

# PARAMETERIDENTIFIKATION UND SIMULATION FLEXIBLER TRANSMISSIONSWELLEN IN HOCHAUFTRIEBSSYSTEMEN

**H. Geilsdorf, B. Holert, U. B. Carl**  
Technische Universität Hamburg–Harburg  
Arbeitsbereich Flugzeug–Systemtechnik, D-21071 Hamburg

## ÜBERSICHT

Flexible Wellentransmissionen (engl. *Flex-Shafts*) zeichnen sich unter anderem durch hohe Flexibilität in der Anordnung von An- und Abtrieb zueinander, einfache und kostengünstige Lagerungen sowie niedrige Verlustmomente aus und können somit in diversen Bereichen des Flugzeugbaus, in denen eine mechanische Leistungsübertragung notwendig ist, von Vorteil sein.

Nach einer kurzen Übersicht über den konstruktiven Aufbau wird in diesem Artikel zunächst ein mechanisches Modell entwickelt, mit dem sich auf Basis elementarer geometrischer Größen die Steifigkeit bestimmen lässt. In einer weiterführenden Betrachtung werden dann die auftretenden Reibpaarungen analysiert und zu qualitativen Abschätzungen der Verluste herangezogen. Die Validierung dieser grundlegenden, mechanischen Modelle erfolgt im Anschluss durch Vermessung diverser Belastungsfälle unter ausgewählten Integrationsbedingungen.

Sowohl die Ergebnisse der Grundlagenmodellierung als auch die Ergebnisse der durchgeführten Versuche werden abschließend in zwei Modellen zusammengefasst, die als Basis für eine numerische Simulation des Transmissionssystemes verwendet werden können. Das aufgestellte nichtlineare Modell beschreibt dabei ebenso das mechanische Spiel, wie auch das nichtlineare Reibverhalten und die verdrehrichtungsabhängige Steifigkeit; im zugehörigen Zustandsraummodell wird jeweils von gemittelten Werten ausgegangen, alle nichtlinearen Effekte werden entsprechend linearisiert.

## SCHLAGWORTE

Hochauftriebssystem; flexible Wellentransmission; Flex-Shaft; Steifigkeit; Reibung; Wirkungsgrad; Modellierung

## 1 EINLEITUNG

In Zusammenarbeit mit der LIEBHERR AEROSPACE LINDENBERG GMBH wurde im Rahmen eines Forschungsprojektes ein Hochauftriebssystem auf Basis elektrischer Einzelklappenantriebe untersucht. Hierbei wird die mechanische Leistung, die an den beiden Rotationsaktuatoren einer Landeklappen benötigt wird, von jeweils einem Elektromotor pro Antriebsstation zur Verfügung gestellt. Daher ist eine mechanische Kopplung beider Antriebsstationen im Normalbetrieb nicht notwendig, für den Fehlerfall (Ausfall eines Antriebs) zum Erhalt der Funktionsverfügbarkeit je-

doch unumgänglich. Diese mechanische Kopplung wurde in einem ersten Schritt zunächst durch eine steife Wellentransmission realisiert [4].

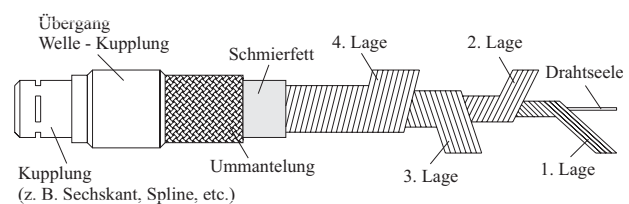
Eine interessante Alternative dazu sind flexible Wellentransmissionen. Sie bieten unter Umständen Vorteile, wenn:

- Elemente sich gegenseitig bewegen,
- An- und Abtrieb nicht fluchten,
- Stöße oder Vibrationen gedämpft werden sollen.

Insofern erscheinen flexible Wellentransmissionen gerade für den oben beschriebenen Anwendungsfall durchaus geeignet. Um jedoch letztendlich entscheiden zu können, ob eine flexible oder eine steife Wellentransmission sinnvoll ist, muss das Verhalten einer solchen Welle sowohl in Bezug auf die statischen wie auch auf die dynamischen Eigenschaften vorhersagbar sein.

## 2 KONSTRUKTIVER AUFBAU

Um die Funktionsweise biegsamer Wellen untersuchen und verstehen zu können, ist die Kenntnis ihres konstruktiven Aufbaus eine notwendige Voraussetzung. Bild 1 zeigt eine schematische Darstellung der wichtigsten Elemente.



**BILD 1:** Aufbau einer flexiblen Wellentransmission

Im Kern der Welle befindet sich ein einzelner Federstahldraht, die sogenannte Drahtseele, um den herum die einzelnen Drahtlagen gewickelt sind. Der Drahtdurchmesser sowie die Anzahl der Drähte pro Lage können dabei in gewissen Grenzen variieren. Jede Lage ist jedoch in entgegengesetzter Richtung zu ihren beiden Nachbarlagen gewickelt, wodurch in beide Verdrehrichtungen ähnliche Steifigkeiten erreicht werden. Zur Bestimmung dieser Steifigkeiten kann man in erster Näherung davon ausgehen, dass eine Drahtlage nur in die Richtung Drehmomente übertragen kann, in welche die Drähte auf Zug beansprucht werden.

Zwischen dem Kern und der Ummantelung, die aus einem dünnen, meist mit Kunststoff ummanteltem Metallgeflecht besteht, befindet sich zur Verringerung von Reibung und Verschleiß eine Schicht aus Schmierfett. Die Lagerung der Ummantelung in radialer und axialer Richtung erfolgt an beiden Enden und je nach Bedarf an zusätzlichen Lagerstellen dazwischen. Der Flex-Shaft selbst wird durch die Kontaktstellen zwischen dem Kern und der Ummantelung in radialer sowie an einer Kupplung zusätzlich noch in axialer Richtung gelagert.

Die Kupplung am Wellenende ist auf der einen Seite entweder aufgepresst oder verlötet (Festlager), auf der anderen Seite lediglich aufgesteckt (Loslager). Die einfachste Art der Kupplung ist ein zum Vierkant verformtes Wellenende, wie man es bei einfachen Tachometerwellen findet. Hochwertigere Alternativen sind Sechskantmitnehmer oder auch Innenverzahnungen (Splines). Sowohl die Verbindung zwischen Kupplung und Flex-Shaft als auch zwischen den Kupplungen und den entsprechenden Adaptern sind dabei zwangsläufig spielbehaftet.

### 3 MECHANISCHE GRUNDLAGEN

Ziel einer mechanischen Modellierung ist es, aus gegebenen Angaben über die Geometrie und die verwendeten Werkstoffe des Flex-Shaftes Aussagen über sein Verhalten bei unterschiedlichen Belastungen machen zu können. Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird mit Hilfe geeigneter Abschätzverfahren aus dem Bereich der Technischen Mechanik ein statisches Modell hergeleitet, das eine Bestimmung der Steifigkeit ermöglicht. Der zweite Abschnitt befasst sich dann mit der qualitativen Bestimmung des Reibverhaltens.

#### 3.1 Statische Eigenschaften

Wie bereits beschrieben, setzt sich ein Flex-Shaft aus mehreren Lagen zusammen. Im Folgenden werden zunächst die Steifigkeiten jeder einzelnen Lage bestimmt und diese dann anschließend zur Gesamtsteifigkeit zusammengefasst.

Von entscheidender Bedeutung für die Steifigkeit der  $n$ -ten Lage ist der Wicklungswinkel  $\alpha_n$  zwischen der Flex-Shaft-Achse und den Achsen der einzelnen Drähte in dieser Lage (vgl. Bild 2).

