

483 | Februar 1988

## SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

H. Söding

# Berechnung der Bewegungen und Belastungen von SWATH-Schiffen und Katamaranen im Seegang

**TUHH**

*Technische Universität Hamburg-Harburg*

## **Berechnung der Bewegungen und Belastungen von SWATH-Schiffen und Katamaranen im Seegang**

H. Söding, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1988

© Technische Universität Hamburg-Harburg  
Schriftenreihe Schiffbau  
Schwarzenbergstraße 95c  
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 483

Berechnung der Bewegungen und Belastungen  
von SWATH-Schiffen und Katamaranen im Seegang

von

H. Söding

Februar 1988

# Inhalt

	Seite
Einleitung	1
Berechnungsmethode	1
<b>1 Koordinatensysteme</b>	<b>1</b>
<b>2 Bewegungsgleichung</b>	<b>3</b>
<b>3 Rückstellkräfte</b>	<b>3</b>
<b>4 Radiationskräfte auf Schwimmer ohne Wechselwirkung</b>	<b>5</b>
<b>5 Wellenerregungskraft ohne Wechselwirkung und Flossen</b>	<b>7</b>
<b>6 Gegenseitige Beeinflussung der Schwimmer</b>	<b>8</b>
<b>7 Einfluß der Wechselwirkung auf die Radiationskräfte</b>	<b>9</b>
<b>8 Einfluß der Wechselwirkung auf die Wellenerregungskräfte</b>	<b>11</b>
<b>9 Kräfte an Rudern und Flossen</b>	<b>12</b>
<b>10 Berechnung von Bewegungen und Relativbewegungen</b>	<b>16</b>
<b>11 Bestimmung von Schnittkräften an Schnittebenen         im Überwasserschiff (Brückenschnitte)</b>	<b>18</b>
<b>12 Bestimmung von Schnittkräften an Spantschnitten         durch einen Schwimmer (Schwimmerschnitte)</b>	<b>19</b>
<b>13 Eigenfrequenzen</b>	<b>20</b>
<b>14 Kennzeichnende Amplituden in natürlichem Seegang</b>	<b>20</b>
Numerische Methoden	21
Literatur	23
Programmsystem	23

# Einleitung

Dieser Bericht beschreibt die Theorie und ein System von Programmen für Berechnungen des Verhaltens von symmetrischen 2-Rumpf-Schiffen in regelmäßigen Wellen und in natürlichem, stationären Seegang. Ergebnisse der Berechnungen sind:

- Die Bewegung des Schiffes in 6 Freiheitsgraden
- Die dreidimensionale Bewegung des Schiffes an gegebenen Punkten
- Die Relativbewegung zwischen Schiff und Wasseroberfläche
- Die Schnittkräfte und -momente in der Verbindungs konstruktion (Brücke) zwischen beiden Schwimmern
- Die Schnittkräfte in Spantschnitten durch die Schwimmer

In regelmäßigen Wellen werden die komplexen Übertragungsfunktionen dieser Größen bestimmt, in natürlichem Seegang die kennzeichnenden Amplituden (d. h. die doppelte Standardabweichung).

Die Berechnungen setzen Linearität der Beziehung zwischen Wellenhöhe und Schiffsreaktion voraus. Die Methode entspricht im Wesentlichen der Streifenmethode in der Formulierung /1/. Die gegenseitige Beeinflussung der Schiffsrümpfe wird berücksichtigt, indem die von einem Rumpf gestreuten und durch die Bewegungen abgestrahlten Wellen als erregende Wellen am anderen Rumpf der einfallenden Welle überlagert werden. Dabei wird die Schiffsgeschwindigkeit berücksichtigt.

## Berechnungsmethode

### 1 Koordinatensysteme

Für die Beschreibung der Methode und im zugehörigen Programm YSW werden folgende Systeme benutzt:

- a) Inertialsystem  $\xi\eta\zeta$  orientiert an der Wasseroberfläche:  $\xi$  in Fahrtrichtung,  $\eta$  nach Steuerbord,  $\zeta$  nach unten. Das System bewegt sich mit der mittleren Fahrgeschwindigkeit  $v$  des Schiffes nach vorn. Der Nullpunkt fällt mit der mittleren Lage der Basis an Hauptspant auf der Mittschiffsebene zusammen. Als Höhe der Basis können z. B. Unterkante Kiel oder Mitte Schwimmkörper gewählt werden.
- b) Schiffsfestes System  $xyz$ :  $x$  nach vorn,  $y$  nach Steuerbord,  $z$  nach unten. Nullpunkt und Koordinatenrichtungen fallen im zeitlichen Mittel mit dem Inertialsystem zusammen.

Die Ausrichtung der Koordinatensysteme, insbesondere die Definition der  $z$ -Richtung nach unten, erscheint unpraktisch, vor allem da als Nullpunkt die Basis gewählt wurde, weil dadurch die  $z$ -Koordinaten der Punkte im Schiff in der Regel negativ werden. Die Orientierung wurde trotzdem so gewählt, um Übereinstimmung mit den üblichen Vorzeichen der Schiffsbewegungen zu erhalten: Positive Längs-, Quer- und Tauchbewegung bedeuten Verschiebungen in positiver Koordinatenrichtung, positive Verdrehungen bezeichnen Rechtsdrehungen um die Koordinatenachsen. Die Definitionen stimmen mit /1/ überein, aber nicht mit /2/ und auch nicht mit den im Formdefinitionsprogramm EUMEDES und im Querschnittsberechnungsprogramm YEUNGA benutzten Koordinaten (vgl. Tab. 1).

Tabelle 1. Koordinatensysteme

	Koordinatenrichtung			Nullpunkt		
	x nach	y nach	z nach	Länge	Breite	Höhe
Methodenbeschr. und YSW	vorn	Stb.	unten	Hauptspant	Mitte Schiff	Basis
YEUNGA	Stb.	unten	-	-	Mitte Schw.	Wasserl.
EUMEDES und SPGEN	vorn	Bb.	oben	Hauptspant	Mitte Schw.	Basis

Eine stationäre Vertrimmung des Schiffes äußert sich in den hier benutzten Koordinaten nicht in einem Unterschied des zeitlichen Mittels der  $\xi$ - und  $x$ -Richtung, sondern in einer Änderung der im  $xyz$ -System beschriebenen Schiffsform und der Massendaten (Schwerpunktslage, Trägheits- und Zentrifugalmomente) im Vergleich zum unvertrimmten Schiff.

Im Folgenden werden die Verschiebungen und Verdrehungen des Schiffes durch den Seegang aus seiner Mittellage und damit auch die Unterschiede zwischen den beiden Koordinatensystemen als klein vorausgesetzt. Terme, die quadratisch oder von höherer Potenz von den Schiffsbewegungen abhängen, werden ohne Erwähnung weggelassen. Damit ergibt sich zwischen den Koordinaten desselben Punktes in den beiden Systemen nach a) und b) folgende Beziehung:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\psi & \vartheta \\ \psi & 1 & -\varphi \\ -\vartheta & \varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \\ \zeta_0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Dabei bedeuten:

$\xi_0$  Längsverschiebung des Schiffes nach vorn (gegenüber mittlerer Fahrt)

$\eta_0$  Querverschiebung des Schiffes nach Steuerbord

$\zeta_0$  Vertikalverschiebung des Schiffes nach unten  
(Alle drei Verschiebungen beziehen sich auf den Koordinatenursprung.)

$\varphi$  Rollwinkel nach Steuerbord

$\vartheta$  Stampfwinkel (positiv Bug nach oben)

$\psi$  Gierwinkel nach Steuerbord

Im Folgenden werden die Reaktionen des Schiffes in regelmäßigen Wellen durch komplexe Amplituden (abgekürzt KA) gekennzeichnet. Ihr Realteil gibt den Wert der Zeitfunktion in dem Moment an, wenn der Koordinatenursprung nach a) im Wellental liegt; der Imaginärteil ist der Wert, der 1/4 Begegnungsperiode früher erreicht wurde. Alle KA sind mit  $\hat{\cdot}$  gekennzeichnet. Beispiel:

$$\zeta_0 = \operatorname{Re}(\hat{\zeta}_0 e^{i\omega_e t}) = \operatorname{Re}(\hat{\zeta}_0) \cos(\omega_e t) - \operatorname{Im}(\hat{\zeta}_0) \sin(\omega_e t) \quad (2)$$

gibt die Tauchbewegung des Schiffes an;  $\omega_e$  ist die Begegnungsfrequenz,  $t$  die Zeit,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\hat{\zeta}_0 = \text{KA}$  der Tauchbewegung.

Die folgenden Abschnitte beziehen sich auf regelmäßige Wellen.

## 2 Bewegungsgleichung

Begründungen zu den folgenden Formeln und Ansätzen werden z. T. weggelassen, wenn sie in /1/ oder /3/ angegeben sind.

Zu berechnen ist die KA  $\hat{u}$  der Schiffsbewegung in 6 Freiheitsgraden:

$$\hat{u} = (\hat{\xi}_0, \hat{\eta}_0, \hat{\zeta}_0, \hat{\varphi}, \hat{\vartheta}, \hat{\psi})^T \quad (3)$$

Dabei bezeichnet  $^T$  eine transponierte Matrix.

Die Newtonsche Bewegungsgleichung ergibt sich in diesem Fall zu

$$-\omega_e^2 M \hat{u} = \hat{F} \quad (4)$$

mit der Massenmatrix

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & \theta_x & -\theta_{xy} & -\theta_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -\theta_{xy} & \theta_y & -\theta_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -\theta_{xz} & -\theta_{yz} & \theta_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

Dabei bedeuten:

$m$  Schiffsmasse

$x_G, y_G, z_G$  Koordinaten des Massenschwerpunkts

$\theta_x, \theta_y, \theta_z$  Massenträgheitsmomente bzgl. Koordinatenursprung. Z. B. ist

$$\theta_x = \int (y^2 + z^2) dm .$$

$\theta_{xy}, \theta_{xz}, \theta_{yz}$  Zentrifugalmomente. Z. B. ist

$$\theta_{xy} = \int xy dm .$$

$\hat{F}$  ist die KA der vom Wasser auf das Schiff ausgeübten Kraft. Sie setzt sich aus einem statischen Anteil, einem dynamischen Anteil infolge der Schiffsbewegungen und einem Anteil infolge der erregenden Welle zusammen:

$$\hat{F} = -S\hat{u} + B\hat{u} + \hat{e} .$$

Daraus folgt zusammen mit (4) die Bewegungsgleichung

$$(S - B - \omega_e^2 M)\hat{u} = \hat{e} , \quad (6)$$

die nach Berechnung von  $S$ ,  $B$ ,  $M$  und  $\hat{e}$  nach  $\hat{u}$  aufzulösen ist.

## 3 Rückstellkräfte

Aus dem statischen Wasserdruck in ungestörter Flüssigkeit

$$p = \rho g \zeta$$

folgt die Änderung der Auftriebskraft und der Auftriebsmomente infolge der Schiffsverlagerung aus der Mittellage zu

$$\int \rho g (\zeta - \bar{\zeta}(x, y, z)) df = \rho g \int (\zeta_0 - x\vartheta + y\varphi) df \quad (7)$$

Dabei bedeuten  $\rho g$  das spezifische Gewicht des Wassers und  $df$  das Differential der Schiffsoberfläche, hier aufgefaßt als Vektor senkrecht auf der Fläche und in den Schiffskörper hineinzeigend. Die Integrale sind über die im Mittel benetzte Schiffsoberfläche bzw. - für die Bestimmung der Schnittkräfte - über die benetzte Oberfläche des jeweils betrachteten Schiffsteils zu erstrecken.

