

447 | November 1984

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

F. Petey

Berechnung der Flüssigkeitsbewegungen in teilgefüllten Tanks und Leckräumen

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Berechnung der Flüssigkeitsbewegung in teilgefüllten Tanks und Leckräumen

F. Petey, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1984

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FUER SCHIFFBAU DER UNIVERSITAET HAMBURG

Bericht Nr. 447

BERECHNUNG DER FLUESSIGKEITSBEWEGUNG IN
TEILGEFUELLTEN TANKS UND LECKRAEUMEN

von

F. Petey

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung
2. Gueltigkeitsbereich der Flachwasser-Gleichungen
3. Fluessigkeitsbewegung in einem quaderfoermigen Tank bei
Anregung nur durch Rollbewegungen des Schiffes
 - 3.1. Bewegungsgleichungen
 - 3.2. Die Glimm-Methode
 - 3.3. Numerische Ergebnisse
4. Fluessigkeitsbewegung in einem quaderfoermigen Tank bei
Anregung durch Schiffsbewegungen in 6 Freiheitsgraden
 - 4.1. Bewegungsgleichungen
 - 4.2. Erweiterung der Methode
 - 4.3. Numerische Ergebnisse
5. Rechenzeit
6. Quellenverzeichnis

1. Einleitung

Das Ziel dieser Untersuchung ist, die Kraefte zu berechnen, die die bewegte Fluessigkeit innerhalb von Tanks bzw. Leckraeumen auf das Schiff ausuebt. Es handelt sich dabei nicht um eine Sloshing-Untersuchung, bei der grosse lokale Belastungen ermittelt werden, die zwar fuer die Dimensionierung einzelner Tankbauteile wichtig, aber fuer die Bestimmung der Bewegungen des Schiffes nicht von Bedeutung sind.

In Faellen, in denen die Tanks und Leckraeume nicht hydrostatisch, d.h. ohne Beachtung der Fluessigkeitsbeschleunigungen, behandelt werden koennen, werden die sogenannten Flachwasser-Gleichungen herangezogen /1/. Es handelt sich dabei um die Stroemung mit freier Oberflaeche einer idealen Fluessigkeit, bei der die Bewegung der Fluessigkeitsteilchen praktisch parallel zum Tankboden erfolgt, so dass die zum Tankboden senkrechte Geschwindigkeitskomponente vernachlaessigt und somit die Fluessigkeitsgeschwindigkeit unabhengig von der Hoehenkoordinate angesetzt werden kann. Der Druck nimmt bei diesen Annahmen linear mit der Fluessigkeitstiefe zu.

2. Gueltigkeitsbereich der Flachwasser-Gleichungen

Die Phasengeschwindigkeit einer Welle geringer Steilheit ist

$$c' = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)} \quad (1)$$

wobei h = Fluessigkeitstiefe
 λ = Wellenlaenge
 g = Erdbeschleunigung

Auf flachem Wasser (h/λ gegen Null) erhaelt man daraus

$$c = \sqrt{gh} \quad (\text{Schwallgeschwindigkeit}) \quad (2)$$

Die Schwallgeschwindigkeit ist also von der Wellenlaenge λ unabhængig.

Mit (1) und (2) laesst sich schreiben

$$\frac{c'}{c} = \sqrt{\frac{\tanh(2\pi h/\lambda)}{2\pi h/\lambda}}$$

Die unterste Eigenfrequenz eines quaderfoermigen Tanks bei Anregung durch die Rollbewegungen eines Schiffes ist dadurch gekennzeichnet, dass die Wellenlaenge λ das Doppelte der Tankbreite b betraegt (z.B. /6/).

$$\frac{c'}{c} = \sqrt{\frac{\tanh(\pi h/b)}{\pi h/b}}$$

Um mit der Formel (2) berechnen zu koennen, muss nun die rechte Seite ≈ 1 sein. Die folgende Tabelle veranschaulicht dies.

h/b	Fehler(%)
0,1	1,6
0,2	6,2
0,3	13,3
0,4	30,9

Meistens werden die Flachwasser-Gleichungen benutzt, wenn die Fluessigkeitstiefe h kleiner ist als $0,2 b$ /4/.

3. Flüssigkeitsbewegung in einem quaderförmigen Tank bei

Anregung nur durch Rollbewegung des Schiffes

3.1. Bewegungsgleichungen

Es wird vorausgesetzt, dass die Bewegung der Flüssigkeitsteilchen - siehe Abb.1 - nur in der yz-Ebene erfolgt. Da die z-Komponente der Geschwindigkeit vernachlässigt wird, hat man es mit einer eindimensionalen Strömung zu tun.

Zur Beschreibung dieser Strömung sind nur die Größen $v(y)$ (Geschwindigkeit in y-Richtung relativ zur Bewegung des Schiffes und damit den Raumwänden, nicht relativ zum Inertialsystem) und $h(y)$ (Höhe der Flüssigkeitsoberfläche, gemessen in z-Richtung, über dem Tankboden) nötig.

Da eine 1D-Strömung angenommen wird, wird die Flüssigkeitsoberfläche über die Kontinuitätsgleichung (Inkompressibilität der Flüssigkeit) bestimmt.

Die Flachwasser-Gleichungen für diesen Fall lauten (z.B./2/):

Impulssatz:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial y} + a_z \frac{\partial h}{\partial y} = f_y \quad (3)$$

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial y} + h \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

wobei $a_z = g \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 R + \ddot{\varphi} y + 2 \dot{\varphi} v$ (5)

$$f_y = -g \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 y + \ddot{\varphi} R \quad (6)$$

$g =$ Erdbeschleunigung

Die Randbedingung lautet:

$$v(y) = 0 \quad \text{bei} \quad y = \pm b/2$$

Der letzte Term von Gl(5) ist die Coriolis-Beschleunigung.

Der Energiesatz wird dabei nicht verwendet!

