

59 | 1958

## SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

K. Wieghardt

# Betrachtungen zum Zähigkeitswiderstand von Schiffen

**TUHH**

*Technische Universität Hamburg-Harburg*

*Sonderabdruck aus*  
**Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft**  
**52. Band 1958**  
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg  
Printed in Germany

---

**K. Wieghardt**  
**Betrachtungen zum Zähigkeitswiderstand von Schiffen**

**Nicht im Handel**

Nachdruck ohne Genehmigung der Schiffbautechnischen Gesellschaft, Hamburg, nicht gestattet

# Betrachtungen zum Zähigkeitswiderstand von Schiffen

Von Prof. Dr. K. Wieghardt, Hamburg

## Einleitung

Das allgemeine Problem des „zäh“ Widerstands bestände eigentlich darin, für ein beliebiges Schiff den Anteil des Widerstands, der allein durch die Zähigkeit des Wassers verursacht wird, vorauszuberechnen. Eine strenge Behandlung dieses Problems des dreidimensionalen Körpers in Parallelströmung ist aber so lange unmöglich, als eine genaue Theorie der turbulenten Strömungen fehlt. Aus dem gleichen Grund ist selbst das viel bescheidenere Problem der Extrapolation von Widerstandsmessungen an Modellen auf die Reynolds-Zahl der Großausführung noch nicht so gut gelöst, daß nicht doch ab

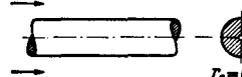
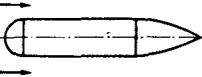
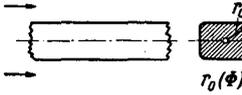
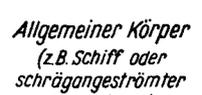
	$p_{st} = \text{const}$ (Allgemeiner Zylinder längsangeströmt)	$p_{st} \neq \text{const}$
<b>Zweidimensionale Strömung</b>  Ebene Strömung Querkr. = 0	 <p><i>Ebene Platte</i></p> $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ $\rho \left[ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$ $\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \bar{u}'v'$	 <p><i>Allgemeine ebene Strömung (z.B. Tragflügel)</i></p>
<b>Zweidimensionale Strömung</b>  Rotations-symmetrische Strömung Querkr. = 0	 <p><i>Kreiszyylinder</i></p> <p><math>r_0 = \text{const.}</math></p> $\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0$ $\rho \left[ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \tau_{xr}$ $\tau_{xr} = \mu \frac{\partial u}{\partial r} - \rho \bar{u}'v'$	 <p><i>Drehkörper</i></p>
<b>Dreidimensionale Strömung</b>  Allgemeiner Zylinder oder Balken (z.B. paralleles Mittelschiff)	 <p><i>Allgemeiner Zylinder oder Balken (z.B. paralleles Mittelschiff)</i></p> <p><math>r_0(\phi)</math></p> $\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0$ $\rho \left[ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \tau_{xr} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \tau_{x\phi}$ $\tau_{xr} = \mu \frac{\partial u}{\partial r} - \rho \bar{u}'v'; \tau_{x\phi} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} - \rho \bar{u}'v'$	 <p><i>Allgemeiner Körper (z.B. Schiff oder schrägangeströmter Drehkörper)</i></p>

Bild 1. Einteilung von Körperumströmungen.

sional ist, je nachdem ob zwei oder drei Raumkoordinaten zur Beschreibung der Strömung nötig sind, und 3. ob die Grenzschichtströmung quer zur Hauptströmungsrichtung gekrümmt ist oder nicht.

Die allgemeinen Zylinder seien kurz als „Balken“ und nur der Kreiszyylinder selbst als „Zylinder“ bezeichnet; das parallele Mittelschiff – an der Wasserlinie gespiegelt – ist offenbar ein Beispiel eines

und zu Fehlabschätzungen möglich sind, trotz des großen Zahlenmaterials und der Erfahrung der Schiffbauversuchsanstalten. Man muß deshalb immer wieder versuchen, die halbempirischen Extrapolationsmethoden durch möglichst viele theoretisch oder experimentell gut fundierte Einzelkenntnisse zu stützen und zu verfeinern. Dabei ist es wohl zweckmäßig, von möglichst einfachen Körpern allmählich zum allgemeinen Schiffskörper aufzusteigen.

Der zähe Widerstand eines Körpers ergibt sich aus den tangentialen Reibungskräften und den Druckkräften senkrecht zur Oberfläche; am Hinterschiff wird ja die Verteilung des statischen Drucks gegenüber der Potentialtheorie idealer Flüssigkeiten so geändert, daß sich eine nichtverschwindende Resultierende – der Druckwiderstand – ergibt. Die einfachsten Körper sind nun diejenigen, bei denen im ganzen Strömungsfeld der Druck konstant ist und keine Druckkräfte auftreten, also längsangeströmte Zylinder beliebigen Querschnitts, wie z. B. Prismen. In Bild 1 sind die Strömungen um beliebige Körper eingeteilt nach folgenden Merkmalen: 1. ob der statische Druck  $p_{st}$  überall konstant ist oder nicht, 2. ob die Strömung zwei- oder dreidimensional ist, je nachdem ob zwei oder drei Raumkoordinaten zur Beschreibung der Strömung nötig sind, und 3. ob die Grenzschichtströmung quer zur Hauptströmungsrichtung gekrümmt ist oder nicht.

Balkens in unbegrenzter Parallelströmung. In Zylinderkoordinaten ist der Achsabstand der Balkenoberfläche  $r_0$  unabhängig von der Koordinate  $x$  in Strömungsrichtung und nur eine Funktion des Meridianwinkels  $\Phi$ , also  $r_0(\Phi)$ . Beim Zylinder ist speziell  $r_0 = \text{const.}$ , und die unendlich breite ebene Platte ist wiederum hiervon ein Spezialfall mit  $r_0 \rightarrow \infty$ . Die in Bild 1 angegebenen Kontinuitäts- und Grenzschichtgleichungen lassen erkennen, wie die Grundgleichungen immer komplizierter werden, je allgemeiner der Querschnitt des Balkens ist.

Im folgenden wird zunächst über theoretische Ansätze zur Platten- und Zylinderströmung berichtet, dann über Grenzschichtmessungen an einem Zylinder und an zwei Balken mit quadratischem Querschnitt, von denen der eine abgerundete Kanten hat. Den Schluß bilden Bemerkungen über den Druckwiderstand von Ausläufen an einem langen Zylinder.

### 1. Ähnlichkeitsgesetze für Platten- und Zylinderströmung

Seit L. Prandtl 1904 die Grenzschichtgleichungen aufgestellt hat, ist die Berechnung laminarer Grenzschichten im wesentlichen nur noch eine Aufgabe für angewandte Mathematiker, da hier der Zusammenhang zwischen der Schubspannung und der Geschwindigkeitsverteilung bekannt ist. Trotzdem ist die Grenzschicht am Zylinder – mit Berücksichtigung ihrer Querkrümmung – erst vor wenigen Jahren berechnet [21, 7] und das Problem der Grenzschicht längs eines Balkens (ohne Kanten) erst vor kurzem in Angriff genommen worden [5].

Für die uns interessierenden turbulenten Reibungsschichten weiß man dagegen zunächst nur, daß ein direkter Zusammenhang zwischen der Schubspannung und dem örtlichen Feld der mittleren Geschwindigkeiten im allgemeinen nicht besteht. Man benutzt deshalb hier gar nicht die eigentliche Grenzschichtgleichung, sondern nur ein spezielles Integral darüber, nämlich den Impulssatz, der die örtliche Wand Schubspannung  $\tau_0$  mit der dortigen Geschwindigkeitsverteilung verknüpft, so daß aus gemessenen Geschwindigkeitsprofilen der Widerstand berechnet werden kann. Durch dimensionsanalytisch begründete Ähnlichkeitsannahmen versucht man dann solche Meßergebnisse zu verallgemeinern, vor allem für höhere Reynolds-Zahlen, als sie im Versuch erreichbar sind; dabei müssen freilich nicht nur Zahlenkonstanten, sondern auch ganze Funktionsverläufe dem Experiment entnommen werden.

#### A. Plattenströmung

Bezeichnungen:

$x$  = Entfernung von der Plattenvorderkante  
 $y$  = Wandabstand  
 $\delta(x)$  = Grenzschichtdicke; für  $y \geq \delta$ :  $u = U$

$u, v$  = mittlere Geschwindigkeit in  $x$ - und  $y$ -Richtung  
 $U$  = Anströmgeschwindigkeit  
 $u_*$  = Schubspannungsgeschwindigkeit

Verdrängungsdicke:

$$\delta_1 = \int_0^\delta (1 - u/U) dy$$

Formparameter:

$$H = \delta_1/\delta_2 = 1/(1 - \gamma_2 \omega) \quad \text{und} \\ H_{32} = \delta_3/\delta_2 = (2 - 3 \gamma_2 \omega + \gamma_3 \omega^2)/(1 - \gamma_2 \omega).$$

Impulsverlustdicke:

$$\delta_2 = \int_0^\delta (1 - u/U) \frac{u}{U} dy$$

$$\omega = u_*/U = \sqrt{\tau_0/\rho U^2} = \sqrt{c_f'/2} \\ \tau = \text{laminare und turbulente Schubspannung} \\ \tau_0 = \text{Wand Schubspannung}$$

Energieverlustdicke:

$$\delta_3 = \int_0^\delta [1 - (u/U)^2] \frac{u}{U} dy$$

$$c_f' = \tau_0/\frac{\rho}{2} U^2 = \text{örtlicher Reibungswert}$$

$$\Delta = \int_0^\delta \frac{U-u}{u_*} dy = \delta_1/\omega$$

$$c_f = \frac{1}{x} \int_0^x c_f' dx = 2 \delta_2/x$$

$$\gamma_1 = \int_0^{\delta/\Delta} \frac{U-u}{u_*} d y/\Delta = 1$$

$$\rho = \text{Flüssigkeitsdichte} \\ \nu = \text{kinematische Zähigkeit} \\ Re = Ux/\nu = \text{Reynolds-Zahl}$$

$$\gamma_2 = \int_0^{\delta/\Delta} \left(\frac{U-u}{u_*}\right)^2 d y/\Delta = \frac{H-1}{\omega H}$$

Energiedissipation:

$$E = \int_0^\delta \frac{\tau}{\tau_0} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u}{u_*}\right) dy$$

$$\gamma_3 = \int_0^{\delta/\Delta} \left(\frac{U-u}{u_*}\right)^3 d y/\Delta = \frac{H + H_{32} - 3}{\omega^2 H}$$

$\left(\tau \frac{\partial u}{\partial y}\right)$  ist die Energie je Raum- und Zeiteinheit, die in Wärme umgewandelt, also dissipiert wird.)

Mit diesen Bezeichnungen lauten Kontinuitäts- und Grenzschichtgleichungen für die Plattenströmung:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\tau}{\rho} \quad (2)$$

Daraus folgen durch Integration  $\int_0^\delta$  Gl. (2)  $dy$ , bzw.  $\int_0^\delta$  Gl. (2)  $u \, dy$  der Impulssatz

$$d\delta_2/dx = \tau_0/\rho U^2 = \omega^2, \text{ mit } \omega = u_*/U \quad (3)$$

und der Energiesatz

$$d\delta_3/dx = 2 E \omega^3 \quad (4)$$

mit

$$E = \int_0^\delta \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u}{u_*} \right) dy. \quad (4a)$$

Im Rahmen der Grenzschichttheorie gelten alle diese Gleichungen streng für laminare oder turbulente Strömung.

Für das Geschwindigkeitsprofil in turbulenten Plattenreibungsschichten sind nun folgende Ähnlichkeitsbeziehungen innerhalb der Versuchsgenauigkeit gefunden worden:

$$\alpha) \text{ Wandgesetz: } u/u_* = f(u_* y/\nu) \quad \text{für sehr kleine Wandabstände} \quad (5)$$

$$\beta) \text{ Außengesetz: } (U - u)/u_* = g(y/\Delta) \quad \text{für mittlere und große Wandabstände} \quad (6)$$

$\gamma)$  Es gibt einen Bereich kleiner Wandabstände, in dem Wand- und Außengesetz gleichzeitig gelten.

Setzt man voraus, daß diese Beziehungen auch mathematisch streng erfüllt sind, so kann man, wie C. B. Millikan [17] gezeigt hat, das logarithmische Geschwindigkeitsprofil daraus folgern:

$$u/u_* = f = A \ln u_* y/\nu + B \quad (7)$$

und

$$(U - u)/u_* = g = 1/\omega - f = -A \ln y/\Delta + C, \quad (8)$$

beides zunächst nur für  $y$ -Werte im gemeinsamen Gültigkeitsbereich ( $\ln =$  natürlicher Logarithmus,  $\log =$  Zehnerlogarithmus). Eliminiert man dort aus beiden Gleichungen  $y$ , so wird allgemein:

$$1/\omega = A \ln u_* \Delta/\nu + B + C = A \ln U \delta_2/\nu + A \ln H + B + C. \quad (9)$$

Wegen des Zusammenhangs von  $\omega$  mit der Impulsdicke  $\delta_2$  nach (3) kann man dies als Differentialgleichung für  $\delta_2(x)$  auffassen, aus der durch Integration der Gesamt Widerstand der Platte

$$c_f(Re) = 2 \delta_2/x \quad (10)$$

gefunden werden kann.

