

112 | Juni 1962

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

B. Wagner

Praktische Durchführung der Berechnung der Fahrgeschwindigkeit von Segelschiffen

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 112

Praktische Durchführung der Berechnung
der Fahrgeschwindigkeit von Segelschiffen

B. Wagner

Hamburg, Juni 1962

Praktische Durchführung der Berechnung der Fahrtgeschwindigkeit von Segelschiffen

Unter Benutzung der in H.Thieme 'Mechanik des Segelantriebs' (JSTG 1955) abgeleiteten Beziehungen werden verschiedene Verfahren angegeben, die es gestatten, die Geschwindigkeit eines Segelschiffes angenähert zu berechnen. Den unterschiedlichen Anforderungen entsprechend, schließt die Berechnung optimale und nicht optimale Fälle ein. Die Beispielrechnungen geben einen Anhalt für die von einem modernen Großsegler (Takelage nach Prölss) bei verschiedenen Kursen zum Wind zu erwartenden Geschwindigkeiten.

Gliederung:

1. Grundlagen
 - 1.1. Berechnungsunterlagen
 - 1.2. Symbole
 - 1.3. Zusammenstellung und Erläuterung der für die Durchführung der Rechnung notwendigen Gleichungen.
2. Durchführung der Rechnung
 - 2.1. Ermittlung der möglichen Fahrtgeschwindigkeit eines Seglers auf einem bestimmten Scheinwindkurs \angle_A , wenn ein bestimmter Polarenpunkt vorgegeben wird.
 - 2.2. Ermittlung der optimalen Fahrtgeschwindigkeit eines Seglers bei vorgegebenem Scheinwindkurs \angle_A .
 - 2.3. Ermittlung der Fahrtgeschwindigkeit eines Seglers auf einem optimalen Scheinwindkurs \angle_A , wenn der Polarenanstieg vorgegeben wird und der Rumpfwiderstandskoeffizient eine Funktion der Fahrtgeschwindigkeit ist.

1. Grundlagen

1.1. Berechnungsunterlagen

Die Berechnung erfolgt unter Berücksichtigung der Widerstandserhöhung durch Schräganströmung, die beim Segeln mit Abtrift auftritt (Abtriftwiderstand). Der durch Krängung des Schiffes hervorgerufene Widerstandsanstieg wird im folgenden Verfahren nicht berücksichtigt. Er ist auch bei Schiffen, die wenig krängen, zu vernachlässigen und könnte andernfalls durch einen geschwindigkeitsabhängigen Zuschlag im Abtriftwiderstand berücksichtigt werden, da ja Krängung und Abtrift die gleiche Ursache haben.

Zur Durchführung der Berechnung müssen bekannt sein:

1. Der Geradeauswiderstand des Rumpfes als Funktion der Fahrtgeschwindigkeit.
2. Die Rumpfpolare, d.h. die Widerstandserhöhung durch Schräganströmung des Rumpfes als Funktion der Rumpfuferkraft.
3. Die Segelpolare, d.h. die Segelquerkraft als Funktion des Segelwiderstandes.
4. Die Hauptabmessungen und Konstruktionsdaten (Segelfläche, Lateralfläche) des Schiffes.

1.2. Symbole (vergl. hierzu Fig.1)

Bemerkung: Jeder Index 'A' bezieht sich auf Luftkräfte, Index 'H' entsprechend auf Wasserkräfte..

x-Achse, y-A

x-Achse, y-Achse...achsen in Schiffslängerrichtung und in Schiffsquerrichtung (schiffsfestes Achsensystem)

x_H -Achse, y_H -Achse...Achsen in Fortbewegungsrichtung des Schiffes gegen Wasser, und senkrecht dazu

c_{CA}Querkraftkoeffizient der Luftkräfte, siehe Gl.1

c_{DA}Widerstandskoeffizient der Luftkräfte, siehe Gl.1

c_{RA}Resultierende aus c_{CA} und c_{DA}

c_{XHA}, c_{YHA}Koeffizient d, Luftkraftkomponente in Richtung x_H

bzw. y_H , siehe Gl.1

c_EKoeffizient der effektiven Vortriebskomponente in Fahrtrichtung x_H , siehe Gl.2

v_Aauf das Schiff wirkende Luftgeschwindigkeit, auch 'Scheinwind' oder relative Windgeschwindigkeit (m/s)

v_Wabsolute oder wahre Windgeschwindigkeit (m/s)

v_HSchiffsgeschwindigkeit durch das Wasser (m/s)

χ_AWinkel zwischen v_H und v_A Winkel positiv bei

χ_WWinkel zwischen v_H und v_W Anströmung v. Backbord

A_SSegelfläche (m^2)

A_LLateralplanfläche (m^2)

T.....Tiefgang (m)

H_SHöhe der Besegelung (m)

$A_L = 2T^2/A_L$Seitenverhältnis des Lateralplanes

$A_S = H_S^2/A_S$Seitenverhältnis der Besegelung

- VVerdrängung des Unterwasserschiffes (m^3),
 ρ_A, ρ_HDichte von Luft bzw. Wasser ($kg.s^2/m^4$),
 c_0Geradeauswiderstandskoeffizient des Rumpfes, be-
 zogen auf die Verdrängung V und die Dichte des
 Wassers ρ_H , s. Gl. 3,
 c_{DHO}Geradeauswiderstandskoeffizient des Rumpfes, bezogen
 auf die Lateralfläche A_L und die Dichte des Wassers
 ρ_H ,
 c_{CH}Koeffizient der Rumpfquerkraft bezügl. A_L und ρ_H ,
 c_{DHC}Koeffizient des Wasserquerkraftwiderstandes des
 Rumpfes bezügl. A_L und ρ_H , also desjenigen Wasser-
 widerstandsteiles, der durch Schräganströmung des R
 Rumpfes zusätzlich hervorgerufen wird,
 $c_{DH} = c_{DHO} + c_{DHC}$...Wasserwiderstandskoeffizient des Rumpfes
 fGeradeauswiderstandskoeffizient des Rumpfes, bezo-
 gen auf die Segelfläche A_S und die Luftdichte ρ_A ,
 s. Gl. 4,
 $\epsilon_{CA} = \frac{c_{DA}}{c_{DA}}$Verhältnis von Luftwiderstand zu Luftquerkraft, die
 'Gleitzahl' der Luftkräfte,
 $\epsilon_{CH} = \frac{c_{DHC}}{c_{CH}}$Verhältnis von Wasserquerkraftwiderstand zur Wasser-
 querkraft, die ihn verursacht, die 'Gleitzahl' r
 des Rumpfes.

1.3. Zusammenstellung und Erläuterung der für die Durchführung der Rechnung notwendigen Gleichungen

Aus der Skizze Fig. 1 ergibt sich für die Koeffizienten der
Luftkraftkomponenten in Fahrtrichtung x_H UND Senkrecht dazu:

$$c_{XHA} = \frac{x_{HA}}{\frac{\rho_A}{2} \cdot v_A^2 \cdot A_S} = c_{CA} \cdot \sin A - c_{DA} \cdot \cos A \quad (Gl. 1)$$

$$c_{YHA} = \frac{y_{HA}}{\frac{\rho_A}{2} \cdot v_A^2 \cdot A_S} = c_{CA} \cdot \cos A + c_{DA} \cdot \sin A$$

Um die effektive Vortriebskomponente zu bestimmen, muß von
 c_{XHA} noch die Widerstandserhöhung durch Schräganströmung abge-

zogen werden. Wir erhalten:

$$c_E = c_{XHA} - c_{YHA} \cdot \varepsilon_{CH}$$

$$c_E = c_{CA} \cdot \sin \alpha_A - c_{DA} \cdot \cos \alpha_A - c_{CA} \cdot \cos \alpha_A + c_{DA} \cdot \sin \alpha_A \cdot \varepsilon_{CH} \quad (Gl.2).$$

Etwas anders zusammengefaßt erhält man (die Absolutstriche weglassend):

$$c_E = c_{CA} \sin \alpha_A \mp \varepsilon_{CH} \cos \alpha_A - c_{DA} \cos \alpha_A \pm \varepsilon_{CH} \sin \alpha_A \quad (Gl.2a)$$

Anmerkung zur Wahl des Vorzeichens:

Aus Gl.2 geht hervor, daß der durch Schräganströmung hervorgerufene Widerstandsanteil vortriebsmindernd wirkt, also immer abgezogen werden muß. Aus diesem Grunde müssen die Vorzeichen wechseln, wenn die Luftkraftkomponente c_{YHA} senkrecht zur Fahrtrichtung x_H das Vorzeichen wechselt. Dieser Vorzeichenwechsel besagt, daß man aus dem Bereich des 'Querkraftsegelns' (zu bestmöglicher Fortbewegung ist ein geringer Widerstand und eine hohe Querkraft erwünscht) in den Bereich des 'Widerstandssegelns' gelangt (geringe Querkraft und hoher Widerstand sind erwünscht):

$$\begin{array}{ll} \text{obere Vorzeichen:} & c_{YHA} \quad (\text{nach Gl.1}) \quad 0 \\ \text{untere Vorzeichen:} & c_{YHA} \quad (\text{nach Gl.1}) \quad 0 \end{array}$$

Geht man von den oberen Vorzeichen aus, so müßte ε_{CH} immer mit dem Vorzeichen von c_{YHA} multipliziert werden.

Das Kräftegleichgewicht erfordert:

effektive Vortriebskraft = Schiffswiderstand für ungekrängte Geradeausfahrt,

$$c_E \cdot A_S \cdot \frac{\rho_A}{2} \cdot v_A^2 = c_0 \cdot v^{2/3} \cdot \frac{\rho_H}{2} \cdot v_H^2 \quad (Gl.3)$$

Man erhält daraus

$$\frac{v_H^2}{v_A^2} = c_E \cdot \frac{\varepsilon_{CA} \cdot A_S}{c_0 \cdot \rho_H \cdot v^{2/3}} = \frac{c_E}{f} \quad (Gl.3a)$$

Wenn man ~~den~~

$$f = \frac{\rho_H}{\rho_A} \cdot \frac{v_H^{2/3}}{A_S} \cdot c_0 = \frac{D_{HO}}{\frac{\rho_A}{2} \cdot A_S \cdot v_H^2} \quad (Gl.4)$$

den auf Segelfläche A_S und Luftdichte ρ_A bezogenen Geradeauswiderstandskoeffizienten des Rumpfes bezeichnet.

Durch Einsetzen von Gl.2a in Gl.3a erhalten wir:

$$\frac{v_H}{v_A}^2 = \frac{1}{f} c_{CA} (\sin \chi_A \mp \epsilon_{CH} \cdot \cos \chi_A) - c_{DA} (\cos \chi_A \pm \epsilon_{CH} \cdot \sin \chi_A)$$

und hieraus durch Umformen

$$\frac{v_H}{v_A}^2 = \frac{c_{CA}}{f} \cdot \cos \chi_A \tan \chi_A - \epsilon_{CA} \mp \epsilon_{CH} (1 + \epsilon_{CA} \cdot \tan \chi_A) \quad (Gl.3b)$$

Anmerkung: (s. auch S.4) oberes Vorzeichen: $c_{YHA} = 0$
unteres Vorzeichen: $c_{YHA} = 0$

Der in diesen Beziehungen vorkommende Wert $\epsilon_{CH} = D_{HC}/C_H$, das Verhältnis Wasserhaukraftwiderstand zu Wasserquerkraft, ist meist als Funktion von c_{CH} , dem Wasserquerkraftkoeffizienten, gegeben, oder man erhält ihn aus der Rumpfpolaren $c_{CH} = f(c_{DHC})$ (s. Fig.2) durch Bildung von $c_{DHC}/c_{CH} = \epsilon_{CH}$.

