

50 | 1957

## SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

G. Weinblum

### Schiffe geringsten Widerstandes

**TUHH**

*Technische Universität Hamburg-Harburg*

## **Schiffe geringsten Widerstandes**

G. Weinblum, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1957

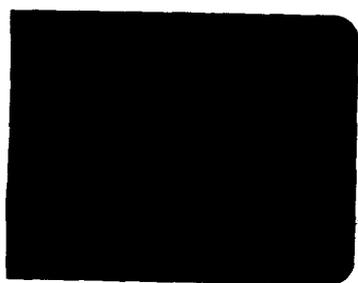
© Technische Universität Hamburg-Harburg  
Schriftenreihe Schiffbau  
Schwarzenbergstraße 95c  
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

Jfs-Bericht Nr. 50  
12.11.57

*Sonderabdruck aus*  
**Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft**  
**51. Band 1957**  
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg  
Printed in Germany

**G. Weinblum**  
**Schiffe geringsten Widerstandes**



TEO  
220  
R27 a

ne

830 TUB-HH 8401-747 5



gesellschaft, Hamburg, nicht gestattet

## **h) Schiffe geringsten Widerstandes**

Von Prof. Dr.-Ing. **G. Weinblum**, Hamburg, Dipl.-Ing. **D. Wustrau**, Bremen, Dipl.-Ing. **G. Vossers**, Wageningen

Die Fassung der vorliegenden Arbeit geht auf den erstgenannten Autor allein zurück. Es gereicht ihm aber zur Genugtuung, seine früheren Schüler, Herrn Wustrau und Herrn Vossers, als Mitverfasser nennen zu dürfen, da beide seinerzeit wertvolle originelle Beiträge zur Behandlung des Problems beigetragen haben. Von beiden stehen neue Veröffentlichungen in Kürze in Aussicht, die unsere Ausführungen fortsetzen werden.

Die umfangreichen numerischen Rechnungen haben zum großen Teil Studenten unter der Leitung von den Herren Dipl.-Math. Krohn und später Eggers durchgeführt; besonders sei Herrn cand. arch. nav. Liedtke für seine Mitarbeit gedankt.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danken wir für die großzügige, sich über Jahre erstreckende Unterstützung bei der Durchführung unseres Vorhabens.

### **Allgemeine Betrachtungen**

Vertreter unserer Schwesterwissenschaft, der Aerodynamik, haben sich gelegentlich darüber gehalten, daß wir Schiffbauer mit der Lösung unserer Widerstandsprobleme nicht so recht fertig geworden sind, obgleich seit fast hundert Jahren ausgedehnte experimentelle Arbeiten in großen Versuchsanstalten durchgeführt werden. Zu den letzteren haben sich zahlreiche theoretische Studien gesellt, von denen eine stattliche Anzahl auf die klassische Arbeit von Michell aus dem Jahre 1898 zurückgeht [1].

Die experimentelle Methode hat wertvolle Ergebnisse gezeitigt. Man ist durch zahllose Einzelversuche sicher in vielen Geschwindigkeitsbereichen in die Nähe von optimalen Lösungen für Schiffsförmungen gelangt. Ebenso bedeuten einige der systematischen Untersuchungen, nach wie vor allen voraus die von Taylor, einen wertvollen Beitrag zu unserer allgemeinen Erkenntnis über den Widerstand von Schiffsförmungen. Die Aktualität systematischer Versuchsreihen wird u. a. dadurch bewiesen, daß solche in den letzten Jahren gleich an mehreren Orten angelaufen sind [2]. Ein großer Teil davon ist als Ergänzungen zu den Standardserien gedacht. Trotzdem kann nicht behauptet werden, daß bislang klare funktionelle Zusammenhänge gewonnen worden sind zwischen Form und Wellenwiderstand.

Nachdem insbesondere auch die theoretischen Lösungen nachgewiesen hatten, in welcher komplizierter Weise der Wellenwiderstand von der Froudeschen Zahl abhängt und wie stark er bei manchen Formänderungen variiert, erscheint es verständlich, daß trotz erheblicher Anstrengungen noch so viel Unklarheit auf diesem Gebiet der Schiffstheorie besteht. In [2] sind die „Überraschungen“ erörtert, die bei der Entwicklung von Grundmodellen für systematische Versuchsreihen aufgetreten waren. Aus guten Formen abgeleitete Modelle erwiesen sich als ungünstig.

Es ist bekannt, daß auch die Anwendung der Theorie, die für Auffindung allgemeiner Gesetze prädestiniert erscheint, wegen der einschneidenden, ihr zugrunde liegenden Voraussetzungen auf große Schwierigkeiten stößt. In einer früheren Arbeit hatten wir einige neuere Versuche aufgezählt, die Michellsche Theorie zu erweitern [3]. Eine grundsätzliche Untersuchung von Wehausen [5] hat jedoch neuerdings wieder gezeigt, mit welchen Schwierigkeiten eine Verbesserung der bestehenden Theorie verbunden ist. Es erscheint deshalb zweckmäßig, letztere möglichst weitgehend auszuwerten bei voller Berücksichtigung ihrer Beschränkung, um explizite Zusammenhänge zwischen Wellenwiderstand und Schiffsförmung zu gewinnen. Im folgenden werden wir im allgemeinen statt Wellenwiderstand einfach Widerstand sagen, wenn dadurch keine Konfusion entstehen kann.

In einer früheren Arbeit haben wir ein systematisches Berechnungsverfahren gebracht, das auf der Tabulierung von geeigneten Hilfsfunktionen beruht [3]. Letztere sind gleichzeitig in der „Schiffstechnik“ veröffentlicht worden [4]. Der Vorrat von Schiffsförmungen, der mit Hilfe der vorhandenen Zahlentafeln behandelt werden kann, ist außerordentlich beschränkt. Immerhin läßt sich der Widerstand einer wesentlichen Klasse von Schiffskörpern damit untersuchen.

In der vorliegenden Arbeit greifen wir auf eine ältere Veröffentlichung des gleichen Titels zurück [6]. Ebenso wie früher sollte sie heißen „Schiffsformen geringsten Wellenwiderstandes“. Die praktische Bedeutung, Schiffe geringsten Wellenwiderstandes zu finden, liegt auf der Hand. Ein großer Teil der Arbeiten unserer Versuchsanstalten ist auf dieses Ziel gerichtet. Einige grundsätzliche Erwägungen sind von Bedeutung. Wir erwähnten schon, welche Schwierigkeiten es bereitet, funktionelle Zusammenhänge zwischen Wellenwiderstand und Schiffsform zu finden. Bei der großen Variabilität dieser Zusammenhänge bereitet es besondere Schwierigkeiten, allgemeingültige Formparameter aufzustellen. Es ist deshalb naheliegend, dergleichen Untersuchungen auf Formen zu beschränken, an denen die Praxis vornehmlich interessiert ist, nämlich solche, die optimale Widerstandseigenschaften besitzen. Damit gewinnt das Problem der Schiffe geringsten Wellenwiderstandes eine zentrale Bedeutung, insbesondere sei diese für die Planung von systematischen Modellserien hervorgehoben.

„Jede richtige Theorie stimmt.“ Die Michellsche Theorie trifft zu für den Wellenwiderstand dünner (keilförmiger) Schiffe in idealer Flüssigkeit.

Der Anwendung der Theorie auf tatsächliche Schiffe sind die beiden einschneidenden Beschränkungen hinderlich: die Annahme bestimmter Körperformen und die Vernachlässigung der Zähigkeits-effekte. Mit den letzteren wollen wir uns nur kurz befassen. Dagegen müssen wir uns etwas eingehender mit den geometrischen Bedingungen abgeben, denen die sogenannten Michellschen Schiffe genügen, dünne, keilförmige Gebilde, deren Tiefgang wesentlich größer als die halbe Schiffsbreite ist. Da die wirklichen Schiffe dieser Bedingung nicht entsprechen, erhebt sich als erste Frage, wieweit die theoretischen Ergebnisse auf wirkliche Schiffsformen anzuwenden sind.

Obgleich diese Schwierigkeit seit Jahrzehnten erörtert worden ist, hat erst neuerdings eine Arbeit von Inui [7] quantitative Zusammenhänge erbracht. Wir haben in früheren Arbeiten darauf hingewiesen, daß die wesentlichste Aufgabe der Theorie zur Zeit darin besteht, den Wellenwiderstand als Funktion der Längsverteilung des Displacements, also der Spantflächenkurve, zu berechnen. Havelock hat gezeigt [8], daß das Michellsche Widerstandsintegral als Ausdruck für den Wellenwiderstand eines gleichförmig bewegten Dipol-Systems (oder Quellsenken-Systems) zu deuten ist, das man über die Mittschiffsebene anordnet.

Für solche Systeme ist das Michellsche Integral unter der Voraussetzung der üblichen Linearisierung eine exakte Lösung. Die Frage entsteht nun, wie die Körperformen tatsächlich aussehen, die durch solche Singularitätenverteilungen erzeugt werden.

Für tiefgetauchte zylindrische und Rotationskörper kann die Frage nach dem Zusammenhang von erzeugenden hydrodynamischen Singularitätenverteilungen und Gestalt mit wohlbekanntenen Methoden beantwortet werden. Im dreidimensionalen Fall war bis vor kurzem eine bequeme Lösung nur für das allgemeine Ellipsoid bekannt. Inui hat als erster Annäherungsverfahren angegeben, mit deren Hilfe man die Körperformen aus den genannten, über die Mittschiffsebene verteilten Singularitäten errechnen kann.

Einige Beispiele von Inui sowie zwei weitere, die im Rahmen der Arbeiten meines Instituts von den Herren Eggers und Wetterling bearbeitet worden sind [13], zeigen, daß die erzeugten Körperformen z. T. wesentlich davon abweichen, was man sich nach einer vereinfachten Beziehung von Havelock vorgestellt hat. Schon im Falle des allgemeinen Ellipsoids sind wir darauf hingewiesen worden. Glücklicherweise hat sich aber die heuristische Betrachtung des Verfassers, die er seit Jahren angewandt hat, recht gut bewährt, derzufolge das über die Tiefe erstreckte Integral der Dipolkurve und die erzeugte Spantflächenkurve des Körpers in ihrem Charakter nicht zu sehr verschieden ist.

Die Anwendung von Rechenautomaten wird uns in die Lage versetzen, eine Systematik der durch Flächen-Dipol-Systeme erzeugten Körper in Angriff zu nehmen. Auch damit ist noch keine ausreichende Lösung des Problems des Wellenwiderstandes selbst in idealer Flüssigkeit gegeben, weil der Inuische Ansatz den Einfluß der freien Oberfläche auf die Gestalt des Körpers nicht berücksichtigt. In dieser Hinsicht ist noch weitere Arbeit zu leisten. Eine grundlegende Untersuchung von Pond [9] weist jedoch darauf hin, daß die Vernachlässigung der Effekte der freien Oberfläche auf die Körperform in solchen Fällen im Rahmen der Theorie statthaft erscheint, in denen die Wellenbildung nicht zu ausgeprägt ist.

In der vorliegenden Arbeit befassen wir uns nur mit der Gewinnung von Bestformen von Michellschiffen oder optimalen Verteilungskurven, was im Prinzip auf dasselbe hinausläuft. Die Deutung als Verteilungskurven, die nur ein Zwischenprodukt in der Anwendung auf wirkliche Schiffe vorstellen, bietet gewisse Vorzüge in der Erörterung. Wir werden daher im nächsten Kapitel I einige elementare Zusammenhänge zwischen den Verteilungskurven und den Körperformen erwähnen und im Anschluß an [4] die einfache Rechenmethode zur Auswertung des Widerstandsintegrals betrachten.

Dem Optimalansatz im Kapitel II wird nur die Längsverteilung der Singularitäten unterworfen. Für dünne Michellsche Schiffsformen ist die Nutzenanwendung auf die Gestalt der Oberfläche unmittelbar gegeben. Hierbei besteht jedoch die Schwierigkeit, daß diese Formen weit von normalen Schiffsoberflächen abweichen.

Eine weitere Schwierigkeit liegt im Charakter der analytischen Lösung des Michellschen Widerstandsintegrals. Formal gesehen handelt es sich im gegebenen Falle um ein Variationsproblem, das, wie v. Karman hingewiesen hat, keine vernünftige Lösung besitzt [10]. Eine umfangreiche Diskussion formalen Charakters hat sich daran angeschlossen, auf die wir in II zurückkommen. Wir beschränken uns nach wie vor auf die Ritzsche Methode oder einen Polynomansatz, der uns nur die günstigsten Lösungen innerhalb der gewählten Klasse von Formen gibt.

In Kapitel III werden die verschiedenen Optimalösungen für verschiedene Froudesche Zahlen und Familien verglichen, ebenso die zugehörigen Widerstände. Es wird sich zeigen, daß besonders für kleinere Froudesche Zahlen der Wellenwiderstand solcher Optimalformen überraschend niedrig ausfällt. Wenn es sich bei dem heutigen Stand des Problems auch nur um Hinweise handelt, so können solche doch praktische Bedeutung gewinnen. Aus diesem Grunde legen wir auch die Ergebnisse trotz ihrer vorläufigen Charakters jetzt schon vor.

Im Schlußkapitel behandeln wir kurz das Problem der experimentellen Verifikationen der Theorie. Es ist ebenfalls über Jahrzehnte diskutiert und z. T. verschieden beantwortet worden. Während der Verfasser [23, 24] und Mr. Wigley [12] zu einer in manchen Beziehungen positiven Antwort kamen, hat der hochverdiente russische Schiffstheoretiker Professor Sretensky [11] die Behauptung aufgestellt, daß von einer quantitativen Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Theorie und des Versuchs an wirklichen Schiffsformen nicht die Rede sein kann. Die Untersuchungsmethode von Professor Sretensky ist aber insofern nicht ganz stichhaltig, als der Vergleich zwischen Experiment und Rechnung an guten Modellformen von Taylor und vereinfachten, z. T. sehr schlechten theoretischen Formen durchgeführt worden ist [11]. Es fehlt also das tertium comparationis. Insbesondere bei niedrigen Froudeschen Zahlen können die rechnerisch ermittelten Widerstände für günstige und ungünstige Formen gleichen Schärfegrades um mehr als eine Größenordnung verschieden sein. Wenngleich im Versuch die übertriebenen Unterschiede sich ausgleichen, so ist das doch ein Punkt, der größte Beachtung verdient und der Versuchstätigkeit bedeutende Aufgaben auf dem in Frage kommenden Gebiet zuweist.

Inui hat die Feststellungen von Wigley und dem Verfasser hinsichtlich quantitativer Übereinstimmung als zufällig abgelehnt, im Prinzip mit Recht [7]. Er hat jedoch selbst quantitative theoretische Abschätzungen in verbesserter Form heuristisch angewandt.

Unsere kurze Erörterung des experimentellen Befundes beschränkt sich im wesentlichen auf quantitative Schlüsse und geht betreffs der quantitativen Seite des Problems in ihren Ansprüchen kaum über die von Inui zugelassenen hinaus.

Zusätzliche Vergleiche werden in einem Anhang von G. Vossers veröffentlicht; spätere experimentelle Untersuchungen sind in Vorbereitung.

## I. Auswertung des Wellenwiderstandes von vereinfachten Schiffsformen

### 1. Darstellung der Schiffsform durch Singularitäten.

D. W. Taylor gebührt das Verdienst, die von Rankine geschaffene Theorie der Quellen und Senken auf kontinuierliche Verteilungen erweitert zu haben [31].

Wir führen folgende Bezeichnungen für die Ergiebigkeit von Singularitäten ein:

Punktquelle $Q$	Dipolmoment $M$
Linienquelle $q$	Moment des Liniendipols $m$
Flächenquelle $q_F$	Moment des Flächendipols $m_F$ .

Außer dem Begriff der Ergiebigkeit wird der der Stärke gebraucht. Er unterscheidet sich von der Ergiebigkeit durch den Faktor  $1/4\pi$  oder im zweidimensionalen Fall durch  $1/2\pi$ . Wir wollen diesen letzteren Begriff, den man eingeführt hat, um die Schreibweise zu vereinfachen, nicht benutzen.

In den Ausdrücken für die Ergiebigkeit ist es oft zweckmäßig, einen Dimensionsfaktor von einer dimensionslosen Funktion abzuspalten.

Es liegen zwei Aufgaben vor:

1. für eine gegebene Verteilung den in einer gleichförmigen Anströmung erzeugten Körper zu konstruieren;
2. für einen vorgegebenen Körper die Singularitäten zu ermitteln.

Diese zweite, sogenannte direkte Methode ist schwieriger.

Für unsere Zwecke werden wir nur einige bekannte Annäherungsbeziehungen zwischen Dipolmoment und Körperform für langgestreckte Gebilde erörtern.

1. Für einen zur Strömungsachse symmetrischen, langgestreckten Zylinder (ebener Fall) gilt die Beziehung

$$m(x) \approx 2y(x)U, \quad (1)$$

worin  $y$  die halbe Ordinate und  $U$  die Anströmgeschwindigkeit bezeichnet.

2. Für den langgestreckten Rotationskörper gilt nach Munk und Weinig [15]

$$m(x) \approx A(x)U, \quad (2)$$

worin  $A(x)$  die Spantflächenkurve vorstellt.

3. Für ein dünnes Schiff mit der Gleichung

$$y = \pm y(x, z)$$

hat Havelock die Beziehung gegeben:

$$m_F(x, z) \approx 2y(x, z)U \quad (3)$$

d.h., ähnlich wie im zweidimensionalen Fall ist die Dipolverteilung der Ordinate angenähert proportional.

Man kann aber auch in Anlehnung an den Satz von Munk und Weinig eine angenäherte Beziehung zwischen der Spantflächenkurve und dem über die Tiefe erstreckten Integral der Flächendipole angeben:

$$\int m_F(x, z) dz \approx A(x)U \quad (4)$$

Dieser Zusammenhang erweist sich für die Diskussion unserer Ergebnisse als nützlich.

Die genannten angenäherten Beziehungen, die eigentlich nur für extrem lange und sehr dünne Körper gelten, lassen sich durch einfache Überlegungen verbessern<sup>1</sup>.

Betrachten wir die eingehend studierten Rotationskörper und unter diesen als Beispiel das Rotationsellipsoid. Die Abweichungen von dem Munk-Weinig'schen Satz äußern sich am sinnfälligsten in einer Vergrößerung der Körperlänge gegenüber der Verteilungslänge und in einer Verringerung der Hauptspantfläche. Daneben treten noch Unterschiede im Verlauf der Spantflächenkurve und der Dipolverteilung auf; nur im Falle des Rotationsellipsoids sind diese beiden Kurven Parabeln. Für eine praktisch wichtige Klasse von Körpern lassen sich Beziehungen zwischen dem Völligkeitsgrad der Spantflächenkurve (Schärfegrad)  $\varphi$  und dem der Verteilungskurve  $\varphi_v$  aufstellen; je nach dem diese Völligkeitsgrade über oder unter  $2/3$  liegen, gilt  $\varphi_v > \varphi$  oder  $\varphi_v < \varphi$ .

Um einige quantitative Abschätzungen zu gewinnen, gehen wir von dem G. I. Taylorschen Satz aus, der den Zusammenhang zwischen der Gesamtdipolstärke und dem Volumen des erzeugten Körpers bei Anströmung in der  $X$ -Achsenrichtung angibt:

$$M = (1 + K_x)U\mathcal{V}. \quad (5)$$

Das Körpervolumen  $\mathcal{V}$  wird kleiner als der Quotient  $\frac{M}{U}$ . Die Gründe dafür lassen sich leicht angeben. Der Munk-Weinig'schen Annäherung liegt die Vorstellung zugrunde, daß im Inneren des erzeugten Körpers durch einen Querschnitt  $A(x)$  des Körpers dieselbe Flüssigkeitsmenge  $A(x)U$  hindurchströmt wie bei der Abwesenheit des Körpers in reiner Parallelströmung. Es ist aber vernünftiger anzunehmen, daß diese innere Strömung im Rotationskörper im Mittel eher der tatsächlichen  $X$ -Komponente der Geschwindigkeit an der Körperkontur entspricht [28]. Wir erhalten für das Hauptspant auf  $x = 0$  die Beziehung

$$m(0) \approx A(0)(U + \Delta U) \quad (6)$$

statt

$$m(0) \approx A(0)U \quad \text{nach (2)}$$

worin  $\Delta U$  die Übergeschwindigkeit im  $\otimes$  bedeutet.

Für den elliptischen Zylinder und das Ellipsoid gilt bekanntlich die Regel

$$1 + \frac{\Delta U}{U} = 1 + K_x. \quad (7)$$

<sup>1</sup> Siehe hierzu auch [28]

Amtsberg hat [14] einen Korrekturfaktor  $K_0$  angegeben, der durch die Beziehung

$$m(0) = A(0) U K_0 \quad (8)$$

definiert ist. Es zeigt sich, daß dieser Koeffizient auch für andere Rotationskörper als das Ellipsoid nicht zu weit von dem Wert  $1 + \frac{\Delta U}{U}$  abweicht. Dagegen läßt sich die Beziehung (7) nicht ohne weiteres auf allgemeinere Rotationskörper anwenden.

Wir können weitere nützliche Einsichten am Beispiel des allgemeinen Ellipsoids gewinnen. Letzteres läßt sich durch eine Verteilung von Dipolen über die  $XZ$ -Ebene in einer gleichförmigen Anströmgeschwindigkeit  $U$  erzeugen, die durch die Beziehung [17]

$$m_F(x, z) = 2(1 + K_x) \frac{abc U}{e_1 e_2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{e_1^2} - \frac{z^2}{e_2^2}} \quad (9)$$

gegeben ist. Dabei setzen wir voraus, daß

$$a > c > b$$

Es liegt also eine Verteilung nach einem Ellipsoid vor; sie erstreckt sich über den sogenannten Fokalschnitt in der  $XZ$ -Ebene – eine Ellipse mit den Achsen

$$e_1 = \sqrt{a^2 - b^2} \quad e_2 = \sqrt{c^2 - b^2}. \quad (10)$$

Hieraus erhalten wir im Hauptspant des Ellipsoids  $x = 0$  die Gleichung:

$$m_F(0, z) = 2(1 + K_x) \frac{abc U}{e_1 e_2} \sqrt{1 - \frac{z^2}{e_2^2}}. \quad (11)$$

Der ganze innere Fluß durch den Hauptspantquerschnitt des Ellipsoids ergibt sich durch Integration über  $z$ . Aus den angegebenen Beziehungen folgt ohne weiteres, daß auch für das allgemeine Ellipsoid die Integralkurve der Dipolverteilung eine Parabel vorstellt, ebenso wie die Spantflächenkurve.

Die Vergrößerung der Körperlänge läßt sich leicht abschätzen; es liegt darüber im Fall des Rotationskörpers eine gründliche Arbeit von Landweber vor [16].

Eigentümlicherweise ist der ebene Fall seltener als der der Rotationssymmetrie behandelt worden. Wir beginnen wieder mit dem elliptischen Zylinder, für den die einfachen Beziehungen gelten

$$1 + \frac{\Delta U}{U} = 1 + K_x = 1 + \frac{B}{L}. \quad (12)$$

Bekanntlich ist die in der Richtung der Längsachse angeströmte Ellipse durch eine besonders geringe maximale Übergeschwindigkeit ausgezeichnet. Für einen Zylinder mit einem Kreisbogenzweieck als Grundfläche liegen die Werte  $\frac{\Delta U}{U}$  höher, wie aus der folgenden Tabelle zu ersehen ist:

$B/L$	1/12	1/8	1/4
$\frac{\Delta U}{U}$	0,11	0,165	0,32

Es gilt aber auch für dieses Zweieck im uns interessierenden Gebiet von  $B/L$  die angenäherte Beziehung  $\frac{\Delta U}{U} \sim \frac{B}{L}$ .

Inui hat in [7] u. a. die Querschnittsformen errechnet, die aus parabolischen Dipolverteilungen resultieren. Wenn im Hauptspant eine Durchflußmenge pro Einheit der Zylinderhöhe

$$m(0) \approx B U$$

gegeben ist, kennen wir die Hauptspantbreite des Körpers  $B$ . Die Verringerung dieser Breite  $\Delta B_1 = B - B_1$  gegenüber  $B$  läßt sich angenähert aus dem Verhältnis  $\frac{\Delta B_1}{B_1} \approx \frac{\Delta U}{U}$  bestimmen. Auf diese Weise gewinnen wir nützliche Abschätzungen. Für eine genauere Beschreibung sei auf die Arbeit von Inui hingewiesen [7].

Inui ist einen Schritt weitergegangen, indem er Dipole (oder Quellsenken) über ein Rechteck verteilte und die resultierenden Körperformen konstruierte. Uns fällt das starke Durchhängen der Körperkontur im Hauptspant gegenüber der konstanten Verteilungstiefe auf. Ähnliche Ergebnisse können wir aus der Betrachtung des allgemeinen Ellipsoids ableiten (s. Bild 1).

Die Berechnungen inuis gelten für eine parabolische Verteilung der Dipole in der Längsrichtung (in der Tiefendimension ist sie konstant); sie sind durch Eggers und Wetterling auf einem Göttinger Rechenautomaten wiederholt und die Ergebnisse bestätigt. Sie haben ferner für zwei andere charakteristische Verteilungen, deren dimensionsloser Anteil wie folgt lautet:

$$\eta = 1 - 1,5 \xi^2 + 0,5 \xi^4 \quad (13)$$

$$\eta = (1 - \xi^2)^2 \quad (14)$$

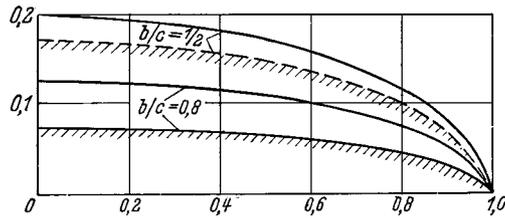


Bild 1.

die Körper konstruiert [13]. Auf die dort enthaltenen Diagramme sei nachdrücklich hingewiesen.

Wir sehen aus diesen Berechnungen, daß der einfache Havelocksche Ansatz (3) nur zu Recht besteht, wenn das Verhältnis  $\frac{B}{2T}$  sehr klein ist, wie

das der Michellschen Voraussetzung entspricht.

Man kann dann z. B. auch das Durchhängen der Längskontur vernachlässigen.

Diese Überlegungen zeigen, welche weite Abweichungen zwischen den Körperformen vorliegen, für die wir unsere Widerstandsberechnungen durchführen, und den wirklichen Schiffen, bei denen  $\frac{B}{2T}$  fast ausnahmslos  $> 1$  ist.

Immerhin besteht, wie schon hervorgehoben, als praktisch brauchbares Band eine annähernde Übereinstimmung zwischen der Integralkurve der Verteilungen und der Spantflächenkurve des erzeugten Schiffes. Wir werden hierüber Genaueres aussagen können, wenn wir mit Hilfe von Rechenautomaten für zahlreiche Verteilungen die Körper konstruiert haben.

## 2. Formales Berechnungsverfahren.

Wir wenden uns jetzt dem formalen Berechnungsverfahren für den Wellenwiderstand zu, ohne uns um die besprochenen Schwierigkeiten zu kümmern. Angeknüpft wird unmittelbar an [3], wo auch die einschlägigen Tabellen der Hilfsfunktionen enthalten sind, auf denen die Rechnung basiert.

