387 | Oktober 1979

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

H.-J. Hansen

Über die Vorhersage der Häufigkeit und Intensität von Bodenstößen auf Schiffen im Seegang

TUHH
Technische Universität Hamburg-Harburg

Über die Vorhersage der Häufigkeit und Intensität von Bodenstößen auf Schiffen im Seegang

H.-J. Hansen, 1. Auflage, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1979

Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

http://www.tuhh.de/vss

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU
DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Über die Vorhersage der Häufigkeit und Intensität von Bodenstößen auf Schiffen im Seegang

H.-J. Hansen

Oktober 1979

Bericht Nr. 387

Diese Arbeit ist im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 98
"Schiffstechnik und Schiffbau" entstanden.

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG
Bericht Nr. 387

Über die Vorhersage der Häufigkeit und Intensität von Bodenstößen auf Schiffen im Seegang

Hans-Joachim Hansen

Hamburg, Oktober 1979

Ü B E R D I E V O R H E R S A G E
D E R H Ä U F I G K E I T U N D I N T E N S I T Ä T V O N
B O D E N S T Ö S S E N A U F S C H I F F E N I M
S E E G A N G

Von der Fakultät für Maschinenwesen der
Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor - Ingenieur

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Hans-Joachim Hansen
geboren am 1. Dezember 1941 in Brunsbüttel

1979

V o r w o r t

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Teilprojekt B1 - Belastungen und Beanspruchungen der tragenden Schiffskonstruktion - des Sonderforschungsbereiches 98

SCHIFFSTECHNIK UND SCHIFFBAU,

dessen Trägerinstitutionen die beiden Universitäten Hamburg und Hannover, die Hamburgische Schiffbauversuchsanstalt und der Germanische Lloyd sind und der aus Sondermitteln der

DEUTSCHEN FORSCHUNGSGEMEINSCHAFT

finanziert wird.

Meinem akademischen Lehrer, Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Söding, gilt mein herzlicher Dank für die Unterstützung und Förderung der Arbeit.

Gleichermaßen bin ich Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Petershagen und Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Poehls für das entgegengebrachte Interesse und die Übernahme des Mitberichtes zu Dank verpflichtet.

Weiterhin bedanke ich mich bei allen Kollegen des Germanischen Lloyd, die durch ihre stete Diskussionsbereitschaft zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Hans-Joachim Hansen

November 1979

Inhalt   Seite

1. Einleitung

Es wird ein Verfahren dargestellt, mit dem die nichtlinearen Seegangswirkungen - hervorgerufen durch Bodenstöße - auf den Schiffslängsverband ermittelt werden können.

Die Wirkungen der Bodenstöße auf das Schiff zeigen sich zum einen in hohen örtlichen Stoßdruckbelastungen auf die Außenhaut und die sie stützenden Bauteile - was zu bleibenden Verformungen führen kann - und zum anderen in den mit "whipping" bezeichneten Schiffsschwingungen. Kennzeichen dieser durch hydrodynamische Stöße erregten Schwingungen sind der kurzzeitige Anstieg auf die maximale Amplitude und die nachfolgenden - entsprechend der Dämpfung - abklingenden Schwingungen (Abb. 1a). "Whipping" kann auch durch hydrodynamische Stöße auf weit ausfallende Teile der Schiffsaußenhaut hervorgerufen werden. Diese Ursache (das sogenannte Bow-Flare-Slamming) ist jedoch nicht Gegenstand des hier vorgestellten Verfahrens.

Im Falle von "whipping" setzt sich die dynamische Gesamtbeanspruchung des Schiffslängsverbandes aus niederfrequenten Anteilen entsprechend der Begegnungsfrequenz mit den Wellen und höherfrequenten Anteilen mit Frequenzen gleich den Eigenfrequenzen des Schiffskörpers zusammen (Abb. 1c).

Ziel des Verfahrens ist die Angabe der Stoßrate (=mittlere Zahl der Stöße pro Zeit) einer bestimmten Intensität, ausgedrückt als die unmittelbar nach dem Stoß auftretende Biegeschwingungsamplitude bzw. als die Spannungsamplitude, die der nach der Streifenmethode ermittelten Spannung überlagert werden muß (Abb. 1b). Die Angabe erfolgt für die verschiedenen Eigenschwingungsgrade des Schiffskörpers abhängig von folgenden Kennwerten: Schiffsform und -größe, Schwimmlage, Massenverteilung, Seegangsspektrum, Begegnungswinkel und Schiffsgeschwindigkeit. Das Verfahren gestattet es, neben der Kurzzeitstatistik, die für die Dimensionierung erforderlichen Langzeitvoraussagen der durch Stöße hervorgerufenen Biegemomente zu machen. Es kann also das Wahrscheinlichkeitskonzept, das bisher im wesentlichen für lineare Seegangswirkungen eingesetzt wird, ergänzen.

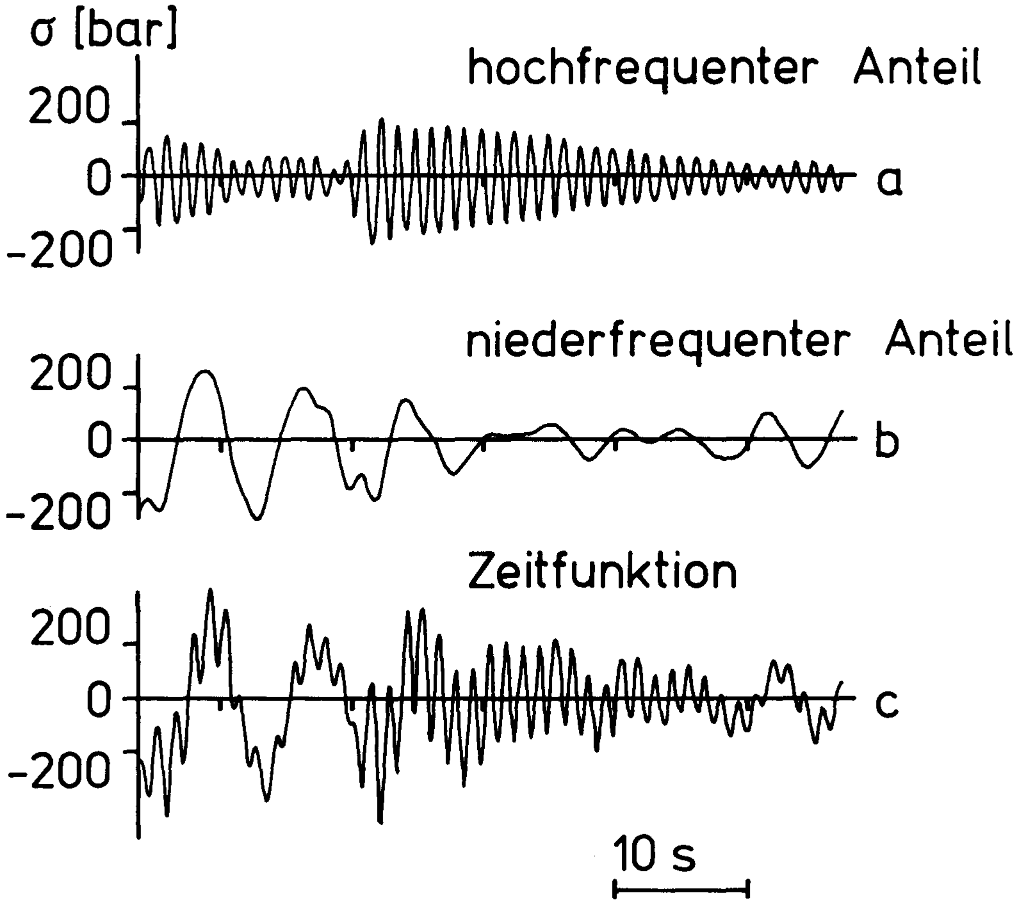


Abb. 1

Spannungsverlauf (Auszug) im Gurtungsdeck von D 'TOKYO EXPRESS' (Meßstelle 10) aus [24]

Zunächst wird die Kinematik der Bodenstöße behandelt. Es schließt sich an das Kapitel über die Kinetik der Bodenstöße. Dann folgt die statistische Betrachtung der Stoßvorgänge, an die sich eine Beispielrechnung fügt. Zum Schluß werden Möglichkeiten zu Langzeitbetrachtungen angegeben.

2. Kinematik der Bodenstöße

Über die Kinematik der Bodenstöße ist mehrfach berichtet worden, siehe z.B. [1] , [2] .
Hier seien zur Einführung in die Problematik die beiden unterschiedlichen Betrachtungsweisen von OCHI und SCHENZLE angedeutet.

Eine gemeinsame kinematische Voraussetzung für einen Bodenstoß ist sicher folgende: An einer betrachteten Stelle muß der Boden ausgetaucht sein, um im Moment des Wiedereintauchens einen mehr oder weniger starken Stoß auf den Schiffskörper zu erzeugen. Weitere kinematische Bedingungen werden von den Autoren unterschiedlich angegeben:

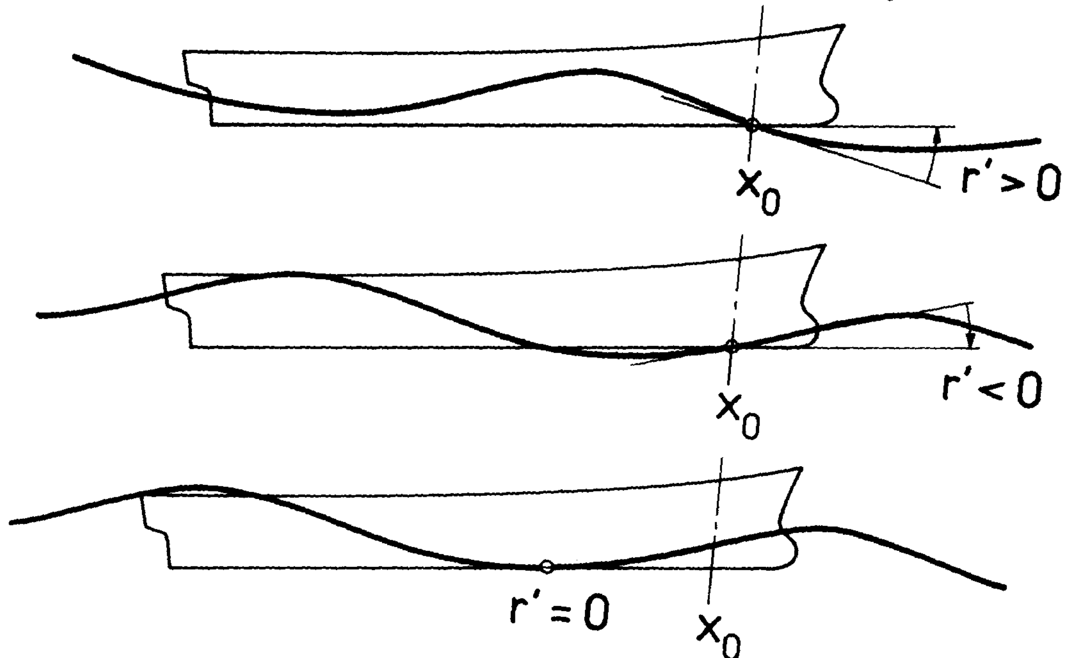
SCHENZLE spricht von einem schweren Stoß, wenn an einer betrachteten Stelle x_0 am Vorschiff, an der der Spantfuß eine kritische Breite hat, beim Wiedereintauchen des Bodens der Relativwinkel zwischen Schiff und Wasseroberfläche negativ ist (Abb. 2); hierbei muß die Relativgeschwindigkeit zwischen Welle und Schiff negativ sein. Durch den negativen Winkel wird ein Eintauchfall bedingt, bei dem an einer Stelle überkritischer Spantfußbreite (hinter x_0) der Eintauchwinkel verschwindet.

OCHI formulierte Bedingungen, die auf die praktischen Bedürfnisse seiner Modell- und Großversuche zugeschnitten sind. Neben der Bedingung des Austauchens bei $x = 0{,}4\,L$ vor ⊗ gab er eine kritische - aus Messungen im Großversuch hergeleitete - Relativgeschwindigkeit $\dot{r}_k = 0{,}29 \cdot \sqrt{L}$ $[m/s]$ (L = Schiffslänge in m) an dieser Stelle an, die beim Wiedereintauchen überschritten werden muß, wenn der Vorgang als Stoß betrachtet werden soll (Abb. 3).

Die Bedingung nach SCHENZLE vermeidet zwar die willkürliche Definition einer kritischen Eintauchgeschwindigkeit an der Stelle $x = 0{,}4\,L$ *vor* ⊗, dafür muß aber eine kritisch breite Spantfußform definiert werden. Das kann relativ willkürlich geschehen, wenn nur ein qualitativer Vergleich verschiedener Schiffsformen beabsichtigt ist.

Die Berechnung der Slamminghäufigkeit nach dem Verfahren von SCHENZLE einerseits und dem Verfahren nach OCHI andererseits wird in Abschnitt 5.2 erläutert.

Positiver Eintauchwinkel bei x_0



Negativer Eintauchwinkel bei x_0 führt etwas später zu verschwindendem Eintauchwinkel hinter x_0

Abb. 2

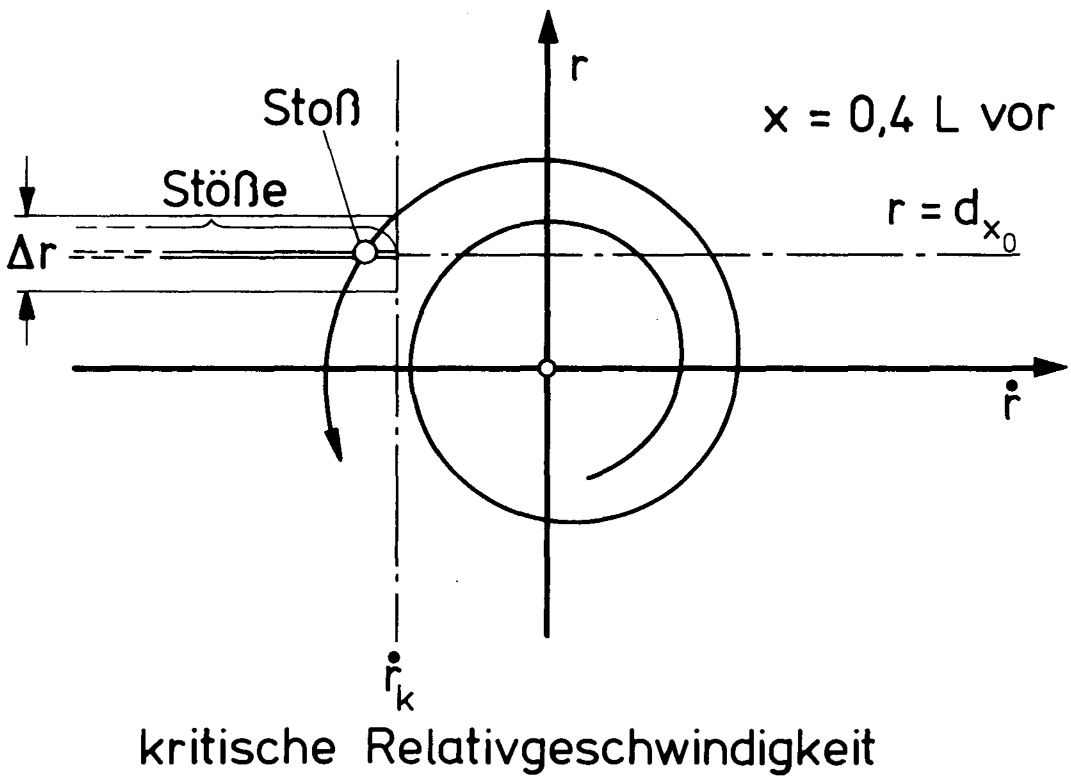


Abb. 3

Stoßbedingungen nach OCHI [3]

Das hier vorgestellte Verfahren enthält die drei kinematischen Formulierungen nach SCHENZLE, die um weitere kinematische Bedingungen ergänzt wurden. Diese werden im folgenden anhand von Abb. 4 erläutert:

Gegeben sei ein Koordinatensystem x, y, z , das sich gleichförmig ohne periodische Bewegungen mit dem Schiff mitbewegt. Für die Berechnung des Stoßverlaufes müssen die Relativbewegung $r(x,t)$ zwischen der Ruheschwimmwasserlinie und der Wasseroberfläche und ihre partiellen Ableitungen nach der schiffsfesten Längenkoordinate x und der Zeit während des Stoßes abhängig von x und t bestimmt werden. Es wird angenommen, daß die Starrkörperbewegung des Schiffes vom Stoß weitgehend unbeeinflußt bleibt und linear berechnet werden kann. Betrachtet werden jeweils Zeitpunkte t_0 , an denen die Wasseroberfläche an einem Bezugspunkt x_0 (z.B. am vorderen Lot) in Höhe des Kiels ist, nach vorne ansteigt und von oben konvex ist (dann bildet sich hinter dem Bezugspunkt eine "Blase", die beim weiteren Eintauchen einen Stoß hervorruft) und bei denen sich das Wasser am Bezugspunkt relativ zum Schiff nach oben bewegt.

Für r und seine partiellen Ableitungen werden Reihenentwicklungen in x_0 und t_0 angesetzt. Hierin bedeuten

$'$ eine partielle Ableitung nach der Koordinate x und

$\cdot$ eine partielle Ableitung nach der Zeit t .

$$r(x,t) = r_{x_0} + (x-x_0) r'_{x_0} + \frac{1}{2}(x-x_0)^2 \cdot r''_{x_0} + (x-x_0)(t-t_0)\dot{r}'_{x_0} + (t-t_0)\dot{r}_{x_0} + \frac{1}{2}(t-t_0)^2 \cdot \ddot{r}_{x_0} \qquad (2,1)$$

(in den weiteren Formeln beziehen sich Werte, bei denen kein Argument angegeben ist, auf x_0 und t_0).

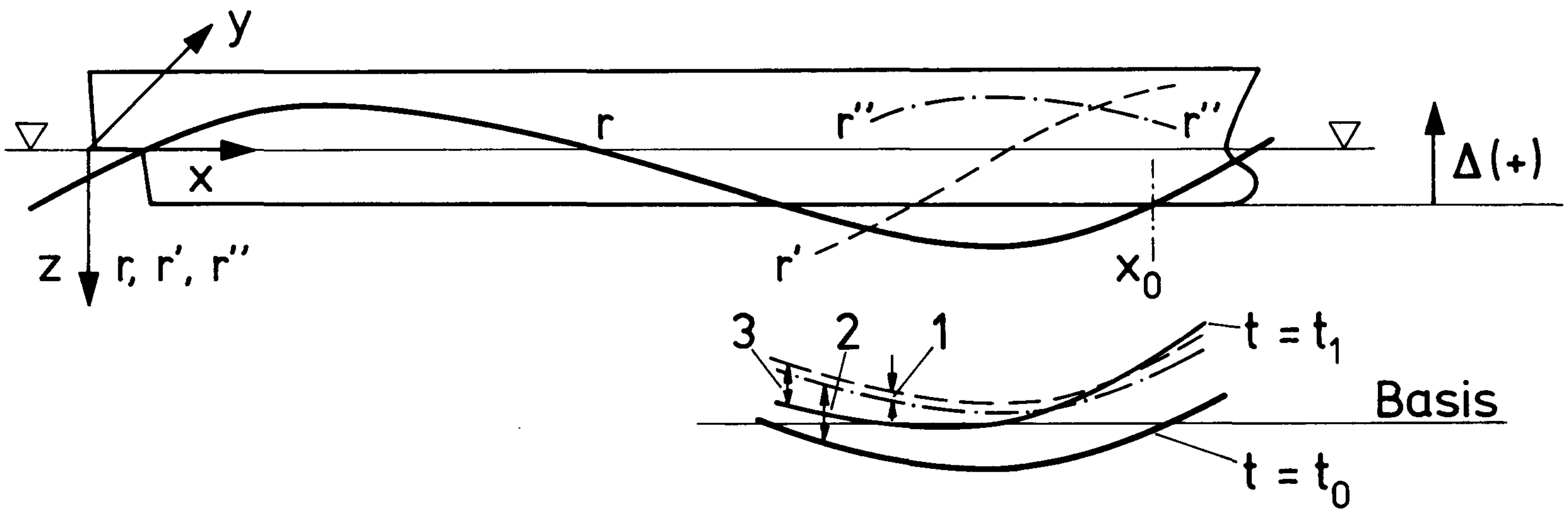
$$\dot{r}(x,t) = \dot{r} + (x-x_0)\cdot\dot{r}' + (t-t_0)\cdot\ddot{r} \qquad (2,2)$$

$$\ddot{r}(x,t) = \ddot{r} \qquad (\text{von } x_0, t_0 \text{ konstant angesetzt}) \qquad (2,3)$$

$$r'(x,t) = r' + (x-x_0)\, r'' + (t-t_0)\,\dot{r}' \qquad (2,4)$$

$$r''(x,t) = r'' \qquad (\text{von } x_0, t_0 \text{ konstant angesetzt}) \qquad (2,5)$$

$$\dot{r}'(x,t) = \dot{r}' \qquad (\text{von } x_0, t_0 \text{ konstant angesetzt}) \qquad (2,6)$$



$$r\,(x,t) = r_{x_0} + (x-x_0)\,r'_{x_0} + \frac{1}{2}(x-x_0)^2\,r''_{x_0} + \underbrace{(x-x_0)(t-t_0)\,\dot{r}'_{x_0}}_{3} + \underbrace{(t-t_0)\,\dot{r}_{x_0}}_{2} + \underbrace{\frac{1}{2}(t-t_0)^2\,\ddot{r}_{x_0}}_{1}$$

$$\dot{r}\,(x,t) = \dot{r}_{x_0} + (x-x_0)\,\dot{r}' + (t-t_0)\,\ddot{r}_{x_0}$$

$$r'\,(x,t) = r'_{x_0} + (x-x_0)\,r''_{x_0} + (t-t_0)\,\dot{r}'_{x_0}$$

$$r''(x,t) = r''_{x_0}$$

$$\dot{r}'(x,t) = \dot{r}'_{x_0}$$

Abb. 4

Darstellung der Relativbewegung

im Slamming-Bereich

$\dot{r}$ ist die Relativgeschwindigkeit, $\ddot{r}$ die Relativbeschleunigung, $\dot{r}'$ die Änderung der Relativgeschwindigkeit längs der Längenkoordinate x, r' der Winkel zwischen der schiffsfesten Ruhewasserlinie und der Wasseroberfläche und r'' die dazugehörige Krümmung. Die Vorzeichen dieser sechs Größen orientieren sich an der Abb. 4.

Damit bei Ansatz der Relativbewegung nach (2,1) zunächst einmal eine Blase entsteht, müssen folgende Bedingungen an der Stelle x_0 zum Zeitpunkt t_0 erfüllt sein, worin ψ der Winkel zwischen der Glattwasserlinie und dem Kiel ist und d_{x_0} der Tiefgang in glattem Wasser am Bezugspunkt x_0 :

$$r = d_{x_0}$$

$$r' < \psi \; ; \quad \psi < 0 \quad \text{wenn Tiefgang vorn} < \text{Tiefgang hinten}$$

$$r'' < 0 \, .$$

Für Zeitpunkte t mit $t > t_0$ kann der Blasenverlauf durch die Tauchung $\Delta(x,t)$ gemessen vom Spantfuß beschrieben werden.
Es sei

$$\Delta(x,t) = -r(x,t) + d(x) \tag{2,7}$$

worin $d(x)$ den Tiefgang in glattem Wasser an der Stelle x bedeutet. $\Delta(x,t)$ ist positiv, wenn der Boden eintaucht. Zum Zeitpunkt t_0 sei $\Delta(x,t) = 0$ an der Stelle x_0 . Mit dem Tiefgangsverlauf in glattem Wasser

$$d(x) = d_{x_0} + (x - x_0) \cdot \psi$$

ist dann

$$\Delta(x,t) = -(x-x_0)r' - 0{,}5(x-x_0)^2 \cdot r'' - (x-x_0)(t-t_0)\dot{r}' - (t-t_0)\dot{r} - 0{,}5(t-t_0)^2 \cdot \ddot{r} + (x-x_0)\psi \tag{2,8}$$

In Abb. 4 ist die Tauchung im Slamming-Bereich zum Zeitpunkt t_0 gekennzeichnet durch die dick ausgezogene Linie mit der Bezeichnung $t = t_0$.

Die ausgezogene Linie darüber kennzeichnet die Tauchung zum Zeitpunkt t_1. Die von der Zeit abhängigen Anteile der Tauchungsänderung im Intervall $t_1 - t_0$ sind benannt mit den Ziffern 1 ÷ 3, entsprechend dem formelmäßigen Zusammenhang für $r(x,t)$. Ob, und wenn ja, nach welchem Zeitschritt Δt und wo sich die Blase schließt, hängt also von den Größen $\dot{r}$, $\ddot{r}$ und $\dot{r}'$ ab.

Die Längenkoordinate $(x-x_0)$ der Blasenminima als Funktion der Zeit läßt sich aus

$$\frac{d\Delta}{d(x-x_0)} = 0 \qquad \text{bestimmen.}$$

$$\frac{d\Delta}{d(x-x_0)} = -r' - (x-x_0)r'' - (t-t_0)\dot{r}' + \psi = 0$$

$$(x-x_0)_{min} = \frac{\psi - r' - (t-t_0)\dot{r}'}{r''} \tag{2,9}$$

Man erkennt, daß mit positiven $\dot{r}'$-Werten die Minima mit zunehmender Zeit t zum Bezugspunkt hinwandern, während sie sich im Falle von negativen $\dot{r}'$-Werten vom Bezugspunkt wegbewegen. Ob die Blase sich schließt und nach welchem Zeitschritt Δt das geschieht, kann anhand der Minima festgestellt werden. Dazu wird $\Delta((x-x_0)_{min}, t)$ gebildet.

$$\begin{aligned}\Delta((x-x_0)_{min}, t) = {} & \frac{\psi - r' - (t-t_0)\dot{r}'}{r''} \cdot \left[-r' - (t-t_0)\dot{r}' + \psi\right] \\ & + \left(\frac{\psi - r' - (t-t_0)\dot{r}'}{r''}\right)^2 \cdot (-0{,}5\,r'') \\ & - (t-t_0)\dot{r} - 0{,}5(t-t_0)^2 \cdot \ddot{r}\end{aligned} \tag{2,10}$$

Diese Gleichung kann in der Form

$$\Delta_{min}(t) = a + b(t-t_0) + c(t-t_0)^2$$

geschrieben werden; sie lautet dann

$$\begin{aligned}\Delta_{min}(t) = {} & \frac{0{,}5}{r''}(\psi - r')^2 + \left[\frac{-\dot{r}'}{r''}(\psi - r') - \dot{r}\right] \cdot (t-t_0) \\ & + \left(\frac{0{,}5 \cdot \dot{r}'^2}{r''} - 0{,}5\,\ddot{r}\right) \cdot (t-t_0)^2 .\end{aligned} \tag{2,11}$$

Abb. 5 soll zeigen, welche Blasenentwicklungen in Abhängigkeit der Größen $\dot{r}$, $\ddot{r}$, $\dot{r}'$, r' und r'' möglich sind. Dabei wird jeweils von ein und demselben Anfangswert a der Blasentiefe ausgegangen. Sind b und c größer Null, so kommt es je nach der Höhe des Betrages von b und c früher oder später zum Schließen der Blase. Ist $b < 0$ und c größer Null, so kann sich die Blase zunächst vergrößern, bevor sie sich schließt. Ist $b > 0$ aber $c < 0$, besteht die Möglichkeit, daß sich die Blase gar nicht schließt oder sie schließt sich zunächst und öffnet sich anschließend wieder. Die vierte Kombination $b < 0$ und $c < 0$ führt nicht zum Schließen der Blase.

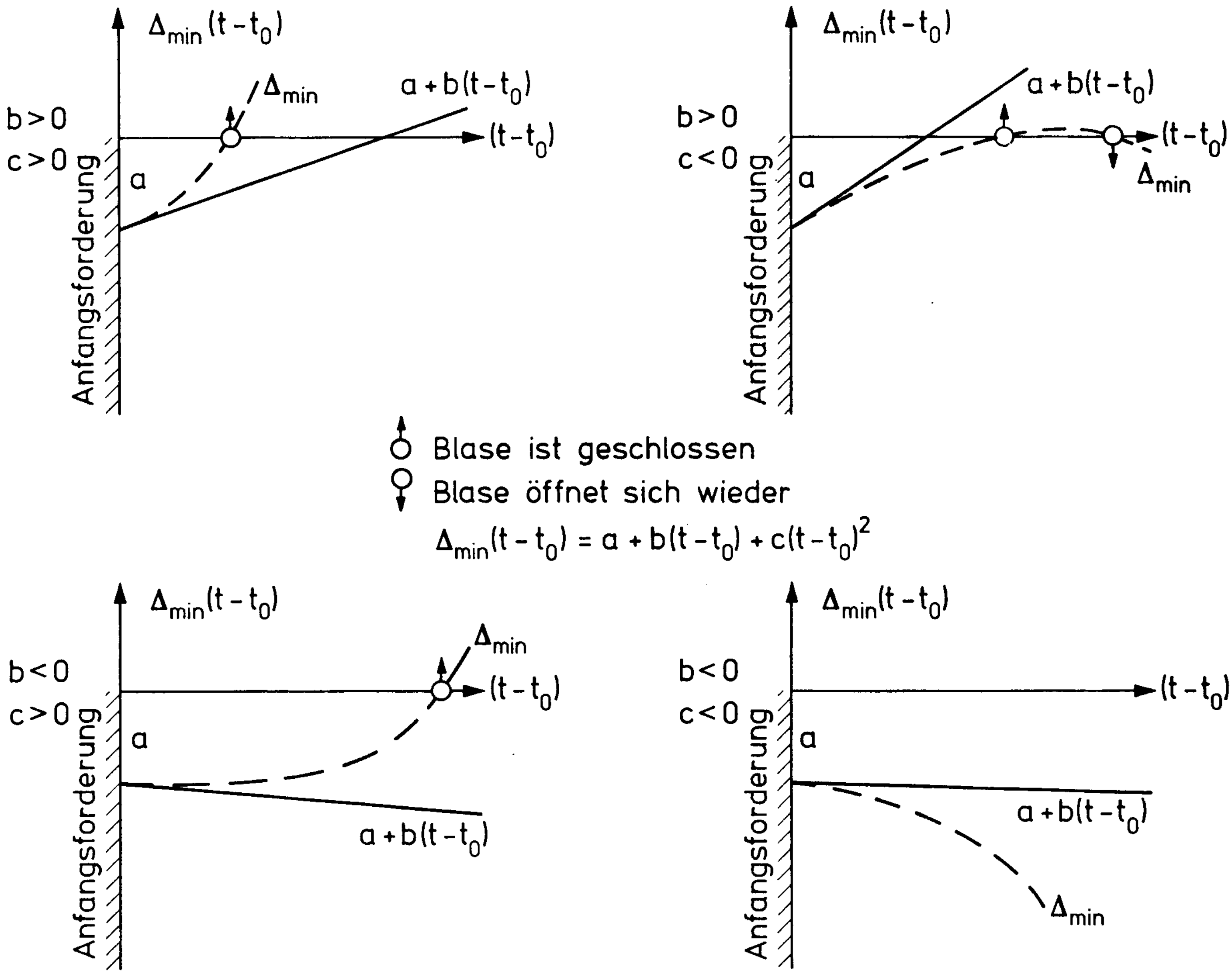


Abb. 5

Zeitlicher Verlauf der Minima

3. Kinetik der Bodenstöße

3.1 Einführung

Unterschiedliche Verfahren zur rechnerischen Bestimmung der Stoßkräfte auf den Schiffslängsverband und der daraus resultierenden Wirkung sind mehrfach beschrieben. Auf einige wird hier eingegangen.

OCHI [3] , der Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen für Slamming-Häufigkeit und Druck auf den Schiffsboden anstellte, versucht, Dimensionierungshilfen für lokale Bodenbereiche und den Schiffslängsverband zu geben. Er geht dabei aus von den Stoßdrücken an Fußpunkten von Spantquerschnitten x , die er proportional dem Quadrat der Relativgeschwindigkeit $\dot{r}$ zum Zeitpunkt des Stoßes ansetzt:

$$p(x) = k(x) \cdot \dot{r}(x)^2 \qquad (3,1)$$

Die Kraft an einem Querschnitt bestimmt er durch Integration der Druckverteilung bis zu einer bestimmten Grenzhöhe des Eintauchvorganges. Diese Grenzhöhe wird von ihm mit ca. 10 ÷ 15% des Entwurfstiefganges angegeben und soll das Ende des Stoßvorganges kennzeichnen. Aus der Spantform unterhalb dieser Grenzhöhe wird der Faktor k bestimmt, der bis zu einer Froude-Zahl Fr = 0,2 ausschließlich von der Form abhängt.

Slamming mit den Bedingungen, die in Abschnitt 2 geschildert wurden, ist ein Grenzwertüberschreitungsproblem, über das TICK berichtete [25] . In Abschnitt 4.3 und 5.2 wird darauf eingegangen. OCHI sagt mit Recht, daß für den Druck die Relativgeschwindigkeit zum Zeitpunkt des Stoßes entscheidend ist. Statistische Aussagen bezüglich $\dot{r}$ erschienen ihm zu schwierig. Deshalb näherte er die Relativgeschwindigkeit zum Zeitpunkt des Stoßes an durch die Amplitude der Relativgeschwindigkeit, die bei schmalem Spektrum der Rayleigh-Verteilung gehorcht.

