

Conference Proceedings

Workshop

Numerische Methoden in der Geotechnik

12th & 13th of September 2022

Hamburg, Germany

Editor

J. Grabe

Hamburg University of Technology
Institute of Geotechnical Engineering and Construction Management

Publications by the Institute of
Geotechnical Engineering and Construction Management

53

Editor:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Grabe
Hamburg University of Technology
Institute of Geotechnical Engineering and Construction Management
Harburger Schloßstraße 36
D – 21079 Hamburg
e-mail: *grabe@tuhh.de*

ISBN-13: 978-3-936310-55-9 (first edition)

Printery

Druckzentrum Neumünster GmbH
Rungestraße 4
D – 24537 Neumünster

Published in the same series:

1. J. Grabe (eds.), 2000: Verbrennungsrückstände. Conference Proceedings, ISBN 3-936310-00-9
2. J. Grabe (eds.), 2001: Schaden- und Risikomanagement im Tiefbau. Conference Proceedings, ISBN 3-936310-01-7
3. J. Grabe, 2003. Bodenmechanik und Grundbau. ISBN 3-936310-03-3
4. J. Grabe (eds.), 2003: Euronormen in der Geotechnik – Was ändert sich? Conference Proceedings, ISBN 3-936310-04-1
5. J. Grabe (eds.), 2003: Bodenverdichtung, Experimente - Modellierung - Geräteentwicklung - Baustellenberichte - F+E-Bedarf. Conference Proceedings, ISBN 3-936310-05-X
6. M. Kelm, 2004: Numerische Simulation der Verdichtung rolliger Böden mittels Vibrationswalzen. Dissertation, ISBN 3-936310-06-8
7. J. Grabe (eds.), 2004: Kaimauern - Messungen und Numerik. Conference Proceedings, ISBN 3-936310-07-6
8. J. Stein, 2005. Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Düsenstrahlverfahren. Promotion, ISBN 3-936310-09-2
9. J. Grabe (eds.), 2005: Grenzschicht Wasser und Boden - Phänomene und Ansätze. Conference Proceedings, ISBN 3-936310-10-6
10. J. Grabe (eds.), 2005: FEM in der Geotechnik - Qualität, Prüfung, Fallbeispiele - Conference Proceedings, ISBN 3-936310-11-4
11. B. Mardfeldt, 2006: Zum Tragverhalten von Kaikonstruktionen im Gebrauchszustand. Dissertation, ISBN 3-936310-12-2
12. J. Grabe (eds.), 2006: Optimierung in der Geotechnik - Strategien und Fallbeispiele. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-13-9
13. T. Bierer, 2007: Bodenschwingungen aus Straßenverkehr auf unebener Fahrbahn im Zeitbereich - experimentelle und theoretische Untersuchungen. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-14-6
14. J. Grabe (eds.), 2007: Bemessen mit Finite-Elemente-Methoden. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-15-3
15. K.-P. Mahutka, 2008: Zur Verdichtung von rolligen Böden infolge dynamischer Pfahleinbringung und durch Oberflächenrüttler. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-16-0

16. J. Grabe (eds.), 2008: Seehäfen für Containerschiffe zukünftiger Generationen. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-17-7
17. F. König, 2008: Zur zeitlichen Traglastentwicklung von Pfählen und der nachträglichen Erweiterung bestehender Pfahlgründungen. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-18-4
18. S. Henke, 2008: Herstellungseinflüsse aus Pfahlrammung im Kaimauerbau. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-19-1
19. J. Grabe (eds.), 2009: Spundwände – Profile, Tragverhalten, Bemessung, Einbringung und Wiedergewinnung. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-20-7
20. J. Dührkop, 2009: Zum Einfluss von Aufweitungen und zyklischen Lasten auf das Verformungsverhalten lateral beanspruchter Pfähle in Sand. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-21-4
21. O. Möller, 2009: Zum Langzeit-Kompressionsverhalten weicher organischer Sedimente. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-22-1
22. J. Grabe (eds.), 2011: Ports of container ships of future generations. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-23-8
23. S. Kinzler, 2011: Zur Parameteridentifikation, Entwurfs- und Strukturoptimierung in der Geotechnik mittels numerischer Verfahren. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-24-5
24. G. Qiu, 2012: Coupled Eulerian Lagrangian Simulations of Selected Soil-Structure Problems. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-25-2
25. X. Ma, 2013: Nutzung der oberflächennahen Geothermie mittels Energiepfählen und Erdwärmesonden. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-26-9
26. J. Grabe (eds.), 2013: Proceedings of the Conference on Maritime Energy COME 2013. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-28-3
27. J. Grabe (eds.), 2013: Bemessen mit numerischen Methoden. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-29-0
28. T. Pucker, 2013: Stoffmodell zur Modellierung von stetigen Materialübergängen im Rahmen der Optimierung geotechnischer Strukturen. Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-30-6
29. S. Henke, 2013: Untersuchungen zur Pfropfenbildung infolge der Installation offener Profile in granularen Böden. Habilitation, ISBN-13: 978-3-936310-31-3
30. J. Grabe (eds.), 2014: Ports for Container Ships of Future Generations. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-32-0

31. J. Grabe (eds.), 2014: Offshore Basishäfen, Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-33-7
32. C. Rudolph, 2015. Untersuchungen zur Drift von Pfählen unter zyklischer, lateraler Last aus veränderlicher Richtung, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-34-4
33. J. Grabe (eds.), 2015: Morphodynamics 2015, Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-35-1
34. T. Hamann, 2015: Zur Modellierung wassergesättigter Böden unter dynamischer Belastung und großen Bodenverformungen am Beispiel der Pfahleinbringung, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-36-8
35. B. Schümann, 2015: Beitrag zum dynamischen Dreiphasenmodell für Boden auf Basis der Finite-Elemente-Methode, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-37-5
36. M. Milatz, 2015: Untersuchungen zum Einfluss der Kapillarität auf das hydraulisch-mechanische Verhalten von granularer Tragschichten für Verkehrswege, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-38-2
37. H. Kaya, 2016: Bodenverschleppung und Spaltbildung infolge der Einbringung von Profilen in Dichtungsschichten aus Ton, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-39-9
38. J. Grabe (eds.), 2017: Proceedings of the Conference on Maritime Energy COME 2017. Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-40-5
39. B. Kocak, 2017: Zur numerischen Modellierung von hydraulisch-mechanisch gekoppelten Prozessen in gesättigten granularen Böden mittels Smoothed Particle Hydrodynamics, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-41-2
40. K. Siegl, 2017: Zur Pfahldynamik von geramnten Großrohrpfählen und der daraus resultierenden Wellenausbreitung in Wasser und im Meeresboden, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-42-9
41. J. Grabe (eds.), 2017: Numerical Methods in Geotechnics, Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-43-6
42. J. Grabe (eds.), 2018: Digitale Infrastruktur und Geotechnik (DIG 2018), Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-44-3
43. D. Osthoff, 2018: Zur Ursache von Schlosssprengungen und zu einbringbedingten Lageabweichungen von Spundwänden, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-45-0
44. E. Heins, 2018: Numerical based identification of the pile-soil interaction in terms of the axial pile bearing capacity, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-46-7

45. K.-F. Seitz, 2021: Zur Topologieoptimierung von geotechnischen Strukturen und zur Tragfähigkeitssteigerung des Baugrunds durch Scherfugenverfestigung, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-47-4
46. D. Plenker, 2021: Physical and numerical investigations of the dynamic interaction of saturated granulates and fluid, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-48-1
47. J. Grabe, J.-O. Backhaus & P. Vogel, 2021: Bauprojektmanagement, ISBN-13: 978-3-936310-49-8
48. M. Kanitz, 2021: Experimental and numerical investigations of particle-fluid systems in geotechnical engineering, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-50-4
49. J.-O. Backhaus, 2021: A methodology for the numeric time-cost forecast and pareto optimization of large injection projects in tunneling, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-51-1
50. S. N. Sinduri, 2021: Optimisation of deep compaction as liquefaction mitigation measure, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-52-8
51. J. Bubel, 2022: Zum Versagen von Unterwasserböschungen im Seegang, Dissertation, ISBN-13: 978-3-936310-53-5
52. J. Grabe (eds.), 2022: Adaptive Structures at Shore, Conference Proceedings, ISBN-13: 978-3-936310-54-2

Table of Contents / Inhaltsverzeichnis

Preface/Vorwort	1
Aktuelle Aktivitäten und Empfehlungen des Arbeitskreises 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ der DGGT	3
<i>Sascha Henke</i>	
 STOFFMODELLE UND UNSCHÄRFE	
Zur Simulation von Kapillareffekten in granularen Böden mit der Mehrphasen Lattice-Boltzmann-Methode	9
<i>Marius Milatz</i>	
Animating Soil Models: Visualisierungen von Stoffmodellen als offene Lehr- und Lernressource	27
<i>Gertraud Medicus</i>	
Influence of the constitutive model on the prediction of the long-term behaviour of monopiles in sand	41
<i>Torsten Wichtmann, Merita Tafili, Jan Machaček, Patrick Staubach, Luis Felipe Prada-Sarmiento</i>	
Ein Bettungsmodell zur Prognose des Langzeitverhaltens von Monopiles in Sand	57
<i>Anne Stark und Jürgen Grabe</i>	
Numerical Modelling of Spatial Variability and Geotechnical Uncertainty	77
<i>Michael A. Hicks</i>	
 BEMESSEN MIT NUMERISCHEN VERFAHREN	
Automatic Finite Element Modelling and Parameter Determination for Geotechnical Design	83
<i>Ronald B.J. Brinkgreve, Sandro Brasile</i>	
The use of FEM in contractor’s practice in The Netherlands	99
<i>Bart van Paassen, Thomas Nijssen, Salazar Rivera</i>	

VIII

Untersuchungen zur Bemessung von Baugruben mit der Finite-Elemente-Methode 105
Hauke Jürgens, Sascha Henke

Bemessung von Offshoregründungen mit der FEM am Beispiel von Suction Buckets 123
Tim Pucker, Nataly Filipouskaya, Patrick Gütz

New constitutive modelling framework for soils 137
Kristian Krabbenhoft

Einflussfaktoren in der Nachweisführung nach EC7 mit numerischen Methoden
am Beispiel einer tiefen Baugrube 153
Hans-Peter Daxer, Franz Tschuchnigg, Helmut F. Schweiger

MULTIPHASENMODELLIERUNG UND GEBIETSKOPPLUNGEN

An extended TPM for the coupled hydro-mechanical simulation of expansive soils 157
Jan Macháček, Antonia Nitsch, Carlos Eduardo Grandas Tavera

Modelling multiphase problems and soil-structure interaction with the
Material Point Method 173
Alba Yerro

2P-MPM für hochdynamische Einwirkungen - Eine kompakte und effiziente
Implementierung in MATLAB 179
Alexander Chmelnizkij

Application of CFD-DEM Method at multiple scales: combining resolved
and unresolved regions 187
Christoph Goniva, Marcel Kwakkel, Giovanni Viciconte, Christoph Kloss

TOPOLOGIEOPTIMIERUNG

Design by Topology Optimization: Challenges in Contact, Uncertainty and Dynamics 195
Robert Seifried, Timo Schmidt, Benedikt Kriegesmann

Erste Ansätze zur Scherfugenverfestigung geotechnischer Konstruktionen
mittels Topologieoptimierung 201
Elnaz Hadjiloo und Jürgen Grabe

PRAXISBEISPIELE

Elbtower Hamburg – Numerische Bemessung und Nachweis der Pfahlgründung	207
<i>H. Kaya-Sandt, T. Engel, M. Römer, K.-M. Borchert</i>	
Finite-Element basierte Prognose der Tragfähigkeit von Stahlrammpfählen am Beispiel des Bauvorhabens Schiffshebewerk Niederfnow	221
<i>Diaa Alkateeb</i>	
Ausgewählte Praxisbeispiele für Bemessungsaufgaben mittels der FEM	237
<i>Thomas Meier</i>	
Verstärkung einer gestuften Winkelstützmauer gegen Böschungsbruch, pseudostatische Erbebenbeschleunigung und Rückstau von Hangwasser	255
<i>Jörg-Martin Hohberg</i>	

Preface/Vorwort

Numerical methods have developed into standard tools for the investigation of geotechnical structures. With increasing computational power, hybrid and continuum-based approaches supported by sophisticated constitutive models are becoming more and more important. The Workshop “Numerical Methods in Geotechnics 2022”, hosted by Hamburg University of Technology (TUHH) in cooperation with the working group Numerics (AK Numerik of DGGT) and the Federal Waterways Engineering and Research Institute (Bundesanstalt für Wasserbau, BAW), brings together international scientists and experts in order to present and discuss newest findings with regard to the development of numerical methods in geotechnical engineering. These proceedings have been compiled based on the different topics presented in the framework of the workshop. They are supposed to preserve the findings for their future scientific and practical use and to share them with the geotechnical community.

Numerische Verfahren sind zum Standardprozess in der Untersuchung von geotechnischen Bauwerken geworden. Mit stetig steigender Rechenleistung gewinnen Hybrid- und Kontinuumsansätze, die durch ausgefeilte Materialmodelle unterstützt werden, immer mehr an Bedeutung. Der Workshop „Numerische Methoden in der Geotechnik 2022“ der Technischen Universität Hamburg (TUHH) unter Beteiligung des AK Numerik (DGGT) und der Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) bringt internationale Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler und Fachleute zusammen, um neueste Erkenntnisse in Bezug auf die Entwicklung numerischer Methoden in der Geotechnik zu präsentieren und zu diskutieren. Dieser Tagungsband enthält die verschiedenen auf dem Workshop vorgetragenen Themen. Er soll die gewonnenen Erkenntnisse für zukünftige wissenschaftliche und praktische Anwendungen erhalten und sie mit der geotechnischen Community teilen.

Jürgen Grabe

Hamburg, den 05. September 2022

Aktuelle Aktivitäten und Empfehlungen des Arbeitskreises 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ der DGGT

Sascha Henke

Professur für Geotechnik, Helmut-Schmidt-Universität, Hamburg

Abstract: Im Rahmen dieses Kurzbeitrages werden die aktuellen Aktivitäten des Arbeitskreises 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ der DGGT vorgestellt. Die Arbeiten verteilen sich aktuell auf mehrere Unterarbeitskreise bzw. -gruppen zu unterschiedlichen aktuellen Themenbereichen. Die aktuell behandelten Themen liegen in den Bereichen Berechnungen dynamischer Fragestellungen, Stoffmodelle und Parameterbestimmung, Pfahlmodellierung sowie gekoppelte hydraulisch-mechanische Berechnungen. Ziel dieser Arbeitsgruppen ist es, zeitnah Empfehlungen für die Anwender numerischer Methoden zu publizieren. Neben diesen Tätigkeiten beschäftigt sich der Arbeitskreis grundsätzlich mit aktuellen Fragestellungen der Normung, die den Einsatz numerischer Methoden in der Geotechnik betreffen.

1 Der Arbeitskreis 1.6

Moderne numerische Berechnungsverfahren sind das Ergebnis jahrzehntelanger erfolgreicher und innovativer Entwicklungsarbeit, in die insbesondere Forschungs- und Entwicklungsergebnisse auf den Gebieten der Bodenmechanik, der Felsmechanik, der Kontinuumsmechanik, der numerischen Mathematik sowie sonstigen Disziplinen zur Entwicklung moderner numerischer Methoden eingeflossen sind. Die modernen numerischen Berechnungsverfahren präsentieren sich durch umfangreiche und komplexe Programmsysteme mit überwiegend komfortablen Eingabe- und Ausgabeteilen.

Diese dem Spezialisten zur Verfügung stehenden Programmsysteme sind mächtige Werkzeuge, die von dem Nutzer sicher beherrscht werden müssen. Entsprechende Qualifikationen der Spezialisten, die über die unmittelbaren Anwendungskennnisse der Programme hinausgehen, sind dafür unerlässlich.

Der Arbeitskreis 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ hat gemäß dem obengenannten Entwicklungsstand und den sich daraus ergebenden Anforderungen folgende Aufgaben:

- Erarbeitung von Empfehlungen, die den neuesten Stand der Technik repräsentieren, auch unter Einbeziehung eines wissenschaftlichen Vorlaufes.
- Veröffentlichungen von Informationen zu aktuellen Fragen, Tendenzen und Entwicklungen auf dem Gebiet der Numerik in der Geotechnik.

- Information und Kommunikation zu allen Belangen der Anwendung der numerischen Methoden in der Geotechnik.
- Erarbeitung von Anforderungen an Berechnungsingenieure sowie Entwicklung und Umsetzung von Qualitätsanforderungen an numerische Berechnungen und deren Dokumentation.

Insgesamt setzt sich der Arbeitskreis aktuell aus mehr als 20 Mitgliedern sowie diversen Gästen zusammen. Diese große Anzahl an aktiven Mitgliedern im Arbeitskreis ermöglicht es, dass aktuell an mehreren wichtigen Themen bezüglich der Anwendung numerischer Methoden in der Geotechnik in verschiedenen Unterarbeitsgruppen aktiv gearbeitet wird. Die aktuellen Themen der Bearbeitung werden nachfolgend kurz vorgestellt.

2 Unterarbeitskreis „Dynamik“

Der Unterarbeitskreis „Dynamik“ wurde im Jahr 2017 eingesetzt und setzt sich aus Mitgliedern der Arbeitskreise 1.4 „Baugruddynamik“ sowie 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ zusammen. Das Ziel dieses gemeinsamen Unterarbeitskreises „Dynamik“ ist es, Empfehlungen für die zielgerichtete und korrekte Durchführung dynamischer Berechnungen mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) zu erarbeiten.

Um allgemeingültige Empfehlungen für die Durchführung dynamischer Berechnungen in der Baugruddynamik zu erarbeiten, hat sich der Unterarbeitskreis aktuell auf die Durchführung von Vergleichsrechnungen fokussiert. Hierbei wurde als erstes Beispiel ein Maschinenfundament auf dem homogenen, elastischen Halbraum untersucht. Die Berechnungen erfolgten an einem quadratischen Fundament mit 6 m x 6 m Grundfläche und unterschiedlichen Fundamentdicken respektive Steifigkeiten, siehe Bild 1.

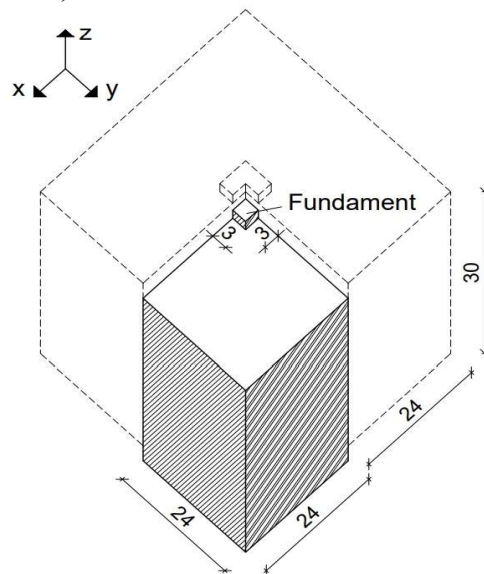


Bild 1: Modell des Maschinenfundaments auf dem Halbraum

Die Anregung erfolgte als harmonische Schwingung unterschiedlicher Frequenzen. Ziel war es, die aus der Anregung resultierenden Schwingungen in unterschiedlichen Abständen zum Fundament an der GOK sowie die Schwingungsantwort in unterschiedlichen Tiefen unterhalb des Fundamentes zu ermitteln und mit semi-analytischen Ansätzen zu vergleichen. Um Einflüsse

aus unterschiedlichen verwendeten Softwareprodukten bewerten zu können, wurden Berechnungen mit verschiedenen Programmsystemen durchgeführt. Aktuell werden die Ergebnisse dieser Vergleichsrechnungen dokumentiert und hieraus Empfehlungen für die Modellierung vergleichbarer dynamischer Fragestellungen erarbeitet.

3 Unterarbeitsgruppe „Gekoppelt hydraulisch-mechanische Berechnungen“

Eine weitere Unterarbeitsgruppe befasst sich mit der wirklichkeitsnahen Modellierung hydraulisch-mechanischer gekoppelter Randwertprobleme. In diesem Kontext wurden bisher zwei unterschiedliche Beispiele betrachtet:

- Beispiel 1: Winkelstützmauer basierend auf dem Beispiel der Empfehlungen des Arbeitskreises Numerik in der Geotechnik, EANG 2014 (siehe Bild 2)
- Beispiel 2: Dammdurchströmung bei unterschiedlich schneller Absenkung des Wasserspiegels (langsam oder rasch)

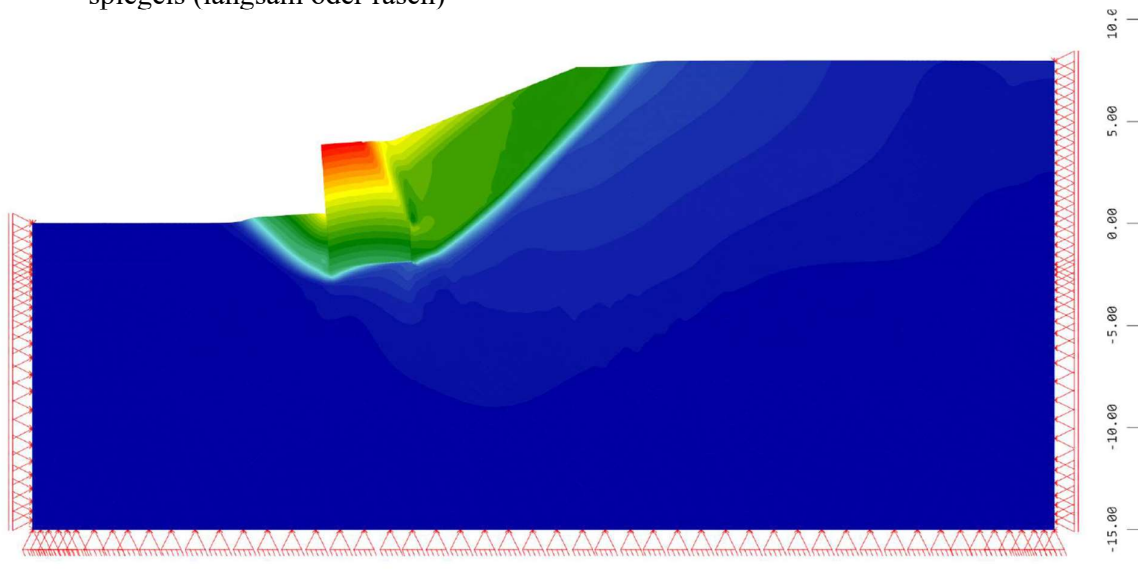


Bild 2: Berechnungsbeispiel „Winkelstützmauer“, exemplarischer Visualisierung eines Versagensmechanismus über das Verformungsbild

Schwerpunkt der Untersuchungen am Beispiel 1 ist die Betrachtung der Auswirkungen des Grundwasserstandes auf die Standsicherheit bei verschiedenen Modellierungsansätzen. Deutliche Effekte zeigen sich beispielsweise bei der Modellierung von Teilsättigung.

