

12 | 1955

## SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

K. Wieghardt

# Über den Reibungswiderstand von Platten

**TUHH**

*Technische Universität Hamburg-Harburg*

# Über den Reibungswiderstand von Platten

Bemerkungen zu zwei Arbeiten von G. Hughes.

Von K. Wieghardt, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg.

Auf der 7. internationalen Konferenz für Schiffshydrodynamik 1954 in Oslo wurde ein von G. Hughes vorgeschlagenes Gesetz für den Reibungswiderstand einer glatten Platte stark beachtet und diskutiert. Wegen der Bedeutung des Widerstandsproblems, besonders für die Übertragung von Modellversuchen auf das Schiff, wird im folgenden die rein rechnerische Auswertung des Versuchsmaterials von Hughes kritisch untersucht.

Es ist das große Verdienst von G. Hughes [1, 2], nachdrücklich darauf hingewiesen zu haben, daß auch an einer ebenen, unendlich dünnen, geschleppten Platte ein Formeffekt vorhanden ist. Der Reibungswiderstand hängt also nicht nur von der Re-Zahl, sondern auch vom Seitenverhältnis der Platte: Länge in Strömungsrichtung zu Breite,  $L/B$ , ab. Der Beiwert des gesamten Reibungswiderstandes  $c_f$  ist demnach eine Funktion zweier Variabler:  $c_f = c_f(\text{Re}, L/B)$  mit  $\text{Re} = UL/\nu$ ,  $U$  = Schleppgeschwindigkeit,  $L$  = Plattenlänge und  $\nu$  = kinematische Zähigkeit. Der Reibungswiderstand der unendlich breiten Platte — also bei idealer, zweidimensionaler Strömung — kann somit prinzipiell aus Schlepptversuchen an wirklichen Platten mit endlichem Seitenverhältnis nur als asymptotische Grenzkurve  $c_{f0} = c_f(\text{Re}, L/B \rightarrow 0)$  erschlossen werden. Hierzu hat Hughes zahlreiche Schlepptversuche bei verschiedenen Re-Zahlen und  $L/B$ -Werten durchgeführt.

Von diesem Einfluß des Seitenverhältnisses auf die ganze Plattengrenzschicht sind triviale Randeffekte scharf zu unterscheiden. Wie bereits Stanton [3] gezeigt hat, verläuft die Strömung an den seitlichen Rändern einer endlich breiten Platte anders als längs der Mittellinie der Platte. Davon abgesehen hängen aber auch die Geschwindigkeitsverteilung und die Schubspannung längs der Mittellinie noch vom Plattenseitenverhältnis ab, selbst wenn die Strömungsverhältnisse — abgesehen von einer schmalen Randzone — über dem Hauptteil der Platte konstant ist. Dies ist aus Messungen der Geschwindigkeitsprofile von Allan und Cutland [4] zu ersehen, und Townsend [5] gab eine theoretische Abschätzung für die Abhängigkeit des  $c_f$  vom Seitenverhältnis.

Um ein anschauliches Bild der Strömung längs einer solchen Platte zu entwickeln, kann man sich die unendlich dünne Platte ersetzt denken durch einen Verdrängungskörper, dessen Dicke durch die Verdrängungsdicke der Reibungsschicht bestimmt ist. Dieser Körper wird in Strömungsrichtung keilförmig dicker, mit der größten Dicke über der Mittellinie des Körpers bzw. der Platte. Infolge der seitlichen Abflachung dieses Körpers weichen die Stromlinien seitwärts aus, d. h. an der Platte divergieren die Stromlinien nach den Plattenrändern hin. Aus Kontinuitätsgründen muß dann — im Gegensatz zur zweidimensionalen Strömung — über der Plattenmitte von außen Flüssigkeit an die Platte heranströmen. Die sich daraus ergebende zusätzliche Querströmung über der Hauptströmung kann man sich zusammengefaßt denken durch je zwei Wirbel an jeder Plattenseite, deren Kern in der Nähe der Plattenränder liegt (Townsend, Abb. 9). Da diese Wirbel zusätzlich Energie verzehren, hat eine endlich breite Platte einen größeren Reibungswiderstand als ein gleich großer Ausschnitt aus einer unendlich breiten Platte. Diese Widerstandserhöhung kann mit anderen Worten auch damit erklärt werden, daß durch die zusätzliche Querströmung größere Flüssigkeitsmengen erfaßt und am turbulenten Austausch beteiligt werden als bei streng zweidimensionaler Strömung.