3.2. Die Glimm-Methode

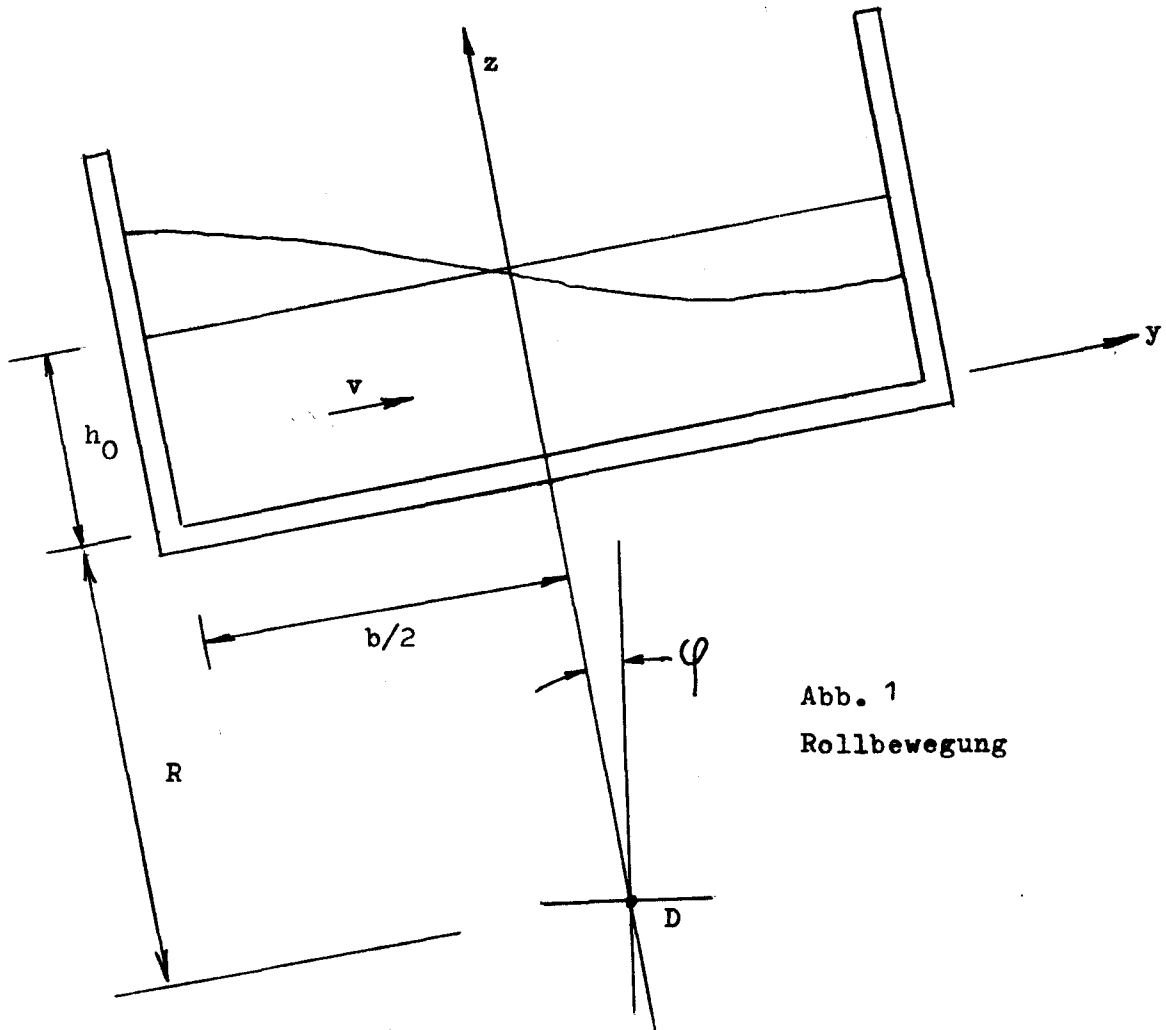


Abb. 1
Rollbewegung

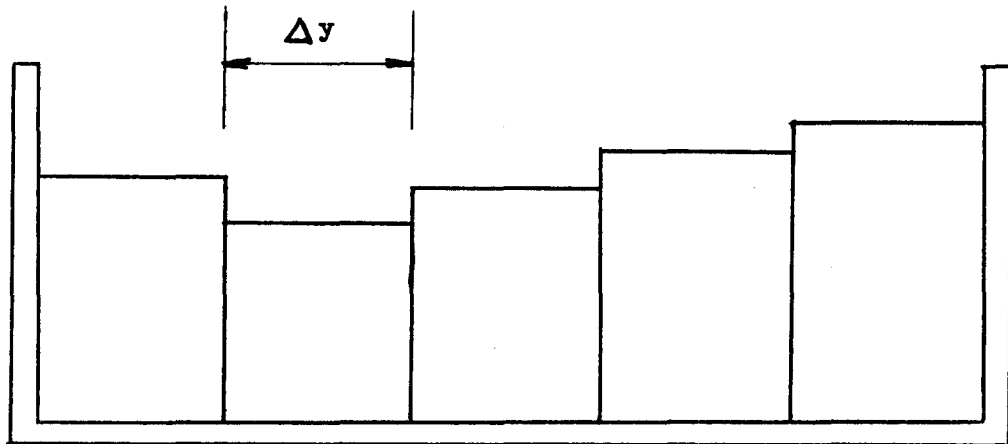


Abb. 2

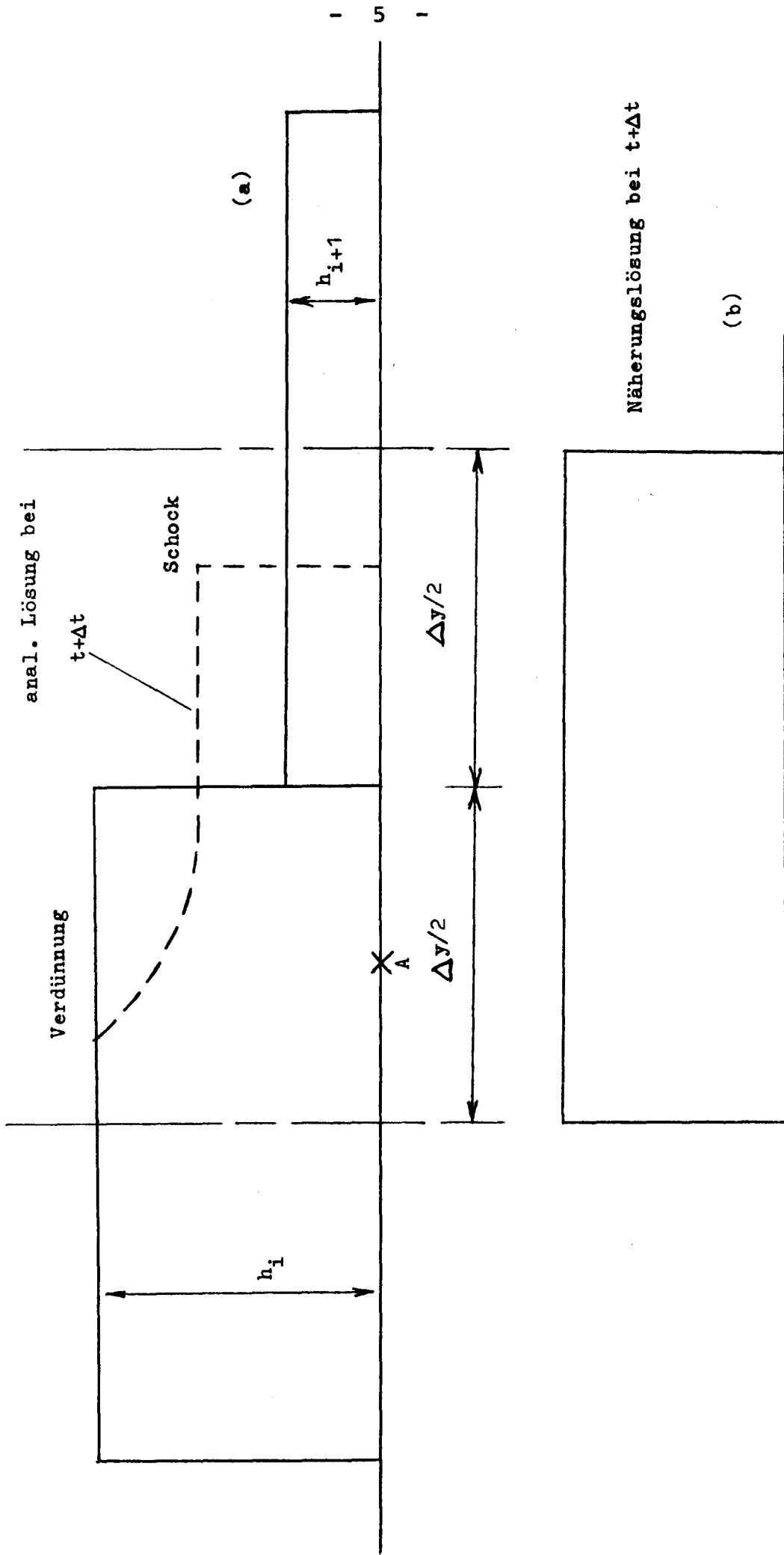


Abb. 3

In /1/ wurde ein kleines Simulationsprogramm (Differenzenverfahren) erstellt. Dabei zeigte sich, dass die Rechnung nur solange stabil blieb, als

- a) der Tankboden nicht austauchte,
- b) die Erregerfrequenz deutlich unterhalb der untersten Tankeigenfrequenz $\pi\sqrt{gh}/b$ lag.

Fallen Erreger- und Tankeigenfrequenz zusammen, tritt ein Wassersprung auf, der sich periodisch im Tank hin und her bewegt. Siehe dazu /6/.

Ein ploetzlicher Sprung der Wassertiefe h oder der Geschwindigkeit v bedeutet aber, dass in den Gleichungen (3) und (4) die Ableitungen nach y (also $\partial h/\partial y$ und $\partial v/\partial y$) unendlich grosse Werte annehmen muessen, was die Simulation mit einem Differenzenverfahren instabil macht. Diese unstetige Zustandsaenderung der Stroemung bedeutet also unendlich grosse Gradienten, so dass dort jede noch so kleine Zaehigkeit eine Energiedissipation zur Folge hat (z.B. /3/ oder /2/).

In den Faellen, in denen die herkoemmlichen Differenzenverfahren versagen, kann das Problem durch Anwendung der sogenannten Glimm-Methode (random-choice method) geloest werden. Zur Erlaeuterung der Methode wird auf /2/ und /5/ hingewiesen. An dieser Stelle soll sie nur kurz beschrieben werden.

Die zu untersuchende Stroemung gehorcht den Gleichungen (3) und (4). Die Fluessigkeitsteilchen sind dabei Beschleunigungen sowohl in y - als auch in z -Richtung ausgesetzt. Man zerlegt das Problem, indem man fuer jeden Zeitschritt zuerst annimmt, dass nur a_z , die z -Komponente der Beschleunigung, wirkt ($f_y=0$, so dass das System homogen wird), und eine Zwischenloesung - es handelt sich dabei um das sogenannte Riemann-Problem /3/ - fuer h und v findet. Sodann werden die Teilchen in Querrichtung (y -Richtung) durch f_y zusaetzlich beschleunigt, d.h. v entsprechend - z.B. nach der Euler-Formel - korrigiert.

Man zerlegt fuer einen Zeitschritt Δt - aehnlich einem Differenzenverfahren - die Tankbreite b in Abschnitte der Laenge Δy und setzt fuer jeden Abschnitt i konstante Werte von h und v an. Die Fluessigkeitsoberflaeche und das Geschwindigkeitsfeld, siehe Abb.2, werden dadurch "stufenfoermig" diskretisiert.

An den Grenzen der Abschnitte sind also Unstetigkeiten in h und v vorhanden, als ob "Daemme" zwei voneinander unabhagige Stroemungszustaende trennen wuerden.

Zu dem Zeitpunkt t werden diese Daemme ploetzlich entfernt. Die Stroemungen, die unter der Wirkung der z -Beschleunigung a_z dadurch entstehen, koennen fuer $t+\Delta t$ nach analytischen Formeln, siehe /2/, bestimmt werden. Der Zeitschritt Δt muss dabei so klein sein, dass sich die Wirkungen der benachbarten "Dammbreuehe" nicht ueberdecken.

Aus dieser analytischen Loesung soll nun eine Naehoerungsloesung zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ konstruiert werden, die - um das Verfahren

fortsetzen zu koennen - wieder abschnittsweise konstante Werte fuer h und v haben muss. Deshalb benutzt die Glimm-Methode von der analytischen Loesung bei $t+\Delta t$ nur die Werte an einer Stelle A jedes Abschnittes der Breite Δy . Nehmen wir an, an der Grenze der Abschnitte i und i+1 sei der in Abb. 3(a) dargestellte Fall (eine Schock- und eine Verduennungswelle) eingetreten. Abb. 3(b) zeigt den neuen Zustand bei $t+\Delta t$ bei der willkuerlichen Wahl des Punktes A. Die Grenzen der neuen Abschnitte fallen nicht mehr mit denen der alten zusammen, sondern sind um $\Delta y/2$ verschoben. Der Punkt A, an dem bei der Glimm-Methode h und v aus der analytischen Loesung zu nehmen sind, wird zufaellig gewaehlt (z.B. zuerst links vom Damm, dann beim naechsten Zeitschritt rechts davon, dann wieder links und so weiter). Die Haeufigkeitsdichte dieser zufaelligen Stelle muss im Intervall $\pm \Delta y/2$ konstant sein, und die Abstaende aller dieser Stellen voneinander beim gleichen Zeitschritt sollen unveraendert gleich Δy sein.

