

111 | November 1962

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

M. Kirsch

Die Verteilung der Geschwindigkeit um Zylinder und Rotationskörper in unbegrenzter Flüssigkeit

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Die Verteilung der Geschwindigkeit um Zylinder und Rotationskörper in unbegrenzter Flüssigkeit

M. Kirsch, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1962

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

NAT

0210

ag-2c

Institut für Schiffbau
der Universität Hamburg

Die Verteilung der Geschwindigkeit um Zylinder und Rotationskörper in unbegrenzter Flüssigkeit

Von Dr.-Ing. Maria Kirsch

Institut für Schiffbau der Universität Hamburg

B2501 111a
Inventar-Verz.-Nr. 111a-Be. No.

Vorbemerkung

Die Arbeit befaßt sich mit der Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung auf der Oberfläche von Zylindern und Rotationskörpern, die nach der Methode von Amtsberg [1] aus vorgegebenen Singularitätenverteilungen erzeugt werden. Somit bringt der vorliegende Beitrag eine Ergänzung der beiden früher erschienenen Veröffentlichungen [2; 3]. Während dort die Erzeugung von Zylindern und Rotationskörpern im Falle symmetrischer Verteilung behandelt und die Geschwindigkeit nur für die Konturpunkte des Hauptspants berechnet worden ist, wird hier ein Beispiel für unsymmetrische Verteilung gebracht und die Geschwindigkeitsverteilung für diesen Fall und auch für die in den beiden anderen Arbeiten berechneten Körper für die gesamte Oberfläche bestimmt. Daraus lassen sich Schlüsse ziehen auf den Einfluß, den die Schiffsform auf den Widerstand ausübt.

Die Ermittlung der Geschwindigkeit erfolgte mit Hilfe der Integraltabelle, die für Rotationskörper zuerst von Amtsberg [1] aufgestellt und in [3] erweitert worden ist und der Integraltabelle für Zylinder in [2]; jedoch mußten diese Integraltabellen zur Bestimmung der Geschwindigkeit eine nochmalige Erweiterung erfahren, die in der vorliegenden Arbeit gebracht wird.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft stellte die Mittel für diese Arbeit zur Verfügung und ermöglichte die Berechnung der Integraltabellen auf der IBM 650.

Ihr möchte ich an dieser Stelle meinen besten Dank sagen. Ebenfalls danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. e. h. Weinblum, auf dessen Anregung diese Veröffentlichung entstanden ist und den Herren cand. arch. nav. W. Fürste und cand. arch. nav. B. Mertinatis für die Ausführung der Rechenarbeiten und Zeichnungen. Die Integraltafeln wurden mit der IBM 650, einem elektronischen Rechengerät, berechnet, das vom Institut für angewandte Mathematik der Universität Hamburg unter Leitung von Herrn Prof. Dr. Collatz verwaltet wird. An dieser Stelle möchte ich auch den Mathematikern Herrn Dr. Albrecht, Fräulein Helga Meyer, Herrn Dr. Koch und Herrn Dr. Wetterling für ihre Hilfe und Unterstützung danken, die sie mir bei der Benutzung des Rechenautomaten zuteil werden ließen.

Einleitung

Die vorliegende Veröffentlichung gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil wird eine zur η -Achse unsymmetrische Dipolverteilung $\eta(\xi)$ vorgegeben und der Zylinderquerschnitt berechnet, der im ebenen Fall hierdurch erzeugt wird. Analog erfolgt dann die Berechnung des Rotationskörpers für die gleiche unsymmetrische Dipolverteilung. Dies geschieht in beiden Fällen nach dem Quell-Senkenverfahren von Rankine [4; 5] und der von Amtsberg entwickelten Methode [1]. Im zweiten und eigentlichen Hauptteil der Arbeit wird die Verteilung der Geschwindigkeit um verschiedene durch Singularitäten erzeugte Körper bestimmt; dabei wird wieder unterschieden zwischen Zylindern und Rotationskörpern.

Die Gleichungen für die Kontur der Körper

Die Gleichungen, aus denen die Konturpunkte der Körper zu bestimmen sind, sollen hier nur ganz kurz angegeben werden. Eine ausführliche Ableitung und Erklärung der Formeln findet sich in den Arbeiten [1; 2; 3].

Es sei nur soviel gesagt: durch das Zusammenwirken von Singularitäten (in der Form von Quellen und Senken oder Dipolen) mit einer Parallelströmung entsteht jeweils eine bestimmte Strömung, die im ebenen Fall durch Stromlinien dargestellt wird. Die Stromlinie $\psi = 0$ besteht aus einem geschlossenen Kurvenzug und dem außerhalb dieser Kurve

gelegenen Teil derjenigen Ordinatenachse, die in Richtung der Parallelströmung verläuft.

In Abb. 1 ist das Stromlinienbild gezeigt, das aus einer Parallelströmung in Richtung der negativen x-Achse entsteht, wenn in den Koordinatenursprung ein Dipol gebracht wird. Die Stromlinie $\psi = 0$ setzt sich zusammen aus einem Kreis und der außerhalb dieses Kreises liegenden x-Achse. Das bedeutet, daß ein Dipol in einer Parallelströmung einen Kreis erzeugt. Umgekehrt entspricht einem Kreiszyylinder in einer Parallelströmung dieses Stromlinienbild.

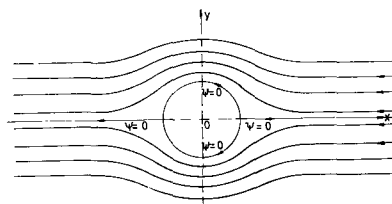


Abb. 1: Das Stromlinienbild, das durch einen Dipol in einer Parallelströmung in Richtung der negativen x-Achse erzeugt wird

Allgemein ausgedrückt kann man sagen, daß die geschlossene Stromlinie $\psi = 0$, also ohne den Anteil, den die Achse zur Stromlinie $\psi = 0$ beiträgt, den Querschnitt des Zylinders gibt, der durch die vorgegebene Strömung erzeugt wird. Das Entsprechende gilt für die Erzeugung von Rotationskörpern durch Singularitätenverteilungen in einer Transportströmung, nur tritt hier an Stelle der Stromlinie die Stromfläche $\psi = 0$, von der aber wegen der Rotationsymmetrie auch nur ihr Verlauf in der xz-Ebene ermittelt zu werden braucht. Es folgt nun die Angabe der Gleichungen $\psi = 0$ für Zylinder und Rotationskörper.

a) Zylinder

Die Gleichung des Querschnitts eines unendlich langen Zylinders, der durch eine Dipolverteilung $\eta(\xi)$ erzeugt wird, lautet in dimensionsloser und normierter Form:

$$\frac{\kappa}{\pi} \frac{1}{L/B} \int_{-1}^{+1} \frac{\eta(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2} = 1 \quad (1)$$

Die Normierung bedeutet, daß sowohl die Länge als auch die Breite gleich eins gesetzt ist. Der Zylinderquerschnitt kann somit für eine beliebige Länge und Breite berechnet werden; nur das Verhältnis L/B muß vorher bekannt sein. κ ist ein Korrekturkoeffizient; er bewirkt, daß die Breite des Zylinders in normierter Form gleich eins, bzw. bei der Berechnung der tatsächlichen Aufmaße gleich der gewünschten Breite B wird. Die Länge des Zylinders weicht von der Länge L der Dipolverteilung theoretisch etwas ab, kann aber im Rahmen der Rechengenauigkeit mit dieser Länge gleichgesetzt werden. Da die Dipolverteilung in Form von Polynomen

$$\eta = 1 - \sum_{i=1}^n a_i \xi^i$$

gegeben wird, sind gemäß Gl. (1) die Integralwerte

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^n d\xi}{(x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2}$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)

für verschiedene Wertpaare x, y zu bestimmen.

T a b e l l e 1

Integralwerte zur Berechnung von Zylindern für den Fall der Unsymmetrie

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^{2n+1}}{N} d\xi \quad \text{in Abhängigkeit von } x \text{ und } y$$

$$0 \leq n \leq 4$$

$$N = (x - \xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2$$

Zu beachten: Für $x > 0$ sind die Integralwerte positiv,
für $x < 0$ negativ.

x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi d\xi}{N}$	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^3 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^5 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^7 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^9 d\xi}{N}$
0	beliebig	0	0	0	0	0
0.1	0.4	5.8811799	0.40969890	0.13855988	0.082014383	0.058351423
	0.5	4.6249270	0.38649183	0.13714932	0.081596766	0.058110795
	0.6	3.7876371	0.36772470	0.13562621	0.081096953	0.057819344
	0.66..	3.3691165	0.35674841	0.13454614	0.080719799	0.057597515
	0.7	3.1897899	0.35160097	0.13398707	0.080518455	0.057478518
	0.8	2.7416246	0.33722147	0.13223668	0.079865111	0.057089962
	0.9	2.3932736	0.32408576	0.13038315	0.079140984	0.056655494
	1.0	2.1148158	0.31189261	0.12843587	0.078350295	0.056177080
	1.1	1.8872097	0.30044943	0.12640468	0.077497370	0.055656815
	1.2	1.6977608	0.28962683	0.12429940	0.076586597	0.055096901
	1.25	1.6144888	0.28441889	0.12322199	0.076110896	0.054802788
	1.3	1.5376798	0.27933435	0.12212961	0.075622388	0.054499625
	1.33..	1.4897062	0.27600945	0.12139361	0.075289873	0.054292636
	1.35	1.4666175	0.27436569	0.12102342	0.075121623	0.054187710
	1.4	1.4006881	0.26950640	0.11990451	0.074609148	0.053867341
0.2	1.45	1.3406539	0.26463643	0.11877684	0.074085587	0.053538810
	1.5	1.2830455	0.26001144	0.11763527	0.073551290	0.053202439
	0.3	15.933876	1.3366069	0.34251774	0.18414651	0.12791228
	0.4	11.745742	1.1473641	0.33150322	0.18279032	0.12739621
	0.5	9.2333099	1.0256729	0.32290783	0.18133266	0.12675318
	0.6	7.5588197	0.93802039	0.31542082	0.17973256	0.12598574
	0.66..	6.7218468	0.89104752	0.31076133	0.17858110	0.12540706
	0.7	6.3632303	0.87004189	0.30849585	0.17797986	0.12509816
	0.8	5.4670196	0.81455287	0.30187229	0.17607596	0.12409559
	0.9	4.7704521	0.76755980	0.29541565	0.17402735	0.12298374
	1.0	4.2136849	0.72666432	0.28905382	0.17184297	0.12176869
	1.1	3.7586349	0.69033804	0.28274804	0.16953300	0.12045677
	1.2	3.3799119	0.65755980	0.27647848	0.16710815	0.11905451
	1.25	3.2134600	0.64227081	0.27335426	0.16585607	0.11832157
	1.3	3.0599370	0.62762045	0.27023642	0.16457938	0.11756853
0.3	1.33..	2.9640548	0.61817928	0.26816136	0.16371525	0.11705576
	1.35	2.9179104	0.61355059	0.26712489	0.16327943	0.11679624
	1.4	2.7861522	0.60001130	0.26401986	0.16195758	0.11600552
	1.45	2.6636037	0.58695935	0.26092167	0.16061517	0.11519721
	1.5	2.5493472	0.57435717	0.25783086	0.15925350	0.11437213
	0.2	36.421395	4.2975166	0.86905616	0.36004875	0.22864982
	0.25	28.881945	3.6022524	0.80232159	0.35303596	0.22764492
	0.3	23.855852	3.1334026	0.75588169	0.34775289	0.22673057
	0.4	17.573822	2.5356521	0.69337310	0.33964462	0.22493371
	0.5	13.805392	2.1649689	0.65103933	0.33300931	0.22302750
	0.6	11.293921	1.9082504	0.61874406	0.32696375	0.22094582
	0.66..	10.038663	1.7752828	0.60054858	0.32307328	0.21945054
	0.7	9.5008460	1.7170202	0.59216463	0.32114733	0.21867020
	0.8	8.1568834	1.5670355	0.56915684	0.31539474	0.21620016
	0.9	7.1124278	1.4448240	0.54854327	0.30962679	0.21354325
	1.0	6.2777134	1.3422978	0.52962861	0.30380672	0.21071095
	1.1	5.5956135	1.2543060	0.51197946	0.29792029	0.20771674
	1.2	5.0280410	1.1774099	0.49531420	0.29196582	0.20457514
	1.25	4.7786322	1.1423480	0.48728887	0.28896460	0.20295371
	1.3	4.5486252	1.1092250	0.47944379	0.28594880	0.20130102
	1.33..	4.4049915	1.0881227	0.47430652	0.28393080	0.20018279
	1.35	4.3358710	1.0778460	0.471176428	0.28291972	0.19961895
	1.4	4.1385273	1.0480436	0.46423799	0.27987882	0.19790934
	1.45	3.9550057	1.0196732	0.45685452	0.27682762	0.19617402
	1.5	3.7839294	0.99260937	0.44960504	0.27376773	0.19441482

Im Falle symmetrischer Verteilungen $\eta(-\xi) = \eta(\xi)$ ist dabei für ungerade Potenzen von ξ stets der absolute Betrag von ξ einzusetzen. Die Integralwerte sind in der Arbeit [2] in einer Tabelle zusammengestellt. Für den hier zu behandelnden unsymmetrischen Fall $\eta(-\xi) \neq \eta(\xi)$ werden auch die Integralwerte der ungeraden Potenzen von ξ benötigt, wobei hier von ξ nicht der absolute Betrag genommen werden darf.

Deshalb sind in der vorliegenden Arbeit in Tabelle 1 die Größen

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^{2n+1}}{(x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2} d\xi$$

$$(n = 0, 1, 2, 3, 4)$$

x	y	$\int_{-1}^1 \frac{\xi d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^3 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^5 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^7 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^9 d\xi}{N}$
0.4	0.1	98.731567	17.079427	3.4609455	0.98833331	0.45575589
	0.15	65.221597	11.695064	2.5905123	0.84643170	0.43222556
	0.2	48.466927	8.9918659	2.1490249	0.77300804	0.41952206
	0.25	38.414462	7.3613372	1.8791323	0.72689447	0.41106314
	0.3	31.713168	6.2673121	1.6950557	0.69437459	0.40465882
	0.4	23.337543	4.8845210	1.4557004	0.64956376	0.39474442
	0.5	18.313500	4.0392364	1.3023355	0.61805774	0.38653375
	0.6	14.965514	3.4633650	1.1921187	0.59306086	0.37897720
	0.66..	13.292325	3.1695445	1.1331031	0.57851882	0.37408238
	0.7	12.575498	3.0420013	1.1067132	0.57169523	0.37165164
	0.8	10.784403	2.7176838	1.0369692	0.55254971	0.36436793
	0.9	9.3927507	2.4584809	0.97781734	0.53486279	0.35703989
	1.0	8.2808482	2.2452249	0.92622637	0.51819583	0.34963182
	1.1	7.3725217	2.0657093	0.88027508	0.50228455	0.34213449
	1.2	6.6169829	1.9117881	0.83868817	0.48696476	0.33455318
	1.25	6.2850798	1.8425901	0.81924553	0.47949253	0.33073497
	1.3	5.9790648	1.7778133	0.80058653	0.47213252	0.32690112
	1.33..	5.7880039	1.7368542	0.78854690	0.46728451	0.32433767
	1.35	5.6960716	1.7169961	0.78263988	0.46487741	0.32305394
	1.4	5.4336430	1.6597425	0.76534459	0.45772137	0.31919583
	1.45	5.1896605	1.6057106	0.74864809	0.45065972	0.31532927
	1.5	4.9622876	1.5546034	0.73250489	0.44368875	0.31145681
0.5	0.075	165.11994	42.687026	11.675423	3.5658436	1.3377822
	0.1	123.23225	32.200788	9.0453515	2.9047833	1.1711569
	0.15	81.344969	21.700683	6.4033802	2.2370778	1.0013426
	0.2	60.401880	16.437093	5.0706502	1.8965255	0.91310416
	0.25	47.836616	13.268425	4.2617726	1.6867946	0.85737125
	0.3	39.460387	11.147480	3.7149567	1.5424524	0.81779813
	0.4	28.991838	8.4779535	3.0148428	1.3518247	0.76265242
	0.5	22.713033	6.8576971	2.5776669	1.2265908	0.72324892
	0.6	18.529560	5.7630877	2.2725776	1.1341383	0.69152474
	0.66..	16.439219	5.2090046	2.1134971	1.0834936	0.67287854
	0.7	15.543799	4.9696964	2.0435142	1.0605438	0.66408438
	0.8	13.306925	4.3652896	1.8624575	0.99888603	0.63927745
	0.9	11.569580	3.8874957	1.7138466	0.94534981	0.61622465
	1.0	10.182131	3.4988727	1.5883463	0.89766863	0.59442807
	1.1	9.0493466	3.1755753	1.4800144	0.85441651	0.57359423
	0.05	298.33184	108.76634	40.431072	15.488036	6.2520290
	0.075	197.80117	72.558077	27.381511	10.781756	4.5534492
	0.1	147.53611	54.445605	20.846541	8.4207178	3.6990851
	0.15	97.271814	36.316896	14.291569	6.0440140	2.8344908
	0.2	72.140736	27.236854	10.994558	4.8401751	2.3918864
	0.25	57.063225	21.776803	9.0011943	4.1056732	2.1180306
	0.3	47.012729	18.127181	7.6600443	3.6060158	1.9285339
	0.4	34.452944	13.544866	5.9572468	2.9595515	1.6761170
	0.5	26.921515	10.775519	4.9090343	2.5491750	1.5082253
	0.6	21.905116	8.9142960	4.1896954	2.2577689	1.3829655
	0.66..	19.399554	7.9768923	3.8204568	2.1035926	1.3138095
	0.7	18.326568	7.5733535	3.6596249	2.0351933	1.2823568
	0.8	15.647240	6.5587199	3.2489968	1.8564090	1.1975558
	0.9	13.567855	5.7625828	2.9189899	1.7075205	1.1236823
	1.0	11.908809	5.1202063	2.6462789	1.5801935	1.0578410
	1.1	10.555775	4.5903487	2.4159865	1.4691197	0.993592916
0.6	0.02	875.16633	429.91520	212.11205	105.20189	52.567134
	0.05	347.37923	171.27527	85.350670	43.067239	22.106566
	0.075	230.09379	113.78554	57.157819	29.234906	15.316553
	0.1	171.45169	85.031331	43.045658	22.302248	11.907379
	0.15	112.81136	56.259310	28.903011	15.337378	8.4702717
	0.2	83.493656	41.856553	21.802435	11.823722	6.7243403
	0.25	65.905635	33.202514	17.519869	9.6915219	5.6554584
	0.3	54.182979	27.423668	14.647287	8.2508758	4.9256243
	0.4	39.537236	20.181202	11.020002	6.4094252	3.9762192
	0.5	30.759797	15.818691	8.8084182	5.2645690	3.3693928
	0.6	24.918305	12.899133	7.3083329	4.4713510	2.9363722
	0.66..	22.003353	11.434983	6.5469866	4.0612042	2.7067714
	0.7	20.755885	10.806491	6.2177812	3.8818615	2.6048767
	0.8	17.643956	9.2325719	5.3856133	3.4220458	2.3387607
	0.9	15.233174	8.0059957	4.7276933	3.0506483	2.1179012
	1.0	13.313809	7.0237832	4.1933839	2.7427962	1.9301614
	0.02	998.66827	639.51659	410.57740	264.22282	170.48327
	0.05	395.48398	253.45140	163.45464	106.02281	69.198858
	0.075	261.44492	167.64437	108.50473	70.820992	46.639817
	0.1	194.42739	124.73172	81.007943	53.189790	35.326395
	0.15	127.41561	81.803150	53.470393	35.501115	23.948067
	0.2	93.917620	60.325796	39.664451	26.603186	18.197661
	0.25	73.827141	47.431608	31.354534	21.225243	14.701958
	0.3	60.442008	38.831152	25.795367	17.610308	12.336543
	0.4	43.734196	28.076901	18.810966	13.033662	9.3097770
	0.5	33.739955	21.627790	14.592170	10.236765	7.4300905
	0.6	27.106943	17.337677	11.764813	8.3397136	6.1342084
	0.66..	23.806915	15.199665	10.347054	7.3788960	5.4690189
	0.7	22.397591	14.285819	9.7389011	6.9643565	5.1798115
	0.8	18.892379	12.010999	8.2184958	5.9206575	4.4448568
	0.9	16.190968	10.256278	7.0383831	5.1022052	3.8607450