OCHI zeigt in [1] Histogramme von Stoßdrücken, die aus Messungen gewonnen wurden. Diese Histogramme lassen sich danach durch folgende

Dichtefunktion gut beschreiben:

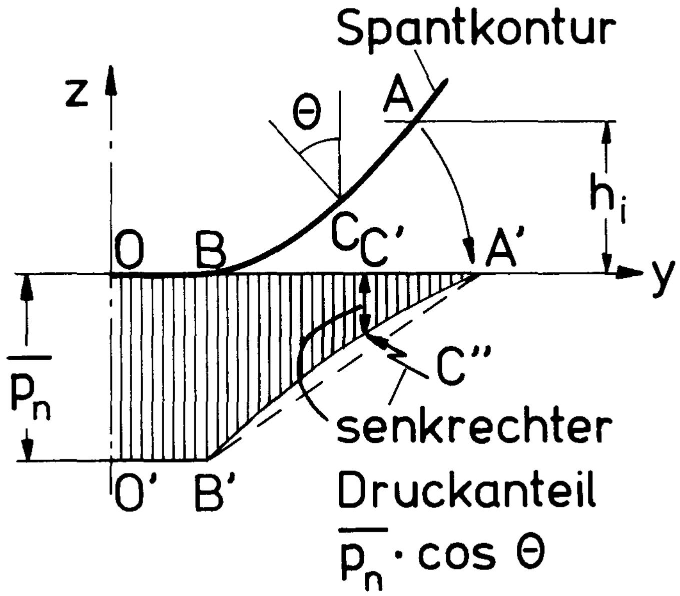
$$f(p) = \frac{1}{k \cdot 2m_{0\dot{r}\dot{r}}} \cdot e^{-\frac{1}{k \cdot 2m_{0\dot{r}\dot{r}}} \cdot (p - p_0)} \qquad \text{mit} \quad p_0 \leq p < \infty \qquad (3,2)$$

p_0 ist der Grenzdruck $k \cdot \dot{r}_k^2$, $m_{0\dot{r}\dot{r}}$ die Varianz der Relativgeschwindigkeit.

Den zeitlichen Kraftverlauf über die Schiffslänge bestimmt OCHI mit Näherungen, wie sie sich aus Versuchen auf der "WOLVERINE STATE" ergaben. So sagt er z.B., daß sich die Druckspitze mit der Geschwindigkeit $u_x = 6,3 \cdot \sqrt{L}$ $[m/s]$ in Schiffslängsrichtung bewegt und daß die für die Integration wirksame Tauchung an einer Stelle über die "Relativgeschwindigkeit" an dieser Stelle bestimmt werden kann. Ist zum Beispiel an einer Stelle x die Grenzhöhe von 10% erreicht und an einer anderen Stelle die "Relativgeschwindigkeit" 1,7mal so groß, so wird hier die Grenzhöhe von 17% in Ansatz gebracht. Statt der wirklichen Relativgeschwindigkeit zum Zeitpunkt des Stoßes wird aber die für die jeweils betrachtete Stelle ermittelte kennzeichnende Amplitude der Relativgeschwindigkeit angesetzt. Als Integrationslänge wird der Abstand vom vorderen Lot bis zu der Stelle angesehen, an der gerade einmal in der Operationszeit T (h) die von OCHI angegebenen Bedingungen für Slamming erfüllt sind.

Der Maximalwert der Stoßkraft an einer Stelle wird gemäß Abb. 6 oben ermittelt. Die Spantkontur OBA wird abgewickelt in die Linie OBA'. Im Bereich des flachen Bodens wird der Druck konstant angenommen, O'B'. Im Bereich der Kontur wird er als linear abfallend zum Punkte A' angesetzt; multipliziert mit dem cos des Tangentenwinkels θ ergibt sich der Verlauf des vertikalen Druckanteils längs der Kontur gemäß der Linie O'B'C"A'.

$\overline{p_n}$ ist in diesem Beispiel der Modalwert der Verteilung der Maximaldrücke für eine vorgegebene Anzahl von Stößen n. Die Verteilung für p_n lautet:



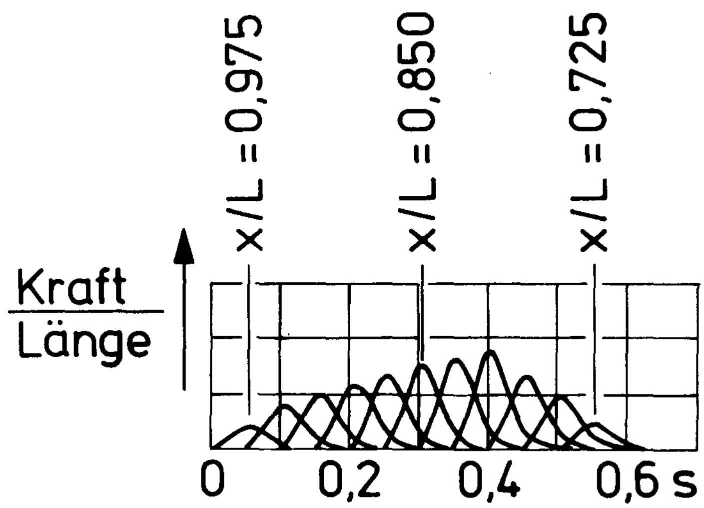


Abb. 6

Stoßdruckverlauf und

Stoßkraftverlauf nach OCHI [3]

$$f(p_n) = n \cdot \frac{1}{k \cdot 2m_{0\dot{r}\dot{r}}} \cdot e^{-\frac{1}{k \cdot 2m_{0\dot{r}\dot{r}}} \cdot (p_n - p_0)} \left\{ 1 - e^{-\frac{1}{k \cdot 2m_{0\dot{r}\dot{r}}} \cdot (p_n - p_0)} \right\}^{n-1}$$

$$\text{für} \;\; p_0 \leq p_n < \infty \; .$$

$\overline{p_n}$ ergibt sich aus $\frac{d f(p_n)}{d p_n} = 0$ zu

$$\overline{p_n} = k(\dot{r}_k^2 + 2\, m_{0\dot{r}\dot{r}} \ln n) \; .$$

Wird nun mit Hilfe des Ansatzes für die Laufgeschwindigkeit der Druckspitze in Schiffslängsrichtung und der "lokalen" Stoßdauer t_l, die OCHI mit $t_l = 0{,}0024 \cdot \sqrt{L}$ $[s]$ angibt, das Integral $\overline{p_n} \cdot dy$ an mehreren Stellen x gebildet, so ergibt sich der zeitliche Kraftverlauf an diesen Stellen des Vorschiffsbereiches etwa wie in Abb. 6 unten.

Die Antwort des Rumpfes auf die Belastungen kann dann z.B. nach der Modalen Methode [4] bestimmt werden. Auf diese Methode wird in Abschnitt 3.2 näher eingegangen. Mag die Bestimmung des Drucks noch vertretbar sein, so ist die Ermittlung der daraus resultierenden Kraft durch Integration über Teile der Spantkontur sicher fragwürdig; ebenso erscheint die definierte Laufgeschwindigkeit sehr unsicher.

MEYERHOFF und SCHLACHTER [5] stellten einen Ansatz zur Bestimmung der Belastung von Schiffen im Seegang unter Berücksichtigung hydrodynamischer Stöße vor. Damit werden die Lasten auf den Schiffslängsverband in langkämmigem, genau von vorn kommendem Seegang ermittelt, indem die Bewegungsgleichungen der linearen Streifenmethode für Stoßkräfte erweitert wurden. Die Lösungen konvergieren für kleine Wellenhöhen und für Erregung durch eine regelmäßige Welle gegen die Lösung der Streifenmethode. Die Verfasser betonen, daß der Ansatz besonders auf die Anwendung für Schnellboote ausgerichtet ist, bei denen die Rückkopplung der Stoßkräfte auf die Bewegung von Bedeutung ist.

KAPLAN, SARGENT, RAFF [6] , MANSOUR, D'OLIVEIRA [7] und ROSTOVTSEV [8] veröffentlichten Ansätze, die im wesentlichen von gleichen Voraussetzungen ausgehen. Sie verwenden die Relativbewegungen zwischen Schiff und Welle, die nach der Streifenmethode errechnet sind, und berechnen hiermit die erregenden Kräfte aus dem nichtlinearen Anteil der Auftriebskraft und der Stoßkraft nach der einfachen Theorie des hydrodynamischen Stoßes normal auf die Wasseroberfläche. Hierunter versteht man den vertikalen Stoß symmetrisch gekielter Körper auf eine ruhende Flüssigkeit, die als unendlich ausgedehnt, reibungsfrei, inkompressibel, schwerelos und frei von Oberflächenspannung angenommen wird.
Die Gleichungen, die die beim Eindringen des Körpers in die ruhende Flüssigkeit entstehende, als 2dimensional angesehene Strömung beschreiben,lassen sich bei kleiner Kielung linearisieren [9], [10]. Dann kann die Kraft auf den eindringenden Schiffskörper aus dem Impuls der hydrodynamischen Masse bestimmt werden.
In [6] wird der Seegang simuliert und die Wirkung auf den Schiffslängsverband nach der Modalen Methode bestimmt. MANSOUR und D'OLIVEIRA verwenden ebenfalls die Modale Methode, gehen jedoch von regelmäßigen Wellen aus. In beiden Fällen wird der Schiffskörper als elastischer Balken mit kontinuierlich veränderlicher Masse angesehen.
ROSTOVTSEV ermittelt in regelmäßigen Wellen die Wirkung auf das als elastischer Träger mit punktförmigen Massen angesehene Schiff mit Hilfe der Runge-Kutta-Methode.

Allen Ansätzen gemeinsam ist, daß die Untersuchungen für langkämmigen

Seegang von vorn angestellt wurden und statistische Aussagen nicht oder nur mit sehr großem Rechenaufwand erhalten werden können. In dem hier vorgestellten Ansatz wird versucht, einen Beitrag zur Lösung noch offener Fragen zu liefern.

3.2 Herleitung des Stoßmaßes A über die Modale Methode; Amplitude des Biegemomentes am Hauptspant

Das elastische Durchbiegungsverhalten eines Schiffskörpers in vertikaler Richtung kann bei Vernachlässigung des Einflusses der Drehträgheit durch die Modale Methode dargestellt werden. Der Schiffskörper wird als frei-freier Balken mit kontinuierlich über die Länge veränderlicher Steifigkeit und Masse angenommen. Die vertikale Durchbiegung $z(x,t)$ (positiv nach unten) eines Schiffsquerschnittes an der Längenkoordinate x gemäß Abb. 4 zur Zeit t wird dabei als eine Überlagerung von Eigenformen $\eta_j(x)$ beschrieben:

$$z(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j(t) \cdot \eta_j(x) \, . \qquad (3,3)$$

$a_j(t)$ ist die Funktion der verallgemeinerten Koordinate für den j-*ten* Schwingungsgrad. Die Eigenformen $\eta_j(x)$ beschreiben das Schwingungsprofil der freien ungedämpften Schwingungen der verschiedenen Schwingungsgrade j, Ω_j sind die dazugehörigen Eigenperioden.

Beschreibt man andererseits das elastische Verhalten des Schiffskörpers durch die Einflußfunktion $\alpha(x,\xi)$, die die Durchbiegung an einer Stelle x, hervorgerufen durch eine Kraftwirkung an der Stelle ξ, angibt, dann ist die Durchbiegung

$$z(x,t) = \int_L K(\xi,t) \cdot \alpha(x,\xi) \, d\xi \, , \qquad (3,4)$$

worin $\int_L$ die Integration über die gesamte Schiffslänge bedeutet. Die Kräfte $K(\xi,t)$ pro Einheitslänge Δx setzen sich aus drei Anteilen zusammen:

1. aus den Streckenlasten $Q(\xi,t)$ infolge eines Bodenstoßes
2. aus den Trägheitskräften $\mu(\xi) \cdot \ddot{z}(\xi,t)$ proportional der vertikalen Beschleunigung des schwingenden Querschnittes

3. aus den Dämpfungskräften $c(\xi) \cdot \dot{z}(\xi,t)$ proportional der vertikalen Geschwindigkeit des schwingenden Querschnittes.

$\mu(\xi)$ ist die Gesamtmasse pro Längeneinheit. Sie besteht aus Schiffsmasse $\mu_s(\xi)$ und hydrodynamischer Masse $\mu_a(\xi)$. Die hydrodynamische Masse wird für die bis zur Ruheschwimmwasserlinie eingetauchten Schiffsquerschnitte ermittelt, wobei aufgrund der relativ hohen Eigenperioden der Schiffskörperschwingungen der Grenzwert der hydrodynamischen Masse für $\omega \to \infty$ angesetzt wird.
Durch Einsetzen dieser drei Anteile in (3,4) erhält man:

$$z(x,t) = \int_L \left[Q(\xi,t) - c(\xi)\cdot\dot{z}(\xi,t) - \mu(\xi)\cdot\ddot{z}(\xi,t)\right]\alpha(x,\xi)\cdot d\xi \,. \qquad (3{,}5)$$

Gleichung (3,3) in (3,5) eingesetzt gibt:

$$\sum_j a_j(t)\eta_j(x) = \int_0^L \left[Q(\xi,t) - c(\xi)\cdot\sum\dot{a}_j(t)\eta_j(\xi) - \mu(\xi)\sum\ddot{a}_j(t)\eta_j(\xi)\right]\alpha(x,\xi)\,d\xi \,. \quad (3{,}6)$$

Da Gleichung (3,6) für beliebige Kräfte Q und c gilt, trifft sie auch für den Fall $Q = 0$ und $c = 0$, also für die Eigenform des j-ten Schwingungsgrades zu.
Durch Einsetzen von

$$a_j(t) = Re\left[b_j\cdot e^{i\Omega_j t}\right] \qquad in\ (3{,}6)$$

ergibt sich

$$Re\left[b_j\cdot e^{i\Omega t}\right]\cdot\eta_j(x) = \int_0^L -\mu(\xi)\cdot\eta_j(\xi)\cdot Re\left[b_j\cdot e^{i\Omega t}\right]\cdot(-\Omega_j^2)\,\alpha(x,\xi)\,d\xi$$

bzw.

$$\eta_j(x) = \Omega_j^2\int_0^L \mu(\xi)\cdot\eta_j(\xi)\cdot\alpha(x,\xi)\,d\xi \,. \qquad (3{,}7)$$

Diese Beziehung wird dazu benutzt, die Größe $\alpha(x,\xi)$ zu eliminieren. Zu diesem Zweck wird Gleichung (3,6) mit $\mu(x)\,\eta_k(x)$ multipliziert und über x integriert:

$$\sum_j \int_0^L a_j(t)\, \eta_j(x) \cdot \mu(x)\, \eta_k(x)\, dx$$

$$= \int_0^L \int_0^L Q(\xi,t)\, \alpha(x,\xi)\, \mu(x)\, \eta_k(x)\, dx\, d\xi$$

$$- \sum_j \dot{a}_j(t) \int_0^L \int_0^L c(\xi)\, \eta_j(\xi)\, \mu(x)\, \eta_k(x)\, \alpha(x,\xi)\, dx\, d\xi$$

$$- \sum_j \ddot{a}_j(t)\, \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, \mu(x)\, \eta_k(x)\, \alpha(x,\xi)\, dx\, d\xi \,. \qquad (3,8)$$

Sind $\eta_j(\xi)$ und $\eta_k(\xi)$ die Eigenformen der Eigenwerte e_j und e_k, so gilt die Eigenschaft der Orthogonalität mit dem Gewicht $\mu(\xi)$

$$\int_0^L \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, \eta_k(\xi)\, d\xi = \begin{Bmatrix} M, & \text{wenn } j = k \\ 0, & \text{wenn } j \neq k \end{Bmatrix} . \qquad (3,9)$$

Gleichung (3,8) kann nun vereinfacht werden, wenn die Reihenfolge der Integration vertauscht wird und die Bedingungen aus (3,7) und (3,9) sowie die Beziehung von Maxwell $\alpha(x,\xi) = \alpha(\xi,x)$ ausgenutzt werden. Dann erhält man:

$$a_k(t) \cdot M_k = \frac{1}{\Omega_k^2} \int_0^L \eta_k(\xi)\, Q(\xi,t)\, d\xi$$

$$- \frac{1}{\Omega_k^2} \sum_j \dot{a}_j(t) \int_0^L c(\xi) \cdot \eta_j(\xi) \cdot \eta_k(\xi)\, d\xi$$

$$- \frac{1}{\Omega_k^2} \cdot \ddot{a}_k(t) \cdot M_k \,.$$

Wenn man nur jeweils einen Schwingungsgrad als für die Dämpfung wesentlich ansieht, d.h. die Kopplung vernachlässigt, kann die Summe über j in (3,8) durch einen einzigen Term in k ersetzt werden. Dann lautet (3,8) mit den Abkürzungen

$$\delta = \frac{1}{\Omega_k^2 M_k} \int_0^L c(\xi)\, \eta_k^2 \, d\xi$$

$$\beta = \frac{1}{\Omega_k^2} \qquad \text{und}$$

$$q(t) = \frac{1}{\Omega_k^2 M_k} \int_0^L Q(\xi,t)\, \eta_k(\xi)\, d\xi$$

$$a_k(t) + \delta \cdot \dot{a}_k(t) + \beta \cdot \ddot{a}_k(t) = q(t) \,. \qquad (3,8)$$

Der Stoß dauere von t_1 bis t_2 ; für $t < t_1$ und $t > t_2$ sei $q(t) = 0$. Während der kurzen Stoßzeit wird die Dämpfung als unwesentlich angesetzt. Gleichung (3,8) vereinfacht sich weiter zu:

$$a_k(t) + \beta \cdot \ddot{a}_k(t) = q(t) \,. \qquad (3,10)$$

(Auf den Index k wird im weiteren Verlauf der Herleitung verzichtet.)

Für die verallgemeinerte Koordinate $a(t)$ wird folgender Ansatz gemacht:

$$a(t) = a_c(t) \cdot \cos \Omega t + a_s(t) \cdot \sin \Omega t \,. \qquad (3,11)$$

$$\left(\beta = \frac{1}{\Omega^2}\right)$$

(3,11) in (3,10) eingesetzt ergibt ((t) weggelassen):

$$a_c \cdot \cos \Omega t + a_s \cdot \sin \Omega t + \frac{1}{\Omega^2}\big(\ddot{a}_c \cdot \cos \Omega t + \ddot{a}_s \cdot \sin \Omega t - 2\Omega \dot{a}_c \cdot \sin \Omega t + 2\Omega \dot{a}_s \cdot \cos \Omega t - a_c \Omega^2 \cdot \cos \Omega t - a_s \Omega^2 \cdot \sin \Omega t\big) = q(t) \,. \qquad (3,12)$$

Für a (t) sind zwei Funktionen eingeführt worden. Daher kann noch eine weitere beliebige Forderung gestellt werden: Es sei

$$\dot{a}_c \cdot \cos \Omega t + \dot{a}_s \cdot \sin \Omega t = 0 \,. \qquad (3,13)$$

Daraus folgt dann

$$\ddot{a}_c \cdot \cos \Omega t - \Omega \dot{a}_c \cdot \sin \Omega t + \ddot{a}_s \cdot \sin \Omega t + \Omega \dot{a}_s \cdot \cos \Omega t = 0 . \qquad (3,14)$$

(3,14) in (3,12) eingesetzt ergibt

$$-\Omega \dot{a}_c \cdot \sin \Omega t + \Omega \dot{a}_s \cdot \cos \Omega t = \Omega^2 \cdot q(t) . \qquad (3,15)$$

Aus (3,13) folgt

$$\dot{a}_c = -\dot{a}_s \frac{\sin \Omega t}{\cos \Omega t} ,$$

also wird (3,15) zu

$$\Omega \dot{a}_s \cdot \frac{\sin^2 \Omega t}{\cos \Omega t} + \Omega \dot{a}_s \cdot \frac{\cos^2 \Omega t}{\cos \Omega t} = \frac{\Omega \dot{a}_s}{\cos \Omega t} = \Omega^2 \cdot q(t) , \qquad (3,16)$$

so daß

$$\begin{aligned} \dot{a}_s &= \Omega \cdot q(t) \cdot \cos \Omega t \\ \dot{a}_c &= -\Omega \cdot q(t) \cdot \sin \Omega t \quad . \end{aligned} \qquad (3,17)$$

Vor t_1 und nach t_2 liegt eine Sinusschwingung vor, da a_s und a_c nach (3,17) konstant sind.

Die Änderung der Schwingungsamplitude im Zeitintervall $t_2 - t_1$ ist damit:

$$\Delta A = \sqrt{(\Delta a_s)^2 + (\Delta a_c)^2}$$

mit

$$\Delta a_s = a_s(t_2) - a_s(t_1) = \Omega \int_{t_1}^{t_2} q(t) \cdot \cos \Omega t \, dt = \frac{1}{\Omega \cdot M} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L Q(x,t)\, \eta(x) \cdot \cos \Omega t \; dx\, dt$$

$$(3,18)$$

$$\Delta a_c = a_c(t_2) - a_c(t_1) = -\Omega \int_{t_1}^{t_2} q(t) \cdot \sin \Omega t \, dt = \frac{-1}{\Omega \cdot M} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L Q(x,t)\, \eta(x) \cdot \sin \Omega t \; dx\, dt .$$

Für den Fall, daß bei $t = t_1$ die Schwingungsamplitude Null ist, ist nach dem Stoß die Amplitude

$$A = \Delta A . \qquad (3,19)$$

A wird im folgenden das Stoßmaß genannt.

Wie die Durchbiegung $z(x,t)$, so kann auch das Biegemoment $B_V(x,t)$ als Überlagerung von Anteilen $a_j(t) \cdot B_j(x)$ dargestellt werden:

$$B_V(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j(t) \cdot B_j(x) \quad . \tag{3,20}$$

Für $B_j(x)$ ist folgendes Doppelintegral zu setzen (siehe z.B. [6]):

$$B_j(x) = \int_0^x \int_0^x \Omega_j^2 \cdot \mu(\xi) \, \eta_j(\xi) \, d\xi \, d\xi \quad . \tag{I}$$

Es ergibt sich aus der Differentialgleichung für die Durchbiegung durch Trennung der Variablen x und t, wenn man $Q(x,t)$ zu Null setzt, $c/\mu = c_\mu$ = konstant annimmt und beide Seiten gleich einer Konstanten - in diesem Fall $-\Omega_j^2$ - setzt.

Es ist nun nachzuweisen, daß durch Trennung der Variablen unter den genannten Bedingungen, angewendet auf Gleichung (3,6), die rechte Seite (Funktion der Längenkoordinate) gleich

$$\frac{-B_j''(x)}{\mu(x) \cdot \eta_j(x)}$$

ist.
Gleichung (3,6) umgeformt ergibt

$$-\frac{\eta_j(x)}{\int_0^L \mu(\xi) \, \eta_j(\xi) \, \alpha(x,\xi) \, d\xi} \quad .$$

$\eta_j(x)$ lautet gemäß (3,7)

$$\eta_j(x) = \Omega_j^2 \cdot \int_0^L \mu(\xi) \, \eta_j(\xi) \, \alpha(x,\xi) \, d\xi \quad . \tag{II}$$

Aus Gleichung (I) folgt durch Differentiation

$$B_j''(x) = \frac{\partial^2 B_j}{\partial x^2} = \Omega_j^2 \cdot \mu(x) \cdot \eta_j(x) \quad . \qquad (III)$$

Gleichung (III) multipliziert mit (II) ergibt

$$\Omega_j^2 \cdot \mu(x) \cdot \eta_j(x) \cdot \eta_j(x) = B_j''(x) \cdot \Omega_j^2 \cdot \int_0^L \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, \alpha(x,\xi)\, d\xi$$

bzw.

$$\frac{\eta_j(x)}{\int_0^L \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, \alpha(x,\xi)\, d\xi} = \frac{B_j''(x)}{\mu(x) \cdot \eta_j(x)} \quad .$$

$B_j(x) = \Omega_j^2 \int_0^x \int_0^x \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, d\xi\, d\xi$ kann durch partielle

Integration in ein Einfachintegral übergeführt werden:

Setzt man $v' = 1$ und $u = \int_0^x \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, d\xi$, so

ist $\frac{1}{\Omega_j^2} B_j(x) = \xi \cdot u \Big|_0^x - \int_0^x \xi \cdot \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, d\xi$ bzw.

$$\frac{1}{\Omega_j^2} B_j(x) = x \cdot \int_0^x \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, d\xi - \int_0^x \xi \cdot \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, d\xi \quad \text{, so daß}$$

$$B_j(x) = \Omega_j^2 \cdot \int_0^x (x-\xi)\, \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, d\xi \quad . \qquad (3,21)$$

Die Amplitude des Biegemomentes am Hauptspant, hervorgerufen durch Bodenstöße, läßt sich dann wie folgt schreiben:

$$B_v(L/2, t) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j(t) \cdot \Omega_j^2 \cdot \int_0^{L/2} (L/2 - \xi)\, \mu(\xi)\, \eta_j(\xi)\, d\xi \quad . \qquad (3,22)$$

3.3 Streckenlast auf den Schiffskörper

Im vorliegenden Ansatz wird die vertikale Streckenlast $Q(x,t)$ auf den Schiffskörper infolge beschleunigter hydrodynamischer Massen gleich der zeitlichen Änderung des Impulses der hydrodynamischen Masse pro Meter Schiffslänge gesetzt. Es sei wiederum $r = r(x,t)$ die Relativbewegung zwischen der Ruheschwimmwasserlinie und der Wasseroberfläche, wobei der Einfluß des Schiffes auf die Wasseroberfläche außer acht bleibt, und $\mu_a = \mu_a(x,r)$ die hydrodynamische Masse. Hierbei wird aus dem Verhalten in periodischer Strömung, für die μ_a frequenzabhängig berechnet werden kann, auf das unperiodische Verhalten beim Stoß geschlossen, ohne die Randbedingungen streng zu beachten; d.h. daß auch aus diesem Grunde das vorliegende Konzept der Relativbewegungen eine Näherung darstellt. Dann ist

$$Q(x,t) = -\frac{D}{Dt}\left\{\mu_a \cdot \frac{D}{Dt}\left[r(x,t)\right]\right\} \quad . \tag{3,23}$$

Mit $\quad \dfrac{D}{Dt} = \dfrac{d}{dt} - v \cdot \dfrac{d}{dx} \quad$ und $\quad \dfrac{d\mu_a}{dx} = \mu_a'$

$$\frac{d\mu_a}{dr} = \mu_a^{*} \quad \text{ergibt sich}$$

$$Q(x,t) = -v^2\mu_a' r' - v^2\mu_a r'' + v\mu_a'\dot{r} + 2v\mu_a\dot{r}' + v\mu_a^{*}\dot{r}r' - \mu_a^{*}\dot{r}^2 - \mu_a\ddot{r} \quad . \tag{3,24}$$

In Gleichung (3,24) sind die Ableitungen von r jeweils an der Stelle x zum Zeitpunkt t zu bilden. Mit den Gleichungen (2,2) bis (2,6) - eingesetzt in die Gleichung (3,24) - wird das Integral $\int_0^L Q(x,t)\,\eta(x)\,dx$ in den Gleichungen (3,18) als Summe von Produkten $F_i \cdot I_i$ dargestellt:

$$\int_0^L Q(x,t)\,\eta(x)\,dx = \sum_{i=1}^{6} F_i \cdot I_i \quad . \tag{3,25}$$

Die Faktoren F_i sind abhängig von den Variablen $\dot{r}$, $\ddot{r}$, $\dot{r}'$, r' und r'' an der Stelle x_0 zum Zeitpunkt t_0 und ergeben sich zu

$$F_1 = v^2\left[r''\cdot x_0 - r' - (t-t_0)\dot{r}'\right] + v\left[\dot{r} - \dot{r}'\cdot x_0 + (t-t_0)\ddot{r}\right]$$

$$F_2 = -v^2\cdot r'' + v\cdot \dot{r}'$$

$$F_3 = v(2\dot{r}' - v\cdot r'') - \ddot{r}$$

$$F_4 = v\left\{(t-t_0)[\dot{r}'(\dot{r}+(t-t_0)\ddot{r}) - x_0(\dot{r}'^2+\ddot{r}\cdot r'') + \ddot{r}\cdot r'] + \dot{r}\cdot r' - x_0(r''(\dot{r}-x_0\cdot\dot{r}') + \dot{r}'\cdot r')\right\}$$
$$+(t-t_0)(2\ddot{r}(x_0\cdot\dot{r}'-\dot{r}) - (t-t_0)\ddot{r}^2) - (\dot{r}-x_0\cdot\dot{r}')^2$$

$$F_5 = v\left[r''(\dot{r}-2\dot{r}'\cdot x_0) + \dot{r}'\cdot r' + (t-t_0)(\dot{r}'^2+\ddot{r}\cdot r'')\right] + 2\dot{r}'(\dot{r}'\cdot x_0 - \dot{r}) - 2(t-t_0)\ddot{r}\cdot\dot{r}'$$

$$F_6 = v\cdot\dot{r}'\cdot r'' - \dot{r}'^2$$

Die Integrale I_i lauten

$$I_1 = \int_0^L \mu_a'(x)\cdot 1\cdot\eta(x)\cdot dx$$

$$I_2 = \int_0^L \mu_a'(x)\cdot x\cdot\eta(x)\cdot dx$$

$$I_3 = \int_0^L \mu_a(x)\cdot 1\cdot\eta(x)\cdot dx$$

$$I_4 = \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot\eta(x)\cdot dx$$

$$I_5 = \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot\eta(x)\cdot dx$$

$$I_6 = \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x^2\cdot\eta(x)\cdot dx$$

Die ausführliche Herleitung von Gleichung (3,25) ist im Anhang 1 gegeben.

Die hydrodynamische Masse und ihre partiellen Ableitungen sind Funktionen des augenblicklichen Tauchungszustandes und der Frequenz. Aufgrund der kurzen Stoßdauer wird der für die Frequenz gegen unendlich gehende Grenzwert der hydrodynamischen Masse gewählt. Zur Bestimmung der "augenblicklichen" Werte, die von der Blasenkinematik - als Funktion des Ortes und der Zeit - abhängen, wird das Schiff durch die Aufmeßpunkte enggesetzter Wasserlinien und Spanten beschrieben. Die hydrodynamische Masse wird für jeden Tiefgang an jedem Spant nach bekannten Programmen berechnet. Die Ableitungen von $\mu_a(x,r)$ nach x und r werden durch Differenzenquotienten angenähert.

3.4 Vergleich mit anderen Verfahren

Die Terme von Gleichung (3,24) sollen kurz diskutiert und mit anderen Verfahren verglichen werden. An anderer Stelle, z.B. [5] , [6] , [7] , fehlen in der Darstellung der Streckenlast Terme gegenüber der Gleichung (3,24). Tabelle 1 gibt eine Übersicht. Im Gegensatz zu den anderen in der Tabelle 1 aufgeführten Ansätzen enthält der hier vorgestellte Ansatz das in Spalte 1 angegebene Glied $-v^2 \cdot \mu_a' \cdot r'$.

Setzt man in Gleichung (3,24) $\dot{r} = \dot{r}' = \ddot{r} = r'' = 0$, so bleibt dieses Glied allein übrig. Das ist zum Beispiel bei einem in glattem Wasser fahrenden, vertrimmten Schiff der Fall. Die Gesamtquerkraft ist dann

$$\int_0^L \left(-v^2 \mu_a'(x) \cdot r'\right) dx = -v^2 r' \int_0^L \frac{d\mu_a}{dx} dx = 0 \,,$$

wenn die Wasserlinie an beiden Schiffsenden spitz und μ_a an den Enden daher gleich Null ist. Die Streckenlast erzeugt das Moment

$$M_u = -v^2 r' \int_0^L x \cdot \mu_a' \, dx = -v^2 r' \Big| \mu_a \cdot x \Big|_0^L + v^2 r' \int_0^L \mu_a \cdot dx$$

$$= v^2 \cdot r' \cdot \overset{\Sigma}{\mu_a} \,,$$ worin $\overset{\Sigma}{\mu_a}$ die hydrodynamische Masse des gesamten Schiffes bedeutet.

Unter M_u versteht man das aus anderen Untersuchungen bekannte MUNK'sche Moment [11] , [12] .