Mit den Größen

$A_s(x)$  Spantfläche

$B_w(x)$  Wasserlinienbreite

$y_s(x)$  Mitte der Wasserlinie an dem Spant

ergibt sich aus den Komponenten von  $df$ ,

$$df_x = dA_s; \quad df_y = dx dz; \quad df_z = -B_w dx$$

die hydrostatische Rückstellkraft im  $xyz$ -System zu

$$\varrho g \left[ \zeta_0 \begin{pmatrix} -A_s \\ 0 \\ -\int B_w dx \end{pmatrix} - \vartheta \begin{pmatrix} \int x dA_s \\ 0 \\ -\int x B_w dx \end{pmatrix} + \varphi \begin{pmatrix} \int y_s dA_s \\ -\int A_s dx \\ -\int y_w B_w dx \end{pmatrix} \right].$$

Entsprechend findet man für das Moment der hydrostatischen Rückstellkraft:

$$\varrho g \int (\zeta_0 - x\vartheta + y\varphi) \underline{x} \times df$$

Mit

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \underline{x} \times df = \begin{bmatrix} y df_z - z df_y \\ z df_x - x df_z \\ x df_y - y df_x \end{bmatrix}$$

folgt daraus

$$\varrho g \left[ \zeta_0 \begin{pmatrix} -\int y_w B_w dx \\ -\int z_s dA_s + \int x B_w dx \\ y_s A_s \end{pmatrix} - \vartheta \begin{pmatrix} -\int x y_w B_w dx \\ \int x z_s dA_s + \int x^2 B_w dx \\ -\int x y_s dA_s \end{pmatrix} + \varphi \begin{pmatrix} -\int y_w^2 B_w dx + \int A_s z_s dx \\ -y_s z_s A_s + \int x y_w B_w dx \\ -\int x A_s dx + y_s^2 A_s \end{pmatrix} \right].$$

Aus dem Schiffsgewicht ergibt sich im  $xyz$ -System die Rückstellkraft

$$gm \begin{pmatrix} -\vartheta \\ \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

und das Moment

$$gm \begin{pmatrix} -z_G \varphi \\ -z_G \vartheta \\ x_G \varphi + y_G \vartheta \end{pmatrix}.$$

Die in (6) vorkommende Matrix  $S$  der Rückstellkräfte und -momente folgt dann aus der Beziehung

$$\begin{pmatrix} \hat{K}raft \\ \hat{M}oment \end{pmatrix} = -S \hat{u}$$

zu

$$S(x_s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \rho g A_s & \rho g y_s A_s & -\rho g x_s A_s + \int A_s dx + gm & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho g \int A_s dx - gm & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho g \int B_w dx & \rho g \int y_w B_w dx & -\rho g \int x B_w dx & 0 \\ 0 & 0 & \rho g \int y_w B_w dx & \rho g \int y_w^2 B_w dx - \rho g \int A_s z_s dx + gm z_G & -\rho g \int x y_w B_w dx & 0 \\ 0 & 0 & -\rho g z_s A_s - \rho g \int x B_w dx & \rho g y_s z_s A_s - \rho g \int x y_w B_w dx & -\rho g \int A_s z_s dx + \rho g \int x^2 B_w dx + gm z_G & 0 \\ 0 & 0 & -\rho g y_s A_s & \rho g \int x A_s dx - \rho g y_s^2 A_s - gm x_G & \rho g \int y_s A_s dx - gm y_G & 0 \end{bmatrix}$$

Die Glieder in  $S$ , die  $A_s$  einzeln (nicht im Integral) enthalten, beziehen sich auf das hintere Ende des Integrationsbereichs. Dabei wird vorausgesetzt, daß der Integrationsbereich vorn immer bis zum Vorsteven reicht. Falls der Spiegel benetzt ist, ist am Hinterende  $A_s = 0$  zu setzen; ist der Spiegel nicht benetzt, sind die Werte am Spiegel gemeint. Für die Bestimmung von Schnittkräften und -momenten werden auch die Rückstellkräfte auf den Teil eines Schwimmers vor einem gedachten Schnitt bei  $x_s$  benötigt. In dem Fall sind die betreffenden Terme mit den Daten des Schwimmers bei  $x_s$  zu bilden. Die Integrale sind in dem Fall von  $x_s$  bis vorn zu erstrecken.

#### 4 Radiationskräfte auf Schwimmer ohne Wechselwirkung

Hier werden die durch die Schwimmerbewegung verursachten hydrodynamischen Kräfte und Momente  $B \cdot \hat{u}$  aus (6) zunächst ohne Berücksichtigung von Rudern und anderen Flossen und ohne Wechselwirkung mit den vom anderen Schwimmer erzeugten oder veränderten Wellen bestimmt.  $B$  unterscheidet sich von  $\hat{B}$  aus /1/:

$$\omega_e^2 \hat{B} = B.$$

$\hat{f}_x$  sei die KA der hydrodynamischen Kräfte und Momente (im Folgenden wird meist nur Kraft geschrieben) pro Längeneinheit, die das Wasser auf einen Zylinder (Zylinderachse in  $x$ -Richtung) ausübt: 1. Komponente Kraft in  $y$ -Richtung, 2. Komponente Kraft in  $z$ -Richtung, 3. Komponente Moment um die  $x$ -Achse. Die Kraft ist proportional zur Bewegungsamplitude  $\hat{u}_x$  mit folgender Bedeutung: 1. Komponente Verschiebung in  $y$ -Richtung, 2. Komponente Verschiebung in  $z$ -Richtung, 3. Komponente Rechtsdrehung um  $x$ -Achse. Der Proportionalitätsfaktor wird  $\omega_e^2 A$  genannt:

$$f_x = \omega_e^2 A \hat{u}_x = -i\omega_e A (i\omega_e \hat{u}_x) \quad (8)$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} \bar{m}_{22} & \bar{m}_{23} & \bar{m}_{24} \\ \bar{m}_{32} & \bar{m}_{33} & \bar{m}_{34} \\ \bar{m}_{42} & \bar{m}_{43} & \bar{m}_{44} \end{pmatrix} = \text{komplexe hydrodynamische Massenmatrix des Querschnitts.} \quad (9)$$

Dabei bedeutet

$$\bar{m}_{22} = m_{22} + \frac{n_{22}}{i\omega_e};$$

entsprechend für die anderen Elemente von  $A$ .

$m_{22}$  ist die (reelle) hydrodynamische Masse des Querschnitts für Horizontalbewegung,  $n_{22}$  die entsprechende Dämpfungskonstante. In allen Elementen von  $A$  bezieht sich der erste Index auf die Kraftkomponente, der 2. auf die Bewegungskomponente, die die betreffende Kraft hervorruft. Bewegung und Drehmoment beziehen sich nicht etwa auf die Mitte des Querschnitts, sondern auf den Koordinatenursprung  $y = z = 0$ .

Hydrodynamische Massen und Dämpfungen werden ebenso wie die Wellenerregungskräfte und die Amplituden der Radiations- und Diffraktionskräfte im Programm YEUNGA durch Ansatz einer Verteilung von Rankine-Quellen auf der Körperkontur, der freien Oberfläche in einer ausreichenden Umgebung um den Körper und auf vertikalen Geraden weit seitlich beiderseits des Körpers einem Verfahren von Yeung /5/ entsprechend berechnet. Das Programm ist auch für unsymmetrische Querschnittsformen geeignet.

Die zweite Form der Gleichung (8) läßt sich interpretieren als Zeitableitung (in KA bewirkt durch Multiplikation mit  $i\omega_e$ ) des Impulses (Massenmatrix  $A$  mal Geschwindigkeit  $i\omega_e \hat{u}_x$ ). Für nicht zylindrische Körper mit stationärer Vorausschwindigkeit  $v$  ist statt der partiellen Zeitableitung des Impulses die substantielle Zeitableitung zu setzen, so daß man für diesen Fall statt (8) erhält:

$$\hat{f}_x = (-i\omega_e + v \frac{\partial}{\partial x}) A i\omega_e \hat{u}_x \quad . \quad (10)$$

Die 3-komponentige Spantgeschwindigkeit  $i\omega_e \hat{u}_x$  folgt aus der 6-komponentigen Schiffsbewegung  $\hat{u}$ :

$$i\omega_e \hat{u}_x = W \hat{u} \quad (11)$$

mit

$$W = \begin{pmatrix} 0 & i\omega_e & 0 & 0 & 0 & i\omega_e x - v \\ 0 & 0 & i\omega_e & 0 & -i\omega_e x + v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i\omega_e & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Die 3-komponentige Spantkraft  $\hat{f}_x$  wird entsprechend in die 6-komponentige Schiffskraft pro Längeneinheit umgerechnet:

$$\hat{f} = V \hat{f}_x \quad (13)$$

mit

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -x & 0 \\ x & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Nach Integration über die Schiffslänge erhält man die gesamte Radiationskraft auf einen Schwimmer zu

$$B \hat{u} = \int_L V (-i\omega_e + v \frac{\partial}{\partial x}) A W dx \cdot \hat{u} ; \quad (15)$$

daher ist

$$B = \int_L V (-i\omega_e + v \frac{\partial}{\partial x}) A W dx \quad . \quad (16)$$

Das Integral ist über die gesamte getauchte Schiffslänge zu erstrecken. Der Term  $v\partial/\partial x$  ist jedoch dort wegzulassen, wo sich die Strömung vom Rumpf löst, insbesondere also an der Hinterkante des Totholzes und an einem eventuell eintauchenden Spiegelheck.

Bei Längsbeschleunigungen eines Schwimmers ist zusätzlich eine kleine hydrodynamische Masse anzusetzen, die nicht aus den hydrodynamischen Kennwerten der Querschnitte folgt, sondern nach einer empirischen Formel abgeschätzt wird:

$$m_{11} = 5.4 \rho (\nabla_{Schw.}/4)^{5/3} / L^2$$

Damit ergibt sich die vom Wasser auf den Schwimmer ausgeübte Längskraft zu

$$\hat{f}_1 = \omega_e^2 m_{11} \hat{u}_1 .$$

Wenn die Längskraft bei den Koordinaten  $z_0, y_0$  (etwa in Mitte Schwimmer) angreift, ergibt sich daraus die auf den Nullpunkt des ganzen Schiffes bezogene Kraft zu

$$\hat{F}_1 = U_1 \hat{f}_1 \quad \text{mit} \quad U_1 = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad z_0 \quad -y_0)^T .$$

Entsprechend wird die Längsbewegung  $\hat{u}_1$  des Schwimmers aus den Schiffsbewegungen  $\hat{u}$  berechnet:

$$\hat{u}_1 = U_1^T \hat{u} .$$

Zusammengefaßt ergibt sich daraus:

$$\hat{F}_1 = \omega_e^2 m_{11} U_1 U_1^T \hat{u} ,$$

so daß sich ein Beitrag zu  $B$  von der Größe

$$\omega_e^2 m_{11} U_1 U_1^T$$

(6×6-Matrix) ergibt.

## 5 Wellenerregungskraft ohne Wechselwirkung und Flossen

Hier werden die durch die Welle auf den unbewegt gedachten Schwimmer ausgeübten Kräfte und Momente  $\hat{e}$  aus (6) zunächst ohne Wechselwirkung zwischen den Schwimmern bestimmt.

$\hat{e}_x$  sei die KA der Kraft pro Länge für einen zylindrischen Körper (Zylinderachse in  $x$ -Richtung): 1. Komponente in  $y$ -Richtung, 2. Komponente in  $z$ -Richtung, 3. Komponente Moment um die  $x$ -Achse. Sie ist proportional zur KA der Welle am Punkt  $(x, 0, 0)$ , die mit  $\hat{\zeta}_x$  wird. Die Kraft setzt sich aus einem Froude-Kriloff-Anteil (Index 0) und einem Diffraktionsanteil (Index 7) zusammen:

$$\hat{e}_x = (e_{x0} + e_{x7}) \hat{\zeta}_x . \quad (17)$$

$e_{x0}$  und  $e_{x7}$  sind komplexwertige 3×1-Matrizen. Sie werden ebenso wie die hydrodynamischen Massen und Dämpfungen mit dem Programm YEUNGA berechnet.

Wie in /1/ erläutert, ist für den Fall eines nicht zylindrischen Körpers mit Fahrgeschwindigkeit  $v$  statt  $e_{x7}$  der Ausdruck

$$e_{x7} = \frac{v}{i\omega} \frac{\partial e_{x7}}{\partial x} \quad (18)$$

anzusetzen außer an den Stellen (Hinterkante Totholz, eintauchender Spiegel), an denen sich die Strömung vom Körper ablöst.

Die KA der  $\zeta$ -Koordinate des Wasserspiegels in einer regelmäßigen Welle der Laufrichtung  $\mu$  (0 von hinten,  $\pi/2$  von Steuerbord kommende Welle) ist

$$\hat{\zeta} = \hat{\zeta}_0 e^{-ik(x \cos \mu - y \sin \mu)} . \quad (19)$$

Dabei ist  $\hat{\zeta}_0$  die KA der Welle am Koordinatenursprung.  $k = 2\pi/\lambda$  ist die Wellenzahl. Daraus folgt der Zusammenhang zwischen  $\hat{\zeta}_0$  und  $\hat{\zeta}_x$ :

$$\hat{\zeta}_x = \hat{\zeta}_0 e^{-ikx \cos \mu} . \quad (20)$$

$\hat{e}_x$  wird durch Linksmultiplikation mit  $V$  (Gleichung 14) in einen 6-Komponenten-Vektor bezogen auf den Koordinatenursprung umgerechnet. So ergibt sich der aus diesen Betrachtungen folgende Anteil der erregenden Kraftamplitude zu

$$\hat{e}_1 = \int_L V (e_{x0} + e_{x7} + \frac{iv}{\omega} \frac{\partial e_{x7}}{\partial x}) e^{-ikx \cos \mu} dx \cdot \hat{\zeta}_0 . \quad (21)$$

Für die Berechnung der Längsbewegung  $\hat{\xi}_0$  und für genauere Berechnungen der Gier- und Stampfbewegung müssen aber auch die Längskräfte beachtet werden, die von der Welle auf die Schwimmer ausgeübt werden. Untersuchungen von Blume /4/ haben gezeigt, daß hierfür der Diffraktionsanteil vernachlässigbar ist, so daß nur der Froude-Kriloff-Anteil der Längskraft auf den Spant und die dadurch verursachten Momente um die  $y$ - und  $z$ -Achse zu bestimmen sind.

