

504 | Oktober 1990

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Werner Blendermann

Koeffizienten der Wellenkräfte an quer angeströmten schlanken Zylindern

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Koeffizienten der Wellenkräfte an quer angeströmten schlanken Zylindern

Werner Blendermann, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1990

ISBN: 3-89220-504-3

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 504

KOEFFIZIENTEN DER WELLENKRÄFTE AN QUER UMSTRÖMTEN
SCHLANKEN ZYLINDERN

Werner Blendermann

Oktober 1990

KOEFFIZIENTEN DER WELLENKRÄFTE AN QUER UMSTRÖMTEN

SCHLANKEN ZYLINDERN

Werner Blendermann

1. Das schlanke zylindrische Objekt im Meer
2. Einfluß der Querschnittsform
3. Einfluß überlagerter gleichförmiger Strömung
4. Einfluß der Orbitalbewegung
5. Leistungs- und Lastspitzenansatz
6. Bezeichnungen
7. Literatur

Bilder 1 bis 20

1. Das schlanke zylindrische Objekt im Meer

Kein anderer Fall eines oszillierend umströmten schlanken Objekts ist so gründlich experimentell untersucht wie der quer zu schwingender Flüssigkeit angeordnete bzw. quer zu seiner Achse schwingende Kreiszyylinder. Am besten verwirklicht ist er am lotrechten Pfahl in langkämmigen Wellen oder an der horizontalen Strebe längs zu den Wellen auf flachem Wasser über dem Meeresboden.

Doch diesen Idealfall findet man selten im Meer. Im flachen Wasser der Schelfmeere und dort insbesondere im Küstenvorfeld machen sich Strömungen bemerkbar oder das Objekt, etwa ein verankerter Halbttaucher, schwingt, angeregt durch Wellendrift und Windböigkeit, mit langer Periode, während die Wellen an ihm vorüberlaufen. Das Wasser unter einer Welle bewegt sich auf Orbitalbahnen. Die meisten Laborversuche sind dagegen mit hin- und herschwingendem Zustrom durchgeführt worden. Schließlich bestehen die in Frage stehenden Objekte nicht nur aus kreiszylindrischen Elementen, wiewohl der Kreiszyylinder vorherrscht.

Sieht man von Abschirm- und Verdrängungseffekten benachbarter Zylinder ab, so sind Querschnittsform, überlagerte gleichförmige Strömung und Orbitalbewegung die drei wichtigsten Einflüsse. Ein

besonderer Umstand ist die schräge Umströmung in Wellen. Auf schlanke Zylinder in oszillierender Schräganströmung wird das bei gleichförmiger Anströmung übliche Querströmungsprinzip (Blendermann 1987) angewendet. Man kann vermuten, daß kennzeichnende Merkmale des Kraftverlaufs am schiebenden schlanken Objekt sich bei oszillierender Anströmung wiederfinden. Im Folgenden wird der quer umströmte Zylinder betrachtet.

Einzig verfügbare Lastfunktion ist die empirische Morison-Formel (Morison et al., 1950)

$$F(t) = c_m \rho \frac{\pi D^2}{4} \dot{u} + c_d \frac{\rho}{2} |u| u D \quad (1)$$

(Kraft je Einheit der Zylinderlänge) mit ρ Dichte des Wassers, D Querabmessung des Zylinders und u, \dot{u} Geschwindigkeit und Beschleunigung der oszillierenden Strömung. Alles, was in Phase mit der Geschwindigkeit ist, wird als Widerstand formuliert;

alles, was außer Phase ist, wird proportional zur Beschleunigung angenommen. Entsprechend erhält man einen Widerstandsbeiwert c_d und einen formalen Trägheitsbeiwert c_m durch Integration der gemessenen Strömungskräfte F_{Messung} über die Periode T

$$c_d = \frac{3\pi}{4} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{F_{\text{Messung}}}{\frac{\rho}{2} u_0^2 D} \cos \omega t \, dt \quad ; \quad c_m = -\frac{2}{\pi} \frac{x_0}{D/2} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{F_{\text{Messung}}}{\frac{\rho}{2} u_0^2 D} \sin \omega t \, dt \quad (2)$$

wobei $u = u_0 \cos \omega t$; u_0 und $x_0 = u_0 / \omega$ sind die Amplituden der Geschwindigkeit und der Flüssigkeitsbewegung.

Die besondere Schwierigkeit bei dieser einfachen Formel liegt in der Annahme der Beiwerte c_d und c_m . Diese hängen für den quer umströmten Kreiszylinder ab von der relativen Bewegungsamplitude $x_0 / \frac{D}{2}$, dem Reynolds-Frequenzparameter $Re_\omega = \omega D^2 / \nu$ (ν kinematische Zähigkeit) und der relativen Rauigkeit k/D .

Wo Strömungskräfte sich der Rechnung entziehen, ist die Formulierung der Beiwerte besonders wichtig. Hier bedeutet das Trennung von Kraftbeiwert und zeitlichem Kraftverlauf. Ein 'Trägheitsbei-

wert' c_m , stark abhängig von Bewegungsamplitude und Reynolds-Frequenzparameter, weil er Effekte des zähen Drucks mit enthält, ist nicht zu schätzen. Alle veröffentlichten Daten liegen in dieser Form vor.

Für den Zylinder in oszillierender idealer Flüssigkeit sind die Kräfte bekannt: $\rho A + \rho c_a \frac{\pi D^2}{4}$, mit A Querschnittsfläche des Zylinders und c_a Beiwert der hydrodynamischen Masse. Zieht man den Trägheitswiderstand von der gemessenen Kraft ab, so verbleibt an Kraft, was auf Wirkung der Zähigkeit beruht. Die Leistung dieser zähen Druckkraft

$$\hat{P} = \frac{1}{T} \int_0^T (F_{\text{zäh}})_{\text{Messung}} u_0 e^{i\omega t} dt \quad (3a)$$

hat einen Wirk- und einen Blindanteil, dimensionslos

$$\hat{\Pi} = \frac{\hat{P}}{9/2 u_0^3 D} = \Pi_{\text{re}} + i \Pi_{\text{im}} = |\hat{\Pi}| e^{i\varphi}; \quad \varphi = \arctg \frac{\Pi_{\text{im}}}{\Pi_{\text{re}}} \quad (3b)$$

Mathematisch entspricht das einer Fourieranalyse der zähen Druckkraft für die erste Harmonische. Es ist

$$\Pi_{\text{re}} = \frac{4}{3\pi} c_d; \quad \Pi_{\text{im}} = \frac{\pi/2}{x_0 / \frac{D}{2}} (c_m - c_{m \text{ theor.}}) \quad (4)$$

mit dem theoretischen Trägheitsbeiwert $c_{m \text{ theor.}}$ für ideale Flüssigkeit.

In der praktischen Anwendung von Gl. (1), bei gewöhnlich großen Reynoldszahlen, macht man in den Zahlenwerten für die Koeffizienten wenig Unterschiede. Üblich sind Werte c_m um 1,8 und $c_d = 0,6$ bis 0,7 für Kreiszyylinder (gleiche Werte wurden von Sarpakaya, 1978, für große Reynoldszahlen $> 10^6$ und relative Bewegungsamplituden $< \sim 10$ an glatten Kreiszyindern ermittelt: $c_m = 1,8$, $c_d = 0,64$). Was dies für den Beiwert der Scheinleistung und deren Phase bedeutet, zeigt Bild 1 im Vergleich mit Werten aus Laborversuchen von Sarpkaya (1976). Sparboom (1978) empfiehlt auf Grund von Feldmessungen vor der Insel Norderney an einem Pfahl von 0,70 m Durchmesser in flachem Wasser (Brandungszone) $c_m = 1,7$ und $c_d = 1,0$. Auch diese Werte sind als Leistungsbeiwert und Phase in Bild 1 eingetragen.

2. Einfluß der Querschnittsform

Platte und Kreiszyylinder sind typische Vertreter zweier Gruppen von Widerstandskörpern. An der Platte liegt, wie an allen scharfkantigen Objekten, die Ablöselinie fest, während sich ihre Lage am Kreiszyylinder mit dem Zustand der Grenzschicht ändert. Dies führt bei oszillierender Anströmung zu einem wesentlichen Unterschied im Verlauf der zähen Druckkraft. Während die Phase ihrer Leistung am Kreiszyylinder negativ ist (Nacheilen gegenüber der Strömungsgeschwindigkeit), ist sie an der Platte positiv (Voreilen).

Die besonderen Eigenschaften des Strömungswiderstandes bei kantiger Querschnittsform sollen am Rechteck beim Übergang von der Platte zum Quadrat gezeigt werden. Der Einfluß von Abrundungen wird am Quadrat vorgestellt.

Die Ausgangsdaten stammen aus den Labormessungen von Tanaka et.al. (1983) an oszillierend bewegten Rechteckzylindern. Ferner wurden die Messungen an Platten von Keulegan und Carpenter (1958) herangezogen. Bild 2 zeigt den Beiwert der Wirkleistung und Bild 3 den Beiwert der Blindleistung, aufgetragen über der relativen Bewegungsamplitude $x_0/\frac{B}{2}$ (Messungen für den Querschnitt mit dem Seitenverhältnis 0,5 lagen als geglättete Werte vor). B ist die Breite des Rechteckquerschnitts quer zur Anströmung. Der Beiwert der Scheinleistung und deren Phase sind in Bild 4 und Bild 5 aufgetragen. Der Beiwert der hydrodynamischen Masse c_a kann Bild 6 entnommen werden *).

Mit zunehmender Amplitude nähern sich die Beiwerte der Wirk- und Scheinleistung einem Wert $\sim 0,85$ (Bild 2 und 4). Das entspricht einem Widerstandsbeiwert $c_d = 2,0$ bei gleichförmiger Anströmung, der ja für alle Querschnitte vom Plattenstreifen bis zum Rechteck gilt. Die Phase (Bild 5) müßte dabei gegen Null gehen. Die aus den Messungen gewonnenen Werte tun das nicht im erwarteten Maße; hier ist ein Einfluß der begrenzten Flüssigkeit im Versuch zu vermuten.

* Der Beiwert der hydrodynamischen Masse ist neu berechnet worden. Angaben in der Literatur, die offenbar auf Wendel (1957), Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, Band 44, zurückgehen, haben sich als ungenau herausgestellt.

Praktisch kann man für relative Bewegungsamplituden $> \sim 10$ die zähe Druckkraft berechnen wie in gleichförmiger Strömung mit $c_d \simeq 2,0$. Für kleinere Bewegungsamplituden steigt der Leistungsbeiwert (und damit der Widerstandsbeiwert) an, doch machen sich Unterschiede des Querschnitts erst bemerkbar bei einem Seitenverhältnis $A/B > \sim 0,5$ (Bild 4). Mit abnehmender Bewegungsamplitude nimmt ebenfalls die Phase zu bis $x_0/B \simeq 2$ und fällt darunter wieder ab; Unterschiede für verschiedene Werte des Seitenverhältnisses sind nicht zu erkennen (Bild 5). Der Leistungsbeiwert (und damit der Widerstandsbeiwert) des Zylinders mit quadratischem Querschnitt ist praktisch unabhängig von der Bewegungsamplitude.

Bei Anströmung quer zur Kante ist die Phase der Scheinleistung am Rechteck stets positiv. Das kann sich mit dem Anströmwinkel ändern, wie der Verlauf der Phase für das übereck angeströmte Quadrat erkennen läßt (Bild 7). Der Beiwert der Scheinleistung mit der Kantenlänge als Bezugsgröße ist nun nicht mehr konstant, sondern zeigt dieselbe Abhängigkeit von der Bewegungsamplitude wie für ein schlankes Rechteck quer zur Kante. Bezüglich der Schattenfläche (Diagonale) beträgt der Widerstandsbeiwert des Quadrats bei gleichförmiger Anströmung übereck $c_d = 1,5$. Mit der Kante als Bezugsgröße erhält man $\sqrt{2} \cdot 1,5 = 2,1$.

Der Widerstand des Rechteckzylinders mit abgerundeten Kanten nimmt in gleichförmiger Strömung mit zunehmendem Abrundungsradius zunächst ab und steigt am Kreiszylinder wieder an (Delany und Sorensen, 1953).

Die gleiche Tendenz findet man bei oszillierender Anströmung, zu erkennen aus der Auftragung von $|\hat{\Pi}|$ in Bild 8. Bei der Phase hat man einen allmählichen Übergang von positiven Werten (Voreilen) an der Platte zu negativen Werten (Nacheilen) am Kreis-zylinder (Bild 9). Für den quadratischen Querschnitt mit einem Abrundungsradius von $r/B \simeq 0,5$ ist die Phase praktisch gleich Null, d.h. zähe Druckkraft und Strömungsgeschwindigkeit sind in Phase. Für die aus geglätteten Meßwerten von Tanaka et al. (1983) berechneten Phasenwerte gilt für große Amplituden, was schon früher gesagt worden ist, daß sich offenbar Einflüsse der Versuchseinrichtung bemerkbar machen. Der Beiwert der hydrodynamischen

schen Masse für den quadratischen Querschnitt mit abgerundeten Kanten ist neu berechnet und in Bild 10 aufgetragen worden.

3. Einfluß überlagerter gleichförmiger Strömung

Die gleichförmige Grundströmung habe die Geschwindigkeit \bar{u} und die periodische Strömung die Geschwindigkeitsamplitude u_0 . Es sei stets $u_0 > 0$ und \bar{u} positiv. Für $\bar{u}/u_0 > 1$ ist die (ungestörte) Flüssigkeitsbewegung stets fortschreitend, bei $\bar{u}/u_0 < 1$ kommt es zu Rückströmung.

Die Oszillation sei einfach-periodisch. Das Geschwindigkeitsverhältnis \bar{u}/u_0 läßt sich dann auch ausdrücken durch $\bar{u}/(\omega x_0)$, wobei x_0 die Bewegungsamplitude der Oszillation und ω dessen Kreisfrequenz ist.

Die geometrischen und physikalischen Größen, von denen die Strömungskraft am Zylinder (je Einheit der Länge) abhängt: Dichte ρ , Zähigkeit η , Bewegungsamplitude x_0 , Kreisfrequenz ω , Grundströmung \bar{u} , Zylinderdurchmesser D und Oberflächenrauigkeit k , lassen sich zu den dimensionslosen Kenngrößen zusammenfassen: relative Bewegungsamplitude x_0/D , Geschwindigkeitsverhältnis $\bar{u}/u_0 = \bar{u}/(\omega x_0)$, Reynolds-Frequenzparameter $\omega D^2/\nu$, Reynoldszahl $\bar{u}D/\nu$ und relative Rauigkeit k/D , mit $\nu = \eta/\rho$, wobei die Strömungskraft in üblicher Weise durch Staudruck und Zylinderdurchmesser dimensionslos gemacht wird. Man kann vermuten, daß der Reynolds-Frequenzparameter bei vorherrschender Oszillation wichtig ist (\bar{u}/u_0 klein), während die Reynoldszahl bei überwiegender gleichförmiger Strömung an Bedeutung gewinnt (\bar{u}/u_0 groß). Im Folgenden geht es um eine Reduktion der Strömungskräfte bezüglich des Geschwindigkeitsverhältnisses \bar{u}/u_0 .