Die Zufaeligkeit der Methode hat zur Folge, dass man nur Ergebnisse erwarten kann, die im Mittel korrekt sind. Simuliert man z.B. mit 2 verschiedenen Reihen von Zufallszahlen dasselbe Problem, so erhaelt man Ergebnisse, die zwar voneinander abweichen, die aber um denselben Mittelwert schwanken.

An einem einfachen Beispiel aus /5/ soll die Notwendigkeit der konstanten Dichte der Zufallszahlen kurz veranschaulicht werden. Dazu wird angenommen, dass sich die in Abb.4(a) gezeigte Schockwelle mit konstanter Geschwindigkeit s nach rechts bewegt. Bei $t=0$ befinde sie sich im Ursprung.

Zum Zeitpunkt $t=\Delta t$ hat sie eine Strecke $s\Delta t$ zurueckgelegt (Abb.4(a), gestrichelte Kontur). Es werden 2 Faelle unterschieden:

a) Die Zufallszahl Z ist groesser als $s\Delta t$ (Abb.5, Punkt β), so dass die Schockfront rechnerisch gegenueber ihrer Lage bei $t=0$ um $\Delta y/2$ nach links verschoben wird (Abb.4(b)).

b) Die Zufallszahl Z ist kleiner als $s\Delta t$ (Abb.5, Punkt α), so dass die Schockfront rechnerisch um $\Delta y/2$ nach rechts verschoben wird (Abb.4(c)).

Da die Zufallszahlen Z im Intervall $(-\Delta y/2, +\Delta y/2)$ gleichverteilt sind, ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Verschiebung $-\Delta y/2$ ist,

$$W_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} = \frac{\Delta y/2 - s\Delta t}{\Delta y}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Verschiebung $+\Delta y/2$ ist, ist

$$W_2 = 1 - W_1$$

Der Erwartungswert G der Geschwindigkeit der Schockwelle ist demnach

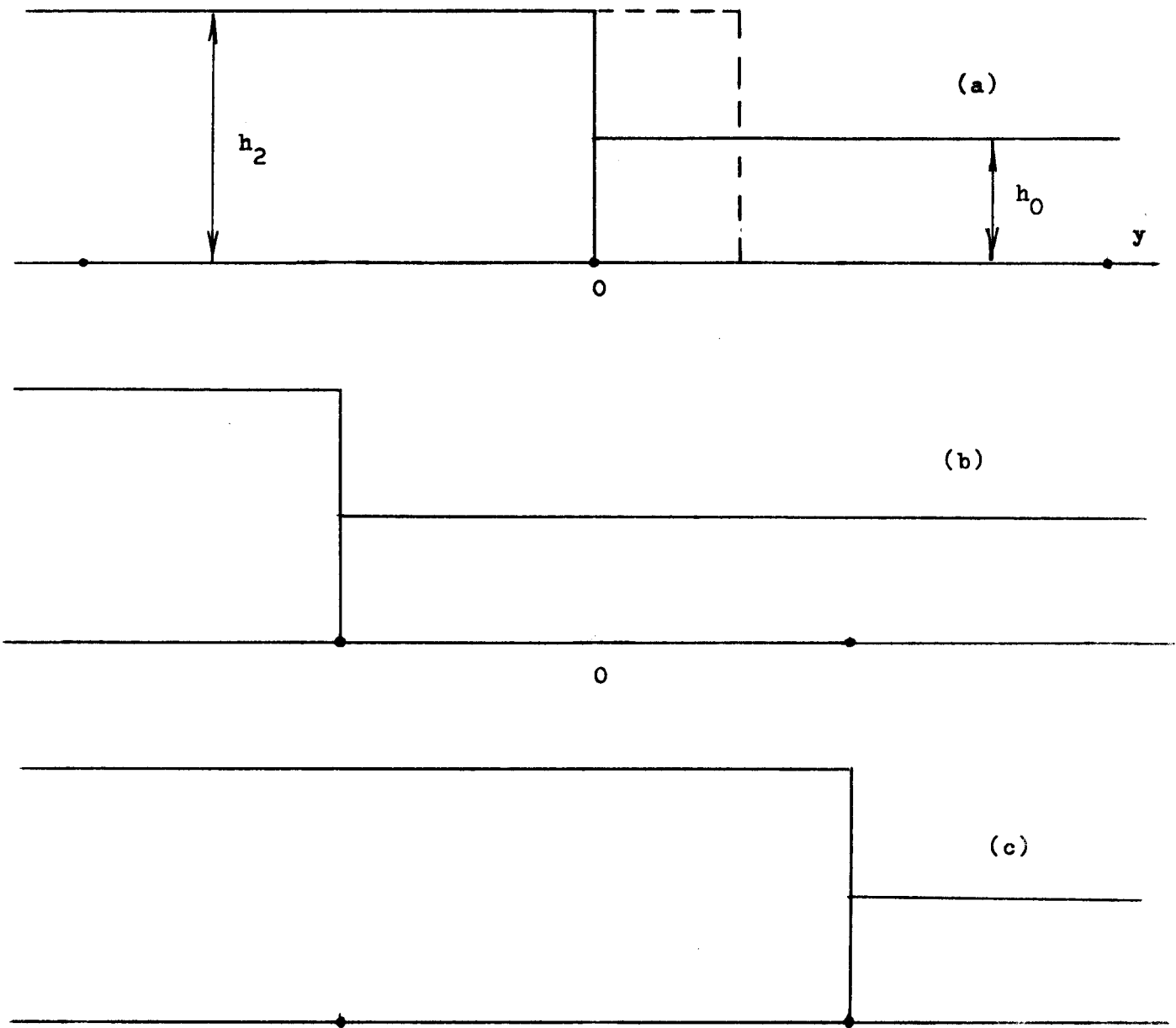


Abb. 4

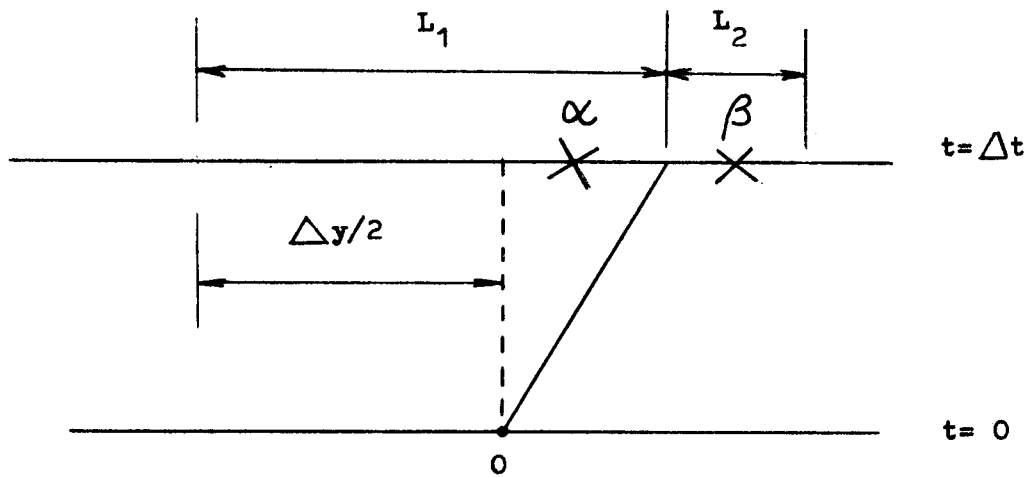


Abb. 5

$$G = \left(- \frac{\Delta y}{2} w_1 + \frac{\Delta y}{2} w_2 \right) / \Delta t$$
$$= \left(\Delta y / 2 \right) \left(1 - 2 w_1 \right) / \Delta t = s$$

Die mittlere Geschwindigkeit wird also korrekt berechnet.

3.3. Numerische Ergebnisse

Das Testen des Programms erfolgte durch

- a) Vergleich mit Messergebnissen aus /6/
- b) Vergleich mit der geschlossenen Loesung aus /6/
- c) Vergleich mit Differenzenverfahren aus /1/
- d) Simulation von Dambruchproblemen

a) Messergebnisse liegen aus /6/ vor. Dort wurde u.a. der Wassersprung untersucht, der bei der Rollbewegung eines quaderfoermigen Tanks mit folgenden Daten entsteht:

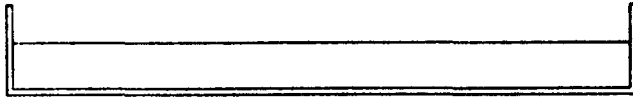
b = Tankbreite	= 120 cm
h_0 = Wassertiefe	= 9 cm
R = Drehpunktastand	= 0 cm
ϕ_0 = Rollamplitude	= 2 Grad
ω = Rollfrequenz	= 2.46 s ⁻¹ (unterste Eigenfrequenz)

Dieser Fall wurde numerisch mit der Glimm-Methode untersucht. Abb.6 zeigt die Entstehung des Wassersprungs (2 Perioden). In Abb.7 und Abb.8 werden die Wassererhebungen $\Delta h = h - h_0$ bei $y=0$ bzw. $y=b/2$ aus Messung und Rechnung ueber eine dimensionslos gemachte Zeit dargestellt. Siehe dazu auch /2/.