Die Längskraft auf den gesamten Schwimmer ergibt sich zu

$$\int_L \hat{p} \frac{dA_s}{dx} dx + \{\hat{p}_T A_{ST}\}. \quad (22)$$

Darin ist  $\hat{p}$  der Druckunterschied an einem Punkt in der Welle gegenüber glattem Wasser. Statt eines Mittelwerts für  $\hat{p}$  über die Spantfläche wird hier der Wert am Spantschwerpunkt mit den Koordinaten  $x_s, y_s, z_s$  angesetzt. Der Index T (transom) bezeichnet Werte am Spiegel. Der letzte Term in (22) ist nur dann anzusetzen, wenn der Schwimmer einen ins Wasser eintauchenden Spiegel besitzt und wenn die Geschwindigkeit  $v$  so gering ist, daß der Spiegel benetzt ist.

Für den Spantschwerpunkt ergibt sich der Druck  $p$  der Gleichung (19) entsprechend zu

$$\hat{p} = -\rho g e^{-k(z_s+T)} e^{iky_s \sin \mu} e^{-ikx \cos \mu} \hat{\xi}_0 \quad (23)$$

$$= \alpha \hat{\xi}_s \quad \text{mit} \quad (24)$$

$$\alpha = -\rho g e^{-k(z_s+T)} e^{iky_s \sin \mu}. \quad (25)$$

Die Längskräfte pro Längeneinheit  $\hat{p} \cdot dA_x/dx$  verursachen auch Anteile am Stampfmoment. Daher ergibt sich der aus der Längskraft entstehende Anteil der erregenden 6-Komponentenkraft auf den gesamten Schwimmer zu

$$\hat{e}_2 = \left[ \int_L \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_x \\ -y_x \end{pmatrix} \alpha \frac{dA_x}{dx} e^{-ikx \cos \mu} dx + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_{xs} \\ -y_{xs} \end{pmatrix} \alpha A_{xT} e^{-ikx_T \cos \mu} \right] \hat{\xi}_0. \quad (26)$$

## 6 Gegenseitige Beeinflussung der Schwimmer

Die Schwimmer beeinflussen sich gegenseitig durch die Wellen, die von einem Schwimmer durch dessen Bewegungen erzeugt werden und den anderen Schwimmer treffen, und durch die Veränderung der einfallenden Welle (Reflektion und Transmission) durch den jeweils anderen Schwimmer. Den letzten Einfluß erfaßt man durch Überlagerung der ungestörten Welle mit der Diffraktionswelle, die (verschieden nach beiden Seiten) von dem Schwimmer erzeugt wird.

Es wird vorausgesetzt, daß der Schwimmerabstand so groß ist, daß nur das Wellen-Fernfeld beachtet zu werden braucht. Das komplizierte Nahfeld in der Umgebung eines Schwimmers dürfte etwa im Abstand der halben Maximalabmessung des Schwimmerquerschnitts (Breite oder Tiefe) vernachlässigbar sein.

Dem Grundgedanken der Streifenmethode entsprechend wird die Ausbreitung der Diffraktions- und Radiationswellen so angesetzt, wie sie an einem unendlich langen Zylinder vom Schwimmerquerschnitt auftreten würde. Das bedeutet: Die Radiationswellen breiten sich querschnitts ( $\mu = \pm \pi/2$ ) aus; die von einer Welle mit der Laufrichtung  $\mu$  erzeugte Diffraktionswelle hat die Laufrichtung  $+\mu$  auf der Leeseite und  $-\mu$  auf der Luvseite. Diese Richtungen beziehen sich wie alle Begegnungswinkel auf die Ausbreitungsrichtung in einem mit dem Schiff nicht mitfahrenden Bezugssystem und auf die Richtung der Wellenkämme (senkrecht auf der Laufrichtung  $\mu$ ). Die Wellenenergie läuft dagegen im mit der mittleren Schiffsgeschwindigkeit  $v$  bewegten  $\xi\eta\zeta$ -System unter einem anderen Winkel  $\mu^*$ , der von der Vektorsumme der Wellengruppengeschwindigkeit  $c_{gr}$  und der negativen Fahrgeschwindigkeit bestimmt wird (Abb. 1).

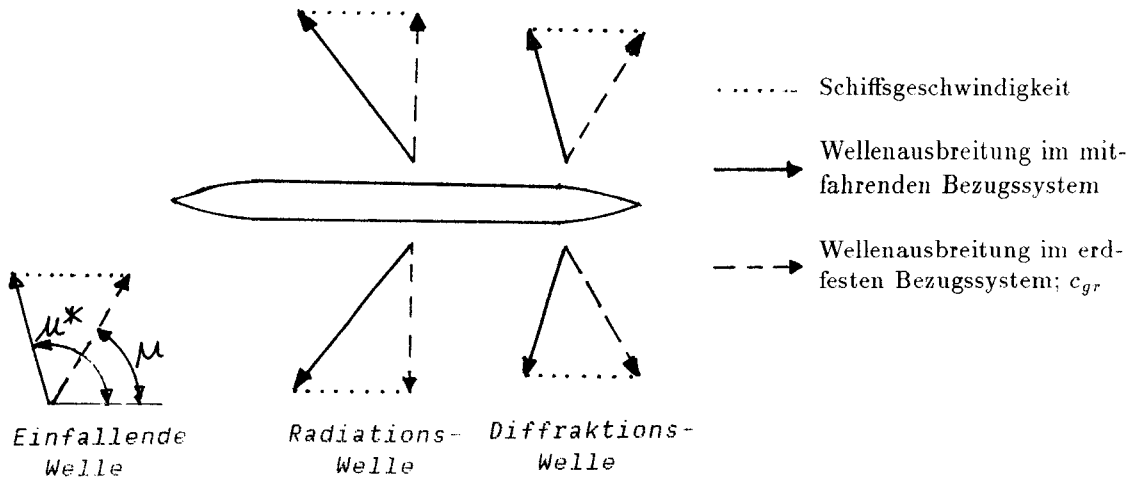


Abb. 1: Ausbreitungsrichtungen der Wellen

Die Gruppengeschwindigkeit der Radiationswellen beträgt

$$c_{gr} = \frac{1}{2} \frac{\omega_e}{k} = \frac{g}{2\omega_e} \quad (27)$$

die der Diffraktionswellen

$$c_{gr} = \frac{1}{2} \frac{\omega}{k} = \frac{g}{2\omega} \quad (28)$$

Da die Schwimmerquerschnitte und deren Bewegung von  $x$  abhängen, hängen auch die komplexen Amplituden der Radiations- und Diffraktionswellen von  $x$  ab.

Die von einem Schwimmer bei der Längenkoordinate  $x_a$  ausgehende Radiations- oder Diffraktionswelle mit der Laufrichtung  $\mu$  trifft den anderen Schwimmer bei der Koordinate

$$x = x_a + \frac{b}{\sin |\mu|} \left( \cos \mu - \frac{v}{c_{gr}} \right) \quad (29)$$

Dabei ist  $b$  der Abstand zwischen den Mitten der Schwimmer.  $b$  wird hier unabhängig von  $x$  vorausgesetzt. Falls die Schwimmer nicht parallel zueinander verlaufen, entstehen dadurch nur dann merkliche Ungenauigkeiten, wenn die Abweichung im Vergleich zur Wellenlänge der Radiations- oder Diffraktionswellen eine Rolle spielt. Dies ist nur bei sehr kurzen Wellen der Fall.

Im Folgenden wird die Laufrichtung der einfallenden Welle durch  $\mu$  so angegeben, daß  $-\pi \leq \mu \leq \pi$  ist.

## 7 Einfluß der Wechselwirkung auf die Radiationskräfte

Die durch die Schiffsbewegung entstehenden hydrodynamischen Kräfte an einem Schwimmer werden von dem jeweils anderen Schwimmer durch die von diesem ausgehenden Radiationswellen beeinflusst. Die KA der Welle, die vom linken Schwimmer an der Querschnittsebene  $x_a$  ausgeht und den rechten Schwimmer an dem Querschnitt  $x$  trifft, wird mit

$$\zeta_{1r}(x)\hat{u}$$

bezeichnet, da sie den Schiffsbewegungen  $\hat{u}$  (6-Komponenten-Spaltenvektor) proportional ist. Die zweite Komponente des Zeilenvektors  $\zeta_{1r}(x)$  bezeichnet daher  $z$ . B. die KA der Radiationswelle infolge einer harmonischen Horizontal-Querbewegung des Schiffes mit der KA 1.  $\zeta_{1r}(x)$  ist also ein 6-Komponenten-Zeilenvektor. Entsprechend ist  $\zeta_{1l}(x)$  die KA der von rechts nach links laufenden Radiationswelle. In beiden Fällen handelt es sich jeweils um die Welle auf der Seite des Schwimmers, die dem anderen Schwimmer zugewandt ist. Der Ort, auf den sich die komplexe Amplitude bezieht (die Phase hängt ja vom Ort ab), ist die  $x$ -Achse bei dem betr. Querschnitt.

Die beiden Werte  $\zeta_{1r}(x)$  (übereinander geschriebene Symbole, hier l und r, entsprechen sich in allen Termen und erlauben so eine Zusammenfassung zweier Gleichungen) lassen sich aus der Gleichung

$$\zeta_{1l}(x) \cdot \hat{u} = Y_{Rl}(x_a) \hat{u}_{x_l}(x_a) + Y_{Dl}(x_a) \zeta_{1l}(x_a) \hat{u} \quad (30)$$

bestimmen. Darin bedeutet  $\hat{u}_{x_l}$  die 3-komponentige Spantbewegung des linken Schwimmers an der als Argument angegebenen Stelle  $x_a$ .  $Y_{Rl}(x_a)$  ist ein 3-komponentiger Zeilenvektor, der das Verhältnis zwischen der komplexen Amplitude der Radiationswelle auf der rechten Seite vom linken Schwimmer und der Spantbewegung für den Querschnitt an der Stelle  $x_a$  angibt. Dabei entspricht die Radiationswellenamplitude dem Fernfeld; sie bezieht sich jedoch auf die  $x$ -Achse bezüglich der Phase.  $Y_{Rl}$  wird vom Programm YEUNGA berechnet.

Entsprechend ist  $Y_{Dl}(x_a)$  (skalar) das Verhältnis der KA der Diffraktionswelle auf der rechten Seite des linken Schwimmers und der nach rechts laufenden, einfallenden Welle, die die Diffraktion verursacht. Auch  $Y_{Dl}$  wird vom Programm YEUNGA berechnet; dabei wird ein Begegnungswinkel von  $+90^\circ$  (bei  $Y_{Dr}$  von  $-90^\circ$ ) angesetzt. Der erste Summand auf der rechten Seite von (30) gibt den Einfluß der direkt durch die Bewegung des gegenüberliegenden Schwimmers erzeugten Welle an; der zweite entsteht durch die ein- oder mehrfach zwischen beiden Schwimmern reflektierten Radiationswellen.