Im Hinblick auf das uns vorschwebende Problem, Schiffe geringsten Widerstandes zu finden, brauchen wir nur Formen zu beachten, die symmetrisch zum Hauptspant sind. Das Widerstandsintegral nach Michell lautet dann:

$$R^+ = \frac{R}{\frac{8}{\pi} \rho g \frac{B^2 T^2}{L}} = \int_{\gamma_0}^{\infty} \frac{(\gamma/\gamma_0)^2}{\sqrt{(\gamma/\gamma_0)^2 - 1}} J^{+2}(\gamma) d\gamma \quad (15)$$

$$J^+(\gamma) = \int_0^1 \exp\left(-2 \frac{T}{L} \frac{\gamma^2}{\gamma_0} \zeta\right) Z(\zeta) d\zeta \int_0^1 \frac{\partial X(\xi)}{\partial \xi} \sin \gamma \xi d\xi.$$

Den Ansatz für die Schiffsoberfläche oder besser die Dipolverteilung wählen wir dabei in der Form

$$\eta = X(\xi) Z(\zeta). \quad (16)$$

Hierin setzen wir für die Längsverteilung

$$X(\xi) = 1 - \sum_n a_n \xi^n. \quad (17)$$

Die Tiefenverteilung wählen wir in denkbar einfachster Weise als ein Rechteck, d. h.

$$Z(\zeta) = 1. \quad (18)$$

In Anlehnung an das in [3] Gesagte werden wir Vergleichsrechnungen für andere Spantvölligkeiten oder Tiefenverteilungen als 1 anstellen. Es ist jedoch anzunehmen, daß solche Variationen im wesentlichen nur quantitative Unterschiede im Widerstand gegenüber ergeben, auf die es uns beim gegenwärtigen Stand der Erkenntnis erst in zweiter Linie ankommt.

Wir führen die Zwischenintegrale:

$$M_{n-1}(\gamma) = \int_0^1 \xi^{n-1} \sin \gamma \xi d\xi; \quad E_0 = \int_0^1 \exp\left(-2 \frac{T}{L} \frac{\gamma^2}{\gamma_0} \zeta\right) d\zeta \quad (19)$$

ein, die ebenfalls tabelliert sind; auf ihnen basierte früher unsere Auswertmethode. Hier brauchen wir sie, um die Schreibweise der Ableitung zu verkürzen.

Der dimensionslose Anteil des Widerstandsintegrals nimmt dann die Form an:

$$R^+ = \int_{\gamma_0}^{\infty} E_0^2 (\sum n a_n M_{n-1})^2 f(\gamma) d\gamma \quad (20)$$

$$f(\gamma) = \frac{(\gamma/\gamma_0)^2}{\sqrt{(\gamma/\gamma_0)^2 - 1}}.$$

Die Berechnung ist damit auf Quadraturen des Typs

$$\int_{\gamma_0}^{\infty} E_0^2 f(\gamma) M_i M_j d\gamma = \mathfrak{M}_{ij}[00; K; \gamma_0] \quad (21)$$

$$K = 2 \frac{T}{L}$$

reduziert. Diese Funktionen liegen [3] tabelliert vor. Die Indizes  $ij$  entsprechen den Indizes der Zwischenfunktionen. Unsere Funktionen hängen ferner von dem Verhältnis  $K = \frac{2T}{L}$  und der Froudeschen Zahl  $\mathfrak{F}$  oder dem Wert  $\gamma_0 = 1/2 \mathfrak{F}^2$  ab.

An einem Beispiel zeigen wir das allgemeine Rezept für die Berechnung des Widerstandsintegrals über die Hilfsfunktionen. Die Gleichung der Längsverteilung des Displacements sei z. B.

$$X(\xi) = \langle 2, 4, 6 \rangle = 1 - \sum_{2,4,6} a_n \xi^n. \quad (22)$$

Der maßgebende Differentialquotient ergibt sich

$$\frac{\partial X(\xi)}{\partial \xi} = -2a_2 \xi - 4a_4 \xi^3 - 6a_6 \xi^5. \quad (23)$$

Quadrieren wir nun diesen Ausdruck

$$\left[ \frac{\partial X(\xi)}{\partial \xi} \right]^2 = 4a_2^2 \xi^1 \xi^1 + 16a_4^2 \xi^3 \xi^3 + 36a_6^2 \xi^5 \xi^5 \quad (24)$$

$$+ 16a_2 a_4 \xi^1 \xi^3 + 24a_2 a_6 \xi^1 \xi^5 + 48a_4 a_6 \xi^3 \xi^5$$

so läßt sich das Widerstandsintegral unmittelbar durch die  $\mathfrak{M}$ -Funktion ausdrücken, indem wir die Koeffizienten im Quadrat der Ableitung (24) vor die entsprechenden  $\mathfrak{M}$ -Funktionen setzen und die Exponenten der Potenzen  $\xi$  als Indizes der  $\mathfrak{M}$ -Funktionen verwenden.

Diese Überlegungen lassen sich unmittelbar für die Berechnung der Formen geringsten Wellenwiderstandes benutzen, worauf wir im nächsten Kapitel zurückkommen.

## II. Berechnung der Schiffe geringsten Widerstandes

Die folgenden Ausführungen beruhen im wesentlichen, wie eingangs erwähnt, auf einer älteren Arbeit des Verfassers, über die unter dem gleichen Titel vor dem dritten Internationalen Kongreß in Stockholm vorgetragen worden war [6]. Die Veröffentlichung gab Anlaß zu ausgedehnten Diskussionen im Anschluß an eine spätere Mitteilung von Karman, daß im Falle von Schiffen mit unendlichem Tiefgang das vorliegende Variationsproblem nur in einem sehr beschränkten Bereich vernünftige Lösungen zuließe. Etwas später hat G. Pavlenko [18] das Variationsproblem für das Michellsche Integral auf die Lösung einer Integralgleichung erster Art reduziert. Im Falle eines Schiffes mit unendlichem Tiefgang ergab sich eine numerische Lösungsmethode. Sie führte zu Optimalformen (günstigsten Wasserlinien oder Strebenquerschnitten bei unendlichem Tiefgang), die bei Froude-Zahlen  $\mathfrak{F} > 0,4$  extrem stumpf und völlig wurden. Unterhalb  $\mathfrak{F} = 0,325$  gelang es nicht, brauchbare Ergebnisse zu erhalten.

Später hat Sretensky [19] den Nachweis geführt, daß auch im allgemeinen Falle des Schiffes mit endlichem Tiefgang das Michellsche Integral keine sinnvollen Optimalösungen zuläßt. J. Wehausen [5] hat gegen die Beweisführung von Sretensky neuerdings Einwände erhoben, und Kotik [20] hat gezeigt, daß man durch Einführen gewisser zusätzlicher Voraussetzungen hoffen kann, eine vernünftige Lösung der Variationsaufgabe zu erzwingen. Dieser ganze Problemkomplex ist jedoch nicht abgeschlossen.

Der Verfasser war seinerzeit auf diese Schwierigkeiten nicht gestoßen, da er versucht hatte, das Problem mit Hilfe der Methode von Ritz zu lösen. Durch Wahl geeigneter zulässiger Funktionen in Polynomformen glaubte er, ein Verfahren zu besitzen, das bei der Wahl von einer genügend großen Zahl von Gliedern gegen die exakte Lösung konvergieren sollte. Tatsächlich erwies es sich, daß bei der un-

zureichenden Rechengenauigkeit es unmöglich war, Ritzsche Ansätze mit mehr als zwei willkürlichen Konstanten zu verwenden, und selbst bei nur zwei Parametern ging die Genauigkeit häufig verloren.

Das Vorliegen der tabulierten Hilfsfunktion gestattet uns, das alte Problem mit sehr viel größerer Genauigkeit in Angriff zu nehmen. Auf ein andersgeartetes Verfahren von Guilloton sei hingewiesen [30].

In der erwähnten früheren Arbeit [6] ist eine Reihe von Aufgaben behandelt oder skizziert. Hierbei sind u. a. folgende Dinge zu berücksichtigen:

1. Formen geringsten Widerstandes sind im Geltungsbereich der Michellschen Theorie symmetrisch zum Hauptspant.

2. Innerhalb des Geltungsbereiches unserer Theorie hängt die dimensionslose Optimalform nicht von der Breite oder dem Verhältnis  $\frac{B}{L}$  ab. Dies erhellt unmittelbar aus der Tatsache, daß im Ausdruck für den Wellenwiderstand nur das Quadrat der Breite als Maßstabsfaktor in Erscheinung tritt.

3. Die Frage nach der günstigsten Anordnung des Deplacement über den Tiefgang im Hinblick auf den Wellenwiderstand läßt sich ohne jeden Variationsansatz sehr einfach beantworten: Je tiefer, je besser. Die Feststellung schließt nicht aus, daß bei einer vorgegebenen nicht optimalen Spantflächenkurve ein V-Spanterschiff u. U. günstiger als ein U-Spanterschiff sein kann. — Diese Antwort ist von Bedeutung, wenngleich sie nicht unmittelbar zu einer praktisch befriedigenden Lösung führt.

Die Länge des Schiffes denken wir uns in allen Fällen als unveränderlich. Sehr zweckmäßig erscheinen Isoperimetrische Aufgaben, d. h. solche, bei denen die Verdrängung vorgeschrieben ist. Es können natürlich auch andere Bedingungen durch Gleichungen oder Formparameter gegeben sein. Im Hinblick auf das unter 3. Gesagte führen wir in den meisten Fällen eine Vorschrift ein, die für eine vernünftige Verteilung des Deplacements über der Tiefe sorgt. Ebenso denken wir uns den Tiefgang als fest gegeben. Da uns das Problem der Längsverteilung des Deplacements in erster Linie interessiert, bedeutet dies keine wesentliche technische Beschränkung. Wir nennen einige Aufgaben [6]:

1. Die Verdrängung  $\forall$  vorgeschrieben. Die Lösung dieser Aufgabe ergibt uns die günstigste Wasserlinie oder Spantflächenkurve und damit den günstigsten Schärfegrad  $\varphi$ .

2. Hauptabmessungen und Hauptspantform  $Z(\zeta)$  gegeben; die Form mit der optimalen Verdrängung (Völligkeitsgrad  $\delta$ ) gesucht.

3. Die Hauptabmessungen vorgeschrieben, desgleichen die Verdrängung (Völligkeitsgrad  $\delta$ ).

a) die Völligkeit des Hauptspants  $\beta$  ebenfalls gegeben,

b) wenn nur der Völligkeitsgrad  $\delta$  vorgeschrieben ist, suchen wir Formen, die günstigste Aufteilung für  $\varphi$  und  $\beta$  aufweisen.

In der uns vorliegenden Arbeit beschränken wir uns nur auf Elementarschiffe des Typs

$$\eta = X(\xi) Z(\zeta). \quad (16)$$

Den Ausdruck können wir auch als Dipolverteilung deuten. Später werden allgemeinere Oberflächen untersucht werden.

In Anlehnung an das in I Ausgeführte gestaltet sich die Rechnung wie folgt:

Die Längsfunktion  $X(\xi)$  für 3 willkürliche Parameter sei in der Form (17)

$$X(\xi) = 1 - \xi^{n_4} - a_{n_1}(\xi^{n_1} - \xi^{n_4}) - a_{n_2}(\xi^{n_2} - \xi^{n_3}) - a_{n_3}(\xi^{n_3} - \xi^{n_4}) \quad (25)$$

gegeben. Für die Tiefenverteilung setzen wir  $Z(\zeta) = 1$ . Dann ergibt sich der charakteristische Teil des Wellenwiderstandes nach dem früheren als eine quadratische Funktion der  $a$ , deren Beiwerte durch die  $\mathfrak{M}$ -Funktionen ausgedrückt sind und mit  $A$  mit entsprechenden Indizes bezeichnet werden. Wir verzichten hier auf die Möglichkeit, die Völligkeit des Hauptspants und damit der anderen Spanten abweichend von 1 zu wählen. Solche Untersuchungen sind der Behandlung mit dem Rechenautomaten vorbehalten. Im Hinblick auf das früher über die Beschränkungen der Theorie Gesagte kommt aber dieser Erweiterung zunächst keine übermäßige Bedeutung zu.

Die Optimalform für eine gegebene Froude-Zahl ist durch die Bedingungsgleichungen des Typs

$$\frac{\partial R^+(\gamma_0)}{\partial a_{n_1}} = \frac{\partial R^+}{\partial a_{n_2}} = \frac{\partial R^+}{\partial a_{n_3}} = 0 \quad (26)$$

gegeben. Es ergeben sich Beziehungen der Art:

$$\frac{\partial R^+}{\partial a_{n_1}} = A_{n_1 n_1} a_{n_1} + A_{n_1 n_2} a_{n_2} + A_{n_1 n_3} a_{n_3} + A_{0 n_1} = 0 \quad (27)$$

d. h. ein lineares System, das z. B. sofort durch Determinanten gelöst werden kann. Hierbei können, wie schon früher ausgeführt, numerische Schwierigkeiten infolge des Verlustes der Rechengenauigkeit auftreten. Auf den formalen Teil der Rechnung, der in Zukunft mit Automaten behandelt werden soll, gehen wir nicht weiter ein.

Wir hatten ursprünglich beabsichtigt, zumindest Formen mit drei willkürlichen Parametern zu untersuchen. Überraschenderweise gelang das nicht in allen Fällen. Eine Erklärung hierfür liefert die Determinantenabschätzung nach Hadamard [21].

Der Betrag unserer Determinante sei  $D$ ,  $b_{ik}$  die Elemente. Mit  $V_1$  sei das Produkt bezeichnet

$$V_1 = |b_1| |b_2| \cdots |b_n|$$

wobei

$$b_k = \sqrt{b_{1k}^2 + b_{2k}^2 + \cdots + b_{nk}^2}$$

die Spaltenvektoren bedeutet.

$$V_2 = |b^{(1)}| |b^{(2)}| \cdots |b^{(n)}|.$$

Hierin sind

$$b^{(2)} = \sqrt{b_{i_1}^2 + b_{i_2}^2 + \cdots + b_{i_n}^2}$$

die Zeilenvektoren.  $V$  sei der kleinere Wert von  $V_1$  und  $V_2$ .

Bezeichnen wir mit  $\Phi = \frac{|D|}{V}$  den Völligkeitsgrad der Determinante, so weist ein kleiner Wert dieser Größe darauf hin, daß bei der Auswertung die Genauigkeit verlorengehen kann. Tatsächlich haben wir in vielen Fällen außerordentlich kleine Völligkeitsgrade der Determinante festgestellt, bei deren Lösung auch Schwierigkeiten aufgetreten sind.

Es erschien deswegen zweckmäßig, bei der Untersuchung von dreiparametrischen Formen den Schärfegrad  $\varphi$  vorzuschreiben und damit die Aufgabe auf eine solche mit zwei willkürlichen Konstanten bei vorgeschriebener Völligkeit zu reduzieren. Hiermit ist das Problem wesentlich eingeschränkt; Wustrau erkannte jedoch, daß man mit diesem Verfahren weitreichende Ergebnisse erzielen kann. Infolge der *Linearität* unserer Gleichungen der Optimalformen in den  $a_n$  und damit in  $\varphi$  erweist es sich nur als notwendig, diese Kurven für zwei gegebene Werte des Schärfegrades  $\varphi_1, \varphi_2$  zu berechnen. Hieraus ergibt sich eine Differenzkurve

$$\Delta_{21} \eta = \eta_2 - \eta_1$$

mit dem Flächeninhalt  $\Delta_{21} \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ .

In den Diagrammen, die unsere Ergebnisse veranschaulichen, sind die Differenzkurven  $\Delta \eta$  für Schärfegradintervalle von  $\Delta \varphi = 0,04$  angegeben (normiert); ihre Gleichungen sind bekannt.

Die Optimalkurven für beliebige Schärfegrade  $\varphi_3$  lassen sich nach der Beziehung

$$\eta_3 = \eta_1 + \frac{\Delta_{31} \varphi}{\Delta \varphi} \Delta \eta \quad (28)$$

interpolieren.

Unsere Diagramme der Optimalformen zeigen bei hohen Froudeschen Zahlen die sogenannten Schwanenhalsformen, die aus baulichen Gründen, Gründen des Verhaltens im Seegang usw. als ungünstig oder ungeeignet anzusprechen sind. Es erscheint naheliegend, eine physikalisch begründete „Bremsen“ anzulegen, damit die Formen nicht „ausbrechen“. Der Verfasser hat schon früher den Vorschlag gemacht, bei dem Ansatz Zähigkeitseffekte in grober Weise mit in Rechnung zu setzen und auf diese Weise den Inhalt der Oberfläche der Minimalbedingung mit zu unterwerfen. Der Gesamtwiderstand sei

$$W_t = W_v + R = C_v O + R \text{ mit } C_v = \text{const.} \quad (29)$$

Für die Oberfläche gilt die Formel:

$$O = \iint \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2} dx dz$$

bei vereinfachten Schiffsformen. Berücksichtigen wir nun die Länge der Wasserlinien, so können wir statt dessen schreiben:

$$O \approx T \int \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2} dx.$$

Den Differentialquotienten  $\delta y$  drücken wir durch unsere Polynomgleichung in bekannter Weise aus.

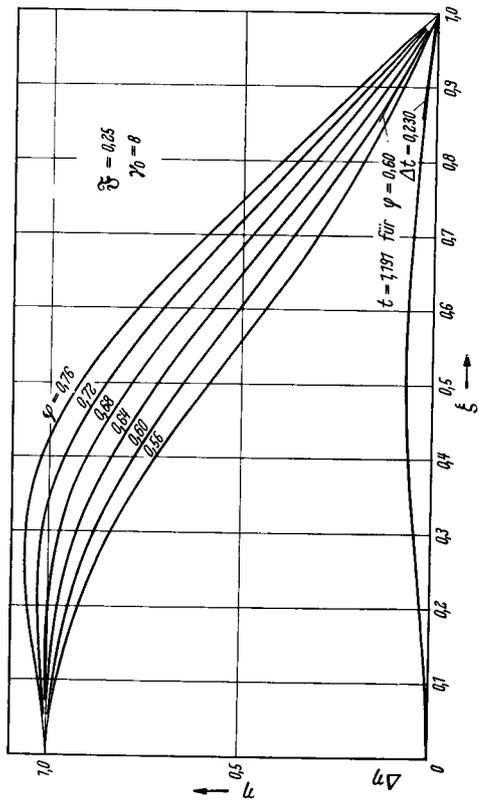


Bild 3.

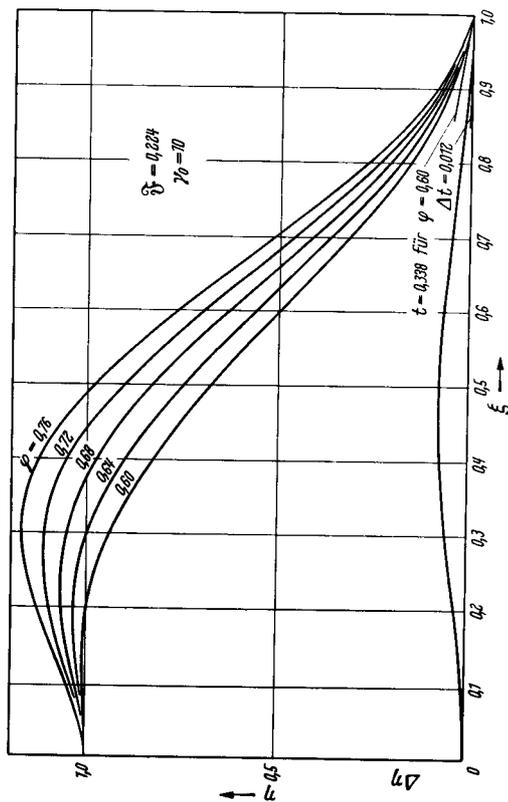


Bild 4.

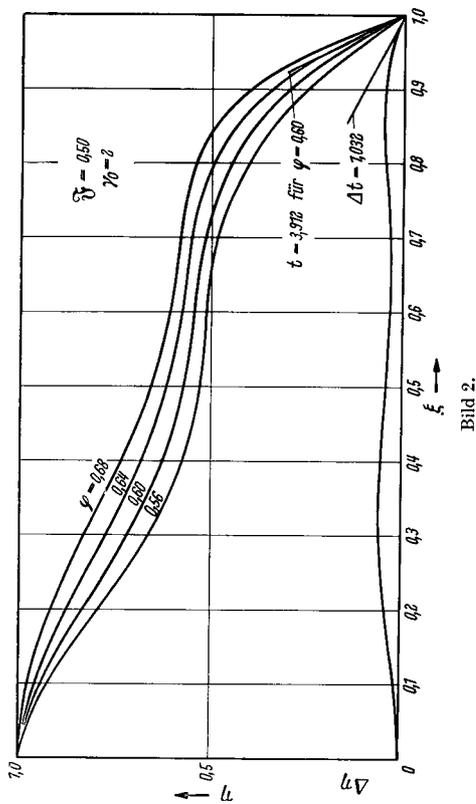


Bild 2.

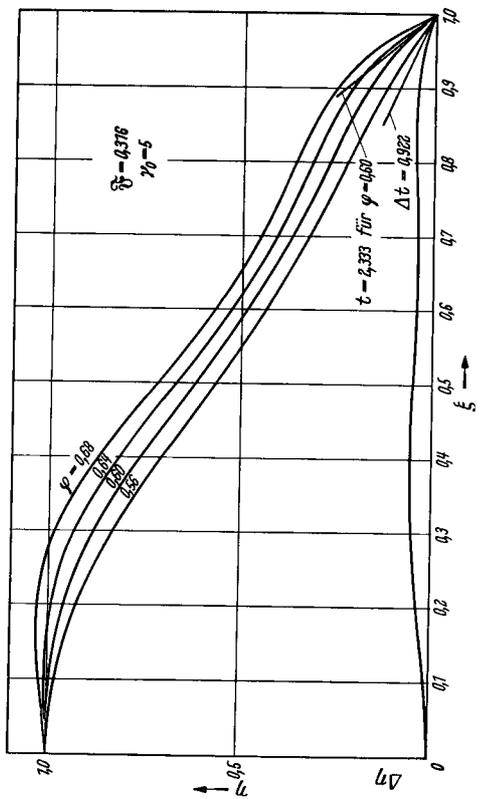


Bild 2a.

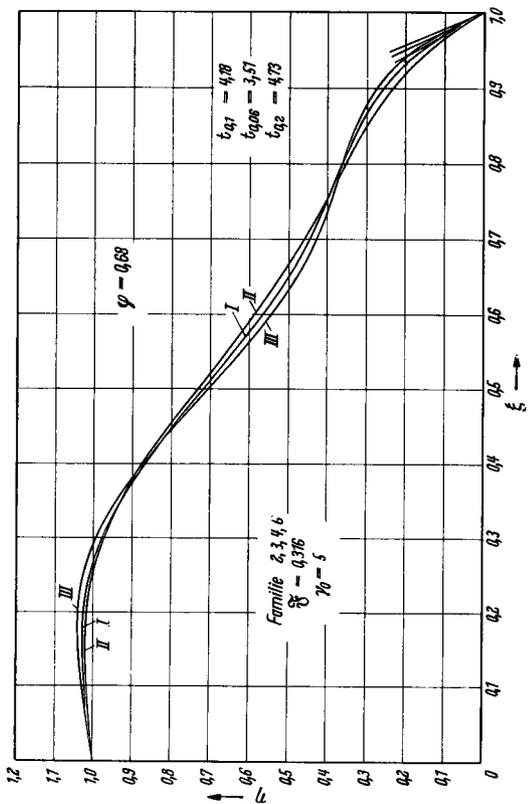


Bild 7.

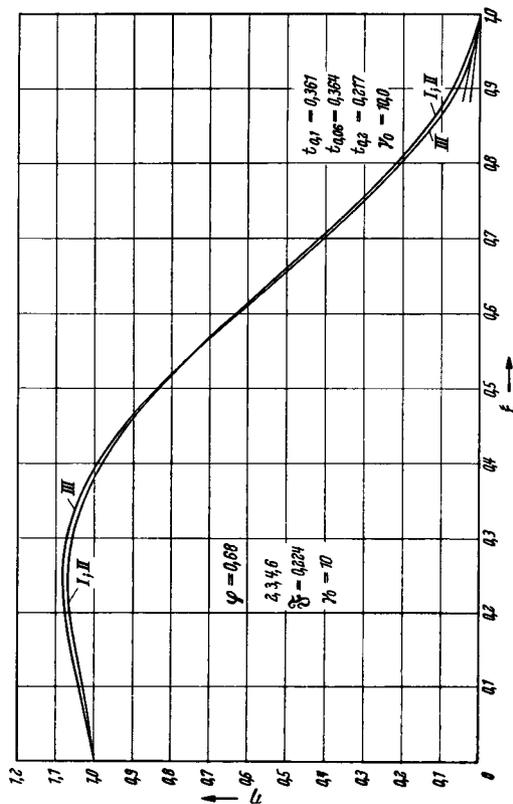


Bild 8.

Bild 7 u. 8. Änderung der optimalen Verteilungs-(Spanflächen-)Kurven mit dem Verhältnis  $K = 2 T/L$ .

- $\eta$  (0,2) I  $K = 2 T/L = 0,1$  (Norm)
- $\eta$  (0,06) II  $K = 2 T/L = 0,06$
- $\eta$  (0,2) III  $K = 2 T/L = 0,2$
- Familie (2, 3, 4, 6),  $\phi = 0,68$ ,  $\delta = 0,316$  und  $\delta = 0,2236$  ( $\gamma_0 = 5$  und  $\gamma_0 = 10$ ).

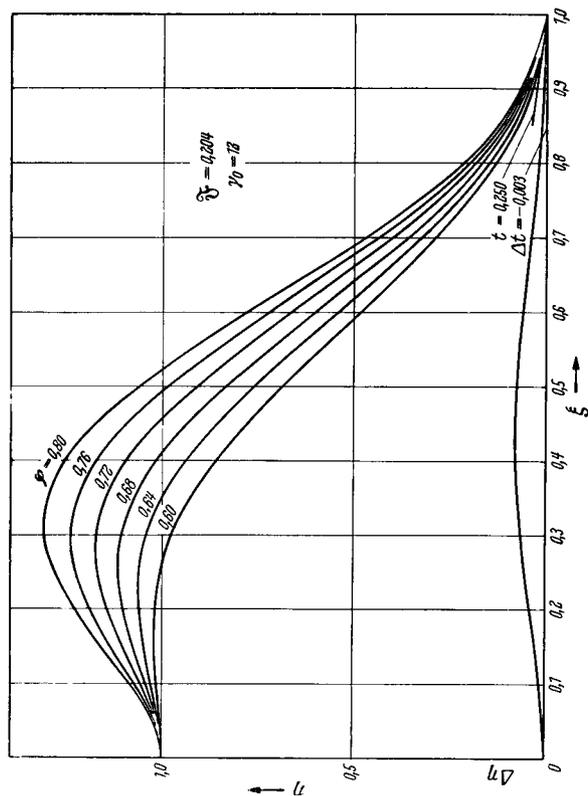


Bild 5.