MEYERHOFF und SCHLACHTER machen einen Ansatz, der formal auf die Glieder nach Spalte 3, 6 und 7 der Tabelle 1 führt. Während für den Term 6 der Grenzwert der hydrodynamischen Masse für unendliche Frequenz angesetzt wird, enthalten die beiden anderen Glieder frequenzabhängige hydrodynamische Massen, wobei diese in einen Wellen- und einen Bewegungsanteil aufgespalten sind (ω_0 und ω_e abhängig). Alle drei Anteile werden jeweils in Abhängigkeit von der augenblicklichen Tauchung gebildet. Bei der Lösung der Bewegungsgleichungen in unregelmäßigem Seegang kann die in der linearen

μ_α = Hydrodynamische Masse

μ_α' = Ableitung nach Längenkoordinate

μ_α^* = Ableitung nach Relativbewegung

	1	2	3	4	5	6	7	Frequenz
MEYERHOFF u. SCHLACHTER [5]			$v \cdot \mu_\alpha' \cdot \dot{r}$			$-\mu_\alpha^* \cdot \dot{r}^2$	$-\mu_\alpha \cdot \ddot{r}$	$\mu_\alpha^* (\omega \to \infty)$ $\mu_\alpha, \mu_\alpha^*(\omega_0, \omega_e)$
MANSOUR, D'OLIVEIRA [7]			$+v \cdot \mu_\alpha' \cdot \dot{r}$	$+v \cdot \mu_\alpha \cdot \dot{r}'$		$-\mu_\alpha^* \cdot \dot{r}^2$	$-\mu_\alpha \cdot \ddot{r}$	ω_0
KAPLAN, SARGENT, RAFF [6]			$v \cdot \mu_\alpha' \cdot \dot{r}$	$+v \cdot \mu_\alpha \cdot \dot{r}'$		$-\mu_\alpha^* \cdot \dot{r}^2$	$-\mu_\alpha \cdot \ddot{r}$	$\omega \to \infty$
ROSTOVTSEV [8]						$-\frac{1}{2} \mu_\alpha^* \cdot \dot{r}^2$	$-\mu_\alpha \cdot \ddot{r}$	$\omega \to \infty$
VERFASSER	$-v^2 \cdot \mu_\alpha' \cdot r'$	$-v^2 \cdot \mu_\alpha \cdot r''$	$+v \cdot \mu_\alpha' \cdot \dot{r}$	$+2v \cdot \mu_\alpha \cdot \dot{r}'$	$+v \cdot \mu_\alpha^* \cdot \dot{r} \cdot r'$	$-\mu_\alpha^* \cdot \dot{r}^2$	$-\mu_\alpha \cdot \ddot{r}$	$\omega \to \infty$

Tabelle 1

Vergleich der verschiedenen Ansätze
zur Bestimmung der Streckenlast im
Falle eines Bodenstoßes

Streifenmethode übliche Bestimmung der hydrodynamischen Koeffizienten für die jeweilige Frequenz nicht beibehalten werden. Deshalb wird bei der im Zeitbereich durchgeführten schrittweisen Lösung eine repräsentative Frequenz eingeführt, für die willkürlich die der kennzeichnenden Periode entsprechende Frequenz gesetzt wird.

MANSOUR und D'OLIVEIRA sowie KAPLAN, SARGENT, RAFF verwenden in ihren Ansätzen den Impuls $\mu_a \cdot \dot{r}$, den sie für jeden Zeitpunkt und für jede Stelle des Integrationsbereiches numerisch differenzieren. Die ausführliche Ableitung mit dem Operator $D/Dt = \frac{d}{dt} - v \cdot \frac{d}{dx}$ würde auf die Terme der Spalten 3, 4, 6 und 7 führen. Während MANSOUR und D'OLIVEIRA die Wirkung des Stoßes in einer regelmäßigen Welle ermitteln und (wohl) deshalb die hydrodynamische Masse bei dem aktuellen Tauchungszustand für die Frequenz ω_0 der Welle ermitteln, benutzen KAPLAN, SARGENT und RAFF zur Simulation der Seegangswirkungen die hydrodynamische Masse für unendliche Frequenz. In einer späteren Veröffentlichung [13] der zuletzt genannten Autoren wurde $\frac{d}{dt} \cdot \mu_a \dot{r}$ durch $\mu_a \cdot \ddot{r} + \mu_a^* \cdot \dot{r}^2$ ersetzt (Spalten 6 und 7) und ein"besseres"Ergebnis erzielt, da "während des kurzen Stoßzeitraumes die Relativgeschwindigkeit als nahezu konstant angesehen werden kann und die Größe $\mu_a^* = \frac{d\mu_a}{dr}$ aus den tabellarischen Werten besser ermittelt werden kann".

ROSTOVTSEV leitet die Streckenlast auf den Schiffskörper aus einer Energiebetrachtung her:
Es sei E_{ki} die kinetische Energie einer ebenen Flüssigkeitsschicht

$$E_{ki} = \frac{1}{2} \mu_a(\Delta) \cdot \dot{\Delta}^2 . \qquad (3,26)$$

Hier bedeutet $\mu_a(\Delta)$ den momentanen Wert der hydrodynamischen Masse, der sich für den um Δ (Gleichung (2,8)) getauchten Querschnitt ergibt. Dabei ist μ_a implizit zeitabhängig,

$$\frac{d\mu_a(\Delta)}{dt} = \dot{\Delta} \cdot \frac{d\mu_a(\Delta)}{d\Delta} .$$

Die Streckenlast auf den Querschnitt ergibt sich nach der Lagrange-Formel (siehe z.B. [14]) zu

$$Q(x,t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{ki}}{\partial \dot{\Delta}}\right) - \frac{\partial E_{ki}}{\partial \Delta} \quad . \tag{3,27}$$

Der momentane Wert der hydrodynamischen Masse lasse sich darstellen aus einem von der augenblicklichen Tauchung unabhängigen Wert $\mu_{a_0}(x)$ und einem von der Tauchung abhängigen Wert $\mu_{a_1}(\Delta)$,

$$\mu_a = \mu_{a_0}(x) + \mu_{a_1}(\Delta) \quad .$$

Mit $$\frac{\partial E_{ki}}{\partial \dot{\Delta}} = \mu_a(\Delta)\cdot\dot{\Delta} \quad \textit{und} \quad \frac{\partial E_{ki}}{\partial \Delta} = \frac{1}{2}\dot{\Delta}^2\cdot\frac{d\mu_a(\Delta)}{d\Delta}$$

ergibt sich

$$Q(x,t) = \mu_a(\Delta)\cdot\ddot{\Delta} + \frac{1}{2}\dot{\Delta}^2\cdot\frac{d\mu_a(\Delta)}{d\Delta} \quad .$$

Durch Einsetzen von $\mu_a = \mu_{a_0}(x)+\mu_{a_1}(\Delta)$ erhält man

$$Q(x,t) = \mu_{a_0}(x)\cdot\ddot{\Delta} + \mu_{a_1}(\Delta)\cdot\ddot{\Delta} + \frac{1}{2}\dot{\Delta}^2\cdot\frac{d\mu_{a_1}(\Delta)}{d\Delta} \quad . \tag{3,28}$$

Betrachtet man das 1. Glied dieser Gleichung als zur linearen Theorie gehörig, so bleiben die beiden Terme nach Spalte 6 und 7 der Tabelle 1 übrig. Allerdings ist hier gegenüber der Ableitung nach dem Impulssatz der Faktor 0,5 im 6. Term enthalten.

ROSTOVTSEV schließt aus einem Vergleich mit Ergebnissen aus Fallversuchen, daß die Anwendung des Impulssatzes um den Faktor 2 zu hohe Streckenlasten ergibt. Andererseits sei auch die Anwendung der Lagrange-Formel unbefriedigend; sie sei jedoch überzeugender als der Impulssatz, da die hydrodynamische Masse des Wassers als eine verallgemeinerte Masse dargestellt werden müsse, etwa in der Art, daß

$$E_{ki} = \int\limits_{\substack{\text{Flüssigkeits-}\\\text{gebiet}}} \frac{1}{2}u^2\,d\mu_a = \frac{1}{2}\dot{\Delta}^2\mu_a$$

ist.

ROSTOVTSEV versucht, eine Benetzungskorrektur anzugeben, sagt aber dann, daß das ganze Verfahren schon allzusehr vereinfacht sei , und wählt deshalb für alle Spantformen und Tauchungen den Wert so, daß das dritte Glied in Gleichung (3,28)

$$\dot{\Delta}^2 \cdot \frac{d\mu_{a_1}(\Delta)}{d\Delta}$$

lautet und somit rechnerisch kein Unterschied zu dem Impulsansatz ohne Benetzungskorrektur besteht.
Allen Veröffentlichungen und auch dem hier vorgestellten Ansatz liegt daher ein großer Grad von Vereinfachungen zugrunde.

4. Statistische Betrachtung für das Stoßmaß A

4.1 Mehrdimensionale Normalverteilung

Die partiellen Ableitungen von r in Gleichung (3,24) und die Relativbewegung r selbst, die über die Tauchung Δ bestimmend für μ_a ist, definieren Q und damit das Stoßmaß A als Zufallsgröße wegen der Zufälligkeit der Relativbewegung.
Über die Statistik linearer Seegangswirkungen - das sind Wirkungen, die proportional der Wellenhöhe sind - ist zum Beispiel in [15] und [16] berichtet worden. Liegt für eine solche Seegangswirkung eine Registrierung über einen längeren Zeitraum vor und hat sich der Seegang während der Dauer der Registrierung nicht verändert, so läßt sich die relative Häufigkeit (= Wahrscheinlichkeit) $W(X)$ dafür, daß eine Amplitude größer als ein Wert X (vom Mittelwert aus gemessen) ist, in vielen Fällen durch die Formel

$$W(X) = exp\left(\frac{-X^2}{2\,m_0}\right) \qquad (4,1)$$

annähern, worin m_0 die Varianz der jeweiligen Seegangswirkung, d.h. das Quadrat der Streuung des betreffenden Wertes infolge der zeitlichen Schwankungen im Seegang ist.

Für Seegangswirkungen, die sich als explizite nichtlineare Funktion von linearen Seegangswirkungen darstellen lassen, wie z.B. der Druck auf das Deck eines Schiffes durch überkommendes Wasser, wenn die vertikale Schiffsbeschleunigung berücksichtigt wird [17] , oder die Vergleichsspannung aus der Festigkeitslehre nach der Gestaltänderungshypothese, können statistische Aussagen unter Ansatz einer n-dimensionalen Normalverteilung getroffen werden, siehe BARTSCH [15] .
Die Zahl n ergibt sich aus der Anzahl der die Seegangswirkung beeinflussenden unabhängigen Variablen X_i . Im ersten Beispiel ergibt sich eine 2-dimensionale Normalverteilung mit Relativbewegung und Beschleunigung, im zweiten eine 3-dimensionale Normalverteilung mit den beiden Normalspannungskomponenten und der Schubspannung.

SCHENZLE [2] geht bei der Bestimmung der Slamminghäufigkeit von der dreidimensionalen Normalverteilung der Größen r , $\dot{r}$ und r' aus.

Für die hier interessierenden Variablen $r, \dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r''$ wird eine 6-dimensionale Normalverteilung angesetzt. Die Mittelwerte aller dieser Variablen sind gleich 0. Schreibt man

$$\mathfrak{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ \dot{r} \\ \ddot{r} \\ \dot{r}' \\ r' \\ r'' \end{pmatrix},$$

so ist der Vektor $\mathfrak{X}$ 6-dimensional normalverteilt:

$$f(\mathfrak{X}) = f(r, \dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'') = \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{|\mathfrak{M}|}} \exp\left[-\frac{1}{2}\mathfrak{X}^T \mathfrak{M}^{-1} \mathfrak{X}\right]. \qquad (4,2)$$

Hierin ist $|\mathfrak{M}|$ die Determinante der symmetrischen 6-reihigen Momentenmatrix $\mathfrak{M}$, deren Elemente die Varianzen und Kovarianzen - d.h. die Integrale über die Spektren - der Komponenten von $\mathfrak{X}$ sind:

$$\mathfrak{M} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline m_{0r} & m_{0\dot{r}r} & m_{0\ddot{r}r} & m_{0\dot{r}'r} & m_{0r'r} & m_{0r''r} \\ \hline m_{0r\dot{r}} & m_{0\dot{r}} & m_{0\ddot{r}\dot{r}} & m_{0\dot{r}'\dot{r}} & m_{0r'\dot{r}} & m_{0r''\dot{r}} \\ \hline m_{0r\ddot{r}} & m_{0\dot{r}\ddot{r}} & m_{0\ddot{r}} & m_{0\dot{r}'\ddot{r}} & m_{0r'\ddot{r}} & m_{0r''\ddot{r}} \\ \hline m_{0r\dot{r}'} & m_{0\dot{r}\dot{r}'} & m_{0\ddot{r}\dot{r}'} & m_{0\dot{r}'} & m_{0r'\dot{r}'} & m_{0r''\dot{r}'} \\ \hline m_{0rr'} & m_{0\dot{r}r'} & m_{0\ddot{r}r'} & m_{0\dot{r}'r'} & m_{0r'} & m_{0r''r'} \\ \hline m_{0rr''} & m_{0\dot{r}r''} & m_{0\ddot{r}r''} & m_{0\dot{r}'r''} & m_{0r'r''} & m_{0r''} \\ \hline \end{array}$$

Den Ausdruck $\mathfrak{H}^T \mathfrak{M}^{-1} \mathfrak{H}$ bezeichnet man als quadratische Form [18] . $\mathfrak{M}^{-1}$ ist darin die inverse Matrix von $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{H}^T$ der transponierte Vektor von $\mathfrak{H}$.

Bei der im folgenden beschriebenen Herleitung der Elemente von $\mathfrak{M}$ ist ω als die Begegnungsfrequenz zu verstehen

$$\omega = \omega_0 - \omega_0^2 \cdot \frac{v}{g} \cos \nu \ ,$$

mit der das Schiff in regelmäßigen Wellen zu seinen Bewegungen angeregt wird; ω_0 ist die Frequenz der regelmäßigen Welle, v die Schiffsgeschwindigkeit, g die Erdbeschleunigung und ν der Begegnungswinkel.

4.2 Elemente der Momentenmatrix $\mathfrak{M}$

Eine harmonisch schwankende Wellenhöhe ζ wird beschrieben durch die Gleichung

$$\zeta = Re(\overline{\zeta} \cdot e^{i\omega t}) \; . \tag{4,3}$$

Die durch diese Wellenhöhe hervorgerufene Seegangswirkung X schwankt mit gleicher Frequenz ω , aber möglicherweise anderer Phase:

$$X = Re(\overline{X} \cdot e^{i\omega t}) \; . \tag{4,4}$$

Man bezeichnet $Y_{X\zeta}(\omega) = \dfrac{\overline{X}}{\overline{\zeta}}$ als komplexe Übertragungsfunktion.

$S_{\zeta\zeta}(\omega)$ ist die Spektraldichte für einen unregelmäßigen, langkämmigen Seegang, die nach einem Vorschlag des ISSC [19] durch die Formel von MOSKOWITZ und PIERSON abhängig von der kennzeichnenden Wellenhöhe H_V der kennzeichnenden Periode T_V und dem Winkel ν_V angegeben wird:

$$S_{\zeta\zeta}(\omega) = 0{,}11\,(2\,\pi)^4 H_V^2 \, T_V^{-4}\, \omega^{-5} \exp\left[-0{,}44\,(2\pi)^4 (T_V \cdot \omega)^{-4}\right] . \tag{4,5}$$

Die Spektraldichte der Seegangswirkung X ergibt sich durch Multiplikation mit dem Quadrat des Betrages der Übertragungsfunktion:

$$S_{XX}(\omega) = \left| Y_{X\zeta}(\omega) \right|^2 \cdot S_{\zeta\zeta}(\omega) \; . \tag{4,6}$$

Die Varianz der Seegangswirkung X lautet dann:

$$m_{0_{XX}} = \int_0^\infty S_{XX}(\omega)\, d\omega \; . \tag{4,7}$$

Die Diagonale der Momentenmatrix $\mathfrak{M}$ ist mit den Varianzen der 6 Elemente des Variablenvektors $\mathfrak{X}$ besetzt, also mit
m_{0rr}, $m_{0\dot{r}\dot{r}}$, $m_{0\ddot{r}\ddot{r}}$, $m_{0\dot{r}'\dot{r}'}$, $m_{0r'r'}$, $m_{0r''r''}$.
Sie werden - wie auch die Kovarianzen - bestimmt für die Bewegungsgrößen am Bezugspunkt x_0 .
Die Kovarianzen des Variablenvektors $\mathfrak{X}$ ergeben sich aus den Realteilen der Kreuzspektren nach folgender Gleichung:

$$m_{0x_j x_k} = \int_0^\infty Re\left[\frac{Y_{x_j\zeta}}{Y_{x_k\zeta}}\right] \cdot S_{x_k x_k}(\omega)\; d\omega \; . \qquad (4,8)$$

Gleichung (4,8) bedingt eine symmetrische Momentenmatrix.
Die Kovarianzen zweier Größen, deren Phasendifferenz $\pi/2$ beträgt, verschwinden wegen $Re[-] = 0$; dies sind $m_{0r\dot{r}}$, $m_{0\dot{r}\ddot{r}}$, bzw. $m_{0\dot{r}r}$ und $m_{0\ddot{r}\dot{r}}$ sowie $m_{0\dot{r}'r'}$ bzw. $m_{0r'\dot{r}'}$.
In der Momentenmatrix $\mathfrak{M}$ auf Seite 28 sind diese Größen schraffiert dargestellt.
Die Kovarianz $m_{0r\dot{r}'}$ unterscheidet sich von der Kovarianz $m_{0\dot{r}r'}$ nur im Vorzeichen.

Die zur Aufstellung der Momentenmatrix benötigten Übertragungsfunktionen werden nach der linearen Theorie der Schiffsbewegung bestimmt. Der Einfluß der Stoßkräfte auf die Schiffsbewegung wird also vernachlässigt, was bei großen Handelsschiffen zulässig erscheint. Die Relativbewegung r und die Ableitungen nach der Zeit und nach der Längenkoordinate x werden für die Stelle x_0 ermittelt. Dabei wird als Wellenerhebung die ungestörte Wellenkontur in der Mittschiffsebene angenommen.

4.3 Stoßrate

Es sei nun G das Gebiet des 5-dimensionalen Raumes $(\dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'')$, das nach den in 2. genannten Bedingungen zu einem Stoß führt und für das zusätzlich das Stoßmaß A eine gegebene Schranke A^* überschreitet. Die Wahrscheinlichkeit, daß zu einem beliebigen Zeitpunkt t_0 der Vektor $\mathcal{R} = (\dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'')$ in diesem Gebiet liegt und daß zusätzlich r zwischen d_{x_0} und $d_{x_0} + \Delta r$ liegt, ist (für $\Delta r \rightarrow 0$) gleich dem Integral über die Verteilungsdichte, erstreckt über dieses Gebiet

$$W[\mathcal{R} \text{ in } G] = \int_G f(d_{x_0}, \dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'') \cdot \Delta r \cdot d\mathcal{R} \quad . \tag{4,9}$$

Die Stoßrate (= mittlere Zahl der Stöße pro Zeiteinheit) $E[A \geq A^*]$ für dieses Ereignis erhält man durch Division dieser Wahrscheinlichkeit durch die Zeit Δt , während der r zwischen d_{x_0} und $d_{x_0} + \Delta r$ liegt. Mit $\Delta t = \Delta r / |\dot{r}|$ folgt:

$$E[A \geq A^*] = \int_G f(d_{x_0}, \dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'') \cdot |\dot{r}| \cdot d\mathcal{R} \quad . \tag{4,10}$$

Die Integration wird nach der Monte-Carlo-Methode durchgeführt [20], indem der Normalverteilung f entsprechend zufällig N Vektoren

$$\mathcal{R}_i = (\dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'')^T \tag{4,11}$$

zu gegebenem Wert für

$$r = d_{x_0}$$

erzeugt werden und für die $\mathcal{R}_i$ festgestellt wird, ob sie in G liegen oder nicht. Die Stoßrate $E[A \geq A^*]$ ergibt sich so zu

$$E[A \geq A^*] = \frac{f_1(d_{x_0})}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} |\dot{r}| \cdot \begin{Bmatrix} 1, \text{ wenn } A \geq A^* \\ 0, \text{ wenn } A < A^* \end{Bmatrix} \quad . \tag{4,12}$$

Dabei ist $f_1(d_{x_0})$ die Verteilungsdichte der Größe r an der Stelle d_{x_0} :

$$f_1(d_{x_0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot m_{0rr}}} \cdot e^{-\frac{d_{x_0}^2}{2\, m_{0rr}}} \quad . \tag{4,13}$$

4.4 Erzeugung zufälliger, normalverteilter Vektoren

Bei der Erzeugung zufälliger Vektoren

$$\mathfrak{R}_i = (\dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'')^T$$

zu gegebenem Wert für $r = d_{x_0}$, so daß die

$$\mathfrak{X}_{d_{x_0}} i = (d_{x_0}, \dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'')^T$$

der 6-dimensionalen Normalverteilung

$$f(\mathfrak{X}) = \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{|\mathfrak{M}|}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\mathfrak{x}^T \mathfrak{M}^{-1} \mathfrak{x}}$$

genügen, kann man sich die Hauptachsentransformation quadratischer Formen zu Nutze machen [18] .

Durch die Hauptachsentransformation werden die gemischten Glieder $x_i \cdot x_k$ des Exponenten der Verteilung $f(\mathfrak{X})$ übergeführt in Glieder y_i^2.

Dazu wird die Inverse der Momentenmatrix $\mathfrak{M}$ aufgeteilt:

$$\mathfrak{M}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathfrak{a} & \mathfrak{b}^T \\ \mathfrak{b} & \mathfrak{C} \end{pmatrix},$$

wobei $\mathfrak{a}$ das Element 1,1

$\mathfrak{b}$ ein Spaltenvektor mit fünf Komponenten

und $\mathfrak{C}$ eine symmetrische 5 x 5-Matrix ist.

Der Vektor $\mathfrak{X}_{d_{x_0}}$ wird wie folgt angesetzt:

$$\mathfrak{X}_{d_{x_0}} = \begin{pmatrix} d_{x_0} \\ \mathfrak{z} \end{pmatrix}, \qquad \text{wobei } \mathfrak{z} \text{ ein aus} \tag{4,14}$$

5 Komponenten bestehender Spaltenvektor ist:

$$\mathfrak{z} = \mathfrak{P} \cdot \mathfrak{y} - d_{x_0} \cdot \mathfrak{C}^{-1} \cdot \mathfrak{b}.$$

$\mathfrak{P}$ ist die Matrix der normierten Eigenvektoren von $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{y}$ ein Zufallsvektor. Die quadratische Form lautet dann:

$$\mathfrak{X}^T \cdot \mathfrak{M}^{-1} \cdot \mathfrak{X} = \left(d_{x_0}, \mathfrak{y}^T \mathfrak{P}^T - d_{x_0} \mathfrak{b}^T \mathfrak{L}^{-1}\right) \cdot \begin{pmatrix} \mathfrak{a} & \mathfrak{b}^T \\ \mathfrak{b} & \mathfrak{L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_{x_0} \\ \mathfrak{P}\mathfrak{y} - d_{x_0} \mathfrak{L}^{-1} \cdot \mathfrak{b} \end{pmatrix}$$

$$= \left(d_{x_0}, \mathfrak{y}^T \mathfrak{P}^T - d_{x_0} \mathfrak{b}^T \mathfrak{L}^{-1}\right) \cdot \begin{pmatrix} d_{x_0} \mathfrak{a} + \mathfrak{b}^T \mathfrak{P}\mathfrak{y} - d_{x_0} \mathfrak{b}^T \mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{b} \\ d_{x_0} \mathfrak{b} + \mathfrak{L} \cdot \mathfrak{P}\mathfrak{y} - d_{x_0} \cdot \mathfrak{b} \end{pmatrix}$$

$$= d_{x_0}^2 \mathfrak{a} + d_{x_0} \mathfrak{b}^T \mathfrak{P}\mathfrak{y} - d_{x_0}^2 \mathfrak{b}^T \mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{b} + \mathfrak{y}^T \underbrace{\mathfrak{P}^T \mathfrak{L} \cdot \mathfrak{P}}_{\mathcal{L}} \mathfrak{y} - d_{x_0} \mathfrak{b}^T \mathfrak{P}\mathfrak{y} .$$

Mit $\mathfrak{P}^T \cdot \mathfrak{L} \cdot \mathfrak{P} = \mathcal{L}$ = *Diagonalmatrix der Eigenwerte von* $\mathfrak{L}$ *folgt*

$$\mathfrak{X}^T \mathfrak{M}^{-1} \mathfrak{X} = d_{x_0}^2 \left(\mathfrak{a} - \mathfrak{b}^T \mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{b}\right) + \mathfrak{y}^T \cdot \mathcal{L} \cdot \mathfrak{y} .$$

Also ist

$$f(\mathfrak{X}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^6 \, |\mathfrak{M}|}} \cdot \left[e^{-\frac{1}{2} d_{x_0}^2 (\mathfrak{a} - \mathfrak{b}^T \mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{b})} \cdot e^{-\frac{1}{2} \lambda_1 y_1^2} \cdots\cdots e^{-\frac{1}{2} \lambda_5 y_5^2} \right] . \qquad (4,15)$$

Dabei sind λ_1 bis λ_5 die Eigenwerte von $\mathfrak{L}$. Das bedeutet: Wenn die y_i , $i = 1 \div 5$, unabhängig von einander normalverteilt mit dem Mittelwert 0 und der Varianz $1/\lambda_i$ erzeugt werden, hat der nach Gleichung (4,14) berechnete Vektor $\mathfrak{X}_{d_{x_0}}$ die gewünschte Verteilung $f(\mathfrak{X})$.

Die Mittelwerte der Variablen $\dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r''$ unter der Bedingung $r = d_{x_0}$ ergeben sich aus

$$-d_{x_0} \cdot \mathfrak{L}^{-1} \cdot \mathfrak{b} .$$

dann lautet

$$E[A \geq A^*] = \int_{R_{\vartheta}} |\dot{r}|\, f_1(d_{x_0}) \cdot \begin{Bmatrix} 1, & \text{wenn } A \geq A^* \\ 0, & \text{wenn } A < A^* \end{Bmatrix} \cdot \varphi(\vartheta)\, d\vartheta \,.$$

Wendet man nun die Monte-Carlo-Methode an [20] , muß der Integrand durch die Dichtefunktion $\varphi(\vartheta)$ "geteilt"werden:

$$E[A \geq A^*] = \int_{R_{\vartheta}} \left[\frac{|\dot{r}|\, f_1(d_{x_0}) \cdot \begin{Bmatrix} 1, & \text{wenn } A \geq A^* \\ 0, & \text{wenn } A < A^* \end{Bmatrix} \cdot \varphi(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} \right] \cdot \varphi(\vartheta)\, d\vartheta \,.$$

Werden gemäß (4,14) N Vektoren erzeugt, so ist wegen

$$\int_{R_{\vartheta}} \varphi(\vartheta)\, d\vartheta = 1$$

$$E[A \geq A^*] = \frac{f_1(d_{x_0})}{N} \sum_{i=1}^{N} |\dot{r}| \cdot \begin{Bmatrix} 1, & \text{wenn } A \geq A^* \\ 0, & \text{wenn } A < A^* \end{Bmatrix} \,. \qquad (4,12)$$

4.5 Zeitlicher Verlauf des Stoßmaßes A, Berechnung von A

Um einen Überblick über den zeitlichen Verlauf des Stoßmaßes A zu erhalten, wird A nach jedem Zeitschritt Δt berechnet. Abb. 7 zeigt zum Beispiel für den 1. Schwingungsgrad (2-Knotenschwingung) die zeitlichen Verläufe von

$$\int_x Q(x,t)\ \eta(x)\ dx\ ,$$

$$\int_x Q(x,t)\ \eta(x) \cos \Omega t\ dx\ ,$$

$$-\int_x Q(x,t)\ \eta(x) \sin \Omega t\ dx \qquad \text{und}$$

$$A = \frac{1}{\Omega \cdot M} \cdot \sqrt{\left(\int_t \int_x Q(x,t)\ \eta(x) \cos \Omega t\ dx\, dt\right)^2 + \left(\int_t \int_x Q(x,t)\ \eta(x) \sin \Omega t\ dx\, dt\right)^2}$$

gemäß Gleichung (3,18) und (3,19) eines Stoßes von großer Intensität. Man erkennt, daß der Zeitschritt Δt für diesen ausgeprägten Stoß zumindest bei Stoßbeginn zu groß gewählt ist. Δt wird deshalb am Anfang des Stoßes sehr klein angesetzt und danach abhängig von der Blasenkinematik vergrößert.

Bei der Betrachtung dieser Verläufe tritt die Frage auf, nach welchem Zeitschritt die Integration zur Bestimmung von A abgebrochen werden soll. Der Verlauf des Integrals

$$\int_x Q(x,t)\ \eta(x)\ dx$$

über der Zeit ist bei ausgeprägten Stößen im wesentlichen durch die Formen nach Abb. 8 bestimmt. Für die Form 2 sei der Verlauf von A in Abb. 9 schematisch dargestellt und Abb. 10 zeige sinngemäß die augenblickliche Schwingung des Schiffskörpers bzgl. des 1. Freiheitsgrades. Die gestrichelte Linie sei dabei die mittlere statische Durchbiegung infolge $K_1 = \int_x Q(x,t)\ \eta_1(x)\, dx$ nach Abb. 8.

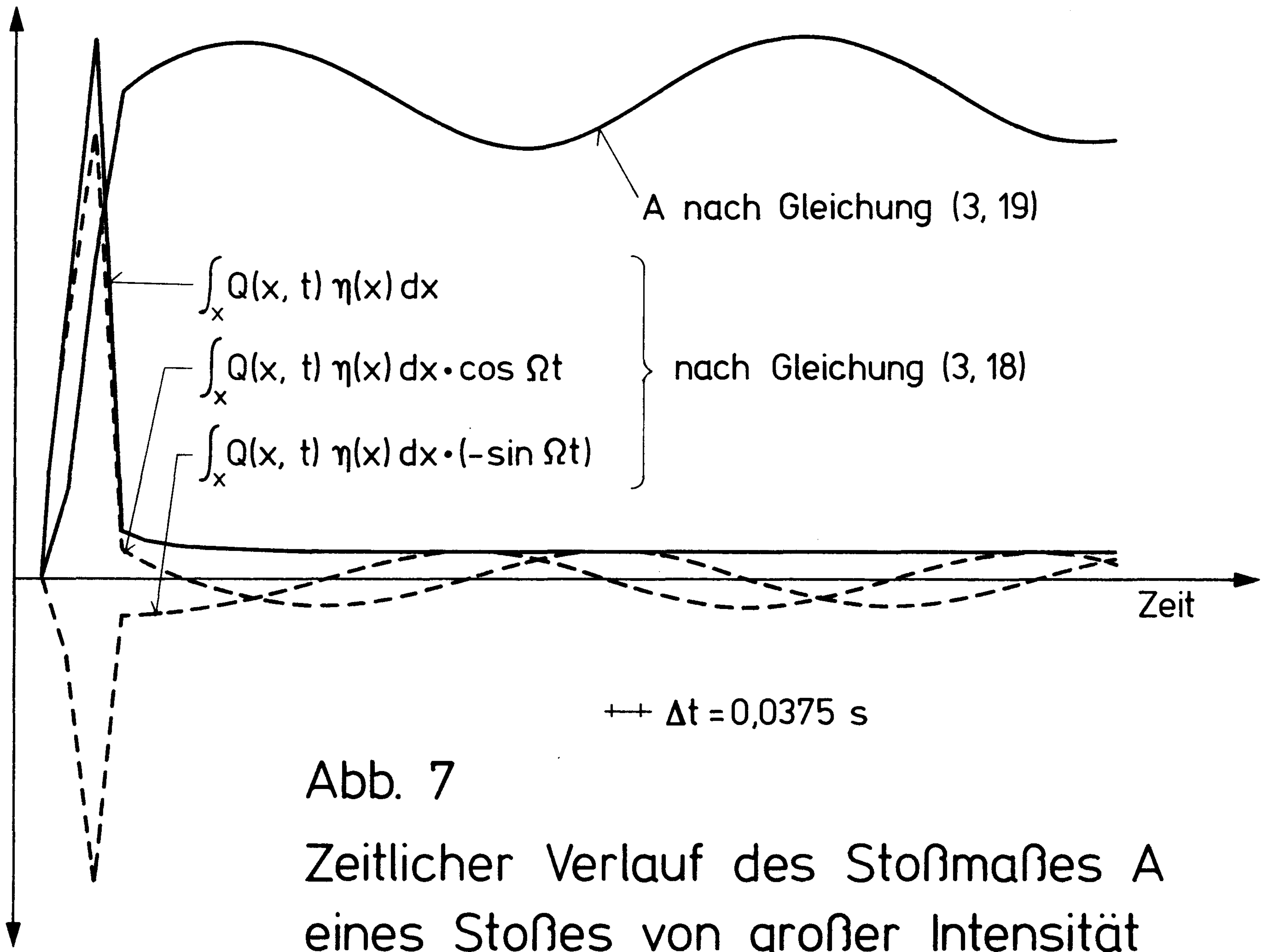


Abb. 7

Zeitlicher Verlauf des Stoßmaßes A eines Stoßes von großer Intensität

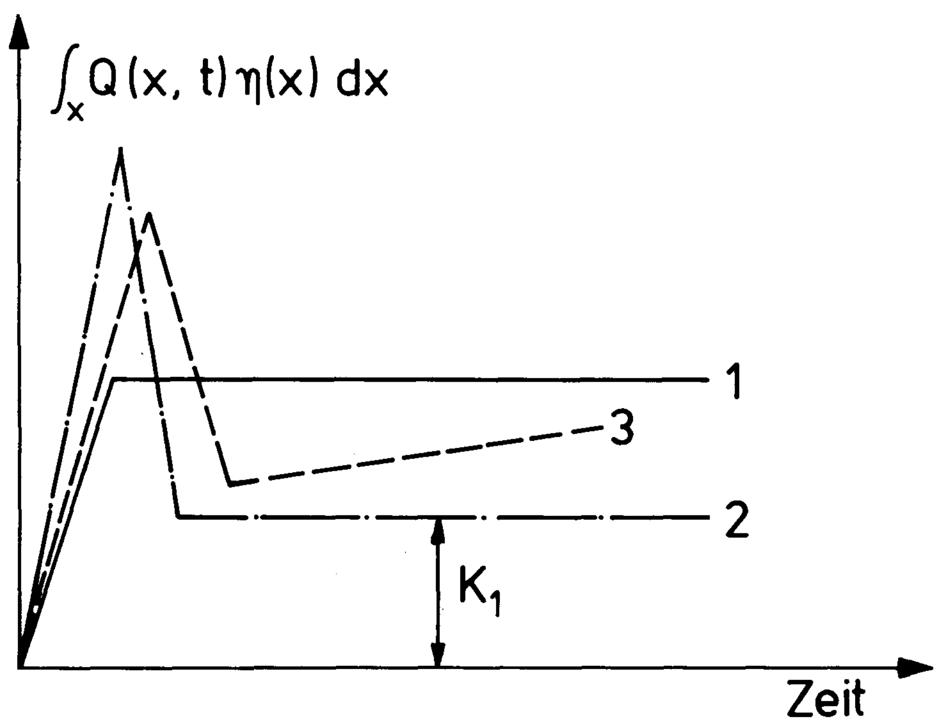


Abb. 8

$\int_x Q(x, t)\,\eta(x)\,dx$ – Verläufe

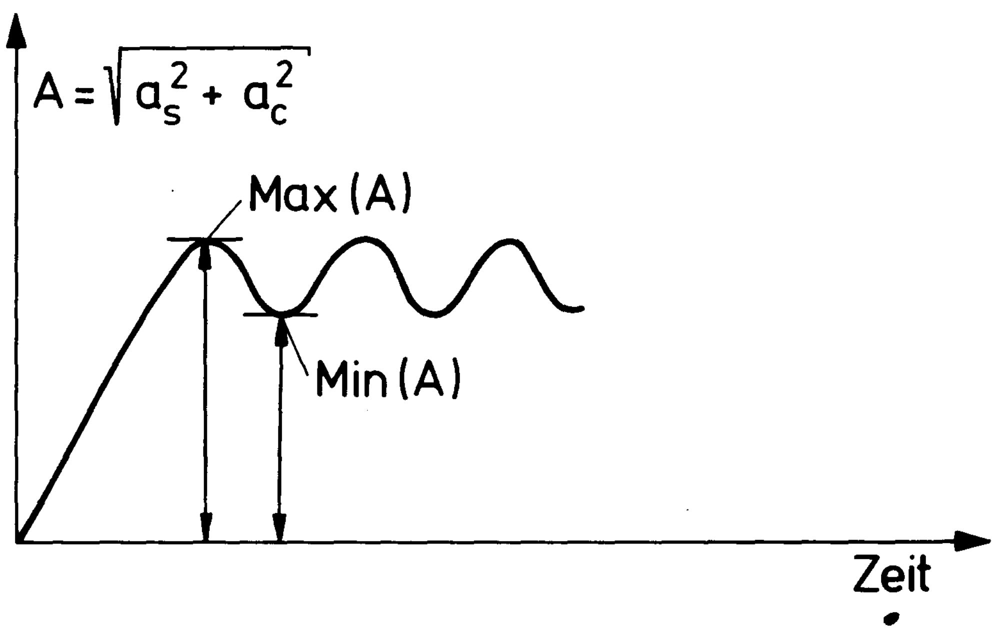


Abb. 9

Zeitlicher Verlauf des Stoßmaßes

Die Schwingungsamplitude A nach Abb. 9 schwankt, da sie unter der Voraussetzung berechnet wird, daß die Schwingung um die Ruhelage des geraden Kiels erfolgt, während in Wirklichkeit eine mittlere statische Durchbiegung vorhanden ist. Für A wird deshalb der Mittelwert aus dem 1. Maximum und dem 1. Minimum nach dem Schließen der Blase gesetzt.