D. Coles (1954) [4] integriert Gleichung (9) unter der Annahme – ähnlich wie früher F. Schultz-Grunow [20] –, daß nur das Außengebiet zu den Integralen  $\delta_1$  und  $\delta_2$  beiträgt, also  $\gamma_1$  und  $\gamma_2 = \text{const.}$

L. Landweber (1952) [12] berücksichtigt jedoch dabei auch das Wandgesetz, so daß die Hilfsgrößen  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  Funktionen von  $\omega$  werden, und erhält in Parameterdarstellung  $c_f(\omega)$  und  $Re(\omega)$ .

P. S. Granville [8] schließlich eliminiert daraus  $\omega$  und erhält eine recht komplizierte Formel für  $c_f(Re)$ , die verschiedene ältere Widerstandsformeln als Spezialfälle für gewisse Vernachlässigungen enthält, wie die von Schoenherr [19], Lap-Trust [14] und Hughes [10]. Außer der Funktion  $g$  für das Außengesetz sind dabei natürlich jeweils noch andere Zahlenwerte Versuchen zu entnehmen.

Dr. K. Hasselmann vom Institut für Schiffbau hat nun untersucht, ob man weitere theoretische Aussagen gewinnen kann, wenn man neben der Impulsgleichung auch den Energiesatz berücksichtigt. Für die dimensionslose Energiedissipation  $E$  ergibt sich zunächst durch Elimination von  $\delta_2$  aus (3) und (4):

$$E = \frac{H_{32}}{2\omega} + \frac{\delta_2}{2\omega^3} \frac{dH_{32}}{d\omega} \frac{d\omega}{dx}. \quad (11)$$

Aus den bisherigen Annahmen  $\alpha)$ ,  $\beta)$  und  $\gamma)$  folgte Gleichung (9), aus der  $d\omega/dx$  berechnet und in (11) eingesetzt werden kann:

$$E = \frac{H_{32}}{2\omega} \left\{ 1 - \frac{d \ln H_{32}/d\omega}{1/A \omega^2 + d \ln H/d\omega} \right\}. \quad (12)$$

Bis hierher hat der Energiesatz nur eine neue Unbekannte  $E$  in die Rechnung eingeführt, die nun durch eine weitere Annahme mit den bisherigen Grenzschichtgrößen verknüpft werden muß. Als solche liegt nahe die Annahme:

δ) die Schubspannungsprofile seien längs der Platte ähnlich, d. h.  $\tau/\tau_0 = t(y/\Delta)$ .

Denn es ist zu vermuten, daß man damit nach der Definitionsgleichung (4a) eine gute Näherung für  $E$  berechnen kann. P. S. Klebanoff [11] hat nämlich durch Hitzdrahtmessungen an einer Platte festgestellt, daß 85% der gesamten laminaren und turbulenten Energiedissipation in äußerster Wandnähe für  $u_* y/\nu < \text{rd. } 30$  erfolgt, wo noch durchaus  $\tau = \tau_0$  gesetzt werden kann. Nur die restlichen 15% Dissipation können also überhaupt noch vom Außengesetz und der Annahme δ) abhängen. Wenn die Grenze für  $\tau = \tau_0$  bei  $g = g_0 = [(U - u)/u_*]_0$  im gemeinsamen Gültigkeitsbereich von Wand- und Außengesetz liegt, so wird

$$E = \int_0^{U/u_*} \frac{\tau}{\tau_0} d \frac{u}{u_*} = \int_0^{U/u_* - g_0} 1 \cdot d \frac{u}{u_*} + \int_{U/u_* - g_0}^{U/u_*} \frac{\tau}{\tau_0} d \frac{u}{u_*} = \tag{13}$$

$$= 1/\omega - g_0 - \text{const.} = 1/\omega - a, \text{ mit } a = \text{const.}$$

In Bild 2 ist nun  $E(\omega)$  aufgetragen, wie es sich einerseits aus Gl. (12) ergibt, wobei numerisch das Außengesetz nach D. Coles [4] benutzt wurde. Andererseits sieht man, daß diese Funktion  $E(\omega)$  sich tatsächlich gut durch  $1/\omega - a$  annähern läßt, wenn man  $a = 3,1$  setzt; dieser Wert ergibt sich auch nach Gl. (13) aus gemessenen Schubspannungen und Geschwindigkeitsprofilen.

Allerdings hat bereits A. A. Townsend [23] gezeigt, daß die Schubspannungsprofile erst für sehr große  $Re$ -Zahlen ( $> 10^9$ ) ähnlich werden können, wenn ein Außengesetz für die Geschwindigkeiten gilt und einen gemeinsamen Gültigkeitsbereich mit dem Wandgesetz hat; d. h. die Annahme δ) kann nicht streng gelten, falls α), β) und γ) zutreffen.

Trotzdem wäre es denkbar, daß der Turbulenzmechanismus so verläuft, daß die Annahme:

$$\epsilon) E = 1/\omega - a$$

ausreichend genau erfüllt ist, auch ohne daß die Annahme δ) streng richtig ist. Solche, allerdings etwas gekünstelt erscheinende Hypothesen müssen übrigens auch bei den neueren Rechenverfahren für turbulente Reibungsschichten mit Druckanstieg oder -abfall gemacht werden (vgl. etwa [25]); freilich ist dort diese Hauptschwierigkeit durch das Vorhandensein weiterer Glieder zur Berücksichtigung des Druckgefälles etwas verschleiert.

Wenn wir jetzt probeweise die Annahme ε) streng voraussetzen, ist das bisherige Gleichungssystem mit α), β) und γ) überbestimmt. Wir wollen daher γ), die Annahme eines gemeinsamen Gültigkeitsbereiches von Wand- und Außengesetz, fallenlassen; L. Landweber [12] hat darauf hingewiesen, daß diese Annahme zumindest bei kleineren  $Re$ -Zahlen fraglich ist. Aus Impuls- und Energiesatz folgt dann

$$d \ln \delta_2/d\omega = \frac{d H_{32}/d\omega}{2\omega E - H_{32}} = \frac{d H_{32}/d\omega}{2 - 2a\omega - H_{32}} \tag{14}$$

Durch Integration erhält man jetzt statt Gl. (9) die Widerstandsformel

$$\ln U \delta_2/\nu = \text{const.} + C_1 \ln \omega + C_2 \ln (C_3 - \omega) - \ln H(\omega) \tag{15}$$

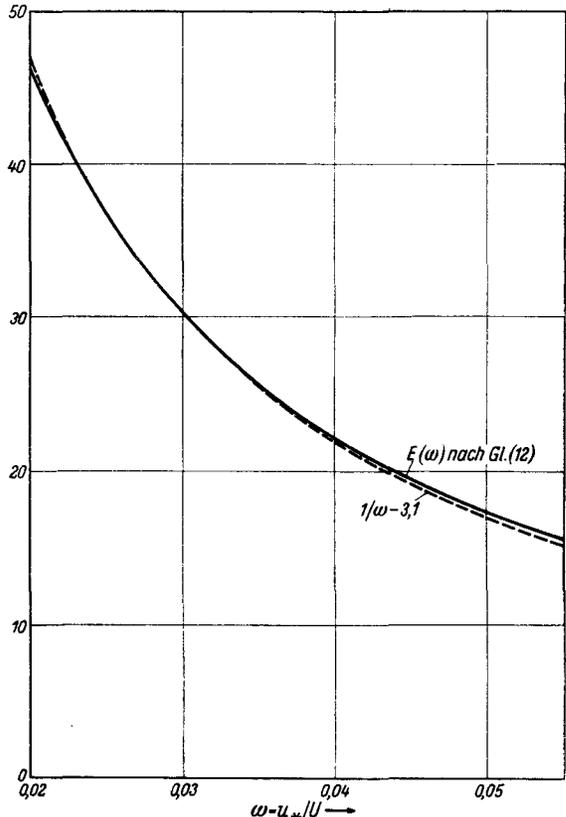


Bild 2. Plattenströmung: Energiedissipation abhängig von der örtlichen Wandschubspannung.

mit  $C_1 = \frac{\gamma_2}{2a - \gamma_2}$ ,  $C_2 = \frac{2a\gamma_2 - 2\gamma_3}{\gamma_3 - 2a\gamma_2} - \frac{\gamma_2}{2a - \gamma_2}$  und  $C_3 = \frac{2a - \gamma_2}{2a\gamma_2 - \gamma_3}$ .

Extrapoliert man zur Berechnung der Impuls- und Energiedicke das Außengesetz bis an die Wand, so erhält man mit  $g(y/\Delta)$  nach Coles [4] für die Hilfsgrößen  $\gamma_2 = 7,16$  und  $\gamma_3 = 60,9$ . (Erst zur genaueren Bestimmung dieser Größen würde das Wandgesetz zusätzlich benötigt werden.) Nimmt man ferner wieder  $a = 3,1$  an und setzt die Integrationskonstante =  $-2,06$  zur Anpassung an gemessene örtliche Widerstandsbeiwerte, so wird

$$\log U \delta_2/\nu = -2,06 - 7,46 \log \omega + 2,77 \log (0,0582 - \omega) + \log (1 - 7,16 \omega). \tag{16}$$

Der daraus gewonnene  $c_f$ -Verlauf in Abhängigkeit von  $U \delta_2/\nu$  liegt nach Bild 3 zwischen dem von L. Landweber [13] für Potenz- oder logarithmische Profile; entsprechend fiele die Gesamtwiderstandskurve  $c_f(Re)$  aus.

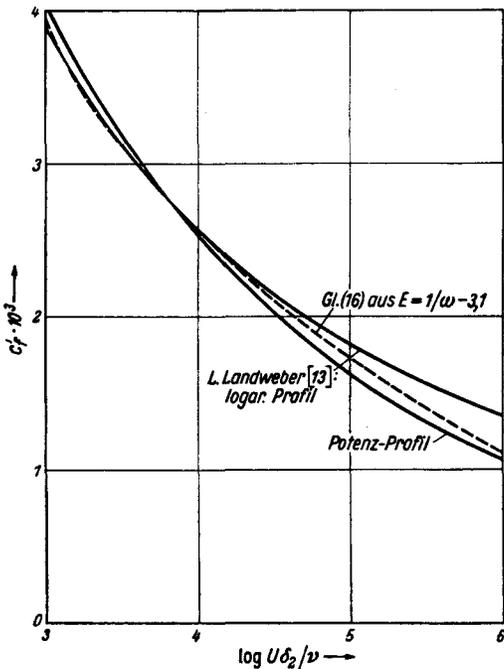


Bild 3. Plattenströmung: Wandschubspannung abhängig von der Re-Zahl der Reibungsschicht.

Unbefriedigend ist es jedoch, daß die obigen drei Parameter  $C_{1,2,3}$  und damit auch die Lösung der Gl. (15) so stark von der kleinen Differenz  $\gamma_2 - 2a = 7,16 - 6,2 = 0,96$  abhängen. Es kommt also doch gerade auf eine genaue Kenntnis der Größe  $a$  an, der im wesentlichen der kleine Dissipationsanteil außerhalb der wandnächsten Schicht entspricht.

Man kann das auch damit erklären, daß Impuls- und Energiesatz Aussagen über zwei sehr ähnliche Größen enthalten, nämlich über das Anwachsen der Impuls- und der Energieverlustdicke  $d\delta_2/dx$  und  $d\delta_3/dx$ . Da das Geschwindigkeitsprofil nur wenig von der  $Re$ -Zahl abhängt, bleiben die beiden Grenzschichtdicken  $\delta_2$  und  $\delta_3$  fast proportional, und ihr Verhältnis  $H_{32}$  ändert sich nur sehr langsam längs der Platte. Die Differenz von Energie- und Impulssatz gibt zwar eine exakte Aussage über die kleine Größe  $dH_{32}/dx$ ; zu ihrer Nutzbarmachung braucht man aber dementsprechend auch sehr genaue empirische Kenntnisse über die zunächst unbekannte Energie-dissipation  $E$ , also auch über die Konstante  $a$ . Deshalb können erst weitere genauere Hitzdrahtmessungen der Schubspannungen oder der Dissipation hier weiterhelfen.