Entsprechend (11) ergibt sich die Spantbewegung  $\hat{u}_{x_l}$  aus der Schiffsbewegung  $\hat{u}$ :

$$\hat{u}_{x_l}(x_a) = \frac{1}{i\omega_e} W(x_a) \hat{u} . \quad (31)$$

Aus (30) und (31) läßt sich eine Bestimmungsgleichung für die KA der Radiationswellen ableiten:

$$\zeta_{1l}(x) = \frac{1}{i\omega_e} Y_{Rl}(x_a) W(x_a) + Y_{Dl}(x_a) \zeta_{1l}(x_a) . \quad (32)$$

$1 \times 6 \qquad 1 \times 3 \qquad 3 \times 6 \qquad 1 \times 1 \qquad 1 \times 6$

Für die Radiationswellen mit  $\mu = \pm\pi/2$  ergibt sich aus (29):

$$x = x_a - bv/c_{gr} = x_a - 2bv\omega_e/g . \quad (33)$$

Weil  $x \leq x_a$  ist (die von einem Querschnitt ausgehenden Radiationswellen erreichen den anderen Schwimmer bei einem weiter hinten liegenden Querschnitt, wenn  $v > 0$  ist), kann (32) von vorn nach hinten fortschreitend gelöst werden. Bei einer Berechnung von  $\zeta_{1l}$  an diskreten Stellen (Berechnungsspanten) kann der Wert  $\zeta_{1l}(x_a)$  linear zwischen den Werten an den Nachbarspanten interpoliert werden. Man erhält dann ein von vorn nach hinten fortschreitendes Rekursionsschema. An vor dem Vorderende des Schwimmers liegenden Querschnitten  $x_a$  wird die Radiationswellenamplitude Null gesetzt. Ist der linke Schwimmer ein Spiegelbild des rechten, so sind die 1., 3. und 5. Komponente von  $\zeta_{1l}$  gleich den entsprechenden Komponenten von  $\zeta_{1r}$ , während die übrigen Komponenten in  $\zeta_{1l}$  und  $\zeta_{1r}$  von entgegengesetztem Vorzeichen sind.

Aus  $\zeta_{1r}(x)$  läßt sich der Wechselwirkungsanteil an der Matrix  $B$  analog zu den zuvor bestimmten Erregungskräften in Wellen bestimmen. Allerdings ist hierbei zu beachten, daß die KA der Radiationswellen mit  $x$  komplizierter als die einfallende Welle variiert. Entsprechend den Überlegungen in /1/ findet man für diesen Fall:

$$B_{ww} = \int_L V(x) \left[ e_{x0} \zeta_1(x) - (i\omega_e - v \frac{\partial}{\partial x}) \left( \frac{e_{x7}}{\omega_e^2} \cdot i\omega_e \zeta_1(x) \right) \right] dx$$

$$+ \int_L \left( \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_x \\ -y_x \end{array} \right) \alpha \frac{dA_x}{dx} \zeta_1(x) dx + \left\{ \left( \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_{xT} \\ -y_{xT} \end{array} \right) \alpha_T A_{xT} \zeta_1(x_T) \right\} . \quad (34)$$

Die Froude-Kriloff-Kraft und die Diffraktionskraft pro Länge,  $e_{x0}$  und  $e_{x7}$ , sind hier bei der Begegnungsfrequenz  $\omega_e$  und dem Begegnungswinkel  $\pm 90^\circ$  anzusetzen. Wie schon vorher sind auch hier die Werte für den rechten und für den linken Schwimmer einzusetzen; die so für beide Schwimmer getrennt erhaltenen  $B_{ww}$ -Werte sind zu addieren. Die erste Zeile in (34) gibt den Einfluß der Kräfte in der Spantebene und des Momentes um die  $x$ -Achse an, die zweite Zeile den Einfluß der Längskräfte. Der letzte Summand in geschweiften Klammern ist nur im Fall eines eintauchenden und von hinten benetzten Spiegels mitzunehmen.

Nach Vereinfachung der ersten Zeile von (34) erhält man:

$$B_{ww} = \int_L V(x) \left[ (e_{x0} + e_{x7})\zeta_1(x) + \frac{iv}{\omega_e} \frac{\partial(e_{x7}\zeta_1)}{\partial x} \right] dx + \int_L \left( \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_x \\ -y_x \end{array} \right) \alpha \frac{dA_x}{dx} \zeta_1(x) dx + \left\{ \left( \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_{xT} \\ -y_{xT} \end{array} \right) \alpha_T A_{xT} \zeta_1(x_T) \right\} . \quad (35)$$

Die Radiationskräfte einschließlich Wechselwirkung auf die beiden Schwimmer sind

$$(B + B_{ww})\hat{u} . \quad (36)$$

## 8 Einfluß der Wechselwirkung auf die Wellenerregungskräfte

Im Gegensatz zu den Radiationskräften empfiehlt es sich hier, die Kräfte aus der einfallenden Welle und aus der Wechselwirkung gemeinsam zu berechnen. Ich unterscheide dabei:

1. Wellen aus der Richtung des jeweils anderen Schwimmers kommend. Sie haben die Laufrichtung  $\mp|\mu|$ ; dabei bezieht sich das obere Zeichen hier und im Folgenden auf den rechten, das untere auf den linken Schwimmer. Sie sind verursacht durch Diffraktion vom anderen Schwimmer und dann durch die einfallende Welle, wenn deren Laufrichtung  $\mu > 0$  ist. Nur in diesem Fall ist der Ausdruck  $\langle \rangle$  anzusetzen; im gegenteiligen Fall ist der Ausdruck  $[\ ]$  anzusetzen. Die KA dieser Welle (bezogen wie zuvor bei den Radiations-Wechselwirkungen beschrieben) ergibt sich aus der Beziehung

$$\hat{\zeta}_{2r}(x) = Y_{Dl}(x_a, \pm|\mu|)\hat{\zeta}_{2l}(x_a)\beta + \langle (1 + Y_{Dr}(x_a, \mp|\mu|))e^{-ikx \cos \mu} \rangle \hat{\zeta}_0 \quad (37)$$

mit

$$\beta = e^{-ik(x-x_a) \cos \mu} .$$

Die Symbole  $Y_{Dl}$  geben wie zuvor die Verhältnisse zwischen den KA der Diffraktionswelle und der einfallenden Welle an der dem anderen Schwimmer zugekehrten Seite an. Die Indizes l bzw. r bezeichnen den Bb.- bzw. Stb.-Schwimmer. Die Amplitudenverhältnisse sind bei der Kreisfrequenz  $\omega$  (nicht  $\omega_e$ ) zu bilden. Die Argumente  $x_a$  und  $\pm|\mu|$  geben die Längenkoordinate an, bei der der Schwimmerquerschnitt zu nehmen ist, bzw. die Richtung der einfallenden Welle, deren Diffraktion gemeint ist. Es gilt:

$$Y_{Dl}(x_a, \mu) = Y_{Dr}(x_a, -\mu) .$$

Der erste Summand auf der rechten Seite von (37) gibt den Einfluß der vom Schwimmer selbst gestreuten, auf den anderen Schwimmer geworfenen und dort reflektierten Wellen an; der zweite Summand ist der Einfluß der einfallenden Welle einschließlich ihrer Streuung am anderen Schwimmer.

2. Wellen aus der Richtung  $\pm|\mu|$ , die die Schwimmer von außen treffen. Sie haben die KA

$$\hat{\zeta}_{3r}(x) = [e^{-ikx \cos \mu}] \hat{\zeta}_0 . \quad (38)$$

Während  $\hat{\zeta}_{3r}$  aus der einfallenden Wellenamplitude  $\zeta_0 = 1$  sofort bestimmt werden kann, wird  $\hat{\zeta}_{2r}$  aus (37) rekursiv bestimmt. Je nachdem  $x \geq x_a$  oder  $x < x_a$  ist, wird vom hinteren oder vom vorderen Ende des Schwimmers aus gerechnet. Welcher Fall vorliegt, ergibt sich aus (29).

Aus  $\hat{\zeta}_{2r}$  und  $\hat{\zeta}_{3r}$  wird die Wellenerregung  $\hat{e}$  analog zu (35) bestimmt:

$$\begin{aligned} \hat{e}_r = \int_L V \left( e_{x0r}(\mp|\mu|)\hat{\zeta}_{2r} + e_{x0r}(\pm|\mu|)\hat{\zeta}_{3r} + \frac{\omega_e}{\omega}(e_{x7r}(\mp|\mu|)\hat{\zeta}_{2r} + e_{x7r}(\pm|\mu|)\hat{\zeta}_{3r}) \right. \\ \left. + \frac{iv}{\omega} \frac{\partial}{\partial x} \left[ e_{x7r}(\mp|\mu|)\hat{\zeta}_{2r} + e_{x7r}(\pm|\mu|)\hat{\zeta}_{3r} \right] \right) dx \\ + \int_L \left( \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_x \\ -y_x \end{array} \right) \alpha \frac{dA_x}{dx} (\hat{\zeta}_{2r} + \hat{\zeta}_{3r}) dx + \left\{ \left( \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_{xT} \\ -y_{xT} \end{array} \right) \alpha_T A_{xT} (\hat{\zeta}_{2r}(x_T) + \hat{\zeta}_{3r}(x_T)) \right\}. \end{aligned} \quad (39)$$

Die Verhältnisse  $e_{x0}$  und  $e_{x7}$  zwischen den KA der Erregerkraft und der Welle sind jeweils für die Einfallswinkel zu nehmen, die an dem jeweiligen Schwimmer  $\hat{\zeta}_{2r}$  und  $\hat{\zeta}_{3r}$  entsprechen. Während die Radiationswellenamplitude  $\zeta_1$  wegen der Symmetrie nur für einen Schwimmer nach den angegebenen Formeln berechnet werden muß (im Programm wird der Stb.-Schwimmer genommen), sind die Diffraktionswellenamplituden  $\hat{\zeta}_{2l}$  und  $\hat{\zeta}_{2r}$  für den Bb.- und den Stb.-Schwimmer wesentlich voneinander verschieden und müssen für beide Schwimmer berechnet werden.

Die hier angegebene Berechnungsmethode ist im Gegensatz zu der in /2/ beschriebenen Methode, in der die Wechselwirkung zwischen beiden Schwimmern nicht beachtet wird, auch für geringe Schiffsgeschwindigkeiten geeignet. Sie ist genauer als die in anderen Arbeiten vielfach verwendete Methode, die in zweidimensionaler Strömung bestimmten hydrodynamischen Kennwerte der Schiffspannen direkt für beide Rümpfe gemeinsam zu bestimmen; denn dabei bleibt die Längsverschiebung zwischen Wellenerzeugung an einem Rumpf und Wirkung am anderen Rumpf unbeachtet. Dies führt zu unrealistischen Wechselwirkungen bei Schiffen mit Vorausfahrt insbesondere bei Frequenzen, bei denen sich zwischen beiden Rümpfen Resonanzschwingungen des Wassers einstellen. Bei Schiffen ohne Fahrt stimmen beide Methoden dagegen praktisch überein. Für SWATH-Schiffe, bei denen nur kurze "Stelzen" die Wasseroberfläche durchstoßen, ist die vorausgesetzte Schlankheit nicht vorhanden, so daß die hydrodynamischen Koeffizienten für die Quer-, Roll- und Gierbewegung und insbesondere die Wechselwirkung zwischen beiden Rümpfen nach der hier entwickelten Methode nicht genau bestimmt werden können.

## 9 Kräfte an Rudern und Flossen

Ruder, feststehende Flossen und bewegliche Flossen werden nach dem gleichen Schema behandelt. Ihre Form und Fläche werden durch eine mittlere Profillänge (in  $x$ -Richtung)  $c$  (cord) und eine Spannweite  $s$  (gemessen senkrecht zur  $x$ -Achse vom rumpfnahen Ende bis zur Spitze) beschrieben. Flossen mit einem Seitenverhältnis  $\Lambda = s/c \ll 1$  sowie Flossen, die überwiegend als Verlängerung des Rumpfes nach hinten anzusehen sind, können in die Rumpfform einbezogen werden. In dem Fall dürfen von den im Folgenden angegebenen Anteilen der hydrodynamischen Flossenkraft nur die von dem Flossendrehwinkel  $\alpha_{s3}$  abhängigen Anteile berücksichtigt werden, da die übrigen Kraftanteile bereits in den Rumpfkraften enthalten sind. Man erreicht dies, indem man in den Eingabedaten die (später erläuterten) Koeffizienten  $c_M$  und  $r$  zu 0 angibt. Schlanke, vom Rumpf seitlich, nach oben oder unten abstehende Flossen sollten dagegen wie hier beschrieben behandelt werden.

Berücksichtigt werden nur linear vom Anstellwinkel abhängige Auftriebskräfte. Widerstandskräfte werden vernachlässigt.

Die Flossen erzeugen durch die an ihnen auftretenden Kräfte Wellen und Wirbel, welche die Kräfte auf Rumpf und andere Flossen beeinflussen können. Dies wird vernachlässigt. Diese Einflüsse könnten wichtig sein, wenn hintere Flossen im Bereich des Nachstroms von vorderen Flossen liegen. Der Einfluß der Wasseroberfläche und des Rumpfes in der Nähe einer Flosse auf die Flossenkräfte können frequenzunabhängig durch vorzugebende Koeffizienten berücksichtigt werden. Für die Bestimmung dieser Koeffizienten wird auf die im Flugzeugbau (z. B. /6/) und U-Boot-Bau (z. B. /7/) vorhandene Literatur verwiesen.