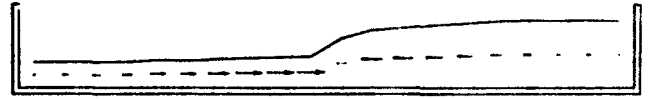
Dabei ist zu beachten, dass die Vermischung von Wasser und Luft, die im Experiment am Wassersprung auftritt, mit der vorliegenden Methode nicht erfasst werden kann.

b) Der Fall, dass sich der Tank um den festen Punkt D (Abb.1), harmonisch mit einer Frequenz deutlich unterhalb der untersten Tankeigenfrequenz mit kleiner Amplitude dreht, kann geschlossen geloest werden (Entstehung einer sinusfoermigen Welle), wie in /6/ erlaeutert ist. Dies wurde fuer ein Beispiel aus /2/ getan:

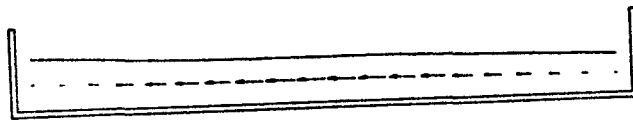
Tankbreite	= 7.9 m (Breite des Schiffes)
Fuellhoehe	= 0.2 b = 1.58 m
Drehpunktastand	= 0.0 m
Rollperiode	= 9.66 s (Rollperiode des Schiffes)