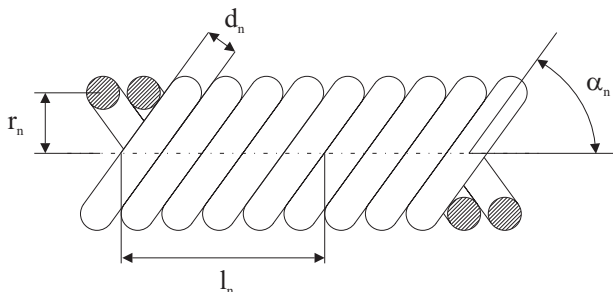


BILD 2: Definition des Wicklungswinkels

Geht man von der Annahme aus, dass die einzelnen Drähte ideal eng gewickelt sind, dann ergibt sich für eine Anzahl von  $N_n$  Drähten in der  $n$ -ten Lage eine Wicklungslänge ent-

lang der Wellenachse von

$$(1) \quad l_n = \frac{N_n \cdot d_n}{\sin(\alpha_n)}.$$

Mit dem entsprechenden Umfang einer Wicklung ergibt sich dann für den Wicklungswinkel:

$$(2) \quad \alpha_n = \arccos\left(\frac{N_n \cdot d_n}{2\pi \cdot r_n}\right).$$

Grundlegend für das aufzustellende Modell ist die Annahme, dass die einzelnen Drähte innerhalb des Flex-Shaftes lediglich Zugspannungen entlang der Drahtachsen übertragen können. Daher müssen im nächsten Schritt die an der Kupplung durch das Torsionsmoment aufgebrauchten Schubspannungen in entsprechende Zugspannungen innerhalb der Drähte umgerechnet werden. Hintergrund ist dabei die Theorie des *Mohrschen Spannungskreises* [3]. Betrachtet man einen Schnitt senkrecht zur Flex-Shaft-Achse, so wirken die relevanten Schubspannungen theoretisch auf einen Kreisringquerschnitt mit dem mittleren Radius  $r_n$ , der Breite  $d_n$ , der Fläche

$$(3) \quad A_{KR,n} = 2\pi \cdot r_n \cdot d_n$$

sowie dem polaren Flächenträgheitsmoment

$$(4) \quad I_{p,n} = \frac{\pi}{2} \left[ \left( r_n + \frac{1}{2}d_n \right)^4 - \left( r_n - \frac{1}{2}d_n \right)^4 \right].$$

Daraus ergibt sich dann die mittlere Schubspannung in diesem Querschnitt als Reaktion auf ein belastendes Einheitsmoment  $M_0$  zu:

$$(5) \quad \tau_n = \frac{M_0}{I_{p,n}} \cdot r_n.$$

Da die zu berechnenden Zugspannungen parallel zu den Drahtachsen verlaufen, ergibt sich als wirksame Fläche senkrecht zu den Spannungen die Gesamtfläche der einzelnen Drahtquerschnitte

$$(6) \quad A_{D,n} = \frac{\pi}{4} d_n^2 \cdot N_n,$$

die kleiner als die in Gleichung (3) bestimmte Kreisringfläche ist. Zur Bestimmung der wahren Zugspannungen ist daher folgender Flächenkorrekturfaktor notwendig:

$$(7) \quad \kappa_n = \frac{A_{KR,n}}{A_{D,n}} = \frac{8 \cdot r_n}{d_n \cdot N_n}.$$

Die Zugspannungen werden nun mit Hilfe des *Mohrschen Spannungskreises* hergeleitet. Dieser entsteht dadurch, dass die an einer um den allgemeinen Schnittwinkel  $\beta$  gedrehten Schnittfläche auftretenden Normalspannungen  $\sigma$  und Schubspannungen  $\tau$  für alle  $\beta$  in ein  $\sigma$ - $\tau$ -Koordinatensystem eingetragen werden. Für eine reine Torsionsbelastung, wie sie näherungsweise am Flex-Shaft auftritt, ergibt sich ein Spannungskreis, der seinen Mittelpunkt im Ursprung hat. Ein Schnittwinkel von  $\beta = 0^\circ$

kennzeichnet dabei die Schnittebene, in der ausschließlich Schubspannungen wirken. Weiterhin muss beachtet werden, dass der am realen System gemessene Schnittwinkel  $\beta$  im Spannungskreis immer mit dem doppelten Betrag abgetragen wird.

Vergleicht man die Definitionen des allgemeinen Schnittwinkels  $\beta$  und des Wicklungswinkels  $\alpha_n$ , so erhält man die Beziehung  $\beta = \alpha_n$ . Hieraus ergibt sich der Vorteil, dass man die in den Drähten wirkenden Normalspannungen in Abhängigkeit von dem Wicklungswinkel direkt aus dem *Mohrschen Spannungskreis* ablesen bzw. durch einfache trigonometrische Funktionen berechnen kann.

Es zeigt sich, dass für  $\alpha_n > 0^\circ$  in Richtung der Drahtlängsachse Zugspannungen übertragen werden, die mit zunehmendem Wicklungswinkel bis zu einem Maximum bei  $\alpha_n = 45^\circ$  ansteigen. Dieses Maximum bezeichnet somit eine aus mechanischer Sicht optimale Wicklung, mit der eine maximale Steifigkeit erreicht wird. Der Hauptgrund für Abweichungen von diesem Optimum bei real ausgeführten Konstruktionen ist hauptsächlich eine einfachere Fertigung bei weniger Drähten pro Lage.

Die Zugspannungen  $\sigma_n$  in den einzelnen Drähten lassen sich nun aus dem *Mohrschen Spannungskreis* durch einfache geometrische Überlegungen bestimmen. Berücksichtigt man zusätzlich noch den Flächenkorrekturfaktor  $\kappa_n$ , so erhält man:

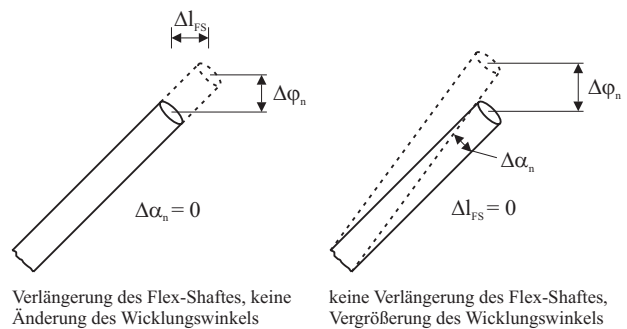
$$(8) \quad \sigma_n = \tau_n \cdot \sin(2\alpha_n) \cdot \kappa_n.$$

Die zwischen den Drähten (also in einer um  $90^\circ$  gedrehten Schnittebene) wirkenden Druckspannungen sind betragsmäßig genauso groß und bewirken aufgrund von Querkontraktion ebenso wie die Zugspannungen eine Verlängerung der Drähte. Die für Wicklungswinkel  $\alpha_n \neq 45^\circ$  zusätzlich noch auftretenden Schubspannungen  $\tau_R$  zwischen den Drähten haben keinen Anteil an der Übertragung des Torsionsmomentes. Sie tragen jedoch zur inneren Reibung und somit auch zur Dämpfung des Systems bei.

Die eigentliche Verdrehung des Querschnitts resultiert nun aus der Verlängerung der durch die Zug- und Druckspannungen verformten Drähte. Grundsätzlich sind hierfür zwei Möglichkeiten denkbar (Bild 3):

- Die Drähte verlängern sich bei konstant bleibendem Wicklungswinkel, so dass die Drehung einzig aus der Verlängerung in Richtung der Wicklung resultiert. Der Flex-Shaft wird mit steigendem Torsionsmoment länger.
- Der Flex-Shaft behält seine Länge. Die Verlängerung der Drähte findet sich dann in einer zusätzlichen Änderung des Wicklungswinkels wieder.

Da das reale Verhalten vermutlich zwischen den beiden dargestellten Grenzfällen liegt, wird folgende Annahme getroffen: Die Drähte behalten ihre ursprüngliche Lage zueinander bei, so dass nur insofern eine Änderung des Wicklungswinkels auftritt, als dass die Drahtquerschnitte durch den Spannungszustand schmaler werden.