x	y	$\int_{-1}^1 \frac{\xi d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^3 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^5 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^7 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^9 d\xi}{N}$
0.9	0.02	1118.5574	904.84101	733.13428	594.71302	482.92512
	0.05	439.98486	355.16910	287.84429	233.95634	190.63242
	0.075	289.20537	233.01665	188.85720	153.72005	125.57766
	0.1	213.83073	171.94427	139.34751	113.56326	92.990103
	0.15	138.49887	110.89387	89.822090	73.347993	60.303020
	0.2	100.89023	80.407252	65.062966	53.204034	43.884603
	0.25	78.383157	62.160322	50.227046	41.107929	33.995368
	0.3	63.435259	50.043116	40.364589	33.049717	27.386633
	0.4	44.896223	35.025247	28.127252	23.023276	19.128657
	0.5	33.941488	26.169367	20.905612	17.088042	14.214630
	0.6	26.781586	20.400763	16.203433	13.215786	10.995942
	0.66..	23.270924	17.583001	13.909280	11.324985	9.4204419
	0.7	21.785249	16.393703	12.941986	10.527641	8.7553426
	0.8	18.33254	13.481171	10.577073	8.5785777	7.1279861
	0.9	15.369114	11.290845	8.8041168	7.1185855	5.9079019
0.95	0.02	1170.6715	1053.6986	949.64695	856.60491	773.19992
	0.05	454.47713	407.31332	366.22888	329.98655	297.82127
	0.075	295.43266	263.76787	236.64269	212.97603	192.14266
	0.1	216.02222	192.09961	171.93405	154.52671	139.32543
	0.15	136.91133	120.72148	107.48203	96.284466	86.655616
	0.2	97.722687	85.395565	75.592896	67.459094	60.566005
	0.25	74.537046	64.529122	56.773352	50.451834	45.167501
	0.3	59.357263	50.899552	44.499558	39.369246	35.135411
	0.4	40.963306	34.457816	29.740763	26.071561	23.113239
	0.5	30.451570	25.136320	21.423181	18.610168	16.388127
	0.6	23.782874	19.277787	16.232676	13.979144	12.231004
0.96	0.02	1178.0231	1082.3141	995.62445	916.61828	844.40627
	0.05	454.37157	415.38411	380.93189	350.03693	322.13867
	0.075	293.76972	267.37589	244.50035	224.24996	206.14154
	0.1	213.67772	193.57645	176.47165	161.51614	148.26824
	0.15	134.12438	120.31447	108.95402	99.248788	90.803814
	0.2	94.970150	84.312110	75.806678	68.692749	62.603681
	0.25	71.992655	63.235840	56.436423	50.858360	46.155647
	0.3	57.077705	49.599460	43.935416	39.370399	35.575001
	0.4	39.202972	33.351536	29.108992	25.795244	23.107451
	0.5	29.108064	24.263948	20.880890	18.308954	16.266823
0.97	0.02	1182.0056	1108.1388	1040.1401	977.05835	918.32965
	0.05	451.04208	420.37771	392.98981	368.08525	345.24841
	0.075	289.08124	268.01267	249.62311	233.15887	218.24083
	0.1	208.55485	192.28624	178.38405	166.11720	155.12714
	0.15	129.11472	117.66066	108.23466	100.13389	93.024843
	0.2	90.524596	81.501430	74.313570	68.277866	63.077527
	0.25	68.193235	60.652349	54.814097	50.011503	45.940943
	0.3	53.877957	47.346492	42.416349	38.434895	35.109755
	0.4	36.944961	31.722239	27.948485	24.996810	22.594048
	0.5	27.484593	23.092774	20.034539	17.706506	15.852048
0.98	0.02	1177.6748	1126.1254	1078.0903	1032.8506	990.03748
	0.05	440.06590	417.77053	397.79188	379.46198	362.46051
	0.075	277.58961	261.80751	248.05383	235.67508	224.36444
	0.1	197.58147	185.07360	174.43603	165.02467	156.54123
	0.15	120.06111	110.87638	103.37842	96.936850	91.265358
	0.2	83.405430	75.938295	70.043347	65.101448	60.835616
	0.25	62.641622	56.250119	51.345832	47.319905	43.903528
	0.3	49.517944	43.878520	39.657492	36.255816	33.412196
	0.4	34.145751	29.515097	26.192554	23.597994	21.483918
0.99	0.02	1141.2987	1112.2088	1085.1169	1059.4276	1034.8703
	0.05	403.52023	389.34973	376.84211	365.41085	354.79363
	0.075	246.74395	235.97000	226.76314	218.54075	211.04404
	0.1	172.52624	163.51687	156.01381	149.43777	143.53291
	0.15	103.77074	96.654588	90.961077	86.117314	81.872779
	0.2	72.471243	66.413292	61.715916	57.812661	54.458129
	0.25	55.017169	49.666017	45.623680	42.330330	39.545647
	0.3	43.926284	39.097714	35.532793	32.678485	30.299495
1.0	0.02	621.13392	611.75296	603.68993	596.41171	589.68991
	0.05	245.05909	237.49327	231.22308	225.71628	220.74520
	0.075	161.68874	154.91944	149.42780	144.68267	140.45727
	0.1	120.08852	113.88026	108.93221	104.71453	101.00151
	0.15	78.606066	73.180372	68.981278	65.482216	62.460031
1.001	0	992.89835	983.65591	975.70718	968.52350	961.87916
1.0012		826.41385	817.52924	809.93213	803.09477	796.79201
1.0015		659.97010	651.52192	644.35239	637.93513	632.04583
1.0018		549.04109	540.94804	534.12527	528.04775	522.49196
1.002		493.59075	485.70225	479.07867	473.19586	467.83083
1.0025		393.81351	386.35638	380.15138	374.67656	369.71026
1.003		327.32880	320.22197	314.35526	309.20887	304.56243
1.0035		279.86352	273.05117	267.46751	262.59492	258.21427
1.004		244.28240	237.72369	232.38280	227.74421	223.59004
1.005		194.50479	188.36660	183.42579	179.17099	175.38673
1.006		161.35303	155.55489	150.93514	146.98644	143.49568
1.008		119.97256	114.70337	110.57793	107.09675	104.05120
1.01		95.194208	90.327808	86.573987	83.440769	80.723762

Tabelle 1a

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi/|\xi|}{N} d\xi \quad \text{in Abhängigkeit von } x \text{ und } y \text{ für Zylinder}$$

$$N = (x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2$$

x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi/ \xi }{N} d\xi$	x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi/ \xi }{N} d\xi$	x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi/ \xi }{N} d\xi$
0	beliebig	0	0,3	0,8	3,2791685	0,5	0,8	7,3595572
0,1	0,4	1,2055432		0,9	2,9354522		0,9	6,4618096
	0,5	1,0500290		1,0	2,6556482		1,0	5,7401313
	0,6	0,93822806		1,1	2,4226015		1,1	5,1468813
	0,66	0,87861028		1,2	2,2248675	0,6	0,05	179,75188
	0,7	0,85206580		1,25	2,1366656		0,075	119,42392
	0,8	0,78244459		1,3	2,0545155		0,1	89,255412
	0,9	0,72426088		1,33	2,0027873		0,15	59,078208
	1,0	0,67441279		1,35	1,9777699		0,2	43,981332
	1,1	0,63089451		1,4	1,9058736		0,25	34,916996
	1,2	0,59234327		1,45	1,8383473		0,3	28,869267
	1,25	0,57461776		1,5	1,7747755		0,4	21,299715
	1,3	0,55779509	0,4	0,1	40,547968		0,5	16,748735
	1,33	0,54704108		0,15	27,125017		0,6	13,708304
	1,35	0,54179423		0,2	20,404454		0,66	12,185406
	1,4	0,52654480		0,25	16,365041		0,7	11,532080
	1,45	0,51169012		0,3	13,666364		0,8	9,8968462
	1,5	0,49784425		0,4	10,280595		0,9	8,6229953
0,2	0,3	4,0936934		0,5	8,2365182		1,0	7,6027190
	0,4	3,2212427		0,6	6,8639162		1,1	6,7673718
	0,5	2,6851724		0,66	6,1729482	0,7	0,02	613,05533
	0,6	2,3179095		0,7	5,8755438		0,05	243,59283
	0,66	2,1296033		0,8	5,1277692		0,075	161,48359
	0,7	2,0476208		0,9	4,5407878		0,1	120,42484
	0,8	1,8385741		1,0	4,0667078		0,15	79,358515
	0,9	1,6701923		1,1	3,6750432		0,2	58,818631
	1,0	1,5310748		1,2	3,3454612		0,25	46,490135
	1,1	1,4133717		1,25	3,1993738		0,30	38,267994
	1,2	1,3119710		1,3	3,0638764		0,4	27,985183
	1,25	1,2662307		1,33	2,9788538		0,5	21,812494
	1,3	1,2233224		1,35	2,9378201		0,6	17,697197
	1,33	1,1961449		1,4	2,8202195		0,66	15,640422
	1,35	1,1829554		1,45	2,7102244		0,7	14,759387
	1,4	1,1448798		1,5	2,6070978		0,8	12,558952
	1,45	1,1088795	0,5	0,075	83,512117		0,9	10,851242
	1,5	1,0747667		0,1	62,558726		1,0	9,4893303
0,3	0,2	11,962373		0,15	41,596220	0,8	0,02	798,87516
	0,25	9,6821061		0,2	31,106119		0,05	316,31646
	0,3	8,1561115		0,25	24,805238		0,075	209,07616
	0,4	6,2359650		0,3	20,599181		0,1	155,45338
	0,5	5,0709521		0,4	15,329935		0,15	101,82765
	0,6	4,2840715		0,5	12,156773		0,2	75,013534
	0,66	3,8857759		0,6	10,032473		0,25	58,926899
	0,7	3,7137429		0,66	8,9662519		0,3	48,205685
				0,7	8,5082115		0,4	34,816521

für die verschiedenen Werte x, y zusammengestellt. Um den Zylinderquerschnitt bei bekannter Dipolverteilung zu berechnen, ist zuerst der Korrekturfaktor κ aus der Gl. (1) zu ermitteln, indem $x = 0$ und $y = 1$ gesetzt werden. Mit Hilfe der Tabelle 1 und der Integraltafel in [2] wird der Wert des Integrals und damit κ bestimmt.

Die Integraltabellen sind aufgestellt für das Verhältnis $L/B = 8$. In [2] ist gezeigt, wie sie für die Verhältnisse $L/B \neq 8$ benutzt werden können.

Nachdem der Koeffizient κ bekannt ist, erfolgt die Ermittlung der Ordinaten des Zylinderquerschnitts. Zu jedem Wert x werden einige Werte y angenommen, und zwar so, daß der mutmaßliche Konturwert y^* dazwischen liegt. Für diese Wertpaare $(x, y_1), (x, y_2), \dots$ wird dann mit Hilfe der in den Tab. 1 und in der Arbeit [2] tabellierten Integralwerte das Integral in Gl. (1) berechnet und mit dem Vorfaktor $\frac{\kappa}{\pi} \frac{1}{L/B}$ multipliziert. Die so erhaltenen Ergeb-

nisse werden als Funktionen von y mit x als Parameter aufgetragen. Die Schnittpunkte y^* dieser Kurven mit der Geraden

$$\frac{\kappa}{\pi} \frac{1}{L/B} \int_{-1}^{+1} \frac{\eta(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2} = 1$$

sind Punkte des gesuchten Zylinderquerschnitts.

b) Rotationskörper

Wie bereits vorher erwähnt, ist der Rotationskörper durch seine Kontur in der xz -Ebene vollständig bestimmt. Die Gleichung dieser Kontur bei einer Dipolverteilung $\eta(\xi)$ in normierter, dimensionsloser Form lautet:

$$\frac{\kappa}{2} \frac{1}{(L/B)^2} \int_{-1}^{+1} \frac{\eta(\xi) d\xi}{\left[(x-\xi)^2 + \left(\frac{z}{L/B}\right)^2\right]^{3/2}} = 1 \quad (2)$$

Tabelle 1a (Fortsetzung)

x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi/ \xi }{N} d\xi$	x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi/ \xi }{N} d\xi$
0,8	0,5	26,802368	0,98	0,02	1151,3852
	0,6	21,481012		0,05	428,55633
	0,66	18,832962		0,075	269,37366
	0,7	17,702026		0,1	191,02302
	0,8	14,889412		0,15	115,18813
	0,9	12,722518		0,2	79,406375
0,9	0,02	1005,7868	0,99	0,02	1126,4379
	0,05	395,06151		0,05	396,16159
	0,075	259,35285		0,075	241,09582
	0,1	191,50960		0,1	167,76823
	0,15	123,70189		0,15	99,970259
	0,2	89,849003		0,2	69,208099
	0,25	69,591168	1,0	0,25	52,114402
	0,3	56,139912		0,3	41,290986
	0,4	39,467000		0,02	616,21797
	0,5	29,628889		0,05	241,05356
	0,6	23,212373		0,075	158,08379
	0,66	20,073381		0,1	116,76637
	0,7	18,747065		0,15	75,679655
	0,8	15,493922	1,001	0	988,05510
	0,9	13,040819		1,0012	821,75038
0,95	0,02	1110,4093		1,0015	655,52608
	0,05	430,01972		1,0018	544,77578
	0,075	278,92769		1,002	489,42849
	0,1	203,49170		1,0025	389,86874
	0,15	128,35418		1,003	323,56089
	0,2	91,153822		1,0035	276,24447
	0,25	69,164503		1,004	240,79173
	0,3	54,786310		1,005	191,22733
	0,4	37,405705		1,006	158,24835
	0,5	27,515420		1,008	117,13743
0,96	0,6	21,272317		1,01	92,565101
	0,02	1128,9215	0,97	0,02	1144,2463
	0,05	434,21476		0,05	435,21822
	0,075	280,04247		0,075	278,13255
	0,1	203,16505		0,1	200,04671
	0,15	126,82935		0,15	123,05807
	0,2	89,290473		0,2	85,708876
	0,25	67,289786		0,25	64,136411
	0,3	53,033556		0,3	50,339578
	0,4	36,000565		0,4	34,081990
	0,5	26,430195		0,5	25,053391

Die Bedeutung der einzelnen Größen ist die gleiche wie im Falle der Zylinder, nur daß hierbei an Stelle der y-Ordinate die z-Ordinate steht; die Bestimmung der Konturpunkte erfolgt völlig analog. Die entsprechenden Literaturhinweise beziehen sich im Falle der Rotationskörper auf die Arbeiten [1; 3]. Hinsichtlich der Länge ist allerdings zu beachten, daß die Abweichung der Länge L^* des Rotationskörpers von der Länge L der Dipolverteilung auch im Rahmen unserer Rechengenauigkeit bemerkbar und deshalb genau zu ermitteln ist. Es gilt stets $L < L^*$.

Die Integralwerte

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^{2n+1}}{\left[(x-\xi)^2 + \left(\frac{z}{L/B} \right)^2 \right]^{3/2}} d\xi \quad (n = 0, 1, 2, 3, 4)$$

für den Fall der Unsymmetrie sind in Tab. 2 der vorliegenden Veröffentlichung gebracht, die Integrale für symmetrische Verteilungen in [1] und in erweiterter Form in [3].