Auch bei überlagerter fortschreitender Strömung wird der Ansatz Gl. (1) verwendet. Die Strömung sei gegeben durch

$$u(t) = \bar{u} - u_0 \cos \omega t \quad (5)$$

so daß

$$\begin{aligned}
 F(t) &= (1+c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega u_o \sin \omega t + c_d \frac{\rho}{2} (\bar{u} - u_o \cos \omega t) |\bar{u} - u_o \cos \omega t| D \\
 &= \frac{\rho}{2} u_o^2 D \left[\left((1+c_a) \frac{\pi}{x_o / \frac{D}{2}} \sin \omega t + c_d \left(\frac{\bar{u}}{u_o} - \cos \omega t \right) \left| \frac{\bar{u}}{u_o} - \cos \omega t \right| \right) \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

Bild 11 und Bild 12 zeigen geglättete Meßwerte für $c_m = 1 + c_a$ und c_d von Verley und Moe (1979) aus Versuchen an Kreiszyllindern in kleinem Maßstab. Der Beiwert c_m ist in Bild 11 aufgetragen. Der Beiwert c_d nimmt im allgemeinen verschiedene Werte an für das Mittel (Beiwert \bar{c}_d) und für den oszillierenden Teil (Beiwert \tilde{c}_d) des Widerstandes (Bild 12). Nur für größere Bewegungsamplituden und sofern die Strömung fortschreitend ist ($u/u_o > 1$), stimmen die beiden Werte halbwegs überein und liegen dann um Eins. Damit kommen sie dem Wert 1,2 für gleichförmige Anströmung bei unterkritischer Reynoldzahl nahe. In den beträchtlichen Änderungen von \bar{c}_d zeigt sich die Wirkung ausgeprägter Wirbelkonfigurationen im Modellversuch. Die Natur wird hier eher ausgleichen. Vom oszillierenden Widerstand des Zylinders haben Verley und Moe den theoretischen viskosen Reibungsanteil abgezogen, dessen Einfluß sich unterhalb $x_o / \frac{D}{2} < 2$ bis 3 zunehmend bemerkbar macht. Daher wurden \tilde{c}_d -Werte für Bewegungsamplituden < 2 nicht übernommen.

Das zeitliche Mittel der Strömungskraft (mittlerer Strömungswiderstand) ergibt sich aus

$$\bar{F} = \bar{c}_d \frac{\rho}{2} u_o^2 D \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} (a - \cos \omega t) |a - \cos \omega t| dt \quad (7)$$

wobei abkürzend geschrieben wird

$$a = \frac{\bar{u}}{u_0} = \frac{\bar{u}}{\omega x_0} \quad (8)$$

Für $\bar{u}/u_0 \geq 1$ erhält man

$$\frac{\bar{F}_{a>1}}{\frac{\rho}{2} u_0^2 D} = \bar{c}_d \left(a^2 + \frac{1}{2} \right) = \bar{c}_d \bar{q} / \frac{\rho}{2} u_0^2 \quad (9)$$

mit dem mittleren Staudruck (Staudruck der quadratgemittelten Geschwindigkeit \bar{u})

$$\begin{aligned} \bar{q} &= \frac{\rho}{2} \bar{u}^2 = \frac{\rho}{2} \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} (\bar{u} - u_0 \cos \omega t)^2 dt \\ &= \frac{\rho}{2} \left(\bar{u}^2 + \frac{u_0^2}{2} \right) \\ &= \frac{\rho}{2} u_0^2 \left(a^2 + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Wenn $\frac{\bar{u}}{u_0} < 1$, springt die Strömung um bei

$$\omega t = \arccos a \quad (11)$$

Dementsprechend ist das Integral Gl. (7) zu bilden in den Grenzen $0 \leq t \leq \frac{1}{\omega} \arccos a$ und $\frac{1}{\omega} \arccos a < t \leq \frac{T}{2}$. Man erhält

$$\frac{\bar{F}_{a \leq 1}}{\frac{\rho}{2} u_0^2 D} = \bar{c}_d \left\{ a^2 + \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \left[\left(a^2 + \frac{1}{2} \right) \arccos a - \frac{3}{2} a \sqrt{1-a^2} \right] \right\} \quad (12)$$

Man kann vermuten, daß der mittlere Strömungswiderstand wesentlich vom mittleren Staudruck abhängt, so daß

$$\frac{\bar{F}}{\bar{q} D} \simeq c_{d,red} \begin{cases} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arccos a + \frac{3}{\pi} \frac{a \sqrt{1-a^2}}{a^2 + 1/2} \right) & \text{für } a \leq 1 \\ 1 & \text{für } a > 1 \end{cases} \quad (13)$$

mit dem auf gleichförmige Anströmung reduzierten Widerstandsbeiwert $c_{d,red}$. In Bild 13 ist die mittlere Strömungskraft auf den mittleren Staudruck bezogen worden, und daraus ist wiederum Bild 14 ein Auszug, in dem Messung und Näherungsformel Gl. (13) verglichen werden. Ergebnis der Beiwertreduktion für das zeitliche Mittel: Der mittlere Strömungswiderstand läßt sich für praktische Belange hinreichend genau auf den Widerstand in gleichförmig fortschreitender Strömung zurückführen. Die Messungen von Verley und Moe ergeben $c_{d,red} \approx 1,0$; für die praktische Rechnung könnte im unterkritischen Bereich $c_{d,red} = 1,2$ wie bei gleichförmiger Anströmung angemessen sein.

Zur Erfassung der oszillierenden zähen Druckkraft wird deren Scheinleistung betrachtet. Bei der Berechnung der Wirkleistung

$$P_{re} = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) (-u_0 \cos \omega t) dt \quad (14)$$

mit $F(t)$ Gl. (6) ist wiederum zu unterscheiden, ob \bar{u}/u_0 größer oder kleiner Eins ist. Für $\bar{u}/u_0 \geq 1$ erhält man

$$P_{re, a > 1} = \tilde{c}_d \frac{\rho}{2} u_0^2 \bar{u} D \quad (15)$$

und für $\bar{u}/u_0 < 1$

$$P_{re, a \leq 1} = \tilde{c}_d \frac{\rho}{2} u_0^2 \bar{u} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left[\arccos a - \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} + \frac{1}{3} \frac{(1-a^2)^{3/2}}{a} \right] \right\} D \quad (16)$$

Die Blindleistung ist

$$P_{im} = \frac{\pi/2}{x_0/D} (c_m - 2) \frac{\rho}{2} u_0^3 D \quad (17)$$

Offenbar spielt auch hier die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit \bar{u} eine wichtige Rolle. Bezieht man nämlich die Leistung mit auf diese Geschwindigkeit - d.h. die Kraft wird auf $u_0 \bar{u}$ bezogen -

$$\frac{P_{re}}{\frac{9}{2} u_0^2 \bar{u} D} = \tilde{c}_d \frac{a}{\sqrt{a^2 + \frac{1}{2}}} \begin{cases} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(\arccos a - \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} + \frac{1}{3} \frac{(1-a^2)^{3/2}}{a} \right) \right] & \text{für } a \leq 1 \\ 1 & \text{für } a > 1 \end{cases} \quad (18)$$

$$\frac{P_{im}}{\frac{9}{2} u_0^2 \bar{u} D} = \frac{\pi/2}{x_0 / \frac{D}{2}} (c_m - 2) \frac{1}{\sqrt{a^2 + \frac{1}{2}}} \quad (19)$$

so ändert sich, wie Bild 15 zeigt, die Scheinleistung nur noch wenig mit dem Geschwindigkeitsverhältnis $\bar{u}/u_0 = \bar{u}/(\omega x_0)$. Man kann also

$$c_{\pi, red} = \frac{|\hat{P}|}{\frac{9}{2} u_0^2 \bar{u} D} \quad (20)$$

als reduzierten Beiwert der Scheinleistung betrachten. Die Phase ist in Bild 16 aufgetragen; sie nimmt mit zunehmendem \bar{u}/u_0 ab. Die teils entgegengesetzte Tendenz für kleine Bewegungsamplituden könnte mit der schon erwähnten Bearbeitung der \tilde{c}_d -Werte durch Verley und Moe zusammenhängen.

Ergebnis der Beiwertreduktion für den zähigkeitsbedingten oszillierenden Kraftanteil: Die zähe Druckkraft läßt sich auf einen mit \bar{u}/u_0 wenig veränderlichen dimensionslosen Beiwert zurückführen. Für praktische Belange hinreichend genau ist

$$\tilde{c}_d = c_{\pi, red} \frac{\sqrt{a^2 + \frac{1}{2}}}{a} \begin{cases} \frac{1}{1 - \frac{2}{\pi} \left(\arccos a - \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} + \frac{1}{3} \frac{(1-a^2)^{3/2}}{a} \right)} & \text{für } a \leq 1 \\ 1 & \text{für } a > 1 \end{cases} \quad (21)$$

So erhält man mit $c_{\pi, red} \approx 0,9$, dem Mittel aus Bild 15, für reine Oszillation ($a = 0$) und im Grenzfall reiner Translation ($a \rightarrow \infty$) $\tilde{c}_{d, a=0} = 0,9 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}/\frac{4}{3\pi} = 1,5$ und $\tilde{c}_{d, a \rightarrow \infty} = 0,9$. Zum Vergleich siehe Bild 12. Das Verhältnis dieser \tilde{c}_d -Grenzwerte ist $\frac{1}{2} \sqrt{2}/\frac{4}{3\pi} = 1,67$.

4. Einfluß der Orbitalbewegung

Betrachtet sei ein horizontaler Kreiszyylinder unter flachen langkämmigen Wellen, die quer zum Zylinder laufen. Der Zylinder ist dann einer Strömung ausgesetzt, bei der sich die Flüssigkeitsteilchen auf Orbitalellipsen bewegen. Nahe der Wasseroberfläche ist das ein Kreis; in der Tiefe, wenn die Wellen den Meeresboden zu spüren bekommen, wird die Orbitalellipse abgeflacht.

Auch auf kreisende Anströmung wird die Morison-Formel angewendet. Es gibt keinen Ansatz, der die Kräfte bei allmählichem Übergang der Anströmung von Kreis zu schwingender Bewegung erfassen könnte. Bei flacher Orbitalellipse wird die Strömung am Zylinder sich nicht wesentlich unterscheiden von der Strömung bei harmonisch schwingender Bewegung mit der typischen Phasenverschiebung der zähen Druckkraft. Bei völliger Orbitalellipse kann es diese Phasenverschiebung nicht geben. Hier liegt es nahe, den Strömungswiderstand des Zylinders auf den Widerstand bei gleichförmig fortschreitender Strömung zurückzuführen.

Ausgehend von der Parameterform der Ellipse

$$x = x_0 \cos \omega t \quad , \quad z = z_0 \sin \omega t \quad (22)$$

mit horizontaler Koordinate x und vertikaler Koordinate z , wobei x_0 und z_0 die Halbachsen der Ellipse sind, erhält man, jeweils in Komponenten, die Orbitalgeschwindigkeit

$$u = -\omega x_0 \sin \omega t \quad , \quad w = \omega z_0 \cos \omega t \quad (23)$$

und die Orbitalbeschleunigung

$$\dot{u} = -\omega^2 x_0 \cos \omega t \quad , \quad \dot{w} = -\omega^2 z_0 \sin \omega t \quad (24)$$

Die Bahngeschwindigkeit ist

$$\begin{aligned} v_t &= \left(\omega^2 z_0^2 \cos^2 \omega t + \omega^2 x_0^2 \sin^2 \omega t \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \omega x_0 \left[\left(\frac{z_0}{x_0} \right)^2 \cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (25)$$

Bei Verhältnissen in gleichförmig fortschreitender Strömung lautet der Widerstand

$$F_d = c_d \frac{\rho}{2} v_t^2 D \quad (26)$$

und, zerlegt in x- und z-Richtung,

$$F_{d,x} = -c_d \frac{\rho}{2} v_t^2 D \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \quad (27)$$

$$F_{d,z} = c_d \frac{\rho}{2} v_t^2 D \frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} \quad (28)$$

wobei ξ das Verhältnis von Vertikal- zu Horizontalgeschwindigkeit ist,

$$\xi = \frac{w}{u} = \frac{z_o}{x_o} \operatorname{ctg} \omega t \quad (29)$$

Hinzu kommt die Trägheitskraft der Strömung. Am Zylinder in Orbitalströmung handelt es sich um eine zentripetale Kraft, am Zylinder, der sich auf einer Orbitalellipse bewegt, um eine zentrifugale Kraft. Die zentripetale Trägheitskraft am Kreis- zylinder lautet in Komponenten

$$F_{i,x} = -(1+c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega^2 x_o \cos \omega t \quad (30)$$

$$F_{i,z} = -(1+c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega^2 x_o \sin \omega t \quad (31)$$

mit $c_a = 1$.

Unter der Annahme, daß die Anströmung des Zylinders gleich der ungestörten Orbitalströmung ist, wird die gesamte Strömungskraft

$$F_x = -(1+c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega^2 x_o \cos \omega t - c_d \frac{\rho}{2} (\omega x_o)^2 \left[\left(\frac{z_o}{x_o} \right)^2 \cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t \right] \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \quad (32)$$

$$F_z = -(1+c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega^2 x_o \sin \omega t + c_d \frac{\rho}{2} (\omega x_o)^2 \left[\left(\frac{z_o}{x_o} \right)^2 \cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t \right] \frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} \quad (33)$$

Verwertbare Messungen an Kreiszyklindern, gewonnen im Wellentank, liegen vor von Norman (1977) als quadratgemittelte Kräfte (Wurzel aus der Varianz) in horizontaler und vertikaler Richtung. Sie sind auf den mittleren Staudruck der horizontalen Strömung am Ort des Zylinders bezogen,

$$\bar{q}_x = \frac{\rho}{2} \frac{(\omega x_o)^2}{2} \quad (34)$$

Bild 17 bis Bild 19 zeigen die bezogenen Kräfte $\bar{F}_x / (\bar{q}_x D)$ und $\bar{F}_z / (\bar{q}_x D)$ für verschiedene Achsenverhältnisse x_o / z_o der Orbitalellipse. Verglichen wird mit den aus den Gleichungen (32) und (33) berechneten Werten, wobei ein Widerstandsbeiwert von $c_d = 1,2$ angenommen worden ist. Bis zu Amplituden der horizontalen Bewegung von vierfachem Zylinderradius ($x_o / \frac{D}{2} \simeq 4$) ist der Anteil der zähen Druckkraft an der Gesamtkraft relativ gering. Ein geringerer Druckbeiwert als angenommen kann bei völliger Orbitalellipse also nicht Ursache für die Differenz zwischen gemessener und berechneter Strömungskraft sein. Vielmehr wird die Strömung am Zylinder langsamer sein als in der ungestörten Welle, weil das Wasser dem Zylinder folgt und dadurch in Drehung gerät. Die nähere Auswertung ergibt für die völlige Orbitalellipse $z_o / x_o = 0,8$ eine um etwa 15 % verringerte Anströmgeschwindigkeit gegenüber der ungestörten Welle. Unter Laborbedingungen wird, sofern sich nicht Wandeffekte (Spiegelung) bemerkbar machen, rotierende Strömung vermutlich länger am Ort verweilen als im Meer. Dies würde bedeuten, daß man bei völliger Orbitalellipse in natürlicher Umgebung wie in stationärer Strömung praktisch mit den dafür geltenden Widerstandsbeiwerten rechnen kann.

Bei abflachender Ellipse zeigt die quadratgemittelte Kraft in der Vertikalen stärkere Schwankungen und der Anteil der zweiten Harmonischen nimmt zu (Bild 18 und 19). Dies ist der Einfluß der Wirbel am Zylinder und ein Hinweis, daß nun besser wie bei schwingender Flüssigkeit gerechnet wird.

5. Leistungs- und Lastspitzenansatz

Bei den Wellenkräften an Offshorebauwerken geht es um unterschiedliche Fragestellungen, wenn etwa nach momentanen Lasten und Spannungen gefragt ist oder das Bewegungsverhalten der Struktur in Seegang ermittelt werden soll. Im ersten Fall wird man auf eine genauere Erfassung der Lastspitzen achten. Im zweiten Fall ist für Rechnungen im Frequenzbereich ein linearer Lastansatz auf der Grundlage gleicher Energie zwischen Modell und Wirklichkeit angebracht.

In beiden Fällen wird die Morison-Formel verwendet, wenn nötig erweitert um die Bewegung der Struktur (\dot{x} , \ddot{x}) :

$$F(t) = c_m \rho \frac{\pi D^2}{4} \dot{u} - c_a \rho \frac{\pi D^2}{4} \ddot{x} + c_d \frac{\rho}{2} (u - \dot{x}) |u - \dot{x}| D \quad (35)$$

Die Morison-Formel unterschätzt die Lastspitzen besonders im häufigen Bereich kritischer Bewegungsamplituden ($x_0 / \frac{D}{2}$ um 4). Für Rechnungen im Frequenzbereich wird sie linearisiert und entspricht dann Gl. (42).