Um nachzuprüfen, ob die Schubspannungsprofile ähnlich sein können, wenn Wand- und Außengesetz keinen gemeinsamen Gültigkeitsbereich haben, kann man in den aus (1) und (2) folgenden Ausdruck für  $\tau/\tau_0$ :

$$\tau/\tau_0 = 1 + \frac{1}{u_*^2} \frac{d}{dx} \int_0^y u^2 dy - \frac{u}{u_*^2} \frac{d}{dx} \int_0^y u dy \tag{17}$$

das Außengesetz für die Geschwindigkeit einsetzen:

$$\begin{aligned} \frac{\tau - \tau_0}{\tau_0} = & \frac{\Delta d \ln \Delta}{dx} \left\{ \frac{g}{\omega} \frac{y}{\Delta} - \frac{1}{\omega} \int_0^{y/\Delta} g d \frac{y}{\Delta} + \int_0^{y/\Delta} g^2 d \frac{y}{\Delta} - g \int_0^{y/\Delta} g d \frac{y}{\Delta} \right\} + \\ & + \frac{\Delta d \ln \omega}{dx} \left\{ 2 \int_0^{y/\Delta} g^2 d \frac{y}{\Delta} - (g + 1/\omega) \int_0^{y/\Delta} g d \frac{y}{\Delta} \right\}. \end{aligned} \tag{18}$$

Wenn man nun mit Impuls- und Energiesatz  $d \ln \Delta/dx$  und  $d \ln \omega/dx$  als Funktionen von  $\omega$  darstellt, erhält man  $\tau/\tau_0$  als Funktion von  $y/\Delta$  und von  $\omega$ , die auch hier erst bei sehr hohen  $Re$ -Zahlen unabhängig von  $\omega$  wird. D. h. aber, daß auch allgemein die Annahme ähnlicher Schubspannungsprofile mit dem Außengesetz für die Geschwindigkeit unvereinbar ist.

Die Strömung längs einer rauhen Platte hat vor kurzem P. S. Granville [9] ähnlich analysiert wie die glatte Platte. Die Annahmen

Wandgesetz  $u/u_* = f(u_* y/\nu, u_* k/\nu)$  mit  $k =$  Rauigkeitshöhe,

Außengesetz  $(U - u)/u_* = g(y/\Delta)$  und

gemeinsamer Gültigkeitsbereich

führen zu der zu Gl. (9) analogen Formel:

$$1/\omega = A \ln u_* \Delta/\nu + B_1 (k u_* / \nu) + C \quad (19)$$

$$= A \ln \Delta/k + B_2 (k u_* / \nu) + C \quad (20)$$

Dabei ist im hydraulisch glatten Bereich  $B_1 = B = \text{const.}$ , im ausgebildet rauhen Bereich dagegen  $B_2 = \text{const.}$  Aus dem Energiesatz folgt für den ausgebildet rauhen Bereich eine ähnliche Verträglichkeitsbedingung wie Gl. (12); doch bringt der Energiesatz auch hier noch keine zusätzlichen Erkenntnisse, da die Schubspannungsprofile nicht ähnlich sind und für den Verlauf  $E(\omega, u_* k/\nu)$  im Übergangsbereich überhaupt keine Messungen vorliegen.

### B. Längsangeströmte Zylinder |

Mit  $r_0 =$  Zylinderradius,  $r =$  Abstand von der Drehachse, und  $y = r - r_0 =$  Wandabstand lauten hierfür die Grundgleichungen:

$$\frac{\partial}{\partial x} (ur) + \frac{\partial}{\partial r} (vr) = 0 \quad (21)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau / \rho) \quad (22)$$

Impuls- und Energiesatz, sowie die Bezeichnungen für die Formparameter, bleiben unverändert gegenüber denen der Plattenströmung, wenn die Grenzschichtdicken jetzt so definiert werden:

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{r}{r_0} dy \quad \Delta = \int_0^\delta \frac{U-u}{u_*} \frac{r}{r_0} dy = \delta_1 / \omega$$

$$\delta_2 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{u}{U} \frac{r}{r_0} dy$$

$$\delta_3 = \int_0^\delta \left[1 - \left(\frac{u}{U}\right)^2\right] \frac{u}{U} \frac{r}{r_0} dy \quad E = \int_0^\delta \frac{\tau}{\tau_0} \frac{r}{r_0} \frac{\partial}{\partial r} \frac{u}{u_*} dy$$

Als Wandgesetz wäre hier allgemein anzusetzen:

$$u/u_* = f(u_* y/\nu, u_* r_0/\nu), \quad (23)$$

doch kann man wohl in der hierfür in Betracht kommenden Wandschicht  $y/r_0 \approx 0$  setzen und daher wie an der Platte annehmen:

$$u/u_* = f(u_* y/\nu) \quad (24)$$

Im Außengebiet dagegen muß die Drehsymmetrie und damit die Querkrümmung der Strömung auch schon innerhalb der Grenzschicht berücksichtigt werden:

$$(U - u)/u_* = g(y/\Delta, r_0/\Delta) \quad (25)$$

Für  $r_0/\Delta \rightarrow \infty$  geht diese Funktion in das Außengesetz der Platte  $g(y/\Delta)$  über.

Die Annahme eines gemeinsamen Gültigkeitsbereiches führt im allgemeinen Fall nach Gl. (23) und (25) nur dazu, daß die drei zwei-parametrischen Funktionen  $f, g$  und der örtliche Reibungsparameter  $\omega(u_* \Delta/\nu, r_0/\Delta)$  auf drei ein-parametrische Funktionen zurückgeführt werden können. Vernachlässigt man jedoch die Querkrümmung in der wandnächsten Schicht wie in Gl. (24), so wird im gemeinsamen Gültigkeitsbereich

$$u/u_* = f(u_* y/\nu) = 1/\omega(u_* \Delta/\nu, r_0/\Delta) - g(y/\Delta, r_0/\Delta) \quad (26)$$

Differenziert man dies nach  $y$  und multipliziert dann mit  $y$ , so wird wie an der Platte

$$\frac{u_* y}{\nu} \frac{df}{d(u_* y/\nu)} = - \frac{y}{\Delta} \frac{\partial g}{\partial (y/\Delta)} \quad (27)$$

D. h. die linksstehende Funktion von  $(u_* y/\nu)$  muß gleich der rechtsstehenden Funktion von  $(y/\Delta)$  sein; das ist – für  $u_* \Delta/\nu \neq \text{const.}$  – nur dann möglich, wenn diese Funktionen gleich und konstant =  $A$  sind. Es wird also wieder

$$f(u_* y/\nu) = A \ln u_* y/\nu + B, \quad (28)$$

$$g(y/\Delta, r_0/\Delta) = A \ln y/\Delta + C(r_0/\Delta) \quad (29)$$

und 
$$1/\omega = A \ln u_* \Delta/\nu + B + C(r_0/\Delta). \quad (30)$$

Wenn gemessene Geschwindigkeitsprofile am Zylinder ein Außengesetz wie Gl. (25) bestätigen, und  $A$ ,  $B$  und  $C$  daraus bestimmt sind, kann man aus (30) die örtliche Wandschubspannung und nach Integration den Gesamtwiderstand berechnen.

Die mit der Anwendung des Energiesatzes verbundenen Schwierigkeiten sind die gleichen wie bei der Plattenströmung mit der zusätzlichen Komplikation, daß – wie bei der rauhen Platte – ein weiterer Parameter, nämlich  $r_0/\Delta$ , auftritt. Ferner würde auch hier der Ansatz ähnlicher Schubspannungsprofile  $\tau/\tau_0 = t(y/\Delta, r_0/\Delta)$  dem Außengesetz für die Geschwindigkeit widersprechen.

Wenn auch am rauhen Zylinder entsprechende Ähnlichkeitsgesetze gelten:

$$\text{Wandgesetz } u/u_* = f(u_* y/\nu, u_* k/\nu), \quad \text{mit } k = \text{Rauhigkeitshöhe} \quad (31)$$

$$\text{Außengesetz } (U - u)/u_* = g(y/\Delta, r_0/\Delta),$$

und diese einen gemeinsamen Gültigkeitsbereich haben, so wird

$$1/\omega = A \ln u_* \Delta/\nu + B(u_* k/\nu) + C(r_0/\Delta). \quad (32)$$

Sind für die rauhe Platte  $B(u_* k/\nu)$  und für den glatten Zylinder  $C(r_0/\Delta)$  sowie  $\delta_1/\delta_2 = H(\omega, r_0/\Delta)$  (falls zur Bestimmung von  $\delta_1$  und  $\delta_2$  nur das Außengesetz herangezogen wird) aus Messungen bekannt, so kann das Widerstandsgesetz für rauhe Zylinder daraus berechnet werden.

### C. Allgemeine Bemerkungen zu den obigen Ansätzen

Angesichts der geschilderten Schwierigkeiten, die turbulente Reibungsschicht längs Platten oder Zylinder mit Ähnlichkeitsgesetzen wenigstens so weit theoretisch zu erfassen, daß gemessene Widerstandsbeiwerte auf beliebige *Re*-Zahlen zuverlässig extrapoliert werden können, liegt die Frage nahe, warum dies für die Rohrströmung Prandtl bereits vor mehr als zwanzig Jahren gelungen ist. Einerseits liegt das daran, daß die Rohrströmung eindimensional und die Schubspannungsverteilung überall gleich ist (linear abfallend von der Wand zur Rohrmitte). Andererseits ist für den Unterschied zwischen Rohr- und Plattenströmung besonders die freie Grenze der Plattenreibungsschicht mit dem Übergang in die ungestörte Potentialströmung wesentlich. Dieser Übergang fehlt bei der Rohrströmung, da die Strömung natürlich auch in Rohrmitte turbulent ist. Macht man bei der Platte die äußere Potentialströmung künstlich turbulent, so werden Geschwindigkeits- und Schubspannungsverteilung in der Plattenreibungsschicht denen im Rohr bereits viel ähnlicher [24]. Vor allem aber fanden S. Corrsin [6] und A. A. Townsend [22], daß die Strömung am festgehaltenen Ort in der äußeren Hälfte der Plattenreibungsschicht (etwa für  $0,4 > y/\delta > 1,2$ ) gar nicht dauernd gleichmäßig turbulent ist, sondern nur zeitlich intermittierend. Ein Hitzdraht in der Reibungsschicht zeigt nämlich im Oszillographen zeitlich ganz scharf abgegrenzte Perioden mit turbulenter Strömung, also mit hochfrequenten Schwankungen der Geschwindigkeit, unterbrochen von Zeiten, während derer die Strömung völlig glatt und drehungsfrei verläuft. Nur dadurch, daß in größeren Wandabständen die turbulenten Perioden zeitlich immer seltener werden, nehmen die über die ganze Zeit gemittelten Schwankungen und Schubspannungen am Außenrand der Reibungsschicht ab.

Kinematisch wird dieser Sachverhalt so gedeutet: In der wandnahen Hälfte der Reibungsschicht hat man ein Gemisch von kleinen Wirbeln, denen hochfrequente Schwankungen entsprechen, während in der äußeren Hälfte dieser Strömungsart noch große Wirbel überlagert sind, deren Abmessungen von der Größenordnung der Grenzschichtdicke sind. Da im Rohr diese großen Wirbel fehlen, ist die Rohrströmung auch physikalisch viel einfacher als die Plattenströmung. Und je mehr Einzelheiten über die komplizierte Feinstruktur der Plattenreibungsschicht gemessen werden, um so mehr werden die Theoretiker eingeschüchtert, einfache Annahmen über Bruttogrößen, wie die mittlere Geschwindigkeit oder Schubspannung, aufzustellen. Andererseits brauchte man noch mehr Messungen, speziell über die Schubspannungen und die Energiedissipation, um theoretisch etwa mit Hilfe der Energiegleichung weiterzukommen.

## II. Reibungsschichtmessungen an zylindrischen Körpern

In diesem Abschnitt wird kurz über Ergebnisse aus einer Diplomarbeit von Herrn W. Kleuters berichtet. Im Windkanal des Instituts für Schiffbau wurden die Reibungsschichten ausgemessen an drei längsangeströmten, glatten Balken von 3,5 m Länge und 150 mm Durchmesser; und zwar an einem Kreiszyylinder, einem quadratischen Prisma und einem quadratischen Prisma, dessen Kanten abgerundet waren, um etwa das Doppelmodell eines parallelen Mittelschiffs darzustellen (s. Bild 4). Den Kopf des Zylinders bildete eine Halbkugel, bei den Prismen entsprechende Körper. Die angeführten Messungen betreffen nur das Gebiet zwischen  $x = 0,86$  und 3 m hinter dem Kopf des Modells, wo die Druckstörung vom Kopf bereits völlig abgeklungen ist und andererseits noch keine Störung vom Modell- und Kanalende zu befürchten ist. Die Modelle wurden sorgfältig in Achsrichtung des Kanals aufgehängt und so justiert, daß sich in den vier Symmetrierichtungen gleiche Reibungsschichten einstellen. Nachdem dies sichergestellt war, wurde nur noch in einer Ebene durch die Zylinderachse bzw. in mehreren Ebenen senkrecht zu einer Prismenseite gemessen.

### A. Zylinder

Im Versuchsbereich variierten die wichtigsten Größen zwischen folgenden Werten: Rücklage (von der Übergangsstelle Kopf-Zylinder aus gemessen)  $x = 0,8$  bis 3 m,  $r_0 = 75$  mm,  $U = 15$  oder 30 m/s,  $Re = Ux/\nu = 1$  bis  $6 \cdot 10^6$ , örtlicher Reibungswert  $c_f' = 2,8$  bis  $3,8 \cdot 10^{-3}$ ,  $\omega = u_*/U = \sqrt{c_f'/2} = 0,037$  bis 0,044, Reibungsschichtdicke  $\delta =$  rd. 20 bis 60 mm,  $\delta/r_0 = 0,25$  bis 0,8,  $\Delta = \delta_1/\omega = 60$  bis 200 mm,  $r_0/\Delta = 1,2$  bis 0,4.