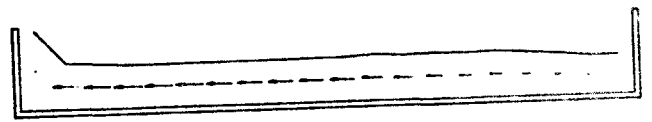
ZEIT- 0.03 THETA-0.00



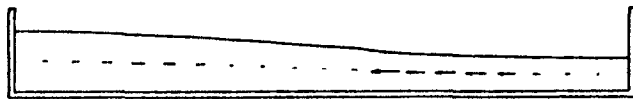
ZEIT- 2.58 THETA--0.01



ZEIT- 0.67 THETA-2.00



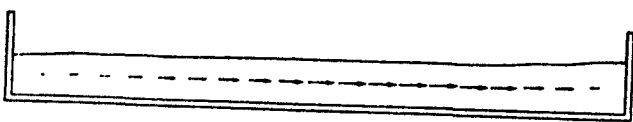
ZEIT- 3.21 THETA-2.00



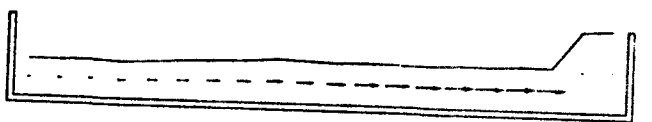
ZEIT- 1.28 THETA-0.12



ZEIT- 3.66 THETA-0.03



ZEIT- 1.92 THETA--2.00



ZEIT- 4.48 THETA--2.00

Abb. 6 Wassersprung

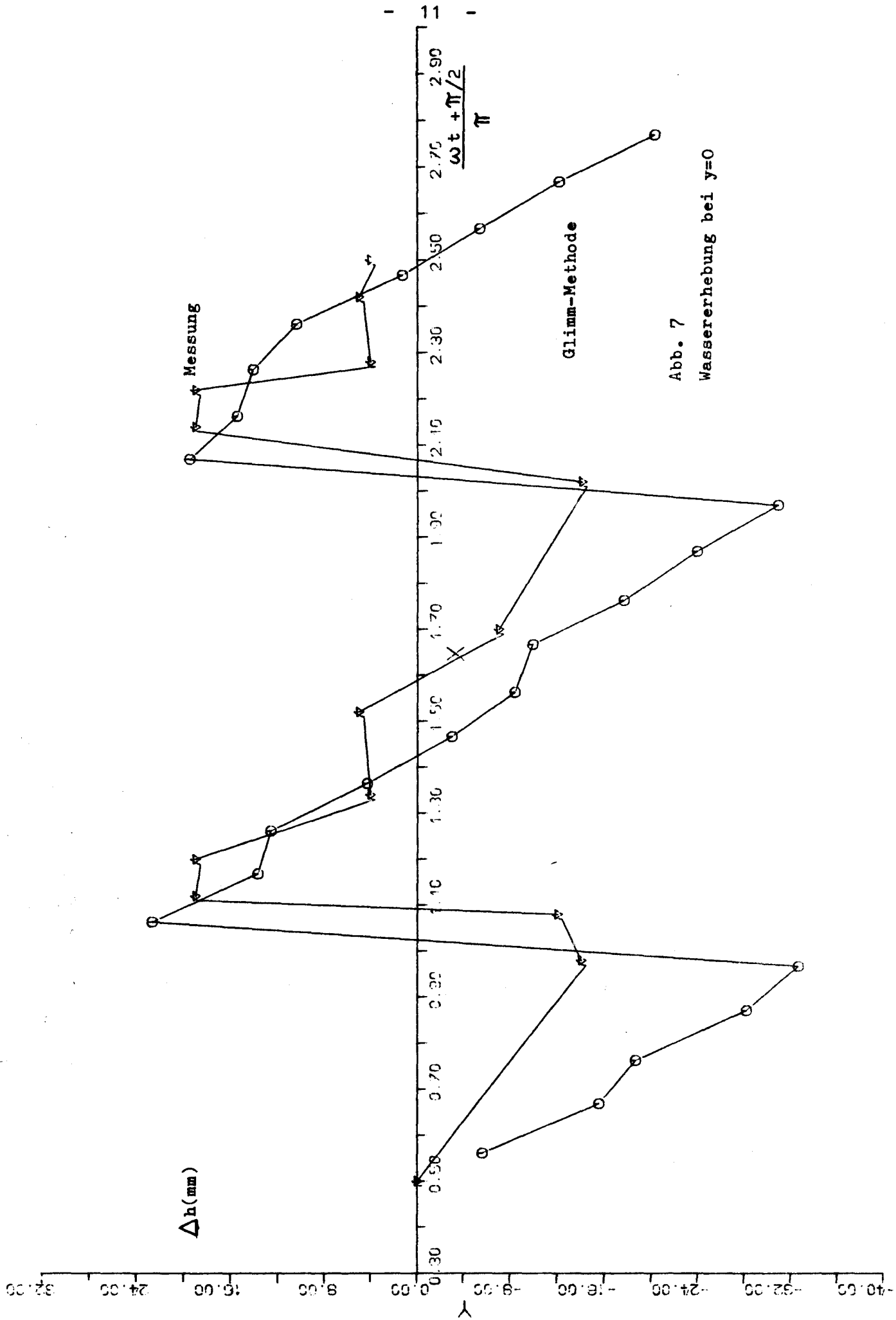


Abb. 7
Wassererhebung bei $y=0$

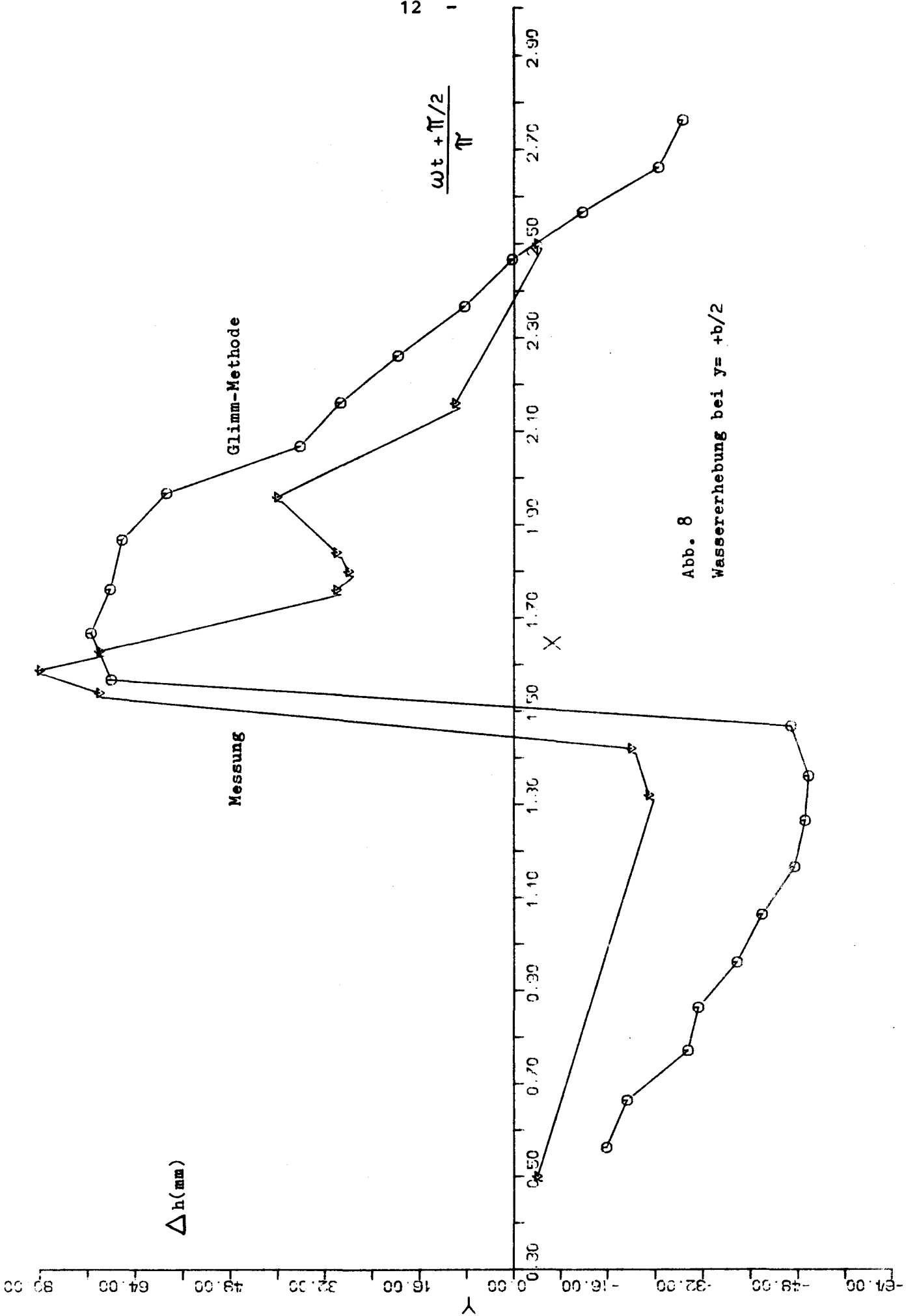


Abb. 8
Wassererhebung bei $y = +b/2$

QUERKRAFT

B-7.9M / H-1.58 M / R-0.0 M /

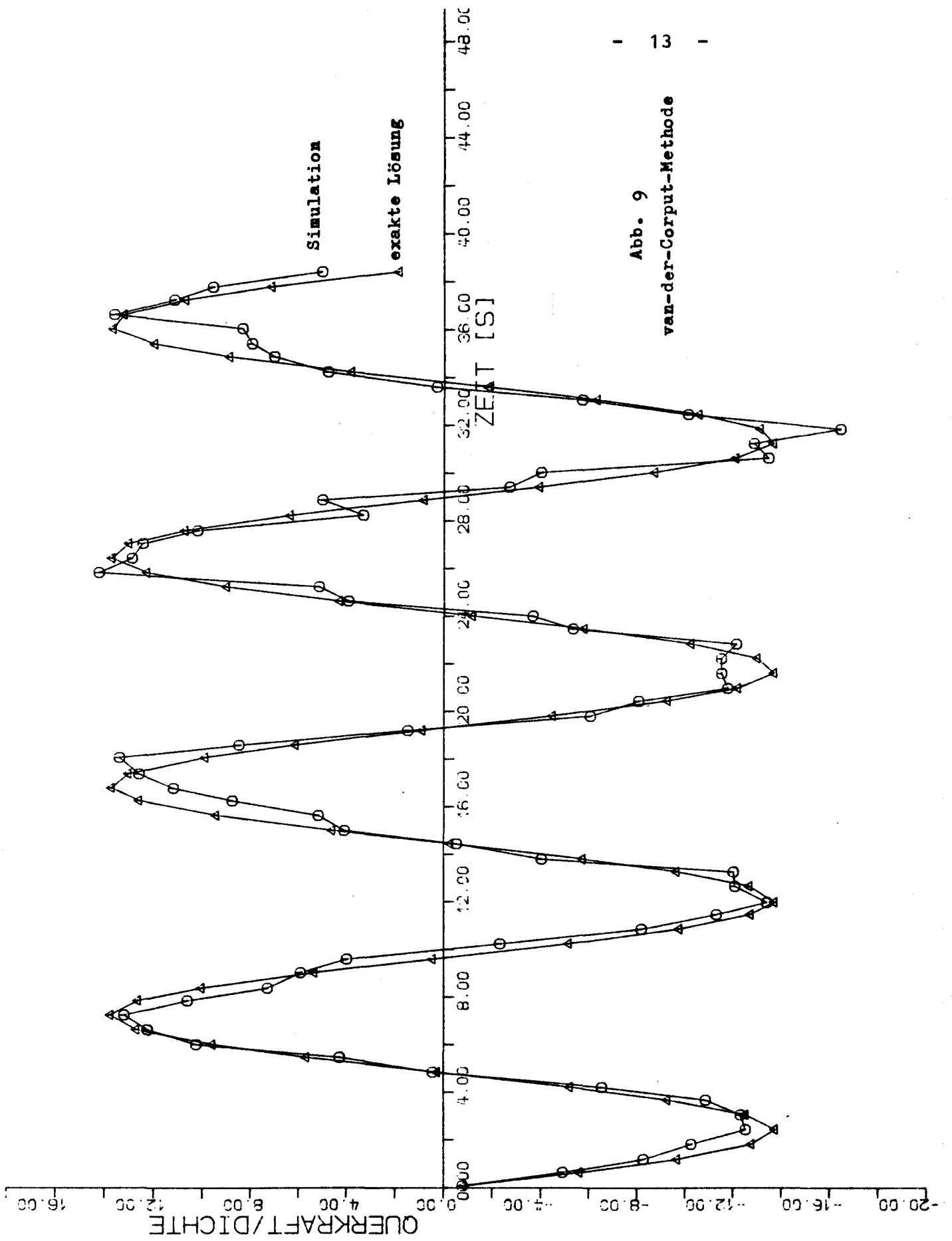


Abb. 9
van-der-Corput-Methode

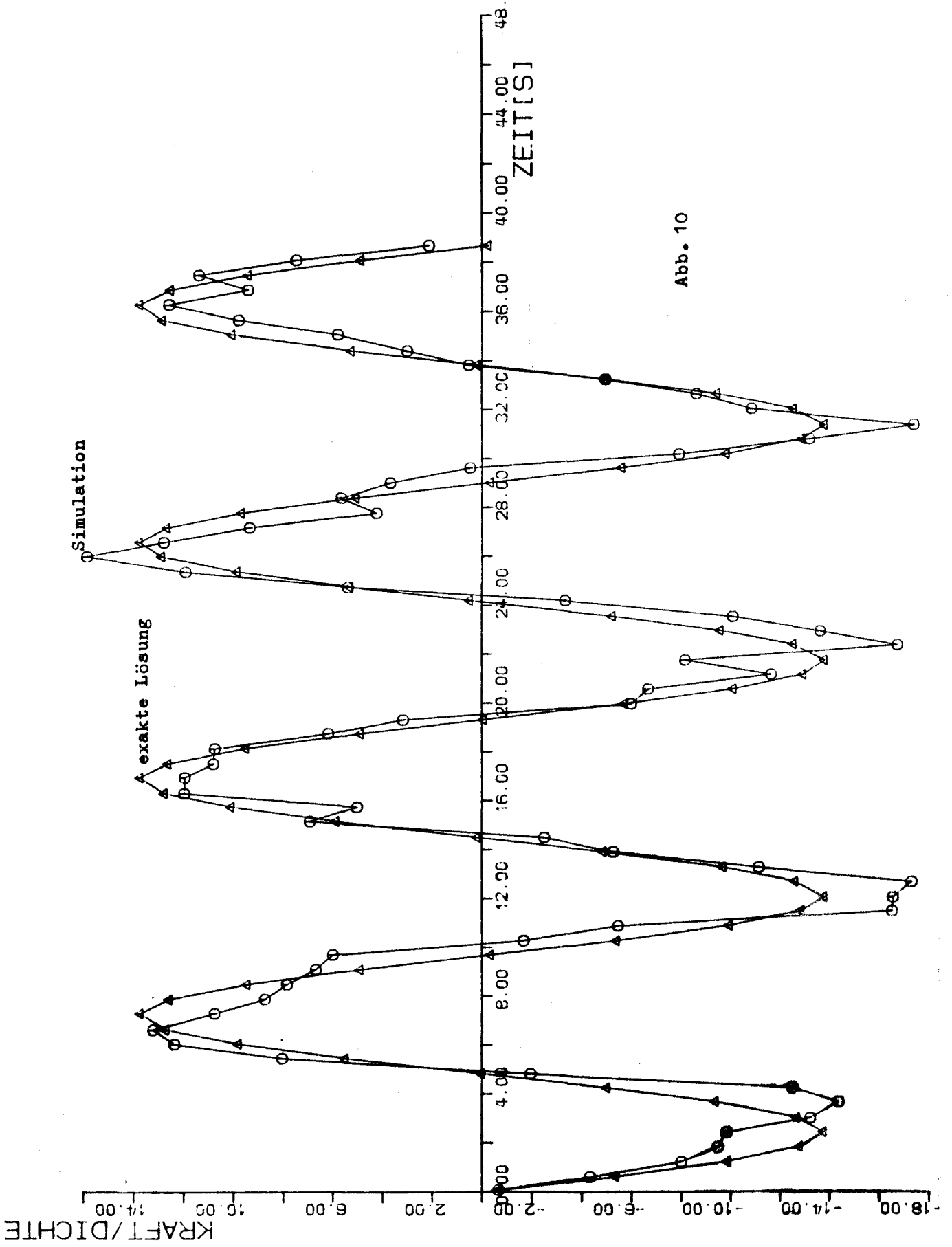


Abb. 10

B-7.9M / H-1.58 M / R-0.0 M / PHI- 5 GRAD / PER-9.66S

KRAFT IN Y-RICHTUNG

Rollamplitude = 5 Grad

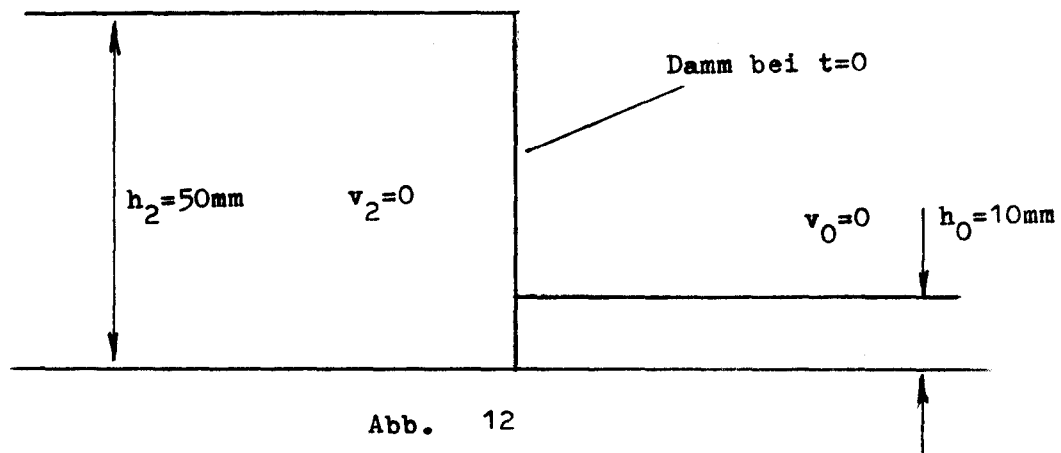
In Abb.9 werden sowohl das numerische Ergebnis als auch die exakte Lösung dargestellt (4 Perioden).