Im Beispiel 2 zeigt sich erwartungsgemäß ein wesentlicher Einfluss der Absenkgeschwindigkeit des Wasserspiegels auf die Ergebnisse.

Aktuell werden weitere Parameterstudien durchgeführt, um basierend hierauf Empfehlungen für die Durchführung von mechanisch-hydraulisch gekoppelten Berechnungen in der Geotechnik zu erarbeiten. Es ist zudem in Diskussion, in einem weiteren Beispiel den Einfluss derartiger Berechnungen bei Baugruben zu betrachten.

4 Unterarbeitsgruppe „Modellierung von Pfählen“

Die Unterarbeitsgruppe „Modellierung von Pfählen“ befasst sich aktuell mit verschiedenen Modellierungsvarianten, um Pfähle im numerischen Modell wirklichkeitsnah abzubilden. Hierbei werden im Wesentlichen folgende Ansätze untersucht:

- Modellierung von Pfählen als Volumenelemente
- Modellierung von Pfählen mittels sogenannter *Embedded Beams* (entsprechend der Formulierung nach Sadek & Shahrour, 2004 sowie der erweiterten Formulierung nach Turrello et al., 2016)

Es ist hervorzuheben, dass die aktuell in Bearbeitung befindlichen Empfehlungen auf die Modellierung axial belasteter Pfähle beschränkt sind. Die Modellierung horizontal belasteter Pfähle ist aktuell nicht Teil der Arbeiten der Unterarbeitsgruppe.

In ersten Vergleichsuntersuchungen wurden Pfahlprobebelastungen an Einzelpfählen nachgerechnet, um die Vor- und Nachteile der verschiedenen Elementformulierungen herauszuarbeiten. Insbesondere bei der Berechnung mit Volumenelementen wurden diverse Modellierungsansätze zur Ableitung der resultierenden Pfahlbeanspruchungen (Normalkraft / Biegemoment) betrachtet, so z. B. der in dem Softwarepaket Plaxis implementierte *Centerline Wizard*, die Modellierung eines biegeweichen Balkenelements in der Pfahlmittellinie, der Anordnung von horizontalen Plattenelementen in verschiedenen Pfahlebenen sowie ein Ansatz über die Integration der Spannungen in den Integrationspunkten in diskreten Pfahlabschnitten, siehe Bild 3.

Aufbauend auf dieser Voruntersuchung wird aktuell ein reales Randwertproblem in Form einer Vergleichsstudie untersucht. Hierbei handelt es sich um eine kombinierte Pfahl-Plattengründung, die unter Berücksichtigung unterschiedlicher Modellierungsansätze und Randbedingungen für die Pfähle modelliert wird. Im Rahmen dieser Studie ist es angestrebt, dass die verwendeten Softwareprodukte sowie die Stoffmodelle für den Boden variiert werden, sodass als Ergebnis der bisherigen Untersuchungen sowie dieser zusätzlichen Vergleichsstudie allgemeingültige Empfehlungen für eine wirklichkeitsnahe und effiziente Modellierung von Pfahlgründungen erarbeitet werden können.

5 Unterarbeitsgruppe „Stoffmodelle und Parameterbestimmung“

Seit 2021 ist die Unterarbeitsgruppe „Stoffmodelle und Parameterbestimmung“ aktiv. Ziel dieser Unterarbeitsgruppe ist es, für Ingenieure mit geringem Vorwissen im Bereich bodenmechanischer Stoffmodelle eine Handreichung zu erarbeiten, mit deren Hilfe es ermöglicht werden soll, gesichert Materialmodelle für die jeweils angestrebte Fragestellung auszuwählen.

Die Arbeit baut inhaltlich auf den bereits vorliegenden Empfehlungen des Arbeitskreises Numerik in der Geotechnik (EANG, 2014) auf und beschränkt sich zunächst vorwiegend auf Stoffmodelle zur Modellierung von Lockergestein.

Es ist aktuell angedacht, dass im Rahmen der zu entwickelnden Empfehlungen die gängig in der Praxis verwendeten Stoffmodelle hinsichtlich ihrer Möglichkeiten und Grenzen beschrieben werden. Weiterhin werden die für die Parameterbestimmung erforderlichen Elementversuche und die regelmäßig genutzten Diagramme zu den Versuchsergebnissen diskutiert, sodass diese Elementversuche als Benchmark für die verschiedenen Stoffmodelle dienen und entsprechend für die Vergleiche der Stoffmodelle herangezogen werden können. Aktuell ist zudem in

Diskussion, inwieweit auf die Nutzung von Korrelationen zur Ableitung von Stoffkennwerten eingegangen wird.

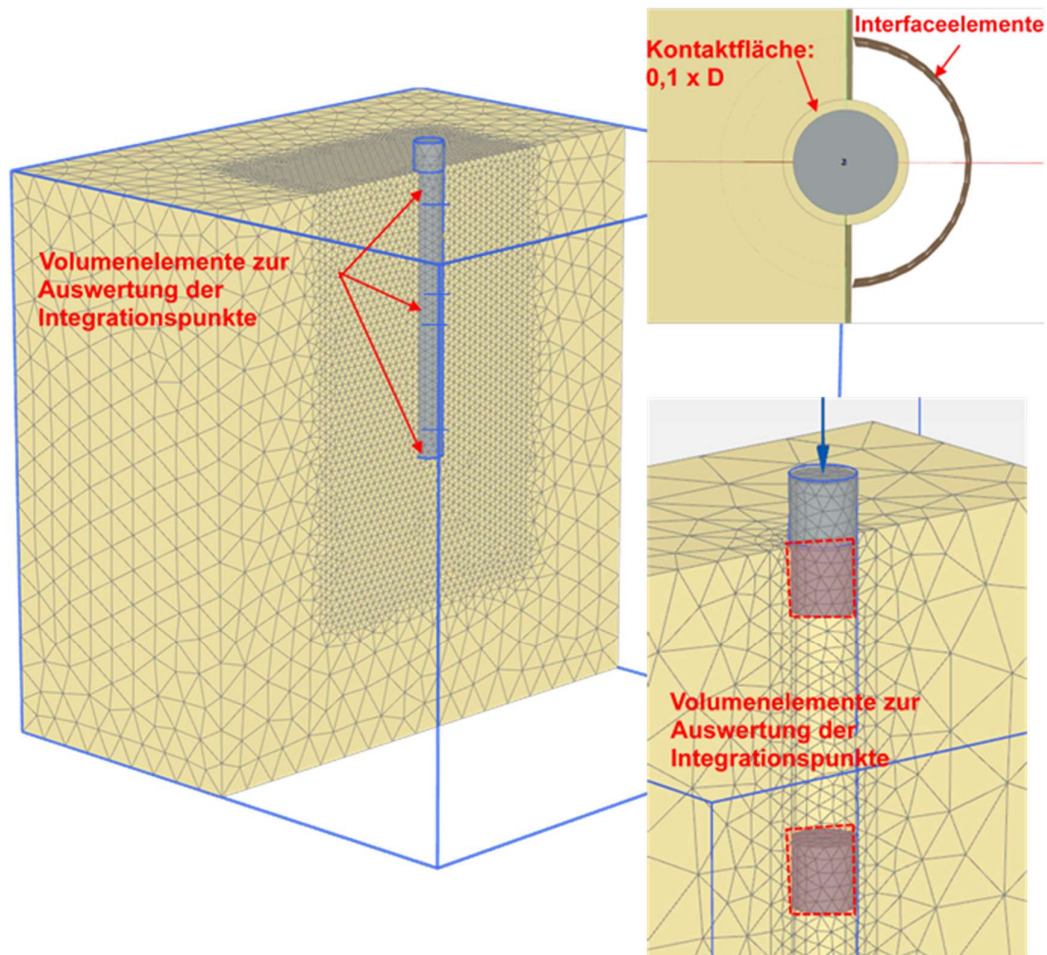


Bild 3: Ansatz der Pfahlkraftermittlung über die Integration von Spannungen in den Integrationspunkten

6 Aktuelle Themen aus der Normung

Neben den themenspezifischen Erarbeitungen von Empfehlungen befasst sich der AK Numerik regelmäßig mit den aktuellen Bestrebungen im Rahmen der Neufassung des Eurocode 7. Im Rahmen dieser Neufassung des EC 7 ist auch eine stärkere Öffnung für die Bemessung von geotechnischen Bauwerken und/oder Bauteilen unter Nutzung numerischer Methoden geplant. Die verschiedenen Vorschläge der Project Teams und Task Groups werden regelmäßig diskutiert und hierauf aufbauend Ideen und Empfehlungen hierzu ausgetauscht.

Literatur

- [1] Sadek, M., Shahrour, I. (2004). A three-dimensional embedded beam element for reinforced geomaterials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28, 931-946.

- [2] Turello, D. F., Pinto F., Sánchez P. J. (2016). Embedded beam element with interaction surface for lateral loading of piles. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 40(4), 568-582.
- [3] EANG (2014). Empfehlungen des Arbeitskreises „Numerik in der Geotechnik“. Ernst&Sohn Verlag.

Autor

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Sascha Henke
(Obmann des AK 1.6 Numerik in der Geotechnik)
Helmut-Schmidt-Universität
Professur für Geotechnik
-Campus Nord-
Friedrich-Ebert-Damm 245
22159 Hamburg
Tel.: +49 (0) 40 - 6541 / 3351
e-mail: sascha.henke@hsu-hh.de
Web: www.hsu-hh.de/geot

Zur Simulation von Kapillareffekten in granularen Böden mit der Mehrphasen-Lattice-Boltzmann-Methode

Marius Milatz

Abstract: Kapillareffekte in teilgesättigten granularen Böden beeinflussen deren hydraulisches und mechanisches Verhalten im Vergleich zum trockenen oder vollständig wasser-gesättigten Zustand. So führt die Grenzflächenspannung an der Grenzfläche von Porenluft und Porenwasser, das sich in Abhängigkeit des Sättigungsgrads in Form von Wasserclustern oder Kapillarbrücken im Porenraum des Bodens anordnet, zu einer Erhöhung der Scherfestigkeit des Bodens infolge von Saugspannungen und Oberflächenspannungen. Gleichzeitig beeinflusst die Verteilung von Porenluft und Porenwasser die hydraulische Leitfähigkeit des Bodens. In diesem Beitrag wird eine Mehrphasen-Lattice-Boltzmann-Methode (LBM) eingesetzt, um Kapillareffekte in granularen Böden auf der Porenskala numerisch zu modellieren. Die numerische Methode mit ihren Möglichkeiten und Grenzen wird vorgestellt und einige Anwendungsbeispiele mit Relevanz für teilgesättigte granulare Böden werden präsentiert und diskutiert.

1 Einleitung

1.1 Hydraulisch-mechanisches Verhalten teilgesättigter Böden

Im teilgesättigten Zustand ist der Porenraum von Böden unter natürlichen Bedingungen häufig mit einer gasförmigen Phase (Luft) und mit einer flüssigen Phase (Wasser) gefüllt. Aufgrund der Kapillarität entstehen im Porenraum in Abhängigkeit des Sättigungsgrades S_r , der den volumetrischen Füllungsgrad der Poren mit Wasser angibt, Kapillardrucke p_c bzw. Saugspannungen s , die den inneren Zusammenhalt des Bodenkorngerüsts erhöhen. Makroskopisch ist die sogenannte Matrix Saugspannung s als Differenz aus Porenluftdruck und Porenwasserdruck definiert und ergibt sich, wenn der Porenluftdruck dem atmosphärischen Luftdruck entspricht und als Referenzdruck zu Null gesetzt wird, zu

$$s = u_a - u_w = -u_w \quad \text{if } u_a = 0 \quad . \quad (1)$$

Auf der mikroskopischen Ebene ergibt sich ein Kapillardruck aus der Oberflächenspannung bzw. Grenzflächenspannung des Wassers γ an einer Grenzfläche zur Gasphase (Luft). Es muss betont

werden, dass der allgemeine Ausdruck streng genommen „Grenzflächenspannung“ ist, da nur bei thermodynamischem Gleichgewicht sowie bei chemisch reinen Fluiden von „Oberflächenspannung“ gesprochen wird (Blunt, 2017). Die Oberflächenspannung von Wasser beträgt bei 20 °C 0,07275 N/m. Sie folgt aus intermolekularen Anziehungskräften der Fluidmoleküle, die innerhalb ihres Volumens eine Kohäsion und an der Tripellinie (in den Beispielen in Abbildung 1 alle Punkte, an denen sich Luft, Wasser und Feststoff berühren) eine Adhäsion zur Folge haben. Im Falle des in Abbildung 1 (a) gezeigten Wassertropfens auf einer Feststoffoberfläche, stellt sich infolge des Zusammenspiels der Grenzflächenspannungen γ_{ij} ein Kontakt- bzw. Benetzungswinkel θ ein. Dieser beschreibt die Benetzungseigenschaften einer Oberfläche und eines Fluids. Für $\theta < 90^\circ$ benetzt das Fluid die Oberfläche. Diese ist hydrophil. Im Falle $\theta \geq 90^\circ$ wird die Oberfläche vom Fluid weniger bis gar nicht benetzt. Die Oberfläche verhält sich dann hydrophob.

In dem in Abbildung 1 (b) dargestellten Kapillarröhrchen stellt sich je nach Benetzungseigenschaften des Fluid-Feststoffsystems ebenfalls ein Kontaktwinkel θ ein und es ergibt sich ein gekrümmter Meniskus an der Grenzfläche zwischen Luft- und Wasserphase. Das Wasser steigt gegen die Schwerkraft auf, erfährt einen negativen Wasserdruck bzw. eine Saugspannung, und die Oberflächenspannungskräfte halten die hängende Wassersäule im Gleichgewicht mit der wirkenden Schwerkraft.

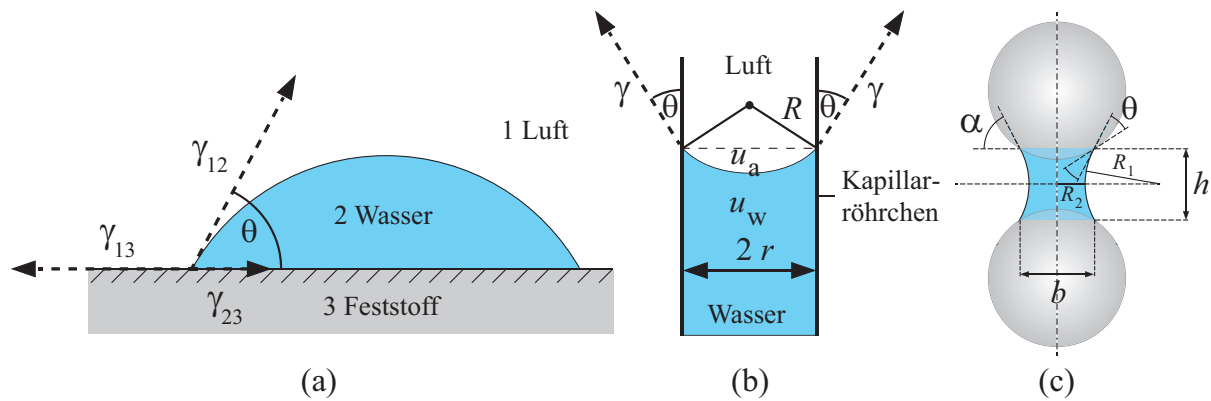


Abbildung 1: Beispiele für Kapillareffekte: (a) Wassertropfen, der infolge der Grenzflächenspannungen γ_{ij} eine Feststoffoberfläche unter einem Kontaktwinkel θ benetzt, (b) gekrümmter Meniskus der benetzenden Wasserphase in einem Kapillarröhrchen, (c) idealisierte Kapillarbrücke zwischen zwei Kugeln mit den beiden Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 .

Der Zusammenhang zwischen der Saugspannung bzw. dem Kapillardruck und den geometrischen Eigenschaften der gekrümmten Grenzfläche, in der die Oberflächenspannung γ wirkt, ergibt sich aus der Young-Laplace-Gleichung

$$p_c = u_a - u_w = \frac{2\gamma \cos \theta}{r} \quad . \quad (2)$$

Dabei ist r der Radius eines Kapillarröhrchens, in dem sich der Meniskus befindet. In allgemeinerer Form unter Verwendung des Krümmungsradius R des Meniskus in Abbildung 1

bzw. für eine beliebig gekrümmte Grenzfläche zwischen Luft und Wasser, die durch die beiden Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 beschrieben werden kann, ergibt sich der Kapillardruck zu

$$p_c = u_a - u_w = \frac{2\gamma}{R} = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad . \quad (3)$$

Im Boden, in Abbildung 1 (c) beispielhaft durch zwei sphärische Partikel dargestellt, entstehen je nach Sättigungsgrad Wassercluster und Kapillarbrücken. Die dargestellte Kapillarbrücke lässt sich nach Schubert (1982) durch die beiden Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 beschreiben. Die die beiden Partikel zusammenhaltende Kapillarkraft besteht unter den in der Abbildung dargestellten vereinfachenden geometrischen Annahmen aus einem Anteil des Kapillardrucks, der sich über die Young-Laplace-Gleichung unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Vorzeichen von R_1 und R_2 berechnen lässt, und aus einem Anteil aus der Oberflächenspannung γ , die u. a. in dem freigeschnittenen Kreisring mit Länge $2\pi R_2$ im schlankesten Bereich der Kapillarbrücke wirkt und stets eine Anziehungskraft zur Folge hat.

Makroskopisch begründet der Transfer von Saugspannungen und Grenzflächenspannungen auf der Partikel- bzw. Porenskala in einem teilgesättigten Korngerüst dessen erhöhte Scherfestigkeit, die sich praktisch als Kapillarkohäsion beschreiben lässt.

Eine Schlüsselfunktion zur makroskopischen Beschreibung des hydraulischen Verhaltens in teilgesättigten Böden ist die sogenannte Wasserretentionskurve (engl. Water Retention Curve, WRC), die einen funktionalen Zusammenhang zwischen Saugspannung und Sättigungsgrad herstellt. Die WRC wird traditionell in Laborversuchen gemessen, in denen typischerweise die Saugspannung in einer Bodenprobe geregelt wird (Fredlund und Rahardjo, 1993; Vanapalli *et al.*, 2008). Dabei führt die Erhöhung der Saugspannung zu einer Entwässerung der häufig initial wassergesättigten Probe und die Reduktion der Saugspannung zu einer Bewässerung. Der sich im Gleichgewichtszustand einstellende Sättigungsgrad wird dann gemessen und zusammen mit der Saugspannung aufgetragen. Weiterhin lässt sich die WRC auch für eine umgekehrte Versuchsdurchführung messen, indem der Sättigungsgrad in einer Bodenprobe durch erzwungene Ent- und Bewässerung geändert wird und die Saugspannung als Antwort gemessen wird (Milatz, 2020). Auf diese Weise können transiente Wasserretentionskurven gemessen werden. Eine mit dieser Methode gemessene WRC ist in Abbildung 2 dargestellt.

Die gezeigten Messdaten offenbaren verschiedene Phänomene der makroskopischen WRC. Es handelt sich um eine hysteretische Beziehung. Demnach ergeben sich unterschiedliche Ent- und Bewässerungspfade. Zwischen einer Erstentwässerung ausgehend von $S_r = 1$ und einer Wiederbewässerung treten verschiedene sogenannte Scanning-Pfade auf, die die vorgenannten einhüllenden Hauptpfade in Form von elliptischen Schleifen verbinden. Bei zyklischer Ent- und Bewässerung zeigt sich also, dass ein teilgesättigter Boden eine hydraulische Geschichte aufweist. Diese ist relevant für das hydraulische Verhalten, da sich die hydraulische Leitfähigkeit eines teilgesättigten Bodens als Funktion von S_r beschreiben lässt (Fredlund und Rahardjo, 1993) sowie für das mechanische Verhalten, da der Zusammenhang zwischen Sättigungsgrad und Saugspannung zur makroskopischen Modellierung der effektiven Spannungen herangezogen werden kann (Bishop, 1959; Lu und Likos, 2006; Lu *et al.*, 2010).

