

372 | Juli 1978

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

O. Grim

Berechnung der hydrodynamischen Kräfte, die auf einen eine Rollbewegung mit großer Amplitude ausführenden schwimmenden Körper wirken

TUHH

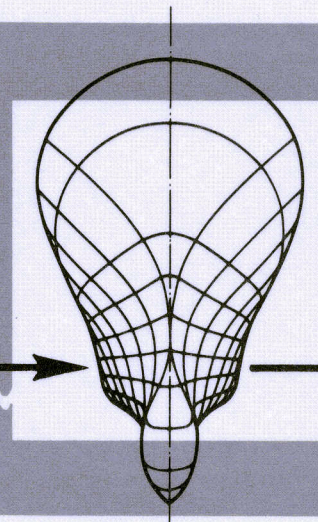
Technische Universität Hamburg-Harburg

Berechnung der hydrodynamischen Kräfte, die auf einen eine Rollbewegung mit großer Amplitude ausführenden schwimmenden Körper wirken

O. Grim, 1. Auflage, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1978

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg
<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU
DER UNIVERSITÄT HAMBURG



Berechnung der hydrodynamischen Kräfte, die auf
einen eine Rollbewegung mit großer Amplitude
ausführenden schwimmenden Körper wirken

O. Grim

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Berechnung der hydrodynamischen Kräfte,
die auf einen eine Rollbewegung mit
großer Amplitude ausführenden
schwimmenden Körper wirken

O. Grim

Bericht Nr. 372

Juli 1978

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1.) Einleitung	1
2. Lineare Lösung für die Rollschwingung	4
3.) Sollwert der Stromfunktion im nichtlinearen Fall	7
4.) Istwert der Stromfunktion	9
5.) Gleichungssystem	13
6.) Hydrodynamischer Druck	15
7.) Hydrodynamische Kräfte	18
8.) Hydrodynamisches Dämpfungsmoment	19
9.) Andere Formulierung des Istwertes des Potentials	22
10.) Rollschwingung mit Verdrängungsänderung	27
11.) Kopplung zwischen Roll- und Tauchschwingung	31
12.) Ergebnisse	33
13.) Diskussion der Ergebnisse	36
14.) Beurteilung der Gültigkeit für $\omega=0$	37
15.) Gegenüberstellung der Rolldämpfungen, die einerseits durch abgestrahlte Oberflächenwellen, andererseits durch Schlingerkeile verursacht sind	39
16.) Bedeutung der Kopplung zwischen Roll- und Tauchschwingung	41
17.) Abschliessende Bemerkungen zu der theoretischen Bearbeitung der nichtlinearen Effekte	43
18.) Dank	44
19.) Literatur	
6 Tabellen, 4 Abbildungen	

1. Einleitung

In dem HSVA-Bericht Nr. 1090 (Januar 1956) /1/ sind für $\omega \rightarrow 0$ und für harmonische Tauch-, Quer- und Rollschwingungen eines Lewis-Profiles exakte oder nahezu exakte Lösungen der hydrodynamischen Probleme angegeben, wobei kleine Schwingungsamplituden bzw. - anders gesagt - lineare Gesetzmässigkeiten vorausgesetzt sind. In /2/ sind diese Lösungen für die Roll- und Querschwingungen veröffentlicht. Sie waren von grossem Wert, da sie u.a. dazu benutzt werden konnten, die Lösungen für $\omega \neq 0$ anhand des Grenzfalles $\omega = 0$ zu kontrollieren, ferner, den wirkungsvollsten Weg für die Lösungen für $\omega \neq 0$ zu finden /3/. U.a. zeigte sich, dass die für $\omega \rightarrow 0$ erzielte Lösung für das die Rollresonanzschwingung begrenzende Dämpfungsmoment - bzw. für das in der Aussagekraft äquivalente Amplitudenverhältnis - auch noch für den praktisch interessierenden Frequenzbereich brauchbar bleibt.

In Rollresonanzschwingungen werden oft sehr grosse Amplituden erreicht. Es muss dann damit gerechnet werden, dass nichtlineare Einflüsse wirksam werden und eine dominierende Rolle spielen. Lösungen für $\omega \rightarrow 0$ aber für grosse Schwingungsamplituden - nichtlineare Einflüsse mit eingeschlossen - wird daher mindestens der gleiche Wert zukommen wie den analogen Lösungen für kleine Schwingungsamplituden, angesichts der geringen Durchschaubarkeit dieser Probleme sogar ein höherer Wert.

Darüber hinaus wird den Lösungen für $\omega \rightarrow 0$ für grosse Schwingungsamplituden sofort eine praktische Bedeutung zukommen, zumindest hinsichtlich der Bestimmung eines nichtlinearen Dämpfungsmomentes. Ausserdem wird bei grossen Rollamplituden zwischen Roll- und Querschwingung einerseits und Tauchschwingung andererseits eine Kopplung existieren, die es nicht gibt, wenn nur lineare Gesetzmässigkeiten wirksam sind. Es gibt aber eine solche Kopplung, sobald nichtlineare Gesetzmässigkeiten mitspielen. Durch eine solche Kopplung kann vermutlich ein weiterer Einfluss auf die hydrodynamischen Kräfte, insbesondere auf die hydrodynamische Dämpfung der Rollschwingung ausgeübt werden. Das kann von praktischer Bedeutung sein, da die lineare Dämpfung der Rollschwingung klein und daher eine Vergrösserung erwünscht ist und sich mit dem Anwachsen der Rollamplitude schnell bemerkbar machen kann.

Es wird die durch ein äusseres harmonisches Moment erzeugte Rollschwingung mit grosser Amplitude eines im glatten Wasser schwimmenden zweidimensionalen Körpers untersucht. Hierbei wird vorausgesetzt werden können, dass Quer- und Tauchschwingung klein bleiben, dass nur die Rollschwingung gross ist. Dies wird insbesondere gegeben sein in dem Resonanzbereich der Rollschwingung. In diesem Bereich ist der Frequenzparameter

$$\frac{B}{2} \frac{\omega^2}{g} \quad 1.1$$

noch klein. Anstelle dieses Frequenzparameters kann man nämlich mit der Kreisfrequenz der Rolleigenschwingung

$$\omega^2 = \frac{g \cdot \overline{MG}}{i^2} \quad 2.1$$

schreiben

$$\frac{B}{2} \cdot \frac{\omega^2}{g} = \frac{B}{2} \cdot \frac{\overline{MG}}{i^2} \quad 3.1$$

und dieser Betrag ist meistens kleiner als 0,15. Für diesen kleinen Frequenzparameter werden die Ergebnisse der Lösungen der hydrodynamischen Probleme für $\omega=0$ vermutlich noch entweder unmittelbar oder zu Abschätzungen benutzt werden können. In dem Bereich linearer Gesetzmässigkeiten ist das jedenfalls so.

Es sind verschiedene Arten von Nichtlinearitäten zu beachten:

- a) Die Randbedingung an der Körperoberfläche kann nicht mehr wie im linearen Falle nur an der Mittellage, sie muss vielmehr an den jeweiligen Lagen der Körperoberfläche erfüllt werden.
- b) Für die Bestimmung der hydrodynamischen Kräfte ist die Integration der Kraftelemente, die auf die Körperoberfläche wirken, nicht wie im linearen Fall über die Mittellage, sondern über die jeweiligen Lagen der Körperoberfläche zu erstrecken.
- c) Für die Bestimmung der hydrodynamischen Drücke sind in der Bernoulli-Gleichung nicht wie bisher nur die linearen, sondern auch die nichtlinearen Terme in Rechnung zu stellen.
- d) Die Bedingung an der freien Wasseroberfläche ist unter Berücksichtigung der nichtlinearen Druckglieder an den jeweiligen Lagen der Wasseroberfläche zu erfüllen.

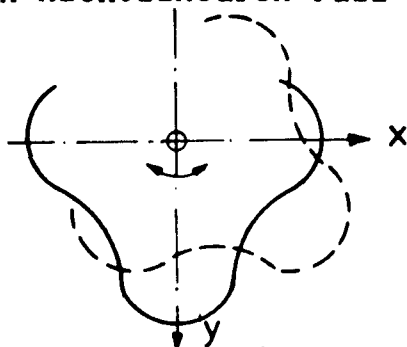
In dem Grenzfall $\omega=0$ wird die freie Wasseroberfläche nicht deformiert. Der unter d) erwähnte Einfluß einer Nichtlinearität spielt dann nicht mit. Für die freie Wasseroberfläche außerhalb des Körpers gilt dann vielmehr die einfache Bedingung:

$$\phi_y = 0; \text{ oder } \psi = 0 \quad \text{für } y=0 \quad 4.1$$

Das stellt natürlich eine weitgehende Vereinfachung dar. Man kann sich jedoch leicht vorstellen, daß diese Vereinfachung im Falle einer Rollresonanzschwingung erlaubt ist, da selbst bei großen Amplituden die Wellenbildung an der Wasseroberfläche klein bleiben wird.

Die Bedingung 4.1 und die Annahme einer Potentialströmung haben u.a. zur Folge, daß in jedem beliebigen Zeitpunkt der Strömungszustand nur von dem momentanen Bewegungszustand des Körpers abhängt und nicht auch von der ganzen Vorgeschichte des Bewegungsvorganges. Das macht es möglich, für verschiedene aufeinander folgende Zeitpunkte jedesmal für einen Zeitpunkt aufs neue und unabhängig von anderen Zeitpunkten eine Lösung des hydrodynamischen Problems zu suchen.

Es empfiehlt sich, auf der bekannten Lösung für den linearen Fall aufzubauen und eine analoge, möglichst exakte Lösung für den nichtlinearen Fall zu suchen.



Gesucht wird eine Lösung für eine harmonische Drehschwingung mit großer Amplitude um den Punkt O in der Wasserlinie.

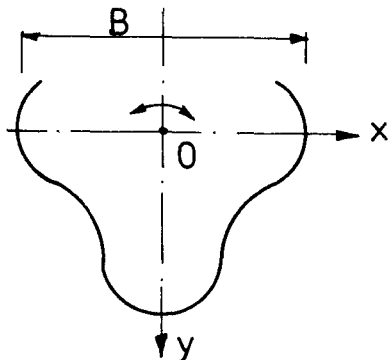
Die bekannten linearen Lösungen für die Tauch-, Quer- und Rollschwingungen eines Lewis-Profiles können in dem HSVA-Bericht Nr. 1090 nachgelesen werden. Hier wird nochmals die lineare Lösung für die Rollschwingung kurz dargestellt, damit man leichter sehen kann, wie die Lösung für den nichtlinearen Fall darauf aufgebaut ist.

2. Lineare Lösung für die Rollschwingung

Gesucht wird das Strömungspotential, das durch eine harmonische Dreh(=Roll-)schwingung

$$\varphi = \varphi_A \cdot \cos(\omega t) \quad 1.2$$

eines Lewis-Profiles um den Drehpunkt 0 unter der Voraussetzung



$\omega \rightarrow 0$ bzw. der Bedingung 4.1 erzeugt wird.

Der Sollwert der Stromfunktion am Profilrand beträgt

$$\psi_{\text{soll}} = \frac{\Omega^*}{2} [(x^2 + y^2) - (x_0^2 + y_0^2)] \quad 2a.2$$

und an der freien Wasseroberfläche $y = 0$ außerhalb des Körpers

$$\psi_{\text{soll}} = 0 \quad 2b.2$$

wobei Ω^* die momentane Winkelgeschwindigkeit, x, y die Koordinaten des Profilrandes und x_0, y_0 die Koordinaten des Schnittpunktes Profilrand - Wasserlinie bedeuten, d.h. $y_0 = 0$ und $x_0 = \frac{B}{2}$. Alle Körperkoordinaten gelten für die Mittellage des Profils, sie ändern sich daher nicht mit der Zeit.

Die Koordinaten des Profilrandes werden für ein Lewisprofil durch eine längs des Profilrandes veränderliche Winkelkoordinate θ beschrieben

$$(x + iy)_{\text{Rand}} = \frac{B}{2(1+a+b)} \cdot \left(e^{i\theta} + \frac{a}{e^{i\theta}} + \frac{b}{e^{i3\theta}} \right) \quad 3.2$$

wobei a und b Parameter sind, die die Profilform beschreiben. 3.2 in 2a.2 eingeführt, liefert

$$\psi_{\text{soll}} = \Omega \cdot \{ a \cdot (1+b) \cdot [\cos(2\theta) - 1] + b [\cos(4\theta) - 1] \} \quad 4.2$$

wobei gilt

$$\Omega = \Omega^x \cdot \left(\frac{B}{2(1+a+b)} \right)^2 \quad 4a.2$$

Dieser Sollwert hat eine physikalische Bedeutung nur für den Bereich

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

und für diesen Bereich ist 4.2 identisch mit

$$\Psi_{\text{soll}} = \frac{16}{\pi} \Omega \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)} \left[\frac{a(1+b)}{(2m-1)(2m+3)} + \frac{4b}{(2m-3)(2m+5)} \right] \sin((2m+1)\theta) \quad 5.2$$

Für den Istwert des komplexen Strömungspotentials wird der Ansatz

$$(\phi + i\Psi)_{\text{Ist}} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m^*}{(x+iy)^{2m+1}} \quad 6.2$$

gewählt. Dieser Ansatz erfüllt sofort die Randbedingung 2b.2. Unbekannt sind zunächst die Koeffizienten A_m^* .

6.2 wird für den Profilrand mittels 3.2 entwickelt:

$$(\phi + i\Psi)_{\text{Ist,Rand}} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cdot e^{-i(2m+1)\theta} \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^h \binom{2m+h}{h} (ae^{-i2\theta} + b \cdot e^{-i4\theta})^h \quad 7.2$$

wobei benutzt ist, daß sowohl $|a|$ als auch $|b|$ immer kleiner als Eins sind. Außerdem gilt

$$A_m^* = A_m \left(\frac{B}{2(1+a+b)} \right)^{(2m+1)}$$

Der imaginäre Teil von 7.2, d.h. die Stromfunktion, ist ebenso wie der Sollwert der Stromfunktion in 5.2 in ungerade Sinusfunktionen der Profilkordinate θ entwickelt. Es brauchen daher nur die Koeffizienten der gleichen Sinusfunktionen in 5.2 und 7.2 gleichgesetzt zu werden. Vorher wird 7.2 noch mittels des binomischen Lehrsatzes umgeformt in

$$(\phi + i\psi)_{\text{Ist, Rand}} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \binom{2m+n}{n} \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} a^{n-p} \cdot b^p \cdot e^{-i(2m+1+2n+2p)\theta} \quad 8.2$$

Das Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten A

$$\psi_{\text{ist}} = \psi_{\text{soll}} \quad \text{am Profilrand}$$

besteht also aus Zeilen für Koeffizienten der jeweiligen Funktion von $\sin(2q+1)\theta$:

$$\sum_{m=0}^{m=q} A_m \sum_{n=\frac{q-m}{2}}^{n=q-m} (-1)^n \binom{2m+n}{n} \binom{n}{q-m-n} a^{2n+m-q} \cdot b^{q-m-n} =$$

9.2

$$= \frac{16}{\pi} \Omega \frac{1}{2q+1} \left(\frac{a(1+b)}{(2q-1)(2q+3)} + \frac{4b}{(2q-3)(2q+5)} \right)$$

wobei die Reihe über n natürlich nur über ganze Zahlen laufen kann.