Es ist noch zu beachten, daß die Integrale für den unsymmetrischen Fall in den Tabellen 1 und 2 antisymmetrische Funktionen von x sind; das bedeutet, daß die in den Ta-

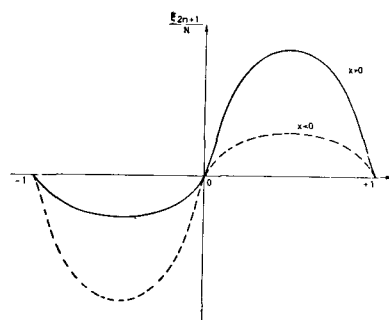


Abb. 2: Schematischer Verlauf der Funktionen $\frac{\xi^{2n+1}}{N}$ ($n=0,1,2,3,4$)

Für Zylinder: $N = (x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B} \right)^2$,

für Rotationskörper: $N = \left[(x-\xi)^2 + \left(\frac{z}{L/B} \right)^2 \right]^{3/2}$

bellern für $x > 0$ positiven Werte für $x < 0$ mit negativen Vorzeichen zu versehen sind. Der Verlauf der Funktionen unter dem Integralzeichen ist in Abb. 2 schematisch dargestellt; es handelt sich um keine maßstäbliche Zeichnung, durch die ja ein spezieller Fall dargestellt würde, sondern um die Aufzeichnung der allgemein gültigen Tendenz des Kurvenverlaufes für beliebige Werte n , x und y , bzw. z , da diese

Tabelle 1b

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^3}{N} d\xi \quad \text{in Abhängigkeit von } x \text{ und } y \text{ für Zylinder}$$

$$N = (x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2$$

x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^3}{N} d\xi$	x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^3}{N} d\xi$	x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^3}{N} d\xi$
0	beliebig	0	0,3	0,8	0,88137030	0,5	0,8	2,7641890
0,1	0,4	0,21119495		0,9	0,83384843		0,9	2,5020666
	0,5	0,20657238		1,0	0,79231948		1,0	2,2853123
	0,6	0,20222146		1,1	0,75525637		1,1	2,1020009
	0,66..	0,19939019		1,2	0,72164404	0,6	0,05	66,124214
	0,7	0,19798581		1,25	0,70590419		0,075	44,388879
	0,8	0,19379680		1,3	0,69078197		0,1	33,511112
	0,9	0,18962381		1,33..	0,68101518		0,15	22,613594
	1,0	0,18545442		1,35	0,67622051		0,2	17,145648
	1,1	0,18128555		1,4	0,66217113		0,25	13,850070
	1,2	0,17711896		1,45	0,64859188		0,3	11,641126
	1,25	0,17503783		1,5	0,63544641		0,4	8,8545275
	1,3	0,17295903	0,4	0,1	7,4687555		0,5	7,1572231
	1,33..	0,17157481		0,15	5,3056860		0,6	6,0063016
	1,35	0,17088328		0,2	4,2151302		0,66..	5,4219005
	1,4	0,16881138		0,25	3,5536938		0,7	5,1690457
	1,45	0,16673385		0,3	3,1069142		0,8	4,5290535
	1,5	0,16467552		0,4	2,5356391		0,9	4,0216120
0,2	0,3	0,59001148		0,5	2,1796295		1,0	3,6069487
	0,4	0,54655341		0,6	1,9316724		1,1	3,2629823
	0,5	0,51642040		0,66..	1,8025755	0,7	0,02	301,80541
	0,6	0,49293825		0,7	1,7458271		0,05	120,74045
	0,66..	0,47950194		0,8	1,5991283		0,075	80,483666
	0,7	0,47326059		0,9	1,4788196		0,1	60,341931
	0,8	0,45597536		1,0	1,3772484		0,15	40,174486
	0,9	0,44030698		1,1	1,2895437		0,2	30,066262
	1,0	0,42579729		1,2	1,2124572		0,25	23,982876
	1,1	0,41216049		1,25	1,1771640		0,3	19,912856
	1,2	0,39921072		1,3	1,1437370		0,4	14,795655
	1,25	0,39295274		1,33..	1,1223973		0,5	11,697286
	1,3	0,38682307		1,35	1,1119924		0,6	9,6117801
	1,33..	0,38280304		1,4	1,0817723		0,66..	8,5605095
	1,35	0,38081198		1,45	1,0529402		0,7	8,1078246
	1,4	0,37491131		1,5	1,0253779		0,8	6,9695847
	1,45	0,36911413	0,5	0,075	22,116223		0,9	6,0769819
	1,5	0,36341458		0,1	16,865882		1,0	5,3578102
0,3	0,2	1,7662492		0,15	11,601512	0,8	0,02	512,26602
	0,25	1,5522311		0,2	8,9555686		0,05	203,39192
	0,3	1,4061181		0,25	7,3572606		0,075	134,72843
	0,4	1,2158350		0,3	6,2829909		0,1	100,38086
	0,5	1,0936406		0,4	4,9211762		0,15	66,004266
	0,6	1,0056319		0,5	4,0847375		0,2	48,790219
	0,66..	0,95842346		0,6	3,5118793		0,25	38,444253
	0,7	0,93729148		0,66..	3,2182289		0,3	31,534796
				0,7	3,0903994		0,4	22,877654

Tendenz für Zylinder und Rotationskörper gleichermaßen gilt. Für $x = 0$ ist auch die Funktion unter dem Integralzeichen antisymmetrisch, d. h., der negative Flächeninhalt ist absolut gleich dem positiven Flächeninhalt und folglich der Gesamtwert des Integrals gleich Null. Mit wachsendem x verringert sich der Anteil der negativen Fläche immer mehr, und man erhält positive Integrale, die für $x = 1$ schon sehr nahe an die entsprechenden Integralwerte des symmetrischen Falles herankommen, für den ja der Absolutwert $|\xi|^{2n+1}$ genommen wird. Das Analoge gilt für $x < 0$, nur daß die negative und die positive Fläche gegenüber dem Fall $x > 0$ miteinander vertauscht sind und sich folglich bei Anwachsen des Betrages von x der positive Flächeninhalt verringert. Die Gesamtwerte sind negativ.

Allgemein ausgedrückt:

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^{2n+1}}{N(x)} d\xi = - \int_{-1}^{+1} \frac{\xi^{2n+1}}{N(-x)} d\xi \quad (3)$$

Hierbei ist für Zylinder der in Gl. (1) angegebene Nenner einzusetzen, für Rotationskörper der Nenner aus Gl. (2)

Beispiel für den Fall einer unsymmetrischen Dipolverteilung

Gegeben ist die Dipolverteilung

$$\eta = 1 - 1,5 \xi^2 + 0,5 \xi^3 + 0,5 \xi^4 - 0,5 \xi^5 \quad (4)$$

Wie ersichtlich, handelt es sich um eine zur η -Achse unsymmetrische Verteilung. Folglich wird auch der durch diese Verteilung erzeugte Zylinder unsymmetrisch zur y -Achse sein. Das Entsprechende gilt für die Erzeugung eines Rotationskörpers. Die Berechnung der Körperkontur erfolgt für $L/B = 8$ nach der von Amtsberg in [1] entwickelten Methode, die auch in den Arbeiten [2; 3] für Zylinder und Rotationskörper dargestellt ist. Hier soll noch einmal ein kurzer Überblick gegeben werden.

Zuerst wird der Korrekturfaktor κ bestimmt (wie im vorhergehenden Abschnitt angegeben). Dann werden die folgenden Ausdrücke gebildet:

Tabelle 1b (Fortsetzung)

x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{ \xi ^3}{N} d\xi$	x	y	$\int_{-1}^{+1} \frac{ \xi ^3}{N} d\xi$
0,8	0,5	17,670280	0,98	0,02	1101,7269
	0,6	14,195394		0,05	407,54668
	0,66..	12,459189		0,075	254,73125
	0,7	11,715989		0,1	179,57455
	0,8	9,8626601		0,15	106,96917
	0,9	8,4294245		0,2	72,846159
0,9	0,02	814,34214	0,99	0,02	1098,4629
	0,05	319,61102		0,05	382,93724
	0,075	209,65326		0,075	231,21960
	0,1	154,66886		0,1	159,62576
	0,15	99,688797		0,15	93,678278
	0,2	72,221024		0,2	63,942366
	0,25	55,773550	1,0	0,25	47,528619
	0,3	44,847058		0,3	37,204190
	0,4	31,300098		0,02	607,60187
	0,5	23,311143		0,05	234,24133
	0,6	18,109993		0,075	152,05895
	0,66..	15,571618		0,1	111,29365
	0,7	14,500977		0,15	70,972213
	0,8	11,881775			
	0,9	9,9157721			
0,95	0,02	1000,1960			
	0,05	386,10568			
	0,075	249,72216			
	0,1	181,62616			
	0,15	113,80599			
	0,2	80,248182			
	0,25	60,436689			
	0,3	47,507276			
	0,4	31,937379			
	0,5	23,138392			
0,96	0,02	1037,9417			
	0,05	397,66775			
	0,075	255,56950			
	0,1	184,71767			
	0,15	114,39278			
	0,2	79,852830			
	0,25	59,652279			
	0,3	46,600057			
	0,4	31,086102			
	0,5	22,444588			
0,97	0,02	1073,4800			
	0,05	406,33806			
	0,075	258,54433			
	0,1	185,09920			
	0,15	112,75216			
	0,2	77,734779			
	0,25	57,575989			
	0,3	44,735862			
	0,4	29,707042			
	0,5	21,448974			

Zur Berechnung der vorgenannten Integralausdrücke steht für Zylinder für „gerade“ Potenzen von ξ , zu denen auch die ungeraden Potenzen von $|\xi|$ gehören, die Tab. in [2] zur Verfügung, für ungerade Potenzen die hier veröffentlichten Tab. 1 und 1a.

Für unsymmetrische Verteilungen, wie in dem vorliegenden Beispiel, ist die Rechnung nicht nur für $x \geq 0$ durchzuführen wie im Falle der Symmetrie, sondern auch für $x < 0$.

In Tabelle 3 ist der Rechnungsgang für den Zylinder skizziert, der durch die in (3) gegebene Verteilung erzeugt wird; Abb. 3 zeigt die graphische Ermittlung der Konturpunkte y^* . In den Abbildungen 4 und 5 ist der Zylinderquerschnitt gezeichnet; Abb. 4 zeigt den Teil für $x > 0$ und Abb. 5 den Teil für $x < 0$, der an der y -Achse gespiegelt und somit über positiven x -Werten aufgetragen ist. Zum Vergleich hiermit sind die Zylinderquerschnitte berechnet, die sich für die symmetrischen Verteilungen

$$\eta_v = 1 - 1,5 \xi^2 + 0,5 |\xi|^3 + 0,5 \xi^4 - 0,5 |\xi|^5 \quad (4a)$$

$$\eta_h = 1 - 1,5 \xi^2 - 0,5 |\xi|^3 + 0,5 \xi^4 + 0,5 |\xi|^5 \quad (4b)$$

ergeben.

(4a) gibt dabei die Verteilung, die dem unsymmetrischen Fall für $0 \leq \xi \leq 1$ entspricht, nun aber als symmetrisch für das Intervall $-1 \leq \xi \leq +1$ angenommen ist.

Der sich hieraus ergebende Querschnitt K_2 ist in Abb. 4 mit dem Querschnitt K_1 des unsymmetrischen Falles im vorderen Bereich für $x \geq 0$ verglichen.

Die in $-1 \leq \xi \leq +1$ symmetrische Verteilung (4b) ist gleich der unsymmetrischen Verteilung (4) im Bereich $-1 \leq \xi \leq 0$. Der dieser symmetrischen Verteilung entsprechende Zylinderschnitt K_3 ist in Abb. 5 mit dem Querschnitt K_1 der unsymmetrischen Verteilung im hinteren Bereich für $x < 0$ verglichen. Der Vergleich der Kurven K_1 und K_2 in den Abbildungen 4 und 5 zeigt, daß nur geringe Abweichungen auftreten; an den Enden herrscht völlige Übereinstimmung; nur im mittleren Bereich läßt sich ein Unterschied der Kurven feststellen, der sich für $|x| \rightarrow 1$ verringert.

Selbstverständlich ergibt sich auch für $x = 0$ keine Differenz, da der Konturverlauf stetig ist. Hieraus erkennt man, daß zumindest bei diesem Beispiel die gegenseitige Wirkung der unterschiedlichen Verteilung im vorderen und hinteren Bereich aufeinander, bzw. der wechselseitige Einfluß der unterschiedlichen Querschnittsform für $x < 0$ und $x > 0$, von sehr geringer Bedeutung ist.

Es wurde auch der Rotationskörper für die unsymmetrische Verteilung (4) bestimmt. Die Rechnung erfolgte völlig analog. Der Vergleich dieses Körpers mit dem aus den sym-

mit
$$C^* = \frac{\pi}{\pi} \frac{1}{L/B}$$

und
$$N = (x - \xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2 \text{ für Zylinder}$$

und
$$C^* = \frac{\pi}{2} \frac{1}{(L/B)^2}$$

$$N = \left[(x - \xi)^2 + \left(\frac{z}{L/B}\right)^2 \right]^{3/2} \text{ für Rotationskörper,}$$

und über y bzw. z mit x als Parameter aufgezeichnet. Die Schnittpunkte der Kurven mit der Achse

$$C^* \int_{-1}^{+1} \frac{\eta(\xi) d\xi}{N} = 1$$

ergeben die Konturpunkte y^* für die Zylinder, bzw. z^* für die Rotationskörper.

T a b e l l e 2

Integralwerte zur Berechnung von Rotationskörpern für den Fall der Unsymmetrie
Zu beachten: Für $x > 0$ sind die Integralwerte positiv,
für $x < 0$ negativ.

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^{2n+1}}{N} d\xi \quad \text{in Abhängigkeit von } x \text{ und } z$$

$$0 \leq n \leq 4$$

$$N = \left[(x-\xi)^2 + \left(\frac{z}{L/B} \right)^2 \right]^{3/2}$$

x	z	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi d\xi}{N}$	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^3 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^5 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^7 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^{+1} \frac{\xi^9 d\xi}{N}$
0	beliebig	0	0	0	0	0
0.1	0.3	141.91770	2.9991440	0.35173902	0.15950439	0.10461368
	0.4	79.695909	2.2051593	0.33606576	0.15830501	0.10414493
	0.5	50.896457	1.7843593	0.32449150	0.15693064	0.10355143
	0.6	35.252680	1.5198456	0.31461710	0.15536888	0.10283729
	0.66..	28.497635	1.3900871	0.30852615	0.15422573	0.10229653
	0.7	25.820359	1.3345832	0.30557667	0.15362462	0.10200734
	0.8	19.698812	1.1950317	0.29699647	0.15170842	0.10106699
	0.9	15.502296	1.0844082	0.28869739	0.14963303	0.10002205
	1.0	12.500955	0.99341521	0.28058862	0.14741208	0.098878663
	1.1	10.280704	0.91648500	0.27262346	0.14505944	0.097643239
	1.2	8.5924241	0.85007149	0.26477869	0.14258887	0.096322353
	1.25	7.8962461	0.82003488	0.26089795	0.14131359	0.095631950
	1.3	7.2789472	0.79180063	0.25704417	0.14001388	0.094922697
	1.33..	6.9054877	0.77388518	0.25448989	0.13913463	0.094439805
	1.35	6.7290641	0.76518099	0.25321722	0.13869135	0.094195437
	1.4	6.2371433	0.74001622	0.24941720	0.13734760	0.093451014
	1.45	5.7953325	0.71616936	0.24564442	0.13598419	0.092690270
0.2	1.5	5.3970659	0.69352220	0.24189930	0.13460265	0.091914044
	1.55	5.0368192	0.67197203	0.23818239	0.13320449	0.091123171
	1.6	4.7099173	0.65142909	0.23449431	0.13179116	0.090318478
	1.7	4.1408142	0.61305852	0.22720727	0.12892467	0.088670907
	0.3	283.80336	14.468562	1.3872804	0.41794423	0.24691235
	0.4	159.35990	9.1474527	1.1351209	0.40277997	0.24486147
	0.5	101.76116	6.5780997	0.99927600	0.39213618	0.24268791
	0.6	70.473810	5.1107055	0.91130001	0.38317710	0.24028891
	0.66..	56.963874	4.4460839	0.86665483	0.37762124	0.23855091
	0.7	51.609404	4.1745458	0.84710856	0.37491081	0.23763988
	0.8	39.366580	3.5284975	0.79634393	0.36692430	0.23474159
	0.9	30.973853	3.0558489	0.75390379	0.35902898	0.23160494
	1.0	24.971503	2.6942121	0.71701532	0.35113640	0.22824548
	1.1	20.531365	2.4076048	0.68405536	0.34320746	0.22468098
	1.2	17.155197	2.1739857	0.65401694	0.33522906	0.22093028
	1.25	15.763047	2.0724073	0.63987931	0.33122131	0.21899111
	1.3	14.528662	1.9791748	0.62624544	0.32720236	0.21701261
	1.33..	13.781888	1.9211234	0.61741120	0.32451750	0.21567294
0.3	1.35	13.429114	1.8932246	0.61306571	0.32317356	0.21499717
	1.4	12.445497	1.8136697	0.60029860	0.31913653	0.21294716
	1.45	11.562106	1.7397648	0.58790917	0.31509307	0.21086495
	1.5	10.765809	1.6708794	0.57586773	0.31104511	0.20875285
	1.55	10.045556	1.6064761	0.56414899	0.30699470	0.20661315
	1.6	9.3919989	1.5460948	0.55273119	0.30294392	0.20444810
	1.7	8.2542995	1.4358640	0.53072577	0.29484973	0.20005071
	0.3	425.61488	42.863783	5.4687142	1.2019316	0.53235620
	0.4	238.95011	25.549376	3.7919341	1.0285373	0.51127425
	0.5	152.55252	17.376102	2.9610275	0.93358457	0.49693736
	0.6	105.62213	12.829261	2.4710058	0.87054711	0.48508047
	0.66..	85.357709	10.819693	2.2419983	0.83773154	0.47777945
	0.7	77.326263	10.011128	2.1465291	0.82312669	0.47422479
	0.8	58.962871	8.1249128	1.9132251	0.78436211	0.46376042
	0.9	46.374723	6.7876811	1.7349492	0.75085865	0.45341197
	1.0	37.372237	5.7963665	1.5923035	0.72079748	0.44305251
	1.1	30.713158	5.0348770	1.4740579	0.69313422	0.43262774
	1.2	25.650118	4.4327761	1.3733084	0.66723705	0.42212136
	1.25	23.562529	4.1768061	1.3280372	0.65482024	0.41683843
	1.3	21.711606	3.9452118	1.2855988	0.64270819	0.41153779
	1.33..	20.591892	3.8026956	1.2587122	0.63478847	0.40799531
	1.35	20.062957	3.7346775	1.2456576	0.63087234	0.40622173
	1.4	18.588223	3.5424537	1.2079333	0.61928932	0.40089287
	1.45	17.263843	3.3662439	1.1721899	0.60793998	0.39555411
	1.5	16.070121	3.2041161	1.1382275	0.59680851	0.39020855
	1.55	14.990481	3.0544350	1.1058754	0.58588183	0.38485936
	1.6	14.010898	2.9158079	1.0749873	0.57514905	0.37950980
	1.7	12.305895	2.6671112	1.0171135	0.55423031	0.36882268