Die Wasserkraft C_H muß mit der Luftkraftkomponente Y_{HA} senkrecht zur Fahrtrichtung x_H im Gleichgewicht stehen:

$$C_H = Y_{HA}, \text{ oder}$$

$$c_{CH} \cdot \frac{\rho_H}{2} \cdot v_H^2 \cdot A_L = c_{YHA} \cdot \frac{\rho_A}{2} \cdot v_A^2 \cdot A_S, \text{ und wir erhalten für}$$

$$c_{CH} = c_{YHA} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_H} \cdot \frac{A_S}{A_L} \cdot \frac{v_A^2}{v_H^2} \quad (Gl.5)$$

Zur Ermittlung des optimalen effektiven Vortriebskoeffizienten leitet man c_E (nach Gl.2a) nach c_{DA} ab und erhält:

$$\frac{c_E}{c_{DA}} = \frac{c_{CA}}{c_{DA}} \sin \chi_A \mp \epsilon_{CA} \cdot \cos \chi_A - \cos \chi_A \pm \epsilon_{CH} \cdot \sin \chi_A \quad (Gl.6)$$

Setzt man $\frac{c_E}{c_{DA}}$ gleich Null, so ergibt sich für die optimale Segelstellung bzw. die Tangente an die Segelpolare für optimalen Vortrieb:

$$\frac{c_{CA}}{c_{DA \text{ opt}}} = \frac{\cos A^{\pm \epsilon_{CH}} \cdot \sin A}{\sin A^{\mp \epsilon_{CH}} \cdot \cos A} = \frac{1 \pm \epsilon_{CH} \cdot \tan A}{\tan A^{\mp \epsilon_{CH}}} \quad (G1.7)$$

Entsprechend ist

$$\tan A = \frac{1 \pm \epsilon_{CH} \cdot \frac{c_{CA}}{c_{DA}}}{\frac{c_{CA}}{c_{DA}} \mp \epsilon_{CH}} \quad (G1.8)$$

Anmerkung: (s. auch S.4) oberes Vorzeichen c_{YHA} 0
unteres Vorzeichen c_{YHA} 0

In Fig. 3 wurde an die gewählte Segelpolare im Punkt (c_{DA}, c_{CA}) eine Tangente gelegt, Wir können schreiben:

$$\begin{aligned} c_{CA} &= a + \frac{c_{CA}}{c_{DA}} \cdot c_{DA}, \\ a &= c_{CA} - \frac{c_{CA}}{c_{DA}} \cdot c_{DA} \end{aligned} \quad (G1.9)$$

Setzt man nun c_{CA} nach G1.9 mit $\frac{c_{CA}}{c_{DA \text{ opt}}}$ nach G1.7 in G1.2a ein, so erhält man den optimalen effektiven Vortriebskoeffizienten:

$$\begin{aligned} c_{E(\text{opt})} &= (\sin A^{\mp \epsilon_{CH}} \cdot \cos A) \cdot \left(a + \frac{\cos A^{\pm \epsilon_{CH}} \cdot \sin A}{\sin A^{\mp \epsilon_{CH}} \cdot \cos A} \cdot c_{DA} \right) \\ &\quad - c_{DA} (\cos A^{\pm \epsilon_{CH}} \cdot \sin A) \\ c_{E(\text{opt.})} &= a (\sin A^{\mp \epsilon_{CH}} \cdot \cos A) \end{aligned} \quad (G1,10)$$

Anmerkung: (siehe auch S.4) oberes Vorzeichen c_{YHA} 0
unteres Vorzeichen c_{YHA} 0

Wir setzen die optimale effektive Vortriebskraft dem Schiffswiderstand ~~ohne~~ Schräganströmungseinfluß nach G1.3 und erhalten

$$a(\sin \gamma_A \mp \varepsilon_{CH} \cdot \cos \gamma_A) \cdot A_S \cdot \frac{Q_A}{2} \cdot v_A^2 = c_0 \cdot v^{2/3} \cdot \frac{Q_H}{2} \cdot v_H^2, \text{ oder}$$

$$\frac{v_H^2}{v_A^2} = a \cdot \frac{Q_A \cdot A_S}{c_0 \cdot Q_H \cdot v^{2/3}} \cdot (\sin \gamma_A \mp \varepsilon_{CH} \cdot \cos \gamma_A) \quad (Gl.11)$$

Mit Gl.4 ergibt sich:

$$\frac{v_H^2}{v_A^2} = \frac{a}{f} \cdot (\sin \gamma_A \mp \varepsilon_{CH} \cdot \cos \gamma_A) \quad (Gl.11a)$$

Anmerkung: (s. auch S.4) oberes Vorzeichen $c_{YHA} = 0$
unteres Vorzeichen $c_{YHA} = 0$

Aus der Geometrie des Geschwindigkeitsdreiecks (Fig.4) erhält man folgende wichtige Beziehungen:

$$\begin{aligned} \left(\frac{v_W}{v_H}\right)^2 &= \sin^2 \gamma_A + \left(\frac{v_A}{v_H} - \cos \gamma_A\right)^2, \\ \frac{v_W}{v_H} &= \sqrt{\left(\frac{v_A}{v_H} - \cos \gamma_A\right)^2 + \sin^2 \gamma_A} \quad (Gl.12) \end{aligned}$$

Nach dem Sinussatz:

$$\begin{aligned} \frac{v_A}{v_W} &= \frac{\sin \gamma_W}{\sin \gamma_A}, \text{ woraus für} \\ \sin \gamma_W &= \frac{v_A}{v_W} \cdot \sin \gamma_A \text{ folgt.} \quad (Gl.13) \end{aligned}$$

2. Durchführung der Rechnung

2.1. Ermittlung der möglichen Fahrtgeschwindigkeit eines Seglers auf einem bestimmten Scheinwindkurs γ_A , wenn ein Polarenpunkt vorgegeben wird.

Es ist selbstverständlich, daß in diesem Falle im allgemeinen keine optimalen Verhältnisse erzielt werden können. Man kann aber zu einer optimalen Geschwindigkeit auf dem vorgegebenen Kurs gelangen, wenn man mit verschiedenen Punkten der Polare re

rechnet, die den optimalen Punkt einschließen.

2.11. Rumpfwiderstandskoeffizient f ist konstant

Da f im Normalfall nicht konstant ist, ist diese Vereinfachung nur möglich, wenn f nur geringfügig mit v ansteigt und der zu berechnende Geschwindigkeitsbereich klein ist. Die Genauigkeit der Rechnung hängt von einem guten Vorschätzen der zu ermittelnden Geschwindigkeit ab, und je mehr die errechnete Geschwindigkeit von der f entsprechenden Geschwindigkeit abweicht, um so ungenauer wird das Ergebnis sein.

Vorgegeben: Scheinwindkurs A , Segelpolare $c_{CA} = f(c_{DA})$,
Rumpfpolare $c_{CH} = f(c_{DHC})$ bzw. in der Form $\varepsilon_{CH} = f(c_{CH})$.

Rechnung:

(1) Polarenpunkt (c_{DA}, c_{CA}) annehmen, $\varepsilon_{CA} = 4c_{DA}/c_{CA}$ berechnen.

(2) Nach Gl.1

$$c_{YHA} = c_{CA} \cdot \cos A + c_{DA} \cdot \sin A.$$

(3) ε_{CH} annehmen.

(4) Nach Gl.3b wird berechnet:

$$\frac{v_H^2}{v_A^2} = \frac{c_{CA}}{f} \cdot \cos A \tan A - \varepsilon_{CA} \mp \varepsilon_{CH} (1 + \varepsilon_{CA} \cdot \tan A)$$

(5) Ermitteln wir nach Gl.5

$$c_{CH} = c_{YHA} \cdot \frac{v_A^2}{v_H^2} \cdot \frac{c_{AS}}{c_{AL}}, \text{ so können wir}$$

(6) aus den Rumpfpolaren $\varepsilon_{CH} = f(c_{CH})$ bestimmen.

Es gibt jetzt folgende Möglichkeiten:

a) Das errechnete ε_{CH} entspricht etwa dem angenommenen; die Rechnung kann dann fortgesetzt werden.

b) Das errechnete ε_{CH} stimmt mit dem angenommenen nicht überein.

Es ist dann erforderlich, die Rechnung mit einem geänderten ε_{CH} solange zu wiederholen, bis das errechnete dem angenommenen entspricht. Man wird im allgemeinen mit drei Näherungsschritten auskommen, wenn man für die ersten beiden Näherungen $\varepsilon_{CH}(\text{errechn.})$

über ε_{CH}

über $\epsilon_{CH}(\text{angen.})$ aufträgt und den Schnittpunkt mit der Geraden

$$\epsilon_{CH}(\text{errechnet}) = \epsilon_{CH}(\text{angenommen}) \quad \text{vorschätzt.}$$

c) $\epsilon_{CH}(\text{errechnet})$ und $\epsilon_{CH}(\text{angen.})$ lassen sich ~~nicht~~ zur Deckung bringen. In diesem Falle kann mit der dem Polarenpunkt entsprechenden Segelstellung nicht gesegelt werden. Die Rechnung ist mit einem anderen Polarenpunkt zu wiederholen.

(7) Nach beendetem Interaktionsprozess rechnet man weiter nach Gl. 12

$$\frac{v_W}{v_H} = \frac{v_A}{v_H} - \cos^2 A + \sin^2 A \quad .$$

Bei bekannter Windgeschwindigkeit v_W läßt sich die Fahrtgeschwindigkeit v_H berechnen.

(8) Für den Kurswinkel zum Wahren Wind erhält man nach Gl.13:

$$\sin W = \frac{v_A}{v_W} \cdot \sin A \quad .$$

Zahlenbeispiele:

Nachfolgende Beispiele beziehen sich wie die unter 2.21. und 2.3. aufgeführten auf ein Großsegler-Projekt:

1. Hauptdaten: $L_1 = 151,00\text{m}$ Lateral~~fläch~~fläche $A_L = 1510\text{m}^2$
 $B = 19,80\text{mm}$ Segelfläche $A_S = 7800\text{m}^2$
 $T = 10,00\text{m}$
 $\delta = 0,74\text{m}$

2. Segelpolare $c_{CA} = f(c_{DA})$ nach Fig.5 (Die Segelpolare wurde dem Institutsbericht 'Vorversuche mit betakelten Masten im Windkanal' von B. Wagner entnommen und bezieht sich auf einen betakelten Mst).

3. Rumpfpolare $c_{CH} = f(c_{DHC})$ nach Fig.6a bzw. $\epsilon_{CH} = f(c_{CH})$ nach Fig.6b.

Die Rumpfpolare wurde nach den von H.Thieme in 'Eine Untersuchung der Leistungsmöglichkeit des Segelschiffes' (unveröffentlichter

Teilbericht 1949, S.37 bis 39) gemachten Angaben errechnet für ein Seitenverhältnis $\frac{L}{B} = \frac{2T^2}{A_L} = 100/1510 = 0,0662$, wonach sich als Bestimmungsgleichung ergab

$$c_{DHC} = 1,55 \cdot c_{CH}^{1,73} \quad \text{bzw.} \quad \epsilon_{CH} = 1,55 \cdot c_{CH}^{0,73}.$$

4. Widerstandskurve $f = f(v_H)$, Fig.7 wurde durch eine normale Widerstandsrechnung erhalten, indem der Widerstandsbeiwert

$$c_0 = \frac{D_{H0}}{\frac{\rho_H}{2} \cdot v_H^2 \cdot v^{2/3}} \quad \text{mit Hilfe von Gl.4 in die Form}$$

$$f = \frac{\rho_H}{\rho_A} \cdot \frac{v^{2/3}}{A_S} \cdot c_0 \quad \text{gebracht wurde.}$$

(D_{H0} enthält etwa 6 v.H. Seegangszuschlag.)

Zahlenbeispiele zu 2.11.:

$f = 1,63 = \text{konst.}$

(Dies entspricht nach Fig.7 einer Fahrtgeschwindigkeit von etwa $v_H = 14 \text{ kn.}$)

1.) $\alpha = 40^\circ$ ($\sin \alpha = 0,643$; $\cos \alpha = 0,766$; $\tan \alpha = 0,840$)

Polarenpunktzuw.

