

488 | Januar 1989

## SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Gerhard Schlachter

# Belastung von Schiffen im Seegang unter Berücksichtigung nichtlinearer Einflüsse

**TUHH**

*Technische Universität Hamburg-Harburg*

## **Belastung von Schiffen im Seegang unter Berücksichtigung nichtlinearer Einflüsse**

Gerhard Schlachter, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1989

© Technische Universität Hamburg-Harburg  
Schriftenreihe Schiffbau  
Schwarzenbergstraße 95c  
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

**INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG**

**BERICHT NR. 488**

**Belastung von Schiffen im Seegang unter  
Berücksichtigung nichtlinearer Einflüsse**

**von**

**Gerhard Schlachter**

**Januar 1989**

ISBN 3 - 89220 - 488 - 9

Copyright

Institut für Schiffbau  
Universität Hamburg  
Lämmersieth 90  
D-2000 Hamburg 60

## INHALTSVERZEICHNIS

| Abschnitt | Titel                                 | Blatt |
|-----------|---------------------------------------|-------|
|           | Deckblatt                             | I     |
|           | Inhaltsverzeichnis                    | III   |
|           | Abbildungsverzeichnis                 | V     |
|           | Literaturverzeichnis                  | VIII  |
| 1         | VORWORT                               | 1     |
| 2         | EINLEITUNG                            | 2     |
| 3         | DARSTELLUNG DES SCHIFFES              | 5     |
| 3.1       | Schiffsgeometrie                      |       |
| 3.2       | Massenverteilung                      | 10    |
| 4         | HYDRODYNAMISCHE KOEFFIZIENTEN         | 12    |
| 4.1       | Hydrodynamische Massen und Dämpfungen |       |
| 4.2       | Frequenzunabhängige Koeffizienten     | 19    |
| 5         | GLATTWASSERZUSTAND, FAHRTWELLE        | 25    |
| 6         | EIGENSCHWINGUNGEN, MODALE DÄMPFUNGEN  | 30    |
| 7         | DARSTELLUNG DES SEEGANGS              | 38    |
| 7.1       | Regelmäßige Welle                     |       |
| 7.2       | Langkämmiger Seegang                  | 41    |
| 7.3       | Kurzkämmiger Seegang                  | 44    |

INHALTSVERZEICHNIS  
(Fortsetzung)

| Abschnitt | Titel  | Blatt |
|-----------|--|-------|
| 8         | KRÄFTE UND BEWEGUNGEN DES STARREN SCHIFFSKÖRPERS                             | 48    |
| 8.1       | Grundgleichungen der Kräfte und Bewegungen                                   |       |
| 8.2       | Lineare Berechnung der Kräfte und Bewegungen des starren Schiffskörpers      | 52    |
| 8.3       | Hydrodynamische Kräfte am Keil bei erzwungener harmonischer Bewegung         | 61    |
| 8.4       | Nichtlineare Berechnung der Kräfte und Bewegungen des starren Schiffskörpers | 75    |
| 9         | VERFORMUNGEN UND SCHNITTKRÄFTE DES ELASTISCHEN SCHIFFSKÖRPERS                | 84    |
| 10        | STATISTISCHE AUSWERTUNG  | 96    |
| 10.1      | Ausgangswerte, Amplitudenklassierung   |       |
| 10.2      | Rainflowklassierung  | 98    |
| 10.3      | Verteilungsfunktionen  | 102   |
| 11        | ANWENDUNGEN, SCHLUSSWORT   | 110   |
| 12        | LISTE DER VERWENDETEN SYMBOLE  | 115   |
|           | Gesamtblattzahl:   | 119   |

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

| Abb. |   | Blatt |
|------|---|-------|
| 1    | Darstellung der Schiffsform               | 6     |
| 2    | Spantdarstellung in Feinrasterung         | 9     |
| 3    | Massenverteilung des Schiffes             | 10    |
| 4    | Lewisdarstellung von Spanten              | 15    |
| 5    | Darstellung von Wulstformen               | 16    |
| 6    | Darstellung zusammengesetzter Spantformen | 17    |
| 7    | Vergleich hydrodynamischer Kenngrößen     | 23    |
| 8    | Hydrodynamische Spantkorrekturen          | 24    |
| 9    | Fahrtwellenprofile                        | 28    |
| 10   | Tauchungsänderungen in Fahrtwelle         | 29    |
| 11   | Glattwasserbiegemomente                   |       |
| 12   | Element der Schwingerkette                | 31    |
| 13   | Eigenfrequenzen und Eigenformen           | 34    |

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS (Fortsetzung)

| Abb. |   | Blatt |
|------|---|-------|
| 14   | Koordinatensystem   | 38    |
| 15   | Krümmungskorrektur  | 40    |
| 16   | Diskretisierung eines Seegangsspektrums                             | 44    |
| 17   | Übertragungsfunktionen der Tauch- und Stampfbewegungen              | 58    |
| 18   | Versuchsparameter   | 61    |
| 19   | Keilversuch Nr. 9   | 67    |
| 20   | Keilversuch Nr. 11  | 68    |
| 21   | Keilversuch Nr. 24  | 69    |
| 22   | Keilversuch Nr. 25  | 70    |
| 23   | Keilversuch Nr. 31  | 71    |
| 24   | Keilversuch Nr. 32  | 72    |
| 25   | Hydrodynamische Kraft am Keil bei großen Austauschgeschwindigkeiten | 74    |
| 26   | Gemessene und berechnete Schiffsbewegungen                          | 83    |

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS (Fortsetzung)

| Abb. |   | Blatt |
|------|---|-------|
| 27   | Übertragungsfunktionen des Hauptspantbiegemoments                               | 89    |
| 28   | Zeitlicher Verlauf von Beschleunigung und Biegemoment                           | 93    |
| 29   | Zeitlicher Verlauf von Beschleunigung und Biegemoment<br>(Ausschnitt)           | 94    |
| 30   | Momentanzustände von Relativtauchungen und Querschnittskräften                  | 95    |
| 31   | Häufigkeitsdichte von Wellenamplituden  | 97    |
| 32   | Schematischer Beanspruchungsverlauf   | 99    |
| 33   | Rainflowklassierung der Hauptspantbiegemomente                                  | 101   |
| 34   | Häufigkeitsverteilungen   | 106   |
| 35   | Einfluß der signifikanten Wellenhöhe auf das Hauptspantbiegemoment              | 111   |
| 36   | Einfluß der modalen Periode auf das Hauptspantbiegemoment                       | 112   |
| 37   | Einfluß von Schiffsgeschwindigkeit und Kurswinkel auf das Hauptspantbiegemoment | 113   |

LITERATURVERZEICHNIS

- /1/ K. Meyerhoff, G. Schlachter:  
Ein Ansatz zur Bestimmung der Belastung von Schiffen im Seegang unter Berücksichtigung hydrodynamischer Stöße, STG Jahrbuch 1977, S. 111
- /2/ H. Söding:  
Leckstabilität im Seegang, IfS Bericht Nr. 429, Dezember 1982
- /3/ Benutzer-Handbuch für das Programmsystem ARCHIMEDES 76, Lehrstuhl und Institut für Entwerfen von Schiffen und Schiffstheorie der TU Hannover, Rev. C Jan. 79
- /4/ T.A. Loukakis:  
Computer Aided Prediction of Seakeeping Performance in Ship Design, MIT Report Nr. 70-3, Aug. 1970
- /5/ M. Kirsch:  
Die Berechnung der Bewegungsgrößen der gekoppelten Tauch- und Stampf-schwingungen nach der erweiterten Streifentheorie von Grim, IfS Bericht Nr. 241, Mai 69
- /6/ R.L. Townsin:  
Estimates of Virtual Mass for Ship Vibration Calculation, The Shipbuilder and Marine Engine Builder 69 (1962)
- /7/ M.F. von Slujs:  
Ship Relative Motions and Related Phenomena, Symposium on the dynamics of marine vehicles and structures in waves, University College London, Paper No. 21, April 1974, S. 211

LITERATURVERZEICHNIS

- /8/ P. Blume, H.G. Hattendorff:  
An investigation on intact stability of fast cargo liners. 2nd int.conf. on stability of ships and ocean vehicles, Tokyo, Oct. 1982, S. 101
- /9/ M. Mackay, R.T. Schmitke:  
PHHS, a fortran programme for ship pitch, heave and seakeeping prediction. D.R.E.A. Technical Memorandum 78/B
- /10/ H. Söding:  
Hydrodynamische Massen und Dämpfung, Kontaktstudium des Institut für Schiffbau Hamburg, 19. Fortbildungskurs, März 1983
- /11/ E. Pestel, F. Leckie:  
Matrix Methods in Elastomechanics, McGraw-Hill Book Company inc. (1963)
- /12/ W.H. Groth, H.G. Payer:  
Untersuchungen über das Dämpfungsverhalten schiffbaulicher Konstruktionen. Forschungszentrum des deutschen Schiffbaus, Bericht Nr. 53/1975
- /13/ U.H. Clormann, T. Seeger:  
RAINFLOW-HCM, ein Zählverfahren für Betriebsfestigkeitsnachweise auf werkstoffmechanischer Grundlage, Stahlbau 55 (1986), H.3, S. 65

## 1 VORWORT

In den vergangenen Jahren wurde bereits ein Vorstoß zur Berechnung der Belastung von Schiffen im Seegang unter Berücksichtigung nichtlinearer Einflüsse unternommen /1/.

Die in dem dort gewählten Ansatz vorgenommenen starken Vereinfachungen bei der Beschreibung der hydrodynamischen Kenngrößen führten aber teilweise zu recht unbefriedigenden Ergebnissen. Das galt vor allem in Fällen, in denen die Bewegungen und Belastungen durch lineare Verfahren bereits recht gut wiedergegeben werden konnten und daher einen direkten Vergleich ermöglichten. Aus diesem Grunde wurde, einer Anregung in /2/ folgend, die Berechnung der hydrodynamischen Kräfte grundlegend geändert. Darüber hinaus erfolgte die Erweiterung des ursprünglichen Verfahrens um die Berücksichtigung anderer Kurswinkel (nicht nur Fahrt gegen die See), kurzkämmigen Seegangs sowie einer statistischen Auswertung.

Zur Durchführung der praktischen Rechnungen wurde das Rechnerprogramm "DYNBEL" erstellt. Die Brauchbarkeit der gewählten Ansätze wurde soweit möglich durch Vergleich mit Meßergebnissen nachgewiesen.

## EINLEITUNG

Die Bewegungen und Belastungen von Schiffen im Seegang werden seit einer Reihe von Jahren üblicherweise an Hand von Übertragungsfunktionen und Antwortspektren ermittelt. Die Berechnung der hydrodynamischen Größen erfolgt hierbei ausschließlich für die Ruhewasserlinie ohne Berücksichtigung der tauchungsabhängigen Veränderlichkeit der Spantkontur, so daß sich positive und negative Ausschläge gleicher Größe ergeben.

Im Falle kleiner Froudezahlen und niedriger Seegänge führen diese Verfahren nach wie vor zu recht brauchbaren Ergebnissen. Anders verhält es sich dagegen im Falle großer Froudezahlen oder extrem hoher Wellen. Hier kommt es, verursacht durch die Änderung der Spantform beim Ein- und Austauchen, zu deutlich veränderten, unsymmetrischen Reaktionen. Dieses gilt in besonders starkem Maße für vertikale Querkräfte und Biegemomente des Gesamtschiffes, die außerdem durch die aus stoßartigen Erregungen (Slamming) resultierenden elastischen Schwingungen starke dynamische Vergrößerungen (Whipping) erfahren.

Bei dem hier vorgestellten Verfahren handelt es sich um Rechnungen im Zeitbereich (rechnerische Simulation) mit anschließender statistischer Auswertung. Dabei werden ausschließlich die Tauch- und Stampfbewegungen sowie die im Seegang angeregten vertikalen Biegeschwingungen und die aus ihnen resultierenden Querkräfte und Biegemomente in den Spantebenen betrachtet.

Die Methode ist außerdem durch folgende Grundzüge charakterisiert:

- Anwendung der Streifenmethode in modifizierter Form
- Ermittlung frequenzunabhängiger Koeffizienten aus hydrodynamischen Massen und Dämpfungen
- Interpolation der Auftriebskräfte und der hydrodynamischen Koeffizienten für jeden Zeitschritt entsprechend der aktuellen Relativtauchung

- Berechnung zusätzlicher Stoßkräfte aus zeitlichen Ableitungen der hydrodynamischen Koeffizienten
- Konvergenz der Lösungen bei niedrigen Seegängen gegen die entsprechender linearer Methoden
- Ermittlung der Häufigkeitsverteilungen der Bewegungs- und Belastungsamplituden sowie der aus ihnen resultierenden statistischen Kenngrößen
- Klassierung der Vollastspiele des Hauptspantbiegemoments nach Schwingbreite und Mittelwert (Rainflowmethode)

Dem statistischen Teil dieser Arbeit kommt eine besondere Bedeutung zu, da die dort errechneten Kenngrößen sowohl Vorhersagen für die Wahrscheinlichkeit des Überschreitens bestimmter Grenzwerte (z.B. kritischer Beulspannungen) als auch – im Falle der Klassierung der Vollastspiele – für das Erstellen von Belastungsverteilungen für das Schiff und Lebensdauerprognosen im Sinne der Betriebsfestigkeit ermöglichen.

Ein Nachteil des vorliegenden Verfahrens besteht darin, daß es viel Rechenzeit erfordert (Simulationszeit  $\approx$  Rechenzeit). Das führt insbesondere dann zu großen Rechenzeiten, wenn viele Seegänge und Fahrtzustände zu berücksichtigen sind. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, nichtlineare Rechnungen auf das notwendige Maß zu beschränken und wo immer möglich auf die wesentlich weniger aufwendigen linearen Rechnungen auszuweichen. Um dem Anwender des Rechnerprogramms die Möglichkeit eines Vergleichs und damit einer Abschätzung der nichtlinearen Anteile zu geben, werden daher für alle interessierenden Größen zusätzlich die nach der linearen Theorie im Frequenzbereich errechneten signifikanten Werte ausgegeben.

Insgesamt enthält die Ausgabeliste des Rechnerprogramms Angaben über folgende Bewegungs- und Belastungsgrößen:

- Wellenbewegung (Kontrolle!)
- Tauchen
- Stampfen
- Relativbewegungen
- Relativgeschwindigkeiten
- Starrkörperbeschleunigungen
- Gesamtbeschleunigungen (Starrkörper- + elastische Anteile)
- Querkräfte
- Biegemomente
- Biegewinkel
- Durchbiegungen (mit Schubanteilen)

### 3 DARSTELLUNG DES SCHIFFES

#### 3.1 SCHIFFSGEOMETRIE

Die Eingabe der Schiffsgometrie erfolgt in der Art des Schiffsentwurfsprogramms "ARCHIMEDES" /3/. Hierbei wird folgendes Koordinatensystem gewählt:

- Lage des Ursprungs auf MS, sonst beliebig
- x-Achse vom Heck zum Bug
- z-Achse nach oben

Es sind maximal 41 Querschnitte mit je maximal 15 Aufmaßpunkten einzugeben.

Um später bei den Simulationsrechnungen linear interpolieren zu können (Zeitersparnis!), wird der gesamte Bereich zwischen unterstem und oberstem Aufmaßpunkt in 50 äquidistante Intervalle (51 Wasserlinien) aufgeteilt. Die Berechnung der Zwischenwerte der Wasserlinienbreiten erfolgt mit Hilfe einer Splinedarstellung der jeweiligen Spantkontur. Dazu werden parametrische kubische Splines benutzt, die auch horizontale Spanteinläufe darstellen können. Als Splineparameter  $p$  wird die Länge des Polygonzugs durch die gegebenen Aufmaßpunkte  $(y_j, z_j)$  verwendet.

Es gilt dann

für den untersten Aufmaßpunkt:

$$p_1 = 0 \quad (1)$$

für den Aufmaßpunkt  $j$ :

$$p_j = \sum_{i=2}^j \sqrt{(y_i - y_{i-1})^2 + (z_i - z_{i-1})^2} \quad (1)$$

(s. Abb. 1)

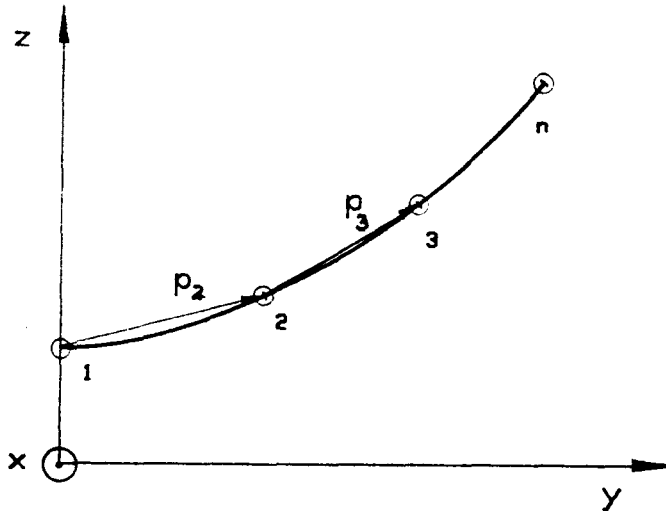


ABB. 1: DARSTELLUNG DER SCHIFFSFÖRMUNG

Für die Interpolationskurve gilt, daß an den Aufmaßpunkten Funktionswert (y- oder z-Koordinate) sowie erste und zweite Ableitung nach  $p$  beiderseits gleich sein sollen, wobei die Krümmungen bei ungleichen Punktabständen unstetig sind.

An Knickstellen (mindestens am ersten,  $j = 1$ , und am letzten Aufmaßpunkt,  $j = n$ ) werden die zweiten Ableitungen null gesetzt.

Sonst gilt für drei benachbarte Punkte – vergleichbar der Stützmomentenberechnung bei Durchlaufträgern nach Clapeyron – folgendes:

$$f_{j-1}''(p_j - p_{j-1}) + 2f_j''(p_{j+1} - p_{j-1}) + f_{j+1}''(p_{j+1} - p_j) = 6 \left( \frac{f_{j+1} - f_j}{p_{j+1} - p_j} - \frac{f_j - f_{j-1}}{p_j - p_{j-1}} \right) \quad (2)$$

mit:  $f \equiv$  zu interpolierende Funktion: Höhe  $z$  oder Breite  $y$

$$f'' = \frac{df^2}{dp^2}$$

Unter Beachtung der Randbedingungen  $f_1'' = f_n'' = 0$  ergibt sich für den gesamten Querschnitt das Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} 2(p_3-p_1) & p_3-p_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_3-p_2 & 2(p_4-p_2) & p_4-p_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & 0 \\ 0 & 0 & p_j-p_{j-1} & 2(p_{j+1}-p_{j-1}) & p_{j+1}-p_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & p_{n-1}-p_{n-2} & \\ 0 & 0 & & & p_{n-1}-p_{n-2} & 2(p_n-p_{n-2}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_2'' \\ f_3'' \\ \vdots \\ f_j'' \\ \vdots \\ f_{n-1}'' \end{bmatrix} = 6 \cdot \begin{bmatrix} \frac{f_3-f_2}{p_3-p_2} - \frac{f_2-f_1}{p_2-p_1} \\ \frac{f_4-f_3}{p_4-p_3} - \frac{f_3-f_2}{p_3-p_2} \\ \vdots \\ \frac{f_{j+1}-f_j}{p_{j+1}-p_j} - \frac{f_j-f_{j-1}}{p_j-p_{j-1}} \\ \vdots \\ \frac{f_n-f_{n-1}}{p_n-p_{n-1}} - \frac{f_{n-1}-f_{n-2}}{p_{n-1}-p_{n-2}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

in Matrixschreibweise:

$$[P][F''] = [F^*] \quad (3)$$

nach  $[F'']$  aufgelöst:

$$[F''] = [P]^{-1}[F^*] \quad (4)$$

Hat man die zweiten Ableitungen bestimmt, so ergibt sich die Interpolationskurve zwischen den Punkten  $j-1$  und  $j$  als Parabel 3. Grades:

$$f = a_f + b_f (p-p_{j-1}) + c_f (p-p_{j-1})^2 + d_f (p-p_{j-1})^3 \quad (5)$$

mit:

$$\begin{aligned} a_f &= f_{j-1} \\ b_f &= \frac{f_j - f_{j-1}}{p_j - p_{j-1}} - \frac{p_j - p_{j-1}}{6} (2f_{j-1}'' + f_j'') \\ c_f &= 0,5 f_{j-1}'' \\ d_f &= \frac{f_j'' - f_{j-1}''}{6(p_j - p_{j-1})} \end{aligned} \quad (6)$$

Es werden nun zunächst die der Feinrastrung  $z_k$  entsprechenden Werte  $p_k$  des Sehnenzuges ( $k \leq 51$ , s.o.), durch den ein Spant ersetzt wird, abschnittsweise als Wurzeln der kubischen Gleichungen berechnet:

$$a_z + b_z p_k + c_z p_k^2 + d_z p_k^3 = z_k \quad (5a)$$

Für die Werte  $p_k$  werden dann die halben Wasserlinienbreiten sinngemäß interpoliert:

$$y_k = a_y + b_y p_k + c_y p_k^2 + d_y p_k^3 \quad (5b)$$

Die Querschnittsfläche bis zum Punkt  $k$  des Feinrasters ergibt sich in guter Näherung nach der Trapezregel:

$$F_k = \Delta z \left( y_1 + y_k + 2 \sum_{i=2}^{k-1} y_i \right) \quad \Delta z = \frac{z_o - z_u}{50} \quad (7)$$

mit:

$z_o \equiv$  oberster Aufmaßpunkt

$z_u \equiv$  unterster Aufmaßpunkt

Abb. 2 gibt einen Eindruck von der Feinheit der Rasterung. Sie zeigt, daß eine realistische Wiedergabe der Spantform bereits mit einer verhältnismäßig geringen Anzahl von Aufmaßpunkten möglich ist.

Bei den während der Simulation durchzuführenden Interpolationen wird ausgehend von der Relativtauchung  $r$  am Spant zunächst das Intervall  $z_{k-1} < r < z_k$  ermittelt:

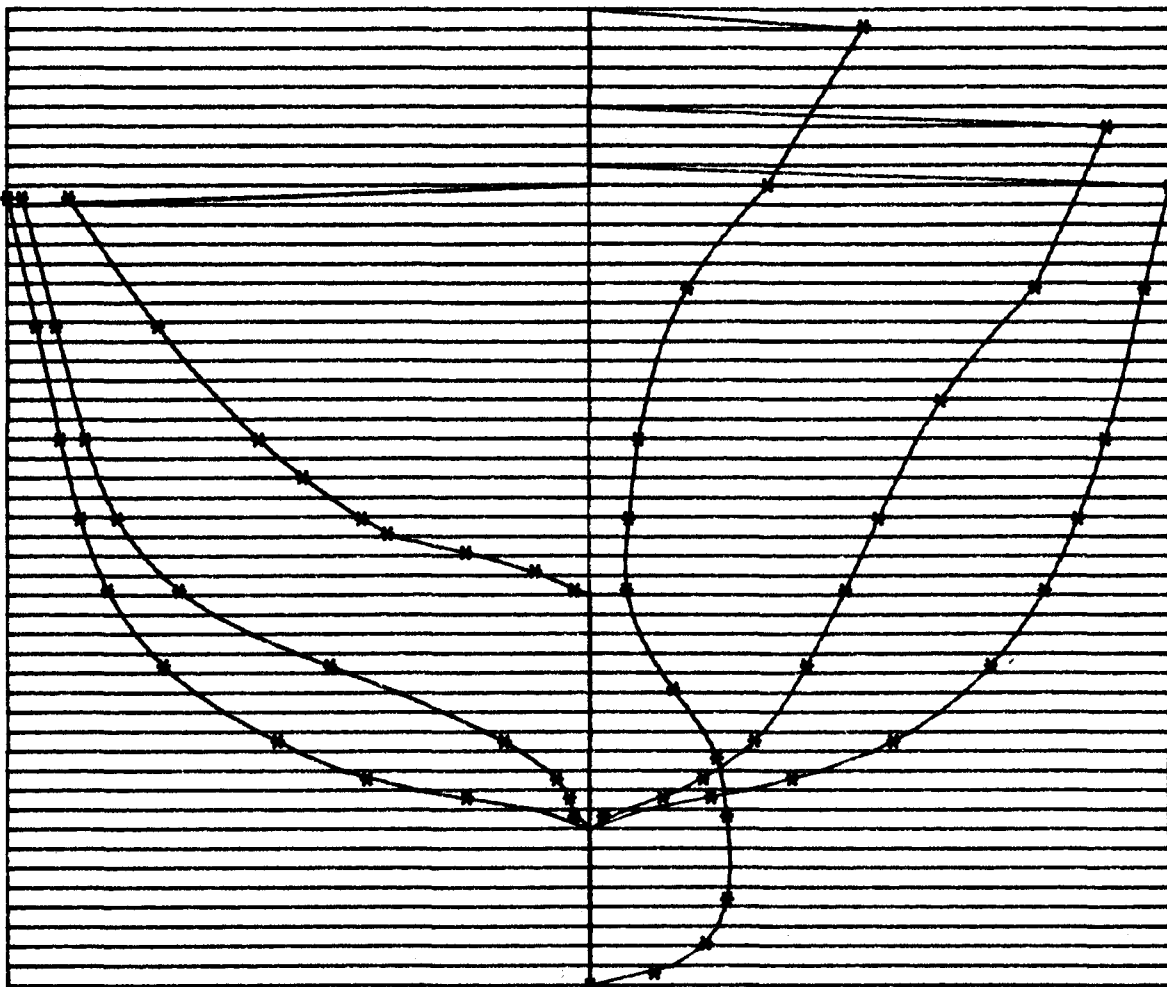
$$k = \text{int} \left( \frac{r - z_u}{\Delta z} \right) + 1 \quad z_{k-1} < r < z_k \quad (8)$$

Die gesuchte halbe Wasserlinienbreite ist dann:

$$y_r = y_{k-1} + \frac{y_k - y_{k-1}}{\Delta z} (r - z_{k-1}) \quad (9)$$

und die zugehörige Spantfläche:

$$F_r = F_{k-1} + (\gamma - z_{k-1})(y_r + y_{k-1}) \quad (10)$$



\*  $\equiv$  aufgemessene Punkte

Abb. 2: SPANTDARSTELLUNG IN FEINRASTERUNG

## 3.2 MASSENVERTEILUNG

Die Massen und Trägheitshebel des Schiffes sind als Treppenkurve mit konstanter Stufenbreite gegeben:

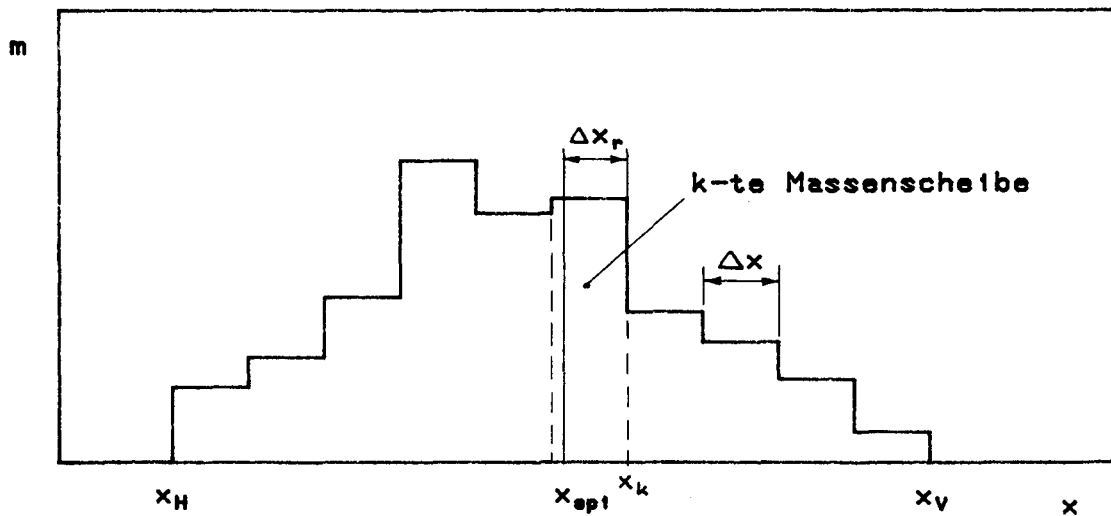


Abb. 3: MASSENVERTEILUNG DES SCHIFFES

Um bei späteren Rechnungen den Aufwand und damit die Rechenzeit gering zu halten, werden vorab die Masse, das Massenmoment um die y-Achse und das entsprechende Massenträgheitsmoment des Schiffsteils hinter jedem Aufmaßspant errechnet:

$$Q_{mi} = \int_{x_H}^{x_{spi}} m dx = \Delta x \sum_{j=1}^k m_j - m_k \Delta x_r \quad (11)$$

$$M_{mi} = \int_{x_H}^{x_{spi}} m x dx = \Delta x \sum_{j=1}^k x_j m_j - m_k x_{sr} \Delta x_r \quad (12)$$

$$\Theta_{mi} = \int_{x_H}^{x_{spi}} m (x^2 + r^2) dx = \Delta x \sum_{j=1}^k m_j (x_j^2 + r_j^2) - m_k \Delta x_r (x_{sr}^2 + r_k^2) \quad (13)$$

mit:

$\Delta x$   $\equiv$  Stufenbreite

$m_j$   $\equiv$  Massenbelegung der j-ten Scheibe

$r_j$   $\equiv$  Trägheitsradius der j-ten Scheibe bezogen auf einen Punkt, dessen x-Koordinate gleich der der Intervallmitte und dessen z-Koordinate gleich der des Höhenschwerpunkts ist.

$x_{spi}$   $\equiv$  i-tes Aufmaßspant

$x_H, x_V$   $\equiv$  hintere bzw. vordere Begrenzung der Massenverteilung

$x_j$   $\equiv$  Koordinate der Intervallmitte

$k = \text{int}((x_{spi} - x_H) / \Delta x) + 1$   $\equiv$  Intervall, in das das Aufmaßspant fällt.

$\Delta x_r = x_H + k\Delta x - x_{spi}$   $\equiv$  überragender Intervallteil

$x_{sr} = k\Delta x - \Delta x_r / 2$   $\equiv$  Schwerpunkt des überragenden Intervallteils

Die Integration über die gesamte Länge ergibt die Verdrängungsmasse:

$$D = \int_{x_H}^{x_V} m dx = \Delta x \sum_{j=1}^n m_j \quad (14)$$

die Längskoordinate des Schwerpunkts:

$$x_s = \frac{\Delta x}{D} \sum_{j=1}^n m_j x_j \quad (15)$$

und den Trägheitsradius bezogen auf den Massenschwerpunkt:

$$r_s = \sqrt{\frac{\Delta x}{D} \sum_{j=1}^n m_j (x_j^2 + r_j^2) - x_s^2} \quad (16)$$

Im folgenden wird der Ursprung der x-Koordinate des Koordinatensystems zur Vereinfachung in den Massenschwerpunkt des Schiffes gelegt, d.h. x stellt von nun an den Längsabstand vom Massenschwerpunkt dar.

## 4 HYDRODYNAMISCHE KOEFFIZIENTEN

Ein wesentlicher Mangel des Ansatzes in /1/ war, daß die Beziehung zwischen Relativbewegung zwischen Querschnitt und Wasser einerseits und dem vom Wasser auf den Querschnitt ausgeübten Kräften andererseits nur für eine "charakteristische" Frequenz richtig erfaßt werden konnte. Das hier beschriebene Verfahren erfaßt diese Abhängigkeit dagegen näherungsweise richtig über einen weiten Bereich von Frequenzen. Kernstück hierbei ist die Lösung dieser hydrodynamischen Kräfte aus der Frequenzabhängigkeit und ihre Übertragung in den Zeitbereich nach der in /2/ vorgeschlagenen Methode. Hierzu müssen für die Aufmaßpunkte und einen repräsentativen Frequenzbereich zunächst hydrodynamische Massen und Dämpfungen nach üblichen Verfahren berechnet werden. Der repräsentative Frequenzbereich wird durch 16 äquidistante Stützstellen sowie den Grenzwert für  $\omega \rightarrow \infty$  festgelegt:

$$\omega_j = \frac{j+2}{\sqrt{0,1g L}} \quad j = 1 \dots 16 \quad (17)$$

mit:  $\omega \equiv$  Kreisfrequenz

$L \equiv$  Schiffslänge

$g \equiv 9,81 \text{ m/s}^2 \equiv$  Erdbeschleunigung

Die größte betrachtete Wellenlänge ( $j = 1$ ) beträgt damit etwa das 6-fache, die kürzeste ( $j = 16$ ) das 0,2-fache der Schiffslänge.

## 4.1 HYDRODYNAMISCHE MASSEN UND DÄMPFUNGEN

Zur Berechnung der hydrodynamischen Massen und Dämpfungen werden die in /4/ geschilderten vereinfachten Verfahren gewählt, die für den hier vorgesehenen Anwendungsfall völlig zureichend erscheinen.

Konventionelle Querschnitte werden als sogenannte Lewisformen, d.h. als konforme Abbildungen des Kreises in der komplexen Ebene angenähert:

$$y^* + iz^* = \underline{z} = c \left( \underline{\zeta} + \frac{a}{\underline{\zeta}} + \frac{b}{\underline{\zeta}^3} \right) \quad (18)$$

mit:

$$\begin{aligned}\underline{\zeta} &= \cos \vartheta + i \sin \vartheta \\ \frac{1}{\underline{\zeta}} &= \cos \vartheta - i \sin \vartheta & 0 \leq \vartheta \leq \pi \\ \frac{1}{\underline{\zeta}^3} &= \cos 3\vartheta - i \sin 3\vartheta\end{aligned}\quad (19)$$

(19) in (18) eingesetzt ergibt:

$$\underline{z} = c (\cos \vartheta + i \sin \vartheta + a (\cos \vartheta - i \sin \vartheta) + b (\cos 3\vartheta - i \sin 3\vartheta)) \quad (20)$$

Es ist:

$y^* = \operatorname{Re}(\underline{z}) \equiv$  Abstand von MS

$z^* = \operatorname{Im}(\underline{z}) \equiv$  Abstand von der Bezugswasserlinie (nach unten positiv!)

Die Abbildungskonstanten a, b und c ergeben sich aus folgenden Gleichungen:

$$H = \frac{B}{2T} = \frac{1+a+b}{1-a+b} \quad (21)$$

$$\beta = \frac{F}{BT} = \frac{\pi (1-a^2-3b^2)}{4 (1-a^2+2b+b^2)} \quad (22)$$

$$c = \frac{B}{2(1+a+b)} \quad (23)$$

mit:

B  $\equiv$  Wasserlinienbreite

T  $\equiv$  Tiefgang bis zur Wasserlinie

$\beta$   $\equiv$  Spantvölligkeit

F  $\equiv$  Spantfläche

Die Darstellung von sich nicht selbst schneidenden Spantkonturen ist nur möglich, wenn folgende Voraussetzungen gegeben sind:

$$H \leq 1 : \quad \beta \geq \frac{3\pi}{32} (2 - H) \quad (24)$$

$$H > 1 : \quad \beta \geq \frac{3\pi}{32} \left(2 - \frac{1}{H}\right) \quad (25)$$

Ist die Bedingung (24) – z.B. bei hohlen Vorschiffsspanten – nicht erfüllt, so werden Seitenverhältnis  $H$  und Völligkeitsgrad  $\beta$  wie folgt korrigiert:

$$H^* = \frac{6\pi H}{32\beta + 3\pi H} \quad (26)$$

$$\beta^* = \frac{3\pi}{32} (2 - H^*) \quad (27)$$

Ist die Bedingung (25) – z.B. im flachen Bodenbereich – nicht erfüllt, so werden folgende Korrekturen vorgenommen (bei festgehaltener Spantbreite  $B$ ):

$$H^* = \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \frac{32\beta}{3\pi H}}} \quad (26^*)$$

$$\beta^* = \frac{3\pi}{32} \left(2 - \frac{1}{H^*}\right) \quad (27^*)$$

Abb. 4 zeigt den Vergleich realer Spantformen mit Lewisformen für drei typische Schiffsquerschnitte (Hinterschiff, Hauptspant, Vorschiff).

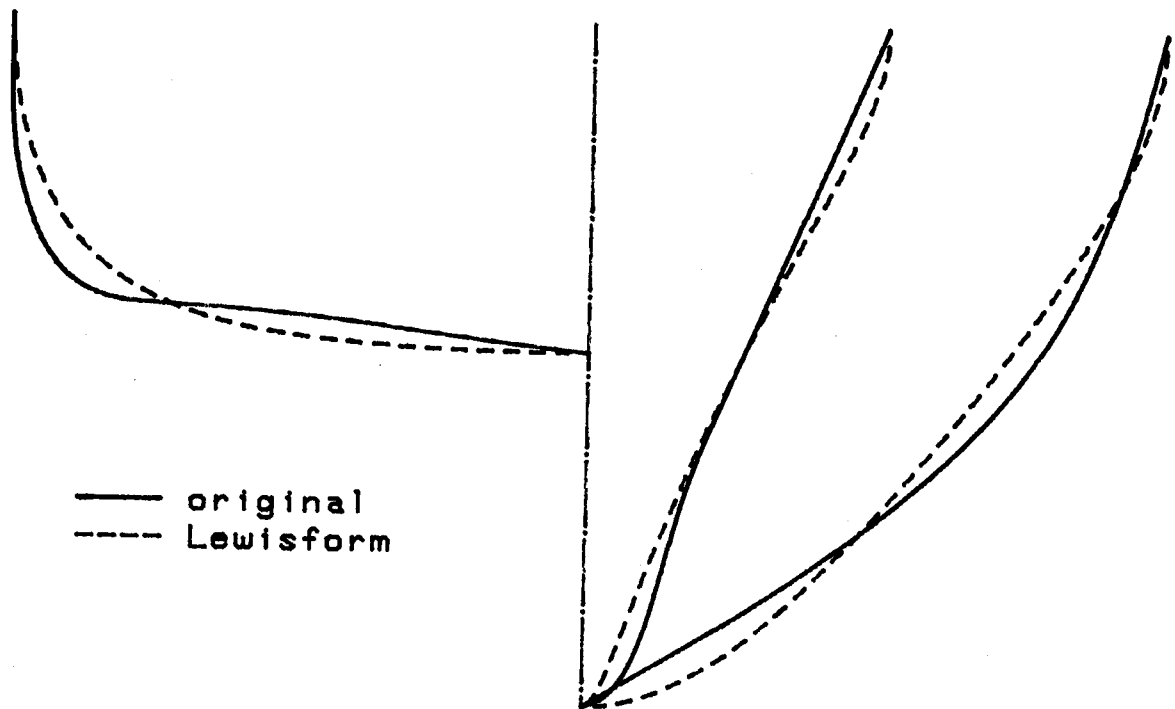


ABB. 4: LEWISDARSTELLUNG VON SPANTEN

Der Ansatz (18) eignet sich nur für Querschnitte mit  $\beta \leq 1$  und ist daher für Wulstformen nicht geeignet.