x	z	$\int_{-1}^1 \frac{\xi d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^3 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^5 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^7 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^9 d\xi}{N}$
0.4	0.3	567.28358	96.602247	18.302295	4.2872040	1.4674946
	0.4	318.39830	56.095674	11.552572	3.1289610	1.2590191
	0.5	203.20291	37.135921	8.3071115	2.5441362	1.1439664
	0.6	140.63074	26.695375	6.4606328	2.1909526	1.0667345
	0.66..	113.61279	22.126187	5.6265190	2.0220357	1.0261006
	0.7	102.90488	20.299346	5.2861509	1.9505738	1.0078994
	0.8	78.422586	16.073238	4.4772055	1.7725395	0.95920142
	0.9	61.640874	13.118449	3.8858512	1.6323123	0.91663945
	1.0	49.640285	10.959845	3.4332459	1.5167252	0.87808990
	1.1	40.764464	9.3266747	3.0740743	1.4181618	0.84234892
	1.2	34.016902	8.0552485	2.7806829	1.3319476	0.80870019
	1.25	31.235101	7.5211681	2.6528551	1.2924863	0.79251512
	1.3	28.768900	7.0417352	2.5353527	1.2550715	0.77670191
	1.33..	27.277103	6.7486460	2.4620918	1.2311520	0.76635092
	1.35	26.572442	6.6093164	2.4268541	1.2194772	0.76122983
	1.4	24.607910	6.2175962	2.3262595	1.1855147	0.74607418
	1.45	22.843890	5.8613107	2.2326466	1.1530256	0.73121495
	1.5	21.254115	5.5360429	2.1452365	1.1218757	0.71663593
0.5	1.55	19.816485	5.2380628	2.0633672	1.0919504	0.70232388
	1.6	18.512296	4.9642016	1.9864725	1.0631517	0.68826799
	1.7	16.242888	4.4783917	1.8457241	1.0086057	0.66089059
	0.3	708.67631	184.01308	50.567050	15.190126	5.3097192
	0.4	297.57264	105.38279	30.397217	9.9286524	3.9070425
	0.5	253.58213	68.729084	20.833910	7.3610211	3.1903839
	0.6	175.37140	48.644422	15.484935	5.8736214	2.7514272
	0.66..	141.60236	39.897500	13.108373	5.1900103	2.5387742
	0.7	128.21929	36.411493	12.148908	4.9079897	2.4481148
	0.8	97.622320	28.381695	9.9007164	4.2281188	2.2201098
	0.9	76.651716	22.808137	8.2953009	3.7197691	2.0380762
	1.0	61.658103	18.768405	7.0963780	3.3218859	1.8862796
	1.1	50.570984	15.737658	6.1686857	2.9992677	1.7556244
	0.3	849.48921	313.20263	119.43289	47.541120	20.115241
	0.4	476.17359	177.79200	69.814807	29.160454	13.220081
	0.5	303.39609	114.81253	46.469878	20.347634	9.8205399
	0.6	209.55651	80.402585	33.536607	15.353087	7.8282151
	0.66..	169.04366	65.460415	27.844477	13.106455	6.9031242
0.6	0.7	152.98930	59.516844	25.560669	12.192448	6.5191847
	0.8	116.29013	45.862330	20.253895	10.029671	5.5869564
	0.9	91.144271	36.427961	16.517612	8.4613464	4.8828540
	1.0	73.172279	29.624904	13.769761	7.2725580	4.3272083
	1.1	59.589355	24.549816	11.677887	6.3397728	3.8739282
	0.3	988.87109	491.60014	249.68275	129.78698	69.348778
	0.4	553.36927	277.03874	143.19444	76.532113	42.496155
	0.5	351.83688	177.40465	93.341008	51.273070	29.522452
	0.6	242.40621	123.08244	65.896905	37.152837	22.111435
	0.66..	195.17752	99.546392	53.896827	30.888622	18.756784
	0.7	176.46659	90.198940	49.103193	28.363390	17.387429
	0.8	133.71198	68.771651	38.031644	22.462210	14.135886
	0.9	104.44088	54.025487	30.318407	18.272939	11.768881
	1.0	83.542956	43.441504	24.712473	15.170010	9.9718694
	0.3	1123.5516	723.80107	472.84445	313.03282	210.08388
	0.4	626.02684	404.13966	266.33773	178.89039	122.45228
	0.5	395.93698	255.97815	170.08961	115.81338	80.738709
	0.6	271.13917	175.42691	117.43662	80.963670	57.377398
	0.66..	217.35478	140.64179	94.572165	65.695383	47.018293
0.7	0.7	196.06976	126.85987	85.482744	59.593076	42.848019
	0.8	147.51357	95.378461	64.634045	45.502959	33.133015
	0.9	114.37556	73.854127	50.288700	35.708820	26.288239
	0.02	287945.43	233244.87	188958.20	153097.74	124056.80
	0.05	46025.553	37284.855	30221.272	24508.958	19886.770
	0.075	20425.740	16546.867	13419.416	10894.239	8853.0725
	0.1	11465.999	9287.9929	7536.8664	6125.7089	4986.4988
	0.15	5066.7257	4102.5851	3332.7572	2715.3215	2218.4550
	0.2	2827.7054	2287.6874	1860.0390	1518.9704	1245.5504
	0.25	1792.1056	1447.9698	1177.9433	963.93413	793.11073
	0.3	1230.2890	992.28929	807.39296	661.84343	546.20871
	0.4	673.45106	540.56741	439.52296	361.13012	299.47910
	0.5	417.70030	333.17515	270.33974	222.32980	184.97693
	0.6	280.40140	221.99029	179.55845	147.63720	123.07235
	0.66..	221.88060	174.69453	140.94066	115.80813	96.607810
	0.7	198.89271	156.14484	125.79920	103.31959	86.207914
	0.8	146.96974	114.34366	91.703726	75.183766	62.741844
0.8	0.02	303790.77	274159.91	247443.02	223349.72	201619.73
	0.05	48432.740	43694.332	39437.115	35609.076	32164.883
	0.075	21413.376	19307.425	17423.466	15735.272	14220.704
	0.1	11959.451	10774.136	9719.2626	8777.8969	7936.2256
	0.15	5214.0530	4685.4765	4220.8313	3810.1752	3445.9207
	0.2	2862.0287	2562.8419	2303.5094	2076.7928	1877.4798
	0.25	1781.1606	1587.9845	1423.0426	1280.5030	1156.3687
	0.3	1200.3878	1064.7678	950.75966	853.39882	769.42318
	0.4	634.94624	556.65659	492.88619	439.70699	394.71100
	0.5	383.01967	331.46535	290.75104	257.57145	230.01032
	0.6	251.86525	215.02186	186.77660	164.25587	145.87030
	0.3	1200.3878	1064.7678	950.75966	853.39882	769.42318
	0.4	634.94624	556.65659	492.88619	439.70699	394.71100
	0.5	383.01967	331.46535	290.75104	257.57145	230.01032
	0.6	251.86525	215.02186	186.77660	164.25587	145.87030
	0.7	198.89271	156.14484	125.79920	103.31959	86.207914
	0.8	146.96974	114.34366	91.703726	75.183766	62.741844
0.9	0.02	303790.77	274159.91	247443.02	223349.72	201619.73
	0.05	48432.740	43694.332	39437.115	35609.076	32164.883
	0.075	21413.376	19307.425	17423.466	15735.272	14220.704
	0.1	11959.451	10774.136	9719.2626	8777.8969	7936.2256
	0.15	5214.0530	4685.4765	4220.8313	3810.1752	3445.9207
	0.2	2862.0287	2562.8419	2303.5094	2076.7928	1877.4798
	0.25	1781.1606	1587.9845	1423.0426	1280.5030	1156.3687
	0.3	1200.3878	1064.7678	950.75966	853.39882	769.42318
	0.4	634.94624	556.65659	492.88619	439.70699	394.71100
	0.5	383.01967	331.46535	290.75104	257.57145	230.01032
	0.6	251.86525	215.02186	186.77660	164.25587	145.87030
	0.7	198.89271	156.14484	125.79920	103.31959	86.207914
	0.8	146.96974	114.34366	91.703726	75.183766	62.741844
	0.9	104.44088	54.025487	30.318407	18.272939	11.768881
	1.0	83.542956	43.441504	24.712473	15.170010	9.9718694
	1.1	59.589355	24.549816	11.677887	6.3397728	3.8739282
	1.2	40.764464	9.3266747	3.0740743	1.4181618	0.84234892
	1.3	28.768900	7.0417352	2.5353527	1.2550715	0.77670191
	1.33..	27.277103	6.7486460	2.4620918	1.2311520	0.76635092
	1.35	26.572442	6.6093164	2.4268541	1.2194772	0.76122983
	1.4	24.607910	6.2175962	2.3262595	1.1855147	0.74607418
	1.45	22.843890	5.8613107	2.2326466	1.1530256	0.73121495
	1.5	21.254115	5.5360429	2.1452365	1.1218757	0.71663593
	1.55	19.816485	5.2380628	2.0633672	1.0919504	0.70232388
	1.6	18.512296	4.9642016	1.9864725	1.0631517	0.68826799
	1.7	16.242888	4.4783917	1.8457241	1.0086057	0.66089059

x	z	$\int_{-1}^1 \frac{\xi d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^3 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^5 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^7 d\xi}{N}$	$\int_{-1}^1 \frac{\xi^9 d\xi}{N}$
0.96	0.02	306876.31	282795.66	260628.41	240219.03	221425.70
	0.05	48833.069	44978.236	41445.055	38203.757	35228.325
	0.075	21533.198	19817.067	18252.259	16822.789	15515.290
	0.1	11984.848	11016.619	10139.214	9341.6959	8615.3097
	0.15	5180.9220	4746.2706	4358.0399	4009.2020	3694.5419
	0.2	2817.7107	2569.6002	2351.5295	2158.0564	1985.3783
	0.25	1738.3841	1576.6695	1436.9181	1314.5535	1206.5293
	0.3	1162.8442	1048.2019	950.81676	866.67103	793.19585
	0.4	608.65067	541.22220	485.85566	439.23995	399.39100
0.97	0.02	309831.07	291481.42	274241.99	258042.41	242817.79
	0.05	49109.792	46164.625	43412.925	40839.281	38430.444
	0.075	21539.076	20222.627	19000.621	17863.838	16804.822
	0.1	11908.075	11161.258	10473.290	9837.2970	9248.0006
	0.15	5070.9487	4730.9127	4423.0571	4142.4219	3885.4904
	0.2	2719.0547	2521.7464	2346.4179	2188.9543	2046.5992
	0.25	1658.4562	1527.6838	1413.6683	1312.7932	1222.7400
	0.3	1100.2380	1006.0400	925.44347	855.17526	793.21122
	0.4	570.85703	513.88820	466.87523	427.01282	392.66382
0.98	0.02	312339.94	299898.95	287976.15	276547.08	265589.42
	0.05	48986.650	46972.871	45057.751	43233.997	41495.716
	0.075	21201.398	20290.466	19431.677	18619.819	17850.980
	0.1	11548.626	11024.047	10534.359	10075.206	9643.4810
	0.15	4785.0842	4537.9403	4312.1016	4103.9961	3911.2448
	0.2	2516.6671	2368.3217	2235.6696	2115.5422	2005.9250
	0.25	1517.8985	1416.5551	1327.8233	1248.8029	1177.7149
	0.3	1001.6872	926.76802	862.48379	806.13704	756.12130
	0.4	519.39557	472.21715	433.23023	400.04039	371.29018
0.99	0.02	311973.94	305596.76	299370.61	293289.38	287348.11
	0.05	46751.247	45671.079	44629.810	43623.861	42650.722
	0.075	19408.931	18894.294	18404.553	17936.540	17488.143
	0.1	10231.976	9919.3952	9625.8770	9348.4717	9085.2713
	0.15	4094.4951	3932.8650	3784.9710	3648.1250	3520.6598
	0.2	2135.5213	2031.4131	1938.4155	1854.0159	1776.7041
	0.25	1292.6293	1217.6765	1152.1953	1093.8115	1041.1347
	0.3	860.00570	802.35597	753.02296	709.74952	671.24335
	0.4	454.42779	416.07363	384.46668	357.54452	334.17261
1.0	0.02	311973.94	305596.76	299370.61	293289.38	287348.11
	0.05	46751.247	45671.079	44629.810	43623.861	42650.722
	0.075	19408.931	18894.294	18404.553	17936.540	17488.143
	0.1	10231.976	9919.3952	9625.8770	9348.4717	9085.2713
	0.15	4094.4951	3932.8650	3784.9710	3648.1250	3520.6598
	0.2	2135.5213	2031.4131	1938.4155	1854.0159	1776.7041
	0.25	1292.6293	1217.6765	1152.1953	1093.8115	1041.1347
	0.3	860.00570	802.35597	753.02296	709.74952	671.24335
	0.4	454.42779	416.07363	384.46668	357.54452	334.17261
1.001	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.0015	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.002	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.004	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.006	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.008	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.01	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.015	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.02	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	5789.3288
	0.15	2791.4861	2696.9454	2611.4767	2532.9428	2460.1028
	0.2	1560.3750	1491.6503	1430.9383	1376.1782	1326.1950
	0.25	992.37496	938.99325	892.82128	851.87018	815.02585
	0.3	684.81939	641.56974	604.88850	572.85499	544.41114
	0.4	380.37490	349.62020	324.45445	303.08334	284.54902
1.03	0.02	499500.37	498517.70	497550.91	496597.71	495656.70
	0.05	221889.26	221238.72	220602.49	219978.32	219364.87
	0.075	124750.37	124265.64	123794.13	123333.62	122882.79
	0.1	6320.3750	6173.7049	6037.6353	5909.9478	

T a b e l l e 2a

$\int_{-1}^{+1} \frac{|\xi| \xi}{N} d\xi$ in Abhängigkeit von x und z für Rotationskörper

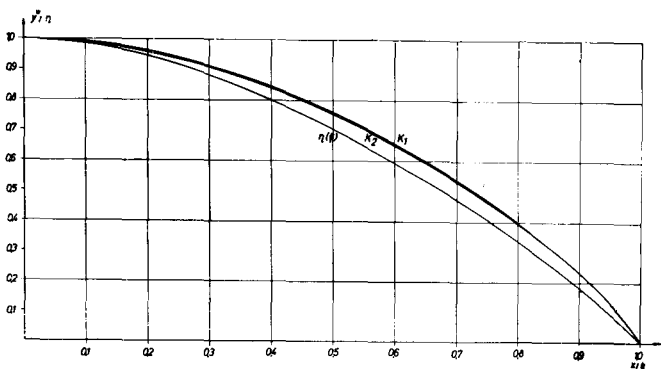
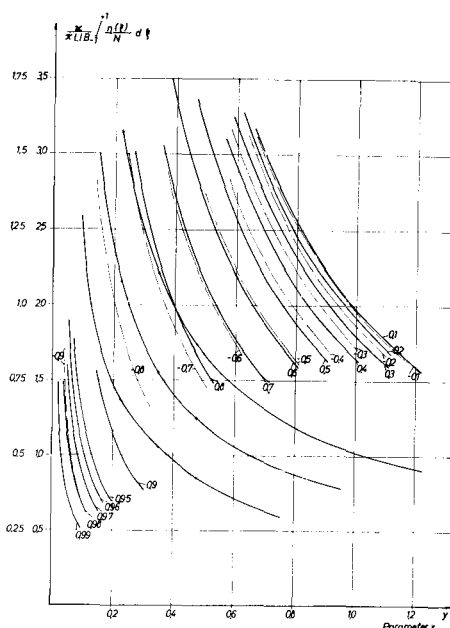
$$N = [(x-\xi)^2 + (\frac{z}{L/B})^2]^{3/2}$$

x	z	$\int_{-1}^{+1} \frac{ \xi \xi}{N} d\xi$	x	z	$\int_{-1}^{+1} \frac{ \xi \xi}{N} d\xi$	x	z	$\int_{-1}^{+1} \frac{ \xi \xi}{N} d\xi$
0	beliebig	0	0.4	0.8	34.281433	0.95	0.2	2706.8699
0.1	0.3	17.998144		0.9	27.344348		0.25	1680.5561
	0.4	11.226091		1.0	22.345750		0.3	1129.4494
	0.5	7.9309915		1.1	18.618313		0.4	593.63300
	0.6	6.0378331		1.2	15.759893		0.5	355.57946
	0.66..	5.1777090		1.25	14.573248		0.6	232.09320
	0.7	4.8260179		1.3	13.516307	0.96	0.02	294586.48
	0.8	3.9895816		1.33..	12.874417		0.05	46863.386
	0.9	3.3795160		1.35	12.570482		0.075	20655.066
	1.0	2.9155965		1.4	11.720424		0.1	11488.564
	1.1	2.5511825		1.45	10.953368		0.15	4957.2360
	1.2	2.2574583		1.5	10.258631		0.2	2689.4493
	1.25	2.1309914		1.55	9.6272089		0.25	1654.3893
	1.3	2.0157222		1.6	9.0514735		0.3	1103.0125
	1.33..	1.9443862		1.7	8.0419970		0.4	573.12529
	1.35	1.9102316	0.5	0.3	358.92568		0.5	341.14973
	1.4	1.8133317		0.4	202.80483	0.97	0.02	300512.81
	1.45	1.7240199		0.5	130.37139		0.05	47612.932
	1.5	1.6414443		0.6	90.911200		0.075	20868.357
	1.55	1.5648772		0.66..	73.823447		0.1	11526.774
	1.6	1.4936925		0.7	67.038351		0.15	4896.4987
	1.7	1.3653757		0.8	51.485944		0.2	2617.3001
0.2	0.3	61.377555		0.9	40.779793		0.25	1590.6564
	0.4	35.921068		1.0	33.088499		0.3	1051.1435
	0.5	23.964891		1.1	27.372005		0.4	540.86605
	0.6	17.354633	0.6	0.3	513.76825		0.5	321.01368
	0.66..	14.450887		0.4	289.21423	0.98	0.02	306053.02
	0.7	13.287200		0.5	185.11508		0.05	47966.877
	0.8	10.587105		0.6	128.46315		0.075	20738.998
	0.9	8.6901919		0.66..	103.95721		0.1	11281.614
	1.0	7.2977447		0.7	94.233705		0.15	4658.5398
	1.1	6.2392655		0.8	71.968892		0.2	2440.2505
	1.2	5.4114849		0.9	56.669995		0.25	1465.3864
	1.25	5.0626027		1.0	45.702542		0.3	962.64835
	1.3	4.7487603		1.1	37.570749		0.4	494.55419
	1.33..	4.5565717	0.7	0.3	695.34608		0.5	294.81276
	1.35	4.4651167		0.4	389.94249	0.99	0.02	308766.01
	1.4	4.2076619		0.5	248.45263		0.05	46205.999
	1.45	3.9730494		0.6	171.52130		0.075	19148.226
	1.5	3.7584674		0.66..	138.27661		0.1	10073.042
	1.55	3.5615377		0.7	125.09527		0.15	4011.7188
	1.6	3.3802377		0.8	94.944744		0.2	2081.8459
	1.7	3.0578468		0.9	74.268439		0.25	1253.7461
0.3	0.3	132.54926		1.0	59.481960		0.3	829.92663
	0.4	75.979326	0.8	0.3	900.10987		0.4	434.20679
	0.5	49.619978		0.4	501.58527		0.5	263.15244
	0.6	35.183758		0.5	317.15415	1.0	0.01	638407.81
	0.66..	28.899462		0.6	217.05243		0.02	159207.11
	0.7	26.395537		0.66..	173.88827		0.05	25286.200
	0.8	20.629560		0.7	156.80141		0.075	11170.239
	0.9	16.628879		0.8	117.81139		0.1	6245.5071
	1.0	13.729985		0.9	91.194256		0.15	2742.8794
	1.1	11.555234	0.9	0.02	259151.91		0.2	1524.8149
	1.2	9.877046		0.05	41422.203		0.25	964.59090
	1.25	9.1768940		0.075	18381.586		0.3	662.18643
	1.3	8.5511994		0.1	10317.280		0.4	364.12114
	1.33..	8.1701377		0.15	4557.2207		0.5	227.89823
	1.35	7.9893973		0.2	2541.6610	1.001	0	499006.84
	1.4	7.4827575		0.25	1609.3400	1.0015		221561.99
	1.45	7.0240136		0.3	1103.5319	1.002		124506.15
	1.5	6.6070766		0.4	602.24557	1.004		31005.457
	1.55	6.2268120		0.5	372.11674	1.006		13727.277
	1.6	5.8788645		0.6	248.69544	1.008		7692.2691
	1.7	5.2655924		0.66..	196.15684	1.01		4904.5482
0.4	0.3	231.75064		0.7	175.53848	1.015		2159.7038
	0.4	131.62591		0.8	129.03205	1.02		1203.8661
	0.5	85.107557	0.95	0.02	288591.64	1.03		525.69381
	0.6	59.721438		0.05	45999.808	1.04		290.69471
	0.66..	48.709182		0.075	20330.793	1.05		182.98225
	0.7	44.331473		0.1	11349.251	1.06		125.03272
				0.15	4941.0064			