**BILD 3:** Möglichkeiten der Flex-Shaft-Verdrehung

Ausgehend von der Ausgangslänge der Drähte

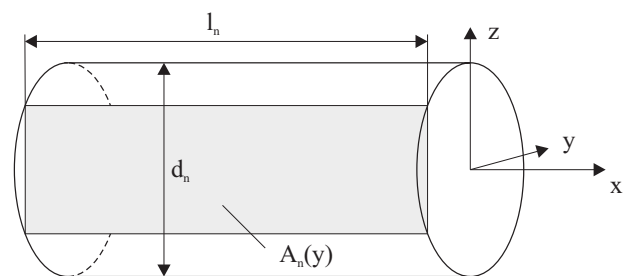
$$(9) \quad l_n = \frac{l_{FS}}{\cos(\alpha_n)}$$

ergibt sich für einen konstanten Drahtquerschnitt die Verlängerung zu:

$$(10) \quad \Delta l_n = \frac{l_n \cdot \sigma_n}{E_{FS}} (1 + \mu_{FS}) = \frac{l_{FS} \cdot \sigma_n}{E_{FS} \cdot \cos(\alpha_n)} (1 + \mu_{FS}).$$

Die Verkürzung des Querschnitts senkrecht zur Faserachse ist aufgrund der Kreisform schwieriger zu bestimmen. Geht man davon aus, dass die analog zu Gleichung (8) bestimmte Druckspannung in der Mitte des kreisförmigen Drahtquerschnitts auftritt, so nimmt sie aufgrund der Verjüngung des Querschnitts zum Rand hin zu. Hieraus ergibt sich eine ebenfalls nicht-konstante Dehnung. Für die wirksame Querschnittsfläche senkrecht zur Druckspannung gilt nach Bild 4:

$$(11) \quad A_n(y) = 2 \cdot l_n \cdot \sqrt{\frac{d_n^2}{4} - y^2}.$$



**BILD 4:** Definitionen zur Querdehnung

Die wahre Druckspannung in Abhängigkeit der y-Koordinate ergibt sich nun aus dem Quotienten aus der Druckkraft, die in der Mitte des Querschnitts auftritt, und der in Gleichung (11) bestimmten Fläche:

$$(12) \quad \sigma_{D,n}(y) = -\frac{\sigma_n \cdot l_n \cdot d_n}{A_n(y)} = -\frac{\sigma_n \cdot d_n}{2\sqrt{\frac{d_n^2}{4} - y^2}}.$$

Für die Verkürzung in y-Richtung gilt dann nach [3]:

$$(13) \quad \begin{aligned} \Delta d_y &= \frac{1}{E_{FS}} \int_{-\frac{1}{2}d_n}^{\frac{1}{2}d_n} \sigma_{D,n}(y) - \mu_{FS} \cdot \sigma_n dy \\ &= -\frac{\sigma_n \cdot d_n}{E_{FS}} \left( \frac{\pi}{2} + \mu_{FS} \right). \end{aligned}$$

Wie bereits beschrieben, verändert sich der Wicklungswinkel gemäß den getroffenen Annahmen nur durch die Verformung des Querschnitts in y-Richtung. Mit der in Gleichung (13) bestimmten Verkürzung des Durchmessers erhält man den neuen Wicklungswinkel:

$$(14) \quad \tilde{\alpha}_n = \arccos \left( \frac{N_n \cdot \tilde{d}_n}{2\pi \cdot r_n} \right) = \arccos \left( \frac{N_n \cdot (d_n + \Delta d_y)}{2\pi \cdot r_n} \right).$$

Mit der absoluten Verlängerung der Drähte in Umfangsrichtung

$$(15) \quad \Delta l_U = (l_n + \Delta l_n) \cdot \sin(\tilde{\alpha}_n) - l_n \cdot \sin(\alpha_n)$$

ergibt sich letztendlich die auf das Einheitsmoment  $M_0$  bezogene Steifigkeit der  $n$ -ten Lage:

$$(16) \quad c_n = \frac{M_0}{\Delta \varphi} = \frac{M_0 \cdot r_n}{\Delta l_U}.$$

Zusätzlich zu den aus jeweils mehreren Drähten gewickelten Lagen enthält jeder Flex-Shaft in der Mitte eine dünne Drahtseele, die ebenfalls einen geringen Teil des Torsionsmomentes überträgt. Ihre Steifigkeit berechnet sich zu:

$$(17) \quad c_0 = \frac{G_{FS}}{l_{FS}} \cdot I_{p,0} = \frac{G_{FS}}{l_{FS}} \cdot \frac{\pi}{32} d_0^4.$$

Analog zu einer Parallelschaltung von Federn lässt sich daraus die Gesamtsteifigkeit ermitteln. Basierend auf der Annahme, dass die Drähte nur Zug- und keine Schub- oder Druckspannungen übertragen können, überträgt jede Lage nur Torsionsmomente in eine Richtung.

Bezeichnet man nun die Übertragungsrichtung der äußeren Lage als positiv und die der zweiten als negativ, so ergeben sich in Abhängigkeit von der Verdrehrichtung folgende Gesamtsteifigkeiten für eine gerade Anzahl von  $N_{ges}$  Lagen und eine Drahtseele:

$$(18) \quad c_{pos} = c_0 + \sum_{i=1}^{0.5N_{ges}} c_{2i},$$

$$(19) \quad c_{neg} = c_0 + \sum_{i=1}^{0.5N_{ges}} c_{2i-1}.$$

Für ungerade  $N_{ges}$  gilt Entsprechendes.

### 3.2 Validierung der statischen Eigenschaften

Um das im vorigen Abschnitt hergeleitete Modell nun validieren zu können, wurde ein gebrauchter Flex-Shaft zunächst in Bezug auf seine Steifigkeit vermessen (Verdrehwinkel in Abhängigkeit vom Eingangsmoment). Im

Anschluss erfolgte dann eine Vermessung aller geometrischen Daten, die für das beschriebene Modell notwendig sind.

Die Ergebnisse der Steifigkeits-Vermessung sind zwei nahezu lineare Kennlinien, aus deren Steigungen sich die beiden verdrehrichtungsabhängigen Steifigkeiten bestimmen lassen. Zusätzlich zu den geometrischen Daten wird für die Erstellung des mechanischen Modells davon ausgegangen, dass es sich bei dem Material der einzelnen Drähte um Federstahldraht mit den entsprechenden Werkstoffkennwerten (Elastizitätsmodul  $E_{FS} = 210000 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$  und Schubmodul  $G_{FS} = 80000 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ ) handelt.

Ein Vergleich der gemessenen Steifigkeiten  $c^{mess}$  mit den anhand des mechanischen Modells ermittelten Werten  $c^{mod}$  ergibt eine sehr gute Übereinstimmung. Es ergeben sich folgende Zusammenhänge für die Steifigkeiten in positive und negative Verdrehrichtung  $c_{pos}$  und  $c_{neg}$ :

$$(20) \quad \begin{aligned} c_{pos}^{mod} &\approx 0.94 \cdot c_{pos}^{mess}, \\ c_{neg}^{mod} &\approx 0.89 \cdot c_{neg}^{mess}. \end{aligned}$$

Diese Werte zeigen, dass die im vorigen Abschnitt hergeleitete Modellierung die in der Realität auftretenden Effekte ausreichend gut beschreibt.

Die sich ergebenden Abweichungen können einerseits durch ungenaue Messungen (sowohl der Verformung als auch der geometrischen Daten) zustande kommen, andererseits spielen sicherlich auch Abweichungen von den lediglich geschätzten Werkstoffkennwerten und nicht berücksichtigte Effekte (zum Beispiel Nichtlinearitäten) eine Rolle.

### 3.3 Reibeigenschaften

In erster Näherung lassen sich zwei Reibpaarungen unterscheiden: Während zwischen dem fettgeschmierten Kern und der Ummantelung in der Hauptsache hydrodynamische Reibung auftritt, findet man zwischen der nicht, bzw. nur minimal geschmierten Kupplung und dem Befestigungsstück am Ende des Flex-Shaftes sowohl Festkörper- als auch Mischreibung vor. Beide Kontaktstellen werden im Folgenden einzeln untersucht.