Fig. 5

(1)			(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
c_{CA}	c_{DA}	ϵ_{CA}	c_{YHA}	$\epsilon_{CHang.}$	v_H/v_A	c_{CH}	$\epsilon_{CHerr.}$	v_W/v_H
1,000	0,350	0,350	0,991	0,200	0,330	0,0562	0,190	
				0,190	0,339	0,0532	0,183	
				0,170	0,357	0,0482	0,170	2,135
0,800	0,240	0,300	0,768	0,200	0,327	0,0443	0,158	
				0,150	0,364	0,0355	0,134	
				0,126	0,379	0,0330	0,126	(1,980)
0,600	0,150	0,250	0,557	0,150	0,339	0,0299	0,120	
				0,110	0,354	0,0274	0,113	2,16

2.) $\alpha = 60^\circ (\sin \alpha = 0,866, \cos \alpha = 0,500; \tan \alpha = 1,732)$

Polarenpunkt n.

Fig. 5

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
c_{CA}	c_{DA}	ϵ_{CA}	c_{YHA}	$\epsilon_{CHang.}$	v_H/v_A	c_{CH}	$\epsilon_{CHerr.}$	v_W/v_H
1,060	0,400	00,377	0,877	0,150	0,598	0,0152	0,077	
				0,060	0,638	0,0133	0,068	
				0,070	0,633	0,0136	0,070	(1,385)
1,050	0,500	0,475	0,958	0,100	0,589	0,0171	0,082	
				0,080	0,597	0,0166	0,080	1,460
1,000	0,350	0,350	0,803	0,060	0,626	0,0126	0,066	
				0,066	0,625	0,0126	0,066	1,400

3. $\alpha = 80^\circ (\sin \alpha = 0,985; \cos \alpha = 0,1737; \tan \alpha = 5,67)$

Polarenpunkt n.

Fig. 5

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
c_{CA}	c_{DA}	ϵ_{CA}	c_{YHA}	$\epsilon_{CHang.}$	$v_H^{(4)}/v_A$	c_{CH}	$\epsilon_{CHerr.}$	$v_W^{(7)}/v_H$
1,060	0,400	0,377	0,578	0,060	0,758	0,0062	0,040	
				0,040	0,765	0,0061	0,040	(1,503)
1,000	0,350	0,350	0,519	0,040	0,745	0,0058	0,034	
				0,034	0,745	0,0058	0,034	1,528
1,050	0,500	0,475	0,675	0,040	0,751	0,0074	0,043	
				0,043	0,751	0,0074	0,043	1,520

4.) $\alpha = 100^\circ (\sin \alpha = 0,985; \cos \alpha = -0,1737; \tan \alpha = -5,67)$

Polarenpunkt n.

Fig. 5

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
c_{CA}	c_{DA}	ϵ_{CA}	c_{YHA}	$\epsilon_{CHang.}$	v_H/v_A	c_{CH}	$\epsilon_{CHerr.}$	v_W/v_H
1,060	0,400	0,377	0,210	0,030	0,824	0,0019	0,010	
				0,010	0,824	0,0019	0,010	(1,700)
1,050	0,500	0,475	0,3103	0,020	0,827	0,0028	0,020	(1,700)
0,800	0,750	0,937	0,600	0,020	0,745	0,0067	0,040	
				0,040	0,740	0,0068	0,040	1.811

Tabelle 1 stellt die jeweils günstigsten errechneten Werte v_W/v_H zusammen. Es wurden die entsprechenden Werte für $\gamma_A = 50, 70$ und 90° mit aufgenommen. Die Tabelle enthält ferner die nach Gl.8 errechneten Kurswinkel zum wahren Wind χ_W , die ϵ_{CH} -Werte sowie die Fahrtgeschwindigkeit v_H bei einer Windgeschwindigkeit $v_W = 22$ kn (etwa Beaufort 6). (Vergl. hierzu die unter 2.21. errechneten Werte: Tab.2; Fig.8)

Tabelle 1

γ_A	v_W/v_H	v_H/v_W	nach (8) $\sin \chi_W$	χ_W	ϵ_{CH}	v_H kn (bei $v_W=22$ kn)
40	1,980	0,505	0,857	59°	0,125	11,10
50	1,456	0,687	0,989	$81,5^\circ$	0,094	15,10
60	1,385	0,722	0,988	$98,9^\circ$	0,070	15,89
70	1,420	0,704	0,933	$111,1^\circ$	0,051	15,48
80	1,503	0,665	0,856	$121,1^\circ$	0,040	14,62
90	1,600	0,625	0,780	$128,8^\circ$	0,030	13,75
100	1,700	0,589	0,702	$135,4^\circ$	0,020	12,95

2.12. Rumpfwiderstandsbeiwert f ist nicht konstant.

In diesem Falle muß die Rechnung mit verschiedenen Werten f durchgeführt werden, die jeweils einer bestimmten Geschwindigkeit entsprechen. Die auf dem gewählten Kurs der vorliegenden Segelstellung mögliche Geschwindigkeit ist dann diejenige, bei der die errechnete Geschwindigkeit dem gewählten f entspricht. (Iterationsprozess, oder man trägt die errechnete Geschwindigkeit über der f entsprechenden Geschwindigkeit auf und erhält das Ergebnis durch den Schnittpunkt dieser Kurve mit der Geraden $v_H(\text{angen.}) = v_H(\text{errechnet})$.)

2.2. Ermittlung der optimalen Fahrtgeschwindigkeit eines Seglers bei vorgegebenem Scheinwindkurs γ_A

Der bestmögliche Vortrieb läßt sich, wenn der Kurs γ_A vorgegeben ist, nur bei einer ganz bestimmten Segelstellung, d.h. einem bestimmten Polarenpunkt, erreichen. Diesen finden wir durch Anlegen der Tangente $(c_{CA}/c_{DA})_{\text{opt.}}$ an die Segelpolare.

2.21. Rechnung bei konstantem Rumpfwiderstandsbeiwert f .

Vorgegeben: Scheinwindkurs A ; Segelpolare $c_{CA} = f(c_{DA})$,
Rumpfpolare : $c_{CH} = f(c_{DHC})$ bzw. $\epsilon_{CH} = f(c_{CH})$.

- (1) ϵ_{CH} annehmen.
- (2) Nach Gl.7 wird der Anstieg der Polarentangente für optimalen Vortrieb

$$\frac{c_{CA}}{c_{DA \text{ opt.}}} = \frac{1 \pm \epsilon_{CH} \cdot \tan A}{\tan A \mp \epsilon_{CH}} \text{ berechnet.}$$

- (3) Wir legen jetzt diese Tangente an die Polarkurve und erhalten c_{CA} und c_{DA} als die Koordinaten des Berührungspunktes (s.Fig.3).

Der Wert $a = c_{CA} - \frac{c_{CA}}{c_{DA}} \cdot c_{DA}$ (Gl.9) kann entweder berechnet werden oder man erhält ihn als Schnittpunkt der Tangente mit der Ordinatenachse.

- (4) Nach Gl.1: $c_{YHA} = c_{CA} \cdot \cos A + c_{DA} \cdot \sin A$.
- (5) Nach Gl.11:

$$\frac{v_A}{v_H}^2 = \frac{f}{a(\sin A \mp \epsilon_{CH} \cdot \cos A)}$$

- (6) Nach Gl.5:

$$c_{CH} = c_{YHA} \cdot \frac{v_A}{v_H}^2 \cdot \frac{\rho_A \cdot A_S}{\rho_H \cdot A_L}.$$

- (7) Man kann jetzt aus der Rumpfpolaren ϵ_{CH} in Abhängigkeit von dem unter (6) ermittelten c_{CH} bestimmen.
Es folgt ein Näherungsprozess, ähnlich wie unter 2.11.(8) beschrieben.

- (8) Stimmen der angenommene und der errechnete Wert ϵ_{CH} überein, wird v_W/v_H nach Gl.12 berechnet:

$$\frac{v_W}{v_H} = \frac{v_A}{v_H} - \cos A^2 + \sin^2 A.$$

Daraus erhält man bei bekannter Windgeschwindigkeit v_W die Fahrtgeschwindigkeit des Seglers v_H .

- (9) Der Kurswinkel zum wahren Wind α errechnet sich wieder nach

(9) Der Kurswinkel zum Wahren Wind α_W errechnet sich wieder nach Gl.13:

$$\sin \alpha_W = \frac{v_A}{v_W} \cdot \sin \alpha_A.$$

Zahlenbeispiele zu 2.21.

Die Zahlenbeispiele beziehen sich wiederum auf das unter 2.11. genannte Großsegler-Projekt.

$f = 1,63 = \text{konst.}$ (nach Fig.7 entspricht dies etwa $v_H = 14 \text{ kn}$), die Rechnung wurde für folgende Winkel α_A durchgeführt:

α_A	$\sin \alpha_A$	$\sin^2 \alpha_A$	$\cos \alpha_A$	$\tan \alpha_A$
36°	0,588	0,345	0,809	0,727
38°	0,616	0,379	0,788	0,781
40°	0,643	0,414	0,766	0,840
50°	0,766	0,587	0,643	1,191
60°	0,866	0,750	0,500	1,732
70°	0,9397	0,882	0,342	2,745
80°	0,985	0,970	0,1737	5,670
90°	1,000	1,000	0	
100°	0,985	0,970	-0,1737	-5,67
110°	0,9397	0,882	-0,342	-2,745
120°	0,866	0,750	-0,500	-1,732
130°	0,766	0,587	-0,643	-1,191
140°	0,643	0,414	-0,766	-0,840

Nachfolgende Beispielrechnungen wurden tabellarisch zusammengefaßt:

faßt (1)	(2)	(3)	aus Polaren		(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	
α_A	ϵ_{CH}	c_{CA}	c_{DA}	a	c_{YHA}	$\frac{v_A}{v_H}$	c_{CH}	ϵ_{CH}	v_W/v_H	
36°	0,220	2,17	0,765	0,220	0,287	0,747	13,30	0,0612	0,201	2,89
38°	0,220	1,99	0,815	0,245	0,327	0,793	10,90	0,0533	0,182	
	0,166	1,81	0,875	0,275	0,377	0,860	8,83	0,0468	0,164	
	0,164	1,828	0,875	0,275	0,372	0,860	9,00	0,0476	0,166	2,30
40°	0,125	1,545	0,980	0,338	0,458	0,968	6,50	0,0388	0,142	
	0,142	1,601	0,943	0,315	0,438	0,926	6,93	0,0396	0,144	
	0,144	1,610	0,943	0,315	0,437	0,926	7,00	0,0400	0,145	1,986

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
ϵ_{CH}	$\frac{c_{CA}}{c_{DA} \text{ opt.}}$	$\frac{c_{CA}}{c_{DA}}$	$\frac{c_{YHA}}{c_{YHA}}$	$\frac{v_A^2}{v_H}$	c_{CH}	ϵ_{CH}	$\frac{v_W}{v_H}$
A							
-50°	0,090	1,004	1,065	0,401	0,662	0,993	3,48
	0,095	1,017	1,065	0,401	0,657	0,993	3,52
60°	0,070	0,675	1,073	0,410	0,797	0,891	2,46
70°	0,051	0,424	1,078	0,417	0,901	0,760	1,96
80°	0,040	0,216	1,080	0,420	0,989	0,602	1,686
90°	0,030	0,030	1,080	0,430	1,067	0,430	1,527
	0,027	0,027	1,080	0,430	1,068	0,430	1,527
100°	0,015	-0,161	1,078	0,450	1,151	0,257	1,441
110°	0,01	-0,353	1,070	0,460	1,233	0,066	1,40
	0,005	-0,357	1,070	0,460	1,234	0,066	1,407
120°	0	-0,578	1,070	0,475	1,344	-0,124	1,400
	0,01	-0,590	1,070	0,475	1,350	-0,124	1,401
130°	0,02	-0,875	1,055	0,493	1,486	-0,301	1,457
140°	0,03	-1,265	1,030	0,520	1,689	-0,456	1,558

Die Ergebnisse der Rechnung wurden in Tabelle 2 zusammengestellt. Fig.8 zeigt $\frac{v_H}{v_W}$ und ϵ_{CH} als Funktion des Scheinwindkurses A Fig.8a bzw. als Funktion des Kurses zum wahren Wind ϵ_W (Fig.8B).