Bei Wulstspanten wird nach /4/ folgende Darstellung gewählt:

$$\underline{z} = c \left( \underline{\zeta} + \frac{b \underline{\zeta}}{\underline{\zeta}^2 + a} \right) \quad (28)$$

Das ergibt mit (19) die idealisierten Spantkoordinaten:

$$y^* = \operatorname{Re}(\underline{z}) = c \left( \cos \vartheta + \frac{b(a+b) \cos \vartheta}{a^2 + 1 + 2a \cos 2\vartheta} \right) \quad (29)$$

$$z^* = \operatorname{Im}(\underline{z}) = c \left( \sin \vartheta - \frac{b(1-a) \sin \vartheta}{a^2 + 1 + 2a \cos 2\vartheta} \right) \quad (30)$$

Daraus folgt:

$$a = \frac{2H(1 - \frac{4}{\pi\beta})}{(1+H)(1-H)} \quad (31)$$

$$b = \frac{(1+a)(1-a)(1-H)}{a(1-H) - 1 - H} \quad (32)$$

$$c = \frac{T}{1 - \frac{b}{1-a}} \quad (33)$$

Als Seitenverhältnis  $H$  (gebildet mit der Breite in der Wasserlinie) wird in diesem Fall nicht der tatsächliche Wert sondern ein iterativ errechneter eingesetzt, bei dem die maximale Breite des idealisierten Wulstes etwa gleich der des realen Wulstes ist (s. Abb. 5).

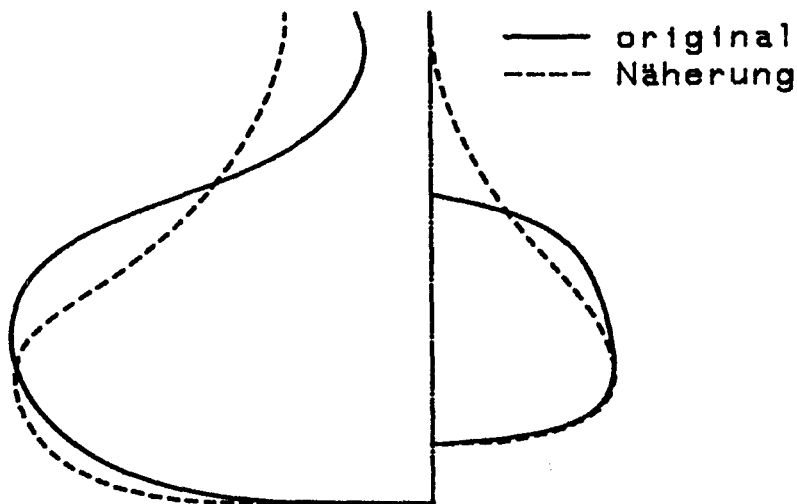


ABB. 5: DARSTELLUNG VON WULSTFORMEN

Eine besondere Behandlung erfordern Mischformen, wie sie sich z.B. im oberen Bereich von Vorschiffen mit Bugwulst ergeben. In solchen Fällen wird der Querschnitt in zwei Teile zerlegt (s. Abb. 6)

- unterhalb der maximalen Einschnürung als Wulstform
- oberhalb der maximalen Einschnürung als Lewisform

Im oberen Bereich werden die hydrodynamischen Massen und Dämpfungen der Teilquerschnitte addiert.

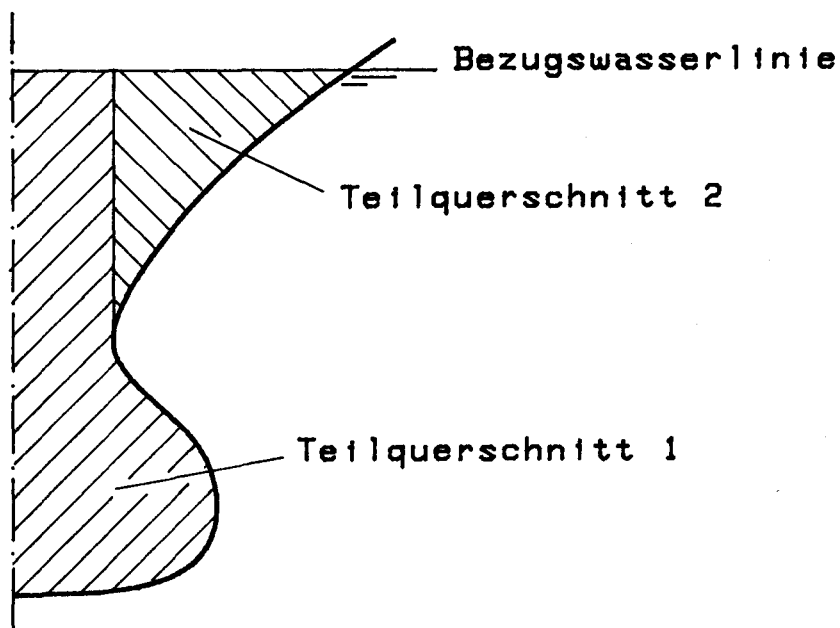


ABB. 6: DARSTELLUNG ZUSAMMENGESETZTER SPANTFORMEN

Ist auf eine der oben geschilderten Weisen eine geeignete Abbildung des Querschnitts gefunden, so läßt sich nach bekannten Ansätzen (z.B. /5/) unter Beachtung der Randbedingungen (Oberflächenbedingung, Normalbedingung an der Körperkontur) das Potential zur Beschreibung der Strömung um den Querschnitt bei harmonischer vertikaler Bewegung bestimmen.

So ergeben sich die gesuchte hydrodynamische Masse und Dämpfung. Sie werden durch dimensionslose Koeffizienten  $c_H$  bzw.  $A$  beschrieben:

$$m_H = c_H \frac{\pi}{2} \rho Y^2 \quad (34)$$

$$n_H = \bar{A}^2 \frac{\rho g^2}{\omega^3} \quad (35)$$

mit:

$\rho$   $\equiv$  Dichte des Seewassers

$g = 9,81 \text{ m/s}^2 \equiv$  Erdbeschleunigung

$Y \equiv$  halbe Breite in der Wasserlinie bei Lewisquerschnitten

$\equiv$  Tiefgang bei Wulstquerschnitten

Der Grenzfall sehr hoher Kreisfrequenzen ( $\omega \rightarrow \infty$ ,  $n_H \rightarrow 0$ ), der später auch für die Berechnung von elastischen Schwingungen des Schiffskörpers von Interesse ist, wird gesondert behandelt:

für Lewisspanten nach /6/:

$$c_{H\infty} = 1 + \left(1 + \frac{1}{H} - \alpha\right) \left(\frac{1}{H} - \alpha\right) \quad (36)$$

mit:

$$\alpha = 1,5 \left(1 + \frac{1}{H}\right) - 0,5 \sqrt{1 + \frac{10}{H} + \frac{1}{H^2} - \frac{32\beta}{\pi H}}$$

für Wulstspanten:

$$c_{H\infty} \approx c_H \left(\omega = 200 / \sqrt{0,1 g L}\right) \quad (37)$$

## 4.2 FREQUENZUNABHÄNGIGE KOEFFIZIENTEN

Nach /2/ läßt sich im ebenen Fall für ebene Spantumströmung bei kleinen Relativbewegungen zwischen hydrodynamischer Kraft und Relativbewegung folgender Zusammenhang herstellen:

$$\sum_{j=0}^J A_j r^{(j+2)} = \sum_{j=0}^J B_j f_H^{(j)} \quad (38)$$

mit:

$A_j, B_j \equiv$  Koeffizienten

$r^{(j+2)} \equiv$  (j + 2)-te zeitliche Ableitung der vertikalen Relativbewegung r

$f_H^{(j)} \equiv$  j-te zeitliche Ableitung der vertikalen hydrodynamischen Kraft

Bei harmonischer Bewegung gilt in diesem Fall in komplexer Schreibweise:

$$r = \hat{r} e^{i\omega t} \quad (39)$$

$$f_H = (\omega^2 m_H - i\omega n_H) \hat{r} e^{i\omega t} \quad (40)$$

mit:

$\omega \equiv$  Kreisfrequenz

$\hat{r} \equiv$  Amplitude der Relativbewegung

t  $\equiv$  Zeit

$m_H \equiv$  hydrodynamische Masse

$n_H \equiv$  hydrodynamische Dämpfung

(39) und (40) in (38) eingesetzt ergibt:

$$\sum_{j=0}^J A_j (i\omega)^{j+2} = (\omega^2 m_H - i\omega n_H) \sum_{j=0}^J B_j (i\omega)^j \quad (41)$$

Die vollkommene Gleichwertigkeit der Ansätze (38) (Zeitbereich) und (40) (Frequenzbereich) ist nur dann gegeben, wenn (41) für alle Kreisfrequenzen  $0 \leq \omega < \infty$  erfüllt ist. Hierzu wären unendlich viele ( $J \rightarrow \infty$ ) Koeffizienten erforderlich. Tatsächlich hat sich aber gezeigt, daß für den hier gesteckten Rahmen bereits mit  $J = 2$  eine gute Näherung zu erzielen ist.

Für  $J = 2$  wird (41), ausgeschrieben, nach Division durch  $i\omega$ :

$$i\omega A_0 - \omega^2 A_1 - i\omega^3 A_2 = (-i\omega m_H - n_H)(B_0 + i\omega B_1 - \omega^2 B_2) \quad (41^*)$$

Nach Real- und Imaginärteil getrennt:

$$-\omega^2 A_1 = -n_H B_0 + \omega^2 m_H B_1 + \omega^2 n_H B_2 \quad (42)$$

$$A_0 - \omega^2 A_2 = -m_H B_0 - n_H B_1 + \omega^2 m_H B_2 \quad (43)$$

Da dieses Gleichungssystem für die Koeffizienten  $A_j$  und  $B_j$  homogen ist, ist einer der Koeffizienten frei wählbar. Im Hinblick auf spätere Anwendungen mit zeitlich veränderlicher Eintauchung des Querschnitts hat sich bewährt:

$$B_2 = 1 \quad (44)$$

Für den Grenzübergang  $\omega \rightarrow \infty$  mit  $n_H = 0$  und  $m_H = m_{H\infty}$  liefern die Gleichungen (42), (43) und (44):

$$A_1 = -m_{H\infty} B_1 \quad (45)$$

$$A_2 = -m_{H\infty} B_2 \quad (46)$$

Damit werden die Gleichungen (42) und (43):

$$-n_H B_0 + \omega^2 \Delta m_H B_1 + \omega^2 n_H = 0 \quad (42^*)$$

$$A_0 + m_H B_0 + n_H B_1 - \omega^2 \Delta m_H = 0 \quad \Delta m_H = m_H - m_{H\infty} \quad (43^*)$$

Die Koeffizienten  $A_0$ ,  $B_0$  und  $B_1$  sollen nun so bestimmt werden, daß (42\*) und (43\*) für den durch Gleichung (17) gekennzeichneten Frequenzbereich möglichst gut erfüllt sind. Hierzu wird zunächst entsprechend (42\*) eine Fehlerfunktion definiert:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{16} (-n_H B_0 + \omega_j^2 \Delta m_H B_1 + \omega_j^2 n_H)^2 \quad (47)$$

Die Minimierung von  $\Phi$  führt dann zu folgenden Bestimmungsgleichungen für  $B_0$  und  $B_1$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial B_0} = 0 = B_0 \sum_{j=1}^{16} n_{Hj}^2 - B_1 \sum_{j=1}^{16} n_{Hj} \Delta m_{Hj} \omega_j^2 - \sum_{j=1}^n n_{Hj}^2 \omega_j^2 \quad (48)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial B_1} = 0 = B_0 \sum_{j=1}^{16} n_{Hj} \Delta m_{Hj} \omega_j^2 - B_1 \sum_{j=1}^{16} \Delta m_{Hj}^2 \omega_j^4 - \sum_{j=1}^{16} n_{Hj} \Delta m_{Hj} \omega_j^4 \quad (49)$$

Sind  $B_0$  und  $B_1$  errechnet, so ergibt sich sinngemäß entsprechend Gleichung (43\*):

$$A_0 = \frac{1}{16} \left( -B_0 \sum_{j=1}^{16} m_{Hj} - B_1 \sum_{j=1}^{16} n_{Hj} + \sum_{j=1}^{16} \Delta m_{Hj} \omega_j^2 \right) \quad (50)$$

In manchen Fällen führt das skizzierte Verfahren so noch nicht zu befriedigenden Ergebnissen. Aus diesem Grunde wird in einem weiteren Schritt untersucht, ob durch Weglassen der Randfrequenzen (Bildung von Teilsummen, z.B.  $\sum_{j=3}^{14}$ ) in (48), (49) und (50) eine Verbesserung erreicht werden kann.

Als Maß für die Güte der Annäherung kann gelten:

$$\Psi = \sum_{j=1}^{16} ((\omega_j (m_{Hj} - m_{Hj}^*))^2 + (n_{Hj} - n_{Hj}^*)^2) \quad (51)$$

(Hier wird natürlich die Summe immer über den gesamten Frequenzbereich gebildet!)

mit:

$$m_H^* = \frac{-A_0 B_0 + (A_0 - A_2 (B_1^2 - B_0)) \omega_j^2 - A_2 \omega_j^4}{B_0^2 + (B_1^2 - 2B_0) \omega_j^2 + \omega_j^4} \quad (52)$$

$$n_H^* = \frac{-B_1 (-A_2 B_0 + A_0) \omega_j^2}{B_0^2 + (B_1^2 - 2B_0) \omega_j^2 + \omega_j^4} \quad (53)$$

Es wird die Lösung gewählt, bei der  $\Psi$  ein Minimum ist, wobei folgende Randbedingungen erfüllt sein müssen:

$$A_0 < 0, B_0 > 0, B_1 > 0$$

$$m_{Hj}^* > 0; n_{Hj}^* > 0$$

In Abb. 7 ist am Beispiel eines typischen Spantquerschnitts für drei Wasserlinien die gute Übereinstimmung zwischen Näherungen und Originalwerten der hydrodynamischen Massen und Dämpfungen gezeigt.

Für die untersten (evtl. "korrigierten", s.u.) Querschnittspunkte werden die Koeffizienten A und B der hydrodynamischen Kraft mit den Gleichungen (181)...(185) in Abschnitt 8.3 extrapoliert.

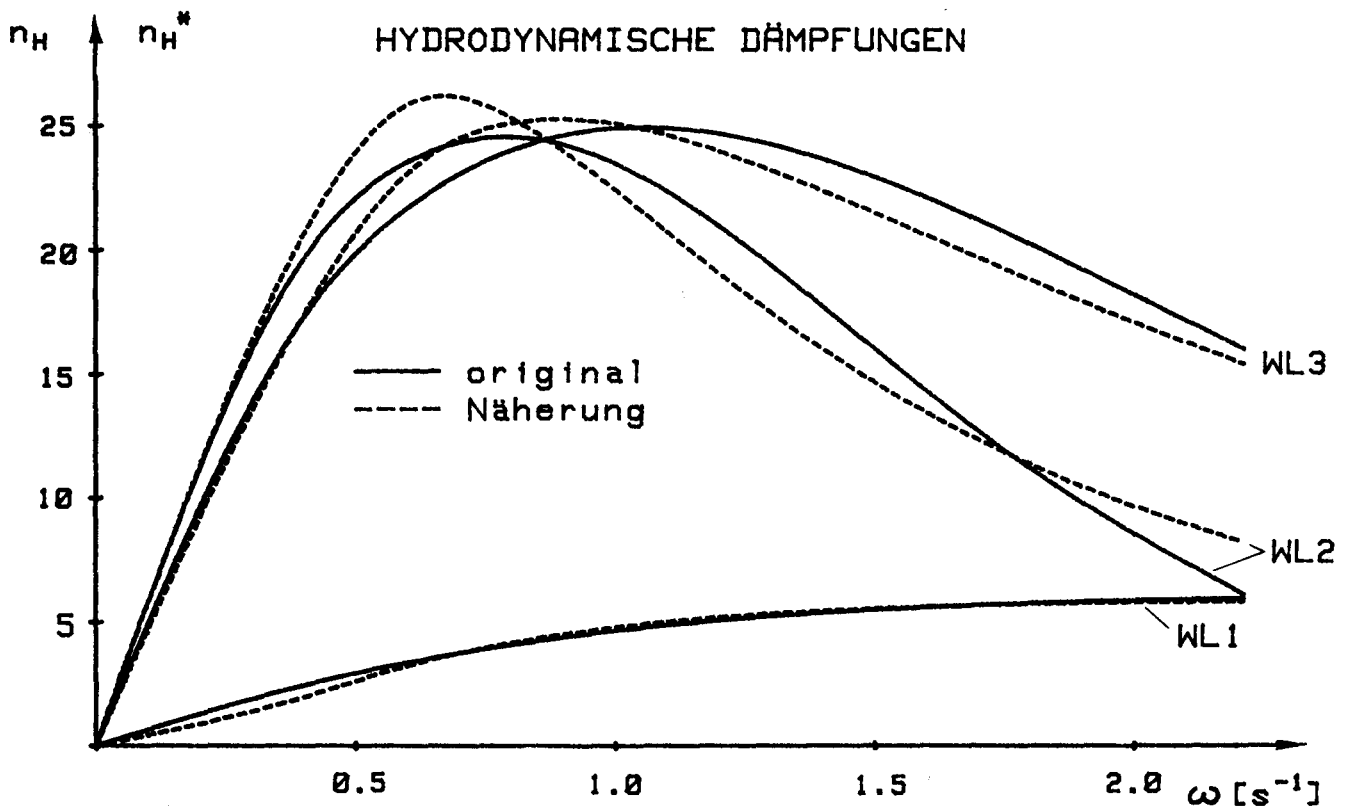
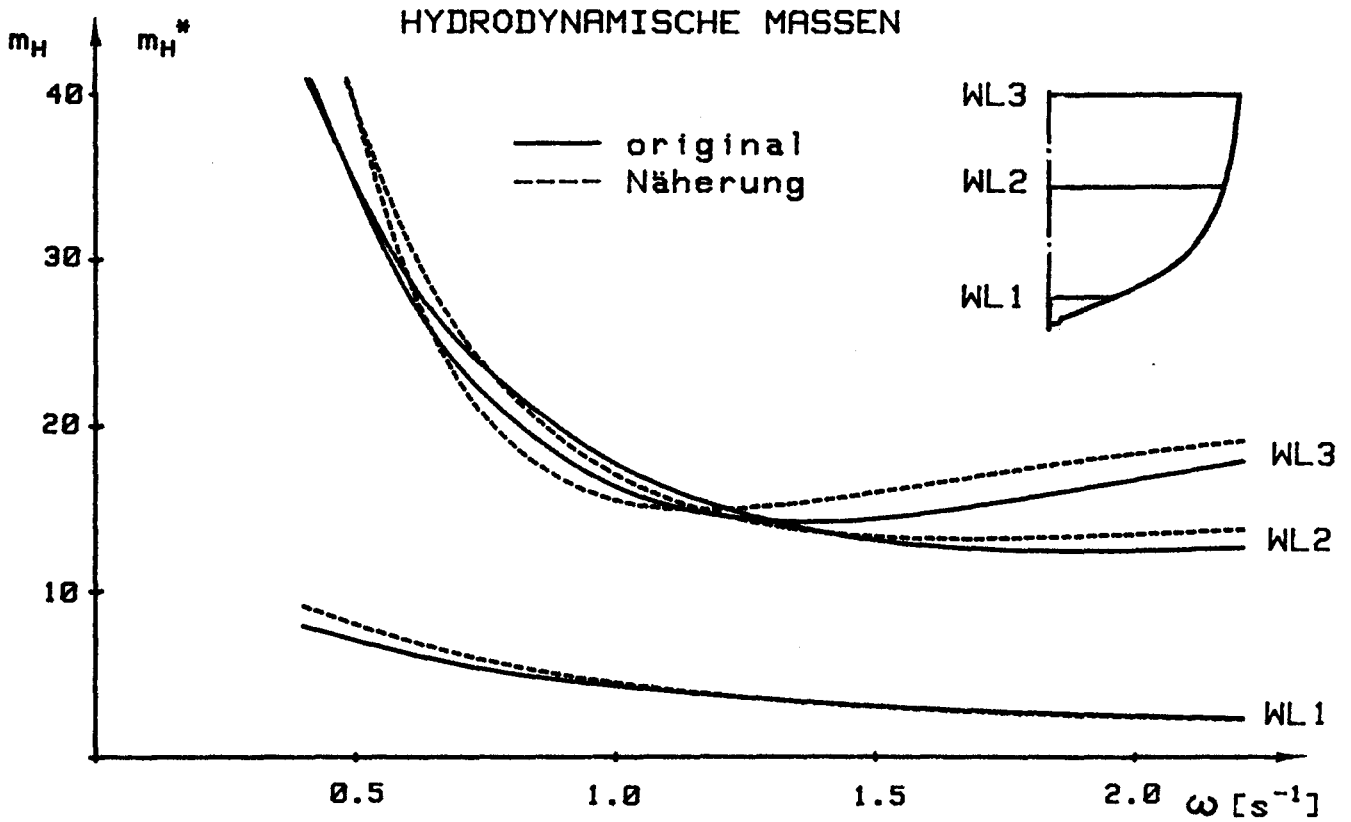


ABB. 7: VERGLEICH HYDRODYNAMISCHER KENNGRÖSSEN

Hierbei werden folgende hydrodynamische (nicht hydrostatische!) Korrekturen der Schiffskontur vorgenommen (s. Abb. 8):

- Die Mindestneigung eines Spantes gegen die Horizontale betrage  $10^\circ$ .
- Im Bereich des Hinterschiffs wird ein keilförmiger Ersatzkörper bis zur Basis angesetzt. Auf diese Weise lassen sich Unstetigkeiten bei der Lösung der Bewegungsgleichungen und unangemessen hohe Heckstöße, wie sie tatsächlich in der Realität nicht beobachtet werden, vermeiden, ohne daß eine wesentliche Verfälschung der Ergebnisse – zumindest hinsichtlich der globalen Belastung des Gesamtschiffes – befürchtet werden muß. Darüber hinaus können diese Korrekturen als grobe Berücksichtigung des sich bei sehr flachen Böden ausbildenden Luftpolsters bzw. der im Hinterschiff in der Realität meist wesentlich kleineren Relativbewegungen verstanden werden (s. /7/).

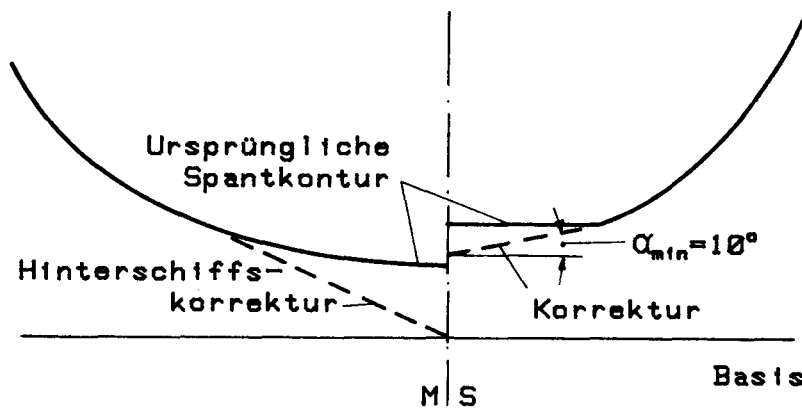


ABB. 8: HYDRODYNAMISCHE SPANTKORREKTUREN

Sind die frequenzunabhängigen hydrodynamischen Koeffizienten  $A_j$  und  $B_j$  für alle Aufmaßpunkte bestimmt, so erfolgt die Interpolation für das Feinraster nach dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen Splineverfahren. Zwischen den Punkten des Feinrasters werden die Koeffizienten während der Simulation linear interpoliert.

## 5 GLATTWASSERZUSTAND, FAHRTWELLE

Alle Bewegungen und Belastungen im Seegang sind auf den Glattwasserzustand bezogen. D.h., um die endgültigen Werte z.B. für Relativtauchungen, Schnittkräfte u.dgl. zu erhalten, sind die entsprechenden Glattwasseranteile zu addieren. Von besonderer Bedeutung ist hierbei das bei Fahrt des Schiffes entstehende Wellensystem, das bei höheren Geschwindigkeiten zu beachtlichen Tauchungs- und Trimmänderungen führen kann und deshalb nicht unberücksichtigt bleiben sollte.

Anfängliche Versuche mit der in /8/ angegebenen Formel führten selbst nach Anpassung der Koeffizienten an die hier anstehenden veränderten Schiffsformen nicht zu befriedigenden Ergebnissen.

Aus diesem Grund wird das Verfahren von Shearer, wie in /9/ beschrieben, gewählt. Dabei wird das Unterwasserschiff durch Quellen und Senken in der Mittschiffsebene (slender body theory) zwischen den Spanten (bei Wulstbug auch am VL) dargestellt.

Die Stärke einer solchen Quelle ist:

$$Q_j = \frac{V}{4\pi} (F_{j-1} - F_j) \quad (54)$$

mit:

$V \equiv$  Schiffsgeschwindigkeit

$F_j \equiv$  Spantfläche des j-ten Querschnitts

Der Abstand der Quelle von der Wasseroberfläche ist:

$$z_{Qj} = \frac{F_{j-1} z_{Sj-1} - F_j z_{Sj}}{F_{j-1} - F_j} \quad (55)$$

mit:

$z_{Sj} \equiv$  Abstand des Flächenschwerpunkts von der Wasseroberfläche

Die Quelle j liefert dann folgenden Anteil am Wellenprofil:

$$\Delta r_{Wj}(x) = \frac{Q_j k}{V} J \quad (56)$$

mit:

$k = g/V^2 \equiv$  Wellenzahl ( $g \equiv$  Erdbeschleunigung)

$$J = 8J_1 + 4/\pi J_2$$

$J_1$  und  $J_2$  stellen Integrale dar:

$$J_1 = \begin{cases} 0 & x^* > 0 \\ \int_0^{x^*/z} \sec^3 \vartheta \exp(-kz^* \sec^2 \vartheta) \cos(kx^* \sec \vartheta) d\vartheta & x^* \leq 0 \end{cases} \quad (57)$$

$$J_2 = \frac{\text{sign } x^*}{k} \int_0^{x^*/z} \sec \vartheta d\vartheta \int_0^\infty \frac{m(k \sec^2 \vartheta \sin mz^* - m \cos mz^*) \exp(-mx^* \cos \vartheta)}{k^2 \sec^4 \vartheta + m^2} dm \quad (58)$$

mit:

$$z^* = z_{Q_j}$$

$$x^* = x - x_{Q_j}$$

Im Rechnerprogramm ist  $J$  als tabellierte Funktion in Abhängigkeit von den dimensionslosen Parametern  $x^*$ ,  $z^*$  gegeben.

Die Kontur der Fahrtwelle am Schiff ergibt sich durch Summation aller Anteile:

$$r_{GW}(x) = \sum_{j=1}^n \Delta r_{W_j}(x) + T_g(x) \quad (59)$$

mit:

$T_g(x) \equiv$  örtlicher Tiefgang ohne Welle

$n \equiv$  Anzahl der Quellen (bei Schiffen mit Wulstbug: Spantanzahl)

Eine besondere Betrachtung gilt dem eingetauchten Spiegelheck:

Hier ergäbe sich wegen des abrupten Endes der Auftriebskurve eine starke Senke, wenn angenommen werden könnte, daß die Strömung auch an dieser Stelle der

Schiffskontur folgt. Tatsächlich muß hier aber mit einer Ablösung der Strömung gerechnet werden (Impuls bleibt im Wasser). Aus diesem Grund wird – analog zu den Ansätzen zur Berechnung der Schiffsbewegungen im Seegang – am Spiegel keine Senke vorgesehen.

Abweichend von/9/ wird die Änderung der Schwimmelage des Schiffes infolge der Fahrtwelle berücksichtigt.

Abb. 9 zeigt den Vergleich der für verschiedene Froudezahlen errechneten und aus Fotografien des Propulsionsversuchs gemessenen Wellenkonturen eines Korvettenmodells. Die Übereinstimmung ist durchweg gut. Im Vorschiff besteht die Schwierigkeit der "Identifizierung der effektiven Bugwelle" in der Fotografie, da sich insbesondere bei höheren Geschwindigkeiten am Bug ein Dunstschleier ausbildet, der die Interpretation schwierig macht. Die zugehörigen Tauchungsänderungen des Schiffes relativ zur ungestörten Wasseroberfläche am hinteren bzw. vorderen Lot (positiv: Eintauchen, negativ: Austauchen) sind in Abb. 10 verglichen. Auch hier zeigt sich eine recht gute Übereinstimmung zwischen gerechneten und gemessenen Werten.

In Abb. 11 sind Glattwasserbiegemomente mit und ohne Fahrtwelle dargestellt.

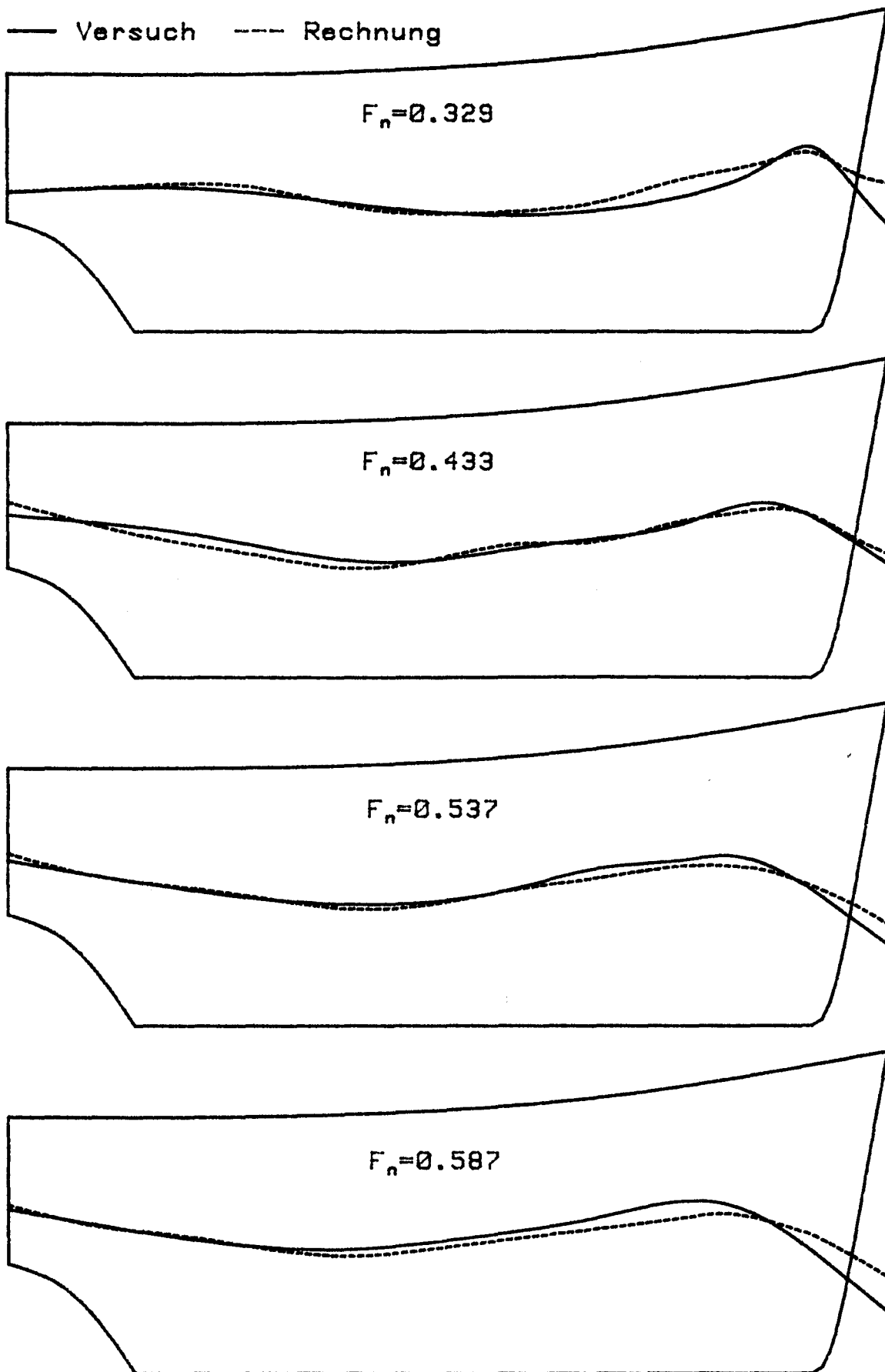


ABB 9: FAHRTWELLENPROFILE

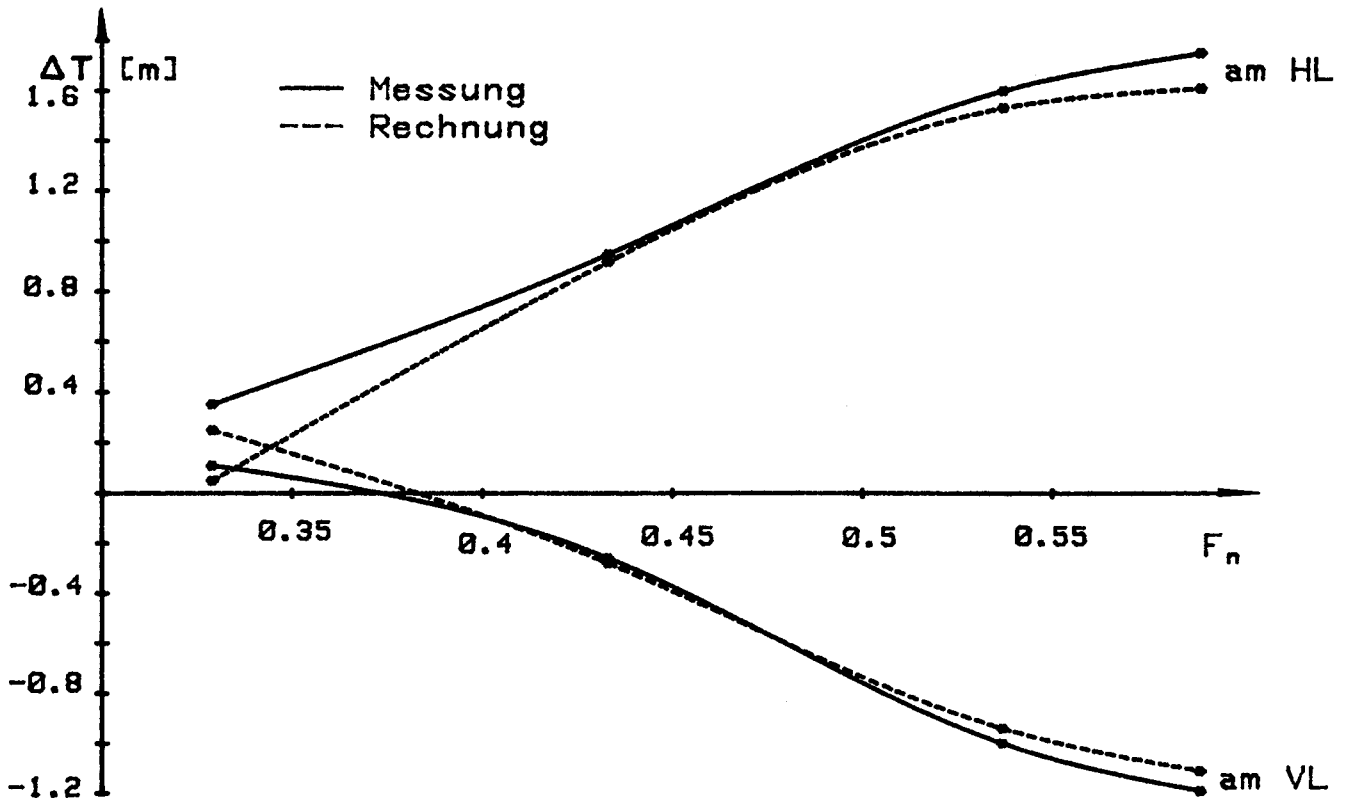


ABB. 10: TAUCHUNGSÄNDERUNGEN IN FAHRTWELLE

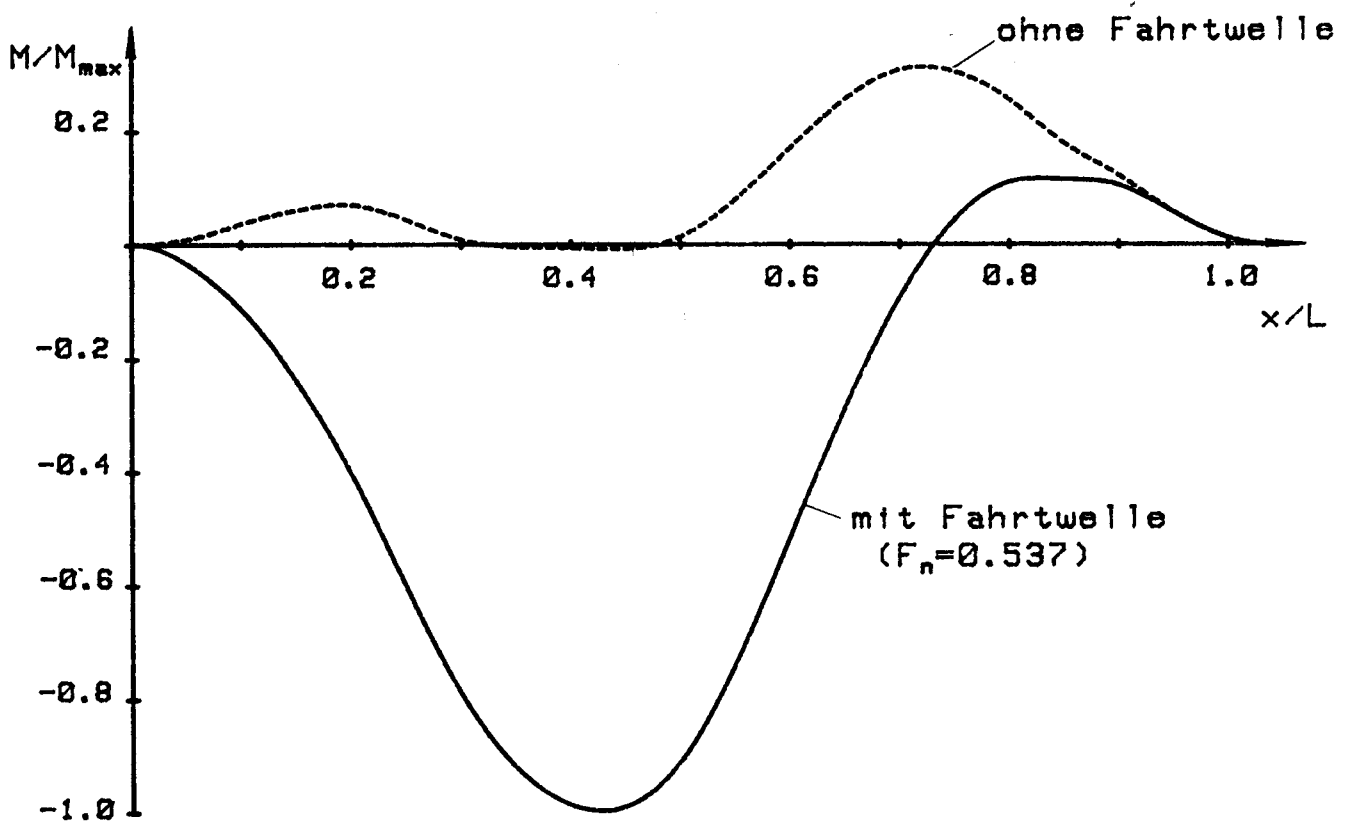


ABB. 11: GLATTWASSERBIEGEMOMENTE

## 6 EIGENSCHWINGUNGEN, MODALE DÄMPFUNGEN

Die Berechnung der seegangserregten elastischen Schwingungen soll in Form einer Modalanalyse erfolgen. Um dieses zu ermöglichen, werden folgende Vereinfachungen gemacht:

- Die hydrodynamischen Massen werden ausschließlich für den Glattwasserzustand bestimmt, d.h. ihre Abhängigkeit von der aktuellen Tauchung wird vernachlässigt.
- Die Massenverteilung (Eigenmasse und hydrodynamische Masse) wird für alle Schwingungsgrade ähnlich der der Grundschiwingung angenommen. Auf diese Weise bleibt die Orthogonalitätsbedingung, die streng genommen nicht gilt, erhalten.