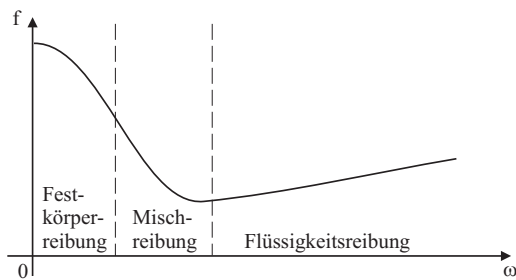
#### 3.3.1 Lagerreibung

Die Kupplungen an beiden Enden des Flex-Shaftes dienen neben der Einleitung des Drehmoments in den Kern auch der Lagerung. Sie werden mit einem radialen Spiel von wenigen 1/10 mm in dem Befestigungsstück geführt. Die Kontaktfläche ist im Auslieferungszustand nicht geschmiert, jedoch konnte bei längerem Betrieb beobachtet werden, dass sich durch die erhöhten Temperaturen geringe Ölmengen aus dem Fett abscheiden und einen dünnen Schmierfilm bilden. Insofern erscheint eine Modellierung der Reibung durch die sogenannte STRIBECK-Kurve sehr sinnvoll (vgl. Bild 5).

Das Reibmoment zwischen der Kupplung und dem Befestigungsstück berechnet sich damit dann zu:

$$(21) \quad M_R^{Lager} = f(\omega) \cdot F_N \cdot r,$$

wobei  $F_N$  die radiale Lagerkraft (Normalkraft) und  $r$  der



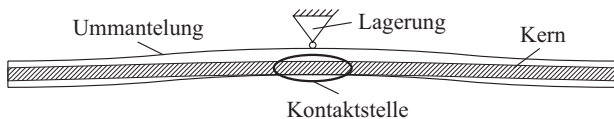
**BILD 5:** STRIBECK-Kurve (nach [2])

Radius der Kupplung ist. Die Normalkraft ist in der Hauptsache abhängig von den Integrationsbedingungen (Verbiegung und Versatz des Flex-Shaftes) und dem übertragenen Drehmoment.

Der genaue Verlauf der STRIBECK-Kurve kann für diesen Anwendungsfall nicht analytisch bestimmt werden, sondern muss aus den in Kapitel 4 ausgewerteten Messungen näherungsweise abgeleitet werden.

### 3.3.2 Kernreibung

Der Kern des Flex-Shaftes ist mit einer dünnen Schicht aus Schmierfett umgeben (vgl. Kapitel 2), die den Zwischenraum zur Ummantelung jedoch nicht vollständig ausfüllt. Insofern tritt nur dort Reibung auf, wo der Kern aufgrund seiner exzentrischen Lage die Ummantelung berührt. In Abhängigkeit der Integrationsbedingungen und der Verwindung des Flex-Shaftes durch das eingeleitete Drehmoment ergeben sich unterschiedlich viele dieser Kontaktstellen, die jeweils auch unterschiedliche Kontaktkräfte übertragen. Bild 6 zeigt schematisch einen annähernd geradlinig verlegten Flex-Shaft mit einer einzigen Lagerung und ebenfalls nur einer einzigen Kontaktstelle in der Mitte.

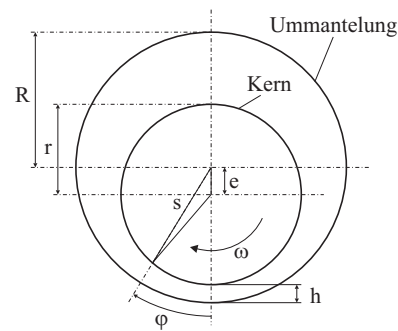


**BILD 6:** Entstehung von Kontaktstellen zwischen Kern und Ummantelung

Bei s-förmig verlegtem Flex-Shaft, hohem Drehmoment und mehrfacher Lagerung können durch Helix- oder Schleifenbildung deutlich mehr Kontaktstellen auftreten. Die Lagerung entscheidet dabei über die Form des Kontakts: Eine feste Lagerung führt zu schmalen Kontaktstellen mit hoher Kontaktkraft, eine lockere Lagerung aufgrund der nachgiebigen Ummantelung zu breiteren Kontaktstellen bei niedrigeren Kontaktkräften. Was davon im Sinne einer möglichst geringen Reibung die beste Alternative ist, lässt sich anhand der Messungen in Kapitel 4 zeigen.

Der im Fett vorhandene Eindicker verhindert das Wegfließen des Schmiermittels, so dass die Kontaktflächen zwischen Kern und Ummantelung auch bei sehr niedrigen Gleitgeschwindigkeiten voneinander getrennt sind. Es tritt also in erster Näherung weder Trocken- noch Mischreibung auf. Daher müssen im Folgenden Annahmen getrof-

fen werden, die eine Modellierung des Kontakts unter Zuhilfenahme strömungsmechanischer Grundlagen ermöglichen.



**BILD 7:** Exzentrische Lage des Flex-Shaft-Kernes

Bild 7 zeigt einen schematischen Flex-Shaft-Querschnitt mit exzentrischer Lage des Kernes. Die Spalthöhe  $h$  in Abhängigkeit des eingezeichneten Winkels  $\varphi$  und der Exzentrizität  $e$  berechnet sich danach zu:

$$\begin{aligned} h(\varphi) &= R - s(\varphi) \\ (22) \quad &= R - e \cdot \cos \varphi - \sqrt{e^2 \cos^2 \varphi - e^2 + r^2} \\ &\approx R - r - e \cdot \cos \varphi \quad \text{für } \varphi \approx 0. \end{aligned}$$

Da als Kontaktfläche lediglich ein Bereich in der Nähe der niedrigsten Spalthöhe  $h_0$  in Frage kommt ( $|\varphi| < 20^\circ$ ), wird bei der weiteren Modellierung davon ausgegangen, dass sich eine schwach gekrümmte Fläche parallel zu einer ebenen bewegt. Dadurch entsteht ein Strömungsdruck, der eine Berührung und somit auch Trocken- oder Mischreibung verhindert.

Für ideale Schmierfette (BINGHAM-Körper) bei Schubspannungen  $\tau$  oberhalb der Fließgrenze  $\tau_0$  gilt näherungsweise [1]:

$$(23) \quad |\tau| = \mu \left| \frac{\partial v}{\partial z} \right| + \tau_0.$$

Dabei beschreibt  $\mu$  die dynamische Viskosität des Schmiermittels und  $v = \omega \cdot r$  die Gleitgeschwindigkeit. Unter Vernachlässigung der Massen- und Trägheitskräfte und unter Annahme eines inkompressiblen Fluides ergibt sich aus den NAVIER-STOKES-Gleichungen [2] nach mehrfacher Integration über  $z$  und Multiplikation mit der Breite der Kontaktstelle  $b$  in Richtung der Drahtachse der Volumenstrom durch einen beliebigen Spaltquerschnitt:

$$(24) \quad Q = b \int_0^h v(z) dz = b \cdot h \left( \frac{\omega \cdot r}{2} - \frac{1}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^3 \right) = const.$$

Dieser ist über alle Querschnitte konstant (Massenerhaltung), so dass man mit der Annahme, dass der Druck für  $h_0 = h(\varphi = 0)$  einen Extremwert annimmt [2], zunächst den Druckgradienten und letztendlich die durch das Schmierfett übertragene Schubspannung erhält.

Das Reibmoment ergibt sich dann aufgrund der Abhängigkeit der Spalthöhe  $h$  von dem Winkel  $\varphi$  durch Integration

der Schubspannung am Kern des Flex-Shaftes über  $\varphi$  und Multiplikation mit der Breite der Kontaktstelle  $b$  und dem Radius  $r$  zu:

$$M_R^{Kern} = b \cdot r^2 \cdot \int_{-\varphi_K}^{+\varphi_K} \tau|_{z=h} d\varphi$$

$$(25) \quad \varphi \approx 0$$

$$\downarrow$$

$$= 2\varphi_K \cdot b \cdot r^2 \cdot \left( \frac{\mu \cdot \omega \cdot r}{R - r - e} + \tau_0 \right).$$

Dabei beschreibt  $\varphi_K$  den Winkel, bei dem der Schmiermittelfilm im Spalt endet und es wird in erster Näherung von einer symmetrischen Verteilung des Schmierfettes um  $\varphi = 0$  ausgegangen.