Für Lastfälle wie den Zylinder in harmonisch-periodisch oszillierender Strömung ohne und mit überlagerter gleichförmig fortschreitender Strömung lassen sich Lastfunktionen formulieren, die durchaus mit der Morison-Formel konkurrieren können. Allerdings gibt es keinen alternativen Ansatz, der so einfach und unter den sehr unterschiedlichen Bedingungen der Natur so allgemein anwendbar wäre wie die Morison-Formel, bei der jedoch - Tribut an die Einfachheit - die Komplexität des Problems auf die richtige Wahl der Koeffizientenwerte verlagert ist.

In Bild 20 sind Werte für die Phase der Scheinleistung für verschiedene Zylinder bei unterschiedlichen Parametern zusammengetragen worden. Es fällt auf, daß das Band möglicher Werte relativ schmal ist - schon im Laborversuch ($\sim -30^\circ < \phi < \sim 20^\circ$) und vermutlich in der Natur erst recht. Man kann also fragen, ob die Phase in jedem Fall berücksichtigt werden muß (entsprechend $c_a \neq 1$ für Kreiszyylinder in der Morison-Formel).

Von den höheren Harmonischen der am Kreiszyylinder wirkenden Kraft spielt die dritte eine besondere Rolle. Dies führt zu der alternativen Lastfunktion

$$F(t) = \operatorname{re} \left\{ \left[i c_m g \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}_0 + \left(2 |\hat{\pi}| e^{i\phi} + c_3 e^{i(2\omega t + \phi_3)} \right) \frac{g}{2} u_0^2 D \right] e^{i\omega t} \right\} \quad (36)$$

Nur der Realteil hat physikalische Bedeutung. Praktisch kann man

$$\phi_3 \approx \phi \quad (37)$$

setzen und, weil außerdem die Phase ausreichend klein ist,

$$|\hat{\pi}| \approx \frac{4}{3\pi} c_d \quad (38)$$

Den einfachsten Ansatz für c_3 erhält man aus der Forderung, daß sich für große Bewegungsamplituden der Beiwert c_d ergeben muß:

$$2 |\hat{\pi}| + c_3 = c_d \quad (39)$$

so daß mit Gl. (38)

$$c_3 \approx \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) |\hat{\pi}| \quad (40)$$

Damit lautet Gl. (35)

$$\begin{aligned} F(t) &= \operatorname{re} \left\{ \left[i c_m g \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}_0 + |\hat{\pi}| e^{i\phi} \left(2 + \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) e^{i2\omega t} \right) \frac{g}{2} u_0^2 D \right] e^{i\omega t} \right\} \\ &= \operatorname{re} \left\{ \left[i c_m g \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}_0 + \frac{4}{3\pi} c_d e^{i\phi} \left(2 + \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) e^{i2\omega t} \right) \frac{g}{2} u_0^2 D \right] e^{i\omega t} \right\} \end{aligned} \quad (41)$$

Bei Rechnungen im Frequenzbereich wird man die Phase im Zeitverlauf der zähen Druckkraft berücksichtigen. Man erhält als Leistungsansatz die lineare Lastfunktion

$$\begin{aligned}
 F_{\text{lin}}(t) &= -(1+c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega u_0 \sin \omega t + 2 \left| \hat{\Pi} \right| \frac{\rho}{2} u_0^2 D \cos(\omega t + \phi) \\
 &= -(1+c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega u_0 \sin \omega t + \frac{8}{3\pi} c_d \frac{\rho}{2} u_0^2 D \cos(\omega t + \phi)
 \end{aligned} \tag{42}$$

Bei der Berechnung der Lastspitzen kann die Phase ohne Einbuße an Genauigkeit Null gesetzt werden. Der Lastspitzenansatz lautet

$$\begin{aligned}
 F_{\text{extr}} = \text{extr} \left\{ - (1+c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega u_0 \sin \omega t + \right. \\
 \left. + \frac{4}{3\pi} c_d \left[2 \cos \omega t + \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) \cos 3\omega t \right] \frac{\rho}{2} u_0^2 D \right\}
 \end{aligned} \tag{43}$$

oder, bezogen auf Amplitude des Staudrucks und Durchmesser des Zylinders, als dimensionsloser Beiwert

$$\begin{aligned}
 c_{F,\text{extr}} &= \frac{F_{\text{extr}}}{\rho/2 u_0^2 D} \\
 &= \text{extr} \left\{ -\pi \frac{1+c_a}{c_d} \frac{1}{x_0/D} \sin \omega t + \frac{4}{3\pi} \left[2 \cos \omega t + \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) \cos 3\omega t \right] \right\} c_d
 \end{aligned} \tag{44}$$

wobei $\text{extr} \{ \dots \}$ Extremum der Funktion bedeutet. Dieser Wert liegt bei

$$(\omega t)_{F_{\text{extr}}} = \text{arctg} \left\{ -\frac{8}{3\pi^2} \frac{c_d}{1+c_a} \frac{x_0}{D} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) \left(4 \sin(\omega t)_{F_{\text{extr}}} - 3 \right) \right] \right\} \tag{45}$$

$(\omega t)_{F_{\text{extr}}}$ ist in wenigen Iterationsschritten, beginnend etwa mit $\omega t = 0$, gefunden. Die folgende Tabelle enthält die Beiwerte der Lastspitzen und Zeitpunkte ihres Auftretens zum Basiswert $c_d = 0,7$ für große Reynolds-Frequenzparameter, abhängig von der

Bewegungsamplitude $(\omega t)_{F_{\text{extr}}} / T = 0,25 \pm \frac{n}{2}$: nur Trägheit,
 $(\omega t)_{F_{\text{extr}}} / T = 0,5 \pm \frac{n}{2}$: nur zäher Druck, $T = \text{Periode}$, $n = 1, 2, 3, \dots$).
 Verglichen wird mit den Werten der Morison-Formel.

Tabelle

Lastspitzen an einem Kreiszyylinder und Zeitpunkt des Auftretens für $c_d = 0,7$, abhängig von der Bewegungsamplitude

		$\frac{x_0}{D/2}$	1	2	5	10	20	50	100
Gl. (44)	$\left\{ \begin{array}{l} c_{F_{\text{extr}}} = F_{\text{extr}} / \left(\frac{\rho}{2} u_0^2 D \right) \\ (\omega t)_{F_{\text{extr}}} / T \end{array} \right.$	$c_{F_{\text{extr}}}$	6,29	3,15	1,29	0,83	0,73	0,71	0,70
		$(\omega t)_{F_{\text{extr}}} / T$	0,26	0,26	0,30	0,43	0,47	0,49	0,49
Morison-Formel	$\left\{ \begin{array}{l} c_{F_{\text{extr}}} \\ (\omega t)_{F_{\text{extr}}} / T \end{array} \right.$	$c_{F_{\text{extr}}}$	6,17	3,0	1,22	0,84	0,74	0,71	0,70
		$(\omega t)_{F_{\text{extr}}} / T$	0,28	0,32	0,38	0,43	0,46	0,49	0,49

Wenn der Oszillation eine fortschreitende gleichförmige Strömung überlagert ist, liegt es nahe, der Gleichung (35) für reine Oszillation den Ausdruck

$$\bar{F} = \bar{c}_d \bar{q} D = \bar{c}_d \frac{\rho}{2} \left(\bar{u}^2 + \frac{u_0^2}{2} \right) D \quad (46)$$

als zeitliches Mittel der Kraft hinzuzufügen.

Ob ein solcher Ansatz zur Berechnung von Lastspitzen bei überlagerter Strömung taugt, muß offen bleiben; Zeitserien gemessener Kräfte zur Überprüfung sind nicht verfügbar. Der Leistungsansatz lautet

$$F_{\text{lin}}(t) = \bar{c}_d \frac{\rho}{2} \left(\bar{u} + \frac{u_0^2}{2} \right) D - (1 + c_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega u_0 \sin \omega t + \\ + 2 \left| \hat{\Pi} \right| \frac{\rho}{2} u_0^2 D \cos(\omega t + \phi) \quad (47)$$

wobei (siehe Gl. 13))

$$\bar{c}_d = c_{d,red} \begin{cases} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arccos a + \frac{3}{4} \frac{a\sqrt{1-a^2}}{a^2 + \frac{1}{2}} \right) & \text{für } a \leq 1 \\ 1 & \text{für } a > 1 \end{cases} \quad (48)$$

und (siehe Gl. (21), $a = \bar{u}/u_o$)

$$|\hat{\pi}| = c_{\pi,red} \left[\left(\frac{\bar{u}}{u_o} \right)^2 + \frac{1}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (49)$$

Der reduzierte Beiwert $c_{d,red}$ des mittleren Strömungswiderstandes entspricht dem Widerstandsbeiwert des Kreiszylinders in stationärer Strömung. Für den reduzierten Beiwert $c_{\pi,red}$, als Maß für die oszillierende zähe Druckkraft, haben sich aus den Meßdaten von Verley und Moe (1979), gewonnen an Kreiszylindern mit kleinem Durchmesser (2 bis 5 cm), Werte von 0,8 bis 1,0 ergeben. Möglicherweise kann man auch ihn mit dem Widerstandsbeiwert des Zylinders in stationärer Strömung verknüpfen. Setzt man, als Rechenbeispiel, $c_{\pi,red}$ dem Widerstandsbeiwert gleich und wählt den Wert 0,6 für große Reynoldszahlen, so erhält man für den Beiwert \tilde{c}_d der Morison-Formel aus Gl. (21) folgende Werte: $\tilde{c}_d = 1,0$ für reine Oszillation und $\tilde{c}_d = 0,6$ für den Grenzfall der Translation. Werte für die Phase ϕ können Bild 16 bzw. Bild 20 entnommen werden.

6. Bezeichnungen

$a = \frac{\bar{u}}{u_0} = \frac{\bar{u}}{\omega x_0}$	Geschwindigkeitsverhältnis
c_a	Beiwert der hydrodynamischen Masse
$c_m = c_a + 1$	Beiwert für Kreiszyylinder
c_d	Widerstandsbeiwert
D	Durchmesser
$F, \bar{F}, \overline{\overline{F}}$	Kraft, mittlere Kraft, quadratgemittelte Kraft
$\hat{P} = P_{re} + i P_{im} = \hat{P} e^{i\phi}$	Scheinleistung
$\bar{q} = \frac{\rho}{2} \bar{u}^2$	mittlerer Staudruck
t	Zeit
T	Periode
u	Geschwindigkeit, horizontale Komponente der Geschwindigkeit
\dot{u}	Beschleunigung, horizontale Komponente der Beschleunigung
u_0	Geschwindigkeitsamplitude
$\bar{u}, \overline{\overline{u}}$	mittlere Geschwindigkeit, quadratgemittelte Geschwindigkeit
v_t	Bahngeschwindigkeit
w	vertikale Komponente der Geschwindigkeit
\dot{w}	vertikale Komponente der Beschleunigung
x_0	Bewegungsamplitude, horizontale Bewegungsamplitude
z_0	vertikale Bewegungsamplitude
$\hat{\Pi} = \Pi_{re} + i \Pi_{im} = \hat{\Pi} e^{i\phi}$	Beiwert der Scheinleistung
ρ	Dichte
ω	Kreisfrequenz

7. Literatur

- Blendermann, W. 1987. An analysis of the hydrodynamic forces on cables and nets. Applied Ocean Research 9: 224-233.
- Delany, N.K., und N.E. Sorensen. 1953. Low-speed drag of cylinders of various shapes. Technical Note 3038, National Advisory Committee of Aeronautics, Washington, D.C., U.S.A., 22 S.
- Keulegan, G.H., und L.W. Carpenter. 1958. Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. Journal of Research of the National Bureau of Standards 60: 423-440.
- Morison, J.R., M.P. O'Brien, J.W. Johnson, und S.A. Schaaf. 1950. The forces exerted by surface waves on piles. Petroleum Transactions, American Institute of Mechanical Engineers, 189: 149-154.
- Norman, S.G. 1977. Forces on horizontal circular cylinders under waves. Dissertation Ph.D. 10444, Department of Engineering, University of Cambridge, G.B., 263 S.
- Sarpkaya, T. 1976. Vortex shedding and resistance in harmonic flow about smooth and rough circular cylinders at high Reynolds numbers. Bericht Nr. NPS - 59 S2 76021, Naval Postgraduate School, Monterey, Cal., U.S.A., 183 S.
- Sparboom, U.-C. 1987. Über die Seegangbelastung lotrechter zylindrischer Pfähle im Flachwasserbereich. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Braunschweig, D., 191 S.
- Tanaka, N., Y. Ikeda und K. Nishino. 1983. Hydrodynamic viscous force acting on oscillating cylinders with various shapes. Bericht Nr. 407, Department of Naval Architecture, University of Osaka, Japan, 27 S.
- Verley, R.L.P., und G. Moe. 1979. The forces on a cylinder oscillating in a current. Bericht Nr. STF 60 A79061, Vassdrags- og Havnelaboriet, Technische Hochschule Trondheim, Norwegen, 106 S.

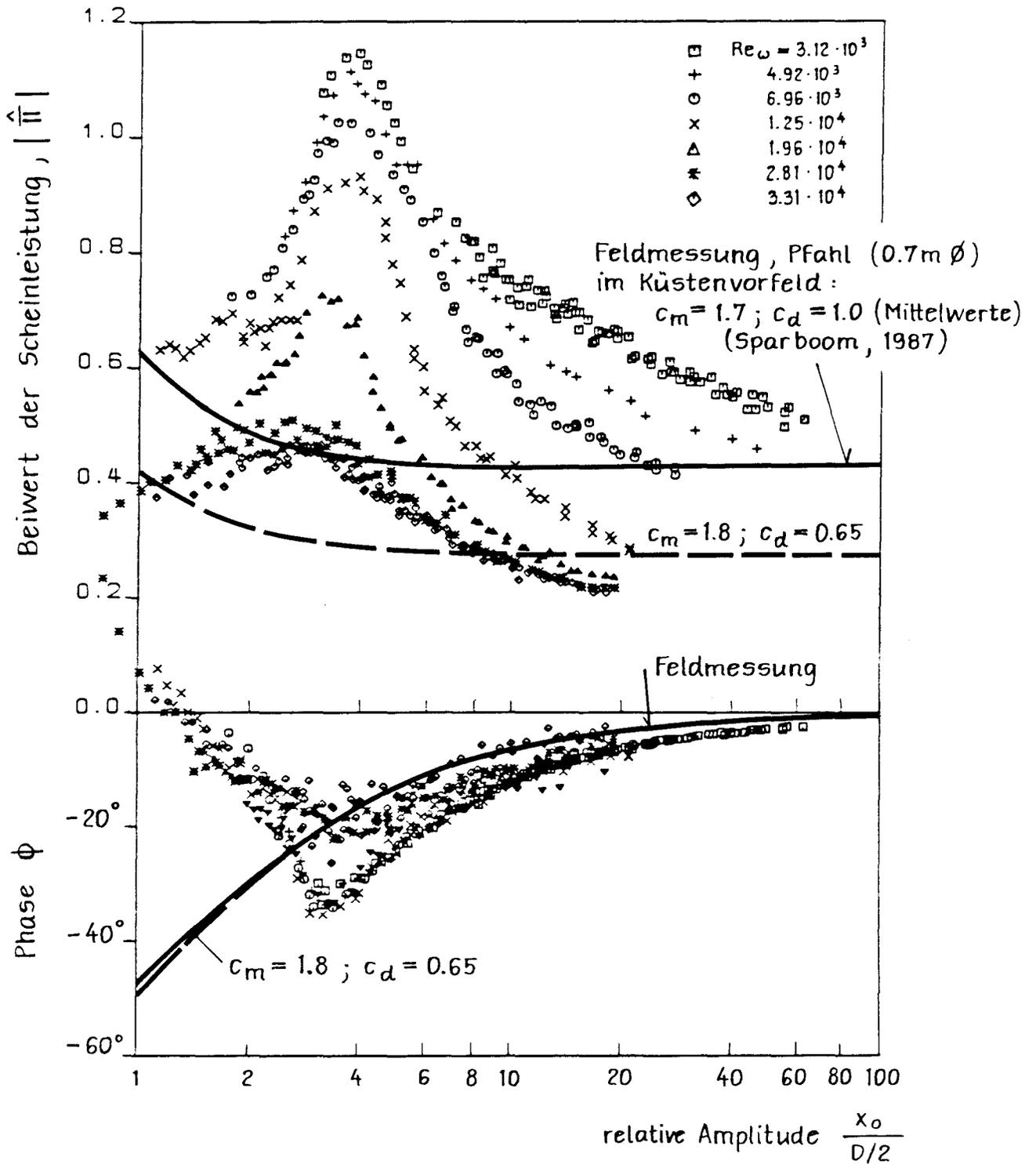


Bild 1 Kreiszyylinder in oszillierender Strömung; Beiwert der Scheinleistung, $|\hat{\Pi}|$, und Phase ϕ über der relativen Amplitude $x_0/D/2$; Vergleich von Labormessung (Sarpkaya, 1976), Feldmessung (Sparboom, 1987) und Annahme in der praktischen Rechnung.