In diesem Bereich war die im Außengesetz (25) allgemein formulierte Abhängigkeit von  $r_0/\Delta$  innerhalb der unvermeidlichen Streuung der Meßpunkte nicht feststellbar. Trotzdem wurde ein Ähnlichkeitsansatz versucht, der dadurch nahegelegt wird, daß zur Berechnung der Grenzschichtdicken  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  und  $\delta_3$  immer über  $r/r_0 dy$  zu integrieren ist. Führt man deshalb in der Zylindergrenzschicht einen reduzierten Wandabstand  $z$  so ein, daß

$$dz = \frac{r}{r_0} dy = \frac{r_0 + y}{r_0} dy, \quad \text{also} \quad z = y(1 + y/2r_0), \quad (33)$$

so kann man diese Strömung mit der längs einer Platte (Wandabstand  $y$ ) unmittelbar vergleichen.

Aus den mit einem Staurechen gemessenen Geschwindigkeitsprofilen müssen zunächst die örtlichen Schubspannungsgeschwindigkeiten ermittelt werden. Eine erste Näherung gibt die graphische Differentiation der Impulsdicke:

$$c_f' = 2 d\delta_2/dx = 2(u_{*1})^2/U^2. \quad (34)$$

Trägt man nun  $u/(u_{*1})$  über  $(u_{*1})z/\nu$  auf, so erhält man für das Wandgesetz im Mittel

$$u/(u_{*1}) = A_1' \log (u_{*1})z/\nu + B_1. \quad (35)$$

Sieht man diese Form des Wandgesetzes – aber noch nicht die Konstanten  $A_1'$  und  $B_1$  – als endgültig an, so kann man eine zweite Näherung für  $(u_{*1})_2$  suchen, indem man  $u/U$  über  $\log Uz/\nu$  aufträgt und mit denjenigen Geraden vergleicht, die sich hierfür bei verschiedenen festen Werten für  $u_{*1}/U$  nach Gl. (35) ergeben:

$$u/U = A_1' \frac{u_*}{U} \left( \log Uz/\nu + \log u_*/U + B_1/A_1' \right) \quad (36)$$

Die so gefundenen zweiten Näherungen für  $u_*$  und  $c_f'$  sind in Bild 9 mit aufgetragen; mit diesen ergab sich das in Bild 5 dargestellte Wandgesetz mit den Konstanten

$$A' = 5,4 \quad \text{und} \quad B = 5,2 \quad (37)$$

Diese Konstanten weichen also kaum von denen für die Plattengrenzschicht ab:

Nach Ludwig-Tillmann [15]	$A' = 5$	$B = 6,5$
nach Coles [4]	$A' = 5,75$	$B = 5,10$
nach Landweber [12]	$A' = 6$	$B = 4$

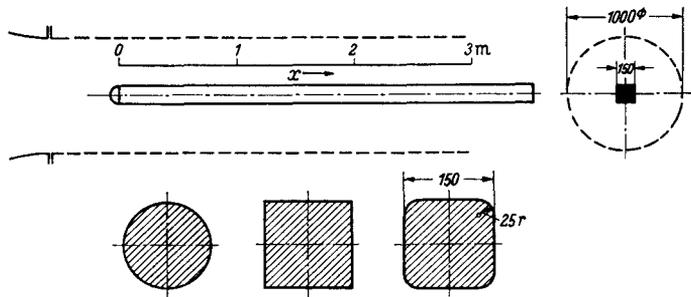


Bild 4. Versuchsanordnung: Balken im Meßkäfig.

Für das Außengesetz (Bild 6) wurde gefunden

$$(U - u)/u_* = -5,4 \log z/\Delta - 0,7. \tag{38}$$

Im gemeinsamen Gültigkeitsbereich gilt wie an der Platte Gl. (9), also hier

$$1/\omega = U/u_* = \sqrt{2/c_f} = 5,4 \log U \delta_2/\nu + 5,2 - 0,7 = 5,4 \log H U \delta_2/\nu + 4,5. \tag{39}$$

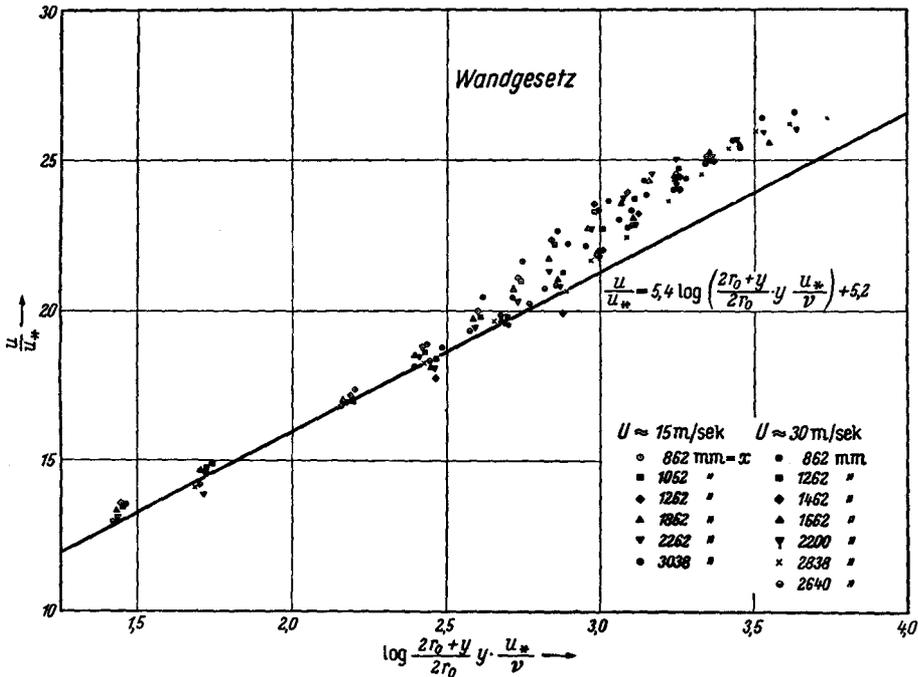


Bild 5. Zylinderströmung: Wandgesetz mit reduziertem Wandabstand.

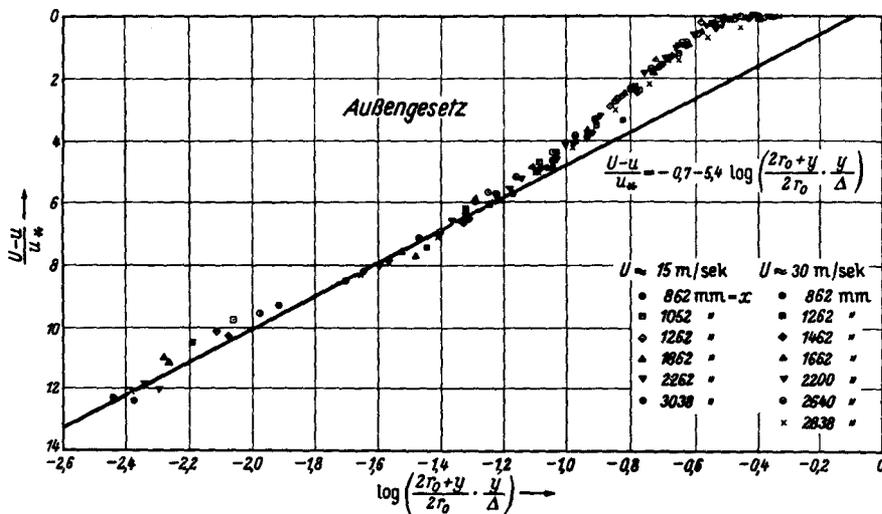


Bild 6. Zylinderströmung: Außengesetz mit reduziertem Wandabstand.

Bild 7 zeigt, daß diese Gl. (39) – die ausgezogene Kurve  $c_f'(U \delta_2/\nu)$  – gut mit den Punkten übereinstimmt, bei denen  $c_f'$ ,  $H$  und  $\delta_2$  direkt aus den jeweiligen gemessenen Profilen berechnet wurden; doch weicht die Kurve deutlich von der für die Platte (nach Coles oder Landweber) gültigen ab. Auch ist – nach Bild 8 – der Formparameter  $H$  der Zylinder Grenzschicht stets kleiner als an der Platte bei gleicher örtlicher  $Re$ -Zahl  $U \delta_2/\nu$ .

Integriert man Gl. (39) für die Wandschubspannung über die Zylinderlänge angefangen vom Meßpunkt mit der kleinsten  $Re$ -Zahl  $U x/\nu = 8 \cdot 10^5$ :

$$c_f = \frac{1}{Re} \left\{ \int_{8 \cdot 10^5}^{Re} c_f' d Re + \text{const.} \right\} \quad (40)$$

so erhält man die in Bild 9 gezeichnete Kurve für  $c_f(Re)$ , wenn die Integrationskonstante  $= 7,04 \cdot 10^3$

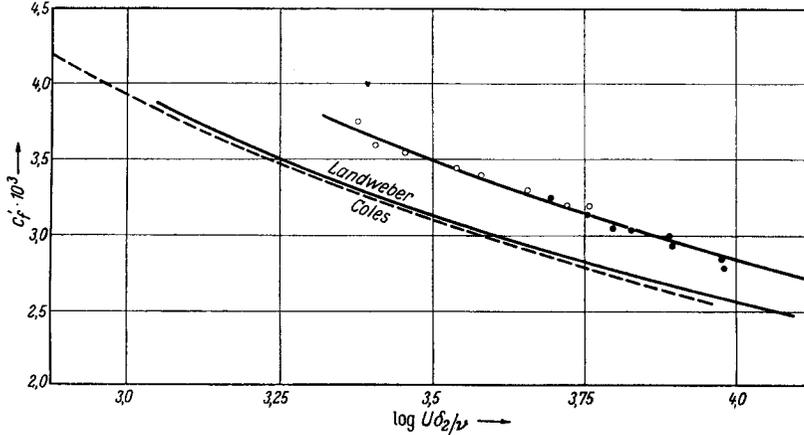


Bild 7. Wandschubspannung abhängig von der  $Re$ -Zahl der Reibungsschicht; Platten- und Zylinderströmung.

gesetzt wird. Diese Kurve paßt fast im ganzen Meßbereich gut zu den direkt bestimmten Gesamtwiderständen nach dem Impulssatz:  $c_f = 2 \delta_2/x$  (Punkte in Bild 9).

Da das obige Formelsystem fast alle Meßpunkte unabhängig von der Anblasgeschwindigkeit und vom Verhältnis Grenzschichtdicke zu Zylinderradius ( $\delta/r_0$  bzw.  $r_0/\Delta$ ) gut wiedergibt, sieht es so aus,

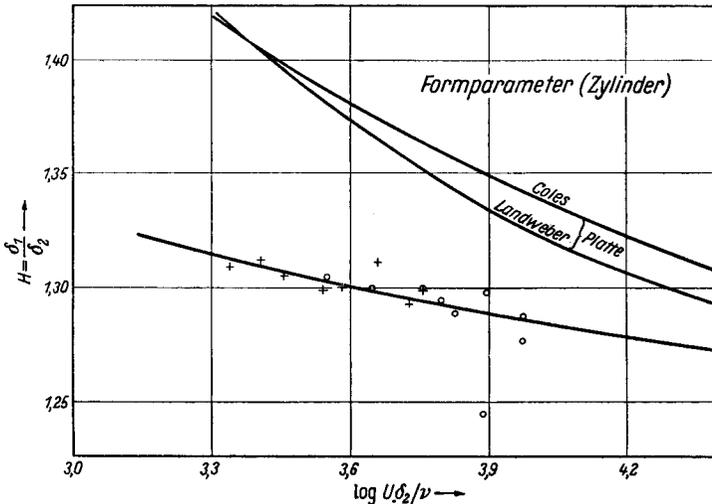


Bild 8. Formparameter abhängig von  $Re$ -Zahl der Reibungsschicht; Platten- und Zylinderströmung.

als ob der Ansatz für Wand- und Außengesetz mit dem reduzierten Wandabstand  $z$  bereits alle turbulenten Reibungsschichten an glatten Zylindern beschreiben könnte. Das trifft aber sicher nicht zu, da es ja dann aus Stetigkeitsgründen auch für die Platte ( $r_0 \rightarrow \infty, z = y$ ) numerisch genauso gelten müßte, was jedoch nach den Bildern 7 und 8 nicht der Fall ist. Die Ähnlichkeitsannahme für das Außengesetz ( $U - u)/u_* = g(z/\Delta)$  ist auch in der Tat nicht zwingend, denn die Auftragung  $(U - u)/u_*$  über dem wahren Wandabstand  $y/\Delta$  in Bild 10 weist auch keine stärkere Streuung auf als die in Bild 6. Die obigen Formeln können demnach nur als nützliche Beschreibung der Reibungsschicht innerhalb

des Meßbereiches angesehen werden. Das Außengesetz nach Bild 10 entspricht übrigens fast dem an der Platte; Abweichungen zeigen sich erst in  $u_*$  oder  $c_f'$  (Bild 7) sowie im Formparameter (Bild 8).