Tabelle 2b

$\int_{-1}^1 \frac{|\xi|^3 \xi d\xi}{N}$ in Abhängigkeit mit x und z für Rotationskörper $N = [(x - \xi)^2 + (\frac{z}{L/B})^2]^{3/2}$

x	y	$\int_{-1}^1 \frac{ \xi ^3 \xi d\xi}{N}$	x	y	$\int_{-1}^1 \frac{ \xi ^3 \xi d\xi}{N}$	x	y	$\int_{-1}^1 \frac{ \xi ^3 \xi d\xi}{N}$
0	beliebig	0	0,5	0,5	6,7132684	0,5	0,8	16,366573
0,1	0,3	0,7927559	0,6	0,6	5,2437615	0,9	0,9	13,406808
	0,4	0,6901994	0,66	0,66	4,5791563	1,0	1,0	11,233731
	0,5	0,62816011	0,7	0,7	4,3077830	1,1	1,1	9,5813761
	0,6	0,58370648	0,8	0,8	3,6623435	0,6	0,3	192,52218
	0,66	0,55949635	0,9	0,9	3,1900361	0,4	0,4	110,52224
	0,7	0,54851393	1,0	1,0	2,8282313	0,5	0,5	72,398710
	0,8	0,51888321	1,1	1,1	2,5408929	0,6	0,6	51,369783
	0,9	0,49292974	1,2	1,2	2,3060047	0,66	0,66	42,185596
	1,0	0,46959352	1,25	1,25	2,2036070	0,7	0,7	38,518851
	1,1	0,44823185	1,3	1,3	2,1094433	0,8	0,8	30,053796
	1,2	0,42843117	1,33	1,33	2,0507130	0,9	0,9	24,157388
	1,25	0,41902528	1,35	1,35	2,0224583	1,0	1,0	19,869056
	1,3	0,40991223	1,4	1,4	1,9417738	1,1	1,1	16,641559
	1,33	0,40398840	1,45	1,45	1,8666527	0,7	0,3	349,39813
	1,35	0,40106971	1,5	1,5	1,7964727	0,4	0,4	198,38176
	1,4	0,39247865	1,55	1,55	1,7307043	0,5	0,5	128,01107
	1,45	0,38412263	1,6	1,6	1,6688947	0,6	0,6	89,485257
	1,5	0,37598740	1,7	1,7	1,5556455	0,66	0,66	72,727592
	1,55	0,36806054	0,4	0,3	41,307564	0,7	0,7	66,055593
	1,6	0,36033108	0,4	0,4	24,824489	0,8	0,8	50,711682
	1,7	0,34542678	0,5	0,5	17,021904	0,9	0,9	40,096168
0,2	0,3	3,9564809	0,6	0,6	12,566183	1,0	1,0	32,435501
	0,4	2,8167197	0,66	0,66	10,734448	0,8	0,3	584,04167
	0,5	2,2419802	0,7	0,7	9,955451	0,4	0,4	327,28821
	0,6	1,8968089	0,8	0,8	8,1327329	0,5	0,5	208,00233
	0,66	1,7330413	0,9	0,9	6,8340028	0,6	0,6	142,97884
	0,7	1,6641808	1,0	1,0	5,8660856	0,66	0,66	114,83294
	0,8	1,4941860	1,1	1,1	5,1184594	0,7	0,7	103,66565
	0,9	1,3624184	1,2	1,2	4,5230104	0,8	0,8	78,112216
	1,0	1,2556904	1,25	1,25	4,2702182	0,9	0,9	60,594415
	1,1	1,1663106	1,3	1,3	4,0399619	0,9	0,02	209933,94
	1,2	1,0895135	1,33	1,33	3,8979460	0,05	0,05	33565,494
	1,25	1,0548199	1,35	1,35	3,8200748	0,075	0,075	14899,362
	1,3	1,0221977	1,4	1,4	3,6379296	0,10	0,10	8365,0153
	1,33	1,0014820	1,45	1,45	3,4613297	0,15	0,15	3696,2867
	1,35	0,9914105	1,5	1,5	3,2984268	0,2	0,2	2061,6287
	1,4	0,9622602	1,55	1,55	3,1476548	0,25	0,25	1304,9813
	1,45	0,9345793	1,6	1,6	3,0076789	0,3	0,3	894,19571
	1,5	0,9082250	1,7	1,7	2,7556980	0,4	0,4	486,74404
	1,55	0,8830752	0,5	0,3	95,650210	0,5	0,5	299,56375
	1,6	0,8590245	0,4	0,4	55,903019	0,6	0,6	199,19651
	1,7	0,8138662	0,5	0,5	37,240633	0,66	0,66	156,51148
0,3	0,3	14,647866	0,6	0,6	26,925362	0,7	0,7	139,77505
	0,4	9,2922969	0,66	0,66	22,394759	0,8	0,8	102,03056
			0,7	0,7	20,579191			



Links: Abb. 3:

Graphische Ermittlung der Punkte der Zylinderkontur:
 $\eta(\xi) = 1 - 1.5\xi^2 + 0.5\xi^3 + 0.5\xi^4 - 0.5\xi^5$

Oben: Abb. 4:

Dipolverteilung für $\eta_v = 1 - 1.5\xi^2 + 0.5\xi^3 + 0.5\xi^4 - 0.5\xi^5$

K_1 vordere Kontur entsprechend der unsymmetrischen Dipolverteilung: $\eta = 1 - 1.5\xi^2 + 0.5\xi^3 + 0.5\xi^4 - 0.5\xi^5$

K_2 Kontur entsprechend der über den gesamten Querschnitt symmetrisch angenommenen Verteilung:

$$\eta = 1 - 1.5\xi^2 + 0.5|\xi|^3 + 0.5\xi^4 - 0.5|\xi|^5$$

Tabelle 2b (Fortsetzung)

x	y	$\int_{-1}^{\eta} \frac{ \xi ^3 \xi d\xi}{N}$	x	y	$\int_{-1}^{\eta} \frac{ \xi ^3 \xi d\xi}{N}$
0,95	0,02	260456,13	1,00	0,01	636838,25
	0,05	41509,005		0,02	158434,10
	0,075	18339,452		0,05	24988,626
	0,1	10231,544		0,075	10977,328
	0,15	4445,8569		0,1	6104,5157
	0,2	2428,7110		0,15	2653,2423
	0,25	1502,4086		0,2	1460,4530
	0,3	1005,4289		0,25	915,16151
	0,4	523,25347		0,3	622,55893
	0,5	310,00764		0,4	336,48092
	0,6	200,04895		0,5	207,23296
0,96	0,02	271484,93	1,001	0	498032,50
	0,05	43173,405	1,0015		220918,99
	0,075	19016,825	1,002		124028,41
	0,1	10567,315	1,004		30774,360
	0,15	4546,8500	1,006		13577,587
	0,2	2457,2037	1,008		7582,9024
	0,25	1504,3853	1,010		4819,1540
	0,3	997,65214	1,015		2105,8178
	0,4	512,28368	1,020		1165,3912
	0,5	301,13356	1,030		502,18547
0,97	0,02	282727,47	1,040		274,37205
	0,05	44765,620	1,050		170,80834
	0,075	19600,450	1,060		115,52460
	0,1	10810,399			
	0,15	4573,3201			
	0,2	2431,6376			
	0,25	1468,8517			
	0,3	964,28895			
	0,4	489,35318			
	0,5	286,39301			
0,98	0,02	293874,37			
	0,05	46003,480			
	0,075	19854,923			
	0,1	10775,156			
	0,15	4422,6218			
	0,2	2300,2717			
	0,25	1370,8328			
	0,3	893,50312			
	0,4	451,88590			
	0,5	265,29915			
0,99	0,02	302465,23			
	0,05	45145,843			
	0,075	18646,547			
	0,1	9770,4737			
	0,15	3857,4045			
	0,2	1983,7155			
	0,25	1183,9349			
	0,3	776,82501			
	0,4	399,58867			
	0,5	238,32704			

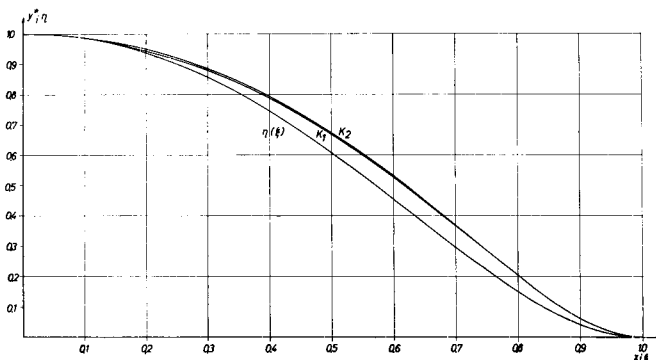


Abb. 5:

Dipolverteilung für $\eta_h = 1 - 1,5 \xi^2 - 0,5 \xi^3 + 0,5 \xi^4 + 0,5 \xi^5$
 K_1 hintere Kontur entsprechend der unsymmetrischen Dipol-
 verteilung: $\eta = 1 - 1,5 \xi^2 - 0,5 \xi^3 + 0,5 \xi^4 + 0,5 \xi^5$
 K_2 Kontur entsprechend der über den gesamten Querschnitt
 symmetrisch angenommenen Verteilung:
 $\eta = 1 - 1,5 \xi^2 - 0,5 |\xi|^3 + 0,5 \xi^4 + 0,5 |\xi|^5$

In Tab. 5 sind die Schärfegrade zusammengestellt, um da-
 durch die Unterschiede bzw. die Übereinstimmung dieser
 Größen aufzuzeigen.

Tabelle 3

Die Berechnung der Zylinderkontur für den Fall der un-
 symmetrischen Verteilung $\eta = 1 - 1,5 \xi^2 + 0,5 \xi^3 + 0,5 \xi^4$
 $- 0,5 \xi^5$

$$\text{Breitenkorrektur } \kappa = \frac{\pi L/B}{\left[\int_{-1}^{+1} \frac{\eta(\xi) d\xi}{N} \right]_{x=0; y=1}} ; L/B = 8$$

$$\text{Berechnung der Größen } \frac{\kappa}{\pi} \frac{1}{L/B} \int_{-1}^{+1} \frac{\eta(\xi) d\xi}{N} \text{ für verschiedene}$$

Wertepaare x, y (Ausschnitt aus dem Rechenschema)

y \ x	0,1	0,2	0,3
0,4				.
0,5				.
0,6				.
0,7	1,489554	1,702284	1,596632	.
0,8	1,281196	1,435112	1,347172	.
0,9	1,119596	1,235190	1,160464	.
1,0	0,990446	1,080094	1,015584	.
1,1	0,885630	0,956370	0,899977	.
1,2	0,798375	0,855454	0,805658	.
y \ x	-0,1	-0,2	-0,3
0,4				.
0,5				.
0,6				.
0,7	1,479194	1,672644	1,535244	.
0,8	1,271437	1,408378	1,293622	.
0,9	1,110374	1,210783	1,112958	.
1,0	0,981712	1,054908	0,972915	.
1,1	0,877344	0,935537	0,861290	.
1,2	0,790505	0,836050		.

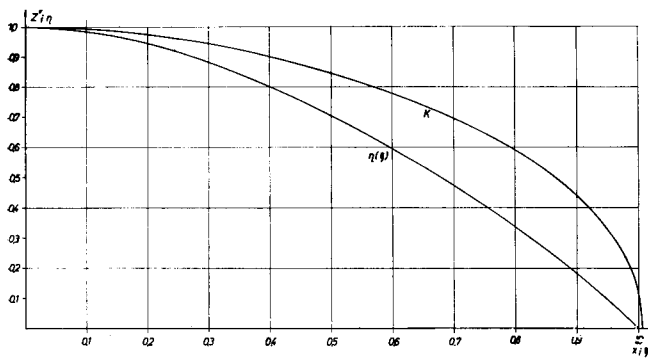


Abb. 6: Dipolverteilung für

$$\eta_v = 1 - 1.5\xi^2 + 0.5\xi^3 + 0.5\xi^4 + 0.5\xi^5$$

K vordere Kontur entsprechend der unsymmetrischen Dipolverteilung $\eta = 1 - 1.5\xi^2 + 0.5\xi^3 + 0.5\xi^4 - 0.5\xi^5$

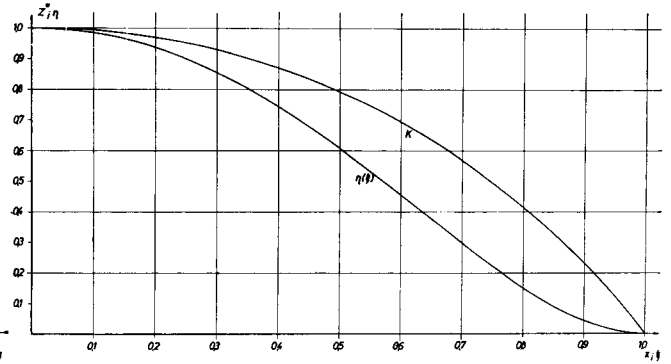


Abb. 7: Dipolverteilung für

$$\eta_h = 1 - 1.5\xi^2 - 0.5\xi^3 + 0.5\xi^4 + 0.5\xi^5$$

K hintere Kontur entsprechend der unsymmetrischen Dipolverteilung $\eta = 1 - 1.5\xi^2 - 0.5\xi^3 + 0.5\xi^4 + 0.5\xi^5$

Tabelle 4

Y^*_u, Z^*_u = Kontur des Zylinders, bzw. des Rotationskörpers aus der unsymmetrischen Verteilung

$$\eta = 1 - 1.5\xi^2 + 0.5\xi^3 + 0.5\xi^4 - 0.5\xi^5$$

Y^*_{zs}, Z^*_{zs} = Kontur des Zylinders, bzw. des Rotationskörpers zusammengesetzt aus den beiden symmetrischen Verteilungen

$$a) \eta = 1 - 1.5\xi^2 + 0.5|\xi|^3 + 0.5\xi^4 - 0.5|\xi|^5$$

$$b) \eta = 1 - 1.5\xi^2 - 0.5|\xi|^3 + 0.5\xi^4 + 0.5|\xi|^5$$

wobei a) der Kontur des Vorschiffs und b) der Kontur des Hinterschiffs zugrunde gelegt ist.

X	Y^*_u	Y^*_{zs}	Z^*_u	Z^*_{zs}
-1,0077	—	—	0	0
-1	0	0	—	—
-0,99	—	—	0,023	0,023
-0,98	—	—	0,052	0,052
-0,97	0,0060	0,0061	0,075	0,076
-0,96	0,0110	0,0111	0,099	0,099
-0,95	0,0169	0,0171	0,120	0,122
-0,9	0,063	0,063	0,228	0,228
-0,8	0,204	0,205	0,414	0,414
-0,7	0,369	0,372	0,566	0,566
-0,6	0,527	0,532	0,690	0,691
-0,5	0,670	0,674	0,790	0,792
-0,4	0,786	0,793	0,868	0,870
-0,3	0,879	0,884	0,927	0,928
-0,2	0,942	0,948	0,967	0,969
-0,1	0,984	0,986	0,991	0,992
±0	1	1	1	1
+0,1	0,992	0,990	0,994	0,993
+0,2	0,962	0,957	0,975	0,975
+0,3	0,913	0,907	0,944	0,944
+0,4	0,845	0,840	0,903	0,902
+0,5	0,759	0,752	0,848	0,847
+0,6	0,656	0,651	0,780	0,779
+0,7	0,538	0,532	0,698	0,698
+0,8	0,398	0,394	0,592	0,591
+0,9	0,229	0,228	0,441	0,440
+0,95	0,130	0,128	0,329	0,329
+0,96	0,108	0,107	0,301	0,300
+0,97	0,085	0,085	0,268	0,267
+0,98	0,060	0,060	0,231	0,230
+0,99	0,033	0,034	0,186	0,185
+1,00	0	0	0,124	0,122
+1,0077	—	—	0	0

Tabelle 5

Die Schärfegrade des Vor- und Hinterschiffs:

φ_{vu} = Schärfegrad des Vorschiffs für die unsymmetrische Verteilung

φ_{hu} = Schärfegrad des Hinterschiffs für die unsymmetrische Verteilung

φ_{vzs} = Schärfegrad des Vorschiffs des aus den beiden symmetrischen Verteilungen zusammengesetzten Modells

φ_{hzs} = Schärfegrad des Hinterschiffs des aus den beiden symmetrischen Verteilungen zusammengesetzten Modells.