Die Lage einer Flosse wird durch die einzugebenden Koordinaten des Druckpunktes (Angriffspunkt der Auftriebskraft; Ortsvektor  $\underline{x}_F = (x_F, y_F, z_F)$ ) beschrieben. Dieser liegt etwa  $1/4 c$  hinter der Vorderkante etwas dichter am Rumpf als der Flächenschwerpunkt. Der Einfluß der einfallenden Wellen auf die Flossenkraft wird berechnet, indem die an der Stelle  $\underline{x}_F$  erzeugte Störgeschwindigkeit an der gesamten Flossenfläche angesetzt wird. Radiations- und Diffraktionswellen werden bei der Bestimmung der Flossenkraft vernachlässigt.

Die Richtung der Drehachse der Flosse (bzw. ihrer Längsachse bei festen Flossen) wird durch den Vektor  $a_F = (a_x, a_y, a_z)$  beschrieben.  $a_F$  wird im Programm zu einem Einheitsvektor normiert; hier wird  $|a_F| = 1$  angenommen.

Die Drehung  $\alpha_{s3}$  von beweglichen Flossen wird im Sinne einer Rechtsschraube um  $a_F$  angesetzt. Es wird ein linearer Zusammenhang zwischen der KA von  $\alpha_{s3}$  und den KA der Schiffsbewegungen vorausgesetzt:

$$\hat{\alpha}_{s3} = (\alpha_{F1}\hat{u}_1 + \dots + \alpha_{F6}\hat{u}_6) = \alpha_F \hat{u} \quad (40)$$

$1 \times 6 \quad 6 \times 1$

mit komplexem Zeilenvektor  $\alpha_F$ , dessen Komponenten vorzugeben sind entsprechend der verwendeten Flossensteuerung. Je nach der Lage der Flosse, der Richtung von  $a_F$  und dem Vorzeichen der Realteile (entsprechend Rückstellgliedern) und der Imaginärteile (entsprechend Dämpfungsgliedern) kann eine Flosse die Schiffsbewegungen und die Stabilität der Bewegung verringern oder vergrößern. Die Vorzeichen der Komponenten von  $\alpha_F$  sind deshalb mit besonderer Sorgfalt zu bestimmen.

$n_F$  sei der Einheits-Normalenvektor (Zeilenvektor) auf der Ebene, die von der Achsrichtung  $a_F$  und der mittleren Anströmungsrichtung ( $x$ -Achse) aufgespannt wird:

$$n_F = a_F \times (1, 0, 0) = (0, n_{F2}, n_{F3}) . \quad (41)$$

Die hier berücksichtigten periodischen Kräfte auf die Flosse hängen dann von der Komponente der Umströmung in Richtung  $n_F$  ab (Abb. 2).

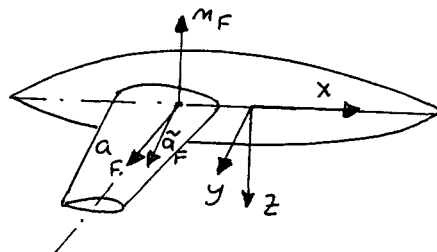


Abb. 2: Vektoren zur Beschreibung der Flosse und ihrer Anströmung

Wenn der Schiffskörper nicht vorhanden wäre, erzeugte die erregende Welle mit der KA  $\hat{\zeta}$  am Bezugspunkt  $(x_F, y_F, z_F)$  der Flosse die Geschwindigkeitskomponente in  $n_F$ -Richtung

$$v_{FW} \cdot \hat{\zeta} = \frac{g}{\omega} e^{-ikx_F \cos \mu} \hat{\zeta} e^{iky_F \sin \mu} e^{-kz_F} n_F \begin{pmatrix} 0 \\ k \sin \mu \\ ik \end{pmatrix} . \quad (42)$$

(Die  $x$ -Komponente von  $n_F$  ist gleich 0.)

Die KA der Geschwindigkeitskomponente der Flosse in Richtung  $n_F$  relativ zum Inertialsystem infolge der Schiffsbewegungen ergibt sich aus (1) zu

$$\hat{v}_{FS} = n_F \cdot KA \text{ von } \begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = i\omega_e n_F \left[ \begin{pmatrix} 0 & -\hat{\psi} & \hat{\vartheta} \\ \hat{\psi} & 0 & -\hat{\varphi} \\ -\hat{\vartheta} & \hat{\varphi} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\xi}_0 \\ \hat{\eta}_0 \\ \hat{\zeta}_0 \end{pmatrix} \right]. \quad (43)$$

Durch Einsetzen von  $n_F = (0, n_{F2}, n_{F3})$  ergibt sich unter Verwendung von

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{\xi}_0 \\ \hat{\eta}_0 \\ \vdots \\ \hat{\varphi} \end{bmatrix} : \quad \hat{v}_{FS} = i\omega_e W_F \hat{u}$$

mit

$$W_F = \begin{pmatrix} 0 & n_{F2} & n_{F3} & -n_{F2}z_F + n_{F3}y_F & -n_{F3}x_F & n_{F2}x_F \end{pmatrix}. \quad (44)$$

Durch die Schwimmer verändert sich die für unbegrenztes Wasser bestimmte Wellengeschwindigkeit  $v_{FW}\hat{\zeta}$  zu dem Wert

$$r \cdot v_{FW}\hat{\zeta}. \quad (45)$$

Der einzugebende "Rumpffaktor"  $r$  ist etwa gleich 1 für Flossen in größerem Abstand seitlich oder hinter den Schwimmern,  $> 1$  für Flossen, die seitlich, nach oben oder unten am Rumpf angebracht sind, und nahezu 0 für Flossen, die unmittelbar in Verlängerung eines Totholzes hinter dem Rumpf angebracht sind. Entsprechend lenkt der bewegte Schwimmkörper die Strömung um, so daß auch für die Flossenkräfte infolge der Schiffsbewegungen mit  $r \hat{v}_{FS}$  zu rechnen ist.

Die hydrodynamische Masse einer Flosse wird zu

$$m_F = c_M \cdot \frac{\pi \rho c^2 l}{4} \quad (46)$$

angesetzt mit vorzugebendem Wert  $c_M$ .  $c_M$  ist etwa gleich 1 für  $l/c \gg 1$  und etwa gleich  $l/c$  für  $l/c \ll 1$ , wenn der Rumpfeinfluß auf  $c_M$  als klein angesehen werden kann. Dazwischen kann  $c_M$  aus Abb. 3 abgeschätzt werden.

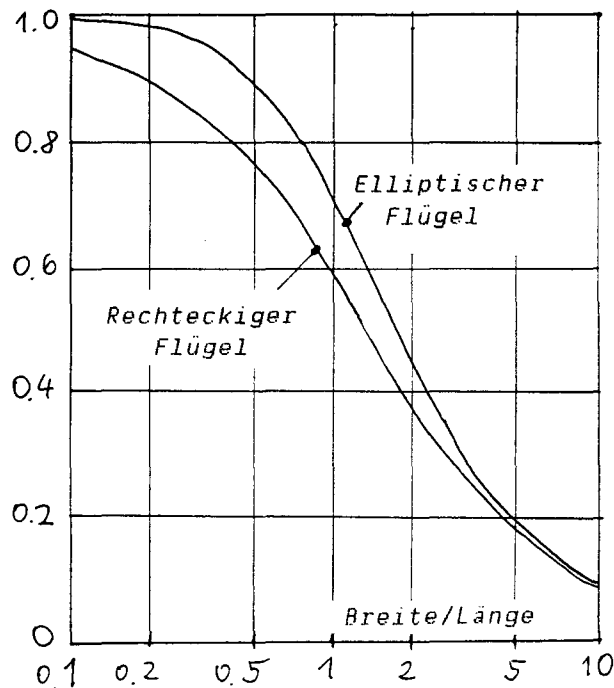


Abb. 3: Beiwert der hydrodynamischen Masse (nach Yu und Meyerhoff)

Die KA der Beschleunigung infolge der Wellen- bzw. Schiffsbewegungen ist

$$i\omega r v_{FW} \hat{\zeta} \quad \text{bzw.} \quad i\omega_e r \hat{v}_{FS}$$

Die Massenkraft an der Flosse in Richtung  $n_F$  infolge der Beschleunigung des Wassers in der Welle bzw. der Schiffsbeschleunigung ergibt sich daher zu

$$\hat{F}_{FW} = m_F i\omega r v_{FW} \hat{\zeta} \quad (47)$$

bzw.

$$\hat{F}_{FS} = m_F \omega_e^2 r W_F \hat{u} . \quad (48)$$

Die KA der in Richtung  $n_F$  wirkenden Auftriebskraft  $L$  an der Flosse infolge der Schräganströmung wird angesetzt als

$$\hat{L} = \frac{1}{2} \rho v^2 l c \frac{dc_L}{d\alpha} \cdot \hat{\alpha} = v^2 b_F \hat{\alpha} , \quad (49)$$

wobei  $v$  die (mittlere) Voraugeschwindigkeit des Schiffes,  $\hat{\alpha}$  die KA des periodisch schwankenden Anteils des Anstellwinkels und  $dc_L/d\alpha$  der einzuzegebende Gradient des Auftriebsbeiwerts über dem Anstellwinkel ist. Für Flossen ohne Rumpfeinfluß gilt etwa:

$$\frac{dc_L}{d\alpha} = 2\pi \frac{\Lambda(\Lambda+1)}{(\Lambda+2)^2} \quad (50)$$

mit  $\Lambda = \text{Seitenverhältnis} = l/c$ .  $dc_L/d\alpha$  kann jedoch erheblich anders werden durch folgende Einflüsse:

- Propellerstrahl. (Weil  $L$  mit der Schiffsgeschwindigkeit  $v$  gebildet wird, ist  $dc_L/d\alpha$  etwa mit dem Verhältnis (mittlere Anströmgeschwindigkeit der Flosse  $/v$ )<sup>2</sup> zu korrigieren. Für die Mittelung spielt auch die Anströmgeschwindigkeit seitlich von der Flosse eine Rolle! Vgl. /8/)
- Nachstrom hinter bzw. Grenzschicht neben dem Rumpf (Korrektur wie für Propellerstrahl)
- Potentialtheoretische Wechselwirkung Rumpf - Flosse (vergrößert  $dc_L/d\alpha$ )

Unter Umständen können auch folgende Einflüsse eine Rolle spielen:

- Profildicke (vergrößert  $dc_L/d\alpha$ )
- Nichtlinearität von  $c_L(\alpha)$  (nur bei großen Anstellwinkeln wichtig; Abreißen der Strömung verringert  $c_L$ )
- Spalte bei mehrteiligen Flossen (verringern  $dc_L/d\alpha$ )
- Grenzschicht an der Flosse (verringert  $dc_L/d\alpha$  bei Modellversuchen mit kleinen Flossen)

$\hat{\alpha}$  setzt sich aus folgenden Anteilen zusammen:

- Infolge Welle:

$$\hat{\alpha}_W = r v_{FW} / v \cdot \hat{\zeta} \quad (51)$$

(für  $v = 0$  wird  $L = 0$ , so daß  $\hat{\alpha}_W$  nicht zu berechnen ist)

- Infolge der Querbewegung der Flosse durch die Schiffsbewegungen:

$$\hat{\alpha}_{S1} = -r \hat{v}_{FS} / v = -i\omega_e r W_F / v \cdot \hat{u} \quad (52)$$

- Infolge der Drehung der Flosse durch die Drehung des Schiffes:

$$\hat{\alpha}_{S2} = r \bar{a}_F \begin{pmatrix} \hat{\varphi} \\ \hat{\psi} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} \quad (53)$$

mit  $\tilde{a}_F =$  Einheitsvektor senkrecht auf  $(1,0,0)$  in der durch  $(1,0,0)$  und die Achsrichtung  $a_F$  aufgespannten Ebene:

$$\tilde{a}_F = (1,0,0) \times n_F = (0, -n_{F3}, n_{F2}) . \quad (54)$$

$\hat{\alpha}_{S2}$  läßt sich abhängig von  $u = (\hat{\xi}_0, \hat{\eta}_0, \hat{\zeta}_0, \varphi, \vartheta, \psi)^T$  ausdrücken:

$$\hat{\alpha}_{S2} = r c_F \hat{u}$$

mit

$$c_F = (0,0,0,0, -n_{F3}, n_{F2}) .$$

- Infolge der Flossensteuerung:

$$\hat{\alpha}_{S3} = s \cdot \alpha_F \hat{u} \cdot | 0, a_{F2}, a_{F3} | . \quad (55)$$

Hierbei ist  $s$  ein einzugebender Faktor, der von der Art der Flossendrehung abhängt:  $s = 1$  für einteilige Flossen,  $s < 1$ , wenn sich nur das hintere Flossenstück bewegt, während der vordere Teil fest ist, und  $s > 1$ , wenn sich das Vorderteil der Flosse entspr.  $\alpha_F \hat{u}$  bewegt und das Hinterende eine größere Drehbewegung macht. Der Faktor  $|0, a_{F2}, a_{F3}|$  berücksichtigt eine eventuelle Neigung der Flossenachse gegen die Spantebene.