Wie schon erwähnt, kann die Glimm-Methode nur richtige Mittelwerte liefern. Das kann gut an Abb.9 erkannt werden: die numerisch ermittelte Kurve schwankt etwas um den exakten Verlauf.

Dieser Fall wurde ein 2. Mal simuliert. Während in Abb.9 die Zufallszahlen nach der sogenannten van-der-Corput-Methode erzeugt worden sind /2/, benutzte man in der in Abb.10 gezeigten Simulation eine in der VAX11-Fortran-Bibliothek vorhandene Funktion. Die Ergebnisse bestätigen die theoretischen Überlegungen: die Streuung der Ergebnisse, die mit der auf die Glimm-Methode zugeschnittenen van-der-Corput-Reihe berechnet wurden, ist geringer.

c) Für große Rollamplituden ist die Lösung aus /6/ nicht mehr gültig. Die Ergebnisse wurden dann mit denen aus dem in /1/ dargestellten Programm (Differenzenverfahren) verglichen. Dabei ergab sich eine sehr gute Übereinstimmung.

d) Abb.11 zeigt die numerische Simulation des in Abb.12 gezeigten Dammbrechproblems.



Wie aus der Theorie (z.B. /2/ oder /3/) bekannt, entstehen in diesem Fall eine Schockwelle, die sich mit konstanter Geschwindigkeit (ca. 664 mm/s) nach rechts bewegt, und eine Verdünnungswelle, die sich nach links mit der Schwallgeschwindigkeit $\sqrt{gh_2} = 700\text{ mm/s}$ fortpflanzt. In Abb.11 ist die Oberfläche zwischen 0 und 1,2 s nach dem "Dammbrech" in Zeitabständen von ca. 0,1 s dargestellt. Die beiden Störungen bewegen sich nicht mit konstanter Geschwindigkeit, ihre mittleren Geschwindigkeiten sind aber korrekt berechnet. Man kann hier wieder gut den Einfluss der Zufälligkeit der Glimm-Methode erkennen.

DAMMBRUCH

H2- 50 MM / H0- 10 MM

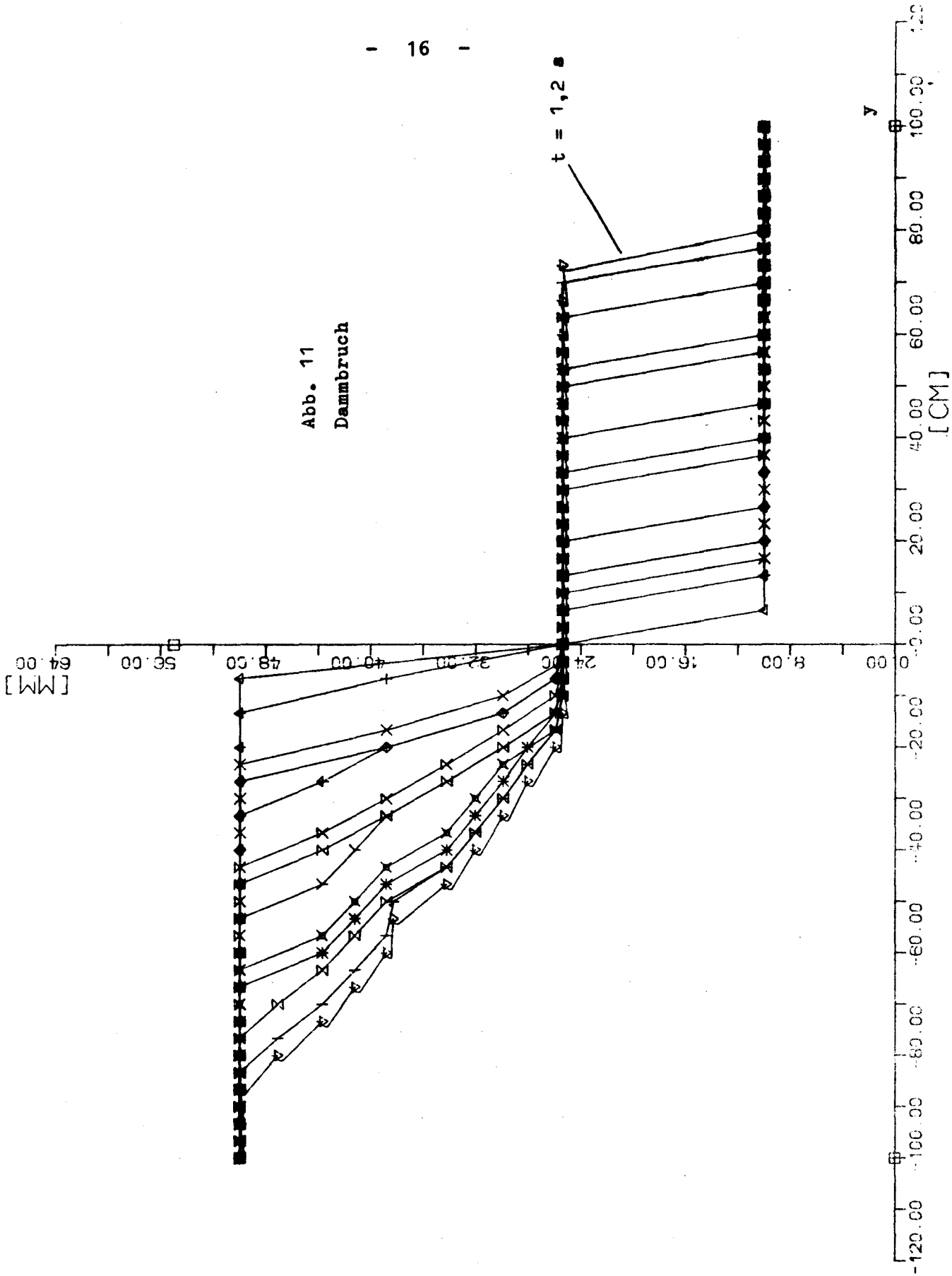


Abb. 11
Dambruch

Da die Formeln zur Loesung des Riemann-Problems in /2/ Druckfehler enthalten, sind die korrekten Formeln diesem Bericht als Anhang beigefuegt.

4. Fluessigkeitsbewegung in einem quaderfoermigen Tank bei
Anregung durch die Schiffsbewegung (6 Freiheitsgrade)

4.1. Bewegungsgleichungen

Sollen ausser der Rollbewegung auch die anderen 5 Freiheitsgrade der Schiffsbewegung beruecksichtigt werden, muss die Bewegung der Fluessigkeit in 2 Richtungen - statt wie bisher in einer - simuliert werden. Zu den Groessen h und v kommt die x-Komponente u der Geschwindigkeit hinzu. Die Flachwasser-Gleichungen lauten nunmehr:

Impulssatz in x-Richtung

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + a_z \frac{\partial h}{\partial x} = f_x$$

Impulssatz in y-Richtung

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial y} + u \frac{\partial v}{\partial x} + a_z \frac{\partial h}{\partial y} = f_y$$

Kontinuitaetsgleichung

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = 0$$

Die Beschleunigungskomponenten a_z , f_x , f_y sind von u, v, h, den Schiffsbewegungen und der Position des Tanks im Schiff abhaengig und werden daher fuer jeden Zeitschritt neu berechnet (siehe /1/).

4.2. Erweiterung der Berechnungsmethode

Die Groessen h, u und v werden in einem Rechteckgitter mit Knoten $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$ bestimmt. Fuer jeden Zeitschritt Δt werden in einer 1. Phase ohne Beachtung von v in x-Richtung bei $j = \text{konst.}$ voneinander unabhaengige eindimensionale Stroemungen berechnet, wodurch sich eine Zwischenloesung h' und u' ergibt. In der 2. Phase wird dieselbe Prozedur in y-Richtung wiederholt: mit h' und v ohne Beachtung von u' werden eindimensionale Stroemungen berechnet, wodurch sich wiederum neue Werte h'' und v' ergeben. Die Werte h'' , u' und v' sind die Naeherungsloesung zum Zeitpunkt $t + \Delta t$. Das Verfahren wird dann fortgesetzt. Es werden zwei unabhaengige Reihen von Zufallszahlen Z_x bzw. Z_y in jeder Richtung benutzt.

4.3. Numerische Ergebnisse

a) Um das 2D-Programm zu testen, wurde folgender "Dammbruch" simuliert: in einem quadratischen Tank wird ein wasserdichtes Schott auf der Diagonale angebracht. Die Fuellhoehen in den 2 Tankhaelften seien unterschiedlich und klein im Verhaeltnis zu den Tankabmessungen ($h_2 = 5$ cm, $h_0 = 1$ cm und $l = 2$ m). Bei $t=0$ wird das Schott (der Damm) ploetzlich entfernt, so dass, abgesehen von der Stroemung in den Ecken, der im Abschnitt 3.3(d) simulierte Fall eintritt. Die Schockfront bildet dabei einen Winkel $\theta = 45$ Grad mit den x- und y-Achsen. Siehe Abb.13.