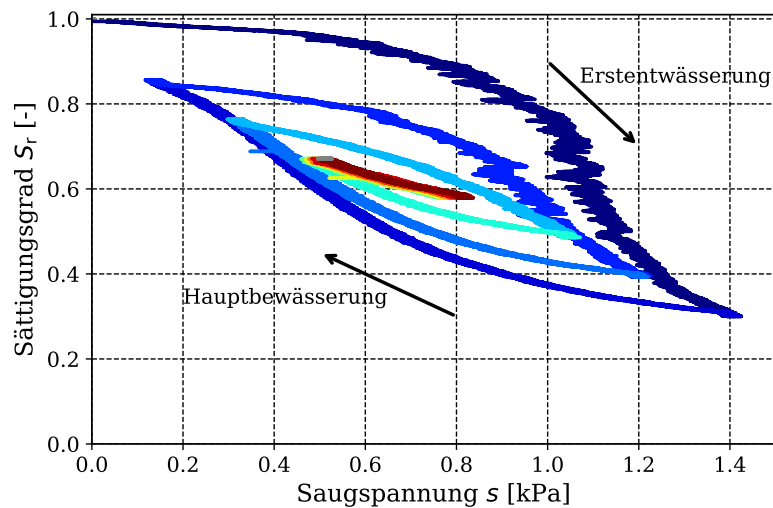


Abbildung 2: Mit der in Milatz (2020) vorgestellten transienten Methode am Modellboden „Hamburger Sand“ gemessene Wasserretentionskurve mit verschiedenen zyklischen hydraulischen Pfaden. Ausgehend von $S_r = 1$ erfolgt eine Erstentwässerung, gefolgt von einer Hauptbewässerung. Danach wird die Probe zyklisch ent- und bewässert. Die zeitliche Abfolge dieser hydraulischen Schritte ist durch farbliche Hervorhebung der Messdaten von kalt (blau) zu warm (rot) dargestellt.

Die anhand der exemplarischen WRC eines Sandes in Abbildung 2 identifizierbaren Phänomene, wie die hydraulische Hysterese infolge von größeren Saugspannungen bei gleichem Sättigungsgrad bzw. höheren Sättigungsgraden bei gleicher Saugspannung auf Entwässerungspfaden sowie der häufig auftretende Luftenchluss bei Bewässerung nach einer initialen Erstentwässerung der Probe, werden in der Literatur theoretisch anhand von mikroskopischen Vorgängen auf der Porenskala erklärt. So wird die Hysterese häufig auf den erstmalig durch Haines (1930) beschriebenen „Tintenfasseneffekt“ und auf die Kontaktwinkel-Hysterese zurückgeführt (Bear, 1979; Lins, 2009).

1.2 Zielsetzung

Im Rahmen dieses Beitrags wird eine Mehrphasen-Lattice-Boltzmann-Formulierung herangezogen, um Kapillareffekte in porösen Medien numerisch zu modellieren, wie u. a. am Beispiel der Wasserretentionskurve eines Sandes gezeigt wird. Die numerischen Ergebnisse und die Möglichkeiten und Grenzen der Mehrphasen-Lattice-Boltzmann-Methode sollen anhand von vorhandenen experimentellen Daten bewertet werden. Dabei werden teilweise Computertomografie-(CT-) Daten von granularen Materialien herangezogen, um in den Simulationen reale Korngerüste bzw. Porenräume zu berücksichtigen. Aufgrund der Vielseitigkeit der LBM ergibt sich dadurch eine Möglichkeit, zukünftig Kapillareffekte auf der Porenskala und die daraus resultierende hydraulisch-mechanische Kopplung realitätsnäher und unter Berücksichtigung porenskaliger Effekte zu simulieren und z. B. in einem weiteren Schritt mit Partikelmodellen zu koppeln.

2 Mehrphasen Lattice-Boltzmann-Methode

2.1 Grundlagen

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen der Einphasen-LBM und schließlich der Mehrphasen-LBM erläutert. Für eine detailliertere Darstellung wird auf Huang *et al.* (2015) und auf Krüger *et al.* (2017) verwiesen. Die Lattice-Boltzmann-Methode (LBM) ist eine nach dem Physiker Ludwig Eduard Boltzmann benannte Methode der numerischen Strömungsmechanik (engl. Computational Fluid Dynamics, CFD), die häufig zur Simulation der Fluidbewegung und Interaktion mit Festkörpern auf einer mesoskopischen Ebene eingesetzt wird, und beruht auf der numerischen Lösung der diskreten Boltzmann-Gleichung.

Durch die Berücksichtigung von Interaktionskräften innerhalb des Fluids (Kohäsion) und zwischen Fluid und Festkörpern (Adhäsion) wird die Einphasen-LBM zu einer Mehrphasen-LBM erweitert. Dabei gibt es zahlreiche verschiedene Mehrphasen-LBM-Formulierungen (Huang *et al.*, 2015; Krüger *et al.*, 2017). Das im Rahmen dieses Beitrags verwendete numerische Modell, eine „Einkomponenten-Mehrphasen-LBM-Formulierung“ (engl. single-component multiphase LBM) nach Shan und Chen (1993), erlaubt dabei die Abbildung verschiedener physikalischer Mehrphasenphänomene einer einzelnen Fluidkomponente, die in Abhängigkeit von Druck und Temperatur entsprechend einer Zustandsgleichung (engl. Equation Of State, EOS) unterschiedliche Dichtezustände annehmen kann. Über die verwendete Zustandsgleichung können thermodynamische Zustände mit Koexistenz einer flüssigen und einer gasförmigen (Dampf-)Phase abgebildet werden. Das Modell erlaubt es, die Oberflächenspannung in Grenzflächen zwischen einer Flüssigkeit und dem sie umgebenden Gas (Dampf), die damit verbundene Adhäsion an Feststoffoberflächen, Kohäsion innerhalb einer Phase, Phasenübergänge in Form von Verdunstung und Kondensation bis hin zur Kavitation abzubilden.

Lattice-Boltzmann-Mehrphasenformulierungen wurden bereits für verschiedenste physikalische Probleme unter Berücksichtigung von Kapillareffekten herangezogen. Dazu gehören die Simulation der Benetzung von Oberflächen durch Flüssigkeitstropfen („Sessile drop“) oder von Gasblasen in einer Flüssigkeit sowie die Simulation des kapillaren Aufstiegs von Flüssigkeiten in zweidimensionalen Spalten oder dreidimensionalen Röhren (Huang *et al.*, 2015). Weiterhin wurden Mehrphasenströmungen und die Kapillardruck-Sättigungsbeziehung (Wasserretentionskurve) in künstlichen porösen Medien bzw. porösen Medien basierend auf CT-Daten (Pan *et al.*, 2004; Schaap *et al.*, 2007; Hosseini *et al.*, 2021) mittels Mehrphasen-LBM-Formulierungen simuliert.

Einphasen-LBM

Die in diesem Beitrag eingesetzte LBM basiert auf der nachfolgend angeschriebenen diskretisierten Form der Boltzmann-Gleichung nach He und Luo (1997) und folgt weitestgehend den Ausführungen in den Lehrbüchern von Huang *et al.* (2015) und Krüger *et al.* (2017).

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau} (f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)) + S_i(\mathbf{x}, t) \quad . \quad (4)$$

Die Gleichung beschreibt die örtliche und zeitliche Dichteverteilung $f_i(\mathbf{x}, t)$ eines Fluids auf der Mesoskala auf Basis von Boltzmann's kinetischer Gastheorie. Dabei ist \mathbf{x} der Ortsvektor im diskretisierten Raum, \mathbf{e}_i enthält die diskreten Geschwindigkeitsrichtungen nach einem festgelegten Geschwindigkeitsmodell, in denen ein Impulsaustausch stattfindet. τ ist eine Relaxationszeit, die von der makroskopischen kinematischen Viskosität des Fluids abhängt und die Annäherung der Dichteverteilung an die Gleichgewichts-Dichteverteilung f_i^{eq} abbildet. Im verwendeten Modell ist τ konstant und entspricht einem Zeitschritt ($\tau = 1.0 \Delta t$). $S_i(\mathbf{x}, t)$ ist ein Quellterm, der z. B. für die Berücksichtigung von Gravitationskräften verwendet werden kann (Huang *et al.*, 2015).

Die Einzelkomponenten der Dichteverteilungsfunktion $f_i(\mathbf{x}, t)$ können sich auch als Partikel (auch Moleküle eines Gases) bzw. „Dichtepakete“ gedacht werden. Weil die LBM diese Partikelskala aus der Gasdynamik mit der Makroskala koppelt, stellt sie eine sogenannte mesoskopische CFD-Methode dar.

Die diskretisierte Boltzmann-Gleichung berücksichtigt eine Ortsdiskretisierung und eine zeitliche Diskretisierung. Während das Berechnungsgebiet häufig durch ein euklidisches Gitter beschrieben wird (daher wird die Methode auch „Gitter-Boltzmann-Methode“ genannt), woraus sich Knotenpunkte bzw. Rechenzellen ergeben, wird die Zeit durch konstante Zeitinkremente Δt diskretisiert. Dabei wird die örtliche Diskretisierung oft in drei Dimensionen durch Inkremente $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1$ lu festgelegt, wobei „lu“ die Einheit „lattice unit“ bedeutet. Δt beträgt i. d. R. 1 ts, wobei „ts“ für „time step“ steht.

Gleichung 4 beinhaltet auch bereits die beiden wichtigen algorithmischen Schritte in einem LBM-Modell, den Strömungsschritt (engl. streaming step), in dem sich die Dichteverteilung $f_i(\mathbf{x}, t)$ in einer Berechnungszelle nach einem strikten Strömungsschema auf benachbarte Zellen mit ihren neuen Dichteverteilungen $f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t)$ ausbreitet und den Kollisionsschritt (engl. collision step), in dem ein Impulsaustausch zwischen Fluid-Zellen untereinander und mit Festkörper-Zellen, die etwa eine starre Wand darstellen, stattfindet. Dabei relaxiert das Fluid unter Berücksichtigung der Relaxationszeit hin zur Gleichgewichts-Dichteverteilung. Die Kollisionen werden in Gleichung 4 über den sogenannten Bhatnagar-Gross-Krook-Operator (BGK-Operator) $\frac{\Delta t}{\tau} (f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t))$ nach Bhatnagar *et al.* (1954) berücksichtigt.

Durch die Diskretisierung der Geschwindigkeiten und ihrer Richtungen findet ein Impulsaustausch nur in vorgegebene Richtungen statt. Für räumliche Berechnungen findet das auch in diesem Beitrag verwendete D_3Q_{19} -Modell häufig Anwendung, wobei D für die räumliche Dimension (hier $D = 3$) und Q für die Anzahl von Strömungsrichtungen (hier $Q = 19$, inklusive einer Null-Richtung der \mathbf{e}_i mit $i = 0 \dots 18$) steht. Das D_3Q_{19} -Modell in seiner Fluid-Berechnungszelle bzw. ausgehend von einem Fluidknoten mit den Geschwindigkeitsvektorkomponenten \mathbf{e}_i ist in Abbildung 3 dargestellt.

Durch die algorithmische Abfolge von Strömungs- und Kollisionsschritten nach der diskretisierten Boltzmann-Gleichung berücksichtigt die LBM einen räumlichen und zeitlichen Impulsaustausch eines einzelnen Fluids in einem Gebiet, das aus Fluid-Zellen und Festkörper- bzw.

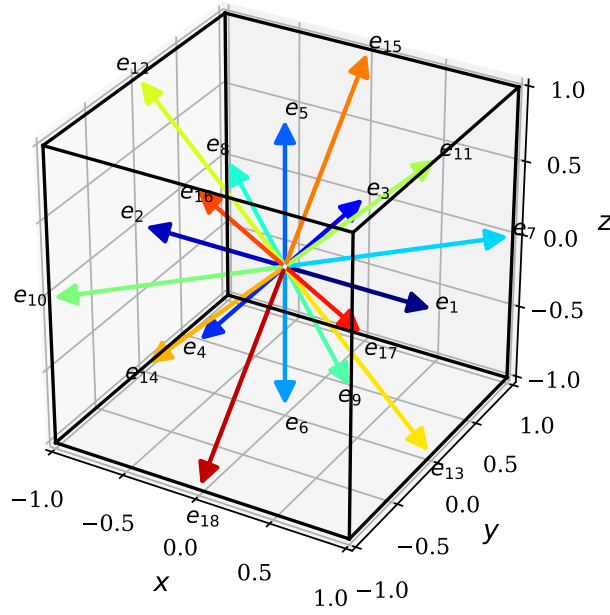


Abbildung 3: Das D_3Q_{19} -Geschwindigkeitsmodell mit seinen diskreten Geschwindigkeitsrichtungen mehrfarbig hervorgehoben in seiner Fluid-Berechnungszelle bzw. um den entsprechenden Berechnungsknoten herum aus Milatz (2022b).

„Wand“-Zellen bestehen kann, an denen das Fluid abprallt bzw. umgelenkt wird. Der Strömungsschritt ist für eine zentrale Berechnungszelle, deren Dichteverteilungskomponenten von einem Zeitschritt zum nächsten an die benachbarten Berechnungszellen „weitergeströmt“ werden, in Abbildung 4 veranschaulicht.

Die Interaktion des Fluids mit starren Wänden wird durch einen “Bounce back”-Algorithmus umgesetzt, bei dem die Komponenten der Dichteverteilung beim Einströmen in eine Wand-Berechnungszelle in die entgegengesetzte diskrete Fluidrichtung zurückgeworfen werden.

Die makroskopischen Fluidzustandsgrößen Dichte ρ und Fließgeschwindigkeit (als Vektor) \mathbf{v} berechnen sich aus den lokalen Komponenten der Dichteverteilungsfunktion gemäß

$$\rho = \sum_i f_i \quad \text{und} \quad (5)$$

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\rho} \sum_i f_i \mathbf{e}_i \quad . \quad (6)$$

Dabei hat Gleichung 6 nur die gegebene Form, wenn der oben genannte Quellterm vernachlässigt wird. Für alle physikalischen Größen wie auch für die Orts- und Zeitdiskretisierung werden in der LBM spezifische Einheiten gewählt. So wird die Dichte in μ/lu^3 angegeben, mit „mu“ als

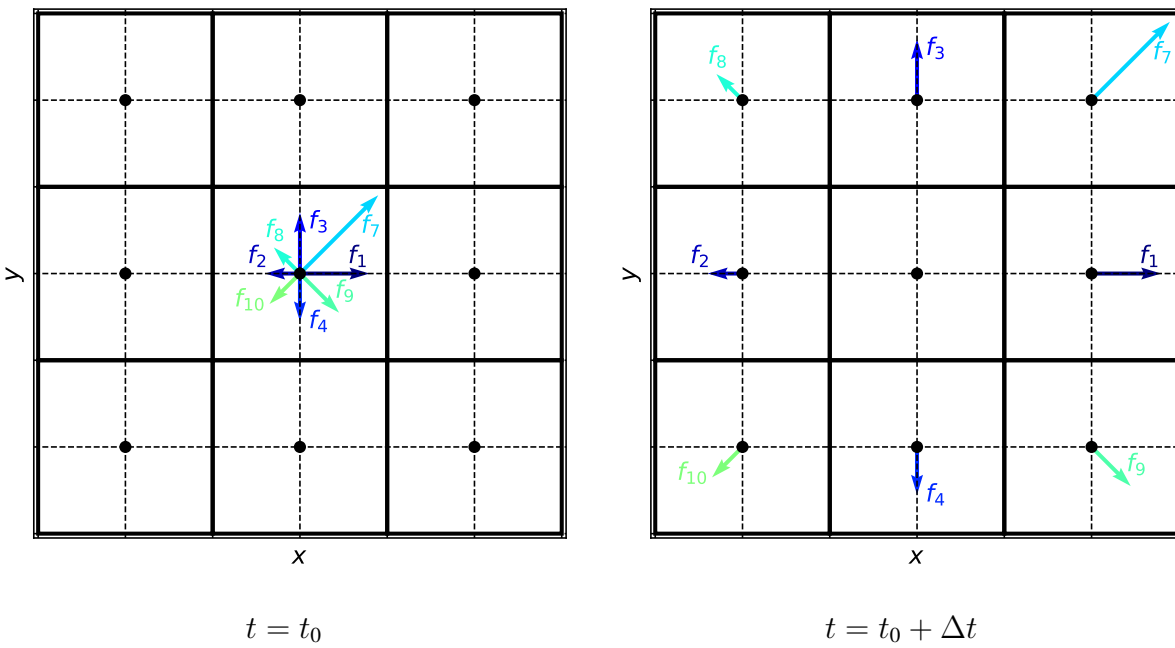


Abbildung 4: Beispielhafter Strömungsschritt zwischen zwei Zeitschritten zur Veranschaulichung des Austausches der Komponenten der Dichteverteilung von einer zentralen Berechnungszelle zu ihren benachbarten Zellen aus Milatz (2022b). Das Beispiel basiert auf dem räumlichen D_3Q_{19} -Modell aus Abbildung 3, ist aber zur Vereinfachung zweidimensional in der x - y -Ebene dargestellt.

“mass unit”, während die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors die Einheit lu/ts aufweisen. Weitere LBM-spezifische Einheiten lassen sich in Analogie zu den zusammengesetzten Einheiten im physikalischen System konstruieren. Der Hintergrund des LBM-spezifischen Einheitensystems ist hier die Überlegung, unter Verwendung von dimensionslosen Kennwerten, wie z. B. der bekannten Reynoldszahl aus der Strömungsmechanik, eine Ähnlichkeit des physikalischen und LBM-Systems zu berücksichtigen, siehe auch Krüger *et al.* (2017).

Neben hier nicht weiter betrachteten Druck- und Durchflussrandbedingungen kommen in der LBM häufig periodische Randbedingungen zum Einsatz, bei denen die Komponenten der Dichteverteilungsfunktion und korrespondierende Kräfte bei Durchströmung eines Modellrandes auf die andere Seite kopiert werden, wo sie wieder in das Modell eintreten.

Erweiterung zur Mehrphasen-LBM

Die Einphasen-LBM wurde von Shan und Chen (1993) zur sogenannten Shan-Chen Mehrphasen-LBM erweitert. Dabei erlauben u. a. eingeführte Interaktionskräfte zwischen den gedachten „Fluidpartikeln“ anziehende oder abstoßende Wirkungen, was die Berücksichtigung von Kohäsion (Fluidpartikel untereinander), Adhäsion (Fluidpartikel an starren Wänden) und Phasenseparation erlaubt. Für Details zum Ansatz der Kräfte wird auf Huang *et al.* (2015) bzw. auf Milatz (2022b)

verwiesen. Für die Phasenseparation wird eine nicht-monotone Zustandsgleichung (EOS) für ein nicht-ideales Gas verwendet (Huang *et al.*, 2015). Diese stellt für eine gegebene Temperatur den Zusammenhang zwischen Druck und Dichte der einzelnen Fluidkomponente her. Durch die Aufspaltung der einzelnen Fluidkomponente in Fluide mit zwei verschiedenen koexistierenden Dichten ähnlich verschiedenen Aggregatzuständen können ohne weiteren numerischen Aufwand Phasengrenzflächen abgebildet werden, wie sie für Kapillareffekte von Bedeutung sind. Im hier verwendeten Modell wird die EOS nach Carnahan und Starling (1969) verwendet, deren Verlauf für ein gewähltes konstantes Verhältnis der Temperatur zur kritischen Temperatur $T/T_c = 0.7$ in Abbildung 5 gezeigt ist.

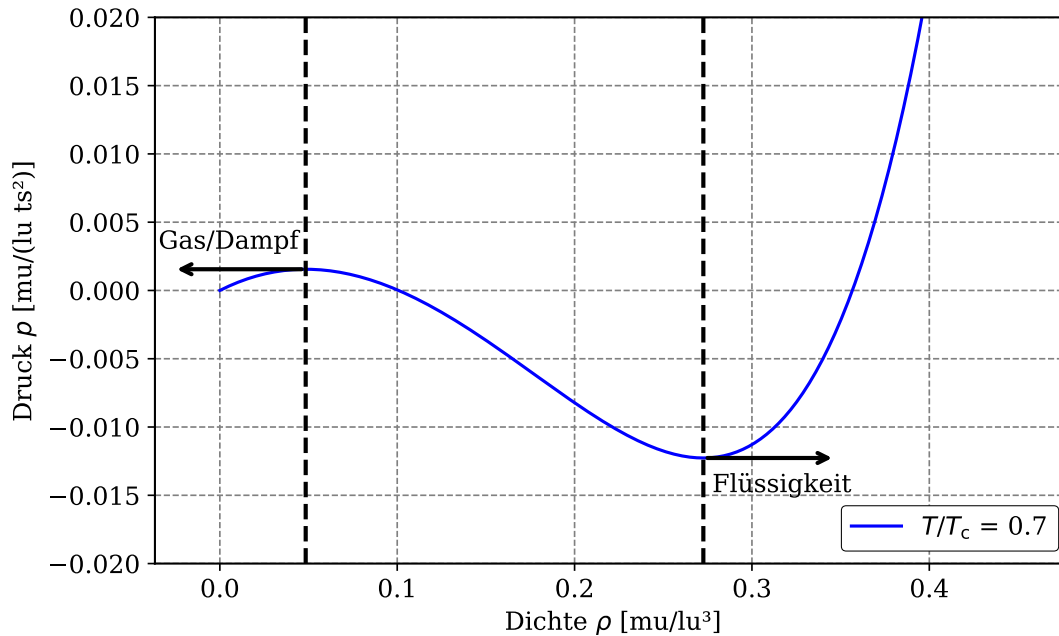


Abbildung 5: Zustandsgleichung nach Carnahan-Starling bei einem Temperaturverhältnis $T/T_c = 0.7$ aus Milatz (2022b). Die eingezeichneten gestrichelten Grenzen und Pfeile kennzeichnen die Dichten, die dem gasförmigen und flüssigen Zustandsbereich des Fluids zugeordnet werden. Zwischen den Bereichen liegt ein Übergangsbereich.