Ganz ähnliche Schwierigkeiten, eine zweidimensionale Strömung zu verwirklichen, ergeben sich übrigens auch in geschlossenen Kanälen. Mißt man etwa in einem rechteckigen Kanal die Reibungsschicht an der ebenen Bodenplatte aus, so ist zu beachten, daß die in Strömungsrichtung dicker werdenden Reibungsschichten an den parallelen Seitenwänden

des Kanals ein seitliches Konvergieren der Strömung auch in der Reibungsschicht längs der Bodenplatte bewirken. Zahlreiche Meßreihen bei solchen Versuchsanordnungen — darunter auch solche des Verfassers — erwiesen sich nachträglich als wertlos infolge der Vernachlässigung dieser seitlichen Konvergenz. Berechnet man nämlich z. B. die Wandschubspannung aus den Geschwindigkeitsprofilen mit Hilfe der Impulsgleichung für ebene Strömung, so erhält man rechnerisch oft wesentlich größere Werte als in Wirklichkeit vorhanden (Tillmann [6]). Es ist bemerkenswert, daß erst seit einigen Jahren diese Schwierigkeiten zur Verwirklichung zweidimensionaler Strömungen bewußt geworden sind, obwohl der relativ sehr große Einfluß einer schwachen seitlichen Kon- oder Divergenz der Strömung auf die Entwicklung einer Reibungsschicht bereits einer Arbeit von A. Kehl [7] aus dem Jahre 1943 entnommen werden kann.

## Zur Auswertung der Messungen von Hughes.

Aus den zahlreichen — und nach der Streuung zu urteilen — auch recht genauen Schlepptversuchen findet Hughes durch Extrapolation auf das Seitenverhältnis  $L/B \rightarrow 0$  eine Widerstandskurve für die ideale, zweidimensionale Plattenströmung. Diese Grundlinie (basic friction line)  $c_{f0} = c_f(\text{Re}, L/B = 0)$  liegt bedeutend niedriger als die von Prandtl-Schlichting und Schoenherr. Leider ist nicht in einzelnen angegeben, wie diese Grundlinie ermittelt wurde. Es wird jedoch gesagt, daß das Verhältnis des Widerstandes einer Rechteckplatte zu dem eines gleichgroßen Ausschnittes aus einer unendlich breiten Platte derselben Länge  $L$  und der gleichen Re-Zahl  $UL/\nu$  unabhängig von der Re-Zahl sei, d. h. daß  $r = c_f/c_{f0}$  nur von  $L/B$  aber nicht von  $\text{Re}$  abhängt. Zum Auffinden dieser Beziehung muß offenbar  $c_{f0}$  — also die Grundlinie — bereits bekannt sein, wozu natürlich die Meßwerte bei den kleinsten  $L/B$ -Werten am geeignetsten sind. Aus meßtechnischen Gründen erhält man solche Meßwerte nur bei kleinen Plattenlängen  $L$ , da ja die Plattenbreite  $B$  durch die Tankbreite beschränkt ist. Deshalb stammen auch in der Hughes-schen Abb. 10 die besonders bedeutungsvollen Punkte mit  $L/B < 2,6$  und  $r < 1,04$  aus Messungen mit kleinen Re-Zahlen:  $\log \text{Re} < 6,3$ . Messungen bei solchen Re-Zahlen sollten aber schon wegen der dort erforderlichen künstlichen Turbulenzerzeugung nicht allzu großes Gewicht beigelegt werden. Es scheint aber, daß Hughes das erwähnte Gesetz, das nur bei diesen kleinen Re-Zahlen gefunden werden konnte, auch auf große Re-Zahlen übertragen hat, und daß er insbesondere die Grundlinie dann so gelegt hat, daß auch die Messungen bei großen Re-Zahlen diese Unabhängigkeit des  $r$  von  $\text{Re}$  bestätigen sollten.