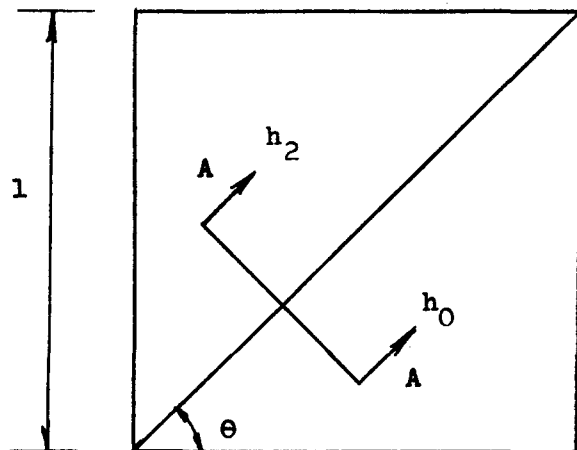


Abb. 13

Abb.14 und Abb.15 zeigen die Oberflaeche unmittelbar nach dem Bruch des Dammes bzw. einige Zeit spaeter. Man kann gut erkennen, wie Verduennung und Schockwelle entstehen.

Abb.16 zeigt den Schnitt A-A. Die Wasseroberflaeche ist zwischen 0,2 und 2,0 s nach dem "Dammbruch" in Zeitabstaenden von ca. 0,2 s dargestellt. Vergleiche Abb.11.

b) Ausserdem wurden Ergebnisse aus Simulationen mit der Glimm-Methode und mit einem fuer diesen Zweck erstellten Differenzenverfahren-Programm (Erweiterung des in /1/ gezeigten Programms) verglichen. Dabei ergab sich eine gute Uebereinstimmung.

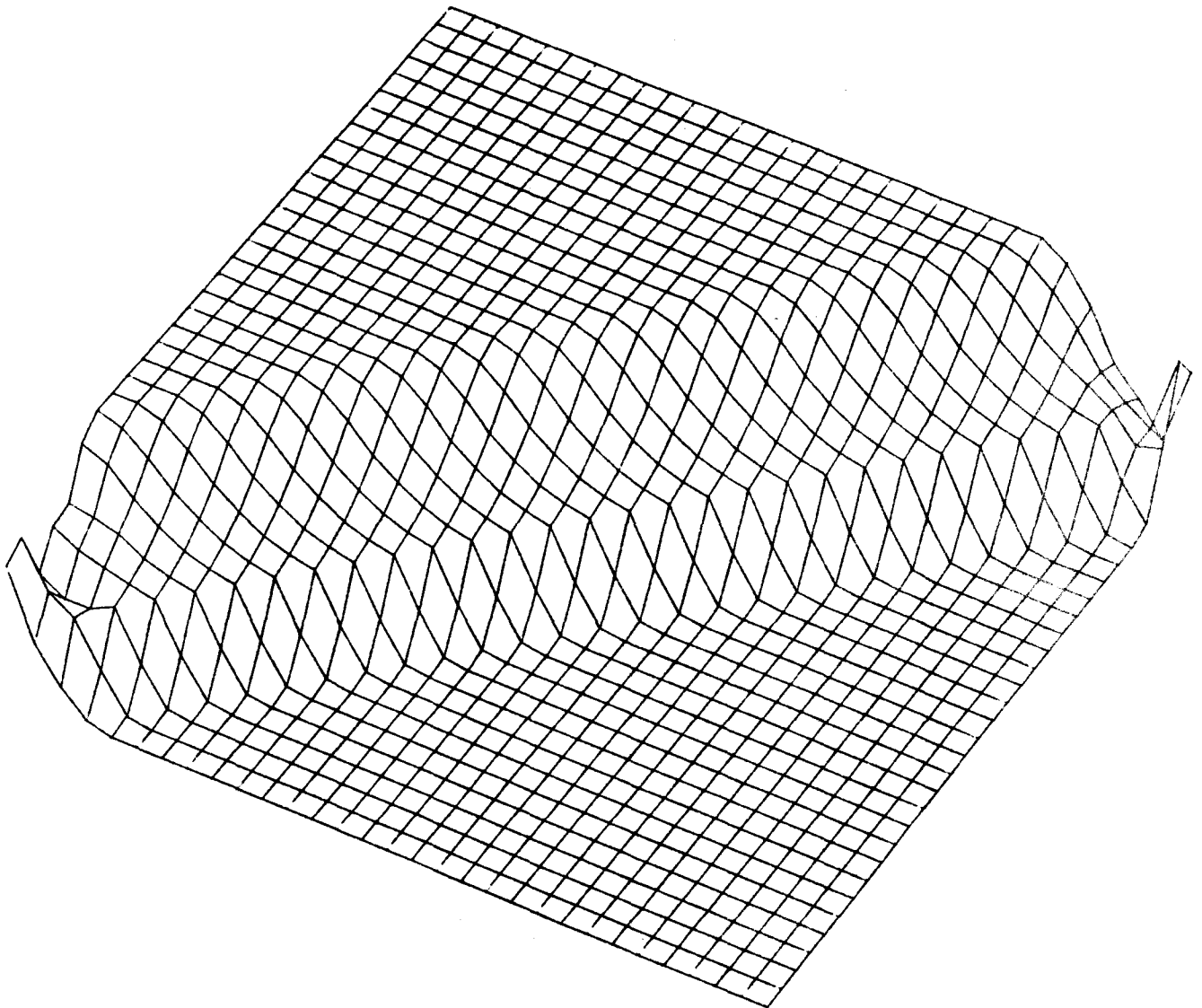


Abb. 14 Dambruchproblem /
unmittelbar nach dem Bruch des Dammes

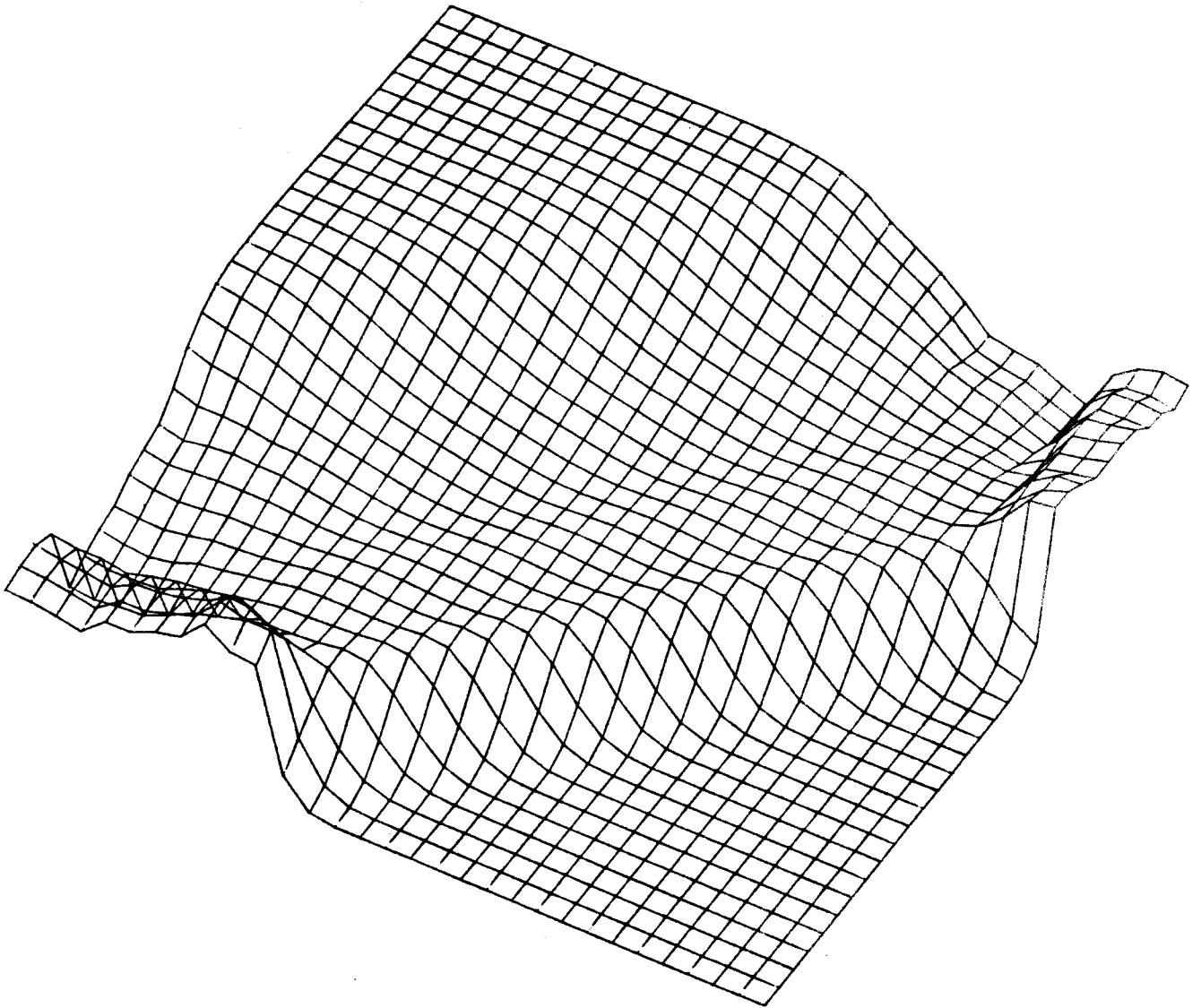
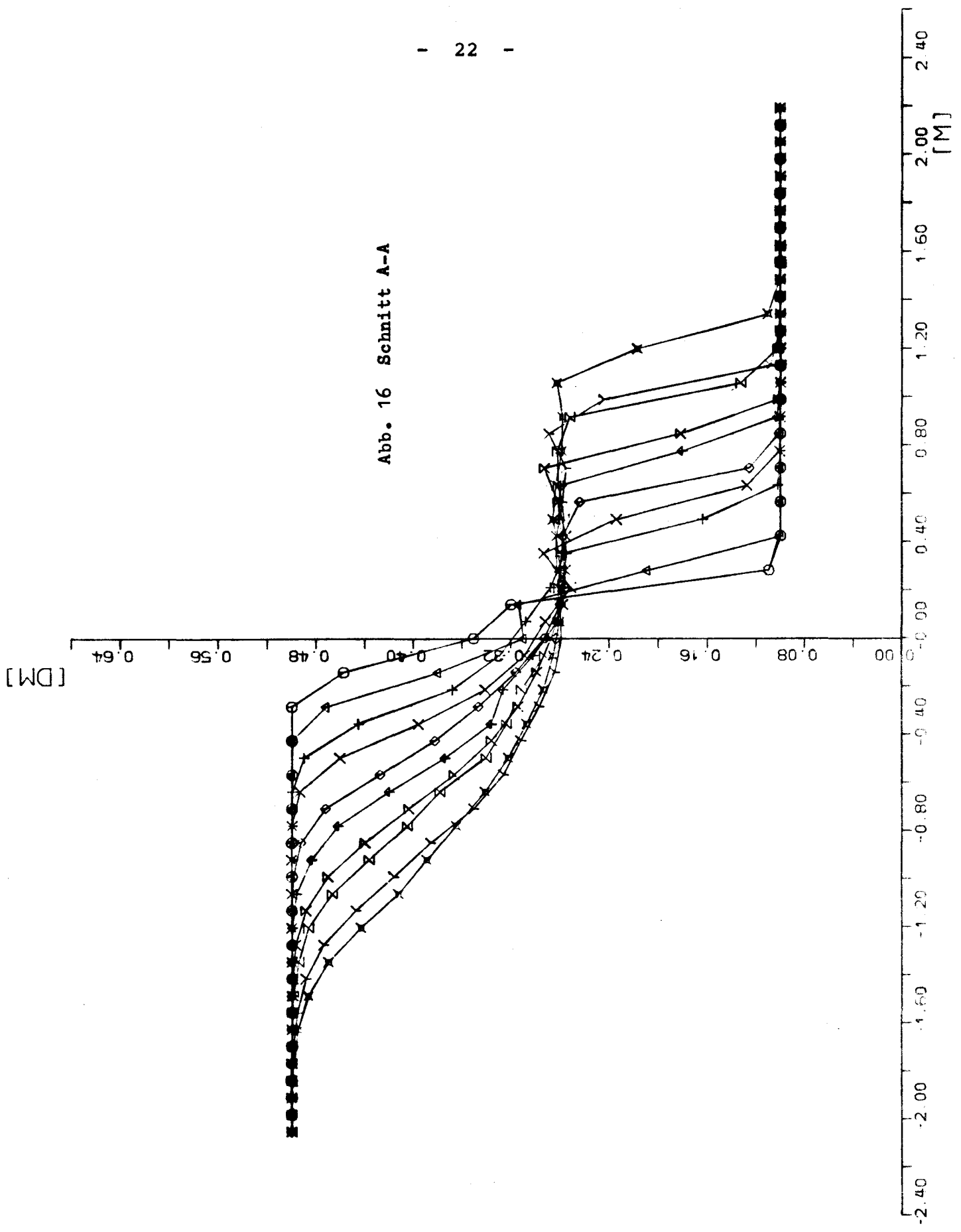