Die Fluidichte ρ wird anhand der Carnahan-Starling EOS zur Differenzierung in die gasförmige und die flüssige Phase herangezogen. Für $\rho < \rho_{\text{boundary, g}} = 0.0484 \text{ mu/lu}^3$ wird eine Fluidzelle dem Gas bzw. Dampf zugeordnet und für $\rho > \rho_{\text{boundary, l}} = 0.2726 \text{ mu/lu}^3$ der flüssigen Phase.

2.2 Implementierung

Die hier vorgestellte und in Milatz (2022a) dokumentierte Implementierung der Mehrphasen-LBM orientiert sich an dem in Huang *et al.* (2015) veröffentlichten Modell zur Simulation des Wandkontaktes eines Flüssigkeitstropfens im umgebenden Gas. Das Modell ist in C++ geschrieben und erlaubt eine Thread-basierte Parallelisierung mit OpenMP. Aufgrund der vielen lokalen

Berechnungen bietet sich eine Parallelisierung bei der LBM an und ist auch erforderlich, wenn repräsentative Modellabmessungen mit verhältnismäßig vielen Zeitschritten in angemessener Zeit simuliert werden sollen. Mehr Informationen zur Parallelisierung, auch in noch effektiverer Weise auf Basis von Grafikprozessoren, finden sich in Krüger *et al.* (2017).

Zur Simulation und Beschreibung von Kapillareffekten wird basierend auf der dichteabhängigen Aufteilung der Phasen ein gemittelter makroskopischer Sättigungsgrad bzw. ein gemittelter makroskopischer Kapillardruck wie folgt definiert.

$$S_r = \frac{N_{\text{cells}, l}}{N_{\text{cells}, f}} \quad , \quad (7)$$

wobei $N_{\text{cells}, l}$ die aktuelle Anzahl der Berechnungszellen angibt, die von der flüssigen Phase eingenommen werden, und $N_{\text{cells}, f}$ der Anzahl der Zellen entspricht, die den Porenraum darstellen, d. h. von Gas oder Flüssigkeit eingenommen werden können.

$$p_c = \bar{p}(N_{\text{cells}, g}) - \bar{p}(N_{\text{cells}, l}) \quad , \quad (8)$$

mit \bar{p} als mittlerem Druck des Gases bzw. der Flüssigkeit und $N_{\text{cells}, g}$ als aktueller Anzahl der Berechnungszellen, die von der Gasphase eingenommen werden.

Die beschriebenen makroskopischen Variablen werden in jedem Zeitschritt in eine Ausgabedatei geschrieben. Weiterhin werden die Dichte, der Druck und die Fließgeschwindigkeiten in jeder Berechnungszelle zu gewählten Zeitpunkten in eine Datei geschrieben, was je nach Größe des Modells und Häufigkeit der Datenausgabe zu großen Dateien führen kann.

Die in Milatz (2022a) beschriebene und hier verwendete Implementierung des LBM-Modells erlaubt es, aus CT-Daten abgeleitete Partikelpackungen und die entsprechenden Porenräume als Berechnungsmodelle zu verwenden. Dafür können mit Hilfe eines Python-Skriptes binarisierte 3D Tiff-Dateien, die nur Feststoff und Porenraum enthalten, eingelesen und als Geometriedefinition für LBM-Simulationen genutzt werden. Zur Veränderung des Sättigungsgrades S_r in den nachfolgend beschriebenen Simulationen zum Wasserretentionsverhalten ist eine „Dichte-Injektion“ nach Hosseini *et al.* (2021) implementiert, in der die Dichte in Flüssigkeitszellen mit einer vorgegebenen Rate über die Zeit verändert werden kann, was zur Aufsättigung bzw. Entwässerung im Modell führt.

3 Simulation von Kapillareffekten

In diesem Abschnitt wird die vorgestellte Mehrphasen-LBM zur Simulation von Kapillareffekten herangezogen. Dafür wird zunächst der Einfluss der Benetzbarkeit, beschrieben durch den Kontaktwinkel θ auf die Entstehung von Kapillarbrücken untersucht. In einem zweiten Schritt werden zyklische Be- und Entwässerungen in einem auf CT-Daten beruhenden Porenraum des

Hamburger Sandes simuliert. Dabei liegt der Fokus auf einer Untersuchung der Möglichkeiten der LBM, die Wasserretentionskurve in granularen Böden abzubilden.

3.1 Benetzung und Kapillarbrücken

In der verwendeten Mehrphasen-LBM können die Benetzungseigenschaften über einen Ansatz nach Benzi *et al.* (2006) beeinflusst werden. Dabei wird dem Feststoff in einem Berechnungsgebiet eine sogenannte „Wand-Dichte“ (engl. wall density) ρ_{wall} zugeordnet, die in das Interaktionskraftmodell für die Adhäsion eingeht und auf diese Weise den Kontaktwinkel steuert, wie in Huang *et al.* (2015) anhand eines Tropfens auf einer Feststoffoberfläche aufgezeigt wird.

Um das Kontaktverhalten zu studieren, wird in einer numerischen Vergleichsuntersuchung die Entstehung einer Kapillarbrücke zwischen zwei Platten simuliert. Das betrachtete räumliche Modell besteht aus $l_x \times l_y \times l_z = 75 \times 75 \times 31 = 174.375$ Berechnungszellen bzw. -knoten und schließt an seiner Unterkante durch eine Platte aus Feststoff ab. Infolge der periodischen Randbedingungen in allen Raumrichtungen begrenzt die Platte das Berechnungsgebiet auch in z-Richtung nach oben, sodass ein horizontaler Spalt zwischen zwei Platten betrachtet wird. Die LBM-Simulation wird mit einer Flüssigkeitskugel mit Radius von 15 lu um einen Mittelpunkt in einer Höhe von 16 lu über der Mitte der unteren Platte initialisiert, für die die koexistierende Flüssigkeitsdichte aus der Zustandsgleichung von $\rho = 0.358 \text{ mu/lu}^3$ vorgegeben wird. Um die Kugel herum wird als weitere Anfangsbedingung ein Zufallsfeld der Fluidichte erzeugt. In vier Vergleichssimulationen wird ρ_{wall} variiert. Durch Phasenseparation entsteht in allen Simulationen über die Simulationszeit eine Kapillarbrücke zwischen den Platten. Das Ergebnis der Simulationen in Form der extrahierten Flüssigkeitsdichteverteilungen im Vertikalschnitt nach Erreichen eines stationären Zustands ist für die Parametervariation in Abbildung 6 visualisiert.

Mit abnehmendem ρ_{wall} reduziert sich die Benetzbarkeit der Oberfläche gegenüber der Flüssigkeit, d. h., das System verhält sich bei steigendem Kontaktwinkel zunehmend hydrophob, was an den immer weniger konkaven Kapillarbrücken zu erkennen ist.

3.2 Simulation der WRC

Wie bereits in Pan *et al.* (2004) oder Hosseini *et al.* (2021) gezeigt, kann die Mehrphasen-LBM herangezogen werden, um die Mehrphasenströmung in teilgesättigten porösen Medien zu simulieren. Dabei kann eine makroskopische Kapillardruck-Sättigungsbeziehung aus den Simulationen abgeleitet werden. Im Rahmen umfangreicherer LBM-Simulationen basierend auf den in Milatz *et al.* (2022) beschriebenen *in situ* CT-Versuchen, in denen CT-Aufnahmen während der zyklischen Ent- und Bewässerung einer Probe aus Hamburger Sand gewonnen wurden, soll untersucht werden, wie gut die vorgestellte LBM in der Lage ist, die makroskopische Wasserretentionskurve des an der TUHH verwendeten Modellsandes abzubilden.

Basierend auf binarisierten CT-Daten des Hamburger Sandes in Form eines würfelförmigen

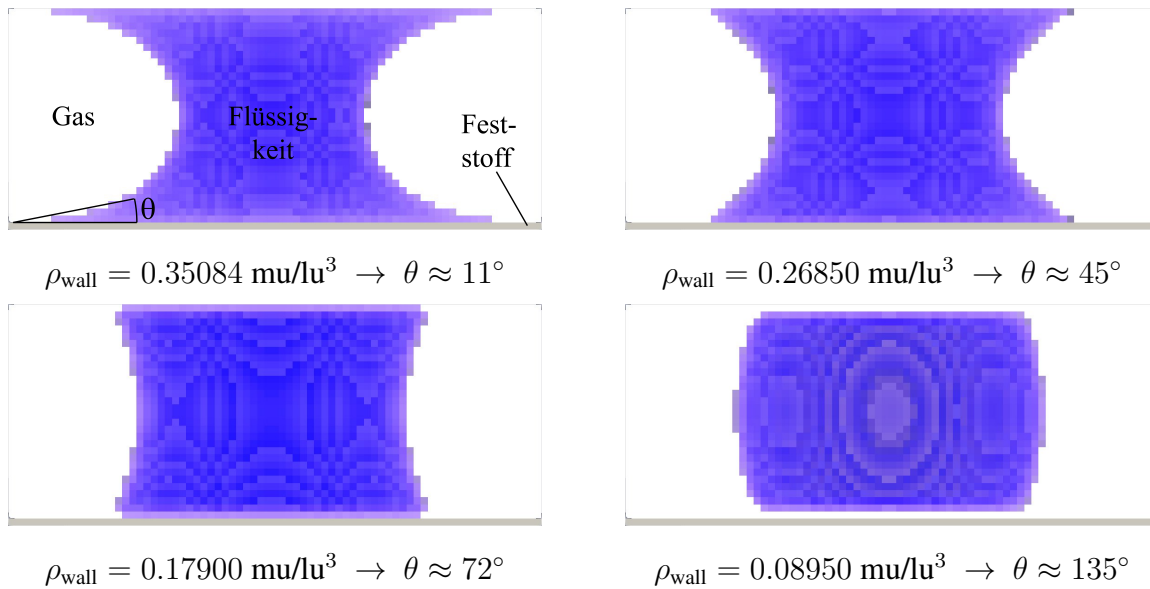


Abbildung 6: Vertikalschnitt durch die simulierten Kapillarbrücken der Flüssigkeitsphase mit $\rho > 0.2726 \text{ mu/lu}^3$ in einer Mehrphasen-LBM-Parametervariation zum Einfluss der wall density ρ_{wall} auf den Gleichgewichtskontaktwinkel θ aus Milatz (2022b). Jeder dargestellte Pixel entspricht einer Berechnungszelle.

Subvolumens mit einer Kantenlänge von 800 Pixeln (px) bzw. 8 mm wird mittels Binning ein vergrößertes Modell für die Lattice-Boltzmann-Simulation erzeugt, das auf eine Modellgröße von $200 \times 200 \times 200 = 8.000.000$ Berechnungszellen reduziert ist. Ausgehend von einer initialen Zufallsverteilung der Fluidichte erfolgt in der hier behandelten Simulation des Wasserretentionsverhaltens zunächst für 5000 ts eine Phasenseparation. Die betrachtete Geometrie mit der Phasenverteilung am Ende der Phasenseparation ist in Abbildung 7 dargestellt.

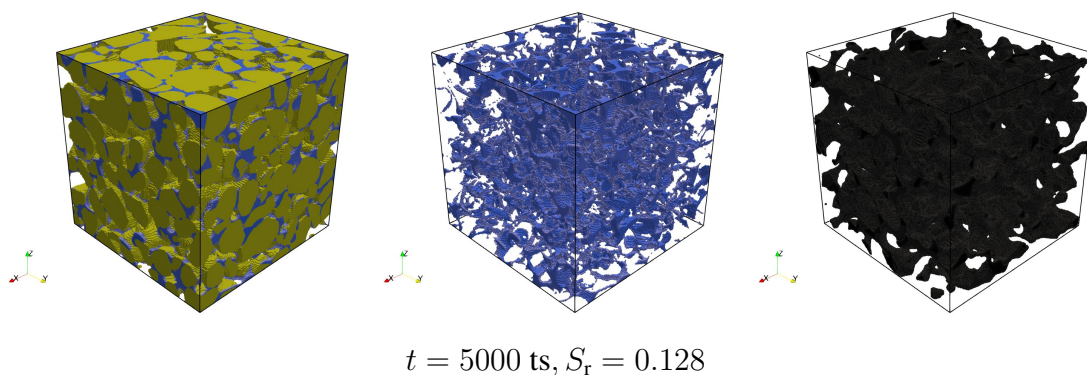


Abbildung 7: Phasenverteilungen am Ende der Phasenseparation nach 5000 ts aus einer Mehrphasen-LBM-Simulation auf einem 3D Modell mit $200 \times 200 \times 200$ Berechnungszellen abgeleitet aus CT-Daten einer Probe aus Hamburger Sand aus Milatz (2022b). Links: Sand und Flüssigkeit, Mitte: Flüssigkeit, rechts: Gas.

Nach der Phasenseparation wird der Sättigungsgrad im Modell in Anlehnung an das vorgenannte CT-Experiment zyklisch variiert, indem per Dichte-Injektion die Dichte in Fluidzellen über die Zeit erhöht oder reduziert wird. Aufbauend auf der zuvor diskutierten Studie zur Benetzbarkeit wird $\rho_{\text{wall}} = 0.35084 \text{ mu/lu}^3$ berücksichtigt, was einer nahezu vollständigen Benetzbarkeit bei einem geringen Kontaktwinkel entspricht (vgl. Abbildung 6).

In jedem Zeitschritt der Simulation, die mit 28 separaten Threads bzw. Prozessoren auf dem High Performance Computing-Cluster des Rechenzentrums der TUHH durchgeführt wurde, werden S_r und p_c aufgezeichnet, wie in Abbildung 8 aufgetragen ist. Bei Reduktion der Sättigung nimmt der Kapillardruck bzw. die Saugspannung zu. Bei Aufsättigung nimmt die Saugspannung ab. Insbesondere bei Reduktion der Sättigung treten Oszillationen der Saugspannung auf.

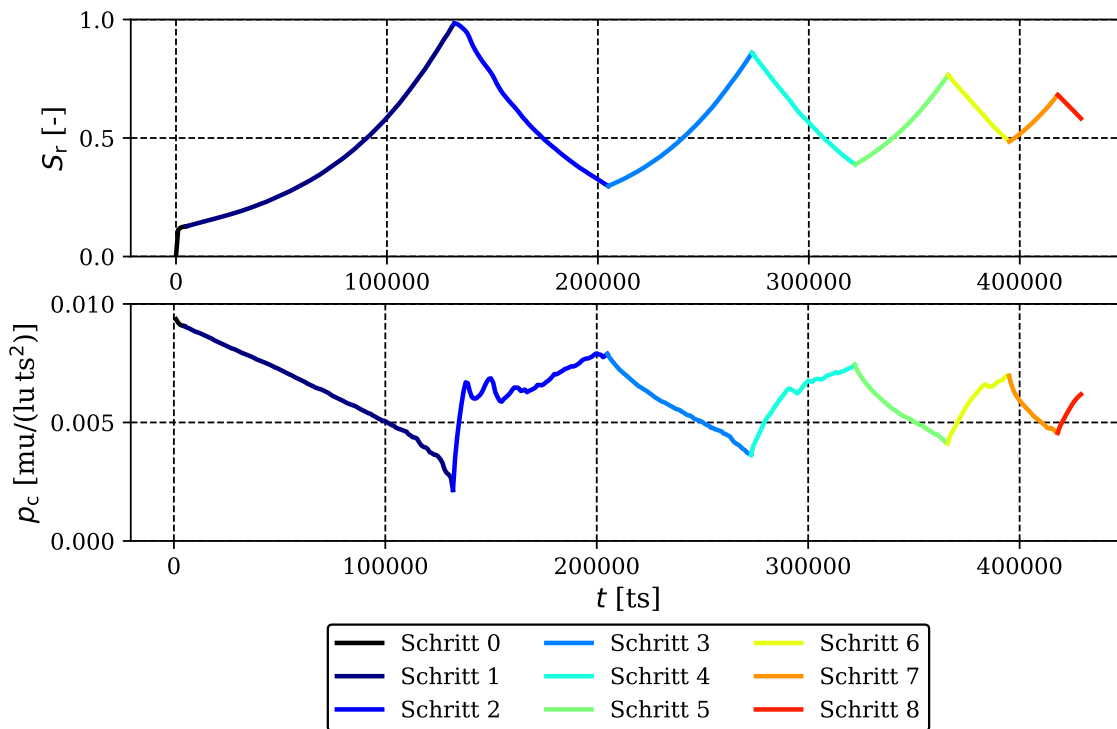


Abbildung 8: Zeitliche Verläufe des berechneten Sättigungsgrads S_r (oben) und Kapillardrucks p_c (unten) aus einer Mehrphasen-LBM-Simulation auf einem 3D Modell mit $200 \times 200 \times 200$ Berechnungszellen abgeleitet aus CT-Daten einer Probe aus Hamburger Sand aus Milatz (2022b).

Durch Kombination von Sättigungsgrad und Kapillardruck aus Abbildung 8 kann die simulierte makroskopische Wasserretentionskurve in Abbildung 9 rekonstruiert werden.

Die mittels Mehrphasen-LBM simulierte Wasserretentionskurve weist qualitativ eine große Ähnlichkeit mit der beispielhaften am Hamburger Sand gemessenen Wasserretentionskurve in Abbildung 2 auf. Im Gegensatz zum Experiment beginnt die simulierte Kurve jedoch mit einem Bewässerungspfad. Im Anschluss zeigt sich bei Entwässerung eine Zunahme des Kapillardrucks bzw. der Saugspannung bis zum sogenannten Lufteintrittspunkt, ab dem der Sättigungsgrad stark abfällt. Hier treten in der Simulation starke Oszillationen der Saugspannung auf. Diese

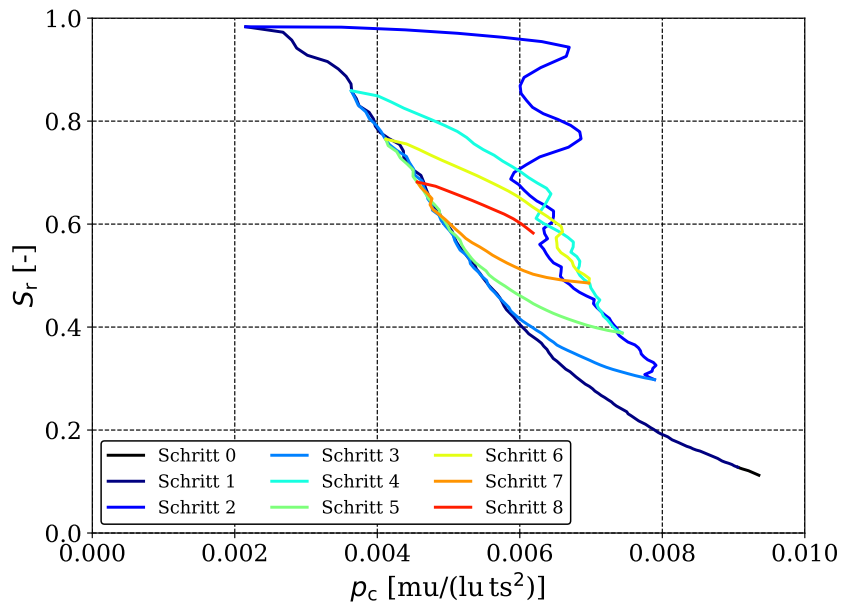


Abbildung 9: Berechnete Wasserretentionskurve aus einer Mehrphasen-LBM-Simulation auf einem $200 \times 200 \times 200$ Berechnungszellen abgeleitet aus CT-Daten einer Probe aus Hamburger Sand aus Milatz (2022b).

wurden auch in Experimenten beobachtet (Milatz, 2020; Milatz *et al.*, 2022) und gehen auf plötzliche Entwässerungen von Poren bzw. auf Lufteintritte zurück, die auch von der Mehrphasen-LBM bei Entwässerung auf der Porenskala abgebildet werden. Obwohl in der numerischen Simulation der Sättigungsgrad vereinfacht durch Dichte-Injektion umgesetzt wird, bei der ρ in allen Flüssigkeitszellen verändert wird, während im Experiment mit Fließzelle aus Milatz (2020) das Porenwasser durch einen porösen Filter unter der Probe strömt, zeigt die simulierte makroskopische Wasserretentionskurve ebenfalls das typische hysteresische Verhalten bei zyklischer Umkehr der Fließrichtung und es entstehen elliptische Scanningpfade zwischen dem einhüllenden Erstentwässerungs- und Hauptbewässerungspfad. Die Mehrphasen-LBM hat also generell das Potential, verschiedene relevante Aspekte der Wasserretentionskurve abzubilden.

In der aktuellen Forschung in Zusammenarbeit mit der University of Texas at Austin werden die Kapillareffekte in der LBM auf der Porenskala genauer untersucht, um zu verstehen, welche lokalen Effekte im numerischen Modell zur makroskopischen Erscheinungsform der Wasserretentionskurve führen. Weiterhin muss noch die Brücke zwischen LBM-spezifischen Einheiten und physikalischen Einheiten näher untersucht werden, um – eine Ähnlichkeit des LBM-Systems und des physikalischen Systems vorausgesetzt – die Einheiten ineinander umzurechnen, sodass anhand der LBM-Simulation eine physikalische Wasserretentionskurve prognostiziert werden kann. Bereits vorhandene Ansätze zur Einheitenkonversion bzw. zur Ähnlichkeit der Systeme u. a. basierend auf den dimensionslosen Kennwerten Bond-Zahl Bo und der Kapillanzahl Ca werden in Pan *et al.* (2004), Schaap *et al.* (2007), Huang *et al.* (2015) und in Milatz (2022b) diskutiert.