Tabelle 2 (vergl. Fig.8 u. 8b)

A	v_H/v_W	(9)		ϵ_{CH}	v_H kn bei $v_W=22$ kn Beauf6
		sin	W		
36°	0,346	0,741	47,8°	0,201	7,61
38°	0,435	0,805	53,6°	0,166	5,56
40°	0,504	0,856	58,9°	0,145	11,09
50°	0,689	0,990	81,9°	0,095	15,15
60°	0,727	0,990	98,1°	0,070	16,00
70°	0,707	0,930	111,6°	0,051	15,55
80°	0,669	0,856	121,1	0,040	14,70
90°	0,629	0,776	129,0	0,027	13,83
100°	0,591	0,698	135,7	0,0183	13,00
110°	0,556	0,620	141,7	0,005	12,25
120°	0,528	0,541	147,2	0,01	11,62
130°	0,500	0,461	152,5	0,0190	11,00
140°	0,474	0,380	157,6	0,029	10,42

2.22. Berücksichtigung eines veränderlichen Rumpfwiderstandsbeiwertes f.

Für einen vorgegebenen Kurswinkel A wird die Rechnung mit drei oder mehr Werten f durchgeführt, die jeweils einer bestimmten Geschwindigkeit durchs Wasser entsprechen. Man kann jetzt für jede Windgeschwindigkeit v_W eine Kurve der errechneten Geschwindigkeiten v_H über f auftragen und erhält Schnittpunkte mit der Kurve der f laut Widerstandsrechnung entsprechenden Fahrtgeschwindigkeiten v_H . Diese Schnittpunkte ergeben dann die mit dem vorliegenden Rumpf wirklich erreichbaren optimalen Fahrtgeschwindigkeiten auf dem Kurs A bei der Windgeschwindigkeit v_W . Einfacher wird jedoch die gleiche Aufgabe durch Rechnung nach 2.3. gelöst.

2.3. Ermittlung der Fahrgeschwindigkeit eines Seglers auf einem optimalen Scheinwindkurs A , wenn der Polarenanstieg vorgegeben wird und der Rumpfwiderstandsbeiwert eine Funktion der Fahrtgeschwindigkeit ist, also $f = f(v_H)$.

Die Aufgabenstellung ist die gleiche wie bei 2.22.

Es ist keine Iteration erforderlich, da die Rechnung von vornherein für verschiedene Werte ε_{CH} durchgeführt wird.

Vorgegeben: Tangente an die Segelpolare mit dem Anstieg $\frac{c_{CA}}{c_{DA}}$,
 Segelpolare $c_{CA} = f(c_{DA})$,
 Rumpfpolare $c_{CH} = f(c_{DHC})$ bzw. $\varepsilon_{CH} = f(c_{CH})$.

(1) Man legt mit dem Anstieg c_{CA}/c_{DA} eine Tangente an die Segelpolare. Die Koordinaten des Berührungspunktes sind c_{CA} und c_{DA} , woraus sich

$$a = c_{CA} - \frac{c_{CA}}{c_{DA}} \cdot c_{DA} \quad \text{berechnen läßt.}$$

(2) Wahl von 3 oder 4 Werten ε_{CH} .

Die nachfolgende Rechnung muß für jedes gewählte ε_{CH} durchgeführt werden.

(3) Nach Gl.8 wird dann der zum Polarenanstieg c_{CA}/c_{DA} gehörige optimale Scheinwindkurs A ermittelt:

$$\tan A = \frac{1 \pm \varepsilon_{CH} \cdot \frac{c_{CA}}{c_{DA}}}{\frac{c_{CA}}{c_{DA}} \pm \varepsilon_{CH}}.$$

(4) Aus der von den Rumpfpolaren abgeleiteten Beziehung $\varepsilon_{CH} = f(c_{CH})$ bestimmen wir für jedes gewählte ε_{CH} den zugehörigen Wert c_{CH} .

(5) Nach Gl.1:

$$c_{YHA} = c_{CA} \cdot \cos A + c_{DA} \cdot \sin A,$$

(6) Durch Umstellen von Gl.5 gewinnen wir:

$$\frac{v_A}{v_H}^2 = \frac{c_{CH}}{c_{YHA}} \cdot \frac{Q_{H0}}{Q_A} \cdot \frac{A_L}{A_S} \quad (\text{Gl.5a})$$

(7) Gl.11a wird nach f aufgelöst und wir erhalten

$$f = a \cdot \frac{v_A}{v_H}^2 \cdot (\sin A \pm \varepsilon_{CH} \cdot \cos A) \quad (\text{Gl.11b})$$

(8) Mit Gl.12 wird

$$\frac{v_W}{v_H} = \frac{v_A}{v_H} - \cos^2 A + \sin^2 A \quad \text{berechnet.}$$

(9) Der Kurswinkel zum wahren Wind α_W ergibt sich aus Gl.13:

$$\sin \alpha_W = \frac{v_A}{v_W} \cdot \sin \alpha_A$$

(10) Für verschiedene Windgeschwindigkeiten v_W kann jetzt v_H berechnet werden.

Jedes angenommene ϵ_{CH} ergibt nach (7) einen Wert f sowie nach (10) eine Fahrtgeschwindigkeit v_H je Windgeschwindigkeit. Wir tragen für konstante Windgeschwindigkeiten v_W das errechnete f über dem zugehörigen v_H auf und bringen die Kurven mit der durch Widerstandsrechnung gegebenen $f = f(v_H)$ -Kurve (s.Fig.7) zum Schnitt.(s.Fig.9a). Die Schnittpunkte ergeben dann die optimale Geschwindigkeit des Seglers bei dem gewählten Tangentenanstieg und der vorhandenen Windgeschwindigkeit. Zur Interpolation der zu den Schnittpunkten gehörigen Winkel α_A und α_W trägt man diese Winkel sowie die errechneten Geschwindigkeiten v_H über ϵ_{CH} auf (s. Fig.9b).

Zahlenbeispiele zu 2.3.

(Die Beispiele beziehen sich auf das unter 2.11. genannte Großseglerprojekt.)

Beispiel 1: $\frac{c_{CA}}{c_{DA} \text{ opt.}} = 0,500$

(1) Das Polardiagramm Fig. 5 ergibt: $c_{CA} = 1,078$; $c_{DA} = 0,415$; $a=0,870$

(2)	ϵ_{CH}	0,040	0,060	0,080
(3)	$\tan \alpha_A$	2,220	2,340	2,48
	α_A	65,8°	66,9°	68,05°
	$\sin \alpha_A$	0,9118	0,920	0,9277
	$\cos \alpha_A$	0,411	0,3925	0,373
(4)	$c_{CH} = f(\epsilon_{CH}), \text{ (Fig. 6b)}$	0,007	0,0113	0,0170
(5)	c_{YHA}	0,823	0,806	0,787
(6)	$\frac{v_A^2}{v_H}$	1,38	2,27	3,50
(7)	f	1,076	1,772	2,73
	v_A/v_H	1,174	1,508	1,870
(8)	v_H	1,188	1,441	1,760

	ε_{CH}	0,04	0,06	0,08	
	v_A/v_H	1,174	1,508	1,870	
(8)	v_W/v_H	1,188	1,441	1,760	
	v_A/v_W	0,990	1,045	1,061	
(9)	$\sin \lambda_W$	0,902	0,962	0,985	
	λ_W	115,902	105,87	100,0	
(10)	v_H (bei $v_W = 12\text{kn}$)	10,10	8,32	6,82	Kn
	(bei $v_W = 22\text{kn}$)	18,51	15,26	12,50	"
	(bei $v_W = 33\text{kn}$)	27,80	22,86	18,72	"

Das Ergebnis ist für jede Windgeschwindigkeit v_W eine Kurve $f = f(v_H)$, die in Bild 9a mit der f -Kurve aus der Widerstandsrechnung (Fig.7) zum Schnitt gebracht wird. Am Schnittpunkt lesen wir die optimalen Geschwindigkeiten bei der gewählten Windstärke ab. Fig.9b dient zur Interpolation von ε_{CH} , λ_A u. λ_W für die Lösungspunkte.

Ergebnisse: für $\frac{c_{CA}}{c_{DA}} = 0,500$

v_W kn	v_H kn	f	ε_{CH}	λ_A	λ_W	v_H/v_W
12	8,85	1,516	0,0537	66,5°	108,7°	0,77377
22	15,32	1,760	0,0596	66,87°	106,0°	0,696
33	19,11	2,625	0,0779	67,90°	100,3°	0,580

Die folgenden Beispiele werden verkürzt wiedergegeben :

Beispiel 2) $\frac{c_{CA}}{c_{DA}} = 1,00$

(1)	aus Fig.5:	$c_{CA} = 1,070$	$c_{DA} = 0,406$	$a = 0,664$	
(2)	ε_{CH}	0,060	0,080	0,100	0,120
(3)	λ_A	48,5°	49,6°	50,8°	51,9°
(7)	f	0,850	1,286	1,788	2,340
(8)	v_W/v_H	1,011	1,260	1,525	1,790
(9)	λ_W	95,75°	86,12°	80,33°	77,50°

ε_{CH}	0,06	0,08	0,10	0,12
(10) v_H ($v_W = 12\text{kn}$)	11,37	9,53	7,37	6,70 kn
$(v_W = 22\text{kn})$	21,70	17,42	14,40	12,30 kn
$(v_W = 33\text{kn})$	33,60	26,30	21,60	18,42 kn

Die Auflagerung entsprechend Fig.9 liefert folgende Ergebnisse:

$v_W [\text{kn}]$	$v_H [\text{kn}]$	f	ε_{CH}	χ_A	χ_W	v_H/v_W
12	8,60	1,515	0,0905	50,30°	83,60°	0,716
22	14,80	1,710	0,0967	50,55°	91,60°	0,673
33	18,32	2,330	0,1217	53,60°	77,10°	0,553

Beispiel 3 $\left(\frac{\partial^c c_A}{\partial^c c_{DA}} \right) \stackrel{!}{=} 0$

(1) Aus Fig.5 (Polarogramm) $c_{CA} = 1,080$; $c_{DA} = 0,420$, $a=1,080$

(2) ε_{CH}	0,020	0,040	0,060
(3) χ_A	91,15°	92,29°	93,44°
(7) f	1,123	2,285	4,015
(8) v_H/v_W	1,441	1,799	2,282
(9) χ_W	1133,0°	126,0°	119,3°
(10) v_H ($v_W = 12\text{kn}$)	8,31	6,68	5,25 kn
$(v_W = 22\text{kn})$	15,25	12,24	9,63 kn
$(v_W = 33\text{kn})$	22,85	18,37	14,44 kn

Auflagerung entsprechend Fig.9 liefert folgende Lösungen:

$v_W [\text{kn}]$	$v_H [\text{kn}]$	f	ε_{CH}	χ_A	χ_W	v_H/v_W
12	7,60	1,550	0,0285	91,65°	121,0°	0,634
22	13,80	1,630	0,0292	91,65°	120,7°	0,628
33	18,15	2,350	0,0408	92,35°	125,8°	0,550

Die Ergebnisse sind als v_H/v_W ($\chi_W; v_W$) in Fig.10 dargestellt, die zum Vergleich auch die unter der Bedingung eines konstanten Rumpfwiderstandsbeiwertes f erhaltene Kurve $v_H/v_W = f(\chi_W)$ nach Fig. 8b enthält.