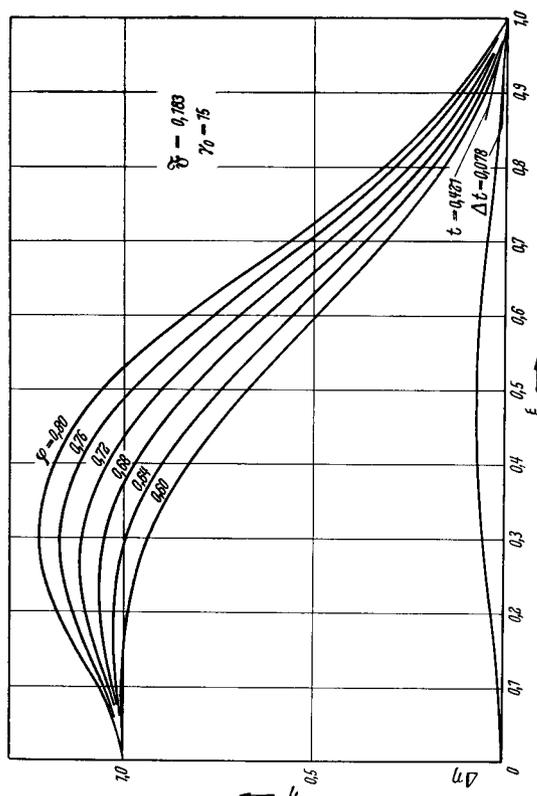


Bild 6.

Bild 2—6. Optimale Verteilungs-(Spanflächen-)Kurven  $\eta$  und Zusatzkurven  $\Delta \eta$  entsprechend einer Änderung des Schärfegrades um  $\Delta \phi = 0,04$  aus der Polynomfamilie (2, 3, 4, 6) für gegebene Froude-Zahlen  $\delta$  (Geschwindigkeitsgrade  $\gamma_0 = \frac{1}{2} \delta^2$ ).

Wurzelausdrücke sind schwer zu handhaben. Deswegen machen wir, freilich ohne besondere Berechtigung, die für kleine Neigungen gültige Annäherung

$$O \approx T \left( L + \frac{1}{2} \int \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx \right) \quad (30)$$

und erhalten damit eine in den willkürlichen Parametern quadratische Funktion.

Unser vervollständigter Ansatz lautet:

$$\delta W_t = \delta (C_v O + R) = 0. \quad (29a)$$

Früher durchgeführte Überschlagsrechnungen weisen darauf hin, daß mit normalen Zahlenwerten für den Reibungswiderstand der Einfluß dieses Reibungsterms verhältnismäßig gering bleibt. Es dürfte sich daher empfehlen, die Bremse – ausgedrückt durch den Koeffizienten  $C_v$  – stärker anzuziehen. Dergleichen Untersuchungen sind einer späteren Arbeit vorbehalten.

### III. Rechnerische Ergebnisse

#### 1. Optimalformen

Auf Grund der erörterten Berechnungsmethode haben wir eine Reihe von Polynomfamilien untersucht, und zwar die Gruppen 2, 3, 4, 6 und 3, 4, 6, 8 über einen großen Bereich von Froude-Zahlen  $1 \geq \mathfrak{F} \geq 0,183$  und die Familie 2, 4, 6, 8; 4, 6, 8, 10 und 6, 8, 10, 12 in einem kleineren Geschwindigkeitsintervall. Es handelt sich um Elementarschiffe oder Verteilungen nach (16).

Als Standard für die Berechnungen gilt das Verhältnis Tiefgang durch Länge gleich 1/20. Wie früher auseinandergesetzt, wurden für eine gegebene Froude-Zahl jeweilig zwei Formen mit verschiedenen Schärfegraden berechnet. Aus der Differenz der sich so ergebenden Optimalkurven ermittelten wir die Zusatzkurve  $\Delta \eta$  für konstante Änderungen des Schärfegrades  $\Delta \varphi = 0,04$ . Mit Hilfe dieser Zusatzkurven gewinnt man durch Interpolation Optimalkurven beliebigen Schärfegrades.

Eine große Anzahl von Gleichungen von Formen geringsten Wellenwiderstandes ist im Institut für Schiffbau in Tabellenform niedergelegt. Wir bringen nur einige Beispiele. Um eine allgemeine Übersicht über die Optimalformen zu gewinnen, ist es zweckmäßig, kennzeichnende Ergebnisse graphisch darzustellen. Als erste Art der Auftragung zeigen die Bilder 1 bis 6 Optimalkurven der Familie 2, 3, 4, 6 für feste Froude-Zahlen oder Geschwindigkeitsparameter  $\gamma_0$ , die im allgemeinen in Intervallen von  $\Delta \gamma_0 = 0,5$  berechnet worden sind. Die Linien gelten für um  $\Delta \varphi = 0,04$  abgestufte Schärfegrade; sie verlaufen äquidistant, und ihre Differenzen stellen die Zusatzkurven  $\Delta \eta$  dar.

Ähnliche Kurvensätze sind für die anderen untersuchten Familien dargestellt worden, jedoch hier nicht vollständig wiedergegeben. Wie in den Diagrammen 11 bis 16 gezeigt werden wird kann die Form der Optimalkurve stark von der Gleichung des Ausgangspolynoms abhängen.

Die Familie 2, 3, 4, 6 ist natürlicherweise vorzüglich für die Darstellung scharfer Schiffsförmungen geeignet. Bei höheren Schärfegraden und geringeren Froude-Zahlen weisen die Optimallinien ausgesprochene Buckel auf, die eine Überschreitung der Breite im Hauptspant herbeiführen.

Da wir uns nur auf ein Verhältnis  $\frac{T}{L} = 1/20$  beschränken, war es von Bedeutung, festzustellen, wie weit unsere Optimalformen von diesem Verhältnis  $\frac{T}{L}$  (oder  $\frac{2T}{L} = K$ ) abhängen. Die Ergebnisse sind in Bild 7 und 8 gezeigt. Demnach besteht wenigstens für das durchrechnete Beispiel eine relativ geringe Abhängigkeit der Optimalform von dem Verhältnis  $T : L$ . Mit Hilfe der Tabellen bereitet es keine Schwierigkeiten, weitere Untersuchungen der gleichen Art durchzuführen, doch erschienen sie im Rahmen der vorhandenen Genauigkeit nicht als vordringlich.

Wir betrachten jetzt einige andere Auftragungen der Optimalformen. Von Interesse ist natürlich ihre Änderung mit der Froudeschen Zahl oder dem Geschwindigkeitsparameter  $\gamma_0 = \frac{1}{2 \lambda^2}$ . Bilder 9 u. 10 zeigen Zusammenstellungen für die Polynomfamilien 2, 3, 4, 6 und 3, 4, 6, 8 bei festem Schärfegrad in einem Bereich höherer Froude-Zahlen. Die Zahlen an den Kurven bedeuten den Geschwindigkeitsparameter  $\gamma_0$ . Wir sehen, daß diese Variationen für die beiden Familien nicht ganz einheitlich sind. Die optimalen Eintrittswerte  $t$  ändern sich in diesem Sonderfall verhältnismäßig wenig mit der Froudeschen Zahl und unterscheiden sich nicht stark für die beiden Familien.

Besonders interessieren uns die Verhältnisse bei kleinen Froude-Zahlen. Auftragungen, die wir hier nicht wiedergeben, haben gezeigt, daß der Charakter der Kurven innerhalb einer Familie bei kleineren

Änderungen der Froude-Zahlen, wie sie hier einem Intervall von  $\Delta \gamma_0 = 0,5$  entsprechen, ziemlich erhalten bleibt.

Zwingende Schlußfolgerungen dieser Art lassen sich nur aufstellen auf Grund reichlichen Materials. Immerhin ist der Hinweis von praktischer Bedeutung, da eine schnelle Variation der Optimalformen und des zugehörigen Widerstandes mit der Froude-Zahl Schwierigkeiten in der Anwendung nach sich ziehen könnte. Wir kommen hierauf zurück.

Die Bilder 11 bis 16 zeigen Beispiele der Optimalformen, die unter sonst gleichen Voraussetzungen sich aus verschiedenen Polynomansätzen ergaben. Sie weisen auf die Beschränkung unserer jetzigen Familien hin und damit auf die Notwendigkeit, mit Hilfe der Rechenautomaten die Ansätze auf eine größere Zahl von Gliedern zu erweitern.

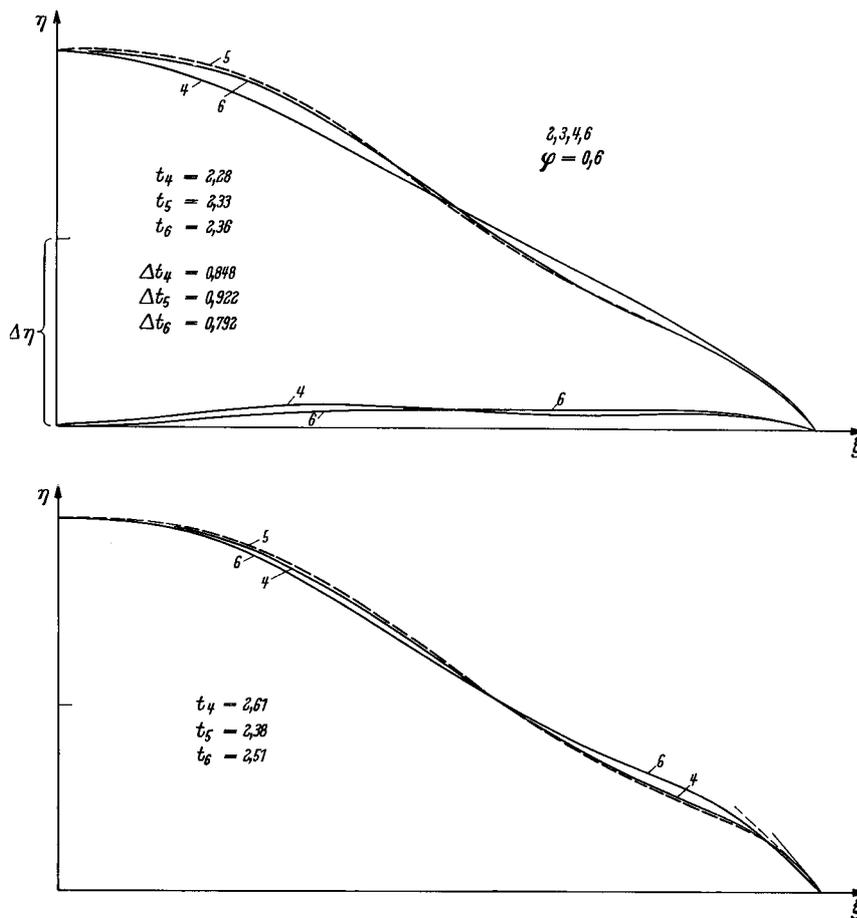


Bild 9 u. 10. Änderung der Optimalkurven  $\varphi = 0,60$  mit der Froude-Zahl, Familie  $\langle 2, 3, 4, 6 \rangle$  und  $\langle 3, 4, 6, 8 \rangle$ .

Bild 11 und 12 zeigen die Optimalformen für die Froude-Zahl  $\mathfrak{F} = 0,316$ ,  $\gamma_0 = 5$  und die Schärfegrade 0,60 und 0,68. Wir bemerken zunächst, daß die Familie 4, 6, 8, 10 bei dem geringeren Schärfegrade für die Darstellung von Schiffslinien nicht mehr geeignet ist: Dies ist später bei der Wiedergabe des Umfangs der Widerstandskurven berücksichtigt. Für den praktisch in diesem Bereich nicht verwendbaren Schärfegrad  $\varphi = 0,68$  ist die Übereinstimmung der Formen mit Ausnahme des „weichsten Ansatzes“ 2, 3, 4, 6 ausgezeichnet.

Ähnliche Bemerkungen gelten für die Bestformen bei der Froude-Zahl  $\mathfrak{F} = 0,25$ ,  $\gamma_0 = 8$ ; bei  $\varphi = 0,60$  führt die Familie 4, 6, 8, 10 zu unmöglichen Ergebnissen, einem Überschneiden der Abszissenachse am Bug. Die übrigen Kurven sowohl für diesen Schärfegrad als den höheren von 0,68 fallen recht gut zusammen. Wir sehen jedoch schon hier, was später besonders diskutiert werden soll, daß der Eintrittsparameter  $t$  verhältnismäßig stark variiert und deswegen nicht als eine so geeignete Formgröße angesehen werden kann, wie das Taylor angenommen hat.

Bei einer Froudeschen Zahl von 0,224,  $\gamma_0 = 10$  ist die Streuung der Kurven erheblich; u. a. hängen die  $t$ -Werte stark von der gewählten Ausgangsform ab. Die gleiche Bemerkung gilt schließlich für die geringste untersuchte Froudesche Zahl 0,183,  $\gamma_0 = 15$ . Hier liefert nur das Polynom 4, 6, 8, 10 eine Verteilungskurve, die unseren normalen Spantflächenkurven ähnelt. Interessant hierbei ist, daß diese Linie einen kleinen Schwanhals am Bug aufweist, also darauf hindeutet, daß eine wulstförmige Verdickung von einem gewissen, wenn vielleicht auch geringem Nutzen sein kann.

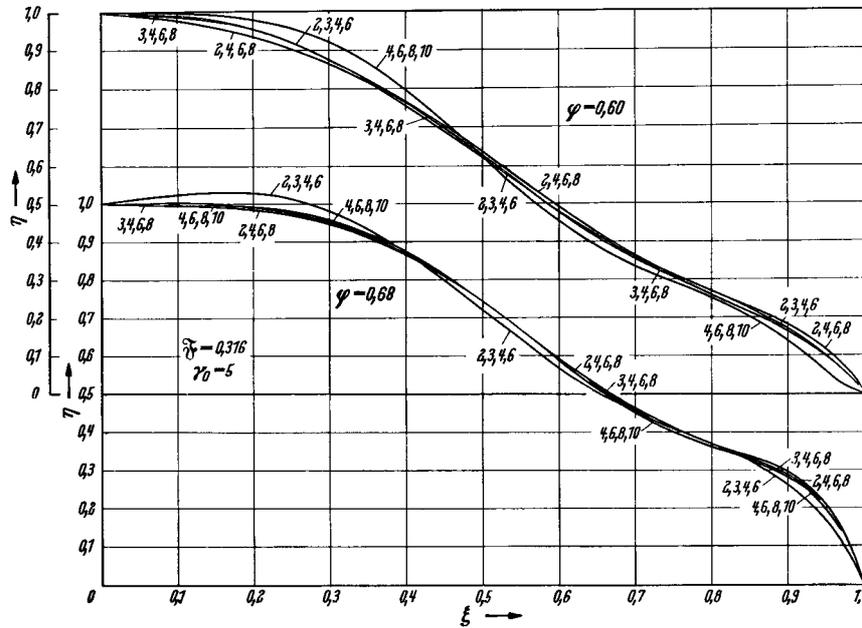


Bild 11 u. 12.

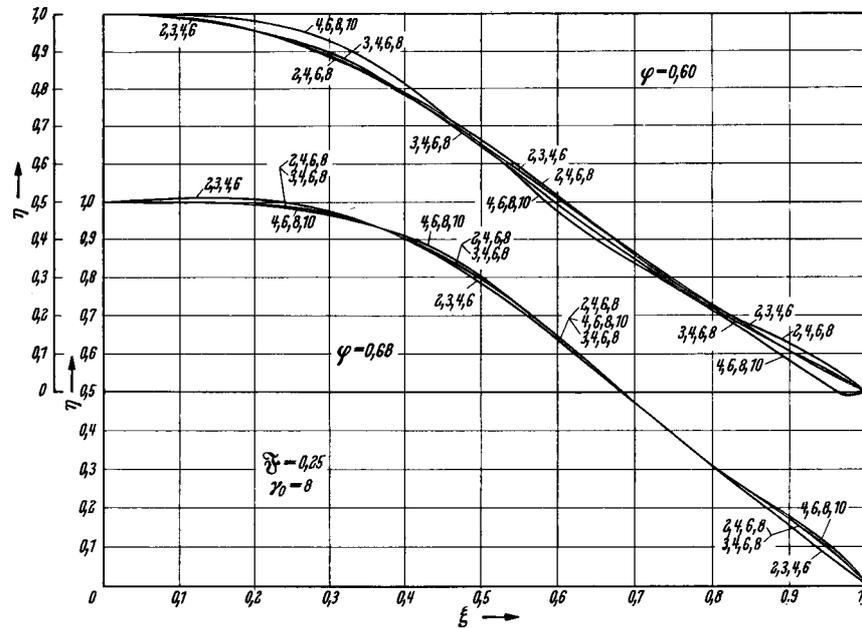


Bild 13 u. 14.

### 2. Widerstandsergebnisse

Als besondere Bequemlichkeit war hervorgehoben, daß der Charakter der Minimalformen formal von dem Verhältnis  $L/B$  unabhängig ist. Die dimensionslosen Widerstandsbeiwerte  $R^+$  gelten daher, solange die Theorie überhaupt anwendbar ist, für beliebige  $L/B$ . In die Größe der „Gleitzahl“  $\varepsilon = \frac{R}{\Delta}$  (des

Taylor'schen Widerstandsbeiwertes je Tonne Verdrängung) geht jedoch das Verhältnis  $L/B$  ein. Für konstante  $\frac{T}{L}$  gilt die Beziehung

$$\varepsilon = \frac{R}{\Delta} \sim R^+ \frac{B}{L} \tag{31}$$

Wir haben für die numerische Auswertung der  $\varepsilon$ -Werte einheitlich  $L/B = 8$  gewählt. Hiermit sowie

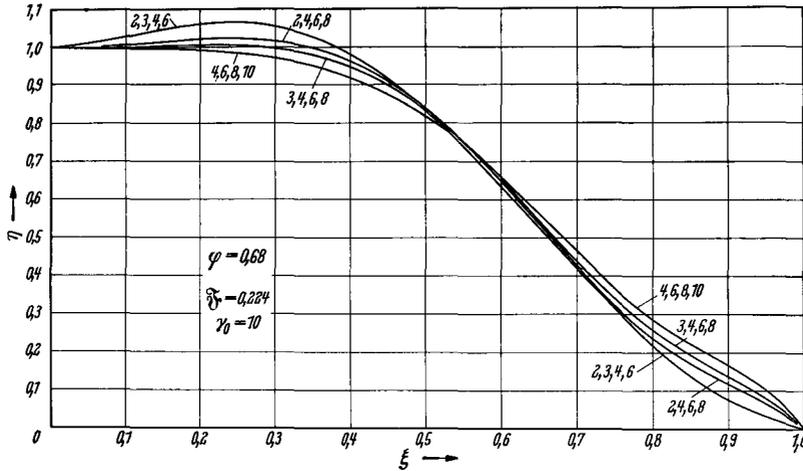


Bild 15.

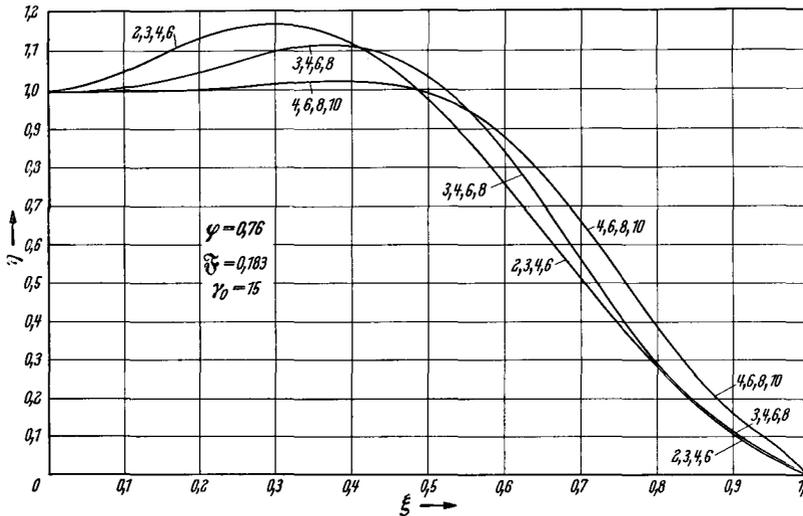


Bild 16.

Bild 11—16. Vergleich der Optimalkurven verschiedener Polynomfamilien bei festen Froude-Zahlen und Schärfegraden.

Bild 11, 12	$\bar{\gamma} = 0.316$	$\gamma_0 = 5$	} $\varphi = 0.60, 0.68$
Bild 13, 14	$\bar{\gamma} = 0.25$	$\gamma_0 = 8$	
Bild 15	$\bar{\gamma} = 0.224$	$\gamma_0 = 10$	$\varphi = 0.68$
Bild 16	$\bar{\gamma} = 0.183$	$\gamma_0 = 15$	$\varphi = 0.76$

$\frac{T}{L} = \frac{1}{20}$  kommt man, besonders bei der Annahme des völligen Hauptspants, zu relativ geringen Schlankheitsgraden  $\psi = \frac{L}{\sqrt[3]{V}}$ , wie sie bei langsameren Schiffen üblich sind.

Für hohe Froudesche Zahlen sind unsere Schlankheitswerte zu gering, insbesondere wegen des

großen Tiefgangsverhältnisses  $\frac{1}{20}$ . Eine Änderung des letzteren erfordert eine Wiederholung der Rechnungen in gleichem Umfang, wie das für das Standardverhältnis  $\frac{T}{L} = \frac{1}{20}$  erforderlich war. Ein für schnelle Schiffe geeignetes Längen/Breitenverhältnis läßt sich unmittelbar durch die Beziehung (31) berücksichtigen.

Die Frage des geeigneten Schlankheitsgrades ist im Rahmen der vorliegenden Untersuchung sekundär, da die Erzielung quantitativer Ergebnisse nicht im Vordergrund steht. Sie interessiert uns im Zusammenhang mit dem Wunsch, einen ungefähren Anhalt darüber zu gewinnen, wie sich die Größenordnung des errechneten Wellenwiderstandes  $R$  zu der des Zähigkeitsbedingten Widerstandes verhält. Wir setzen für den letzteren [25]

$$W_v = (1+n) W_{r0} = \zeta_{r0} (1+n) \frac{\rho}{2} 0 U^2. \quad (32)$$

Der Koeffizient  $n$  berücksichtigt das Verhältnis der zusätzlichen Zähigkeitsbedingten Widerstände zu der äquivalenten Plattenreibung. Mit der Annäherungsformel

$$0 \approx C \sqrt[3]{L}$$

ergibt sich als Gleitzahl des zähen Widerstandes

$$\varepsilon_v \approx (1+n) \zeta_{r0} \frac{C \psi^{3/2}}{4 \gamma_0}. \quad (33)$$

Nach dieser Beziehung sind in einigen Widerstandsdiagrammen Kurven der Gleitzahlen  $\varepsilon_v$  bzw. Bruchteile derselben eingetragen. Das Ergebnis ist, wie schon einmal hervorgehoben, überraschend. Wir könnten demnach bei den Minimalformen im Gebiet geringer Froudescher Zahlen (langsamer Frachtschiffsgeschwindigkeiten) den Wellenwiderstand häufig vernachlässigen.

Dieses erstaunliche Ergebnis bedarf einer zusätzlichen Untersuchung. Zunächst haben wir den Wellenwiderstand von vereinfachten Schiffsförmern, deren Spantflächenkurve eine gewöhnliche Parabel oder eine solche vierten Grades ist, berechnet unter sonst gleichen Bedingungen wie bei den Minimal Schiffen. Es ergibt sich daraus, daß bei einer Froudeschen Zahl von  $\mathfrak{F} = 0,183$  die Wellenwiderstände der vereinfachten Parabelförmern etwa 40–50mal so groß werden können wie die der entsprechenden Minimal Schiffe. Es ist nun bekannt, besonders aus den schönen Untersuchungen von Wigley [22], daß im Bereich kleiner Froudescher Zahlen und üblicher Proportionen des Schiffes die Theorie den Widerstand solcher ungünstigen Formen weit überschätzt. In Analogie liegen die Verhältnisse bei den Optimalformen in umgekehrter Richtung, worauf wir später zu sprechen kommen werden.

In Bild 17 sind die Wellenwiderstände (Gleitzahlen) der Optimalformen aus der Familie 2, 3, 4, 6 über den ganzen uns interessierenden Bereich von Froude-Zahlen aufgetragen. Als Parameter erscheint der Schärfeegrad. Jeder Punkt auf solch einer Kurve gibt den Wellenwiderstand der für die jeweilige Froude-Zahl errechneten Optimalform. Jede Kurve stellt also die Einhüllende der Widerstandskurven aller Formen der Familie gleichen Schärfegrades vor, die man erhalten würde, wenn man für jede fest gegebene Optimalform den Widerstand über den Bereich der Froudeschen Zahl auftragen würde.

Die letztgenannten Widerstandskurven sind auch von Interesse. Züchtet man für eine vorgegebene Konstruktionsgeschwindigkeit eine besonders günstige aber ausgefallene Form, so kann diese bei anderen Froude-Zahlen außerordentlich ungünstig werden, wie das z.B. bei Schwanenhälsen der Fall ist [23]. Untersuchungen hierüber werden von Herrn Vossers veröffentlicht.

Kehren wir zu Bild 17 zurück. Der Bereich der Froude-Zahlen unter etwa 0,25 wird wegen des ungeeigneten Maßstabes in besonderen Diagrammen erörtert werden. Für  $\mathfrak{F} > 0,25$  bis etwa 0,32/0,34 bestätigt sich die theoretisch und experimentell sattsam bekannte Tatsache, daß der Schärfeegrad als maßgeblicher Parameter erscheint. Im Anstieg zum ersten Widerstandsbuckel, der – je nach dem Schärfeegrad – bei 0,33 und (bis) 0,35 oder 0,36 liegt, ändern sich die Verhältnisse grundlegend. Die relativen Unterschiede der Einheitswiderstände  $\varepsilon$  werden gering, und es findet eine Überschneidung der optimalen Widerstandskurven für verschiedene Schärfegrade statt.

Bei den anderen Polynomfamilien ist der Verlauf unseres Diagramms im Bereich des ersten Buckels hinsichtlich des Einflusses des Schärfegrades etwas anders, worauf schon jetzt hingewiesen werden soll.

Bild 18 zeigt die Einheitswiderstände oder Gleitzahlen für Optimalformen mit  $\varphi = 0,56$  aus zwei Modellfamilien, Bild 19 zwei entsprechende Kurven für  $\varphi = 0,60$ . Im Gegensatz zu dem geringeren Schärfeegrad sind hier die Unterschiede zwischen den Widerständen (z. T. auch zwischen den Minimalformen selbst) verhältnismäßig gering.