Aus den vorstehenden Gleichungen (51) bis (55) ergibt sich die KA der Flossenkraft zusammengefaßt zu

$$\hat{F}_F = [ \omega_e^2 r m_F W_F - i \omega_e b_{Frv} W_F + b_F v^2 r c_F + b_F v^2 s \alpha_F |0, a_{F2}, a_{F3}| ] \hat{u} + \{ i \omega r m_{Fv} W_F + b_{Frv} v W_F \} \hat{\zeta} . \quad (56)$$

Die Flossenkraft  $\hat{F}_F$ , die an der Stelle  $x_F$  angreift und die Richtung  $n_F$  hat, ist durch Multiplikation mit

$$V_F = \begin{pmatrix} n_F \\ x_F \times n_F \end{pmatrix} = W_F^T \quad (57)$$

in den 6-Komponentenvektor  $V_F \hat{F}_F$  der Kräfte und Momente bezüglich Koordinatenursprung umzurechnen.  $V [ \dots ]$  liefert dann einen Beitrag zur Matrix  $B$ ,  $V \{ \dots \}$  zum Erregungsvektor  $e$ , wenn für  $\dots$  die entsprechend eingeklammerten Ausdrücke aus (56) eingesetzt werden.

Im Seegang periodisch oszillierende Propellerkräfte können m. E. für die Bestimmung der Schiffsbewegungen und der Schnittkräfte vernachlässigt werden. Nur für eine genaue Bestimmung der Längsbewegungen erscheinen hier Ergänzungen sinnvoll. Sie müßten außerdem die Widerstandsänderung des Rumpfes infolge Geschwindigkeitsänderungen sowie Propellerdrehzahländerungen mit umfassen.

Kortdüsen und ähnliche Konstruktionen im Bereich des Propellers können wie Flossen behandelt werden, wobei die Konstanten  $c_M$ ,  $dc_L/d\alpha$  und  $r$  der jeweiligen Konstruktion entsprechend aus Detailuntersuchungen bestimmt werden müssen.

## 10 Berechnung von Bewegungen und Relativbewegungen

Die Verlagerung eines gegebenen, schiffsfesten Punktes  $B$  mit den Koordinaten  $x_B, y_B, z_B$  infolge der Schiffsbewegungen ist nach (1)

$$\begin{pmatrix} 0 & -\psi & \vartheta \\ \psi & 0 & -\varphi \\ -\vartheta & \varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \\ \zeta_0 \end{pmatrix} .$$

Daraus folgt die KA der Bewegung zu

$$\underline{\xi}_B = W_B \begin{bmatrix} \hat{\xi}_0 \\ \hat{\eta}_0 \\ \vdots \\ \hat{\varphi} \end{bmatrix} = W_B \hat{u}$$

mit

$$W_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z & -y_B \\ 0 & 1 & 0 & -z_B & 0 & x_B \\ 0 & 0 & 1 & y_B & -x_B & 0 \end{pmatrix}.$$

Die Relativbewegung zwischen dem Punkt  $B$  und dem Wasserteilchen, das sich an der Wasseroberfläche befindet und dessen  $x$ - und  $y$ -Koordinate im Mittel mit  $x_B$  bzw.  $y_B$  zusammenfällt, ist

$$\hat{\underline{\xi}}_B - \hat{\underline{\xi}}_W,$$

wenn  $\hat{\underline{\xi}}_W$  die Verschiebung dieses Wasserteilchens bezeichnet. Diese Verschiebung wird hier nur näherungsweise unter Ansatz der einfallenden Welle und der zum Punkt  $B$  extrapolierten Fernfeldwellen aus der Diffraktion und Radiation berechnet. Diffraktions- und Radiationswellen werden so angesetzt, wie sie in den vorhergehenden Abschnitten bestimmt worden sind; d. h. nur für Punkte zwischen den beiden Schwimmern oder vor den Schwimmern; für Punkte  $B$  auf der Außenseite eines Schwimmers würde der Anteil der Radiations- und Diffraktionswellen an der Relativbewegung falsch berechnet.

In einer regelmäßigen Welle, die an der Stelle  $(x_A, 0, 0)$  die KA  $\hat{\zeta}$  mit der Laufrichtung  $\mu_A$  hat, ist die KA der Verschiebung der Oberflächen-Wasserteilchen an der Stelle  $x_B, y_B$ :

$$\hat{\underline{\xi}}_W = \begin{pmatrix} i \cos \mu_A \\ -i \sin \mu_A \\ 1 \end{pmatrix} \hat{\zeta} e^{-ik[(x_B - x_A) \cos \mu_A - y_B \sin \mu_A]}. \quad (58)$$

Hier müssen 4 Wellen überlagert werden:

- Die vom linken zum rechten Schwimmer laufende Radiationswelle mit der KA  $\tilde{\zeta}_{1r}(x_A) \cdot \hat{u}$  und dem Begegnungswinkel  $-90^\circ$
- Die vom rechten zum linken Schwimmer laufende Radiationswelle mit der KA  $\tilde{\zeta}_{1l}(x_A) \cdot \hat{u}$  und dem Begegnungswinkel  $+90^\circ$
- Die Summe aus einfallender Welle und Diffraktionswelle, die vom linken zum rechten Schwimmer läuft, mit der KA  $\tilde{\zeta}_{2r}(x_A)$  und dem Begegnungswinkel  $-|\mu|$
- Die Summe aus einfallender Welle und Diffraktionswelle, die vom rechten zum linken Schwimmer läuft, mit der KA  $\tilde{\zeta}_{2l}(x_A)$  und dem Begegnungswinkel  $+|\mu|$

Die in den o. a. Amplituden als Argument auftretende Koordinate  $x_A$  gibt die Stelle an, von der die betreffende Welle in der Mitte des jeweiligen Schwimmers ausgeht, bevor sie den Punkt  $(x_B, y_B)$  trifft. Dabei ist die in Abb. 1 gezeichnete Richtung der Energieausbreitung maßgebend.

Die hier auftretenden Amplituden unterscheiden sich von den in Abschnitt 7 und 8 angegebenen Wellenamplituden  $\zeta_{1r}$  und  $\zeta_{2r}$  wie folgt:

1. Das Argument, von dem die Wellenamplituden abhängen, war vorher  $x$  (Ankunftspunkt der Wellen an einem Schwimmer), während es hier  $x_A$  (Ausgangspunkt der Welle von dem anderen Schwimmer) ist.
2. Entsprechend ist der Definitionsbereich ein anderer: Vorher lief  $x$  über die gesamte Schiffslänge, hier dagegen  $x_A$ .
3. Die Wellenphase bezog sich vorher auf den Ankunftspunkt bei  $x$ , jetzt auf den Ausgangspunkt  $x_A$ .

Deshalb müssen die Wellenamplituden  $\tilde{\zeta}_{1r}$  und  $\tilde{\zeta}_{2r}$  getrennt berechnet und gespeichert werden.

## 11 Bestimmung von Schnittkräften an Schnittebenen im Überwasserschiff (Brückenschnitte)

Das Fahrzeug sei durch einen gedachten, nur im Überwasserschiff verlaufenden Schnitt in zwei Teile geteilt. Betrachtet wird der Schiffsteil, der den Steuerbord-Schwimmkörper enthält. Für diesen Teil gilt eine Bewegungsgleichung ähnlich (6), jedoch mit folgenden Änderungen:

1. Statt  $S$ ,  $B$  und  $e$  sind die Matrizen  $S_r$  und  $B_r$  und der Vektor  $\hat{e}_r$  anzusetzen, die die hydrostatischen und hydrodynamischen Kräfte und Momente beschreiben, die am rechten Schwimmer angreifen.
2. Statt  $M$  ist die für den betrachteten Schiffsteil gültige Massenmatrix  $M_t$  anzusetzen.
3. Zusätzlich ist ein 6-Komponentenvektor  $\hat{s}_0$  anzusetzen, der die KA der Schnittkräfte und -momente bezeichnet, die der linke Schiffsteil auf den rechten ausübt. Bezugspunkt für  $\hat{s}_0$  ist der Koordinatenursprung.

Dann ergibt sich die Bewegungsgleichung für den Schiffsteil zu

$$(S_r - B_r - \omega_e^2 M_t) \hat{u} = \hat{e}_r + \hat{s}_0 ,$$

so daß man nach Bestimmung der Bewegung  $\hat{u}$  die Schnittgrößen berechnen kann:

$$\hat{s}_0 = (S_r - B_r - \omega_e^2 M_t) \hat{u} - \hat{e}_r . \quad (59)$$

Es ist jedoch üblich, Schnittkräfte auf ein lokales, an der Schnittebene orientiertes Koordinatensystem zu beziehen, das seinen Ursprung an einem gegebenen Punkt (Ortsvektor  $p_0$ ) in der Schnittebene hat. Die Richtung der Schnittebene selbst wird durch zwei in ihr liegende, aufeinander senkrecht stehende Vektoren  $p_2$  und  $p_3$  definiert. Sie werden vom Programm normiert und werden im Folgenden als normiert vorausgesetzt. Der Einheits-Normalenvektor auf der Schnittebene ist dann

$$p_1 = p_2 \times p_3 .$$

Wenn die Vektoren wie vorgeschlagen gewählt werden, bedeuten die Komponenten des auf dieses System bezogenen Vektors  $\hat{s}$  der Schnittkräfte und -momente:

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} \text{Normalkraft in Richtung } p_1 \\ \text{Querkraft in Richtung } p_2 \\ \text{Querkraft in Richtung } p_3 \\ \text{Torsionsmoment, rechtsdrehend um } p_1 \\ \text{Biegemoment, rechtsdrehend um } p_2 \\ \text{Biegemoment, rechtsdrehend um } p_3 \end{pmatrix} \quad (60)$$

Spaltet man  $\hat{s}_0$  in eine Kraft und ein Moment (3-Komponenten-Vektoren) auf, also

$$\hat{s}_0 = \begin{pmatrix} \hat{k}_0 \\ \hat{m}_0 \end{pmatrix} , \quad (61)$$

so läßt sich  $\hat{s}$  wie folgt angeben:

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} p_1 \hat{k}_0 \\ p_2 \hat{k}_0 \\ p_3 \hat{k}_0 \\ p_1 (\hat{m}_0 - p_0 \times \hat{k}_0) \\ p_2 (\hat{m}_0 - p_0 \times \hat{k}_0) \\ p_3 (\hat{m}_0 - p_0 \times \hat{k}_0) \end{pmatrix} = V_s \cdot \hat{s}_0 \quad \text{mit} \quad V_s = \begin{pmatrix} p_1 & 0 \\ p_2 & 0 \\ p_3 & 0 \\ p_0 \times p_1 & p_1 \\ p_0 \times p_2 & p_2 \\ p_0 \times p_3 & p_3 \end{pmatrix} . \quad (62)$$

Der Programmbenutzer kann die Umrechnung von  $\hat{s}_0$  zu  $\hat{s}$  unterdrücken, indem er  $p_0 = (0,0,0)$  und  $p_1$  bis  $p_3$  gleich den Einheitsvektoren in  $x$ -,  $y$ - bzw.  $z$ -Richtung vorgibt.

## 12 Bestimmung von Schnittkräften an Spantschnitten durch einen Schwimmer (Schwimmerschnitte)

Im Gegensatz zum vorhergehenden Abschnitt werden hier Schnitte auch durch das Unterwasserschiff, jedoch nur in den Spantebenen jeweils in der Mitte zwischen zwei benachbarten, zur Definition der Schiffsförm und zur Berechnung der hydrodynamischen Kennwerte benutzten Spanten zugelassen. Wenn solche Schnitte im Bereich der Brücke zwischen beiden Rümpfen liegen, wird angenommen, daß die Brücke durchschnitten worden ist. Wo der Brückenschnitt anzunehmen ist, hängt von den eingegebenen Massendaten des linken bzw. rechten Schwimmers ab: Sie umfassen den Schwimmerteil vor dem Schwimmerschnitt und die nicht abgeschnitten gedachten Brückenteile.