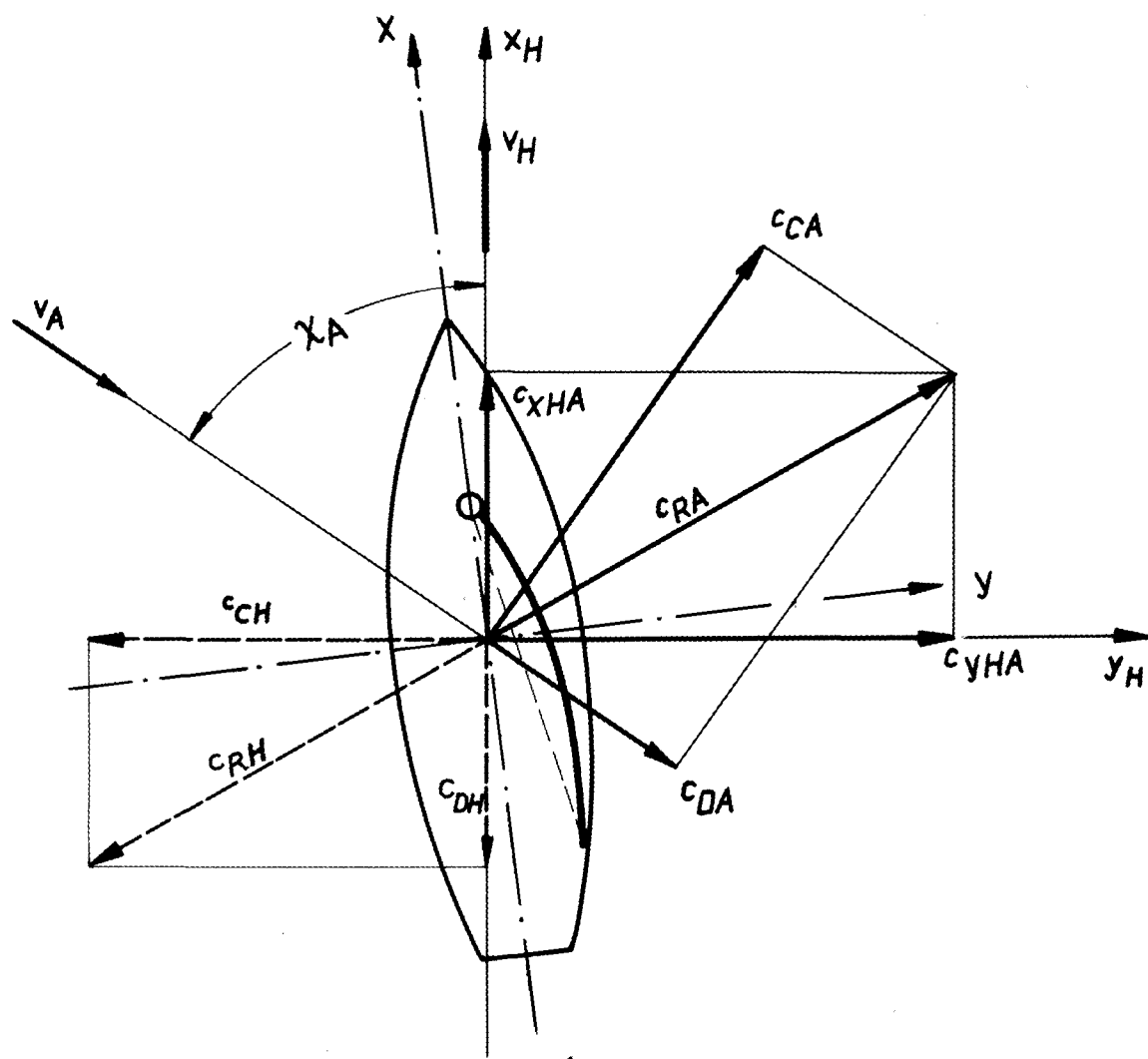


Fig. 1

Kräfte am Überwasserschiff
und Unterwasserschiff

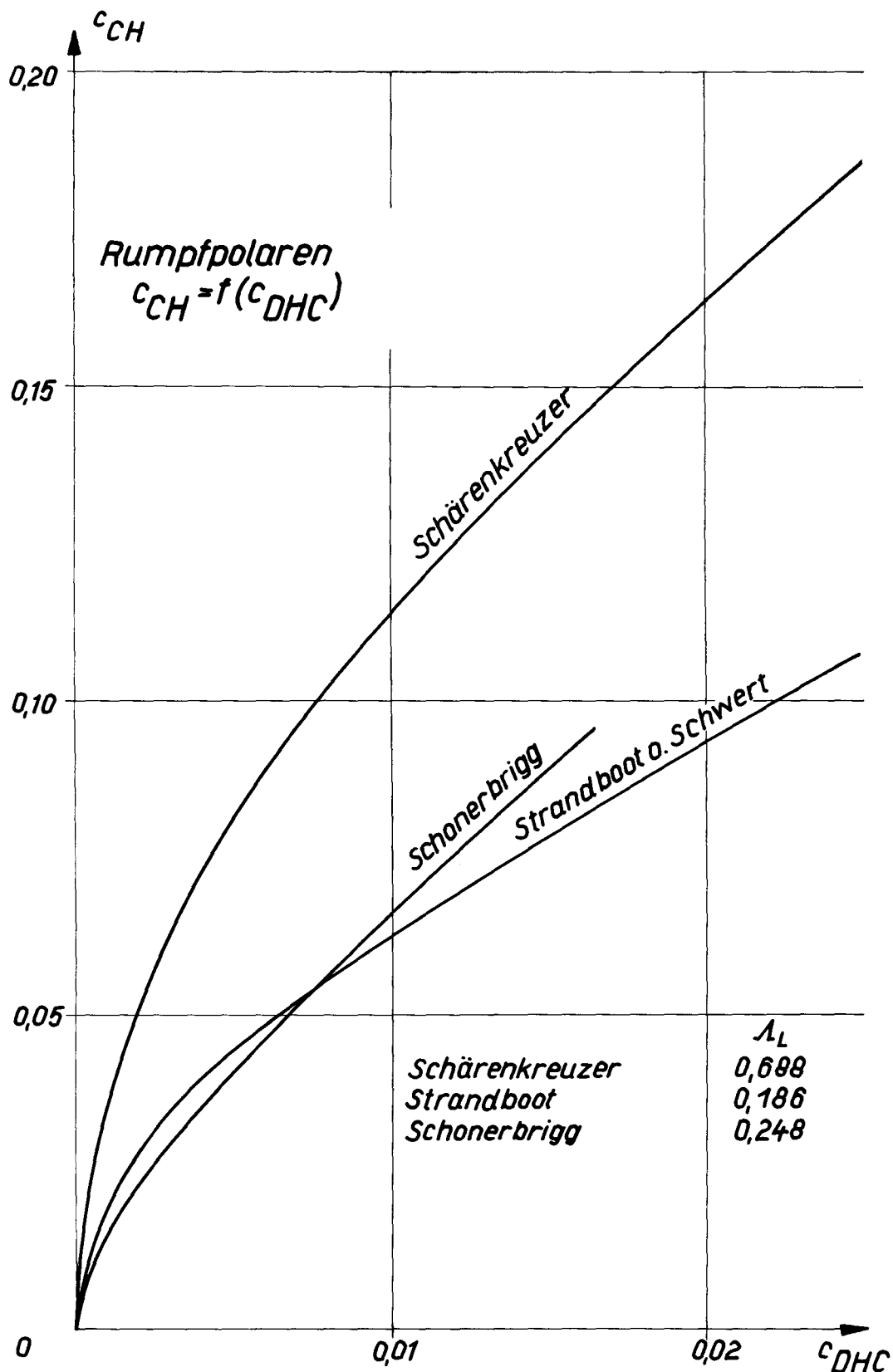


Fig.2

Rumpfpolaren nach Messungen von Frey
 (J. S. T. O. 1933, S.228)

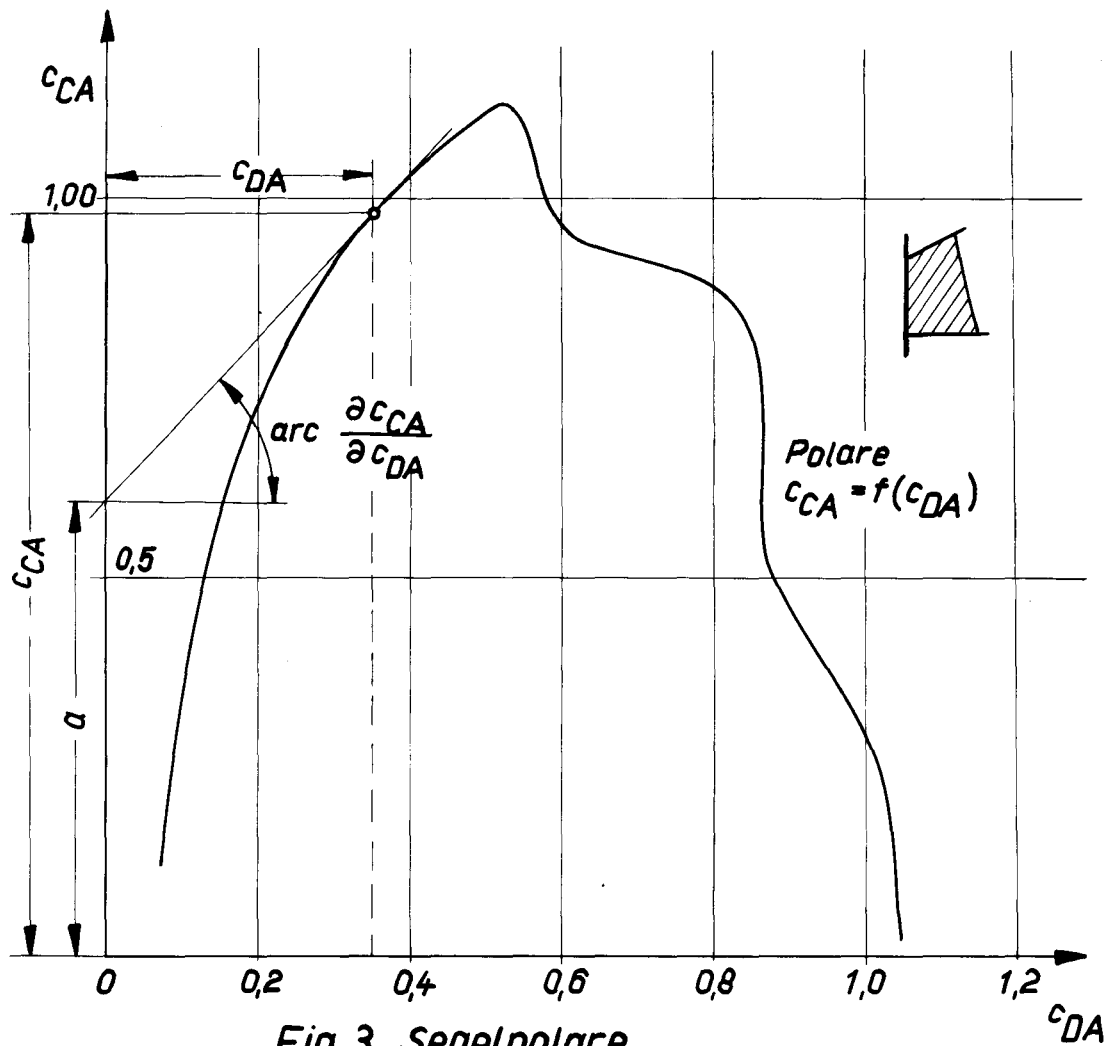


Fig.3 Segelpolare

Beispiel: für Gaffelsegel ($\angle_s = 1,90$) (nach Croseck: Beiträge zur Theorie des Segelns, 1925)