Die mitschwingenden Wassermassen der elastischen Schwingungen ergeben sich damit als die Grenzwerte für  $\omega \rightarrow \infty$  aus Abschnitt 4.1 für Tauchung bis zur stationären Wasserlinie (einschl. Fahrtwelle), abgemindert nach /10/ für räumliche Umströmung.

Bei höheren Schwingungsgraden (im Programm sind maximal fünf vorgesehen) erfolgt mit der o.a. Vereinfachung eine Korrektur der Masse für dreidimensionale Umströmung durch einen pauschalen Faktor, mit dem die Gesamtmassenverteilung multipliziert wird.

Mit diesen Annahmen sind vorab Eigenfrequenzen und Eigenformen der ungedämpften vertikalen Biegeschwingungen zu ermitteln. (Der Einfluß der Dämpfung auf Eigenfrequenzen und Eigenformen kann vernachlässigt werden).

Dieses geschieht nach /11/ an einer Schwingerkette, wobei die Massen (Schiffs- und hydrodynamische Masse) in den Intervallmitten der Massenverteilung nach Abschnitt 3.2 (s. Abb. 3) konzentriert und die Biege/Schubsteifigkeit des Schiffes durch masselose Balken zwischen den Intervallmitten dargestellt werden. Abb. 12 zeigt ein Element einer solchen Schwingerkette. (Die Schnitte befinden sich jeweils unmittelbar rechts von den Massen  $m_{j-1}^*$  und  $m_j^*$ .)

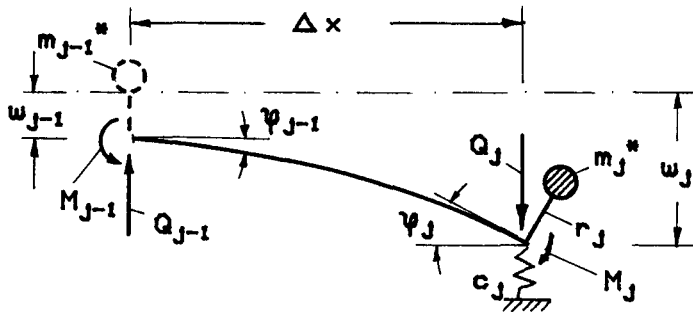


ABB. 12: ELEMENT DER SCHWINGERKETTE

Der Zusammenhang zwischen linkem und rechtem Rand eines Elements der Schwingerkette ist durch folgende Matrixgleichung gegeben:

$$\begin{bmatrix} w_j \\ \psi_j \\ M_j \\ Q_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x & \frac{\Delta x^2}{2EJ_j} & \frac{\Delta x^3}{6EJ_j} - \frac{\Delta x}{GF_{sj}} \\ 0 & 1 & \frac{\Delta x}{EJ_j} & \frac{\Delta x^2}{2EJ_j} \\ 0 & -m_j^* r_j^2 \omega^2 & 1 - \frac{m_j^* r_j^2 \omega^2 \Delta x}{EJ_j} & \Delta x - \frac{m_j^* r_j^2 \omega^2 \Delta x^2}{2EJ_j} \\ f_j & \Delta x f_j & \frac{f_j \Delta x^2}{2EJ_j} & 1 + f_j \left( \frac{\Delta x^3}{6EJ_j} - \frac{\Delta x}{GF_{sj}} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{j-1} \\ \psi_{j-1} \\ M_{j-1} \\ Q_{j-1} \end{bmatrix} \quad (60)$$

mit:

$\omega$  = Kreisfrequenz der Schwingung

$m_j^* = \Delta x(m_j + m_{Hj}) \equiv$  Punktmasse (in Intervallmitte konzentriert angenommen)

$\Delta x, m_j, r_j \equiv$  Parameter der Schiffsmassenverteilung nach Abschnitt 3.2

$m_{Hj} \equiv$  hydrodynamische Masse pro Länge in Intervallmitte

$EJ_j \equiv$  Biegesteifigkeit

$GF_{sj} \equiv$  Schubsteifigkeit

|                              |   |
|------------------------------|---|
| $c_j = \rho g \Delta x B_j$  | $\equiv$ auf Einheitsabsenkung bezogene hydrostatische Rückstellkraft |
| $B_j$                        | $\equiv$ Wasserlinienbreite in Intervallmitte                         |
| $f_j = \omega^2 m_j^* - c_j$ |   |
| $w_{j,j-1}$                  | $\equiv$ Absenkungen  |
| $\phi_{j,j-1}$               | $\equiv$ Biegewinkel  |
| $M_{j,j-1}$                  | $\equiv$ Biegemomente   |
| $Q_{j,j-1}$                  | $\equiv$ Querkräfte   |

Die Trägheitsmomente  $m_j^* r_j^2$  und die hydrostatischen Rückstellkräfte sind i.a. von geringem Einfluß.

Nimmt man am linken Rand der Schwingerkette (vor der ersten Masse) die Werte  $w_{01} = 1, \phi_{01} = Q_{01} = M_{01} = 0$  und  $w_{02} = 0, \phi_{02} = 1, Q_{02} = M_{02} = 0$  an, so ergeben sich nach schrittweisem Ausmultiplizieren mit (60) die Werte  $w_{n1}, \phi_{n1}, Q_{n1}, M_{n1}$  bzw.  $w_{n2}, \phi_{n2}, Q_{n2}, M_{n2}$  am rechten Rand.

Aus ihnen wird errechnet:

$$\Delta = M_{n1} Q_{n2} - M_{n2} Q_{n1} \quad (61)$$

Ist  $\omega^2$  ein Eigenwert, so gilt:

$$\Delta = 0 \quad (62)$$

Im Rechnerprogramm wird  $\omega^2$  iterativ (Regula Falsi) so bestimmt, daß  $|\Delta|$  sehr klein wird und damit (62) näherungsweise erfüllt ist. Die Drehung des Querschnitts der Eigenform am linken Rand ist dann:

$$\varphi_0 = - \frac{M_{n1}}{M_{n2}} = - \frac{Q_{n1}}{Q_{n2}} \quad (63)$$

Damit läßt sich z.B. für den k-ten Schwingungsgrad zum Eigenwert  $\omega_k^2$  der Eigenvektor  $[\omega_k]$  schrittweise, beginnend am linken Rand mit  $w_{0k} = 1, \phi_{0k}, Q_{0k} = 0, M_{0k} = 0$ , mit (60) bestimmen.

In Abb. 13 sind die so errechneten Eigenvektoren eines Schnellboots dargestellt.

Bei Gültigkeit der Orthogonalitätsbedingung, wie hier vorausgesetzt, gilt für die Eigenvektoren zweier Schwingungsgrade  $k$  und  $l$ :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} w_l \\ \varphi_l \end{bmatrix}^T [M_k] \begin{bmatrix} w_k \\ \varphi_k \end{bmatrix} = 0 & k \neq l \\ \phantom{\begin{bmatrix} w_l \\ \varphi_l \end{bmatrix}^T [M_k] \begin{bmatrix} w_k \\ \varphi_k \end{bmatrix}} = \bar{m}_k & k = l \end{cases} \quad (64)$$

mit:

$[M_k] \equiv$  Massenmatrix, enthält in der Hauptdiagonalen Massen  $m'_{jk}$  und Massenträgheitsmomente  $m'_{jk}r_j^2$

$m_k \equiv$  modale Masse

Im Hinblick auf spätere Rechnungen empfiehlt sich eine Darstellung als skalare Funktion von  $x$  sowie eine Normierung ( $w_{ko}(x)$  soll hier dem o.a.  $w_k(x)$  entsprechen!):

$$w_k(x) = \frac{1}{\sqrt{\bar{m}_k}} w_{ko}(x) \quad (65)$$

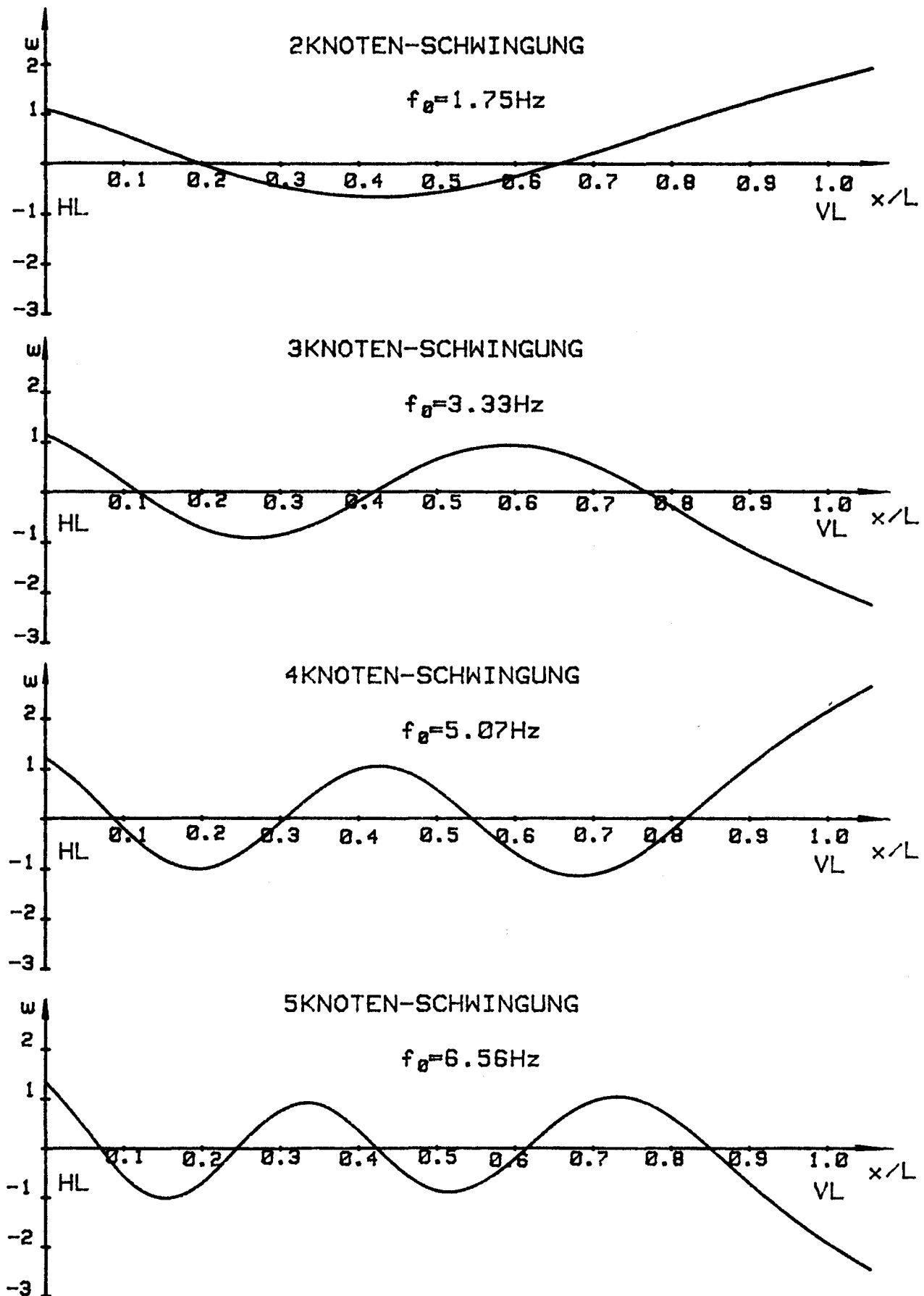


ABB 13: EIGENFREQUENZEN UND EIGENFORMEN

Die Beziehungen (64) haben dann die Form:

$$\int_L \{m_k(x) [w_k(x) w_l(x) + r^2(x) \varphi_k(x) \varphi_l(x)]\} dx = \begin{cases} 0 & k \neq l \\ 1 & k = l \end{cases} \quad (66)$$

Die der k-ten Eigenform entsprechenden Biegemomente und Querkräfte, wie sie später gebraucht werden, erhalten die Bezeichnungen  $M_k(x)$  bzw.  $Q_k(x)$ .

Für die so ermittelten Eigenformen können nun auch schwingungsgradabhängige – modale – Dämpfungen errechnet werden.

Dämpfungskräfte am vibrierenden Schiffskörper bestehen grundsätzlich aus folgenden Anteilen:

- hydrodynamische Dämpfung
- Strukturdämpfung
- Ladungsdämpfung

Im Fall der unteren Schwingungsgrade, wie sie hier nur interessieren, überwiegt in der Regel bei weitem die hydrodynamische Komponente, so daß es genügt, sich auf diese zu beschränken.

Sie kann nach /10/ wie folgt abgeschätzt werden.

- Dämpfung durch Oberflächenwellen im hier relevanten Bereich hoher Frequenzen:

$$S_{1k} = \int_L (w_k^2 + \frac{V^2}{\omega_k^2} w_k') N dx \quad (67)$$

mit:

$\omega_k$   $\equiv$  k-te Eigenfrequenz

$w_k$   $\equiv$  k-te Eigenform

$w_k'$   $\equiv$   $d w_k / dx$

$V$   $\equiv$  Schiffsgeschwindigkeit

$N$  =  $\rho g B_{WL} \tan \alpha / (2\omega_k)$

$\rho$   $\equiv$  Seewasserdichte

$B_{WL}$   $\equiv$  örtliche Wasserlinienbreite

$\alpha$   $\equiv$  Spantausfallwinkel in der Schwimmwasserlinie

- Dämpfung durch Druckwiderstand:

$$S_{2k} = \rho \int_L c_w B_{WL} |\bar{v}| w_k^2 dx \quad (68)$$

mit:

$c_w = 0 \div 0,5 \equiv$  Widerstandsbeiwert (gewählt: 0,25)

$|\bar{v}| \equiv$  mittlerer Absolutwert der vertikalen Relativgeschwindigkeit im Seegang (hier grob geschätzt: signifikante Wellenhöhe mal charakteristische Begegnungsfrequenz)

- Dämpfung am Spiegelheck:

$$S_{3k} = \frac{V^2}{\omega_k^2} w_{kH} w_{kH}' N_H \quad (69)$$

$$S_{4k} = V w_{kH}^2 m_{HH} \quad (70)$$

mit:

$H \equiv$  Wert am Spiegel

$m_{HH} \equiv$  hydrodynamische Masse am Spiegel (wie in (60))

- Dämpfung durch Propeller:

$$S_{5k} = c_p \rho n D^3 w_{kp}^2 \quad (71)$$

mit:

$c_p = 0,25 \equiv$  empirische Konstante

$n \equiv$  Drehzahl

$D \equiv$  Propellerdurchmesser

$w_{kp} \equiv$  Eigenform am Ort des Propellers

Die gesamte Dämpfung der k-ten Eigenschwingung ist dann:

$$S_k = S_{1k} + S_{2k} + S_{3k} + S_{4k} + S_{5k} \quad (72)$$

Als Bruchteil der kritischen Dämpfung (Lehrsches Dämpfungsmaß) ergibt sich:

$$D_k = \frac{S_k}{2\omega_k} \quad (73)$$

Für das Schnellboot in Abb. 13 ergeben sich bei  $V = 30$  kn z.B. folgende Werte:  
( $H_{1/3} = 4$  m, stationäre Schwimmlinie mit Fahrtwelle)

| -                | k = 1 | k = 2 | k = 3 | k = 4 | k = 5 |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\omega[s^{-1}]$ | 18,8  | 46,1  | 78,0  | 108   | 138   |
| $S_1[s^{-1}]$    | 0,040 | 0,017 | 0,008 | 0,006 | 0,004 |
| $S_2[s^{-1}]$    | 0,390 | 0,415 | 0,429 | 0,416 | 0,409 |
| $S_3[s^{-1}]$    | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $S_4[s^{-1}]$    | 0,777 | 0,514 | 0,472 | 0,427 | 0,318 |
| $S_5[s^{-1}]$    | 0,020 | 0,004 | 0     | 0     | 0,004 |
| $D[\div]$        | 3,26  | 1,03  | 0,58  | 0,39  | 0,29  |

Die Tabelle zeigt die starke Dominanz der Terme  $S_2$  (Gl. (68)) und  $S_4$  (Gl. (70)), während die übrigen von untergeordneter Bedeutung sind.

Die errechneten Werte zeigen die Größenordnungen, wie sie in /10/ und /12/ angegeben sind. Ein experimenteller Nachweis liegt nicht vor.

## 7 DARSTELLUNG DES SEEGANGS

Jeder unregelmäßige Seegang kann näherungsweise aus einer – theoretisch unendlichen – Anzahl von Teilwellen zusammengesetzt gedacht werden. Diese harmonischen Anteile werden zunächst einer näheren Betrachtung unterzogen.

## 7.1 REGELMÄSSIGE WELLE

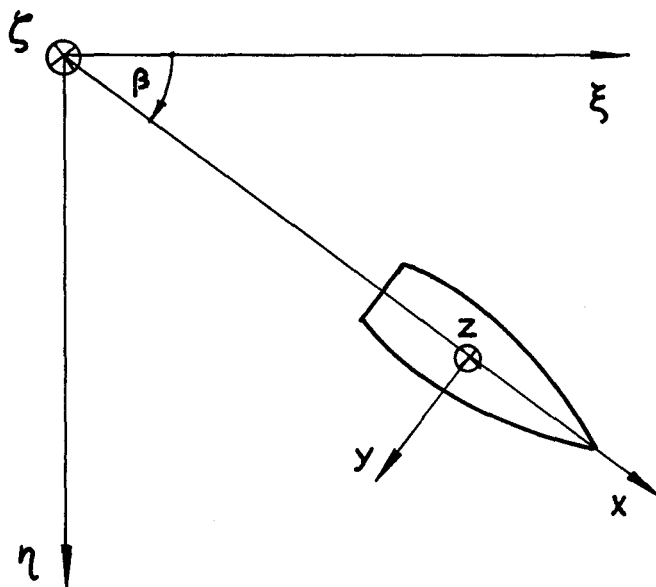


ABB. 14: KOORDINATENSYSTEM

In einem ortsfesten in der Wasseroberfläche liegenden rechtshändigen Koordinatensystem  $(\xi-\eta-\zeta)$  lautet die Gleichung einer in  $\xi$ -Richtung fortschreitenden regelmäßigen Welle:

$$\zeta = \hat{\zeta} e^{i(\omega t - k\xi + \epsilon)} \quad (74)$$

mit:

$\hat{\zeta} \equiv$  Wellenamplitude

- $\omega \equiv$  Kreisfrequenz  
 $t \equiv$  Zeit  
 $k = \omega^2/g \equiv$  Wellenzahl  
 $\varepsilon \equiv$  Phasenwinkel

Für ein um einen Winkel  $\beta$  gegen die Wellenlaufrichtung gedrehtes und sich mit der Schiffsgeschwindigkeit  $V$  in Richtung der  $x$ -Achse bewegendes Koordinatensystem  $(x, y, z)$  gilt:

$$\xi = (x + Vt) \cos \beta \quad (75)$$

in (74) eingesetzt:

$$\zeta = \hat{\zeta} e^{i(\omega t - kx \cos \beta - kVt \cos \beta)} \quad (76)$$

Mit der Begegnungsfrequenz

$$\omega_e = \omega - kV \cos \beta \quad (77)$$

folgt im schiffsfesten Koordinatensystem:

$$\zeta = \hat{\zeta} e^{i(\omega_e t + kx \cos \beta)} \quad (78)$$

Die Wellenamplituden werden mit folgenden Korrekturen versehen (s. /2/):

– Korrektur für Orbitalbewegung:

$$c_1(x) = e^{-k \frac{F_{sw}(x)}{B_{max}(x)}} \quad (79)$$

mit:

$F_{sw}(x) \equiv$  Spantfläche bis zur stationären Schwimmlinie (mit Fahrtwelle)

$B_{max}(x) \equiv$  maximale Breite des getauchten Querschnitts

Dieser Faktor trägt dem Umstand Rechnung, daß die Wellenbewegung mit der Tiefe abnimmt.

- Krümmungskorrektur in x-Richtung

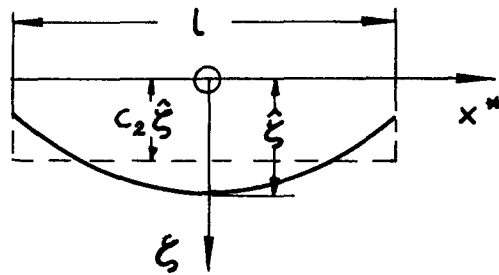


ABB. 15: KRÜMMUNGSKORREKTUR

Die Krümmungskorrekturen sollen später die einfache Integration von Querschnittskräften nach der Trapezregel auch bei relativ kurzen Wellen ermöglichen. Die Wellenamplitude wird dabei so korrigiert, daß die Amplitude der Gesamtkraft eines Längsabschnitts erhalten bleibt.

$$c_2 \Delta x \hat{\xi} = \hat{\xi} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} e^{-ikx^* \cos \beta} dx^* \quad (80)$$

$$\rightarrow c_2(x) = \frac{2 \sin(k \frac{\Delta x}{2} \cos \beta)}{k L \cos \beta}$$

mit:

$\Delta x \equiv$  Abschnittslänge zwischen zwei Aufmaßspanten

Bei unterschiedlicher Länge der angrenzenden Längsabschnitte an einem Aufmaßspant werden die Korrekturfaktoren gemittelt.

- Krümmungskorrektur in y-Richtung

Sie erfolgt sinngemäß wie in x-Richtung

$$c_3 \hat{\zeta} = \hat{\zeta} \int_{-\frac{B_{GW}}{2}}^{\frac{B_{GW}}{2}} e^{iky \sin \beta} dy \quad (81)$$

$$\rightarrow c_3(x) = \frac{2 \sin(k \frac{B_{GW}(x)}{2} \sin \beta)}{k B_{GW}(x) \sin \beta}$$

Mit diesen Korrekturen wird die "effektive" Wellenamplitude am Spant:

$$\hat{\zeta}_S(x) = c_1(x) c_2(x) c_3(x) \hat{\zeta} \quad (82)$$

## 7.2 LANGKÄMMIGER SEEGANG

Unregelmäßige langkämmige Seegänge sind üblicherweise in Form von – meist zwei-parametrischen – Seegangsspektren gegeben.

So z.B. als ITTC-Spektrum:

$$S_{\zeta_0}(\omega) = 487 H_V^2 T_0^{-4} \omega^{-5} e^{-1948 T_0^{-4} \omega^{-4}} \quad (83)$$

oder als JONSWAP-Spektrum:

$$S_{\zeta}(\omega) = S_{\zeta_0}(\omega) \cdot 0,657 \cdot 3,3^{\exp[0,5(\omega/\omega_0 - 1)^2/\sigma^2]} \quad (84)$$

mit:

$H_V \equiv$  signifikante Wellenhöhe

$T_0 \equiv$  modale Periode

$\omega_0 = 2\pi/T_0 \equiv$  Kreisfrequenz, bei der das Spektrum sein Maximum hat

$$\sigma = \begin{cases} 0,07 & \text{für } \omega < \omega_0 \\ 0,09 & \text{für } \omega \geq \omega_0 \end{cases}$$

Für die rechnerische Simulation wird eine Darstellung des Seegangs als endliche Summe diskreter Teilwellen entsprechend Abschnitt 7.1 benötigt:

$$\zeta(x, t) = \sum_{j=1}^{n_w} \hat{\zeta}_j e^{i(\omega_j t - k_j x \cos \beta + \epsilon_j)} \quad (85)$$

Die Amplituden der Einzelwellen ergeben sich dabei aus:

$$\hat{\zeta}_j = \sqrt{2 \int_{\Delta\omega_j} S_\zeta(\omega) d\omega} \quad (86)$$

Das Integral des Spektrums beträgt:

$$\int_0^\infty S_\zeta(\omega) d\omega = \frac{H_v^2}{16} \quad (87)$$

Setzt man fest, daß jede Teilwelle den gleichen Energieanteil bekommen soll, so ergibt sich mit (86) und (87):

$$\rightarrow \hat{\zeta}_j = \frac{H_v}{\sqrt{8n_w}} = \text{const} \quad (88)$$

Die rechten Grenzen  $\omega_j^*$  der Frequenzintervalle  $\Delta\omega_j$  lassen sich dann aus folgender Gleichung errechnen:

$$\int_0^{\omega_j^*} S(\omega) d\omega = \frac{j}{n_w} \frac{H_v^2}{16} \quad 1 < j \leq n_w - 1 \quad (89)$$

$$\omega_n^* = \infty$$

Die Kreisfrequenzen  $\omega_j$  der Einzelwellen in (85) werden in den Schwerpunkten der Frequenzintervalle  $\Delta\omega_j$  angenommen:

$$\omega_j = \frac{16 n_w}{H_v^2} \int_{\omega_{j-1}^*}^{\omega_j^*} \omega S_\zeta(\omega) d\omega \quad 1 < j \leq n_w - 1 \quad (90)$$

$$\omega_0^* = 0$$

Die Integrale in (89) und (90) werden numerisch gelöst (Iteration). Eine geschlossene Lösung läßt sich nur für (89) bei Annahme eines ITTC-Spektrums angeben:

$$\omega_j^* = \frac{1}{T_0} \sqrt[4]{\frac{-1948}{\ln j - \ln n_w}} \quad (89^*)$$

Die  $n_w$ -te Teilwelle ist wegen  $\omega_n^* = \infty$  gesondert aus folgender Beziehung zu ermitteln:

$$\omega_n = \frac{2\pi n_w}{T_1} - \sum_{j=1}^{n_w} \omega_j \quad (91)$$

mit:

$$T_1 = \frac{2\pi \int_0^\infty S_\zeta(\omega) d\omega}{\int_0^\infty \omega S_\zeta(\omega) d\omega} \quad \equiv \text{charakteristische Periode}$$

= 0,772  $T_0$  ITTC-Spektrum  
 = 0,838  $T_0$  Jonswap-Spektrum

Abb. 16 zeigt die Diskretisierung eines ITTC-Spektrums bei zehn Teilwellen.

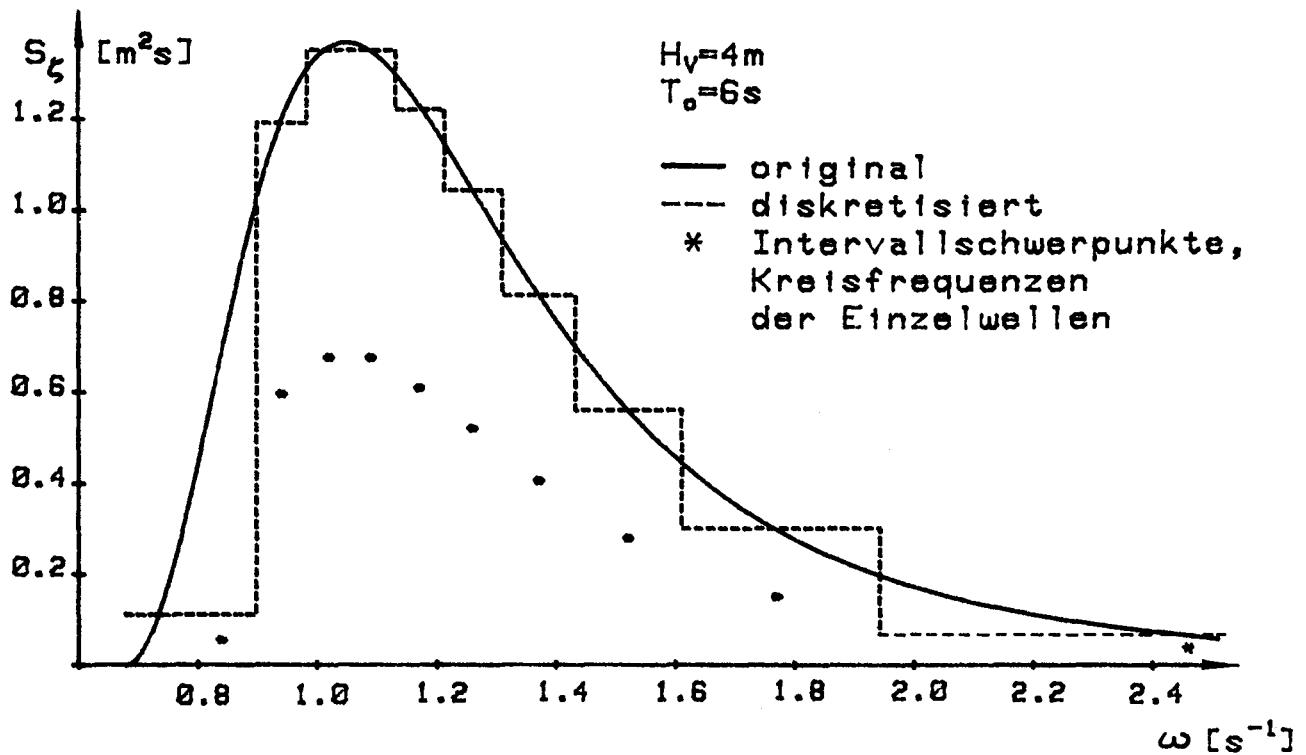


ABB. 16: DISKRETISIERUNG EINES SEEGANGSSPEKTRUMS

## 7.3 KURZKÄMMIGER SEEGANG

Das Spektrum kurzkämmigen Seegangs läßt sich annähern durch das Produkt eines langkämmigen Spektrums (z. B. nach (83) oder (84)) mit einer Richtungsfunktion, deren Integral über alle Winkel 1 beträgt:

$$\begin{aligned}
 S_{\xi}(\omega, \alpha) &= S_{\xi}(\omega) f(\alpha) & -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\
 &= 0 & \text{sonst}
 \end{aligned}
 \tag{92}$$

mit:

$\alpha \equiv$  Winkel der Laufrichtung einer Teilwelle gegenüber der Hauptlaufrichtung des Seegangs

Als Richtungsfunktion hat sich bewährt:

$$f(\alpha) = \frac{8}{3\pi} \cos^4 \alpha \quad (93)$$

Die Diskretisierung des Seegangs ergibt sich ähnlich wie in (85)

$$\zeta(x, t) = \sum_{j=1}^{n_w} \hat{\zeta}_j e^{i(\omega_{ej} t - k_j x \cos \beta_j + \epsilon_j)} \quad (94)$$

Abweichend ergeben sich hier aber für die Teilwellen unterschiedliche Winkel  $\beta_j = \beta + \alpha_j$ .

Die Berechnung der Wellenamplitude  $\zeta = \text{const}$  und der Kreisfrequenzen  $\omega_{ej}$  erfolgt in derselben Weise wie für den langkämmigen Seegang.

Es werden zunächst Richtungswinkel  $\alpha_k$  bestimmt, indem der gesamte Bereich zwischen  $-\pi/2$  und  $+\pi/2$  so in fünf Sektoren aufgeteilt wird, daß jeder den gleichen Energieanteil erhält.

Die rechten Grenzen  $\alpha_k^*$  der Sektoren  $\Delta\alpha_k$  lassen sich dann aus folgender Gleichung (vgl. (89)) errechnen:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\alpha_k^*} f(\alpha) d\alpha = k/5 \quad k = 1, \dots, 5 \quad (95)$$

Die Winkel  $\alpha_k$  werden in den Schwerpunkten der Sektoren  $\Delta\alpha_k$  angenommen (vgl. (90)):

$$\alpha_k = 5 \int_{\alpha_{k-1}^*}^{\alpha_k^*} \alpha f(\alpha) d\alpha \quad k = 1, \dots, 5 \quad (96)$$

$$\alpha^* = -\frac{\pi}{2}$$

Mit der Richtungsfunktion (93) ergeben sich folgende Werte:

| k | $\alpha_k$ |
|---|------------|
| 1 | -0,624     |
| 2 | -0,248     |
| 3 | 0          |
| 4 | 0,248      |
| 5 | 0,624      |

Die Zuordnung der fünf Richtungswinkel zu den Teilwellen in (94) erfolgt in folgender Weise:

$$\beta_j = \beta + \alpha_k \quad (97)$$

mit:

$\beta$   $\equiv$  Kurswinkel des Schiffes gegenüber der Hauptlaufrichtung des Seegangs

$j = 5l + k; l = 0, \dots, n_w/5 - 1; k = 1, \dots, 5$

## 8 KRÄFTE UND BEWEGUNGEN DES STARREN SCHIFFSKÖRPERS

## 8.1 GRUNDGLEICHUNGEN DER KRÄFTE UND BEWEGUNGEN

Für das sich mit der Geschwindigkeit  $V$  in  $x$ -Richtung bewegende und ausschließlich Tauch- und Stampfbewegungen ausführende Schiff ergeben sich am Querschnitt  $x$  (Längsabstand vom Massenschwerpunkt des Schiffes) folgende Bewegungs- und Kraftgrößen ( $\dot{\cdot} \equiv$  Ableitung nach  $t$ ,  $' \equiv$  Ableitung nach  $x$ ):

Wellenbewegung und ihre "substantiellen" Ableitungen nach der Zeit in unregelmäßigem Seegang

$$\zeta(x, t) = \sum_{j=1}^{n_w} \hat{\zeta}_j e^{i(\omega_{ej}t - k_j x \cos \beta_j + \epsilon_j)} \quad (94)$$

$$\begin{aligned} \zeta^{(1)} &= \dot{\zeta} - V \zeta' = \sum_{j=1}^{n_w} i(\omega_{ej} + k_j V \cos \beta_j) \hat{\zeta}_j e^{i(\omega_{ej}t - k_j x \cos \beta_j + \epsilon_j)} \\ &= \sum_{j=1}^{n_w} i \omega_j \hat{\zeta}_j e^{i(\omega_{ej}t - k_j x \cos \beta_j + \epsilon_j)} \end{aligned} \quad (98)$$

$$\zeta^{(2)} = \dot{\zeta}^{(1)} - V \zeta^{(1)'} = -\sum_{j=1}^{n_w} \omega_j^2 \hat{\zeta}_j e^{i(\omega_{ej}t - k_j x \cos \beta_j + \epsilon_j)} \quad (99)$$

$$\text{mit: } \omega_j = \omega_{ej} + k_j V \cos \beta_j \quad (77)$$

Anmerkung:

Für die Berechnung der hydrostatischen und hydrodynamischen Kräfte werden in den obigen Gleichungen statt der Amplituden  $\zeta_j$  die nach (82) korrigierten Werte  $\zeta_{sj}$  eingesetzt.