Sind die Stöße weniger ausgeprägt, so ergeben sich für die in Abb. 7 aufgeführten Größen z.B. die zeitlichen Verläufe gemäß Abb. 11. In solchen Fällen gibt es u.U. für A in dem betrachteten Zeitraum weder ein Maximum noch ein Minimum. Dann wird A gleich dem Wert A zum Ende des untersuchten Zeitraums (hier 1,5 s) gesetzt.

Ergibt sich für A ein Maximum, aber kein Minimum, wird A gleich dem Mittelwert aus dem Maximum und dem eben genannten Endwert gesetzt. Diese beiden zuletzt genannten Festlegungen müssen noch hinsichtlich ihrer Genauigkeitsgrenzen untersucht werden.

Bei der Berechnung von A wird das Integral $\int_x Q(x,t)\,\eta(x)\,dx$ zum Zeitpunkt t_n nach Gleichung (3,25) berechnet. Die Integrationslänge beginnt an der Stelle, wo $\dot{r}(x,t) \geq 0$ ist, und endet bei x_0 . Bei positivem $\dot{r}'$ wird die linke Nullstelle der Blase zum Zeitpunkt $t = t_0$ als Beginn der Integrationslänge gewählt.
Die Integration wird mit Hilfe der Trapezregel durchgeführt, wobei gemäß der Tauchung Δ zwischen den relevanten Größen für vorgegebene Stützstellen und Wasserlinien interpoliert wird.

Ebenfalls mit Hilfe der Trapezregel wird dann A zum Zeitpunkt t_n bestimmt.

Abb. 10

Augenblickliche Durchbiegung

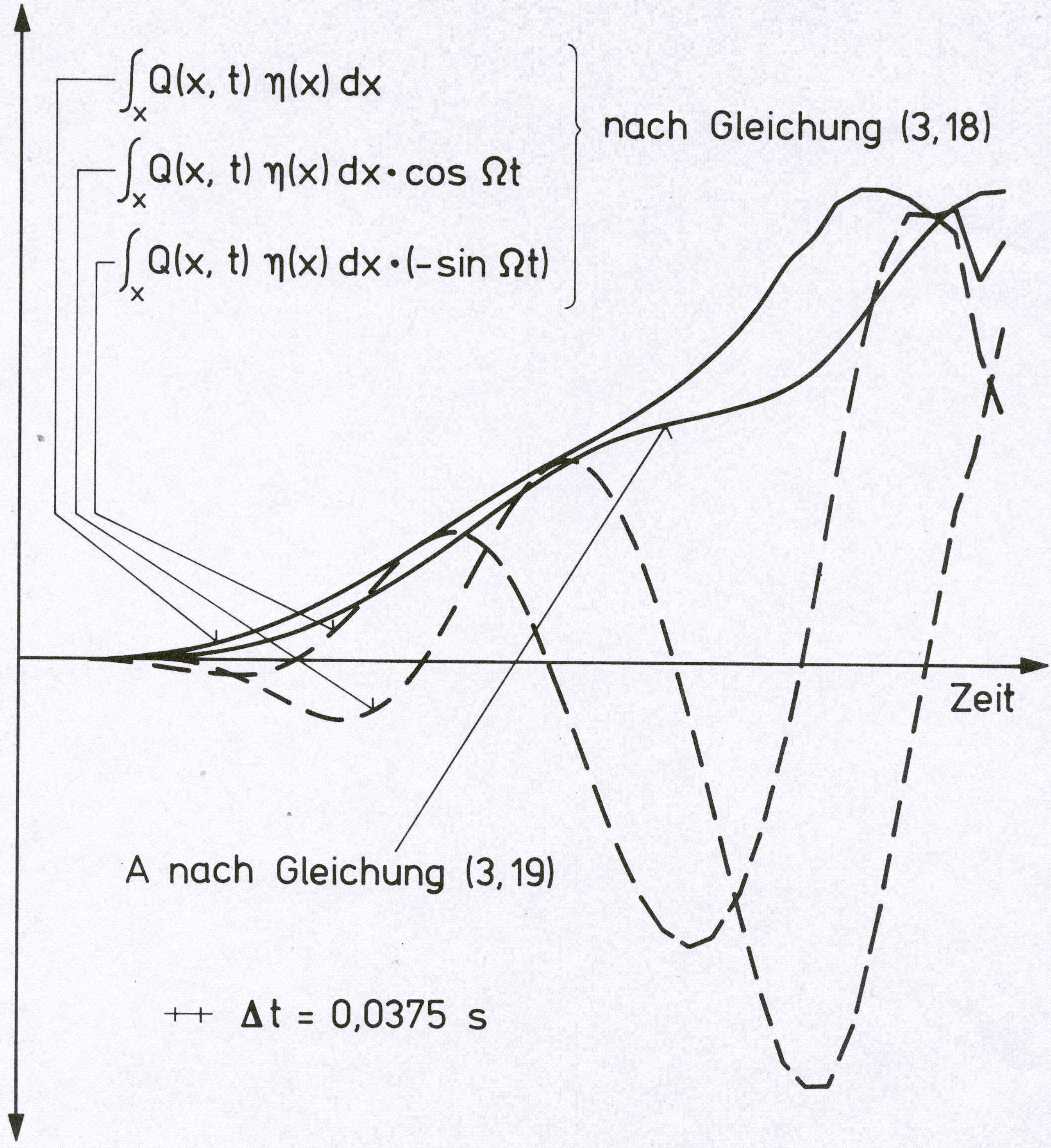


Abb. 11

Zeitlicher Verlauf des Stoßmaßes A eines Stoßes von geringer Intensität

5. Beispielrechnung

5.1 Ergebnisse

Für ein Containerschiff mit den Hauptabmessungen

L_{pp} = 193,10 m
$L_{ü.a.}$ = 204,00 m
B = 30,80 m
H = 18,80 m
$d_{\boxtimes}$ = 6,08 m

dv = 4,70 m
dh = 7,40 m
C_B = 0,552
v = 17,00 kn

wurde eine Beispielrechnung nach dem beschriebenen Verfahren für den 1. Eigenschwingungsgrad durchgeführt. Abb. 12a zeigt die Generalansicht dieses Schiffes, für das Abb. 12b die Massenverteilung des Schiffskörpers und seiner Ladung im Ballastfall mit den Tiefgängen dh = 7,40 m und dv = 4,70 m beschreibt. Die Schiffsgeschwindigkeit wurde mit 17 kn angenommen. Als Bezugspunkt wurde der Wert $x_0 = 175{,}44$ m vom hinteren Schiffsende gewählt.
Für den beschriebenen Ladefall wurden die Ergebnisse der Schiffskörperbiegeschwingungsuntersuchung aus [21] benutzt. Die Steifigkeit des Schiffskörpers sowie die Eigenform für den 1. Grad (2-Knotenschwingung) zeigen Abb. 12c und 12d.

(Die Entwurfswerte der Relativbewegung und des Biegemoments an verschiedenen Stellen des Schiffes, die in Abb. 13 gezeigt werden, sollen nur einen Eindruck von den Bewegungen und Belastungen des Beispielschiffes vermitteln.)

Die von der Tauchung $\Delta(x,t)$ abhängigen Größen der hydrodynamischen Masse und ihre Ableitungen nach Ort und Zeit $(\mu_\alpha, \mu_\alpha', \mu_\alpha^*)$ könnten z.B. nach dem in [22] beschriebenen Verfahren berechnet werden.
Da hier nur das Prinzip gezeigt werden soll, wurde die hydrodynamische

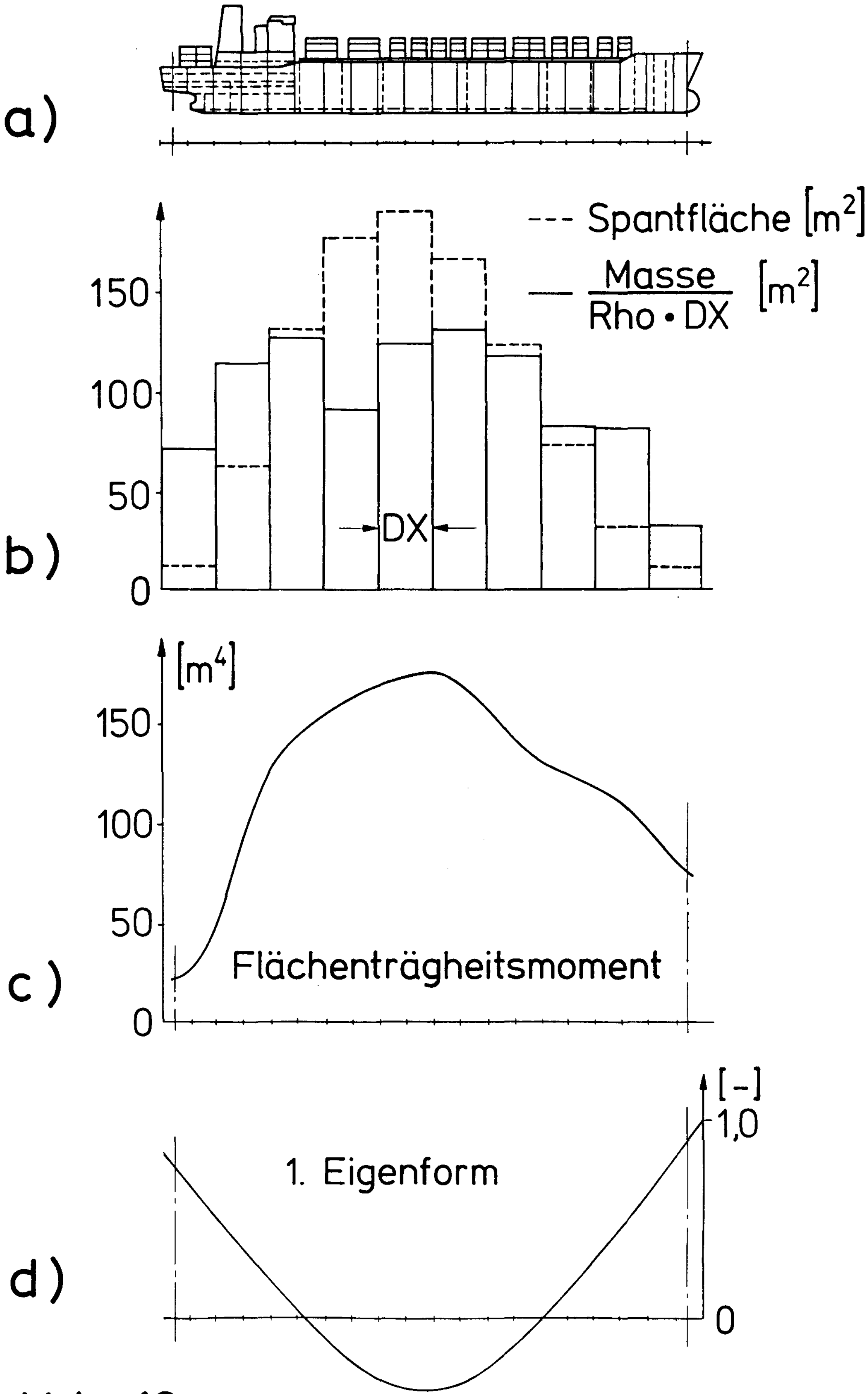


Abb. 12
Zur Berechnung verwendete Daten des Beispielschiffes

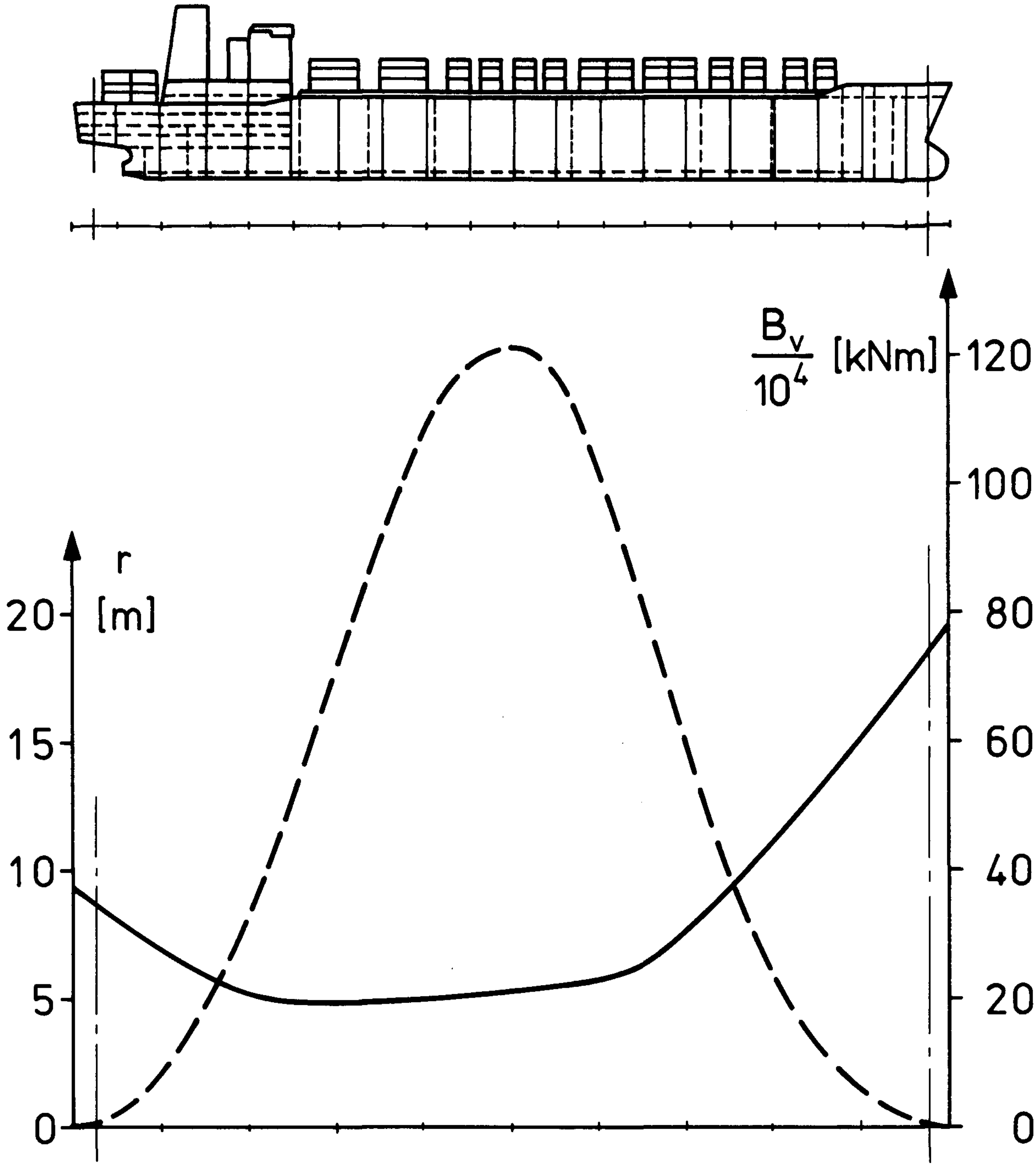


Abb. 13

Entwurfswerte der Relativbewegung und der vertikalen Biegemomente ($w = 10^{-6}$) im Nordatlantik

Masse nur als Funktion der Schiffsbreite angesetzt, d.h.:

$$\mu_a(x,\Delta) = \frac{\pi \cdot \varrho}{8} \cdot \left[B(x,\Delta)\right]^2 .$$

Zur Erfassung dieser Massen für verschiedene Tauchungen und Stellen am Schiff wurde eine Wasserlinieneinteilung mit 0,2 m Abstand vorgenommen und ein Spantabstand von 2,04 m (1/100 L) gewählt. Insgesamt wurden 40 Wasserlinien und 80 Spanten (vom vorderen Lot beginnend) vorgesehen. Anhang 2 zeigt die berechneten Übertragungsfunktionen und Einflußfunktionen (Abb. 18 ÷ 35) der Relativbewegung und ihrer fünf partiellen Ableitungen am Bezugspunkt x_0, ferner die Spantenrisse des unverzerrten (Abb. 36 und 37) und des verzerrten Schiffskörpers (Abb. 38 und 39). Diese Verzerrung wurde vorgenommen, um den Einfluß der Schiffsform auf die Intensität der Stöße vorgegebener Stoßraten zu untersuchen. Dabei wurden jedoch die selben Übertragungsfunktionen und Einflußfunktionen benutzt wie beim unverzerrten Schiff, so daß der Vergleich nur qualitativ ist.

Der hier vorgestellte Ansatz erfordert für die Größe μ_a^* beim Eintauchvorgang einen endlichen Wert. Deshalb mußte hier eine Aufkimmung vorgegeben werden, die mit 0.2 angesetzt wurde. Da aber gerade Schiffe mit flachem Boden die schweren Stöße erleiden - und hier wird $\mu_a^* = \infty$ - ist eine Änderung auf endliche Werte hinsichtlich der Genauigkeitsminderung nicht gut abschätzbar. Auf eine Möglichkeit, die Glieder des Integranden nach Gleichung (3,24), die μ_a^* enthalten, durch solche mit μ_a zu ersetzen, wird im Abschnitt 7 eingegangen.
Die Stoßraten $E[A \geq A^*]$ $1/s$ wurden zunächst für eine kennzeichnende Wellenhöhe H_V = 7,45 m und eine kennzeichnende Periode T_V = 9,6 s bei einem Begegnungswinkel $\nu_V = 180°$ berechnet. Für die Stoßraten wurden fünf "Schranken" vorgegeben. Abb. 14 zeigt für eine dieser "Schranken" den Verlauf über der Anzahl der Monte-Carlo-Versuche.

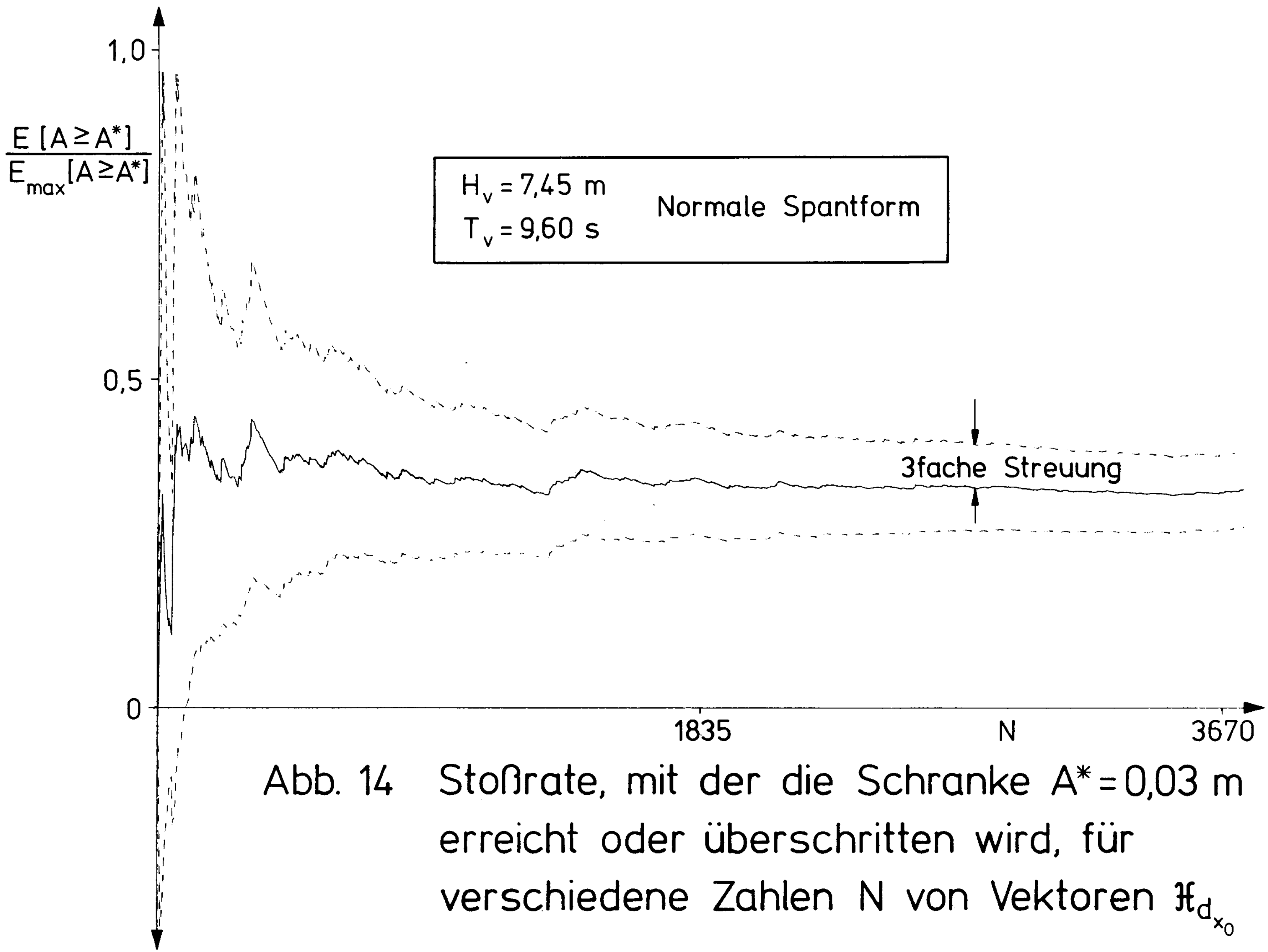


Abb. 14 Stoßrate, mit der die Schranke $A^* = 0{,}03$ m erreicht oder überschritten wird, für verschiedene Zahlen N von Vektoren $\mathfrak{X}_{d_{x_0}}$

Danach wurde die Rechnung für eine andere Seegangskombination, nämlich $T_v = 13\ s$ und $H_v = 19\ m$ durchgeführt. In beiden Fällen wurden jeweils die tatsächlichen und die verzerrten Spantformen der Berechnung zugrundegelegt.
Alle Ergebnisse sind in der Abb. 15 dargestellt.

Gemäß Gleichung (3,22) wird die durch den Stoß hervorgerufene Amplitude des Momentes am Hauptspant berechnet.

Für die Wichtungsfunktion des Biegemomentes ergibt sich für $x = L/2$ und die Frequenz des 1. Schwingungsgrades nach Gleichung (3,21)

$$B_1(L/2) = 6{,}4 \cdot 10^6\ kN\ .$$

Mit zum Beispiel $A^* = 0{,}01\ m$ (siehe Abb. 15) folgt daraus ein Moment am Hauptspant von

$$B_{v_1}(L/2,\ t_s) = 6{,}4 \cdot 10^4\ kNm\ .$$

Dieses der 2-Knoten-Biegeschwingung entsprechende Moment verursacht bei einem Widerstandsmoment des Hauptspantquerschnittes von 17,5 m^3 eine Spannung von

$$\sigma_1(L/2,\ t_s) = 3{,}6\ N/mm^2\ .$$

Dieses Moment, bzw. diese Spannung tritt in einem durch $T_v = 9{,}6\ s$ und $H_v = 7{,}45\ m$ gekennzeichneten Seegang im Falle eines V-förmigen Spantcharakters ca. 0,016 mal pro s auf.

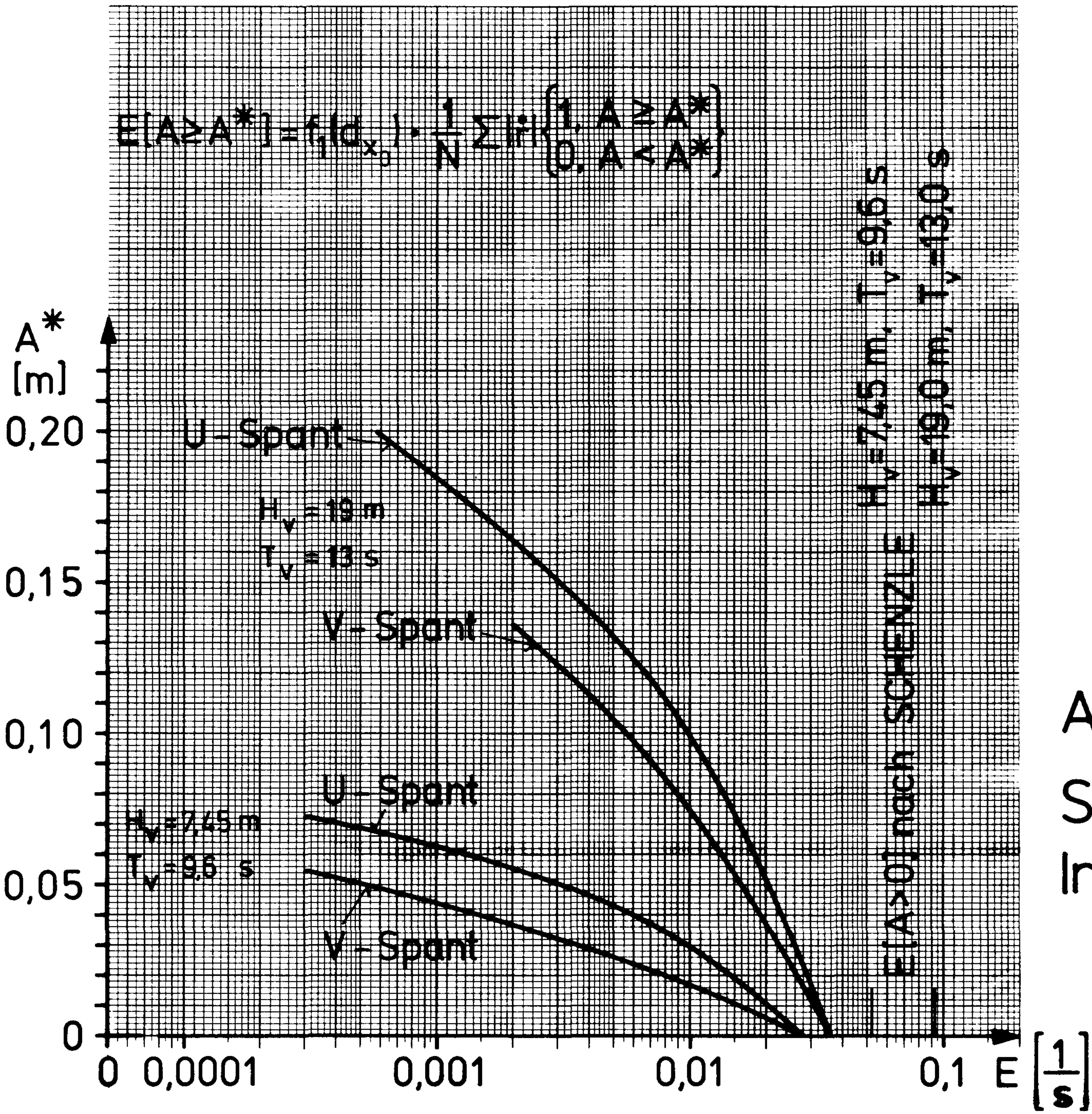


Abb. 15
Stoßraten der Intensität A

5.2 Vergleich der Stoßraten $A > 0$ mit Ergebnissen nach dem Verfahren von SCHENZLE [2] und OCHI, MOTTER [3]

Die Stoßraten $E[A \geq A^*]$ mit $A^* = 0$ werden mit den Ergebnissen nach dem Ansatz von SCHENZLE [2] und OCHI, MOTTER [3] verglichen. Während in [2] und [3] eine geschlossene Lösung der Integrale möglich ist, müssen die hier angegebenen Ergebnisse nach der Monte-Carlo-Methode mit einer Streuung ausgewiesen werden.

Nach SCHENZLE ist die Stoßrate das Integral

$$E_{[2]} = \int_{-\infty}^{0} \int_{-\infty}^{\psi} |\dot{r}|\, f(d_{x_0}, \ \dot{r}, r')\, d\dot{r}\, dr' \ ,$$

das sich aufgrund der kinematischen Bedingungen $r = d_{x_0}$, $\dot{r} < 0$, $r' < \psi$ aus der dreidimensionalen Normalverteilung $f(r, \dot{r}, r')$ ergibt, wenn wie in 4.3 vorgegangen wird. Die Stoßrate nach OCHI [3] ergibt sich für eine Stelle x unter Ansatz der erwähnten kinematischen Bedingungen.