Sein Ergebnis ist eine Grundlinie, die nicht nur im Vergleich mit den bisherigen Linien sehr niedrig verläuft, sondern auch relativ zu seinen eigenen Messungen nach seiner Abb. 8 auffallend tief liegt. Deshalb soll im folgenden versucht werden, aus den Messungen von Hughes ohne jede Hypothese eine Grundlinie abzuleiten. Hierzu wurden die Ausgleichskurven benutzt, die Hughes in den Abb. 7, 8 und 9 durch die Messungen bei festgehaltenen  $L/B$ -Werten gelegt hat. Es wurden bei mehreren konstanten Re-Zahlen die  $c_f$ -Werte bei den jeweiligen Seitenverhältnissen abgelesen und in Abb. 1 aufgetragen:  $c_f$  über  $L/B$  bei festgehaltener Re-Zahl zwischen  $10^6$  und  $10^8$ . Durch diese Punkte wurde nach der Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate der Trend zweiten Grades ermittelt. Dabei wurden im jeweiligen Re-Zahlbereich nur die vermutlich genauesten Messungen berücksichtigt, nämlich bei  $\text{Re} = 10^6$  und  $10^6,4$  die an untergetauchten Platten und bei den größeren Re-Zahlen ab  $10^6,8$  nur die an dem vier Fuß breiten Ponton, die auch Hughes als zuverlässigste Messungen in seiner Abb. 8 hervorhebt. Die so berechneten Ausgleichskurven schmiegen sich diesen