(Die Verteilungen sind in Tabelle 4 angegeben).

	φ_{vu}	φ_{vzs}	φ_{hu}	φ_{hzs}
Zylinder	0,682	0,677	0,593	0,596
Rot. Körp.	0,652	0,653	0,569	0,567

Die Geschwindigkeitsverteilung um die Körper

Für die in den Arbeiten [2] und [3] berechneten Zylinder und Rotationskörper sowie für die in der vorliegenden Arbeit aus einer unsymmetrischen Verteilung ermittelten Körper ist die Geschwindigkeitsverteilung um diese Körper bestimmt worden. Gesucht ist die Tangentialgeschwindigkeit in den einzelnen Konturpunkten; sie ergibt sich aus den Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung, bzw. im Falle der Rotationskörper in x- und z-Richtung, wie folgt:

$$u_t = \sqrt{u_x^2 + u_{y,z}^2}, \quad (5)$$

oder in dimensionsloser Form:

$$\frac{u_t}{u_0} = \sqrt{\left(\frac{u_x}{u_0}\right)^2 + \left(\frac{u_{y,z}}{u_0}\right)^2}. \quad (5a)$$

Die Geschwindigkeitskomponenten $\frac{u_x}{u_0}$ und $\frac{u_{y,z}}{u_0}$, bzw. $\frac{u_z}{u_0}$

ergeben sich aus der Gleichung ψ der Stromlinien durch Differentiation. Hier sollen nur die Formeln genannt werden;

ihre Entwicklung ist für $\frac{u_x}{u_0}$ im Falle der Zylinder in [2],

im Falle der Rotationskörper in [1] und [3] nachzulesen.

Für die Zylinder gilt:

$$\begin{aligned} \frac{u_x}{u_0} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 1 - \frac{\kappa}{\pi L/B} x \int_{-1}^1 \frac{\sigma(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2} + \\ + \frac{\kappa}{\pi L/B} \int_{-1}^1 \frac{\xi \sigma(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2} \end{aligned} \quad (6a)$$

Tab. 6 Die Tangentialgeschwindigkeit an den Zylindern.

x	u_t/u_0					
	a(L/B=6)	a(L/B=8)	a(L/B=10)	a(L/B=12)	b(L/B=6)	b(L/B=8)
0	1,1997	1,1524	1,1231	1,1032	1,2516	1,1945
0,1	1,198069	1,15115	1,12197	1,102304	1,246821	1,190387
0,2	1,193169	1,147128	1,118706	1,09950	1,232298	1,178012
0,3	1,184845	1,140408	1,11311	1,094683	1,207579	1,157102
0,4	1,17227	1,130447	1,104796	1,087539	1,171702	1,127032
0,5	1,15481	1,116498	1,093251	1,077629	1,123504	1,087474
0,6	1,13062	1,097283	1,0773277	1,064147	1,061497	1,037886
0,7	1,09689	1,070634	1,0553416	1,045751	0,984285	0,978895
0,8	1,04664	1,031237	1,0230597	1,018145	0,893805	0,913444
0,9	0,95904	0,963021	0,967767	0,971541	0,806532	0,857698
0,95	0,87236	0,896132	0,913666	0,926478	0,783270	0,845540
0,96					0,782883	0,845912
0,97	0,81027	0,848040	0,87507	0,894391	0,784501	0,847688
0,98				0,869542		
0,99	0,68165	0,748247	0,79510		0,78075	0,84220

x	u_t/u_0					
	b(L/B=10)	b(L/B=12)	c(L/B=8)	d(L/B=8)	e(L/B=8)	f(L/B=8)
0	1,1585	1,1336	1,1730	1,1875	1,1879	1,1302
0,1	1,154908	1,130486	1,170235	1,181163	1,178365	1,142910
0,2	1,144192	1,121027	1,160933	1,162684	1,150548	1,165644
0,3	1,126083	1,105174	1,148049	1,133612	1,108294	1,182633
0,4	1,100438	1,082879	1,127945	1,097839	1,060892	1,174370
0,5	1,067141	1,054254	1,102159	1,062007	1,026072	1,146439
0,6	1,026250	1,019588	1,069165	1,035709	1,027029	1,094817
0,7	0,978938	0,980294	1,028598	1,028093	1,071231	1,021349
0,8	0,929280	0,940970	0,979137	1,036740	1,133745	0,934872
0,9	0,887654	0,907563	0,915947	1,029957	1,149639	0,859464
0,95	0,880950	0,902548	0,871193	0,980239		0,835070
0,96		0,903162				0,830343
0,97			0,843888	0,927055		0,82489
0,98			0,823835			
0,99				0,701912		

$$\frac{u_z}{u_0} = -\frac{\partial \psi}{\partial X} = +\frac{\kappa}{\pi(L/B)^2} \int_{-1}^{+1} \frac{\sigma(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2 + \left(\frac{y}{L/B}\right)^2} \quad (6b)$$

Mit $\sigma(\xi)$ ist die normierte Quell-Senkenverteilung bezeichnet; sie steht zu der normierten Dipolverteilung $\eta(\xi)$ in folgender Beziehung:

$$\sigma(\xi) = -\frac{d\eta}{d\xi} \quad (7)$$

Die Gleichung (7) gilt sowohl für die Erzeugung von Zylindern als auch von Rotationskörpern durch Singularitätenverteilungen.

Die Formeln für die Geschwindigkeitskomponenten im Falle der Rotationskörper lauten:

$$\begin{aligned} \frac{u_x}{u_0} &= -\frac{1}{2\pi Z} \frac{\partial \psi}{\partial Z} = \\ &= 1 - \frac{\kappa}{4} \frac{1}{(L/B)^2} \left[x \int_{-1}^{+1} \frac{\sigma(\xi) d\xi}{\left[(x-\xi)^2 + \left(\frac{z}{L/B}\right)^2\right]^{3/2}} - \right. \\ &\quad \left. - \int_{-1}^{+1} \frac{\xi \sigma(\xi) d\xi}{\left[(x-\xi)^2 + \left(\frac{z}{L/B}\right)^2\right]^{3/2}} \right] \quad (8a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{u_z}{u_0} &= -\frac{1}{2\pi Z} \frac{\partial \psi}{\partial X} = \\ &= \frac{\kappa}{4} \frac{z}{(L/B)^3} \int_{-1}^{+1} \frac{\sigma(\xi) d\xi}{\left[(x-\xi)^2 + \left(\frac{z}{L/B}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (8b) \end{aligned}$$

Aus den Gleichungen (6a), (6b) und (8a), (8b) ist ersichtlich, daß die Geschwindigkeiten — wie die Konturen der Körper —, mit Hilfe der in [1], [2] und [3] aufgestellten Integraltabellen berechnet werden können, da die Quell-Senkenverteilung $\sigma(\xi)$ ebenfalls ein Polynom in ξ ist, wenn die Dipolverteilung $\eta(\xi)$ als ein solches vorgegeben ist. Es erwies sich allerdings als notwendig — wie bereits zu Beginn der vorliegenden Arbeit erwähnt —, den Umfang der Integraltabellen zu erweitern, da für die Berechnung der Geschwindigkeiten auch die ungeraden Potenzen von ξ ohne Betragszeichen, nämlich ξ^{2n+1} , ($n = 0, 1, 2, \dots$) und die Potenzen $|\xi| \cdot \xi$ und $|\xi|^3 \cdot \xi$ benötigt wurden. Die entsprechenden Integraltabellen sind in der vorliegenden Veröffentlichung als Tab. 1, 1a, 1b, 2, 2a und 2b gebracht. Die Ermittlung der Geschwindigkeiten an den Körpern erfolgt — analog der Bestimmung der Körperkonturen —, mit Hilfe der Integraltabellen durch graphische Interpolation, da die

Tab. 6a Die Tangentialgeschwindigkeit an den Zylindern.

x	u_t/u_0					
	g(L/B=6)	g(L/B=8)	g(L/B=10)	g(L/B=12)	g(L/B=20)	h(L/B=8)
0	1,1498	1,1007	1,0727	1,0560	1,0241	1,1377
0,1	1,167239	1,12052	1,092715	1,075535	1,042147	1,14053
0,2	1,202545	1,153898	1,130557	1,111464	1,070982	1,147822
0,3	1,230281	1,183	1,157085	1,136331	1,089894	1,156308
0,4	1,236217	1,19205	1,162316	1,140921	1,092749	1,16131
0,5		1,17156	1,143168	1,122950	1,079419	1,15411
0,6	1,162195	1,12341	1,099509	1,083172	1,050383	1,12418
0,7	1,076269	1,04841	1,033717	1,024978	1,010773	1,06025
0,8	0,957628	0,95238	0,954076	0,957282	0,968619	0,95715
0,9	0,824208	0,85654	0,880801	0,898436	0,935945	0,859592
0,95		0,81831		0,877574		0,84801
0,96				0,873697		
0,97		0,80276				0,84227
0,98		0,79293				0,83162

x	u_t/u_0					
	l(L/B=8)	k(L/B=8)	l(L/B=8)	m(L/B=8)	n _v (L/B=8)	o _v (L/B=8)
0	1,1155	1,1041	1,1907	1,1887		1,172967
0,1	1,111795	1,106360	1,18435	1,184157	1,159351	1,167864
0,2	1,12648	1,115690	1,168183	1,17128	1,151419	1,158226
0,3	1,14262	1,135787	1,14415	1,14902	1,139182	1,144745
0,4	1,163275	1,163872	1,11483	1,11960	1,123504	1,128267
0,5	1,177720	1,18783	1,081954	1,08337	1,105230	1,109186
0,6	1,16968	1,18833	1,04700	1,04269	1,084153	1,087467
0,7	1,11951	1,14319	1,01059	1,00091	1,059167	1,061910
0,8	1,01016	1,03158	0,97496	0,96154	1,025627	1,027801
0,9	0,87329	0,879365	0,92477	0,92197	0,967161	0,968605
0,95	0,84346	0,84089	0,88717	0,890928	0,905233	0,906129
0,96					0,885065	0,885658
0,97	0,83088	0,82546	0,86147	0,86786	0,858794	0,859245
0,98			0,84165	0,84916	0,821696	0,821876
0,99	0,76912	0,75707			0,759721	0,759012

Integralwerte nicht direkt für die Konturpunkte aus den Tabellen entnommen werden können, sondern nur die Werte für benachbarte Punkte.

Tab. 6b Die Tangentialgeschwindigkeit an den Zylindern.

Es folgt nun eine Zusammenstellung der Beispiele, für welche die Geschwindigkeitsverteilung berechnet worden ist; es handelt sich dabei durchweg um Körper, die in den Arbeiten [2] und [3] berechnet wurden, mit Ausnahme des Beispiels einer unsymmetrischen Verteilung, das in der vorliegenden Arbeit behandelt ist.

Es werden die Dipolverteilungen $\eta(\xi)$ angegeben und die entsprechenden Quell-Senkenverteilungen $\sigma(\xi)$. Dabei gilt folgende Gliederung:

Der erste Buchstabe vor der Verteilung betrifft die Einordnung des Beispiels bei den Zylindern, der zweite Buchstabe die Einordnung bei den Rotationskörpern. Bei Angabe nur eines Buchstabens bezieht dieser sich auf die Zylinder, da einige Verteilungen, die bei den Zylindern berücksichtigt sind, bei den Rotationskörpern in Fortfall kamen, weil bei letzteren diese Fälle bereits von Amtsberg [1] oder anderen Wissenschaftlern erschöpfend behandelt worden sind. Die zugrunde gelegten Verteilungen sind also folgende:

x	u_t/u_0	
	$n_h(L/B=8)$	$o_h(L/B=8)$
0		
-0,1	1,181386	1,172694
-0,2	1,172972	1,166095
-0,3	1,157565	1,151829
-0,4	1,133680	1,128971
-0,5	1,099771	1,095828
-0,6	1,054087	1,050966
-0,7	0,995192	0,992857
-0,8	0,924086	0,922772
-0,9	0,852984	0,852775
-0,95	0,832704	0,832864
-0,96	0,831894	0,832363
-0,97	0,832791	0,833057

Tab. 7 Die Tangentialgeschwindigkeit an den Rotationskörpern.

x	u_t/u_0					
	a(L/B=8)	b(L/B=8)	c(L/B=8)	d(L/B=8)	e(L/B=8)	f(L/B=8)
0	1,03639	1,04427	1,04775	1,01294	1,01125	0,9985
0,1	1,03596	1,04204	1,04400	1,02122	1,0236	1,01090
0,2	1,03435	1,036066	1,03333	1,03591	1,0478	1,03309
0,3	1,03119	1,02664	1,01779	1,046005	1,0669	1,04930
0,4	1,02780	1,01512	0,997956	1,04800	1,07456	1,05516
0,5	1,02274	1,004375	0,98495	1,041163	1,0694	1,050586
0,6	1,01596	0,99878	0,98948	1,025775	1,0517	1,03581
0,7	1,00701	1,00357	1,01822	1,002520	1,0211	1,01184
0,8	0,994907	1,02033	1,06107	0,97274	0,9767	0,978814
0,9	0,971648	1,036806	1,08853	0,94332	0,91656	0,93752
0,95	0,951618	1,021265	1,06526	0,92073	0,8736	0,910685
0,97	0,929096	0,99322		0,903413	0,8448	0,89530
0,98	0,910683	0,96451	1,00577	0,889690	0,8191	0,87588
0,99	0,865040	0,90846		0,855065		0,82500
1,0	0,694201	0,79325	0,898439	0,65199	0,6145	0,66142

x	u_t/u_0					
	e(L/B=10)	e(L/B=12)	e(L/B=20)	f(L/B=8)	g(L/B=8)	h(L/B=8)
0	0,9936	0,9917	0,9920	1,0206	1,0133	1,0096
0,1	1,0052	1,00241	1,0001	1,02231	1,01410	1,01010
0,2	1,0247	1,0194	1,0096	1,02726	1,01790	1,01341
0,3	1,0382	1,03072	1,0157	1,03421	1,02661	1,02311
0,4	1,04276	1,03438	1,01746	1,041046	1,03970	1,03943
0,5	1,0378	1,03066	1,0152	1,044276	1,05228	1,05630
0,6	1,0264	1,02039	1,0095	1,03891	1,05641	1,06421
0,7	1,0082	1,00503	1,0012	1,01915	1,04211	1,05181
0,8	0,9825	0,984536	0,9914	0,98051	0,99903	1,00919
0,9	0,9524	0,9624	0,9818	0,93694	0,94428	0,947582
0,95	0,9331	0,9495	0,9770	0,933725	0,934366	0,93435
0,97	0,9206	0,9404	0,9736	0,93129	0,927325	0,92489
0,98	0,9116	0,9306	0,9703	0,92033	0,913896	0,90114
0,99	0,8815	0,9067	0,9596	0,88743	0,877657	0,870215
1,0		0,6840		0,747086	0,74967	0,75781

Abb. 8a—8o: Zylinderquerschnitte und zugehörige Geschwindigkeitsverteilungen u_t/u_0 .

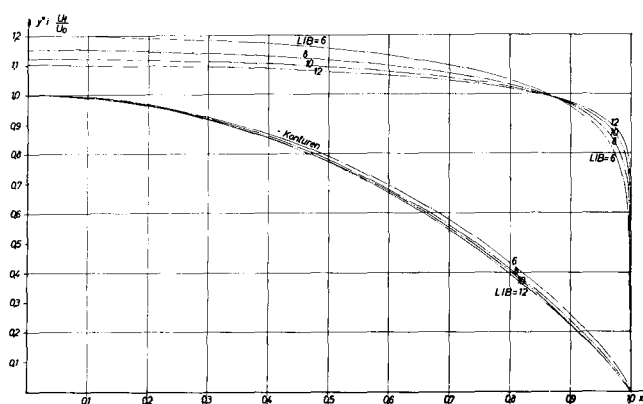


Abb. 8a: Dipolverteilung $\eta = 1 - \xi^2$

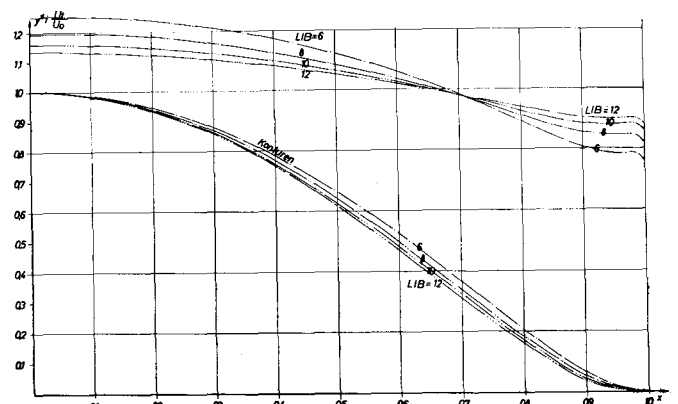


Abb. 8b: Dipolverteilung $\eta = (1 - \xi^2)^2$

Tab. 7a Die Tangentialgeschwindigkeit an den Rotationskörpern.

x	u_t/u_0			
	$l(L/B=8)$	$k(L/B=8)$	$l_v(L/B=8)$	$m_v(L/B=8)$
0	1,0443	1,0427	1,0332	1,0364
0,1	1,04212	1,04157	1,03222	1,03442
0,2	1,03686	1,038052	1,03040	1,03180
0,3	1,03008	1,03257	1,02775	1,02869
0,4	1,02267	1,025045	1,02483	1,02556
0,5	1,015187	1,015997	1,02202	1,02258
0,6	1,00779	1,005964	1,01964	1,02000
0,7	1,00039	0,996087	1,01739	1,01763
0,8	0,992539	0,98723	1,01391	1,01430
0,9	0,979946	0,97831	1,00149	1,00211
0,95	0,961854	0,96510	0,96585	0,97684
0,97	0,94155	0,94746	0,93753	0,94830
0,98	0,92000	0,92775	0,92156	0,91511
0,99	0,88158	0,88665	0,86978	0,86539
1,0	0,70643	0,713	0,73967	0,75374

x	u_t/u_0	
	$l_h(L/B=8)$	$m_v(L/B=8)$
0	1,03960	1,0364
-0,1	1,03930	1,03730
-0,2	1,03812	1,03703
-0,3	1,03516	1,03486
-0,4	1,03123	1,03051
-0,5	1,02376	1,02339
-0,6	1,01279	1,01245
-0,7	0,99319	0,99606
-0,8	0,97110	0,97089
-0,9	0,92823	0,92848
-0,95	0,88804	0,88748
-0,97	0,86230	0,86299
-0,98	0,84254	0,84217
-0,99	0,80059	0,81532

