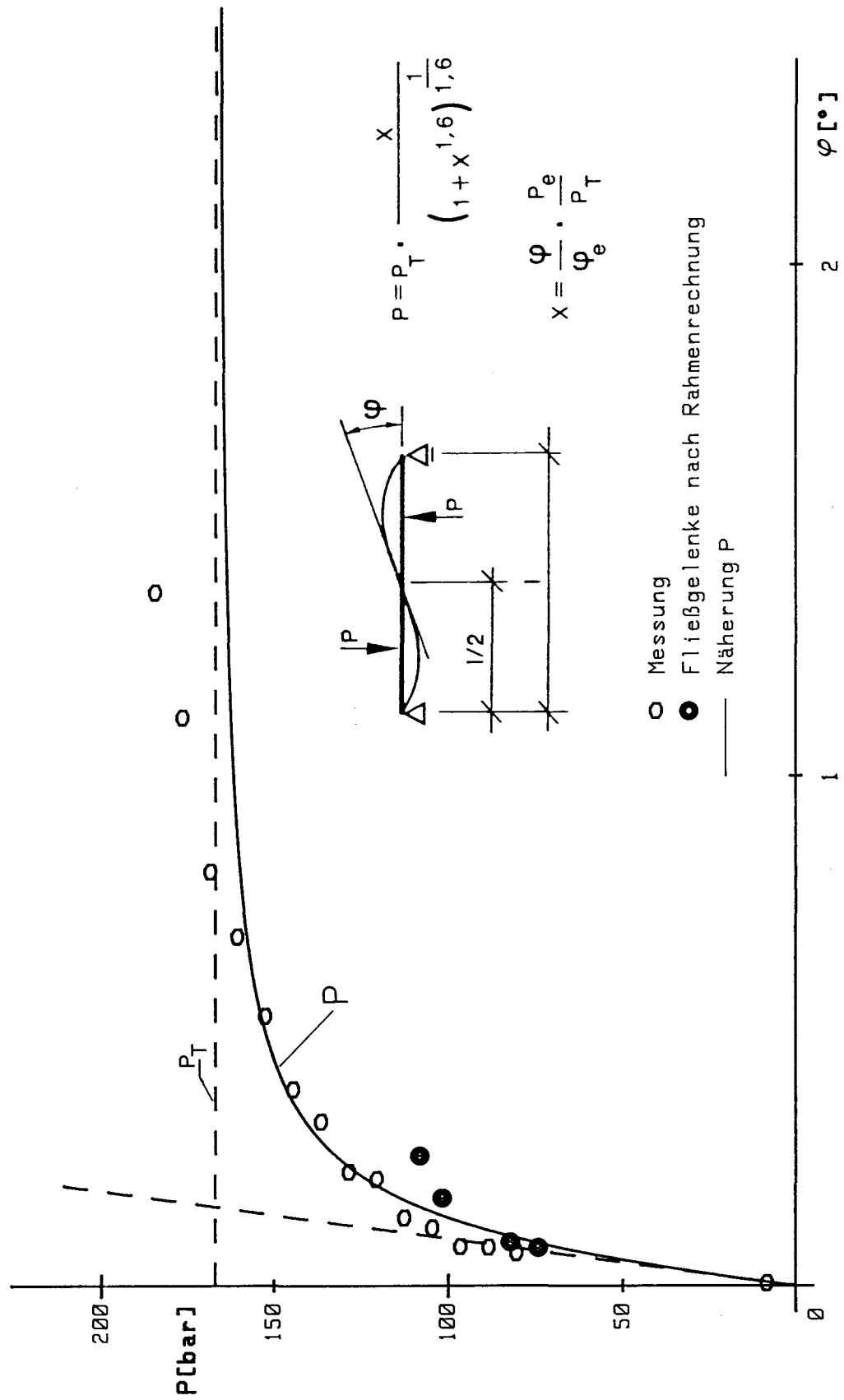


Bild A.63: Last-Verformungskurven, Form 1, Lastfall 2

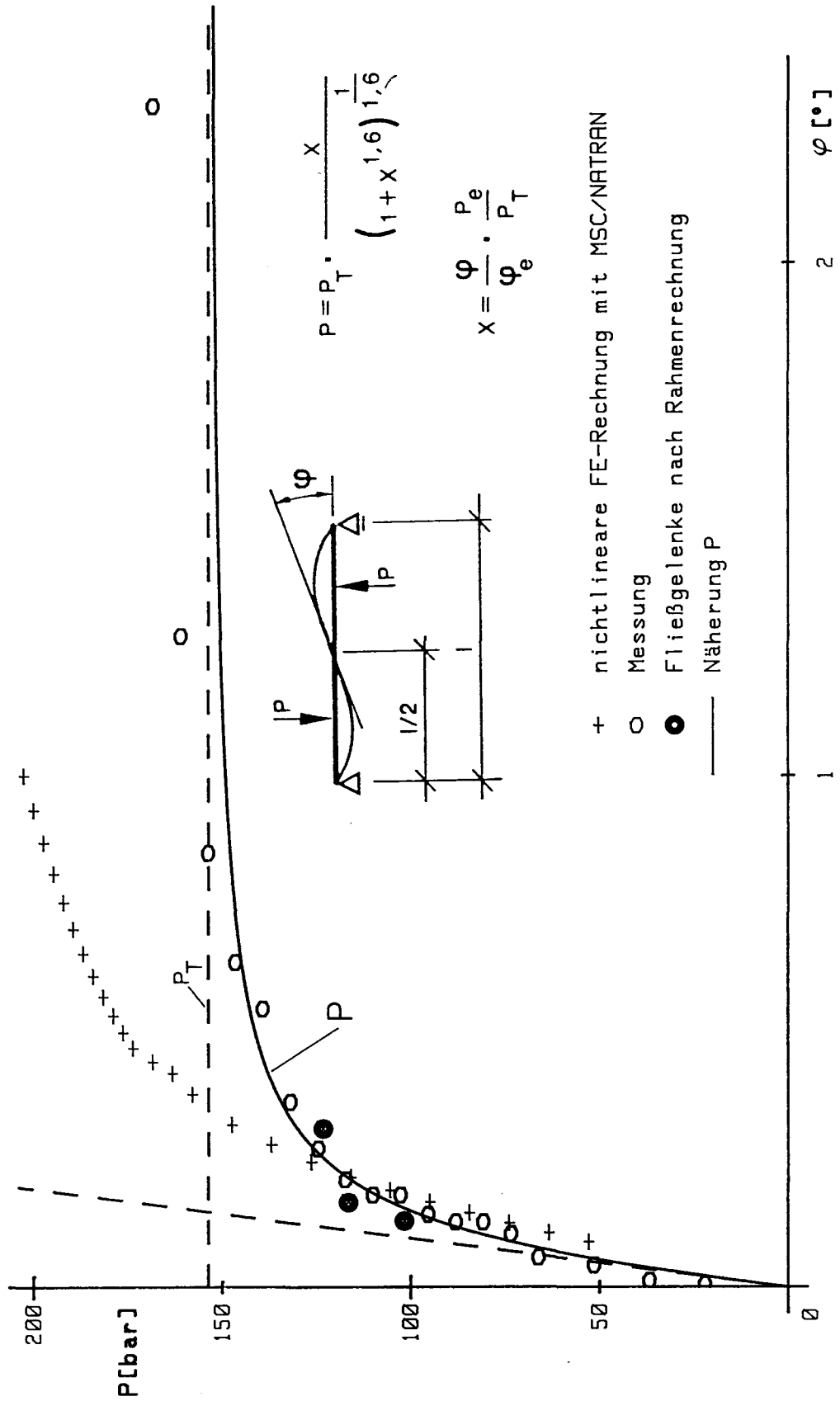


Bild A.64: Last-Verformungskurven, Form 2, Lastfall 2



Last = 200.000 N



Last = 330.000 N



Last = 240.000 N



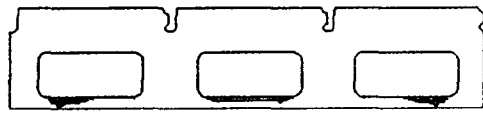
Last = 340.000 N



Last = 280.000 N



Last = 350.000 N



Last = 290.000 N



Last = 360.000 N



Last = 300.000 N



Last = 370.000 N



Last = 310.000 N



Last = 380.000 N



Last = 320.000 N



Last = 390.000 N

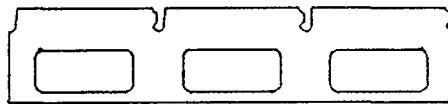
Bild A.65: Plastifizierungszonen, Form 2, Lastfall 1