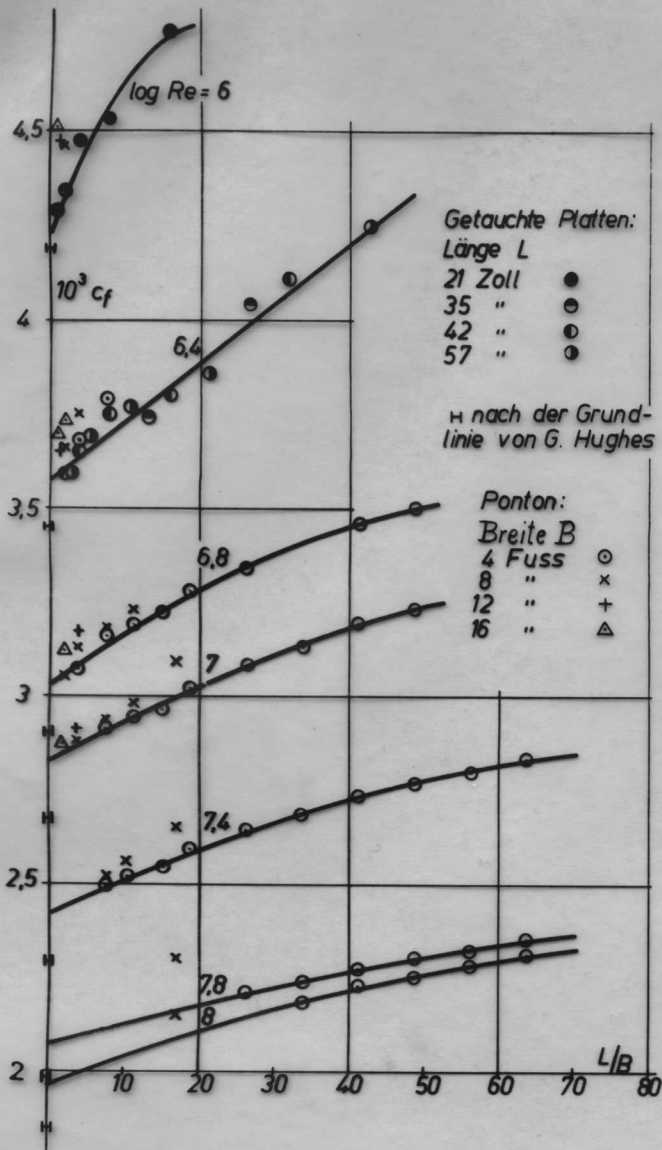
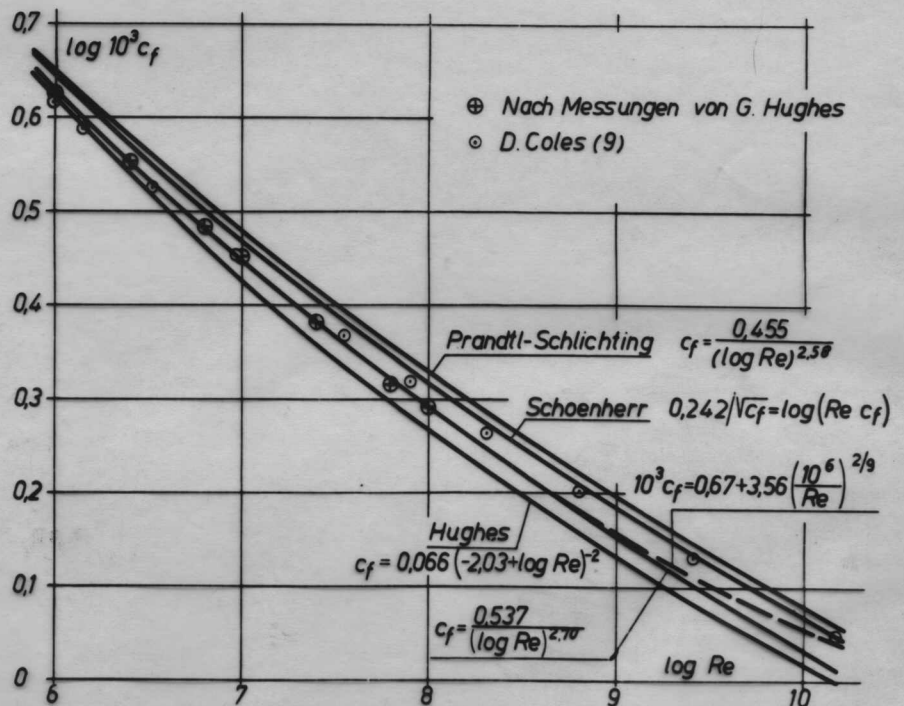


Abb. 1 oben: Der Widerstandsbeiwert  $c_f$  von Rechteckplatten nach Messungen von G. Hughes über dem Seitenverhältnis: Länge/Breite der Platten (L/B) bei festgehaltener Re-Zahl der Plattenlänge

Abb. 2 rechts: Vergleich verschiedener Kurven für die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes  $c_f$  der unendlich breiten Platte von der Re-Zahl der Plattenlänge in doppelt-logarithmischer Auftragung



Meßpunkten so gut an, daß die Extrapolation auf  $L/B = 0$  durchaus zuverlässig erscheint. Sie gibt nun — abgesehen vom Fall  $\text{Re} = 10^6$  — stets deutlich größere Werte als der Linie von Hughes entspricht. Seine Werte sind in der Abb. 1 durch H-Zeichen markiert: sie würden ein sehr scharfes, plötzliches Abbiegen der Kurven in der Nähe von  $L/B = 0$  erfordern. Eine so starke Abhängigkeit des  $c_f$  vom Seitenverhältnis erscheint aber sehr unwahrscheinlich und könnte wohl nur dann akzeptiert werden, falls eine zwingende theoretische Begründung gegeben werden könnte. Leider wird natürlich auch die Extrapolation nach Abb. 1 bei den großen Re-Zahlen von  $10^{7,8}$  und  $10^8$  unsicher, weil hier nur noch Messungen bei großen L/B-Werten ( $> 26,4$ ) möglich waren.