Für die erste Zeile des Gleichungssystems ist $q = 0$; sie lautet

$$A_0 = \frac{16}{\pi} \Omega \left(\frac{a(1+b)}{-3} + \frac{4b}{-15} \right)$$

Für die zweite Zeile ist $q = 1$; sie lautet

10.2

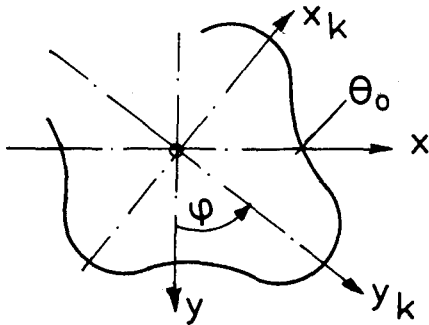
$$-A_0 a + A_1 = \frac{16}{\pi} \Omega \frac{1}{3} \left(\frac{a(1+b)}{5} + \frac{4b}{-7} \right)$$

Das Gleichungssystem ist linear in bezug auf die Unbekannten. Es kann beliebig groß gewählt werden (jedoch muß immer mit $q = 0$ angefangen werden), und es ist dadurch ausgezeichnet, daß die Koeffizienten A_q bis $q = Q$ exakt bestimmt werden

können, wenn Q Zeilen benutzt werden.

Damit ist das lineare Problem gelöst. Das Strömungspotential ist bekannt; die hydrodynamischen Drücke und Kräfte können berechnet werden.

3. Sollwert der Stromfunktion im nichtlinearen Fall.



Nun ist der Profilarand um den Winkel φ gedreht, und die momentane Winkelgeschwindigkeit ist Ω^* . Der Drehpunkt O ist wie im linearen Fall gewählt.

Der Sollwert der Stromfunktion ist außerhalb des Profils an der freien Wasseroberfläche $y = 0$ gleich Null wie in 2b.2. An dem Profilarand gilt 2a.2 ebenfalls

$$\Psi_{\text{soll, Rand}} = \frac{\Omega^*}{2} ((x^2 + y^2) - (x_0^2 + y_0^2))$$

nur sind jetzt die Koordinaten x_0, y_0 (bzw. nur x_0) des Schnittpunktes Profilarand - Wasserlinie andere. Es gilt nun anstelle von 4.2

$$\Psi_{\text{soll}} = \Omega \{ a(1+b) [\cos(2\theta) - \cos(2\theta_0)] + b[\cos(4\theta) - \cos(4\theta_0)] \} \quad 1.3$$

wobei θ_0 nicht wie im linearen Fall gleich Null ist sondern den erwähnten Schnittpunkt definiert. Natürlich sind θ und θ_0 auf ein körperfestes Koordinatensystem bezogen, und der Profilarand ist nun benetzt in dem Bereich

$$\theta_0 \leq \theta \leq \pi + \theta_0$$

Für θ_0 , das eine Funktion des Rollwinkels φ ist, gilt

$$\tan \varphi = \frac{y_0}{x_0} = \frac{(1-a) \sin \theta_0 - b \sin(3\theta_0)}{(1+a) \cos \theta_0 + b \cos(3\theta_0)}$$

oder die identische Formel

$$\tan \varphi = \frac{1-a-3b+(1-a+b)\tan^2 \theta_0}{1+a+b+(1+a-3b)\tan^2 \theta_0} \cdot \tan \theta_0 \quad 3.3$$

Dies ist - wenn φ vorgegeben ist - eine kubische Gleichung für $\tan \theta_0$.

Der Sollwert 1.3 kann, nachdem θ_0 mittels 3.3 bestimmt ist, für den benetzten Teil des Profilrandes 2.3 in Sinusfunktionen der Profilkordinate $(\theta - \theta_0)$ entwickelt werden:

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{soll, Rand}} = \Omega \left\{ -a(1+b) \sin(2\theta_0) \cdot \sin(2(\theta - \theta_0)) - b \sin(4\theta_0) \sin(4(\theta - \theta_0)) + \right. \\ \left. + \frac{16}{\pi} \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)} \left(\frac{a(1+b) \cdot \cos(2\theta_0)}{(2m-1)(2m+3)} + \frac{4b \cdot \cos(4\theta_0)}{(2m-3)(2m+5)} \right) \sin[(2m+1)(\theta - \theta_0)] \right\} \end{aligned}$$

4.3

Gegenüber 5.2 ist die erste Zeile hinzugekommen; in der zweiten Zeile ist mit $\cos(2\theta_0)$ bzw. $\cos(4\theta_0)$ multipliziert und außerdem die Profilkordinate θ in $\theta - \theta_0$ verändert worden. Diese neue Profilkordinate $(\theta - \theta_0)$ läuft für den benetzten Bereich wieder von 0 bis π . Für $\theta_0 = 0$, d.h. für die Mittellage, sind natürlich 5.2 und 4.3 identisch. Die logische Weiterführung der im linearen Fall benutzten Formulierung ist evident.

4. Istwert der Stromfunktion

Für den Istwert des komplexen Potentials wird anstelle von 6.2 wie im linearen Falle angesetzt

$$\phi + i\psi = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m^*}{(x+iy)^m} \quad 1.4$$

Allerdings läuft die Reihe jetzt nicht nur über ungerade Exponenten m sondern über alle ganzzahligen Werte m von $m=1$ an.

Die Randbedingung 4.1 an der Wasseroberfläche außerhalb des Körpers ist erfüllt, da x, y die Koordinaten eines raumfesten Systems sind. Für den Profilrand gilt (vorausgesetzt ist, daß das Profil doppelt-symmetrisch, d.h. in der Mittellage an der Wasserlinie gespiegelt ist)

$$\begin{aligned} (x+iy)_{\text{Rand}} &= (x_x + iy_k)_{\text{Rand}} \cdot e^{-i\varphi} = \\ &= \frac{B}{2(1+a+b)} \left(e^{i\theta} + \frac{a}{e^{+i\theta}} + \frac{b}{e^{+i3\theta}} \right) \cdot e^{-i\varphi} \end{aligned} \quad 2.4$$

Die Entwicklung von 1.4 für den Profilrand - analog wie im linearen Fall - bereitet einige Schwierigkeiten.

Analog 8.2 wird für den Profilrand erhalten:

$$(\phi + i\psi)_{\text{ist, Rand}} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sum_{h=0}^{\infty} (-1)^h \binom{m+n-1}{n} \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} a^{n-p} \cdot b^p \cdot e^{i(m\varphi - (m+2n+2p)\theta)} \quad 3.4$$

oder in einer anderen Ordnung

$$= \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sum_{K=0}^{\infty} e^{i(m\varphi - (m+2K)\theta)} \sum_{n=\frac{K}{2}}^{n=K} (-1)^n \binom{m+n-1}{n} \binom{n}{K-n} a^{2n-K} \cdot b^{K-n} \quad 4.4$$

wobei benutzt ist

$$A_m^* = A_m \left(\frac{B}{2(1+a+b)} \right)^m \quad 5.4$$

und wobei n natürlich nur über ganze Zahlen (einschließlich Null) innerhalb der angegebenen Grenzen laufen kann.

Der imaginäre Teil des komplexen Potentials - die Stromfunktion - ist in 4.4 entwickelt in von der Profilkoordinate abhängige Sinusfunktionen

$$\sin(m\varphi - (m+2K)\theta) \quad 6.4$$

Das Argument wird umgeschrieben

$$m\varphi - (m+2K)\theta = -(m+2K)(\theta - \theta_0) + (m\varphi - (m+2K)\theta_0) \quad 7.4$$

und anstelle von 6.4 geschrieben

$$\begin{aligned} & -\sin[(m+2K)(\theta - \theta_0)] \cos(m\varphi - (m+2K)\theta_0) + \\ & + \cos[(m+2K)(\theta - \theta_0)] \sin(m\varphi - (m+2K)\theta_0) \end{aligned} \quad 8.4$$

Nur die jeweils ersten Faktoren in den beiden Zeilen ändern sich mit der Profilkoordinate θ .

Der Sollwert der Stromfunktion 4.3 ist nach Sinusfunktionen der Profilkoordinate $(\theta - \theta_0)$ entwickelt. In der ersten Zeile von 8.4 stehen gleiche Sinusfunktionen, diese Zeile kann daher unmittelbar in 4.4 verwendet werden. Das gilt nicht in gleicher Weise für die zweite Zeile 8.4; diese Zeile muß daher transformiert werden.

Der Ansatz 1.4 zeigt, daß Ψ_{ist} gleich Null ist für $y = 0$, und das gilt daher auch am Profilrand für $(\theta - \theta_0) = 0$ und π . Dieses wird auch erfüllt durch die erste Zeile in 8.4, aber nicht durch die zweite Zeile. Andererseits resultiert die Entwicklung 4.4 exakt aus 1.4. Das heißt, 4.4 ist trotz der zweiten Zeile 8.4 Null für $(\theta - \theta_0) = 0$ und π . Das führt zwingend zu dem Schluß, daß für die Berechnung der Stromfunktion in der zweiten Zeile von 8.4 für den benetzten Bereich des Profilrandes

$$\cos((m+2K)(\theta - \theta_0))$$

ersetzt werden kann durch

$$\cos((m+2K)(\theta - \theta_0)) - 1 \quad 9.4$$

wenn m gerade und

$$\cos((m+2K)(\theta - \theta_0)) - 1 + \frac{2}{\pi}(\theta - \theta_0)$$

wenn m ungerade ist, ohne daß hierdurch die Stromfunktion am Profilrand verändert wird. Diese ergänzten Cosinusfunktionen können in Sinusfunktionen der Profilkordinate $(\theta - \theta_0)$ entwickelt werden, nämlich in

$$= \frac{4}{\pi} \sum_q \frac{(m+2K)^2 \cdot \sin(q(\theta - \theta_0))}{q \cdot (q^2 - (m+2K)^2)} \quad 10.4$$

wobei q entweder - wenn m ungerade ist - nur über gerade Zahlen mit $q = 2$ beginnend, oder - wenn m gerade ist - nur über ungerade Zahlen q läuft. Die erste Zeile von 8.4 unverändert und 10.4 anstelle der zweiten Zeile 8.4 in 4.4 eingeführt, liefert

$$\Psi_{\text{ist, Rand}} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sum_{K=0}^{\infty} \left\{ -\sin[(m+2K)(\theta-\theta_0)] \cos[m\varphi-(m+2K)\theta_0] + \right. \\ \left. + \frac{4}{\pi} \sin[m\varphi-(m+2K)\theta_0] \cdot \sum_{q} \frac{(m+2K)^2 \sin[q(\theta-\theta_0)]}{q(q^2-(m+2K)^2)} \right\} \times$$

11.4

$$\sum_{n=\frac{K}{2}}^K (-1)^n \binom{m+n-1}{n} \binom{n}{K-n} a^{2n-K} b^{K-n}$$

Dies kann anders, und zwar nach Funktionen der veränderlichen Profilkordinate geordnet werden:

$$= \sum_{q=1}^{\infty} \sin[q(\theta-\theta_0)] \times \left\{ \sum_{m=1,2}^{m=q} A_m \cdot \cos[m\varphi-q\theta_0] \cdot \sum_{n=\frac{q-m}{4}}^{\frac{q-m}{2}} (-1)^{n+1} \binom{m+n-1}{n} \right. \\ \left. a^{2n-\frac{q-m}{2}} b^{\frac{q-m}{2}-n} \right\}$$

12.4

$$+ \frac{4\pi}{q} \sum_{m=1,2}^{\infty} A_m \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(m+2K)^2}{q^2-(m+2K)^2} \sin[m\varphi-(m+2K)\theta_0] \cdot \sum_{n=\frac{K}{2}}^K (-1)^n \binom{m+n-1}{n} \binom{n}{K-n} a^{2n-K} b^{K-n}$$

wobei

die Reihe über m in der ersten Zeile entweder über ungerade m - wenn q ungerade ist - beginnend mit m=1, oder über gerade m beginnend mit m=2 - wenn q gerade ist - zu bilden ist

die Reihe über m in der zweiten Zeile ebenso entweder nur über gerade beginnend mit m=2 oder nur über ungerade m läuft.

Zum Unterschied von der ersten Zeile läuft sie bis unendlich und sind ferner die m-Werte ungerade oder gerade, wenn q gerade oder ungerade ist, also umgekehrt wie in der ersten Reihe über m. Die Reihen über n sind selbstverständlich über ganze n (einschließlich $n=0$) zu bilden innerhalb der angegebenen Grenzen.

Damit ist auch der Istwert der Stromfunktion am Profilrand in geeigneter Weise entwickelt und geordnet.

5. Gleichungssystem

Die Gleichsetzung von Soll- und Istwert der Stromfunktion am Profilrand führt zu dem System linearer Gleichungen, das die unbekannt Koeffizienten A_m zu bestimmen erlaubt. Es werden jeweils die Koeffizienten gleicher Sinusfunktionen des veränderlichen Profilparameters $(\Theta - \Theta_0)$ gleichgesetzt. Das Gleichungssystem kann beliebig groß gewählt werden. Es wird jedoch erwartet, daß wie im linearen Falle schon ein relativ kleines Gleichungssystem genügt. Außerdem wird erwartet, daß alle benutzten Reihen rasch konvergieren. Das wird um so mehr der Fall sein, je kleiner der Rollwinkel φ und je kleiner die Profilparameter a und b sind. Aus

$$\Psi_{\text{ist}} = \Psi_{\text{soll}} \quad 1.5$$

wird ein Gleichungssystem mit Zeilen q und Spalten m , wobei q von 1 bis Q , m von 1 bis M laufen und $Q = M$ sein muß.

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{21} & g_{m,1} & g_{M1} \\ g_{12} & & & g_{M2} \\ g_{1q} & & g_{mq} & g_{Mq} \\ g_{1Q} & & g_{mQ} & g_{MQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_q \\ A_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_q \\ h_Q \end{pmatrix} \quad 2.5$$

Für die Koeffizienten der linken Seite gilt (siehe 12.4)

$$g_{m,q} = \cos(m\varphi - q\theta_0) \sum_{n=\frac{q-m}{4}}^{\frac{q-m}{2}} (-1)^{n+1} \binom{m+n-1}{n} \binom{n}{\frac{q-m}{2}-n} a^{(2n-\frac{q-m}{2})} b^{\frac{q-m}{2}-n}$$

3.5

$$+ \frac{4\pi}{q} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(m+2k)^2}{q^2 - (m+2k)^2} \sin(m\varphi - (m+2k)\theta_0) \sum_{n=\frac{k}{2}}^k (-1)^n \binom{m+n-1}{n} \binom{n}{k-n} a^{2n-k} b^{k-n}$$

wobei zu beachten ist:

Die erste Zeile existiert nur, wenn

- a) $(m+q)$ eine gerade Zahl und
- b) q größer oder gleich m ist.