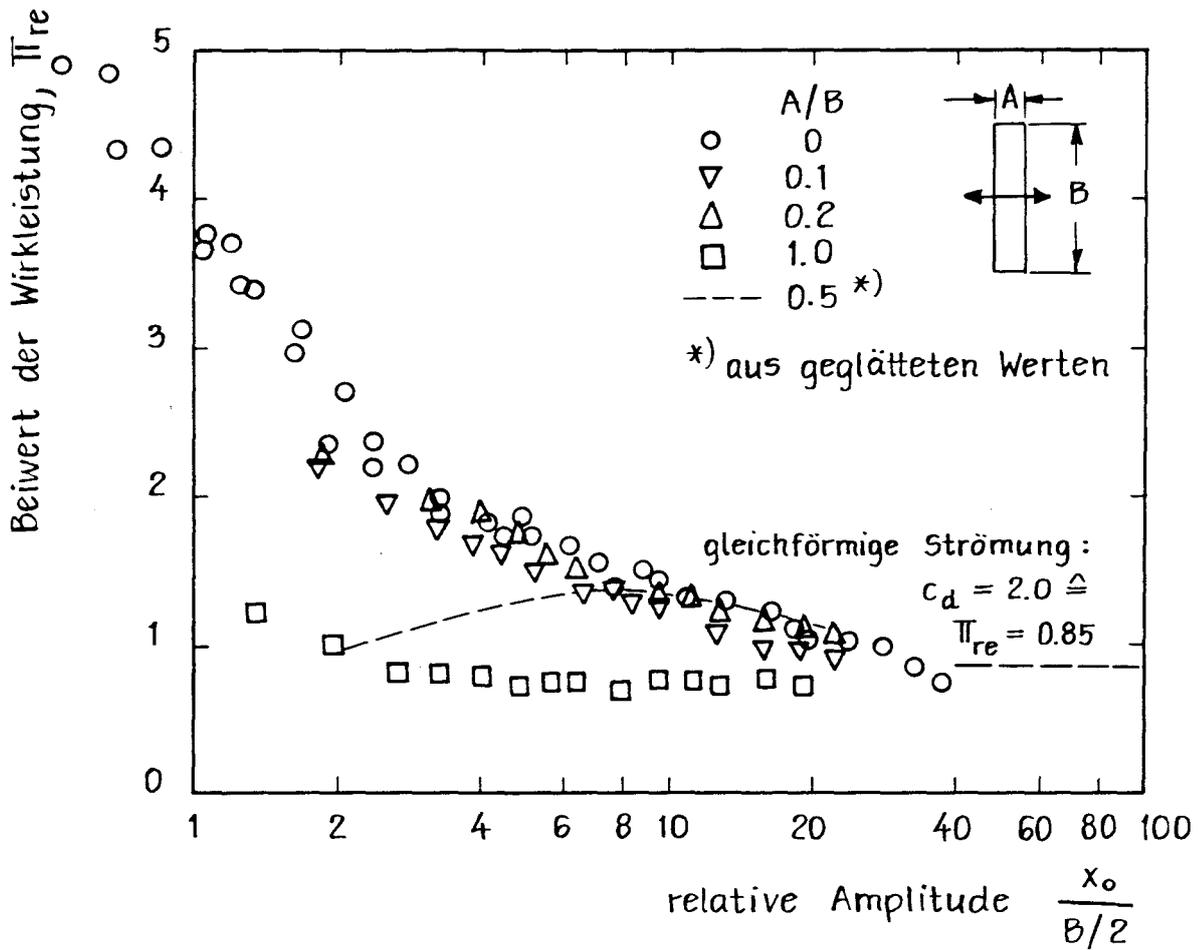


Bild 2 Prisma in oszillierender Strömung; Beiwert der Wirkleistung, Π_{re} , über der relativen Amplitude $\frac{x_o}{B/2}$ für verschiedene Seitenverhältnisse A/B (aus Meßdaten von Keulegan und Carpenter, 1958, und Tanaka et al., 1983).

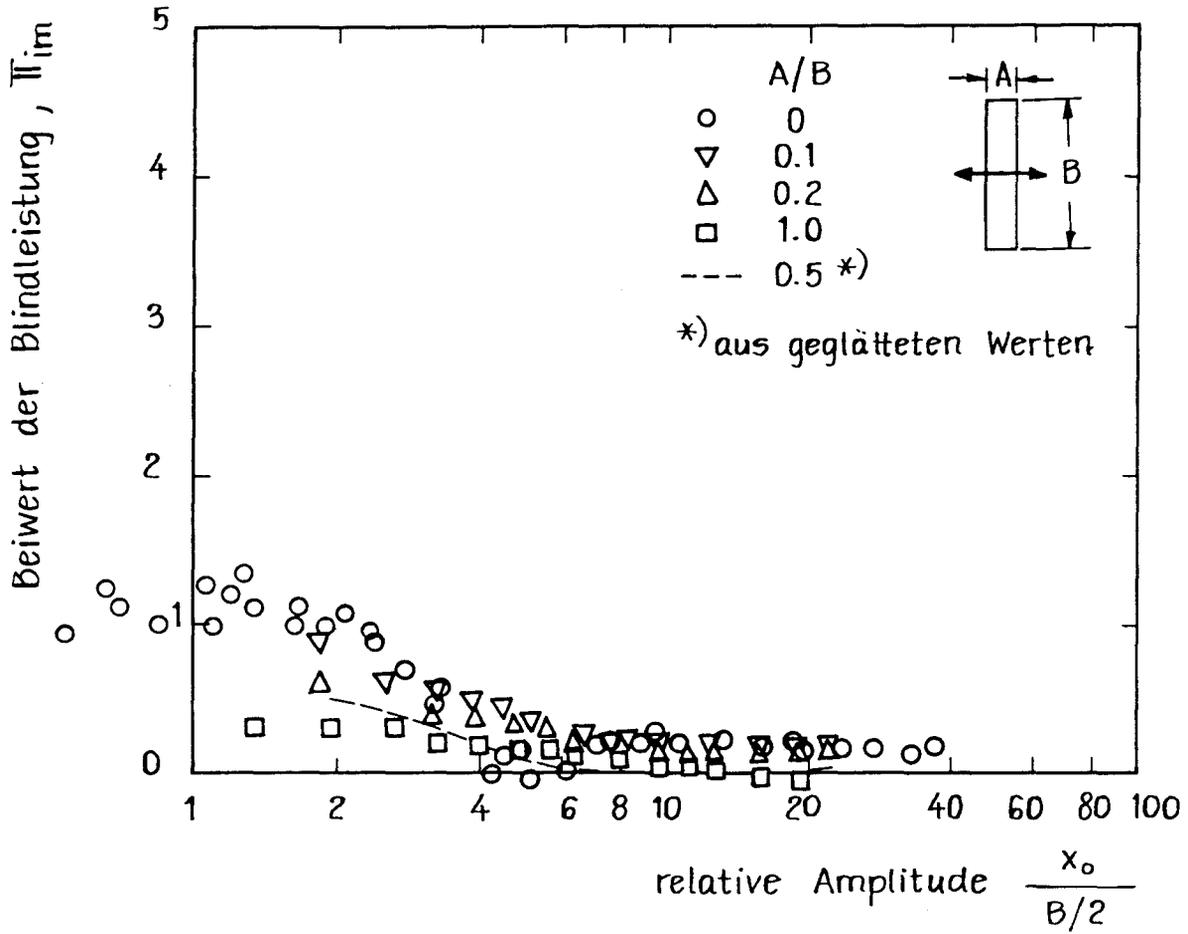


Bild 3 Prisma in oszillierender Strömung; Beiwert der Blindleistung, Π_{im} , über der relativen Amplitude $x_0/B/2$ für verschiedene Seitenverhältnisse A/B (aus Meßdaten von Keulegan und Carpenter, 1958, und Tanaka et al., 1983).

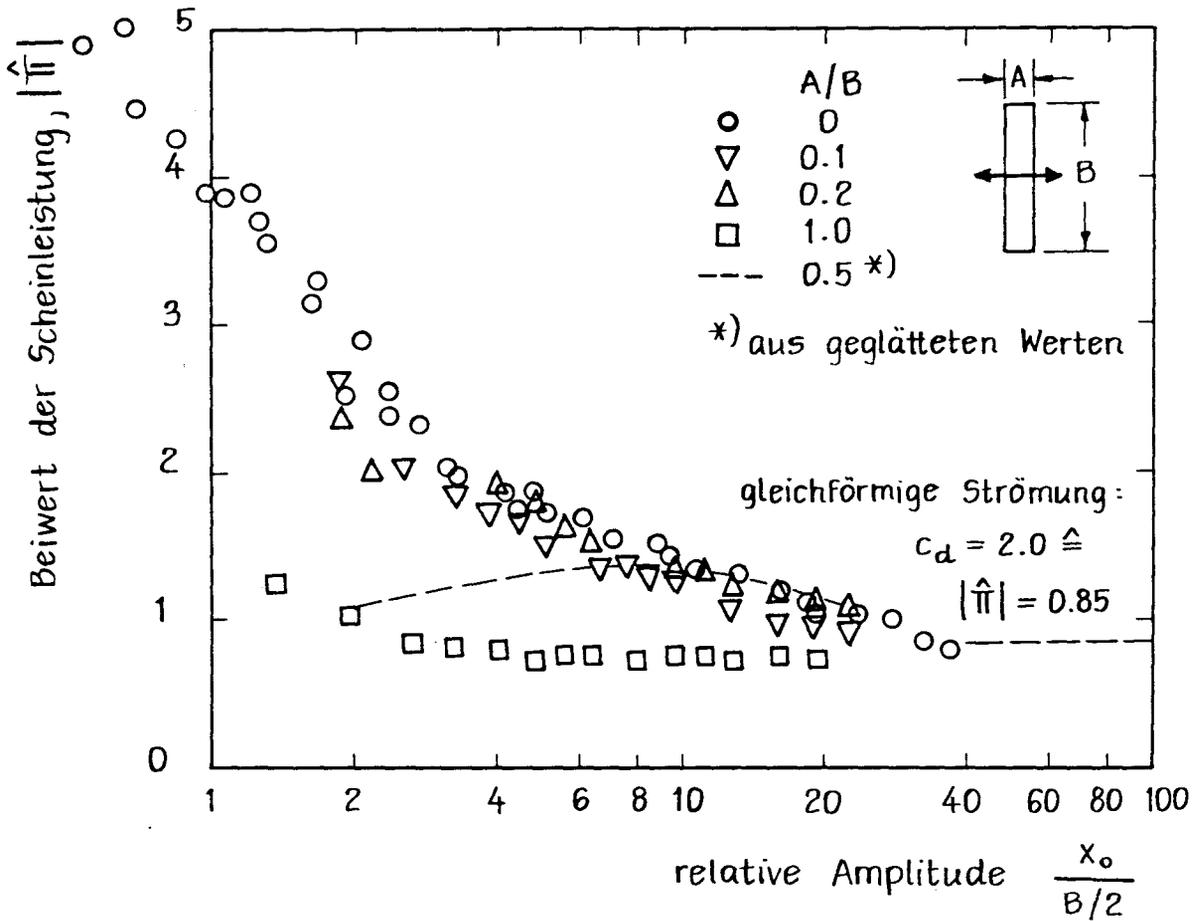


Bild 4 Prisma in oszillierender Strömung; Beiwert der Scheinleistung, $|\hat{\Pi}|$, über der relativen Amplitude $x_0/B/2$ für verschiedene Seitenverhältnisse A/B (aus Meßdaten von Keulegan und Carpenter, 1958, und Tanaka et al., 1983).

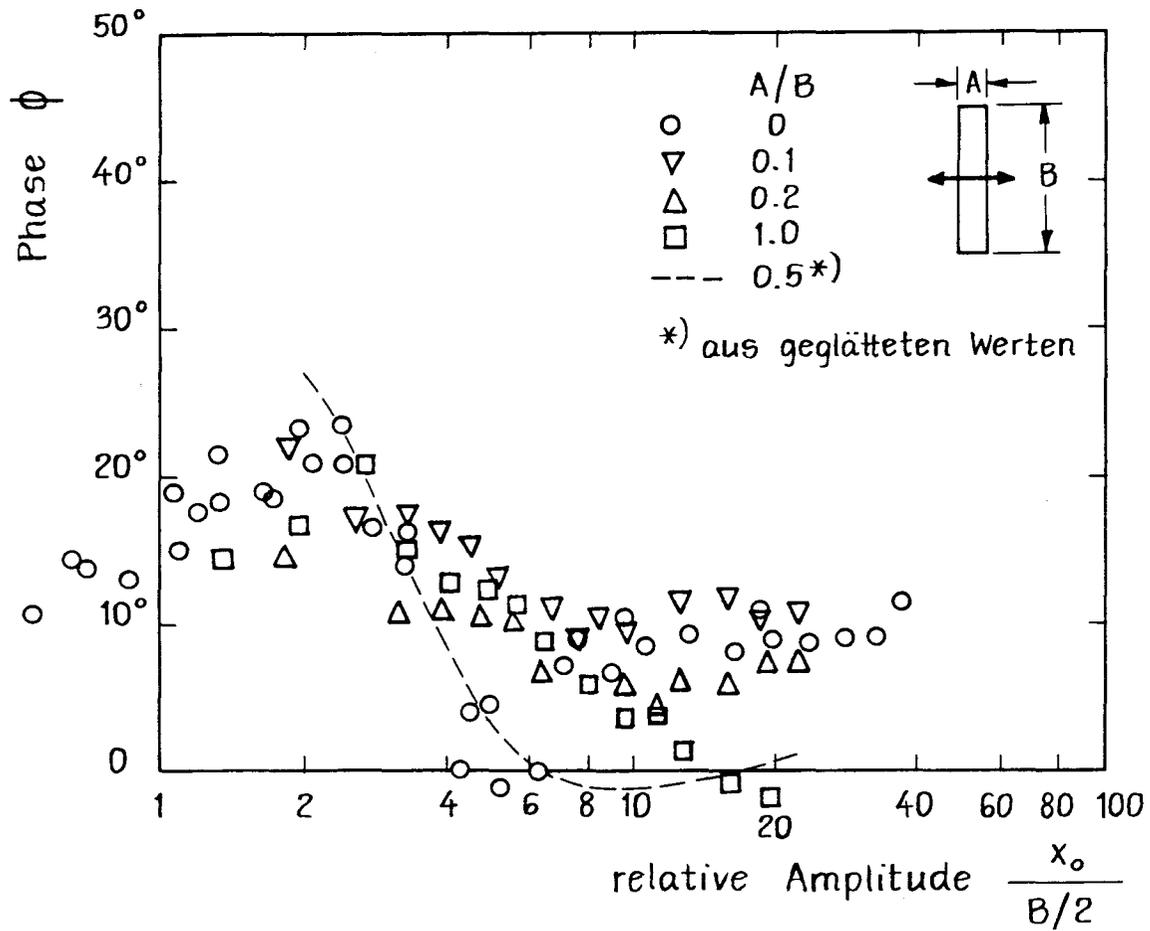


Bild 5 Prisma in oszillierender Strömung; Phase der Scheinleistung, ϕ , über der relativen Amplitude $x_o/B/2$ für verschiedene Seitenverhältnisse A/B (aus Meßdaten von Keulegan und Carpenter, 1958, und Tanaka et al., 1983).