Gemäß Abb. 3 ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein zufälliger Zustand $r, \dot{r}$ im Bereich Δr mit $\dot{r} < \dot{r}_k$ liegt, gleich dem Integral über die zweidimensionale Normalverteilung aus r und $\dot{r}$ an der Stelle $r = d_{x_0}$.

$$W = \int_{\dot{r}_k}^{-\infty} f(d_{x_0}, \dot{r})\, \Delta r\, d\dot{r} \ .$$

Die Zeit für das Durchlaufen des Streifens ist $\Delta t = \Delta r / |\dot{r}|$.
Die mittlere Frequenz der Stöße erhält man durch Division der Wahrscheinlichkeit durch Δt

$$E_{[3]} = \frac{W}{\Delta t} = \int_{\dot{r}_k}^{-\infty} \frac{f(d_{x_0}, \dot{r})\, \Delta r\, d\dot{r}}{\Delta t} \ .$$

Da r und $\dot{r}$ unkorreliert sind, ist

$$E_{[3]} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot m_{0rr}}} \cdot e^{-\frac{d_{x_0}^2}{2\, m_{0rr}}} \cdot \int_{\dot{r}_k}^{\infty} \dot{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot m_{0\dot{r}\dot{r}}}} \cdot e^{-\frac{\dot{r}^2}{2\, m_{0\dot{r}\dot{r}}}}\, d\dot{r}$$

bzw.

$$E_{[3]} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{m_{0\dot{r}\dot{r}}}{m_{0rr}}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{x_0}^2}{m_{0rr}} + \frac{\dot{r}_k^2}{m_{0\dot{r}\dot{r}}}\right)} \quad , \text{ d. h.}$$

$E_{[3]}$ ist gleich dem Produkt aus der Frequenz der Aufwärtsnullstellen, der Wahrscheinlichkeit, daß die Amplitude von r den Wert d_{x_0} überschreitet, und der Wahrscheinlichkeit, daß die Amplitude von $\dot{r}$ den Wert $\dot{r}_k$ überschreitet.

Abb. 16 zeigt die Linien konstanter Werte $|\dot{r}| \cdot f(d_{x_0}, \dot{r}, r')$ einer Beispielrechnung aus [2] . Sie zeigt ferner die Integrationsgrenzen und -gebiete für die Verfahren nach SCHENZLE [2] einerseits und für das nach OCHI und MOTTER [3] andererseits.

Für einen durch $T_v = 9{,}6$ s und $H_v = 7{,}45$ m gekennzeichneten Seegang ergibt sich eine Slamminghäufigkeit nach [2] zu

$$E_{[2]} = 0{,}053 \ s^{-1}.$$

Nach dem hier geschilderten Verfahren ergibt sich gemäß Gleichung (4,12) ein Wert

$$E[A \geq A^*] = 0{,}029 \pm 0{,}001 \quad s^{-1}$$

$$A^* = 0$$

$$N = 1\,000 \quad (N = \text{Anzahl der Blasen}).$$

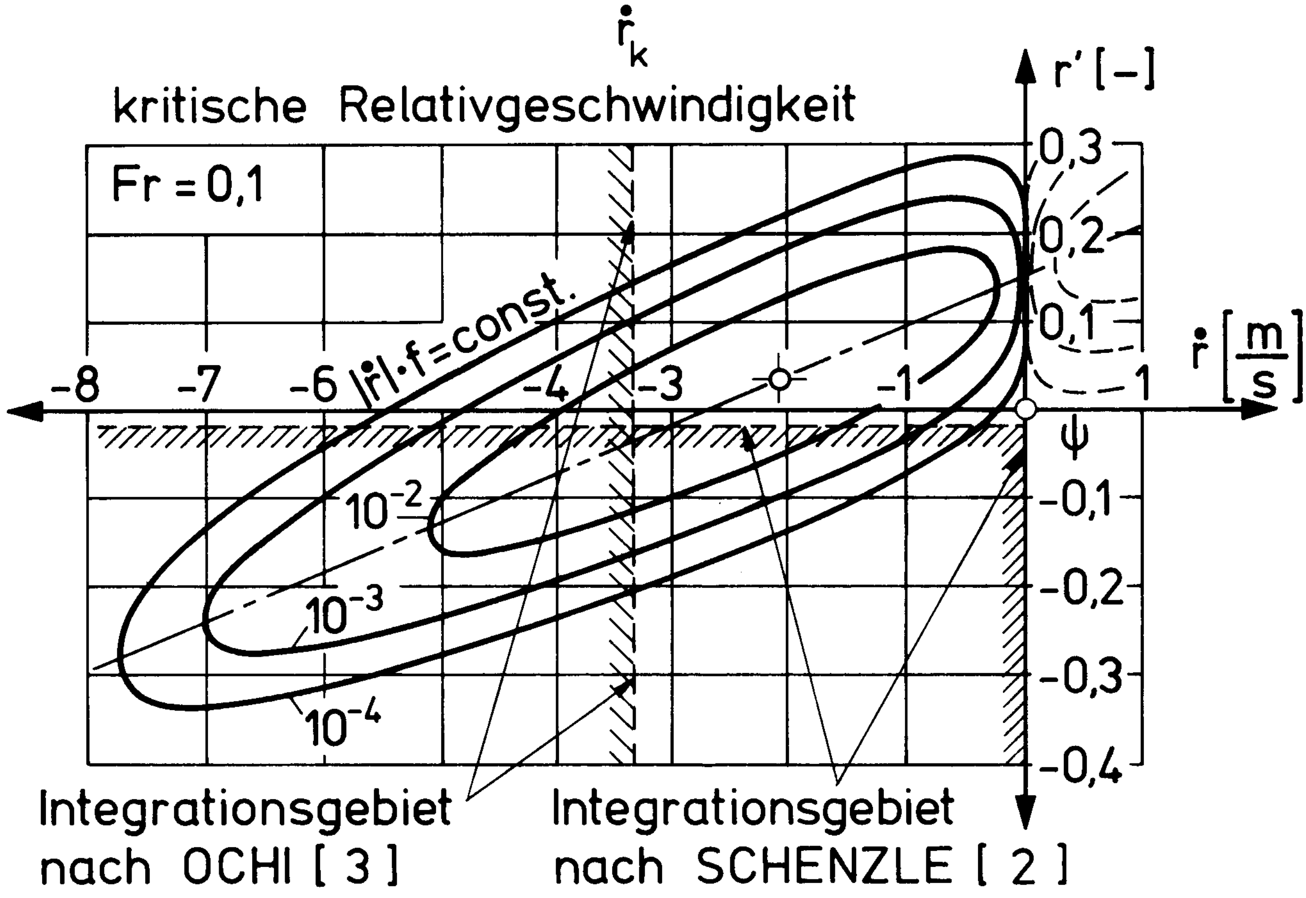


Abb. 16

Linien gleicher Dichte
$|\dot{r}| f(d_{x_0}, \dot{r}, r')$ nach [2]

Für $T_v = 13\ s$ und $H_v = 19\ m$ lauten die Werte

$$E_{[2]} = 0{,}092\ s^{-1}$$

$$E[A \geq A^*] = 0{,}040 \pm 0{,}002\ s^{-1}$$

$$A^* = 0$$

$$N = 1000\ .$$

Die Auswertung der Formel für $E_{[3]}$ bei $T_v = 9{,}6\ s$ und $H_v = 7{,}45\ m$ führt mit $\dot{r}_k = 4{,}036\ m/s$ zu

$$E_{[3]} = 0{,}0455\ s^{-1}$$ und mit

$T_v = 13\ s$ *und* $H_v = 19\ m$ zu

$$E_{[3]} = 0{,}122\ s^{-1}\ .$$

Abb. 17 gibt eine Übersicht der einzelnen Ergebnisse.
Wie zu erkennen ist, liegen die Stoßraten nach dem hier beschriebenen Verfahren deutlich unter den Werten der Verfahren nach SCHENZLE [2] und OCHI, MOTTER [3] .
Die Unterschiede zwischen den Verfahren nach [2] und [3] werden zumindest qualitativ an der Abb. 16 deutlich, die die unterschiedlichen Integrationsgebiete zeigt.

Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen nach [2] und denen, die sich aus der Integration der sechsdimensionalen Normalverteilung ergeben, lassen sich wie folgt durch zwei Abschätzungen erklären:

Die 1. Abschätzung erfolgt aufgrund einer Auszählung unter 500 Kombinationen $\mathfrak{X}_{d_{x_0}}$. Die Auszählung ergab, daß 139 Kombinationen die Bedingungen nach SCHENZLE [2] erfüllen.
Die Auswertung der Formel

$$E_{[2]} = \frac{1}{N} \cdot f_1\,(d_{x_0}) \cdot \sum_{i=1}^{N} |\dot{r}| \begin{Bmatrix} 1, \text{ wenn Bedingung erfüllt} \\ 0, \text{ wenn Bedingung nicht erfüllt} \end{Bmatrix}$$

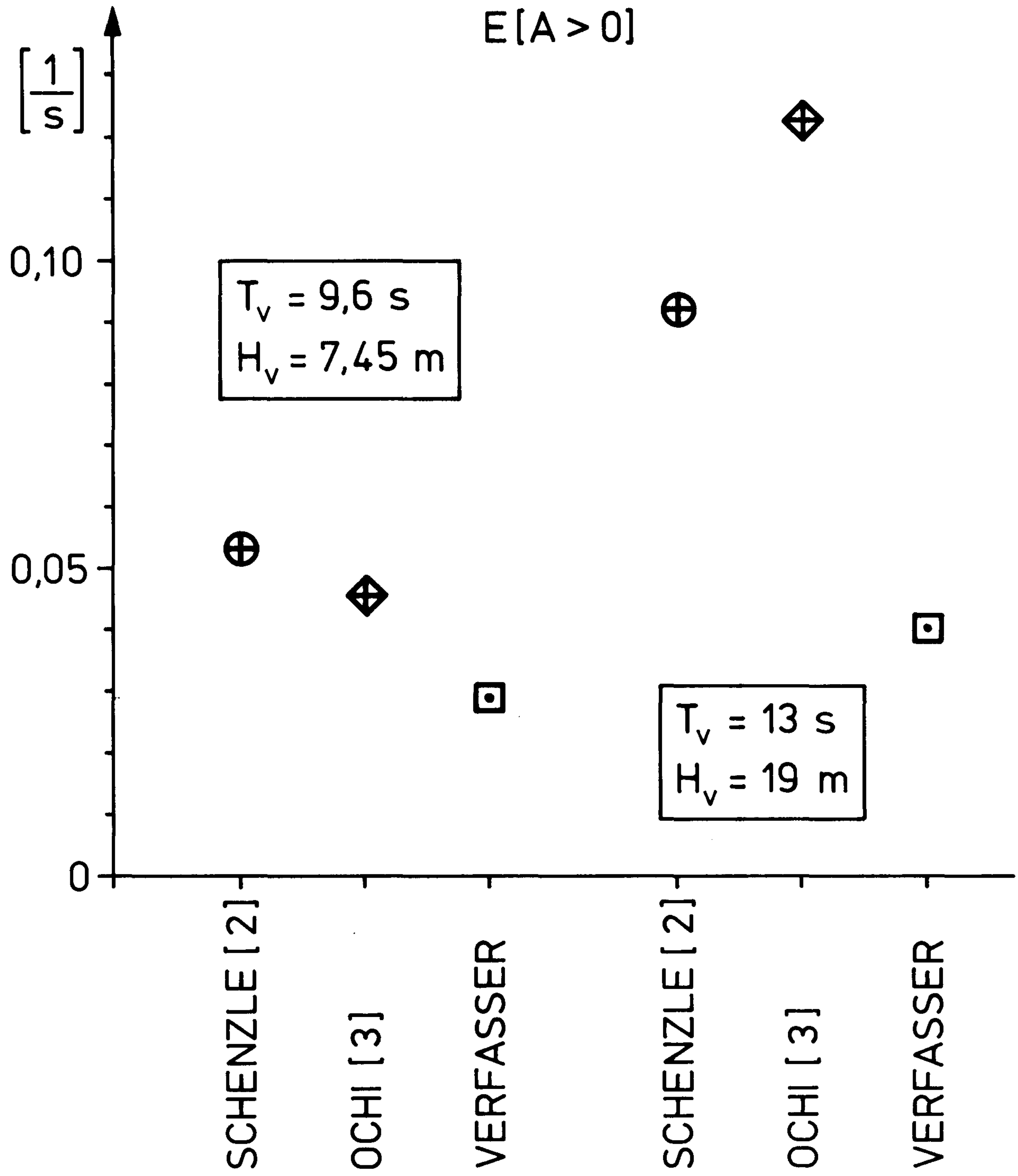


Abb. 17

Slamminghäufigkeit nach verschiedenen Verfahren

führte auf den Zahlenwert der geschlossenen Lösung nach [2] .
Von den 139 Kombinationen erfüllen aber nur 80 die Bedingung $r'' < 0$ nach Abschnitt 2 .
Das sind 57,5% der nach SCHENZLE zulässigen Kombinationen.

Die zweite Abschätzung ergibt sich aus der Wahrscheinlichkeit, daß $r'' < 0$ ist, über Mittelwert und Streuung von r'' . Die Streuung wurde aus den Werten der 500 Kombinationen berechnet zu $\sigma_{r''} = 0{,}015$.
Der Mittelwert $\overline{r''}$ folgt aus dem Ansatz für $\mathfrak{X}_{d_{x_0}}$ gemäß Gleichung (4,14). Der Ausdruck $-d_{x_0}\mathfrak{L}^{-1}\mathfrak{b}$ steht für die Mittelwerte der Variablen $\dot{r}$, $\ddot{r}$, $\dot{r}'$, r' und r'' der Verteilung

$$f(d_{x_0}, \dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'') .$$

Diese Mittelwerte betragen zum Beispiel für eine kennzeichnende Wellenhöhe von $H_v = 19$ m und eine kennzeichnende Wellenperiode von $T_v = 13$ s

$$\begin{aligned}
\overline{\dot{r}} &= 0 \\
\overline{\ddot{r}} &= -3{,}63 \quad m/s^2 \\
\overline{\dot{r}'} &= -0{,}052 \quad s^{-1} \\
\overline{r'} &= 0{,}062 \quad - \\
\overline{r''} &= -0{,}0015 \quad m^{-1} \quad .
\end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß $r'' < 0$ ist, ist

$$W[r'' < 0] = \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{r''}} \cdot e^{-\frac{(r'' - \overline{r''})^2}{2\,\sigma_{r''}^2}} \, dr'' \; .$$

Mit $u = \dfrac{r'' - \overline{r''}}{\sigma_{r''}}$ und $\sigma_r'' \cdot du = dr''$ folgt

$$W[r'' < 0] = \Phi(u) = \Phi(0{,}1) = 0{,}54 \; .$$

Das bedeutet, daß aufgrund der kinematischen Forderung hinsichtlich r'' nur 54% der Kombinationen $\mathfrak{X}_{d_{x_0}} = (d_{x_0}, \dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'')^T$ für den vorgestellten Ansatz zu verwenden sind.

In Abschnitt 7 wird deshalb eine Möglichkeit beschrieben, wie auch Blasen mit positivem r'' am Bezugspunkt x_0 erfaßt werden können.

6. Langzeitbetrachtungen

Die Entwurfswerte von Belastungen und Beanspruchungen werden für Schiffe, die für weltweite Fahrt dimensioniert werden, aufgrund der Seegangsstatistik des Nordatlantik ermittelt [16] .
Die Klassierung nach kennzeichnender Periode T_V und kennzeichnender Wellenhöhe H_V mit der beobachteten Wahrscheinlichkeit $p_{ij}(T_V, H_V)$ wurde aus Beobachtungen von Wetterschiffen gewonnen [23] .
Werden nun die Stoßraten $E[A \geq A^*]$ für alle T_V-, H_V-Kombinationen errechnet und entsprechend gewichtet mit den beobachteten Wahrscheinlichkeiten ihrer Klassen addiert, so erhält man eine durchschnittliche Stoßrate bei Fahrt gegen die See

$$E_p[A \geq A^*] = \sum_i \sum_j \left(p_{ij}\, E_{ij}[A \geq A^*]\right) \qquad \Big| \sum_i \sum_j p_{ij} = 1 \, . \qquad (6,1)$$

Tabelle 2 zeigt die Werte p_{ij} für gegebene Kombinationen T_V, H_V des Seegangs nach [16] . Berücksichtigt man zusätzlich Kurswahrscheinlichkeiten des Schiffes und die Wahrscheinlichkeiten für verschiedene Seegangslaufrichtungen mit dem Faktor q_k , erhält man den Entwurfswert der Stoßrate

$$E_e[A \geq A^*] = \sum_k \sum_i \sum_j \left(q_k \cdot p_{ij} \cdot E_{ij}[A \geq A^*]\right) \, . \qquad (6,2)$$

Nimmt man an, daß Stöße nur im Bereich des Kurswinkels zur Seegangslaufrichtung von $180^0 \pm 45^0$ auftreten, und zwar dann immer mit der vollen Häufigkeit wie bei Fahrt gegen die See, und daß dabei gleichverteilte Kurswinkel relativ zur Seegangsrichtung auftreten, dann ist

$$E_e[A \geq A^*] = 0{,}25 \cdot E_p \, .$$

C D K SEEGANG

WELLENHOEHE H_V	0.500	1.500	2.500	3.500	4.500	5.500	6.500	7.500
	9.000	11.000	13.000	15.000	17.000	19.000	22.000	
WELLENPERIODE T_V	WAHRSCHEINLICHKEIT p_{ij}							
3.500	0.8312E-02	0.2265E-02	0.5105E-03	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08
	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1023E-08	0.1003E-08	
4.000	0.1657E-01	0.4608E-02	0.1430E-02	0.5157E-03	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08
	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	
4.500	0.2472E-01	0.1122E-01	0.3553E-02	0.1125E-02	0.5209E-03	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08
	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	
5.000	0.5182E-01	0.2930E-01	0.1100E-01	0.4087E-02	0.1402E-02	0.7245E-03	0.1003E-08	0.1003E-08
	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	
6.000	0.7730E-01	0.5393E-01	0.2732E-01	0.1240E-01	0.5628E-02	0.2155E-02	0.7541E-03	0.4713E-03
	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	
7.000	0.5502E-01	0.5727E-01	0.3877E-01	0.2036E-01	0.9561E-02	0.4296E-02	0.1800E-02	0.6961E-03
	0.3782E-03	0.7485E-04	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	
3.000	0.3337E-01	0.4550E-01	0.3304E-01	0.2423E-01	0.1330E-01	0.6738E-02	0.3247E-02	0.1416E-02
	0.8169E-03	0.1448E-03	0.2442E-04	0.5504E-05	0.1003E-08	0.1003E-08	0.1003E-08	
9.000	0.1725E-01	0.2149E-01	0.2760E-01	0.2215E-01	0.1515E-01	0.9561E-02	0.4562E-02	0.1950E-02
	0.1416E-02	0.2665E-03	0.4773E-04	0.8984E-05	0.1658E-05	0.4171E-06	0.1003E-08	
10.000	0.1067E-01	0.1343E-01	0.1412E-01	0.1384E-01	0.1122E-01	0.8565E-02	0.5247E-02	0.2767E-02
	0.2070E-02	0.4138E-03	0.8190E-04	0.1589E-04	0.3051E-05	0.5518E-06	0.1581E-06	
11.000	0.5353E-02	0.6345E-02	0.7521E-02	0.7013E-02	0.6474E-02	0.4991E-02	0.3698E-02	0.2177E-02
	0.1989E-02	0.5367E-03	0.1162E-03	0.2277E-04	0.4330E-05	0.8069E-06	0.1931E-06	
12.000	0.2358E-02	0.2405E-02	0.3313E-02	0.3380E-02	0.3280E-02	0.2580E-02	0.2050E-02	0.1459E-02
	0.1596E-02	0.5157E-03	0.1391E-03	0.2726E-04	0.8293E-05	0.9856E-06	0.2244E-06	
13.000	0.1596E-02	0.1911E-02	0.2265E-02	0.2221E-02	0.2311E-02	0.2265E-02	0.1782E-02	0.1294E-02
	0.1645E-02	0.5756E-03	0.1569E-03	0.3680E-04	0.7067E-05	0.1291E-05	0.3059E-06	
15.000	0.4438E-03	0.6052E-03	0.7102E-03	0.7466E-03	0.7848E-03	0.7541E-03	0.5991E-03	0.4808E-03
	0.5699E-03	0.2340E-03	0.6979E-04	0.1738E-04	0.3545E-05	0.7157E-06	0.1645E-06	
17.000	0.1477E-03	0.2014E-03	0.2364E-03	0.2485E-03	0.2639E-03	0.2510E-03	0.1994E-03	0.1600E-03
	0.1916E-03	0.7790E-04	0.2346E-04	0.5844E-05	0.1192E-05	0.2382E-06	0.5532E-07	
19.000	0.7410E-04	0.1010E-03	0.1186E-03	0.1246E-03	0.1310E-03	0.1259E-03	0.1000E-03	0.8028E-04
	0.9515E-04	0.3907E-04	0.1165E-04	0.2902E-05	0.5918E-06	0.1195E-06	0.2831E-07	

Tabelle 2 Wahrscheinlichkeit p_{ij} , mit der ein Seegang T_v , H_v auftritt

7. Schlußbetrachtungen

Es ist gezeigt worden, wie mit Hilfe der nach der Streifenmethode berechneten Relativbewegung eine quantitative Vorhersage der Häufigkeit und Intensität von Bodenstößen getroffen werden kann. Eine Absicherung der nach diesem Verfahren erzielten Ergebnisse durch Messungen konnte noch nicht erfolgen. Dabei sollten einmal die numerischen Schwierigkeiten, hervorgerufen durch Terme mit μ_a^* (flacher Boden, $\mu_a^* = \infty$), bei der Berechnung der Streckenlast behoben werden. Zum anderen sollten die Stoßraten "erhöht" werden.

Terme mit μ_a^* können durch partielle Integration beseitigt werden: Gesucht sind die Integrale

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_L Q(x,t) \cdot \eta(x) \cdot dx \begin{Bmatrix} \cos \Omega t \\ -\sin \Omega t \end{Bmatrix} dt \quad .$$

$Q(x,t)$ nach Gleichung (3,24) enthält zwei Glieder mit μ_a^* :

$$+ v \cdot \mu_a^* \cdot \dot{r} \cdot r' - \mu_a^* \cdot \dot{r}^2 .$$

Betrachtet man zuerst nur das Zeitintegral

$$I_t = \int_{t_1}^{t_2} Q(x,t) \begin{Bmatrix} \cos \Omega t \\ -\sin \Omega t \end{Bmatrix} dt$$

, so lautet

es

$$I_t = \int_{t_1}^{t_2} \mu_a^* \cdot \dot{r}(v r' - \dot{r}) \begin{Bmatrix} \cos \Omega t \\ -\sin \Omega t \end{Bmatrix} dt \; .$$

Mit

$$\mu_a^* \cdot \dot{r} = \frac{\partial \mu_a(x,r)}{\partial r(x,t)} \cdot \frac{\partial r(x,t)}{\partial t} = \left. \frac{d\mu_a}{dt} \right|_{x = konstant}$$

wird

$$I_t = \int_{\mu_\alpha(t_1)}^{\mu_\alpha(t_2)} (v \cdot r' - \dot{r}) \begin{Bmatrix} \cos \Omega t \\ -\sin \Omega t \end{Bmatrix} d\mu_\alpha \quad .$$

Bei der Umstellung des Programmsystems auf diesen Formelmechanismus sollten der Berechnung dann auch "bessere" μ_α-Werte (z.B. nach [22]) zugrundegelegt werden.

Bezüglich der Blasenerfassung kann nachstehende Verbesserung erfolgen: In einem Bereich um die Stelle x_0 wird die Relativbewegung $r(x, t)$ durch eine Funktion $r_\alpha(x, t)$ derart angenähert, daß

$$I_{tx} = \int_0^{t_E} \int_{x_u}^{x_0} \left(r(x, t) - r_\alpha(x, t)\right)^2 dx\, dt \qquad (1)$$

ein Minimum wird.

$r_\alpha(x, t)$ ist aufgebaut wie $r(x, t)$ in Gleichung (2,1):

$$r_\alpha(x,t) = r_{\alpha_{x_0}} + (x-x_0) r'_{\alpha_{x_0}} + 0{,}5(x-x_0)^2 r''_{\alpha_{x_0}} + (t-t_0)(x-x_0)\dot{r}'_{\alpha_{x_0}} + (t-t_0)\dot{r}_{\alpha_{x_0}} + 0{,}5(t-t_0)^2 \ddot{r}_{\alpha_{x_0}} \quad .$$

Für t_E wird 1 Sekunde gewählt, x_u sei 0,6 L von hinten.
Der Index α_{x_0} bedeutet approximiert an der Stelle $x = x_0$ zum Zeitpunkt $t = t_0$.

Aus der Bedingung (1) folgen "approximierte Übertragungsfunktionen" für die Stelle x_0. Aus ihnen werden die Varianzen und Kovarianzen für die Momentenmatrix $\mathfrak{M}_\alpha$ berechnet. Danach wird weiter verfahren wie beschrieben.

Das Integral I_{tx} wird als Doppelsumme dargestellt, z.B. mit dem Zeitintervall 0,1 s und dem Längenintervall $\Delta x = (x_0 - x_u) \cdot 0{,}1\,m$. Dazu wird $r(x,t)$ an 10 vorgegebenen Stellen im Bereich $x_u \div x_0$ berechnet. Da die Übertragungsfunktionen von $r(x,t)$ komplex sind, müssen auch die $r_{\alpha_{x_0}}$, $r'_{\alpha_{x_0}}$, $r''_{\alpha_{x_0}}$ usw. komplex sein. Damit die Bedingung (1) erfüllt wird, müssen die partiellen Ableitungen von I_{tx} nach den unbekannten Übertragungsfunktionen sämtlich 0 sein. Aus diesem so entstehenden Gleichungssystem ergeben sich die approximierten Übertragungsfunktionen.

Das Verfahren ist aufgrund der verwendeten Monte-Carlo-Methode und der numerischen Integration bei der Berechnung des Stoßmaßes sehr rechenintensiv. Aus Abb. 14 geht hervor, daß schon mit weniger Versuchen N brauchbare Ergebnisse erzielt werden können. Der Zahl N = 3670 entspricht eine Anzahl von 1000 zu untersuchenden Blasen. In 5.2 wurde gezeigt, daß die Auswertung von 500 Blasen zur Bestimmung der Stoßrate nach SCHENZLE eine große Übereinstimmung mit dessen Ergebnis nach der geschlossenen Lösung ergibt. Bei künftigen praktischen Anwendungen des vorgestellten Verfahrens sollte deshalb zunächst die Stoßrate nach SCHENZLE bestimmt werden, mit deren Hilfe man dann die "erforderliche" Mindestzahl von Blasen bzw. Monte-Carlo-Versuchen ermitteln kann.

8. Schrifttum

[1]	OCHI, M.K.	"Extreme Behaviour of a Ship in Rough Seas" Transactions SNAME, Vol. 72, 1964
[2]	SCHENZLE, P.	"Über die Vorhersage von Slam-Stößen" Bericht Nr. 190 des Instituts für Schiffbau der Universität Hamburg, 1967
[3]	OCHI, M.K., MOTTER, L.E.	"Prediction of Slamming Characteristics and Hull Responses for Ship Design" Transactions SNAME, 1973
[4]	ANTONIDES, G.P.	"A Computer Program for Structural Response to Ship Slamming" Naval Ship Research and Development Center, Ship Acoustics Department Report SAD-9E, 1972
[5]	MEYERHOFF, W., SCHLACHTER, G.	"Ein Ansatz zur Bestimmung der Belastung von Schiffen im Seegang unter Berücksichtigung hydrodynamischer Stöße" STG-Vortrag November 1977
[6]	KAPLAN, P., SARGENT, T. P., RAFF, A.I.	"An Investigation of the Utility of Computer Simulation to Predict Ship Structural Response in Waves" SSC-197, 1969
[7]	MANSOUR, A., D'OLIVEIRA, J.M.	"Hull Bending Moment due to Ship Bottom Slamming" MIT-Report 73-20, Cambridge, Massachusetts
[8]	ROSTOVTSEV, D.M.	"Bow Loads and Hull Bending Moments due to Bottom Slamming in Regular Waves" Bericht des Instituts für Schiffbau der Universität Leningrad
[9]	MEYERHOFF, W.	"Die Berechnung hydroelastischer Stöße" Schiffstechnik 12, 1965
[10]	MEYERHOFF, W.	"Übersicht über grundlegende theoretische und experimentelle Arbeiten zum Problem der Bodenstöße bei Schiffen" Jahrbuch der STG 1967
[11]	SCHMITZ, G.	"Querkraft und Moment infolge Schräganströmung von Schiffsrudern, Schiffskörpern und Gleitflächen" Schiffbautechnik 1959, Seite 561

[12] GRIM, O. "Vorlesungen" am Institut für Schiffbau der Universität Hamburg

[13] KAPLAN, P., SARGENT, T.P. "Further Studies of Computer Simulation of Slamming and other Wave-induced Vibratory Structural Loadings on Ships in Waves" SSC-231, 1972

[14] GOLDSTEIN, H. "Classical Mechanics" Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass., April 1965

[15] BARTSCH, H. "Statistische Methoden zur Untersuchung der Bewegungen eines Schiffes im Seegang" Schiffstechnik 6 (1959).

[16] SÖDING, H. "Berechnung der Beanspruchung von Schiffen im Seegang" Schiff und Hafen, Jahrgang 23, Heft 10, Oktober 1971

[17] HANSEN, H.J. "Über die Vorhersage von Decksbelastungen durch GRÜNES WASSER" Schiff und Hafen, Jahrgang 24, Heft 5, Mai 1972

[18] ZURMÜHL, R. "Matrizen" Springer Verlag, 1961 Berlin, Göttingen, Heidelberg

[19] ISSC "Proceedings of the 2nd International Ship Structures Congress 1964", Vol. 1, S. 1/9.

[20] SOBOL, I.M. "Die Monte-Carlo-Methode" Hochschulbücher für Mathematik, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften

[21] LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING "Report No. 66", 1974

[22] GRIM, O. "Hydrodynamische Koeffizienten für die Vertikalbewegung von LEWIS-Profilen an der Freien Wasseroberfläche" Third Symposium on Naval Hydrodynamics, Scheveningen 1960

[23] WALDEN, H. "Die Eigenschaften der Meereswellen im nordatlantischen Ozean" Deutscher Wetterdienst Seewetteramt, Einzelveröffentlichung No. 41, Hamburg 1964

[24] SFB 98 "Arbeitsbericht zur Begehung 1975"
des Sonderforschungsbereiches "Schiffstechnik
und Schiffbau"

[25] TICK, L.J. "Certain Probabilities Associated with
Bow Submergence and Ship Slamming in
Irregular Seas"
Journal of Ship Research, Vol 2, No. 1, 1958

ANHANG 1

BERECHNUNG DES INTEGRALS

$$\int_0^L Q(x,t) \cdot \eta(x)^{*)} dx$$

*) $\eta(x)$ wird der besseren Übersicht wegen in der Herleitung = 1 gesetzt.

Es muß das Integral $\int_0^L Q(x,t)\,\eta(x)\,dx$ berechnet werden.
Die Ausgangsgleichung für die Streckenlast $Q(x,t)$ auf den Schiffskörper ist

$$Q(x,t) = -v^2\cdot\mu_a'\cdot r' - v^2\cdot\mu_a\cdot r'' + v\cdot\mu_a'\cdot\dot{r} + 2v\cdot\mu_a\cdot\dot{r}' - \mu_a^*\dot{r}(-v\cdot r' + \dot{r}) - \mu_a\cdot\ddot{r} \qquad (3,24)$$

Der besseren Übersicht wegen werden die Summanden von $Q(x,t)$ in 6 Zeilen untereinandergeschrieben und mit den Gleichungen (2,2) ÷ (2,6) weiterentwickelt:

1. $-v^2\mu_a'\cdot r' = -v^2\cdot\mu_a'\left[r_{x_0}' + (x-x_0)\,r_{x_0}'' + (t-t_0)\cdot\dot{r}_{x_0}'\right]$

2. $-v^2\cdot\mu_a\cdot r'' = -v^2\cdot\mu_a\cdot r_{x_0}''$

3. $+v\cdot\mu_a'\cdot\dot{r} = +v\cdot\mu_a'\cdot\left[\dot{r}_{x_0} + (x-x_0)\,\dot{r}_{x_0}' + (t-t_0)\cdot\ddot{r}_{x_0}\right]$

4. $+2v\cdot\mu_a\cdot\dot{r}' = +2v\cdot\mu_a\cdot\dot{r}_{x_0}'$

5. $-\mu_a^*\cdot\dot{r}(-v\cdot r' + \dot{r}) = -\mu_a^*\left[\dot{r}_{x_0} + (x-x_0)\,\dot{r}_{x_0}' + (t-t_0)\,\ddot{r}\right]\cdot\left\{-v\cdot\left[r_{x_0}' + (x-x_0)\,r_{x_0}'' + (t-t_0)\,\dot{r}_{x_0}'\right] + \dot{r}_{x_0} + (x-x_0)\,\dot{r}_{x_0}' + (t-t_0)\,\ddot{r}_{x_0}\right\}$

6. $-\mu_a\cdot\ddot{r} = -\mu_a\cdot\ddot{r}_{x_0}$

Auf den Index x_0 (Bezugspunkt) wird im weiteren Verlauf verzichtet.
Die Zeilen 2, 4 und 6 werden zunächst nicht mehr aufgeführt.