Die Tragkraft des Spaltes ergibt sich dann durch Integration des Druckgradienten über  $\varphi$  und Multiplikation mit der Breite der Kontaktstelle  $b$ :

$$(26) \quad F_t = b \int_{-\varphi_K}^{+\varphi_K} \frac{\partial p}{\partial \varphi} d\varphi.$$

Dieses Integral lässt sich analytisch nur schwer lösen und auch eine Näherung für  $\varphi \approx 0$  führt nicht zum gewünschten Erfolg. Daher sollte bei der Berechnung auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden.

Ein quantitativer Vergleich der beiden Reibpaarungen mit den Werten eines geradlinig verlegten Flex-Shaftes zeigt, dass beide Reibmomente etwa in derselben Größenordnung liegen, so dass man nicht von einer dominierenden Reibpaarung sprechen kann. Insgesamt lässt sich feststellen, dass das gesamte Reibmoment des Flex-Shaftes bei einem vorgegebenen Schmiermittel abhängig ist von den Integrationsbedingungen, der Drehzahl und dem übertragenen Drehmoment. Diese Abhängigkeiten sind durch die Gleichungen (26) und (25) sowie (21) näherungsweise angegeben, die Abhängigkeit von der Temperatur wird dabei nicht berücksichtigt.

## 4 MESSUNGEN

Im Rahmen dieses Abschnitts werden nun die im vorigen Kapitel erhaltenen Ergebnisse anhand entsprechender Messungen validiert und es werden weitere Effekte untersucht, die das Verhalten eines Flex-Shaftes maßgeblich beeinflussen.

### 4.1 Versuchsaufbau und -durchführung

Der zur Vermessung des Flex-Shaftes verwendete Versuchsstand ist unter Angabe der wichtigsten Steuer- und Messgrößen in Bild 8 dargestellt. Bei den verwendeten Elektromotoren handelt es sich um permanentmagneterregte Synchronmaschinen, die sowohl im querstromals auch im drehzahlgeregelten Modus betrieben werden können und sich somit ebenso als Antrieb wie auch zur Lastsimulation eignen.

Da die Motoren aufgrund ihrer Bauart den Rotorwinkel sehr genau messen müssen und dieser ebenfalls zur externen Weiterverarbeitung zur Verfügung steht, ist eine zusätzliche Winkelmessung nicht notwendig. Die Bestimmung der Drehzahl erfolgt durch Differentiation des ge-

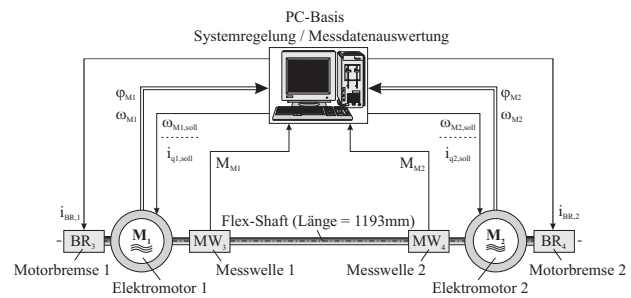


BILD 8: Schematischer Prüfaufbau

messenen Winkelsignals. Die Messung von Ein- und Ausgangsdrehmoment geschieht mit Hilfe zweier Drehmomentmesswellen, die über jeweils einen Adapter direkt mit dem Flex-Shaft verbunden sind. Die Steuerung und Regelung des Versuchsstandes, ebenso wie die Aufnahme der Messungen, erfolgt auf PC-/ADwin-Basis.

Um einen Überblick zu bekommen, wie sich äußere Gegebenheiten (zum Beispiel Verbiegung, Versatz und feste bzw. lockere Lagerung) auf das Flex-Shaft-Verhalten auswirken, werden sämtliche Versuche in fünf Messreihen durchgeführt, die sich jeweils nur in den Integrationsbedingungen unterscheiden (vgl. Tabelle 1).

TAB. 1: Integrationsbedingungen

Nr.	Lage des Flex-Shaftes
1	geradlinig
2	kreisbogenförmig, $R = 1300$ mm
3	kreisbogenförmig, $R = 650$ mm
4	s-förmig, 420 mm Versatz, lockere Lagerung
5	s-förmig, 420 mm Versatz, feste Lagerung

### 4.2 Statische Messungen

Die statischen Messungen dienen zur Bestimmung der Federkonstanten des Flex-Shaftes, des Spielwinkels zwischen seinen Enden, des statischen Wirkungsgrades sowie des Momentübertragungs-Koeffizienten, welcher den Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsmoment im nicht-drehenden Zustand beschreibt.

#### Versuchsdurchführung

Zur Durchführung der statischen Messungen ist jeweils lediglich einer der beiden Motoren aktiv. Über den Steuerrechner wird die Bremse des deaktivierten Motors festgesetzt, während der andere bei gelöster Bremse im stromgeregelten Modus entlang einer vorgegebenen Sollwerttrajektorie verfahren wird, so dass insgesamt 64 stationäre Messpunkte erfasst werden können.

#### Auswertung

In Bezug auf die Steifigkeit bzw. den Spielwinkel liefert die Auswertung folgende Erkenntnisse:

- Die Steifigkeiten weichen bei unterschiedlicher Verdrehrichtung erwartungsgemäß voneinander ab ( $c_{pos} \approx 1.3 \cdot c_{neg}$ ).
- Bei Versatz und lockerer Lagerung (Messreihe 4)

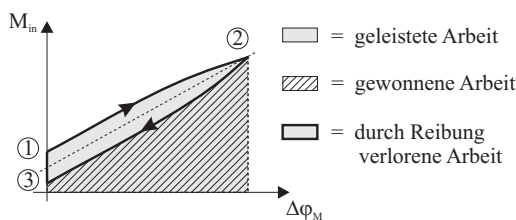
zeigt sich eine leicht verringerte Steifigkeit in beide Richtungen. Der Grund für dieses Verhalten liegt in einer deutlichen Verwindung des gesamten Stranges, die zusätzlich zur eigentlichen Torsion auftritt und somit zu einer vergrößerten Verdrehung der Flex-Schaft-Enden zueinander führt. Dieses Verhalten kann durch weitere Lagerstellen (Messreihe 5) unterbunden werden.

- Der Flex-Schaft ist spielbehaftet. Das auftretende Spiel vergrößert sich mit andauerndem Gebrauch und geht bei  $\varphi_{bl,FS} \approx 10^\circ$  in eine Sättigung über.

Unbeachtet ist bislang geblieben, dass sich keine absolut elastische Kennlinie ergibt, sondern in geringem Maße eine Hysterese auftritt. Sie hat ihren Ursprung in der vorhandenen Reibung, kann jedoch zur Bestimmung der Steifigkeiten näherungsweise außer Acht gelassen werden. Allerdings liefert sie einen guten Hinweis auf den statischen Wirkungsgrad des Systems, der sich aus dem Quotienten aus der gewonnenen Arbeit  $W_{out}$  und der geleisteten Arbeit  $W_{in}$  bei einer Verdrehung ergibt:

$$(27) \quad \eta_{stat} := \frac{W_{out}}{W_{in}}$$

Bild 9 verdeutlicht diesen Zusammenhang.