#### Versuche, eine neue Grundlinie aufzustellen.

In Abb. 2 sind nun die so gefundenen  $c_{f0}$ -Werte über der Re-Zahl doppeltlogarithmisch aufgetragen. Sie liegen zwischen der Kurve nach Schoenherr und der von Hughes. Daß die Prandtl-Schlichtingsche Kurve zu hoch liegt, hatte sich früher schon aus Messungen der örtlichen Schubspannungen ergeben [8]. Diese Messungen sind zusammen mit denen anderer Autoren von D. Coles [9] ausgewertet worden, dessen Ergebnisse in Abb. 2 durch die offenen Kreise wiedergegeben sind. In der Schiffbauliteratur sind in den letzten Jahren noch mehrere weitere Arbeiten zu diesem Thema erschienen, und es wird jetzt meistens angenommen, daß die wahre Grundlinie unterhalb der Schoenherrschen Formel liegen muß. Die Linie von Hughes andererseits, die er selbst nur als vorläufig bezeichnet, scheint aber doch zu niedrig zu verlaufen.

Selbst wenn man nun annimmt, daß die obige Auswertung der Messungen von Hughes zwischen  $\text{Re} = 10^6$  und  $10^8$  geeigneter ist als die in der Originalarbeit, bleibt noch das weitere Problem der Extrapolation auf höhere Re-Zahlen bis  $\text{Re} = 10^{10}$ . Von Seiten der Theorie liegt ja nur die leere Aussage vor, daß  $c_f$  mit Re monoton abfallen muß, so daß die Verlängerung der Kurven aus dem Meßbereich hinaus fast ganz dem jeweiligen Bearbeiter überlassen bleibt. In Abb. 2 sind zwei solcher Extrapolationsformeln eingezeichnet, die sich beide im Meßbereich den Punkten sehr gut anschmiegen. Die eine ist von derselben Art wie die von Prandtl-Schlichting:  $c_{fI} = 0,57 (\log \text{Re})^{-2,70}$ ; die andere ist von der Art, wie sie H. Thieme [10] vorgeschlagen hat:  $10^3 c_{fII} = 0,67 + 3,56 (10^6/\text{Re})^{2/9}$ . Die Kurve II liegt bei  $\text{Re} = 10^9$  um etwa 1,5 % und bei  $10^{10}$  um etwa 6 % höher als Kurve I. Das rührt daher, daß für  $\text{Re} \rightarrow \infty$   $c_{fI}$  nach Null abklingt, während

$c_{fIII}$  einem Grenzwert von  $0,67 \cdot 10^{-3}$  zustrebt, der von der Kurve I bereits bei  $\log Re = 11,9$  erreicht wird. Da sich dieser Grenzwert aus der Wahl der Potenz der Formel II — hier  $2/9$  — ergibt und bei anders gewählter Potenz andere Werte annimmt, erscheint die Kurve II etwas willkürlicher als die Kurve I. Die letztere fällt übrigens praktisch im gezeichneten Bereich von  $Re = 10^6$  bis  $10^{10}$  zusammen mit dem Trend zweiten Grades, berechnet aus den Punkten zwischen  $Re = 10^6$  und  $10^8$ :  $\log c_{fIII} = 0,0938 - 1 - 0,30167 \cdot \log Re + 0,009521 (\log Re)^2$ . Dies könnte man als ein Argument zugunsten der Kurve I betrachten. Allerdings ist das Verhalten von  $c_{fIII}$  bei extremen  $Re$ -Zahlen völlig sinnlos: von  $Re = 15,8$  ab steigt  $c_{fIII}$  bis zu beliebig hohen Werten an, weil dann das quadratische Glied überwiegt. Trotzdem ist es aber natürlich durchaus denkbar, daß eine solche Formel, deren Verhalten im Unendlichen sinnlos wird, im praktisch interessierenden Bereich die unbekannte, wahre Grundlinie besser annähert, als eine Formel mit richtigem asymptotischen Verhalten für  $Re \rightarrow \infty$ . Bei diesem Stand der Dinge könnte schließlich nicht einmal viel eingewandt werden gegen den Vorschlag, ein Mittel zwischen der Formel von Schoenherz und der von Hughes als vorläufige Grundlinie anzusehen.