Relativbewegung und ihre substantiellen Ableitungen nach der Zeit:

$$r = z - x \vartheta - \zeta \quad (100)$$

$$r^{(1)} = \dot{z} - x \dot{\vartheta} + V \vartheta - \zeta^{(1)} \quad (101)$$

$$r^{(2)} = \ddot{z} - x \ddot{\vartheta} + 2V \dot{\vartheta} - \zeta^{(2)} \quad (102)$$

mit:

$z \equiv$  Tauchbewegung (nach unten positiv)

$\theta \equiv$  Stampfbewegung (bei austauchendem Bug positiv)

Anmerkung:

Unter Relativbewegung wird hier die Differenz zwischen der aktuellen Tauchung zum Zeitpunkt  $t$  und der stationären Tauchung in Glattwasser verstanden. Die Interpolation von Spantflächen und hydrodynamischen Koeffizienten entsprechend Abschnitt 3.1 erfolgt für:

$$r^* = r + r_{GW} \quad (103)$$

mit:

$r_{GW} \equiv$  Kontur der Wasseroberfläche am Schiff in Glattwasser nach (59)

Massenkraft pro Länge:

$$f_M = -m (\ddot{z} - x \ddot{\vartheta}) \quad (104)$$

mit:

$m \equiv$  Massenbelegung des Schiffes nach Abschnitt 3.2

Auftriebskraft pro Länge:

$$f_a = -\rho g (F_r - F_{GW}) \quad (105)$$

mit:

$F_{r,GW} \equiv$  Querschnittsfläche bis zur Tauchung  $r^*$  bzw.  $r_{GW}$

Anmerkung:

Auch hier wird ausschließlich die durch den Seegang hervorgerufene Kraft ohne Glattwasseranteil betrachtet.

Hydrodynamische Kraft pro Länge:

Diese ergibt sich im Ansatz ähnlich wie nach (38) für  $J = 2$  und  $B_2 = 1$ , aber mit substantiellen Ableitungen wie oben unter Einbeziehung der hydrodynamischen Koeffizienten.

$$B_0 f_H + (B_1 f_H)^{(1)} + f_H^{(2)} = (A_0 r^{(1)})^{(1)} + (A_1 r^{(1)})^{(2)} + (A_2 r^{(1)})^{(3)} \quad (106)$$

mit:

$A_0, A_1, A_2, B_0, B_1 \equiv$  hydrodynamische Koeffizienten nach Abschnitt 4.2 an der Tauchung  $r^*$ .

Diese Gleichung wird zur einfacheren Handhabung umgeformt. Hier werden Variable  $S_{01}, S_{02}, S_{11}$  und  $R_{01}$  definiert, die folgende Bedingungen erfüllen:

$$\dot{S}_{01} - VS_{01}' = B_0 f_H \quad (107)$$

$$\dot{S}_{02} - VS_{02}' = S_{01} \quad (108)$$

$$\dot{S}_{11} - VS_{11}' = B_1 f_H \quad (109)$$

$$\dot{R}_{01} - VR_{01}' = A_0 r^{(1)} \quad (110)$$

Mit diesen Größen wird (106) nach zweimaliger Integration:

$$S_{02} + S_{11} + f_H = R_{01} + A_1 r^{(1)} + (A_2 r^{(1)})^{(1)} \quad (111)$$

Faßt man Glieder zusammen ( $S_1 = S_{01}$ ):

$$S_2 = S_{02} + S_{11} - R_{01} \quad (112)$$

$$S_0 = A_1 r^{(1)} + (A_2 r^{(1)})^{(1)} = (A_1 + \dot{A}_2 - V A_2') r^{(1)} + A_2 r^{(2)} \quad (113)$$

so ergibt sich mit Benutzung der Beziehungen (107) bis (110) und durch Einsetzen von (112) und (113) in (111) ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung:

$$\dot{S}_1 = B_0 f_H + V S_1' \quad (114)$$

$$\dot{S}_2 = S_1 + B_1 f_H - A_0 r^{(1)} + V S_2' \quad (115)$$

$$f_H = S_0 - S_2 \quad (116)$$

Faßt man die äußeren Kräfte zusammen:

$$f_0 = f_a + f_H \quad (117)$$

so ergibt sich die gesamte Querschnittskraft pro Länge aus der Summe:

$$f = -m (\ddot{z} - x \ddot{v}) + f_0 \quad (118)$$

Die Bedingungen, daß Gesamtkraft und Gesamtmoment am Schiff null ergeben müssen, führen zu den Differentialgleichungen der Tauch- und Stampfbewegungen:

$$\int_L f dx = 0 \longrightarrow D\ddot{z} = \int_L f_0 dx \quad (119)$$

$$\int_L f x dx = 0 \longrightarrow -Dr_s^2 \ddot{\vartheta} = \int_L f_0 x dx \quad (120)$$

mit:

$D \equiv$  Verdrängungsmasse nach Abschnitt 3.2

$r_s \equiv$  Massenträgheitsradius nach Abschnitt 3.2

Anmerkung:

Die Glieder  $\int fmx dx$  entfallen, da  $x$  als Abstand vom Massenschwerpunkt des Schiffes definiert wurde.

Sind Tauchbewegung und Stampfwinkel bekannt, so lassen sich unter Benutzung der Ausdrücke (11), (12) und (13) für die Massenintegrale die Schnittkräfte des starren Schiffskörpers berechnen.

Querkraft am Querschnitt I:

$$Q_L = \int_L f dx = \int_L f_0 dx - Q_{m_l} \ddot{z} + M_{m_l} \ddot{\vartheta} \quad (121)$$

Biegemoment am Querschnitt I:

$$M_L = \int_L f(x_l - x) dx = \int_L f_0(x_l - x) dx - \ddot{z}(x_l Q_{m_l} - M_{m_l}) + \ddot{\vartheta}(x_l M_{m_l} - Q_{m_l}) \quad (122)$$

## 8.2 LINEARE BERECHNUNG DER KRÄFTE UND BEWEGUNGEN DES STARREN SCHIFFS-KÖRPERS

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, ist es in vielen Fällen wünschenswert, linear berechnete Bewegungs- und Belastungsgrößen zum Vergleich zur Verfügung zu haben. Hier ergibt sich außerdem eine erste Möglichkeit, das neue Verfahren an gemessenen Werten zu testen.

Wesentlicher Bestandteil aller linearen Berechnungen ist die Ermittlung der Übertragungsfunktionen d.h. der Reaktionen des Schiffskörpers auf Einzelwellen des in Abschnitt 7.1 beschriebenen Typs und der Amplitude "1".

Es wird hierbei vereinfachend angenommen, daß die hydrostatischen und hydrodynamischen Koeffizienten unabhängig von der Relativtauchung  $r$  sind und vorab für die Ruhewasserlinie  $r_{GW}$  bestimmt werden können.

Unter dieser Voraussetzung lassen sich – für den eingeschwungenen Zustand – einfache harmonische Ansätze für Kräfte und Bewegungen machen; so z.B. für die Tauch- und Stampfbewegung:

$$z = \hat{z} e^{i\omega_e t} \quad (123)$$

$$\vartheta = \hat{\vartheta} e^{i\omega_e t} \quad (124)$$

In den Gleichungen der Kräfte und Bewegungen kann man sich nun auf die Betrachtung der durch  $\hat{\phantom{x}}$  gekennzeichneten komplexen Amplituden beschränken:

Amplituden der Relativbewegung und ihrer substantiellen Ableitungen nach der Zeit (vgl. (100)...(102):

$$\hat{r} = \hat{z} - x \hat{\vartheta} - e^{-kx \cos \beta} \quad (125)$$

$$\hat{r}^{(1)} = i\omega_e \hat{z} - (i\omega_e x - V) \hat{\vartheta} - i\omega_e e^{-ikx \cos \beta} \quad (126)$$

$$\hat{r}^{(2)} = -\omega_e^2 \hat{z} + (\omega_e^2 x + i2\omega_e V) \hat{\vartheta} + \omega_e^2 e^{-ikx \cos \beta} \quad (127)$$

Amplitude der Massenkraft pro Länge:

$$\hat{f}_M = \omega_e^2 m (\hat{z} - x \hat{v}) \quad (128)$$

Amplitude der Auftriebskraft pro Länge:

$$\hat{f}_a = \rho g B_{GW} \hat{r} \quad (129)$$

mit:

$B_{GW} \equiv$  Breite in der Ruhewasserlinie  $r_{GW}$

Amplitude der hydrodynamischen Kraft pro Länge:

Die Gleichungen (107)...(111) nehmen im Falle der linearen Berechnung

$$(A_0 = A_0(r_{GW}) = \text{const}(x), \dots, \dot{A}_2 = 0, S_{01} = \hat{S}_{01} e^{i\omega t}, \dots)$$

folgende Form an:

$$i\omega_e \hat{S}_{01} - V \hat{S}'_{01} = B_0 \hat{f}_H \quad (130)$$

$$i\omega_e \hat{S}_{02} - V \hat{S}'_{02} = \hat{S}_{01} \quad (131)$$

$$i\omega_e \hat{S}_{11} - V \hat{S}'_{11} = B_1 \hat{f}_H \quad (132)$$

$$i\omega_e \hat{R}_{01} - V \hat{R}'_{01} = A_0 \hat{r}^{(1)} \quad (133)$$

$$\hat{S}_{02} + \hat{S}_{11} + \hat{f}_H = \hat{R}_{01} + A_1 \hat{r}^{(1)} - V A_2' \hat{r}^{(1)} + A_2 \hat{r}^{(2)} \quad (134)$$

Die Lösung dieses Systems von Differentialgleichungen 1. Ordnung in  $x$  wird in einfacher numerischer Weise vorgenommen.

Für den Bereich zwischen zwei benachbarten Querschnitten  $l, l+1$  mit dem Abstand  $h_l$  gelte näherungsweise:

$$A'_{2l} = \begin{cases} \frac{A_{2l+1} - A_{2l}}{h_{l+1}} & A_{2l} < A_{2l+1} \text{ und } l \neq n \\ 0 & A_{2l} \geq A_{2l+1} \text{ oder } l = n \end{cases} \quad (135)$$

$$\hat{S}'_{01l} = \begin{cases} \frac{\hat{S}_{01l+1} - \hat{S}_{01l}}{h_{l+1}} & A_{2l} < A_{2l+1} \text{ und } l \neq n \\ 0 & A_{2l} \geq A_{2l+1} \text{ oder } l = n \end{cases} \quad (136)$$

Die Unterscheidungen in (135) und (136) gründen sich auf die Annahme, daß durch Reibungseinflüsse die Strömung im Hinterschiff ( $A'_{2l} > 0$ ) nicht der Schiffskontur folgt und daher die konvektiven Terme sich nicht in gleicher Form wie im Vorschiff ausbilden. Am vorderen Ende ( $l = n$ ) werden außerdem die Ableitungen null gesetzt.

Aus (130) und (135) ergibt sich:

$$\hat{S}_{01l} = \begin{cases} \frac{h_{l+1} \hat{B}_0 \hat{f}_{HL} + V \hat{S}_{01l+1}}{i \omega_e h_{l+1} + V} & A_{2l} < A_{2l+1} \text{ und } l \neq n \\ \hat{B}_0 \frac{\hat{f}_{HL}}{i \omega_e} & A_{2l} \geq A_{2l+1} \text{ oder } l = n \end{cases} \quad (137)$$

Substitution:

$$p_{1l} = \begin{cases} \frac{h_{l+1}}{i \omega_e h_{l+1} + V} & A_{2l} < A_{2l+1} \text{ und } l \neq n \\ \frac{1}{i \omega_e} & A_{2l} \geq A_{2l+1} \text{ oder } l = n \end{cases} \quad (138)$$

$$p_{2l} = \begin{cases} \frac{V}{i \omega_e h_{l+1} + V} & A_{2l} < A_{2l+1} \text{ und } l \neq n \\ 0 & A_{2l} \geq A_{2l+1} \text{ oder } l = n \end{cases} \quad (139)$$

führt zu:

$$\hat{S}_{01l} = \hat{B}_{0l} \hat{f}_{HL} p_{1l} + p_{2l} \hat{S}_{01l+1} \quad (140)$$

Sinngemäß ergibt sich nach (131), (132), (133):

$$\hat{S}_{02l} = \hat{S}_{01l} p_{1l} + p_{2l} \hat{S}_{02l+1} \quad (141)$$

$$\hat{S}_{11l} = B_{1l} \hat{f}_{HL} p_{1l} + p_{2l} \hat{S}_{11l+1} \quad (142)$$

$$\hat{R}_{01l} = A_{0l} \hat{r}_L^{(1)} p_{1l} + p_{2l} \hat{R}_{01l+1} \quad (143)$$

(140) in (141) eingesetzt:

$$\hat{S}_{02l} = p_{1l} (B_{0l} \hat{f}_{HL} p_{1l} + p_{2l} \hat{S}_{01l+1}) + p_{2l} \hat{S}_{02l+1} \quad (144)$$

(142), (143), (144) in (134) eingesetzt und nach  $f_{HL}$  aufgelöst:

$$\hat{f}_{HL} = \frac{\hat{R}_{01l} + (A_{1l} + VA'_{2l}) \hat{r}_L^{(1)} + A_{2l} \hat{r}_L^{(2)} - p_{2l} (p_{1l} \hat{S}_{01l+1} + \hat{S}_{02l+1} + \hat{S}_{11l+1})}{p_{1l} (B_{0l} p_{1l} + B_{1l}) + 1} \quad (145)$$

Mit diesen Gleichungen lassen sich nun die komplexen Amplituden der hydrodynamischen Kräfte  $\hat{f}_H$  sowie  $\hat{S}_{01}$ ,  $\hat{S}_{02}$ ,  $\hat{S}_{11}$  und  $\hat{R}_{01}$  schrittweise, beginnend am vorderen Ende, berechnen. Die Berechnung erfolgt nacheinander für die Einheitsamplituden der einzelnen Bewegungsanteile in (125), (126) und (127), durch die  $\hat{r}$  in den obigen Gleichungen ersetzt wird:

$$\hat{r}_z = 1; \quad \hat{r}_z^{(1)} = i\omega_e; \quad \hat{r}_z^{(2)} = -\omega_e^2 \quad (146)$$

$$\hat{r}_y = x; \quad \hat{r}_y^{(1)} = i\omega_e x - V; \quad \hat{r}_y^{(2)} = -\omega_e^2 x + i2\omega_e V \quad (147)$$

$$\hat{r}_z = 1; \quad \hat{r}_z^{(1)} = i\omega; \quad \hat{r}_z^{(2)} = -\omega^2 \quad (148)$$

Aus den resultierenden Einzelkomponenten  $f_{Hz}$ ,  $f_{H\theta}$  und  $f_{Hz}$  ergibt sich dann die gesamte hydrodynamische Kraft pro Länge:

$$\hat{f}_H = \hat{z} \hat{f}_{Hz} - \hat{v} \hat{f}_{H\theta} - \hat{f}_{Hz} e^{-ikx \cos \beta} \quad (149)$$

Addition der Anteile (128), (129) und (149) und Umordnen nach Bewegungskomponenten ergibt:

$$\hat{f} = \hat{z}_T (\omega_e m - \rho g B_{GW} + \hat{f}_{Hz}) - \hat{v} (\omega_e^2 m x - \rho g B_{GW} x + \hat{f}_{H\theta}) - (-\rho g B_{GW} + \hat{f}_{Hz}) e^{-ikx \cos \beta} \quad (150)$$

Mit den komplexen Integralen:

$$\underline{P} = \omega_e^2 D + \int_L (\hat{f}_{Hz} - \rho g B_{GW}) dx \quad (151)$$

$$\underline{Q} = \int_L (\hat{f}_{H\theta} - \rho g B_{GW} x) dx \quad (152)$$

$$\underline{F} = \int_L (\rho g B_{GW} + \hat{f}_{Hz}) e^{-ikx \cos \beta} dx \quad (153)$$

$$\underline{R} = \int_L (\hat{f}_{Hz} - \rho g B_{GW}) x dx \quad (154)$$

$$\underline{S} = -\omega_e^2 D r_s^2 + \int_L (\hat{f}_{H\theta} - \rho g B_{GW} x) x dx \quad (155)$$

$$\underline{M} = \int_L (\hat{f}_{Hz} - \rho g B_{GW}) x e^{-ikx \cos \beta} dx \quad (156)$$

erhält man aus den Gleichheitsbedingungen die komplexen Amplituden der Tauchbewegung und des Stampfwinkels (vgl. (119), (120)):

$$\int \hat{f} dx = 0 = \underline{P} \hat{z} + \underline{Q} \hat{\vartheta} - \underline{F} \quad (157)$$

$$\int \hat{f}_x dx = 0 = \underline{R} \hat{z} + \underline{S} \hat{\vartheta} - \underline{M} \quad (158)$$

$$\hat{z} = \frac{\underline{F} \underline{S} - \underline{Q} \underline{M}}{\underline{P} \underline{S} - \underline{Q} \underline{R}} \quad (159)$$

$$\hat{\vartheta} = \frac{\underline{P} \underline{M} - \underline{R} \underline{F}}{\underline{P} \underline{S} - \underline{Q} \underline{R}} \quad (160)$$

Die komplexen Übertragungsfunktionen der Tauch- und Stampfbewegungen sind dann:

$$Y_{\zeta z} = \hat{z} \quad (161)$$

$$Y_{\zeta \vartheta} = \frac{\hat{\vartheta}}{k} \quad (162)$$

Abb. 17 zeigt den Vergleich gemessener mit gerechneten Werten (Beträge) am Beispiel eines Schnellbootes für zwei verschiedene Froudezahlen. Die Übereinstimmung ist in beiden Fällen gut.

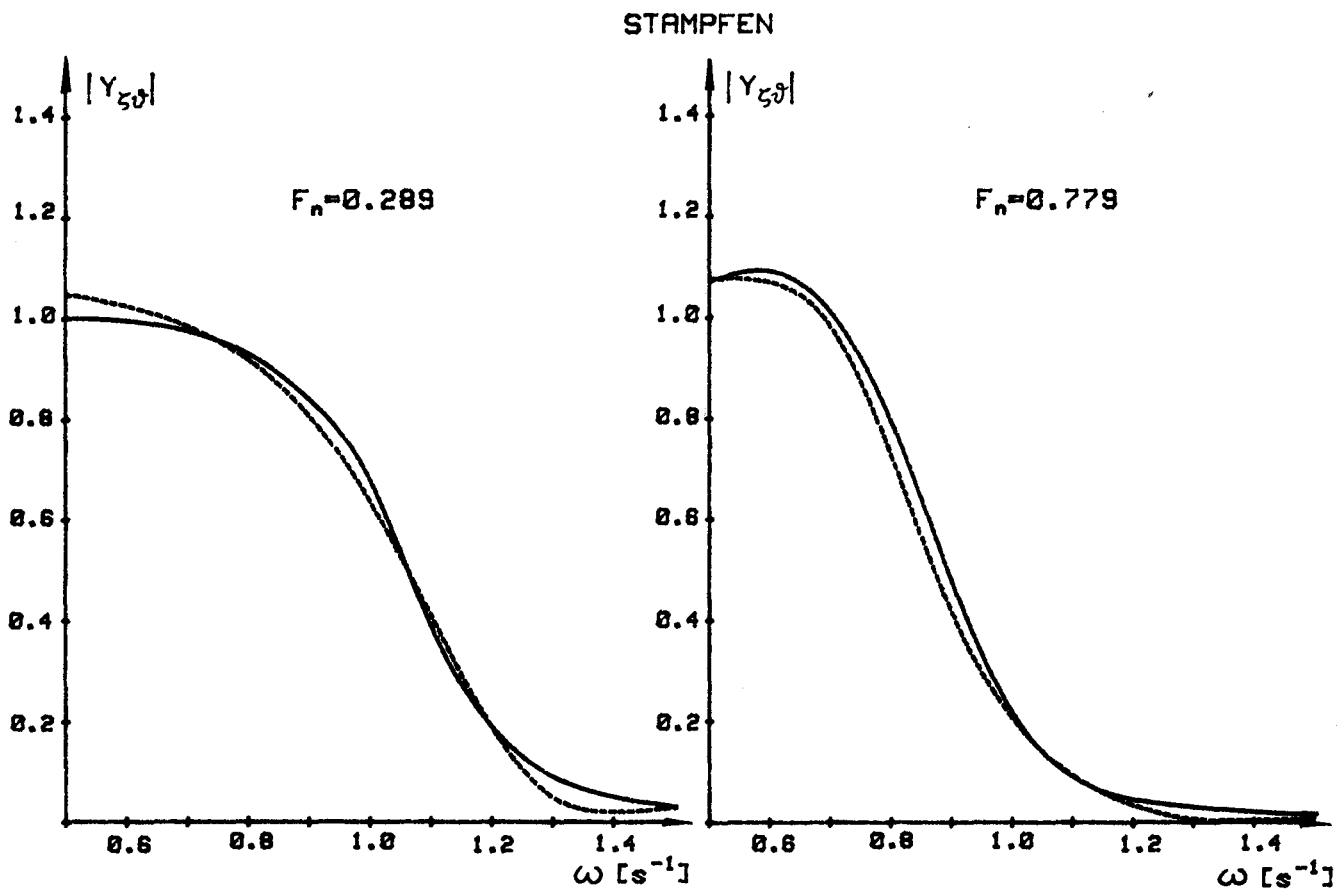
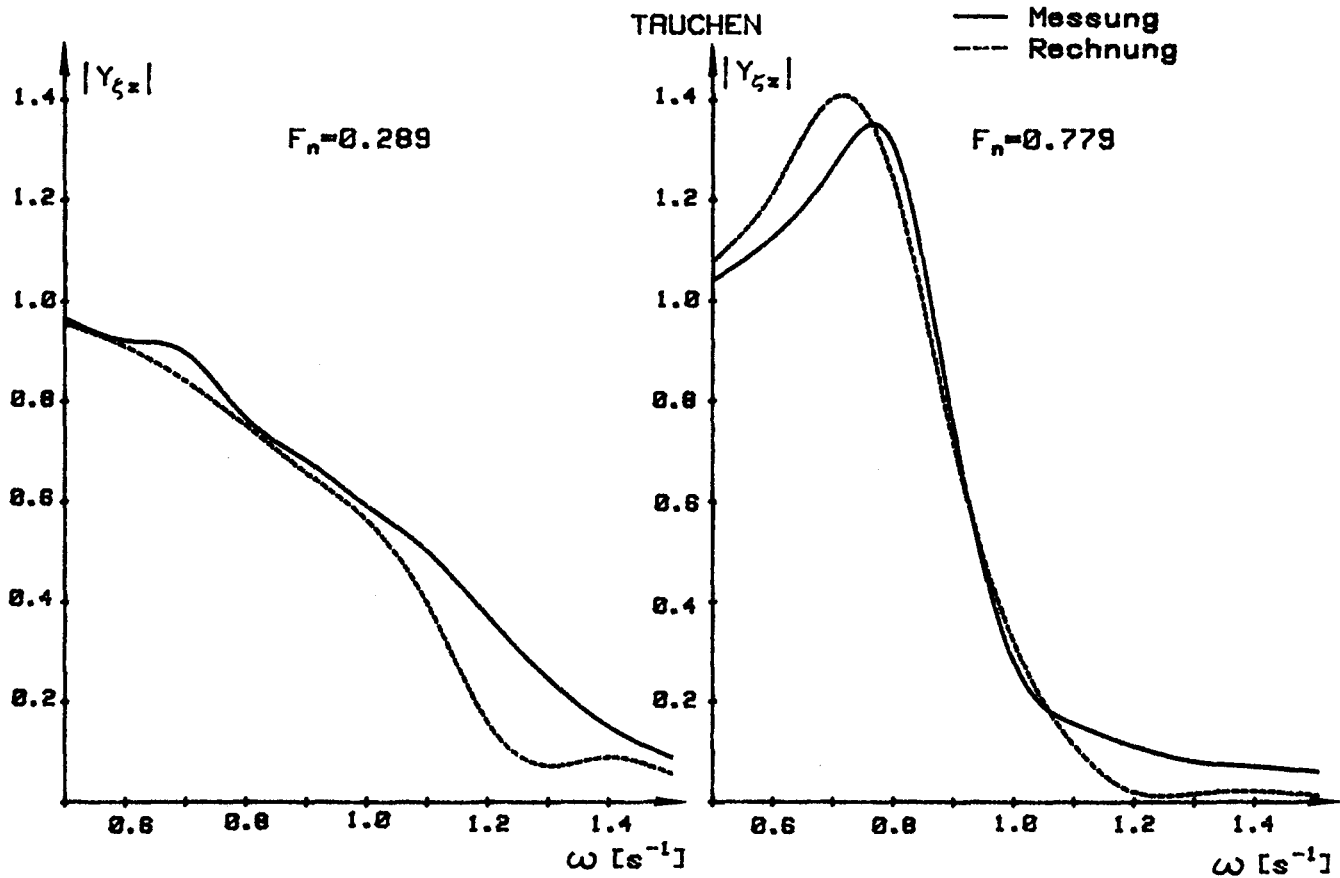


ABB. 17: ÜBERTRAGUNGSFUNKTIONEN DER TAUCH- UND STAMPFBEWEGUNGEN

Sind die Bewegungsamplituden bekannt, so lassen sich die Übertragungsfunktionen aller anderen interessierenden Größen ebenfalls ermitteln:

Vertikale Relativbewegung:

$$Y_{zr} = \hat{r} \quad (163)$$

Vertikale Relativgeschwindigkeit:

$$Y_{z\dot{r}} = i \omega_e \hat{r} \quad (164)$$

Dieser Wert wird zuweilen für die Vorhersage von Slamminghäufigkeiten (Ochikriterium) benötigt und ist nicht mit der substantiellen Ableitung (101) zu verwechseln.

Vertikale Starrkörperbeschleunigung:

$$Y_{z\ddot{r}} = -\omega_e^2 (\hat{z}_T - x \hat{v}) \quad (165)$$

Die Übertragungsfunktionen der Schnittkräfte am starren Schiffskörper ergeben sich mit den äußeren Querschnittskräften:

$$\hat{f}_0 = \hat{z} (\hat{f}_{Hz} - \rho g B_{GW}) - \hat{v} (\hat{f}_{Hv} - \rho g B_{GW} x) - (\hat{f}_{Hz} - \rho g B_{GW}) e^{-ikx \cos \beta} \quad (166)$$

aus (121) und (122):

Querkraft am Querschnitt I:

$$Y_{SQ} = \int_0^{x_I} \hat{f}_0 dx + \omega_e^2 \hat{z} Q_{mI} - \omega_e^2 \hat{v} M_{mI} \quad (167)$$

Biegemoment am Querschnitt I:

$$Y_{SM} = \int_0^{x_I} \hat{f}_0 (x_I - x) dx + \omega_e^2 \hat{z} (x_I Q_{mI} - M_{mI}) - \omega_e^2 \hat{v} (x_I M_{mI} - \Theta_{mI}) \quad (168)$$

Mit den Übertragungsfunktionen und dem Seegangsspektrum lassen sich nun die für statistische Aussagen benötigten Kenngrößen berechnen.

Das Spektrum einer Größe  $s$  (Bewegung, Belastung, Verformung o.ä.) ist (vgl. Abschnitt 7.3):

$$S_s(\omega) = \int_0^{2\pi} S_\zeta(\omega, \alpha) Y_{\zeta s}^2(\omega, \alpha) d\alpha \quad (169)$$

Aus ihm ergibt sich die Standardabweichung (RMS-Wert):

$$\sigma_s = \sqrt{\int_0^\infty S_s(\omega) d\omega} \quad (170)$$

Im Fall der Darstellung des Seegangs als endliche Summe von Teilwellen gleicher Amplitude entsprechend Abschnitt 7.2 und 7.3 läßt sich schreiben

$$\sigma_s = \hat{\zeta} \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_w} Y_{s\zeta}^2} \quad (171)$$

Die manchmal zur Charakterisierung von Seegang und Bewegungen bevorzugte signifikante Amplitude ist

$$s_Y = 2 \sigma_s \quad (172)$$

Sie entspricht dem halben Wert der zur Beschreibung des Seegangs benutzten signifikanten Wellenhöhe.

### 8.3 HYDRODYNAMISCHE KRÄFTE AM KEIL BEI ERZWUNGENER HARMONISCHER BEWEGUNG

Nachdem die Brauchbarkeit des gewählten Ansatzes für den linearen Fall nachgewiesen werden konnte, soll hiermit nun der erste Schritt in Richtung auf die Behandlung des nichtlinearen Problems unternommen werden.

Zwei Dinge sind in diesem Zusammenhang besonders zu klären:

- die geeignete Festlegung eines der hydrodynamischen Koeffizienten A und B (vgl. Abschnitt 4.2, (44))
- die besondere Behandlung des Austauschvorgangs

Zur Klärung dieser Fragen wurden im Institut für Schiffbau der Universität Hamburg Versuche mit einem harmonisch vertikal oszillierenden Keil der in Abb. 18 dargestellten Abmessungen durchgeführt. Gemessen wurden die Tauchung  $r$  und die Reaktionskraft  $F$  am Oszillator.

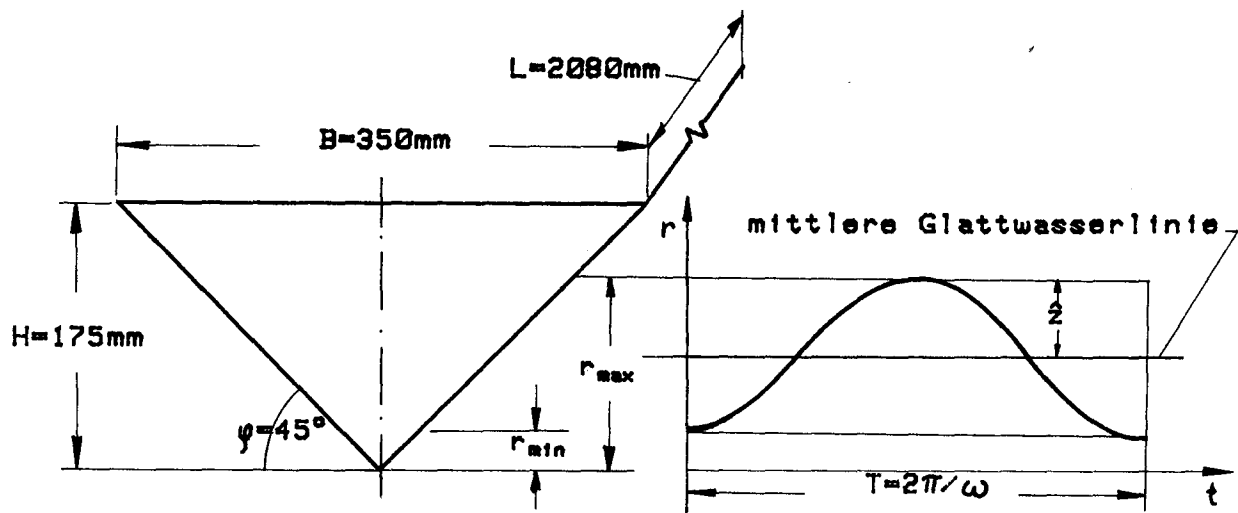


ABB. 18: VERSUCHSPARAMETER

Bewegungsgrößen:

Mittlerer Tiefgang:  $r_m = 0.5 (r_{\max} + r_{\min})$

Tauchungsamplitude:  $z = 0.5 (r_{\max} - r_{\min})$

Momentaner Tiefgang:  $r = r_m - z \cos \omega t$

Tauchgeschwindigkeit:  $\dot{r} = \omega z \sin \omega t$

Tauchbeschleunigung:  $\ddot{r} = \omega^2 z \cos \omega t$

Massenkraft:  $F_M = -M \ddot{z}$  (104\*)

Abweichung der Auftriebskraft von ihrem Mittel:  $F_A = \rho g L (r_m^2 - r^2)$  (105\*)

Hydrodynamische Kraft:

Zur Berechnung der hydrodynamischen Kraft werden die Gleichungen (113) – (116) benutzt, die hier aber wegen der fehlenden Schiffsgeschwindigkeit  $V$  nur  $t$  als Integrationsparameter enthalten. Da die Festsetzung eines der Koeffizienten  $A$  und  $B$  hier zunächst noch offen bleibt, enthält (116\*) zusätzlich  $B_2$ .

$$S_0 = (A_1 + \dot{A}_2) \dot{r} + A_2 \ddot{r} \quad (113^*)$$

$$\dot{S}_1 = B_0 F_H \quad (114^*)$$

$$\dot{S}_2 = S_1 + B_1 F_H - A_0 \dot{r} \quad (115^*)$$

$$B_2 F_H = S_0 - S_2 \quad (116^*)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems erfolgt numerisch in ähnlicher Weise wie in Abschnitt 8.4 beschrieben.

Die Summe der Anteile aus (104\*), (105\*) und (116\*), hier als Gesamtkraft bezeichnet, entspricht der am Oszillator gemessenen Reaktionskraft:

$$F = F_M + F_A + F_H \quad (118^*)$$

Die Koeffizienten der hydrodynamischen Kraft  $A_0, \dots, B_2$  hängen im allgemeinen von der Form und Größe des jeweils getauchten Teils des Querschnitts ab. Für die verwendete Keilform bleibt nur die Variation mit der Größe des eingetauchten Querschnittsteils, hier dargestellt durch den Tiefgang  $r$  bis zur ungestörten Wasserlinie. Diese Abhängigkeit soll im folgenden kurz untersucht werden.

Es sei:

$$\omega = \sqrt{\frac{\nu g}{r}} = \frac{\omega^*}{\sqrt{r}} \quad (173)$$

$$m_H = c_H \frac{\pi}{2} \rho r^2 = m_H^* r^2 \quad (174)$$

$$n_H = \rho \frac{g^2}{\omega^3} \bar{A}^2 = \frac{\rho g^{0,5} \bar{A}^2 r^{1,5}}{\nu^{1,5}} = n_H^* r^{1,5} \quad (175)$$

mit:

$\nu = \omega^2 r / g \equiv$  dimensionsloser Frequenzparameter

\*  $\equiv$  Werte für  $r = 1$  bei gleichem Frequenzparameter (also verschiedener Frequenz  $\omega$ )

(173), (174) und (175) führen mit (42), (43), (45) und (46) zu folgenden Beziehungen:

$$-\omega^{*2} A_1 r^{-1} = -n_H^* r^{1,5} B_0 + \omega^{*2} m_H^* r B_1 + \omega^{*2} n_H^* r^{0,5} B_2 \quad (176)$$

$$A_0 - \omega^{*2} A_2 r^{-1} = -m_H^* r^2 B_0 - n_H^* r^{1,5} B_1 + \omega^{*2} m_H^* r B_2 \quad (177)$$

$$A_1 = -m_{H_\infty}^* r^2 B_1 \quad (178)$$

$$A_2 = -m_{H_\infty}^* r B_2 \quad (179)$$

Wählt man nun den Ansatz

$$B_2 = b_2 r^l \quad (180)$$

so folgt aus den obigen Gleichungen durch Dimensionsvergleich:

$$A_0 = a_0 r^{l+1} \quad (181)$$

$$A_1 = a_1 r^{l+1,5} \quad (182)$$

$$A_2 = a_2 r^{l+2} \quad (183)$$

$$B_0 = b_0 r^{l-1} \quad (184)$$

$$B_1 = b_1 r^{l-0,5} \quad (185)$$

Aus diesen Beziehungen wird deutlich, welche Unterschiede durch Festhalten verschiedener Koeffizienten statt der bisher getroffenen Wahl  $B_2 = 1$  entstehen. Unterschiedliche Kräfte ergeben sich daraus aber nur, wenn Ableitungen nach der Tauchtiefe in die Kraftberechnung eingehen. Um diesen Zusammenhang näher zu untersuchen, wird (116\*) in (113\*) eingesetzt und der "Stoßterm"  $F_{HS}$  herausgelöst:

$$B_2 F_{HS} = \dot{A}_2 \dot{r} = \frac{dA_2}{dr} \dot{r}^2 \quad (186)$$

Mit (180) und (183) ergibt sich:

$$\begin{aligned} b_2 r^l F_{HS} &= (l+2) a_2 r^{l+1} \dot{r}^2 \\ F_{HS} &= (l+2) \frac{a_2}{b_2} r \dot{r}^2 \end{aligned} \quad (187)$$

Gleichung (187) zeigt nun die Abhängigkeit der Stoßkraft  $F_{HS}$  vom Exponenten  $l$ :

$$\begin{array}{lll} l = 0 & B_2 = \text{const} & F_{HS} = 2 \frac{a_2}{b_2} r \dot{r}^2 \\ l = 1 & B_0 = \text{const} & F_{HS} = 3 \frac{a_2}{b_2} r \dot{r}^2 \\ l = -2 & A_2 = \text{const} & F_{HS} = 0 \end{array}$$

Außerdem ergibt sich, daß wegen des quadratischen Gliedes  $\dot{r}^2$  beim Ein- und Austausch Stoßkräfte gleicher Größe und Richtung entstehen (sofern die beiden Bewegungsrichtungen nicht durch verschiedene Ansätze unterschiedlich behandelt werden).

Die von Tauchung und Bewegungsfrequenz unabhängig angenommenen Koeffizienten  $a_0, \dots, b_2$  wurden nach der in Abschnitt 4.2 beschriebene Methode für den Tiefgang 1 m berechnet. Als repräsentativer Frequenzbereich wurde gewählt:

$$1,5 \text{ 1/s} \leq \omega \leq 11,5 \text{ 1/s.}$$

Dem entsprechen bei vorgegebener Bewegungsfrequenz und festgehaltenem Frequenzparameter folgende Tauchbereiche (s. Gl. (173)):

$$T = 0,845 \text{ s} \rightarrow \omega = 7,436 \text{ 1/s} \rightarrow 3 \text{ mm} \leq r \leq 176 \text{ mm}$$

$$T = 0,725 \text{ s} \rightarrow \omega = 8,666 \text{ 1/s} \rightarrow 4 \text{ mm} \leq r \leq 239 \text{ mm}$$

Anhand der Versuche sollte herausgefunden werden, mit welchen Exponenten  $l$  im rechnerischen Ansatz sich die beste Übereinstimmung zwischen gerechneten und gemessenen Kräften erzielen läßt.