Der allgemeine Effekt der Querkrümmung der Strömung könnte erst durch weitere Messungen an Zylindern von verschiedenem Durchmesser (evtl. an zugeschärften Hohlzylindern) studiert werden.

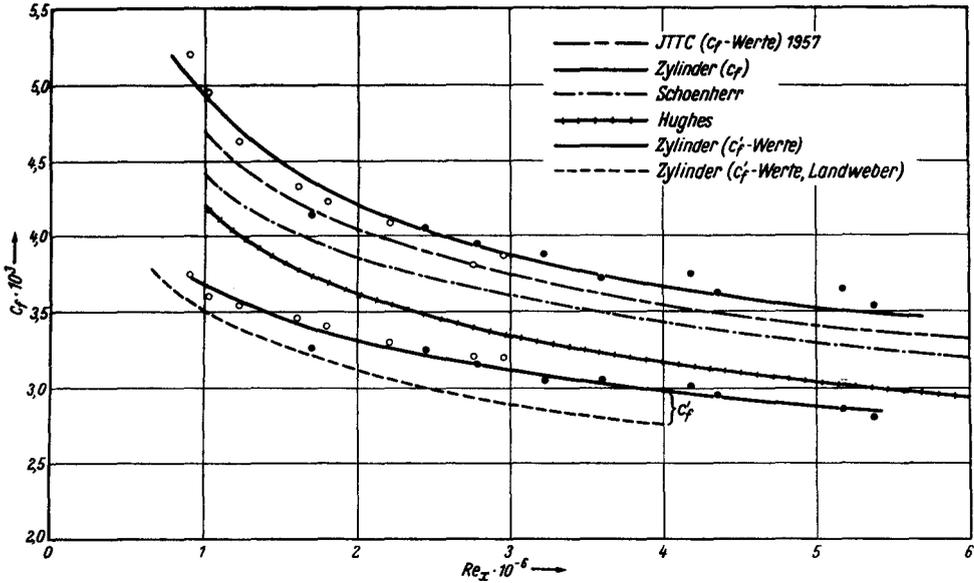


Bild 9. Örtlicher und gesamter Widerstand bezogen auf die Oberfläche; Platten- und Zylinderströmung.

Solche Messungen könnten auch vielleicht die Diskrepanz erklären, die zwischen diesen Messungen und denen von L. Landweber bestehen. L. Landweber berichtete auf dem 8. internationalen Kongreß der Schiffbauversuchsanstalten 1957 über Messungen an einem zylindrischen Stab mit 1 Zoll = 2,54 cm Durchmesser in einem Windkanal. Er findet in den örtlichen und gesamten Widerstandsbeiwerten

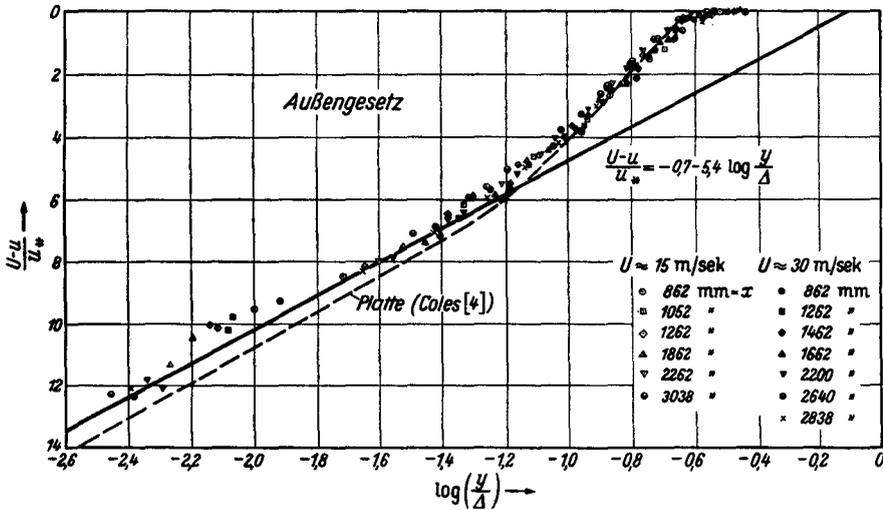


Bild 10. Zylinderströmung; Außengesetz mit wirklichem Wandabstand.

keine Erhöhung gegenüber den Werten von Schoenherr für die Platte (vgl. Bild 9) und zieht daher den Schluß, daß der Effekt der Querkrümmung der Strömung auf den Widerstand vernachlässigbar sei. Im Gegensatz dazu sind unsere  $c_f$ -Werte rd. 8% größer als für die Platte nach Schoenherr (Formfaktor nach Hughes  $r = 1,16$ ), obwohl unsere  $\delta/r_0$ -Werte kleiner sind als bei Landweber und somit der Effekt der Querkrümmung auf den Widerstand bei uns noch kleiner zu erwarten gewesen wäre.

B. Quadratisches und abgerundetes Prisma

Beim quadratischen und beim abgerundeten Prisma mußte bei jeder Rückenlage in mehreren Ebenen senkrecht zur Körperoberfläche gemessen werden, um die Impulsverlustfläche und damit den Gesamtwiderstand des Körpers bis zur jeweiligen Rücklage durch Integration zu ermitteln. Das Ergebnis ist

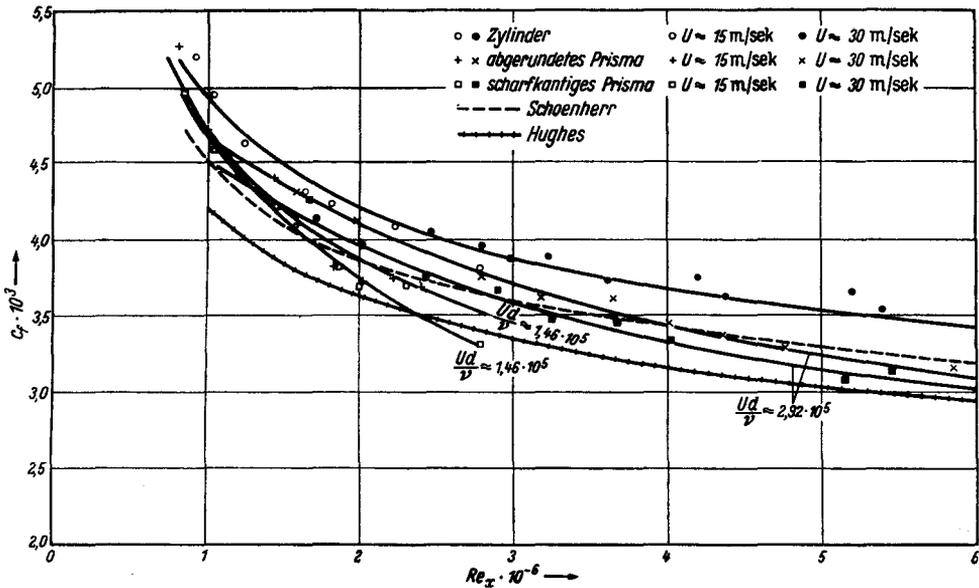


Bild 11. Balkenströmung: Reibungswiderstand bezogen auf die Oberfläche abhängig von der Re-Zahl.

in Bild 11 aufgetragen:  $c_f$  über  $Re$ . Bei diesen nicht-drehsymmetrischen Körpern ist schon im Versuchsbereich der Einfluß des Verhältnisses Grenzschichtdicke zu Querschnittsabmessungen sichtbar, da die  $c_f$ -Werte bei gleichen  $Re$ -Zahlen der Rücklage  $Ux/\nu$  für die beiden Anblasengeschwindigkeiten ( $Ud/\nu = 1,5$

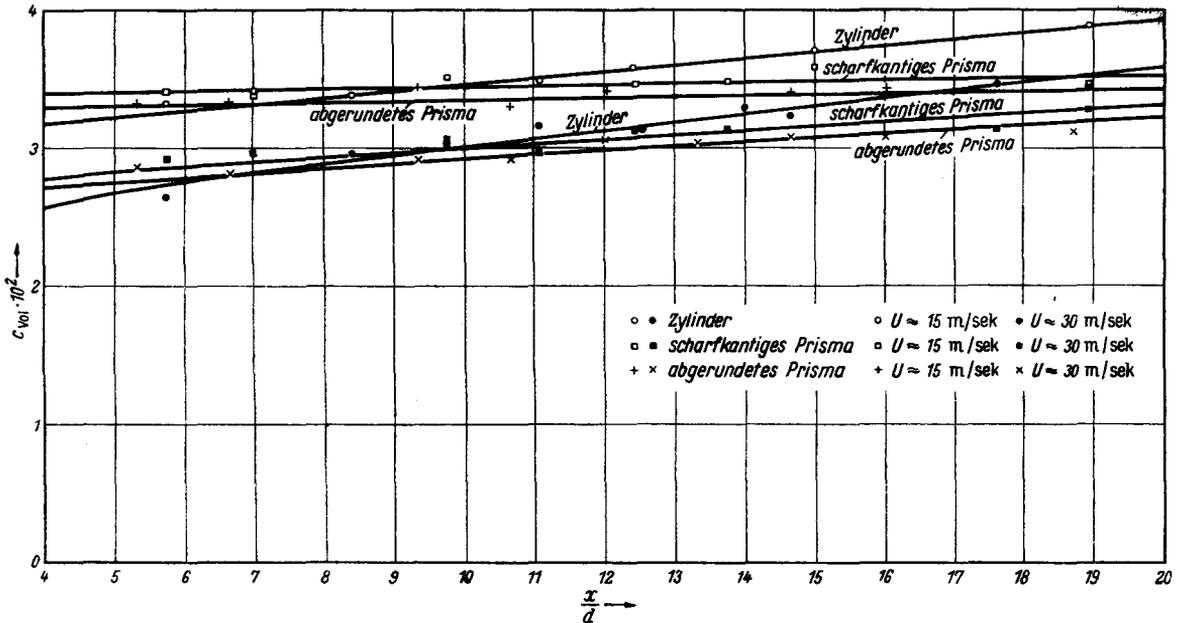


Bild 12. Balkenströmung: Reibungswiderstand bezogen auf das Volumen abhängig von der Länge.

oder  $2,9 \cdot 10^5$ ) deutlich verschieden ausfallen. Ferner ist der auf die Oberfläche bezogene Widerstand z. B. bei  $Re = 4 \cdot 10^6$  für das abgerundete Prisma etwa 7% kleiner als für den Kreiszyylinder und für das scharfkantige Prisma sogar um 10% kleiner.

Bei solchen Vergleichen ist zu beachten, daß  $c_f$ -Werte eines längsangeströmten Prismas oder allgemeinen Zylinders mit beliebigem Querschnitt, die unter die  $c_f(Re)$ -Kurve für die Platte fallen, nicht grundsätzlich falsch gemessen sein müssen. Denkt man sich z. B. eine ebene dünne Platte endlicher Breite so zusammengefalt, daß der Querschnitt senkrecht zur Strömungsrichtung ein spitzes V bildet, so muß man erwarten, daß der Widerstand jetzt bei gleicher benetzter Oberfläche und  $Re$ -Zahl wesentlich kleiner ist als der der ursprünglichen Platte; denn in dem spitzen Keilraum wird sich dort, wo der Abstand der Innenwände kleiner als etwa zwei Grenzschichtdicken ist, ein Totwasser mit verringerten Wandschubspannungen ausbilden.

Praktisch interessiert nun nicht der auf die Oberfläche, sondern der auf das umschlossene Volumen bezogene Widerstand eines Mittelschiffes:

$$c_{vol} = c_f \cdot \text{Oberfläche} / (\text{Volumen})^{2/3}. \quad (41)$$

Daher ist in Bild 12 für die Versuchskörper  $c_{vol}$  über dem Längenverhältnis Länge zu „Durchmesser“  $x/d$  bei den zwei Anblasgeschwindigkeiten  $U = 15$  bzw.  $30$  m/s aufgetragen. Wieder ist der Zylinder der ungünstigste Körper bei beiden Anblasgeschwindigkeiten; das abgerundete Prisma hat jedoch – im Gegensatz zu  $c_f$  – jeweils etwas niedrigere Beiwerte  $c_{vol}$  als das scharfkantige Prisma gleicher Länge. Bei kurzen Balken, etwa für  $5 < x/d < 10$ , verschwinden die Unterschiede in den  $c_{vol}$ -Werten für die drei Querschnittsformen innerhalb der Meßgenauigkeit; bei  $10 < x/d < 20$  sind jedoch systematische kleine Unterschiede zu sehen. Das Abrunden der Kimm eines parallelen Mittelschiffs erweist sich somit auch unter diesem speziellen Gesichtspunkt als nützlich.