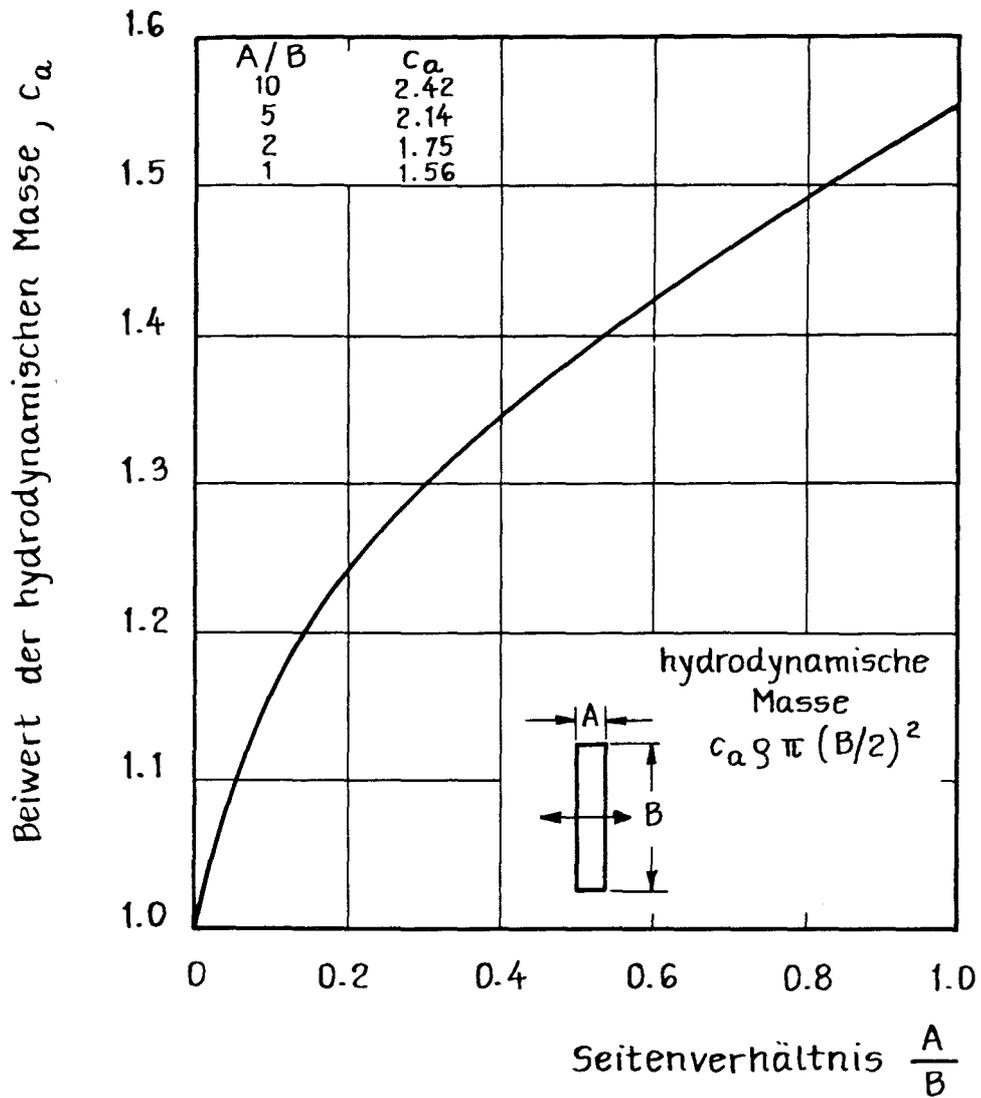


Bild 6 Beiwert c_a der hydrodynamischen Masse von Rechteckquerschnitten über dem Seitenverhältnis A/B.

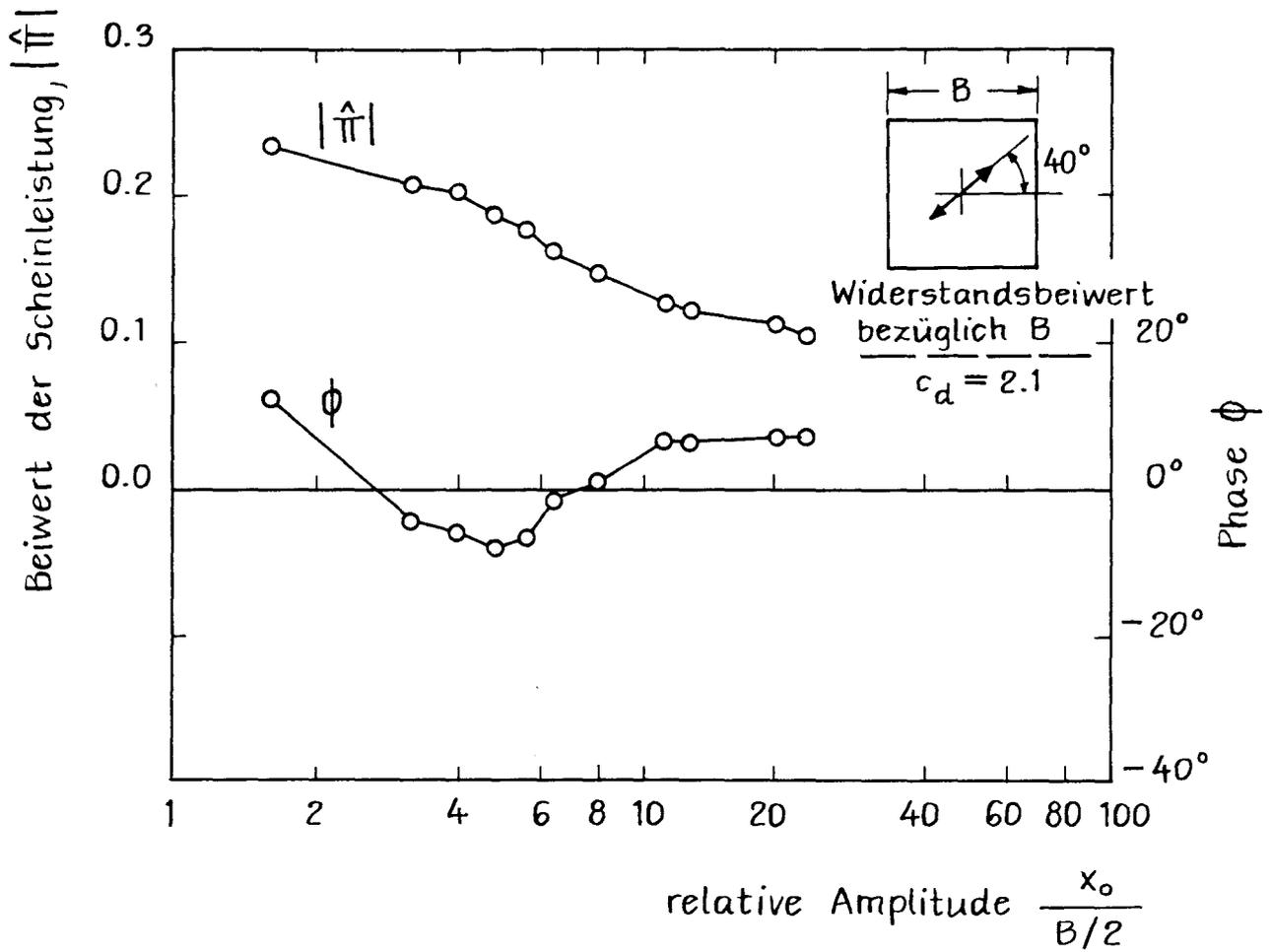


Bild 7 Prisma, übereck oszillierend, Beiwert der Scheinleistung, $|\hat{\Pi}|$, und Phase ϕ über der relativen Amplitude $x_0 / \frac{B}{2}$ (aus Meßwerten von Tanaka et al., 1983).

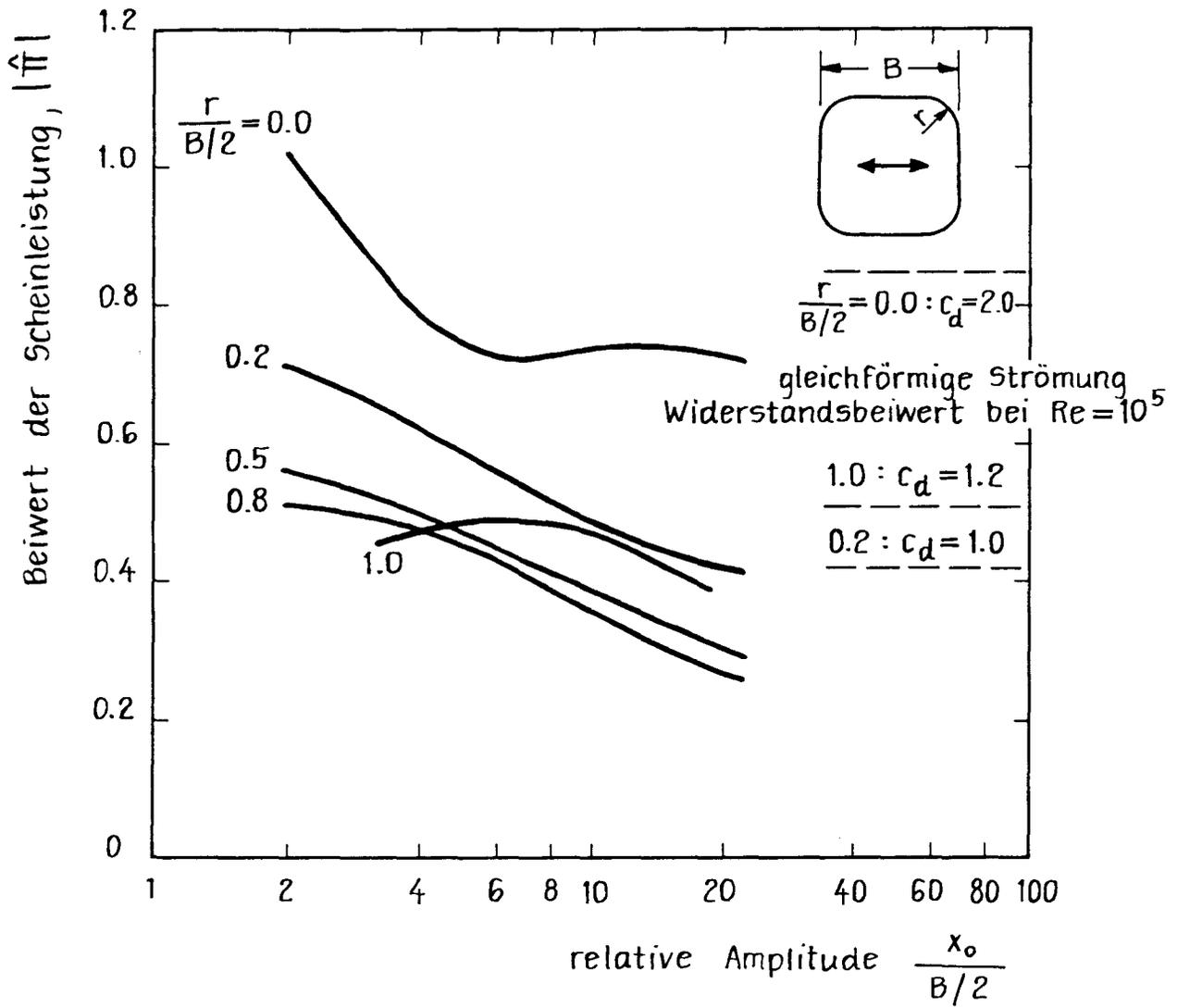


Bild 8 Prisma mit abgerundeten Kanten in oszillierender Strömung; Beiwert der Scheinleistung, $|\hat{\Pi}|$, über der relativen Amplitude $x_0/B/2$ für verschieden starke Abrundung $r/B/2$ (aus Meßwerten von Tanaka et al., 1983).

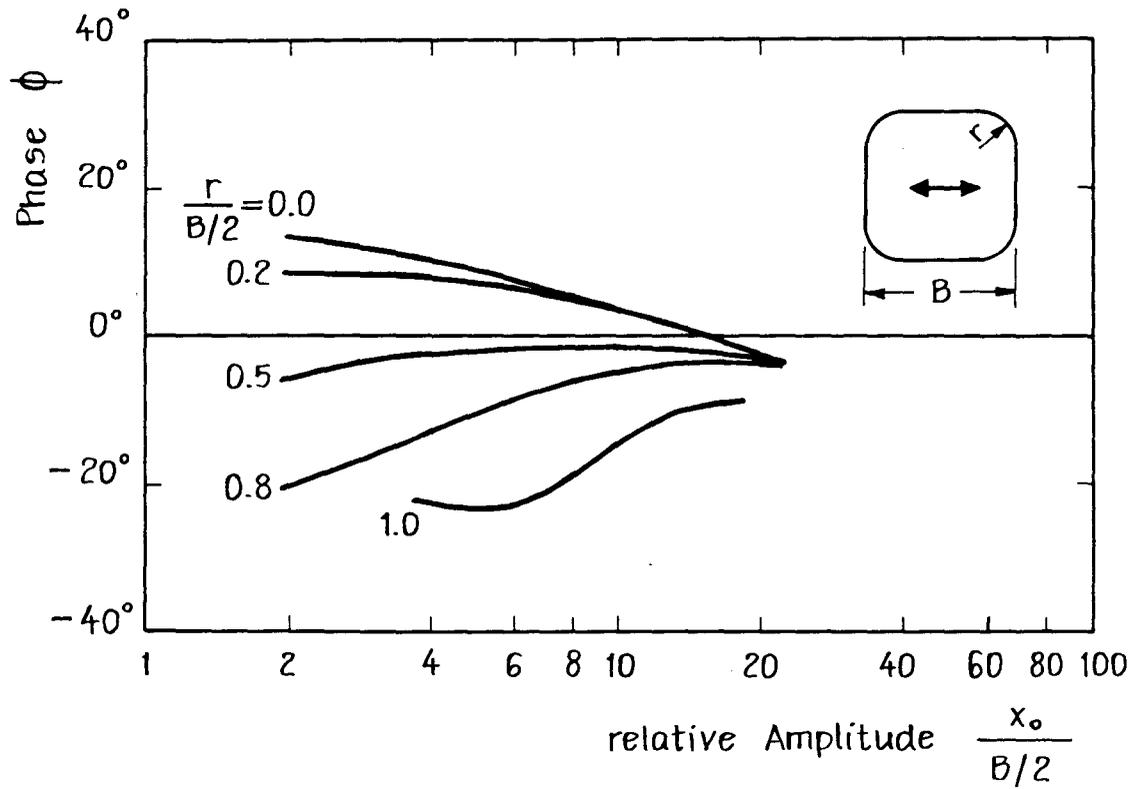


Bild 9 Prisma mit abgerundeten Kanten in oszillierender Strömung; Phase der Scheinleistung, ϕ , über der relativen Amplitude $\frac{x_o}{B/2}$ für verschieden starke Abrundung $\frac{r}{B/2}$ (aus Meßwerten von Tanaka et al., 1983).