Die zweite Zeile existiert nur, wenn

- c) $(m+q)$ eine ungerade Zahl ist.

Außerdem sind die Reihen über n natürlich nur über ganze Zahlen (einschließlich $n=0$) zu bilden.

Für die rechte Seite von 2.5 gilt (siehe 4.3)

$$h_2 = -a(1+b) \sin(2\theta_0)$$

$$h_4 = -b \cdot \sin(4\theta_0)$$

4.5

Alle weiteren Werte h mit geradem Index sind Null

$$h_{(2m+1)} = \frac{16}{\pi(2m+1)} \left[\frac{a(1+b) \cos(2\theta_0)}{(2m-1)(2m+3)} + \frac{4b \cos(4\theta_0)}{(2m-3)(2m+5)} \right]$$

Hierbei ist die Winkelgeschwindigkeit Ω in 4.5 zunächst weggelassen. Nach Auflösung des Gleichungssystems sind die Koeffizienten A mit Ω zu multiplizieren. Um die Koeffizienten A_m^* (1.4) zu erhalten, ist außerdem mit $\left(\frac{B}{2(1+a+b)}\right)$ zu multiplizieren (wegen 4a.2 und 5.4).

Die bislang unbekanntenen Koeffizienten A können aus dem Gleichungssystem bestimmt werden. Damit ist das hydrodynamische Problem gelöst, da damit das Strömungspotential bestimmt ist.

Dies muß geschehen für verschiedene Zeitpunkte des Schwingungsvorganges 1.2, und man erhält daher für jeden Zeitpunkt andere Koeffizienten A und ein anderes Strömungspotential. Wenn die Schwingung harmonisch ist wie in 1.2, genügt es, Zeitpunkte zu wählen über eine Viertelperiode, denn dann unterscheiden sich die momentanen Lagen des Körpers für

$$\omega t, (\pi - \omega t), (\pi + \omega t), (2\pi - \omega t) \quad 5.5$$

nur durch die Vorzeichen des Rollwinkels φ und/oder der Winkelgeschwindigkeit. Das gilt auch noch für gewisse periodische aber nicht harmonische Bewegungen. Für $\omega t = 0$ in 1.2 braucht das Gleichungssystem nicht aufgestellt und gelöst zu werden, denn dafür ist die Winkelgeschwindigkeit $\Omega = 0$, und das heißt, daß hierfür alle Koeffizienten A und damit auch das Strömungspotential gleich Null sind. Für $\omega t = \frac{\pi}{2}$ in 1.2 befindet sich das Profil in der Mittellage, und es resultiert dasselbe Gleichungssystem wie im linearen Fall.

6. Hydrodynamischer Druck

Da nun das Strömungspotential bekannt ist, kann der hydrodynamische Druck mittels der Bernoulli-Gleichung bestimmt werden.

$$p = - \rho \left\{ \phi_t + \frac{1}{2} (\phi_x^2 + \phi_y^2) \right\} \quad 1.6$$

Für das erste, das lineare Glied ist die Ableitung des Strömungspotentials nach der Zeit zu bilden. Der Ansatz 1.4 zeigt, daß nur die Koeffizienten A_m^* von der Zeit abhängig sind. Es gilt daher

$$\phi_t = \operatorname{Re} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{dA_m^*}{dt} (x+iy)^m \quad 2.6$$

Um diese Ableitungen bilden zu können, müssen zuerst die über eine Viertelperiode bestimmten Koeffizienten A_m entwickelt werden (unter Voraussetzung von 1.2) in

$$A_m = n \sum A_{m,n} \sin((2n+1)\omega t) \quad 3.6$$

wobei sich die Koeffizienten ergeben aus einer Fourier-Analyse

$$A_{m,n} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\omega t = \frac{\pi}{2}} A_m \cdot \sin((2n+1)\omega t) d(\omega t) \quad 4.6$$

Danach können die Ableitungen gebildet werden für beliebige Zeitpunkte

$$\frac{dA_m}{dt} = \omega n \sum (2n+1) A_{m,n} \cdot \cos((2n+1)\omega t) \quad 5.6$$

Nun kann für das erste Glied in der Bernoulligleichung 1.6 des Druckes am Profilrand geschrieben werden (siehe 1.4 bis 3.4)

$$= -\rho \sum_{m=1}^{\infty} \frac{dA_m}{dt} \sum_{q=0}^{\infty} \cos(m\varphi - (m+2q)\theta) \cdot \sum_{n=\frac{q}{2}}^{\frac{n=q}{2}} (-1)^n \binom{m+n-1}{n} \binom{n}{q-n} a^{2n-q} b^{q-n} \quad 6.6$$

wobei natürlich n nur über ganze Zahlen (einschließlich Null) laufen kann.

Zur Bestimmung des zweiten Druckgliedes in 1.6 wird die resultierende Strömungsgeschwindigkeit am Profilrand gebraucht. Es empfiehlt sich, die Geschwindigkeitskomponenten normal und tangential zur Körperoberfläche zu verwenden

$$\phi_x^2 + \phi_y^2 = \phi_n^2 + \phi_s^2 \quad 7.6$$

Die Geschwindigkeitskomponente ϕ_n kann aus der Stromfunktion am Profilrand bestimmt werden, und hierfür kann natürlich auch der Sollwert 1.3 benutzt werden.

$$\begin{aligned} \phi_n &= \frac{d\psi}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{ds} = \\ &= -2\Omega(a(1+b)\sin(2\theta) + 2b\sin(4\theta)) \cdot \frac{d\theta}{ds} \end{aligned} \quad 8.6$$

Die tangentielle Geschwindigkeitskomponente muß aus 4.4 bestimmt werden:

$$\phi_s = \frac{d\phi}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{ds} = \quad 9.6$$

$$= \frac{d\theta}{ds} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sum_{K=0}^{\infty} (m+2K)\sin(m\varphi - (m+2K)\theta) \sum_{n=\frac{K}{2}}^{n=K} (-1)^n \binom{m+n-1}{n} \binom{n}{K-n} a^{2n-K} b^{K-n}$$

Gebraucht wird noch

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{\sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2+9b^2-2a(1-3b)\cos(2\theta)-6b\cos(4\theta)}} \quad 10.6$$

Das Quadrat der Geschwindigkeit am Profilrand 7.6 muß mittels 8.6 bis 10.6 für eine Reihe von Punkten auf der Körperoberfläche berechnet werden.

7. Hydrodynamische Kräfte

Es interessieren wie im linearen Fall die Kräfte auf den sich bewegendem Körper in vertikaler Richtung F_V , in horizontaler Richtung F_H sowie das Moment M um den Bezugspunkt O . Es ist über die momentane Lage der Körperoberfläche zu integrieren

$$\begin{aligned} F_V &= \int p \, dx \\ F_H &= \int p \, dy \\ M &= \int p (y \, dx + x \, dy) \end{aligned} \quad 1.7$$

Alle Kräfte sind, da die Oberflächenbedingung 4.1 vorausgesetzt ist, Trägheitskräfte. Sie gelten streng genommen nur für $\omega=0$. Da in dem Druck p der Faktor ω^2 enthalten ist, sind sie für $\omega=0$ natürlich gleich Null. Der Proportionalitätsfaktor ist jedoch von Interesse. Es ist aus der Untersuchung des linearen Falles bekannt und kann daher auch hier für den nicht-linearen Fall erwartet werden, dass diese Ergebnisse noch für endliche Frequenzen brauchbar bleiben, zumal in dem praktisch interessierenden Fall der Rollresonanz der Frequenzparameter immer klein ist.

Es ist sinnvoll, die Amplituden der 3 Kräfte in folgender Weise für eine harmonische Rollschwingung zu normieren

$$\frac{F_A}{-\rho \frac{\pi}{8} T^3 \varphi_A \omega^2} = K_F \quad 2.7$$

$$\frac{M_A}{-\rho \frac{\pi}{8} T^4 \varphi_A \omega^2} = K_M$$

wobei die dimensionslosen Größen K von der Form des Profiles und der Rollamplitude abhängen. Streng genommen sind diese K -Werte auch von dem Frequenzparameter abhängig, jedoch wird diese Abhängigkeit gering sein, solange der Frequenzparameter klein ist.

Im linearen Fall, d.h. für kleine Rollwinkel sind die K's von der Rollamplitude unabhängig. K_{FV} ist dann Null, d.h. es wird keine Kraft in vertikaler Richtung erzeugt. K_{FH} und K_M sind endlich und stehen für eine lineare harmonische Horizontalkraft und für ein ebensolches Moment. Im nicht-linearen Fall sind die Kräfte nicht harmonisch. Sie werden mittels einer harmonischen Analyse in harmonische Komponente zerlegt und zwar Horizontalkraft und Moment in Komponenten 1., 3. und 5. usw. Ordnung, die Vertikalkraft jedoch, die nicht mehr gleich Null ist, in Komponente 2., 4., 6. usw. Ordnung (Abb.1). Die in gleicher Weise wie oben normierten Werte werden für die harmonischen Komponenten angegeben, d.h.

K_{FH1}	K_{FH3}	K_{FH5}	usw.	für die Horizontalkraft
K_{M1}	K_{M3}	K_{M5}	usw.	für das Moment
K_{FV2}	K_{FV4}	K_{FV6}	usw.	für die Vertikalkraft

Die Phasen der Kräfte bzw. der harmonischen Komponenten sind der Abb. 1 zu entnehmen.

8. Hydrodynamisches Dämpfungsmoment

Für $\omega=0$ existiert kein Dämpfungsmoment. Ebenso wie die exakte Lösung erweitert und zu einer Aussage über die Trägheitskräfte bei kleinen Frequenzen benutzt werden kann, kann diese Lösung auch für eine Aussage über das Dämpfungsmoment bei kleinen Frequenzen benutzt werden. Das ist schon in /1/ geschehen und der dort beschrittene Weg zu diesem Ziel wird auch hier gegangen.

Diese Darstellung kann, da auf /1/ verwiesen werden kann, knapp gehalten werden.

Für eine harmonische Strömung, wie in /1/, beträgt die Höhe der nach beiden Seiten wandernden Oberflächenwellen

$$2 \frac{\omega_n^3}{g} A_{1,n}^x \int_0^{\infty} \phi_{y=0} \sin\left(\frac{\omega^2}{g} x\right) dx \quad 1.8$$

Hierin ist einzusetzen die Amplitude des Strömungspotentials an der Wasseroberfläche, d.h. an der Linie $y=0$. Die Winkelgeschwindigkeit ist als sehr klein - aber nicht gleich Null - anzusehen. Das hat zur Folge, dass nur das Glied $m=1$ in dem Ansatz 1.4 für das Potential einen Beitrag leistet, indem das Potential, wenn x wächst, nur mit $1/x$ abnimmt. In allen weiteren Gliedern von 1.4 nimmt das Potential rascher ab und diese Glieder leisten daher keinen Beitrag in 1.8.

Bevor \emptyset in 1.8 eingeführt wird, muss jedoch die harmonische Analyse 4.6 von A_1^* ausgeführt sein, da in 1.8 ja ein harmonisch mit der Kreisfrequenz ω oszillierendes Potential vorausgesetzt ist. Die harmonische Analyse liefert Terme ungerader Ordnung, d.h. 1., 3., 5. usw. Ordnung. Für die Komponente n . Ordnung resultiert nach 1.8 die Höhe der Oberflächenwelle.

$$2 \frac{\omega_n^3}{g} A_{1,n}^* \int_0^{\infty} \sin\left(\frac{\omega_n}{g} x\right) \frac{dx}{x} \quad 2.8$$

Durch diese nach beiden Seiten ablaufende Wellenkomponente wird im Mittel über die Zeit die folgende Leistung abgeführt

$$\frac{\pi^2}{2} \frac{\rho}{g^2} (A_{1,n}^*)^2 \omega_n^5 \quad 3.8$$

Da alle Wellenkomponenten flach und ihre Längen und Geschwindigkeiten verschieden sind, können die abgeführten Leistungen der einzelnen Komponenten arithmetisch addiert werden.

$$\frac{\pi^2}{2} \frac{\rho}{g^2} \sum_{n=0}^N (A_{1(2n+1)}^*)^2 [(2n+1)\omega]^5 \quad 4.8$$

Diese Leistung, die im Flüssigkeitsraum abgeführt wird, muss selbstverständlich auf andere Weise dem Flüssigkeitsraum zugeführt werden. Das kann nur durch die Überwindung eines in Phase mit der Rollgeschwindigkeit befindlichen Dämpfungsmomentes geschehen. Selbstverständlich ist dieses Dämpfungsmoment für eine Rollschwingung mit grosser Amplitude nicht harmonisch. Es lohnt sich nicht, umfangreiche Berechnungen auszuführen, um die harmonischen Komponenten dieses Momentes zu bestimmen. Es ist jedoch einfach und genügt für praktische Zwecke - insbesondere für die Bestimmung der Resonanzspitze einer Rollschwingung - ein quasiharmonisches Dämpfungsmoment zu bestimmen, ein der Rollgeschwindigkeit proportionales Moment

$$B_{\varphi\varphi} \cdot \dot{\varphi} \quad 5.8$$

Durch ein derartiges harmonisches Dämpfungsmoment würde im Mittel die Leistung

$$\frac{1}{2} B_{\varphi\varphi} \cdot \dot{\varphi}_A^2 \quad 6.8$$

verbraucht werden. Diese Leistung würde dem Flüssigkeitsraum zugeführt werden. Da die Leistungsbilanz stimmen muss, müssen 6.8 und 4.8 identisch sein und daraus resultiert der Koeffizient $B_{\varphi\varphi}$ des Dämpfungsmomentes

$$B_{\varphi\varphi} = \pi^2 \frac{\rho}{g^2} \frac{1}{\varphi_A^2 \omega^2} \sum_{n=0}^N (A_{1,(2n+1)}^x)^2 [(2n+1)\omega]^5 \quad 7.8$$

Im linearen Fall, d.h. für kleine Rollwinkel ist das Dämpfungsmoment harmonisch und besteht zwischen diesem Koeffizienten $B_{\varphi\varphi}$ und dem Amplitudenverhältnis \bar{A} die Beziehung

$$B_{\varphi\varphi} = \frac{\rho g^2}{\omega^3} \frac{B^2}{4} \bar{A}^2 \quad 8.8$$

wobei das Amplitudenverhältnis eine physikalisch leicht interpretierbare dimensionslose Grösse ist

$$\bar{A} = \frac{\text{Amplitude der abwandernden Oberflächenwelle}}{\text{Amplitude der Bewegung des Punktes der Profilkontour, der in Ruhelage in der Wasserlinie liegt}} \quad 9.8$$

Im nichtlinearen Fall, in dem es viele harmonische Oberflächenwellen gibt, verliert die Beziehung 8.8 ihren physikalischen Sinn. Da \bar{A} in 8.8 jedoch ohne Dimension ist, erscheint es zweckmässig, auch in diesem Fall mittels 7.8 und 8.8 ein "fiktives" Amplitudenverhältnis zu berechnen und anzugeben.