Folgende Ansätze wurden untersucht:

– Ansatz 1:

Eintauchen:  $B_2 = \text{const} \rightarrow l = 0$

Austauschen:  $B_2 = \text{const} \rightarrow l = 0$

– Ansatz 2:

Eintauchen:  $B_2 = \text{const} \rightarrow l = 0$

Austauschen:  $A_2 = \text{const} \rightarrow l = -2$

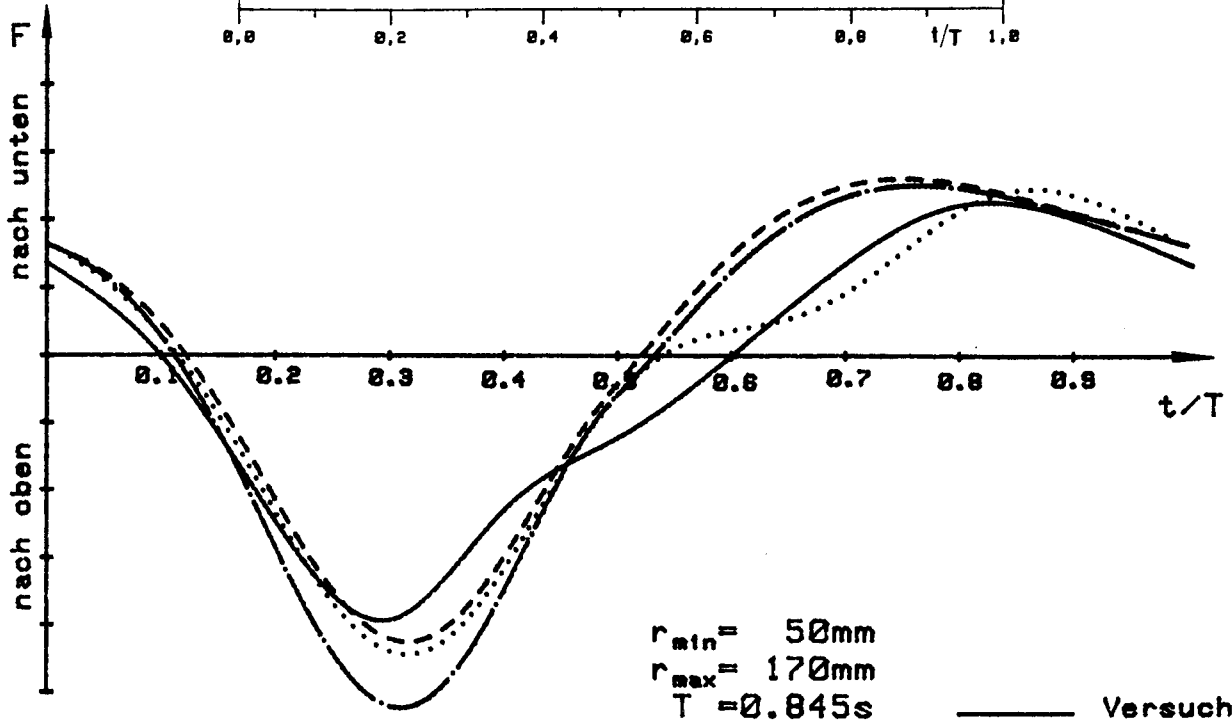
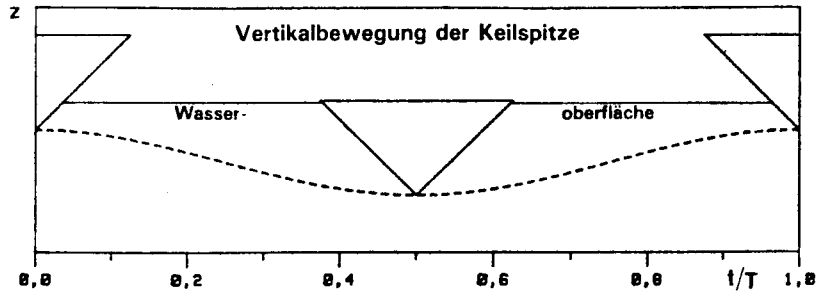
– Ansatz 3:

Eintauchen:  $B_0 = \text{const} \rightarrow l = 1$

Austauschen:  $A_2 = \text{const} \rightarrow l = -2$

Die Ansätze mit der Korrektur der Terme beim Austauschen ( $\dot{A}_2 \leq 0$ ) basieren auf der Annahme, daß das Wasser keinen Impuls an den Körper zurückgibt und damit der Stoßanteil (s.o.) verschwindet.

Die Abbildungen 19 bis 24 zeigen die wichtigsten Ergebnisse dieser Versuche und der entsprechenden Vergleichsrechnungen. Dargestellt sind die zeitlichen Verläufe der Keilkraft und ihres hydrodynamischen Anteils während einer Periode, wobei der Zeitpunkt der minimalen Eintauchung  $r = r_{\min}$  (negative Werte bedeuten Austauschen der Keilspitze) als Startpunkt gewählt wurde. Die maximale Tauchung  $r = r_{\max}$  ergibt sich entsprechend bei  $t/T = 0,5$ .



$r_{\min} = 50\text{mm}$   
 $r_{\max} = 170\text{mm}$   
 $T = 0.845\text{s}$

— Versuch  
 ..... Ansatz 1  
 - - - Ansatz 2  
 - · - Ansatz 3

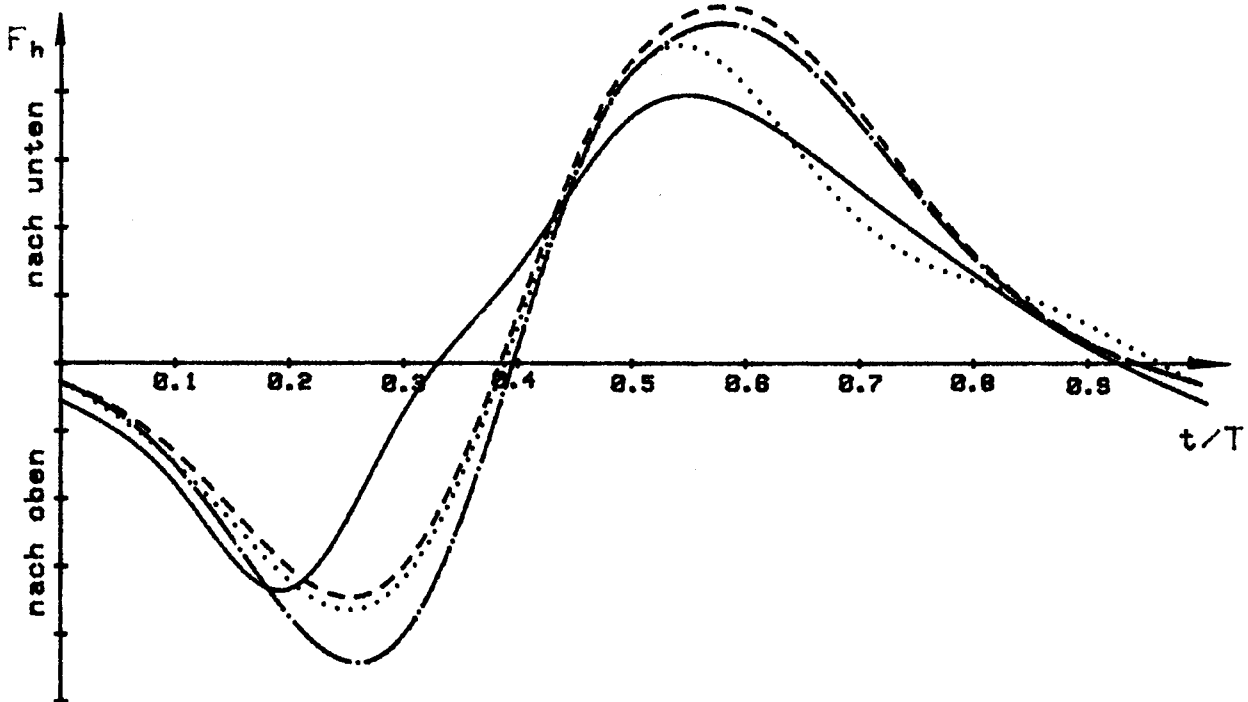


ABB. 19: KEILVERSUCH NR. 9

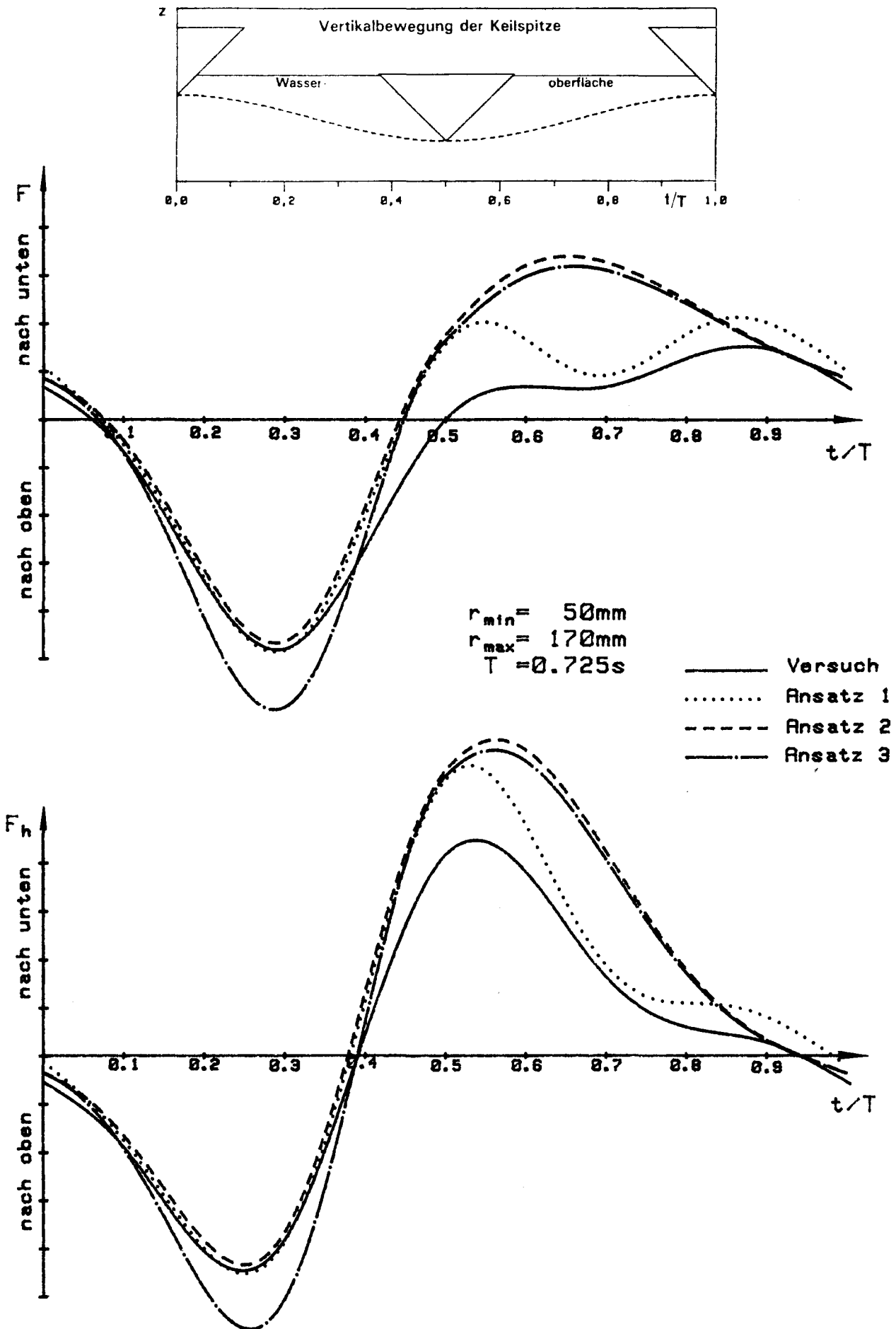


ABB 20: KEILVERSUCH NR. 11

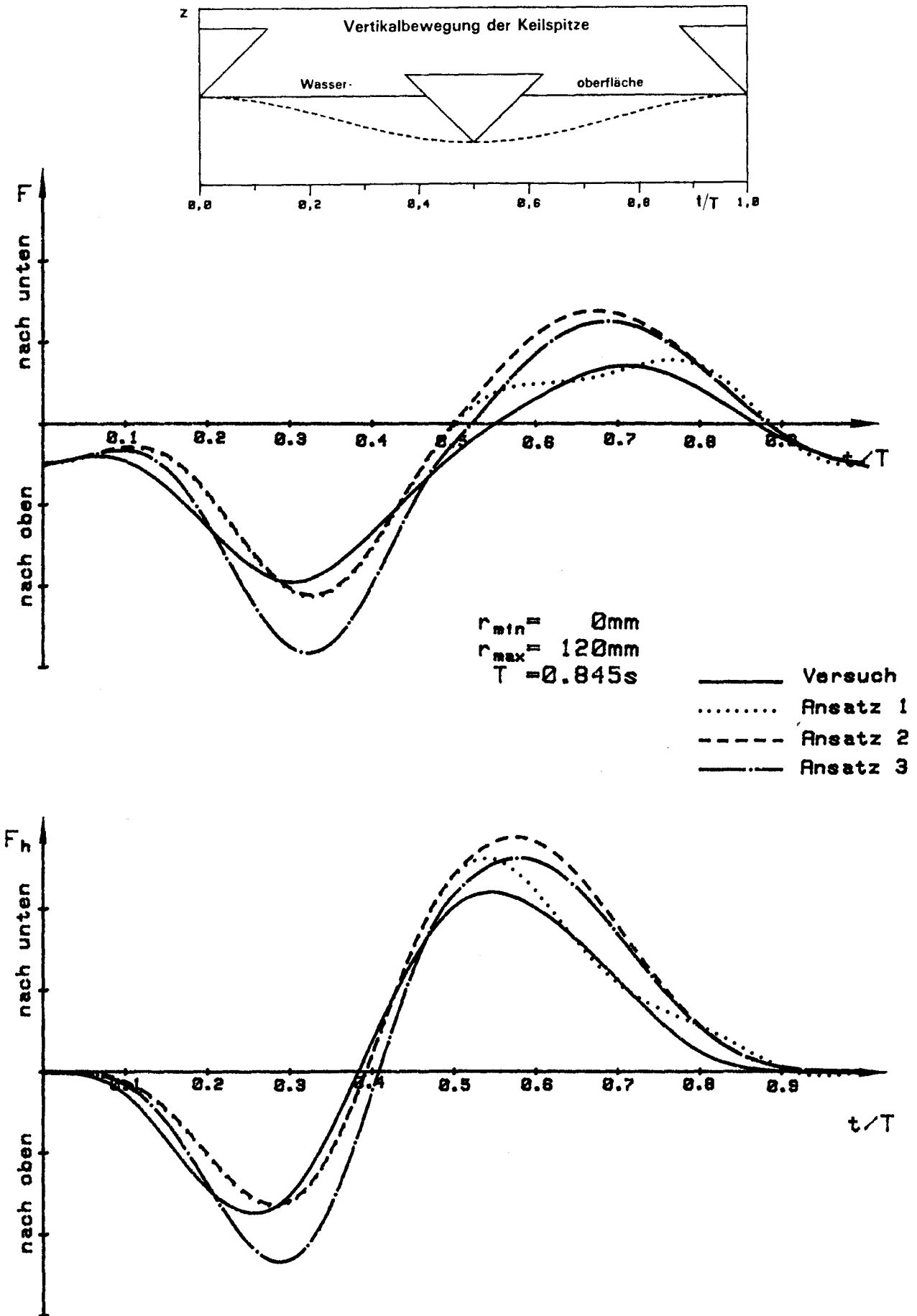


ABB. 21: KEILVERSUCH NR 24

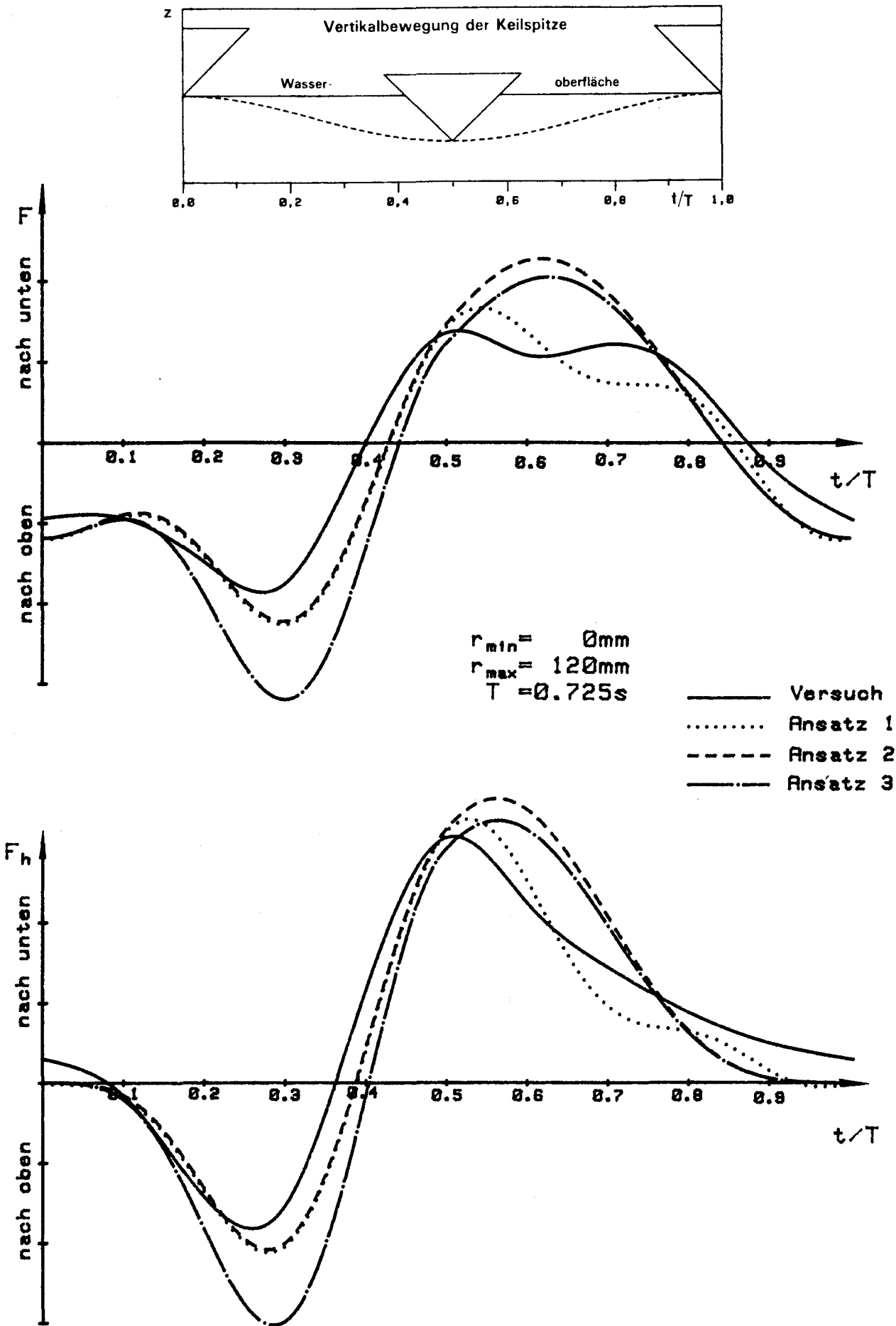


ABB. 22: KEILVERSUCH NR. 25

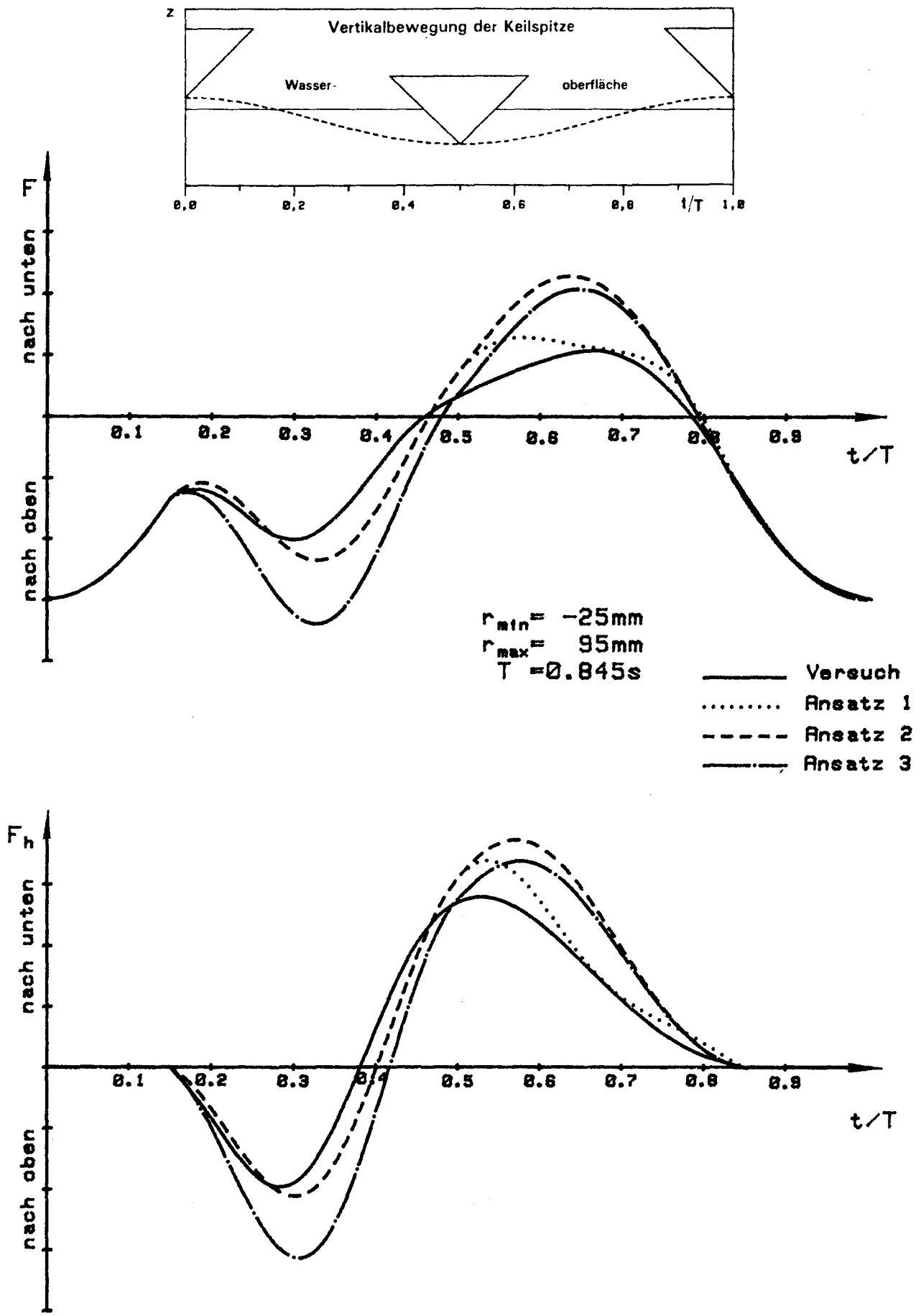


ABB. 23: KEILVERSUCH NR. 31

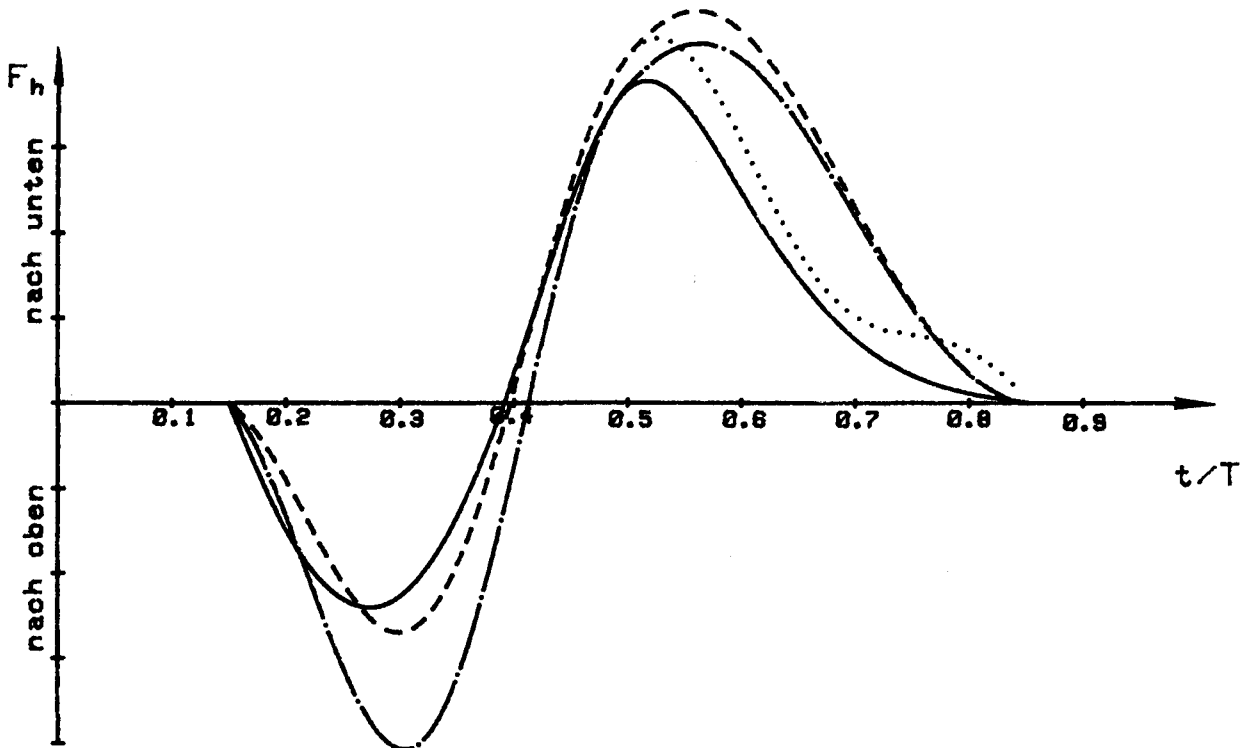
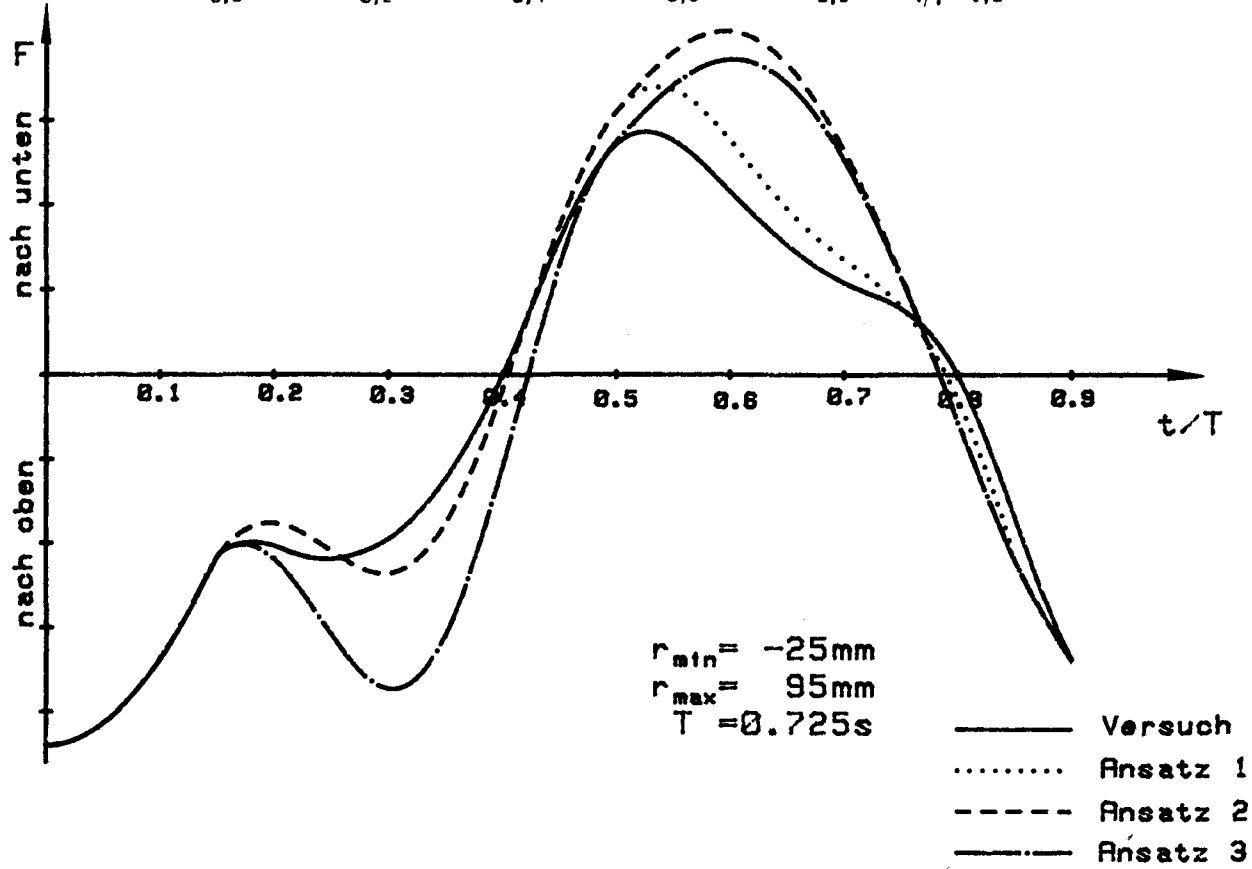
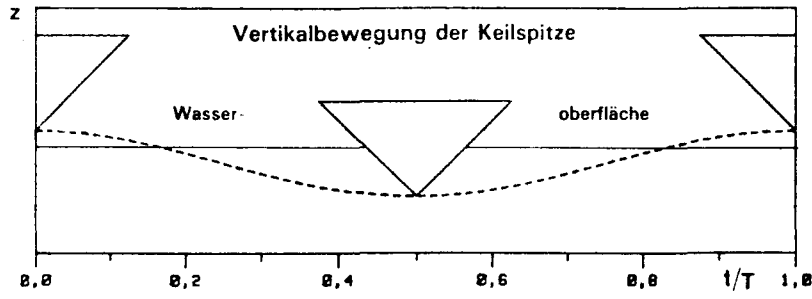


ABB. 24: KEILVERSUCH NR. 32

Folgende Schlußfolgerungen können gezogen werden:

- Ansatz 1 führt zur besten Annäherung an die Messung, d.h. – anders als ursprünglich vermutet – erfolgt beim Austausch ein Impulsrückgewinn.
- Die hydrodynamische Kraft zur Zeit der Bewegungsumkehr  $t = 0,5T$  ergibt in den Rechnungen durchweg zu große Werte. Möglicherweise wird hier im Versuch die tatsächliche Benetzung des Keils durch entstehende Oberflächenwellen verändert, so daß die hydrodynamischen Größen nicht am Ort der aktuellen sondern für eine etwas geringere Tauchung zu bestimmen wären.

Trotz des oben Festgestellten wird im Rechnerprogramm der Ansatz 2 gewählt, da dieser sich beim Vergleich gerechneter mit im Modellversuch gemessenen Schiffsbewegungen (s. Abb. 26) als günstiger erwiesen hat. Der Grund für diese Diskrepanz ist vermutlich darin zu sehen, daß der Ansatz 1 bei großen Austauschgeschwindigkeiten oder geringen Kielungswinkeln während des Austauschs zu negativen hydrodynamischen Kräften führt, die in Richtung der Austauschbewegung wirken und diese damit direkt unterstützen. Dieses wird durch den in Abb. 25 dargestellten zeitlichen Verlauf der hydrodynamischen Kraft wie im Versuch 31 dieses Mal aber mit wesentlich höherer Bewegungsfrequenz bestätigt.

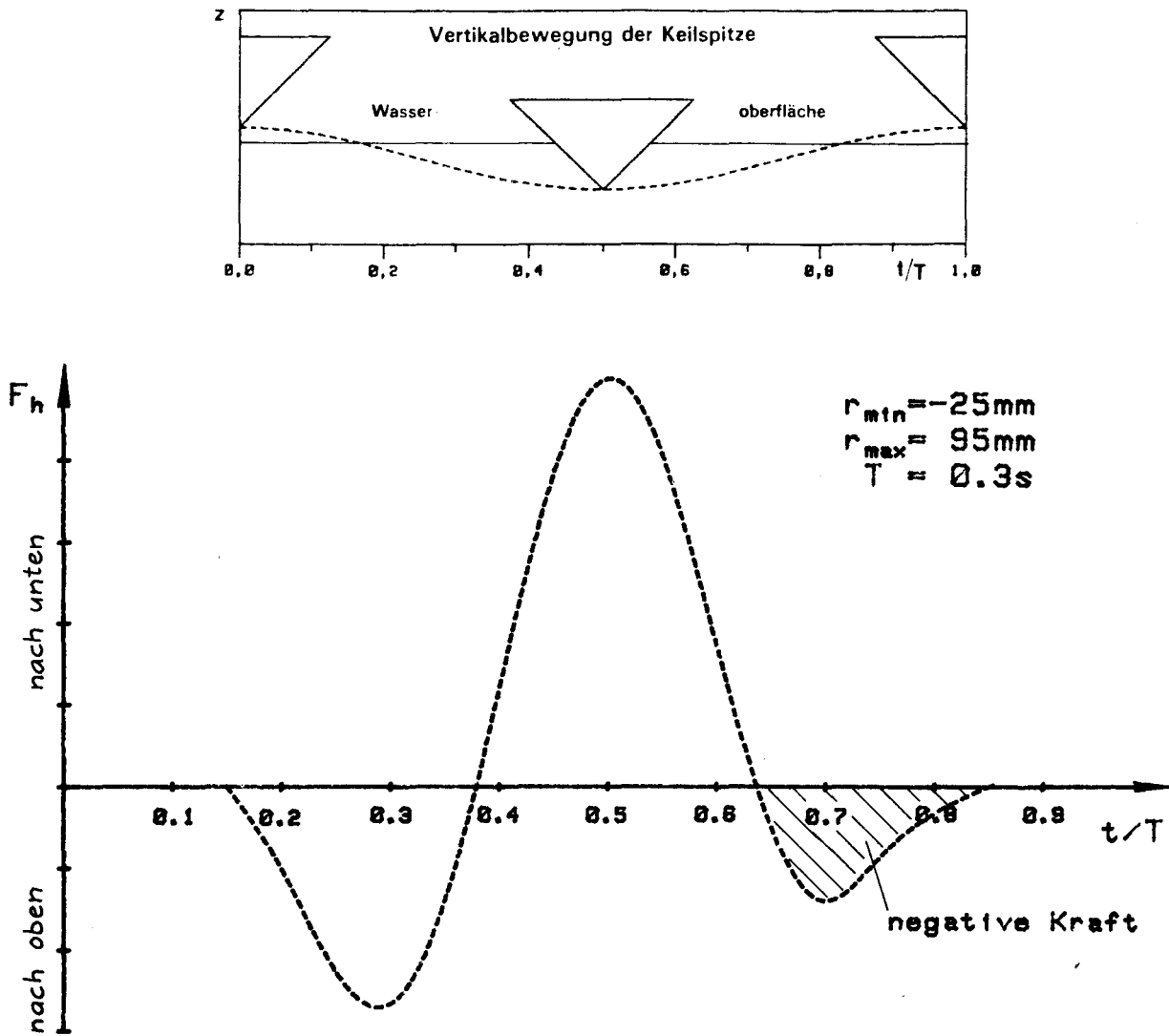


ABB. 25. HYDRODYNAMISCHE KRAFT AM KEIL BEI GROSSEN AUSTAUCHGESCHWINDIGKEITEN

#### 8.4 NICHTLINEARE BERECHNUNG DER KRÄFTE UND BEWEGUNGEN DES STARREN SCHIFFS-KÖRPERS

Die Lösung der Differentialgleichungen in Abschnitt 8.1 ist im nichtlinearen Fall in geschlossener Form nicht möglich. Es wird deshalb ein numerisches Verfahren gewählt, das auf der vereinfachenden Annahme basiert, daß die Tauch- und Stampfbeschleunigungen  $z$  und  $\theta$  sowie  $S_1$  und  $S_2$  mit ausreichender Genauigkeit als Polygonzüge über der Zeit  $t$ , die querschnittsabhängigen Größen  $f$ ,  $f_H$ ,  $A$ ,  $B$ , ... außerdem als Polygonzüge über der Längskoordinate  $x$  dargestellt werden können.

Die Berechnung erfolgt iterativ, wobei aber die Schrittweite  $\Delta t$  so bemessen wird, daß in aller Regel pro Zeitschritt nur zwei Iterationen erforderlich werden. Dieses Verfahren hat sich in zahlreichen Testrechnungen gegenüber dem Runge-Kutta-Verfahren (ebenfalls mit Schrittweitensteuerung) als wesentlich weniger aufwendig, sonst aber gleichwertig erwiesen.

Die Schrittweitensteuerung erfolgt nach Maßgabe der Beschleunigungsdifferenzen im vorangegangenen Zeitintervall:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \ddot{z}_T &= |\ddot{z}_{t-\Delta t} - \ddot{z}_{t-2\Delta t}| > 0,1 \ddot{z}_V \\ \text{oder: } \Delta \ddot{v} &= |\ddot{v}_{t-\Delta t} - \ddot{v}_{t-2\Delta t}| > 0,1 \ddot{v}_V \end{aligned} \right\} \Delta t \text{ wird halbiert}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta \ddot{z} &< 0,01 \ddot{z}_V \\ \text{oder: } \Delta \ddot{v} &< 0,01 \ddot{v}_V \end{aligned} \right\} \Delta t \text{ wird verdoppelt}$$

mit:

$z_v, \theta_v \equiv$  signifikante Werte aus der linearen Rechnung (Gl. (172))

Die Indizes  $t-\Delta t$  bzw.  $t-2\Delta t$  bezeichnen die aus der vorausgegangenen Rechnung bekannten Beschleunigungen (gesucht werden die Werte  $z_t, \theta_t!$ ).

$$\Delta t_{\min} = 0,01 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\max} = 0,16 \text{ s}$$

Ein zusätzlicher Iterationsschritt wird eingebaut, wenn zwischen zwei nacheinander für die Zeit  $t$  berechneten Näherungen 1, 2 gilt:

$$\begin{aligned} \text{oder:} \quad & |\ddot{z}_{t_2}^* - \ddot{z}_{t_1}^*| > 0,01 \ddot{z}_v \\ & |\ddot{\vartheta}_{t_2}^* - \ddot{\vartheta}_{t_1}^*| > 0,01 \ddot{\vartheta}_v \end{aligned} \quad (188)$$

Folgende Anfangsbedingungen werden gewählt:

$$\begin{aligned} \ddot{z}_0 = \ddot{\vartheta}_0 = \dot{S}_{10} = \dot{S}_{20} = 0 \\ \Delta t_0 = 0,01 \text{ s} \end{aligned}$$

Um eine Verfälschung der Rechenergebnisse durch die willkürlich angenommenen Anfangsbedingungen zu vermeiden, wird der eigentlichen Simulation eine Vorlaufrechnung über eine Simulationszeit von 30 s vorangestellt, deren Ergebnisse nicht ausgewertet werden.