4 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wird eine Mehrphasen-Lattice-Boltzmann-Methode (LBM) eingesetzt, um Kapillareffekte in granularen Böden numerisch zu modellieren. Anhand verschiedener Simulationen konnte gezeigt werden, dass der verwendete numerische Ansatz in der Lage ist, Kapillareffekte auf der Porenskala abzubilden. Dabei werden wesentliche physikalische Phänomene realitätsnah berücksichtigt. So ist das Modell in der Lage, mikroskopische Strukturen wie Kapillarbrücken bei verschiedenen Benetzungseigenschaften des Mehrphasensystems sowie eine hysteretische Wasserretentionskurve bei zyklischer Ent- und Bewässerung qualitativ abzubilden, wobei auch verschiedene auf der Porenskala auftretende lokale Kapillareffekte im Modell erfasst werden.

In zukünftigen Untersuchungen müssen der Einfluss der Parameter der gewählten LBM-Formulierung sowie die tatsächliche Ähnlichkeit zwischen der Physik im LBM-Modell und im Experiment weiter untersucht werden, um in Zukunft in der Lage zu sein, auch quantitative Prognosen für das Wasserretentionsverhalten basierend auf der LBM zu treffen. Ein Ansatz, der bereits verfolgt wird, liegt im direkten Vergleich von Simulationsergebnissen der Phasenverteilung mit CT-Daten, anhand derer die wirkliche Phasenverteilung visualisiert und ausgewertet werden kann. Weiterhin ist es für zukünftige numerische Untersuchungen interessant, die Mehrphasen-LBM mit Partikelmethoden wie der Diskrete-Elemente-Methode (DEM) zu koppeln, um beispielsweise realistische Geometrien von Kapillarbrücken und Wasserclustern inklusive der Kraftwirkungen, die sie auf die Partikel ausüben, in der DEM zu berücksichtigen.

Literatur

- Bear, J. (1979): *Hydraulics of groundwater*. New York: Mc Graw-Hill (Mc Graw-Hill Series in Water Resources und Environmental Eng.)
- Benzi, R., L. Biferale, M. Sbragaglia, S. Succi und F. Toschi (2006): Mesoscopic modeling of a two-phase flow in the presence of boundaries: The contact angle. In: *Physical Review E* 74. DOI: 10.1103/PhysRevE.74.021509.
- Bhatnagar, P. L., E. P. Gross und M. Krook (1954): A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems. In: *Physical Review* 94 (3). DOI: 10.1103/PhysRev.94.511.
- Bishop, A. W. (1959): The principle of effective stress. In: *Teknisk Ukeblad* 106 (39), S. 859–863.
- Blunt, M. J. (2017): *Multiphase Flow in Permeable Media: A Pore-Scale Perspective*. Cambridge University Press. DOI: 10.1017/9781316145098.
- Carnahan, N. F. und K. E. Starling (1969): Equation of State for Nonattracting Rigid Spheres. In: *Journal of Chemical Physics* 51 (2). DOI: 10.1063/1.1672048.
- DFG Graduiertenkolleg GRK 2462 „Prozesse in natürlichen und technischen Partikel-Fluid-Systemen“ (PintPFS) (2022). <https://gepris.dfg.de/gepris/projekt/390794421?language=de>. Zuletzt besucht: 29.07.2022.
- Fredlund, D. G. und H. Rahardjo (1993): *Soil mechanics for unsaturated soils*. John Wiley & Sons.

- Haines, W. B. (1930): Studies in the physical properties of soil: V. The hysteresis effect in capillary properties and the modes of moisture distribution associated therewith. In: *Journal of Agricultural Science* 20, S. 97–116.
- He, X. und L.-S. Luo (1997): Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation. In: *Physical Review E* 56. DOI: 10.1103/PhysRevE.56.6811.
- Hosseini, R., K. Kumar und J.-Y. Delenne (2021): Investigating the effect of porosity on the soil water retention curve using the multiphase Lattice Boltzmann Method. In: *Proc. of Powders & Grains 2021 – 9th International Conference on Micromechanics on Granular Media*. DOI: 10.1051/epjconf/202124909007.
- Huang, H., M. C. Sukop und X.-Y. Lu (2015): *Multiphase lattice Boltzmann methods: Theory and application*. Chichester: Wiley Blackwell.
- Krüger, T., H. Kusumaatmaja, A. Kuzmin, O. Shardt, G. Silva und E. M. Vigggen (2017): *The Lattice Boltzmann Method – Principles and Practice*. Springer. DOI: 10.1007/978-3-319-44649-3.
- Lins, Y. (2009): Hydro-mechanical properties of partially saturated sand. Dissertation. Faculty of Civil Engineering, University Bochum.
- Lu, N. und W. J. Likos (2006): Suction stress characteristic curve for unsaturated soil. In: *Journal of Geotechnical and Environmental Engineering* 132 (2), S. 131–142.
- Lu, N., J. W. Godt und D. T. Wu (2010): A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil. In: *Water Resources Research* 46 (5).
- Milatz, M. (2020): An automated testing device for continuous measurement of the hysteretic water retention curve of granular media. In: *Acta Geotechnica* 15. DOI: 10.1007/s11440-020-00922-y.
- Milatz, M. (2022a): *Implementation of a multiphase Lattice Boltzmann Method for the simulation of water retention behaviour of CT scanned granular media*. TUHH Open Research (TORE), Hamburg University of Technology. DOI: 10.15480/336.4364.
- Milatz, M. (2022b): Investigation of capillary effects on the grain scale by means of in situ experiments, imaging and numerical simulations. (In Begutachtung). Habilitation. Technische Universität Hamburg.
- Milatz, M., E. Andò, G. Viggiani und S. Mora (2022): In situ X-ray CT imaging of transient water retention experiments with cyclic drainage and imbibition. In: *Open Geomechanics*. (Manuscript under review).
- Pan, C., M. Hilpert und C. T. Miller (2004): Lattice-Boltzmann simulation of two-phase flow in porous media. In: *Water Resources Research* 40 (W01501). DOI: 10.1029/2003WR002120.
- Schaap, M. G., M. L. Porter, B. S. B. Christensen und D. Wildenschild (2007): Comparison of pressure-saturation characteristics derived from computed tomography and lattice Boltzmann simulations. In: *Water Resources Research* 43 (W12S06). DOI: 10.1029/2006WR005730.
- Schubert, H. (1982): *Kapillarität in porösen Feststoffsystemen*. Springer Verlag.
- Shan, X. und H. Chen (1993): Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components. In: *Physical Review E* 47 (3), S. 1815–1819. DOI: 10.1103/PhysRevE.47.1815.

Vanapalli, S. K., M. V. Nicotera und R. S. Sharma (2008): Axis translation and negative water column techniques for suction control. In: *Geotechnical and Geological Engineering* 26 (6), S. 645–660.

Danksagung

Der Autor bedankt sich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung der hier vorgestellten Forschung im Rahmen seines Habilitationsprojekts im *DFG Graduiertenkolleg GRK 2462 „Prozesse in natürlichen und technischen Partikel-Fluid-Systemen“ (PintPFS)*.

Autor

Dr.-Ing. Marius Milatz
Technische Universität Hamburg
Institut für Geotechnik und Baubetrieb
Harburger Schloßstraße 36
21079 Hamburg
Tel.: +49(0)40/42878-3660
Fax: +49(0)40/42731-0807
e-mail: marius.milatz@tuhh.de
Web: www.tuhh.de/gbt

Animating Soil Models: Visualisierungen von Stoffmodellen als offene Lehr- und Lernressource

Gertraud Medicus

Abstract: Die Materialmodellierung wird in der Ausbildung im Ingenieurwesen als ein abstraktes, mathematisches und schwer verständliches Themengebiet wahrgenommen. Ziel des Projektes *Animating Soil Models* ist es, Visualisierungen zu Materialmodellen zu erstellen. Die Projekteinhalte unterstützen die Vorstellung abstrakter Inhalte durch Visualisierung und stehen als offene, digitale Bildungsressource dauerhaft auf der Plattform Soilmodels.com zur Verfügung. Die Visualisierungen können zeit- und ortsunabhängig ergänzend zu herkömmlichen Lehr- und Lernmethoden, wie Lehrveranstaltungen, Durchführen von Berechnungen und Lesen von Texten, verwendet werden. Sie erleichtern das Verständnis von Konzepten im Zusammenhang mit Stoffmodellen.

1 Einleitung

Um Stoffmodelle in der Praxis sinnvoll anzuwenden, werden vertiefte Kenntnisse der Bodenmechanik und der Materialmodellierung benötigt. Durch die richtige Anwendung von Materialmodellen können dann geotechnische Simulationen realitätsnah erfolgen.

Das digitale Projekt *Animating Soil Models* soll v.a. die Vorstellung abstrakter Inhalte durch Visualisierung unterstützen. Die Visualisierungen können ergänzend zu Online-Lehrveranstaltungen und Präsenzveranstaltungen eingesetzt werden. Sie eignen sich sowohl zur Demonstration im Zuge einer Vorlesung als auch für Übungen/Seminare oder für das Selbststudium.

Für die nachhaltige Bereitstellung und Archivierung eignet sich SoilModels.com/soilanim. SoilModels ist eine Plattform zur Förderung des Einsatzes fortschrittlicher Stoffmodelle (Gudehus et al., 2008). Auf der Plattform werden kostenlos verschiedene Werkzeuge zur Verfügung gestellt.

2 Projekteinhalte

Animierte und interaktive Darstellungen erleichtern das Verständnis und sind im Bereich der Materialmodellierung eine innovative Lehr- und Lernmethode. In diesem Beitrag werden Schwerpunkte des Projektes '*Animating Soil Models*' an einigen Beispielen vorgestellt.

2.1 Spannungsinvarianten

Abbildung 1 zeigt den Hauptspannungsraum. Eine interaktive Grafik ist verlinkt.¹ Der rote Punkt markiert einen Hauptspannungszustand, der in der interaktiven Darstellung bewegt werden kann. Die Hauptspannungen und entsprechenden Spannungsinvarianten p' , q , θ werden dann ausgegeben. Für die formelmäßige Beschreibung der Spannungsinvarianten wird auf Anhang A verwiesen. Die Darstellung soll bei der Orientierung im Hauptspannungsraum helfen. Außerdem kann der Kegel nach Drucker-Prager ergänzt und der Öffnungswinkel über den Parameter M mit einem Schieberegler variiert werden.

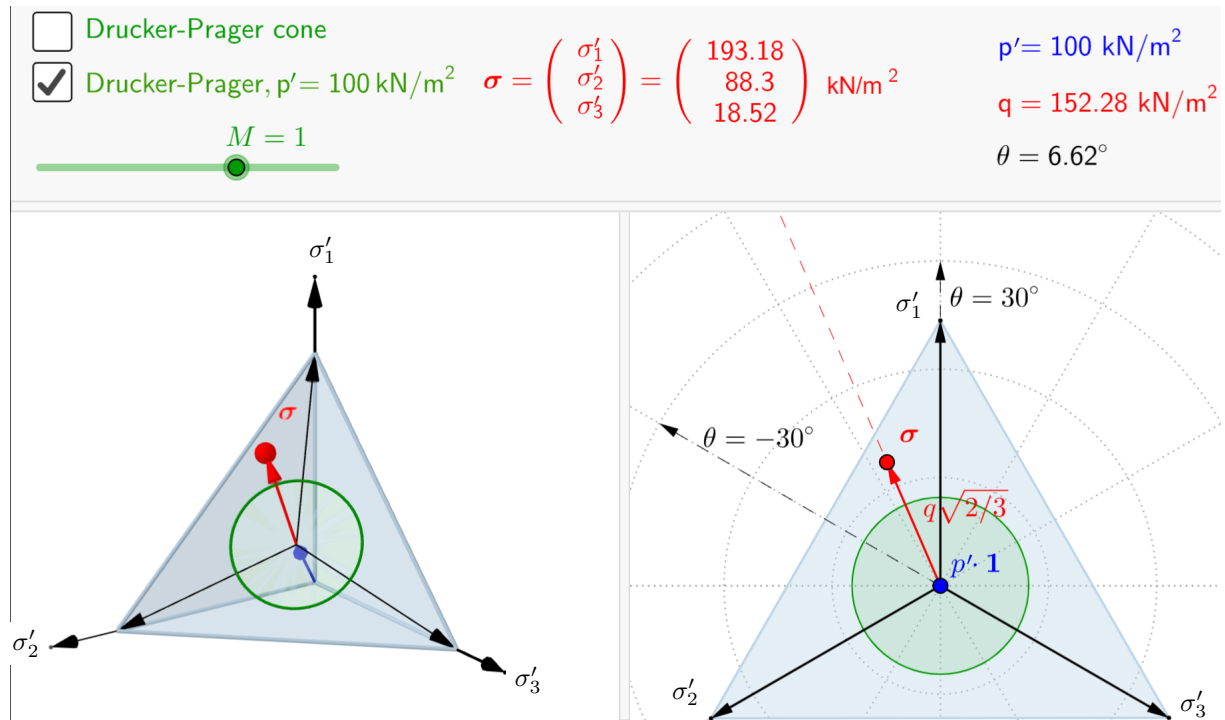


Abbildung 1: Interaktive Darstellung des Hauptspannungsraums

2.2 Versagens- bzw. Fließflächen

Versagensflächen werden oftmals im Hauptspannungsraum dargestellt. Abbildung 2 zeigt verschiedene Fließflächen. Auf der Projektseite sind interaktive Darstellungen zu den Versagensflächen Matsuoka-Nakai, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, Tresca und von Mises verfügbar.² Die 3D Darstellungen können rotiert werden, der ebene Spannungszustand und die p' - q Ebene werden veranschaulicht. Außerdem sind animierte Darstellungen verlinkt.³ Für die formelmäßige Beschreibung wird auf Griffiths (1990); Griffiths and Huang (2009) verwiesen.

¹https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/stress_space-2.wgl

²https://soilmodels.com/soilanim/#link_tab-1619545216452-4-1

³https://soilmodels.com/soilanim/#link_tab-1609524574022-3-1

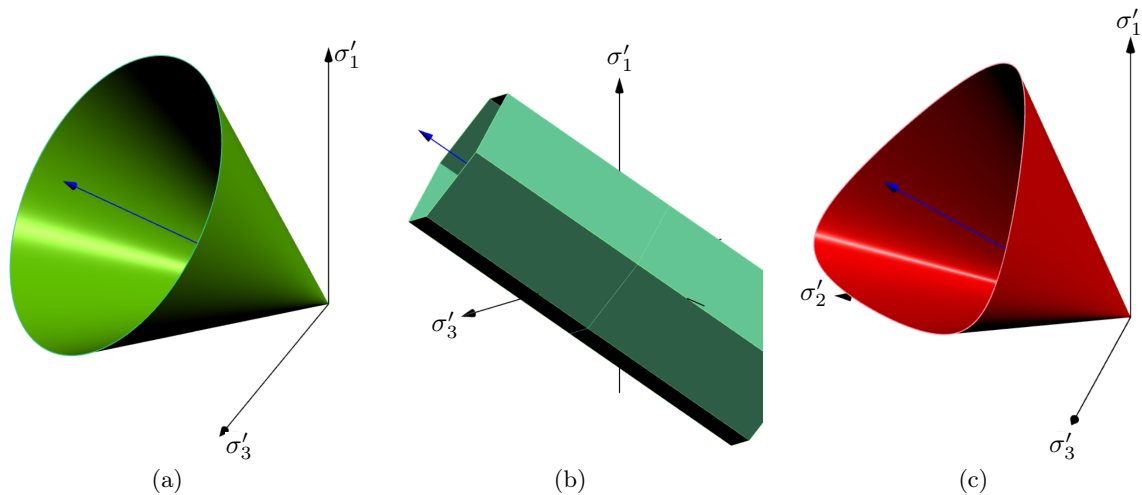


Abbildung 2: Beispiele für verschiedene Versagens- bzw. Fließflächen: (a) Drucker-Prager, (b) Tresca, (c) Matsuoka-Nakai

Zulässige Spannungszustände hängen neben der Wahl der Versagensfläche auch von den Parametern, wie etwa der Kohäsion c und/oder dem Reibungswinkel φ , ab. Abbildung 3 zeigt die Versagensflächen nach Matsuoka-Nakai und Mohr-Coulomb. In einer Animation wird veranschaulicht, wie sich mit zunehmender Kohäsion und abnehmendem Reibungswinkel die Formen der Fließflächen ändern.⁴ Dabei wird der Zustand der axialsymmetrischen, triaxialen Kompression konstant gehalten. Für jede andere deviatorische Richtung ändert sich bei Änderung der Parameter die Festigkeitsprognose. Für $\varphi = 0^\circ$ mit $c \neq 0$ wird Matsuoka-Nakai zu von Mises und Mohr-Coulomb wird zu Tresca.

2.3 Materialmodelle

Bei der Visualisierung von Stoffmodellen wird im Projekt ein Schwerpunkt auf Modelle mit Konzepten aus *Critical State Soil Mechanics* gelegt: die Hypoplastizität für Ton (Mašín, 2013) und elastoplastische Modelle wie das Modified Cam Clay Model (Roscoe and Burland, 1968) und die SANISAND Plastizität (Manzari and Dafalias, 1997; Yang et al., 2022) werden visualisiert.

Kritische Spannungszustände können durch eine Fläche im Hauptspannungsraum angenähert werden, wie zum Beispiel Matsuoka-Nakai in Abbildung 2 (c). Unter konventioneller triaxialer Kompression liegen diese Spannungszustände auf einer Linie (der sog. Critical State Line, CSL) in der p' - q Ebene, siehe Abbildung 4 (a). Darüber hinaus ermöglicht die druckabhängige kritische Porenzahl e_c (CSL in der p' - e Ebene) die Unterscheidung zwischen normal bis leicht überkonsolidiertem Boden (wenn die Porenzahl e größer e_c ist) und stark überkonsolidiertem Boden ($e < e_c$). Normalkonsolidierter Boden folgt unter hydrostatischer Kompression der

⁴https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/c_phi-1.gif

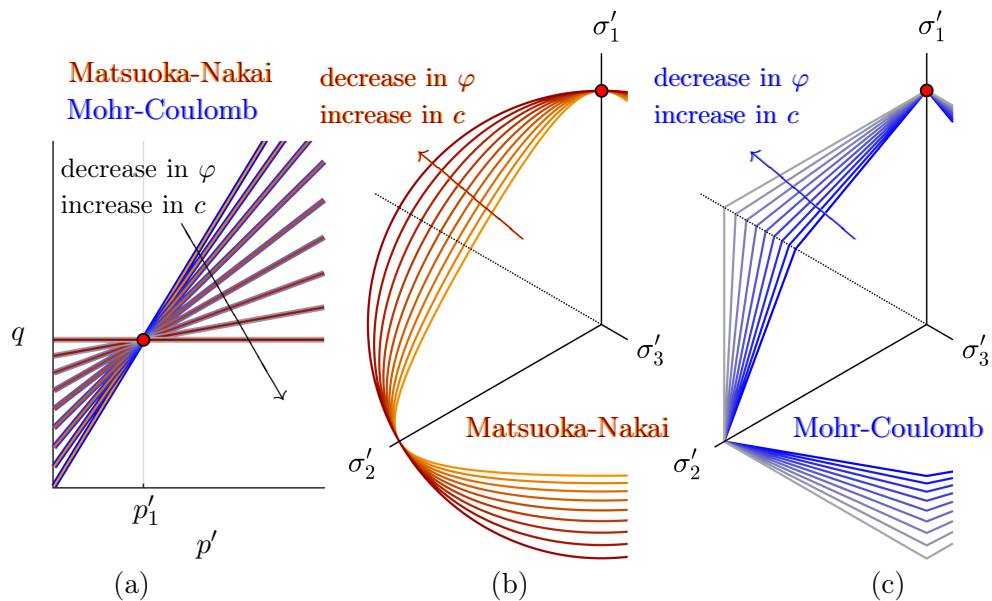


Abbildung 3: Wie beeinflussen die Parameter c und φ die Formen der Versagensflächen Matsuoka-Nakai und Mohr-Coulomb? Die Parameter c und φ werden in der Animation variiert. Dabei wird die axialsymmetrische, triaxiale Kompression (roter Punkt) konstant gehalten. (a) p' - q Ebene für axialsymmetrische triaxiale Kompression. (b,c) Versagensflächen nach Matsuoka-Nakai und Mohr-Coulomb im Schnitt mit der Deviatorebene für $p' = p'_1 = \text{const}$. In der animierten Darstellung ist der Einfluss der Parameter auf die Formen der Fließflächen besser ersichtlicher: https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/c_phi-1.gif

sog. Normal Compression Line (NCL), siehe Abbildung 4 (b). Abbildung 4 (c) zeigt eine dreidimensionale Ansicht der sog. Grenzzustandsfläche der Hypoplastizität für Ton (*asymptotic state boundary surface*, ASBS). Abbildungen 4 (a) und (b) sind jeweils Projektionen in den p' - q bzw. p' - e Ebenen. Interaktive⁵ oder animierte⁶ Darstellungen erleichtern die Vorstellung der CSL und NCL im dreidimensionalen Raum.