Last = 200.000 N



Last = 640.000 N



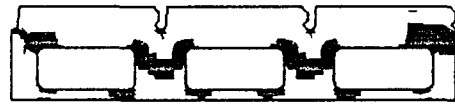
Last = 280.000 N



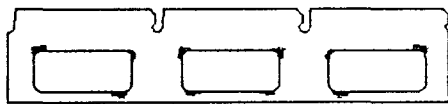
Last = 660.000 N



Last = 360.000 N



Last = 680.000 N



Last = 440.000 N



Last = 700.000 N



Last = 520.000 N



Last = 720.000 N



Last = 560.000 N



Last = 740.000 N

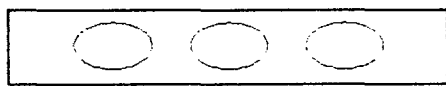


Last = 600.000 N



Last = 760.000 N

Bild A.66: Plastifizierungszonen, Form 2, Lastfall 2



Last = 240.000 N



Last = 350.000 N



Last = 290.000 N



Last = 360.000 N



Last = 300.000 N



Last = 370.000 N



Last = 310.000 N



Last = 380.000 N



Last = 320.000 N



Last = 390.000 N



Last = 330.000 N



Last = 410.000 N



Last = 340.000 N

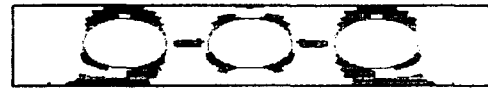


Last = 415.000 N

Bild A.67: Plastifizierungszonen, Form 4, Lastfall 1



Last = 360.000 N



Last = 720.000 N



Last = 400.000 N



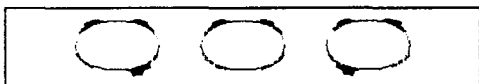
Last = 760.000 N



Last = 480.000 N



Last = 780.000 N



Last = 560.000 N



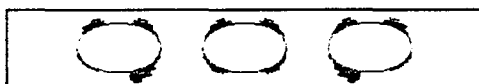
Last = 840.000 N



Last = 620.000 N



Last = 880.000 N



Last = 660.000 N



Last = 890.000 N



Last = 680.000 N



Last = 900.000 N

Bild A.68: Plastifizierungszonen, Form 4, Lastfall 2

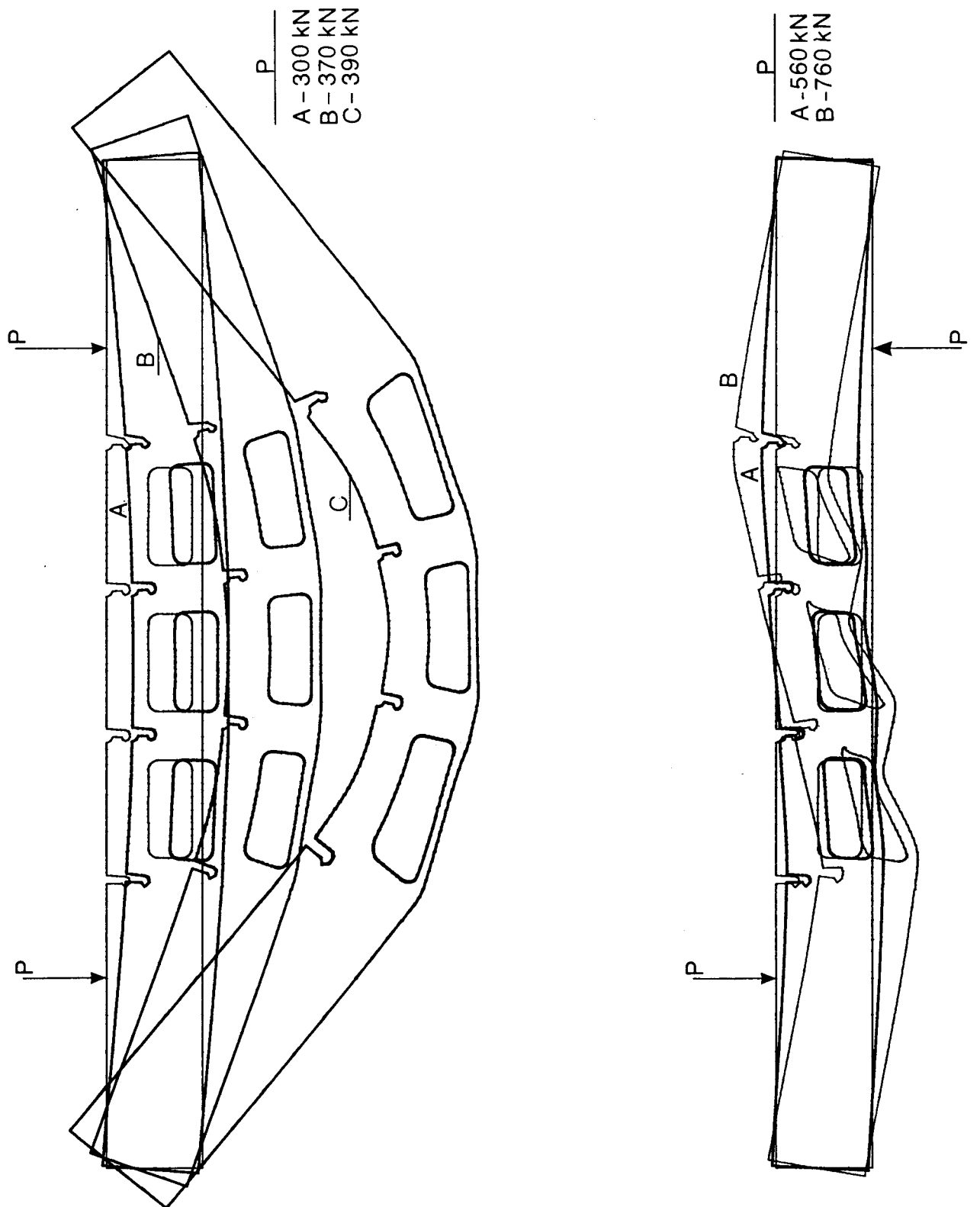


Bild A.69: nichtlineare Verformungen, Form 2

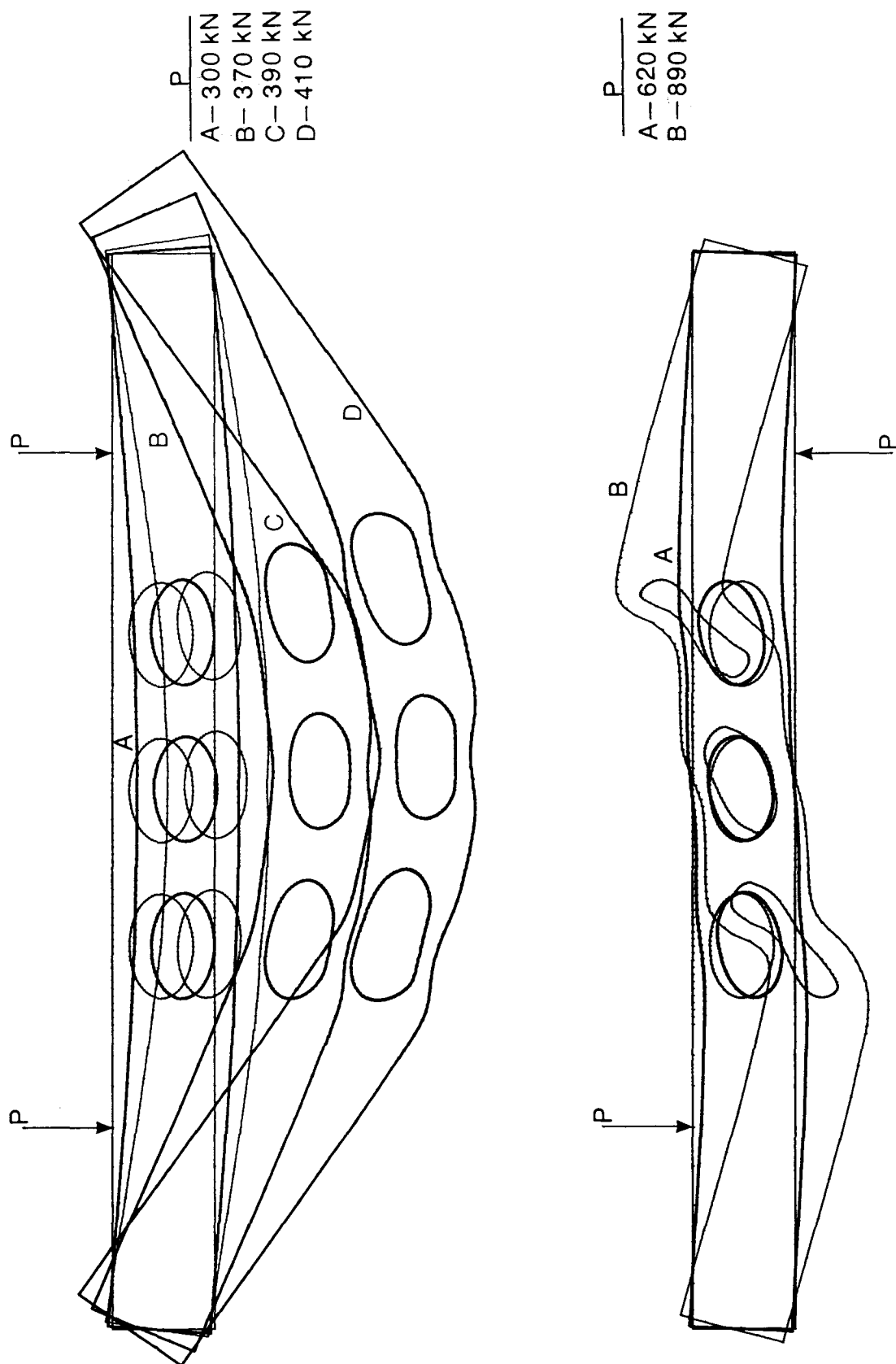
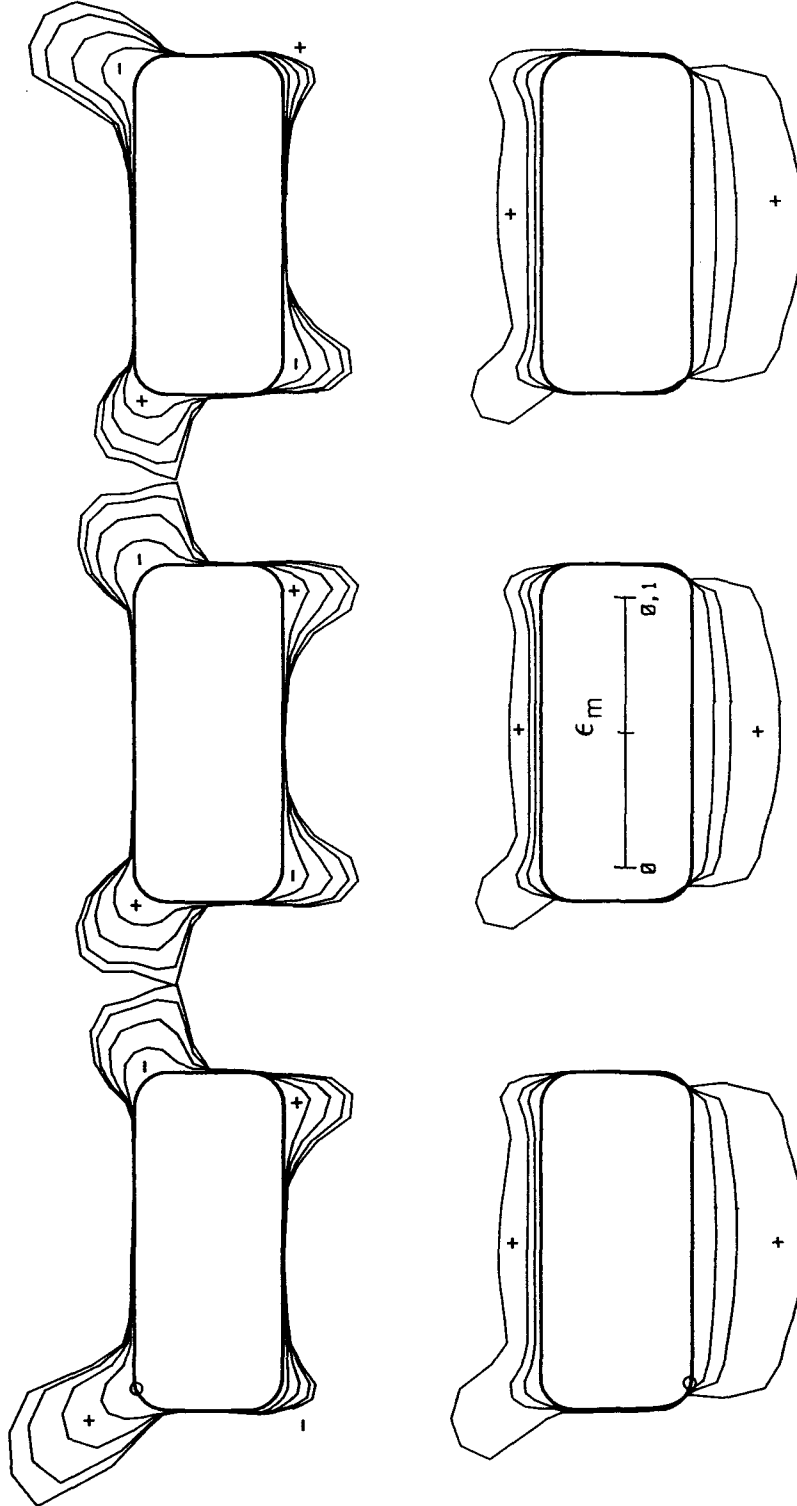