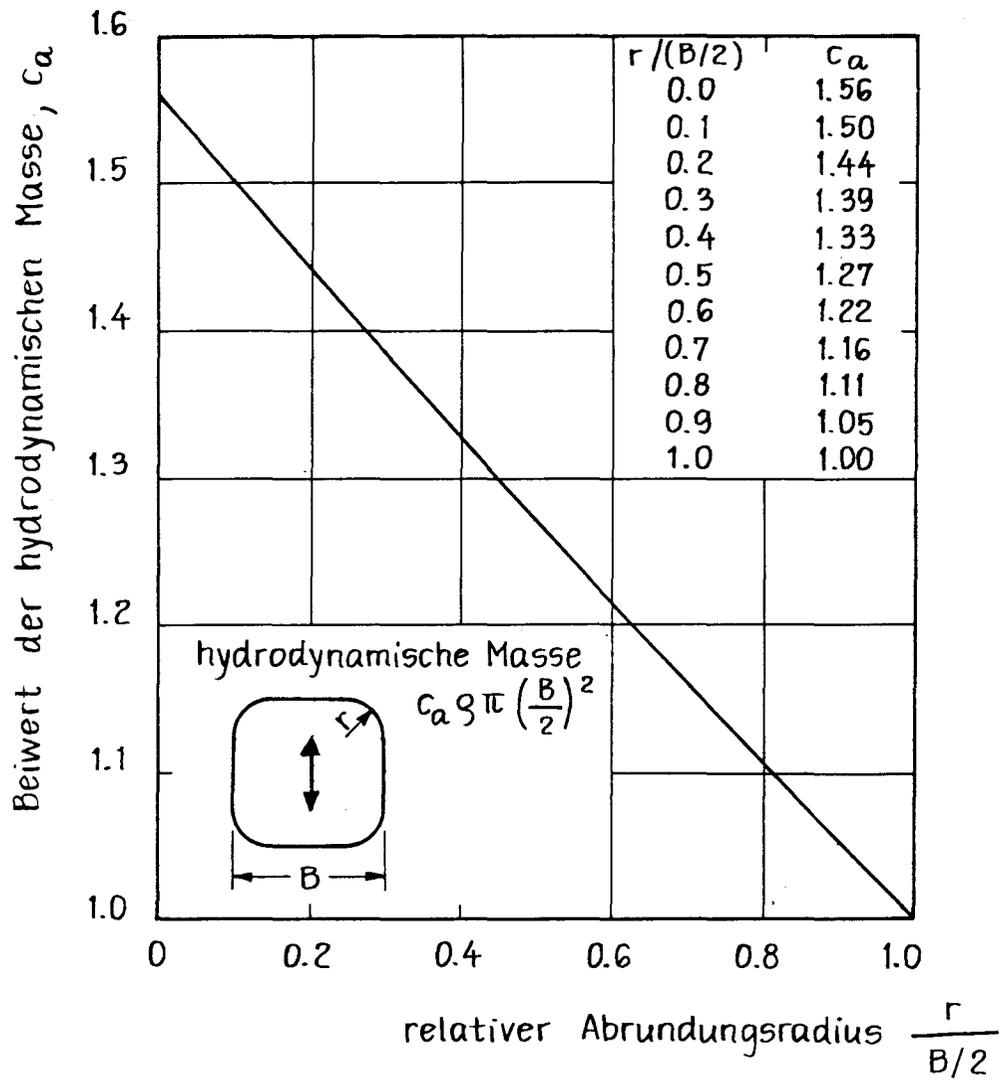


Bild 10 Beiwert c_a der hydrodynamischen Masse eines quadratischen Querschnitts mit abgerundeten Ecken über dem relativen Abrundungsradius $r/\frac{B}{2}$.

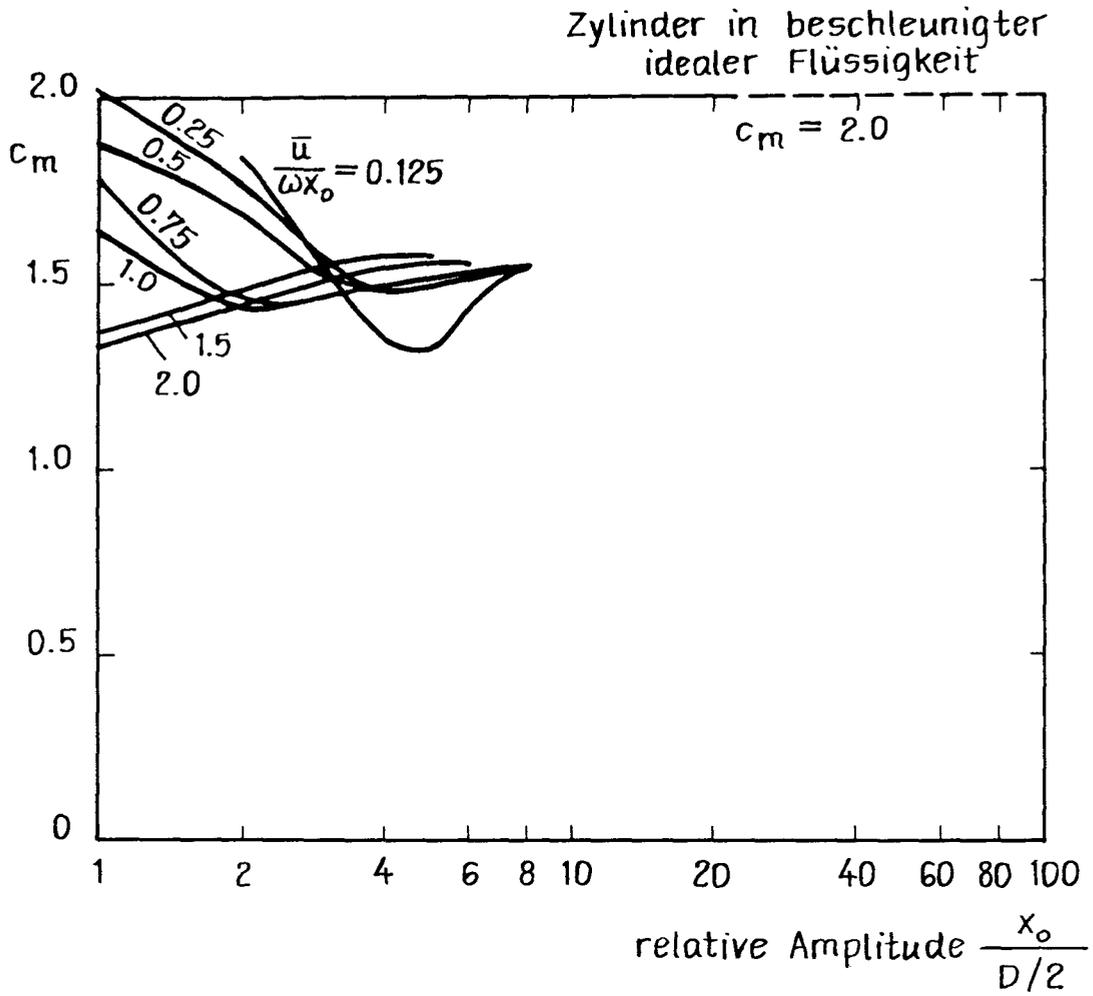


Bild 11 Kreiszyylinder in Strömung mit Oszillation; Koeffizient c_m der Morison-Formel über der relativen Amplitude $x_0/D/2$ für verschiedene Verhältnisswerte von Grundströmung und Oszillation, $\frac{\bar{u}}{\omega x_0}$ (Meßwerte von Verley und Moe, 1979).

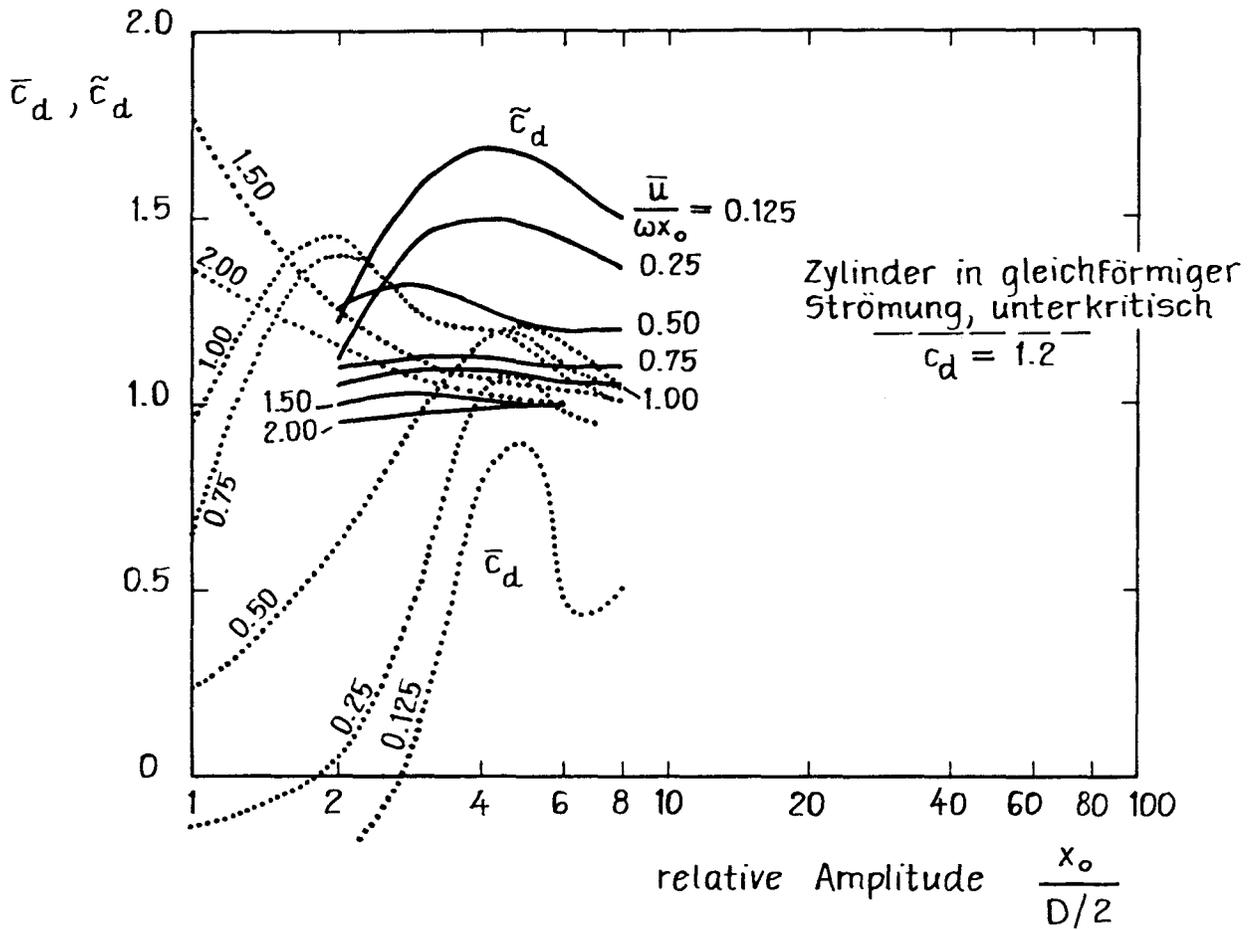


Bild 12 Kreiszyylinder in Strömung mit Oszillation; Koeffizient des mittleren Widerstandes, \bar{c}_d , und des oszillierenden Widerstandes, \tilde{c}_d , über der relativen Amplitude $x_o/D/2$ für verschiedene Verhältnswerte von Grundströmung und Oszillation, $\frac{\bar{u}}{\omega x_o}$ (Meßwerte von Verley und Moe, 1979).

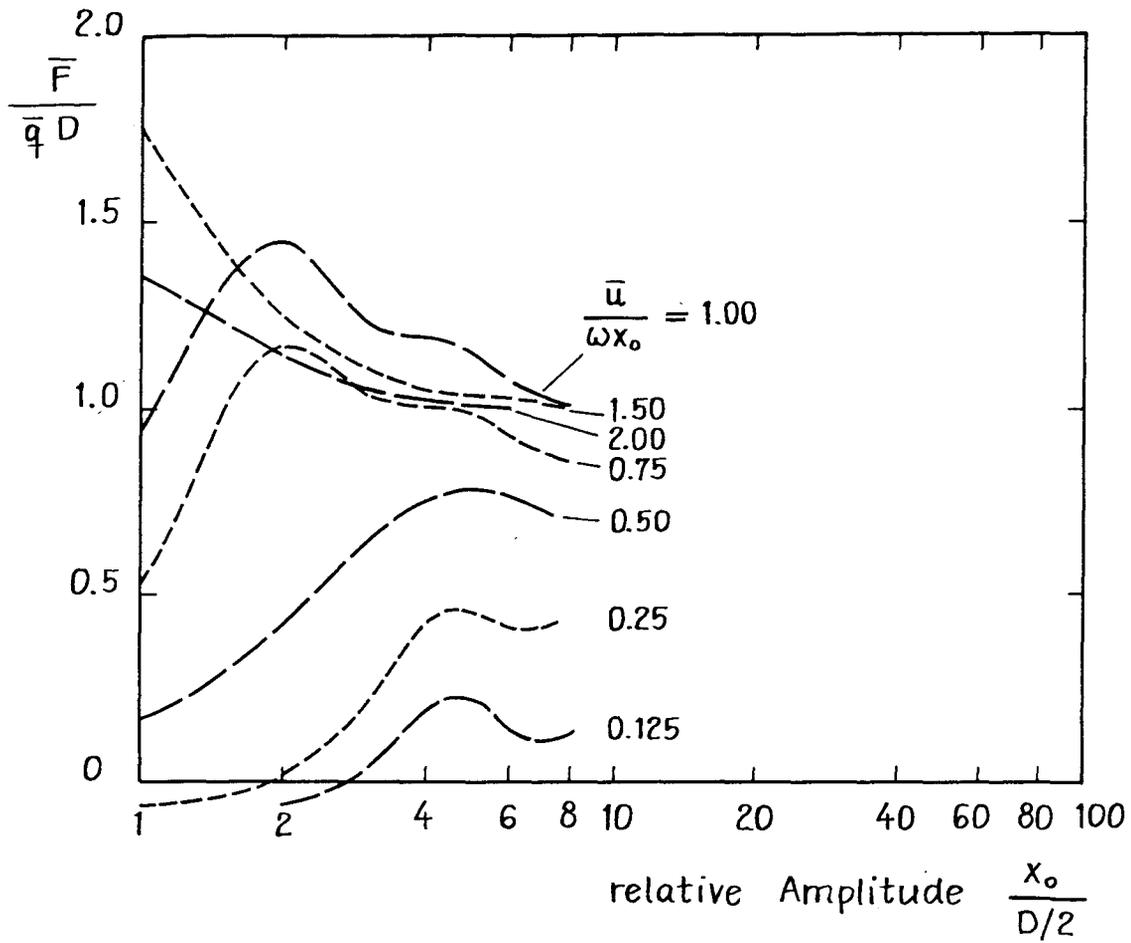


Bild 13 Kreiszyylinder in Strömung mit Oszillation; dimensionslose mittlere Strömungskraft (Widerstand) $\frac{\bar{F}}{\bar{q} D}$, bezogen auf den mittleren Staudruck \bar{q} , über der Amplitude $x_0/D/2$ für verschiedene Verhältnisse von Grundströmung und Oszillation, $\frac{\bar{u}}{\omega x_0}$ (aus Meßwerten von Verley und Moe, 1979).