Für die dreidimensionale Darstellung und formelmäßigen Beschreibung der Grenzzustandsfläche ist es nützlich, die drei Koordinaten (p' , e , q) in Abhängigkeit von zwei Parametern, als sog. Parameterdarstellung, zu formulieren. Die Fläche im p' - e - q Raum (Abbildung 4 c) wird mit den Gleichungen (1)-(3) beschrieben. Die zwei Parameter φ_m und p'_e durchlaufen den in Zeile (4) vorgegebenen Bereich. Die Stoffkonstanten N , λ^* , φ_c , a beeinflussen die Form der ASBS. In

⁵https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/asbs_hypo_1.html

⁶https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/hypo_clay_csl_pqe.gif

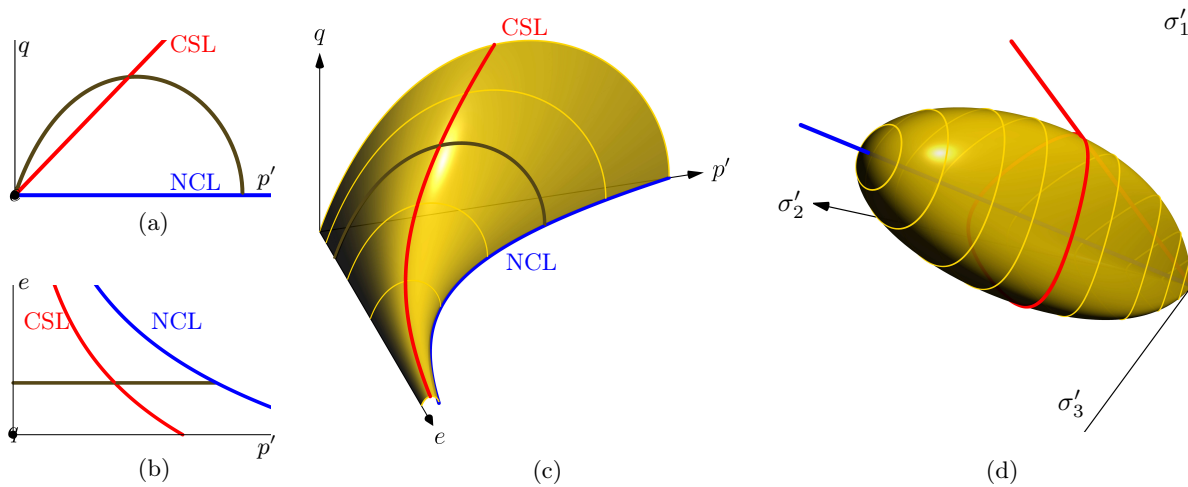


Abbildung 4: (a) CSL und NCL in der p' - q Ebene, (b) CSL und NCL in der p' - e Ebene, (c) 3D Darstellung der CSL und NCL und der Grenzzustandsfläche der Hypoplastizität im p' - e - q Raum, (d) entsprechende Darstellung im Spannungsraum

einer interaktiven Darstellung⁷ ist es möglich, diese Stoffkonstanten zu variieren.

$$p' = (1 - \sin^2 \varphi_m)^{1/\omega} \cdot p'_e \quad \text{mit} \quad \omega = -\frac{\ln(\cos^2 \varphi_c)}{\ln 2} + a(\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi_c) \quad (1)$$

$$q = \frac{6 \sin \varphi_m}{3 - \sin \varphi_m} \cdot p' \quad (2)$$

$$e = \exp\left(N - \lambda^* \ln \frac{p'_e}{\sigma^*}\right) - 1 \quad \text{mit} \quad \sigma^* = 1 \text{ kPa} \quad (3)$$

$$\text{mit: } \varphi_m \in [0, \pi/2], \quad p'_e \in [1, p'_{e,\max}] \quad (4)$$

In Anhang B ist das MATLAB Skript für die Darstellung der Grenzzustandsfläche der Hypoplastizität gemäß Abbildung 4 (c) und den Gleichungen (1)-(3) erläutert. Weitere Skripte sind auf der Projektseite zu finden. Abbildung 4 (d) zeigt die Grenzzustandsfläche der Hypoplastizität im Spannungsraum. Eine interaktive Abbildung ist verlinkt.⁸

Abbildung 5 zeigt Simulationen von undränerten Triaxialversuchen mit der Hypoplastizität. Die initiale Porenzahl und damit der Überkonsolidierungsgrad werden bei gleichbleibendem Anfangsspannungszustand variiert: Die Festigkeit q_{\max} und auch das Spannungsverhältnis q/p' nehmen zu, wenn die Anfangsporenzahl abnimmt, siehe Abbildungen 5 (a) - (c). Das entsprechende volumetrische Verhalten ist in den Abbildungen 5 (d) und (e) dargestellt. Eine Animation ist verlinkt.⁹

In Abbildung 6 wird ein dränkter (cd) Triaxialversuch an normalkonsolidiertem Ton mit dem

⁷https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/asbs_hypo-4.wgl

⁸https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/asbs_hypo_2.html

⁹https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/triax_cd_pykno_hypo.gif

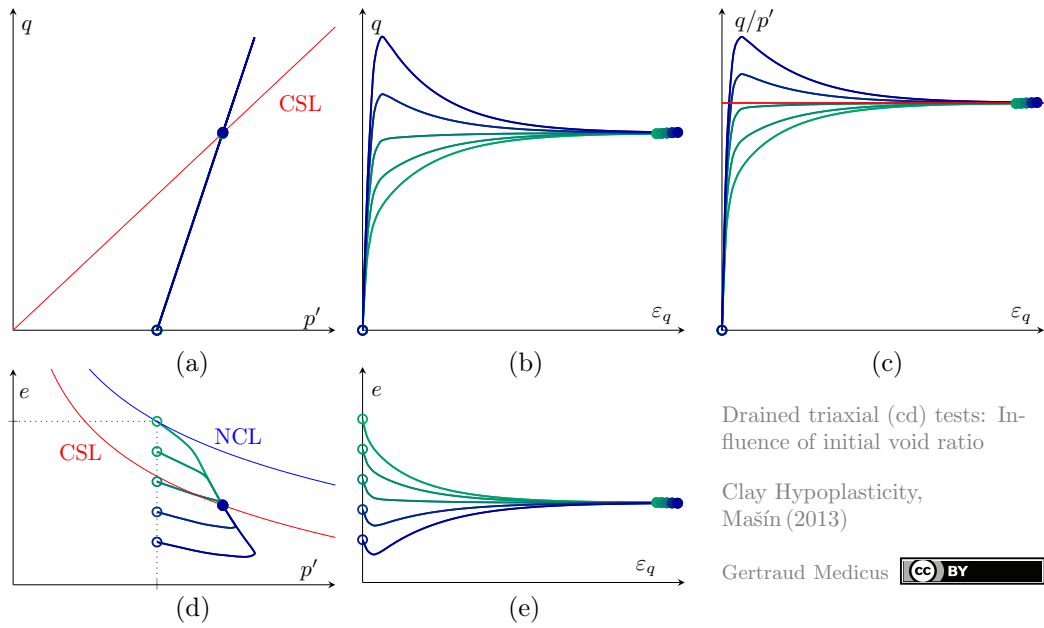


Abbildung 5: Undrained Triaxialversuche werden mit der Hypoplastizität simuliert. Der Einfluss der Anfangsporenzahl wird visualisiert.

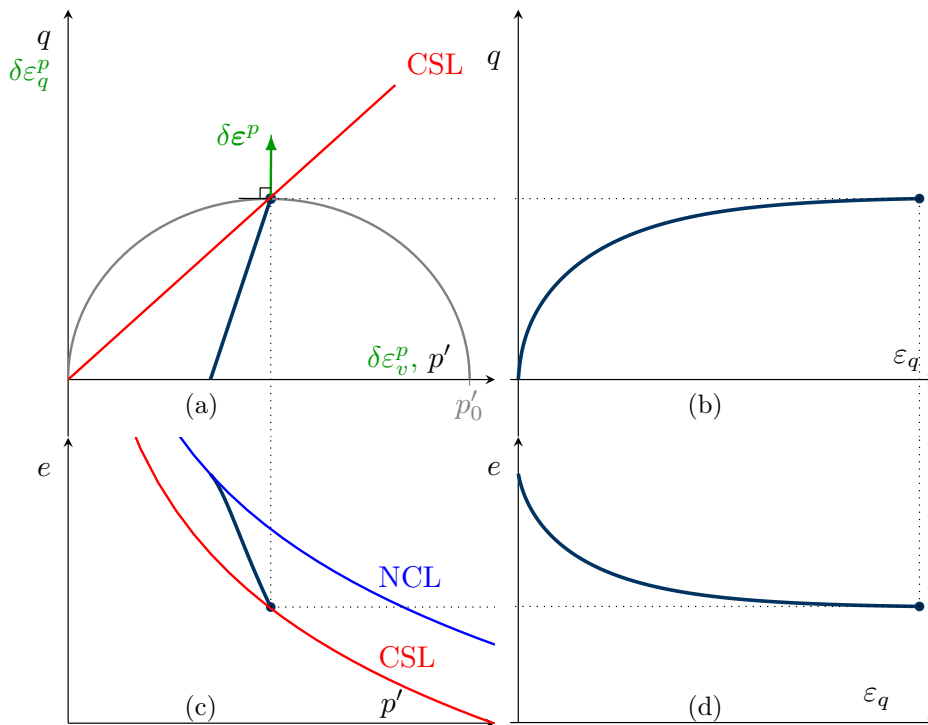


Abbildung 6: Dränierter (cd) Triaxialversuch: Normalkonsolidierter Ton wird mit dem Modified Cam Clay Modell simuliert. Die assoziierte Fließregel und Verfestigung werden veranschaulicht.

Modified Cam Clay simuliert. Die assoziierte Fließregel und der Verfestigungsprozess werden in einer Animation veranschaulicht.¹⁰ Abbildung 7 zeigt die Simulation eines undrännierten (cu) Triaxialversuch an normalkonsolidiertem Ton. Der Verfestigungsprozess und die Entwicklung des Porenwasserdrucks u werden veranschaulicht.¹¹ Die gestrichelte Linie (TSP) in Abbildung (a) kennzeichnet den totalen Spannungspfad.

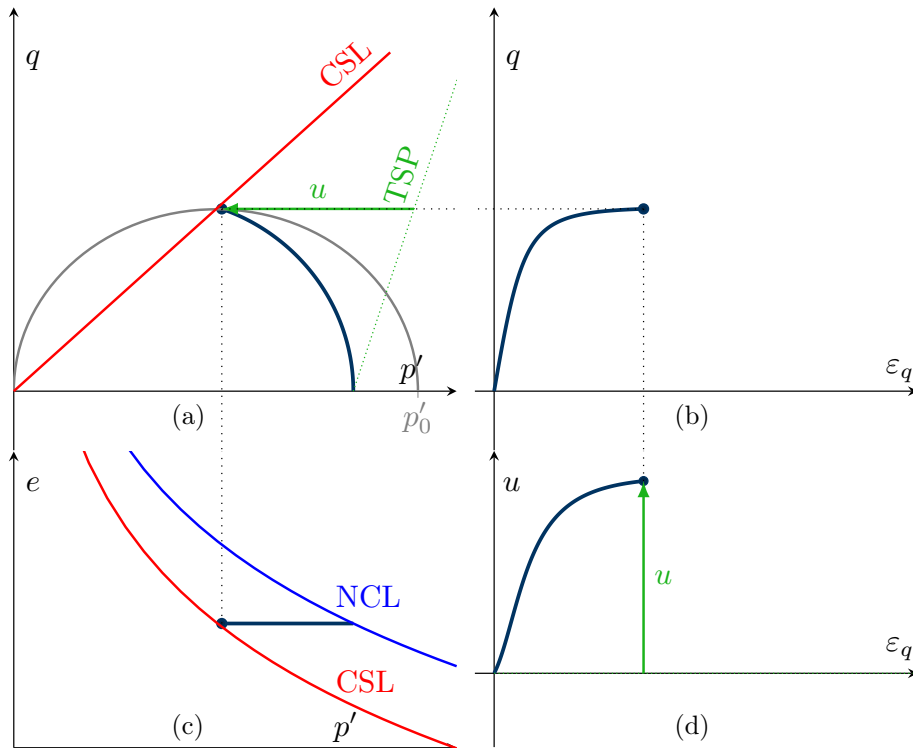


Abbildung 7: Undrännierter (cu) Triaxialversuch: Normalkonsolidierter Ton wird mit dem Modified Cam Clay Modell simuliert.

Auf der Projektseite sind weitere Visualisierungen zum Modified Cam Clay Modell und zur Hypoplastizität für Ton zu finden.

3 Verwendete Software

Zur Erstellung der interaktiven, dreidimensionalen Darstellungen wurden die freien Software Pakete 'Asymptote: The Vector Graphics Language' (asymptote.sourceforge.io) und GeoGebra (geogebra.org) verwendet. Die Qualität der 3D Visualisierung ist mit Asymptote höher als mit GeoGebra. Die mit Asymptote erstellten 3D WEBGL Vektorgrafiken können in HTML Dateien eingefügt werden. Eine Ausgabe als interaktives PDF ist möglich. Mit GeoGebra können u.a. einfach Schieberegler erstellt werden, die eine Variation der Parameter ermöglichen.

¹⁰https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/MCC_triax_cd_NC.gif

¹¹https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/MCC_triax_cu_NC-1.gif

Einige Animationen wurden mit $\text{L}^{\text{T}}\text{E}^{\text{X}}$ (`pgfplots`, `tikzpicture`) erstellt. Für andere Animationen wurden einzelne Bilder mit `MATLAB` erstellt und dann als GIF-Dateien zusammengefügt.

Außerdem wird Programmcode auf der Projektseite (hauptsächlich: `MATLAB`-Skripte) allen zur Verfügung gestellt. Die einfach gehaltenen und kommentierten Skripte sollen den Einstieg in das Programmieren erleichtern: Damit werden Studierende ermutigt, ihre digitalen Kompetenzen anhand konkreter Beispiele weiterzuentwickeln.

4 Didaktik & Feedback

4.1 Hochschuldidaktik

Die mathematische Beschreibung von Materialmodellen erfolgt drei- und mehrdimensional. Studierenden fällt die Vorstellung oftmals bereits im dreidimensionalen Raum schwer. Geometrische Formen, als auch entsprechende Projektionen und Schnitte bleiben mit statischen Bildern aus Lehrbüchern und mit der formelmäßigen Beschreibung oft abstrakt. Animierte und interaktive Darstellungen erleichtern das Verständnis und sind im Bereich der Materialmodellierung eine innovative Lehr- und Lernmethode. Das digitale Projekt *Animating Soil Models* soll v.a. die Vorstellung abstrakter Inhalte durch Visualisierung unterstützen.

4.2 Feedback zum Projekt

Zu Beginn des Projektes gab es den Aufruf, Feedback zu den geplanten Projektkinhalten zu geben und auch die Möglichkeit, sich für einen Newsletter (500 Abonnent:innen) einzutragen. Durch diese Rückmeldungen wurden Inhalte entsprechend adaptiert und auch fortlaufend nach Bedarf ausgebaut: Ursprünglich waren mehrere zweidimensionale Animationen geplant. Aufgrund der Rückmeldungen und entsprechenden Anliegen von Studierenden und Lektor:innen wurde der Schwerpunkt im Projekt auf dreidimensionale Grafiken gelegt.

Für die Akzeptanz des Projektes war es sicher von Vorteil, dass viele Studierende und Lehrpersonen aufgrund der Pandemie digitale Lernressourcen nutzen wollten. Rückmeldungen zum Projekt zeigen, dass Lektor:innen die Visualisierungen ganz unterschiedlich in die Lehre integriert haben: Einige haben lediglich die Projektseite in den Kursunterlagen verlinkt, andere haben die Animationen in ihre Präsentationen eingebaut. Ein paar Lektor:innen haben rückgemeldet, dass sie zu den Visualisierungen und `MATLAB`-Skripten Übungsaufgaben formuliert haben.

Die Autorin nahm dieses Projekt zum Anlass zusammen mit Katerina Ziotopoulou (University of California, Davis, US) und Nejan Huvey (Middle East Technical University, Ankara, Türkei) eine internationale Umfrage zum Projekt, als auch zur Lehre im Bereich der Materialmodelle im

allgemeinen zu erstellen. Die Evaluierung wird derzeit ausgewertet.¹² Es zeichnet sich ab, dass die Qualität des Projektes *Animating Soil Models* durchgehend als hoch eingeschätzt wird. In Anhang C ist eine Auswahl von Rückmeldungen zum Projekt.

5 Zusammenfassung

Dieser Text soll an einigen Beispielen eine Übersicht der Projekthinhalte von *Animating Soil Models* geben. Die vorgestellten Visualisierungen, und viele andere, werden auf der Plattform SoilModels.com unter der offenen Lizenz CC BY von Creative Commons¹³ als Lehr- und Lernmaterial zur Verfügung gestellt. Die Visualisierungen helfen Studierenden, zeitlich und örtlich unabhängig Stoffmodelle zu verstehen und ihr Wissen zu vertiefen. Auch Lehrpersonen haben rückgemeldet, dass sie sich durch das Projekt weitergebildet haben und dass ihnen das Lehren der abstrakten Inhalte nun leichter fällt.

Danksagung

Gertraud Medicus dankt der *Universität Innsbruck* und dem *AURORA Netzwerk* für die Ermöglichung des Projektes. Diese Forschung wurde teilweise durch den Wissenschaftsfonds (FWF) finanziert, Projektnummer: V-918. Zum Zweck des freien Zugangs hat die Autorin für jedwede akzeptierte Manuskriptversion, die sich aus dieser Einreichung ergibt, eine 'Creative Commons Attribution CC BY'-Lizenz vergeben. Dank geht auch an David Mašín (Charles Universität Prag) für die Unterstützung auf der Plattform SoilModels.com und an Hans-Peter Schröcker (Universität Innsbruck) für den Hinweis zum Programm Asymptote: The Vector Graphics Language. Besonderer Dank gilt den Kooperationspartner:innen/Kolleg:innen Manuel Bode, Wolfgang Fellin, Nejan Huvey, Barbara Schneider-Muntau, Merita Tafili, Mahdi Taiebat, Franz Tschuchnigg und Katerina Ziotopoulou für die gute Zusammenarbeit in Zusammenhang mit dem Projekt *Animating Soil Models*.

Literatur

D. V. Griffiths. (1990), Failure Criteria Interpretation Based on Mohr-Coulomb Friction. *Journal of Geotechnical Engineering*, 116(6):986–999. doi:10.1061/(ASCE)0733-9410(1990)116:6(986).

D. V. Griffiths and J. Huang. (2009), Observations on the extended Matsuoka-Nakai failure

¹²Gertraud Medicus, Katerina Ziotopoulou & Nejan Huvey (manuscript in preparation): *Challenges and opportunities in teaching constitutive models in geotechnical courses*

¹³<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

criterion. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33 (17):1889–1905. doi:10.1002/nag.810.

G. Gudehus, A. Amorosi, A. Gens, I. Herle, D. Kolymbas, D. Mašín, D. Muir Wood, R. Nova, A. Niemunis, M. Pastor, C. Tamagnini, and G. Viggiani. (2008), The soilmodels.info project. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32:1571–1572. doi:10.1002/nag.675.

M. T. Manzari and Y. F. Dafalias. (1997), A critical state two-surface plasticity model for sands. *Géotechnique*, 47(2):255–272. doi:10.1680/geot.1997.47.2.255.

D. Mašín. (2013), Clay hypoplasticity with explicitly defined asymptotic states. *Acta Geotechnica*, 8(5):481–496. doi:10.1007/s11440-012-0199-y.

K. Roscoe and J. Burland. (1968), On the generalised stress-strain behaviour of wet clay. In J. Heyman and F. Leckie, editors, *Engineering Plasticity*, pages 535–609. Cambridge University Press: Cambridge.

M. Yang, M. Taiebat, and Y. F. Dafalias. (2022), SANISAND-MSf: a sand plasticity model with memory surface and semifluidised state. *Géotechnique*, 72(3):227–246. doi:10.1680/jgeot.19.P.363.

A Notation

Im Projekt wird $\boldsymbol{\sigma}$ für den Cauchy’schen effektiven Spannungstensor verwendet. Spannungen und Verzerrungen sind für Kompression positiv definiert. Ein Spannungszustand kann als Hauptspannungszustand über die Hauptnormalspannungen $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ oder mittels Spannungsinvarianten p', q und θ beschrieben werden. Die gemittelte Hauptnormalspannung ist $p' = \frac{1}{3} \text{tr } \boldsymbol{\sigma}$. Die Deviatorspannung wird in Abhängigkeit der drei Hauptnormalspannungen wie folgt formuliert:

$$q = \left\{ \frac{1}{2} [(\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_2)^2] \right\}^{1/2}.$$

Der Lodewinkel θ definiert die deviatorische Richtung eines Spannungszustandes in der Deviator ebene und ist wie folgt definiert:

$$\theta = \frac{1}{3} \arcsin \frac{3\sqrt{6} \det \boldsymbol{\sigma}^*}{\|\boldsymbol{\sigma}^*\|^3} \quad \text{with} \quad \boldsymbol{\sigma}^* = \boldsymbol{\sigma} - \frac{\text{tr } \boldsymbol{\sigma}}{3} \mathbf{1}$$

Damit ist für axialsymmetrische triaxiale Kompression $\theta = 30^\circ$, für axialsymmetrische triaxiale Extension ist $\theta = -30^\circ$. Für nicht axialsymmetrische Zustände gilt $-30^\circ < \theta < 30^\circ$.