Bild A.70: nichtlineare Verformungen, Form 4

Laststufen

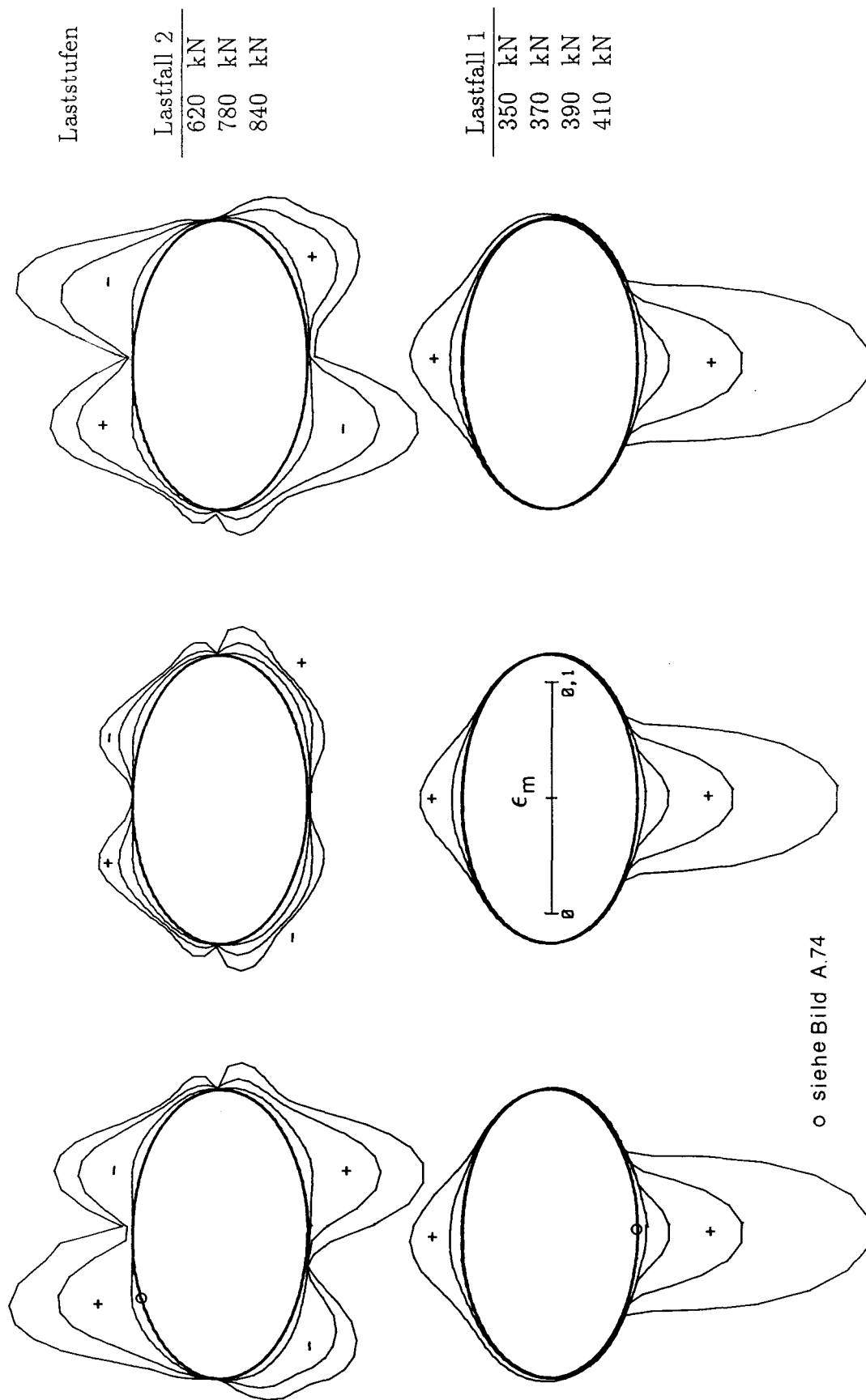
Lastfall 2	
480	kN
580	kN
660	kN
680	kN

Lastfall 1	
350	kN
370	kN
390	kN



o siehe Bild A.73