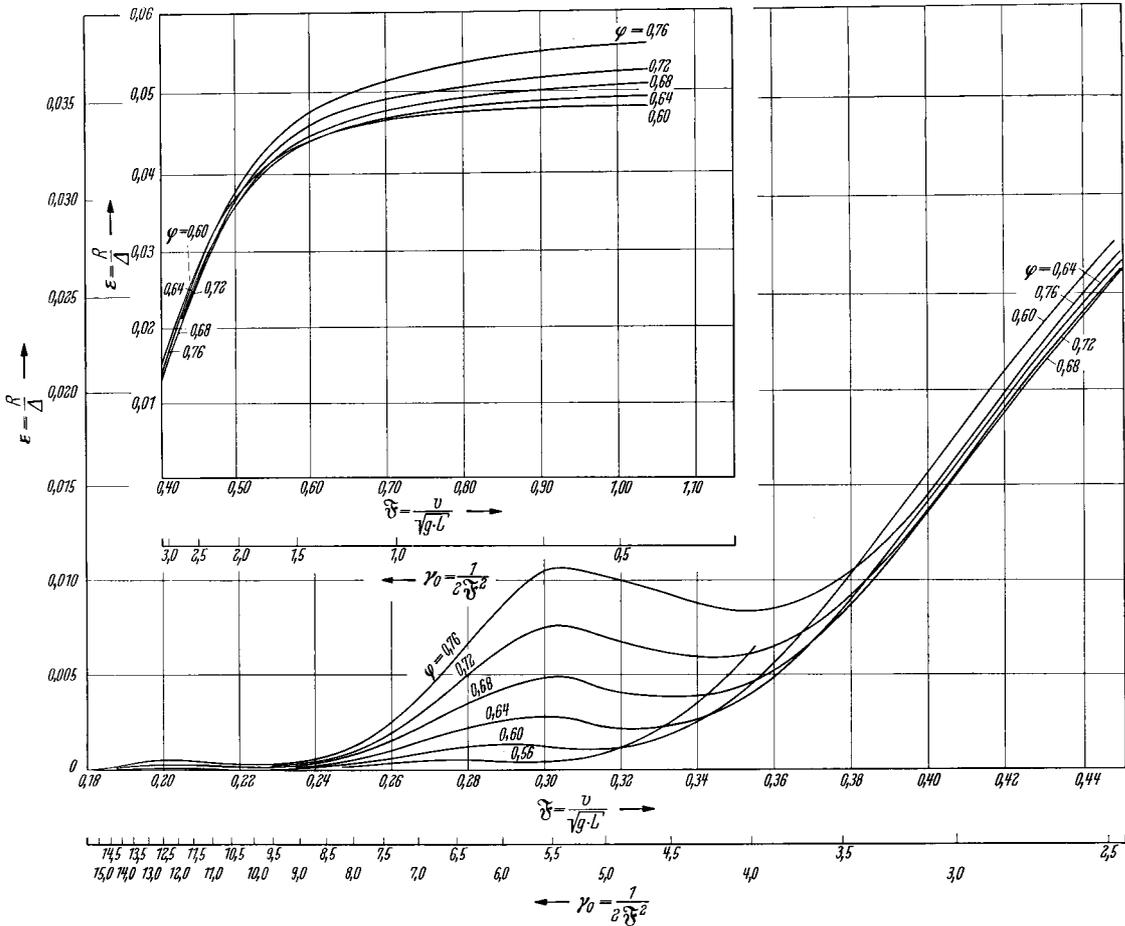


Bild 17. Spezifischer Wellenwiderstand  $\epsilon = \frac{R}{\Delta}$  von Elementarschiffen als Funktion der Froude-Zahl.

$$\text{Familie } \langle 2, 3, 4, 6 \rangle, \beta = 1, K = \frac{2 T}{L} = 0,1, \frac{B}{L} = \frac{1}{8}.$$

Wir gehen jetzt zu einem Geschwindigkeitsbereich  $0,22 \leq Fr \leq 0,26$  über. Als Hauptparameter der Diagramme Bild 20, 21 erscheinen die Schärfegrade 0,64 bzw. 0,68. Wir erkennen hier den Anstieg zum zweiten Widerstandsbuckel, der in allen Fällen bei  $Fr$  unter 0,25 einsetzt. Für die gewählten Hauptabmessungen liegt die Gleitzahl des Wellenwiderstandes hier etwas unter 0,0006, d. h. die errechneten Optimalwiderstände bleiben unterhalb  $Fr = 0,25$  klein.

Als nächsten Schritt untersuchen wir den Bereich  $0,183 \leq Fr \leq 0,22$ . Herausgegriffen seien die Schärfegrade 0,72 und 0,76 (Bild 22, 23).

Die Abhängigkeit der Optimalwiderstände vom Polynomtypus ist überraschend. Wir bemerken, daß nur die Kurven 4, 6, 8, 10 Formen entsprechen, die wir als normale Schiffslinien zu bezeichnen gewohnt sind.

Bilder 24–28 zeigen eine andere Art der Auftragung. Für jedes Diagramm ist die Froudesche Zahl oder  $\gamma_0$  eine Konstante. Als Abszisse erscheint der Schärfegrad. Zu Vergleichszwecken sind angenäherte Werte der Gleitzahlen  $\epsilon_v$  des zähen Widerstandes aufgetragen, denen ein Reibungsbeiwert der Großausführung von  $\zeta_{r0} \approx 0,002$  zugrunde liegt.

In Bild 24 erkennen wir, daß bei der relativ hohen Froude-Zahl von 0,316, die etwa schnellen Schnelldampfern entspricht, der Wellenwiderstand selbst unserer recht gedungenen Formen bei  $\varphi = 0,56$  oder 0,60 nur einen Bruchteil des zähen Widerstandes vorstellt.

Der Optimalwert des Schärfegrades liegt hier bei etwa 0,56. Um Irrtümern zu begegnen, sei betont, daß bei etwas kleineren Froude-Zahlen die Verringerung von  $\varphi$  von 0,60 auf 0,56 relativ mehr bringt als in Bild 24.

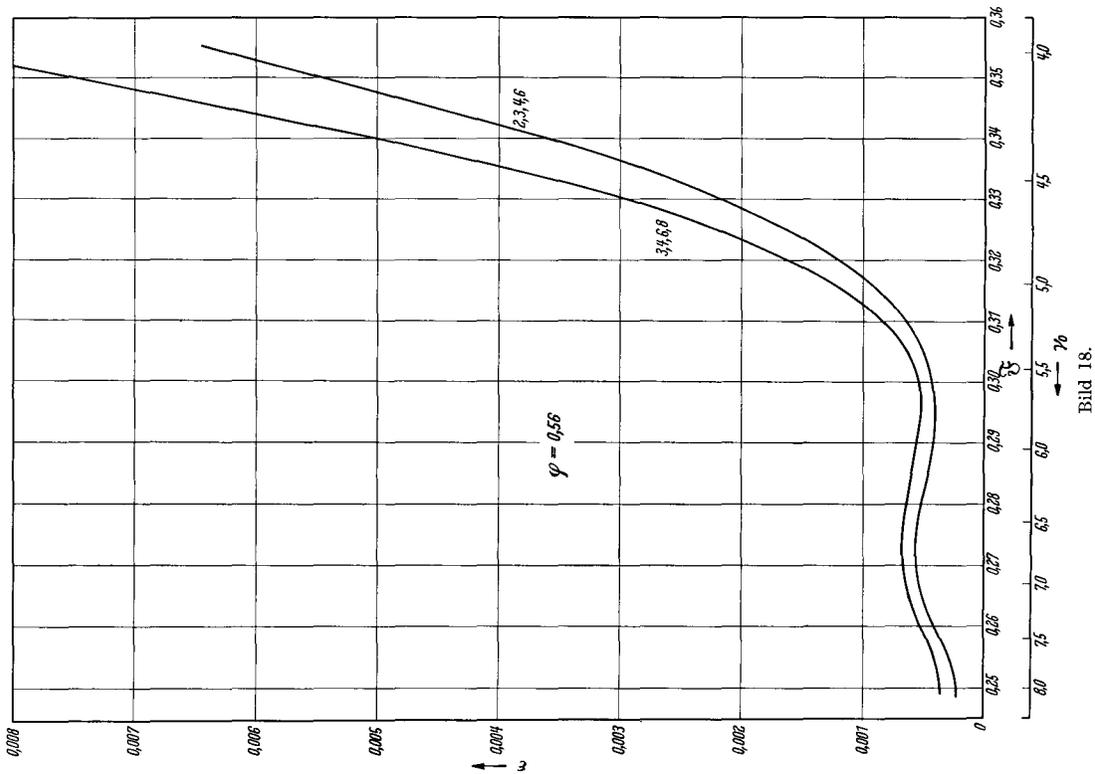


Bild 18.

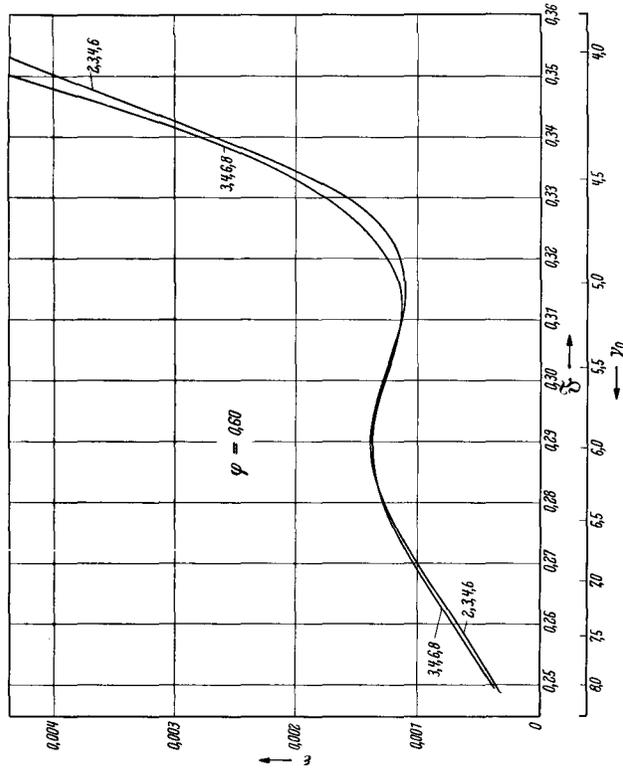


Bild 19.

13. Jahrb. STG. Bd. 51

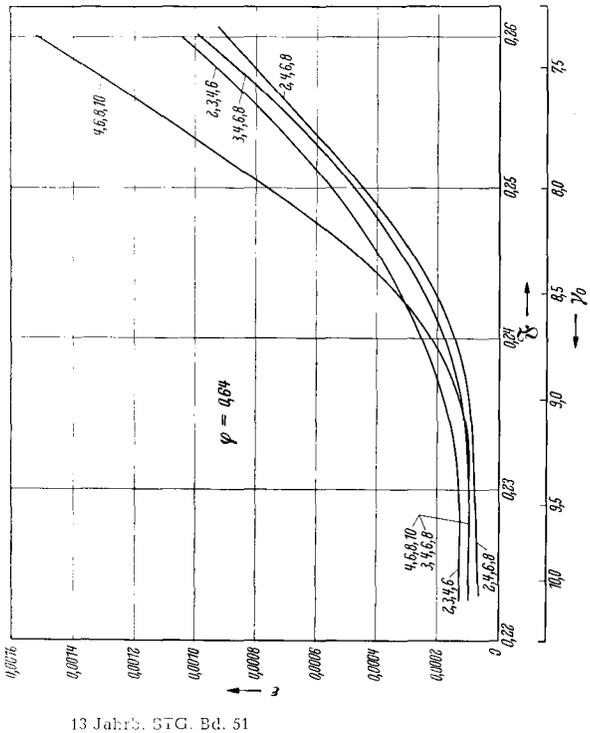


Bild 20.

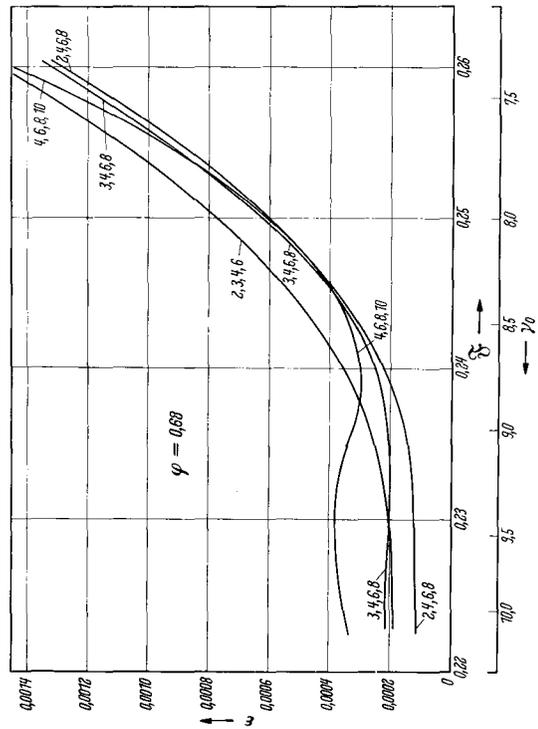


Bild 21.

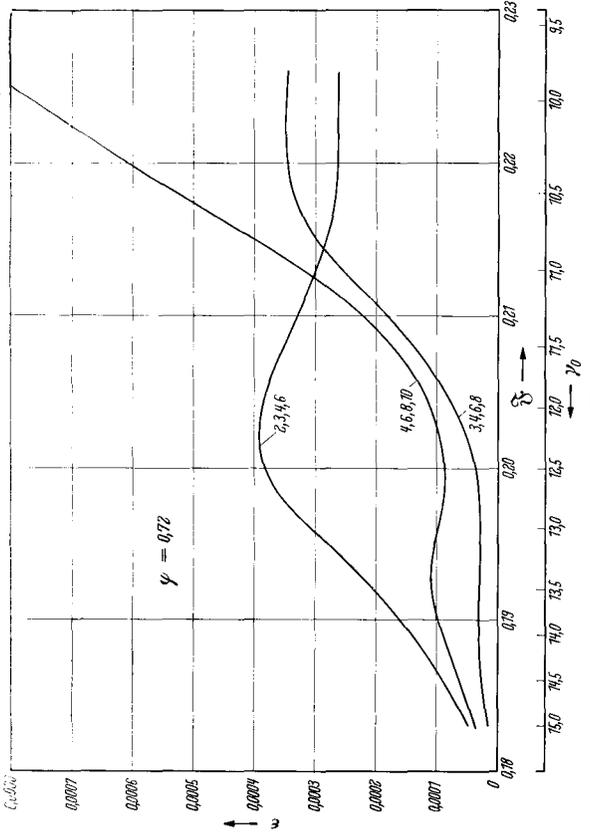


Bild 22.

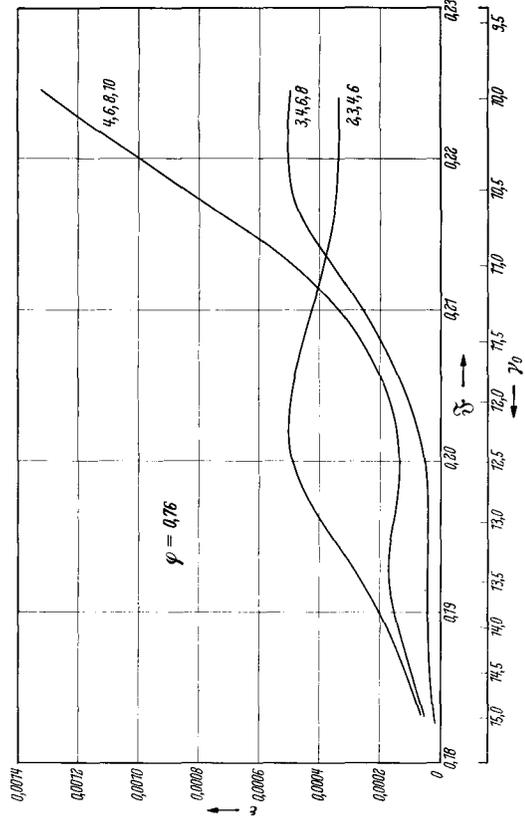


Bild 23.

Bild 18—23. Vergleich der spezifischen Wellenwiderstände  $\epsilon$  von Elementarschiffen verschiedener Polynomfamilien in drei Bereichen von Froude-Zahlen für vorgegebenes  $\psi$ .

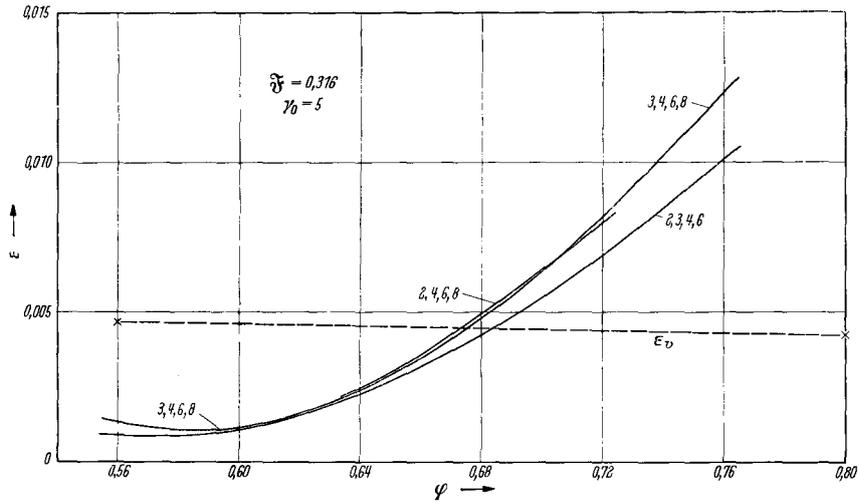


Bild 24.

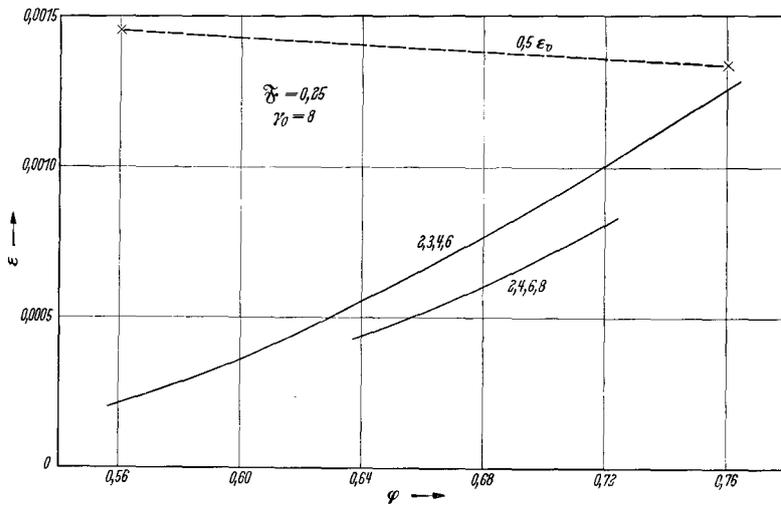


Bild 25.

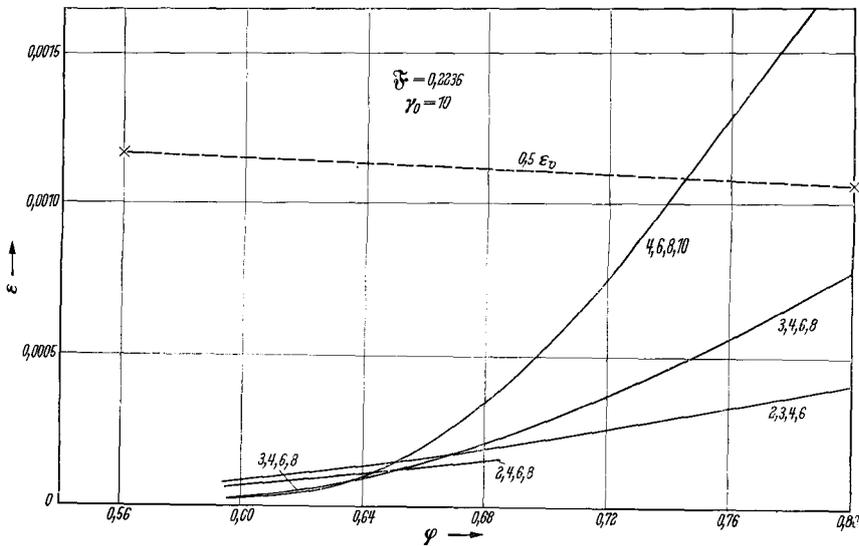


Bild 26.

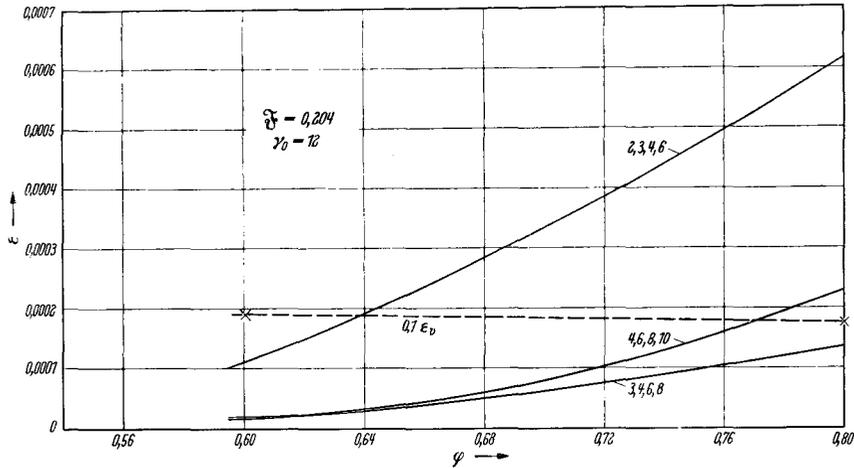


Bild 27.

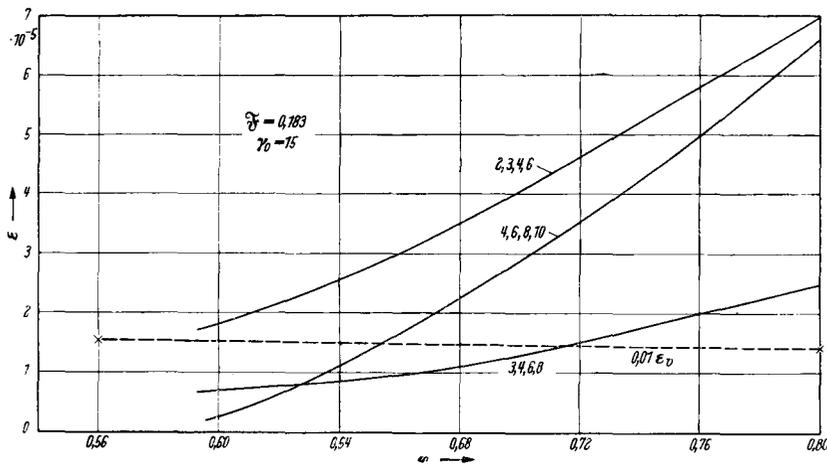


Bild 28.

Bild 24—28. Spezifische Wellenwiderstände  $\varepsilon(\varphi)$  von Elementarschiffen verschiedener Polynomfamilien als Funktionen des Schärfegrades für 5 Froude-Zahlen.

Diese Tendenz ist sehr ausgeprägt in Bild 25; doch ist für Optimalformen bei einer Froude-Zahl von 0,26 der Wellenwiderstand gegenüber dem zähen Widerstand schon recht klein. Dieses Diagramm kennzeichnet etwa die Verhältnisse, wie sie bei den schnellsten Frachtschiffen auftreten.

In Bild 26 behandeln wir den Widerstand der Optimalformen für  $\mathfrak{F} = 0,224$ . Gelten die Ergebnisse der Theorie quantitativ, so könnte man hier den Wellenwiderstand der günstigsten Formen bei den geringen Schärfegraden als vernachlässigbar ansehen.

Das gleiche gilt in verstärktem Maße für die Verhältnisse bei einer Froude-Zahl von 0,204. Interessant ist hierbei, daß die Optimalform der Familie 4, 6, 8, 10, die nach den früheren Bildern, z. B. 15 und 16, normalen Schiffsförmern entspricht, ausgezeichnete Ergebnisse zeitigt, wengleich die Formen 3, 4, 6, 8, die perverse Anschwellungen bei dem Hauptspant bei höheren Schärfegraden aufweisen, am günstigsten erscheinen.

Ähnliches gilt für das Bild 28, Froude-Zahl 0,183. Die schon früher hervorgehobene Geringfügigkeit des Wellenwiderstandes gegenüber den zähen Effekten kommt hier deutlich zur Geltung. Besonders bei diesen kleinen Geschwindigkeiten sind jedoch quantitative Schlüsse nur mit großer Vorsicht zu ziehen.

Wir begnügen uns, als Ergebnis dieser Darstellungen nochmals zusammenzufassen:

1. Es lohnt auch im Bereich kleiner Froude-Zahlen, sich um die Entwicklung von Formen zu kümmern, die dem Optimum hinsichtlich des Wellenwiderstandes nahekommen; bei einfachen parabolischen Verteilungskurven können die Widerstandswerte rechnerisch das 40–50fache der Optimalwerte erreichen (Bild 29).

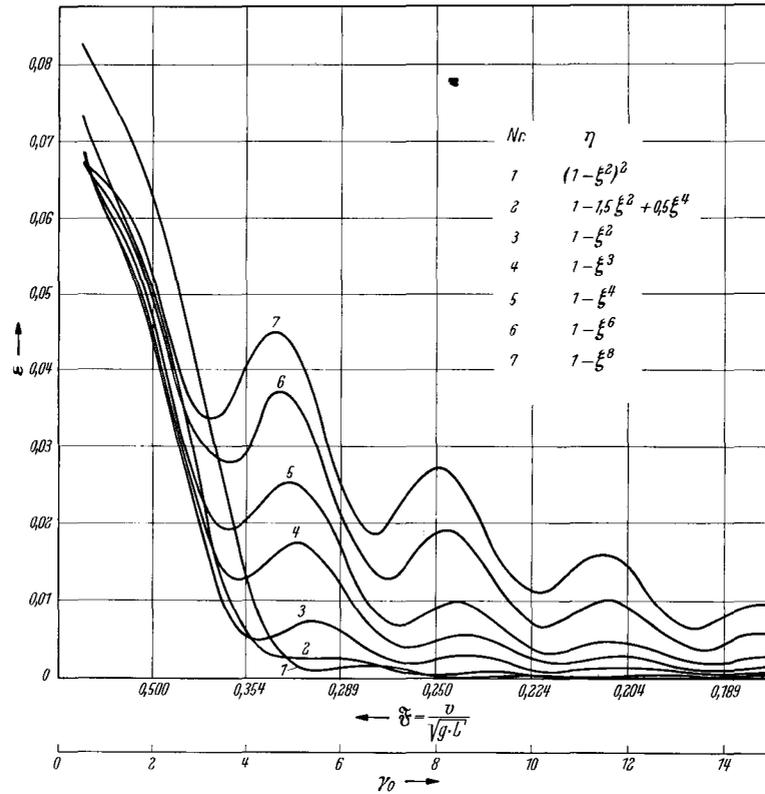


Bild 29. Spezifische Wellenwiderstände  $\varepsilon$  von Elementarschiffen mit einfachen Parabeln als Verteilungskurven (Wasserlinien).

2. Sind wir aber mit dem Wellenwiderstand in der Nähe des Optimums, so spielt die Übertragung des letzteren vom Modell zum Schiff für die Leistungsbestimmung praktisch keine Rolle. Letztere ist fast ausschließlich eine Sache der richtigen Abschätzung der Zähigkeitseffekte.