Im Einzelnen wird bei der numerischen Integration, wie folgt, verfahren:

Es sei:

$j$   $\equiv$  Spantindex

$n$   $\equiv$  Spantanzahl

$\Delta x = x_{j+1} - x_j \equiv$  Längenintervall

$\Delta t \equiv$  Zeitintervall

$h = \Delta t/2$

$z_t^*, \theta_t^*, S_{1jt}^*, S_{2jt}^* \equiv$  Näherungswerte: In der ersten Schleife wird  $z_t^* = z_{t-\Delta t}, \dots$  usw. gesetzt. Die Werte zur Zeit  $t-\Delta t$  werden als bekannt vorausgesetzt.

Damit ergibt sich näherungsweise:

$$\dot{z}_t = \dot{z}_{t-\Delta t} + h (\ddot{z}_{t-\Delta t} + \ddot{z}_t^*) \quad (189)$$

$$z_t = z_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{z}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{6} (2 \ddot{z}_{t-\Delta t} + \ddot{z}_t^*) \quad (190)$$

$$\dot{v}_t = \dot{v}_{t-\Delta t} + h (\ddot{v}_{t-\Delta t} + \ddot{v}_t^*) \quad (191)$$

$$v_t = v_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{v}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{6} (2 \ddot{v}_{t-\Delta t} + \ddot{v}_t^*) \quad (192)$$

Daraus die Relativbewegungen und ihre Ableitungen (siehe Abschnitt 8.1):

$$r_{jt} = z_t - x_j v_t - \zeta_{jt} \quad (100^*)$$

$$r_{jt}^{(1)} = \dot{z}_t - x_j \dot{v}_t + V v_t - \zeta_{jt}^{(1)} \quad (101^*)$$

$$r_{jt}^{(2)} = \ddot{z}_t^* - x_j \ddot{v}_t + r_{jt}^{*(2)} \quad (102^*)$$

mit:  $r_{jt}^{*(2)} = 2V \dot{v}_t - \zeta_{jt}^{(2)}$  (konvektiver Term herausgelöst) (193)

Für  $r_{jt}$  werden die Koeffizienten  $A_{0jt}$ ,  $A_{1jt}$ , ...,  $B_{1jt}$  und die getauchten Flächen interpoliert.

Auftriebskraft pro Länge:

$$f_{a_{jt}} = -\rho g (F_{r_{jt}} - F_{G_{W_j}}) \quad (105^*)$$

Es sei ferner:

$$S_{1jt}^* = S_{1jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{1jt-\Delta t} + \dot{S}_{1jt}) \quad (194)$$

$$S_{2jt}^* = S_{2jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{2jt-\Delta t} + \dot{S}_{2jt}) \quad (195)$$

Die Ableitungen nach  $x$  sind näherungsweise:

$$A'_{2nt} = 0 \quad (196)$$

$$A'_{2jt} = \frac{1}{\Delta x} (A_{2j+1t} - A_{2jt})$$

$$S'_{1nt} = 0$$

$$S'_{1jt} = \frac{1}{\Delta x} (S_{1j+1t}^* - S_{1jt}^*) \quad (197)$$

$$S'_{2nt} = 0 \quad (198)$$

$$S'_{2jt} = \frac{1}{\Delta x} (S_{2j+1t}^* - S_{2jt}^*)$$

weiter:

$$A_{2jt}^{(1)} = \frac{1}{\Delta t} (A_{2jt} - A_{2jt-\Delta t}) - VA_{2jt}' \quad (199)$$

$$S_{0jt} = S_{0jt}^* + A_{2jt} (\ddot{z}_t - x \ddot{\vartheta}_t) \quad (113^*)$$

mit:

$$S_{0jt}^* = (A_{1jt} + A_{2jt}^{(1)}) r_{jt}^{(1)} + A_{2jt} r_{jt}^{*(2)} \quad (200)$$

$$S_{1jt} = S_{1jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{1jt-\Delta t} + \dot{S}_{1jt}) \quad (201)$$

$$\dot{S}_{1jt} = B_{0jt} f_{Hjt} + VS_{1jt}' \quad (114^*)$$

(114\*) in (201) eingesetzt:

$$S_{1jt} = S_{1jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{1jt-\Delta t} + VS_{1jt}' + B_{0jt} f_{Hjt}) \quad (202)$$

$$S_{2jt} = S_{2jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{2jt-\Delta t} + \dot{S}_{2jt}) \quad (203)$$

$$\dot{S}_{2jt} = S_{1jt} + B_{1jt} f_{Hjt} - A_{0jt} r_{jt}^{(1)} + VS_{2jt}' \quad (115^*)$$

(115\*) in (203) eingesetzt:

$$S_{2jt} = S_{2jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{2jt-\Delta t} + S_{1jt} + B_{1jt} f_{Hjt} - A_{0jt} r_{jt}^{(1)} + VS_{2jt}') \quad (204)$$

$$z_t = z_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{z}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{6} (2 \ddot{z}_{t-\Delta t} + \ddot{z}_t^*) \quad (190)$$

$$\dot{v}_t = \dot{v}_{t-\Delta t} + h (\ddot{v}_{t-\Delta t} + \ddot{v}_t^*) \quad (191)$$

$$\ddot{v}_t = \ddot{v}_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{\ddot{v}}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{6} (2 \ddot{\ddot{v}}_{t-\Delta t} + \ddot{\ddot{v}}_t^*) \quad (192)$$

Daraus die Relativbewegungen und ihre Ableitungen (siehe Abschnitt 8.1):

$$r_{jt} = z_t - x_j \dot{v}_t - \zeta_{jt} \quad (100^*)$$

$$\dot{r}_{jt}^{(1)} = \dot{z}_t - x_j \ddot{v}_t + V \dot{v}_t - \dot{\zeta}_{jt}^{(1)} \quad (101^*)$$

$$\ddot{r}_{jt}^{(2)} = \ddot{z}_t^* - x_j \ddot{\ddot{v}}_t + \ddot{r}_{jt}^{*(2)} \quad (102^*)$$

mit:  $\ddot{r}_{jt}^{*(2)} = 2V \dot{\ddot{v}}_t - \ddot{\zeta}_{jt}^{(2)}$  (konvektiver Term herausgelöst) (193)

Für  $r_{jt}$  werden die Koeffizienten  $A_{0jt}$ ,  $A_{1jt}$ , ...,  $B_{1jt}$  und die getauchten Flächen interpoliert.

Auftriebskraft pro Länge:

$$f_{ajt} = -\rho g (F_{r_{jt}} - F_{GW_j}) \quad (105^*)$$

Es sei ferner:

$$S_{1jt}^* = S_{1jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{1jt-\Delta t} + \dot{S}_{1jt}) \quad (194)$$

$$S_{2jt}^* = S_{2jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{2jt-\Delta t} + \dot{S}_{2jt}) \quad (195)$$

Die Ableitungen nach  $x$  sind näherungsweise:

$$A'_{2nt} = 0 \quad (196)$$

$$A'_{2jt} = \frac{1}{\Delta x} (A_{2j+1t} - A_{2jt})$$

$$S'_{1nt} = 0$$

$$S'_{1jt} = \frac{1}{\Delta x} (S_{1j+t}^* - S_{1jt}^*) \quad (197)$$

$$S'_{2nt} = 0 \quad (198)$$

$$S'_{2jt} = \frac{1}{\Delta x} (S_{2j+t}^* - S_{2jt}^*)$$

weiter:

$$A_{2jt}^{(1)} = \frac{1}{\Delta t} (A_{2jt} - A_{2jt-\Delta t}) - VA'_{2jt} \quad (199)$$

$$S_{0jt} = S_{0jt}^* + A_{2jt} (\ddot{z}_t - x \ddot{y}_t) \quad (113^*)$$

mit:

$$S_{0jt}^* = (A_{1jt} + A_{2jt}^{(1)}) r_{jt}^{(1)} + A_{2jt} r_{jt}^{*(2)} \quad (200)$$

$$S_{1jt} = S_{1jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{1jt-\Delta t} + \dot{S}_{1jt}) \quad (201)$$

$$\dot{S}_{1jt} = B_{0jt} f_{Hjt} + VS'_{1jt} \quad (114^*)$$

(114\*) in (201) eingesetzt:

$$S_{1jt} = S_{1jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{1jt-\Delta t} + VS'_{1jt} + B_{0jt} f_{Hjt}) \quad (202)$$

$$S_{2jt} = S_{2jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{2jt-\Delta t} + \dot{S}_{2jt}) \quad (203)$$

$$\dot{S}_{2jt} = S_{1jt} + B_{1jt} f_{Hjt} - A_{0jt} r_{jt}^{(1)} + VS'_{2jt} \quad (115^*)$$

(115\*) in (203) eingesetzt:

$$S_{2jt} = S_{2jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{2jt-\Delta t} + S_{1jt} + B_{1jt} f_{Hjt} - A_{0jt} r_{jt}^{(1)} + VS'_{2jt}) \quad (204)$$

(202) in (204) eingesetzt:

$$S_{2jt} = S_{2jt}^{**} + h f_{Hjt} (h B_{0jt} + B_{1jt}) \quad (205)$$

mit:

$$S_{2jt}^{**} = S_{2jt-\Delta t} + h [\dot{S}_{2jt-\Delta t} + S_{1jt-\Delta t} + h (\dot{S}_{1jt-\Delta t} + VS'_{1jt}) - A_{0jt} \gamma_{jt}^{(1)} + VS'_{2jt}] \quad (206)$$

$$f_{Hjt} = S_{0jt} - S_{2jt} \quad (116^*)$$

(113\*) und (205) in (116\*) eingesetzt:

$$f_{Hjt} = S_{0jt}^* + A_{2jt} (\ddot{z}_t - x \ddot{v}_t) - S_{2jt}^{**} - h f_{Hjt} (h B_{0jt} + B_{1jt}) \quad (207)$$

nach  $f_{Hjt}$  aufgelöst:

$$f_{Hjt} = f_{Hjt}^* + A_{2jt}^* (\ddot{z}_t - x \ddot{v}_t) \quad (208)$$

mit:

$$f_{Hjt}^* = \frac{S_{0jt}^* - S_{2jt}^{**}}{1 + h(h B_{0jt} + B_{1jt})} \quad (209)$$

$$A_{2jt}^* = \frac{A_{2jt}}{1 + h(h B_{0jt} + B_{1jt})} \quad (210)$$

Gesamtkraft pro Länge (ohne Spantindizes!):

$$f_t = -m (\ddot{z}_t - x \ddot{v}_t) + f_{at} + f_{Ht} \quad (118^*)$$

(208) in (118\*) eingesetzt:

$$f_t = -m (\ddot{z}_t - x \ddot{v}_t) + f_{at} + f_{Ht} + A_{2t}^* (\ddot{z}_t - x \ddot{v}_t) \quad (211)$$

Differentialgleichungen der Tauch- und Stampfbewegung:

$$\int_L f dx = 0 \rightarrow (D - \int_L A_{2t}^* dx) \ddot{z}_t + \ddot{\theta}_t \int_L A_{2t}^* x dx = \int_L (f_{at} + f_{Ht}^*) dx \quad (119^*)$$

$$\int_L f x dx = 0 \rightarrow -\ddot{z}_t \int_L A_{2t}^* x dx - \ddot{\theta}_t (Dr_s^2 - \int_L A_{2t}^* x^2 dx) = \int_L (f_{at} + f_{Ht}^*) x dx \quad (120^*)$$

Sind aus diesen Gleichungen verbesserte Näherungen  $\ddot{z}_t$  und  $\ddot{\theta}_t$  berechnet, so ergeben sich aus (208) verbesserte Werte für  $f_{Hjt}$  und damit  $\dot{S}_{1jt}$  und  $\dot{S}_{2jt}$ .

Falls das Kriterium (188) erfüllt ist, werden die Ausgangswerte  $\ddot{z}_t^*$ ,  $\ddot{\theta}_t^*$ ,  $\dot{S}_{1jt}^*$ ,  $\dot{S}_{2jt}^*$  durch die verbesserten Werte ersetzt und die obigen Gleichungen erneut durchlaufen. Nach Abbruch der Iteration lassen sich dann mit (121) bzw. (122) die Querkräfte und Biegemomente des starren Schiffes sowie alle interessierenden Bewegungsgrößen errechnen.

Die Gleichungen zur Berechnung der hydrodynamischen Kräfte kommen nur unter folgenden Bedingungen uneingeschränkt zur Anwendung:

$$A_{2jt} < A_{2jt-\Delta t} \quad (212)$$

$$A_{2jt} < A_{2j+1t} \quad (213)$$

Ist (212) nicht erfüllt – austauchender Querschnitt –, so werden entsprechend der Bedingung  $A_2 = \text{const}$  ( $\dot{A}_2 = 0$ ) die Werte  $\dot{S}_{1jt-\Delta t}$ ,  $S_{1jt-\Delta t}$ ,  $\dot{S}_{2jt-\Delta t}$ ,  $S_{2jt-\Delta t}$ , mit dem Korrekturfaktor  $c = A_{2jt-\Delta t}/A_{2jt}$  multipliziert, bevor sie in den obigen Gleichungen benutzt werden. Ist (213) nicht erfüllt, so werden die Ableitungen nach  $x$  in den obigen Gleichungen null gesetzt.

Der Vorteil des oben beschriebenen numerischen Verfahrens wird darin gesehen, daß die Berechnungen der hydrodynamischen Querschnittsgrößen im direkten Zugriff erfolgt, d. h. bei bekannt angenommenen Relativbewegungen  $r$  sowie  $S'_1, S'_2$  können die Werte  $f_H$  direkt errechnet und in die Bewegungsgleichungen eingeführt werden.

Abb. 26 ist eine Gegenüberstellung berechneter und gemessener Bewegungen einer Fregatte mit Sonardom (Bugwulst). Das Schiff hat die folgenden Hauptabmessungen:

|              |           |   |         |
|--------------|-----------|---|---------|
| Länge:       | $L_{pp}$  | = | 120 m   |
| Breite:      | $B_{SP}$  | = | 13,50 m |
| Tiefgang:    | $T_{KWL}$ | = | 3,95 m  |
| Seitenhöhe:  | $H$       | = | 8,20 m  |
| Verdrängung: | $D$       | = | 3233 t  |

Den Messungen liegen Modellversuche (Maßstab 1:17) in einem Seegang zugrunde, dessen Wellenbild sich etwa in Zeitabschnitten der dargestellten Länge wiederholt. Bezogen auf die Großausführung ist:

|                         |           |           |                          |
|-------------------------|-----------|-----------|--------------------------|
| Schiffsgeschwindigkeit: | $V$       | =         | 30 kn                    |
| Kurswinkel:             | $\beta$   | =         | 180° (gegen See)         |
| Mittlere Wellenhöhe:    | $h$       | $\approx$ | 2,50 m (Doppelamplitude) |
| Maximale Wellenhöhe:    | $h_{max}$ | $\approx$ | 6,40 m (Doppelamplitude) |
| Mittlere Wellenlänge:   | $\lambda$ | $\approx$ | 125 m                    |

Verglichen werden Ergebnisse aus

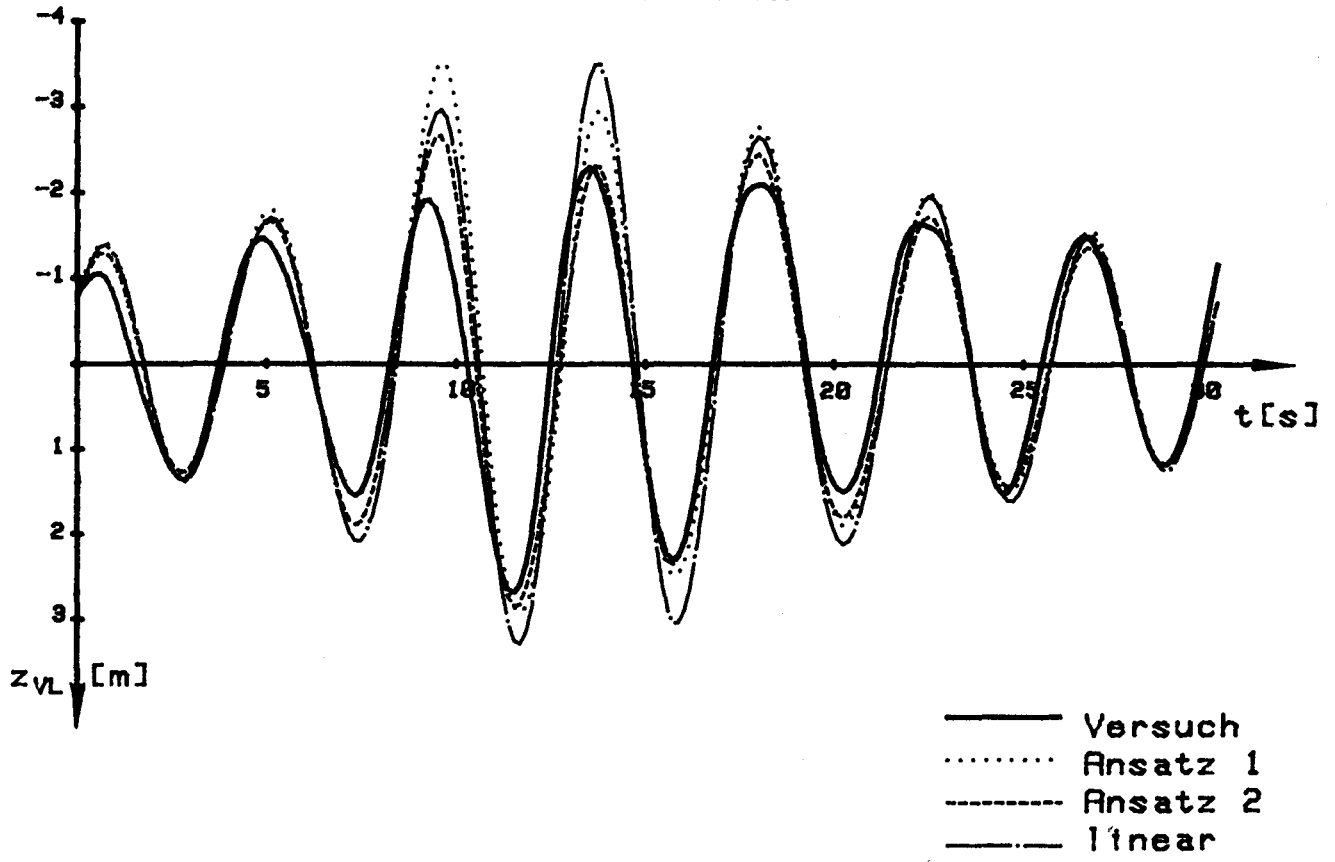
- Ansatz 1: ohne Austauschkorrektur, vgl. Abschnitt 8.3
- Ansatz 2: mit Austauschkorrektur,  $A_2 \leq 0$ , vgl. Abschnitt 8.3
- linearer Berechnung, vgl. Abschnitt 8.2

Anders als bei den Keilversuchen zeigt sich hier eine deutliche Überlegenheit des Ansatzes 2, der deshalb in das Rechnerprogramm "DYNBEL" übernommen wird. Die Unterschiede zwischen den verschiedenen Ansätzen treten vor allem im Vorschiff zutage, während im Hinterschiff die Resultate der verschiedenen Rechnungen dicht beieinanderliegen.

Die teilweise größeren Abweichungen achtern sind möglicherweise durch die nicht berücksichtigte Deformation der einkommenden Wellen durch das Schiff sowie durch viskose Einflüsse zu erklären.

Man kann i.a. davon ausgehen, daß die tatsächlich in unregelmäßigem Seegang zu erwartenden Schiffsbewegungen geringer sind als nach den obigen Rechenverfahren vorhergesagt. Dieses gilt insbesondere für lineare Verfahren und im Falle des austau- chenden Querschnitts für den Ansatz 1. Die Übereinstimmung der Rechenergebnisse nach Ansatz 2 mit den gemessenen Werten ist aber durchweg gut und erhärtet damit die Vertrauenswürdigkeit der später mit dem Rechnerprogramm gewonnenen Aussa- gen.

BEWEGUNG AM VL



BEWEGUNG AM HL

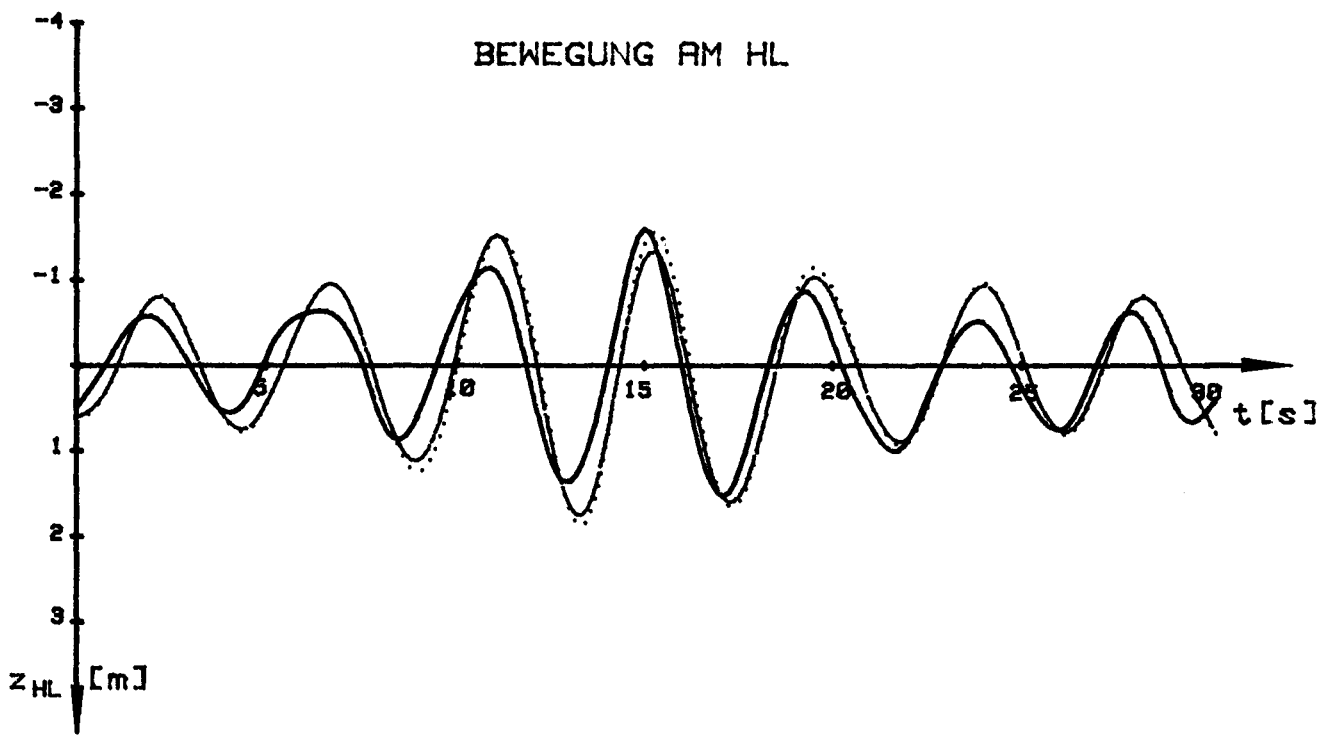


ABB 26: GEMESSENE UND BERECHNETE SCHIFFSBEWEGUNGEN

9

## VERFORMUNGEN UND SCHNITTKRÄFTE DES ELASTISCHEN SCHIFFSKÖRPERS

Die in Abschnitt 8 dargestellten Kräfte und Bewegungen des starren Schiffes sind mit elastischen Schwingungen gekoppelt.

So gilt für einen, der einfacheren Darstellung wegen, zunächst als reinen Biegebalken (ohne Querschnittsrotation, ohne Schubdurchsenkung) idealisierten Schiffskörper folgende Schwingungsgleichung:

$$m\ddot{w} + [EJw'']'' + b\dot{w} + cw = f \quad (214)$$

mit:

$m \equiv$  Massenbelegung

$EJ \equiv$  Biegesteifigkeit

$b \equiv$  Dämpfung am Querschnitt

$c \equiv$  Bettungskoeffizient (Auftriebsdifferenz)

$f \equiv$  Querschnittskraft nach (118)

$w \equiv$  zeitlich und örtlich veränderliche Durchbiegung

Lösungsansatz:

$$w = \sum_{k=1}^{n_f} q_k^*(t) w_k^*(x) \quad (215)$$

mit:

$w_k^* \equiv$  Eigenform der ungedämpften k-ten Biegeschwingung

$q_k^* \equiv$  zeitabhängiger Vergrößerungsfaktor der k-ten Biegeschwingung

$n_f \equiv$  höchster berücksichtigter Schwingungsgrad

Im Falle des schwimmenden Schiffes ist die Massenbelegung (Schiff + hydrodynamische Masse, siehe Abschnitt 6) schwingungsgradabhängig.

Bei Annahme modaler Dämpfung gilt außerdem für den k-ten Schwingungsgrad

$$b_k = 2 D_k \omega_k^* m_k \quad (216)$$

mit:

$\omega_k^* \equiv$  Kreiseigenfrequenz

$D_k \equiv$  Dämpfungsmaß nach Gl. (73)

$m_k \equiv$  Massenbelegung des k-ten Schwingungsgrades

(215), (216) in (214) eingesetzt:

$$\sum \ddot{q}_k^* m_k w_k^* + \sum q_k^* [EJ w_k^{*''}]'' + 2 \sum \dot{q}_k^* D_k \omega_k^* m_k w_k^* + c \sum q_k^* w_k^* = f \quad (217)$$

Aus der homogenen Differentialgleichung der ungedämpften Biegeschwingungen folgt:

$$[EJ w_k^{*''}]'' + c w_k^* = \omega_k^{*2} m_k w_k^* \quad (218)$$

(218) in (217) eingesetzt:

$$\sum \ddot{q}_k^* m_k w_k^* + \sum q_k^* \omega_k^{*2} m_k w_k^* + 2 \sum \dot{q}_k^* D_k \omega_k^* m_k w_k^* = f \quad (219)$$

(219) wird nun mit einer anderen Eigenform  $w_l^*$  multipliziert und über die Schiffslänge integriert:

$$\sum \ddot{q}_k^* \int_L m_k w_k^* w_l^* dx + \sum q_k^* \omega_k^{*2} \int_L m_k w_k^* w_l^* dx + 2 \sum \dot{q}_k^* D_k \omega_k^* \int_L m_k w_k^* w_l^* dx = \int_L f w_l^* dx \quad (220)$$

Bei Annahme von Orthogonalität (vgl. Gl. (66)) wird im Falle reiner Biegung ohne Querschnittsrotation:

$$\int_L m_k w_k^* w_l^* dx = \begin{cases} 0 & k \neq l \\ 1 & k = l \end{cases} \quad (66^*)$$

(66\*) in (220) eingesetzt:

$$\ddot{q}_k^* + 2 D_k \omega_k^* \dot{q}_k^* + \omega_k^{*2} q_k^* = F_k^* \quad (221)$$

mit:

$$F_k^* = \int f w_k^* dx \equiv \text{modale Erregerkraft}$$

Anmerkung:

Anders als es sonst bei Balkenschwingungen der Fall ist, schließt hier die Orthogonalitätsbedingung das Starrkörperverhalten nicht ein. Der Grund dafür ist, daß die in  $f_H$  (siehe Abschnitt 8.1) enthaltenen hydrodynamischen Massen und Dämpfungen des starren Schiffskörpers von der Relativtauchung abhängen, somit zeitlich und örtlich veränderlich sind und nicht den vereinfachenden Annahmen in Abschnitt 6 entsprechen.

Die Gleichung (221) gilt nun auch, wenn statt der mit \*gekennzeichneten Eigenformen und Eigenfrequenzen der reinen Biegeschwingungen die mit Berücksichtigung von Querschnittsrotation und Schubabsenkung in Abschnitt 6 ermittelten Eigenfrequenzen und Eigenformen eingesetzt werden.

Für eine beliebige zeitlich veränderliche modale Erregerkraft  $F_k(t)$  gilt (vgl. /11/):

$$q_k(t) = \frac{1}{\nu_k} \int_{-\infty}^t F_k(\tau) e^{-\delta(t-\tau)} \sin \nu(t-\tau) d\tau \quad (222^*)$$

Die Funktion läßt sich vorteilhaft als Realteil einer komplexen Funktion darstellen:

$$\tilde{q}_k(t) = \frac{i}{\nu_k} \int_{-\infty}^t F_k(\tau) e^{(i\nu_k + \delta_k)(t-\tau)} d\tau \quad (222)$$

mit:

$$\nu_k = \omega_k \sqrt{1 - D_k^2}$$

$$\delta_k = D_k \omega_k$$

Im Fall der linearen Berechnung d.h. bei harmonischer Anregung mit der Kreisfrequenz  $\omega_e$  folgt für den eingeschwungenen Zustand aus Gl. (222) die komplexe Amplitude:

$$\hat{q}_k = \frac{\hat{F}_k}{\omega_k^2 - \omega_e^2 + i2D_k \omega_e \omega_k} \quad (223)$$

mit:

$$\hat{F}_k = \int_L \hat{f} w_k dx$$

$\hat{f}$   $\equiv$  komplexe Amplitude der Querschnittskraft aus (150)

Sind die Vergrößerungsfaktoren  $\tilde{q}_k(t)$  bekannt, so lassen sich nun auch die elastischen Beschleunigungsanteile bestimmen.

Aus (222) folgt:

$$\tilde{\ddot{q}}_k = (i\nu_k + \delta_k) \tilde{q}_k + \frac{i}{\nu_k} F_k \quad (224)$$

eingesetzt in (221) und nach  $\tilde{\ddot{q}}_k$  aufgelöst:

$$\tilde{\ddot{q}}_k = F_k - 2D_k \omega_k \tilde{q}_k - \omega_k^2 \tilde{q}_k \quad (225)$$

Damit können nun durch Summation der Anteile aller Eigenformen die Schnittkräfte, Verformungen und Beschleunigungen des elastischen Schiffskörpers errechnet werden:

Querkraft: 
$$Q(x, t) = \sum_{k=1}^{n_f} q_k(t) Q_k(x) \quad (226)$$

Biegemoment: 
$$M(x, t) = \sum_{k=1}^{n_f} q_k(t) M_k(x) \quad (227)$$

Biegewinkel: 
$$\varphi(x, t) = \sum_{k=1}^{n_f} q_k(t) \varphi_k(x) \quad (228)$$

Elastische Durchsenkung: 
$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{n_f} q_k(t) w_k(x) \quad (229)$$

Gesamtbeschleunigung: 
$$b(x, t) = \ddot{z} - x \ddot{\theta} + \sum_{k=1}^{n_f} \tilde{\ddot{q}}_k(t) w_k(x) \quad (230)$$

mit:

$Q_k, M_k, \phi_k \equiv$  Schnittkräfte bzw. Biegewinkel der  $k$ -ten Eigenform nach Abschnitt 6

Im Fall der linearen Berechnung mit harmonischer Anregung führen die obigen Gleichungen zu den Übertragungsfunktionen der Schnittkräfte, Verformungen und Beschleunigungen.

z.B.:

$$Y_{SM}(x) = \sum_{k=1}^{n_f} \hat{q}_k M_k(x) \quad (227^*)$$

Aus Übertragungsfunktionen und Seegangsspektrum lassen sich nun auch die Spektren der Schnittkräfte und Verformungen des elastischen Schiffes sowie deren statistische Kenngrößen berechnen (siehe Abschnitt 8.2).

Abb. 27 zeigt den Vergleich der nach (168) und (227\*) berechneten Übertragungsfunktionen des Hauptspantbiegemoments am Beispiel eines Schnellbootes.

Nennenswerte Unterschiede beider Verfahren ergeben sich erst bei höheren Frequenzen, deren Energieanteil in den üblichen Seegängen gering ist. So entspricht hier z.B. der Eigenfrequenz der Zweiknotenschwingung eine Wellenlänge von 12,8 m, der Dreiknotenschwingung sogar nur von 6,4 m. Bei linearen Berechnungen ist daher im Normalfall die Annahme eines starren Schiffes völlig ausreichend.

Zur praktischen Berechnung des Integrals (222) im nichtlinearen Fall wird angenommen, daß  $F_k(\tau)$  im Intervall  $t-\Delta t \leq \tau \leq t$  mit genügender Genauigkeit als Gerade angenähert werden kann:

$$F_k(\tau) = F_{k,t-\Delta t} + \frac{(F_{k,t} - F_{k,t-\Delta t})(\tau - t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (231)$$

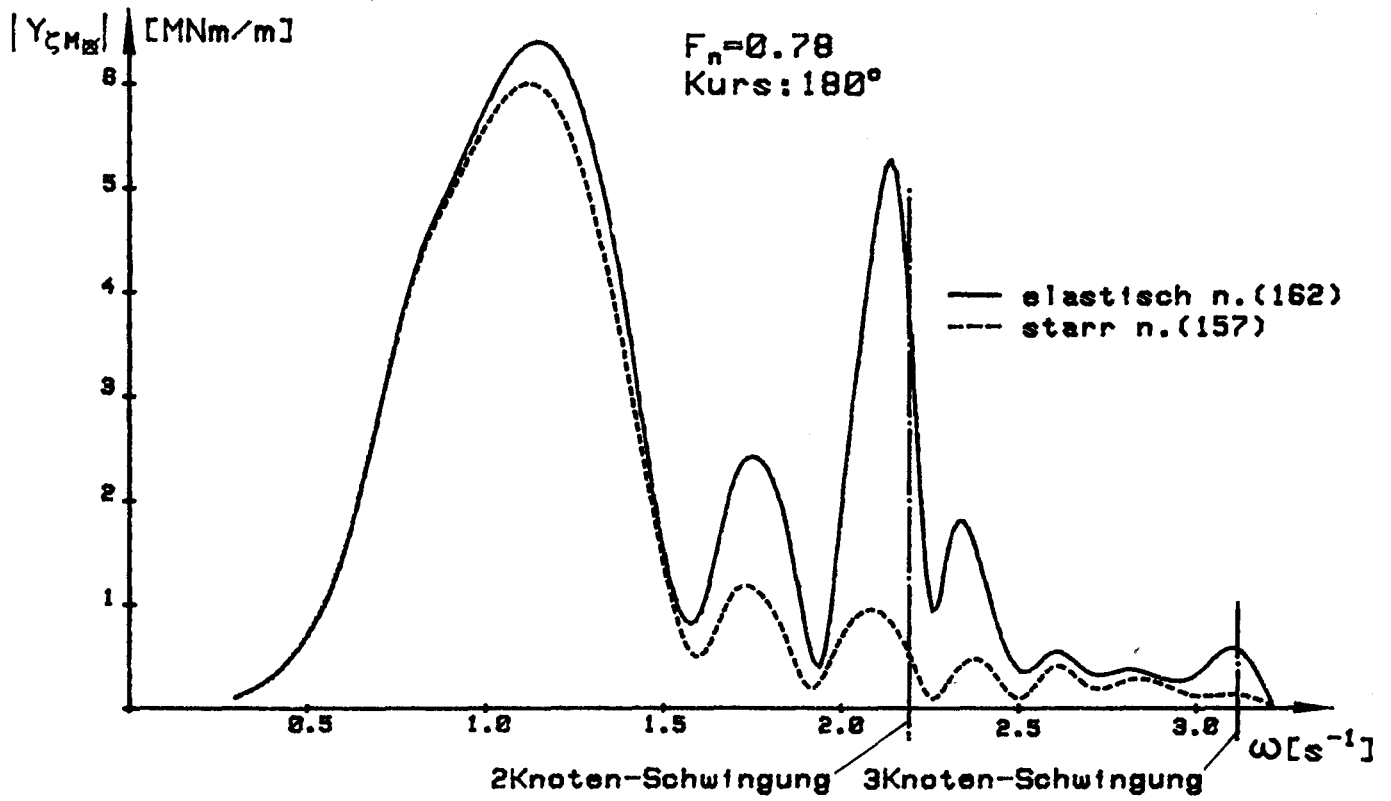


ABB 27: ÜBERTRAGUNGSFUNKTIONEN DES HAUPTSPANTBIEGEMOMENTS

Damit lassen sich schrittweise die Werte zur Zeit  $t$  aus denen des vorangegangenen Zeitschritts errechnen:

$$\tilde{q}_{kt} = c_{0k} (\tilde{q}_{kt-\Delta t} + c_{1k} F_{kt-\Delta t} + c_{2k} F_{kt}) \quad (232)$$

mit:

$$a_k = \delta_k + i \nu_k$$

$$c_{0k} = e^{-a_k \Delta t}$$

$$c_{1k} = \frac{i}{a_k^2 \Delta t \nu_k} (e^{a_k \Delta t} - a_k \Delta t - 1)$$

$$c_{2k} = \frac{i}{a_k^2 \Delta t \nu_k} [e^{a_k \Delta t} (a_k \Delta t - 1) + 1]$$

Die Berechnung der Beschleunigungsfaktoren  $\tilde{\ddot{q}}_k$  folgt aus (225):

$$\tilde{\ddot{q}}_k = c_{3k} \tilde{q}_{kt} + c_{4k} F_{kt} \quad (233)$$

mit:

$$c_{3k} = -\omega_k^2 - 2 D_k \omega_k a_k$$

$$c_{4k} = 1 - i \frac{2 D_k \omega_k}{\nu_k}$$

Der Vorteil dieser Darstellungsweise liegt darin, daß sie mit vorab errechneten nur vom Schwingungsgrad und der Zeitschrittweite abhängigen Koeffizienten  $c_{0k}, \dots, c_{4k}$  für jeden Zeitschritt auf schnelle Weise die Berechnung der elastischen Bewegungen ermöglicht.