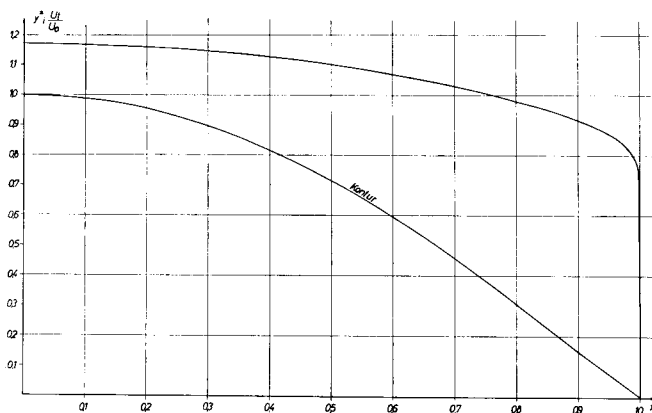


Abb. 8c: Dipolverteilung $\eta = 1 - 1.5 \xi^2 + 0.5 \xi^4$

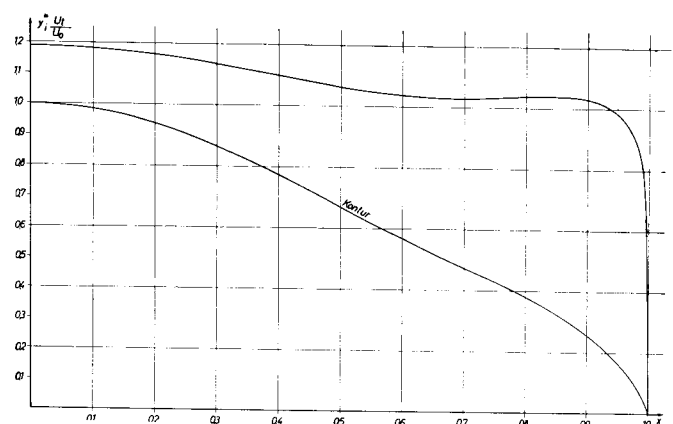


Abb. 8d:
Dipolverteilung $\eta = 1 - 2.447 \xi^2 + 3.461 \xi^4 - 2.014 \xi^6$

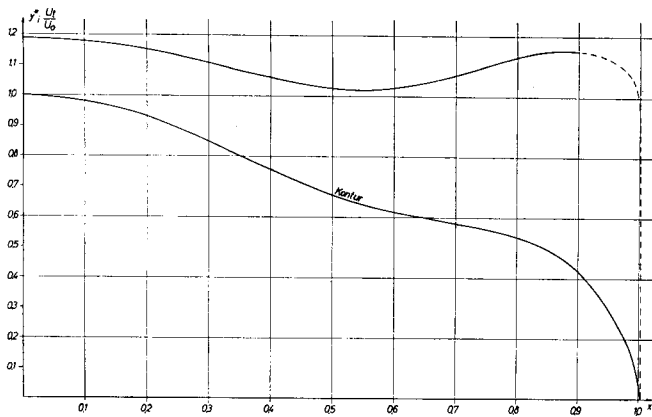


Abb. 8e:

Dipolverteilung $\eta = 1 - 3.197 \xi^2 + 6.667 \xi^4 - 4.470 \xi^6$

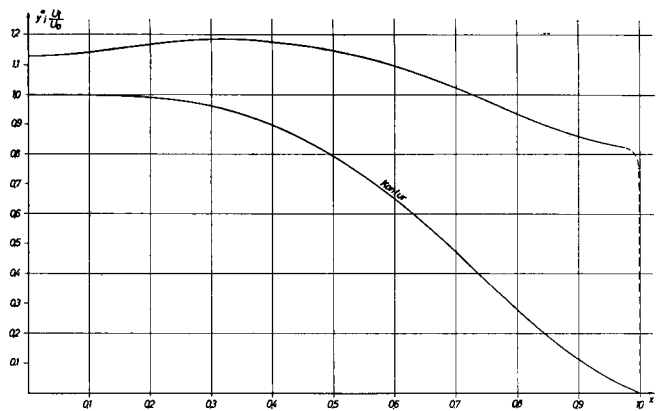


Abb. 8f: Dipolverteilung

$\eta = 1 + 4.348\,576 \xi^2 - 16.497\,001/\xi^3 + 13.336\,623 \xi^4 - 2.188\,198 \xi^6$

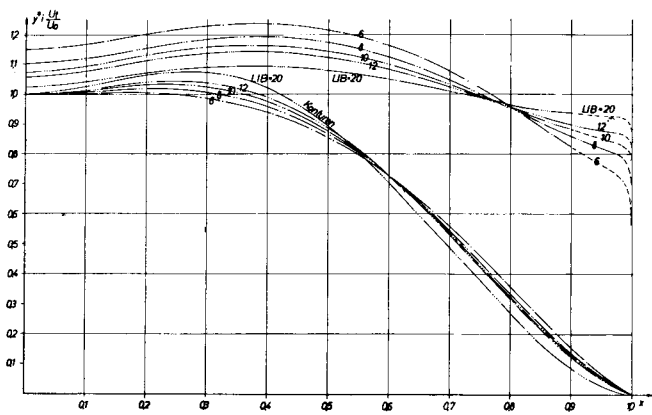


Abb. 8g: Dipolverteilung

$\eta = 1 + 7.122\,190 \xi^2 - 22.834\,333/\xi^3 + 17.373\,743 \xi^4 - 2.661\,600 \xi^6$

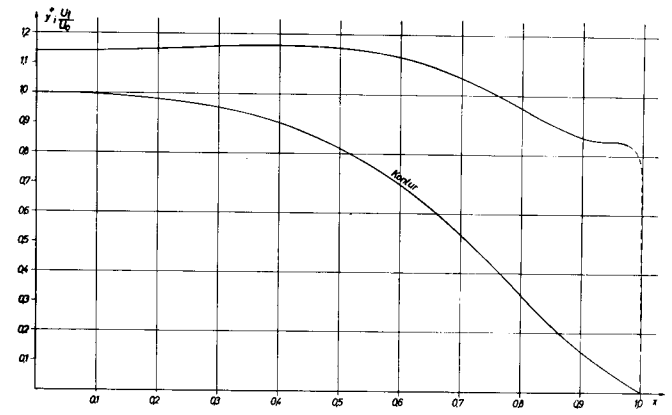


Abb. 8h: Dipolverteilung

$\eta = 1 - 2.201\,597 \xi^4 - 2.956\,804 \xi^6 + 8.151\,835 \xi^8 - 3.993\,434 \xi^{10}$

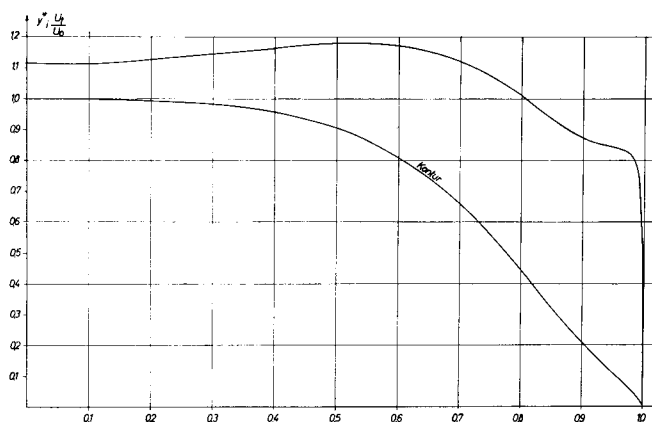


Abb. 8i: Dipolverteilung

$\eta = 1 + 3.334\,713 \xi^4 - 20.092\,792 \xi^6 + 26.279\,743 \xi^8 - 10.521\,664 \xi^{10}$

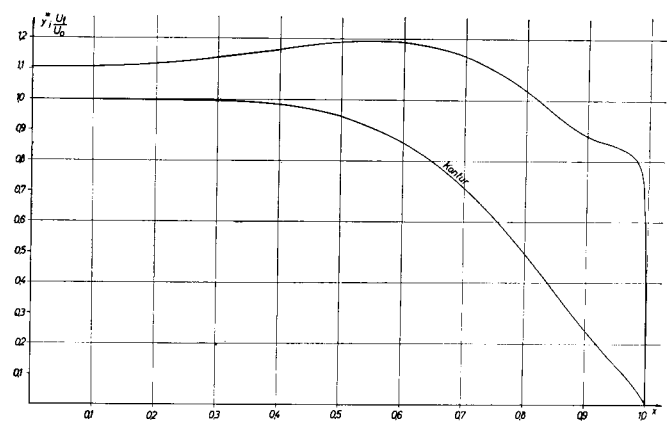


Abb. 8k: Dipolverteilung

$\eta = 1 + 6.102\,868 \xi^4 - 28.660\,786 \xi^6 + 35.343\,697 \xi^8 - 13.785\,779 \xi^{10}$

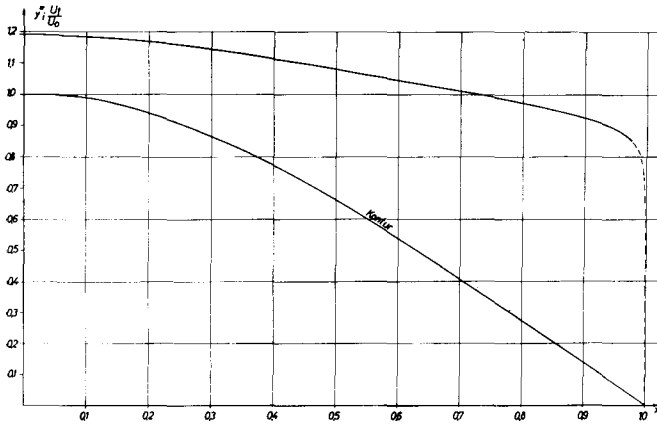


Abb. 8l: Dipolverteilung $\eta = 1 - 2.7 \xi^2 + 2.4/\xi^3 - 0.7 \xi^4$

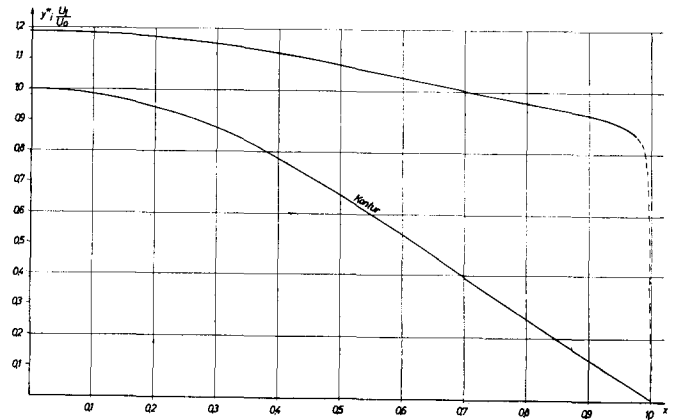


Abb. 8m: Dipolverteilung
 $\eta = 1 - 2.025 \xi^2 + 1.55 \xi^4 - 0.525 \xi^6$

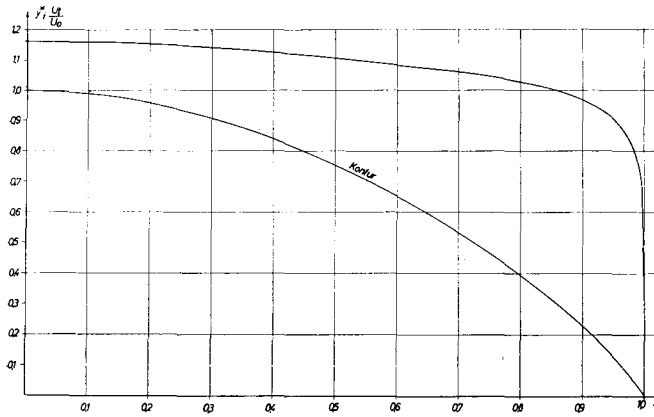


Abb. 8n_v: Dipolverteilung
 $\eta = 1 - 1.5 \xi^2 + 0.5/\xi^3 + 0.5 \xi^4 - 0.5/\xi^5$

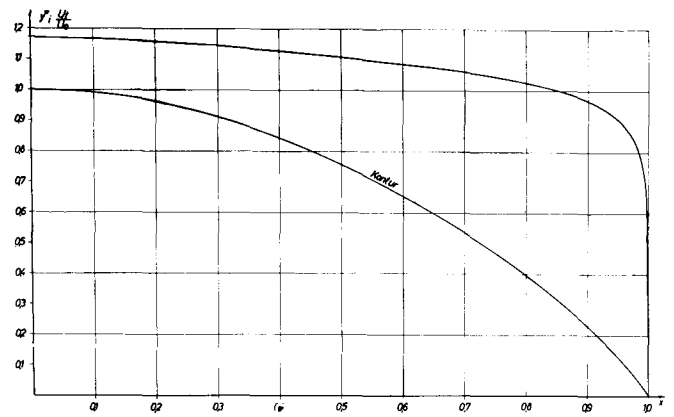


Abb. 8o: Vordere Kontur aus der Dipolverteilung
 $\eta = 1 - 1.5 \xi^2 + 0.5 \xi^3 + 0.5 \xi^4 - 0.5 \xi^5$

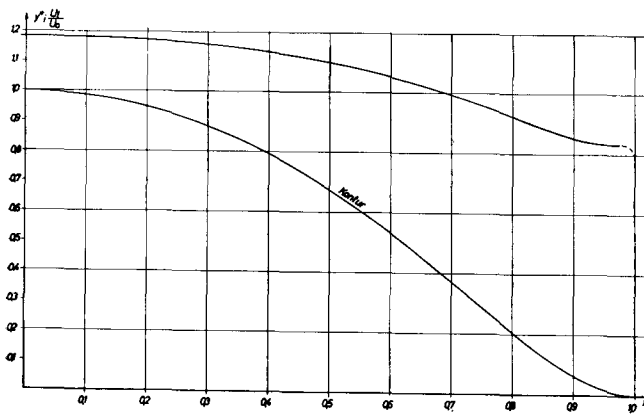


Abb. 8n_h: Dipolverteilung
 $\eta = 1 - 1.5 \xi^2 - 0.5/\xi^3 + 0.5 \xi^4 + 0.5/\xi^5$

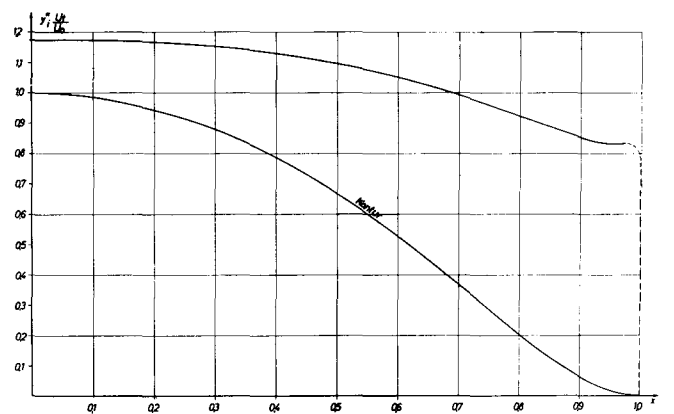


Abb. 8o: Hintere Kontur aus der Dipolverteilung
 $\eta = 1 - 1.5 \xi^2 - 0.5 \xi^3 + 0.5 \xi^4 + 0.5 \xi^5$

Abb. 9a—9m: Längsschnitte der Rotationskörper und zugehörige Geschwindigkeitsverteilungen.

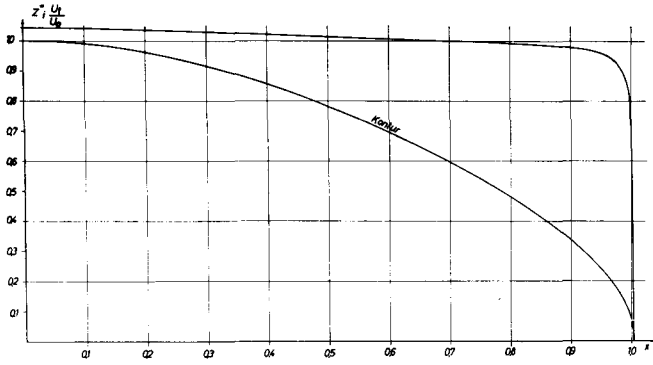


Abb. 9a: Dipolverteilung $\eta = 1 - 1.5 \xi^2 + 0.5 \xi^4$

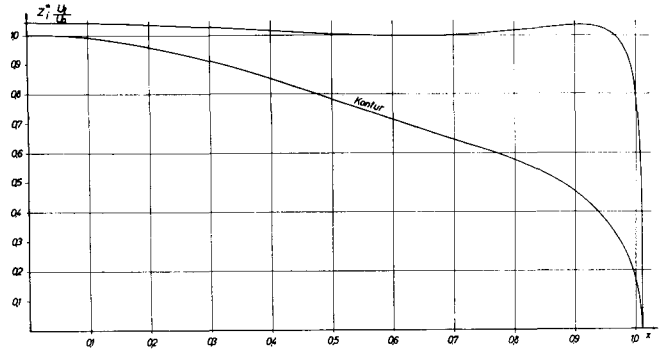


Abb. 9b: Dipolverteilung
 $\eta = 1 - 2.447 \xi^2 + 3.461 \xi^4 - 2.014 \xi^6$

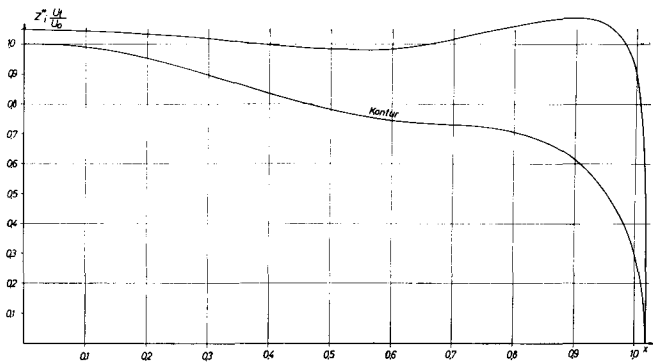


Abb. 9c: Dipolverteilung
 $\eta = 1 - 3.197 \xi^2 + 6.667 \xi^4 - 4.470 \xi^6$

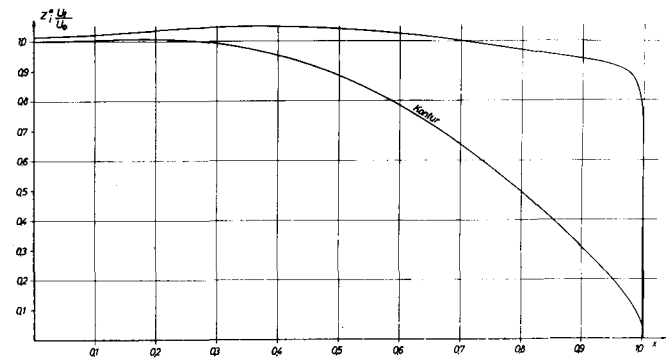


Abb. 9d: Dipolverteilung
 $\eta = 1 + 4.348\,576 \xi^2 - 16.497\,001 / \xi^3 + 13.336\,623 \xi^4 - 2.188\,198 \xi^6$