Im Bereich hoher Froude-Zahlen betrachten wir die Bilder 30, 31. Die Gleitzahlen, insbesondere die der Bestformen mit  $\varphi = 0,60$ , hängen beträchtlich vom Ausgangspolynom – 2346 oder 3468 – ebenso wie die Formen selbst. Der Linienvorlauf spielt hier noch eine größere Rolle, als man auf Grund asymptotischer Betrachtungen annehmen könnte.

### 3. Formparameter

Wir stellen uns jetzt die Frage, wieweit man die Optimalkurven und damit die Widerstandseigenschaften von Schiffsförmungen durch geeignete Parameter beschreiben kann. Die starke Abhängigkeit unserer Ergebnisse von der Wahl des Ausgangspolynoms läßt dieses Vorhaben zur Zeit schwierig erscheinen.

Der Tradition folgend haben wir bei der vorausgehenden Diskussion den Schärfeegrad als maßgeblichen Parameter verwandt. Seine Bedeutung als ordnendes Prinzip in der Widerstandslehre ist nicht zu erschüttern, solange man innerhalb einer Familie bleibt, wengleich diese Bedeutung im Bereich der hohen Froude-Zahlen zurücktritt.  $\varphi$  stellt ein notwendiges, aber bei weitem nicht ausreichendes Mittel für das Studium der Schiffsförmungen vor; letzteres tritt deutlich vor Augen, wenn man bei gleichem  $\varphi$  von Optimalkurven zu ungünstigen Linien übergeht.

Als nächste Formgröße kommt der Taylorsche Tangentenwert  $t$  in Frage. In Bild 32 sehen wir den Verlauf der optimalen  $t$ -Werte als Funktion von  $F$  für einen Schärfeegrad  $\varphi = 0,60$  und verschiedene Polynomfamilien. Da die Kurven nicht zu stark divergieren, könnte man geneigt sein,  $t$  für einen charakteristischen Parameter zu halten. Die Linien in Bild 33, für ein  $\varphi$  von 0,68 errechnet, zeigen jedoch, wie stark der optimale  $t$ -Wert in einem Gebiet kleinerer Froude-Zahlen von dem allgemeinen Formverlauf der Ausgangsgleichung abhängig ist. Ähnliches gilt in verstärktem Maße für  $\varphi = 0,80$ ; wir berücksichtigen dabei, daß die Familie 2, 3, 4, 6 perverse Formen ergibt und daß 4, 6, 8, 10 allein

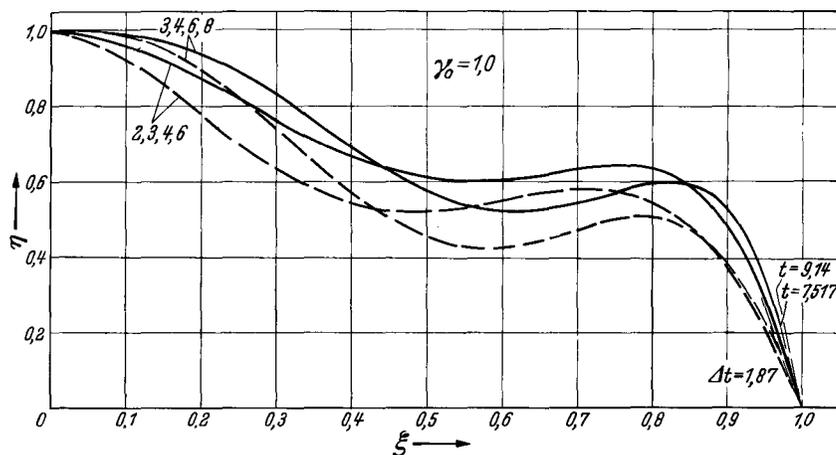


Bild 30. Optimalformen 2, 3, 4, 6 und 3, 4, 6, 8.  $\gamma_0 = 1$ ,  $\bar{\gamma} = 0,707$ .

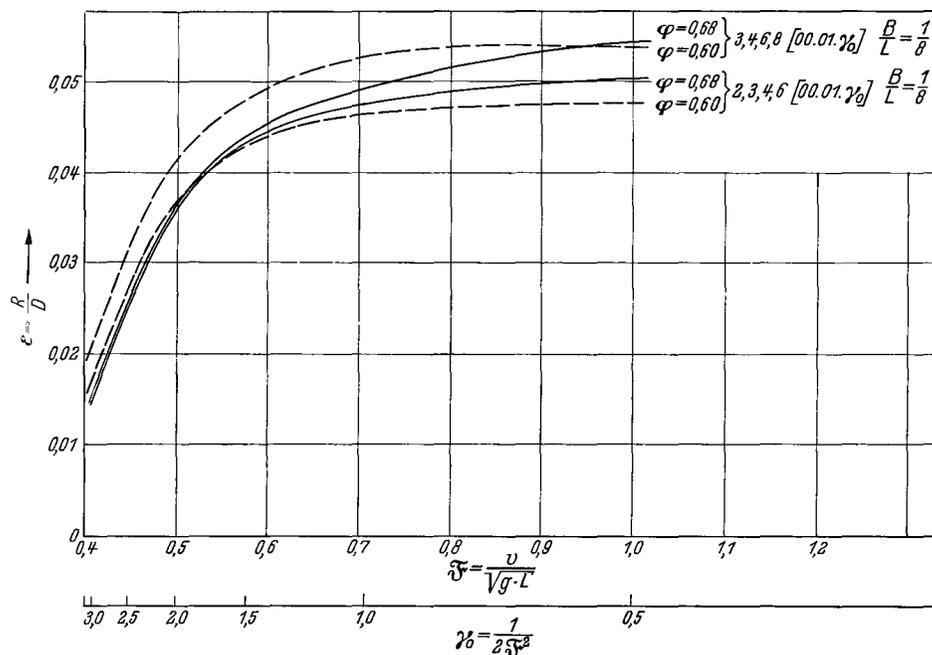


Bild 31. Gleitzahlen für Bestformen der Familien 2, 3, 4, 6 und 3, 4, 6, 8.

einen „normalen“ Kurvenverlauf zeitigt. Das Ansteigen der optimalen  $t$ -Werte innerhalb der Familie 4, 6, 8, 10 mit wachsendem  $\bar{\gamma}$  weist auf den Nutzen eines Wulstes hin.

Als weiteren Parameter betrachten wir die Größe  $\sigma = \int_0^1 \eta \xi d\xi$ , die u. a. beim Entwurf der Serie 60 des TMB [2] weitgehend angewandt worden ist.

Bild 35 gibt uns den  $\sigma$ -Verlauf verschiedener Optimalformen mit  $\varphi = 0,60$  in Abhängigkeit von der Froude-Zahl an. Die Unterschiede zwischen den verschiedenen Familien sind nicht besonders ausgesprochen, was ja aus dem Charakter von  $\sigma$  als statisches Moment folgt.

Ein Vergleich mit den  $\sigma$ -Werten, die der Serie 60 des TMB zugrunde liegen, zeigt, daß die rechnerischen Werte meist etwas über den empirischen liegen; letztere gelten als unabhängig von  $\bar{\gamma}$ .

Die Werte  $t$  und  $\sigma$  in Bild 32 und 35 gelten nur für einen Schärfegrad  $\varphi = 0,60$ . Die entsprechenden Größen  $\Delta t$  der sogenannten Formzusatzkurven (für ein  $\Delta\varphi$  von 0,04) in Bild 36 und ähnlich die Werte  $\Delta\sigma$ , die hier nicht wiedergegeben sind, ermöglichen, die Parameter  $t$ ,  $\sigma$  für beliebige Schärfegrade zu konstruieren.

Bild 36 zeigt die außerordentliche Streuung der  $\Delta t$ -Kurven. Wenn wir gelegentlich für bestimmte Froudesche Zahlen und  $\varphi$ -Werte eine gute Übereinstimmung der optimalen  $t$ -Werte innerhalb verschiedener Polynomfamilien festgestellt haben, so folgt aus Bild 36 zwingend, daß für andere Para-

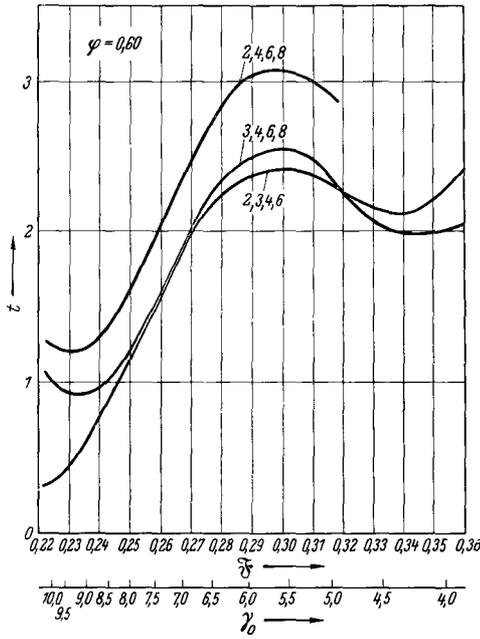


Bild 32.

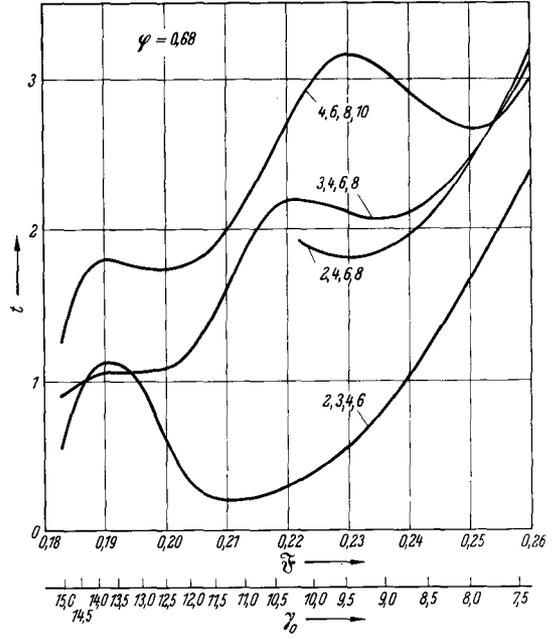


Bild 33.

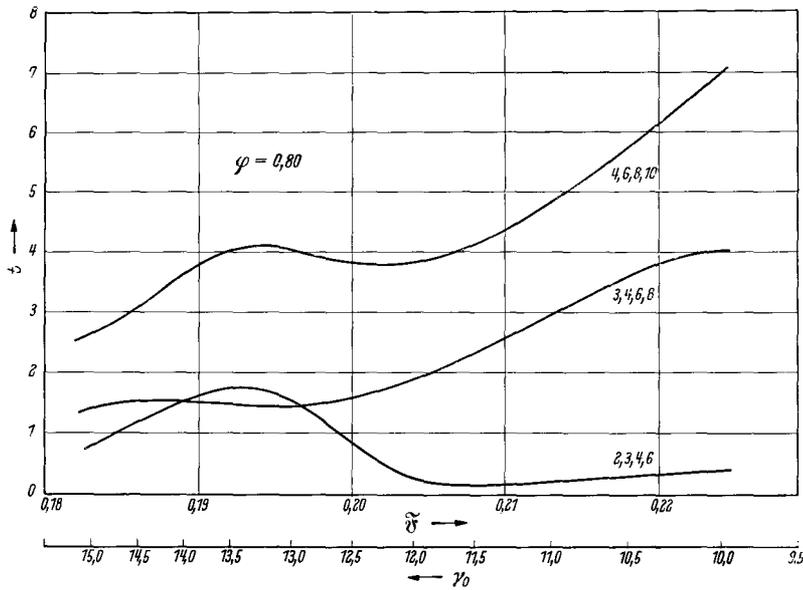


Bild 34.

Bild 32—34. Verlauf des Eintrittsparameters  $t$  als Funktion der Froude-Zahl  $\bar{\sigma}$   
 $\varphi = 0,60$                        $\varphi = 0,68$                        $\varphi = 0,80$ .

meterwerte die  $t$ -Kurven divergieren, wie der Verlauf mancher Optimalkurven in Bild 11-16 schon andeutete. Es ist daher fraglich, ob diesem Differentialwert  $t$  die Bedeutung zukommt, die Taylor ihm beimaß. Bezeichnend ist, daß seine ausgedehnteste experimentelle Untersuchung über die Variation des Widerstandes mit  $t$  sich auf Formen mit  $\varphi = 0,6$  erstreckt.

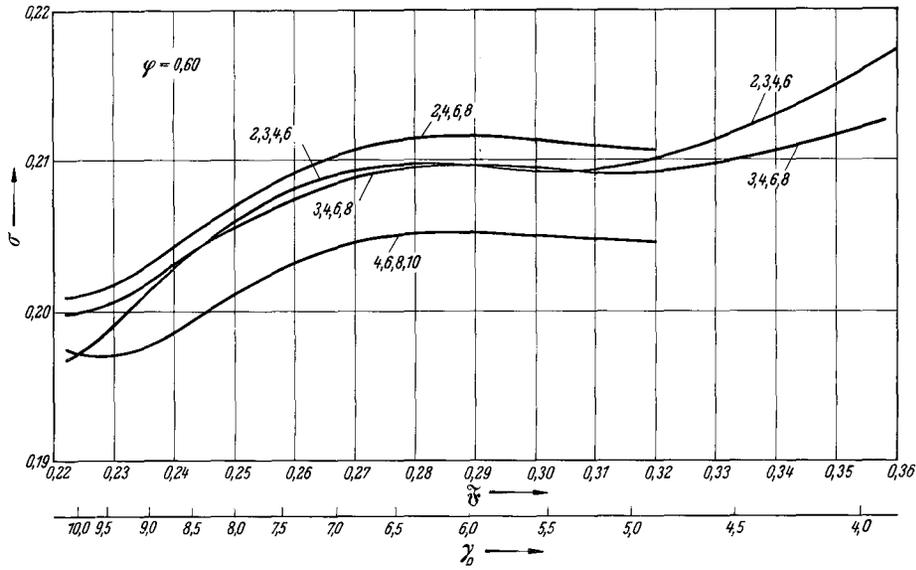


Bild 35. Dimensionsloses statisches Moment  $\sigma = \int_0^1 \eta \xi d\xi$  als Funktion der Froude-Zahl  $\bar{F}$  für  $\varphi = 0,60$ .

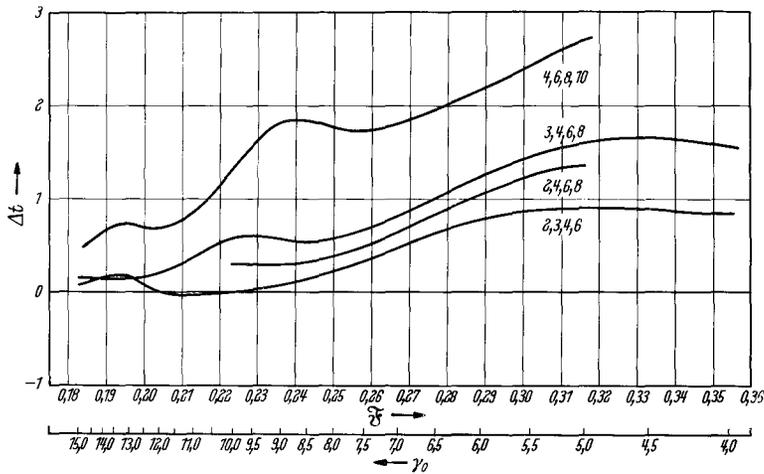


Bild 36. Eintrittsparameter  $\Delta t$  der Zusatzform  $\Delta \eta$  für  $\varphi = 0,04$  als Funktion von  $\bar{F}$ .

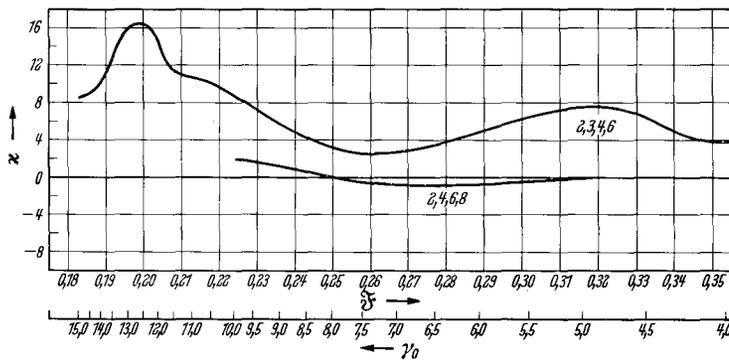


Bild 37. Krümmungsparameter  $\kappa = - \left. \frac{d^2 \eta}{d \xi^2} \right|_{\xi=0}$  der Formen  $\langle 2, 3, 4, 6 \rangle$   $\langle 2, 4, 6, 8 \rangle$   $\varphi = 0,68$

Schließlich untersuchen wir für die Polynomfamilien 2, 3, 4, 6 und 2, 4, 6, 8 den Taylorschen Parameter – die Krümmung im Hauptspant. Bild 37 zeigt den Verlauf der  $\kappa = -\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2}$  Kurven für einen Schärfegrad.

Die Ergebnisse für die beiden Polynomfamilien sind ganz verschieden, jedoch mag in einem wichtigen Bereich von Froudeschen Zahlen eine leichte Ähnlichkeit der Tendenz der Verlaufs bestehen. Weitergehende Folgerungen lassen sich vorläufig noch nicht ziehen.

Im Hinblick auf frühere theoretische und experimentelle Untersuchungen [24] soll jedoch dieses Problem weiter verfolgt werden.

Wir fassen zusammen: Keinen der Parameter  $\varphi$ ,  $t$ ,  $\sigma$  und  $\kappa$  kann man im Rahmen der vorliegenden Untersuchung als ausreichendes Hilfsmittel zur Beschreibung von Optimalkurven und damit zur Abschätzung des Wellenwiderstandes ansehen; sie hängen im allgemeinen zu stark von dem gesamten Kurvenverlauf, anders ausgedrückt, der Polynomfamilie ab. Weitere Untersuchungen müssen auf Ansätzen mit einer größeren Anzahl willkürlicher Parameter aufbauen.

Dem berechtigten Einwand, daß keine Verteilungen mit vorgeschriebenen parallelen Mittelschiffen untersucht worden sind, können wir nur mit dem Versprechen begegnen, diese Unterlassung gutzumachen, sobald unser Rechenautomat zur Verfügung steht.

#### IV. Vergleiche mit dem Experiment

Es war ursprünglich beabsichtigt, die rechnerischen Ergebnisse durch ein umfangreicheres Schleppversuchsprogramm zu verifizieren. Im Verlauf der Untersuchungen erwies es sich jedoch als zweckmäßig, den experimentellen Teil der Arbeit zurückzustellen, bis die Berechnung der tatsächlichen, durch die Verteilungen erzeugten Körperformen vorliegt. Ausgedehnte Modellversuche sind inzwischen schon von Herrn Vossers in der holländischen Schiffbauversuchsanstalt durchgeführt worden. Wir beschränken uns deshalb darauf, die Meßergebnisse an zwei Modellen von Elementarschiffen mitzuteilen und ferner einen kurzen Vergleich mit einigen Werten von Taylor heranzuziehen.

Dem Modell I liegt die Optimalform der Familie  $\langle 3, 4, 6, 7; 0,68 \rangle$ ,  $\mathfrak{F} = 0,25$  zugrunde. Frühere theoretische und experimentelle Untersuchungen hatten gezeigt, daß man solche Schiffsformen ökonomisch bis zu der angegebenen Froude-Zahl betreiben kann.

Die Gleichung der Spantflächenkurve (richtiger die Integralkurve der Verteilung) lautet:

$$\eta = 0,1760 \xi^3 - 5,1634 \xi^4 + 7,1074 \xi^6 - 3,1201 \xi^8 \text{ mit } t = 2,44. \quad (34)$$

Als Modell II wählten wir eine Schiffsform aus derselben Polynomfamilie und mit demselben Schärfegrad, aber mit einer extrem hohen Wasserlinie  $t = 0$ .

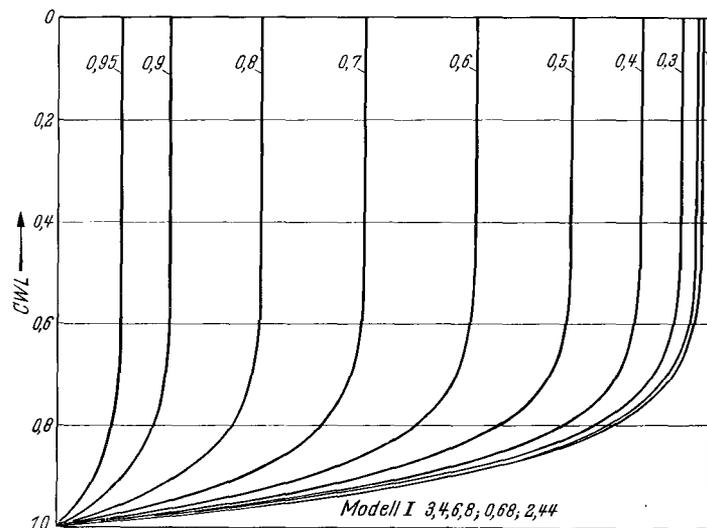


Bild 38. Linienriß Modell I.

Der Linienriß von I ist in Bild 38, und die Spantflächenkurven sind in Bild 39 gezeigt. Während jedoch der theoretischen Berechnung eine Hauptspantvölligkeit  $\beta = 1$  zugrunde liegt, wurden die Modelle mit Spanten der Völligkeit 0,9 (Parabeln neunten Grades) ausgeführt. Die Größe der rechnerisch ermittelten Widerstände wird infolge der höheren angenommenen Spantvölligkeit übertrieben; der Charakter der Widerstandskurven, auf den es uns in erster Linie ankommt, wird jedoch dadurch nicht entscheidend beeinflusst.

Die Ergebnisse zeigt Bild 40. Wir gehen aus von einer Kurve für den Zähigkeitswiderstand  $W_v$ ,

die aus den Schönherrschens Reibungswerten multipliziert mit  $1 + n = 1,08$  errechnet ist. Der letztere Faktor wäre zweckmäßigerweise nach Granville höher zu wählen gewesen, etwa zu 1,14, doch ändert das wenig an unseren Betrachtungen in dem uns hier interessierenden Bereich von Froude-Zahlen.

Von dieser Kurve  $W_v$  setzen wir folgende Werte ab:

1. Die errechneten Wellenwiderstände  $R$  für die Modelle I und II.
2. Die errechnete Einhüllende der Wellenwiderstände der Optimalformen, die den jeweiligen Froude-Zahlen entsprechen.
3. Die Restwiderstände nach den Standardserien von Taylor. Diese so aufgebauten Kurven der Gesamtwiderstände werden mit den tatsächlich gemessenen Gesamtwiderständen der Modelle I und II verglichen.

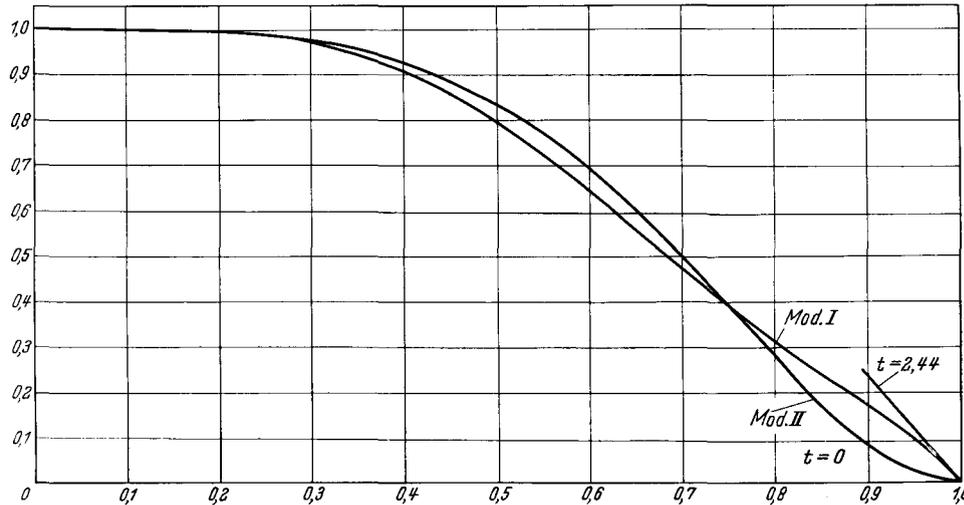


Bild 39. Spantflächenkurven Modelle I und II.

Uns interessiert vornehmlich der Bereich  $0,26 \geq \mathfrak{F} \geq 0,22$ , doch sind die Untersuchungen bis zu wesentlich höheren Geschwindigkeiten getrieben worden. Wir folgern hieraus:

1. Prognosen der Theorie hinsichtlich des Widerstandsverhältnisses der Modelle I und II bestätigen sich qualitativ recht gut.

2. Jedoch treten in dem praktisch besonders interessierenden Gebiet von Froude-Zahlen starke quantitative Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Rechnung und des Versuchs auf.

Wie bekannt, macht die Natur glücklicherweise die ungünstigsten Indifferenzerscheinungen, die im Buckel in der gerechneten Kurve für das Modell II bei  $\mathfrak{F} = 0,23$  in Erscheinung treten, nur zögernd mit, ebenso leider nur zögernd die günstigen Interferenzen. Letzteres kommt u. a. dadurch zum Ausdruck, daß die theoretische Kurve für Modell I in dem Bereich  $0,26 \geq \mathfrak{F} \geq 0,22$  unter der gemessenen liegt, obgleich dieser Unterschied bei Wahl eines plausiblen Faktors  $1 + n$  geringer ausfällt.

3. Die Anwendung der Standardkurven nach Taylor führt in dem Bereich der Konstruktionsgeschwindigkeit zu Trugschlüssen. Ihr zufolge sollte bei  $\mathfrak{F} = 0,25$  ein Widerstandsbuckel auftreten, der bei der gewählten Form des Modells I gar nicht vorhanden ist. Es ist an der Zeit, die in der älteren Literatur grassierenden Behauptungen über die Nachteile oder Vorzüge gewisser Froude-Zahlenbereiche einer Revision zu unterziehen; vergleiche z. B. das bekannte Bild in Taylors „Speed and Power of Ships“.

Im Hinblick auf die überraschende Kleinheit der berechneten Gleitzahlen des Wellenwiderstandes im Bereich niederer Froude-Zahlen erschien eine weitere, wenn auch grobe Prüfung der ermittelten Größenordnung durch experimentelle Daten erforderlich. Wir haben dabei gewisse Mittelwerte von  $\varepsilon$ , die einigermaßen normalen Optimalkurven entsprechen, mit denen der Taylorschen Standardserien  $\varepsilon_w = \frac{W_w}{A}$  verglichen, die allgemein wegen ihrer guten (wenn auch nicht optimalen) Eigenschaften als Kriterium benutzt werden.

Wir gehen aus von den Beiwerten des „Formwiderstandes“  $\zeta_F$  in der Darstellung von Gertler [25] (TMB-Report 806) und ermitteln den Beiwert des Wellenwiderstandes  $\zeta_w = \zeta_F - n\zeta_{r0}$ .  $\zeta_{r0}$  sei nach Schönherr für die Taylor-Modelle im gegebenen Geschwindigkeitsbereich zu 0,003 angenommen. Der Formfaktor  $n$  wird nach einem auf experimentellen Daten basierenden Vorschlag von Granville [26] gewählt, und  $\zeta_w$  wird dann in eine Gleitzahl konvertiert. Bei kleinen Werten von  $\zeta_F$  werden die so ermittelten  $\zeta_w$  fragwürdig.