Als Anzahl  $n_f$  der zu berücksichtigenden Eigenschwingungen ist im Rechnerprogramm maximal 5 vorgesehen. Höhere Schwingungsgrade liefern erfahrungsgemäß keinen nennenswerten Beitrag.

Die Abbildungen 28 und 29 zeigen im Ausschnitt die zeitlichen Verläufe der Beschleunigung am VL sowie des Hauptspantbiegemoments am Beispiel des bereits den linearen Rechnungen zugrundeliegenden Schnellboots mit folgenden Hauptabmessungen:

|              |                           |
|--------------|---------------------------|
| Länge:       | $L_{pp} = 54,4 \text{ m}$ |
| Breite:      | $B_{sp} = 7,5 \text{ m}$  |
| Tiefgang:    | $T_{KWL} = 2,5 \text{ m}$ |
| Seitenhöhe:  | $H = 4,9 \text{ m}$       |
| Verdrängung: | $D = 360 \text{ t}$       |

Die übrigen Einsatzbedingungen sind:

|                         |                                 |
|-------------------------|---------------------------------|
| Schiffsgeschwindigkeit: | $V = 15 \text{ kn}$             |
| Kurswinkel:             | $\beta = 180^\circ$ (gegen See) |
| Kennz. Wellenhöhe:      | $H_v = 4 \text{ m}$             |
| Modale Periode:         | $T_o = 6 \text{ s}$             |
| Typ des Spektrums:      | JONSWAP, langkämmig             |

Die Bilder stellen die aus zahlreichen Veröffentlichungen bekannten, geradezu "klassischen" Verhältnisse im zeitlichen Umfeld eines Slammingereignisses dar:

Bis zum Eintritt des Stoßes bei ca. 8 s vom Beginn der wiedergegebenen Zeitspanne unterscheiden sich elastisch und starr gerechnete Beschleunigungen bzw. Biegemomente nur unwesentlich. Dann aber werden in starkem Maße Vibrationen (whipping) ange-regt, die erst nach einigen Sekunden wieder herausgedämpft sind.

Abb. 29 zeigt einen Ausschnitt aus Abb. 28, an dem erkennbar ist, daß die Zeitschritte auch im Hinblick auf die elastischen Bewegungen fein genug gewählt sind. Die Unregelmäßigkeiten (Oberwellen) im Beschleunigungsverlauf sind auf Anteile höherer Schwingungsgrade ( $k = 4, 5$ ) zurückzuführen.

Es wurden  $n_f = 5$  Schwingungsgrade berücksichtigt. Zum Nachweis, daß diese Anzahl zur Beschreibung des elastischen Verhaltens ausreicht, wurde die Simulationsrechnung

(Gesamtsimulationszeit: 1 min) mit anderen  $n_f < 5$  wiederholt. Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle wiedergegeben:

| $n_f$ | Hauptspantbiegemoment [MNm] |          |       |      | Beschleunigung am VL [g] |          |       |      |
|-------|-----------------------------|----------|-------|------|--------------------------|----------|-------|------|
|       | $\mu$                       | $\sigma$ | Min   | Max  | $\mu$                    | $\sigma$ | Min   | Max  |
| 1     | -0,75                       | 5,91     | -42,4 | 21,6 | -0,057                   | 0,552    | -3,35 | 2,10 |
| 2     | -0,79                       | 6,16     | -45,0 | 22,0 | -0,054                   | 0,554    | -3,45 | 2,40 |
| 3     | -0,76                       | 6,15     | -44,7 | 22,2 | -0,059                   | 0,554    | -3,56 | 2,39 |
| 4     | -0,72                       | 6,14     | -44,1 | 22,2 | -0,055                   | 0,554    | -3,58 | 2,44 |
| 5     | -0,73                       | 6,14     | -44,1 | 22,1 | -0,052                   | 0,554    | -3,56 | 2,45 |

$\mu$   $\equiv$  Mittelwert nach Gl. (234)

$\sigma$   $\equiv$  Standardabweichung nach Gl. (235)

Min  $\equiv$  Minimalwert während der Simulationszeit

Max  $\equiv$  Maximalwert während der Simulationszeit

Die Tabelle zeigt, daß bereits mit der Hinzunahme des fünften Schwingungsgrades keine wesentliche Verbesserung der Ergebnisse zu erzielen ist.

In Abb. 30 sind Momentanzustände der Relativtauchungen und äußeren hydrostatischen und hydrodynamischen Querschnittskräfte  $f_o$  (n. Gl. (117)) in der Nähe des Slammingereignisses dargestellt. Offensichtlich entsteht der Stoß beim Eintauchen des ausfallenden Vorschiffs in die See (bow flare slamming), wie es für Schiffe dieses Typs charakteristisch ist.

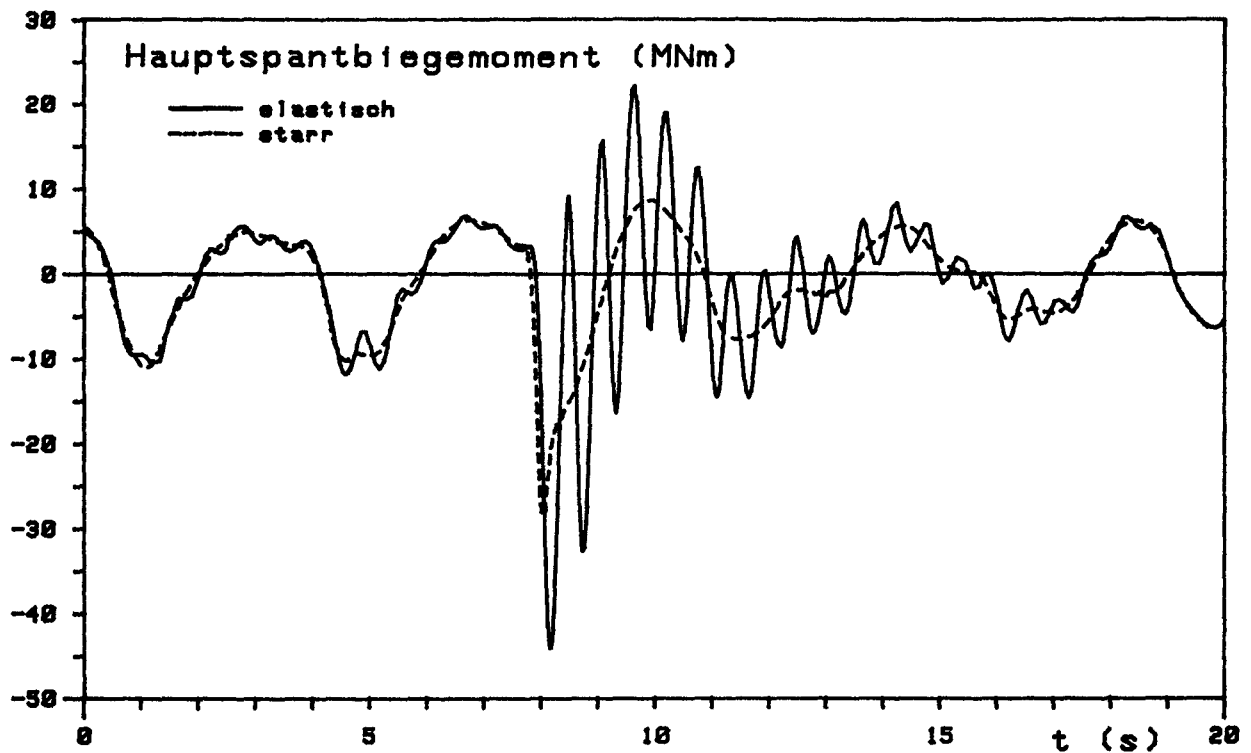
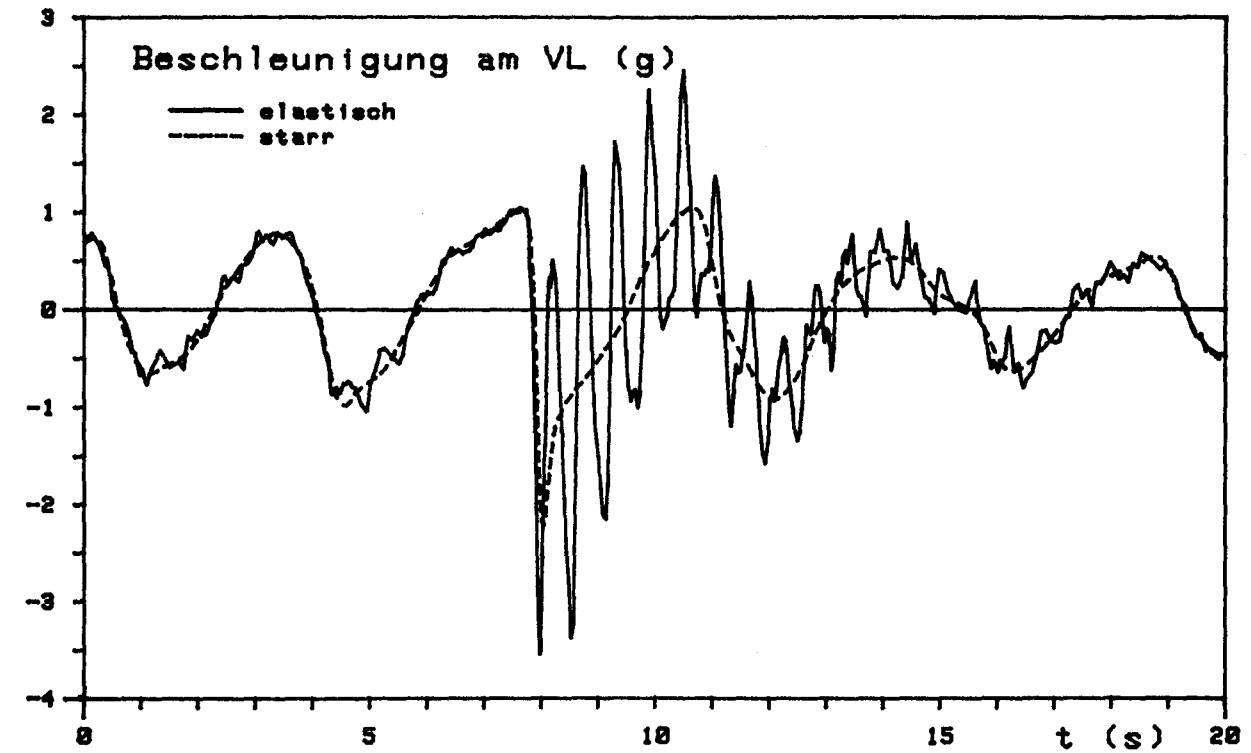


ABB. 28: ZEITLICHER VERLAUF VON BESCHLEUNIGUNG UND BIEGEMOMENT

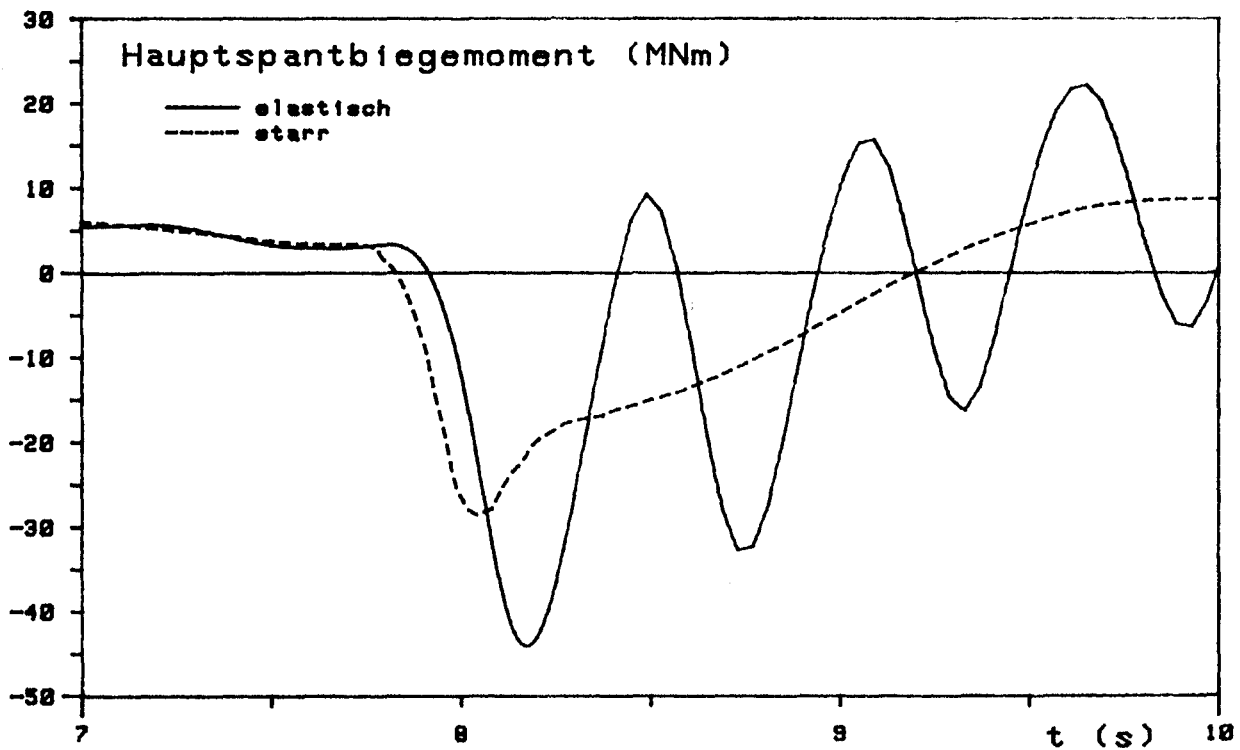
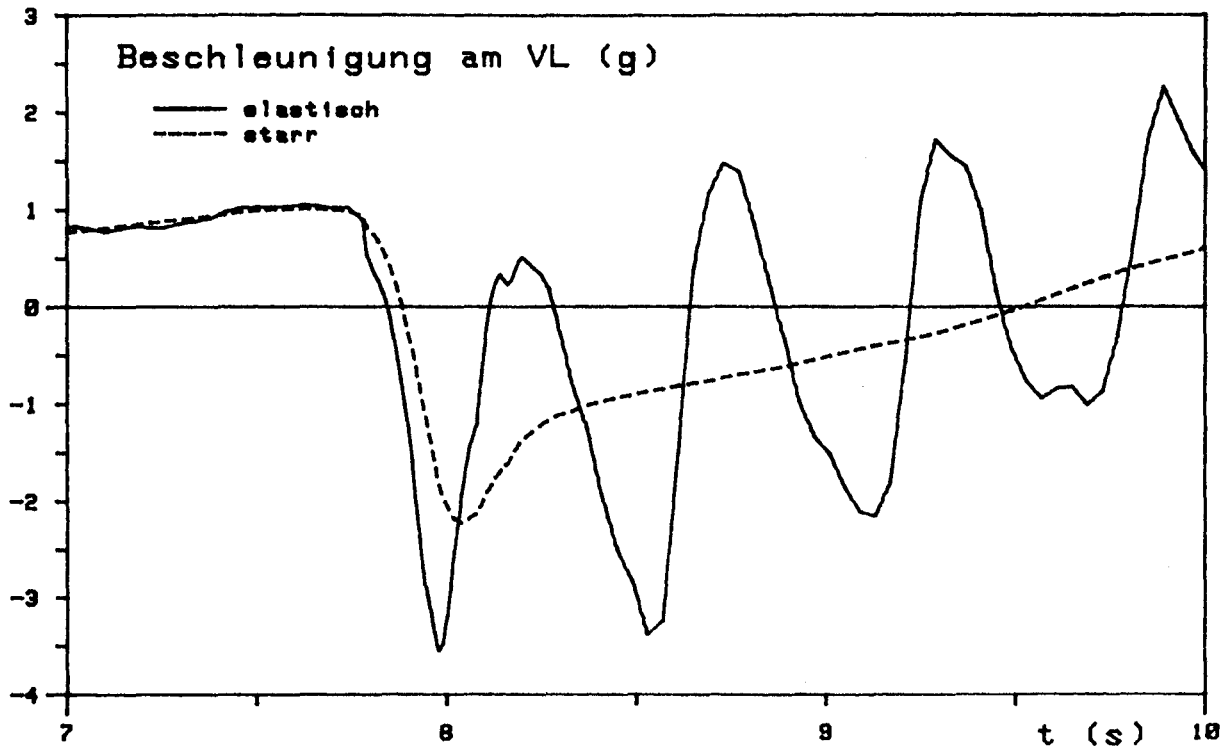


ABB 29: ZEITLICHER VERLAUF VON BESCHLEUNIGUNG UND BIEGEMOMENT  
(AUSSCHNITT)

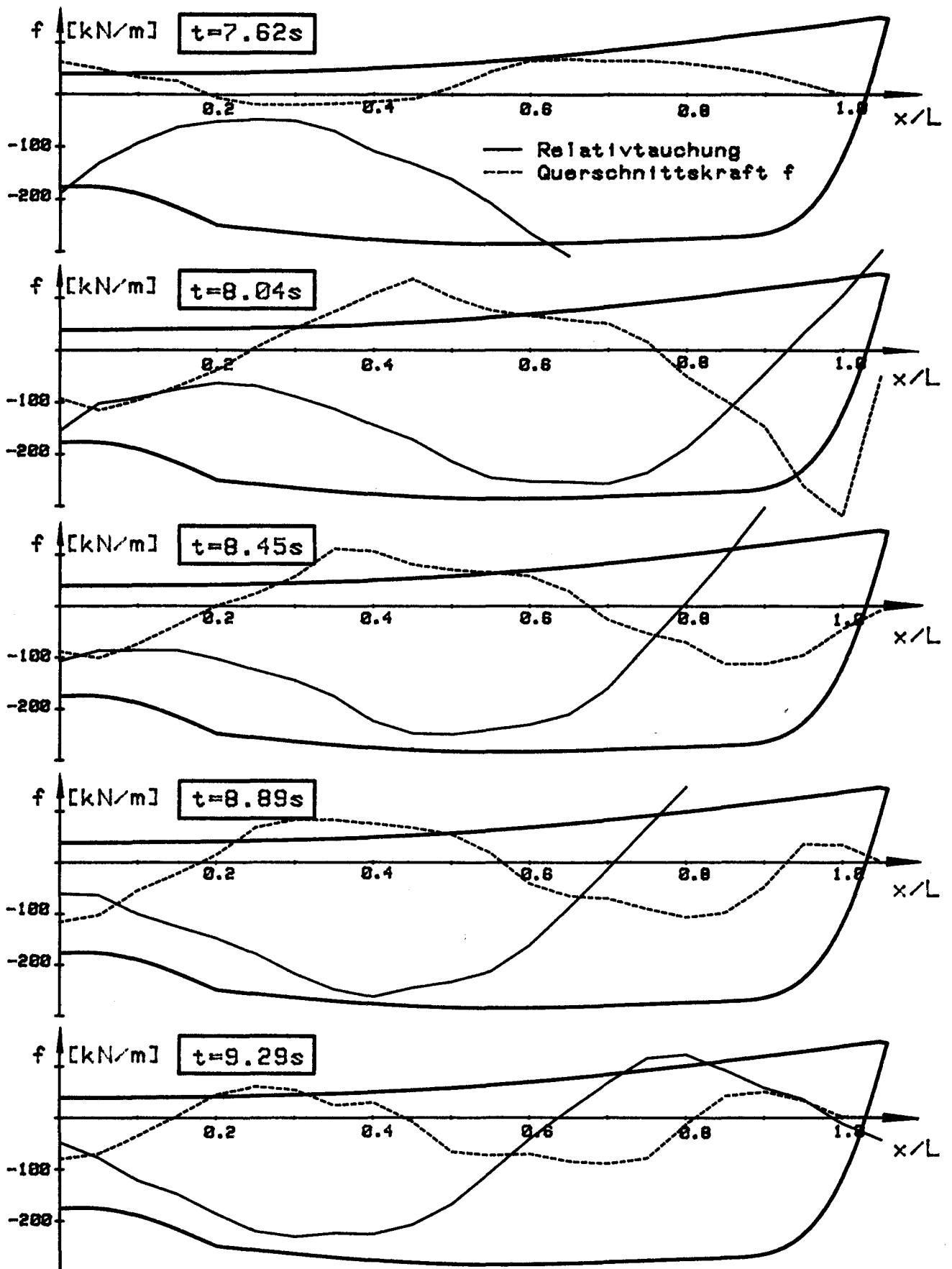


ABB 30: MOMENTANZUSTÄNDE VON RELATIVTAUCHUNGEN UND QUERSCHNITTSKRÄFTEN

## 10 STATISTISCHE AUSWERTUNG

## 10.1 AUSGANGSWERTE, AMPLITUDENKLASSIERUNG

Als Basisgrößen werden berechnet:

Mittelwert: 
$$\mu_s = \frac{1}{T} \int_0^T s dt \quad (234)$$

Standardabweichung: 
$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2 dt - \mu^2} \quad (235)$$
  
(vgl. Gl. (170))

mit:

$T \equiv$  Simulationszeit

$s \equiv$  Bewegungs- oder Belastungsgröße

Wichtiger für die statistische Beurteilung oszillierender Bewegungs- und Belastungsgrößen sind aber i.a. die Häufigkeitsverteilungen ihrer Amplituden.

Unter Amplituden werden die betragsgrößten Werte von  $s(t)$  zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen verstanden. Diese werden in Größenklassen eingeordnet, wobei als Klassenbreite  $1/5$  des jeweiligen signifikanten Wertes (siehe Gl. (172) in Abschnitt 8.2) gewählt wird. Relative Maxima bzw. Minima werden nicht mitgezählt. Außerdem hat es sich als nützlich erwiesen, Amplituden, die kleiner sind als die halben Klassenbreiten, "herauszufiltern".

Die auf diese Weise gewonnenen Verteilungen lassen sich i.a. recht gut durch Weibull- bzw. Rayleighverteilungen annähern, wie in Abb. 31 am Beispiel eines in der beschriebenen Weise klassierten Seegangs gezeigt ist (Simulationszeit 20 min).

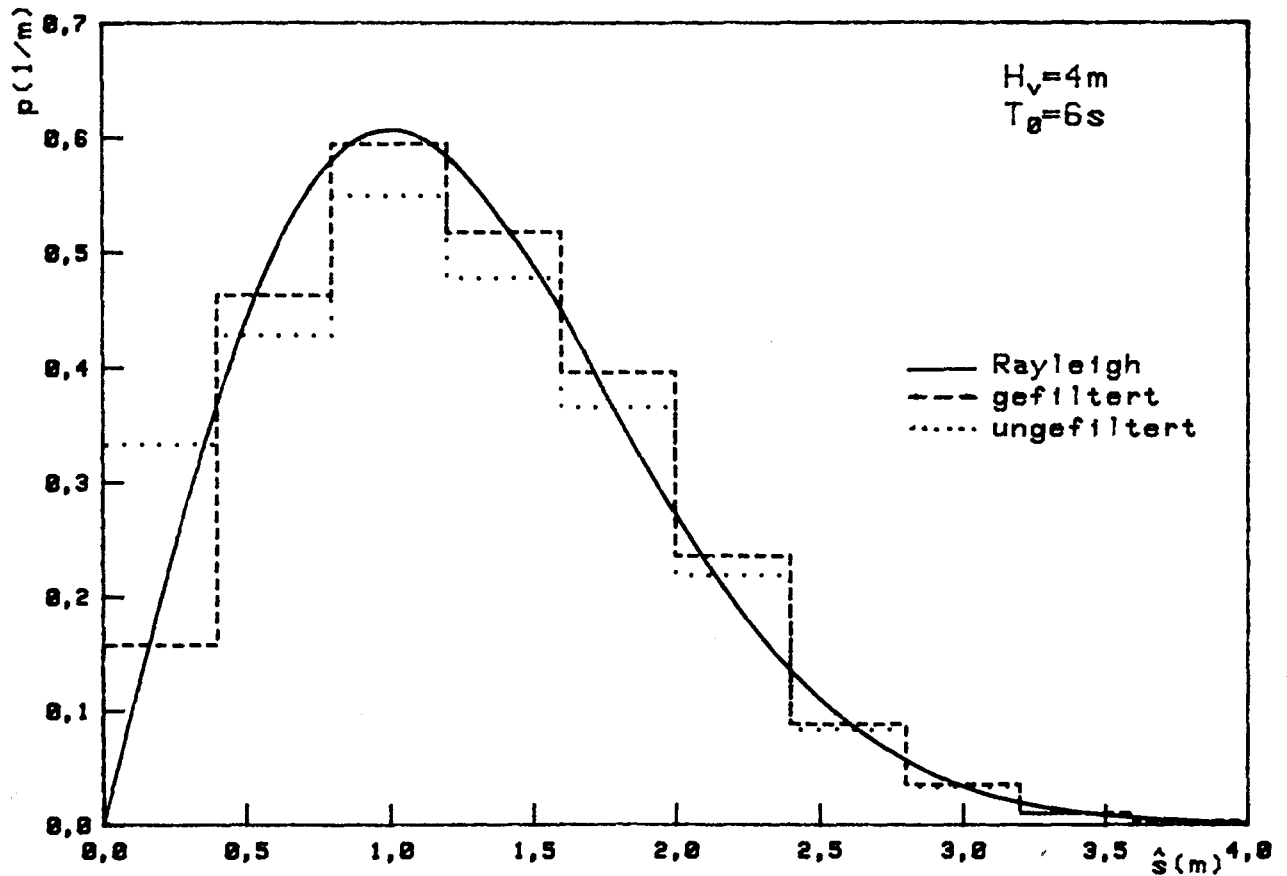


ABB. 31: HÄUFIGKEITSDICHTE VON WELLENAMPLITUDEN

Aus den gezählten Amplituden werden sinngemäß wie oben Mittelwerte und Standardabweichungen – diesmal aber getrennt für positive und negative Werte – errechnet.

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \hat{S}_j \quad (236)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \hat{S}_j^2 - \hat{\mu}^2} \quad (237)$$

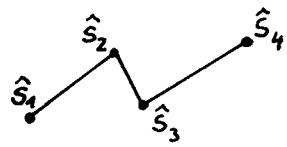
mit:

$N \equiv$  Anzahl der positiven bzw. negativen Amplituden

$\hat{s}_j \equiv$  gezählte Amplitude

## 10.2 RAINFLOWKLASSIERUNG

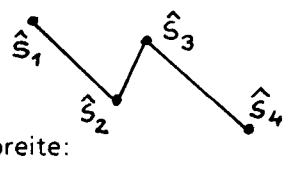
Der Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit des Schiffskörpers wird zweckmäßigerweise die sog. Rainflowklassierung zugrundegelegt, wie sie in /13/ näher beschrieben ist. Es handelt sich dabei um ein Verfahren, das die für die Betriebsfestigkeit maßgebenden Beanspruchungsschwankungen klassiert, wobei das Hauptspannbiegemoment als charakteristische Größe gelten kann. Gezählt werden geschlossene Beanspruchungshysteresen (s. /13/), sog. Last- oder Schwingspiele. Die Klassierung erfolgt nach Größe (Schwingbreite) und Mittelwert (hier: Mittelmoment) des gezählten Lastspiels. Als Klassenbreite werden in diesem Fall 20 % der signifikanten Doppelamplitude des Hauptspannbiegemoments der linearen Berechnung genommen. Schwingbreiten, die kleiner sind als die halbe Klassenbreite, werden nicht mitgezählt. Es seien  $s_1, \dots, s_4$  aufeinanderfolgende Maxima bzw. Minima (hierauch relative!). Dann wird ein Lastspiel gezählt, wenn:



$$\hat{s}_2 \geq \hat{s}_1 \text{ und } \hat{s}_3 \geq \hat{s}_1 \text{ und } \hat{s}_4 \geq \hat{s}_2$$

oder

$$(238)$$



$$\hat{s}_2 \leq \hat{s}_1 \text{ und } \hat{s}_3 \leq \hat{s}_1 \text{ und } \hat{s}_4 \leq \hat{s}_2$$

Schwingbreite:

$$c = |\hat{s}_3 - \hat{s}_2|$$

$$(239)$$

Mittelmoment:

$$m = 0,5 (\hat{s}_3 + \hat{s}_2)$$

$$(240)$$

Gezählte Lastspiele werden anschließend eliminiert.

In dem in Abb. 32 schematisch wiedergegebenen Beanspruchungsverlauf (hier: Biegemomente) werden z.B. der Reihe nach folgende Lastspiele erkannt:

| $l$ | $c_l$               | $m_l$                   |
|-----|---------------------|-------------------------|
| 1   | $ s_2 - s_3 $       | $0,5 (s_2 + s_3)$       |
| 2   | $ s_5 - s_6 $       | $0,5 (s_5 + s_6)$       |
| 3   | $ s_8 - s_9 $       | $0,5 (s_8 + s_9)$       |
| 4   | $ s_{11} - s_{12} $ | $0,5 (s_{11} + s_{12})$ |
| 5   | $ s_{10} - s_{13} $ | $0,5 (s_{10} + s_{13})$ |
| 6   | $ s_7 - s_{14} $    | $0,5 (s_7 + s_{14})$    |

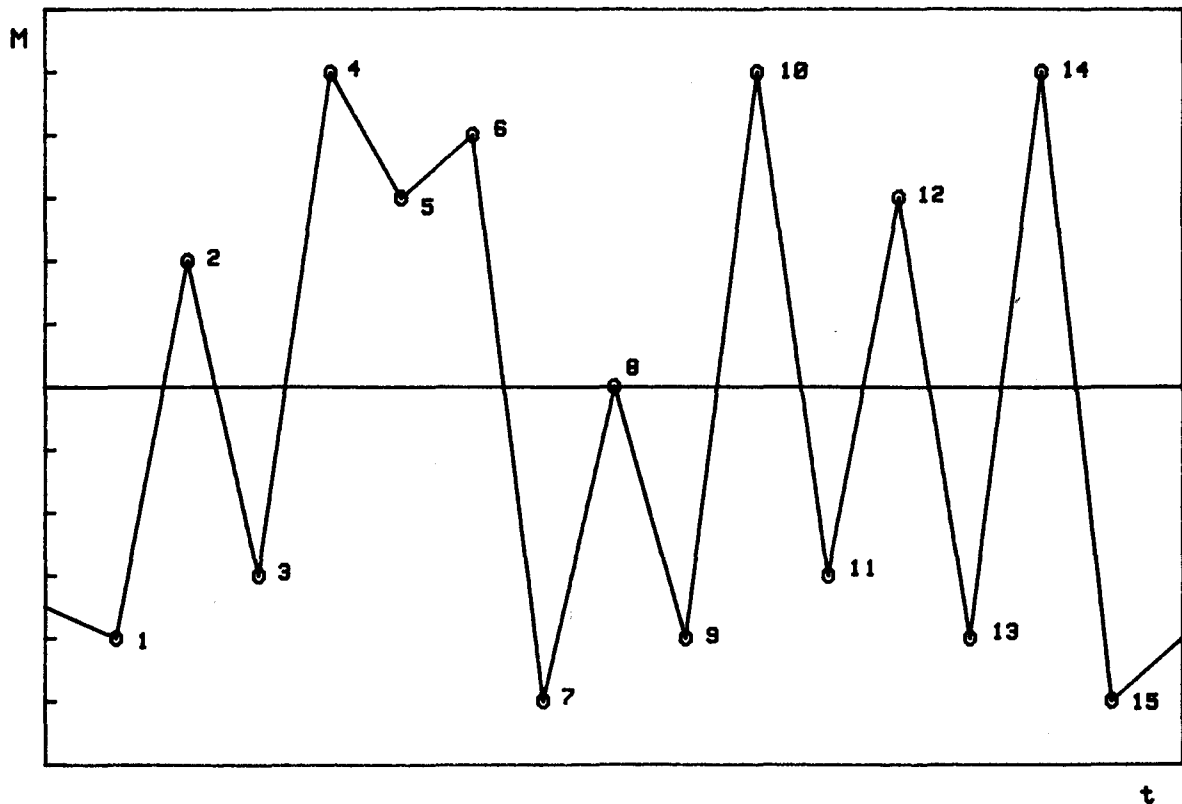


ABB. 32: SCHEMATISCHER BEANSPRUCHUNGSVERLAUF

Abb. 33 stellt das Ergebnis einer Rainflowklassierung in Form eines Schichtbildes dar. Aufgetragen sind die prozentualen Verteilungen der durch die Klassenbreite  $d$  dimensionslos gemachten Mittelmomente  $m$  für verschiedene Schwingbreiten  $c = c/d$ .

Schiff und Seegang sind identisch mit dem in Abschnitt 9 wiedergegebenen Beispiel. Die Simulationszeit betrug in diesem Fall eine Stunde. Die Gesamtlastspielzahl ergab sich zu 2454.

Auffällig ist das Auswandern des Mittelmoments in den negativen Bereich bei anwachsenden Schwingbreiten; dieses wird aber verständlich, wenn man das in Abb. 28 wiedergegebene typische Slammingereignis betrachtet.

Für die Schwingbreiten der Rainflowklassierung werden ebenfalls die Mittelwerte und Standardabweichungen sowie zur zusätzlichen Charakterisierung der Mittelwert der Mittelmomente errechnet (vgl. (236), (237))

$$\mu_c = \frac{1}{N_L} \sum_{l=1}^{N_L} c_l \quad (241)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{N_L} \sum_{l=1}^{N_L} c_l^2 - \mu_c^2} \quad (242)$$

$$\mu_m = \frac{1}{N_L} \sum_{l=1}^{N_L} m_l \quad (243)$$

- mit:  $c_l$   $\equiv$  Schwingbreite der  $l$ -ten Doppelamplitude  
 $m_l$   $\equiv$  Mittelmoment der  $l$ -ten Doppelamplitude  
 $N_L$   $\equiv$  Anzahl der Lastwechsel

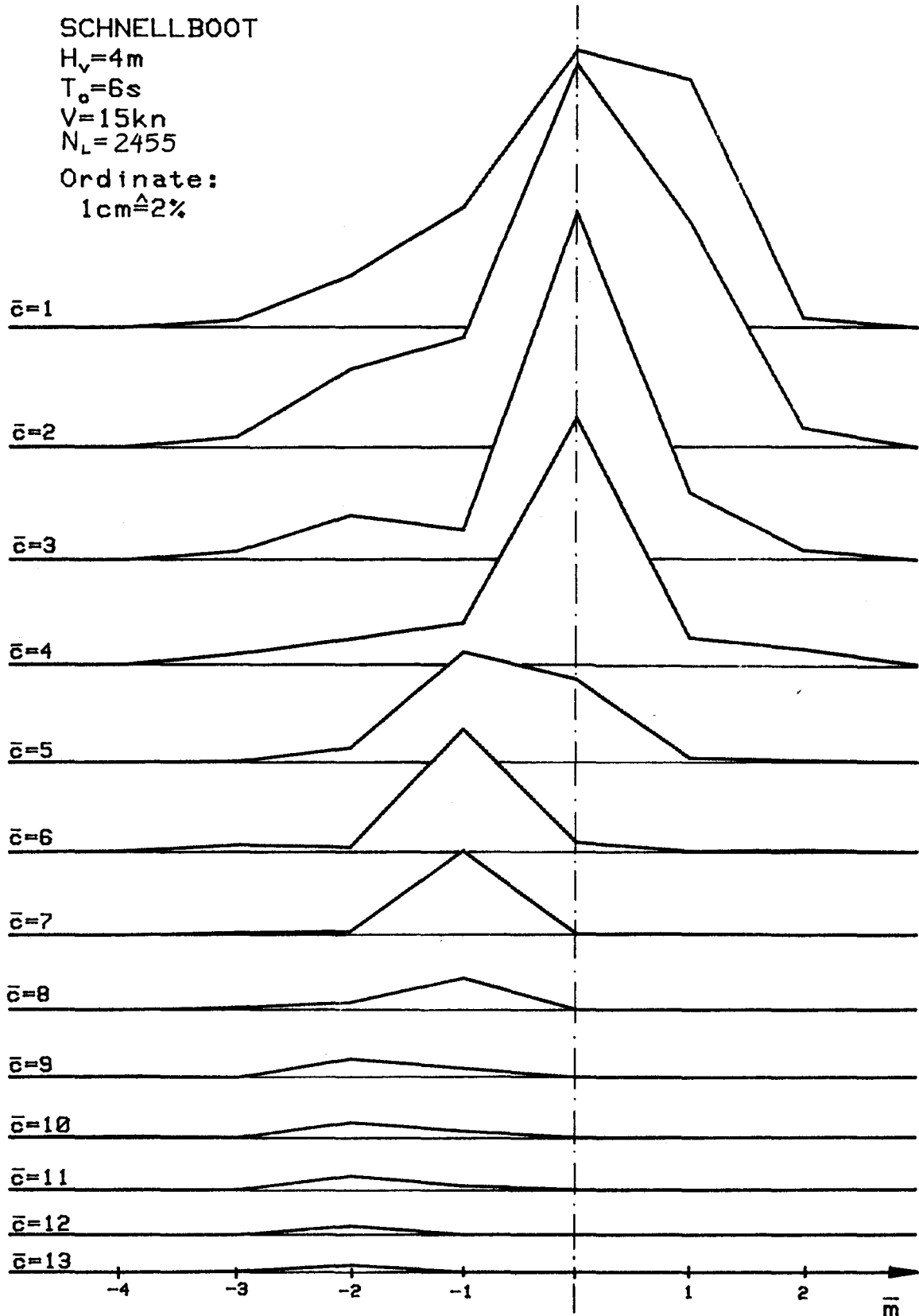


ABB. 33: RAINFLOWKLASSIERUNG DER HAUPTSPANTBIEGEMOMENTE

## 10.3 VERTEILUNGSFUNKTIONEN

Um langfristige statistische Vorhersagen treffen zu können, ist es i.a. unerlässlich, die durch Klassierung gewonnenen Häufigkeitsverteilungen durch geeignete mathematische Funktionen anzunähern, die auch Prognosen über den eigentlichen Simulationszeitraum hinaus erlauben. Die einfachste Form einer solchen Prognose ergibt sich, indem man aus dem Mittelwert (234) und der Standardabweichung (235) einer Reaktion  $s(t)$  eine Normalverteilung bestimmt:

$$p(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(s-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (244)$$

$$P(s) = \int_{-\infty}^s p(s) ds \quad (245)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß zu einem zufällig gewählten Zeitpunkt ein Grenzwert  $s^*$  erreicht oder überschritten wird, ist dann:

$$W\{s \geq s^*\} = 1 - P(s^*) \quad (246)$$

Sie kann in diesem Fall auch als Bruchteil der Zeit verstanden werden, währenddessen  $s \geq s^*$  ist.