Zeile 1.

$$= -v^2\cdot r'\cdot\mu_a' - v^2\cdot r''\cdot\mu_a'\cdot x + v^2\cdot x_0\cdot r''\cdot\mu_a' - v^2\cdot(t-t_0)\,\dot{r}'\cdot\mu_a'$$

Es soll die Integration über die Schiffslänge vorgenommen werden. Aus 1. wird

$$= -v^2 \cdot r' \cdot \int_0^L \mu_a'(x)\,dx - v^2 \cdot r'' \cdot \int_0^L \mu_a'(x) \cdot x \cdot dx + v^2 x_0 \cdot r'' \cdot \int_0^L \mu_a'(x)\,dx$$

$$- v^2 (t-t_0)\,\dot{r}' \cdot \int_0^L \mu_a'(x)\,dx$$

In Zeile 1. sind die Integrale

$$\int_0^L \mu_a'(x) \cdot dx \qquad \text{und}$$

$$\int_0^L \mu_a'(x) \cdot x \cdot dx \quad \text{enthalten.}$$

Zeile 1 zusammengefaßt lautet:

$$= \left(-v^2 r' + v^2 x_0 \cdot r'' - v^2 (t-t_0)\,\dot{r}'\right) \cdot \int_0^L \mu_a'(x)\,dx$$

$$- v^2 r'' \cdot \int_0^L \mu_a'(x) \cdot x \cdot dx$$

Zeile 3.

$$= v \cdot \dot{r} \int_0^L \mu_a'(x)\,dx + v \cdot \dot{r}' \int_0^L \mu_a'(x) \cdot x \cdot dx - v \cdot \dot{r}' \cdot x_0 \cdot \int_0^L \mu_a'(x)\,dx$$

$$+ v \cdot (t-t_0)\,\ddot{r} \int_0^L \mu_a'(x)\,dx$$

Zeile 3 zusammengefaßt lautet:

$$= \left(v\dot{r} - v \cdot \dot{r}' \cdot x_0 + v \cdot (t-t_0)\,\ddot{r}\right) \cdot \int_0^L \mu_a'(x)\,dx$$

$$+ v \cdot \dot{r}' \cdot \int_0^L \mu_a'(x) \cdot x \cdot dx$$

Es werden jetzt die Zeilen 2, 4 und 6 genannt.

Zeile 2

$$= -\, v^2 \cdot r'' \cdot \int_0^L \mu_a(x) \cdot dx$$

Zeile 4

$$= 2v \cdot \dot{r}' \cdot \int_0^L \mu_a(x) \cdot dx$$

Zeile 6

$$= -\, \ddot{r} \cdot \int_0^L \mu_a(x)\,dx$$

Damit lauten die ersten 3 Typen von Integralen

$$I_1 = \int_0^L \mu_a'(x) \cdot 1 \cdot dx$$

$$I_2 = \int_0^L \mu_a'(x) \cdot x \cdot dx$$

$$I_3 = \int_0^L \mu_a(x) \cdot 1 \cdot dx$$

Die Zeile 5 enthält die Integrale vom Typ

$$I_4 = \int_0^L \mu_a^*(x) \cdot 1 \cdot dx$$

$$I_5 = \int_0^L \mu_a^*(x) \cdot x \cdot dx$$

$$I_6 = \int_0^L \mu_a^*(x) \cdot x^2 \cdot dx$$

Zeile 5 wird zunächst weiter aufgelöst

$$= -\mu_a^*[\dot r + (x-x_0)\dot r' + (t-t_0)\ddot r]\cdot[-v(r' + (x-x_0)r'' + (t-t_0)\dot r')]$$

$$-\mu_a^*[\dot r + (x-x_0)\dot r' + (t-t_0)\ddot r]\cdot[\dot r + (x-x_0)\cdot\dot r' + (t-t_0)\ddot r]$$

$$= -\mu_a^* \cdot A - \mu_a^* \cdot B$$

$$A = -v\cdot[\dot r\cdot r' + \dot r\cdot r''\cdot(x-x_0) + \dot r\dot r'\cdot(t-t_0) + \dot r' r'\cdot(x-x_0) + \dot r' r''\cdot(x-x_0)^2$$
$$+ \dot r'^2\cdot(x-x_0)(t-t_0) + \ddot r r'(t-t_0) + \ddot r r''\cdot(x-x_0)(t-t_0) + \ddot r\dot r'\cdot(t-t_0)^2]$$

In $-\mu_a^* \cdot A$ ergeben sich die Integrale:

1	$+v\cdot\dot r r' \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot dx$	Typ 4
2	$+v\cdot\dot r r'' \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$	Typ 5
3	$-v\cdot\dot r r''\cdot x_0 \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot dx$	Typ 4
4	$+v\cdot\dot r r'\cdot(t-t_0)\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4

5	$+v\cdot\dot r'\cdot r'$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$	Typ 5
6	$-v\cdot\dot r'\cdot r'\cdot x_o$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4
7	$+v\cdot\dot r'\cdot r''$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x^2\cdot dx$	Typ 6
8	$-2v\cdot\dot r'\cdot r''\cdot x_o$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$	Typ 5
9	$+v\cdot\dot r'\cdot r''\cdot x_o^2$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4
10	$+v\cdot\dot r'^2\cdot(t-t_o)$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$	Typ 5
11	$-v\cdot\dot r'^2\cdot(t-t_o)x_o$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4
12	$+v\cdot\ddot r\cdot r'\cdot(t-t_o)$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4
13	$+v\cdot\ddot r\cdot r''(t-t_o)$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$	Typ 5
14	$-v\cdot\ddot r\cdot r''\cdot x_o(t-t_o)$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4
15	$+v\cdot\ddot r\cdot\dot r'(t-t_o)^2$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4

$$B=\dot r^2+\dot r\cdot\dot r'\cdot(x-x_o)+\dot r\cdot\ddot r\cdot(t-t_o)+\dot r'\cdot\dot r\cdot(x-x_o)+\dot r'^2\cdot(x-x_o)^2$$
$$+\dot r'\cdot\ddot r\cdot(t-t_o)(x-x_o)+\ddot r\cdot\dot r\cdot(t-t_o)+\ddot r\cdot\dot r'\cdot(t-t_o)\cdot(x-x_o)+\ddot r^2\cdot(t-t_o)^2$$

In $-\mu_a^*\cdot B$ ergeben sich die Integrale:

$\boxed{1}$	$-\dot r^2$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4
$\boxed{2}$	$-\dot r\cdot\dot r'$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$	Typ 5
$\boxed{3}$	$+\dot r\cdot\dot r'\cdot x_o$	$\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$	Typ 4

$\boxed{4}\quad -\dot r \cdot \ddot r (t-t_o) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$ Typ 4

$\boxed{5}\quad -\dot r' \cdot \dot r \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$ Typ 5

$\boxed{6}\quad +\dot r' \cdot \dot r \cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$ Typ 4

$\boxed{7}\quad -\dot r'^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x^2\cdot dx$ Typ 6

$\boxed{8}\quad +2\cdot \dot r'^2 \cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$ Typ 5

$\boxed{9}\quad -\dot r'^2 \cdot x_o^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$ Typ 4

$\boxed{10}\quad -\dot r' \cdot \ddot r (t-t_o) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$ Typ 5

$\boxed{11}\quad +\dot r' \cdot \ddot r \cdot (t-t_o)\cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$ Typ 4

$\boxed{12}\quad -\ddot r \cdot \dot r (t-t_o) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$ Typ 4

$\boxed{13}\quad -\ddot r \cdot \dot r' (t-t_o) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$ Typ 5

$\boxed{14}\quad +\ddot r \cdot \dot r' (t-t_o)\cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$ Typ 4

$\boxed{15}\quad -\ddot r^2 \cdot (t-t_o)^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$ Typ 4

Die einzelnen Anteile werden geordnet:

Typ 4

(1) $+v\cdot \dot r \cdot r' \cdot \int_0^L \mu_a^*(x) : dx$ $\qquad \boxed{1}\quad -\dot r^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$

(3) $-v\cdot \dot r \cdot r'' \cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x) : dx$ $\qquad \boxed{3}\quad +\dot r \cdot \dot r' \cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$

(4) $+v\cdot \dot r \cdot \dot r' \cdot (t-t_o) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x) : 1\cdot dx$ $\qquad \boxed{4}\quad -\dot r \cdot \ddot r \cdot (t-t_o) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$

$$⑥\ -v\cdot\dot{r}'\cdot r'\cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx \qquad \boxed{6}\ +\dot{r}'\cdot\dot{r}\cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$$

$$⑨\ +v\cdot\dot{r}'\cdot r''\cdot x_o^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx \qquad \boxed{9}\ -\dot{r}'^2\cdot x_o^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$$

$$⑪\ -v\cdot\dot{r}'^2\cdot(t-t_o)\cdot x_o \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx \qquad \boxed{11}\ +\dot{r}'\cdot\ddot{r}\cdot(t-t_o)\cdot x_o\cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$$

$$⑫\ +v\cdot\ddot{r}\cdot r'\cdot(t-t_o) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx \qquad \boxed{12}\ -\ddot{r}\cdot\dot{r}\cdot(t-t_o) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$$

$$⑭\ -v\cdot\ddot{r}\cdot r''\cdot x_o\cdot(t-t_o)\cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx \qquad \boxed{14}\ +\ddot{r}\cdot\dot{r}'(t-t_o)\cdot x_o\cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$$

$$⑮\ +v\cdot\ddot{r}\cdot\dot{r}'\cdot(t-t_o)^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx \qquad \boxed{15}\ -\ddot{r}^2\cdot(t-t_o)^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot 1\cdot dx$$

$$\Sigma\ ①, ③, ④, ⑥, ⑨, ⑪, ⑫, ⑭, ⑮, = \Sigma I$$

$$\Sigma I = v\cdot\dot{r}\cdot r' - v\cdot\dot{r}\cdot r''\cdot x_o + v\cdot\dot{r}\cdot\dot{r}'(t-t_o) - v\cdot\dot{r}'\cdot r'\cdot x_o + v\cdot\dot{r}'\cdot r''\cdot x_o$$
$$-v\cdot\dot{r}'^2(t-t_o)\cdot x_o + v\cdot\ddot{r}\cdot r'(t-t_o) - v\cdot\ddot{r}\cdot r''\cdot x_o(t-t_o) + v\cdot\ddot{r}\cdot\dot{r}'\cdot(t-t_o)^2$$

$$\Sigma I = v\Big\{\dot{r}\cdot r' - \dot{r}\cdot r''\cdot x_o + (t-t_o)\big[\dot{r}\cdot\dot{r}' - \dot{r}'^2\cdot x_o + \ddot{r}\cdot r' - \ddot{r}\cdot r''\cdot x_o + \ddot{r}\cdot\dot{r}'(t-t_o)\big]$$
$$-\dot{r}'\cdot r'\cdot x_o + \dot{r}'\cdot r''\cdot x_o^2\Big\}$$

$$\Sigma I = v\cdot\Big\{\dot{r}\cdot r' - x_o\left(\dot{r}\cdot r'' + \dot{r}'\cdot r' + x_o\cdot\dot{r}'\cdot r''\right) + (t-t_o)\big[\dot{r}'\left(\dot{r} + (t-t_o)\cdot\ddot{r} - x_o\dot{r}'\right)$$
$$+\ddot{r}\cdot r' - \ddot{r}\cdot r''\cdot x_o\big]\Big\}$$

Oder ΣI

$$= v\Big\{(t-t_o)\big[\dot{r}'\left(\dot{r} + (t-t_o)\cdot\ddot{r}\right) - x_o\left(\dot{r}'^2 + \ddot{r}\cdot r''\right) + \ddot{r}\cdot r'\big]$$
$$+\dot{r}\cdot r' - x_o\left(r''\left(\dot{r} - x_o\cdot\dot{r}'\right) + \dot{r}'\cdot r'\right)\Big\}$$

$$\Sigma \quad \boxed{1}, \boxed{3}, \boxed{4}, \boxed{6}, \boxed{9}, \boxed{11}, \boxed{12}, \boxed{14}, \boxed{15} \quad = \Sigma\, II$$

$$\Sigma\, II = -\dot{r}^2 + 2\,\dot{r}\cdot\dot{r}'\cdot x_0 - 2(t-t_0)\cdot\ddot{r}\cdot\dot{r} - x_0^2\cdot\dot{r}'^2 + 2(t-t_0)x_0\cdot\ddot{r}\cdot\dot{r}' - (t-t_0)^2\cdot\ddot{r}^2$$

oder $(t-t_0)(2\ddot{r}(x_0\cdot\dot{r}'-\dot{r})-(t-t_0)\cdot\ddot{r}^2)-\dot{r}^2$
$+ 2\dot{r}\cdot\dot{r}'\cdot x_0 - x_0^2\cdot\dot{r}'^2$

oder $(t-t_0)(2\ddot{r}(x_0\cdot\dot{r}'-\dot{r})-(t-t_0)\cdot\ddot{r}^2)-(\dot{r}-x_0\cdot\dot{r}')^2$

$\Sigma\, I + \Sigma\, II$

$$= v\cdot\Big\{(t-t_0)\big[\dot{r}'(\dot{r}+(t-t_0)\ddot{r}) - x_0(\dot{r}'^2+\ddot{r}\cdot r'') + \ddot{r}\cdot r'\big] + \dot{r}\cdot r' - x_0\cdot(r''(\dot{r}-x_0\cdot\dot{r}') + \dot{r}'\cdot r')\Big\}$$
$$+ (t-t_0)(2\ddot{r}(x_0\cdot\dot{r}'-\dot{r})-(t-t_0)\ddot{r}^2)-(\dot{r}-x_0\cdot\dot{r}')^2$$

Dieser Ausdruck wird F_4 genannt, also
Vorfaktor des Integrals vom Typ 4

Typ 5

$$(2)\quad + v\cdot\dot r\cdot r'' \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx \qquad \boxed{2}\quad -\dot r\cdot\dot r' \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$$

$$(5)\quad + v\cdot\dot r'\cdot r' \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx \qquad \boxed{5}\quad -\dot r'\cdot\dot r \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$$

$$(8)\quad -2v\cdot\dot r'\cdot r''\cdot x_0 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx \qquad \boxed{8}\quad +2\cdot\dot r'^2\cdot x_0 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$$

$$(10)\quad + v\cdot\dot r'^2\cdot(t-t_0) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx \qquad \boxed{10}\quad -\dot r'\cdot\ddot r\,(t-t_0) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$$

$$(13)\quad + v\cdot\ddot r\cdot r''\cdot(t-t_0) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx \qquad \boxed{13}\quad -\ddot r\cdot\dot r'\,(t-t_0) \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x\cdot dx$$

$$\Sigma\ (2),(5),(8),(10),(13) = \Sigma I \qquad \Sigma\ \boxed{2},\boxed{5},\boxed{8},\boxed{10},\boxed{13} = \Sigma II$$

$$-2\cdot\dot r\cdot\dot r' + 2\dot r'^2\cdot x_0 - 2\ddot r\cdot\dot r'(t-t_0)$$

$$= v\cdot\dot r\cdot r'' + v\cdot\dot r'\cdot r' - 2v\cdot\dot r'\cdot r''\cdot x_0 + v\cdot\dot r'^2\cdot(t-t_0) + v\cdot\ddot r\cdot r''(t-t_0)$$

$$= v\left[\dot r\cdot r'' + \dot r'\cdot r' - 2\dot r'\cdot r''\cdot x_0 + (t-t_0)(\dot r'^2 + \ddot r\cdot r'')\right]$$

$$= v\left[r''(\dot r - 2\dot r'\cdot x_0) + \dot r'\cdot r' + (t-t_0)(\dot r'^2 + \ddot r\cdot r'')\right]$$

$$\Sigma I + \Sigma II =$$

$$v\cdot\left[r''(\dot r - 2\dot r'\cdot x_0) + \dot r'\cdot r' + (t-t_0)(\dot r'^2 + \ddot r\cdot r'')\right]$$

$$+ 2\dot r'(\dot r'\cdot x_0 - \dot r) - 2(t-t_0)\,\ddot r\cdot\dot r'$$

Dieser Ausdruck wird F_5 genannt, also Vorfaktor des Integrals vom Typ 5

Die anderen Vorfaktoren lauten:

$$F_1 =$$

$$-v^2\cdot r' + v^2\cdot r''\cdot x_0 - v^2(t-t_0)\dot{r}' + v\cdot\dot{r} - v\cdot\dot{r}'\cdot x_0 + v\cdot(t-t_0)\ddot{r}$$

oder

$$v^2\left(r''\cdot x_0 - r' - (t-t_0)\dot{r}'\right) + v\left(\dot{r} - \dot{r}'\cdot x_0 + (t-t_0)\ddot{r}\right)$$

$$F_2 = -v^2\cdot r'' + v\cdot\dot{r}'$$

$$F_3 = -v^2\cdot r'' + 2v\cdot\dot{r}' - \ddot{r} = v\left(2\dot{r}' - v\cdot r''\right) - \ddot{r}$$

und der Vorfaktor des Integrals vom Typ 6 lautet aus:

$$7 \quad + v\cdot\dot{r}'\cdot r''\cdot\int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x^2\cdot dx \qquad \boxed{7} \quad -\dot{r}'^2 \cdot \int_0^L \mu_a^*(x)\cdot x^2\cdot dx$$