Sowohl durch den Spantschnitt als durch den Brückenschnitt können Kräfte und Momente in den betrachteten Schwimmerteil eingeleitet werden. Die KA der gesamten auf das Schiffskordinatensystem bezogenen Brückenschnittkraft  $\hat{b}_0$  ergibt sich aus dem Gleichgewicht der Kräfte über die Gesamtlänge des jeweiligen Schwimmers nach dem vorhergehenden Abschnitt. Ohne elastomechanische Detailrechnungen kann jedoch nicht bestimmt werden, wie die Brückenschnittkraft über die Schnittlänge verteilt ist. Vereinfachend wird hier angesetzt, daß eine über der  $x$ -Koordinate gleichmäßige Streckenbelastung zwischen zwei vorzugebenden Längenkoordinaten  $x_{Bh}$  und  $x_{Bv}$  vorliegt. Die von der Brückenschnittkraft im Schwimmer verursachte Schnittkraft hat daher den (für eine von 6 Komponenten als Beispiel) in Abb. 4 gezeichneten Verlauf.

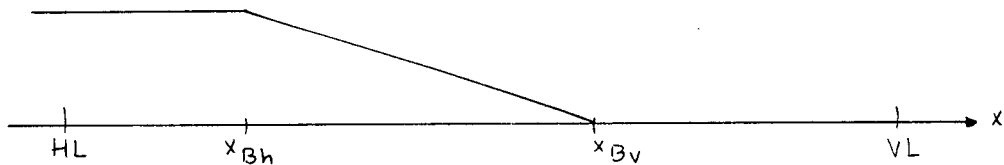


Abb. 4: Angenommener Verlauf der Brückenschnittkraft

Die Abb. 4 entsprechende, am hinteren Ende zu 1 normierte Funktion wird hier  $f_B(x)$  genannt.

Dann lautet die Gleichgewichtsbedingung für das vordere Ende des rechten bzw. linken Schwimmers vor der Koordinate  $x$ :

$$\left[ S_r(x) - B_r(x) - \omega_e^2 M_r(x) \right] \hat{u} - \hat{e}_r - f_B(x) \hat{b}_0 = \hat{s}_0(x). \quad (63)$$

$\hat{s}_0(x)$  wird wieder durch Linksmultiplikation mit  $V$ , in ein am Schnitt orientiertes Koordinatensystem umgerechnet:

$$\hat{s}(x) = V_s \hat{s}_0(x). \quad (64)$$

Für Schwimmerschnitte werden feste Vektoren  $p$  benutzt:

$$p_0 = (x, y_0, 0)$$

d. h. Bezugspunkt ist die Basis in der Schnittebene auf der  $z$ -Achse, die im Programm YEUNGA benutzt wurde.

$$p_1 = (1, 0, 0); \quad p_2 = (0, 1, 0); \quad p_3 = (0, 0, 1);$$

d. h. die Schnittkraftrichtungen sind die  $x$ -,  $y$ - bzw.  $z$ -Richtung. Daraus ergibt sich die Matrix  $V_s$  nach (62).

### 13 Eigenfrequenzen

Eigenfrequenzen des Schiffes zeichnen sich dadurch aus, daß die in der Bewegungsgleichung (6) vorkommende Koeffizientenmatrix

$$|S - B - \omega_e^2 M|$$

eine verschwindende Determinante hat. Dies ist normalerweise nur für komplexe Begegnungskreisfrequenz  $\omega_e$  möglich. Der Realteil dieser komplexen Kreisfrequenz entspricht der "normalen" Eigenfrequenz, der Imaginärteil gibt die Dämpfung der Eigenschwingung an.

Näherungsweise kann man die reellen Eigenfrequenzen auch dadurch bestimmen, daß man Minima des Betrages der Determinanten sucht; jedes Minimum entspricht einer oder mehreren Eigenfrequenzen.

Übliche Unterprogramme zur Eigenwertbestimmung sind hier jedoch nicht geeignet, weil  $B$  selbst eine Funktion von  $\omega_e$  ist. Die Entwicklung eines zuverlässigen Algorithmus ist nicht ganz einfach, weil von den 6 komplexen Eigenwerten vielfach mehrere zusammenfallen; so haben Schiffe ohne gesteuerte Flossen drei bei der Frequenz 0 zusammenfallende Eigenfrequenzen (für die Längs-, Quer- und Gierbewegung).

Im vorliegenden Programmsystem ist eine halbautomatische Lösung vorgesehen: Zu jeder Kombination von gerechneten Wellen wird der komplexe Logarithmus der Determinante des Gleichungssystems ausgegeben. Trägt man die Realteile dieser Logarithmen (sie sind gleich dem Logarithmus des Betrages der Determinanten) über der Begegnungskreisfrequenz auf, so zeigen sich Minima, wenn für genügend viele Begegnungsfrequenzen gerechnet wurde. Diese Minima geben die Eigenkreisfrequenzen an. Sie können bei Bedarf durch gezielte Berechnung bei den zunächst geschätzten Eigenfrequenzen genauer bestimmt werden. Die zugehörige Bewegungsform zeigt sich an den Übertragungsfunktionen der Schiffsbewegungen bei diesen Frequenzen.

### 14 Kennzeichnende Amplituden in natürlichem Seegang

Die Varianz der Reaktionen des Schiffes auf den Seegang kann aus den zugehörigen Übertragungsfunktionen, die hier  $Y$  genannt werden, nach der Formel

$$m_0 = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S(\omega, \mu) Y^2(\omega, \mu) d\mu d\omega$$

berechnet werden. Das Seegangsspektrum wird hier dargestellt durch eine etwas umgeformte Darstellung für das JONSWAP-Spektrum:

$$S(\omega, \mu) = H_{1/3}^2 T_1 \cdot \frac{177.5 - 6.52\gamma}{(T_1 \omega)^5} \cdot e^{-1.25\omega_m^4 / \omega^4} \cdot \gamma \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_m)^2}{2b^2 \omega_m^2}\right) \cdot \frac{1}{f} \cos^n(\mu - \mu_0) \quad \text{für } |\mu - \mu_0| \leq \frac{\pi}{2}; \quad \text{sonst } S = 0. \quad (65)$$

Hierin bedeuten:

$\omega_m$  =  $(4.65 + 0.182\gamma)/T$  Kreisfrequenz des Maximums von  $S$

$H_{1/3}$  kennzeichnende Höhe des Seegangs (Mittelwert der 1/3 größten Wellenhöhen)

$T_1$  kennzeichnende Periode des Seegangs (entsprechend dem Schwerpunkt des Spektrums)

$\mu_0$  Hauptlaufrichtung des Seegangs relativ zur Fahrtichtung des Schiffes. ( $\mu_0 = 0$  entspricht Seegang von hinten,  $\pi/2$  Seegang von Stb.)

$\gamma$  Spitzenüberhöhung

Für eine Spitzenüberhöhung  $\gamma = 1$  ergibt sich hierbei das Pierson-Moskowitz-Spektrum; für  $\gamma = 3.3$  erhält man das "mittlere" JONSWAP-Spektrum.

Aus der Varianz  $m_0$  einer Reaktion ergibt sich die kennzeichnende Amplitude  $a$  der Reaktion (Mittelwert der 1/3 größten Amplituden) nach der Formel

$$a = 2\sqrt{m_0} .$$

## Numerische Methoden

Zur Ersparnis von Rechenzeit und aus programmtechnischen Gründen werden die hydrodynamischen Kennwerte Masse, Dämpfung, Erregerkraft und Amplitude der Fernfeldwellen für alle Schwimmerquerschnitte vorab für eine Reihe von Frequenzen bestimmt. Bei der Berechnung der Übertragungsfunktionen ergeben sich i. A. andere Frequenzen. Die Kennwerte müssen für diese Frequenzen interpoliert werden. Jefferys hat darauf hingewiesen, daß hierfür eine lineare Interpolation insbesondere der komplexen Erregerkraftamplitude nicht empfehlenswert ist; genauer ist eine getrennte Interpolation von Betrag und Phase der komplexen Größen. Dies wird besonders wichtig, wenn man - wie hier - den Bezugspunkt für die KA nicht in die Körpermitte legt, sondern außerhalb des Schwimmers in die Mitte des gesamten Fahrzeugs, weil sich dann die Phasenwinkel mit der Frequenz schnell verändern. Die lineare Interpolation des Phasenwinkels wird hier dadurch erreicht, daß der Logarithmus der komplexen Amplituden linear interpoliert wird. In der komplexen Zahlenebene entspricht dies einer Interpolation durch logarithmische Spiralen. Die Mehrdeutigkeit des komplexen Logarithmus wird beachtet: es wird jeweils der Wert des Logarithmus genommen, der sich von dem für die nächstkleinere Frequenz bestimmten Logarithmus der entsprechenden KA möglichst wenig unterscheidet. Die Berechnung des Logarithmus erfolgt für die komplexen Größen in dem in YEUNGA benutzten Koordinatensystem (vgl. Tab. 1), dessen Nullpunkt etwa in Querschnittsmitte liegt. Deshalb können hierbei nur dann Fehler entstehen, wenn sich in diesem Koordinatensystem die Phase einer Größe zwischen zwei aufeinander folgenden, in YEUNGA untersuchten Frequenzen um mehr als 180 Grad ändert. Das ist nur bei sehr weit voneinander entfernten, hohen Frequenzen der Fall.

Ebenfalls zur Verbesserung der Genauigkeit wird linear nicht über  $\omega$ , sondern über  $\omega^2$  (bzw. dem dimensionslosen Frequenzparameter  $\omega^2 B/2g$ ) interpoliert. Unterhalb der kleinsten berechneten Kreisfrequenz wird bis zur Frequenz 0 extrapoliert. Extrapolationen über die größte Frequenz werden nicht vorgenommen; die Berechnung eines solchen Falles wird mit einer entsprechenden Meldung überschlagen.

Weil die Bewegungen, Kräfte und Wellen in YEUNGA auf den Koordinatenursprung ( $x, y, -T$ ) (ausgedrückt in den hier benutzten Koordinaten; T = Tiefgang) bezogen sind, andererseits aber die Spantkräfte und -bewegungen hier und im Programm YSW auf den Punkt ( $x, 0, 0$ ) bezogen sind, müssen Umrechnungen vorgenommen werden: Für die Bewegungen gilt (Index Y für Bezugspunkt wie in YEUNGA)

$$\hat{u}_{xY} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{u}_x = M_Y \cdot \hat{u}_x ;$$

für Kräfte ist entsprechend

$$\hat{F}_x = M_Y^T \hat{F}_{xY} .$$

Die Phasenwinkel von Wellen sind umzurechnen nach der Beziehung

$$\varphi = \varphi_y - ky_0 \sin \mu .$$

Integrationen über die Schiffslänge werden numerisch nach der Trapezregel vorgenommen. Terme, die Ableitungen nach  $x$  enthalten, werden für jeden Abschnitt zwischen benachbarten Spanten durch einen Differenzenquotienten angenähert. Alle Interpolationen über  $x$  werden linear zwischen den Berechnungsspannten durchgeführt.

Für die Programmierung wurde ein Matrizencode entwickelt, der Matrixoperationen mit komplexen Matrizen durch Unterprogrammaufrufe ermöglicht. Die Matrizen werden in diesen Unterprogrammen durch Zeiger aufgerufen. Operationen, die neue Matrizen erzeugen (insbesondere alle arithmetischen Operationen), sind Funktionsunterprogramme, die als Funktionswert den Zeiger auf die erzeugte Matrix liefern. Durch geschachtelte Funktionsaufrufe kann so eine sehr kurze, verhältnismäßig übersichtliche Programmierung erreicht werden. Diese Programmiermethode ist nicht optimal bezüglich der Rechenzeit, erleichtert aber durch ihre Kürze und viele automatisch durchgeführte Fehlertests ganz entscheidend die Prüfung des Programms auf Korrektheit und das Verstehen des Programmtextes durch Vergleich mit den in diesem Bericht angegebenen Formeln. Falls eine schneller rechnende Programmversion erstellt werden soll, kann die vorliegende Version sehr effektiv zur Überprüfung der dann viel komplizierteren Programmierung verwendet werden.

Für die numerische Berechnung des Integrals (65) wird vorausgesetzt, daß die Übertragungsfunktionen für genügend viele Frequenzen und Begegnungswinkel berechnet worden sind, um dazwischen mit einfachen Ansätzen ausreichend genau interpolieren zu können. Der Integrand in (65) kann jedoch durch die Abhängigkeit des Seegangsspektrums von  $\omega$  und  $\mu$  mehr Stützstellen für die numerische Integration erfordern. Deshalb wird das Integral dadurch berechnet, daß für jeden Punkt  $(\omega, \mu)$ , an dem Übertragungsfunktionen bestimmt worden sind, ein zugehöriger Bereich in der  $\omega$ - $\mu$ -Ebene bestimmt wird. Er reicht bei "Innenpunkten" bis zur Mitte zwischen dem jeweiligen  $\omega$ - bzw.  $\mu$ -Wert und dem Nachbarwert. An "Randpunkten" (wenn  $\omega$  oder  $\mu$  einen Maximal- oder Minimalwert annimmt) reicht der Bereich soweit, daß das Spektrum dort praktisch verschwindet. In jedem dieser Bereiche wird das Integral über das Seegangsspektrum mit vielen Stützstellen genau nach der Trapezregel ermittelt. Diese Bereichsintegrale werden dann mit den (über dem Bereich als konstant angesetzten) Quadraten der Beträge der Übertragungsfunktion multipliziert und addiert.