Dieser Sachverhalt zwingt uns, kurz einiges über die Ermittlung des zähen Widerstandes  $W_v = (1 + n) W_{70}$  zu sagen. Man stützt sich dabei erstens auf Versuche mit Doppelmodellen, von denen Föttinger seinerzeit behauptete [27], sie stellten die erste neue Idee im Modellmeßversuchswesen seit den grundlegenden Vorschlägen von Froude vor. Eine andere Möglichkeit besteht bekanntlich in der Untersuchung von Modellen bei kleinen Froudeschen Zahlen, deren Abmessungen so beträchtlich sind, daß die Reynolds-Zahlen genügend groß bleiben.

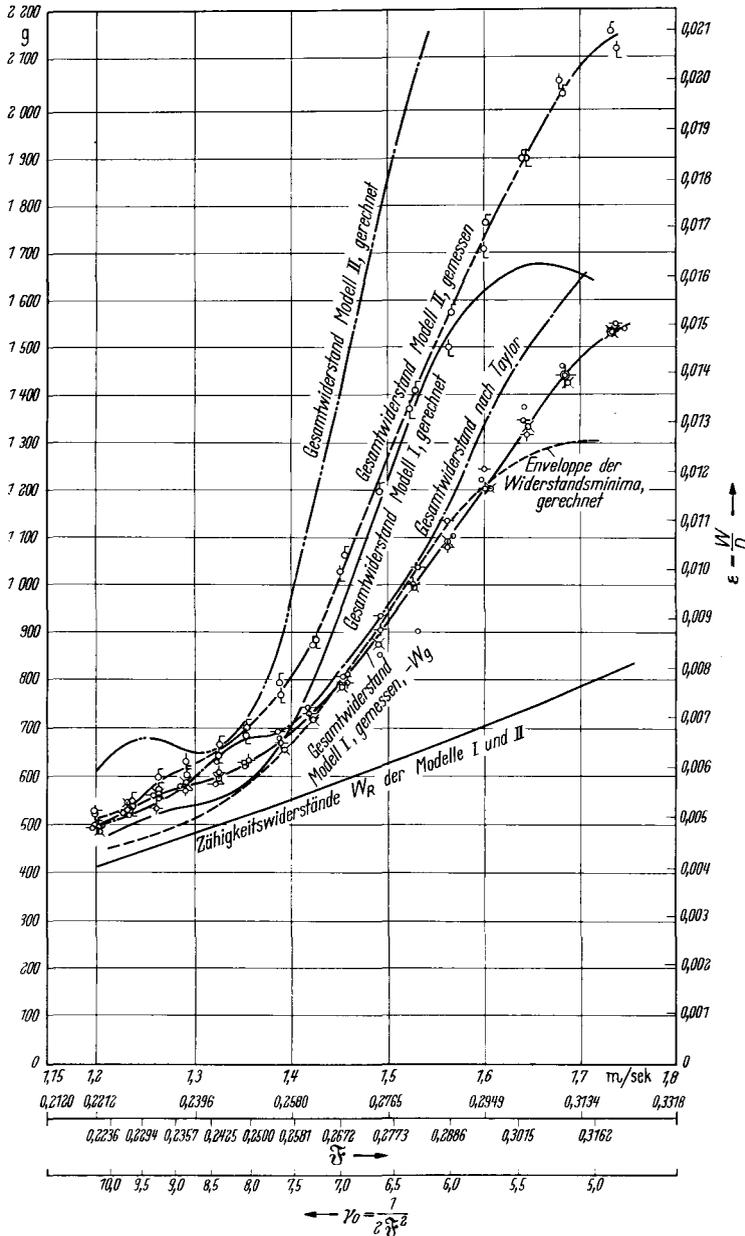


Bild 40. Vergleich der Wellenwiderstände zweier Modelle nach Rechnung und Versuch.

Die Schwierigkeit bei dem letzteren Vorgehen besteht in der Abschätzung der Wellenbildung. Erst wenn wir diese vernachlässigen oder durch zuverlässige Korrekturen berücksichtigen können, ist das Verfahren zulässig. Da wir uns hier nur mit Froudeschen Zahlen  $\bar{\gamma} \geq 0,183$  befassen, liefert unsere Arbeit keinen systematischen, wohl aber einen indirekten Beitrag zu diesem Thema, insofern als schon hier der berechnete Wellenwiderstand sehr klein ausfällt. Es zeigt sich, daß  $n$  nach Granville recht gut mit den Werten übereinstimmt, die sich aus den Taylor-Kurven bei  $\bar{\gamma} = 0,15$  ergeben, wenn  $\zeta_w = 0$  gesetzt wird.

Ergebnisse mit einem aussichtsreichen Verfahren von Tulin, demzufolge man in Analogie zum Impulsverfahren in der Aerodynamik auch den Zähigkeitswiderstand von Körpern, die sich an einer freien Oberfläche bewegen, ermitteln kann, liegen noch nicht vor.

Unsere Abschätzungen, die einen großen Bereich von Volligkeiten umfassen, zeigen zunächst, daß die experimentellen Werte  $\epsilon_w > \epsilon$  nach der Theorie bleiben; allgemein wenn  $\bar{\gamma} > 0,22$ , für kleinere  $\bar{\gamma}$ , wenn es sich um die uns besonders interessierenden großen Schärfegrade handelt. Dies erscheint plausibel, da unsere Theorie Bestwerte liefern soll. Das Verhältnis  $\epsilon_w/\epsilon$  schwankt roh gesprochen um 2; die Größenordnung unserer Berechnung bestätigt sich damit ausreichend.

Bei kleinem  $\bar{\gamma}$  und  $\varphi$  wird  $\epsilon_w$  null oder gelegentlich negativ, d. h., die Analyse der Experimente oder die Meßwerte selbst werden unbrauchbar. Die Beiwerte  $n$  nach Granville dürften etwas zu hoch liegen.

Wir folgern daraus, daß unser theoretisches Berechnungsverfahren durchaus geeignet erscheint, weiterentwickelt zu werden. In diesem Zusammenhang sei auf eine Methode von Inui verwiesen, den Wellenwiderstand bei kleinem  $\bar{\gamma}$  abzuschätzen.

### Zusammenfassung

Methodisch bringt die vorliegende Arbeit kaum etwas Neues gegenüber ihrer Vorgängerin [6]. Ein Fortschritt in den verwandten Hilfsmitteln ist zu verzeichnen. Wesentlich ist die Feststellung der linearen Abhängigkeit der Optimalformen von  $\varphi$ . Die Aufgabenstellung ist enger als früher, zugleich aber anspruchsvoller hinsichtlich der Genauigkeit der Aussagen und ihrer praktischen Anwendungsmöglichkeiten. Nachdruck ist gelegt auf das Gebiet mäßiger und kleiner Froude-Zahlen.

Unsere Berechnung führt nur zu angenäherten Lösungen für die optimalen Verteilungen. Sie hängen noch stark von den gewählten Ansätzen ab. Eine Verallgemeinerung der Vergleichsfunktionen erscheint vordringlich. Sie soll mit Hilfe von Rechenautomaten nutzbar gemacht werden.

Als nächste Aufgabe verbleibt die Bestimmung der zugehörigen Körperformen; sie stellt im wesentlichen zunächst ein umfangreiches numerisches Problem vor (im Rahmen unserer hydrodynamischen Voraussetzungen). Die Erzeugung von Schiffsförmern mit parallelen Mittelteilen ist beabsichtigt.

Der Verlauf der gewonnenen Optimalkurven bestätigt u. a. frühere Abschätzungen sowohl bei höheren wie niederen Froude-Zahlen. In letzterem Gebiet überrascht zunächst die Geringfügigkeit der für die Optimalkurven errechneten Wellenwiderstände.

Ein Vergleich mit den Standardkurven von Taylor zeitigt jedoch diese Ergebnisse, wenn man die Größe des Wellenwiderstandes über den zähen Widerstand errechnet.

Bei kleineren Froude-Zahlen, die der Konstruktionsgeschwindigkeit langsamer Frachtschiffe entsprechen, kann der Wellenwiderstand so gering werden, daß die Froudesche Umrechnungsmethode für die Berechnung der Leistung überflüssig wird und die Ermittlung des Zähigkeitswiderstandes das einzige Problem vorstellt.

Andererseits bestätigen unsere Rechnungen, wie empfindlich die Größe des Wellenwiderstandes auf Formänderungen reagiert. So nehmen die Gleitzahlen  $\varepsilon$  im Bereich niederer Froude-Zahlen um eine Größenordnung (z. B. das 40–50fache) zu, wenn man statt einer Optimalform eine plausibel aussehende einfache Parabelform gleichen Schärfegrades wählt.

Es ist zu erwarten, daß die Anwendung einer von Inui vorgeschlagenen Methode [7 Diskussion] bei kleinen Froude-Zahlen weitere fruchtbare Ergebnisse zeitigen wird.

Der einfache Verlauf unserer  $\varepsilon(\varphi)$ -Kurven bestätigt die Bedeutung des Schärfegrades  $\varphi$  als Widerstandsparameter von Optimalformen, aber auch die Grenzen seiner Tragfähigkeit werden aufgezeigt. Die Brauchbarkeit anderer Formparameter für Zwecke der Widerstandsforschung ist noch nicht genügend geklärt; mit Verallgemeinerung auf größere Bereiche von Schiffsförmern muß man vorsichtig sein, selbst wenn in engen Gebieten gute Ergebnisse vorliegen.

Umfangreiche Programme für experimentelle Untersuchungen ergeben sich zwangsläufig. Einige Ergebnisse teilt G. Vossers von der Niederländischen Versuchsanstalt im Anhang mit.

Konkrete Vorschläge für den Entwurf müssen zurückgestellt werden, bis die Untersuchungen in den angedeuteten Richtungen vorgetrieben sind: Verallgemeinerung der Ansätze, Ermittlung der Körperformen und Kritik durch das Experiment. Methoden zur exakten Lösung des vorliegenden Variationsproblems werden z. Z. an mehreren Stellen weiterentwickelt.

Unsere Überlegungen weisen nachdrücklich darauf hin, daß wir zu einer befriedigenden Lösung der Probleme des Schiffswiderstandes nur über die Erforschung des komplizierten physikalischen Sachverhalts mit theoretischen und experimentellen Mitteln gelangen können, nicht mit der Aufstellung ephemere Reibungskurven. Es werden sich weitere Möglichkeiten ergeben, den Wellenwiderstand „auszukochen“ und ungünstige Zähigkeitseffekte zu vermeiden.

Die Grenzen der von uns benutzten Theorie, die ja hydrodynamisch gesehen eine allererste Näherung ist, halten wir uns stets vor Augen und hoffen, daß die junge Generation der Hydrodynamiker uns weiterhelfen wird. Es wäre zu schön, wenn die hier unter sehr einschränkenden Bedingungen gewonnenen Ergebnisse sich unmittelbar auf die rauhe Wirklichkeit anwenden ließen. Manche Anregung läßt sich jedoch von ihnen erwarten.

### Bezeichnungen

$a$	— große Halbachse	$i$	—	} Indizes
$a$	mit Index — Formparameter	$j$	—	
$b$	= $B/2$ ; $b$ — kleine Halbachse	$k$	—	
$c$	— mittlere Halbachse	$k_x$	— Trägheitskoeffizient	
$e$	— lineare Exzentrizität	$l$	= $L/2$	
$g$	— Erdbeschleunigung	$m$	— Dipolverteilung	

$m_F$	— Flächenverteilung	$U$	— gleichförmige Geschwindigkeit in $x$ -Richtung
$n$	— Index; Exponent; Formparameter des Zähigkeitswiderstandes	$\forall$	— Volumen
$t$	$= - \left  \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right _{\xi=1}$ Taylors Tangentenwert	$W$	— Widerstand
$x$	— } Koordinaten	$W_t$	— totaler Widerstand
$y$		$W_{r0}$	— Reibungswiderstand der äquivalenten Platte
$z$		$W_v$	— Zähigkeitswiderstand
$\mathfrak{F}$	$= \frac{U}{\sqrt{gL}}$ — Froude-Zahl	$W_w$	— Wellenwiderstand, experimentell ermittelt
$\Re$	$= \frac{UL}{\nu}$ — Reynolds-Zahl	$X(\xi)$	— Gl. der CWL oder Spantflächenkurve
$\mathfrak{M}$	mit Indizes — Widerstandsfunktionen	$Z(\zeta)$	— Gl. des $\otimes$
$A$	— Flächeninhalt	$\alpha \beta \delta \varphi$	— Völligkeitsgrade wie üblich
$A(x)$	— Spantflächenkurve	$\gamma_0$	$= \frac{1}{2 \mathfrak{F}^2}$ Geschwindigkeitsparameter
$A(0)$	$= A \otimes$ — Hauptspantfläche	$\varepsilon$	$= R/D$ — berechnete Gleitzahl des Wellenwiderstandes
$B$	— Breite	$\varepsilon_v$	$= W_v/D$ — berechnete Gleitzahl des Zähigkeitswiderstandes
$C$	— Beiwert	$\varepsilon_w$	$= W_w/D$ — berechnete Gleitzahl des experimentell ermittelten Widerstandes
$\Delta$	— Verdrängung	$\zeta$	$= z/T$ — dimensionslose Tiefenkoordinate
$E_0$	— Hilfsintegral	$\zeta_{r0}$	$= - \frac{W_{r0}}{2 \rho U^2}$ sinngemäß $\zeta_v \zeta_w$ aus $W_v, W_w$
$J$	— Widerstandsfunktion	$\eta$	$= y/b = 2 y/\beta$
$K$	$= \frac{2 T}{L}$	$\varkappa$	— Krümmungsparameter in $\otimes$
$L$	— Schiffslänge	$\nu$	— kinem. Zähigkeit
$M$	— Gesamtdipolmoment	$\xi$	$= x/e = 2 x/L$
$O$	— Inhalt der Schiffsoberfläche	$\rho$	— Dichte des Wassers
$R$	— Wellenwiderstand nach Michell	$\sigma$	$= \int_0^1 \eta \xi d\xi$ Formparameter
$R^+$	$= \frac{R L}{\pi \rho g B^2 T^2}$	$\psi$	$= L/\forall^{1/3}$
$T$	— Tiefgang		

## Schrifttum

- [1] Michell: Phil. Mag. (1898).
- [2] Todd, F. H.: SNAME (1953).
- [3] Weinblum, G.: Schiffstechnik (1956).
- [4] Weinblum, G.: Jahrbuch STG (1956).
- [5] Wehausen, J.: Conference on Ship Hydrodynamics Washington (1956).
- [6] Weinblum, G.: 3. Int. Kongreß f. Ang. Mechanik, Stockholm (1930).
- [7] Inui, T.: VII. Int. Kongreß für Schiffshydrodynamik, Oslo (1934).
- [8] Havelock, T. H.: Proc Royal Soc A 103 (1923).
- [9] Pond, H.: TMB Report 795.
- [10] von Kármán, T.: IV. Int. Kongreß f. Ang. Mechanik, Cambridge (1934).
- [11] Girs and Sretensky: Prikl. Mat. i Mechanika Vol. X (1946).
- [12] Wigley, C.: TINA (1927, 1930, 1944).
- [13] Eggers, K., und Wetterling: Schiffstechnik (1957).
- [14] Amtsberg, H.: Jahrbuch STG (1937).
- [14a] Weinig, F.: Diskussionsbeitrag zu [14]
- [15] Munk, M., in Durand, Aerodynamics Band I.
- [16] Landweber, L.: TMB Report (761).
- [17] Havelock, T. H.: Proc Royal Soc A 131 (1931).
- [18] Pavlenko, G.: TRUDY WNITOSS Leningrad (1934).
- [19] Sretensky, L.: Comptes Rendus (Doklody) URSS Vol. III (VIII) (1935).
- [20] Kotik, J.: Vorläufige Mitteilung.
- [21] Zurmühl: Matrizen, Springer (1950).
- [22] Wigey, C.: TINA (1926).
- [23] Weinblum, G.: Jahrbuch STG (1932).
- [24] Weinblum, G.: Schiffbau (1938).
- [25] Gertler, M.: TMB Report 806.
- [26] Granville: SNAME (1956).
- [27] Föttinger, H.: Jahrbuch STG (1924).
- [28] Cummins, W.: Ships and Waves (1954).
- [29] Weinblum, G.: TMB Report 710.
- [30] Guilloton, R.: TINA (1946).
- [31] Taylor, D. W.: TINA Vol. 35 (1895).
- [32] Martin, M.: State University of Iowa, vorläufiger Bericht (1957).

## Erörterung

## Ir. G. Vossers, Wageningen

Es ist mir ein Vergnügen, hier über einige Ergebnisse weiterer Berechnungen mit der Polynomen-Methode berichten zu können, die während der letzten Jahre in der Niederländischen Schiffbauversuchsanstalt ausgeführt wurden, wobei insbesondere das Verhalten bei sehr hohen Froudeschen Zahlen ( $0,4 < F < 0,7$ ;  $3 > \gamma_0 > 1$ ) untersucht wurde. Es werden einige Versuchsergebnisse gezeigt und eine Übersicht über weitere theoretische Entwicklungen gegeben.

*I. Minimal erreichbarer Wellenwiderstand als Funktion von  $\gamma_0$  und der Wahl des Polynoms bei gegebenem Schärfegrad  $\varphi = 0,60$ .*

Mit den gleichen Einschränkungen bezüglich der Schiffsforn wie in Kapitel III behandelt, ist der Wellenwiderstand  $R^*$  für 3 Geschwindigkeitsgrade  $\gamma_0 = 1, 2, 3$  für eine große Anzahl Polynome ausgerechnet, bei gegebenem  $\varphi = 0,60$ . Für jedes  $\gamma_0$  wurden also die optimale Wasserlinie und der zu  $\gamma_0$  gehörende Wellenwiderstand bestimmt. Es zeigt sich deutlich, daß die optimale Wasserlinie und der dazugehörige Wellenwiderstand auch für dieses Geschwindigkeitsgebiet stark von der Wahl des Polynoms abhängig sind. Der minimal erreichbare Wellenwiderstand wird in diesem Geschwindigkeitsgebiet und bei diesem  $\varphi = 0,60$  mit dem Polynom  $\langle 2346 \rangle$  erreicht.

Für vier Familien wurden ein Teil der Wellenwiderstandskurve und die Wasserlinie aufgetragen (s. Bild 1—4). Aus dem Verlauf dieser Kurven zeigt sich, daß die Ergebnisse für eine hohe Froudesche Zahl ( $\gamma_0 = 2$ ) stark von der Wahl des Polynoms abhängig sind, daß aber für eine niedrigere Froudesche Zahl ( $\gamma_0 = 3$ ) die Ergebnisse der verschiedenen Polynome weniger voneinander abweichen.

Dies stimmt mit den Ergebnissen entsprechend Kapitel III überein, aus denen hervorgeht, daß für eine sehr niedrige Froudesche Zahl ( $\gamma_0 > 10$ ) die Ergebnisse für die verschiedenen Polynome stark divergieren, daß aber für eine höhere Froudesche Zahl ( $\gamma_0 = 5$ ) die Ergebnisse weniger voneinander abweichen.

Es zeigt sich also, daß mit der gegebenen Polynomen-Methode in einem bestimmten Geschwindigkeitsgebiet ( $\gamma_0 = 3 - 8$ ) befriedigende Ergebnisse erreicht werden, daß aber außerhalb dieses Gebietes, sowohl für höhere wie für niedrigere Froudesche Zahlen, die Ergebnisse stark von der Wahl des Polynoms abhängen.

*II. Minimal erreichbarer Wellenwiderstand  $R^*$  als Funktion von  $\gamma_0$  und  $\varphi$  für 2 Polynome.*

Für zwei Familien von Wasserlinien ( $\langle 2346 \rangle$  und  $\langle 2468 \rangle$ ) wurde der Wellenwiderstand als Funktion des Schärfegrades und der Froudeschen Zahl bestimmt (Bild 5).

Hierbei sind also für jeden Punkt des Diagramms eine optimale Wasserlinie als Funktion des Schärfegrades und der Froudeschen Zahl sowie der zu dieser Froudeschen Zahl gehörende Wellenwiderstand berechnet. Zugleich wurde der Optimale Schärfegrad bestimmt, der also eine Funktion der Froudeschen Zahl ist.

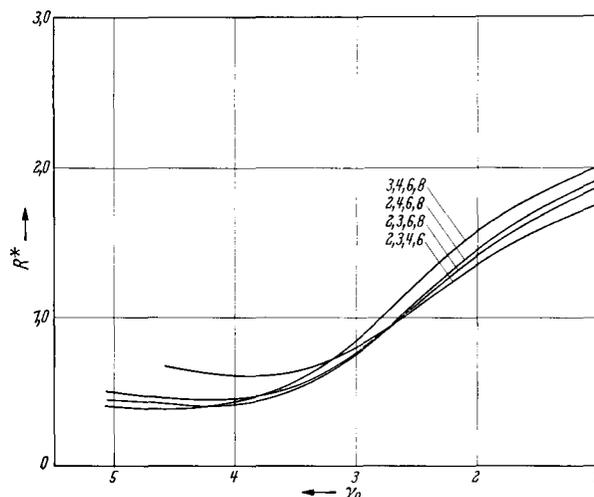


Bild 1. Wellenwiderstand der auf Grund verschiedener Polynome für  $\gamma_0 = 2$ ;  $\varphi = 0,60$  berechneten Optimalformen als Funktion von  $\gamma_0$ .

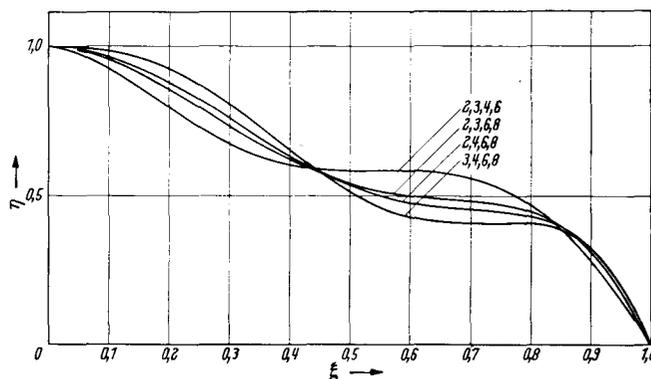


Bild 2. Optimale Wasserlinien (Spantflächenkurven) berechnet auf Grund verschiedener Polynome für  $\gamma_0 = 2$ ;  $\varphi = 0,60$ .

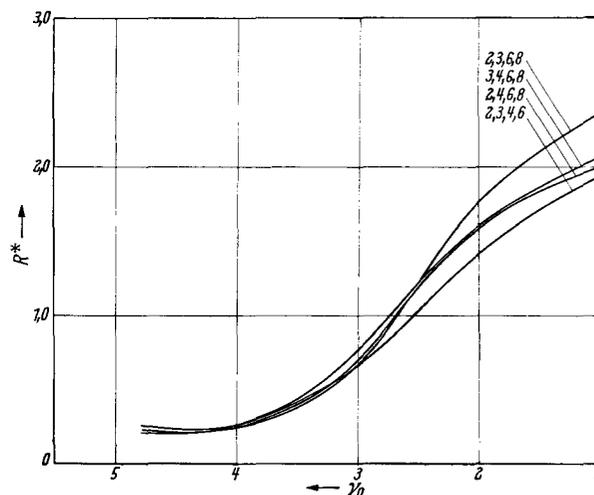


Bild 3. Wellenwiderstand der auf Grund verschiedener Polynome für  $\gamma_0 = 3$ ;  $\varphi = 0,60$  berechneten Optimalformen als Funktion von  $\gamma_0$ .

Es zeigt sich, daß dieser optimale Schärfeegrad anfänglich mit der Froudeschen Zahl zunimmt und ab  $\gamma_0 = 2 - 2,5$  abzusinken beginnt.

Auch geht aus dieser Figur hervor, daß für größere Schärfegrade  $\varphi$  mit der Familie <2468> kleinere Wellenwiderstände erreichbar sind, während sich für niedrigere  $\varphi$  mit der Familie <2346> kleinere Wellenwiderstände ergeben.

### III. Versuchsergebnisse.

Während meines Studiums an der Technischen Universität in Delft habe ich einige Widerstandsversuche mit Modellen der obengenannten Polynom-Schiffe ausgeführt.

Für die Herstellung der Modelle wurden 3 Optimalformen aus der Familie <2346> ausgesucht, die für Froudesche Zahlen entsprechend  $\gamma_0 = 3$ ,  $\gamma_0 = 4$  und  $\gamma_0 = 5$  berechnet waren mit  $\varphi = 0,60$  und  $K_1 = \frac{2T}{L} = 0,1$ .

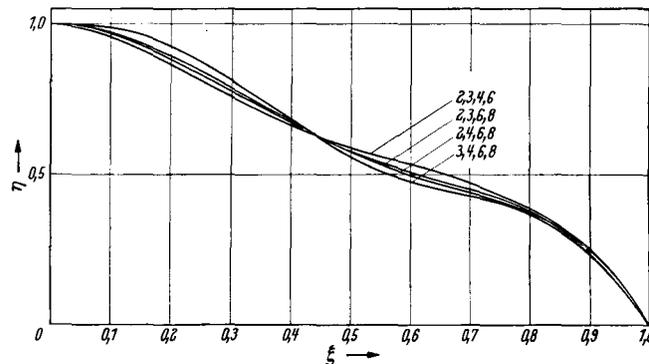


Bild 4. Optimale Wasserlinien (Spantflächenkurven) berechnet auf Grund verschiedener Polynome für  $\gamma_0 = 3$ ;  $\varphi = 0,60$ .

Da die Abmessungen des damals zur Verfügung stehenden Schlepptanks (1952) klein waren ( $35,0 \times 2,1 \times 2,2$  m), wurde eine Modelllänge von nur  $L = 1,50$  m gewählt. Das Längen/Breiten-Verhältnis wurde mit  $\frac{L}{B} = 10$  festgesetzt.

Die Modelle wurden bei zwei verschiedenen Längen/Tiefgangs-Verhältnissen  $K_1 = 0,1$  und  $K_1 = 0,2$  erprobt. Aus Wellenwiderstandsberechnungen folgte, daß auch für  $K_1 = 0,2$  die betreffenden Wasserlinienformen bei den zugehörigen Froudeschen Zahlen praktisch einen minimalen Widerstand aufweisen mußten.

Die Ergebnisse dieser Widerstandsversuche werden in Bild 6 und 7 gezeigt. Wegen der Unsicherheit in der Bestimmung des Reibungswiderstandes wurde kein

Versuch gemacht, die Messungen mit den Berechnungen zu vergleichen. Aus den Bildern 6 und 7 geht jedoch hervor, daß die betreffenden Modelle in der Tat für die Geschwindigkeit, für die sie entworfen wurden, den niedrigsten Widerstand ergeben.