Bild A.71: gemittelte Randdehnungen, Form 2



o siehe Bild A.74

Bild A.72: gemittelte Randdehnungen, Form 4

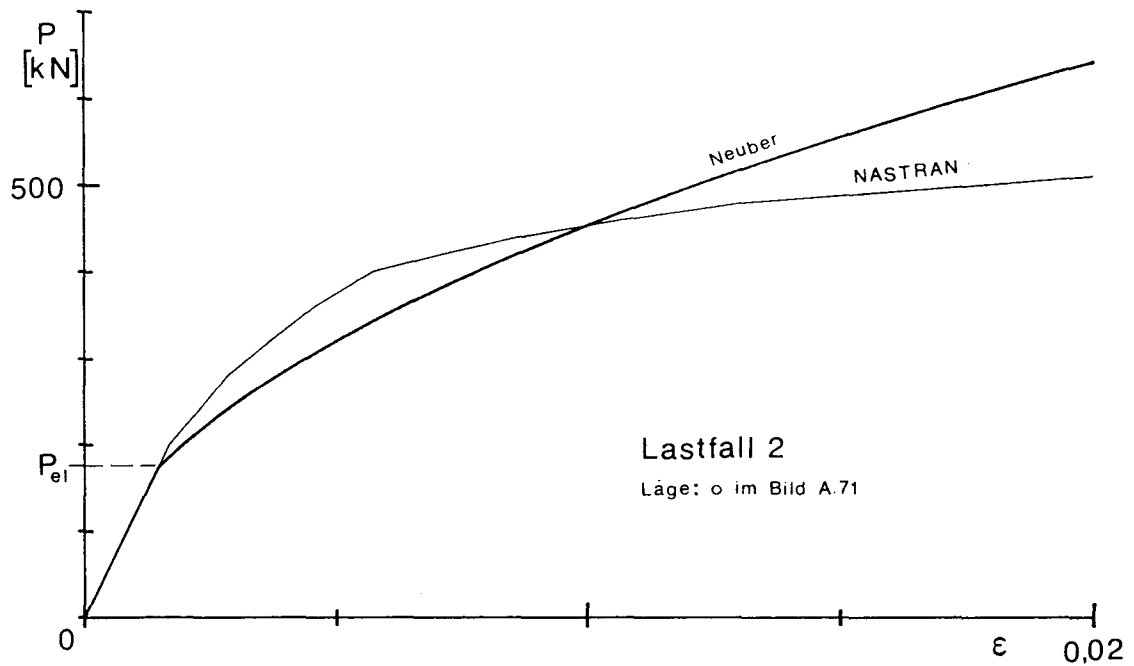
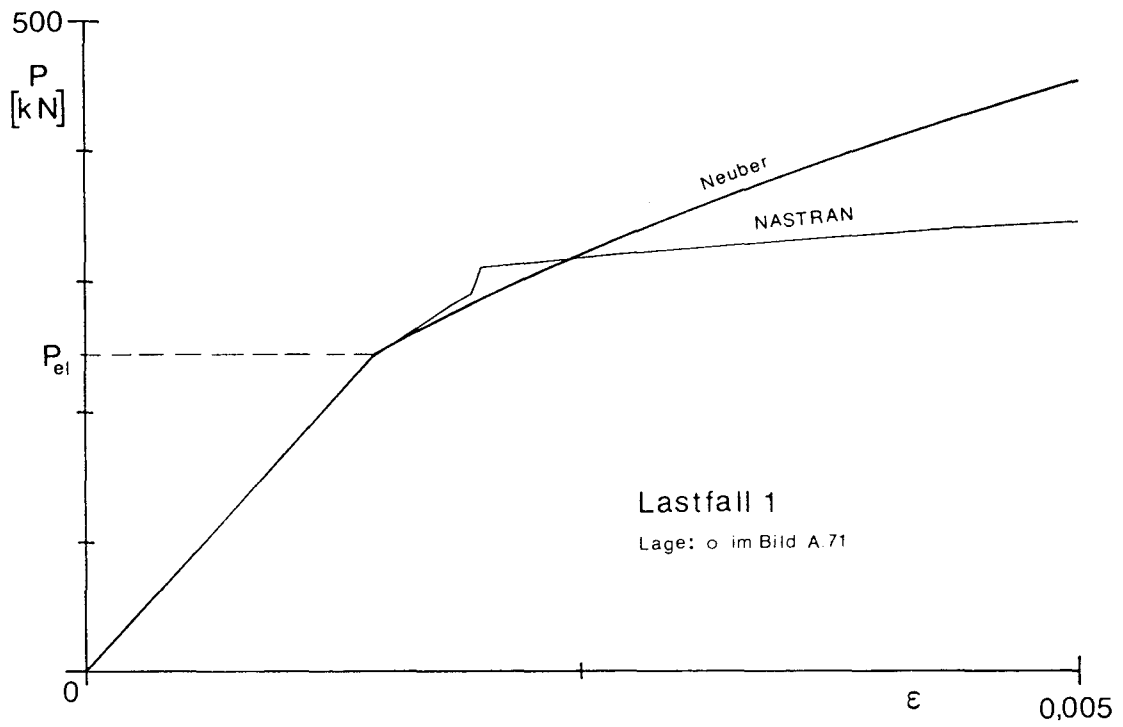