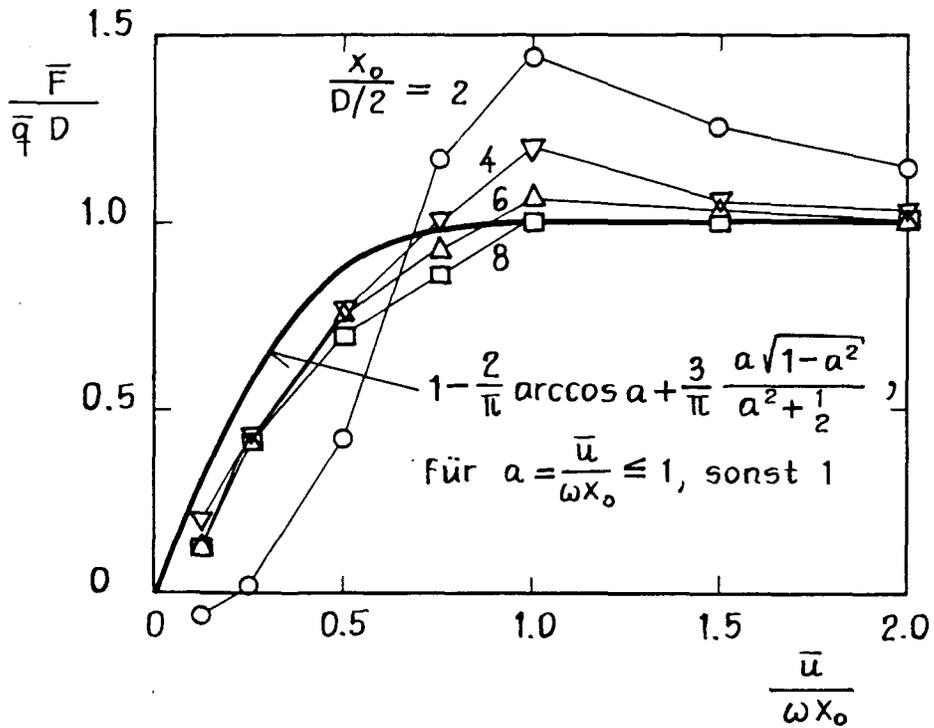


Bild 14 Kreiszyylinder in Strömung mit Oszillation; dimensionslose mittlere Strömungskraft (Widerstand) $\frac{\bar{F}}{\bar{q} D}$, bezogen auf den mittleren Staudruck \bar{q} , über dem Verhältnis von Grundströmung zu Oszillation, $\frac{\bar{u}}{\omega x_0}$, für verschiedene Werte der relativen Amplitude $x_0 \frac{D}{2}$; Vergleich von Messung Näherungsfunktion.

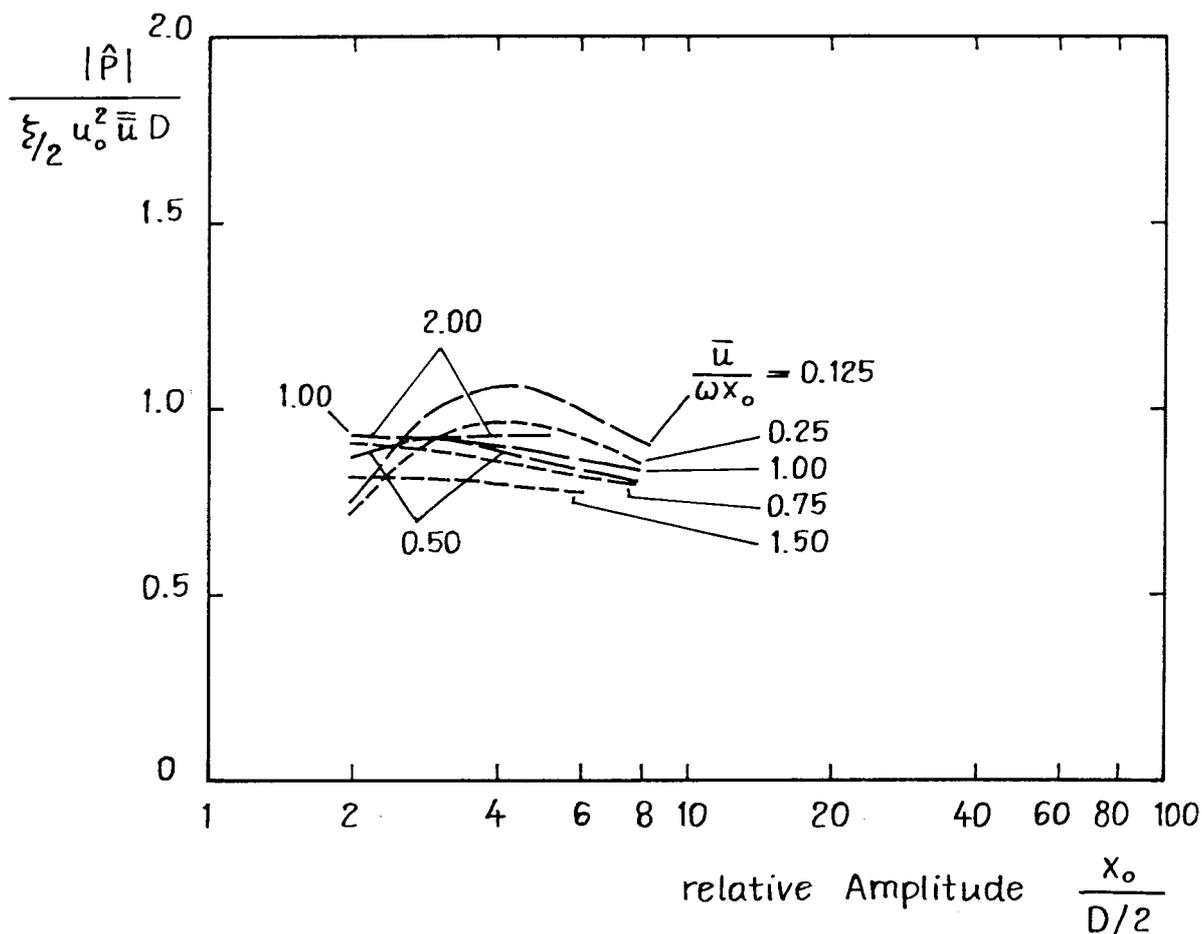


Bild 15 Kreiszyylinder in Strömung mit Oszillation; dimensionslose Scheinleistung $|\hat{P}| / (\frac{\xi}{2} u_0^2 \bar{u} D)$, bezogen auf die quadratgemittelte Geschwindigkeit \bar{u} , über der relativen Amplitude $x_0 / \frac{D}{2}$ für verschiedene Verhältnisse von Grundströmung und Oszillation, $\frac{\bar{u}}{\omega x_0}$ (aus Meßwerten von Verley und Moe, 1979).

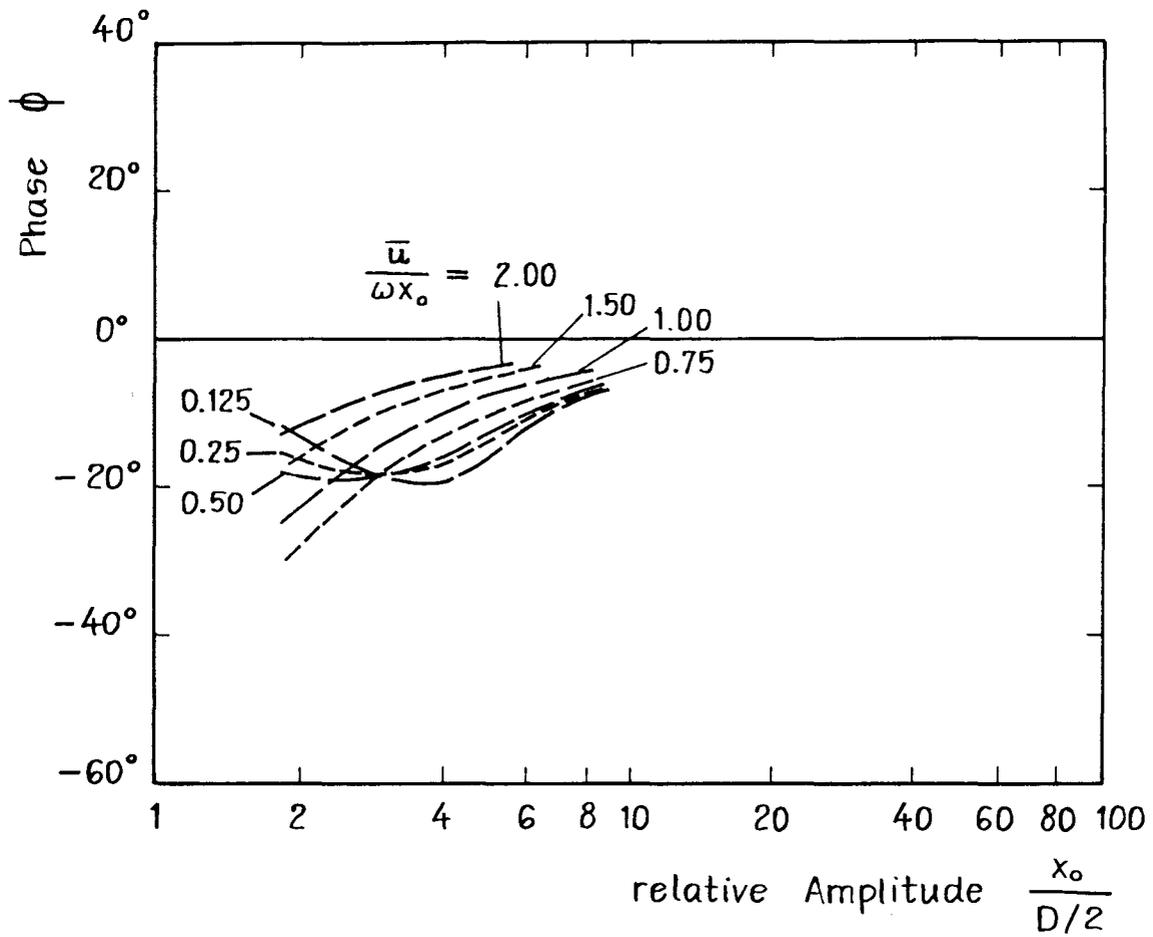


Bild 16 Kreiszyylinder in Strömung mit Oszillation; Phase der Scheinleistung, ϕ , über der relativen Amplitude $\frac{x_0}{D/2}$ für verschiedene Verhältniswerte von Grundströmung und Oszillation, $\frac{\bar{u}}{\omega x_0}$ (aus Meßwerten von Verley und Moe, 1979).

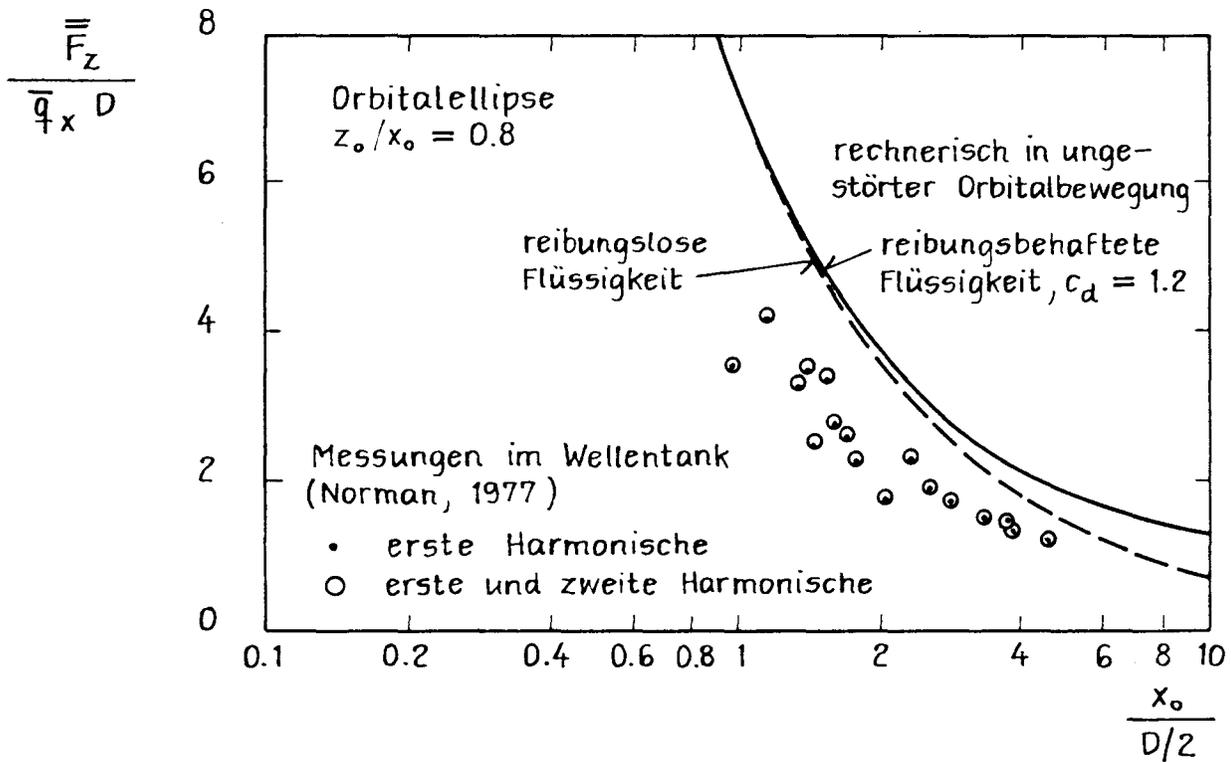
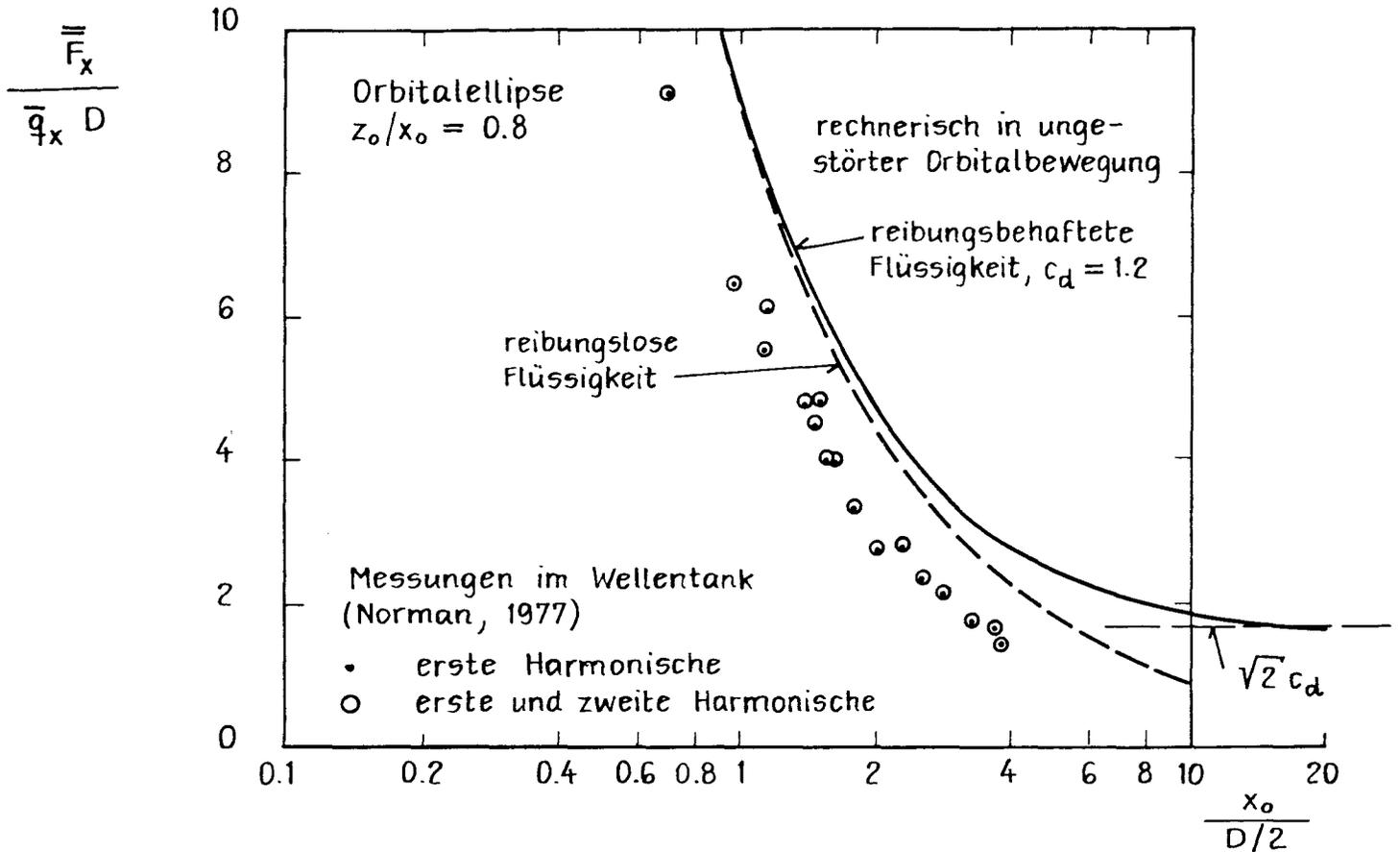


Bild 17 Horizontaler Kreiszyylinder längs zu den Wellen; dimensionslose quadratgemittelte Strömungskraft in horizontaler und vertikaler Richtung, $\overline{F}_x/(\overline{q}_x D)$ und $\overline{F}_z/(\overline{q}_x D)$, bezogen auf den mittleren horizontalen Staudruck \overline{q}_x , über der relativen horizontalen Amplitude $x_o/D/2$ für eine Orbitalellipse $x_o/z_o = 0.8$; Vergleich der Rechnung mit Meßwerten von Norman (1977).