**BILD 9:** Elastische Kennlinie mit Hysterese

Die dargestellte Hystereseschleife wird im Uhrzeigersinn durchlaufen, so dass Arbeit in Form von Wärme dissipiert wird. Je fülliger dabei die Schleife ist, desto niedriger ist der Wirkungsgrad. Mathematisch gilt für die von einem Drehmoment  $M$  über einen Winkel  $\varphi$  geleistete Arbeit:

$$(28) \quad W := \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M(\varphi) d\varphi$$

Der statische Wirkungsgrad berechnet sich also nach den Gleichungen (27) und (28) sowie Bild 9 zu:

$$(29) \quad \eta_{stat} = \frac{|W_{out}|}{|W_{in}|} = \frac{\left| \int_2^3 M_{in} d(\Delta\varphi_M) \right|}{\left| \int_1^2 M_{in} d(\Delta\varphi_M) \right|}$$

Die Ergebnisse in Bezug auf den statischen Wirkungsgrad sind:

- Mit steigender Flex-Schaft-Verbiegung bzw. -Versatz wird der statische Wirkungsgrad schlechter. Die Ursache hierfür liegt in einer erhöhten Reibung in den

Kupplungen, da diese von der Ummantelung durch größere Normalkräfte in ihrer Position gehalten werden müssen.

- Der statische Wirkungsgrad für negative Verdrehungen ist im Mittel ein halbes Prozent größer als für positive. Begründen lässt sich dieser Effekt dadurch, dass für negative Verdrehungen die äußere Drahtlage aufgedreht und somit die Reibung zwischen den beiden äußeren Drahtlagen verringert wird. Dies führt letztendlich zu dem etwas besseren Wirkungsgrad.

Neben dem statischen Wirkungsgrad  $\eta_{stat}$  gibt es noch eine weitere Größe, die für eine Beschreibung des statischen Verhaltens wichtig ist, den sogenannten Momentübertragungs-Koeffizienten  $\eta_M$ , der das Verhältnis zwischen dem Ausgangsmoment  $M_{out}$  und dem Eingangsmoment  $M_{in}$  beschreibt:

$$(30) \quad \eta_M := \frac{M_{out}}{M_{in}}$$

Er ist geringfügig größer als der statische Wirkungsgrad, da die innere Reibung hier nicht von Bedeutung ist. Relevant sind nur die Verluste in den Lagern sowie zwischen dem Kern und der Ummantelung.

### 4.3 Dynamische Messungen

Die dynamische Vermessung des Flex-Schaftes dient hauptsächlich der Bestimmung des dynamischen Verlustmoments und daraus folgend des dynamischen Wirkungsgrades in Abhängigkeit von der Drehzahl sowie dem übertragenen Moment.

#### Versuchsdurchführung

Zur Bestimmung des dynamischen Wirkungsgrades muss ein umfangreiches Kennfeld vermessen werden, welches den gesamten Einsatzbereich des Flex-Schaftes beschreibt. Hierzu wird der eine Motor im strom-, der andere im drehzahlgeregelten Modus betrieben, beide Bremsen sind gelöst. Nacheinander werden nun 10 verschiedene Drehzahlen bei jeweils 8 verschiedenen Lastmomenten eingestellt, so dass sich insgesamt ein Kennfeld mit 80 Messpunkten ergibt.

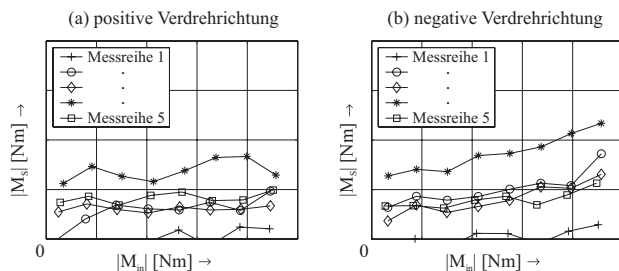
#### Auswertung

Für alle oben beschriebenen Messpunkte wird nach Abklingen der transienten Übergangsphase für einen gewissen Zeitraum der Mittelwert der Drehzahlen und der Drehmomente an beiden Enden des Flex-Schaftes gebildet. Das Drehmoment des Motors, welcher im stromgeregelten Modus arbeitet und somit die Last aufprägt, wird als Ausgangsmoment  $M_{out}$  bezeichnet, das Drehmoment des antreibenden, drehzahlgeregelten Motors als Eingangsmoment  $M_{in}$ . Der dynamische Wirkungsgrad berechnet sich dann bei näherungsweise identischer Ein- und Ausgangsdrehzahl ( $\omega_{in} \approx \omega_{out}$ ) zu:

$$(31) \quad \eta_{dyn} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{\omega_{out} \cdot M_{out}}{\omega_{in} \cdot M_{in}} = \frac{M_{out}}{M_{in}}$$

und wird in Abhängigkeit des Eingangsmomentes  $M_{in}$  und einer gemittelten Flex-Schaft-Drehzahl  $\omega_{FS}$  aufgetragen.

Da eine Auswertung der Versuchsergebnisse anhand eines dreidimensionalen Kennfeldes sehr unübersichtlich ist, werden alle Ergebnisse im Folgenden lediglich zweidimensional dargestellt. Bild 10 zeigt die mittleren Verlustmomente aller Messreihen in Abhängigkeit des Eingangsmomentes, also über der Drehzahl gemittelt.



**BILD 10:** Mittlere Verlustmomente in Abhängigkeit des Eingangsmomentes

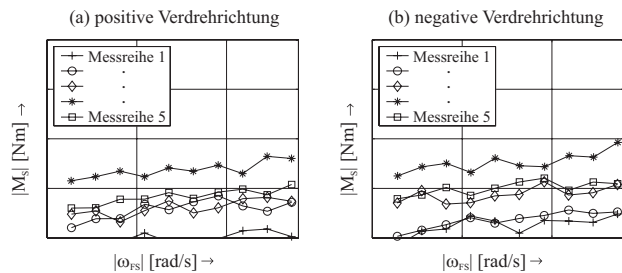
Man erkennt Folgendes:

- Der prinzipielle Verlauf ist für alle Messreihen gleich, jedoch auf anderen Niveaus. Die niedrigsten Verlustmomente sind dabei in Messreihe 1 zu finden, sie steigern sich mit zunehmender Verbiegung bzw. zunehmendem Versatz deutlich.
- Die Messreihe 4 weist deutlich höhere Verlustmomente auf, als es unter denselben Integrationsbedingungen mit einer festeren Lagerung (Messreihe 5) der Fall ist. Eine Begründung dafür ist die sich einstellende Verwindung des Shaftes, welche die Ummantelung in einer Art und Weise verformt, die insgesamt mit höherer Reibung verbunden ist (vgl. hierzu auch Abschnitt 3.3.2).
- Bei allen Messreihen ist für eine negative Verdrehrichtung ein deutlicher Anstieg des Verlustmoments mit steigendem Eingangsmoment zu erkennen, bei positiven Verdrehwinkeln nicht. Hierfür gibt es zwei Gründe: Zum einen nimmt durch ein „Aufdrehen“ der äußeren Drahtlage der Kerndurchmesser des Flex-Shaftes leicht zu, zum anderen tritt bei niedrigerer Steifigkeit eine stärkere Verwindung des Flex-Shaftes (Helix-Bildung) auf. Beides führt zu größeren Kontaktkräften zwischen dem Flex-Shaft und der Ummantelung und dadurch zu einer erhöhten Reibung.

Bild 11 stellt die Verlustmomente in Abhängigkeit von der Drehzahl dar, also über dem Eingangsmoment gemittelt. Man erkennt in erster Näherung linear mit der Drehzahl ansteigende Verlustmomente, was aufgrund der viskosen Eigenschaften des Schmierfettes auch zu erwarten ist. Das prinzipielle Verhalten in Abhängigkeit von den Integrationsbedingungen entspricht dem in Bild 10 dargestellten.

## 5 MODELLIERUNG

Zur Einbindung des Flex-Shaftes in ein bestehendes Simulationsmodell wird im Folgenden zunächst ein nichtli-



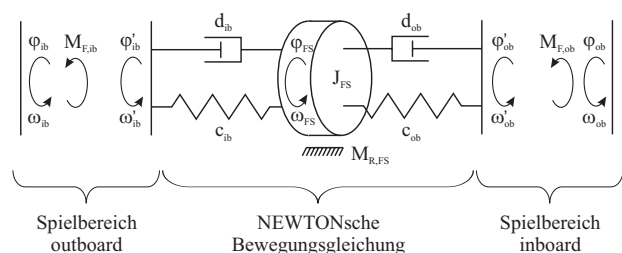
**BILD 11:** Mittlere Verlustmomente in Abhängigkeit der Drehzahl

neares Modell aufgestellt, das alle gemessenen sowie analytisch hergeleiteten Effekte möglichst realitätsnah abbildet. Die benötigten Modellparameter werden dabei anhand der Versuchsauswertungen in Kapitel 4 festgelegt. Danach folgt die Ableitung eines Zustandsraummodelles, welches für etwaige Reglerauslegungen verwendet werden kann.