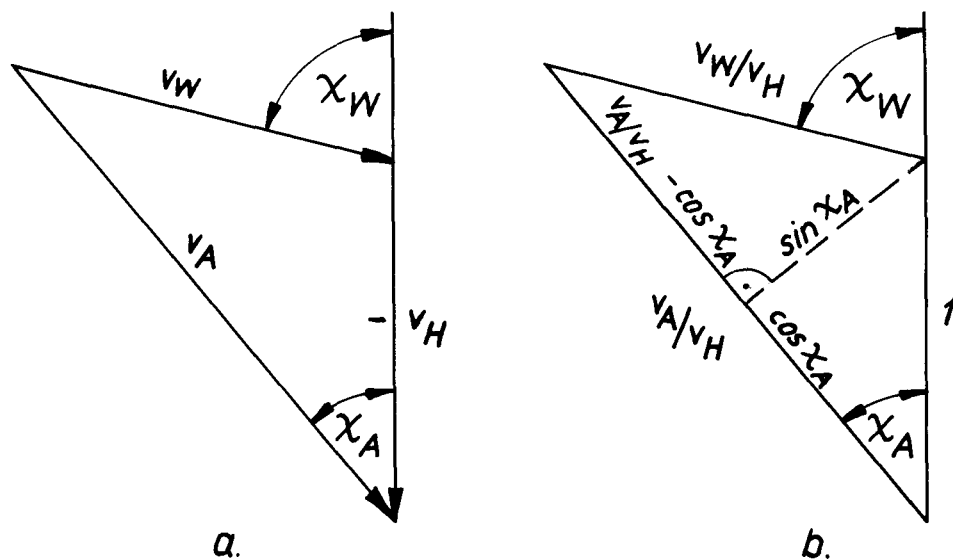


Fig. 4

Geschwindigkeitsdreiecke

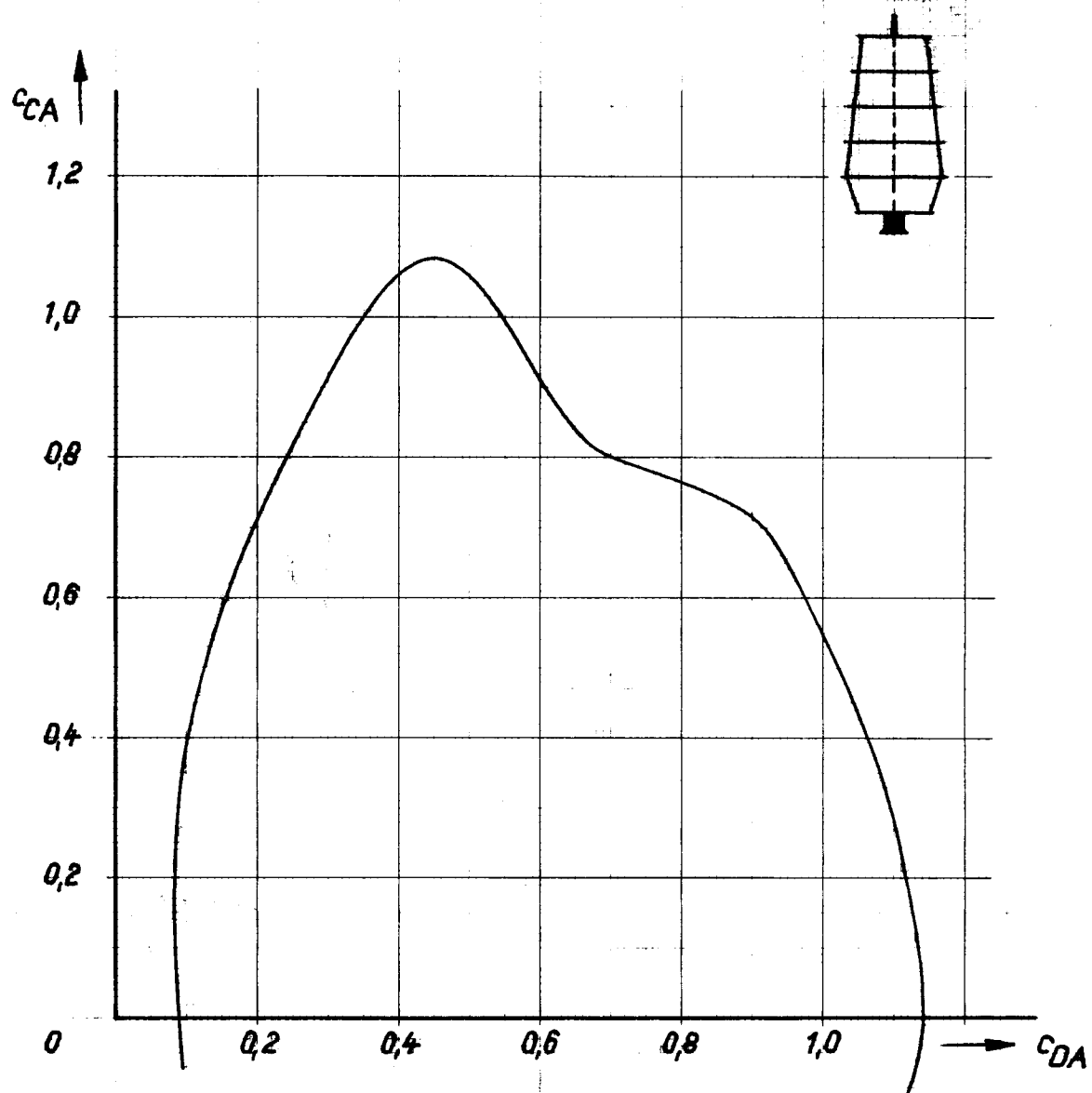
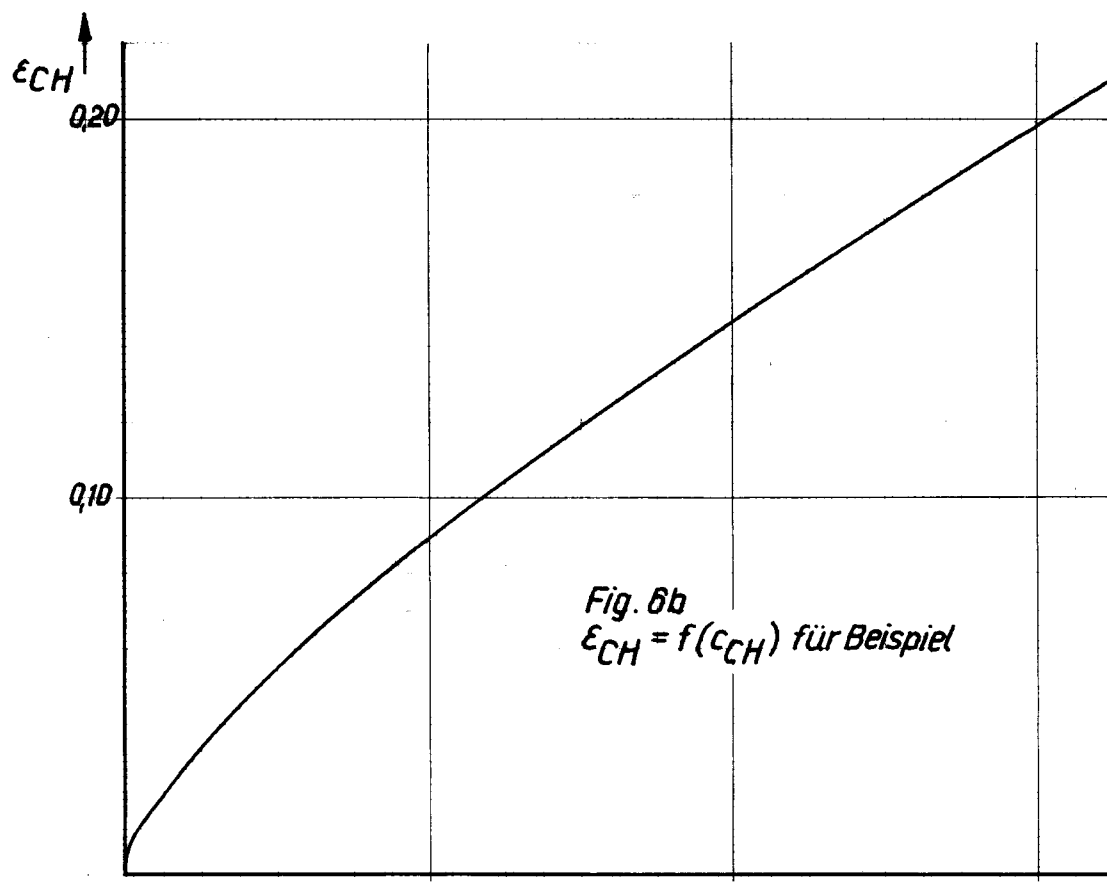
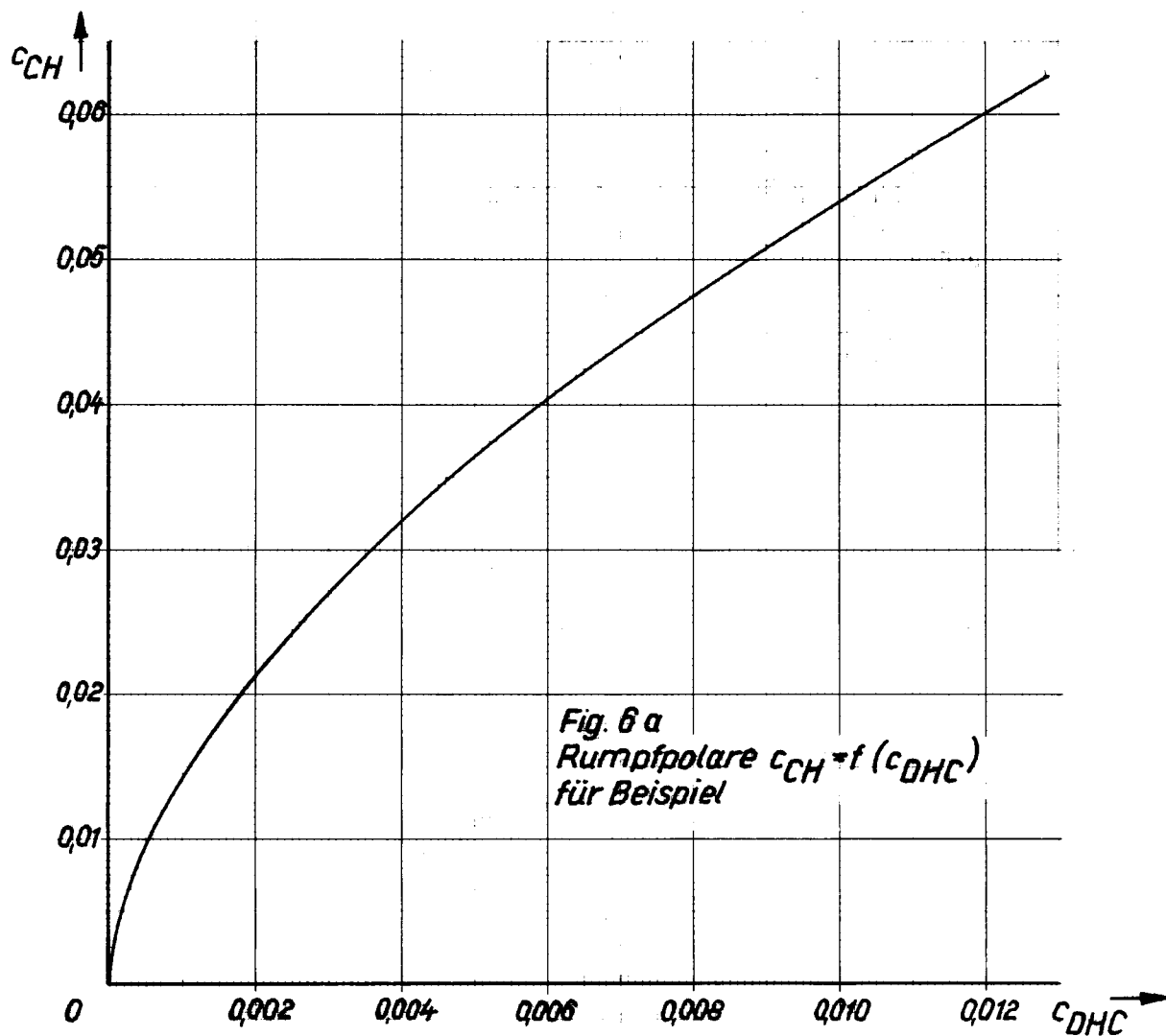