$$F_6 = + v\cdot\dot{r}'\cdot r'' - \dot{r}'^2$$

ANHANG 2

I. Übertragungsfunktionen, Einflußfunktionen, Spantenriß

II. Kurzbeschreibungen der Rechenprogramme

I. Übertragungsfunktionen, Einflußfunktionen, Spantenriß

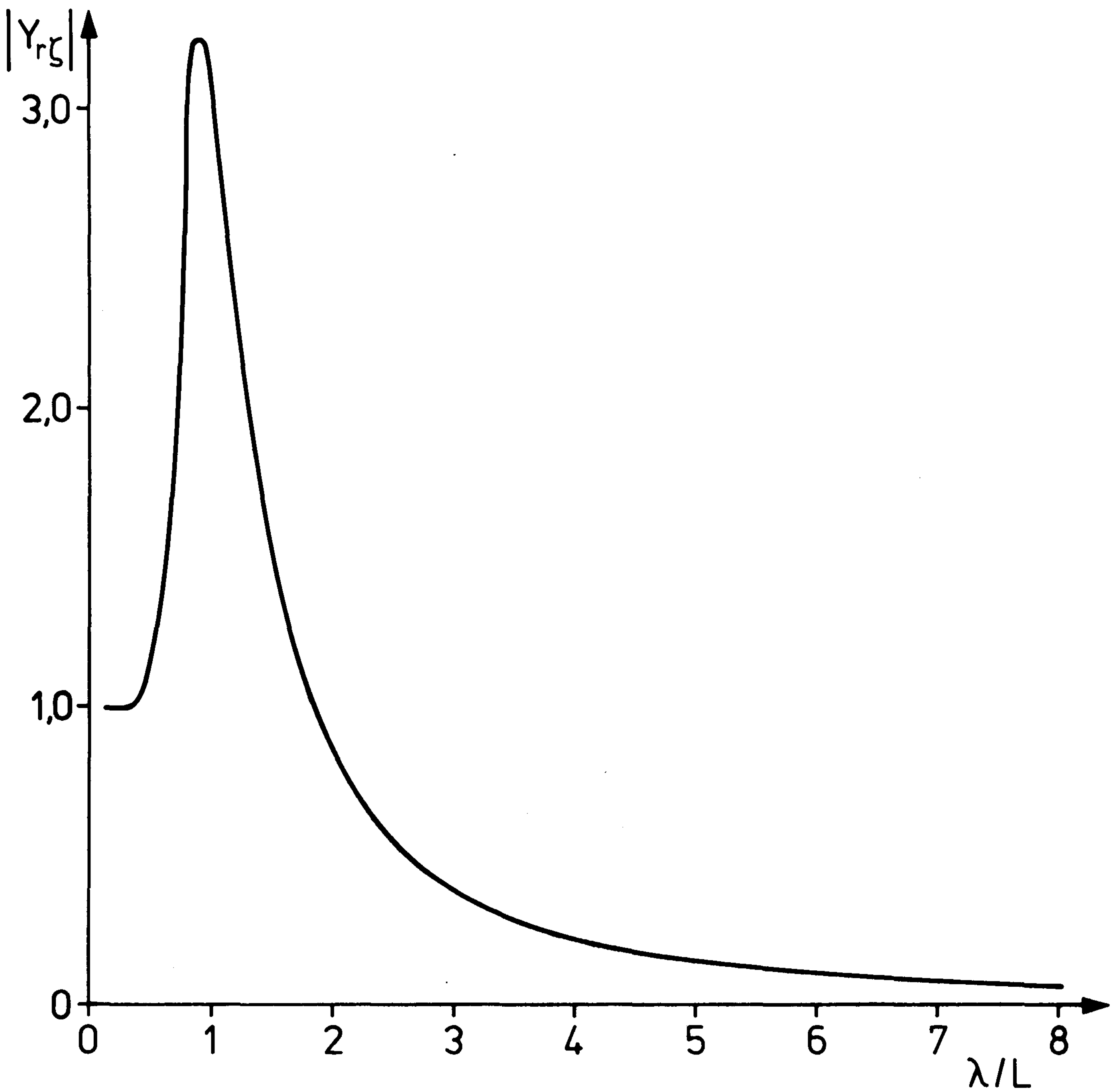


Abb. 18

Übertragungsfunktionen
von r

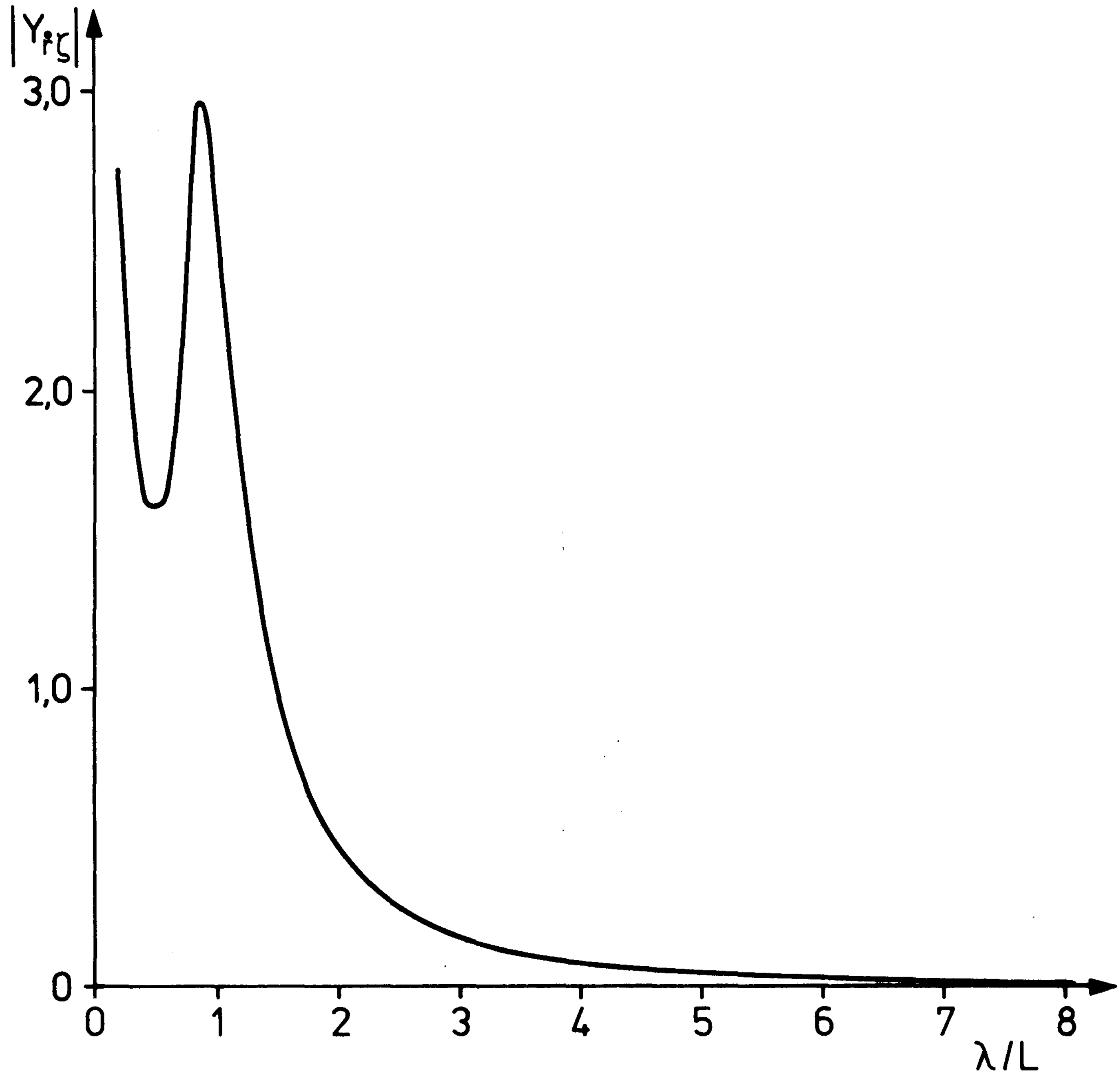


Abb. 19

Übertragungsfunktionen von $\dot{r}$

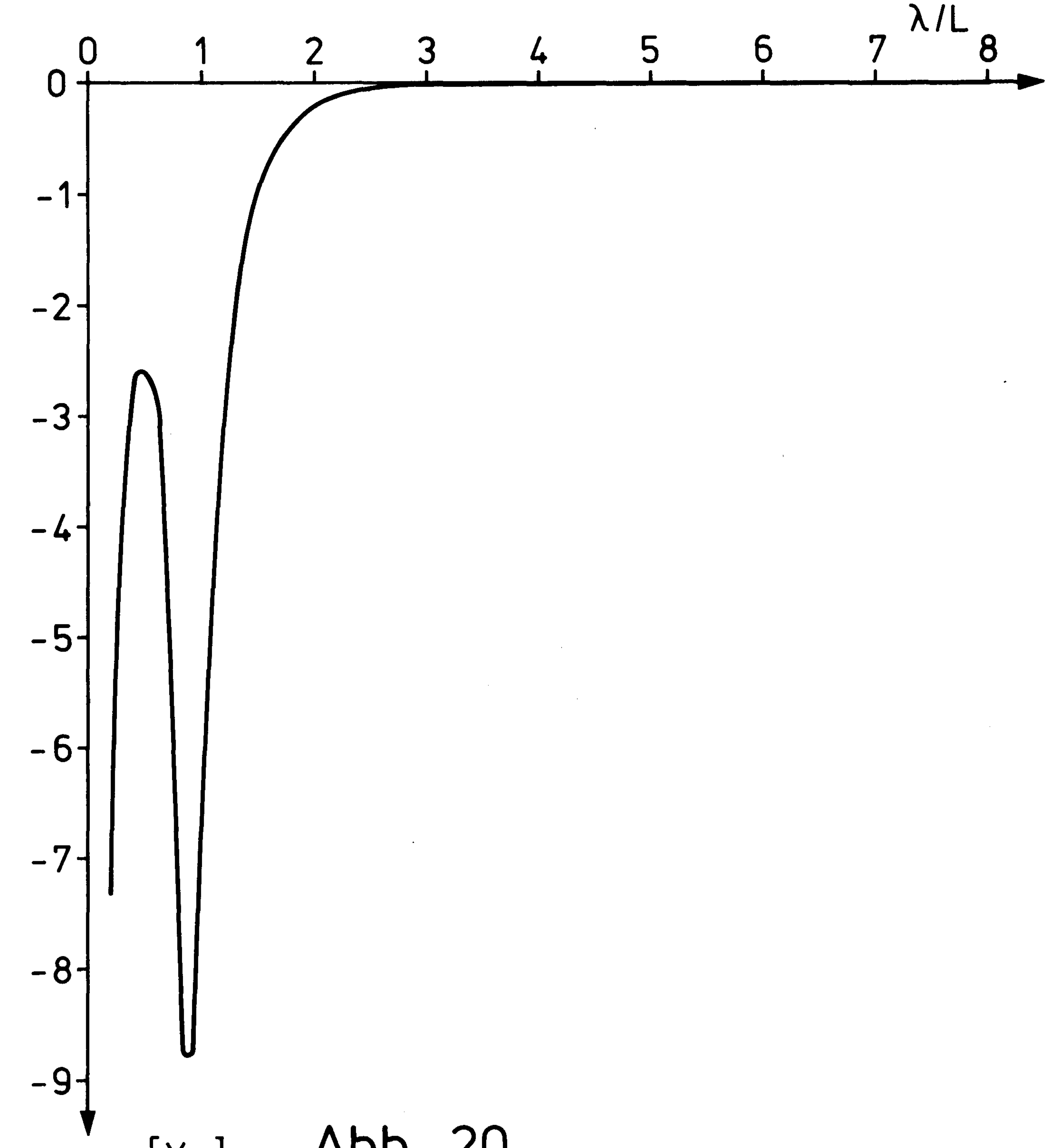


Abb. 20
Einflußfunktionen
von $r\ddot{r}$

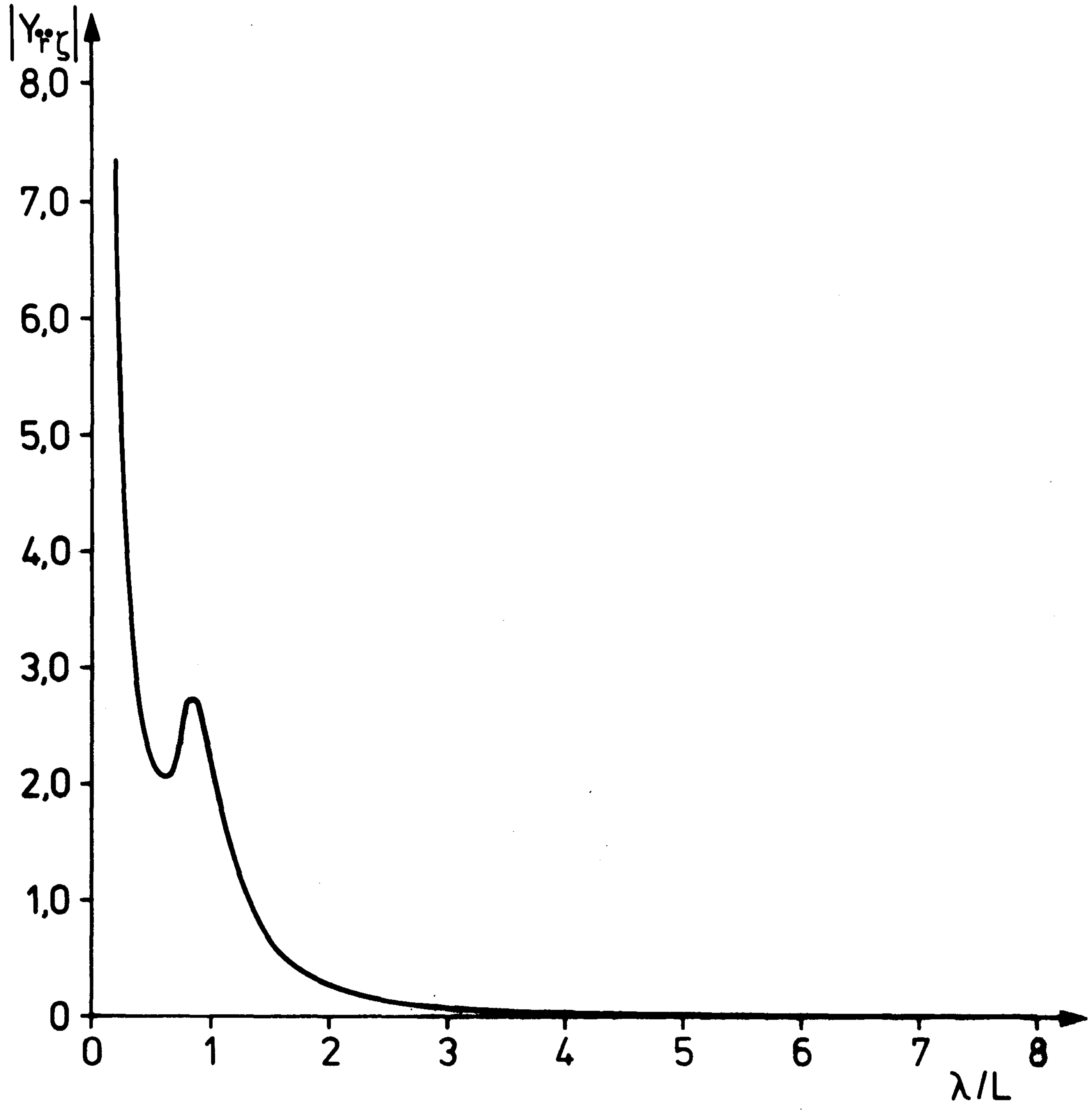


Abb. 21

Übertragungsfunktionen
von $\ddot{r}$

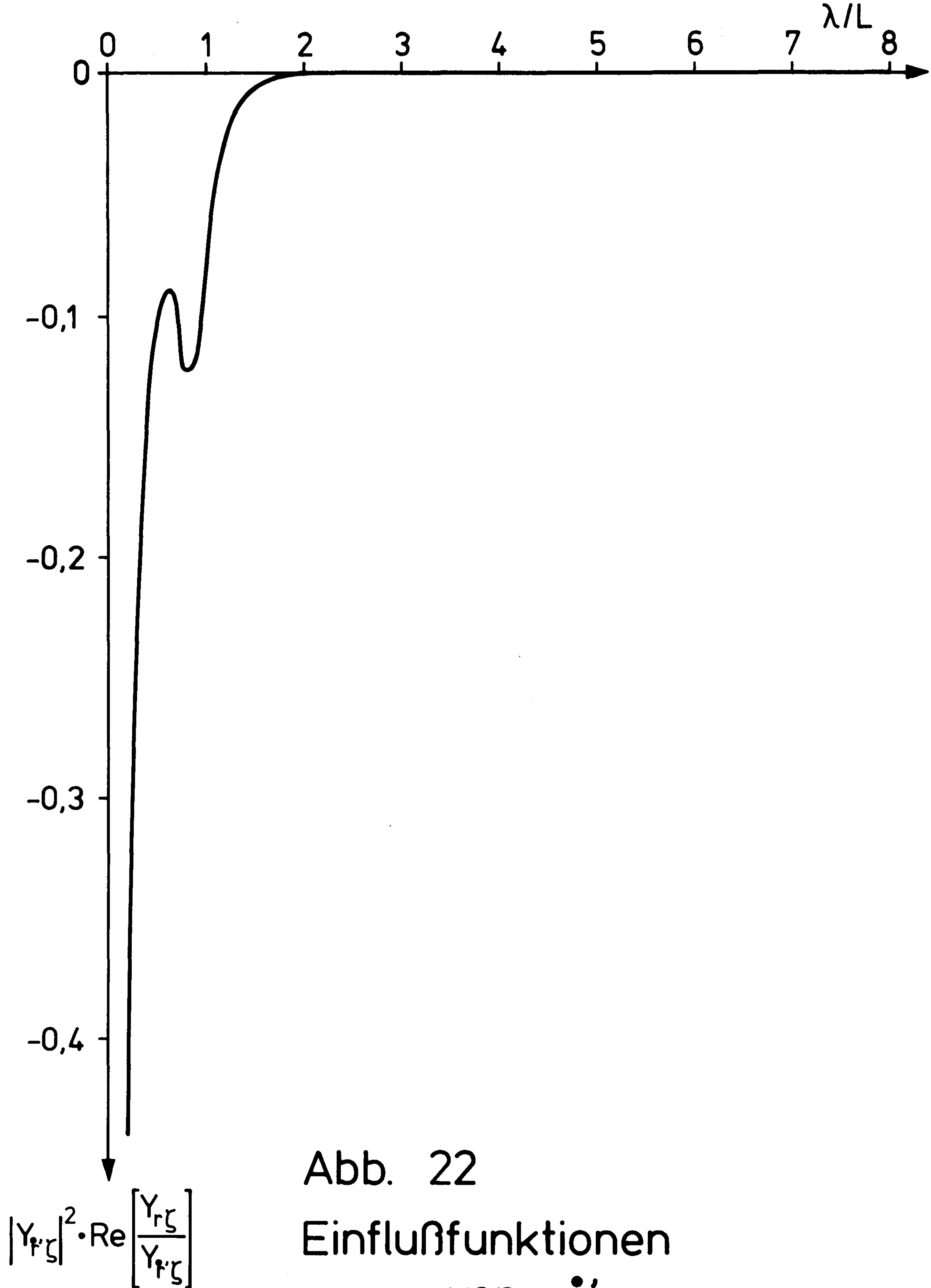


Abb. 22
Einflußfunktionen
von $r\,\dot{r}'$

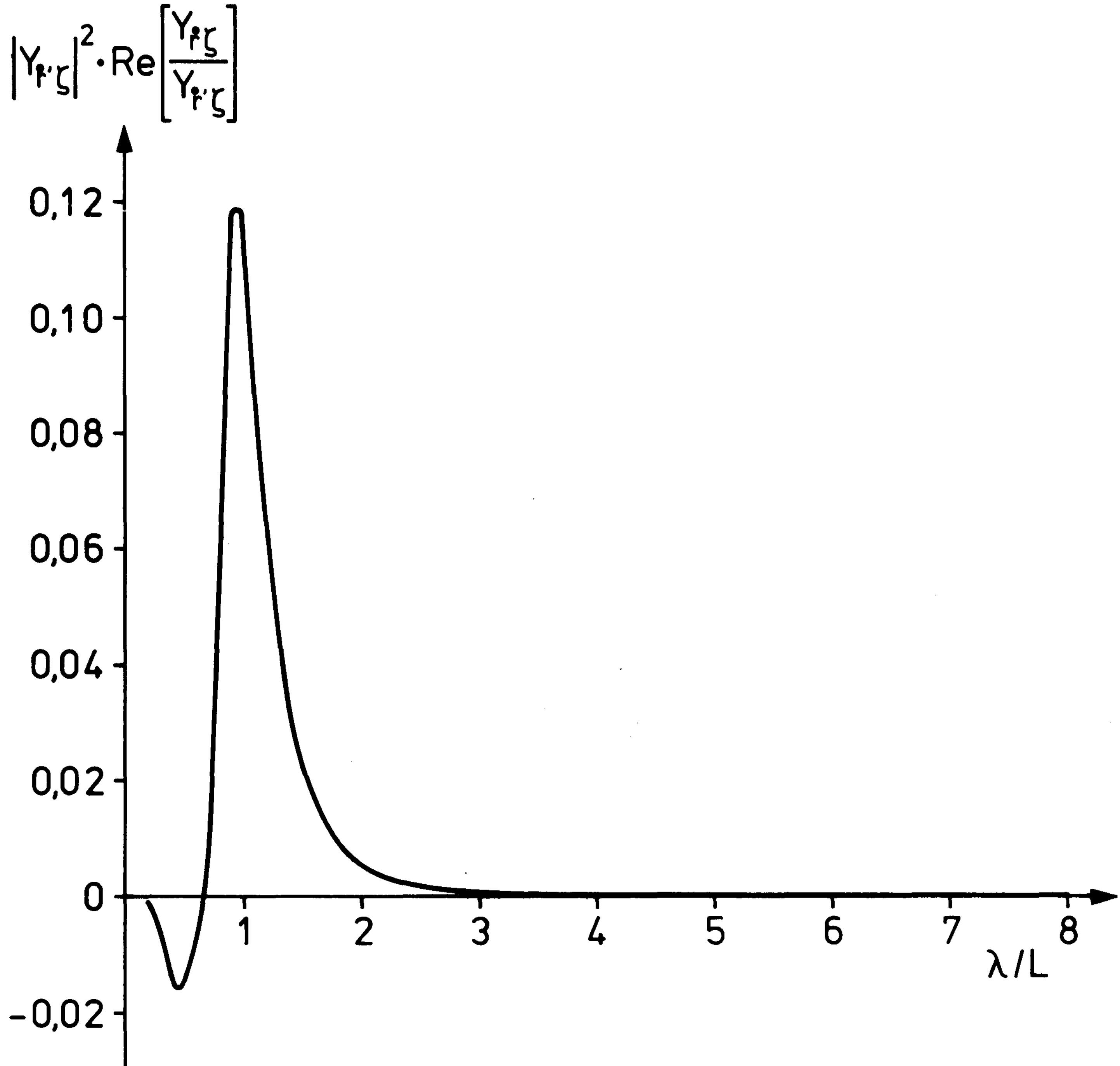


Abb. 23

Einflußfunktionen
von $\dot{r}\,\dot{r}'$

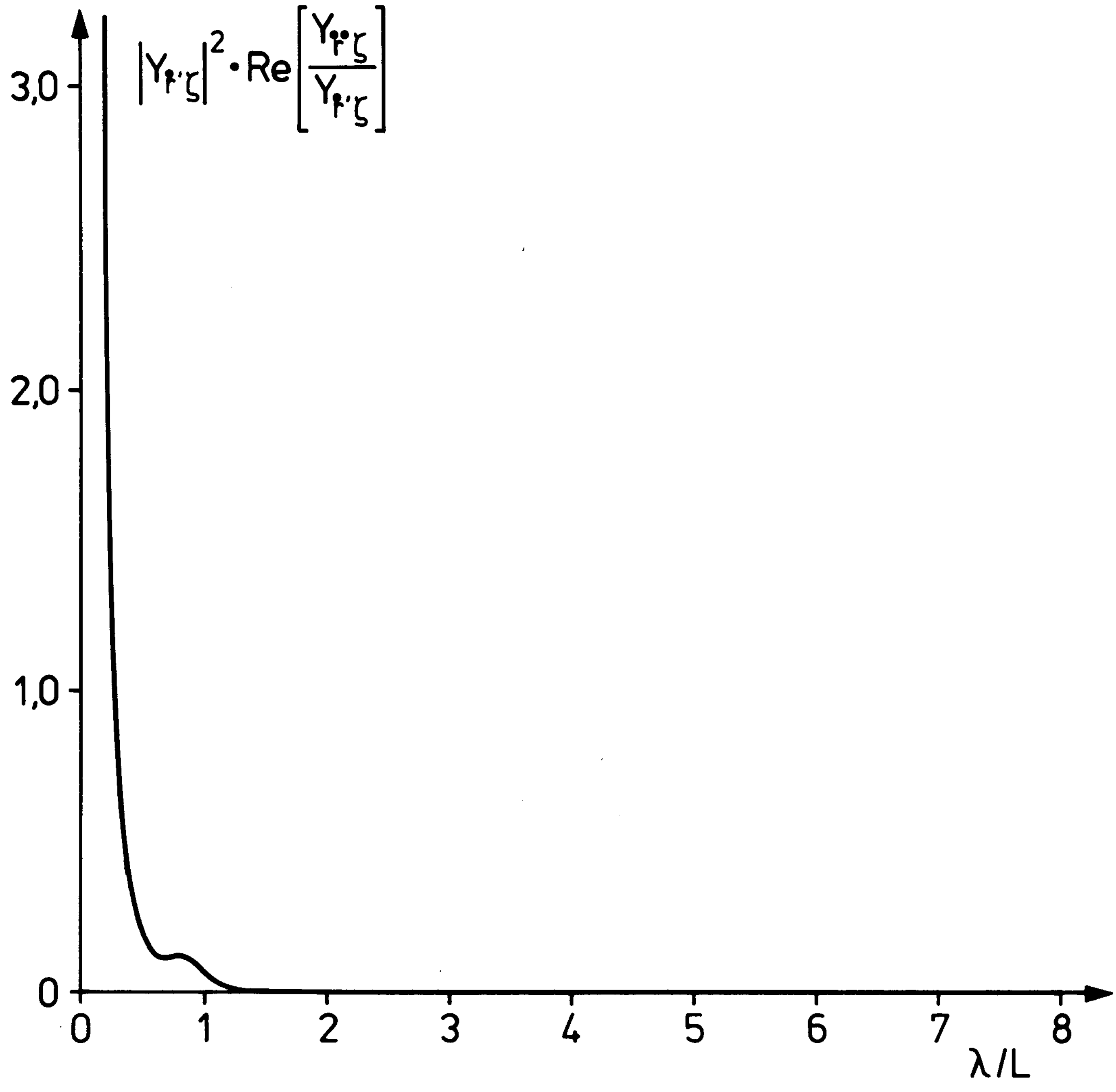


Abb. 24

Einflußfunktionen von $\ddot{r}\ \dot{r}'$

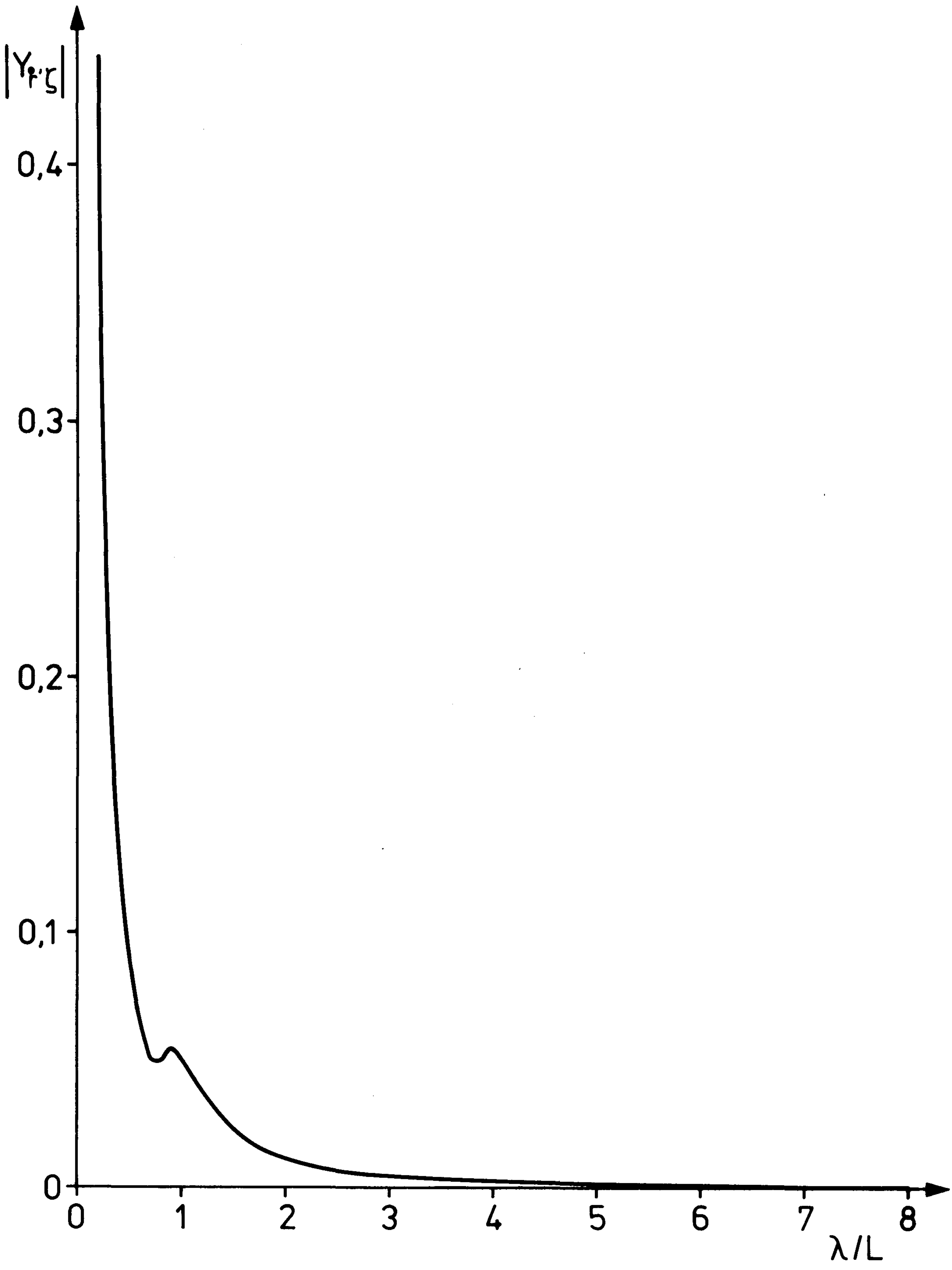


Abb. 25 Übertragungsfunktionen von $\dot{r}'$

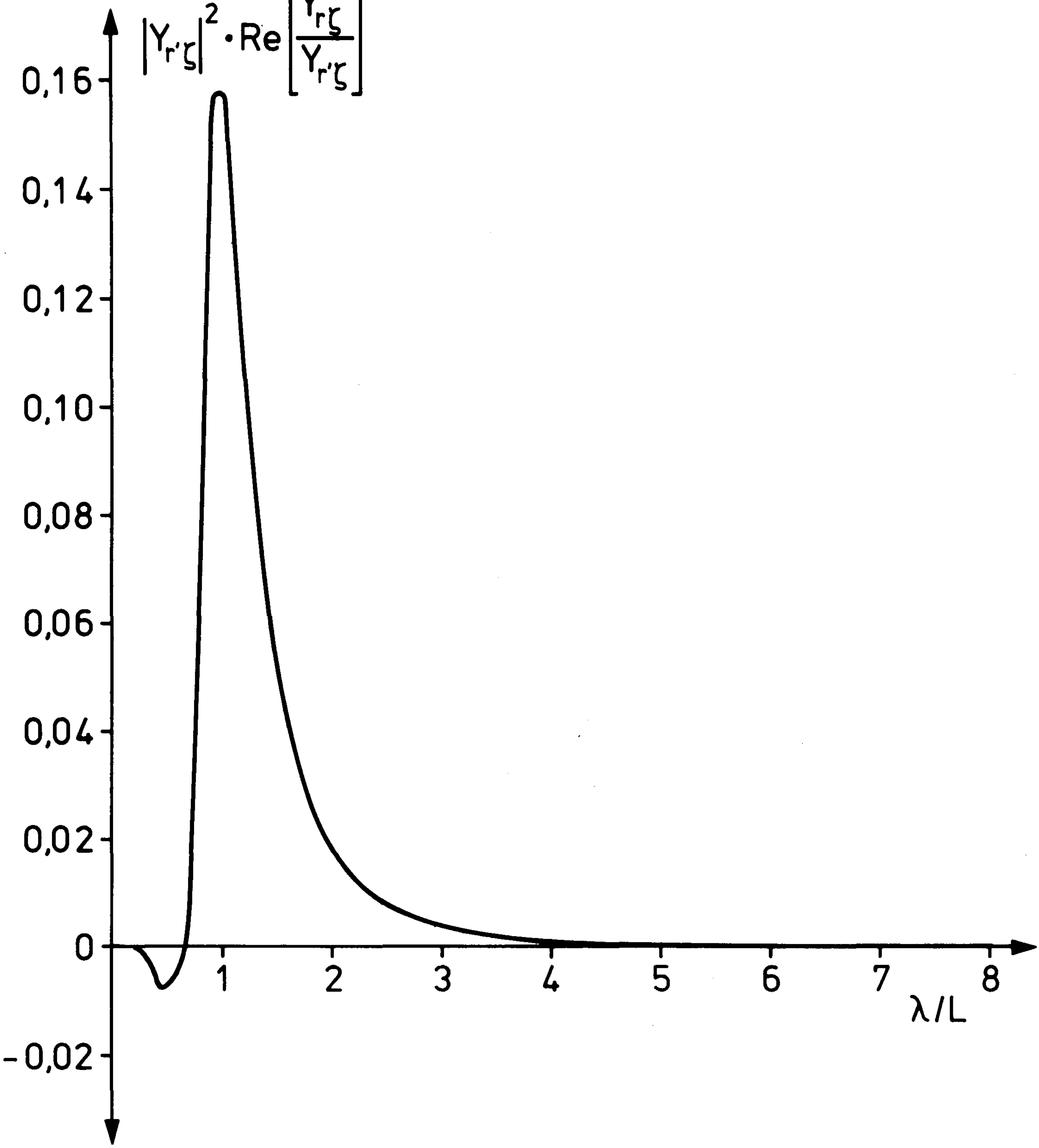


Abb. 26

Einflußfunktionen

von r r'

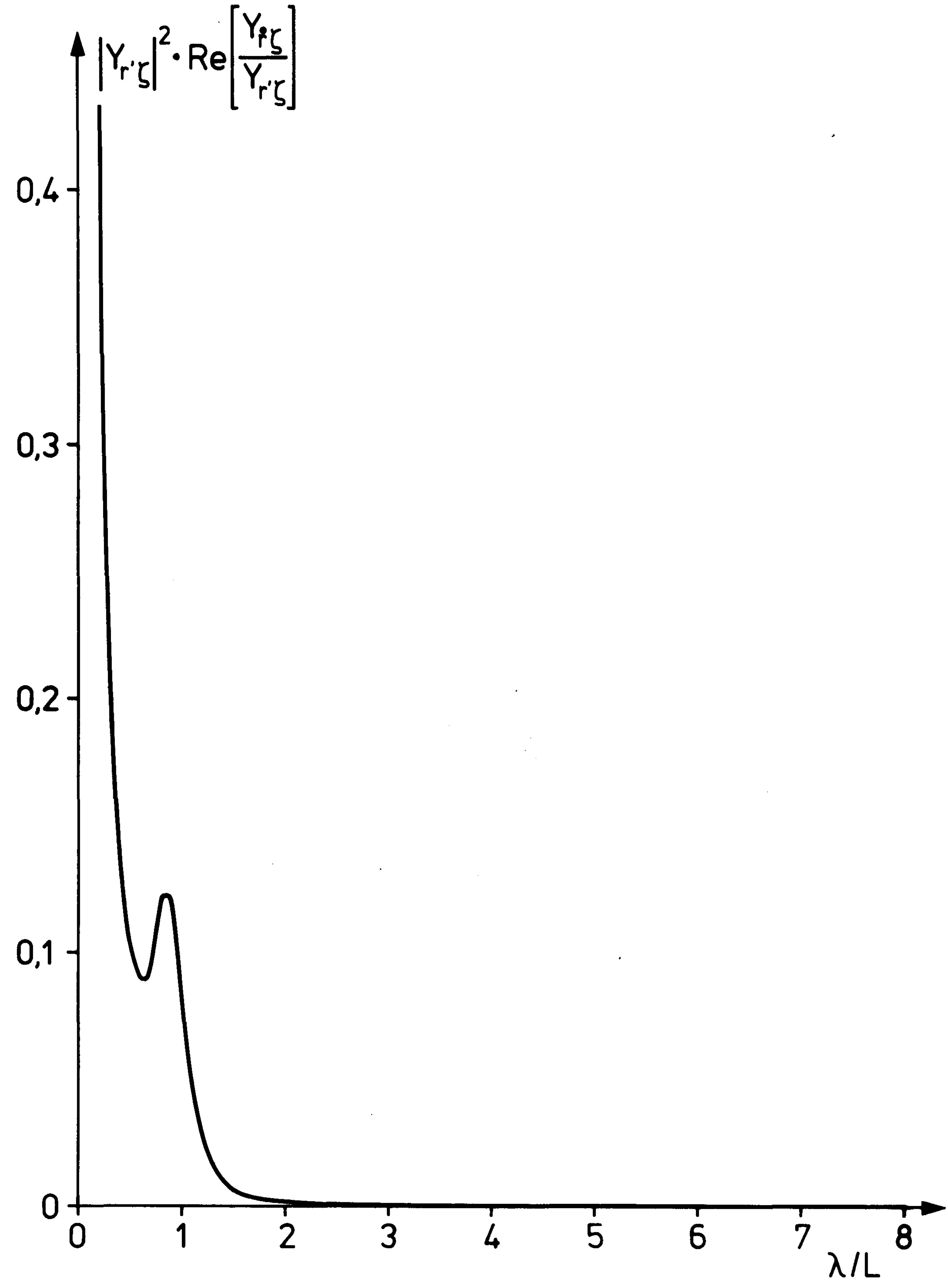


Abb. 27 Einflußfunktionen von $\dot{r}\, r'$

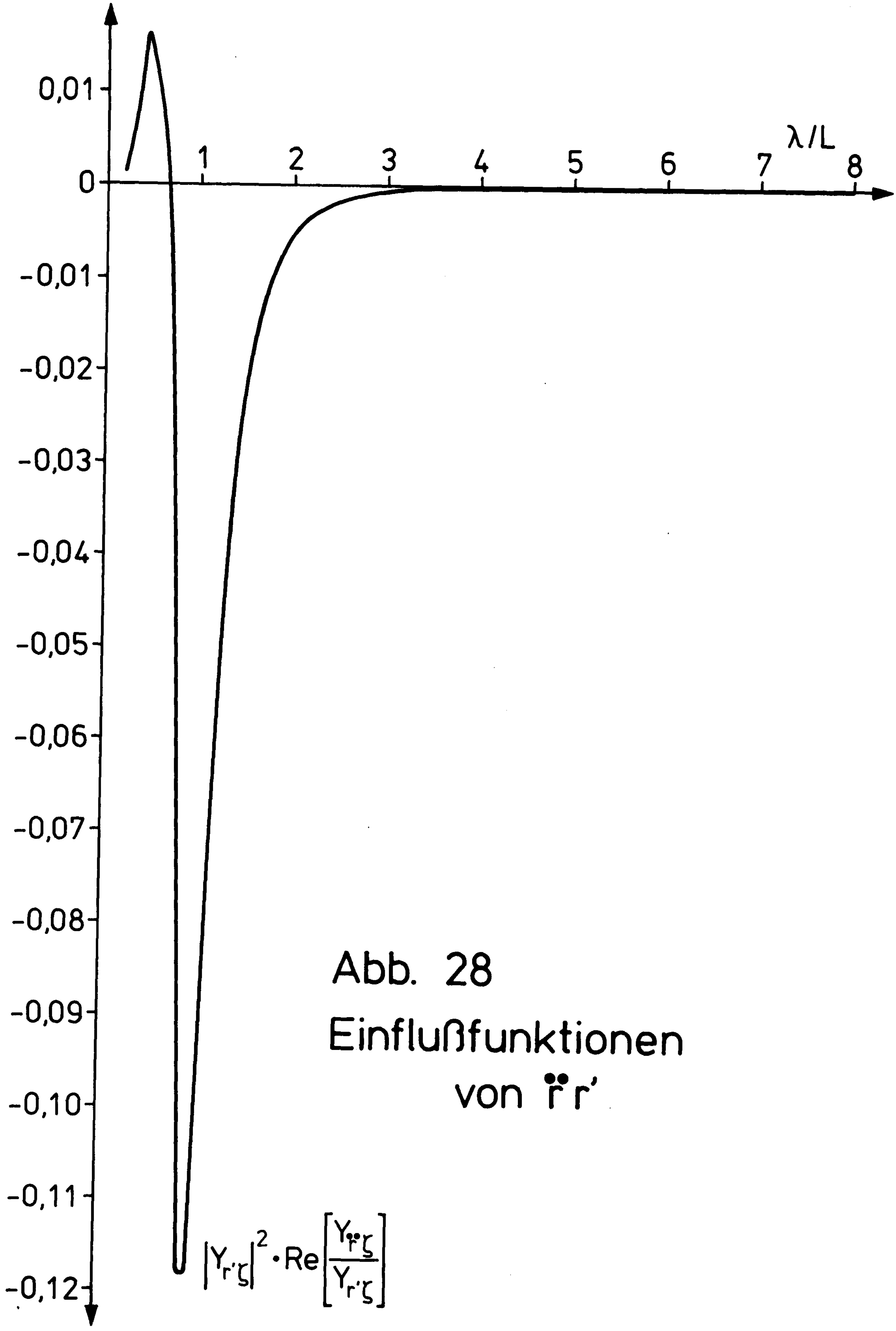


Abb. 28
Einflußfunktionen
von $\ddot{r}\,r'$

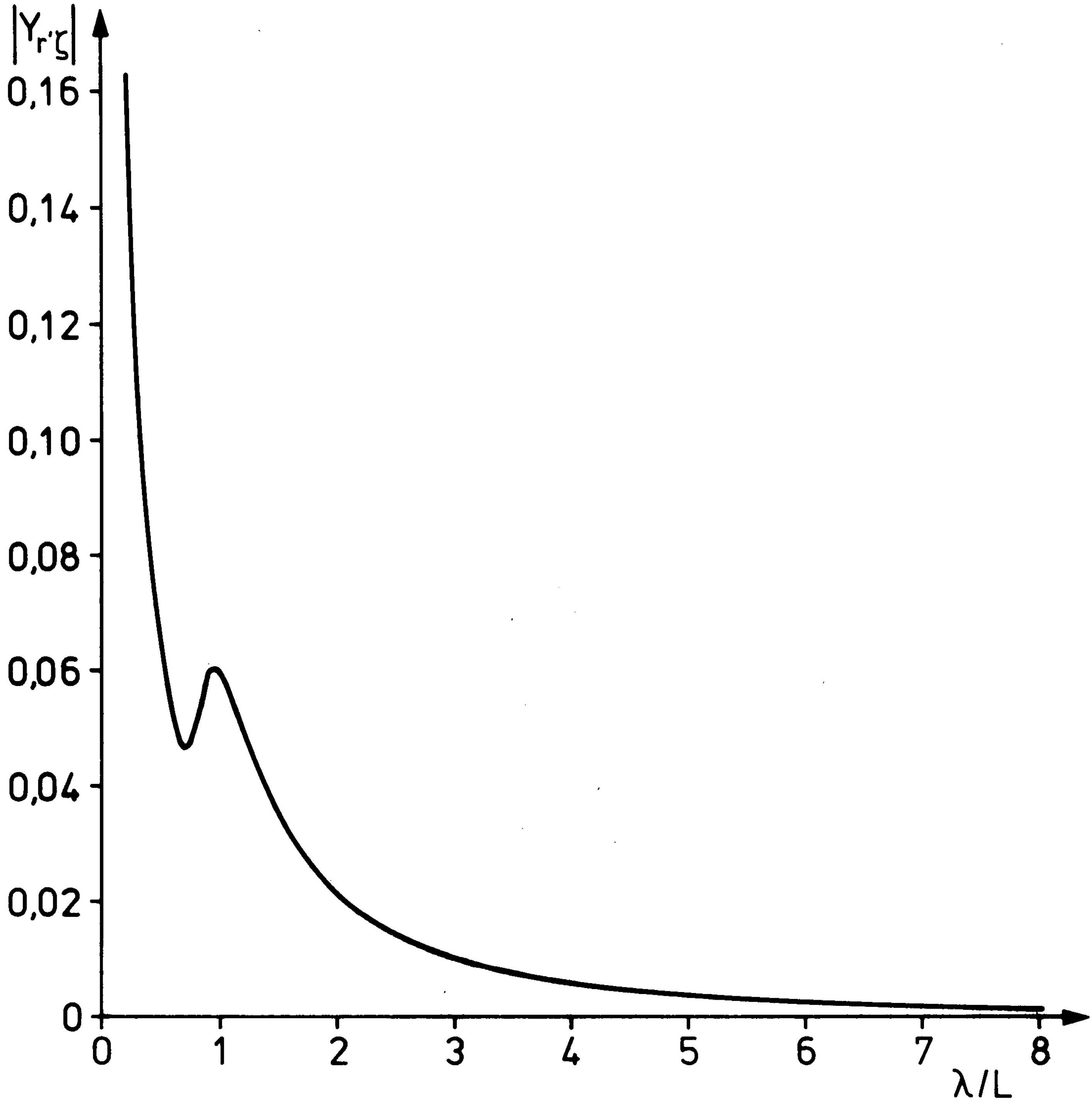


Abb. 29

Übertragungsfunktionen
von r'

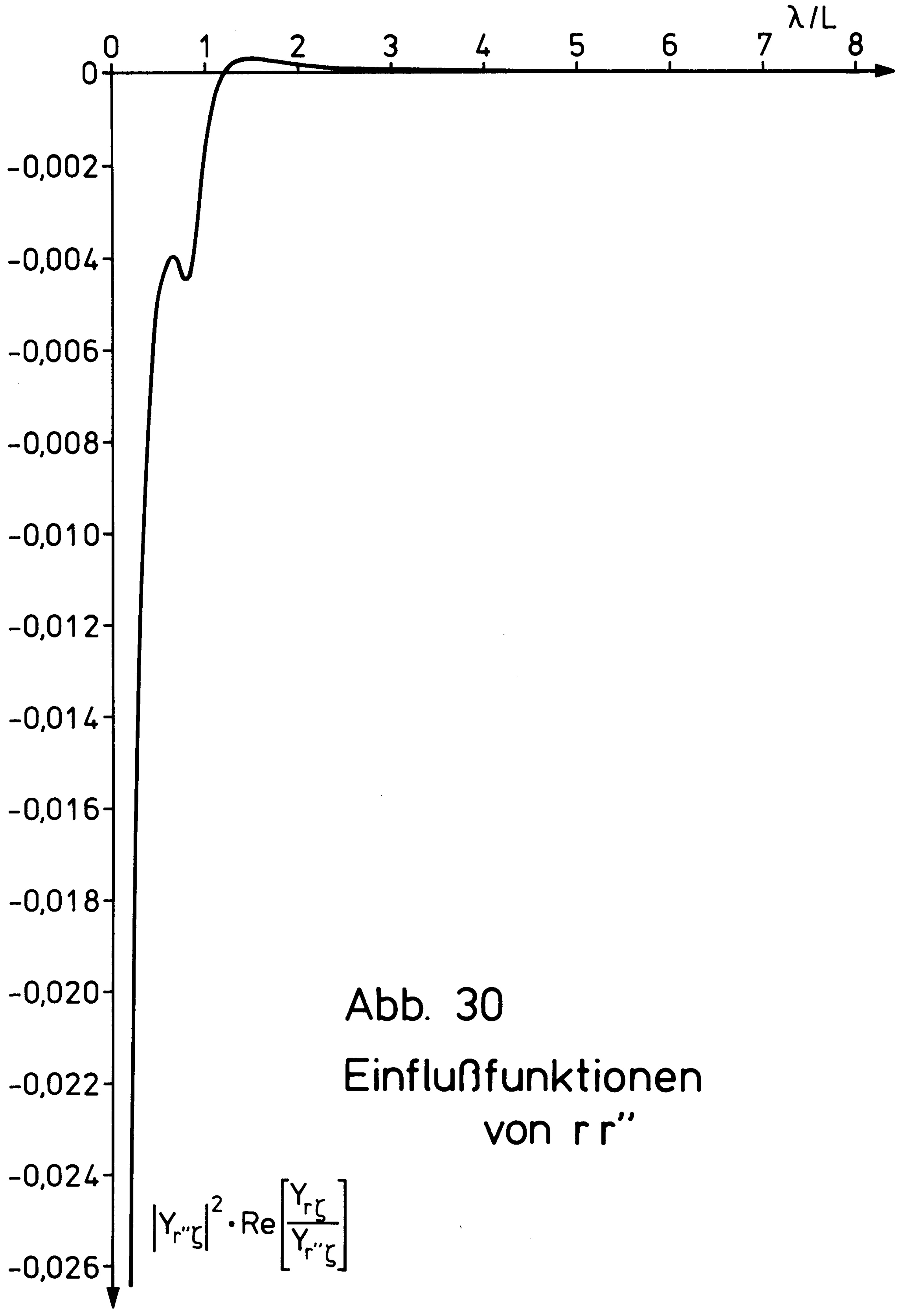


Abb. 30

Einflußfunktionen von r r''