## Danksagung

Für den sorgfältigen Formelsatz und die graphische Ausarbeitung dieses Berichts gebührt Frau Zninski Dank und Anerkennung.

## Literatur

1. Söding, H.: Bewegungen und Belastungen der Schiffe im Seegang. Vorlesungsmanuskript Nr. 18 des IfS
2. Söding, H.: Berechnung von Bewegungen, Relativbewegungen und Belastungen eines Katarans im Seegang. Bericht für den Germanischen Lloyd, März 1982
3. Söding, H.: Eine Modifikation der Streifenmethode. Schiffstechnik 1969, S. 15
4. Blume, P.: Zur Frage der erregenden Längskraft in von achtern kommenden regelmäßigen Wellen. IfS-Bericht 334 (1976)
5. Yeung, R.: A singularity method for free-surface flow problems with an oscillating body. Rep. NA 73-6, Univ. of Cal. Berkeley, College of Engineering
6. Schlichting/Truckenbrodt: Aerodynamik des Flugzeuges. 2. Band. Berlin 1960
7. Bohlmann, H. J.: Abschätzung des Bewegungsverhaltens von Ubooten. IKL-Bericht 104-342/0570-03-00-00
8. Söding, H.: Bewertung der Manöviereigenschaften im Entwurfsstadium. Jahrbuch der STG 1984

## Programmsystem

Die Berechnungen werden mit einer Folge von Fortran77-Programmen durchgeführt. Im Vergleich zu einem einzigen Programm hat dies folgende Vorteile:

1. Man kann dadurch einzelne Berechnungsschritte umgehen (z. B. durch Eingabe gemessener oder anders berechneter Werte).
2. Bei wiederholten Rechnungen für ähnliche Fälle brauchen meist nicht alle Berechnungsschritte neu durchgeführt zu werden.
3. Da die Datenübergabe von einem zum nächsten Programm über formatierte Dateien erfolgt, hat man die Möglichkeit, Zwischenergebnisse auf Plausibilität oder Übereinstimmung mit Messungen zu überprüfen.
4. Modifikationen und Weiterentwicklungen des Programmsystems werden erleichtert. Möglicherweise können Teile des Systems auch in anderem Zusammenhang benutzt werden.

Der etwas größere manuelle Aufwand zum Aufruf einer Folge von Programmen statt eines Einzelprogramms läßt sich durch eine Kommandoprozedur beseitigen.

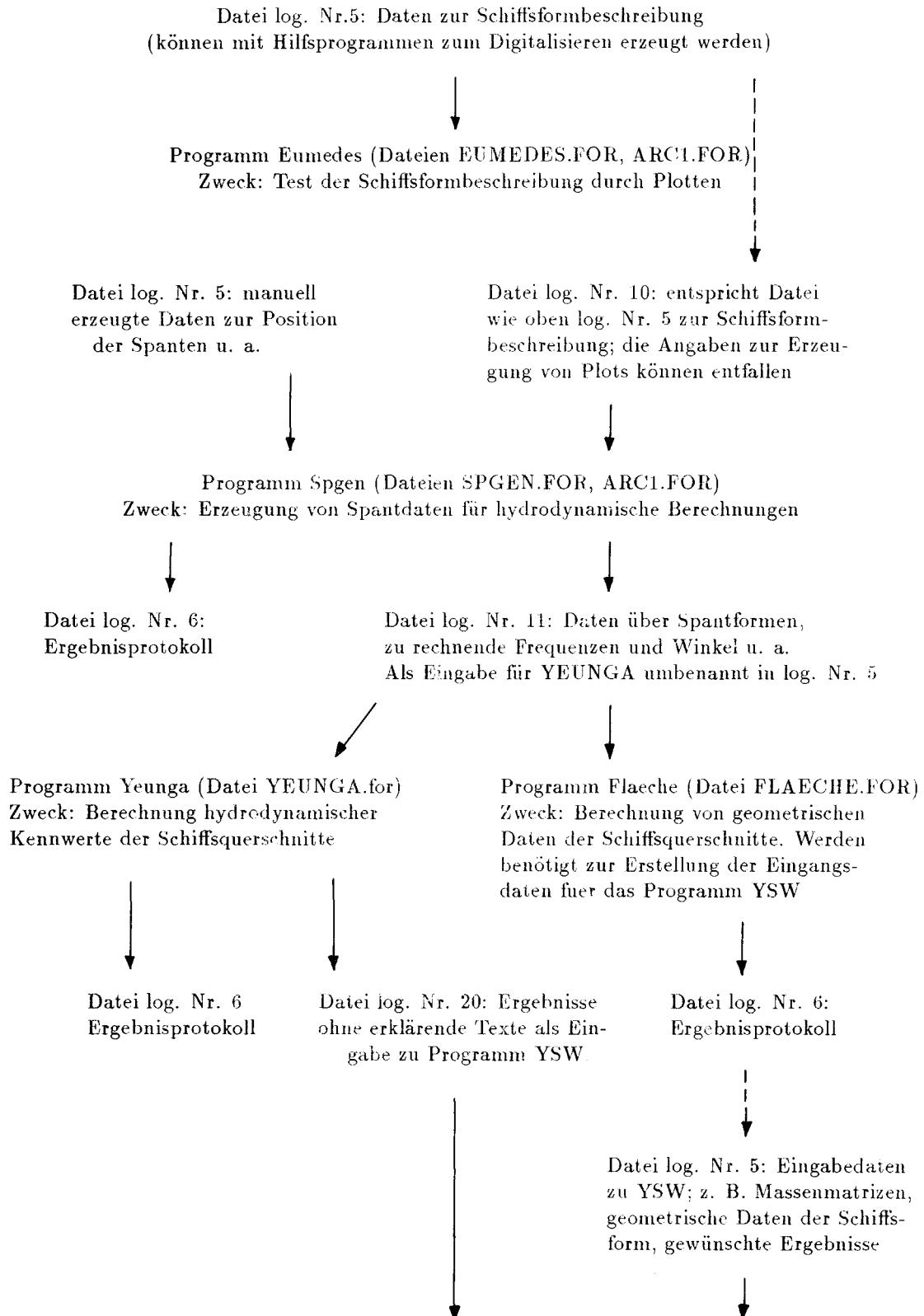
Das Programmsystem besteht aus folgenden Teilen:

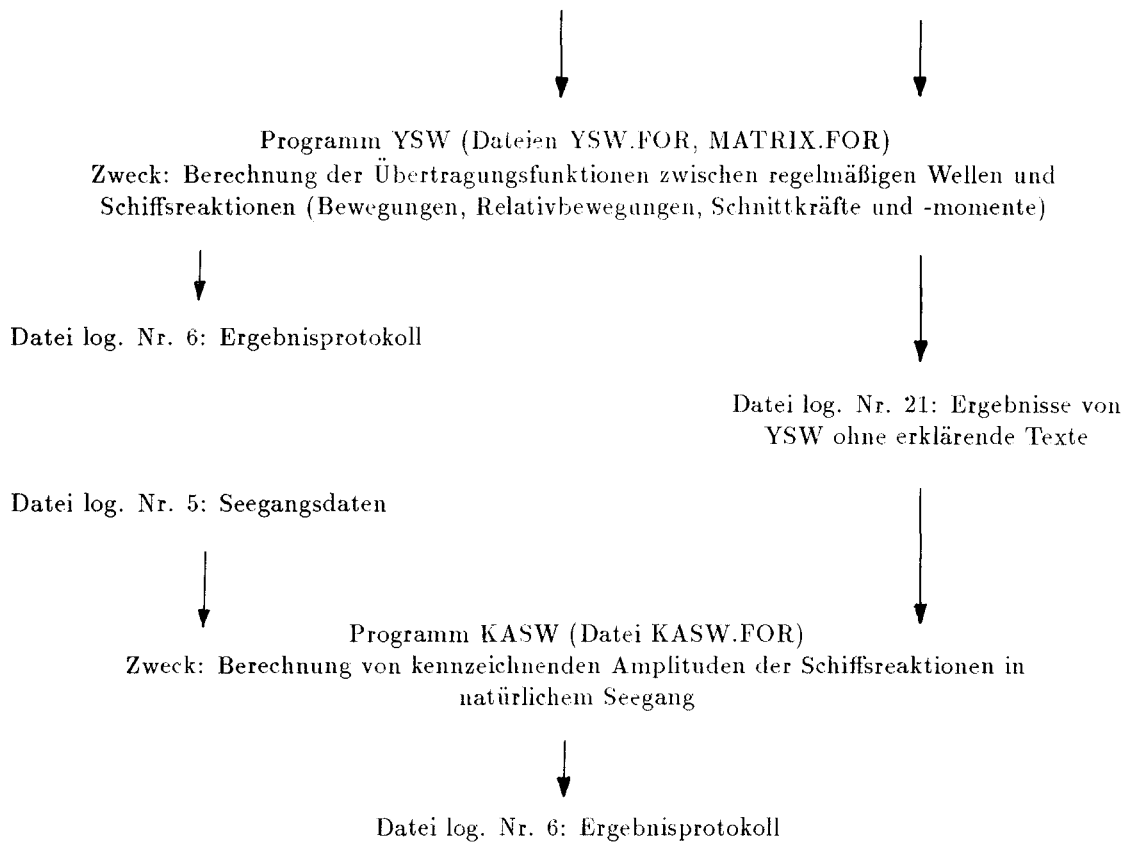
1. EUMEDES (Prüfung der Formbeschreibung): Das auch für andere Schiffe und andere Aufgaben anwendbare Programm EUMEDES kann die eingegebenen Querschnitte und Längslinien sowie selbst interpolierte Querschnitte plotten und ermöglicht dadurch eine Prüfung der Eingabedaten.
2. SPGEN (Erzeugung von Querschnittsdaten für hydrodynamische Berechnungen): Das Programm ruft ebenfalls EUMEDES auf, interpoliert dann an den vom Benutzer angegebenen Stellen Querschnitte und erzeugt daraus Eingangsdaten für die folgenden zwei Berechnungsschritte:

3. YEUNGA (Berechnung von hydrodynamischen Spantkennwerten): Das Programm berechnet hydrodynamische Massen- und Dämpfungsmatrizen, den Vektor der erregenden Kräfte und Momente durch Wellen und die komplexen Amplituden der abgestrahlten Wellen für Querschnitte durch einen der beiden Rümpfe.
4. FLAECHE (Berechnung von geometrischen Spantkennwerten): Das Programm berechnet aus denselben Eingangsdaten wie YEUNGA die Spantfläche und weitere geometrische Querschnittskennwerte, die z. T. als Eingabewerte für das folgende Programm benötigt werden. Die Ergebnisse werden manuell weiterverarbeitet.
5. YSW (Berechnung der Übertragungsfunktionen der Schiffsreaktionen): Das Programm berechnet für regelmäßige Wellen unter Verwendung der unter 3. berechneten hydrodynamischen Kennwerte die Übertragungsfunktionen zwischen den Wellen und den Schiffsbewegungen sowie den Schnittkräften nach der in diesem Bericht beschriebenen Methode.
6. KASW (Berechnung der kennzeichnenden Amplituden der Schiffsreaktionen in stationärem Seegang): Das Programm berechnet aus den unter 5. bestimmten Übertragungsfunktionen und Angaben über das Seegangsspektrum die kennzeichnenden Amplituden (doppelte Standardabweichung) der Schiffsreaktionen.

Zu jedem dieser Programme existieren gesonderte Beschreibungen.

## Übersicht über das SWATH-Programmsystem und die dabei benutzten Dateien





Die Dateien programmname.MAN (für Programmname ist der Name des jeweiligen Programms einzusetzen) enthalten Programmbeschreibungen. Soweit Beispiele für Eingabedaten (log. Nr. 5) vorhanden sind, stehen sie in den Dateien programmname.DAT. Die Beschreibung der gesamten Berechnungsmethode ist in den Dateien YSW.REP und YSW.MEM (in der letzteren in einer vom Programm RUNOFF aufbereiteten Form) enthalten. Diese Information steht in YSW.FLOW.