Das die Verteilungsfunktion darstellende Integral kann nicht geschlossen berechnet werden und ist deshalb Tabellen mathematischer Handbücher zu entnehmen. Typische Anwendungen für diese Art der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergeben sich bei Prognosen für Wasser an Deck, Austausch des Propellers u.ä. Die Zuverlässigkeit solcher Vorhersagen ist aber nur bei Bewegungen und Belastungen gewährleistet, deren Verhalten nicht allzusehr vom linearen abweicht. Für stark nichtlineare Prozesse ist diese Methode nicht brauchbar.

Von größerer Bedeutung sind i.a. die Häufigkeitsverteilungen der Amplituden  $\hat{s}$ . Diese lassen sich meist recht gut durch sog. Weibullverteilungen annähern.

$$p(\hat{s}) = \frac{b}{a} \left(\frac{\hat{s}}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{\hat{s}}{a}\right)^b\right] \quad (247)$$

$$P(\hat{s}) = \int_{-\infty}^{\hat{s}} f(\hat{s}) ds = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\hat{s}}{a}\right)^b\right] \quad (248)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Grenzwert  $s^*$  erreicht oder überschritten wird, ist:

$$W\{\hat{s} \geq \hat{s}^*\} = 1 - F(\hat{s}) = \exp\left[-\left(\frac{\hat{s}^*}{a}\right)^b\right] \quad (249)$$

Die Parameter  $a$  und  $b$  werden aus dem Mittelwert  $\hat{\mu}$  (Gl. (236)) und der Standardabweichung  $\hat{\sigma}$  (Gl. (237)) der registrierten Amplitudenwerte ermittelt:

Für die Weibullverteilung gilt:

$$\hat{\mu} = a \Gamma\left(\frac{b+1}{b}\right) \quad (250)$$

$$\hat{\sigma}^2 = a^2 \Gamma\left(\frac{b+2}{b}\right) - \hat{\mu}^2 \quad (251)$$

mit:

$$\Gamma(\eta) = \int_0^{\infty} e^{-p} p^{\eta-1} dp$$

Diese Funktion ist wie das Wahrscheinlichkeitsintegral (245) in mathematischen Handbüchern tabelliert.

Aus (250) und (251) ergibt sich nach Umformen:

$$\frac{\hat{\sigma}}{\hat{\mu}} = \sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{b+2}{b}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{b+1}{b}\right)} - 1} \quad (252)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung läßt sich in dem infrage kommenden Bereich recht gut durch folgende Beziehung approximieren

(maximaler Fehler für  $1 \leq b \leq 3$ :  $\delta = 0,5\%$ ):

$$\sqrt{\frac{\Gamma(\frac{b+2}{b})}{\Gamma^2(\frac{b+1}{b})} - 1} \approx -0,8932 + 0,9439 \left(\frac{b+1}{b}\right) \quad (253)$$

(253) in (252) eingesetzt und nach b aufgelöst, führt dann zu folgender einfachen Bestimmungsgleichung:

$$b = \frac{1}{1,0594 \left(\frac{\hat{\sigma}}{\hat{\mu}}\right) - 0,05376} \quad (254)$$

Für  $\Gamma(\eta)$  läßt sich näherungsweise schreiben (maximaler Fehler für  $1 \leq b \leq 3$ :  $\delta = 0,2\%$ ):

$$\Gamma(\eta) \approx 1,779 - 1,2143 \eta + 0,4128 \eta^2 \quad (255)$$

mit:

$$\eta = \frac{b+1}{b}$$

(255) in (250) eingesetzt:

$$a = \frac{\hat{\mu}}{1,779 + \eta(0,4128 \eta - 1,2143)} \quad (256)$$

Im Fall linearer Reaktionen  $s(t)$ , wenn  $s$  außerdem ein schmalbandiges Spektrum besitzt, geht die Weibullverteilung in eine Rayleighverteilung über.

Es wird dann:

$$a = \frac{s_v}{\sqrt{2}} \quad (257)$$

$$b = 2 \quad (258)$$

mit:

$s_v \equiv$  signifikante Amplitude nach Gl. (172) in Abschnitt 8.2

In diesem Fall muß außerdem gelten:

$$\hat{\mu} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{s_v}{2} \quad (259)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)} \frac{s_v}{2} \quad (260)$$

Um zu prüfen, inwieweit die registrierten Häufigkeitsverteilungen durch Weibullformen angenähert werden können, empfiehlt sich folgende Darstellung der Gleichung (248), die man durch zweimaliges Logarithmieren erhält:

$$Y = bX + C \quad (261)$$

mit:

$$X = \ln \hat{s}$$

$$Y = \ln [-\ln(1 - P(\hat{s}))]$$

$$C = -b \ln a$$

Wird  $\hat{s}$  zusätzlich durch die Klassenbreite  $d$  dimensionslos gemacht (siehe Abb. 34), so gilt:

$$Y = b\bar{X} + \bar{C} \quad (261^*)$$

mit:

$$\bar{X} = \ln(\hat{s}/d)$$

$$\bar{C} = b(\ln d - \ln a)$$

Man kann nun erkennen, daß eine registrierte Häufigkeitsverteilung  $P^*$  umso eher einer Weibullform entspricht, je besser sich ihre Wertepaare  $X_j, Y_j$  durch eine Gerade approximieren lassen.

Abb. 34 zeigt die gute Übereinstimmung von Weibull- mit registrierten Häufigkeitsverteilungen am Beispiel der Hauptspannbiegemomente (hogging, sagging, Rainflow-Schwingbreiten und Beschleunigungen am VL (Starrkörper-, Gesamt-).

Schiff und Einsatzbedingungen sind identisch mit denen aus Abschnitt 9:  $V = 15 \text{ kn}$ ,  $H_V = 4 \text{ m}$ ,  $T_0 = 6 \text{ s}$ . Simulationszeit: 1 h.

In aller Regel liefert die Annäherung der Weibullparameter mit den Gleichungen (254) und (256) (gestrichelte Linien in Abb. 34) gute Ergebnisse. Dieses sollte aber im Einzelfall geprüft werden. Gegebenenfalls ist eine Anpassung der Parameter, unabhängig von (254) und (256), so vorzunehmen, daß eine gute Übereinstimmung nur für große  $s$  gegeben ist. Das genügt in der Mehrzahl aller Fälle, in denen ausschließlich extrapolierte Extremwerte gefragt sind.

Die Unterschiede, die sich daraus u.U. ergeben, seien am Beispiel der negativen Starrkörperbeschleunigung in Abb. 34 (links unten) gezeigt:

Weibullparameter aus (254), (256):

$$a = 0,698 \text{ g}$$

$$b = 2$$

Verbindet man die vorletzten vier Punkte der registrierten Verteilung mit einer Geraden, so ergeben sich folgende Parameter:

$$a^* = 0,641 \text{ g}$$

$$b^* = 1,7$$

Die Beschleunigungsamplitude, die mit einer Wahrscheinlichkeit  $W_{\ddot{u}}$  erreicht oder überschritten wird, ist:

$$\hat{a}_{w_{\ddot{u}}} = a (-\ln W_{\ddot{u}})^{\frac{1}{b}}$$

Damit ergeben sich für verschiedene Überschreitungswahrscheinlichkeiten  $W_{\ddot{u}}$  folgende Differenzen:

| $W_{\ddot{u}}$ | $\hat{a}_{w\ddot{u}}$ | $\hat{a}_{w\ddot{u}}^*$ | $\Delta[\%]$ |
|----------------|-----------------------|-------------------------|--------------|
| $10^{-3}$      | 1,83                  | 2,00                    | -9,3         |
| $10^{-4}$      | 2,12                  | 2,37                    | -11,8        |
| $10^{-5}$      | 2,37                  | 2,70                    | -13,9        |
| $10^{-6}$      | 2,59                  | 3,00                    | -15,8        |

$$\Delta = 100 \frac{\hat{a}_{w\ddot{u}} - \hat{a}_{w\ddot{u}}^*}{\hat{a}_{w\ddot{u}}} [\%]$$

Die Approximation durch eine Weibullform eignet sich auch recht gut für die Verteilung der Rainflowschwingbreiten (siehe Abb. 34 rechts oben). In diesem Fall ist die Berechnung der Parameter mit (254) und (256) vorzuziehen, da hier auch die Amplituden im mittleren Bereich von großer Bedeutung sind. Die Abweichungen der Mittelmomente  $m$  der einzelnen Lastspiele von der Nulllage (vgl. Abb. 33) werden pauschal durch den Mittelwert  $\mu_m$  (Gl. (243)) berücksichtigt.

Es ist zu beachten, daß die errechneten Häufigkeitsverteilungen für verschiedene Simulationen wegen der unterschiedlichen Zufallsphasen auch bei sonst gleichen Seegängen (siehe Abschnitt 7) in der Regel unterschiedlich ausfallen. Die Unterschiede werden jedoch mit wachsender Simulationsdauer kleiner. Die erforderliche Simulationszeit, um vertrauenswürdige Ergebnisse zu bekommen, wächst, je mehr nichtlineare Effekte das Bewegungs- und Belastungsverhalten beeinflussen.

Als Beispiel kann die folgende Tabelle dienen, in der die statistischen Kenngrößen des Hauptspantbiegemoments aus vier jeweils 90-minütigen Simulationen dargestellt sind (Schnellboot wie oben,  $v = 15 \text{ kn}$ ,  $\beta = 180^\circ$ ,  $H_V = 4 \text{ m}$ ,  $T_O = 6 \text{ s}$ ):

| sim. | sagging |            |       |       |       | hogging |            |       |       |      |
|------|---------|------------|-------|-------|-------|---------|------------|-------|-------|------|
|      | $\mu^-$ | $\sigma^-$ | $a^-$ | $b^-$ | Min   | $\mu^+$ | $\sigma^+$ | $a^+$ | $b^+$ | Max  |
| -    | MNm     | MNm        | MNm   | -     | MNm   | MNm     | MNm        | MNm   | -     | MNm  |
| 1    | -8,36   | 6,92       | -8,92 | 1,22  | -46,9 | 5,79    | 3,21       | 6,52  | 1,87  | 23,2 |
| 2    | -8,60   | 7,36       | -9,08 | 1,17  | -65,5 | 5,96    | 3,40       | 6,71  | 1,82  | 31,7 |
| 3    | -8,25   | 6,96       | -8,76 | 1,19  | -45,6 | 5,73    | 3,18       | 6,45  | 1,88  | 24,2 |
| 4    | -8,40   | 7,08       | -8,92 | 1,19  | -51,6 | 5,83    | 3,40       | 6,55  | 1,77  | 26,3 |

Min, Max  $\equiv$  während des Simulationszeitraumes registriertes Minimum, Maximum

## ANWENDUNGEN, SCHLUSSWORT

In den Abbildungen 35 bis 37 sind einige typische Ergebnisse des beschriebenen Verfahrens dargestellt. Es handelt sich dabei um Hauptspannbiegemomente des bereits mehrfach erwähnten Schnellbootes, die bei einer von tausend Wellenbegegnungen erreicht oder überschritten werden ( $W\ddot{u} = 1/1000$ ). Die Bilder zeigen recht anschaulich das starke Anwachsen des nichtlinearen Einflusses bei bestimmten Einsatzbedingungen (Kurs gegen See, große signifikante Wellenhöhen, kleine modale Perioden). Allen Rechnungen liegt eine Simulationszeit ( $\approx$  Rechenzeit) von einer Stunde zugrunde. Für die während der Lebensdauer eines Schiffes zu erwartenden Maximalwerte der Bewegungen und Belastungen sind meist nur wenige Einsatzbedingungen ausschlaggebend, auf deren rechnerische Behandlung man sich beschränken kann. Dieses trifft aber nicht zu für die Ermittlung von Belastungskollektiven, wie sie zur Beurteilung der Betriebsfestigkeit benötigt werden. Hier spielen auch solche Lastspiele eine Rolle, deren Grössenordnung im Bereich des Langzeitmittels liegt.

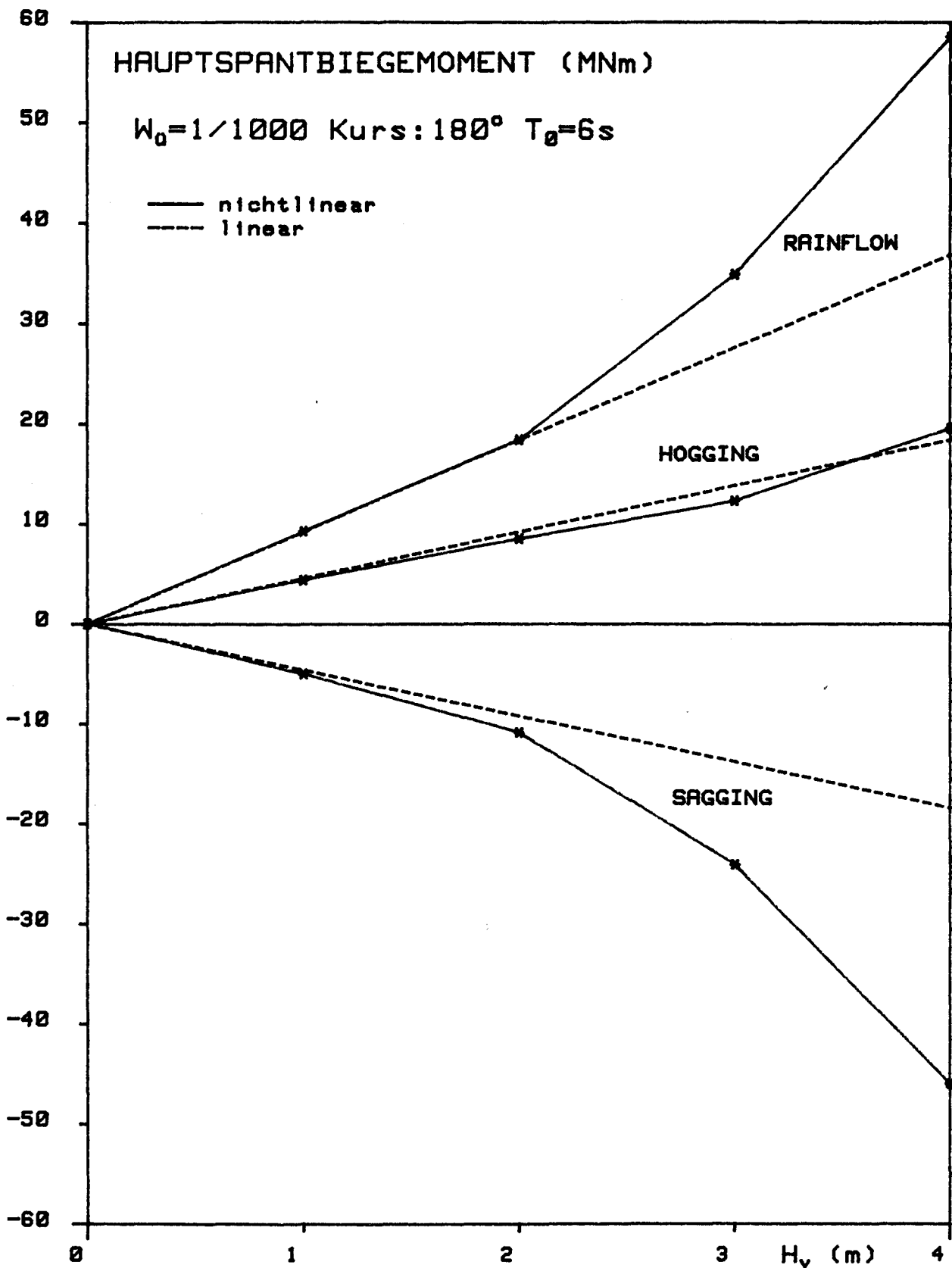


ABB. 35: EINFLUSS DER SIGNIFIKANTEN WELLENHÖHE AUF DAS HAUPTSPANTBIEGEMOMENT

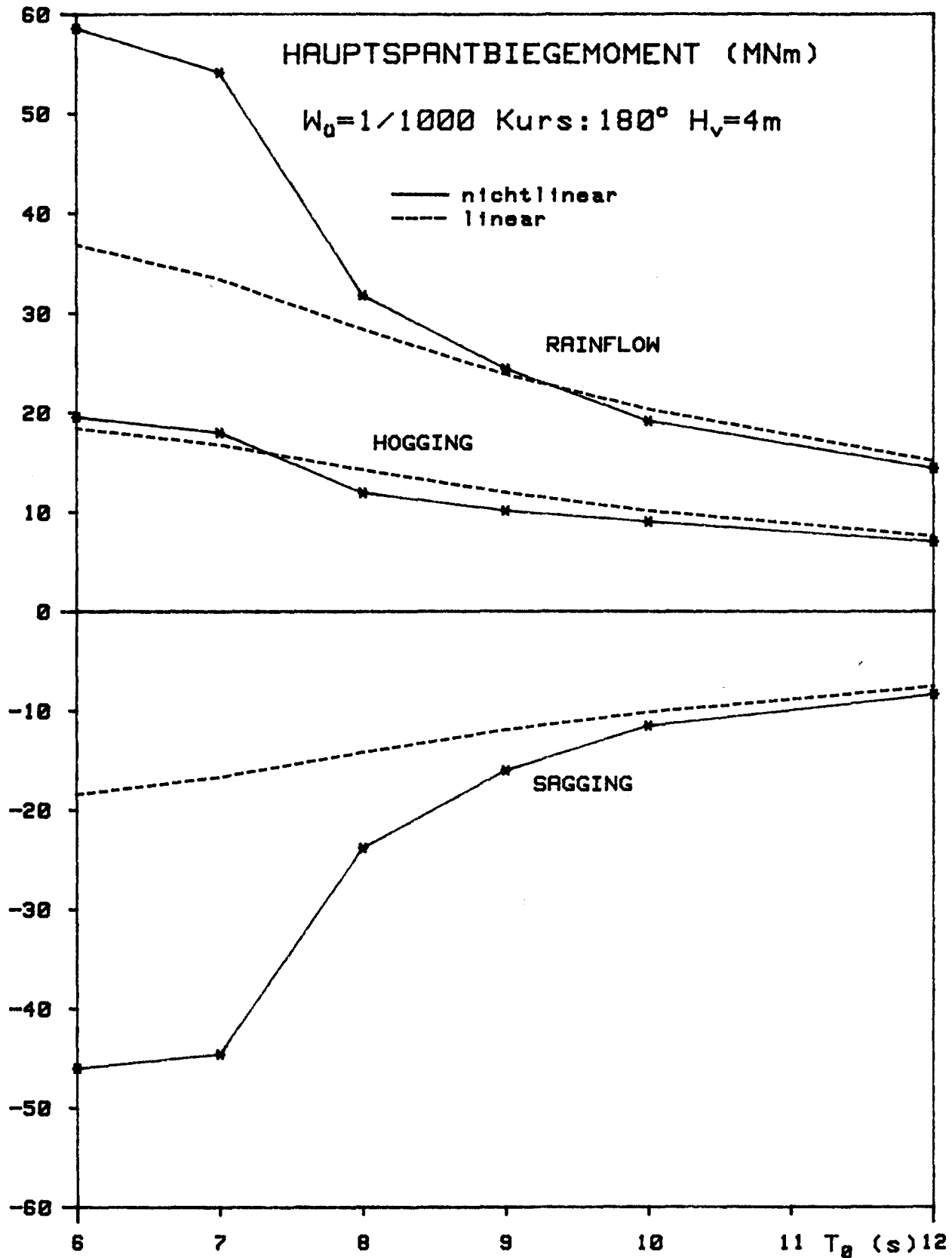


ABB. 36: EINFLUSS DER MODALEN PERIODE AUF DAS HAUPTSPANTBIEGEMOMENT

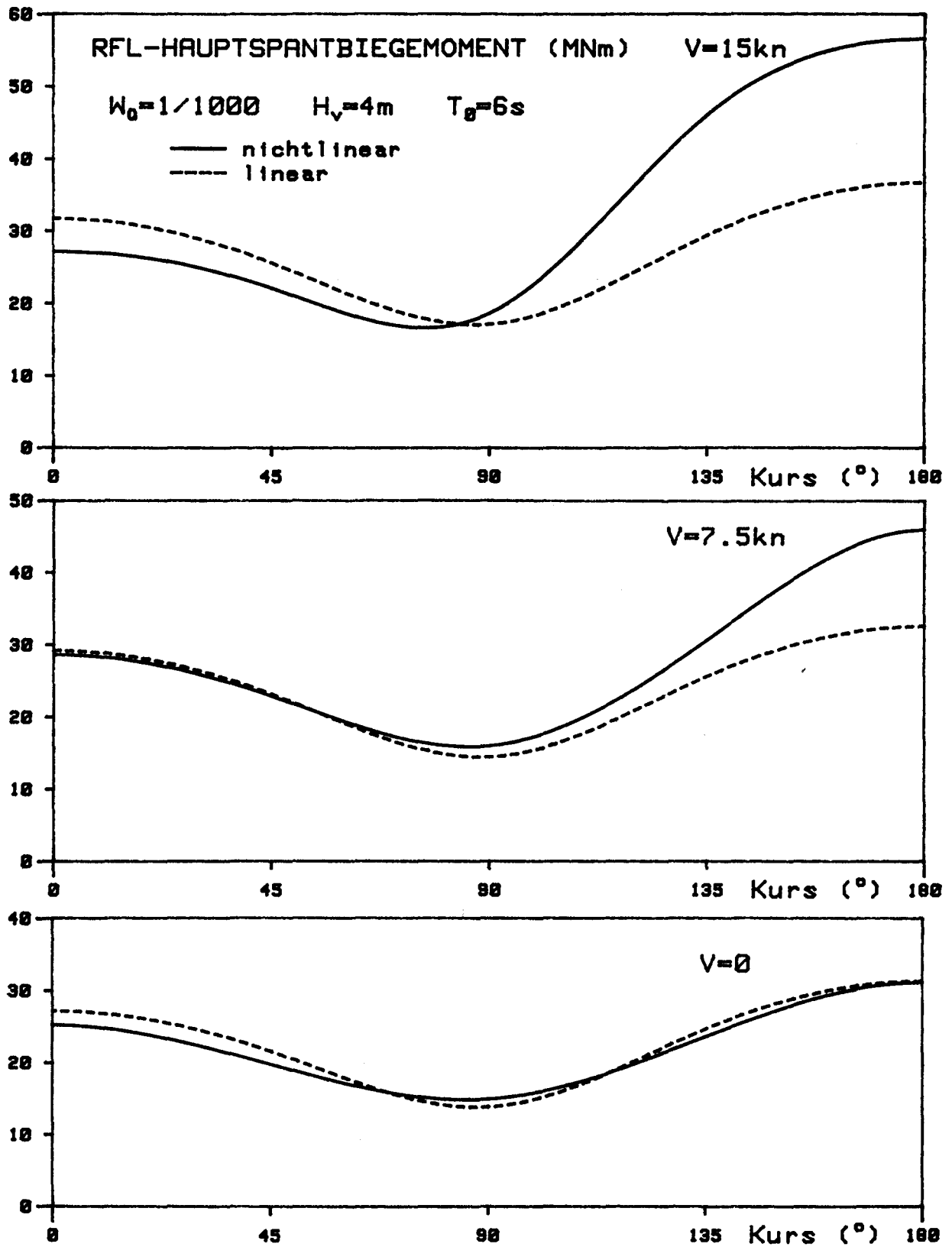


ABB. 37: EINFLUSS VON SCHIFFSGESCHWINDIGKEIT UND KURSWINKEL AUF DAS HAUPTSPANTBIEGEMOMENT

Die Vorgehensweise in einem solchen Fall sollte sein:

- Erstellen des Einsatzprofils des Schiffes, das Aufschluß gibt über die Verweildauer in bestimmten Seegängen, Kurswinkeln, Geschwindigkeiten u.dgl.
- Bestimmung der Lastspielzahlen, Mittelwerte  $\mu_m$  (Gl. (243)) und Weibullparameter  $a, b$  der Rainflowklassierungen für alle infrage kommenden Einsatzbedingungen (soweit möglich durch Interpolation oder lineare Berechnungen).
- Kombination der Kurzzeitverteilungen zu einer Langzeitverteilung.

Aus der Häufigkeitsverteilung der Momentenlastspiele ergeben sich mit den Strukturdaten Häufigkeitsverteilungen der Spannungslastspiele an beliebigen Punkten der Schiffsstruktur. Aus ihnen und experimentell ermittelten Kennlinien für hochbeanspruchte Konstruktionsdetails lassen sich dann (z.B. in einer Schadensakkumulationsrechnung) Aussagen über die Betriebsfestigkeit und die statistische Lebensdauer des Schiffes machen.

Wegen der Beschränkung auf die Tauch- und Stampfbewegung enthält die beschriebene Methode nicht die Berücksichtigung von Einflüssen aus der Kopplung mit anderen Bewegungsformen (Rollen, Gieren u.a.). Diese erscheinen aber für die hier interessierenden Größen von untergeordneter Bedeutung. Das angegebene Verfahren wird daher als gangbarer Weg zu realistischen Annahmen für das Bewegungsverhalten in den berücksichtigten Freiheitsgraden und die Gesamtschiffskörperbelastungen gesehen.

## LISTE DER VERWENDETEN SYMBOLE

Die folgende Liste enthält eine Zusammenstellung der wichtigsten verwendeten Symbole. Bei Mehrdeutigkeit ist in Klammern angegeben, für welchen Abschnitt die jeweilige Definition gilt.

- $\hat{s}$       bedeutet Amplitude der Größe  $s$   
 $\dot{s}$       bedeutet zeitliche Ableitung der Größe  $s$   
 $s^{(j)}$     bedeutet  $j$ -te substantielle Ableitung der Größe  $s$  nach der Zeit

Die Definition hier nicht aufgeführter Größen ist im Text gegeben.

- $\alpha$                     : Abbildungsparameter der Spantkontur (4.1)  
                          : Koeffizient der Weibullverteilung (10.1)  
 $\bar{A}$                     : dimensionsloser Koeffizient der hydrodynamischen Dämpfung  
 $\alpha_{(j)}$                 : Winkel der Laufrichtung der ( $j$ -ten) Teilwelle gegenüber der  
                          Hauptlaufrichtung des Seegangs  
 $A_0, A_1, A_{2(j)t}$       : Frequenzunabhängige hydrodynamische Koeffizienten (am Spant  $j$   
                          zur Zeit  $t$ )  
 $\alpha_f$                  : Splinekoeffizient zur Darstellung von  $f$   
 $\hat{a}_{W\ddot{u}}$                 : Beschleunigungsamplitude, die mit einer Wahrscheinlichkeit  $W_{\ddot{u}}$   
                          erreicht oder überschritten wird.  
 $b_{(k)}$                 : Abbildungsparameter der Spantkontur (4.1)  
                          : Exponent der Weibullverteilung (10.1)  
 $\beta^{(*)}$                 : (korrigierte) Spantvölligkeit (4.1)  
 $\beta_{(j)}$                 : Kurswinkel des Schiffes gegenüber der (Haupt-)Laufrichtung des  
                          Seegangs (der  $j$ -ten Teilwelle) (7.3)  
 $B_0, B_{1(j)t}$          : frequenzunabhängige hydrodynamische Koeffizienten (am Spant  $j$   
                          zur Zeit  $t$ )  
 $b_f$                     : Splinekoeffizient zur Darstellung von  $f$   
 $B_{(GW)}$                : Breite (in der stationären Schwimmlinie bei  $r_{GW}$ )  
 $B_{max}$                 : maximale Breite des getauchten Querschnitts

|                   |   |
|-------------------|---|
| $C$               | : Abbildungsparameter der Spantkontur   |
| $c_1, c_2, c_3$   | : Auftriebskorrekturen der Wellenamplitude  |
| $c_f$             | : Splinekoeffizient zur Darstellung von $f$   |
| $c_{H(\infty)}$   | : dimensionsloser Koeffizient der hydrodynamische Masse<br>(für $\omega \rightarrow \infty$ )             |
| $D$               | : Schiffsmasse  |
| $d_f$             | : Splinekoeffizient zur Darstellung von $f$   |
| $D_k$             | : dimensionsloser Dämpfungsparameter der $k$ -ten elastischen<br>Eigenschwingung                          |
| $\Delta r_{wj}$   | : Anteil der Quelle $j$ am Fahrtwellenprofil  |
| $\Delta t$        | : Zeitschrittweite  |
| $\Delta x$        | : Stufenbreite der Schiffsmassenverteilung (3.2/6)<br>: Abstand der Aufmaßspanten (7.1/8.4)               |
| $\Delta z$        | : Wasserlinienabstand der Feinraasterung  |
| $\Delta \ddot{v}$ | : Differenz der Stampfbeschleunigungen zu den Zeiten $t-\Delta t$ und $t$                                 |
| $\Delta \ddot{z}$ | : Differenz der Taucherbeschleunigungen zu den Zeiten $t-\Delta t$ und $t$                                |
| $EJ_j$            | : Biegesteifigkeit des $j$ -ten Elements der Schwingerkette   |
| $\varepsilon(j)$  | : Phasenwinkel der ( $j$ -ten) Teilwelle  |
| $\eta$            | : Querachse des ortsfesten Koordinatensystems   |
| $f(j)$            | : zu interpolierende Funktion (am $j$ -ten Aufmaßpunkt) (3.1)   |
| $f(t)$            | : Gesamtkraft am Querschnitt (zur Zeit $t$ ) (8)  |
| $f_a(j,t)$        | : Auftriebskraft am ( $j$ -ten) Querschnitt (zur Zeit $t$ )   |
| $f_H(j,t)$        | : hydrodynamische Kraft am ( $j$ -ten) Querschnitt (zur Zeit $t$ )  |
| $f_M$             | : Massenkraft am Querschnitt  |
| $f_o$             | : äußere Kraft am Querschnitt   |
| $F(j)$            | : Spantfläche des $j$ -ten Querschnitts (4.1/5)   |
| $F_k$             | : Spantfläche bis zur $k$ -ten Wasserlinie (3.1)<br>: Erregerkraftanteil der $k$ -ten Eigenschwingung (9) |
| $F_{GW}$          | : Spantfläche bis zur stationären Schwimmlinie  |
| $F_r$             | : Querschnittsfläche bis zur Tauchung $r^*$   |
| $g$               | : Erdbeschleunigung   |
| $GF_{sj}$         | : Schubsteifigkeit des $j$ -ten Elements der Schwingerkette   |

|                 |  |
|-----------------|--|
| $H^{(*)}$       | : (korrigiertes) Seitenverhältnis                            |
| $H_v$           | : signifikante Wellenhöhe                                    |
| $J, J_1, J_2$   | : Integrale zur Berechnung der Fahrtwelle                    |
| $k$             | : Wellenzahl der Fahrtwelle (5)                              |
| $k_{(j)}$       | : Wellenzahl der (j-ten) Teilwelle                           |
| $L$             | : Schiffslänge   |
| $m_{(j)}$       | : Massenbelegung (der j-ten Scheibe) des Schiffes            |
| $M_{(l)}$       | : Biegemoment (am Querschnitt l)                             |
| $m_{H(\infty)}$ | : hydrodynamische Masse (für $\omega \rightarrow \infty$ )   |
| $m_j^*$         | : Punktmasse des Elements j der Schwingerkette               |
| $m_k$           | : Massenbelegung des k-ten Schwingungsgrades                 |
| $\bar{m}_k$     | : modale Masse des k-ten Schwingungsgrades                   |
| $M_{mi}$        | : Massenmoment des Schiffes bei Querschnitt i                |
| $\mu_s$         | : Mittelwert der Bewegungs- bzw. Belastungsgröße $s$         |
| $\hat{\mu}$     | : Mittelwert der Amplituden                                  |
| $\mu_c$         | : mittelwert der Schwingbreiten der Rainflowklassierung      |
| $\mu_m$         | : Mittelwert der Mittelmomente der Rainflowklassierung       |
| $n_H$           | : hydrodynamische Dämpfung                                   |
| $N_L$           | : Lastspielzahl  |
| $n_W$           | : Anzahl der Teilwellen                                      |
| $\omega_{(j)}$  | : Kreisfrequenz der (j-ten) Welle (4.1, 7)                   |
| $\omega_{(k)}$  | : Kreisfrequenz der (k-ten) Eigenschwingung (6/9)            |
| $\omega_k^*$    | : Kreisfrequenz der k-ten Eigenschwingung bei reiner Biegung |
| $\omega_{g(j)}$ | : Begegnungskreisfrequenz der (j-ten) Welle                  |
| $p_{(j)}$       | : Länge des Polygonzugs bis zum (j-ten) Aufmaßpunkt (3.1)    |
|                 | : Verteilungsdichte (10.3)                                   |
| $P$             | : Summenhäufigkeit   |
| $\Phi_{(j)}$    | : Biegewinkel (am Querschnitt j)                             |
| $\phi$          | : Fehlerquadratsumme   |
| $\psi$          | : Fehlerquadratsumme   |
| $Q_{(j)}$       | : Quellstärke des Abschnitts j-1, j (5)                      |
|                 | : Querkraft (am Querschnitt j) (6, 8, 1, 9)                  |

|                       |  |
|-----------------------|--|
| $Q_k$                 | : Querkraftanteil der k-ten Eigenschwingung  |
| $Q_{mi}$              | : Masse hinter dem Aufmaßpunkt i (3.2, 8.1)  |
| $q_k^{(*)}$           | : Vergrößerungsfaktor der k-ten Eigenschwingung<br>(*: reine Biegung, ~: in komplexer Schreibweise)        |
| $r_{(j)}$             | : Trägheitshebel der (j-ten) Massenscheibe (3.2, 6)<br>: Relativtauchung am (j-ten Querschnitt) (3.1, 4.2) |
| $r_{GW}$              | : Relativtauchung bis zur stationären Schwimmlinie   |
| $r_s$                 | : Trägheitshebel des Gesamtschiffes  |
| $\phi$                | : Seewasserdichte  |
| $S_k$                 | : modale Dämpfung des k-ten Schwingungsgrads<br>(Anteile: $S_{1k}, S_{2k}, S_{3k}, S_{4k}, S_{5k}$ )       |
| $S_{Go}$              | : ITTC-Spektrum  |
| $S_{G1}$              | : 3ONSWAP-Spektrum   |
| $S_0, S_1, S_{2(j)t}$ | : Integrale zur Berechnung der hydrodynamischen Kraft am Querschnitt (am Spant j zur Zeit t)               |
| $S_s$                 | : Spektrum einer Bewegung oder Belastung s   |
| $s_v$                 | : signifikante Amplitude der Bewegung oder Belastung s   |
| $\sigma_s$            | : Standardabweichung der Bewegungs- bzw. Belastungsgröße s   |
| $\hat{\sigma}$        | : Standardabweichung der Amplituden  |
| $\sigma_c$            | : Standardabweichung der Rainflow-Schwingbreiten   |
| $T$                   | : Tiefgang bis zur Wasserlinie (4.1)   |
| $T_g$                 | : örtlicher Tiefgang ohne Fahrtwelle   |
| $t$                   | : Zeit   |
| $T_0$                 | : modale Periode   |
| $T_1$                 | : charakteristische Periode  |
| $\nu$                 | : Darstellungsparameter der Spantform (4.1)<br>: Stampfbewegung  |
| $\theta_{mi}$         | : Massenträgheitsmoment bis zum Spant i  |
| $V$                   | : Schiffsgeschwindigkeit   |
| $w_{(k)}^{(*)}$       | : Biegelinie der (k-ten Eigenform) (*: reine Biegung) (6)  |
| $w$                   | : elastische Durchsenkung  |
| $W$                   | : Überschreitungswahrscheinlichkeit  |

|               |  |
|---------------|--|
| $x_{(j)}$     | : schiffsbezogene Längskoordinate (der j-ten Gewichtscheibe)                           |
| $x_H, x_V$    | : hinteres, vorderes Ende der Schiffsmassenverteilung                                  |
| $x_S$         | : Längskoordinate des Massenschwerpunkts   |
| $\xi$         | : Längsachse des ortsfesten Koordinatensystems   |
| $x_{spi}$     | : Längskoordinate des i-ten Aufmaßspantes  |
| $y_{(j)}$     | : Querkoordinate des schiffsfesten Koordinatensystems<br>(des j-ten Aufmaßpunkts)      |
| $y_r$         | : halbe Breite bei Relativtauchung r   |
| $Y_{ss}$      | : Übertragungsfunktion der Bewegung oder Belastung s                                   |
| $z$           | : Hochachse des schiffsfesten Koordinatensystems (7.1)<br>: Tauchbewegung              |
| $z_j$         | : Höhenkoordinate des j-ten Aufmaßpunkts   |
| $z_o, z_u$    | : Höhe des obersten, untersten Aufmaßpunktes   |
| $z_{sj}$      | : vertikaler Abstand des Flächenschwerpunkts des Spantes j von der<br>Wasseroberfläche |
| $z_{Qj}$      | : Abstand der Quelle $Q_j$ von der Wasseroberfläche                                    |
| $\zeta$       | : Hochkoordinate des ortsfesten Koordinatensystems (7.1)<br>: Wellenerhebung           |
| $\zeta_{(j)}$ | : Amplitude der (j-ten) Welle  |
| $\zeta_s$     | : korrigierter Wert der Wellenamplitude  |