Die Anwendung dieser Formel außerhalb des Meßbereiches — also für  $Re > 10^8$  — ist natürlich eben so unsicher wie bei den Formeln für die Grundlinie.

### Zusammenfassung.

Es wird über eine neue Auswertung der Messungen von Hughes berichtet, wonach sich etwa 5% höhere Beiwerte für den Plattenwiderstand in zweidimensionaler Strömung ergeben, als Hughes selbst abgeleitet hat. Eine Grundlinie nach Formel I scheint Verf. zumindestens im Meßbereich von  $Re = 10^6$  bis  $10^8$  als wahrscheinlicher. Da ferner die Extrapolation bis  $Re = 10^{10}$  in jedem Fall unsicher ist, empfiehlt sich vielleicht auch dort die Weiterverwendung der Formel I. Es kann aber auch dann nur vermutet werden, daß die Abweichungen von der unbekanntem, wahren Grundlinie dort nicht größer als etwa  $\pm 5\%$  sein dürften.

### Schrifttum

- [1] G. Hughes, Frictional Resistance of Smooth Plane Surfaces in Turbulent Flow — New Data and a Survey of Existing Data, Trans. I.N.A. 1952, S. 287.
- [2] G. Hughes, Friction and Form Resistance in Turbulent Flow, and a Proposed Formulation for Use in

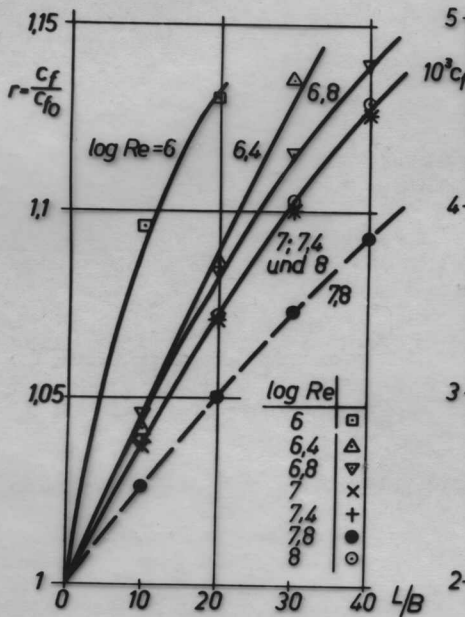


Abb. 3 links: Widerstandserhöhung der endlich breiten Platte, abhängig vom Seitenverhältnis, bei verschiedenen  $Re$ -Zahlen nach Abb. 1.  $c_f$  = Widerstandsbeiwert für eine Platte der Breite  $B$ ,  $c_{f0}$  = der für die unendlich breite Platte ( $B \rightarrow \infty$ ) von derselben Länge  $L$

### Zum Widerstand von endlich breiten Platten.

Aus Abb. 1 kann man noch das Verhältnis des Plattenwiderstandes zu dem eines gleich großen Ausschnittes einer unendlich breiten Platte abgreifen. Dieses Verhältnis  $r = c_f/c_{f0}$  ist in Abb. 3 über dem Seitenverhältnis  $L/B$  aufgetragen für feste  $Re$ -Zahlen. Der Einfluß des Seitenverhältnisses auf den Widerstand wird danach mit wachsender  $Re$ -Zahl schwächer. Leider wird aber auch hier wieder die Streuung bei den größten  $Re$ -Zahlen am stärksten: während die Kurven für  $\log Re = 7, 7,4$  und  $8$  sich decken, liegt die für  $\log Re = 7,8$  wesentlich tiefer. Als Überschlagsformel könnte man ansetzen:  $c_f = c_{f0} (1 + 0,0033 L/B)$  für  $Re > 2,5 \cdot 10^6$ .