Dieses Amplitudenverhältnis ist für den Grenzfall $\omega=0$ gleich Null, da in diesem Fall keine Wellen abgestrahlt werden, die Wasseroberfläche vielmehr eben bleibt. Für kleine Frequenzparameter ist dieses Amplitudenverhältnis proportional dem Quadrat des Frequenzparameters

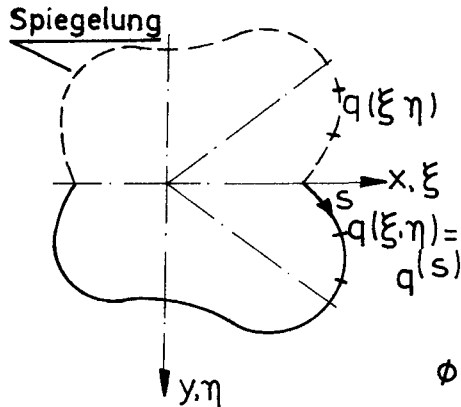
$$\bar{A} = K_A \left(\frac{B\omega^2}{2g} \right)^2 \quad 10.8$$

Der Proportionalitätsfaktor ist abhängig von der Profilform und im nichtlinearen Fall von der Rollamplitude. Im linearen Fall, also für kleine Rollbewegungen, ist K nicht von der Rollamplitude abhängig.

9. Andere Formulierung des Istwertes des Potentials

Der oben benutzte Ansatz 1.4 für den Istwert des komplexen Potentials wurde in /1/ für den linearen Fall benutzt. Er erwies sich dafür als sehr geeignet und führte zu genauen Ergebnissen. Für den nichtlinearen Fall, für extrem grosse Rollwinkel und schwierige Profilformen konvergierten die auf diesem Ansatz beruhenden Berechnungen jedoch schlecht. Es wurde daher, um sicher zu gehen, noch ein anderer Weg beschritten.

Der neue Ansatz geht aus von einer kontinuierlichen Belegung des Profilrandes in der jeweiligen Lage mit Quellen. Um die Oberflächenbedingung 4.1 zu erfüllen, wird ein unbegrenzter Flüssigkeitsraum, eine Spiegelung des Profilrandes sowie



der Quellenbelegung an der Linie $y=0$ gewählt. Die Quellstärke q ist eine Funktion der Koordinate θ oder s des Profilrandes.

Das komplexe Potential einer Quelle beträgt

$$\phi + i\psi = q \cdot \ln |(x-\xi) + i(y-\eta)| \quad 1.9$$

Das Potential einer kontinuierlichen Belegung des Profilrandes mit Quellen

$$\phi + i\psi = \int q(s) \cdot \ln |(x-\xi(s)) + i(y-\eta(s))| ds \quad 2.9$$

Für die numerische Berechnung wird der Profilrand in Abschnitte - in "finite Elemente" - unterteilt und die Quellstärke über je ein Element konstant gehalten. Aus 2.9 wird dann

$$\phi + i\psi = \sum_m (q \Delta s)_m \ln |(x-\xi_m) + i(y-\eta_m)| \quad 3.9$$

- mit:
- q der Quellbelegung pro Längeneinheit des Profilrandes
 - $q \Delta s$ der Quellenbelegung eines Abschnittes
 - x, y den beliebigen Koordinaten im Flüssigkeitsraum
 - ξ, η den Koordinaten des Mittelpunktes der jeweiligen Quellbelegung

Wenn der halbe (nicht gespiegelte) Profilrand in M-Elemente unterteilt ist, beträgt das gesamte Potential mit Spiegelung

$$\sum_{m=1}^M (q^{\Delta s})_m \left\{ \ln|(x-\xi_m)+i(y-\eta_m)| + \ln|(x-\xi_m)+i(y+\eta_m)| \right\} \quad 4.9$$

Die unbekanntenen Quellbelegungen werden aus der Bedingung am Profilrand bestimmt. Hier wird diese Randbedingung so formuliert, dass die Normalkomponenten von Strömungs- und Körpergeschwindigkeit an jedem Punkt des Profilrandes bzw. jedem Abschnittsmittelpunkt übereinstimmen müssen

$$\phi_n = v_n \quad 5.9$$

Die Normalkomponente der Körpergeschwindigkeit beträgt (siehe 2a.2)

$$v_n = \frac{d\psi_{\text{soll}}}{ds} = \Omega^x(x, \Delta x + y, \Delta y) \quad 6.9$$

und die Normalkomponente der Strömungsgeschwindigkeit resultiert aus 4.9

$$\phi_n = q \cdot \pi + \sum_{n=1}^M (q^{\Delta s})_m \left\{ \frac{(x-\xi_m)\Delta y - (y-\eta_m)\Delta x}{(x-\xi_m)^2 + (y-\eta_m)^2} + \frac{(x-\xi_m)\Delta y - (y+\eta_m)\Delta x}{(x-\xi_m)^2 + (y+\eta_m)^2} \right\} \quad 7.9$$

In 6.9 und 7.9 bedeuten:

- x, y die Koordinaten eines Abschnittsmittelpunktes, für den die Randbedingung 5.9 erfüllt werden soll
- $\Delta x, \Delta y$ die Koordinatenabschnitte dieses Abschnittes
- ξ_m, η_m die Koordinaten eines beliebigen Abschnittsmittelpunktes

Die Koordinatenabschnitte stehen in 6.9 und 7.9 jeweils anstelle der Ableitungen nach s.

In der Summe in 7.9 muss der Abschnitt, für den die Geschwindigkeit bestimmt wird, ausgeschlossen bleiben - jedoch nicht sein Spiegelbild. Der Beitrag dieses Abschnittes ist in dem vor der Summe stehenden Glied enthalten.

Gleichsetzen von 6.9 und 7.9 für alle M-Abschnitte des Profilrandes liefert M lineare Gleichungen für die M-Unbekannten q . Damit ist auch für diesen Ansatz das hydrodynamische Problem gelöst; die Quellverteilung und das Strömungspotential 4.9 sind bekannt.

4.9 auf einen Punkt des Profilrandes angewandt, liefert einen singulären Wert für den Punkt, für den x, y mit ξ, η zusammenfallen. Dieser Punkt muss - ähnlich wie das in 7.9 für die Strömungsgeschwindigkeit geschehen ist - aus der Summe ausgespart und gesondert behandelt werden. Hierfür ergibt sich

$$\begin{aligned} \phi &= (q^{\Delta s}) \left[\ln \left(\frac{\Delta s}{2} \right) - 1 \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M (q^{\Delta s})_m \ln \left\{ \left[(x - \xi_m)^2 + (y - \eta_m)^2 \right] \cdot \left[(x - \xi_m)^2 + (y + \eta_m)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad 8.9$$

wobei hier nur das reelle Potential angeschrieben ist.

Die erzeugte Strömung ist nun bekannt und es können die Grössen bestimmt werden, die interessant erscheinen. Hierzu gehört vor allem wieder das hydrodynamische Dämpfungsmoment, durch das die Rollresonanzschwingung begrenzt wird. Es wird hier der gleiche Weg wie in 8. beschrritten:

Ausserhalb des Körpers beträgt das (reelle) Potential auf der Linie $y=0$, die die freie Wasseroberfläche repräsentiert,

$$\phi_o = \sum_{m=1}^M (q^{\Delta s})_m \ln \left[(x - \xi_m)^2 + \eta_m^2 \right] \quad 9.9$$

Für sehr grosse x , d.h. in sehr grosser Entfernung von dem Körper wird daraus

$$= \sum_{m=1}^M (q^{\Delta s})_m \left(\ln x^2 - \frac{2\xi_m}{x} + \frac{\xi_m^2 + \eta_m^2}{x^2} \right) \quad 10.9$$

Die gesamte Quellbelegung muss für die Rollschwingung eines doppeltsymmetrischen Profils, die keine Verdrängungsänderung nach sich zieht und für die der Profilmittelpunkt 0 in gleicher Höhe bleibt, in jedem Zeitpunkt gleich Null sein, d.h.

$$\sum_{m=1}^M (q^{\Delta s})_m = 0 \quad 11.9$$

Das wird durch die numerischen Berechnungen bestätigt. Das heisst, das erste Glied in 10.9 fällt in diesem Fall und immer dann, wenn eine Schwingung ohne Verdrängungsänderung vorliegt, weg. Das Moment der Quellbelegung

$$\sum_{m=1}^M (q \cdot \xi^{\Delta s})_m \quad 12.9$$

bleibt jedoch und damit hat man für sehr grosse x ein Potential und damit einen hydrodynamischen Druck proportional $1/x$.

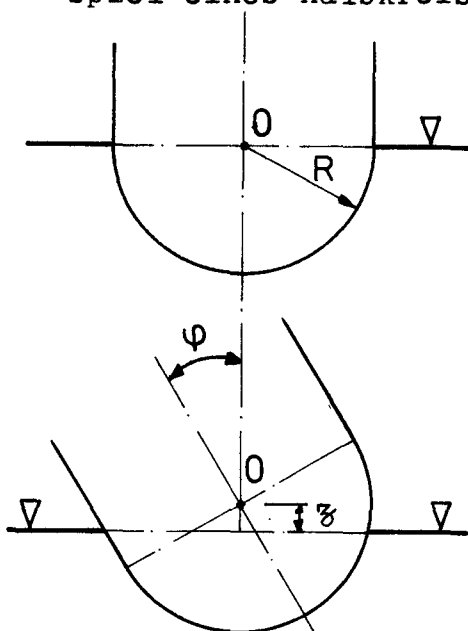
Dieses Moment spielt für diesen hydrodynamischen Druck die gleiche Rolle wie A_1^* in 1.4 und in 8. Das heisst, es muss für verschiedene Zeitpunkte bestimmt, dann analog wie A_1^* in 3.6 und 4.6 einer harmonischen Analyse unterzogen werden; dann werden die harmonischen Komponenten anstelle von A_{1n}^* in 7.8 eingesetzt. Damit ist das hydrodynamische Dämpfungsmoment bestimmt.

Ein wenig schwieriger ist die Bestimmung der Trägheitskräfte und -momente. Diese Kräfte spielen bei Anwendungen keine sehr bedeutende Rolle. Ihr Einfluss ist nicht gross gegenüber dem Einfluss der Trägheitskräfte des Körpers selbst. Allenfalls kommt der Kraft in vertikaler Richtung ein Interesse zu. Die Schwierigkeit liegt darin, dass für die Bestimmung der Trägheitskräfte die hydrodynamischen Drücke am Profilrand bestimmt werden müssen, diese (zu einem Teil) aus der Differentiation nach der Zeit des Potentials am Profilrand 8.9 resultieren und hierbei beachtet werden muss, dass sowohl Stärke als auch Lage der Quellverteilung von der Zeit abhängen. Auf eine ausführliche Darstellung dieser Berechnung wird hier verzichtet.

10. Rollschwingung mit Verdrängungsänderung

Die Spantprofile von Schiffen sind nicht doppeltsymmetrisch. Rollschwingungen von schiffsähnlichen Querschnittsprofilen sind immer mit periodischen Verdrängungsänderungen verbunden. Das hat für die durch ein äusseres, erregendes Moment erregte Rollschwingung eines frei schwimmenden Körpers eine zusätzliche Schwingung in vertikaler Richtung, d.h. eine Kopplung zwischen Roll- und Tauchschwingung zur Folge.

Zunächst wird die Verdrängungsänderung an dem einfachen Beispiel eines Halbkreisprofils mit daran anschliessenden lot-



rechten Seitenwänden demonstriert.

Ist das Profil um den Winkel gedreht und bleibt zunächst der Mittelpunkt O in der gleichen Höhe - in Höhe der ebenen Wasseroberfläche - liegen, wird die Verdrängung um

$$\frac{R^2}{2} |\tan \varphi - \varphi| \quad 1.10$$

grösser. Der Absolutwert dieses Betrages muss genommen werden, da die Verdrängungsänderung sowohl bei Krängung nach STB als auch nach BB positiv ist.

Soll die Verdrängungsänderung ausgeglichen werden, muss, gekoppelt mit der Drehbewegung, der körperfeste Mittelpunkt 0 um den Betrag

$$z = \frac{R}{2} \cdot \left| \frac{\sin \varphi - \varphi \cdot \cos \varphi}{1 + \cos \varphi} \right| \quad 2.10$$

nach oben verschoben werden. Ändert sich φ periodisch, ist diese Vertikalverschiebung ebenfalls periodisch, die Frequenz der Vertikalverschiebung ist jedoch doppelt so gross wie die Frequenz der Drehbewegung. Liegt eine harmonische Rollschwingung vor, kann dafür eine Vertikalverschiebung berechnet werden mit harmonischen Komponenten der Kreisfrequenzen

$$2, 4, 6 \omega \text{ usw.} \quad 3.10$$

und daneben einer Konstanten, von der Zeit unabhängigen Komponente.

Der Betrag dieser Vertikalverschiebung kann zunächst allein aus den geometrischen Eigenschaften des Profils bestimmt werden. Wenn dieser Betrag für extremere Querschnittsprofile auch grösser ist als der oben für das einfache Profil berechnete Wert, wird er zumeist doch so klein sein, dass man vermuten könnte, dass diese Kopplung der beiden Bewegungen ohne Interesse ist. Das wird auch weitgehend zutreffen. Für einen Aspekt dieser Kopplung kann dieses jedoch nicht vorhergesagt werden, nämlich für die Rückwirkung dieser Kopplung auf die Dämpfung der gekoppelten Schwingungsbewegungen.

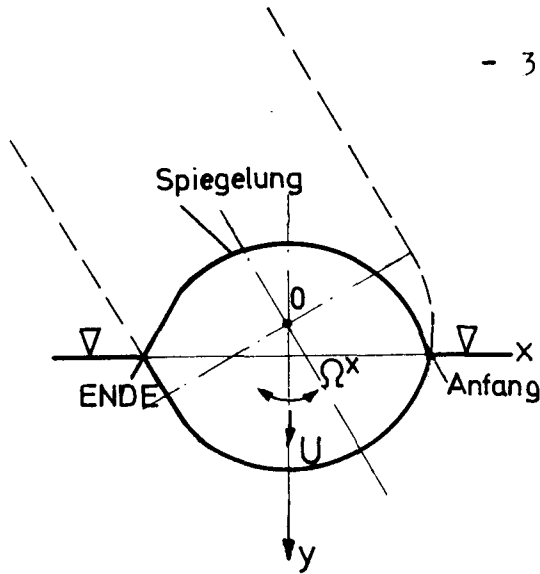
Es ist bekannt, dass die Tauchschwingung eines Schiffes sehr stark, die Rollschwingung dagegen sehr schwach gedämpft ist. Mit anderen Worten: Durch eine Tauchschwingung werden relativ hohe Oberflächenwellen abgestrahlt und wird - damit verbunden - relativ viel Energie dissipiert, während durch eine reine Rollschwingung ohne Verdrängungsänderung nur niedrige Oberflächenwellen erzeugt werden. Es kann daher vermutet werden, dass schon durch eine kleine, mit der Rollschwingung gekoppelte Tauch-

schwingung zusätzlich Energie dissipiert wird, die von gleicher Grössenordnung ist, wie die Energie, die direkt durch die Rollschwingung ohne Verdrängungsänderung erzeugt und dissipiert wird. Für den Fall einer Rollschwingung in glattem Wasser, erregt nur durch ein periodisches Moment, muss natürlich die gesamte dissipierte Energie dem Flüssigkeitsraum durch Überwindung eines Dämpfungsmomentes zugeführt werden. Das heisst mit anderen Worten: Aus der Kopplung der beiden Bewegungen kann eine nennenswerte Vergrösserung des Rolldämpfungsmomentes resultieren. Dieses Aspektes wegen wird die Kopplung zwischen den beiden Bewegungen weiter verfolgt.