Bild A.73: Vergleich der Randdehnungen, Form 2

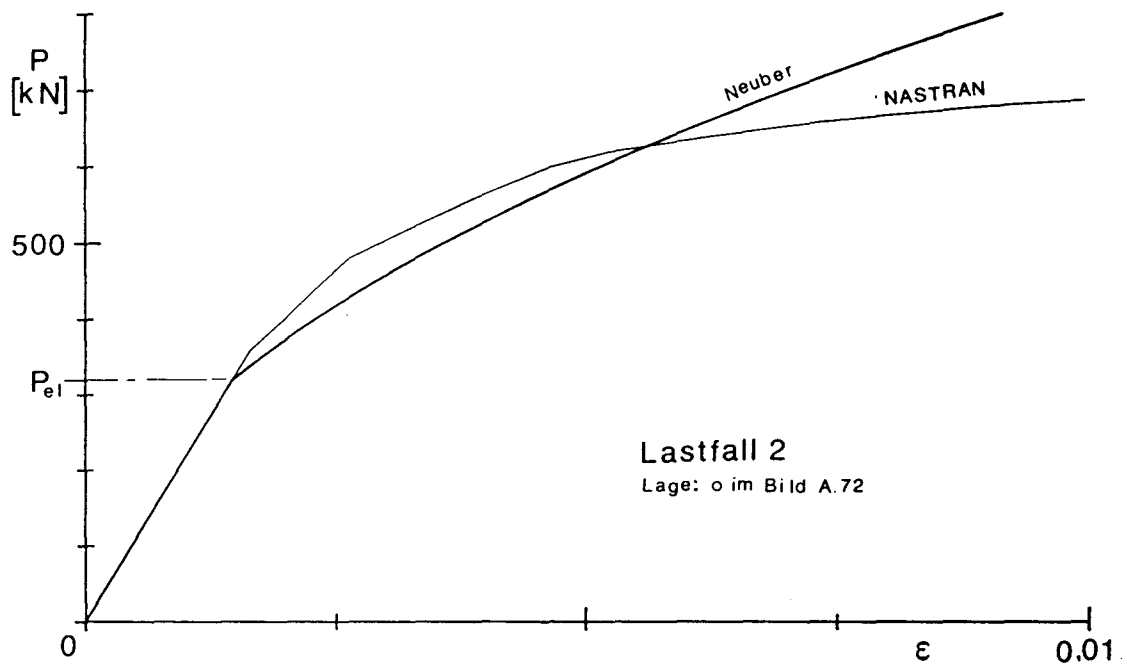
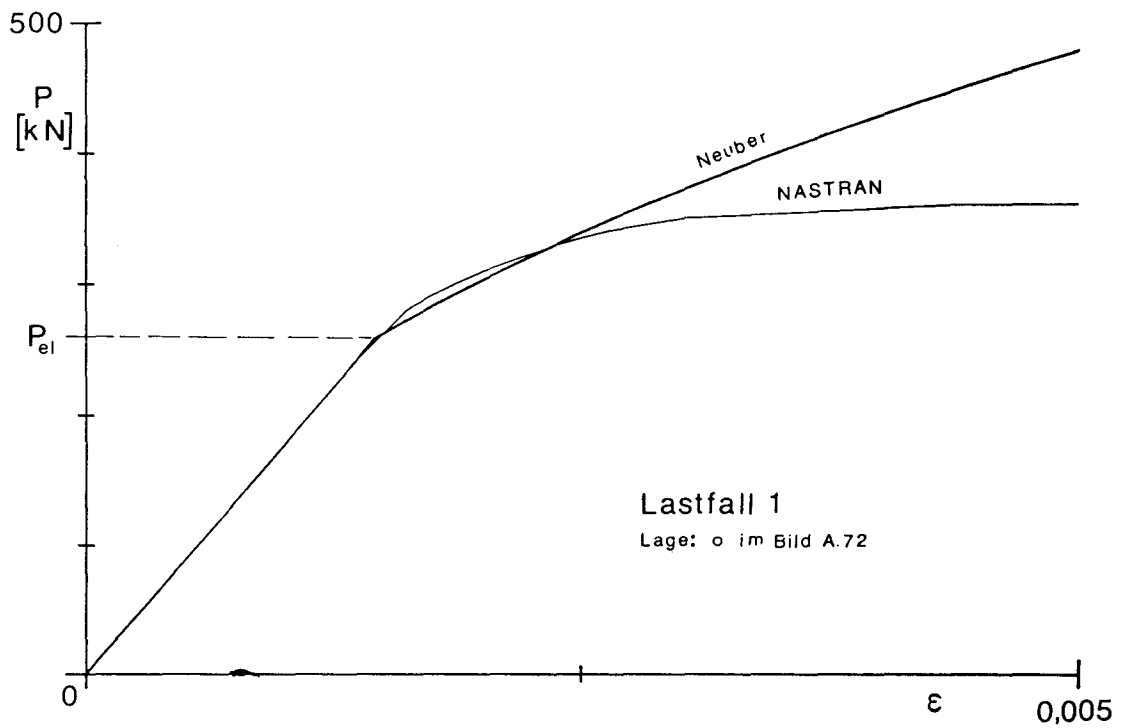