Verhältnismäßig wenig Streuung weisen die Punkte  $c_f(L/B)$  über  $Re$  auf, wenn man sie entsprechend der Formelart von Thieme aufträgt wie in Abb. 4:  $c_f$  über  $(10^6/Re)^{2/9}$ . Für  $Re > 2,5 \cdot 10^6$  könnte man hiernach die Messungen annähern durch die Formel:  $c_f = 0,67 \cdot 10^{-3} + C (10^6/Re)^{2/9}$  mit  $C = C(L/B)$  nach folgender Tabelle:

$L/B$	0	10	20	30	40
$10^3 C$	3,56	3,74	3,90	4,04	4,16

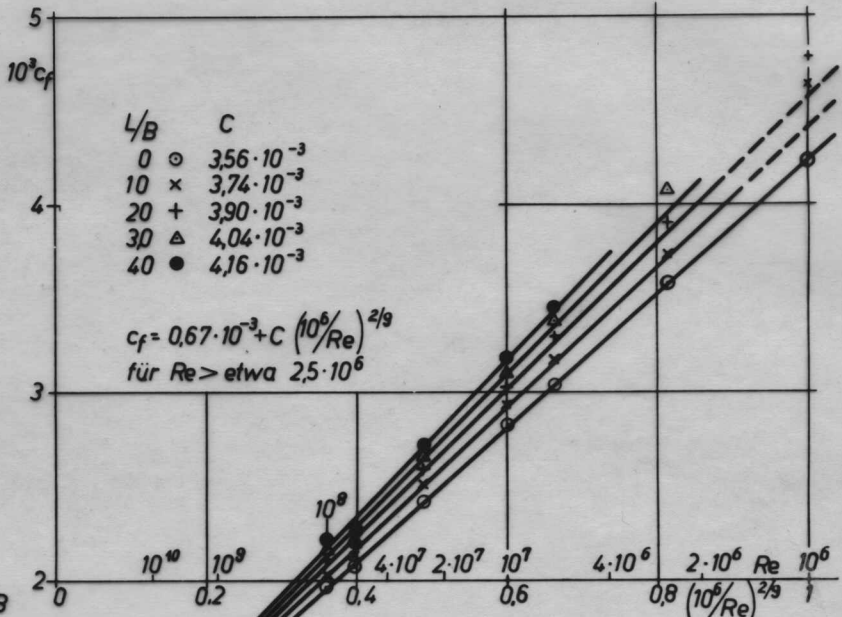


Abb. 4 rechts: Widerstandsbeiwert von Rechteckplatten verschiedenen Seitenverhältnisses über  $(10^6/Re)^{2/9}$ .

- [3] T. E. Stanton und D. Marshall, On the Effect of Length on the Skin Friction of Flat Surfaces, Trans. I.N.A. 1924, S. 214.
- [4] J. F. Allan und R. S. Cutland, Wake Studies of Plane Surfaces, Trans. N.E.-Coast Inst. of Eng. and Shipbuilders, Vol. 69 (1953), S. 245.
- [5] A. A. Townsend, Turbulent Friction on a Flat Plate, Oslo-Conf. 1954 s. z. B. European Shipbuilding III (1954), S. 86.
- [6] W. Tillmann, Über die Wandschubspannung in turbulenten Reibungsschichten bei Druckanstieg, Diplom-Arbeit Göttingen, 1947.
- [7] A. Kehl, Untersuchungen an konvergenten und divergenten, turbulenten Reibungsschichten, Ing.-Arch. XIII, 1943, S. 293.
- [8] K. Wiegardt, Zum Reibungswiderstand rauher Platten. UM 6612, 1944.
- [9] D. Coles, The Problem of the Turbulent Boundary Layer, ZAMP 5, 1954, S. 181.
- [10] H. Thieme, Beitrag zur Darstellung des Reibungswiderstandes, Bericht Nr. 979 der HSWA, 1951.