Fig.5 : Segelpolare eines Mastes mit neuartiger Takelung (nach Institutsmessungen) $\Lambda_S = 206$; $Re = 0,416 \cdot 10^6$

(Takelage nach Prölss)



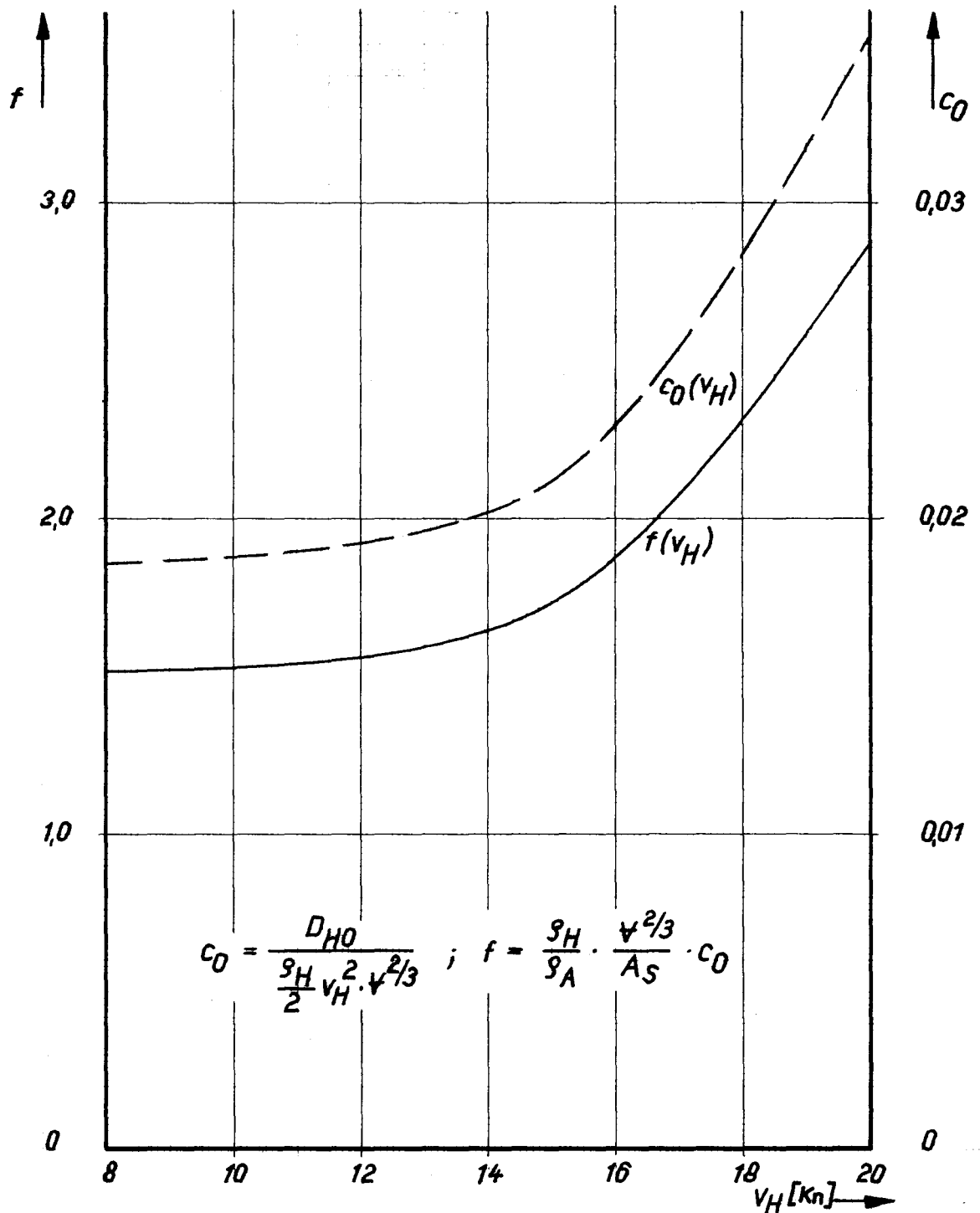


Fig. 7

Rumpfwiderstandsbeiwerte c_D und f für Beispiel :

$L_L = 151,0 \text{ m}$	$\Psi^{2/3} = 760 \text{ m}^2$
$B = 19,80 \text{ m}$	$A_S = 7600 \text{ m}^2$
$T = 10,00 \text{ m}$	$\frac{\rho_H}{\rho_A} = 836$
$\Psi = 21050 \text{ m}^3$	
$\delta = 0,740$	