Bild A.74: Vergleich der Randdehnungen, Form 4

B Tabellen

	Form 1	Form 2	Form 3	Form 4	
Lastdifferenz	45	45	40	--	bar
Biegemoment M	128,3	128,3	114,0	128,3	$\cdot 10^6 \text{ Nmm}$
Trägheitsmoment J					
ohne Ausschnitt	457,4	361,0	384,8	361,0	$\cdot 10^6 \text{ mm}^4$
mit Ausschnitt	378,3	269,9	321,2	306,9	$\cdot 10^6 \text{ mm}^4$
Randspannung $\sigma_{b,max}$					
ohne Ausschnitt	111,25	129,12	113,26	129,12	$\frac{N}{\text{mm}^2}$
mit Ausschnitt	145,80	189,34	144,67	163,30	$\frac{N}{\text{mm}^2}$
Lochrandspannung $\sigma_{b,l}$					
ohne Ausschnitt	80,39	107,79	80,67	90,02	$\frac{N}{\text{mm}^2}$
mit Ausschnitt	108,49	160,81	105,62	117,31	$\frac{N}{\text{mm}^2}$

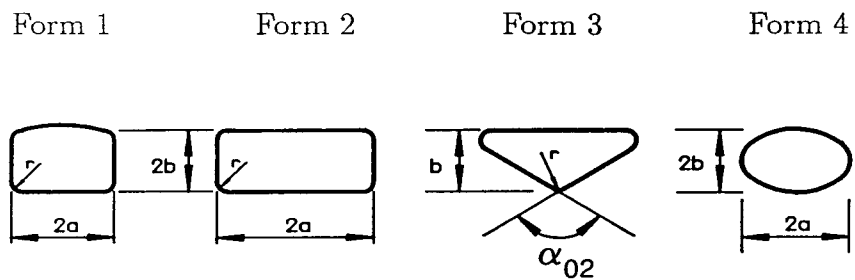
Tabelle B.1: Biegespannungen nach der einfachen Biegetheorie

	Form 1	Form 2	Form 3	Form 4	
Lastdifferenz	16	25	25	--	bar
Querkraft Q	36640	43998	42051	43998	N
Stegfläche A_S					
ohne Ausschnitt	4558	4128	3984	4128	mm^2
mit Ausschnitt	2322	2236	1660	1548	mm^2
Schubspannung τ_m					
ohne Ausschnitt	8,04	10,66	10,55	10,66	$\frac{N}{\text{mm}^2}$
mit Ausschnitt	15,78	19,68	25,33	28,42	$\frac{N}{\text{mm}^2}$

Tabelle B.2: mittlere Schubspannungen nach der einfachen Biegetheorie

	Form 1	Form 2	Form 3	
Träger 1	308,89	312,94	313,77	$\frac{N}{mm^2}$
Träger 2	317,24	310,59	311,74	$\frac{N}{mm^2}$
Träger 3	310,59	318,60	325,91	$\frac{N}{mm^2}$
Träger 4	322,57	299,98	317,81	$\frac{N}{mm^2}$

Tabelle B.3: gemittelte Streckgrenzen für jeden Träger



a	187,5	250,0	—	250,0	mm
b	110,0	110,0	280,0	150,0	mm
r	30	50	50	—	mm
a/b	1,7045	2,2727	—	1,6667	
r/a	0,16	0,2	0,1786	—	
r/b	0,2727	0,4545	—	—	
alpha_02	—	—	55°	—	

Tabelle B.4: Formparameter

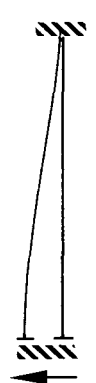

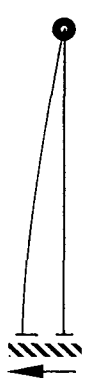
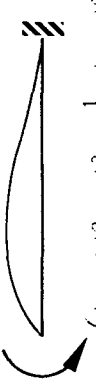

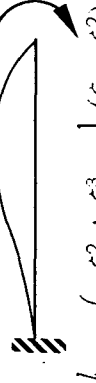
N		$\frac{1}{I+\Phi} \cdot (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 + (1 - \xi)\Phi)$		$\frac{1}{4+\Phi} \cdot (4 - 6\xi + 2\xi^3 + (1 - \xi)\Phi)$	
N''	$\frac{1}{I+\Phi} \cdot \frac{6}{l^2} (-1 + 2\xi)$	$\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2}$	$-\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2} (1 - \xi)$	$-\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2} (1 - \xi)$	$-\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2} (1 - \xi)$
N		$\frac{l}{I+\Phi} \cdot (\xi - 2\xi^2 + \xi^3 + \frac{1}{2}(\xi - \xi^2)\Phi)$	0	0	$l(\xi - \frac{3}{2}\xi^2 + \frac{1}{2}\xi^3)$
N''	$\frac{1}{I+\Phi} \cdot \frac{1}{l} (-4 + 6\xi - \Phi)$	$\frac{1}{I+\Phi} \cdot \frac{6}{l^2} (1 - 2\xi)$	$-\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2} \xi$	$-\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2} (1 - \xi)$	$-\frac{3}{l} (1 - \xi)$
N		$\frac{1}{I+\Phi} \cdot (3\xi^2 - 2\xi^3 + \xi\Phi)$	$\frac{1}{4+\Phi} \cdot (6\xi - 2\xi^3 + \xi\Phi)$	$\frac{1}{4+\Phi} \cdot (6\xi^2 - 2\xi^3 + \xi\Phi)$	$\frac{1}{4+\Phi} \cdot (6\xi^2 - 2\xi^3 + \xi\Phi)$
N''	$\frac{1}{I+\Phi} \cdot \frac{6}{l^2} (1 - 2\xi)$	$\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2}$	$-\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2} \xi$	$\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2} (1 - \xi)$	$\frac{1}{4+\Phi} \cdot \frac{12\xi}{l^2} (1 - \xi)$
N		$\frac{l}{I+\Phi} \cdot (-\xi^2 + \xi^3 - \frac{1}{2}(\xi - \xi^2)\Phi)$	$\frac{l}{2} (-\xi + \xi^3)$	$\frac{3}{2} \xi$	0
N''	$\frac{1}{I+\Phi} \cdot \frac{1}{l} (-2 + 6\xi + \Phi)$	$\frac{3}{l} \xi$	0	0	0