### III. Druckwiderstand drehsymmetrischer Ausläufe

Über den zähen Druckwiderstand läßt sich theoretisch noch kaum etwas aussagen. Er entsteht auch an schlanken Körpern ohne merkliche Ablösung vor allem in Hecknähe, wo die stark anwachsende Grenzschicht die Stromlinien immer weiter vom Körper weg drängt, als der Potentialströmung in idealer Flüssigkeit entspräche. Selbst die Bezeichnung „Grenzschicht“ trifft dabei nicht mehr zu; denn Reibungseinflüsse sind dort bereits in einem großen Gebiet wirksam, dessen Abmessungen nicht mehr klein gegen die Querabmessungen des Körpers sind, und in dem sogar die Potentialströmung nicht mehr durch eine Parallelströmung angenähert werden könnte. Dieses Übergangsbereich zwischen Grenzschicht und Nachlauf ist auch experimentell noch wenig untersucht.

Es ist deshalb wieder zweckmäßig, zunächst an möglichst einfachen Körpern den Druckwiderstand zu untersuchen, etwa an drehsymmetrischen Ausläufen hinter einem langen zylindrischen Mittelteil; denn dann beeinflußt der Kopf oder das Vorderteil des Körpers nicht mehr die Druckverteilung am hinteren Teil. Druckmessungen an solchen Körpern von E. G. M. Petersohn [18] in einem Windkanal sind in Bild 13 aufgetragen. ( $c_p$  = Druckwiderstand bezogen auf Staudruck und Hauptspantfläche.) Das „stumpfe Heck“ ist ein Rotationsellipsoid mit dem Achsenverhältnis  $L_R/r_0 = 4 : 1$ , wobei  $L_R$  = Länge des Auslaufs oder Run,  $r_0$  = Radius des Zylinders davor. Das „spitze Heck“  $4 : 1$ , bzw.  $8 : 1$ , ist ein Drehkörper, der sich parabelförmig nach der Spitze hin verjüngt. Als spitzes Heck  $8 : 1$  ist auch ein von H. Amtsberg [3] im Schlepptank vermessener spindelförmiger Körper mit aufgetragen, der so schlank ist, daß sich der Druckwiderstand wohl auch unbeeinflusst vom Vorderteil nur in Hecknähe ausbildet. Schließlich sind noch eigene Windkanalmessungen [26] an Zylinderausläufen eingeklammert aufgezeichnet; die Drucke sind hier nicht direkt durch Druckanbohrungen bestimmt worden, sondern nur durch Extrapolation des gemessenen Druckfeldes um den Körper herum. Diese  $c_p$ -Werte sind daher weniger genau; doch dürfte speziell der große Wert für das Ellipsoid-Ende  $2 : 1$  (mit starker Ablösung) ausreichend genau bestimmt sein ( $2 r_0 U/\nu \approx 0,6 \cdot 10^6$ ).

Obwohl diese wenigen Meßpunkte sicher nicht dazu berechtigen, soll doch versucht werden, die Ergebnisse auf andere  $L_R/r_0$ -Verhältnisse zu verallgemeinern. Ein Leitbild für die Interpolationskurven der beiden Heckformen wurde folgendem gewagten Vergleich entnommen. Man denkt sich ein gewöhnliches, vollständiges Rotationsellipsoid in Potentialströmung und dieses in der größten Querschnittsfläche in zwei Hälften geteilt; dann bewirken die Drucke auf die vordere Hälfte einen Vortrieb und auf die hintere Hälfte einen gleichgroßen Widerstand, so daß insgesamt keine Kraft in Strömungsrichtung übrigbleibt. Dieser potentialtheoretische Druckwiderstand der hinteren Hälfte  $c_p^+$  (nach [16] berechnet) ist eine komplizierte Funktion des Achsenverhältnisses  $L_R/r_0$ , die sich jedoch durch

$$c_p^+ \approx \frac{1}{8} (L_R/r_0)^{-3/2} \quad (42)$$

gut annähern läßt; für die Kugel mit  $L_R/r_0 = 1$  gilt übrigens auch exakt  $c_p^+ = 1/8$ . Ein halbes Rotationsellipsoid als Abschluß eines langen längsangeströmten Zylinders hat zwar in Potentialströmung

– ebenso wie jeder andere Auslauf dort – überhaupt keinen Druckwiderstand. Trotzdem wollen wir versuchsweise annehmen, der gemessene, zähe Druckwiderstand solcher Ausläufe in wirklicher Flüssigkeit sei auch proportional zu  $(L_R/r_0)^{-3/2}$ . Interpolationskurven mit dieser Potenz passen nun nach Bild 13 ganz gut zu den Meßpunkten, was allerdings wegen ihrer geringen Anzahl und großen Streuung nicht sehr verwunderlich ist. Es sei also angenommen:

$$\text{für das spitze Heck } c_p = 0,14 (L_R/r_0)^{-3/2} \tag{43}$$

und 
$$\text{für das stumpfe Heck } c_p = 0,06 (L_R/r_0)^{-3/2} \tag{44}$$

Für den auf die Oberfläche bezogenen tangentialen Reibungswiderstand war früher [26] für folgende drei Ausläufe: Ellipsoid 2 : 1 und 4 : 1, sowie für ein spitzes Heck 6 : 1 praktisch der gleiche Wert 0,0033 gefunden worden (bei  $2 r_0 U/\nu \approx 0,6 \cdot 10^6$ ). Bestimmt man damit die Wandreibung für beliebige

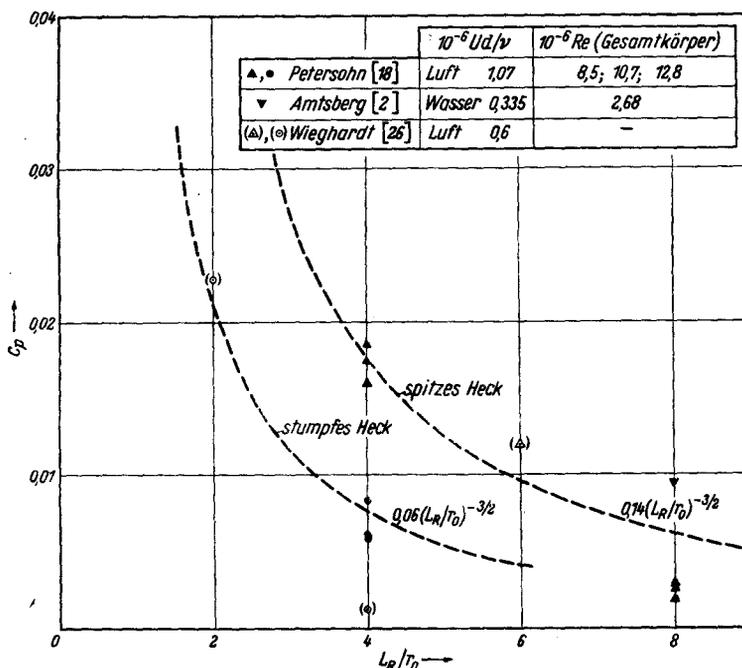


Bild 13. Gemessene Druckwiderstände von verschiedenen Zylinderausläufen.

$L_R/r_0$ -Verhältnisse und addiert den jeweiligen Druckwiderstand nach (43) bzw. (44), so erhält man die in Bild 14 aufgetragenen Gesamtwiderstände von Ausläufen an einem langen Zylinder abhängig vom Längenverhältnis ( $c_W = W/q \otimes$  mit  $W =$  Gesamtwiderstand,  $q =$  Staudruck der Anströmung und  $\otimes =$  Spantfläche des Zylinders). Danach hat ein stumpfes Heck von etwa 3 Radien Länge den absolut kleinsten Widerstand. Bezieht man den Widerstand auf das Volumen des Auslaufs –  $c_{Vol} = W/q (Vol)^{2/3}$  in Bild 15 –, so erweist sich das stumpfe Heck trotz stärkerer Ablösung sogar bei den verschiedensten Längen günstiger als das „stromlinienförmige“ spitze Heck. Natürlich sind die Kurven in den Bildern 14 und 15 nur vorläufige Schätzungen, solange nicht weitere genaue Messungen vorliegen; vielleicht hängen sie auch noch etwas von der  $Re$ -Zahl ab. Jedoch dürfte jetzt schon sicher sein, daß – im Längenbereich von  $L_R/r_0$  etwa 3 bis 5 – gewisse stumpfe Heckformen kleineren Widerstand haben als spitze Heckformen.

Die Bestimmung des Druckwiderstands aus dem Druckverlauf längs des Körpers erfordert, besonders an schlanken Formen, äußerst genaue Messungen [1, 2, 3]; denn er ergibt sich als kleine Differenz von großen Saug- und Druckkräften an den Oberflächenteilen, wo der statische Druck negativ oder positiv ist. Dies ist natürlich durchaus bekannt, doch ist vielleicht eine Veranschaulichung der Einzelheiten dieses Sachverhalts nützlich. In Bild 16 sind für einen elliptischen Auslauf 4 : 1 hinter einem langen Zylinder die gemessenen Wandschubspannungen  $\tau_0$  und statischen Drucke  $p$  aufgetragen. (Dabei ist  $\tau_0$  als negative Größe eingezeichnet, da  $\tau_0$  ebenso wie ein negativer Druck Widerstand verursacht, während positives  $p$  am Hinterkörper Vortrieb erzeugt.) Die wirkliche Druckverteilung unterscheidet

sich im Verlauf zwar deutlich von der potentialtheoretischen, doch ist ihre Größenordnung dieselbe, während die tangentialen Wandschubspannungen, verglichen mit den Drucken, so klein sind, daß sie fast vernachlässigbar erscheinen. Um nun die resultierenden Kräfte in Strömungsrichtung zu erhalten, müssen  $\tau_0$  und  $p$  mit dem jeweiligen Flächenelement und dem zugehörigen Richtungs-cosinus multipliziert werden, wodurch sich die mittlere Auftragung in Bild 16 ergibt; jetzt sind die Beiträge der tangentialen und der zur Oberfläche senkrechten Spannungen schon von der gleichen Größenordnung. Integriert man diese Beiträge

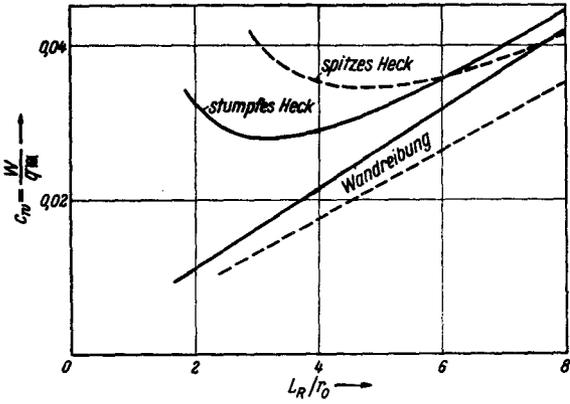


Bild 14. Gesamtwiderstand von Zylinderausläufen bezogen auf die Hauptspanfläche.

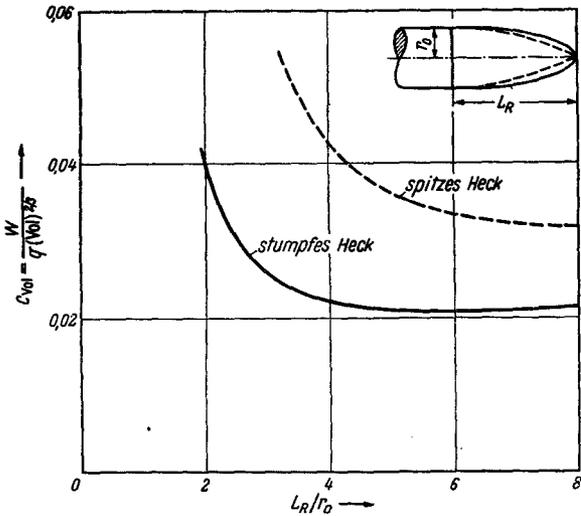


Bild 15. Gesamtwiderstand von Zylinderausläufen bezogen auf das Volumen.