Die oben besprochene und für ein einfaches Beispiel berechnete Vertikalverschiebung ist mit der tatsächlichen Verschiebung des frei schwimmenden Körpers - mit der Tauchbewegung - nur identisch in dem Grenzfall $\omega=0$, in dem nur hydrostatische Kräfte mitspielen. Schon für kleine Frequenzparameter ist das nicht mehr der Fall, da dann hydrodynamische Kräfte massgebend mitspielen. Die hydrodynamischen sind gegenüber den hydrostatischen Kräften für die Tauchbewegung viel massgebender als für die Rollbewegung, und zwar auch schon bei kleinen Frequenzparametern.

Es wird, um die hydrodynamischen Kräfte bestimmen zu können, zunächst vorausgesetzt, dass der Körper nicht frei schwimmt, sondern dass durch Zwangskräfte in vertikaler Richtung den noch unbekannt hydrodynamischen Kräften in vertikaler Richtung gerade das Gleichgewicht gehalten wird, so dass der Körper in vertikaler Richtung gerade die oben besprochene Verschiebung mitmacht, durch die die Verdrängungsänderung ausgeglichen wird. Die Untersuchung dieses hypothetischen Bewegungszustandes wird am ehesten zu einer Bestimmung der hydrodynamischen Kräfte führen.

Gegenüber dem (zweiten) Weg, der oben für doppeltsymmetrische Profile besprochen ist, ist es nur notwendig, für die verschiedenen Zeitpunkte erstens die Lage des Profiles, die aus der



Dreh- und Querverschiebung resultiert, und die sich aus der Forderung nach konstant bleibender Verdrängung ergibt, richtig zu beschreiben und zweitens in dem Sollwert der Stromfunktion bzw. der Normalgeschwindigkeit die Dreh- und Tauchbewegung zu berücksichtigen.

Wenn die Lage des Profiles, die allein aus der Geometrie resultiert, und damit die Höhe des Mittelpunktes 0 bestimmt ist, resultiert für den Sollwert der Normalgeschwindigkeit (anstelle von 6.9)

$$V_n = \frac{d\psi_{\text{soll}}}{ds} = \Omega^x (x_0 \Delta x + y_0 \Delta y) + U \Delta x \quad 4.10$$

Hierbei sind die Koordinaten auf den Mittelpunkt 0 bezogen, ferner bezeichnet Ω^x die Winkelgeschwindigkeit der Dreh- und U die Transversalgeschwindigkeit der Vertikalbewegung.

Die Geschwindigkeit U kann bestimmt werden aus der Forderung, dass die Verdrängung konstant bleiben muss, mit anderen Worten aus der Forderung, dass der Sollwert der Stromfunktion an den Endpunkt des ungespiegelten Profiles ebenso gross sein muss wie an dem Anfangspunkt

$$\frac{\Omega^x}{2} (x_{\text{END}}^2 + y_{\text{END}}^2 - (x_{\text{Anf}}^2 + y_{\text{Anf}}^2)) + U (x_{\text{END}} - x_{\text{Anf}}) = 0 \quad 5.10$$

oder, da die beiden y-Werte identisch sind,

$$\frac{\Omega^x}{2} (x_{\text{END}} + x_{\text{Anf}}) = -U \quad 6.10$$

Das ist einfach und selbstverständlich resultiert für ein sich um den Mittelpunkt drehendes doppeltsymmetrisches Profil die Vertikalgeschwindigkeit Null.

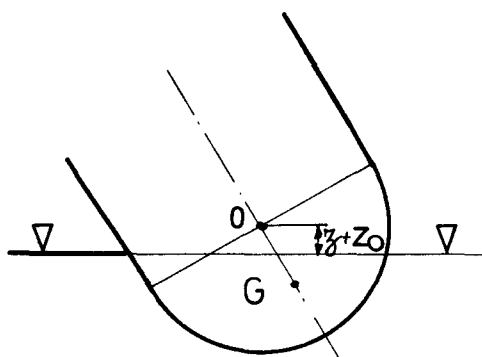
Alles andere bleibt dann gegenüber oben unverändert. Die Intensität der gesamten Quellbelegung bleibt Null wie in 11.6. Die Energieabstrahlung, die daraus resultierende quasi-lineare Rolldämpfung sowie die Trägheitskräfte können berechnet werden.

11. Kopplung zwischen Roll- und Tauchschwingung

Das Gleichgewicht der Kräfte in vertikaler Richtung an dem frei schwimmenden Körper wurde in 10. nicht in Rechnung gestellt. Es wurde vielmehr eine Zwangsführung in vertikaler Richtung vorausgesetzt. Nun wird diese Zwangsführung fallengelassen, es wird ein frei schwimmender Körper vorausgesetzt. Das Gleichgewicht der Kräfte in vertikaler Richtung muss erfüllt werden und aus dieser Bedingung wird die Bewegungsgleichung für die gekoppelte Tauchschwingung resultieren.

Es wird nun zu der oben berechneten Verschiebung ζ in vertikaler Richtung des Mittelpunktes O die noch unbekannt Tauchbewegung Z_0 addiert, wobei sich auch diese Bewegung auf den Punkt O beziehen soll. Da sich durch die gleichzeitige Drehung

des Profils die Distanz in lotrechter Richtung zwischen O und dem Gewichtsschwerpunkt G ändert, resultiert eine gesamte Verschiebung des Gewichtsschwerpunktes in lotrechter Richtung von



$$\zeta + Z_0 + \overline{OG} (1 - \cos \varphi) \quad 1.11$$

wobei \overline{OG} positiv einzusetzen ist, wenn G unter O liegt. Daraus resultiert die Beschleunigung von G in lotrechter Richtung

$$\ddot{\zeta} + \ddot{Z}_0 + \overline{OG} (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \quad 2.11$$

und durch Multiplizieren dieser Beschleunigung mit der Masse m des Körpers die Trägheitskraft.

Ausser dieser Trägheitskraft existieren in vertikaler Richtung eine hydrostatische Kraft sowie hydrodynamische Kräfte. Die hydrostatische Kraft ist die Folge einer Verdrängungsänderung. Eine Änderung wird nur durch die Verschiebung z_0 verursacht. Als hydrostatische Kraft wird hier wie im linearen Fall benutzt

$$\rho g B z_0$$

3.11

wobei mit B die Breite in der Wasserlinie des aufrecht schwimmenden Profils gemeint ist. Dies ist natürlich nicht genau, da die hydrostatische Kraft des gekrängten Profils grösser ist und es könnte eingewandt werden, dass man, wenn man schon nichtlineare Effekte erfassen will, auch den eben erwähnten nichtlinearen Effekt auf die hydrostatische Kraft erfassen muss. Gegen diesen Einwand kann jedoch ins Feld geführt werden, dass die Tauchbewegung z_0 in jedem Fall klein bleiben wird und nichtlineare Terme, die durch Multiplikation mit z_0 oder den Ableitungen von z_0 entstehen, daher vernachlässigt werden können. Das heisst in bezug auf z_0 darf und soll linear gerechnet werden.

Das gilt auch für die hydrodynamischen Kräfte. Hierfür wird eingesetzt wie im nichtlinearen Fall eine aus Trägheits- und Dämpfungs-Komponente bestehende Kraft

$$m''_{ZZ} \ddot{z}_0 + B_{ZZ} \dot{z}_0$$

4.11

sowie die oben für das zwangsgeführte Profil berechnete (hydrodynamische) Trägheitskraft F_v .

Das sind alles Kräfte in vertikaler Richtung und es kann daher nun die Bewegungsgleichung für die gekoppelte Tauchschwingung formuliert werden:

$$(m + m''_{ZZ}) \ddot{z}_0 + B_{ZZ} \dot{z}_0 + \rho g B z_0 = -F_v - m(\ddot{\gamma} + OG(\ddot{\phi} \sin \varphi + \dot{\phi}^2 \cos \varphi)) \quad 5.11$$

Die linke Seite ist linear und bekannt; die rechte Seite stellt die Erregung durch die primäre Rollbewegung dar. Wenn die Rollbewegung gegeben ist und wenn F_v und ζ aus der Behandlung des zwangsgeführten Profils bekannt sind, ist in dieser Bewegungsgleichung nur noch z_0 unbekannt. z_0 kann also bestimmt werden. Die gesamte Bewegung des Punktes O beträgt $(\zeta + z_0)$. Für eine harmonische Rollschwingung sind alle Glieder der rechts stehenden erregenden Kraft periodisch mit der doppelten Frequenz. Diese Kraft muss analysiert werden in harmonische Komponente mit den Kreisfrequenzen

$$2, 4, 6 \omega \quad \text{usw.} \qquad 6.11$$

und daraus resultieren für die zusätzliche Bewegung z_0 , in bezug auf die die Gleichung linear ist, harmonische Komponenten mit den gleichen Frequenzen.

Für ein doppeltsymmetrisches Profil fällt auf der rechten Seite nur ζ weg; es gibt also auch hierfür eine Kopplung zwischen den beiden Bewegungen.

12. Ergebnisse

Das beschriebene Berechnungsverfahren wurde programmiert. Ergebnisse werden für 2 Profilmfamilien mit je 3 Varianten der Überwasserform mitgeteilt.

Die Unterwasserformen der 2 Profilmfamilien sind Lewisformen mit den Parametern

$$\text{Völligkeit } \beta = 0.95 \quad \text{und} \quad 0.6$$

$$\text{Breite}/(2 \times \text{Tiefgang}) = H = 3.0, 2.0, 1.0, 0.5 \text{ und } 0.2$$

(Abb.2)

Die 3 Varianten für die Überwasserform, die bei Schwingungen mit grossen Amplituden von Bedeutung sind, sind gekennzeichnet durch (Abb.3)

- a) eine Spiegelung der Unterwasserform an der Wasseroberfläche im Ruhezustand, wodurch doppeltsymmetrische Formen erzeugt werden,

b) lotrechte Seitenwände

c) lotrechte Seitenwände mit einer stufenförmigen Verbreiterung um 10% in einer Höhe von 10% der Breite B über der Glattwasser Oberfläche (Profile mit Balkon)

Insgesamt handelt es sich also um Ergebnisse für $2 \times 5 \times 3 = 30$ Profilformen. Für jede dieser Formen werden Ergebnisse für 4 Rollamplituden mitgeteilt, für

$$0^\circ, 10^\circ, 20^\circ \text{ und } 30^\circ$$

Die Ergebnisse für 0° Rollamplitude sind identisch mit den bekannten Ergebnissen /1 bis 3/, denen eine Linearisierung des Problems zugrunde liegt. Sie sind selbstverständlich nicht von der Überwasserform abhängig und werden hier nur mitgeteilt, um den Einfluss der nichtlinearen Effekte, die bei den anderen Rollamplituden mitspielen, besser erkennen und beurteilen zu können.

Die beigefügten Tabellen enthalten in den

Spalten 1 bis 3 die Eingangsdaten H , β und Rollamplitude φ

Spalten 4 und 5 den Koeffizienten des fiktiven Amplitudenverhältnisses K_A . Mittels dieses Koeffizienten kann nach 10.8 das Amplitudenverhältnis und dann nach 8.8 der Koeffizient des quasilinearen Dämpfungsmomentes 5,8 abgeschätzt werden. Erfasst sind in Spalte 4 die 1. + 3. Ordnung, in Spalte 5 die 1. + 3. + 5. Ordnung der abgestrahlten Oberflächenwellen. Die Berechnung wurde bis zur 7. Ordnung geführt, die Genauigkeit ist vermutlich für die 7. Ordnung nicht mehr ausreichend. Für 0° Rollamplitude ist eingeklammert der Wert $K_A \cdot H^3$ hinzugefügt; dieser Wert ist einer Gegenüberstellung der Dämpfungseigenschaften verschiedener Profile dienlicher, da, wenn dieser Wert benutzt wird, in 8.8. und 10.8. die halbe Breite $B/2$ durch den Tiefgang ersetzt werden kann.

Spalten 6 und 7 Koeffizienten des hydrodynamischen Trägheitsmomentes (bezogen auf den Punkt O). Und zwar berechnet sich für die harmonische Rollschwingung

$$\varphi_A \cos(\omega t)$$

das Trägheitsmoment nach der Formel

$$-\varphi_A \omega^2 \rho \frac{\pi}{8} T^4 [K_6 \cos(\omega t) + K_7 \cos(3\omega t) + \dots]$$

wobei K_6 und K_7 die angegebenen Koeffizienten sind. K_6 ist gleichzeitig der Koeffizient des hydrodynamischen Massenträgheitsmomentes

$$K_6 = \frac{J''}{\rho \frac{\pi}{8} T^4}$$

dimensionslos gemacht mittels des Tiefganges T

Spalten 8 und 9 Koeffizienten der hydrodynamischen Horizontalkraft

$$-\varphi_A \omega^2 \rho \frac{\pi}{8} T^3 [K_8 \cos(\omega t) + K_9 \cos(3\omega t) + \dots]$$

K_6/K_8 bzw. K_7/K_9 können als Hebelarme der resultierenden hydrodynamischen Horizontalkraft bezogen auf den Punkt O angesehen werden. Positive Werte dieser Hebelarme bedeuten, dass die entsprechende Komponente der resultierenden Kraft über O liegt.

Spalten 10 und 11 Koeffizienten der hydrodynamischen Vertikalkraft, die in gleicher Weise dimensionslos gemacht sind, wie die Koeffizienten der Horizontalkraft.

$$-\varphi_A \omega^2 \rho \frac{\pi}{8} T^3 [K_{10} \cos(2\omega t) + K_{11} \cos(4\omega t) + \dots]$$

Positives Vorzeichen der Koeffizienten bedeutet, dass die entsprechenden Komponenten nach oben gerichtet sind.

Spalten 11 und 12 die Koeffizienten der statischen Verschiebung des Profils in vertikaler Richtung, dimensionslos gemacht durch den Tiefgang. Es gilt

$$\zeta = T [K_{12} \cos(2\omega t) + K_{13} \cos(4\omega t) + \dots]$$

(siehe Seite 31).