### 5.1 Nichtlineares Modell

Die Erstellung eines nichtlinearen Modells für den Flex-Shaft erfolgt in enger Anlehnung an das von NEUHEUSER [4] aufgestellte Modell eines steifen Cross-Shaftes. Analog dazu dient das Flex-Shaft-Modell ebenfalls zur Verbindung zweier Wellenstränge an einer beliebigen Stelle.

Als Eingangsgrößen ergeben sich daher notwendigerweise die Drehwinkel  $\varphi_{ib}$  und  $\varphi_{ob}$  sowie die Drehgeschwindigkeiten  $\omega_{ib} = \dot{\varphi}_{ib}$  und  $\omega_{ob} = \dot{\varphi}_{ob}$  der beiden angekoppelten Elemente. Als Ausgangsgrößen erhält man die Reaktionsmomente  $M_{F,ib}$  und  $M_{F,ob}$  auf den entsprechenden Seiten. Das dynamische Verhalten wird durch den Drallsatz mit örtlich konzentrierten Parametern beschrieben, die Anbindung der angrenzenden Bereiche an die zentrale Massenträgheit erfolgt über jeweils eine spielbehaftete Feder-Dämpfer-Kombination. Insgesamt ergibt sich daraus ein mechanisches Ersatzmodell, das schematisch mit allen relevanten Kenn- und Schnittgrößen in Bild 12 dargestellt ist.



**BILD 12:** Schnittgrößen am Flex-Shaft-Abschnitt

Die NEWTONsche Bewegungsgleichung für die Massenträgheit  $J_{FS}$  ergibt sich unter der Annahme eines symmetrischen Flex-Shaftes mit  $c_{ib} = c_{ob} = 2 \cdot c_{FS}$  zu:

$$(32) \quad J_{FS} \cdot \dot{\omega}_{FS} - 2 \cdot d_{FS} (\omega'_{ib} - 2 \cdot \omega_{FS} + \omega'_{ob}) \dots \\ \dots - 2 \cdot c_{FS} (\varphi'_{ib} - 2 \cdot \varphi_{FS} + \varphi'_{ob}) = -M_{R,FS}.$$

Dabei beschreibt  $J_{FS}$  die Massenträgheit,  $c_{FS}$  die Torsionssteifigkeit und  $d_{FS}$  die Strukturdämpfung des gesamten Flex-Shaftes, auf das Reibmoment  $M_{R,FS}$  wird in Abschnitt

5.2 noch detaillierter eingegangen. Aufgrund der spezifischen Flex-Schaft-Eigenschaften wird jedoch in Abhängigkeit der Verdrehrichtung mit unterschiedlichen Steifigkeiten gerechnet:

$$(33) \quad c_{FS} = \begin{cases} c_{FS}^{pos} & \text{für } (\varphi'_{ib} - \varphi'_{ob}) \geq 0 \\ c_{FS}^{neg} & \text{für } (\varphi'_{ib} - \varphi'_{ob}) < 0 \end{cases}$$

Die Strukturdämpfung wird für beide Verdrehrichtungen gleichermaßen abgeschätzt:

$$(34) \quad d_{FS} = \frac{1}{2} (c_{FS}^{pos} + c_{FS}^{neg}) \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$$

Das auftretende mechanische Spiel des Flex-Schaftes wird über die Momentenkopplungen  $M_{F,ib}$  und  $M_{F,ob}$  beschrieben. Im Spielbereich der Inboard-Seite wird unter den Bedingungen

$$(35) \quad \varphi'_{ib} = \begin{cases} \varphi_{FS} & \text{für } |\varphi_{ib} - \varphi_{FS}| < \frac{\varphi_{bl,FS}}{4} \\ \varphi_{ib}^- & \text{für } (\varphi_{ib} - \varphi_{FS}) \geq \frac{\varphi_{bl,FS}}{4} \\ \varphi_{ib}^+ & \text{für } (\varphi_{ib} - \varphi_{FS}) \leq -\frac{\varphi_{bl,FS}}{4} \end{cases}$$

mit

$$(36) \quad \varphi_{ib}^- = \varphi_{ib} - \frac{\varphi_{bl,FS}}{4}$$

$$(37) \quad \varphi_{ib}^+ = \varphi_{ib} + \frac{\varphi_{bl,FS}}{4}$$

für den Drehwinkel und

$$(38) \quad \omega'_{ib} = \begin{cases} \omega_{FS} & \text{für } |\varphi_{ib} - \varphi_{FS}| < \frac{\varphi_{bl,FS}}{4} \\ \omega_{ib} & \text{für } (\varphi_{ib} - \varphi_{FS}) \geq \frac{\varphi_{bl,FS}}{4} \\ \omega_{ib} & \text{für } (\varphi_{ib} - \varphi_{FS}) \leq -\frac{\varphi_{bl,FS}}{4} \end{cases}$$

für die Drehgeschwindigkeit auf die angrenzenden Abschnitte kein Reaktionsmoment  $M_{F,ib}$  bzw.  $M_{F,ob}$  übertragen. Wird der Spielwinkel überschritten (positive bzw. negative Flanke) erfolgt eine Mitnahme und formschlüssige Momentenkopplung.  $\varphi_{bl,FS}$  beschreibt dabei den gesamten Spielwinkel des Flex-Schaftes, der sich in erster Näherung jeweils zur Hälfte auf die beiden Spielbereiche aufteilt (vgl. Bild 12). Für die Outboard-Seite gilt jeweils Entsprechendes.

## 5.2 Parameterbestimmung

Zur Bestimmung des Reibmoments  $M_{R,FS}$  werden die Ergebnisse der dynamischen Messungen aus Kapitel 4.3 herangezogen. Es wird über alle fünf Messreihen und beide Flex-Schaft-Drehrichtungen gemittelt, so dass sich eine endgültige Abhängigkeit des Reibmoments von der Verdrehrichtung, dem Betrag des übertragenen Drehmoments und dem Betrag der Drehzahl ergibt.

Die Approximation erfolgt für ein konstantes Eingangsmoment durch eine STRIBECK-Kurve in Abhängigkeit von

der Drehgeschwindigkeit  $\omega_{FS}$ :

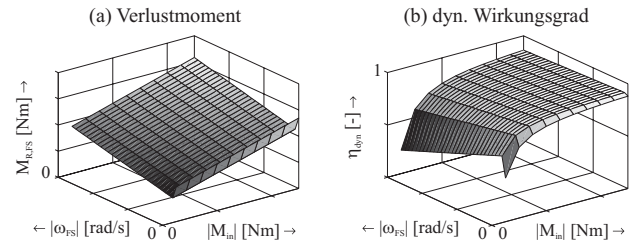
$$(39) \quad M_{R,FS} = \underbrace{M_{H,0,FS} \cdot \text{sign}(\omega_{FS}) \cdot \exp\left(\frac{-|\omega_{FS}|}{\omega_{0,FS}}\right)}_{\text{Haftreibung}} + \dots \\ \dots + \underbrace{M_{C,0,FS} \cdot \text{sign}(\omega_{FS})}_{\text{COULOMB-Reibung}} + \underbrace{d_{vis,FS} \cdot \omega_{FS}}_{\text{viskose Reibung}}$$

Für  $\omega_{FS} = 0$  wird der anzunehmende Datensatz jeweils um einen Wert erweitert, der in etwa das Losbrechmoment widerspiegelt.