Abb. 15 Dambruchproblem /
einige Zeit später

Abb. 16 Schnitt A-A



H2-50 MM. HO-10 MM. DT-CA. 0.2 S

DM [DM]

5. Rechenzeit

Die Glimm-Methode hat den Vorteil gegenueber einem ueblichen Differenzenverfahren, dass sie das Austauchen des Tankbodens und Wasserspruenge erfassen kann. Dafuer benoetigt sie allerdings bei gleichem Zeitschritt ca. 40 % mehr Rechenzeit. Zwei Beispiele fuer die Rechenzeitbedarf:

a) Die Simulation der Fluessigkeitsbewegungen in einem Tank bei Anregung nur durch Rollbewegungen des Schiffes mit dem 1D-Programm (Tankbreite 12 m in 12 Abschnitte eingeteilt, mittlerer Zeitschritt ca. 0,06 Sek) erfordert auf der VAX11/780 ca. 0,35 Sekunde CPU-Zeit pro Sekunde Simulationszeit.

b) Die Simulation mit 6 Freiheitsgraden - beim Stampfen und Rollen des Schiffes - mit dem 2D-Programm (quadratischer Tank der Laenge 10 m in 100 Gitterelemente eingeteilt, mittlerer Zeitschritt ca. 0,07 Sek) erfordert ca. 6 Sekunden CPU-Zeit pro Sekunde Simulationszeit.

6. Quellenverzeichnis

/1/ H. Soeding

Leckstabilitaet im Seegang, IfS-Bericht Nr.429 (Dezember 1982)

/2/ J. Dillingham

Motion Studies of a Vessel with Water on Deck, Marine Technology, Vol.18, Nr.1 (Januar 1981)

/3/ J. J. Stoker

Water Waves, Pure and Applied Mathematics Vol.IV, Interscience Publishers (1957)

/4/ R. Bass

Dynamic Slosh Induced Loads on Liquid Cargo Tank Bulkheads, SNAME Technical and Research Report R-19 (August 1975)

/5/ J. Smoller

Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations, Springer-Verlag (1983)

/6/ Verhagen and Wijngaarden

Non-linear Oscillations of Fluid in a Container, Journal of Fluid Mechanichs (1965)

ANHANG

Lösung des Dammbbruchproblems

Merke: Die Numerierung der Gleichungen entspricht der aus /2/

Fall I: Falls

$$N_2 + 2C_2 > N_0 + 2C_0 \quad (48)$$

$$\text{und } N_2 - N_0 < \left[g \frac{(\lambda_0 + \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_0)^2}{2\lambda_2\lambda_0} \right]^{1/2} \quad (49)$$

dann

$$C_0 = \sqrt{g\lambda_0} \quad C_1 = \sqrt{g\lambda_1} \quad C_2 = \sqrt{g\lambda_2}$$

$$R = \frac{\xi - N_0}{C_0} \quad \text{wobei } \xi = \text{Schockgeschwindigkeit}$$

R läßt sich aus Gleichung (50) berechnen:

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{4R} \left[1 + \sqrt{8R^2 + 1} \right] + 2 \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{8R^2 + 1} - 1 \right) \right]^{1/2} \\ &= \frac{N_2 - N_0 + 2C_2}{C_0} \quad (50) \end{aligned}$$

in Zone 1:

$$N_1 = C_0 \left\{ R - \frac{1}{4R} \left(1 + \sqrt{8R^2 + 1} \right) \right\} + N_0$$

$$C_1 = C_0 \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{8R^2 + 1} - 1 \right) \right]^{1/2}$$

$$\lambda_1 = C_1^2 / g$$

in Zone 3, d.h. $(v_2 - c_2)t < y < (v_1 - c_1)t$

$$v_3 = \frac{2}{3} \left(\frac{y}{t} + \frac{v_2}{2} + c_2 \right)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{g} (v_2 + 2c_2 - \frac{y}{t})^2$$

Fall II: Ist Gleichung (49) nicht erfüllt, dann

$$\begin{aligned} v_2 - v_0 - \left[g \frac{(\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{2\lambda_0\lambda_1} \right]^{1/2} \\ - \left[g \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_1)^2}{2\lambda_1\lambda_2} \right]^{1/2} = 0 \quad (55) \end{aligned}$$

in Zone 1 :

$$v_1 = v_0 + \left[g \frac{(\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{2\lambda_0\lambda_1} \right]^{1/2}$$

$$\xi_1 = \frac{\lambda_1 v_1 - \lambda_0 v_0}{\lambda_1 - \lambda_0}$$

$$\xi_2 = \frac{\lambda_1 v_1 - \lambda_2 v_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

Fall III: Falls

$$N_2 + 2C_2 < N_0 + 2C_0$$

dann in Zone 1

$$N_1 = \frac{N_0 + N_2}{2} + C_2 - C_0$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{g} \left(\frac{N_2 - N_0}{4} + \frac{C_2 + C_0}{2} \right)^2$$

in Zone 3, d.h. $(N_2 - C_2)t < y < (N_1 - C_1)t$

$$N_3 = \frac{2}{3} \left(\frac{y}{t} + \frac{N_2}{2} + C_2 \right)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{g} \left(N_2 + 2C_2 - \frac{y}{t} \right)^2$$

und in Zone 4, d.h. $(N_1 + C_1)t < y < (N_0 + C_0)t$

$$N_4 = \frac{2}{3} \left(\frac{y}{t} + \frac{N_0}{2} - C_0 \right)$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{g} \left(\frac{y}{t} - N_0 + 2C_0 \right)^2$$

Fall IV: Falls

$$\lambda_0 = 0$$

dann in Zone 3, d.h. $(v_2 - c_2)t < y < (v_2 + 2c_2)t$

$$\lambda_3 = \frac{1}{g_3} (v_2 + 2c_2 - y/t)^2$$

$$v_3 = \frac{2}{3} \left(\frac{y}{t} + \frac{v_2}{2} + c_2 \right)$$