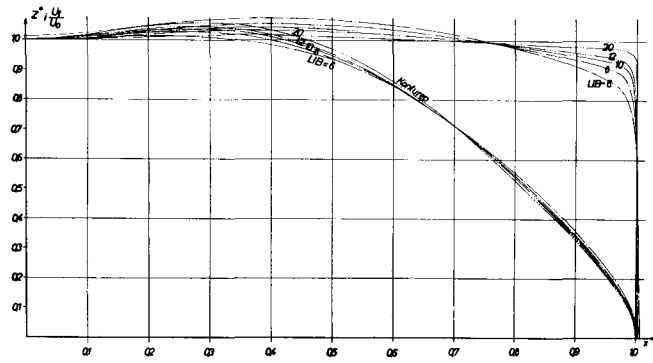


Abb. 9e: Dipolverteilung
 $\eta = 1 + 7.122\,190 \xi^2 - 22.834\,333 / \xi^3 + 17.373743 \xi^4 - 2.661\,600 \xi^6$

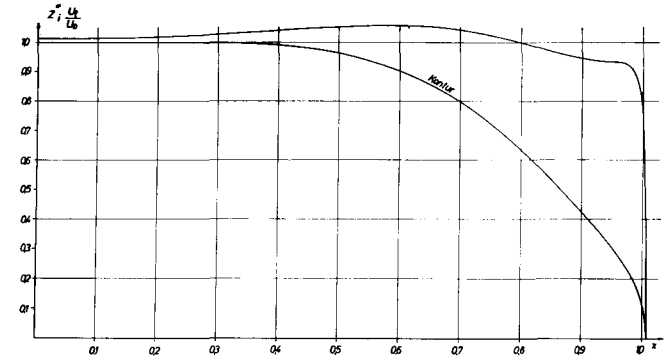


Abb. 9f: Dipolverteilung
 $\eta = 1 - 2.201\,597 \xi^4 - 2.956\,804 \xi^6 + 8.151\,835 \xi^8 - 3.993\,434 \xi^{10}$

a) $\eta = 1 - \xi^2$
 $\sigma = 2 \xi$

b) $\eta = (1 - \xi^2)^2$
 $\sigma = 4 \xi (1 - \xi^2)$

c), a) $\eta = 1 - 1.5 \xi^2 + 0.5 \xi^4$
 $\sigma = 3 \xi - 2 \xi^3$

d), b) $\eta = 1 - 2.447 \xi^2 + 3.461 \xi^4 - 2.014 \xi^6$
 $\sigma = 4.894 \xi - 13.844 \xi^3 + 12.084 \xi^5$

e), c) $\eta = 1 - 3.197 \xi^2 + 6.667 \xi^4 - 4.470 \xi^6$
 $\sigma = 6.394 \xi - 26.667 \xi^3 + 26.820 \xi^5$

f), d) $\eta = 1 + 4.348576 \xi^2 - 16.497001 / \xi^3 + 13.336623 \xi^4 - 2.188198 \xi^6$
 $\sigma = -8.697152 \xi + 49.491003 / \xi + \xi - 53.346492 \xi^3 + 13.129188 \xi^5$

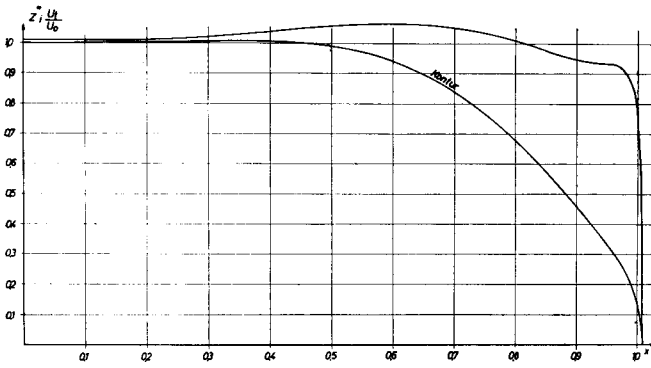


Abb. 9g: Dipolverteilung

$$\eta = 1 + 3.334\,713\,\xi^4 - 20.092\,792\,\xi^6 + 26.279\,743\,\xi^8 - 10.521\,664\,\xi^{10}$$

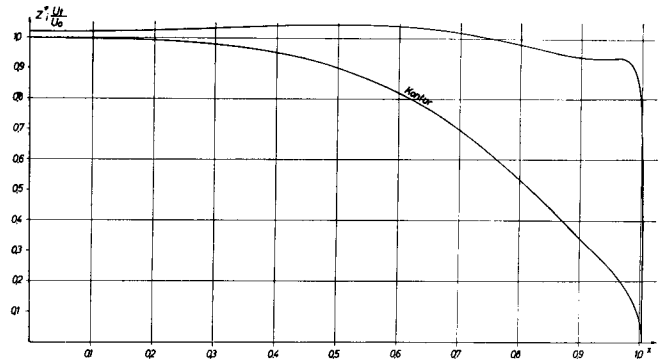


Abb. 9h: Dipolverteilung

$$\eta = 1 + 6.102\,868\,\xi^4 - 28.660\,786\,\xi^6 + 35.343\,697\,\xi^8 - 13.785\,779\,\xi^{10}$$

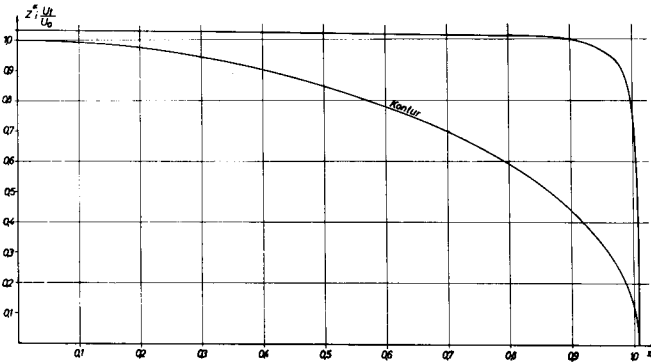


Abb. 9i: Dipolverteilung $\eta = 1 - 2.7\,\xi^2 + 2.4/\xi^3 - 0.7\,\xi^4$

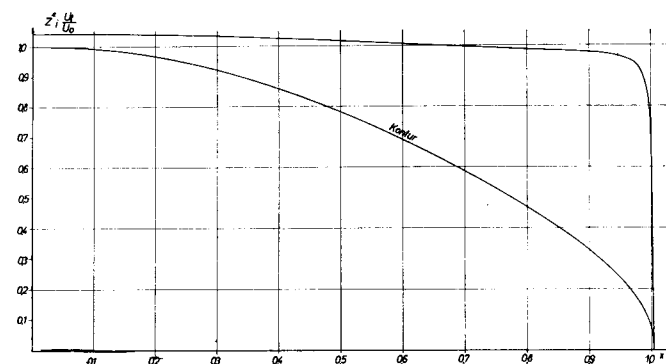


Abb. 9k: Dipolverteilung

$$\eta = 1 - 2.025\,\xi^2 + 1.55\,\xi^4 - 0.525\,\xi^6$$

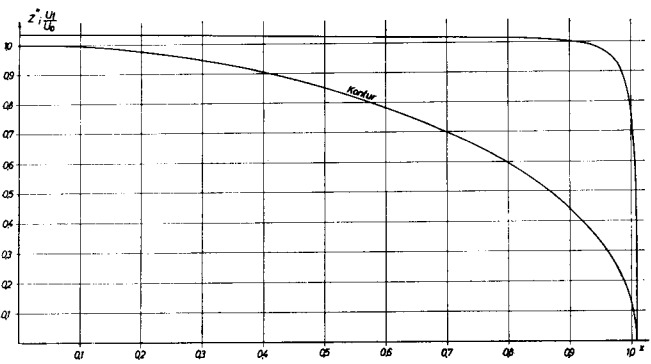


Abb. 9l_v: Dipolverteilung

$$\eta = 1 - 1.5\,\xi^2 + 0.5/\xi^3 + 0.5\,\xi^4 - 0.5/\xi^5$$

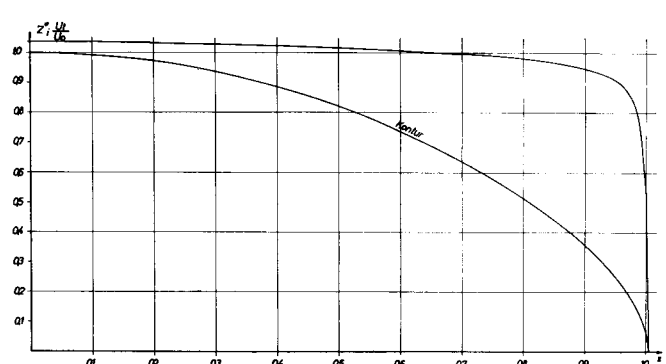


Abb. 9m: Vordere Kontur aus der Dipolverteilung

$$\eta = 1 - 1.5\,\xi^2 + 0.5\,\xi^3 + 0.5\,\xi^4 - 0.5\,\xi^5$$

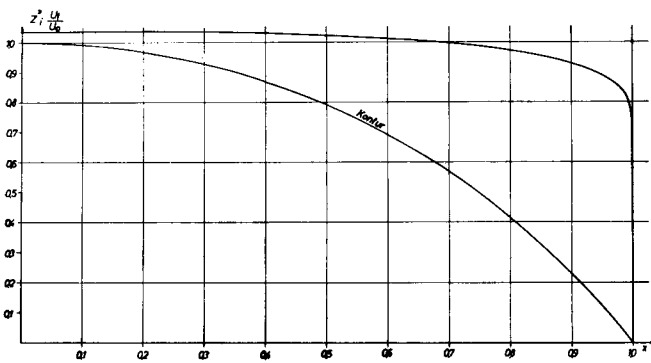


Abb. 9l_h: Dipolverteilung

$$\eta = 1 - 1.5\,\xi^2 - 0.5/\xi^3 + 0.5\,\xi^4 + 0.5/\xi^5$$

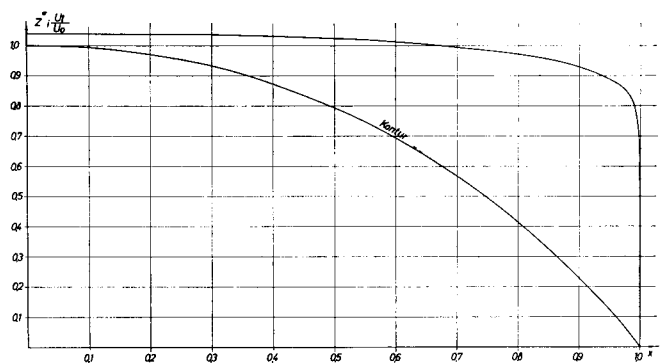


Abb. 9m: Hintere Kontur aus der Dipolverteilung

$$\eta = 1 - 1.5\,\xi^2 - 0.5\,\xi^3 + 0.5\,\xi^4 + 0.5\,\xi^5$$

$$\begin{aligned} \text{g), e)} \quad \eta &= 1 + 7,122190 \xi^2 - 22,834333 |\xi|^3 + \\ &\quad + 17,373743 \xi^4 - 2,661600 \xi^6 \\ \sigma &= -14,244380 \xi + 68,502999 |\xi| \cdot \xi - \\ &\quad - 69,494972 \xi^3 + 15,969600 \xi^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h), f)} \quad \eta &= 1 - 2,201597 \xi^4 - 2,956804 \xi^6 + \\ &\quad + 8,151835 \xi^8 - 3,993434 \xi^{10} \\ \sigma &= 8,806388 \xi^3 + 17,740824 \xi^5 - \\ &\quad - 65,214680 \xi^7 + 39,93434 \xi^9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i), g)} \quad \eta &= 1 + 3,334713 \xi^4 - 20,092792 \xi^6 \\ &\quad + 26,279743 \xi^8 - 10,521664 \xi^{10} \\ \sigma &= -13,338852 \xi^3 + 120,556752 \xi^5 - \\ &\quad - 210,237944 \xi^7 + 105,21664 \xi^9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k), h)} \quad \eta &= 1 + 6,102868 \xi^4 - 28,660786 \xi^6 + \\ &\quad + 35,343697 \xi^8 - 13,785779 \xi^{10} \\ \sigma &= -24,411472 \xi^3 + 171,964716 \xi^5 - \\ &\quad - 282,749576 \xi^7 + 137,85779 \xi^9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l), i)} \quad \eta &= 1 - 2,7 \xi^2 + 2,4 |\xi|^3 - 0,7 \xi^4 \\ \sigma &= 5,4 \xi - 7,2 |\xi| \cdot \xi + 2,8 \xi^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m), k)} \quad \eta &= 1 - 2,025 \xi^2 + 1,55 \xi^4 - 0,525 \xi^6 \\ \sigma &= 4,050 \xi - 6,20 \xi^3 + 3,150 \xi^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{n}_v), \text{l}_v) \quad \eta &= 1 - 1,5 \xi^2 + 0,5 |\xi|^3 + 0,5 \xi^4 - 0,5 |\xi|^5 \\ \sigma &= 3,0 \xi - 1,5 |\xi| \cdot \xi - 2,0 \xi^3 + 2,5 |\xi|^3 \cdot \xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{n}_h), \text{l}_h) \quad \eta &= 1 - 1,5 \xi^2 - 0,5 |\xi|^3 + 0,5 \xi^4 + 0,5 |\xi|^5 \\ \sigma &= 3,0 \xi + 1,5 |\xi| \cdot \xi - 2,0 \xi^3 - 2,5 |\xi|^3 \cdot \xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{o), m)} \quad \eta &= 1 - 1,5 \xi^2 + 0,5 \xi^3 + 0,5 \xi^4 - 0,5 \xi^5 \\ \sigma &= 3,0 \xi - 1,5 \xi^2 - 2,0 \xi^3 + 2,5 \xi^4 \end{aligned}$$

Die Ergebnisse der Rechnung sind in den Tab. 6 und 7 zusammengestellt; die Abb. 8 und 9 enthalten die Körperkonturen und die zugehörigen Geschwindigkeitsverteilungen. Durch den Vergleich letzterer Größen für die verschiedenen Körper erkennt man den Einfluß der Körperform auf die Geschwindigkeit und damit auf den Reibungswiderstand. Man sieht, daß bei den besonders dicken Körpern, für welche die Dipolverteilungen Anschwellungen aufweisen, die maximale Geschwindigkeit nicht am Hauptspant auftritt, sondern — in Abhängigkeit von der Stärke der Anschwellung — in einem gewissen Abstand vom Hauptspant. Dabei kann es vorkommen, daß die Geschwindigkeit am Hauptspant kleiner ist als die Translationsgeschwindigkeit u_0 .

Beim Auftreten von „Schwanenhälsen“ — das sind wulstartige Verdickungen an den Körperenden — ist, hervorgerufen durch diese, ein nochmaliger Anstieg der Geschwindigkeit zu beobachten.

Aus der Geschwindigkeitsverteilung jeweils eines bestimmten Körpers kann man den Mittelwert der Geschwindigkeit erhalten und aus diesem den Reibungswiderstand unter Zuhilfenahme der Annahme, daß der Reibungswiderstand proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit ist.

Bei den Untersuchungen des Flachwassereinflusses auf den Reibungswiderstand [6] sind zum Vergleich für einige Beispiele die Mittelwerte der Geschwindigkeit in unbegrenzter Flüssigkeit bestimmt und daraus die Größe des Reibungswiderstandes. An dieser Stelle soll jedoch nicht näher darauf eingegangen werden; es mag der Hinweis darauf genügen.

Zusammenfassung

Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit wird der Einfluß der Unsymmetrie bei der Erzeugung eines Körpers aus einer vorgegebenen Dipolverteilung untersucht durch Vergleich desjenigen Körpers, der bei Vorgabe einer unsymmetrischen Dipolverteilung entsteht mit demjenigen Körper, der sich durch Zusammensetzung der Konturen ergibt, die durch die zwei entsprechenden symmetrischen Dipolverteilungen erzeugt werden.

Im zweiten Teil der Arbeit werden die Formeln für die Geschwindigkeitskomponenten angegeben und daraus die Geschwindigkeitsverteilung an der Körperoberfläche für eine Reihe von Zylindern und Rotationskörpern berechnet.

Literatur:

- [1] Amtsberg, H.: Untersuchungen über die Formabhängigkeit des Reibungswiderstandes. (Jahrbuch der Schiffbau-technischen Gesellschaft, 1937, S. 177—234).
- [2] Kirsch, M.: Die Erzeugung von Zylindern aus vorgegebenen Singularitätsverteilungen. (Schiff und Hafen, 1959, Jg. 11, S. 365—384).
- [3] Kirsch, M.: Die Erzeugung von Rotationskörpern aus vorgegebenen Singularitätsverteilungen. (Schiff und Hafen, 1959, Jg. 11, S. 936—956).
- [4] Rankine, W. J. M.: On the mathematical theory of stream-lines, with four foci and upwards. (Philosophical Transactions of the Royal Society, London. 1871, S. 267—306).
- [5] Rankine, W. J. M.: On plane water lines in two dimensions. (Philosophical Transactions of the Royal Society, London. 1864, S. 369—391).
- [6] Kirsch, M.: Beitrag zur Abschätzung des Einflusses der beschränkten Wassertiefe auf den Widerstand. (Bericht des Instituts für Schiffbau der Universität Hamburg). (Noch nicht veröffentlicht.)



Sonderdruck aus der Fachzeitschrift „Schiff und Hafen“

Jahrgang 14 · Heft 11 · November 1962

Druck und Verlag: C. D. C. Heydorns Buchdruckerei, Uetersen bei Hamburg