Tabelle B.5: Formfunktionen und zweifache Ableitungen

C Fotos

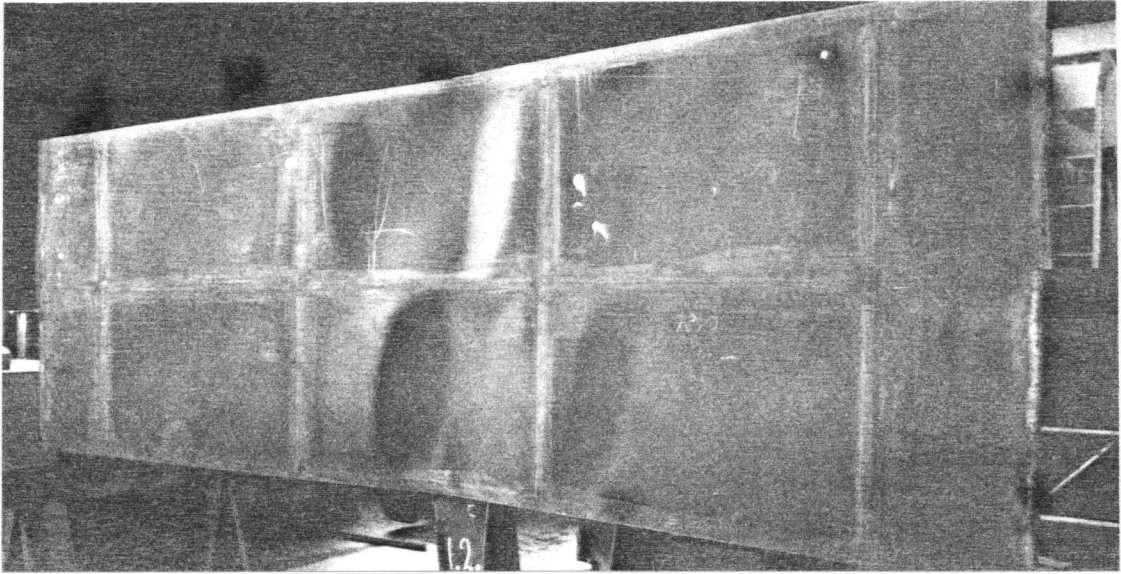


Bild C.1: Obergurtbeulen, Lastfall 1

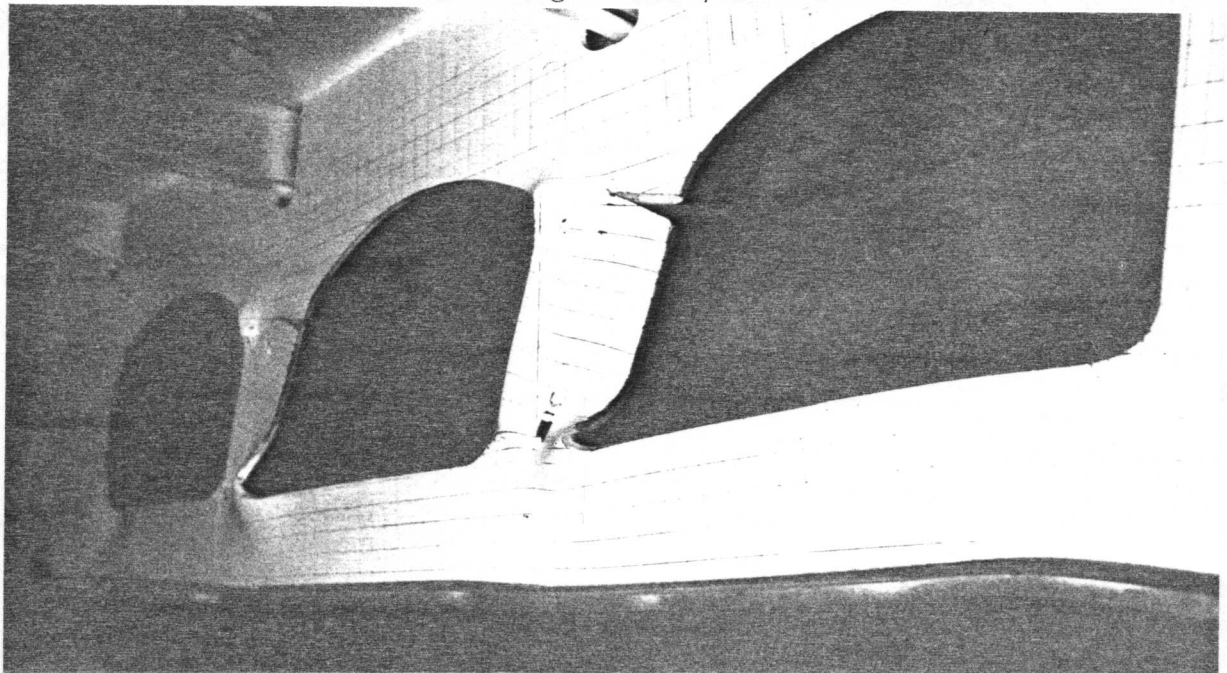


Bild C.2: Einrisse, Lastfall 2