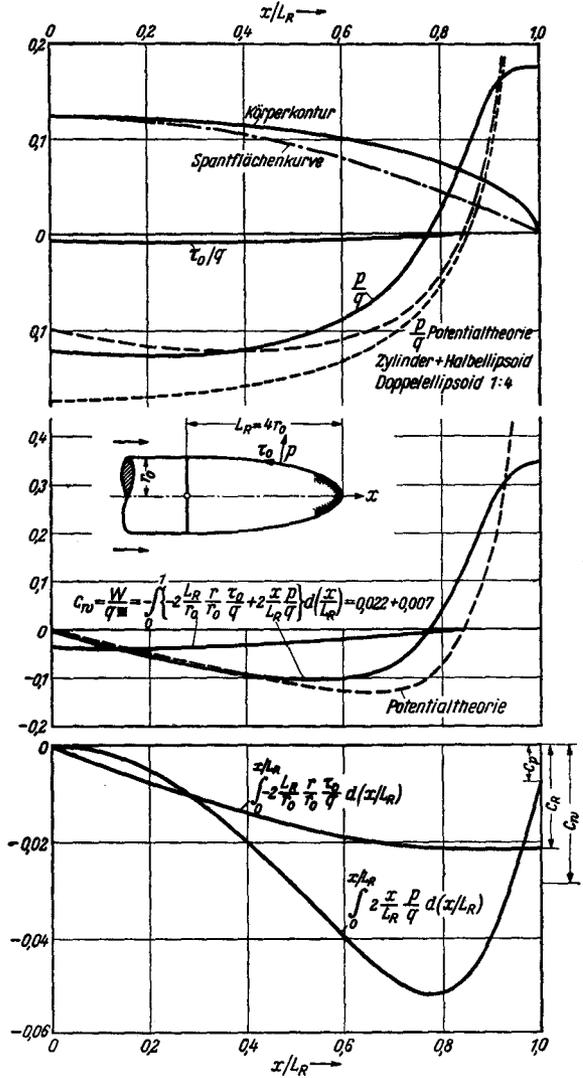


Bild 16. Integration der Reibungs- und Druckkräfte längs eines elliptischen Zylinderausläufs (Achsenverhältnis 1:4).

längs des Körpers wie in der untersten Auftragung, so wächst die Wirkung der Wandschubspannungen monoton bis zur Ablösestelle und gibt  $c_{\text{R}} = 0,022$ . Das Integral für den Druckwiderstand wächst zunächst infolge der Saugkräfte bis zu einem Betrag von 0,052 an und wird erst in Hecknähe, in diesem Fall etwa hinter der Ablösestelle, durch den dort positiven Druck wieder fast zum Verschwinden gebracht, nämlich auf den Endwert  $c_{\text{D}} = 0,007$ , so daß der Gesamtwiderstand  $c_{\text{W}} = 0,022 + 0,007 = 0,029$  wird. Insgesamt tragen also in diesem Beispiel die kleinen tangentialen Reibungskräfte 76% zum Widerstand bei, und die großen Druckkräfte nur 24%; bei schlankeren Ausläufen wird der Beitrag des Druckwiderstands sogar noch wesentlich kleiner. Trotz aller Unterschiede in Hecknähe gegenüber der Potentialströmung versucht demnach auch die wirkliche Strömung sich noch möglichst eng an die potentialtheoretische Spielregel zu halten, das Druckintegral zum Verschwinden zu bringen, worüber der Fachmann staunt und der Praktiker sich freut.

## Schrifttum

- [1] Amtsberg, H.: STG-Jahrbuch 38 (1937), 177.  
 [2] Amtsberg, H.: Schiffstechnik 3 (1955/56), 240.  
 [3] Amtsberg, H.: Schiffstechnik 5 (1958), 131.  
 [4] Coles, D.: Z. angew. Math. Phys. 5 (1954), 181.  
 [5] Cooke, J. C.: Quart. J. Mech. Appl. Math. 10 (1957), 312.  
 [6] Corrsin, S.: NACA Wartime Report W 94 (1943).  
 [7] Glauert, M. B., und Lighthill, M. J.: Proc. Roy. Soc. A 230 (1955), 188.  
 [8] Granville, P. S.: SNAME 64 (1956), 209.  
 [9] Granville, P. S.: D. Taylor Model Basin Report 1024 (1958).  
 [10] Hughes, G.: TINA 96 (1954), 314.  
 [11] Klebanoff, P. S.: NACA Techn. Note 3178 (1954).  
 [12] Landweber, L.: STG-Jahrbuch 46 (1952), 137.  
 [13] Landweber, L., und Siao, T. T.: J. Ship Research 1 (1958), 21.  
 [14] Lap, A. J. W.: TINA 98 (1956), 137.  
 [15] Ludwig, H., und Tillmann, W.: Ing. Arch. 17 (1949), 288.  
 [16] Maruhn, K.: Jahrbuch deutsch. Luftfahrtforsch. 1934, 136.  
 [17] Millikan, C. B.: Proc. 5 intern. Kongr. angew. Mech. 1938.  
 [18] Petersohn, E. G. M.: Flygtekn. Försökst. Stockholm, Rep. 75 (1957).  
 [19] Schoenherr, K. E.: SNAME 40 (1932), 279.  
 [20] Schultz-Grunow, F.: Luftfahrtforsch. 17 (1940), 239.  
 [21] Seban, R. A., und Bond, R.: J. Aero. Sci. 18 (1951), 671.  
 [22] Townsend, A. A.: Proc. Roy. Soc. A 190 (1947), 551.  
 [23] Townsend, A. A.: 7. intern. Konf. Schiffbauversuchsanst. (1954).  
 [24] Wieghardt, K.: ZAMM 24 (1944), 294.  
 [25] Wieghardt, K.: Schiffstechnik 2 (1955), 133.  
 [26] Wieghardt, K.: Schiffstechnik 3 (1955/56), 102.

## Erörterung

Ph. Eisenberg, Washington (Übersetzung)

Da Herr Professor Weinblum mir gestattet hat, Englisch zu sprechen, möchte ich gerne Herrn Professor Wieghardt zu seinem Referat beglückwünschen. Ich glaube, daß eines der im Schiffbau allzu häufig behandelten Themen die Frage des Reibungswiderstandes der ebenen Platte ist; die Aufmerksamkeit, die Herr Professor Wieghardt auf die Wirkungen der Querkrümmung verwandt hat, ist besonders wichtig, und dies ist gerade eine der Fragen — wenigstens meiner Meinung nach — die heute behandelt werden sollten.

Weiterhin beweisen seine Untersuchungen eine besonders tiefe Einsicht in dieses Problem, insofern als er seine Bemühungen nicht nur auf den Kreiszyylinder beschränkte. Nun, eine Menge Leute haben sich nur mit dem Kreiszyylinder beschäftigt und haben die Vorstellung, daß dieses Problem etwas mit dem Schiff zu tun habe. Es hat aber überhaupt nichts mit dem Schiff zu tun, wenn es auch im Prinzip ein interessanter Fall ist. Aber die Untersuchungen von Professor Wieghardt mit dem rechteckigen Querschnitt und dem Querschnitt mit den abgerundeten Kanten sind von besonderem Interesse und auf unser Problem anwendbar.

Ich habe nur noch eine Frage, die ich gerne an Professor Wieghardt richten würde zwecks technischer Unterrichtung: Was ist der Einfluß der Form des Kopfes bei Ihren Versuchskörpern, Ihren Modellen, auf die Entwicklung der Grenzschicht? Immerhin wird der Druckgradient in der Nähe des Kopfes in hohem Maße das Anwachsen der Grenzschicht, die Umschlagspunkte und die Werte der Schubspannung, den Formparameter usw. beeinflussen.

Noch einmal möchte ich Professor Wieghardt dazu beglückwünschen, daß er seine Aufmerksamkeit einem zentralen Problem in diesem Gebiet zugewandt hat.

Prof. Dr.-Ing. H. Amtsberg, Berlin

Herr Vorsitzender, meine Damen und Herren! — Gestatten Sie mir ein paar kurze Bemerkungen zu den sehr interessanten Ausführungen des Kollegen Wieghardt.

Herr Wieghardt hat sich u. a. auch über den Einfluß der Querkrümmung geäußert und bei seinen Untersuchungen einen Effekt festgestellt, der keineswegs zu übersehen ist. Ich denke, er hatte eine Erhöhung der Reibungswiderstandsbeiwerte um 8% gegenüber den Werten nach Schoenherr angegeben, womit er sich im Gegensatz zu Ergebnissen befindet, über die Landweber 1957 in Madrid berichtet hat. Ich möchte mir nun erlauben, auf zwei ältere Arbeiten hinzuweisen, bei denen ebenfalls ein nicht zu unterschätzender Effekt der Querkrümmung festgestellt worden ist, und würde es begrüßen, wenn diese beiden Veröffentlichungen in die Schrifttumsübersicht aufgenommen werden könnten.

Die eine Arbeit stammt von Kempf und ist in der Zeitschrift „Werft, Reederei, Hafen“, 1924, H. 20, veröffentlicht worden. Herr Kempf hat seinerzeit Rohre verschiedenen Durchmessers geschleppt und dabei festgestellt, daß sich der Widerstand mit Abnahme des Krümmungsradius vergrößert.

Die zweite Arbeit stammt von Telfer und ist meines Wissens in den Transactions of the North East Coast Institution of Engineers & Shipbuilders im Jahre 1928/29 veröffentlicht worden. Herr Telfer hat sogar eine Formel angegeben, nach der die Vergrößerung des Reibungswiderstandes infolge der Querkrümmung berechnet werden kann. Die Formel lautet — wie ich glaube —

$$\Delta c_f = 0,07 \cdot \left( \frac{v \cdot r}{v} \right)^{-1/3}$$

mit  $v$  = Geschwindigkeit,  $r$  = Rohrradius und  $v$  = kinematische Zähigkeit.

Nach dieser Beziehung ergeben sich, ebenso wie es Herr Wieghardt festgestellt hat, bemerkenswerte Effekte durch Querkrümmungen. Wenn ich mich weiter recht entsinne, hat seinerzeit Prandtl in einem Diskussionsbeitrag zu dem Telferschen Vortrag die physikalische Erklärung für diesen Effekt gegeben. Prandtl hat ausgeführt, daß sich im Falle einer nach außen konvexen Querkrümmung der Oberfläche die Grenzschicht nach mehreren Richtungen hin ausweiten und aus Kontinuitätsgründen dünner werden muß als bei ebenen Oberflächen. Demzufolge ist mit größeren Schubspannungen und damit mit größerem Reibungswiderstand zu rechnen.

Ich möchte mir noch eine zweite Bemerkung zu den Ausführungen von Herrn Wieghardt erlauben. Zu meiner großen Freude habe ich eine gute Übereinstimmung zwischen den Reibungswiderstandsbeiwerten, die Herr Wieghardt gefunden hat, und denjenigen, die ich bei meinen Untersuchungen mit Rotationskörpern ermittelt habe, festgestellt. Herr Wieghardt gibt einen Reibungswiderstandsbeiwert von 0,0033 an, und zwar praktisch unabhängig von der Form der von ihm untersuchten Ausläufe. Ich selbst habe bei meinen Untersuchungen an zwei verschiedenen völligen Rotationskörpern, ebenfalls unabhängig von der Körperform, einen Wert von 0,00334 gefunden. Diese gute Übereinstimmung ist sehr erstaunlich, wenn man bedenkt, daß die Reibungswiderstandsbeiwerte auf ganz verschiedenem Wege gefunden worden sind. Bei meinen Untersuchungen ist der gesamte „zähe“ Widerstand gemessen und davon der aus Druckmessungen ermittelte Druckwiderstand abgezogen worden; der Rest stellt den tangentialen Reibungswiderstand dar.

Im übrigen liegt der Reibungswiderstandsbeiwert von 0,00334 6% über den Werten, die Hughes für den zweidimensionalen Fall angegeben hat. Dieser Prozentsatz entspricht etwa dem rechnerisch zu ermittelnden Formeinfluß auf den reinen Reibungswiderstand.

Zum Schluß seines Vortrages hat Herr Wieghardt auf die Schwierigkeiten hingewiesen, die bei der Ermittlung des Druckwiderstandes zu überwinden sind. Es sind nicht nur die Versuchsdurchführung und die Messungen schwierig, sondern auch die Versuchsauswertung. Aus Bild 16 war zu ersehen, daß bei der Integration der Drücke über die Körperoberfläche am Körperende nur noch ein kleiner Betrag von  $c_p = 0,007$  übrigbleibt. In dem Fall des elliptischen Auslaufs von 4:1 hat Herr Wieghardt immerhin noch einen Anteil des Druckwiderstandes am Gesamtwiderstand von 24% erhalten. Bei meinen Versuchen mit Rotationskörpern mit einem Verhältnis  $L/D = 8$  waren es nur noch 8–10%, und es ist leicht einzusehen, daß die exakte Bestimmung des Druckwiderstandes um so schwieriger wird, je geringer dieser Prozentsatz ist.

Meine Herren, obwohl der „zähe“ Druckwiderstand bei schlanken und mittelvölligen Verdrängungsverteilungen verhältnismäßig klein ausfällt, ist eine weitere Klärung des Problems des „zähen“ Widerstandes, insbesondere auch dessen Beeinflussung durch die Rauigkeit und schließlich auch dessen Änderung bei arbeitendem Propeller von außerordentlicher Bedeutung für die Prognosen, die auf Grund von Widerstands- und Propulsionsversuchen mit Modellen auf die Großausführung zu stellen sind. Ich glaube, wir müssen Herrn Wieghardt sehr dankbar für seinen wertvollen Beitrag sein, den er heute durch seinen Vortrag zu diesem schwierigen Problem geleistet hat.