Positives Vorzeichen bedeutet Verschiebung nach oben. Für doppeltsymmetrische Profile gibt es keine statische Verschiebung.

In den Spalten 10 bis 13 handelt es sich um die Komponenten 2. und 4. Ordnung, wie es auch den Kreisfunktionen zu entnehmen ist.

13. Diskussion der Ergebnisse

Die nichtlinearen Effekte auf das Trägheitsmoment und die Horizontalkraft (Spalten 6 bis 9) sind kaum interessant. Erstens sind diese Einflüsse nicht gross und zweitens haben sie nur eine geringfügige Verschiebung der Eigenschwingungszahl (der Rollschwingung) sowie eine geringe Verzerrung des harmonischen Verlaufes zur Folge.

Am interessantesten sind sicher die nichtlinearen Einflüsse auf das Amplitudenverhältnis und damit auf das Dämpfungsmoment sowie auf die Spitze von Rollresonanzschwingungen (Spalten 4 und 5). Diese Einflüsse sind zum Teil gross, zumal der mitgeteilte Koeffizient mit der zweiten Potenz in das Dämpfungsmoment eingeht. Wenn z.B. für das Profil $H=3.0$ und $\beta=0.6$ mit Balken der Koeffizient von 0,81 im linearen Fall bis auf 4,7 bei 30° Rollamplitude anwächst, heisst das, dass der Faktor $B_{\varphi\varphi}$ des Dämpfungsmomentes um den Faktor 33 wächst.

Zu bemerken ist ferner, dass die nichtlinearen Effekte klein sind für schmale Profile mit $H=0,2$ und $H=0,5$, dagegen gross für breite Profile mit $H=2,0$ und $3,0$. Das ist leicht zu erklären, denn für die erstgenannten Profile spielt sich die Lagenänderung weit unter Wasser ab, für die letztgenannten Profile dagegen hauptsächlich im Bereich der Wasserlinie.

Bei der Beurteilung der Koeffizienten des Amplitudenverhältnisses sollte beachtet werden, dass in der Formel für das Dämpfungsmoment die Profilbreite mit der 4. Potenz steht. Das heisst, dass an einem Schiff die breiten Spantprofile in dem mittleren Bereich des Schiffes mehr zur Dämpfung

beitragen als die schmalen Profile im Vorschiff. Daher ist (nur) für 0° Rollamplitude der Koeffizient des Amplitudenverhältnisses mit H^3 multipliziert. Diese Produkte oder richtiger, die Quadrate dieser Produkte, zeigen, wie - bei gleichem Absolutwert der Kreisfrequenz - das Dämpfungsmoment mit abnehmendem Verhältnis H abnimmt, wobei ausserdem vorausgesetzt ist, dass der Tiefgang aller Profile gleich gross ist (siehe Abb.2).

14. Beurteilung der Gültigkeit für $\omega \neq 0$

In der Einleitung wurde unter Hinweis auf die bekannten linearen Lösungen die Vermutung ausgesprochen, dass die Lösungen für $\omega = 0$ auch noch für den praktisch interessierenden Frequenzbereich brauchbar bleiben. Hierfür ist nun, nachdem Ergebnisse vorliegen, eine erste Beurteilung möglich.

Ebenfalls noch in der Einleitung auf den Seiten 2 und 3 ist ausgeführt, dass von den verschiedenen Nichtlinearitäten nur die nichtlineare Bedingung für die freie Wasseroberfläche in der folgenden Arbeit ^{nicht} erfüllt wird, dass stattdessen die Bedingung 4.1. erfüllt wird. Nur darin besteht die Anpassung an den Grenzfall $\omega = 0$, dass anstelle der nichtlinearen Bedingung für die freie Wasseroberfläche die Bedingung 4.1. erfüllt wird.

Die Bedingung 4.1. bedeutet, dass die freie Wasseroberfläche eben bleibt. Andererseits wurden abwandernde Oberflächenwellen berechnet. Dies ermöglicht nun z.B. die Wellenschräge der berechneten abwandernden Oberflächenwellen zu bestimmen und danach zu beurteilen, wieweit die Bedingung 4.1. wohl erlaubt ist.

Die Amplitude der Oberflächenwelle kann aus dem Amplitudenverhältnis \bar{A}

$$\zeta_A = \bar{A} \cdot \frac{B}{2} \cdot \varphi_A = K_A \cdot \left(\frac{B \omega^2}{2g} \right)^2 \cdot \frac{B}{2} \varphi_A \quad 14.1$$

die Wellenlänge aus der Kreisfrequenz bestimmt werden

$$\lambda = 2\pi \frac{g}{\omega^2} \quad 14.2$$

Daraus resultiert die Schräge der abwandernden Oberflächenwelle

$$2\pi \frac{\zeta_A}{\lambda} = K_A \left(\frac{B}{2} \frac{\omega^2}{g} \right)^3 \varphi_A \quad 14.3$$

Das ist z.B. für das doppeltsymmetrische Profil $H=2.0$, $BETA=0,6$ und die Rollamplitude 30° maximal

$$8,43 \cdot \left(\frac{B}{2} \frac{\omega^2}{g} \right)^3 \cdot 0,524$$

und für den Frequenzparameter 0.2

$$0.0353$$

oder 2° . Das ist noch eine kleine Wellenschräge und das lässt vermuten, dass die erarbeitete Lösung noch bis zu diesem Frequenzparameter, der den praktisch interessierenden Bereich nach oben abgrenzen dürfte, brauchbar bleibt. Allerdings darf nicht unerwähnt bleiben, dass ein fiktives Amplitudenverhältnis benutzt ist, das Oberwellen mit kürzeren Wellenlängen mit einschliesst. Trotzdem wird es dabei bleiben können, dass die Lösungen in dem interessierenden Frequenzbereich brauchbar bleiben. Wenn genaue Aussagen für erforderlich gehalten werden, müsste die einfache Bedingung 4.1. aufgegeben und müssten umfangreiche Untersuchungen angestellt werden.

Für andere Profile als das oben gewählte fällt die Abschätzung noch günstiger aus. Zwar ist der Koeffizient K_A des Amplitudenverhältnisses für Profile mit kleinem H viel grösser, aber für solche Profile sind die interessierenden Frequenzparameter viel kleiner, so dass insgesamt die Abschätzung günstiger ausfällt.

15. Gegenüberstellung der Rolldämpfungen, die einerseits durch abgestrahlte Oberflächenwellen, andererseits durch Schlingerkiele verursacht sind

Die theoretisch berechenbare Dämpfung, die mit der Dissipation von Energie durch abgestrahlte Oberflächenwellen verbunden ist, bleibt bei kleinen Rollamplituden so klein, dass sie gegenüber der theoretisch nicht berechenbaren Dämpfung durch Schlingerkiele vernachlässigt werden kann. Es interessiert, ob das auch noch für Rollschwingungen mit grossen Amplituden gilt.

In der folgenden Gegenüberstellung der Dämpfungen wird für die durch Schlingerkiele verursachte Dämpfung eine Abschätzung benutzt, die sich auf Veröffentlichungen stützt (siehe CI). Danach beträgt der Koeffizient des durch 2 Schlingerkiele an einem Profil erzeugten Dämpfungsmomentes

$$B_{\varphi\varphi\text{Kiele}} = \frac{8}{3\pi} \rho b J^2 r^3 \cdot c_D \omega \varphi_A \quad 15.1$$

Da dieses Moment nichtlinear ist, wächst dieser Koeffizient mit der Rollamplitude. Ausserdem bedeuten:

- b die Höhe eines Schlingerkiele
- r den Abstand des Schlingerkiele von dem "Drehpunkt der Rollschwingung"
- $\left. \begin{matrix} J \\ c_D \end{matrix} \right\}$ Koeffizienten (siehe CI)

Der entsprechende Koeffizient des theoretisch berechneten, durch abgestrahlte Oberflächenwellen verursachten Dämpfungsmomentes für das Profil ohne Schlingerkiele beträgt (siehe 8.8 und 10.8)

$$B_{\varphi\varphi\text{Welle}} = \frac{\rho g^2}{\omega^3} \frac{B^2}{4} K_A^2 \cdot \left(\frac{B}{2} \frac{\omega^2}{g} \right)^4 \quad 15.2$$

wobei K_A in hohem Masse von der Amplitude der Rollschwingung abhängt. Für diese Gegenüberstellung müssten noch die Kopp-

lungen mit der Quer- und Tauchschwingung berücksichtigt werden. Diese Kopplungen sind hier vernachlässigt, da nur ein Eindruck von den Grössenordnungen gewonnen werden soll.

Natürlich wirken an einem Profil mit Schlingerkielen beide Dämpfungen zusammen. Um einen Eindruck von der Bedeutung der beiden Beiträge zu bekommen, wird das Verhältnis gebildet

$$\frac{B_{\varphi\varphi\text{Wellen}}}{B_{\varphi\varphi\text{Kiele}}} = \frac{K_A^2 \left(\frac{B}{2} \frac{\omega}{g}\right)^2}{\frac{128}{3\pi} \frac{b}{B} \frac{r^3}{B^3} J^2 \cdot C_D \varphi_A} \quad 15.3$$

Die beiden Koeffizienten sind in der Abb. 4 über der Rollamplitude φ_A aufgetragen für 2 breite Profile

$$H=2.0, \quad \text{Beta}=0.95 \quad \text{und} \quad 0.60$$

wobei ausserdem folgende Daten gewählt sind:

$$\frac{b}{B} = 0.05 \quad \text{für die Höhe der Schlingerkielen}$$

$$\frac{r}{B} = 0.5 \quad \text{für den Abstand vom "Drehpunkt" der Rollbewegung}$$

$$J = 2$$

$$C_D = f(\varphi_A) \quad (\text{siehe C I})$$

$$\frac{B}{2} \cdot \frac{\omega^2}{g} = 0.15$$

Die Abb. 4 zeigt, dass etwa für den Resonanzfall die Dämpfung durch Schlingerkielen in dem Bereich von etwa 10 bis 30° Rollamplitude immer grösser ist als die Dämpfung durch abgestrahlte Wellen, dass aber für das Profil Beta=0,60 die letztere Dämpfung bei 30° Amplitude nahezu die Dämpfung durch Schlingerkielen erreicht.

16. Bedeutung der Kopplung zwischen Roll- und Tauchschwingung

Welche Bedeutung dieser Kopplung zukommt, wird an einem einfachen Beispiel demonstriert. Hierfür wird das Profil $H=2.0$, $\beta=0.6$ mit vertikalen Seitenwänden und eine Rollamplitude von 30° gewählt.

Bestimmend für diese Kopplung ist die Bewegungsgleichung 5.11. Zunächst wird die auf der rechten Seite dieser Gleichung stehende erregende Vertikalkraft diskutiert. Es werden nur die Kräfte 2. Ordnung diskutiert, die viel kleineren Kräfte 4. Ordnung werden ausser acht gelassen.

Das erste Glied stellt die aus der Rollschwingung resultierende hydrodynamische Vertikalkraft dar, deren Koeffizienten den Spalten 10 und 11 der Tabellen zu entnehmen sind.

$$F_v = 1,29 \cdot \varphi_A \omega^2 \rho \frac{\pi}{8} T^3 \cos(2\omega t) \quad 16.1$$

Das zweite Glied stellt die Trägheitskraft dar, die aus der statischen Verschiebung des Körpers in vertikaler Richtung (Spalten 12 und 13) resultiert

$$m \ddot{z} = m 0,058 T (2\omega)^2 \cos(2\omega t) \quad 16.2$$

Die beiden letzten Glieder stellen die Trägheitskraft dar, die aus der zusätzlichen Verschiebung des Gewichtsschwerpunktes in vertikaler Richtung resultiert

$$m \overline{OG} (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \approx m \overline{OG} \varphi_A^2 \omega^2 \cos(2\omega t) \quad 16.3$$

Die gesamte erregende Kraft folgt aus der Summe dieser Glieder, d.i. für das gewählte Beispiel

$$\rho \omega^2 T^2 (0,821 T + 1,1 OG) \cos(2\omega t) \quad 16.4$$

Um die Bewegungsgleichung 5.11. einfach lösen zu können und um eine möglichst starke Kopplung zu behandeln, wird für die Tauchschwingung Resonanz vorausgesetzt, d.h. es wird vorausgesetzt, dass die Eigenfrequenz der Tauchschwingung gerade doppelt so gross ist wie die Eigenfrequenz der Rollschwingung. Das wird in vielen Fällen annähernd zutreffen. Dann bleibt auf der linken Seite der Bewegungsgleichung 5.11. nur das Dämpfungsglied

$$B_{zz} \cdot \dot{z}_0 \quad 16.5$$

Der Frequenzparameter ist für die gekoppelte Tauchschwingung viermal so gross wie für die Rollschwingung. Für einen gegebenen Frequenzparameter und ein gegebenes Profil ist der Koeffizient B_{zz} bekannt. Hier wird er jedoch roh abgeschätzt zu

$$B_{zz} \approx 2 \rho \omega B^2 = 32 \rho \omega T^2 \quad 16.6$$

Aus 16.4 bis 16.6 resultiert die Amplitude der Tauchbewegung

$$0.0128 T + 0.0172 \overline{OG} \quad 16.7$$

Die Kopplung ist also selbst für eine Rollamplitude von 30° und für Resonanz sehr schwach. Das sagt aber noch nicht genügend aus über die Energiedissipation.

Durch die Rollschwingung wird die folgende Leistung abgestrahlt

$$\frac{1}{2} B_{\varphi\varphi} \dot{\varphi}_A^2 \quad 16.8$$

und durch die Tauchschwingung

$$\frac{1}{2} B_{zz} \dot{z}_{0A}^2 \quad 16.9$$

Die Leistungen sind zu addieren, da es sich um Energie handelt, die durch Oberflächenwellen verschiedener Frequenzen und Wellenlängen abgestrahlt wird. Hier interessiert, wie gross der Beitrag 16.9 der Tauchschwingung und wie gross der Beitrag 16.8 der Rollschwingung ist. Deshalb wird das Verhältnis der beiden Leistungen gebildet

$$\frac{B_{zz} \cdot \dot{z}_{0A}^2}{B_{\varphi\varphi} \cdot \dot{\varphi}_A^2} = 4 \frac{B_{zz} \cdot z_{0A}^2}{B_{\varphi\varphi} \cdot \varphi_A^2} = \quad 16.10$$

B_{zz} steht in 16.6 und $B_{\varphi\varphi}$ in 8.8 bis 10.8. Man erhält für das Beispiel

$$= \frac{512}{K_A^2} \frac{1}{H^2} \left(\frac{2g}{B\omega^2} \right)^2 \frac{z_{0A}^2}{B^2 \cdot \varphi_A^2} = 1,36 \cdot \left(\frac{2g}{B\omega^2} \right)^2 \cdot (0,0128 + 0,0172 \frac{\overline{OG}}{T})^2 \quad 16.11$$

Für einen Frequenzparameter von 0.15 und für $\overline{OG}=0$ beträgt dieses Verhältnis rund 0.01, d.h. der Beitrag der gekoppelten Tauchschwingung zu dem Energieverlust durch abwandernde Oberflächenwellen beträgt in diesem Fall nur rund 1 % des direkten Beitrages der Rollschwingung. Da für dieses Beispiel ein relativ grosser Kopplungseffekt erwartet wurde, bedeutet dieses Ergebnis, dass der nichtlinearen Kopplung zwischen Roll- und Tauchschwingung keine nennenswerte Bedeutung zukommt.