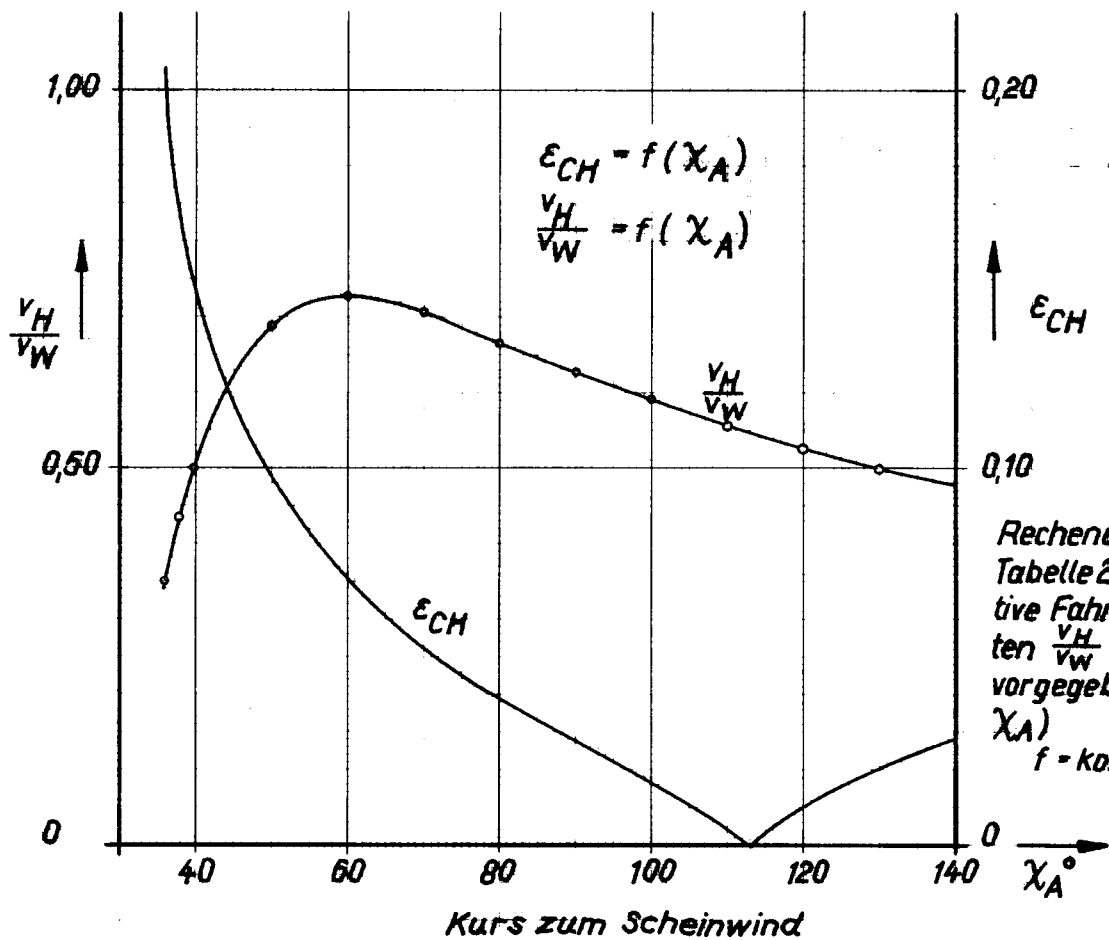


Fig. 8a

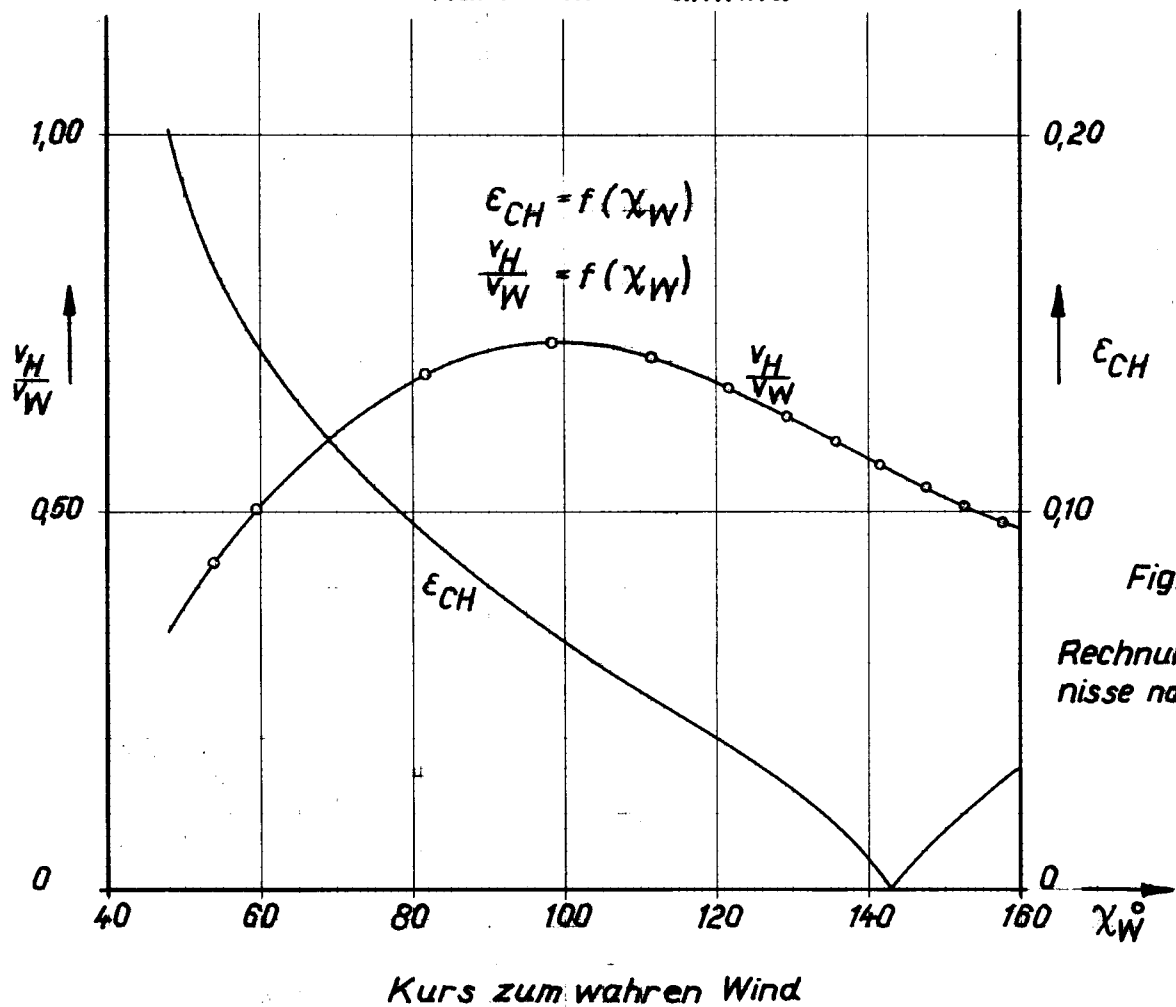


Fig. 8b

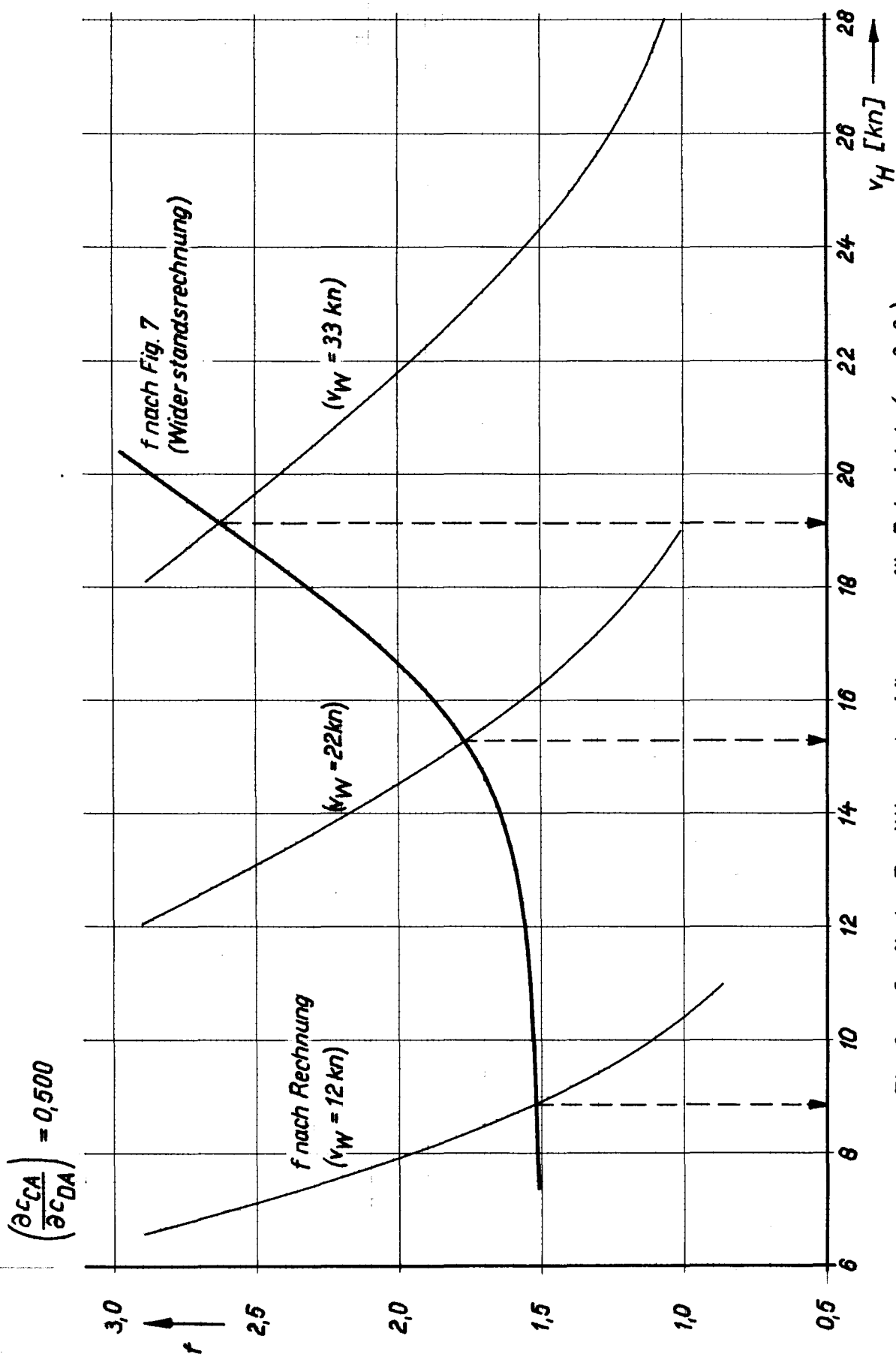


Fig. 9a : Grafische Ermittlung der Lösungen für Beispiel 1 (zu 2.3.)

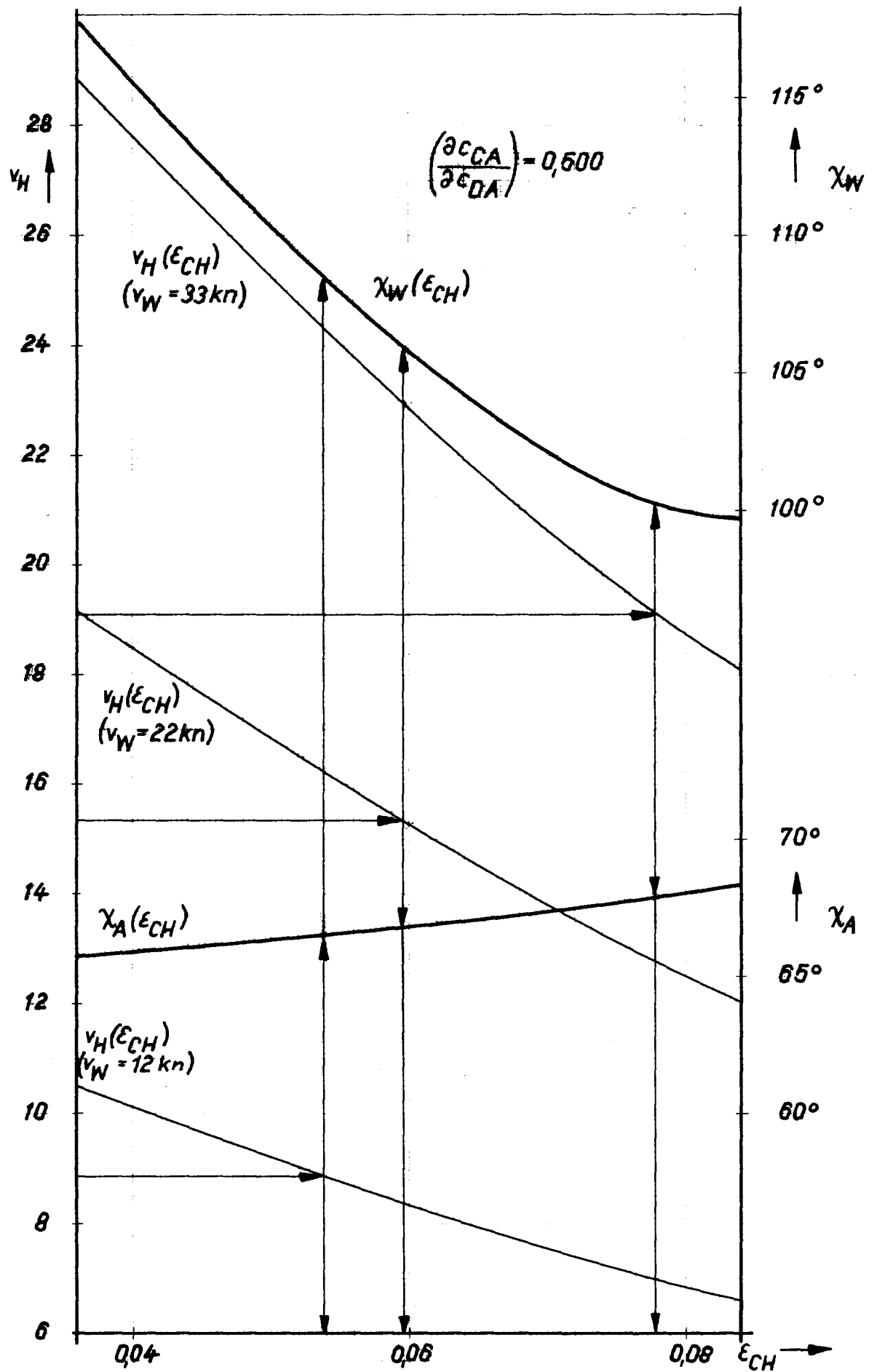


Fig. 9b : Grafische Interpolation von ϵ_{CH} , χ_A u. χ_W für Lösungspunkte . Beispiel 1 (zu 2.3.)

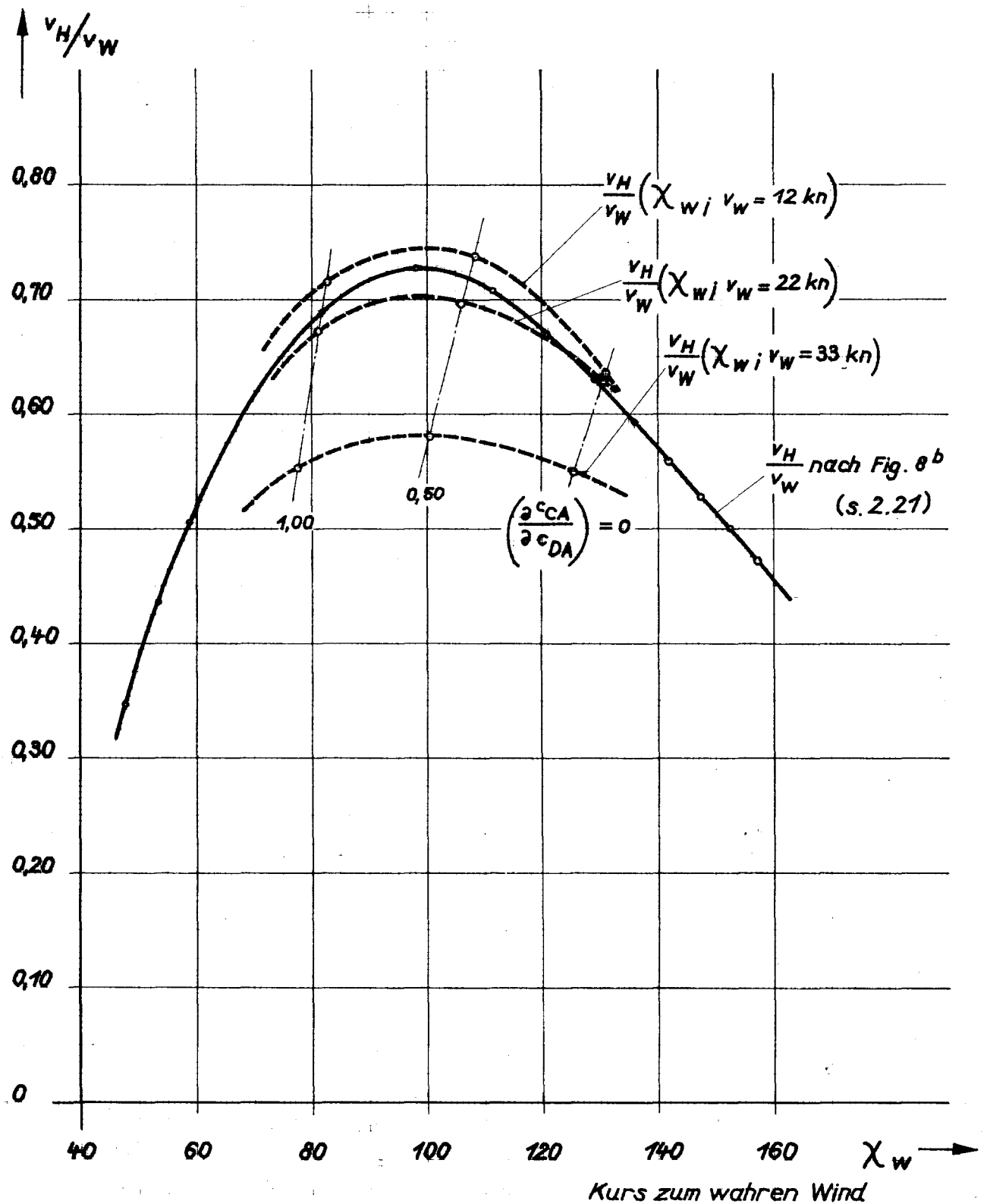


Fig. 10 Rechnungsergebnisse von Beispiel 1,2 u.3 (zu 2,3)
 Vergleich mit Ergebnissen nach 2.21 (Tabelle 2)