Dr.-Ing. F. Gutsche, Berlin

Meine Herren, ich möchte mich zu dem Problem, das Herr Professor Wieghardt für dreidimensionale Strömungen behandelt hat, auf eine Anregung beschränken und bitten, wenn möglich, diese Untersuchungen auch für zweidimensionale Körper mit in Angriff zu nehmen. Mit diesen hatte ich mich seinerzeit beschäftigt und versucht, die Aufspaltung in Zähigkeitswiderstand und Reibungswiderstand für Schraubenblattprofile vorzunehmen.

Wir sind im Schiffsmodellversuchswesen bei Anhängen und ebenso sehr in der Propellerrechnung daran interessiert, auch für derartige Profile Werte für den zähigkeitsbedingten Normal- oder Druckwiderstand zu erhalten, und vielleicht wäre es möglich, daß man außer den dreidimensionalen Untersuchungen an einem Balken auch einige Messungen an zweidimensionalen Profilkörpern macht, bei denen u. U. die ganze Versuchsdurchführung noch etwas einfacher und die Ergebnisse vielleicht auch etwas deutlicher werden, weil die hier auftretenden Effekte wesentlich größer sind.

Zivilingenieur H. Brockmöller, Hamburg (schriftlich eingereicht).

Strömungsvorgänge an ruhenden Schwimmkörpern in Beziehung zu bringen zu solchen, die an bewegten auftreten, ist zwar üblich, muß aber zu Trugschlüssen führen.

Ein ruhendes Schiff z. B. wird lediglich von einer vorhandenen Wasserströmung umflossen. Neben den auftretenden Reibungswirbeln an der Schiffshaut können sich am Heck noch formbedingte Wirbel im Wasser ausbilden. Die beim Umströmen des Schiffskörpers auftretende Ausweichbewegung des Wassers in Verbindung mit der sich anschließenden Rückschichtung desselben, erfordert selbst keinen Energieaufwand. Lediglich die Reibung des Wassers an der benetzten Schiffshaut ist mit Energieverlusten verbunden, wenn man von zusätzlichen geringen Wirbelverlusten absieht.

Diese Energieverluste sind hierbei vom strömenden Medium, und zwar aus der statistischen Druckreserve des strömenden Wassers aufzubringen.

Ist diese Reserve aufgezehrt, muß sich die Strömung ablösen. Die dann auftretenden Wirbel schnüren den Durchflußquerschnitt ein und schaffen durch Rückstau auf Kosten der Geschwindigkeits-Druckhöhe die erforderliche Druckreserve.

Dieses kurz skizzierte Bild des Strömungsvorganges nun einfach als die Umkehrung jener Strömungsvorgänge zu beurteilen, die ein fahrendes Schiff begleiten, wäre abwegig und kann nie zu den jeweils gesuchten Erkenntnissen führen.

Ein in ursprünglich stromfreiem Wasser fahrendes Schiff löst durch die während seiner Fahrt auftretende dynamische Wasserverdrängung drei unterschiedliche Strömungserscheinungen aus, die das Schiff dann ständig begleiten.

Als Verdrängungsstrom zu bezeichnen wäre die Strömung, die vom Verdrängungsstau beeinflusste, am Schiff entlang einem am Heck des Schiffes nur in rudimentärer Ausbildung erkennbar bleibenden Aushubgraben im Wasser zufließende.

Nachstrom genannt wird jene Strömung, die sich aus der freien Wasserfläche hinter dem Schiff in entgegengesetzter Richtung laufend in den gleichen Aushubgraben ergießt.

Als Ausgleichstrom zu kennzeichnen ist jene zu beobachtende Strömung im Wasser, die vom Schiff ablaufend nach hinten der freien Wasserfläche zufließt, um hier das quantitative und potentielle Gleichgewicht wieder herzustellen, das durch die Entnahme durch den Nachstrom zunächst gestört wurde. Der Ausgleichstrom hat seinen Ursprung ebenfalls im Verdrängungsstau wie der erstgenannte Verdrängungsstrom.

Das Erkennen der physikalischen Gesetzmäßigkeiten dieser Strömungsvorgänge liefert den Schlüssel zur theoretischen Lösung des Schiffswiderstandsproblems und vieler damit verbundener Nebenprobleme. Die mit diesen Vorgängen verbundenen Energieverluste sind schließlich vom Schiff her als dem einzigen mitwirkenden primären Energieträger zu ersetzen. Dieser Aufwand an Energie muß dem für die Überwindung des Schleppwiderstandes erforderlichen entsprechen.

Jeder Strömungsvorgang wird nun bekanntlich beherrscht durch einen im Ursprung desselben wirksamen Gesamtdruck, einem statischen Potential gegenüber der Endbasis. Aus diesem Gesamtdruck ist der Aufwand für die notwendige Geschwindigkeits-Druckhöhe in der einsetzenden Strömung und für alle auftretenden statischen Druckverluste zu bestreiten.

Während bei der Reibung des Wassers am ruhenden Schiff die Strömung aktiv auftritt und den Energieverlust aufbringen muß, übernimmt das fahrende Schiff die Rolle des aktiven Teilnehmers am Reibungsvorgang zwischen Schiffshaut und benetzendem Wasser. Dies ist ein in seiner Auswirkung grundlegender Unterschied, der oft übersehen wird. Durch Vermittlung der Reibungswirbel überträgt das Schiff Strömungsenergie an das benachbarte Wasser und könnte auf diesem Wege, wenn die Umstände es zulassen, an der Beschleunigung des Verdrängungsstromes mitwirken. Eine Energieabgabe durch die Reibung an das Wasser ist nur möglich, wenn die Umfangsgeschwindigkeit der Wirbel größer ist als die der vom Verdrängungsstau bereits beeinflussten Verdrängungsströmung. Es muß also eine zusätzliche Beschleunigung möglich sein, sonst laufen die Wirbel leer mit oder werden sogar selbst beschleunigt. An sich könnten die Wirbel einen dem Arbeitsvermögen der Reibung voll entsprechenden Beitrag bei der Energieabgabe an das Wasser leisten. Dieses Arbeitsvermögen der Reibung kann nun durchaus den empirisch von Froude ermittelten Reibungswerten entsprechen. Es kommt aber selten voll zum Einsatz und immer nur als Teilwirkung im Rahmen des durch äußere Bedingungen festliegenden Gesamtdrucks. Wir erkennen hier die Wechselwirkung und Wechselbeeinflussung zwischen der sich ausbildenden Stauwelle und der Reibung. Es bleibt uns aber erspart, diese zu ergründen, weil immer nur der Gesamtdruck maßgebend für die Strömungsvorgänge bleibt, der Reibungseinfluß also hier ausgeklammert werden kann.

Der Einfluß der Reibung zwischen Schiffswand und Wasser kann sich also wegen ihrer Rolle als Mittlerin bei der Energietransmission nicht als Reibungswiderstand auswirken, wie etwa beim ruhenden Schiff, und deshalb bleibt auch für einen Zähigkeitswiderstand kein Betätigungsfeld. Zudem mißt man der Zähigkeit des Wassers keinen meßbaren Einfluß bei, beim Messen von Durchflußmengen mittels Meßdüsen. Als einzige praktisch vorkommende Ausnahme rechnet man bei Wasser, auch in Dampfform, trotz recht unterschiedlicher Geschwindigkeiten mit einem von der Zähigkeit unabhängigen konstanten Durchflußquotienten. Der Zähigkeitseinfluß als Ursache der Umstellung der Strömung von der laminaren in eine turbulente müßte also auch aus diesem Grunde skeptisch beurteilt werden.

Die von mir aufgefundene Schiffswiderstandstheorie fußt auf der hier vorgetragenen physikalischen Konzeption und liefert ohne Verwendung empirischer Hilfswerte mit Versuchen voll übereinstimmende Resultate. Die Grenzbedingungen für den Umschlag der Strömung ohne Berücksichtigung der Zähigkeit des Wassers wurden abgeleitet, bedürfen aber noch der Bestätigung durch weitere Versuche. Der Schleppwiderstand ergibt sich aus der Untersuchung der Energieverluste durch das Aufeinandertreffen der Verdrängungsströmung mit dem Nachstrom.

Es dürfte feststehen, daß die seit langem gültigen Auffassungen über das Wesen des Schiffswiderstandes revidiert werden müssen.

Prof. Dr. K. Wieghardt (Schlußwort).

Die Frage von Mr. Eisenberg nach dem Einfluß der Kopfform auf die Balkengrenzschicht berührt in der Tat ein wichtiges Problem. Als Kopf für den Kreiszyylinder war eine Halbkugel gewählt worden (und entsprechende Formen für die anderen Balken) in der Erwartung, daß dann der Umschlagpunkt an der Übergangsstelle Kopf-Zylinder selbst läge wegen des starken Druckanstiegs an dieser Stelle ( $x = 0$ ) mit einem Krümmungssprung der Oberfläche; es zeigte sich auch, daß die Reibungsschicht tatsächlich von dort ab turbulent war. Der statische Druck am Körper, bezogen auf den Staudruck der Anströmung, ist bei  $x = 0$  etwa  $-0,4$  und steigt dann schnell auf den Wert  $0$  an, z. B. bei  $x = d = 150$  mm hat er den Wert  $-0,04$ . Rechnerische Versuche, aus den Messungen von  $\delta_2$  für  $x > 800$  mm, von wo ab der Druck völlig konstant war, auf einen ideellen Anfangspunkt der Reibungsschicht stromaufwärts zu extrapolieren, führten zu  $x_0 =$  rund  $10$  mm; deshalb wurde auf eine entsprechende Korrektur, etwa der Re-Zahl, verzichtet. Da die eventuelle Wirkung des Druckanstiegs bei den anderen Balken von derselben Größenordnung zu erwarten wäre, sagte ich so vorsichtig: „Selbst wenn die Zylinderwiderstände durch einen systematischen Fehler zu hoch sein sollten, müßte doch ein Effekt der Querkrümmung vorhanden sein wegen der unterschiedlichen  $c_f$ -Werte der verschiedenen Querschnittsformen.“ Wollte man die Verhältnisse an einer zugeschärften Platte besser annähern, müßte man allerdings an zugeschärften Hohlzylindern messen. Doch hätte man dort vermutlich einen wandernden Umschlagpunkt, und der Staupunkt selbst müßte – eventuell durch Absaugen der Innenströmung – genau in die Anfangskante hineinreguliert werden.

Herrn Prof. Amtsberg danke ich vor allem für die Literaturhinweise. Die Arbeit von Prof. Kempf konnte ich leider ebensowenig wie eine andere von Dr. Hughes zum Vergleich heranziehen, da es sich dort um Messungen des Gesamtwiderstands langer Zylinder handelte, bei denen eine Trennung in Reibungswiderstand längs des zylindrischen Teils und in Druckwiderstand am Auslauf kaum möglich ist. Aber ich bedauere es sehr, die Abschätzung von Telfer nicht zu kennen; leider ist mir die Originalarbeit nicht zugänglich. Nach der Formel ergäbe sich für unseren Zylinder ein  $\Delta c_f$  von etwa  $1,5\%$  statt  $8\%$ . – Die überraschend genaue Übereinstim-

mung der Reibungswiderstandsbeiwerte von Ausläufen mit methodisch ganz anderen Messungen von Herrn **Amtsberg** ist besonders erfreulich und ermutigend, wie jeder Experimentator auf diesem Gebiet bestätigen dürfte.

Eine Vertiefung der bisherigen Kenntnisse über Reibungs- und Druckwiderstand ebener Körper, wie sie Herr Dr. Gutsche anregt, wäre sicher wünschenswert. Es erschien mir nur zunächst zweckmäßiger, die allerdings kleineren Effekte an drehsymmetrischen Körpern zu betrachten, und zwar einerseits, weil diese zur Annäherung des ganzen Schiffskörpers geeigneter sind, andererseits hoffte ich, dadurch versuchstechnische Schwierigkeiten zu umgehen; denn wirklich ebene Strömungen sind im Ablösebereich sehr schwer zu verwirklichen.

Herr Brockmüller gibt leider keine Ergebnisse seiner Widerstandstheorie. Seine Grundannahme, daß die Strömung um ein ruhendes Schiff anders verlief als am bewegten Schiff in ruhendem Wasser, widerspricht bereits derart aller Erfahrung, daß zu erwarten ist, daß auch die weiteren Folgerungen sich zwangsläufig von der Wirklichkeit unterscheiden werden.

Prof. Dr.-Ing. **G. Weinblum**, Hamburg (Dankwort)

Ich danke Herrn Professor Wieghardt für seinen inhaltschweren Vortrag und darf betonen, daß alle die Erwartungen, die wir Schiffbauer an seine Tätigkeit geknüpft hatten, weit übertroffen worden sind. Der Dank gebührt auch den Herren Diskussionsrednern für ihre freundliche Mitarbeit.

Das Auditorium wird gütigst verzeihen, daß ich jetzt eine kurze familiäre Feier anschließe. Wir wohnen heute nicht nur der Jungferrede von Herrn Professor Wieghardt in unserem Kreise bei; unser Vortragender ist heute in ein neues Lebensjahr eingetreten. Ich habe daher Gelegenheit, Glückwünsche anlässlich beider Ereignisse darzubringen. (Lebhafter Beifall.)