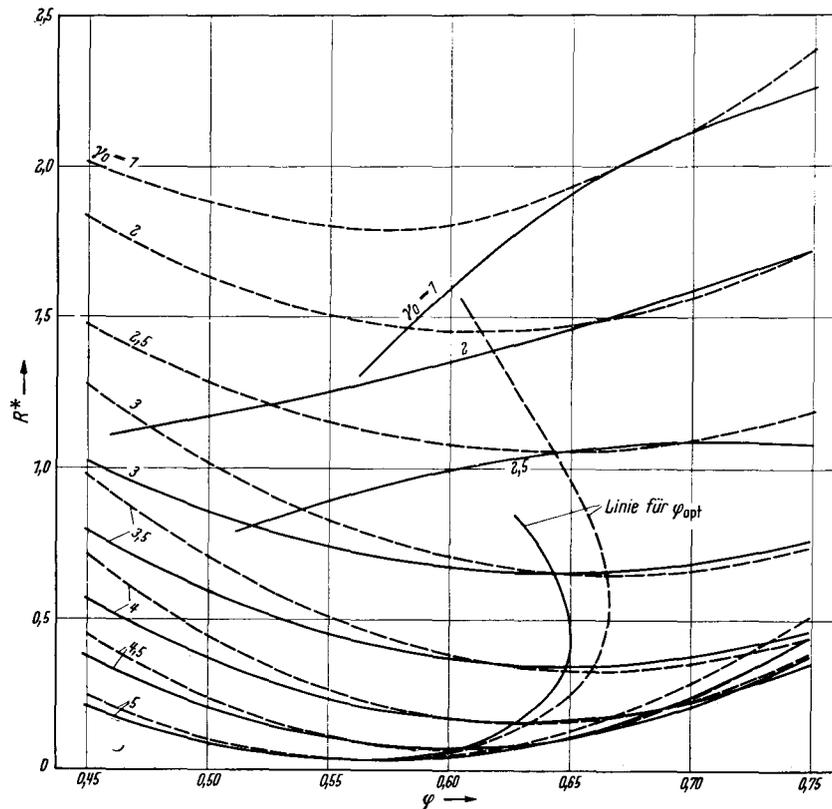


Bild 5. Minimale Wellenwiderstände der Optimalformen aus zwei Polynomfamilien als Funktion von  $\varphi$  und  $\gamma_0$ .  
 ——— 2, 3, 4, 6    - - - - - 2, 4, 6, 8

Bild 6.  
Gemessener Widerstand für drei Modelle;

$$\kappa_1 = \frac{2T}{L} = 0,1; \varphi = 0,60.$$

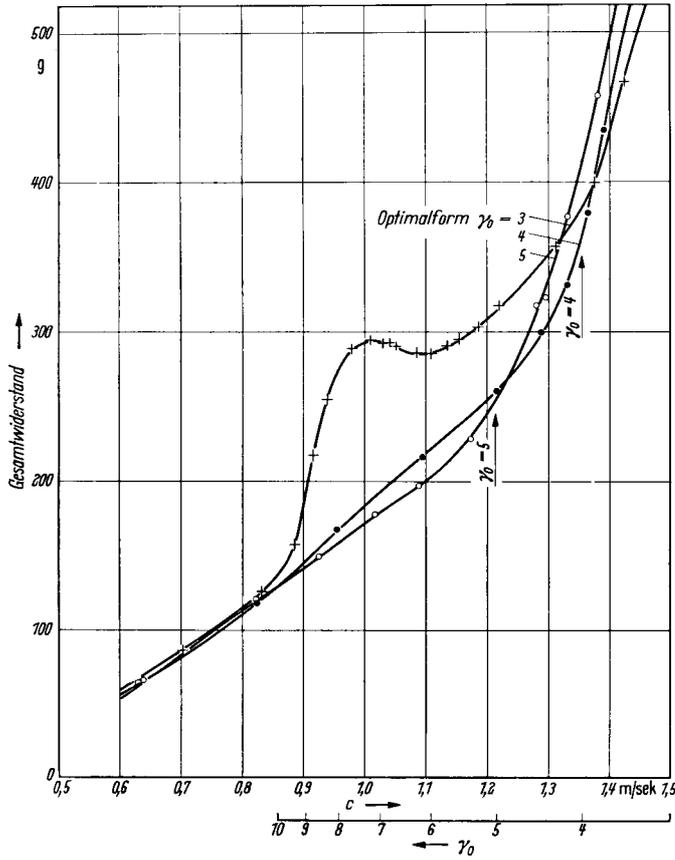
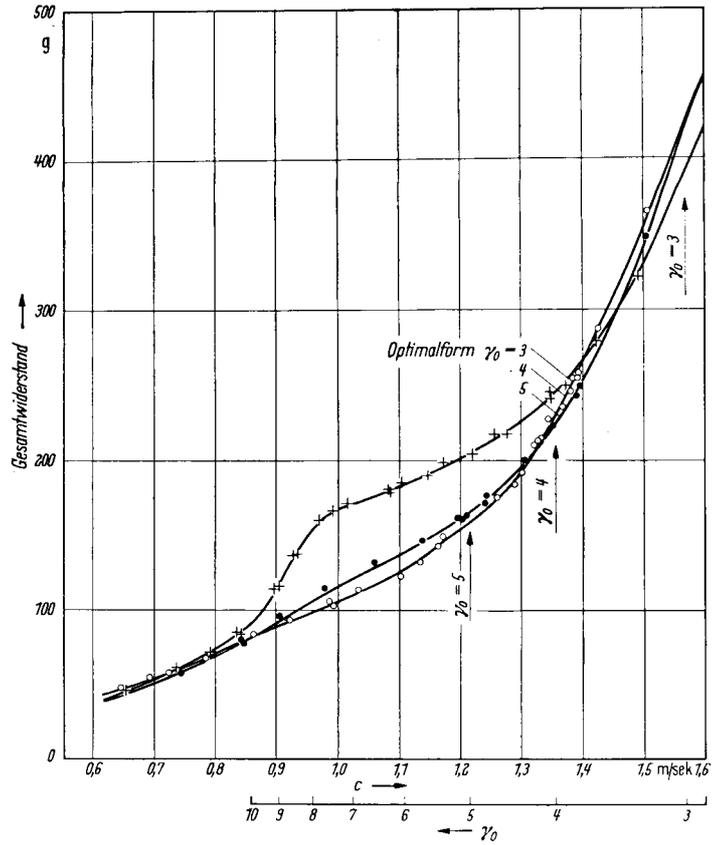


Bild 7.  
Gemessener Widerstand für drei Modelle;  
 $\kappa_1 = \frac{2T}{L} = 0,2; \varphi = 0,60.$

Bild 8 zeigt das Modell  $\langle \gamma_0 = 3 \rangle$  bei der Geschwindigkeit  $\gamma_0 = 3$ .

Als eine Besonderheit darf vielleicht vermerkt werden, daß das Modell  $\langle \gamma_0 = 3 \rangle$  bei der Geschwindigkeit  $\gamma_0 = 8$  einen derart großen Widerstandsberg zeigte, daß sogar der Gesamtwiderstand an der Stelle bei zunehmender Geschwindigkeit abnahm.

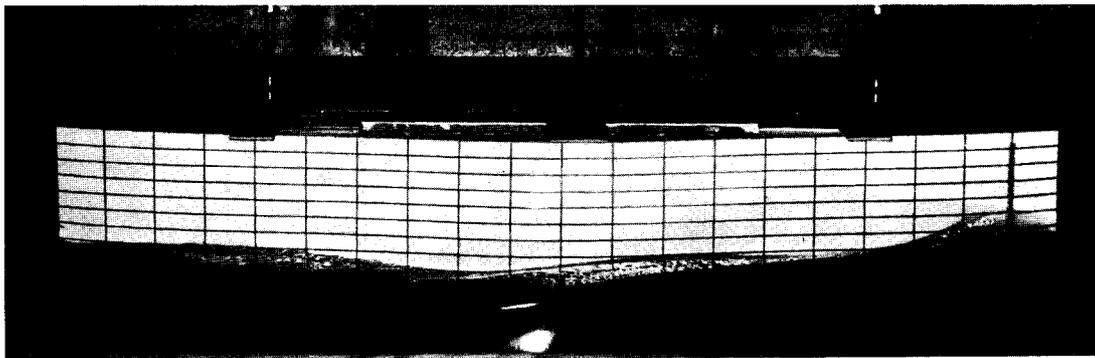


Bild 8. Das Modell  $\langle \gamma_0 = 3; \varphi = 0,60 \rangle$  bei der Geschwindigkeit  $\gamma_0 = 3$ .

#### IV. Weitere theoretische Untersuchungen.

Die Tatsache, daß es mit den bis jetzt zur Verfügung stehenden Tabellen mit der Polynom-Berechnung nicht möglich ist, die optimale Wasserlinie mit dem minimalen Wellenwiderstand eindeutig zu bestimmen, speziell in höherem Geschwindigkeitsgebiet, wo die Wahl des Polynoms eine sehr große Rolle spielt, hat uns dazu veranlaßt, die Bestimmung der optimalen Wasserlinie auf andere Weise anzufassen.

In Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Dr. R. Timman von der Technischen Universität Delft haben wir das Problem wiederum als Variationsproblem formuliert, und wir konnten ebenso wie G. Pavlenko eine Integralgleichung erster Ordnung aufstellen.

Die numerische Lösung dieser Integralgleichung wird zur Zeit für eine Berechnung auf einer elektronischen Rechenmaschine vorbereitet, für den Fall eines endlichen Tiefgangs entsprechend dem Längen/Tiefgangs-

Verhältnis  $K_1 = \frac{2T}{L} = 0,1$ .

Wir hoffen in der Lage zu sein, innerhalb absehbarer Zeit das Ergebnis dieser Berechnungen zeigen zu können, womit, wie wir hoffen, eine eindeutige Lösung dieses speziellen Minimumproblems in Zusammenhang mit dem Integral von Michell gefunden sein wird.

Dipl.-Ing. **D. Wustrau**, Bremen.

Gestatten Sie mir noch einige anknüpfende Bemerkungen. Eingedenk der Sentenz, die Herr Ministerialrat Waas vorhin von dem Verhältnis des Autofahrers zur Straßenkehrmaschine aufstellte, die wohl ähnlich auch für den Abstand zwischen dem Manne der Praxis und dem der Theorie gilt, möchte ich Sie nicht mit weiteren Kurven und Schaubildern belasten.

Ich glaube, es ist in der letzten halben Stunde soviel auf uns eingestürmt, was es erst einmal zu verarbeiten gilt; letzten Endes führte der Vortrag von Professor Weinblum einen großen Teil von uns in Neuland. Wenn ich ehrlich sein soll — Professor Weinblum hatte die Freundlichkeit, zu erwähnen, daß ich an dieser Arbeit etwas beteiligt war — so habe auch ich immer stark beeindruckt vor diesem Angebot von Formen, von Schiffsförmlichkeiten gestanden, das wir uns mit der Kabala der Polynome geschaffen haben. Und eigentlich wie selbstverständlich drängte sich die Frage auf, gibt es eine Möglichkeit, aus diesem Vorrat bestimmte Formen herauszuschälen, die uns näher an ein gestelltes Problem heranbringen. Daß wir z. B. nicht gezwungen sind, für einen vorgegebenen Schärfegrad  $\varphi$  von sagen wir 0,68 alle der möglichen Schiffsförmlichkeiten durchzurechnen.

Ich habe daher in einer kleinen Arbeit einmal versucht, aus den Formen minimalen Widerstandes, die sich auf Grund der vielen zur Verfügung stehenden Polynome errechnen lassen, ein optimales  $\varphi$  herauszufinden. Die Arbeit ist noch nicht zum Abschluß gebracht, doch hoffe ich, daß es dann für bestimmte Aufgaben möglich sein wird, das Angebot an Formen auf einen Umfang zu reduzieren, der etwas leichter zu übersehen und zu verarbeiten ist.

Außerdem möchte ich hier noch einmal folgendes herausstellen:

Die Michellschen Integrale, deren Anwendbarkeit für unsere speziellen Probleme wir in allererster Linie Professor Weinblum verdanken, gestatten nicht die Berücksichtigung der Zähigkeit. Jedoch können wir mit ihrer Hilfe die Güte der Schiffsförmlichkeiten miteinander vergleichen. Ich glaube, das ist ein Fortschritt auf diesem Gebiet, der bei der überwältigenden Fülle der Theorie, die wir eben hier zu hören bekamen, so manchen von uns Zuhörern in aller Eindringlichkeit noch gar nicht klar geworden ist. Wir können zwar auch heute schon mit den in der Praxis üblichen Methoden von Taylor oder ähnlichen den Widerstand eines Schiffes berechnen, aber die Güte der Schiffsförmlichkeiten bei gleichen äußeren Abmessungen und Völligkeitsgraden, die läßt sich nur auf dem eben durch Professor Weinblum gezeigten theoretischen Wege bestimmen.

Und ich glaube, da hat uns die Theorie doch ein beachtliches Stück vorangebracht, wenn sie uns heute in die Lage versetzt, von vornherein zu sagen, diese Schiffsförmlichkeit wird hinsichtlich des Wellenwiderstandes besser sein als jene. Daß dann alle Formen in einer mehr oder minder rohen Abschätzung den gleichen Zähigkeitseffekten unterliegen werden, das braucht uns hier nur am Rande zu interessieren, da es hier ja, in weiser Bescheidung, zunächst nur um den Wellenwiderstand geht. So müssen auch alle die Erwartungen enttäuscht bleiben, die aus

den Michellschen Widerstandsintegralen mehr über die Form des „Zähigkeits“- und womöglich „Propulsions-behafteten“ Schiffes ausgesagt wissen wollen. Wer die Einschränkungen dieser Theorie im Auge behält, kann nicht erwarten, mehr zu erhalten, als vorher „hineingesteckt“ wurde.

Das sollte im Anschluß an den soeben gehörten Vortrag nur noch einmal unterstrichen werden, um diese Theorie auch denjenigen Herren unter uns etwas schmackhafter zu machen, die ihr bisher ferner oder jedoch nicht nahe genug gegenüberstanden.

Professor **Klindwort**, Hamburg.

Ich möchte an zwei Worte anknüpfen, die hier gesprochen worden sind.

Herr Professor Weinblum sagte, es lohne sich, die Formen „gründlich auszukochen“. Ich meine, jeder, der einmal mit der Formgebung von Schiffen zu tun gehabt hat, wird diesem Satz zustimmen. Nicht nur von der Theorie her, sondern auch in der experimentellen Praxis ist man gelegentlich verwundert, wie scheinbar kleine Änderungen der Form große Wirkungen nach sich ziehen.

Der zweite Satz, auf den ich mich beziehen möchte, ist einleitend von Herrn Professor Horn gebracht. Er lautete etwa, daß wohl schon jeder Schiffbauer sich Gedanken um die Form des geringsten Widerstandes gemacht hätte und daß es sinnvoll sei, die günstigste Form für bestimmte Froude-Zahlen zu suchen. Diesem Satz fehlt m. E. jedoch eine wesentliche Ergänzung. Nicht darauf kommt es im praktischen Entwurf an, eine an sich günstigste Form zu finden, sondern eine Form, die unter bestimmten ökonomischen Voraussetzungen die günstigste ist. Wir Schiffbauer konstruieren nicht im luftleeren Raum, sondern bilden mit unserer Arbeit einen Teil der Planungen des Reeders, die — von wenigen Ausnahmen abgesehen — immer auf einen wirtschaftlichen Effekt zielen.

Ich nehme an, daß ich mich mit dieser These zum Sprecher einer großen Zahl hier anwesender Mitglieder unserer Gesellschaft mache. Sollte ich jedoch in dieser meiner Ansicht vom Primat der Ökonomie in all unseren Überlegungen nicht mehr ganz „up to date“ sein, so würde ich die Herren, die heute in der Praxis stehen, bitten, mich zu belehren.

Ich habe die Formen, die hier in Lichtbildern erschienen, beobachtet — in den Vortrag habe ich vorher leider keinen Einblick nehmen können, konnte mich also auch nicht mit dem von Herrn Prof. Weinblum Gebrachten vorher beschäftigen —, aber ich habe wenig Verwandtschaft zwischen diesen Formen und den Formen gefunden, die wir zu der Zeit, als auch ich mich in der Praxis mit der Formgebung von Schiffen befassen durfte, als günstigste für einen bestimmten ökonomischen Zweck herausgefunden hatten. Ich habe bisher nicht bemerkt, daß die Praxis sich auf diesem Gebiet über den vor etwa 20 Jahren erreichten Stand wesentlich hinaus entwickelt hat und heute etwa gänzlich abweichende Schiffsförmungen baut.

Meine Bitte ist also, daß sich zu diesem Thema, das hier bisher — ziemlich eingehend — von der Seite der Theorie behandelt worden ist, möglichst auch Praktiker, die Entwurf- und Linienkonstrukteure der Werften, melden und sagen, was für sie dieser Vortrag bedeutet und was sie mit den hier gezeigten Formen zunächst und unmittelbar anfangen können.

Ich möchte dann noch ein paar Fragen am Rande berühren:

Ich kann aus der Praxis nicht mit einem Formwiderstand von 1% oder unter 1% aufwarten. Aber ich möchte doch noch einmal daran erinnern, daß wir — nicht in der Theorie und nicht aus vergleichenden Überlegungen mit Schiffsförmungen mathematischer Herleitung, sondern aus der Praxis, aus unseren Versuchen, allerdings auch durch das „Auskochen“ von Formen, durch ein sehr intensives Auskochen von Formen — zu praktischen Formen gekommen sind, Formen, die der Reeder verwenden kann, mit denen Geld verdient werden kann, bei denen wir einen Restwiderstand von 7% behalten haben (nach dem bis 1939 üblichen Umrechnungsverfahren), das ist also der siebenfache Betrag des Wertes, der hier genannt wurde (sofern diese beiden Werte auf Grund des eben gegebenen Hinweises miteinander verglichen werden können). Weiter allerdings sind wir nicht gekommen. Es würde mich interessieren zu erfahren, ob auf Grund der hier vorgetragenen Arbeiten oder auf Grund anderer Erkenntnisse, die die Werften bei ihren praktischen Arbeiten inzwischen vielleicht gewonnen haben, man heute schon zu Formen gekommen ist, die nur noch 5, 4, 3, 2 oder etwa gar nur noch 1% Rest- oder Wellenwiderstand haben.

Ich begrüße an sich sehr, daß wenigstens dieser eine Vortrag über Formgebung hier gehalten worden ist, aber ich kann wohl sagen, ich vermisse, daß zu diesem Thema nicht ein weiterer Vortrag aus der Praxis gebracht worden ist, den ich erwartet hatte und der mir angekündigt war: Ich möchte damit an die Ergebnisse mit den letzten beiden Helgoland-Schiffen erinnern, die gebaut sind und die — meiner Meinung nach — aus der Praxis heraus — zu außerordentlich interessanten Erkenntnissen geführt haben.

Ich möchte dann noch an mancherlei Sorgen erinnern, die wir früher gehabt haben und die nach meiner Kenntnis der Dinge bis heute nicht überwunden sind. Es wäre wunderbar, wenn wir heute schon über Änderungen in mathematischen Ansätzen die Probleme des Schiffswiderstandes lösen könnten. Leider sieht die Sache in der Praxis wesentlich schwieriger aus. Wir haben Wellenhosen gehabt, die etwa 15% zusätzlichen Wellenwiderstand verursachten und mit denen wir nicht fertig geworden sind. Es ist uns gelegentlich so erschienen — das deckt sich vielleicht mit etwas, heute auch hier Gesagtem —, daß bei sehr ausgekochten Formen der erreichte Optimalwert auf einen verhältnismäßig kleinen Geschwindigkeitsbereich beschränkt ist und daß — besonders bei Überschreiten dieses Wertes — der Leistungswert schneller abfiel als bei weniger ausgeprägten Formen. Aufgabe der praktischen Formgebung, zum mindesten im Seeschiffbau, muß immer bleiben, Formen zu entwickeln, die auch über einen größeren Bereich annehmbarer Werte gehen und bei denen auf die Verhältnisse im Seegang Rücksicht genommen ist.

Dipl.-Ing. **G. Humbert**, Bremen.

Herr Prof. Klindwort hat die Frage gestellt, wie sich die Praxis zu den Untersuchungen von Herrn Prof. Weinblum stellt. Herr Wustrau hat schon einiges in dieser Richtung gesagt. Seine Anregung, durch Herausuchen der besten Möglichkeiten aus der Fülle des untersuchten Materials Schlüsse für den Entwurf zu ziehen, ist auch meiner Meinung nach der beste Weg hierfür. Bei den Entwürfen auf den Werften sind gegen früher doch

einige Änderungen eingetreten. Allein aus Zeit- und Konstrukteurmangel müssen die Reeder in ihren Sonderwünschen Einschränkungen in Kauf nehmen und sich damit abfinden, daß die Werften gezwungen sind, wenige Schiffstypen so oft wie möglich zu bauen. Dadurch ist es bedeutend wichtiger geworden, bei einem solchen Schiff ein Optimum zu erreichen. Wenn es gelingt, aus den Untersuchungen von Herrn Prof. Weinblum solche Optimallösungen herauszufinden, und ich zweifle nicht, daß dies möglich sein wird, wird der Praxis ein großer Dienst geleistet sein.

Dr.-Ing. F. Gutsche, Berlin (schriftlich eingereicht).

Der Herr Vortragende ist zu bescheiden, wenn er in der Zusammenfassung feststellt, daß die vorliegende Arbeit kaum etwas Neues gegenüber ihrer Vorgängerin bringe. Für den mit der Materie nicht vollständig Vertrauten stellt gerade die vorliegende Abhandlung mit ihren Hinweisen auf die Beschränkung der Theorie in ihrer Anwendung sowie ihren weiteren Ausbau auf einigen Teilgebieten einen nicht hoch genug zu bewertenden Beitrag auf dem Gebiet der Widerstandsermittlung dar.

Im Hinblick auf die große Beachtung, die dieser Beitrag in dem Fachschrifttum finden wird, habe ich eine persönliche Bitte an den Hauptberichter, die sich auf die Benutzung begrifflich festgelegter Bezeichnungen und Symbole für andere Begriffe bezieht:

In dem vorliegenden Beitrag wird die Verhältniszahl Widerstand dividiert durch das Schiffsgewicht mit dem Begriff Gleitzahl  $\varepsilon = \frac{W}{A}$  gleichgestellt, der an anderer Stelle des Beitrages auch Einheitswiderstand genannt wird.

Bislang entsprach die aus der Aerodynamik übernommene Gleitzahl  $\varepsilon$  dem Verhältnis zweier dynamischer Kräfte Widerstand und Auftrieb, die also auf die gleiche Fortschrittsgeschwindigkeit des Tragflügels bzw. Flugzeuges bezogen waren; die physikalische Bedeutung dieses Begriffes war außerdem durch den „Gleitwinkel“ des durch die Erdbeschleunigung angetriebenen, motorlosen Segelflugzeuges im ruhenden Luftraum klar gegeben. Im vorliegenden Bericht wird dieser Begriff demgegenüber für das Verhältnis einer dynamischen Kraft (Widerstand) mit einer statischen Kraft (Wasserdrängung = Schiffsgewicht) benutzt. Mir ist bekannt, daß die Benutzung des Begriffes „Gleitzahl“ in dem letzteren Sinn bereits schon früher auch von anderer Seite geübt wurde, wozu vor allem auch die Betriebsverhältnisse von Tragflügelbooten im Übergangsbereich den Anlaß gegeben haben mögen.

Im Interesse der formalen Klarheit unserer technischen Berichte würde ich es indessen begrüßen, den Gebrauch der Gleitzahl in dem zweiten Sinne zu vermeiden und den Begriff einzig und allein für das Verhältnis der beiden dynamischen Kräfte Widerstand  $W$  und Auftrieb  $A$  vorzubehalten.

Dipl.-Ing. C. Heesch, Hamburg.

Das von meinen Herren Vorrednern, die ja beide Schiffbauer sind, Gesagte wirkt in der Diskussion insofern belebend, als es aufzeigt, daß man zu Konzessionen bereit sein muß, wenn man eine Theorie in die Praxis umsetzen will.

Ich möchte, obgleich ich Schiffsmaschinenbauer bin, meine Gedanken über den Vortrag von Herrn Professor Weinblum über die Theorie der besten Schiffform auch in Kürze andeuten.

Vorweg glaube ich jedoch betonen zu müssen, daß nach meiner Meinung die unentwegte Hartnäckigkeit, mit der Herr Professor Weinblum den außerordentlich vielfältigen Möglichkeiten auf der Suche nach der optimalen Schiffform nachgegangen ist, unsere uneingeschränkte Anerkennung verdient, zumal dieser ganze Bereich, wie wir ja alle wissen, nur sehr schwer und nur mit großen Mühen für einen Überblick zu erschließen ist. Deshalb muß man Herrn Professor Weinblum für seine jahrelangen Anstrengungen in dieser Richtung dankbar sein.

Wenn auch die aufgeworfenen Fragen und die gewonnenen Teilerkenntnisse von Technikern anderer Gebiete nicht bis zur letzten Konsequenz verarbeitet zu werden brauchen, so sind es doch einzelne, ab und zu während des Zuhörens sich einstellende Gedankenverbindungen, auf Grund deren man einleuchtende Zusammenhänge glaubt erkennen zu können und mit deren Hilfe man zu seinem Teil in der Praxis versucht, dem Problem näherzukommen.

So sind auch mir, der ich meinen technischen Schwerpunkt nicht gerade in der reinen Schiffstheorie habe, folgende 3 Punkte immer wieder ins Gesichtsfeld gerückt worden. Es sind dies:

1. Der Übergang des Vorschiffes in das parallele Mittelschiff.
2. Der Wasserlinieinlauf in den Vorsteven.
3. Die Anhänge.

Zu Punkt 1. Man hat bei Kriegsschiffen, die kein paralleles Mittelschiff haben, in bezug auf den Widerstand gute Erfolge mit der stetigen Krümmung im Vorschiff gemacht. Das ist gut zu verstehen, wenn man sich überlegt, daß eine durch die Spantform verursachte Verschiebung des Wassers senkrecht zur Schiffslängsachse wohl einen geringeren Energieaufwand benötigt, wenn man den einmal eingeleiteten Grad der Querbewegung beibehält, als wenn man diesen Grad durch Verzögerung und Wiederbeschleunigung sich verändern läßt.

Wenn man bei diesen Schiffen gezwungen ist, Beschleunigungsänderungen zu akzeptieren, müßte man sie so allmählich vor sich gehen lassen, daß der in Kauf zu nehmende Nachteil nicht gar zu groß wird.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse bei den Handelsschiffen, wo der Übergang vom Vorschiff in das parallele Mittelschiff doch immerhin ziemlich plötzlich vor sich zu gehen hat. Das äußere Kennzeichen dieser Plötzlichkeit ist nach meiner Ansicht das Wellental, das sich hinter diesem Übergang, also an der Schulter des Schiffes, manchmal recht stark ausbildet.