17. Abschliessende Bemerkungen zu der theoretischen Bearbeitung der nichtlinearen Effekte

Von praktischer Bedeutung werden nur die Auswirkungen dieser Effekte auf das Dämpfungsmoment sein. Diese Auswirkungen, die den Spalten 4 und 5 der Tabellen entnommen werden können, sind allerdings gross, zumal für die Beurteilung dieser Auswirkungen die Quadrate der in den Tabellen mitgeteilten Faktoren massgebend sind.

Den Auswirkungen auf alle anderen Momente und Kräfte wird kaum eine praktische Bedeutung zukommen.

Die bedeutende Vergrößerung des Dämpfungsmomentes mit zunehmender Rollamplitude ist sehr erwünscht, weil dies von grossem Einfluss auf die Höhe der Rollresonanzspitze ist.

Verwendung werden diese Ergebnisse finden können bei Studien über die maximal möglichen Rollwinkel, über die Kentersicherheit, über die Torsionsbelastungen u.ä.

Natürlich könnte die Bearbeitung weitergeführt werden, und zwar in Richtung auf Berücksichtigung endlicher Frequenzen, auf Anwendungen für Schiffe endlicher Länge u.ä. Zunächst sollte jedoch ein Urteil gefunden werden, inwieweit eine solche Weiterführung notwendig ist.

Die wiedergegebenen Tabellen enthalten nur Ergebnisse für einige Profile. Am Institut für Schiffbau der Universität Hamburg liegt das Rechenprogramm vor, das für weitere derartige Berechnungen zur Verfügung steht.

18. Dank.

Für die Ausarbeitung der Rechenprogramme danke ich meinen Mitarbeiterinnen Frau Dr. Kirsch und Frau Zninski.

19. Literatur.

- /1/ O. Grim: Die Schwingungen von schwimmenden zweidimensionalen Körpern, HSVA-Bericht Nr. 1090.
- /2/ O. Grim: Die hydrodynamischen Kräfte beim Rollversuch, Schiffstechnik Bd.3, 1955/56
- /3/ K. Tamura: The Calculation of Hydrodynamical Forces and Moments acting on the twodimensional Body according to Grim's Theory, Journal of Seibn Zosen Kai No.26, Sept. 1963
- /4/ O. Grim und P. Schenzle: Berechnung der Torsionsbelastung eines Schiffes im Seegang, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr. 236 u. 237, 1969

Doppelsymmetrische Profile

Tabelle 1

1	2	3	4		5	6	7	8		9	10		11	12		13
			Amplitudenverhältnis					Moment			Horizontal Kraft			Vertikal Kraft		
Profil		Rollamplitude φ_A	1.+ 3.	1.+ 3.+ 5.	1.	3.	1.	3.	1.	3.	2.	4.	2.	4.		
H=B/2T	$\beta=A/BT$															
3.0	0.60	0° Linear	0.81	(22.2)	60.9	0	13.49	0	0	0	0	0	0	0		
		10°	2.67	4.24	34.1	0.16	5.65	-3.45	-3.09	-1.05						
		20°	3.86	7.68	36.1	5.34	0.38	-8.32	-6.09	-1.38						
		30°	4.57	10.01	38.9	7.09	-3.48	-12.83	-6.08	-1.21						
2.0	0.60	0° Linear	0.82	(6.65)	9.85	0	5.38	0	0	0	0	0	0	0		
		10°	2.15	2.74	5.58	-0.53	3.05	-0.73	-0.28	-0.19						
		20°	3.53	5.94	5.14	0.16	1.10	-1.77	-0.96	-0.31						
		30°	4.34	8.43	5.51	0.57	-0.26	-2.80	-1.11	-0.28						
1.0	0.60	0° Linear	0.36	(0.36)	0.21	0	0.34	0	0	0	0	0	0	0		
		10°	0.86	0.89	0.16	-0.01	0.16	-0.04	0.03	0						
		20°	2.06	2.50	0.14	0	-0.09	-0.10	0.04	-0.01						
		30°	2.91	4.32	0.16	0.01	-0.29	-0.13	0.07	-0.01						
0.5	0.60	0° Linear	4.30	(0.538)	0.41	0	-1.03	0	0	0	0	0	0	0		
		10°	4.30	4.30	0.40	0	-1.01	0.01	0.15	-0.01						
		20°	4.33	4.33	0.41	0	-1.00	0.04	0.30	-0.02						
		30°	4.69	4.70	0.41	0	-0.99	0.09	0.44	-0.04						
0.2	0.60	0° Linear	83.8	(0.67)	0.70	0	-1.51	0	0	0	0	0	0	0		
		10°	83.8	83.8	0.70	-0.01	-1.46	0.02	0.22	-0.01						
		20°	84.5	84.5	0.70	0	-1.45	0.05	0.45	-0.03						
		30°	90.9	90.9	0.70	0	-1.44	0.12	0.66	-0.05						

Profile mit lotrechten Seitenwänden

Tabelle 3

1	2	3	4		5	6	7	8		9	10	11	12	13
			Amplitudenverhältnis					Horizontal Kraft						
H = B/2T	$\beta = A/BT$	Rollamplitude φ_A	1.+3.	1.+3.+5.	Moment	1.	3.	1.	3.	2.	4.	2.	4.	
			3.0	0.6				0° Linear	0.81					
10°	1.65	2.13			32.4	-5.1		8.62	-0.66		2.14	-0.56	0.013	0
20°	2.25	4.16			20.0	-6.1		6.16	-0.77		4.20	-1.59	0.059	-0.002
30°	2.65	5.56			14.8	-6.7		4.36	-0.77		6.08	-2.79	0.125	-0.004
2.0	0.6	0° Linear	0.82		9.85	0		5.38	0		0		0	0
		10°	1.37	1.47	6.16	-0.81		3.88	-0.26		0.42	-0.10	0.005	0.001
		20°	2.05	3.17	3.93	-1.02		2.86	-0.37		0.86	-0.29	0.027	0
		30°	2.51	4.63	2.89	-1.10		2.11	-0.66		1.29	-0.52	0.058	-0.002
1.0	0.6	0° Linear	0.36		0.21	0		0.34	0		0		0	0
		10°	0.54	0.54	0.17	-0.01		0.23	-0.02		0.04	0	0	0
		20°	1.15	1.32	0.13	-0.01		0.08	-0.05		0.10	-0.01	0.004	0
		30°	1.65	2.34	0.12	-0.01		-0.05	-0.06		0.16	-0.01	0.015	0.001
0.5	0.6	0° Linear	4.30		0.41	0		-1.03	0		0		0	0
		10°	4.30	4.30	0.41	0		-1.00	0.01		0.15	-0.01	0	0
		20°	4.33	4.33	0.41	0		-1.00	0.04		0.30	-0.02	0	0
		30°	4.68	4.70	0.41	0		-1.00	0.09		0.44	-0.04	0.002	0.001
0.2	0.6	0° Linear	83.8		0.70	0		-1.51	0		0		0	0
		10°	83.8	83.8	0.70	-0.03		-1.47	0.01		0.22	-0.01	0	0
		20°	84.5	84.5	0.70	-0.01		-1.47	0.07		0.44	-0.02	0	0
		30°	91.0	91.0	0.70	-0.01		-1.44	0.14		0.66	-0.04	0	0

Profile mit lotrechten Seitenwänden

Tabelle 4

1	2	3	4		6	7		8		9	10		12	13
			Amplitudenverhältnis			Moment		Horizontal Kraft			Vertikal Kraft			
H=B/2T	Profil	Rollamplitude Ψ_A	1.+3.	1.+3.+5.	1.	3.	1.	3.	1.	3.	2.	4.	2.	4.
3.0	0.95	0° Linear	0.73		46.5	0	11.39	0	0	0	0	0	0	0
		10°	0.74	0.76	45.9	-0.39	9.48	-0.04	2.59	-0.19	0	0	0	0
		20°	0.96	1.00	39.1	-2.84	7.70	-0.01	5.14	-0.53	0.004	0.004	0.004	0.004
		30°	1.99	2.06	23.7	-8.02	4.39	-0.27	6.80	-1.43	0.053	0.011	0.011	0.011
2.0	0.95	0° Linear	0.60		6.60	0	3.32	0	0	0	0	0	0	0
		10°	0.60	0.61	6.63	0.01	3.01	0.03	0.48	-0.04	0	0	0	0
		20°	0.60	0.61	6.78	0.03	2.77	0.09	1.03	-0.08	0	0	0	0
		30°	0.76	1.01	6.23	-0.35	2.06	0.06	1.64	-0.14	0.008	0.003	0.003	0.003
1.0	0.95	0° Linear	0.64		0.41	0	-0.99	0	0	0	0	0	0	0
		10°	0.64	0.64	0.39	0	-0.88	0.01	0.08	-0.01	0	0	0	0
		20°	0.91	0.91	0.35	-0.02	-0.79	0.06	0.12	-0.02	0	0	0	0
		30°	1.63	1.63	0.29	-0.03	-0.62	0.14	0.14	-0.03	0	0	0	0
0.5	0.95	0° Linear	8.45		0.69	0	-1.75	0	0	0	0	0	0	0
		10°	8.36	8.42	0.69	0	-1.64	0	0.15	-0.01	0	0	0	0
		20°	8.73	8.73	0.67	-0.01	-1.60	0.04	0.27	-0.02	0	0	0	0
		30°	10.36	10.37	0.64	-0.02	-1.48	0.105	0.37	-0.04	0	0	0	0
0.2	0.95	0° Linear	110		0.83	0	-1.80	0	0	0	0	0	0	0
		10°	110	110	0.82	0	-1.73	0	0.21	-0.01	0	0	0	0
		20°	111	111	0.83	0	-1.71	0.85	0.42	-0.03	0	0	0	0
		30°	121	121	0.83	-0.01	-1.66	0.11	0.61	-0.05	0	0	0	0

Profile mit Balkon

Tabelle 5

1	2	3	4		5	6		7	8		9	10		11	12		13
			Amplitudenverhältnis			Moment			Horizontal Kraft			Vertikal Kraft			Statische Verschieb.		
H=B/2T	Profil	Rollamplitude Ψ_A	1.+3.	1.+3.+5.	1.+3.+5.	1.	3.	1.	3.	1.	3.	2.	4.	2.	4.		
			1.+3.+5.			1.										1.	
3.0	0.60	0° Linear	0.81			60.9	0			13.49	0			0		0	
		10°	1.26	1.59		40.5	-4.9			10.5	-0.45			1.81	-0.22		0.023
		20°	2.05	3.23		29.3	-11.7			7.9	-1.35			4.83	0.94		0.080
		30°	2.44	4.66		24.2	-14.7			6.2	-1.59			7.11	-1.83		0.159
2.0	0.60	0° Linear	0.82			9.85	0			5.38	0			0		0	
		10°	0.97	0.98		8.00	-0.66			4.60	-0.14			0.28	0.01		0.010
		20°	1.78	2.16		5.86	-2.01			3.51	-0.54			1.02	-0.10		0.040
		30°	2.23	3.53		4.84	-2.52			2.80	-0.68			1.59	-0.25		0.080
1.0	0.60	0° Linear	0.36			0.21	0			0.34	0			0		0	
		10°	0.55	0.73		0.26	0			0.37	0			0.03	0.01		0.003
		20°	0.73	1.18		0.24	-0.06			0.22	-0.07			0.12	0.01		0.012
		30°	1.18	1.32		0.23	-0.08			0.09	-0.09			0.20	0.02		0.026
0.5	0.60	0° Linear	4.30			0.41	0			-1.03	0			0		0	
		10°	4.42	4.50		0.39	0			-0.98	0.01			0.16	-0.01		0.001
		20°	4.42	5.05		0.40	0			-0.97	0.03			0.30	-0.02		0.004
		30°	4.98	5.44		0.40	0			-0.96	0.08			0.45	-0.03		0.008
0.2	0.60	0° Linear	83.8			0.70	0			-1.51	0			0		0	
		10°	83	83.6		0.69	0			1.46	0.01			0.23	-0.01		0.001
		20°	84.5	84.7		0.69	-0.01			-1.46	0.06			0.44	-0.02		0.001
		30°	91.5	91.6		0.69	-0.08			-1.44	0.13			0.66	-0.04		0.003

Profile mit Balken

Tabelle 6

1	2	3	4		5	6		7	8		9	10		11	12		13
			Amplitudenverhältnis			Moment			Horizontal Kraft			Vertikal Kraft			Statische Verschieb.		
H=B/2T	Profil	Rollamplitude Ψ_A	1.+3.	1.+3.+5.	1.	3.	1.	3.	1.	3.	1.	3.	2.	4.	2.	4.	
3.0	0.95	0° Linear	0.73		46.5	0	11.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		10°	0.80	1.12	55.3	0.9	12.85	0.66	2.91	0.03	0.009	0.001					
		20°	0.98	2.12	49.6	-7.3	11.35	-0.20	6.20	0.01	0.024	-0.005					
		30°	1.72	2.99	31.1	-15.8	7.90	-0.94	8.00	1.01	0.088	0.005					
2.0	0.95	0° Linear	0.60		6.60	0	3.32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		10°	1.08	1.19	8.20	0.22	4.20	0.28	0.65	0	0.006	0					
		20°	0.93	2.18	8.83	-0.61	4.24	0.01	1.38	0	0.018	-0.001					
		30°	0.72	2.99	8.06	-1.50	3.67	-0.06	2.07	0	0.029	-0.004					
1.0	0.95	0° Linear	0.64		0.41	0	-0.99	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		10°	1.42	1.55	0.36	-0.01	-0.69	0.05	0.14	-0.01	0.003	0					
		20°	1.70	2.87	0.35	-0.05	-0.52	0.08	0.18	-0.02	0.008	-0.001					
		30°	2.72	3.81	0.30	-0.08	-0.27	0.15	0.19	-0.03	0.009	-0.004					
0.5	0.95	0° Linear	8.45		0.69	0	-1.75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		10°	8.52	8.69	0.66	-0.07	-1.62	0.01	0.17	-0.01	0.001	0					
		20°	9.00	9.54	0.64	-0.12	-1.55	0.05	0.29	-0.02	0.004	0					
		30°	11.21	11.55	0.60	-0.03	-1.41	0.11	0.39	-0.04	0.007	-0.001					
0.2	0.95	0° Linear	110		0.83	0	-1.80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		10°	110	110	0.82	0	-1.73	0	0.22	-0.01	0.001	0					
		20°	111	112	0.82	0	-1.70	0.50	0.42	-0.29	0.001	0					
		30°	121	121	0.82	-0.02	-1.66	0.11	0.61	-0.05	0.002	0					