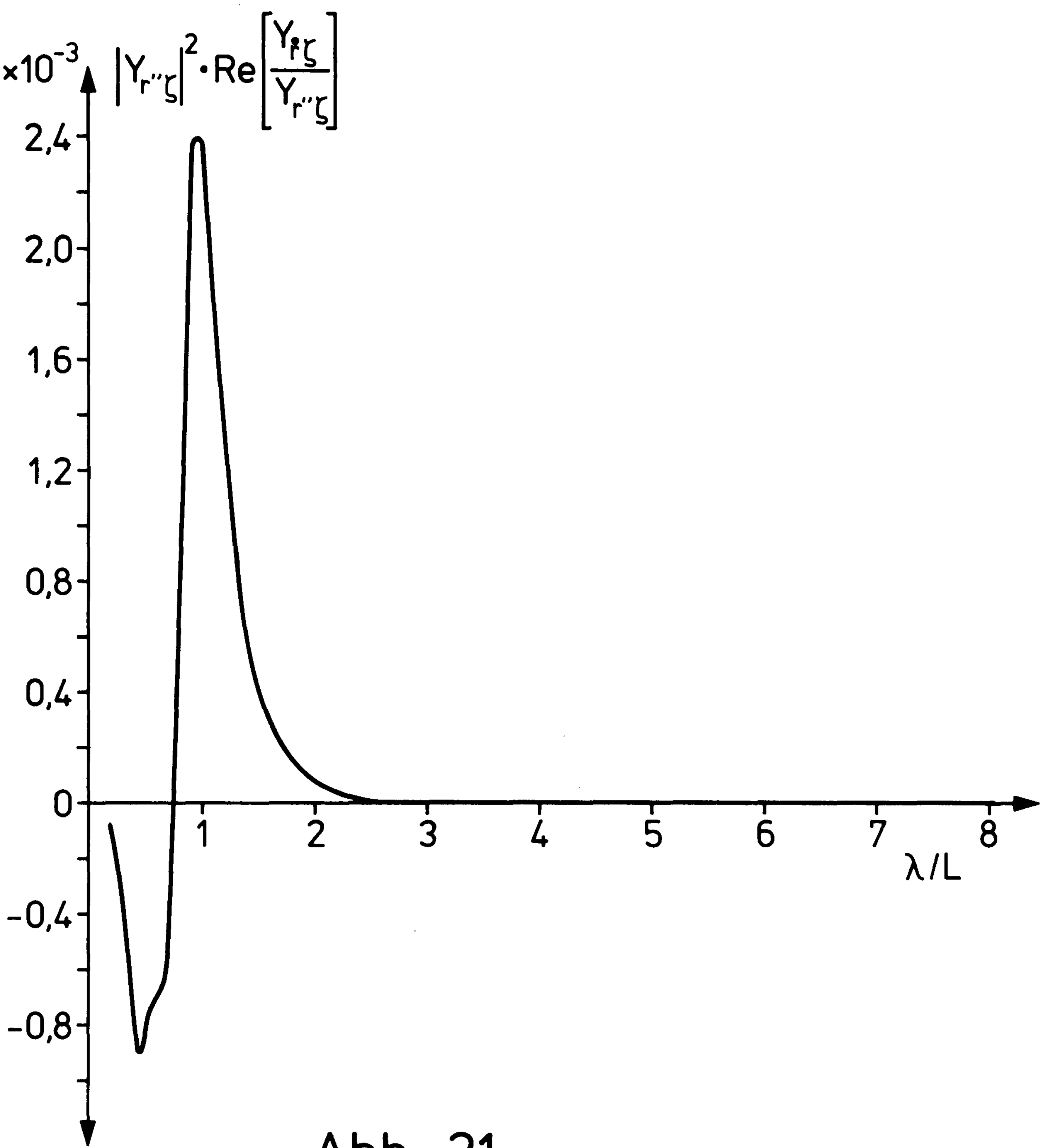


Abb. 31

Einflußfunktionen
von $\dot{r}$ r''

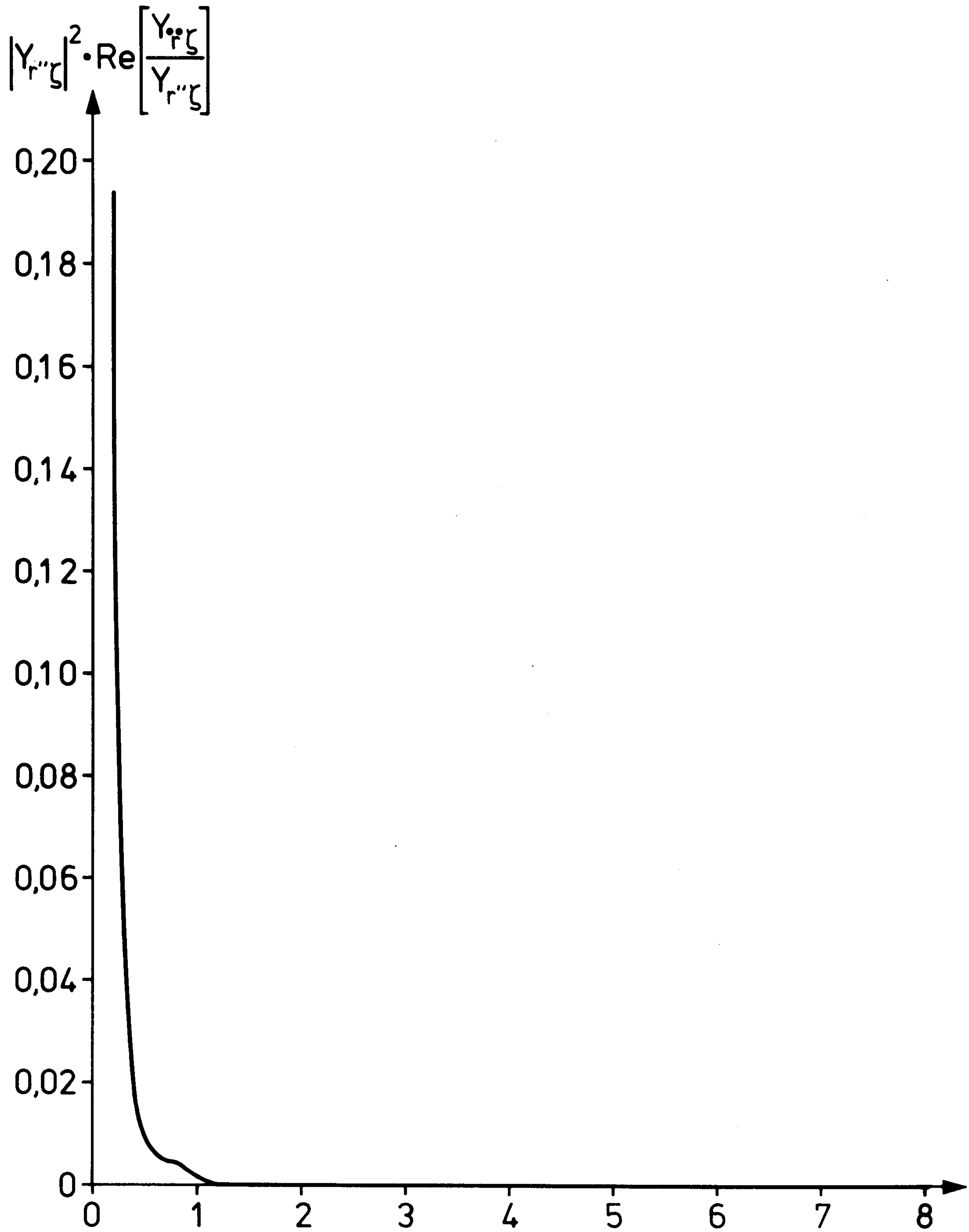


Abb. 32 Einflußfunktionen von $\ddot{r}\, r''$

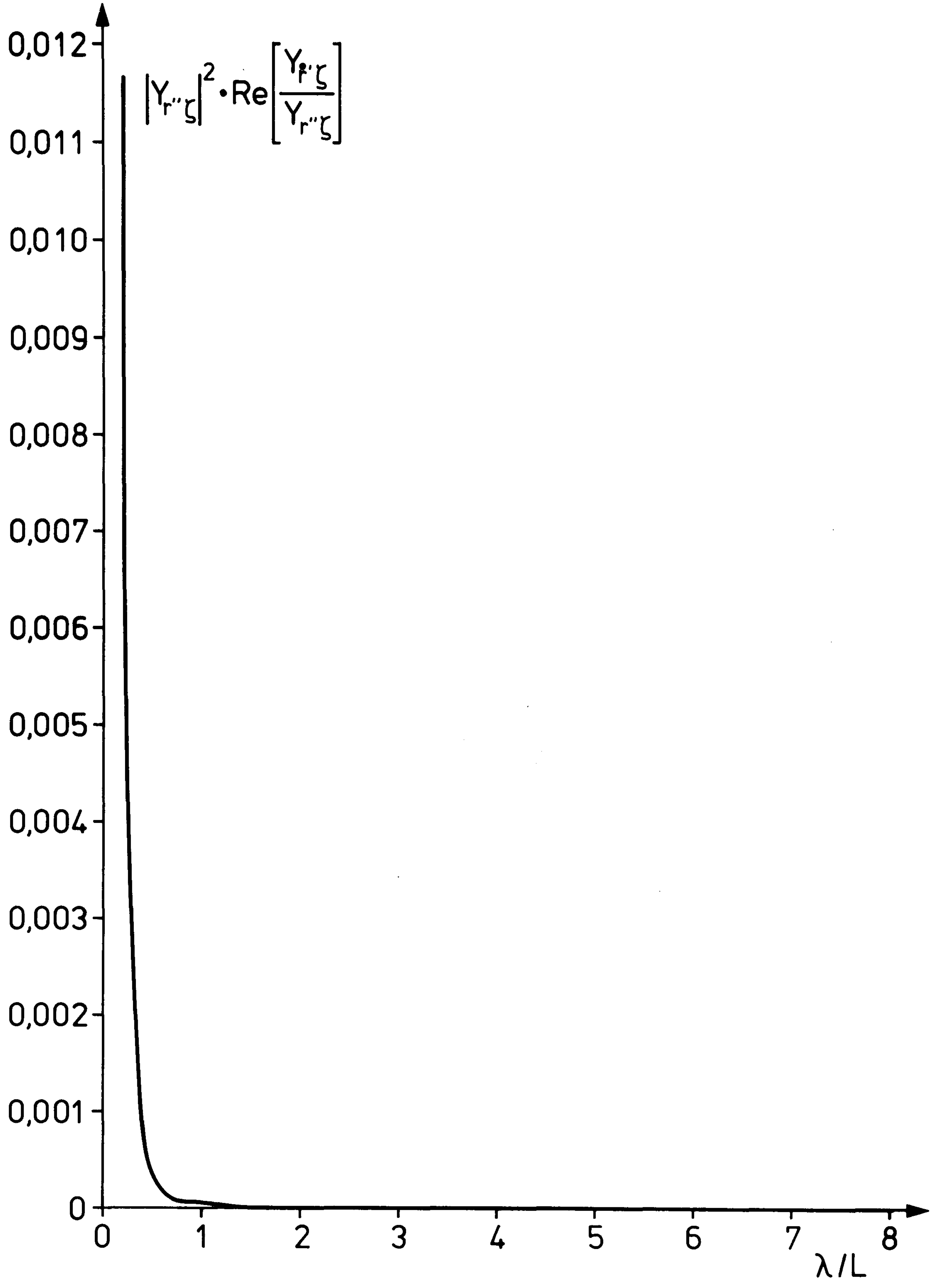


Abb. 33 Einflußfunktionen von $\dot{r}'r''$

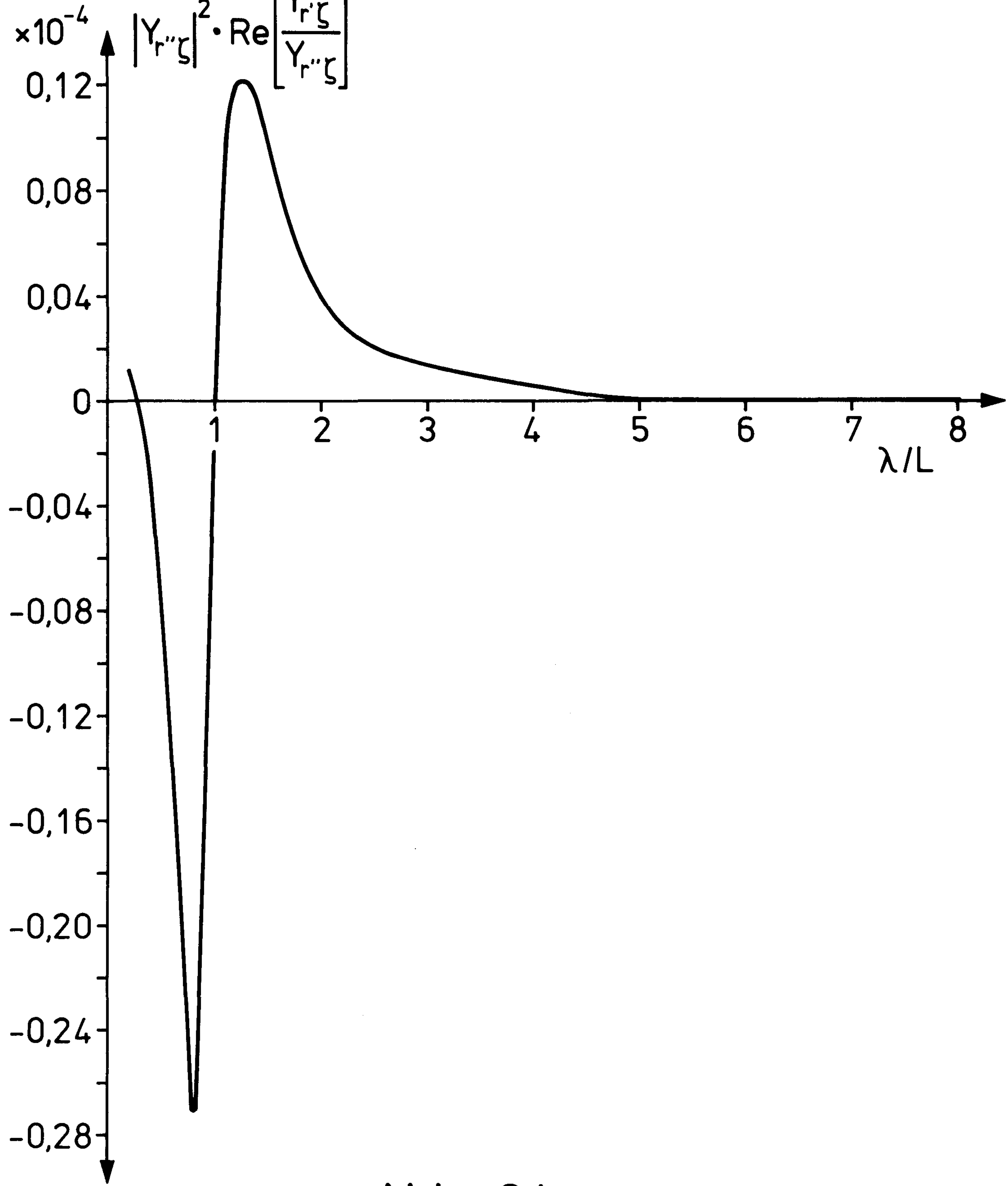


Abb. 34

Einflußfunktionen von r' r''

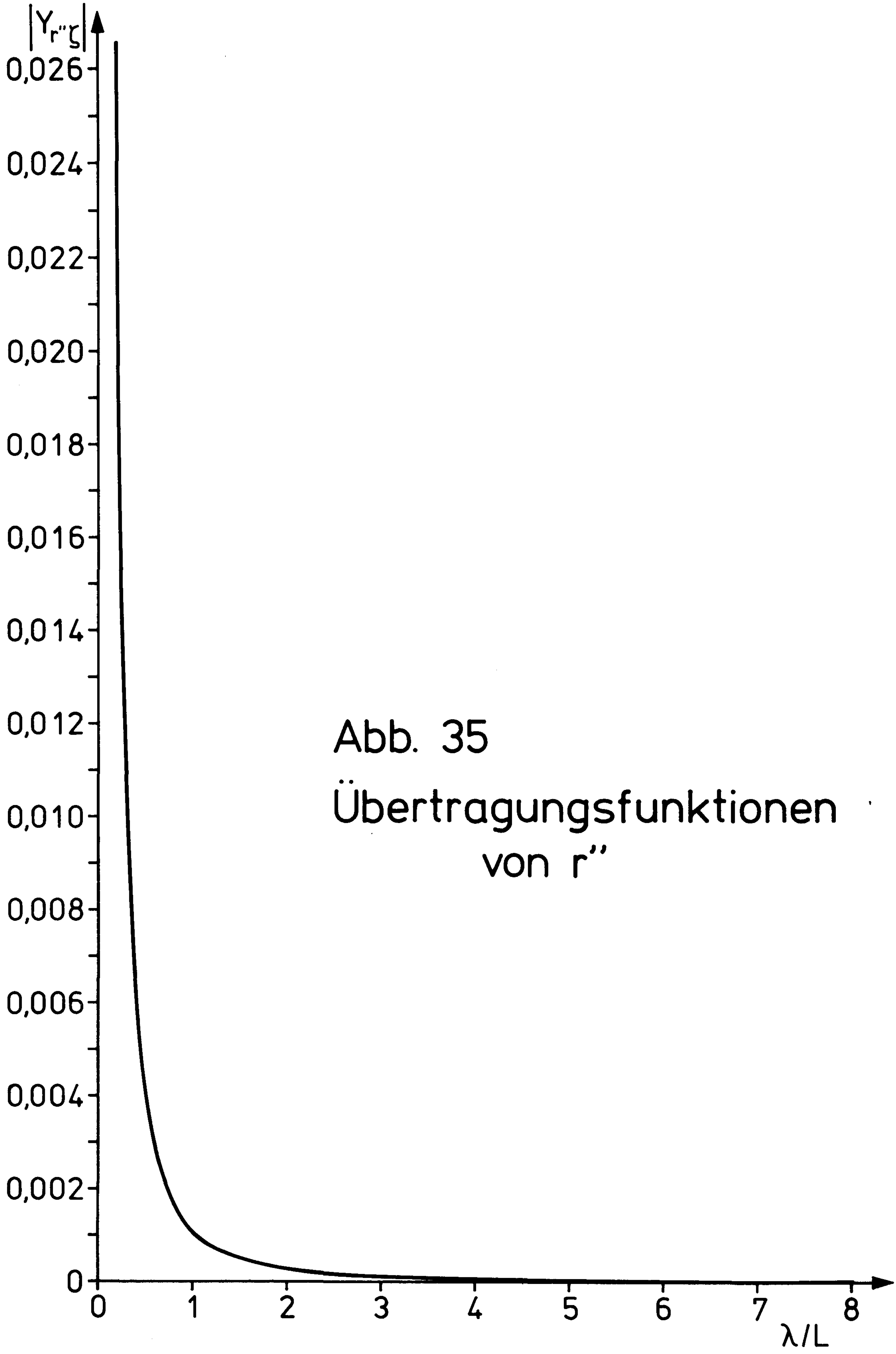
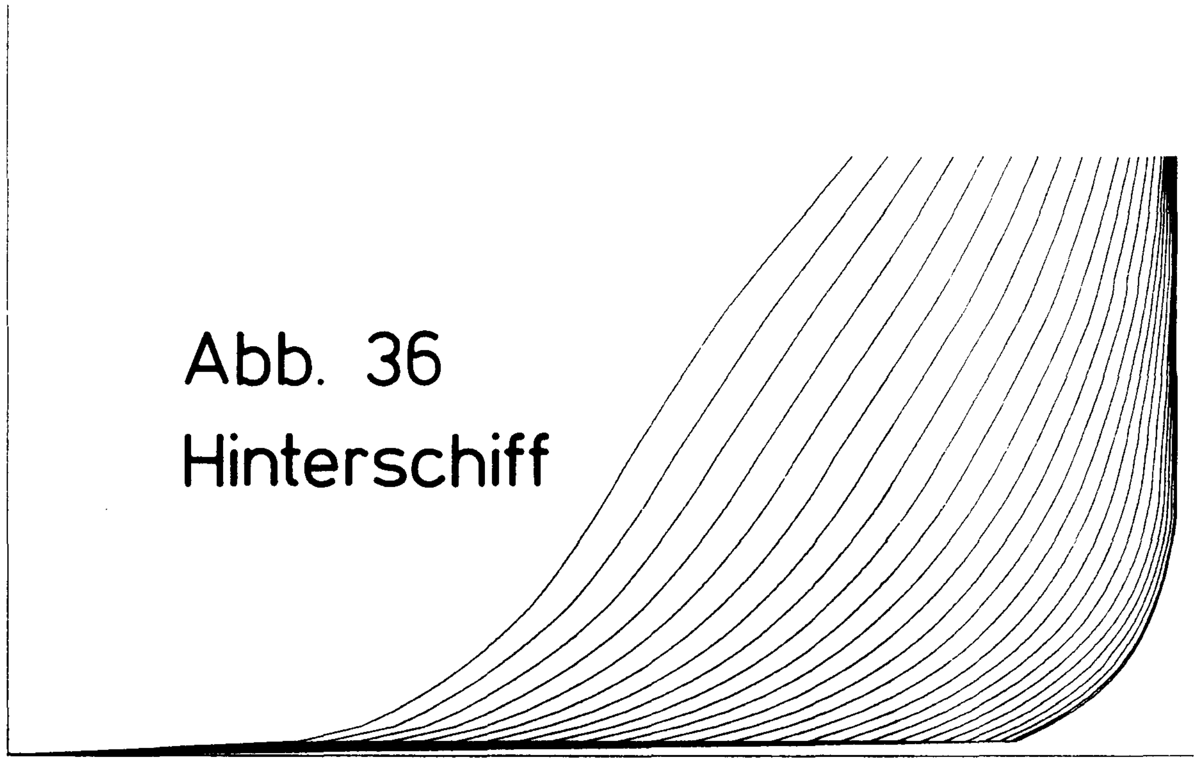
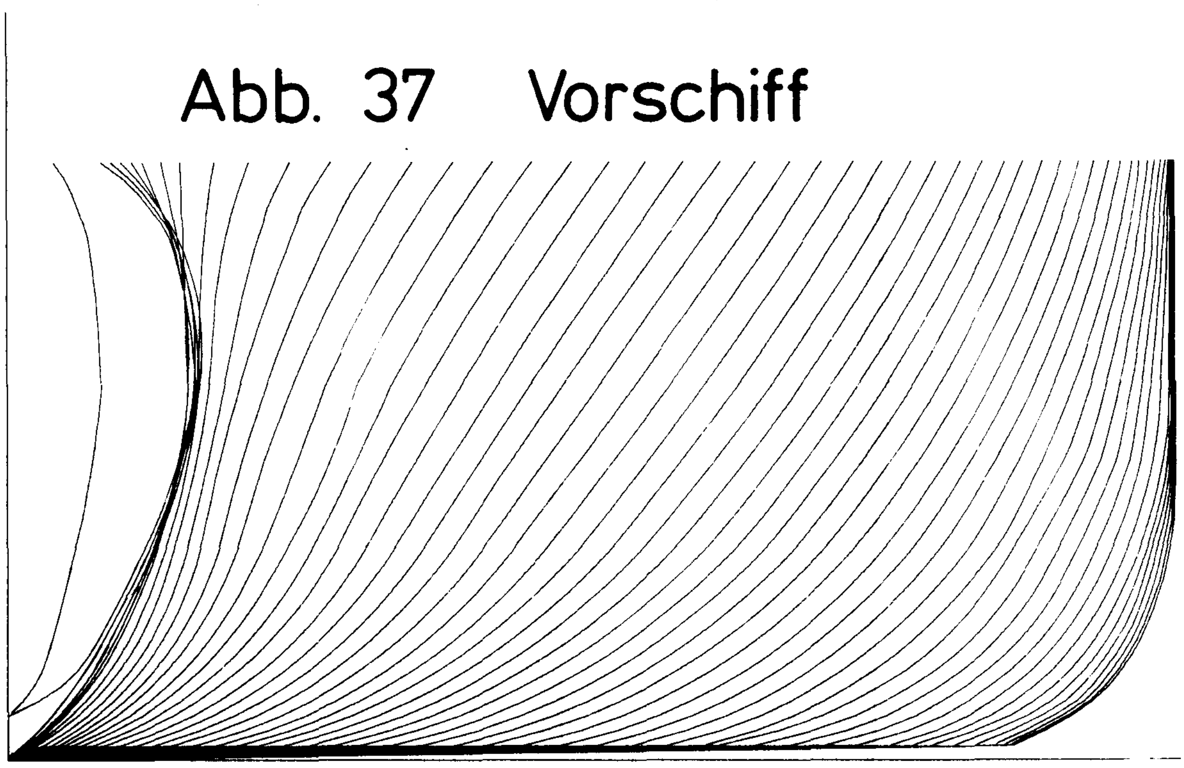


Abb. 35
Übertragungsfunktionen
von r''

Spantkonturen unverzerrt





Spantkonturen verzerrt

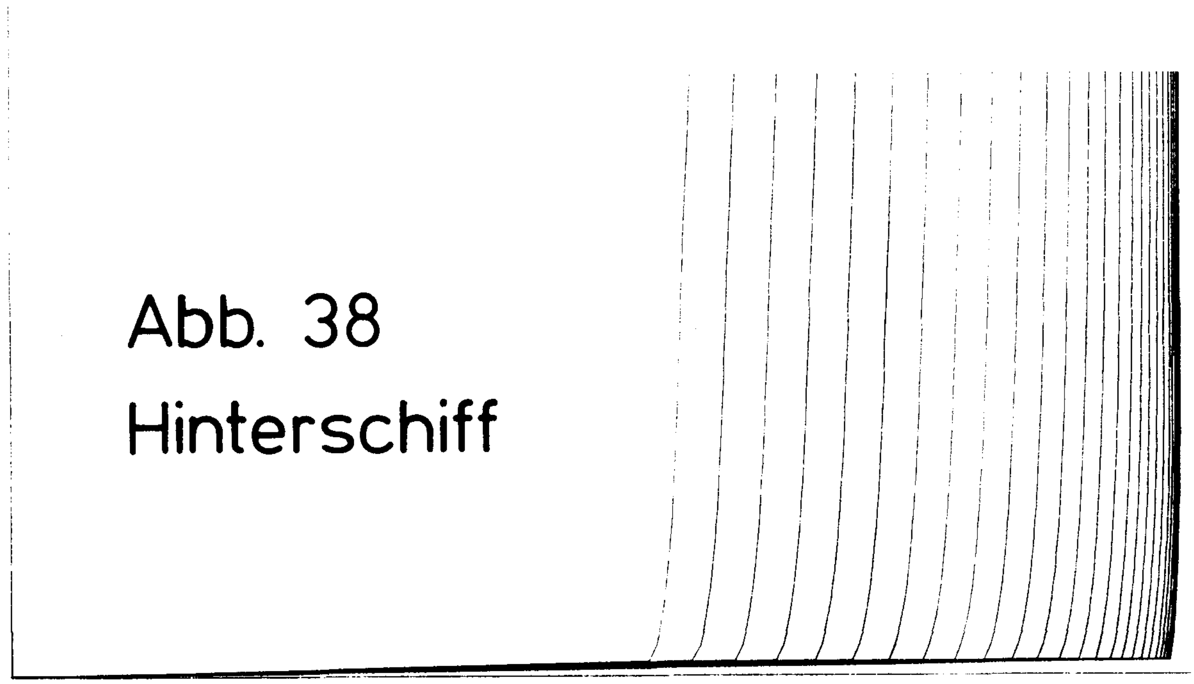
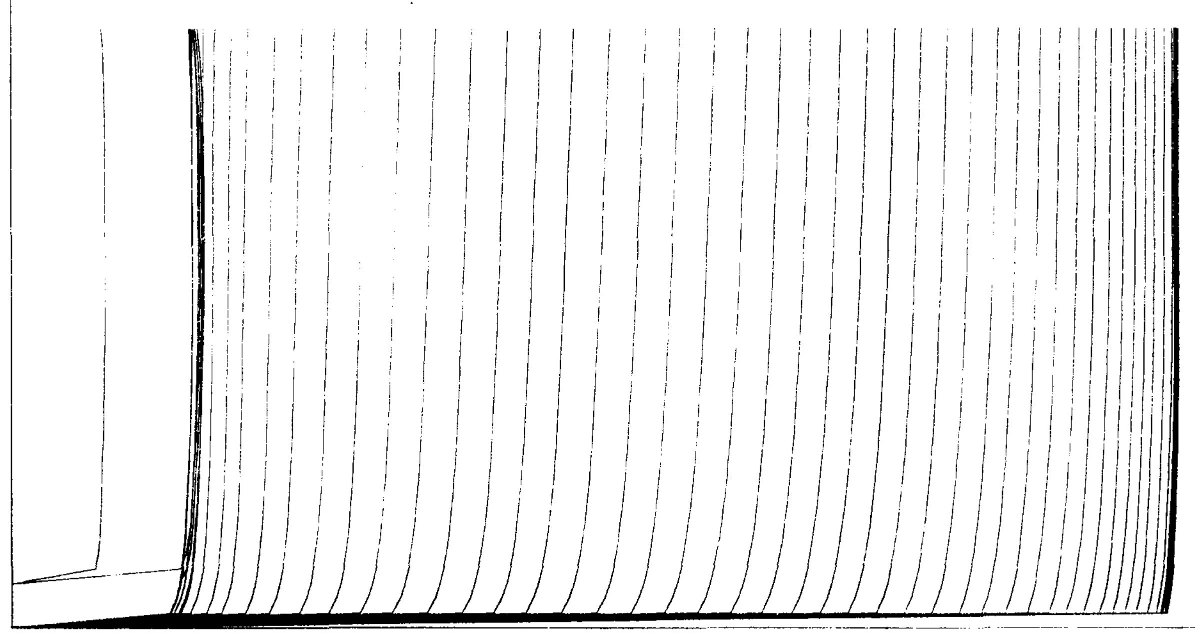


Abb. 38
Hinterschiff

Abb. 39 Vorschiff



II. Kurzbeschreibung der Rechenprogramme

Kurzbeschreibung der Rechenprogramme

R A O

RAO liest die im Programm SIS (Schiff im Seegang) errechneten komplexen Übertragungsfunktionen der Relativbewegung am Bezugspunkt ein und berechnet daraus die Übertragungsfunktionen der fünf partiellen Ableitungen von r , nämlich für $\dot{r}$, $\ddot{r}$, $\dot{r}'$, r' und r'' .

Danach werden die Einflußfunktionen zwischen den interessierenden Größen gemäß Gleichung (4,8) berechnet.

S L M D I M

SLMDIM berechnet zunächst die Varianzen und Kovarianzen der Matrix $\mathfrak{M}$. Danach werden für gegebene T_V-, H_V-, ν_V-Kombinationen normalverteilte Variablenvektoren $\mathfrak{X}_{d_{x_0}} = (d_{x_0}, \dot{r}, \ddot{r}, \dot{r}', r', r'')$ erzeugt. Sind bei einem Vektor $\mathfrak{X}_{d_{x_0}}$ die Bedingungen für einen Stoß erfüllt, so wird der Vektor $\mathfrak{X}_{d_{x_0}}$ an die Routine ETAUCH weitergegeben, die das Stoßmaß A berechnet; wenn nicht, wird ein neuer Variablenvektor erzeugt, usw. Im Falle eines Stoßes werden nach Rückkehr aus ETAUCH fünf Stoßraten für fünf vorgegebene Schranken "verbessert". Dann wird ein neuer Variablenvektor erzeugt, usw., bis die vorgegebene Streuung der Stoßraten erreicht ist.

H Y D R O M

HYDROM liest die - zum Beispiel mit einem hydrostatischen Programm zwischen gegebenen Spantaufmaßen interpolierten - Breiten enggesetzter Wasserlinien und Spanten (in dem hier gezeigten Beispiel WL -Abstand 0,2 m, Spt.-Abstand L/100 = 2,04) und berechnet die hydrodynamischen Massen gemäß

$$\mu_\alpha = \varrho \cdot \frac{\pi}{8} B^2 .$$

Die Ableitungen der hydrodynamischen Masse nach der schiffsfesten Längenkoordinate x und der Relativbewegung r — μ_α' und μ_α^* — werden als Differenzenquotienten berechnet.

μ_a^* -Werte oberhalb der Schwimmwasserlinie in glattem Wasser des zu untersuchenden Ladefalls werden zu Null gesetzt, d.h. es wird mit parallelen Seitenwänden (wie in linearer Berechnung) gerechnet.

E T A U C H

ETAUCH berechnet das Stoßmaß A entsprechend Abschnitt 4.5.