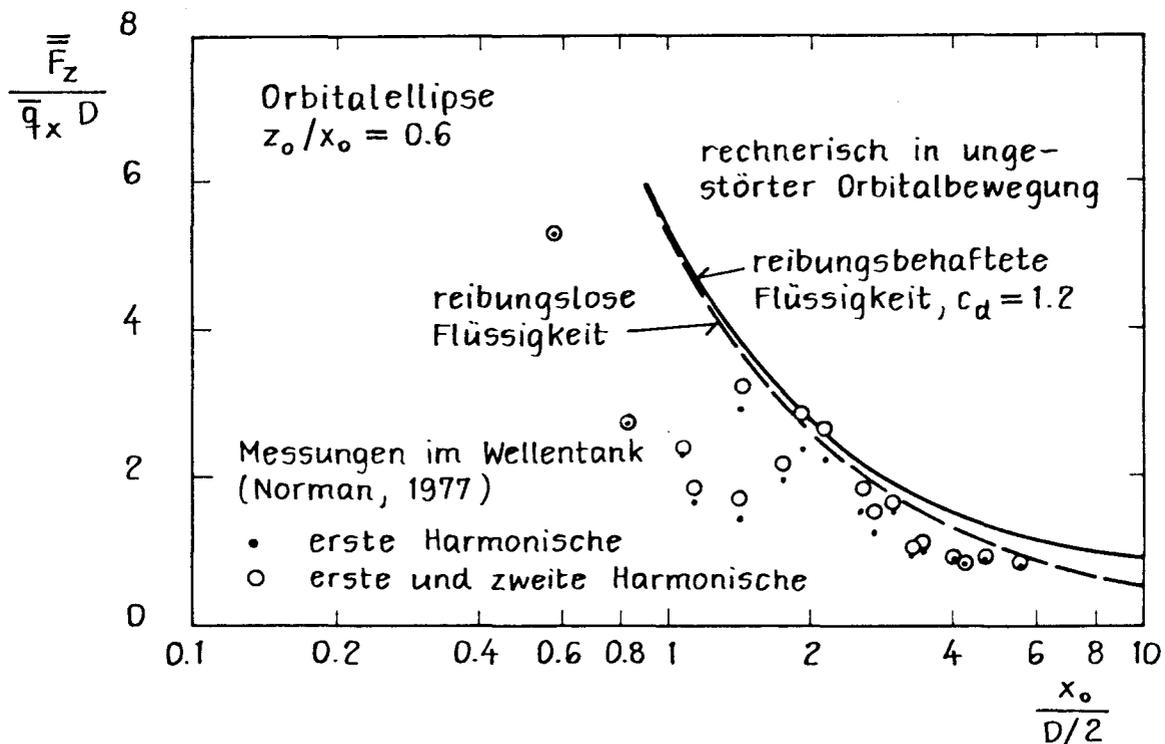
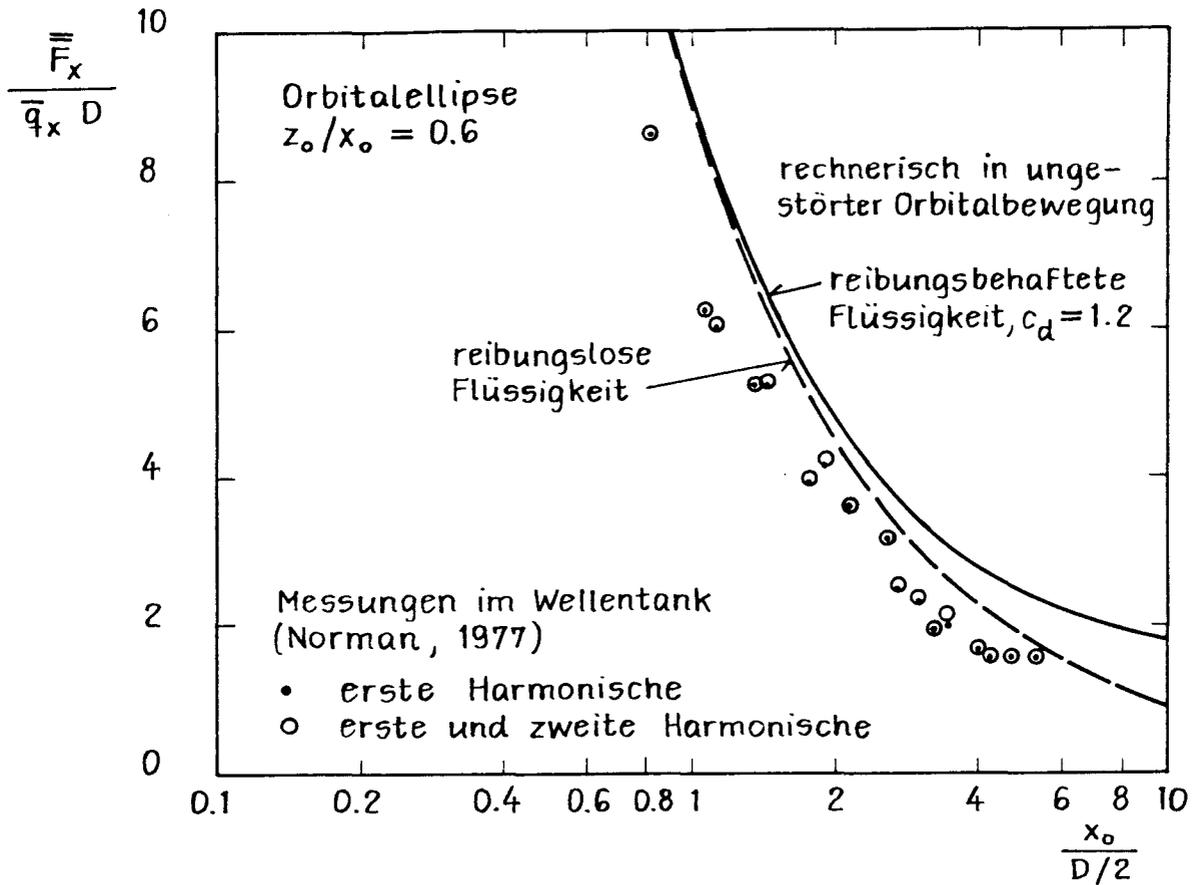


Bild 18 Horizontaler Kreiszyylinder längs zu den Wellen; dimensionslose quadragemittelte Strömungskraft in horizontaler und vertikaler Richtung, $\overline{F}_x/(\overline{q}_x D)$ und $\overline{F}_z/(\overline{q}_x D)$, bezogen auf den mittleren horizontalen Staudruck \overline{q}_x , über der relativen horizontalen Amplitude $x_o/D/2$ für eine Orbitalellipse $x_o/z_o = 0.6$; Vergleich der Rechnung mit Meßwerten von Norman (1977).

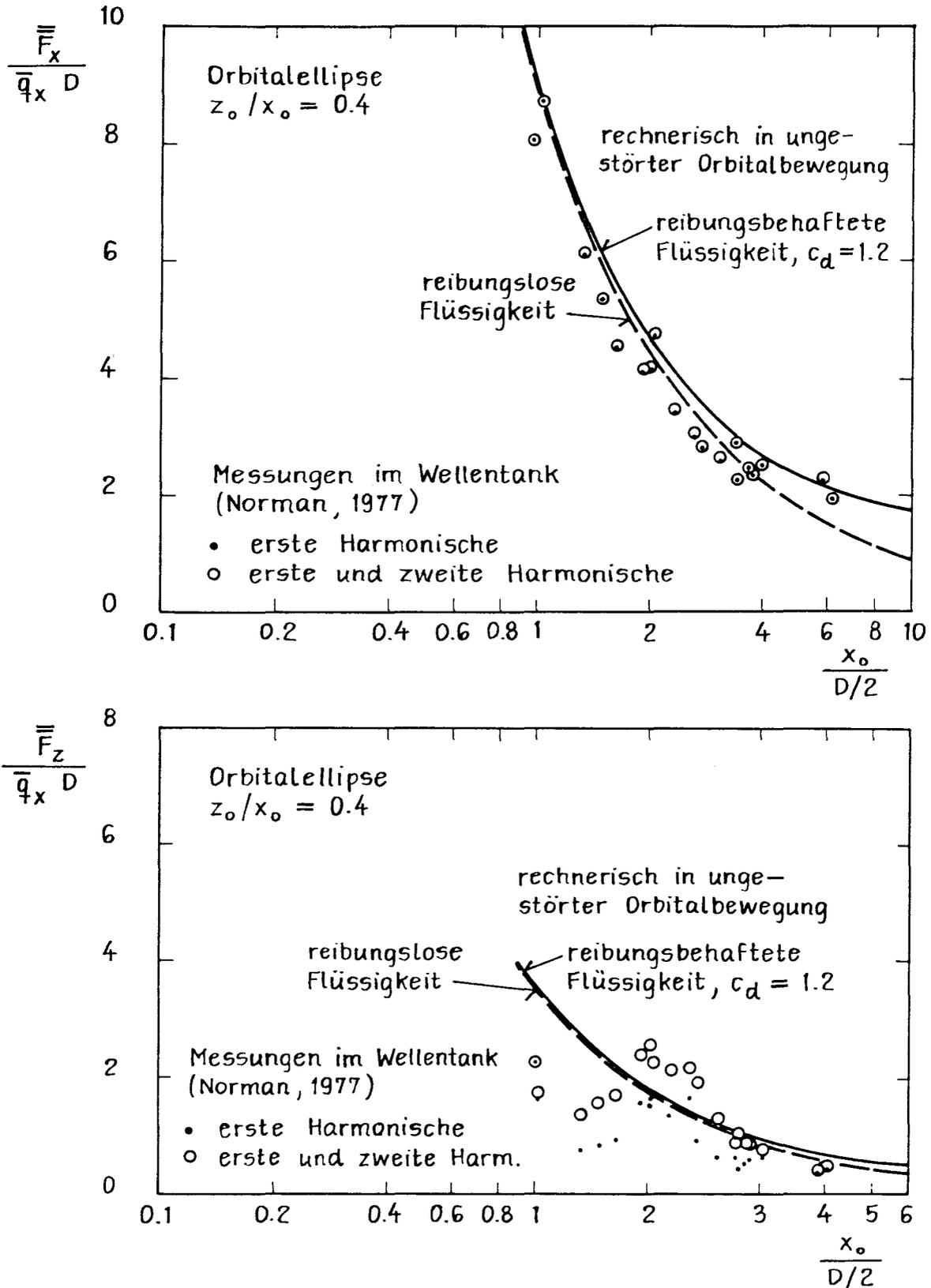


Bild 19 Horizontaler Kreiszyylinder längs zu den Wellen; dimensionslose quadragemittelte Strömungskraft in horizontaler und vertikaler Richtung, $\overline{F_x}/(\overline{q_x}D)$ und $\overline{F_z}/(\overline{q_x}D)$, bezogen auf den mittleren horizontalen Staudruck $\overline{q_x}$, über der relativen horizontalen Amplitude $x_o/D/2$ für eine Orbitalellipse $x_o/z_o = 0.4$; Vergleich der Rechnung mit Meßwerten von Norman (1977).

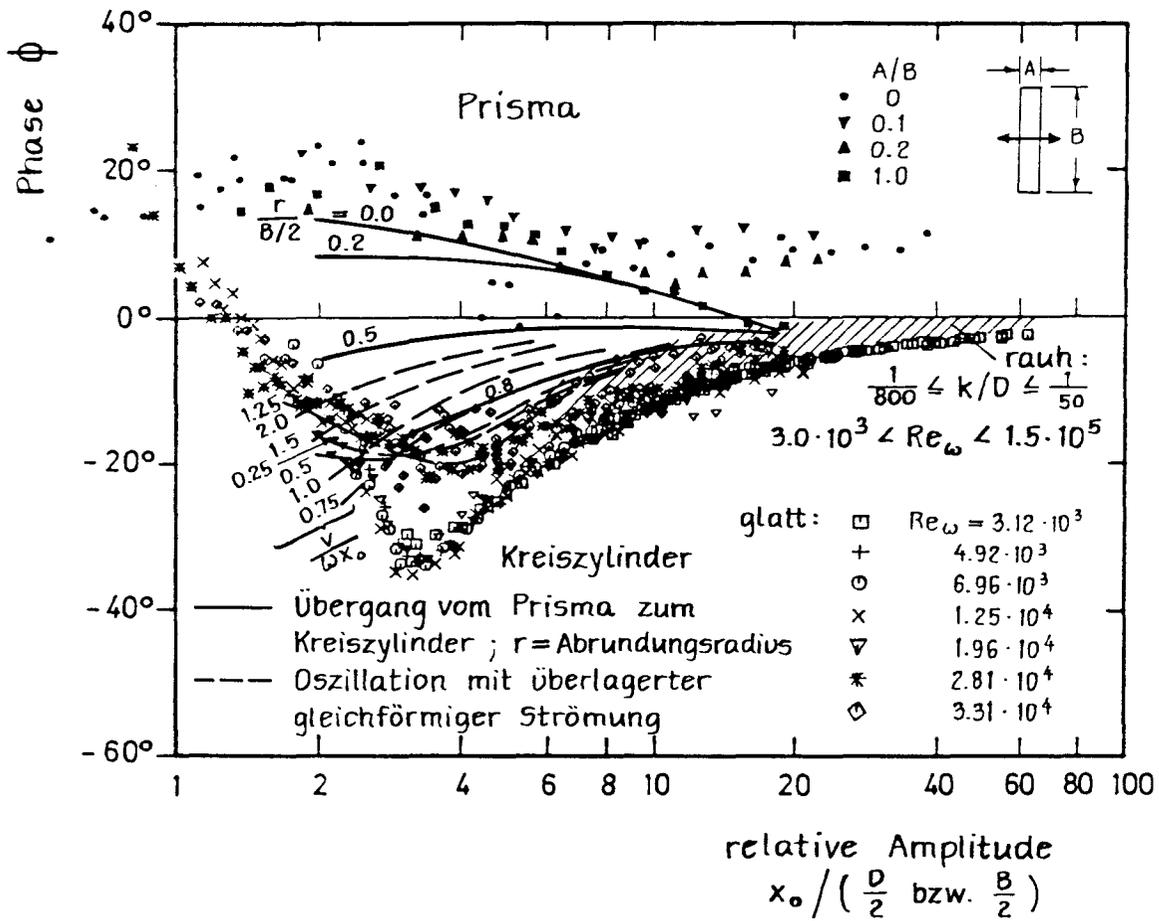


Bild 20 Kreiszyylinder und Prismen in oszillierender Strömung; Phase der Scheinleistung, ϕ , über der relativen Amplitude $x_0 / (\frac{D}{2} \text{ bzw. } \frac{B}{2})$.