Aus einem Ihrer früheren Vorträge, sehr geehrter Herr Professor Weinblum, hatte ich geglaubt, Ihre geäußerte Meinung so formulieren zu können, daß der störende Einfluß dieser Schulter nicht vom Krümmungsradius als solchem abhängig ist, sondern daß der Größenunterschied benachbarter Krümmungsradien maßgebend ist. Das leuchtete mir ein, weil ja gerade im Augenblick des Überganges der letzte Krümmungsradius des Vorschiffes noch endlich ist, während der erste des parallelen Mittelschiffes unendlich ist. Es erschien mir also richtig, daß dieser große Unterschied die innere Mechanik für das an dieser Stelle sich zeigende Wellental

bildet. Es muß also, wenn eine solche Annahme zugrunde gelegt wird, dieser Übergang sehr viel allmählicher und sorgfältiger durchgeführt werden.

Ich habe mit der Verwirklichung dieses Gedankens guten Erfolg gehabt, der durch das Bild 1 und 2 erläutert wird.

Es handelt sich um die Verlängerung eines Schiffes, bei welcher der Entwurf für die neue Schiffform im vorher besprochenen Sinne so lange verändert wurde (Bild 1, Entwurf I, II und III), bis bei gleicher Maschinen-

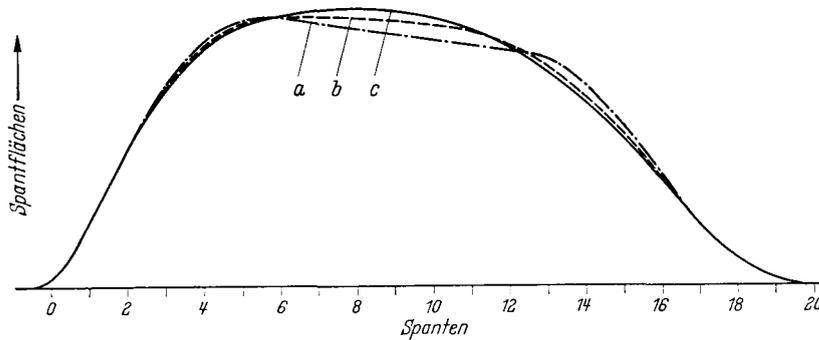


Bild 1: Spantflächenkurven der Umbau-Entwürfe über der Schiffslänge für Wasserlinie 2,5 m.  
a = Entwurf I b = Entwurf II c = Entwurf III

leistung eine größere Geschwindigkeit erzielt wurde. Alle drei Entwürfe haben gleiches Deplacement. Der ganze Vorgang ist auf eine Glättung der Schulter, Vergrößerung der Schiffsbreite und damit auf eine an sich bekannte Verschiebung des Schiffsschwerpunktes nach hinten zurückzuführen.

Das Bild 2 zeigt, wie die Kurve des WPS-Bedarfs bei größeren Geschwindigkeiten nach unten gebogen worden ist, bis sie generell unter der Kurve des ursprünglichen Schiffes liegt.

Es ist so, als ob man diesem Schiffskörper über eine ihm anhaftende Widerstandsschwelle (bei etwa 11,5 kn) hinweggeholfen hätte.

Interessant, aber ebenfalls nicht neu, ist die Tatsache, daß im unteren Geschwindigkeitsbereich der Leistungsbedarf gesenkt wird, auch bei einer Verlängerung in ungünstiger Form.

Zu Punkt 2. Wir können, horizontal gesehen, beim Schiff drei Bereiche unterscheiden. Den Unterwasserbereich, den Überwasserbereich und den Wasserlinienbereich.

Wenn man genügend Tiefgang hat, kann man nach meiner Meinung ruhig dem Vorsteven (freies Wasser vorausgesetzt) eine Wulstform geben, weil die Schiffsgeschwindigkeit nie an die Schallgeschwindigkeit herankommt. Ich meine damit, daß wir vielleicht an die Verhältnisse bei langsamen Flugzeugen erinnert werden, deren Tragflügel runde Profilnasen haben.

Ähnliche Verhältnisse haben wir bei dem Überwasserschiff. Man kann hier die Form der Aufbauten ausführen in eckiger Form, in windschlüpfiger Form, oder, bei sehr großen Schiffsgeschwindigkeiten, in windschnittiger Form. Aber selbst bei der extremsten Schiffsgeschwindigkeit wird immer noch eine runde Stirnform der Aufbauten ausreichen, weil wir auch hier noch sehr weit von der Schallgeschwindigkeit entfernt sind.

Andere Verhältnisse scheinen jedoch an der Wasseroberfläche zu herrschen. Betrachten wir ein Luftbild von einem in Fahrt befindlichen Schiff, so werden wir sehr stark an ein Bild von einem Geschoß im überkritischen Geschwindigkeitsbereich erinnert.

Damit taucht die Frage auf, ob nicht vielleicht vom Machschen Winkel her der zweckmäßigste Einlauf der Konstruktionswasserlinie in den Vorsteven anzugeben ist und damit die Schärfe des Vorschiffes bestimmt wird.

Im allgemeinen hat man im Schiffbau eine sehr starke Abneigung gegen hohle Wasserlinien. Man könnte beinahe sagen, daß sie nicht als standesgemäß angesehen werden.

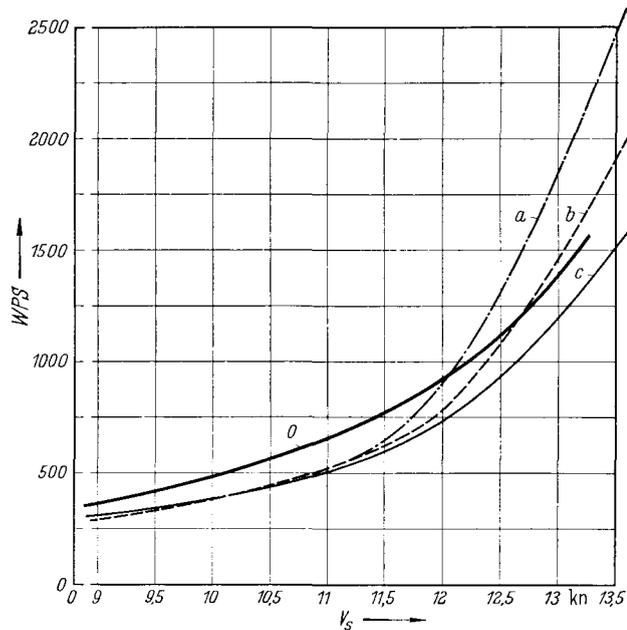


Bild 2. WPS-Bedarf der alten Schiffform und der geschleppten Umbau-Entwürfe über der Schiffsgeschwindigkeit.

0 = WPS-Werte für die alte Form b = WPS-Werte für Entwurf II  
a = WPS-Werte für Entwurf I c = WPS-Werte für Entwurf III

Abmaße der geschleppten Schiffformen

	Alte Form 0	Entwurf I	Entwurf II	Entwurf III
Lpp	39,32 m	49,08 m	49,08 m	49,08 m
B	9,50 m	9,80 m	10,00 m	10,20 m
Tg	2,85 m	2,50 m	2,50 m	2,50 m
D		710 m <sup>3</sup>	710 m <sup>3</sup>	710 m <sup>3</sup>

Bei einem langen Schiff kommt man mit konvexen Wasserlinien immer noch zu einer vernünftigen Schärfe beim Einlauf in den Vorsteven. Aber bei einem  $L : B = 3$  bis  $3,5$ , das man bei Fährschiffen antrifft, ist das nicht mehr möglich.

Schleppversuche haben gezeigt, daß man in diesen letzteren Fällen mit hohlen Wasserlinien bedeutend bessere Widerstandsverhältnisse und eine bemerkenswerte Verminderung des Schwells erzielt, was in engen Reviergewässern für die Uferbefestigung von großer Bedeutung ist. Man erreicht also auch hier einen bedeutend spitzeren Einlauf der CWL in den Vorsteven.

Man kann sich fragen, ob nicht auch hier vielleicht ein Zusammenhang mit dem Machschen Winkel zu vermuten ist.

Ich möchte meine Erfahrungen so zusammenfassen, indem ich sage: Wie man auch den Vorsteven über oder unter Wasser ausbilden möge, für den Bereich der überkritische Erscheinungen zeigenden Schwimmbene ist der schärfste Vorsteven der beste. Die Konstruktion wird einem dann sowieso noch Zugeständnisse auferlegen.

In diesem Zusammenhange werde ich an ein anderes Wort von Herrn Professor Weinblum erinnert, welches sinngemäß besagt, daß selbst ganz ausgefallene Schiffsformen bisweilen ausgezeichnet gute Widerstandsverhältnisse zeigen können.

Noch ungeklärt aber erscheint mir, wie die Widerstandsverminderung beim stetig gekrümmten Vorschiff eine gemeinsame Deutung finden könnte mit der Widerstandsverminderung bei hohlen Wasserlinien.

Zu Punkt 3 der Anhänge möchte ich sagen, daß ich schon häufig Wellenhosen gesehen habe, die, in der üblichen Weise dargestellt, absolut in Ordnung zu sein schienen. Wenn man jedoch Schnitte in Richtung der beim Schleppversuch durch Farbstreifen festgestellten Wasserströmung, also etwa parallel zur Außenhaut, legte, so kamen oft sehr merkwürdige Gebilde heraus, die mit Strömungsprofilen nicht viel gemeinsam hatten. Die vorgenommene Korrektur zeigte eine gute Beeinflussung des Wasserabflusses hinter dem Schiff.

Es kann wohl vermutet werden, daß auch die Schiffsgeschwindigkeit positiv beeinflußt worden ist.

Ich glaubte, Ihnen nicht vorenthalten zu können, daß schon die Beobachtung dieser drei Punkte, die ich aus Vorträgen über die Schiffsform gewonnen hatte, mir bei der Beurteilung von Schiffsrümpfen sehr geholfen hat.

Ich danke Ihnen für Ihre Aufmerksamkeit!

Professor **Klindwort** (schriftliche Stellungnahme).

Nach einer — leider nur kurzen und daher flüchtigen — Durchsicht des gedruckt vorliegenden Vortrages möchte ich meinen im Anschluß an den Vortrag bereits mündlich gemachten Bemerkungen noch folgende Anmerkungen bzw. Fragen anschließen.

Im praktischen Entwurf dürfte man sich heute an vielen Stellen (Froude-Zahlen) bereits bis auf wenige Prozente an das überhaupt erreichbare Optimum in der Formgebung (unter Berücksichtigung der Anforderungen des Schiffsbetriebes: verschiedene Verdrängungen / Trimmlagen / Schraube unter Wasser / Seegang) herankämpft haben. Worum die Mühe weitergeht, sind quantitative Verbesserungen, mögen sie im Einzelfall auch gering sein, und die Klärung spezieller Fragen, deren Art und Bedeutung mehrfach gekennzeichnet wurde. Welche Bedeutung kommt in einer solchen Lage einem Forschungsthema zu, das — wie aus diesem Vortrage wieder entnommen werden kann — sich im wesentlichen zum Ziele gesetzt hat, über einen größeren, für praktische Aufgaben nur zum Teil interessierenden Bereich Aussagen über die qualitativen Schwankungen der Antriebswerte zu machen und deren Übereinstimmung mit der Praxis durch stichprobenweise Messungen an der Theorie angenäherten und daher vom praktischen Gebrauch recht abweichenden Experimentiermodellen nachzuprüfen?

Es muß dem Hauptverfasser des Vortrages zweifellos hoch angerechnet werden, daß er die grundsätzlichen Bedenken, die bereits von anderen Seiten gegen das angewandte Verfahren eingewandt worden sind, nicht verschwiegen hat und selbst auch immer wieder auf die notwendig gewordene Auswahl der Untersuchungsthemen und die ihre Allgemeingültigkeit beschränkenden Voraussetzungen hingewiesen hat. So kann beim aufmerksamen Leser kein falsches Bild entstehen.

Aber es muß angesichts des Umfangs der geplanten weiteren Forschungsarbeiten in der bisherigen Richtung und in Anbetracht der nicht geringen, weitgehend von der Allgemeinheit aufzubringenden Kosten doch wohl die Frage nach der Ökonomie dieses Vorgehens gestellt werden. Diese Frage stellt sich um so mehr, als nicht bekannt ist, daß die andere Möglichkeit der Klärung bisher ungelöster Widerstands- und Antriebsprobleme im Schiffbau — nämlich die analytisch-experimentelle Erforschung von Einzelfragen nach klar begrenztem Umfang und systematisch aufgebautem Versuchsprogramm — hinsichtlich der Bereitstellung von Forschungsmitteln und Forschungskräften in auch nur annähernd gleicher Größenordnung bedacht wird.

Der in Bild 38 gezeigte, einer Modellmessung zugrunde gelegte Spantenriß (durch die Einführung eines  $\beta$ -Wertes von  $0,9$  mit der Theorie, zu deren Nachprüfung er dienen soll, nicht übereinstimmend) zeigt so charakteristische Abweichungen von der Formgebung wirklicher Schiffe (von der Frage eines parallelen Mittelschiffes, der Lage des Längenschwerpunktes abweichend von  $\frac{1}{2} L$  und den grundsätzlichen Unterschieden zwischen Vorschiffs- und Hinterschiffsform ganz abgesehen), daß jeder unbefangene Prüfer in den oben genannten Fragestellungen nur bestärkt werden muß. Es erscheint auch als ein Mangel, daß zu diesem Spantenriß keine Stromlinien gegeben sind, die zur Beurteilung des Verhaltens einer Schiffsform und der erzielten Leistungsqualität sich längst als aufschlußreiches Hilfsmittel bewährt haben.

Zu zahlreichen weiteren Einzelfragen grundsätzlicher Art wie z. B. der Frage, welchen Sinn Vergleichsversuche und Vergleichsrechnungen auf der Basis der  $\delta$ - oder  $\varphi$ -Werte noch haben, wenn an irgendeiner Stelle des Körpers die diesen Werten zugeordneten Hauptdimensionen überschritten werden, kann hier nicht näher eingegangen werden. Auf die vom Vortragenden am Schluß seines Vortrages diskutierte Frage nach geeigneten Parametern für die Fixierung der Schiffsformen und der durch sie bestimmten Widerstandseigenschaften könnte von der analytisch-experimentellen Sicht her wahrscheinlich Nützliches beigetragen werden. Es erscheint bedenklich, auf Grund des bisher vorgetragenen Standes der Erkenntnis (die sich auf eine bereits über mehrere Jahrzehnte erstreckende Bemühung stützt) Schlüsse auf Korrekturen grundsätzlicher Art an den bekannten Ergebnissen systematischer Modellversuche von Taylor u. a. zu ziehen.

Zum mindesten als möglich muß bezeichnet werden, daß, wenn nur ein Teil des Scharfsinns, der auf die theoretische Behandlung dieses Themas einschließlich seines mathematischen Beiwerks bisher verwendet worden ist, auf eine systematische experimentelle und rechnerische Analyse der direkten Einsicht zugänglichen strömungsphysikalischen Vorgänge am Schiff in seiner wirklichen Gestalt und in dem für die Praxis in der Hauptsache in Betracht kommenden engen Bereich von Froude-Zahlen verwandt worden wäre, unsere Kenntnisse über die realen Möglichkeiten zur Verminderung des Widerstandes realer Schiffskörper schon wesentlich weiter fortgeschritten wären (zum Nutzen einer erhöhten effektiven Antriebsökonomie).

Für die hier aufgezeichneten Fragen und Feststellungen — ich wiederhole es noch einmal — wird nicht der Anspruch erhoben, daß sie vollständig oder auch nur präzise den gesamten Fragenkomplex des behandelten Themas umgreifen. Es scheint mir aber an der Zeit, Fragen dieser Art zu stellen, wenn nicht allein aus erkenntnistheoretischen Überlegungen allgemeiner Art, so aus dem Grunde der Verpflichtung, die wir der Allgemeinheit gegenüber hinsichtlich einer rationellen Verwendung der von ihr für die Forschung bereitgestellten Mittel haben (wobei ich, um einem möglichen Einwand sogleich zu begegnen, noch bemerken möchte, daß mit dieser allgemein erhobenen Forderung keine persönlichen Interessen vertreten werden).

Prof. Dr.-Ing. G. Weinblum (Schlußwort).

Ich danke den Herren Diskussionsrednern für das von ihnen bekundete Interesse an unseren Ausführungen.

Herr Vossers hat seine Erörterung als Ergänzung zum Vortrag beigesteuert. Ich habe ihm inzwischen die Arbeiten von Pawlenko und Kotik zugänglich gemacht; es scheint, daß die Herren Professor Timman und Vossers ähnlich wie Dr. Kotik sich bemühen, die exakte Lösung des Variationsproblems durch Einführung eines zusätzlichen Terms zu erzwingen. Bei dem Gewicht des Problems kann man ihnen hierzu nur Glück wünschen.

Herr Wustrau betont die Bedeutung unserer Untersuchungen für die Praxis und geht dann auf eines der interessantesten Sonderprobleme im Rahmen der gestellten Aufgabe ein — die Bestimmung des günstigsten Schärfegrades  $\varphi$  für eine gegebene Froude-Zahl. In meiner ersten Arbeit habe ich hierzu einige Ergebnisse gebracht, die quantitativ wegen der ungenügenden Rechengenauigkeit nicht befriedigen. Auch Herr Vossers hat sich, wie aus seinen Bildern zu sehen ist, mit dem Problem nach einem indirekten Verfahren beschäftigt. Pawlenko hat ein ähnlich gelagertes isoperimetrisches Problem behandelt, indem er eine konstante Verdrängung vorschrieb. Alle diese Fragestellungen sind wesentlich; ich hoffe daher, daß Herr Wustrau bald in der Lage sein wird, die von ihm erwähnte Arbeit zum Abschluß zu bringen.

Herr Professor Klindwort betont besonders den ökonomischen Aspekt der in Frage stehenden Forschungsarbeiten. Zunächst sei ein Mißverständnis geklärt, das durch den unglücklichen Begriff „Formwiderstand“ hervorgerufen ist, dem im Rahmen der Froudeschen Methode eine rein konventionelle Bedeutung zukommt. Unsere Ausführungen beziehen sich auf den physikalisch wohldefinierten Begriff des Wellenwiderstandes, für den unter bestimmten Voraussetzungen die erwähnten überraschend geringen Werte von 1% gelten. Bei Berücksichtigung unserer Ausführungen im Vortrag über die Zähigkeitseffekte, insbesondere die Kurve von Granville, ist hierzu nichts hinzuzufügen.

Die Frage der Ökonomie des Vorgehens bei Forschungsarbeiten auf dem uns interessierenden Gebiet beurteile ich anders als der Herr Diskussionsredner. Die Klärung grundsätzlicher Probleme rentiert sich auf weite Sicht auch im Hinblick auf konkrete Anwendungen. Die Anwendung theoretischer Hilfsmittel ist meist eine notwendige Voraussetzung für die fruchtbare Durchführung experimenteller Arbeiten. Darüber hinaus haben die analytischen Methoden, sofern sie zulänglich sind, den großen bürgerlichen Vorzug der Billigkeit.

Wenn wir die zahlreichen systematischen, aber rein empirisch ausgerichteten Versuche berücksichtigen, die z. Z. im Gange oder kürzlich abgeschlossen worden sind, so erscheinen mir die Bemerkungen von Herrn Professor Klindwort über die rationelle Verwendung von Forschungsmitteln nicht verständlich.

Herrn Direktor Humbert danke ich für die wohlwollenden Worte. Er hat mich sozusagen mit dem Öl der Praxis gesalbt. Wenn man bemüht ist, auf unserem Gebiet Wissenschaft zu treiben, muß man bescheiden sein. Ein Beispiel dafür hat der Kollege Vossers gegeben; er hat lange über seine schönen Ergebnisse geschwiegen in der Meinung, die Sache wäre noch nicht reif für eine Veröffentlichung. Wir haben betont, daß unsere Resultate eigentlich nur Zwischenprodukte bedeuten und daß drei weitere Schritte notwendig sind: Verallgemeinerung der Ansätze, Konstruktion der den Verteilungen entsprechenden Körper und Berücksichtigung der Zähigkeit. Letztere Aufgabe weist besonders auf die Notwendigkeit hin, reichlich zu experimentieren.

Herr Dr. Gutsche beanstandet mit Recht die Bezeichnung „Gleitzahl“ für den Quotienten Widerstand durch Displacement. Ich nehme seine Kritik schon im Hinblick auf internationale Gepflogenheit dankbar an und schlage vor, den von mir ebenfalls gebrauchten Begriff Einheitswiderstand zu verwenden (statt des üblichen Widerstand pro Tonne).

Mein besonderer Dank gebührt Herrn Direktor Heesch für seine anerkennenden Worte und anregenden Ausführungen.

Punkt I umfaßt eine ganze Reihe grundlegender Fragen. Theorie und Versuch beweisen eindeutig, daß bei höheren Froude-Zahlen ein paralleler Teil nachteilig in bezug auf den Wellenwiderstand ist. Ein starker Anreiz, einen solchen Teil einzuführen, liegt bei den in Frage kommenden geringen oder mäßigen Schärfegraden glücklicherweise nicht vor. Bei langsamen völligen Schiffen erweist sich der parallele Teil auch vom Standpunkt des Wellenwiderstands als vorteilhaft. Die von uns gezeigten ausgefallenen optimalen Verteilungskurven bei geringen Froude-Zahlen und hohen  $\varphi$  bestätigen diese experimentell gewonnene Feststellung. Weitere Untersuchungen über dieses wichtige Problem, die zu quantitativen Abschätzungen führen sollen, sind im Gange.

Die Deutung der hydrodynamischen Vorgänge über das Wellenbild, die Herr Heesch heranzieht, geht in den Kern der Dinge, ist aber sehr schwierig. Elegante Lösungen sind von Havelock und Wigley für Schiffe mit sehr großem Tiefgang gegeben; der Einfluß der Krümmung der Wasserlinie stellt sich durch ein verwickeltes Integral dar, dem man nicht ohne weiteres einfache anschauliche Zusammenhänge entlocken kann. Komplizierte Verläufe der Krümmungskurven, wie sie z. B. bei hohlen Wasserlinien auftreten, können sehr

wohl im Gebiet kleiner Froude-Zahlen vorteilhaft sein. Eine systematische Auswertung mit Hilfe des Rechenautomaten ist notwendig und geplant.

Die vom Herrn Diskussionsredner gegebenen Bilder würden sich wahrscheinlich durch eine rechnerische Analyse weitgehend bestätigen lassen.

Zu Punkt 2 besagt die Theorie, wie schon angedeutet, daß bei kleinen Froude-Zahlen hohle Wasserlinien in der Regel vorzuziehen sind. Die von Herrn Heesch erwähnte wichtige Tatsache, daß ceteris paribus mit wachsendem  $B/L$  die Vorzüge des hohlen Verlaufs zunehmen, ist experimentell mehrfach gefunden worden; ihre theoretische Deutung wird aber noch viele Mühe erfordern, da sie weitergehende Hilfsmittel als das Michellsche Integral verlangt.

Nicht einig bin ich mit Herrn Heesch in bezug auf die Anwendung der Analogie mit dem Machschen Winkel. Eine solche ist nur statthaft und fruchtbar im Falle der Flachwassererscheinungen.

Die Vorzüge des Wulstes, die erst bei mäßigen und höheren Froude-Zahlen zum Tragen kommen, lassen sich überraschend gut mit der bestehenden Theorie erklären. Man vermeidet aber stumpfe Einläufe im Gebiet der Schwimmwasserlinie mit Rücksicht auf die schädliche Spitzenbildung, die einen Effekt sui generis vorstellt.

Das Problem der Ausbildung der Vorschiffsform befindet sich leider erst in einem Anfangsstadium der Bearbeitung.

Das gleiche gilt für die Anhänge, dem dritten Punkt des Beitrages von Herrn Heesch. Seit Jahren befindet sich auf meiner Liste dringender Fragen das Problem der wellentheoretischen Behandlung von Wellenhosen, dessen Lösung u. U. einiges zur Beseitigung eines weißen Fleckes auf unserer Wissenskarte beitragen könnte. Die Anregung von Herrn Heesch wird dazu führen, sich energischer mit diesen Dingen zu befassen und den Geist der Schwere zu überwinden.

Glücklicherweise stürmt die Jugend an. Wir sind froh, daß auch bei uns begabte Hydrodynamiker sich schiffstheoretischen Problemen widmen, und es ist unsere ernste Pflicht, ihr Interesse an diesen Dingen zu fördern. Der manchmal fast beängstigende Zug zur Verallgemeinerung, der die junge Generation kennzeichnet, trägt im Endeffekt Früchte. Es bleibt noch viel zu tun übrig; so ist es fast beschämend, daß trotz eines glanzvollen Aufgebots es bis jetzt nicht gelungen ist, die klassische Lösung von Michell wesentlich zu verbessern.

Mein nochmaliger aufrichtiger Dank an den Verhandlungsleiter, die Diskussionsredner und das Auditorium.

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. **F. Horn**, Berlin (Dankwort).

Die lebhafte Diskussion und der Beifall, den Ihr Vortrag, Herr Kollege Weinblum, ausgelöst hat, haben Ihnen bewiesen, daß Sie Verständnis und Anerkennung gefunden haben, obwohl Sie mit Untersuchungen und Ergebnissen reiner Theorie hier vor ein Forum getreten sind, für das die rauhe Praxis ein gewichtiges Wort mitspricht und mitsprechen muß.

Es ist ein sehr zäher Kampf, den Sie, Herr Kollege Weinblum, um den Wellenwiderstand von Schiffen geführt haben und noch führen, denn dieser Kampf ist noch lange nicht beendet. Sie begannen damit Ende der zwanziger Jahre, und wenn ich mich nicht irre, ist dies der fünfte Vortrag, den Sie vor der Schiffbautechnischen Gesellschaft über dieses Thema gehalten haben. Weitere Arbeiten von Ihnen sind an anderen Stellen veröffentlicht. In der Tat also ein sehr zäher Kampf! Sie haben aber heute sicherlich die Genugtuung, erreicht zu haben, daß Männer der Praxis, anstatt über diese seltsamen Spantflächenkurven herzufallen und ihnen jede Bedeutung für die Praxis abzusprechen, im Gegenteil wesentliche aus Ihren Ergebnissen zu entnehmende Gesichtspunkte und Richtlinien als auch für die Praxis wertvoll anerkennen. Dafür haben Sie heute in der Diskussion sprechende Beispiele erhalten. Das ist ein schöner und verdienter Erfolg!

Ihr Zukunftsausblick für die Weiterarbeit enthält zahlreiche und wesentliche noch zu lösende Probleme. Sie rufen die junge Generation der Hydrodynamiker auf, dabei weiterzuhelfen. Aber das von Ihnen bisher bereits Erreichte ist so gewichtig, daß Sie darauf stolz sein dürfen, und Ihr heutiger Vortrag ist ein neuer Beweis dafür, wie sehr Sie der Anerkennung würdig sind, die Ihnen gestern durch Verleihung der Silbernen Denkmünze der Schiffbautechnischen Gesellschaft zuteil geworden ist. Ich darf Ihnen in deren Namen sehr herzlich für Ihren schönen und wertvollen Vortrag danken.

Ich danke auch Ihren beiden Mitarbeitern für die wesentlichen Beiträge, die sie für das Zustandekommen des Vortrages geleistet haben. Ich möchte aber auch den Diskussionsrednern für ihre Ausführungen bestens danken, um so mehr, als sie nur fruchtbare Gedanken zu enthalten scheinen. (Lebhafter Beifall.)