B MATLAB Skript

Das Skript `asbs_hypoclay.m` zur Erstellung der *Asymptotic State Boundary Surface (ASBS)* ist auf der Projektseite verfügbar.¹⁴

```
1 clear all; close all; clc
2 %%
3 disp('=====')
4 disp(' ASBS of clay hypoplasitiy (Masin, 2013) ')
5 disp(' script by Gertraud Medicus (04/2022) ')
6 disp(' https://soilmodels.com/soilanim/ ')
7 disp('=====')
8 % Masin (2013): https://doi.org/10.1007/s11440-012-0199-y
9 %%
10 N = 1; lambda = 0.1; kappa = 0.01; phi_c = 25; a = 0.3; % choose constants
11 M = 6*sind(phi_c)/(3-sind(phi_c));
12 %% ASBS as parametric surface
13 pe = 10:100; phim = 0:.25:90; % set range of parameters
14 i=1;
15 for p_e = pe
16     j=1;
17     for phi_m = phim
18         omega = -log(cosd(phi_c)^2)/log(2)+a*(sind(phi_m)^2-sind(phi_c)^2);
19         p(i,j) = (1-sind(phi_m)^2)^(1/omega)*p_e;
20         q(i,j) = 6*sind(phi_m)/(3-sind(phi_m))*p(i,j);
21         e(i,j) = exp(N-lambda*log(p_e))-1;
22         j=j+1;
23     end
24     i=i+1;
25 end
26 %%
27 figure(1)
28 gold = [1 0.84 0]; colormap(gold); % choose rgb color and colormap
29 %
30 for k = [1:round(length(pe)/5):length(pe) length(pe)]
31     plot3(p(k,:),e(k,:),q(k,:), 'Color',gold);hold on % param. lines , pe=const
32 end
33 %
34 surf(p,e,q);hold on % plot surface
35 plot3(pe,e(:,end),0*pe, '-','Linewidth',1.5,'Color','b');hold on % NCL
36 plot3(pe/2,e(:,end),M*pe/2, '-','Linewidth',1.5,'Color','r');hold on % CSL
37 %
38 xlabel('$p$ (kPa)', 'Interpreter','Latex'); xlim([0 p_e]);
39 ylabel('$e$', 'Interpreter','Latex'); ylim([-inf inf]);
40 zlabel('$q$ (kPa)', 'Interpreter','Latex'); zlim([0 p_e]);
41 pbaspect([1,1,1]); grid on; set(gca, 'xDir','reverse');
42 %
43 view([-210 15]); % view
44 camlight('left'); shading interp; % light/shading
45 %
46 print('-r300','-dpng','asbs_hypo.png'); % print figure
```

¹⁴https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/asbs_hypoclay.zip

C Feedback zum Projekt

Hier ist eine Auswahl von Rückmeldungen von Studierenden zum Projekt:

- *Sehr hilfreiche Animationen zur Veranschaulichung einzelner Zusammenhänge (Einfluss und Zusammenwirkung der Parameter, Vor- und Nachteile von Modellen, etc.); Sehr nützlich als begleitende Veranschaulichung neben den theoretischen, mathematischen Grundlagen; Auch nützlich in Hinsicht auf praktische Anwendungen mit numerischer Software; Freue mich auf viele weitere Darstellungen!*
- *I really admire your work, found it really helpful for the geotechnical graduate students and even for professionals. I would kindly like to have updated information about your e-learning project and learn next phases too.*
- *I think this is a wonderful idea to land abstract concepts in the visual realm. It is very useful when one is learning constitutive modeling and teaching.*

Feedback von Lektor:innen (Auswahl):

- *The outcomes of this project are what I wanted to see when I first learned these topics as a student, and what I want to show to my students as a lecturer of a geomechanics course. I strongly believe that this project will have enormous, long-lasting, and international impacts on the community – especially considering the new landscape of e-learning after the pandemic.*
- *I've never been more excited about teaching plasticity! (And I can't be the only one.)*
- *I find the outcomes of this project extremely useful for our ability to nicely present these challenging topics. Most students today are visual learners so they would benefit a lot. I will certainly look forward to immediately adopting outcomes in my Graduate Theoretical Geomechanics class.*
- *Great animations. Would be great to also have other yield surface (nor related to soils) like Von Mises or Drucker Prager to compare with. Some students know Von Mises before entering our soil modeling course, and the bridge would be great.*
- *Excellent idea and implementation.*
- *(...) First of all, congratulations for this proposal and project. It is very interesting this way of showing complicate relationships and parameters, usually difficult for students and people with little experience in soil mechanics. As a suggestion, and if possible, I would include the possibility of allowing the user to modify the input parameters into the model, in order to see the changes. (...)*
- *I used your animations in class yesterday. The students were amazed, and they said: 'yes, now we understand Cam Clay!'*
- *Love your works, very useful for teaching activities.*

Autorin

Dr.-techn. Dipl.-Ing. Gertraud Medicus

Universität Innsbruck

Arbeitsbereich für Geotechnik

Technikerstr. 13

6020 Innsbruck, Österreich

Tel.: +43(0)512/507-62374

Fax: +43(0)512/507-62399

E-mail: gertraud.medicus@uibk.ac.at

Web: https://www.uibk.ac.at/geotechnik/staff/gertraud_medicus.html.en

Influence of the constitutive model on the prediction of the long-term behaviour of monopiles in sand

Torsten Wichtmann, Merita Tafli, Jan Macháček, Patrick Staubach,
Luis Felipe Prada-Sarmiento

Abstract: This paper presents an investigation on the influence of the chosen constitutive model on the prediction of long-term deformations of monopile foundations for offshore wind turbines. Two types of finite element simulations are performed: In the first one 100 cycles are simulated with a “conventional” constitutive model, while in the second one two conventional cycles are followed by $2 \cdot 10^5$ cycles calculated with a high-cycle accumulation (HCA) model. Two popular “conventional” constitutive models, Hypoplasticity with intergranular strain and the elastoplastic Sanisand model, are compared in both types of simulations. Their calibration and performance in element test simulations is briefly addressed. Furthermore, the conventional and the HCA calculation strategy are compared for intermediate numbers of cycles.

1 Introduction

The majority of offshore wind turbines is founded on large monopiles. In their design the long-term deformations caused by the high-cyclic loading due to wind and waves must be quantified. The high-cyclic loading may lead to permanent strain accumulation in the soil, which may endanger the serviceability of the structure in case of excessive tilting. Beside some simpler, engineer-oriented approaches (see, for instance, Byrne et al., 2020; Kementzetzidis, Pisanò and Metrikine, 2022 for 1D approaches) such proofs of serviceability can be done by means of finite element simulations.

Two calculation approaches can be distinguished when dealing with cyclic loading. In the first one shown in Figure 1a each cycle is calculated with many increments using a conventional constitutive model, e.g. of hypoplastic or elastoplastic type. However, the constitutive model must be suitable for that purpose, and deliver an accumulation of permanent strain after the completion of each individual cycle. A large computational effort and the accumulation of errors with each increment turn out to be the disadvantages of this approach. Therefore, it is usually regarded as appropriate for rather low numbers of cycles, up to about $N = 100$. For significantly larger numbers of cycles the second type of calculation strategy shown in Figure 1b may be more suitable. In that case only the first two cycles are calculated conventionally. From the strain path

recorded in the second cycle the spatial field of the strain amplitude is obtained, which is used as input for the subsequent simulation with a high-cycle accumulation (HCA) model (Niemunis, Wichtmann and Triantafyllidis, 2005). The HCA model takes increments of the number of cycles ΔN as input and predicts the resulting increment in residual strain, without following the stress or strain paths within the individual cycles. Considering compaction or effective stress changes, the field of strain amplitude can be updated after certain numbers of cycles introducing so-called update cycles. An attractive alternative is the continuous update applying the concept of an adaptive strain amplitude recently proposed by Staubach et al. (2022b). The strategy using a HCA model has the advantage that for a given number of cycles much less increments have to be calculated than in the conventional approach, and thus the numerical error is much lower. Furthermore, the development of permanent strain with increasing number of cycles and the multiple dependencies on e.g. amplitude, density or average stress can be much easier described by a HCA model than by a conventional constitutive model. For instance, most conventional models cannot reflect the strong decrease of the rate of strain accumulation with increasing number of cycles observed in laboratory tests, but rather predict an almost linear increase of permanent strain with N . Each extension of these models would require a higher computational effort.

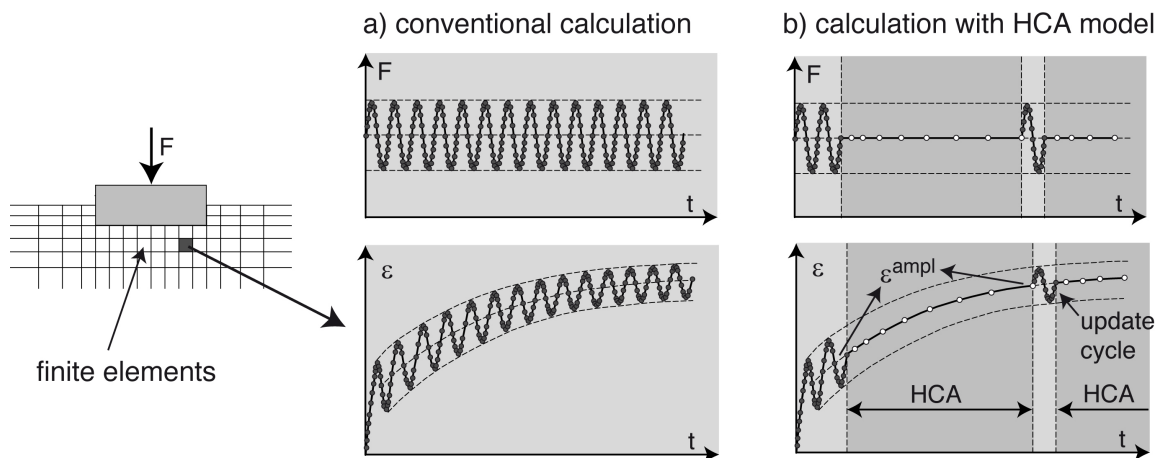


Figure 1: Two different calculation strategies for geotechnical structures under cyclic loading, shown for a shallow foundation: a) conventional calculation, b) calculation with HCA model

There may be cases with intermediate numbers of cycles (say $50 \leq N \leq 200$) where both calculation approaches could be chosen. An example are simulations of offshore wind turbine foundations, where the complicated load history over the whole lifetime is simplified to a limited number of cycles with rather large amplitudes. Furthermore, for both calculation strategies a suitable conventional constitutive model must be selected. For the conventional simulations this model should predict the accumulation of strain with each individual cycle as accurate as possible. In case of the simulations with the HCA model, the conventional model determines the spatial field of the strain amplitude, which is the most important input parameter of the HCA model and thus strongly influences the predicted permanent deformations. In this case it is of primary importance that the conventional constitutive model delivers an accurate prediction of the elastic portion of deformation.

Numerous constitutive models for soils have been proposed in the literature, which can be roughly divided into elastoplastic (Dafalias and Manzari, 2004; Dafalias, Papadimitriou and Li, 2004; Taiebat and Dafalias, 2008; Yuan and Whittle, 2021; Marinelli et al., 2022; Chiaradonna et al., 2022), hypoplastic (Wolffersdorff, 1996; Niemunis and Herle, 1997) and hybrid approaches (Fuentes et al., 2020; Fuentes, Tafili and Triantafyllidis, 2018; Tafili and Triantafyllidis, 2020; Fuentes, Mašín and Duque, 2021; Tafili et al., 2022a). Characteristic limitations of some advanced plasticity and hypoplasticity models for cyclic loading of sands and clays in terms of element test simulations are provided in Duque et al. (2022a), Duque et al. (2022b) and Tafili et al. (2022b), while Macháček et al. (2021) presented an investigation of three sophisticated constitutive soil models by means of element tests as well as the back analysis of vibratory pile driving tests in sand. Several models are, however, available in different versions or implementations, which even complicates the choice of a constitutive model. The present paper concentrates on a comparison of the two most popular constitutive models for sand, the elastoplastic Sanisand model in the version of 2004 (Dafalias and Manzari, 2004) and the hypoplastic model of von Wolffersdorff (Wolffersdorff, 1996) extended by intergranular strain (Niemunis and Herle, 1997). A calibration of these models for Karlsruhe fine sand and a comparison of their prediction quality in element test simulations, based on the Karlsruhe fine sand database (Wichtmann and Triantafyllidis, 2016a; Wichtmann and Triantafyllidis, 2016b; Wichtmann, 2022) has been already published by Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019). In the present paper this comparison is extended to finite element simulations of a monopile foundation. Furthermore, the performance of both models when coupled with a HCA model is evaluated. Finally, both types of calculation strategies introduced above are compared, using either the hypoplastic or the Sanisand model.

2 Applied constitutive models

2.1 Calibration

The calibration of Hypoplasticity with intergranular strain and Sanisand for Karlsruhe fine sand based on index tests, oedometric compression tests, drained monotonic triaxial tests and undrained cyclic triaxial tests is described in detail by Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019). The parameters of the hypoplastic model are given in Table 1, while those of Sanisand are summarized in Table 2. During calibration a main focus was set in accurately reproducing the data of an undrained cyclic triaxial test, particularly the accumulation of excess pore water pressure Δp_{acc}^w and the development of axial strain amplitude ε_1^{amp} with increasing number of cycles. The test used for calibration was performed on a medium dense sample ($D_{r0} = 67\%$) with isotropic consolidation at a mean effective stress $p_0 = 200$ kPa and stress cycles of amplitude $q^{amp} = 60$ kPa. The good agreement of the experimental and calculated curves $\Delta p_{acc}^w(N)$ and $\varepsilon_1^{amp}(N)$ is confirmed by the diagrams in Figure 2, where the experiment is shown in gray colour while the simulations of Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019) are provided by the blue (Hypoplasticity) or orange (Sanisand) lines. The reproduction of the accumulation rates (of pore water pressure in the undrained case and volumetric strain in the drained case) is of particular importance for the conventional simulations, while a good prediction of the strain amplitude is

mandatory for the simulations with coupling to a HCA model.

The corresponding effective stress paths in the p - q plane and stress-strain relationships in the q - ε_1 diagram are provided in the upper rows of Figures 3 and 4. Some deficits and discrepancies of the constitutive models are visible in these diagrams. While Hypoelasticity performs better in reproducing the effective stress reduction in the first cycle (due to an isotropically initialized intergranular strain, see also Figure 2), the butterfly-shaped effective stress path in the cyclic mobility phase near the end of the test is much better reproduced by Sanisand, due to its incorporated stress-dilatancy tensor \mathbf{z} . However, both models fail to predict the almost symmetrical development of the axial strain during the last phase of the test. Hypoelasticity and Sanisand predict an accumulation of extensional strain only, while the axial strain increases simultaneously in both compression and extension in the experiment.

Table 1: Material parameters of Hypoelasticity with intergranular strain for Karlsruhe fine sand

φ_c	e_{i0}	e_{c0}	e_{d0}	h_s	n	α	β	R	m_R	m_T	β_R	χ
[°]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
33.1	1.212	1.054	0.677	4000	0.27	0.14	2.5	10^{-4}	2.2	1.1	0.1	5.5

Table 2: Material parameters of Sanisand model for Karlsruhe fine sand

e_0	λ	ξ	M_c	M_e	m	G_0	ν	h_0	c_h	n_b	A_0	n_d	z_{\max}	c_z
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
1.103	0.122	0.205	1.34	0.938	0.05	150	0.05	10.5	0.75	1.2	0.9	2.0	20.0	10000

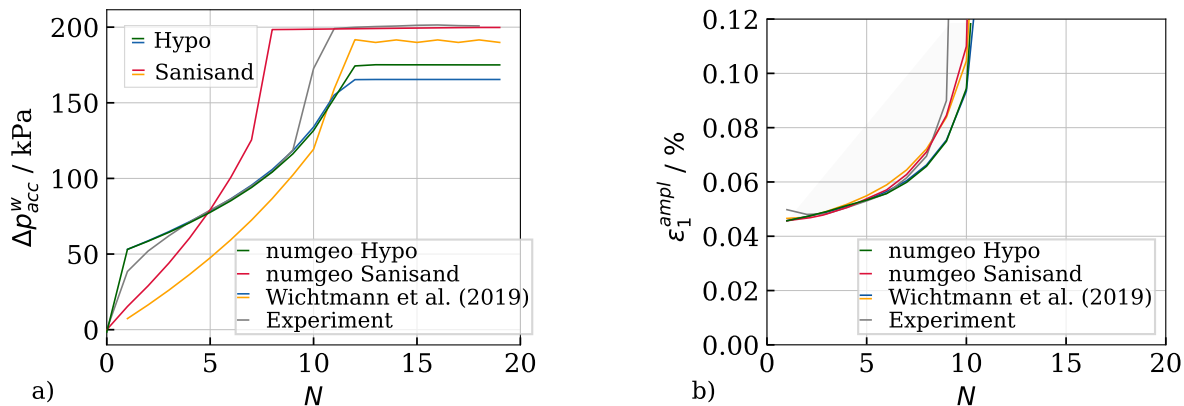


Figure 2: Comparison of the experimental data of test TCUI7 with the results of the simulations using the two different constitutive models and two different implementations: a) accumulated pore water pressure $\Delta p_{\text{acc}}^w(N)$, b) axial strain amplitude $\varepsilon_1^{\text{ampl}}(N)$

The parameters of the high-cycle accumulation model for Karlsruhe fine sand were calibrated based on a detailed series of drained cyclic triaxial tests with 10^5 cycles, performed on samples with different initial relative densities using different stress amplitudes and average stresses. The calibration procedure is explained in detail in Wichtmann (2016). The parameters are summarized in Table 3.

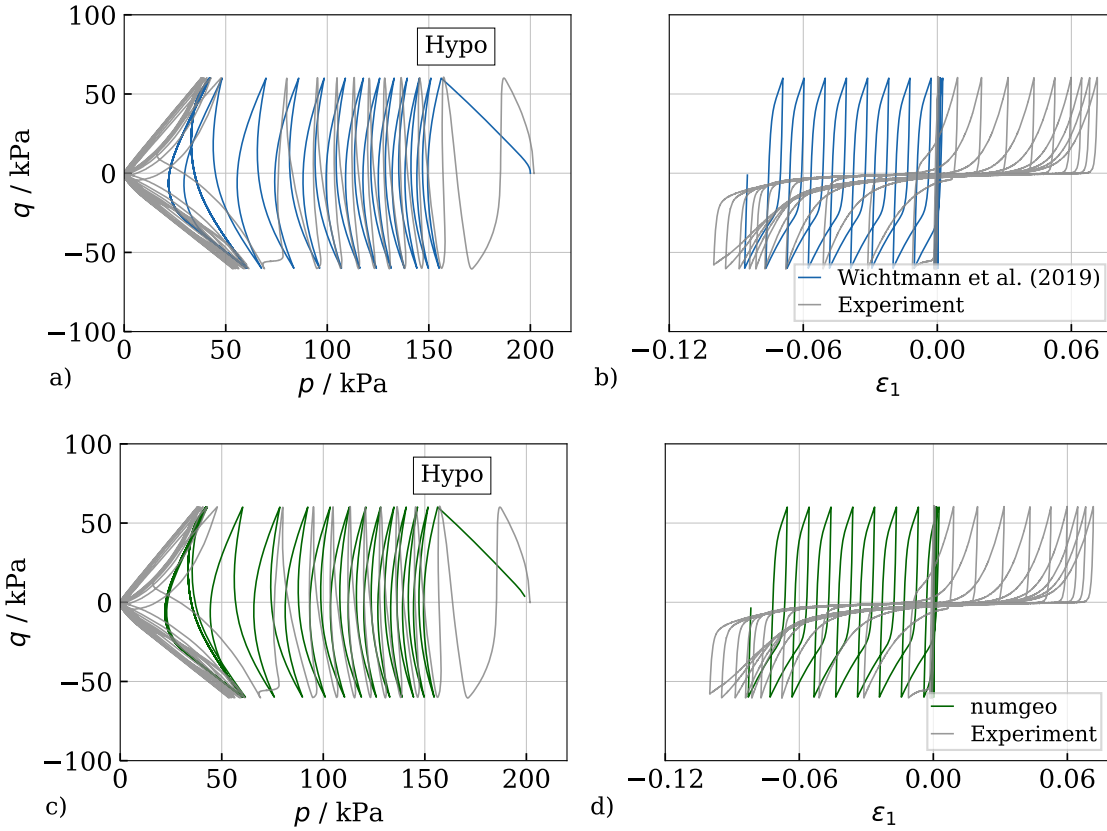


Figure 3: Simulations of undrained cyclic triaxial test TCUI7 ($D_{r0} = 67\%$, $p_0 = 200$ kPa, $\eta_0 = 0$, $q^{\text{ampl}} = 60$ kPa) with Hypoplasticity with Intergranular strain: a) simulations of Wichtmann, Fuentes, and Triantafyllidis (2019), b) simulations with numgeo

Table 3: Material parameters of HCA model for Karlsruhe fine sand

C_{ampl}	C_e	C_p	C_Y	C_{N1}	C_{N2}	C_{N3}
[-]	[-]	[-]	[-]	$[10^{-4}]$	[-]	$[10^{-5}]$
1.33	0.60	0.23	1.68	2.95	0.41	1.90

2.2 Influence of implementation and performance in element test simulations

The element test simulations of Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019) were performed with the program *Incremental Driver* of Niemunis (Niemunis, 2008), using implementations of the hypoplastic model written by A. Niemunis and of the Sanisand model by W. Fuentes. The finite element simulations documented in the next section have been conducted with the FE code *numgeo* (www.numgeo.de) developed by the authors J. Machaček and P. Staubach, which applies new implementations of the same constitutive models. Some additional simulations in the framework of Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019) already revealed that different implementations of the same constitutive model, using the same set of material constants,

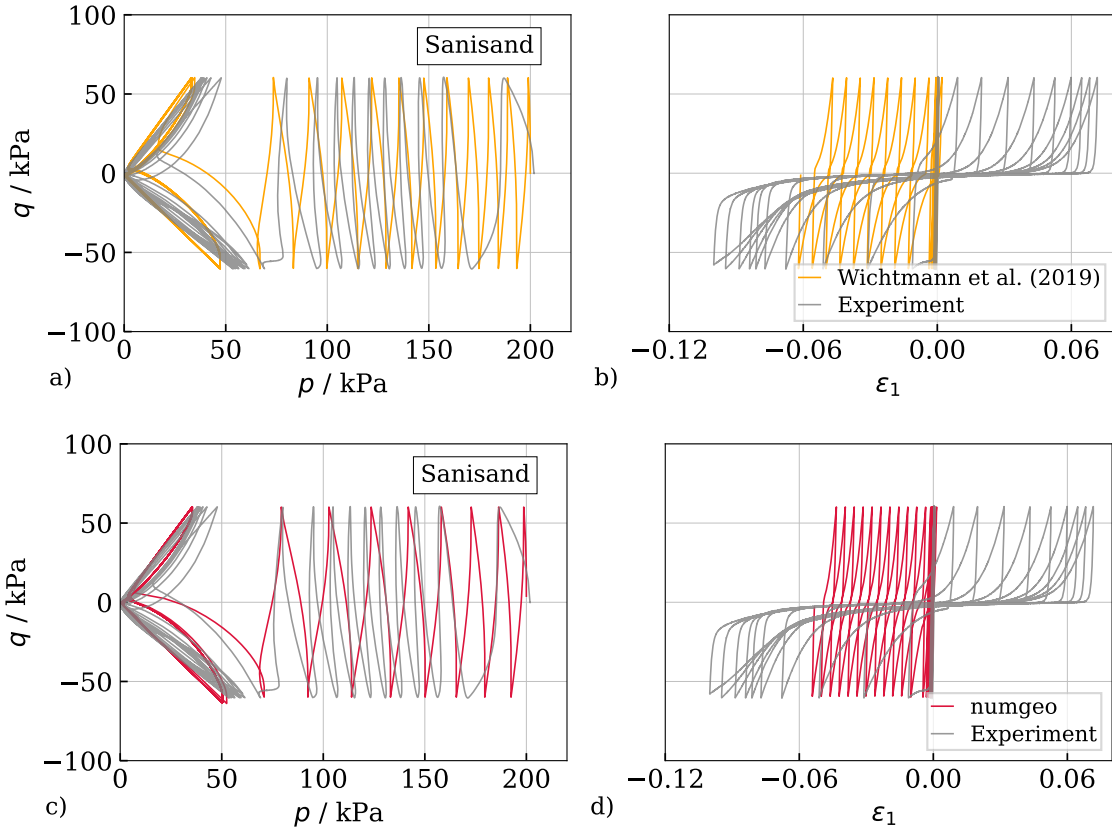


Figure 4: Simulations of undrained cyclic triaxial test TCUI7 ($D_{r0} = 67\%$, $p_0 = 200$ kPa, $\eta_0 = 0$, $q^{\text{ampl}} = 60$ kPa) with Sanisand: a) simulations of Wichtmann, Fuentes, and Triantafyllidis (2019), b) simulations with numgeo

can deliver slightly to moderately different predictions of soil response. Since the parameters calibrated by Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019) should be re-used for the finite element simulations, it was mandatory to check if the implementations used in *numgeo* lead to similar results as those applied previously by Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019). Therefore, selected element tests from the database (Wichtmann and Triantafyllidis, 2016a; Wichtmann and Triantafyllidis, 2016b; Wichtmann, 2022) were simulated again, now with *numgeo* instead of *Incremental Driver* and using a single element. The results were compared to those published by Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019).