Die Ergebnisse der Approximation haben gezeigt, dass bis auf  $M_{C,0,FS}$  alle Koeffizienten sowohl von dem übertragenen Drehmoment als auch von der Verdrehrichtung unabhängig sind.  $M_{C,0,FS}$  weist dagegen für beide Verdrehrichtungen unterschiedliche, lineare Abhängigkeiten auf:

$$(40) \quad M_{C,0,FS} = k_{C,0,FS}^{(1)} \cdot M_{in} + k_{C,0,FS}^{(2)}$$

Bild 13(a) zeigt den qualitativen Verlauf des Reibmoments  $M_{R,FS}$  in Abhängigkeit der Drehzahl und dem Eingangsdrehmoment.



**BILD 13:** Verlustmomente der Näherungsfunktion

Man erkennt für ein konstantes Eingangsmoment über der Drehzahl näherungsweise den Verlauf der STRIBECK-Kurve wieder. Mit zunehmendem Moment steigt dabei der konstante Anteil an, so dass sich das größte Verlustmoment im Nennpunkt bei maximaler Drehzahl und maximalem Drehmoment ergibt. Für negative Verdrehung des Flex-Schaftes ist das Verlustmoment insgesamt minimal größer. Bezieht man das Ausgangsmoment

$$(41) \quad M_{out} = M_{in} - M_{R,FS}$$

auf das Eingangsmoment  $M_{in}$ , so erhält man qualitativ das in Bild 13(b) dargestellte Kennfeld für den dynamischen Wirkungsgrad.

## 5.3 Zustandsraummodell

Die in den Gleichungen (35) und (38) beschriebene Darstellung des mechanischen Spiels kann aufgrund der Fallunterscheidungen nicht durch eine lineare Beschreibung realisiert werden und wird daher vernachlässigt. Dies ist gleichbedeutend mit einem Spielwinkel von  $\varphi_{bl,FS} = 0$ .

Ebenso kann im Zustandsraummodell die verdrehrichtungsabhängige Unterscheidung der Torsionssteifigkeit nicht wiedergegeben werden. Daher wird lediglich mit einem einzigen Kennwert  $c_{FS}$  gearbeitet, so dass die

Möglichkeit besteht, entweder zwei Zustandsraummodelle für beide Verdrehrichtungen oder lediglich ein Modell mit einer gemittelten Steifigkeit zu verwenden.

Abschließend muss nun noch die im nichtlinearen Modell durch Gleichung (39) beschriebene Reibung in geeigneter Form linearisiert werden. Dies geschieht durch Mittlung der im Nennpunkt auftretenden Reibmomente in beide Verdrehrichtungen und unter der Annahme eines rein viskosen Verhaltens:

$$(42) \quad M_{R,FS}^{lin} = d_{vis,FS}^{lin} \cdot \omega_{FS}.$$

Mit diesen Vereinfachungen erhält man für den Flex-Shaft-Abschnitt ausschließlich lineare Zusammenhänge, die durch ein Zustandsraummodell beschrieben werden können. Mit dem Zustandsvektor

$$(43) \quad x_{FS} = \begin{bmatrix} \varphi_{FS} \\ \omega_{FS} \end{bmatrix},$$

der die Bewegungsform der Massenträgheit  $J_{FS}$  beschreibt, dem Eingangsvektor

$$(44) \quad u_{FS} = [\varphi_{ib} \quad \omega_{ib} \quad \varphi_{ob} \quad \omega_{ob}]^T$$

der angreifenden physikalischen Größen und dem Ausgangsvektor

$$(45) \quad y_{FS} = [M_{F,ib} \quad M_{F,ob} \quad \varphi_{FS} \quad \omega_{FS}]^T$$

ergibt sich das Zustandsraummodell des Flex-Shaft-Abschnitts zu:

$$(46) \quad \begin{aligned} \dot{x}_{FS}(t) &= A_{FS} \cdot x_{FS}(t) + B_{FS} \cdot u_{FS}(t) \\ y_{FS}(t) &= C_{FS} \cdot x_{FS}(t) + D_{FS} \cdot u_{FS}(t) \\ x_{FS}(0) &= x_{FS0} \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} A_{FS} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{4c_{FS}}{J_{FS}} & -\frac{4d_{FS} + d_{vis,FS}^{lin}}{J_{FS}} \end{bmatrix}, \\ B_{FS} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2c_{FS}}{J_{FS}} & \frac{2d_{FS}}{J_{FS}} & \frac{2c_{FS}}{J_{FS}} & \frac{2d_{FS}}{J_{FS}} \end{bmatrix}, \\ C_{FS} &= \begin{bmatrix} -2c_{FS} & -2d_{FS} \\ -2c_{FS} & -2d_{FS} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ D_{FS} &= \begin{bmatrix} 2c_{FS} & 2d_{FS} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2c_{FS} & 2d_{FS} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

## 6 ZUSAMMENFASSUNG

Um die Funktionsweise flexibler Wellentransmissionen verstehen und Aussagen über deren mechanisches Verhalten treffen zu können, wird in diesem Artikel zunächst ein grundlegendes, mechanisches Modell entwickelt, mit dessen Hilfe aus gegebenen geometrischen Daten in Verbindung mit den Werkstoffkennwerten Voraussagen über die

Steifigkeit des Flex-Shaftes getroffen werden können. Weiterhin werden qualitative Abschätzungen zum Reibverhalten in Abhängigkeit der Größen Drehmoment und Drehzahl vorgestellt.

Zur Validierung dieser Modelle und zur Untersuchung weiterer Effekte werden anschließend diverse Messergebnisse unter verschiedenen Integrationsbedingungen vorgestellt. Die statischen Messungen dienen zur Ermittlung der Steifigkeiten und des Spielwinkels sowie der statischen Wirkungsgrade und den sogenannten Momentübertragungs-Koeffizienten. Die dynamischen Messungen hingegen ermöglichen die Bestimmung des Wirkungsgrades in Abhängigkeit des Eingangsmomentes und der Drehzahl. Beide Ergebnisse werden dann zusammengefasst und durch eine dreidimensionale Näherungsfunktion approximiert, die in zwei später vorgestellten linearen bzw. nicht-linearen Modellierungen verwendet werden kann. Alle gewonnenen Daten können durch theoretische Überlegungen in Zusammenhang mit dem bereits erwähnten mechanischen Grundlagenmodell erklärt werden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass der Einsatz von flexiblen Transmissionswellen in Einzelklappenantriebssystemen durchaus möglich ist. Im Vergleich zu einem steiferen Cross-Shaft konnte auch unter ungünstigen Integrationsbedingungen keine wesentliche Verschlechterung des Wirkungsgrades festgestellt werden.

Es bleibt allerdings festzuhalten, dass alle hier behandelten Versuche bei normaler Raumtemperatur und niedriger Luftfeuchtigkeit durchgeführt wurden. Die Einsatzgebiete von Transportflugzeugen weisen jedoch im Allgemeinen deutlich niedrigere Temperaturen auf, bei denen unter anderem der Wirkungsgrad des Flex-Shaftes durch die Viskositätserhöhung des Schmiermittels erheblich sinken wird. Um die dabei wirkenden Phänomene besser verstehen und eventuell auftretende Probleme eliminieren zu können, sind weitere Messungen im Tieftemperaturbereich und unter ungünstigen Feuchtigkeitsbedingungen notwendig.

## DANKSAGUNG

Die Autoren danken der LIEBHERR AEROSPACE LINDENBERG GMBH für die Finanzierung und freundliche Unterstützung des Forschungsprojektes *Elektronisch synchronisierte Klappensysteme*.

## SCHRIFTTUM

- [1] BARTZ, W. J.: *Schmierfette: Zusammensetzung, Eigenschaften, Prüfung und Anwendung*. Expert-Verlag, Renningen, 2000.
- [2] BEITZ, W. UND GROTE, K.-H.: *Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1997.
- [3] MAGNUS, K. UND MÜLLER, H. H.: *Grundlagen der Technischen Mechanik*. Teubner, Stuttgart, 1990.
- [4] NEUHEUSER, T.; HOLERT, B.; CARL, U. B.: *Elektrische Antriebssysteme für ein zentrales Landeklappensegment*. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, DGLR-JT 2002-192, Stuttgart, 24.-27. September 2002.