Frequenzen und Phasen der durch eine harmonische Rollschwingung erzeugten hydrodynamischen Trägheitskräfte

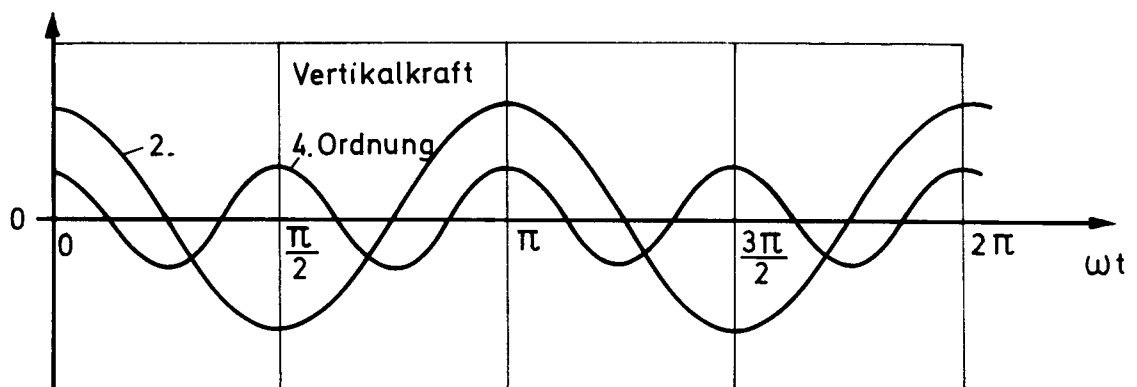
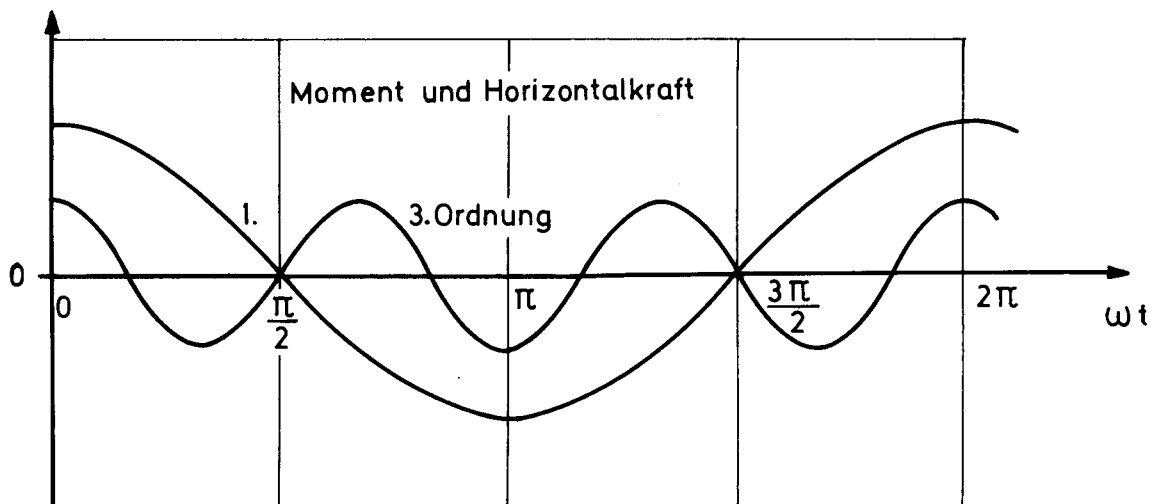
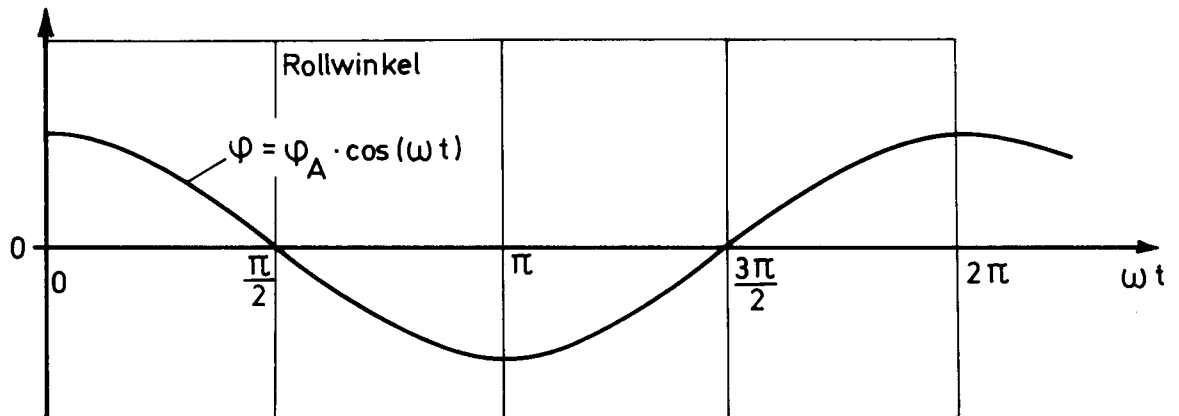


Abb. 2a

Profilmfamilie BETA = 0.60

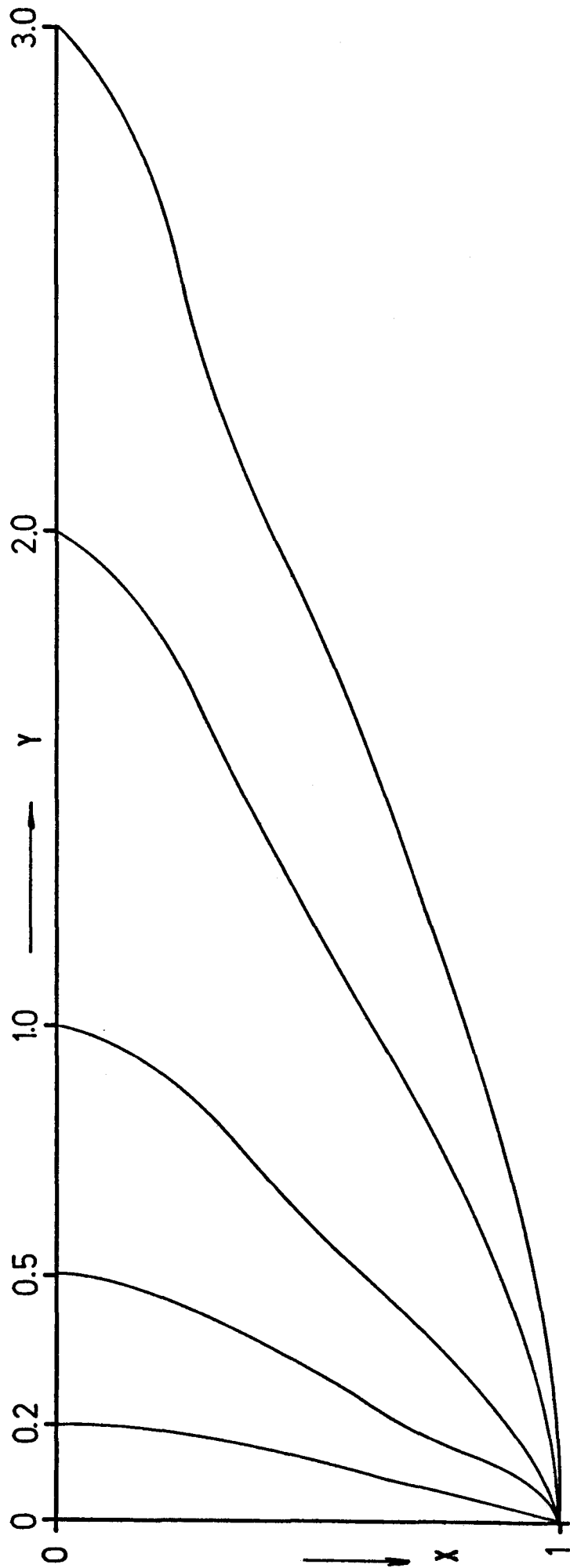
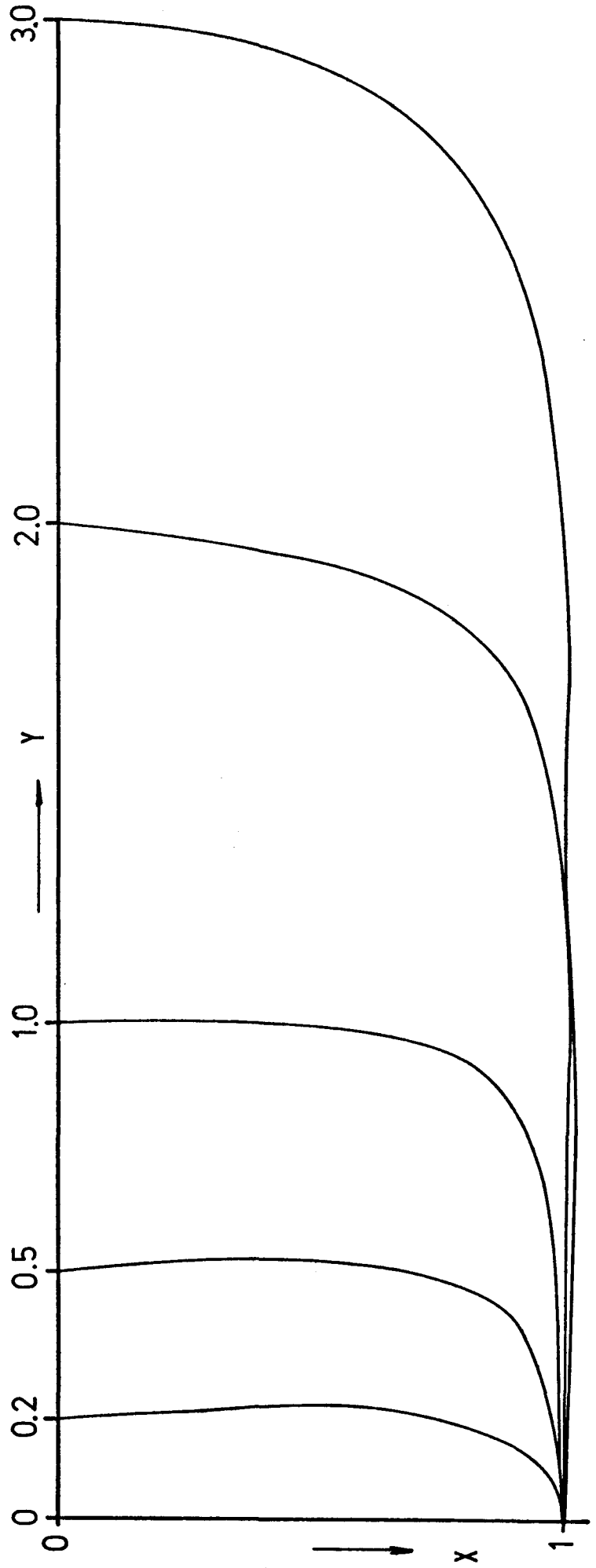
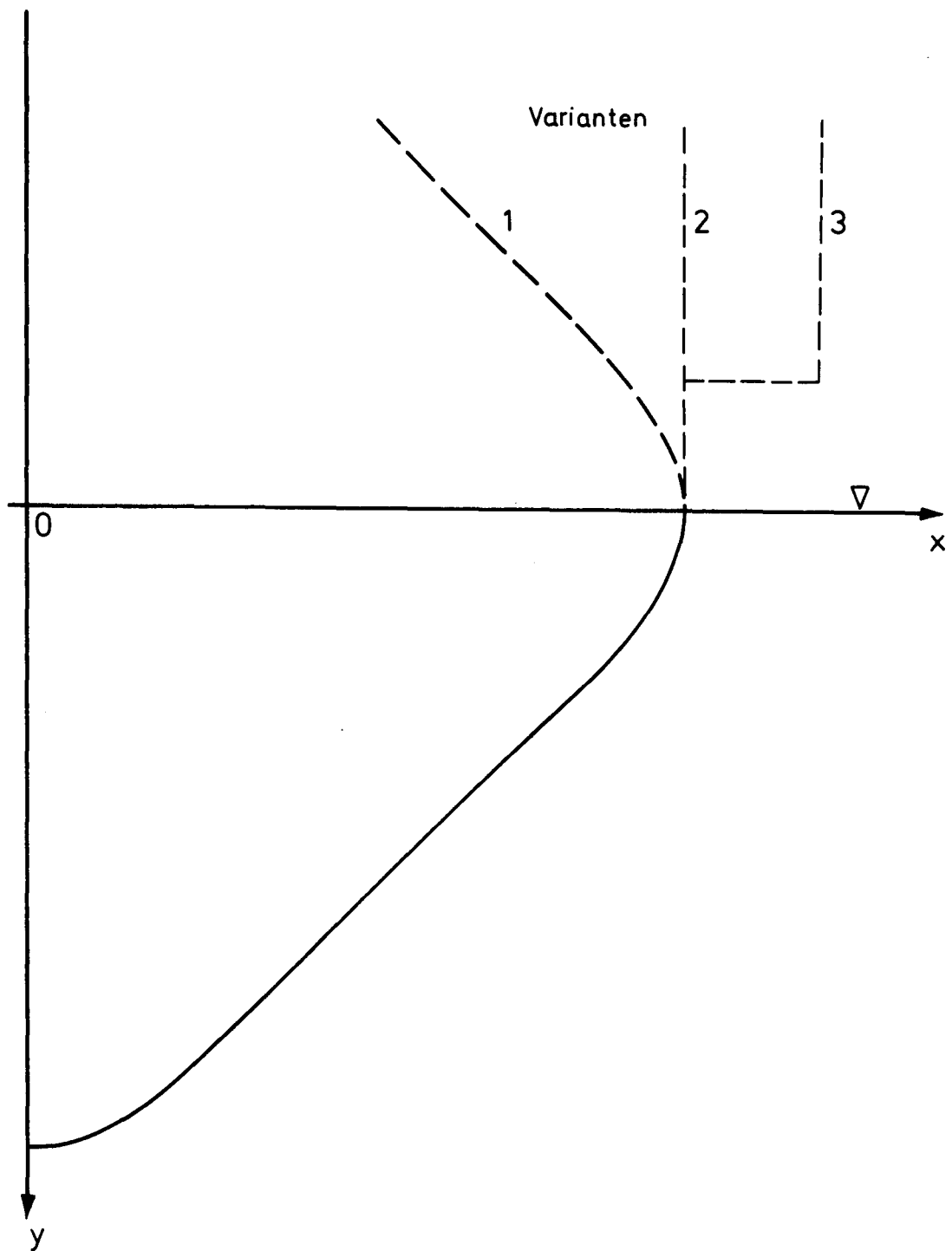


Abb. 2 b

Profilmfamilie BETA = 0.95



3 Varianten der Überwasserform, gezeichnet für das Unterwasserprofil $H=1.0$, $BETA=0.6$



Koeffizienten der Rolldämpfung