The second rows of Figures 3 and 4 show the results of the simulations of the undrained cyclic test TCUI7 with *numgeo*. As in the work of Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019) the intergranular strain tensor of the hypoplastic model was initialized isotropically, while all components of the back-stress tensor of the Sanisand model were set to zero at the start of the simulation. The comparison with the simulations of Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019) provided in the first row of the same figures reveals only slight differences between the different implementations. The most evident ones are the faster relaxation of mean effective stress (p - q diagram) and the lower rate of extensional strain accumulation in the cyclic mobility phase (q - ε_1 diagram) predicted by the Sanisand implementation of *numgeo*. A closer look on the

development of excess pore water pressure and axial strain amplitude is undertaken in Figure 2, where the simulations with *numgeo* have been added as green (Hypoplasticity) or red (Sanisand) curves. While both implementations of Hypoplasticity deliver almost the same curves $\Delta p_{acc}^w(N)$ and $\varepsilon_1^{ampl}(N)$, the picture is less unique for Sanisand. While both Sanisand implementations predict almost similar developments of strain amplitude, a pronounced faster build-up of excess pore water pressure is obtained from *numgeo* compared to the previous *Incremental Driver* simulations. However, for the time being these differences are accepted for the FE simulations presented in the following section, and considered in the interpretation of results. A fine-tuning of the Sanisand parameters for *numgeo*, to achieve a better agreement between the measured and predicted curves $\Delta p_{acc}^w(N)$ will be a matter of further research.

Some further comparisons of *Incremental Driver* and *numgeo* are shown for an oedometric compression test on a loose sample with loading, unloading and reloading in Figure 5 and for three drained monotonic triaxial tests with different initial densities in Figure 6. For the oedometric compression test small deviations of the predicted curves of void ratio versus axial stress between the different implementations are visible for both constitutive models. In case of the triaxial tests there is almost no influence of the implementation on the volumetric response, i.e. the curves of volumetric strain ε_v versus axial strain ε_1 . The same applies for the $q(\varepsilon_1)$ curves simulated with Hypoplasticity. However, larger discrepancies were detected for the stress-strain relationships obtained from the Sanisand implementations, where the peak and residual shear stresses were larger with *Incremental Driver* compared to *numgeo*. This is because in the implementation of Sanisand in *Incremental Driver* a modification of the original flow rule equation published in (Dafalias and Manzari, 2004) for the calculation of the dilatancy has been adopted. Therefore, the flow direction was normalized so that a value of one is obtained in the one dimensional (e.g. isotropic compression) version of the model. The implementation in *numgeo* adopts the original equations. Further analysis of the influences of this modification on the predicted paths goes beyond the scope of this paper.

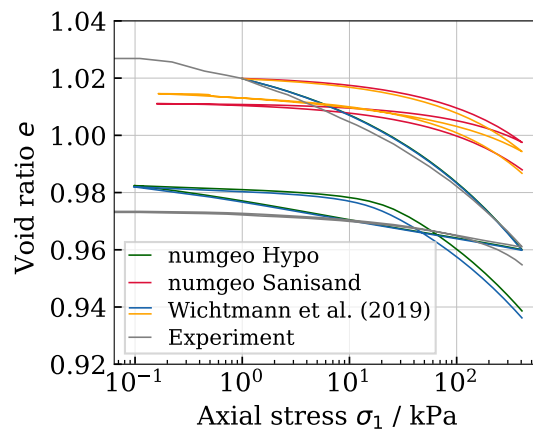


Figure 5: Simulations of an oedometric compression test on a loose ($D_{r0} = 7\%$) sample with a single un- and reloading cycle

Figures 5 and 6 reveal some further advantages or deficits of the two applied constitutive models. Sanisand is not able to adequately reproduce oedometric compression tests (Figure 5), while

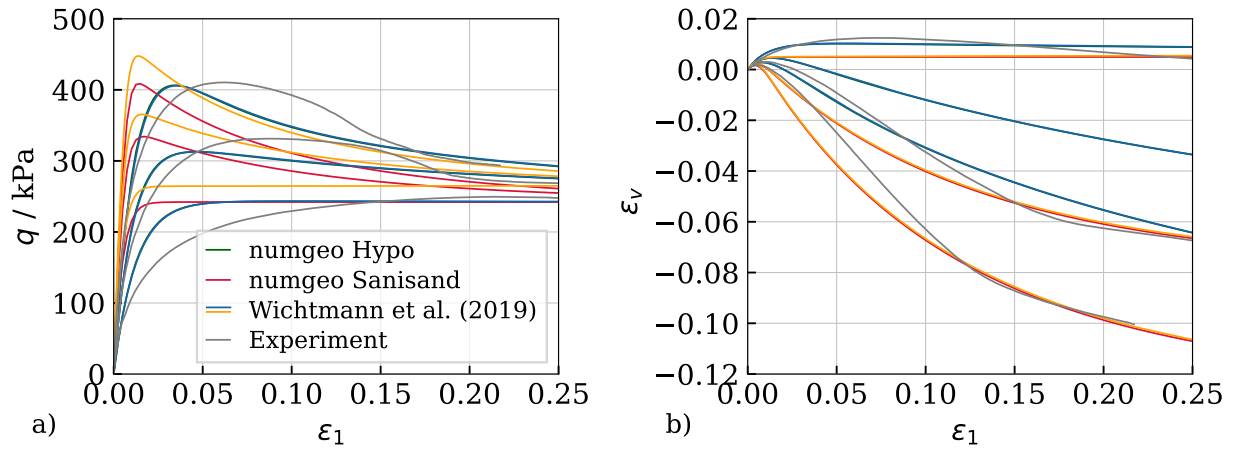


Figure 6: Simulations of drained monotonic triaxial tests with different initial densities ($D_{r0} = 21\%$, 63% , 85%) and an initial mean effective stress $p_0 = 100$ kPa

Hypoplasticity performs well in this respect. In contrast, Hypoplasticity possesses only one parameter (α) to control both the peaks of the stress-strain curves and the volumetric response. In consequence, in many cases as also in Figure 6a the model can be calibrated to fit well the peaks of the $q(\varepsilon_1)$ curves, while the agreement looks worse in case of $\varepsilon_v(\varepsilon_1)$, or vice versa. Sanisand incorporates different parameters to control both aspects of monotonic response separately, which leads to a quite well reproduction of the volume changes during shearing (Figure 6b). The overestimation of the stiffness visible in the $q(\varepsilon_1)$ curves of Figure 6b for Sanisand is due to the fact that it is almost impossible to fit well the monotonic and cyclic test data with one set of parameters. If the Sanisand model predicts well the stress-strain curves from monotonic tests, it overestimates the rates of stress relaxation or strain accumulation in cyclic tests. If the model is fitted to reproduce well the rates in the cyclic tests (as in the case of this paper), it predicts a too stiff response under monotonic loading. For the discussion of the performance of the constitutive models in other element tests, particularly under different kinds of cyclic loading, it is referred to Wichtmann, Fuentes and Triantafyllidis (2019).

3 Finite element simulations

3.1 Model

The finite element model used for the simulations with *numgeo* is shown in Figure 7. It represents a monopile foundation with an outer diameter of 5 m, a length of embedding of 30 m and a wall thickness of 80 mm. For the soil, 27-noded, tri-quadratic finite elements, discretizing the solid displacement and the pore water pressure have been used. The pile is modeled using 27-noded elements discretizing the solid displacement only. A mortar contact discretisation method presented in Staubach, Machaček and Wichtmann, 2022 is used to enforce the contact constraints between pile and soil. The elements in the soil domain become larger with increasing

distance to the pile in the horizontal and vertical direction. The soil has been modelled with an initial relative density of $D_{r0} = 60 \%$. Different drainage conditions (fully drained or partially drained with a hydraulic conductivity of $k = 1 \cdot 10^{-4}$ m/s) have been applied. In case of the partially drained simulations the top surface of the model allows for dissipation of any excess pore water pressures. The pile is modelled "wished-in-place", i.e. changes of soil state due to installation are not considered. For studies on the influence of the installation process on the pile behaviour under subsequent lateral loading it is referred to (Staubach et al., 2020; Staubach et al., 2021a; Staubach et al., 2021b; Staubach et al., 2022a). A similar monopile model has been used for the parametric study of Staubach and Wichtmann (2020), where the HCA model was used in conjunction with the hypoplastic model only. The loading is applied in analogy to Staubach and Wichtmann (2020) as a pair of horizontal and vertical forces (see Figure 7). A sinusoidal load with a frequency of 1 Hz, a mean value of the moment of $M^{av} = 30$ MNm and an amplitude of $M^{ampl} = 30$ MNm is applied to a 10 cm high extension of the pile above the seabed, which is modeled rigidly. The lever arm of the horizontal force resulting from wind and water waves is assumed to be 20 m.

An important aspect for simulations with Hypoplasticity with intergranular strain is the initialization of the intergranular strain tensor \mathbf{h} . It has been assumed to be fully mobilized in vertical direction ($h_{33,0} = -R$, all other components are set to zero) in the present case. Likewise, Sanisand requires the initialization of the back-stress tensor α . In the present case it has been initialized as $\alpha_0 = \mathbf{s}/p$ where \mathbf{s} is the stress deviator. In this case the initial state is in the centre of the elastic locus, resulting in an initially stiffer response.

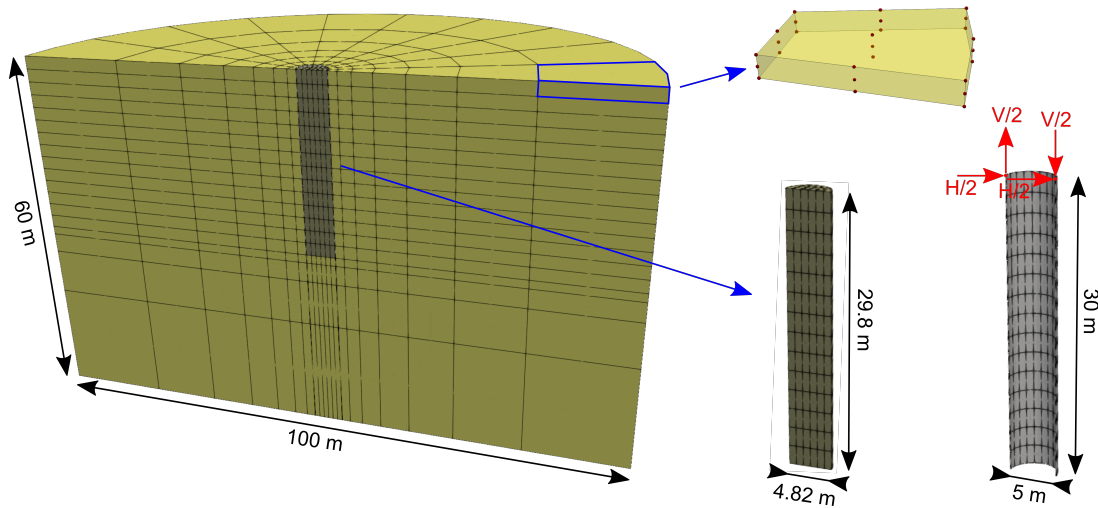


Figure 7: Finite element model of a monopile foundation

3.2 Simulations with conventional constitutive models: Hypoplasticity vs. Sanisand

In the first series of simulations 100 cycles have been calculated conventionally using either Hypoplasticity or Sanisand, considering either fully drained or partially drained conditions. The

development of accumulated horizontal pile head displacement (values at the end of the cycles) with time, which is equivalent to the number of cycles due to the chosen loading frequency 1 Hz, is shown in Figure 8a. The curves from the drained simulations reveal a known deficit of conventional constitutive models already mentioned above: The permanent displacement increases almost linearly with the number of cycles, which is due to the inability of both applied models to realistically describe the decrease of the rates of strain accumulation with N . For drained conditions both constitutive models deliver almost the same development of permanent pile head displacement with the number of cycles. This is strongly contrasted by the results from the partially drained simulations. Comparing both Sanisand simulations the deformations are much larger in the partially drained case. For Hypoplasticity this trend is reversed after approx. 25 cycles. From then on, Hypoplasticity shows only a slight increase in permanent pile head displacement for partially drained conditions, with the total values being significantly lower than in the drained case. The simulations with Hypoplasticity aborted after about 85 cycles. Comparing both partially drained simulations, the permanent pile head displacements from Sanisand exceed those from Hypoplasticity by far (about factor 8 at $N = 75$). Furthermore, in the Sanisand simulation also much higher excess pore water pressures are encountered, which are shown at $N = 50$ in Figure 9. The large differences between Sanisand and Hypoplasticity observed in the partially drained case are somewhat surprising since both models have been calibrated on the same undrained cyclic test. They can only partially be attributed to the larger accumulation rates predicted by the *numgeo* implementation of Sanisand, discussed above in terms of the build-up of excess pore water pressure in Figure 2a. Possible reasons are unclear so far and will be studied in more detail in future.

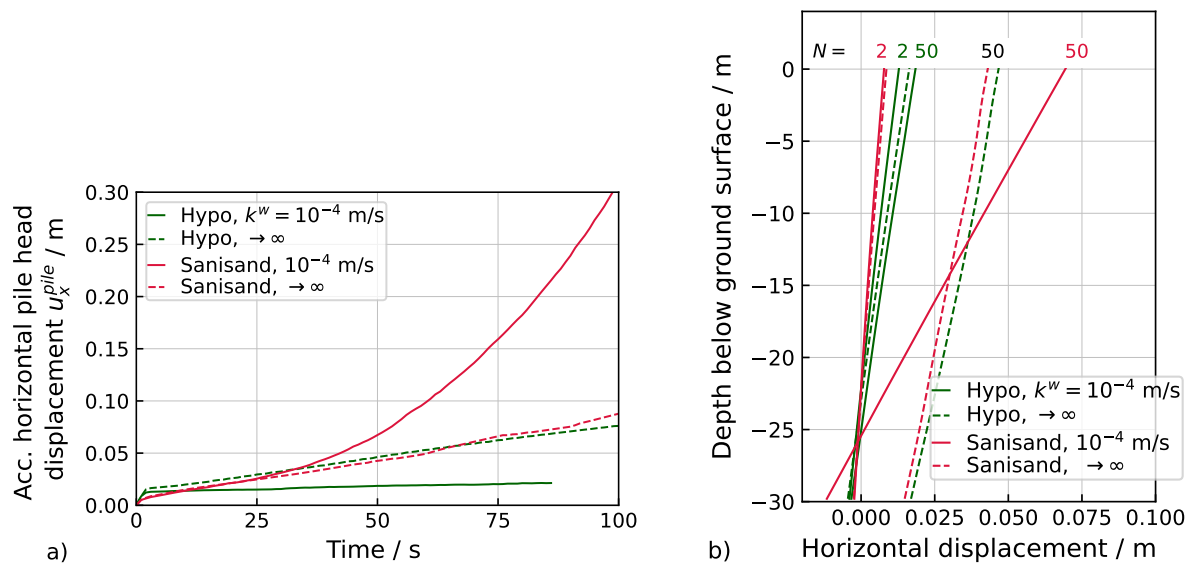


Figure 8: a) Development of accumulated horizontal pile head displacement with time (equivalent to the number of cycles) and b) deflection curves at $N = 2$ and $N = 50$ from the conventional simulations

The deflection curves after $N = 2$ and $N = 50$ cycles from these simulations are provided in Figure 8b. They reveal another surprising effect: the drift of the pile toe with increasing number of cycles in the perfectly drained case. This simulation result seems rather unrealistic for real

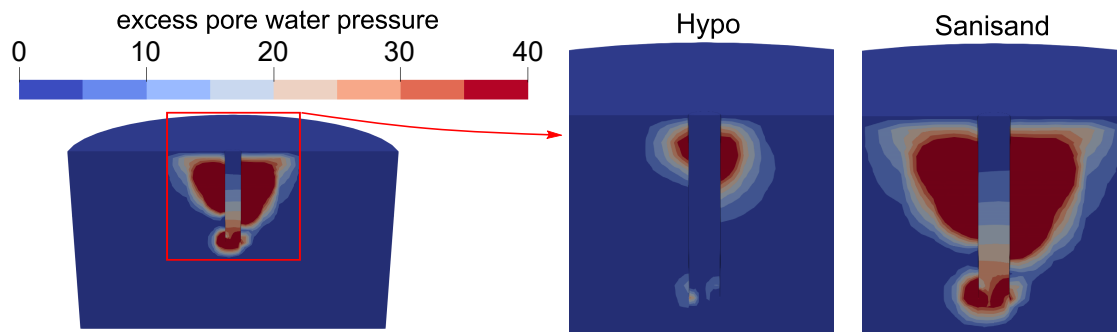


Figure 9: Excess pore water pressure distribution after 50 cycles (maximum value over the cycles) in the partially drained simulations with conventional models

monopiles and is absent in the HCA simulations presented below. The numerical results presented in this subsection promote doubts regarding the suitability of the two applied constitutive models for simulations with a larger number of cycles ($N > 10$).

3.3 Simulations with a high-cycle model: influence of the conventional model used for the first two cycles

In the second set of simulations Hypoplasticity and Sanisand were used to simulate the first two cycles only, while the subsequent $2 \cdot 10^5$ cycles were calculated with the HCA model. The main task of the conventional model in these types of simulations is the determination of the spatial field of the strain amplitude. The distributions of $\varepsilon^{\text{ampl}}$ for the two constitutive models and the two different drainage conditions (again fully drained or partially drained) are shown in Figure 10. Reflecting the good agreement of the strain amplitudes in the element test shown in Figure 2b, for the same drainage conditions the fields of strain amplitude in Figure 10 show only a minor influence of the constitutive model. While the range of significant strain amplitudes ($\varepsilon^{\text{ampl}} \geq 10^{-4}$) is similar in all four simulations, the values close to the pile are larger in the partially drained case.

The curves of horizontal pile head displacement versus time in Figure 11a reveal larger deformations after the first two cycles predicted by Hypoplasticity, which is mainly a result of a softer response in the first quarter of the first cycle. This agrees well with the larger stress relaxation in the first cycle observed for the undrained cyclic triaxial test (compare the simulations in Figures 3 and 4). During the HCA phase the differences between the simulations applying Hypoplasticity and Sanisand for the first two cycles are relatively small for both the drained and the partially drained case. Generally, at larger numbers of cycles ($N \geq 10^3$) the drained simulations lead to slightly larger permanent pile head displacements compared to the partially drained ones. Also the excess pore water pressure distributions in the partially drained simulations with Hypoplasticity and Sanisand look similar, as shown for $N = 27$ in Figure 9. The low influence of the constitutive model used for the first two cycles in these calculations agrees well with the conventional simulations for the drained case, but contradicts the corresponding results for the partially drained conditions (Figure 8a). All deflection curves in Figure 11b obtained with the

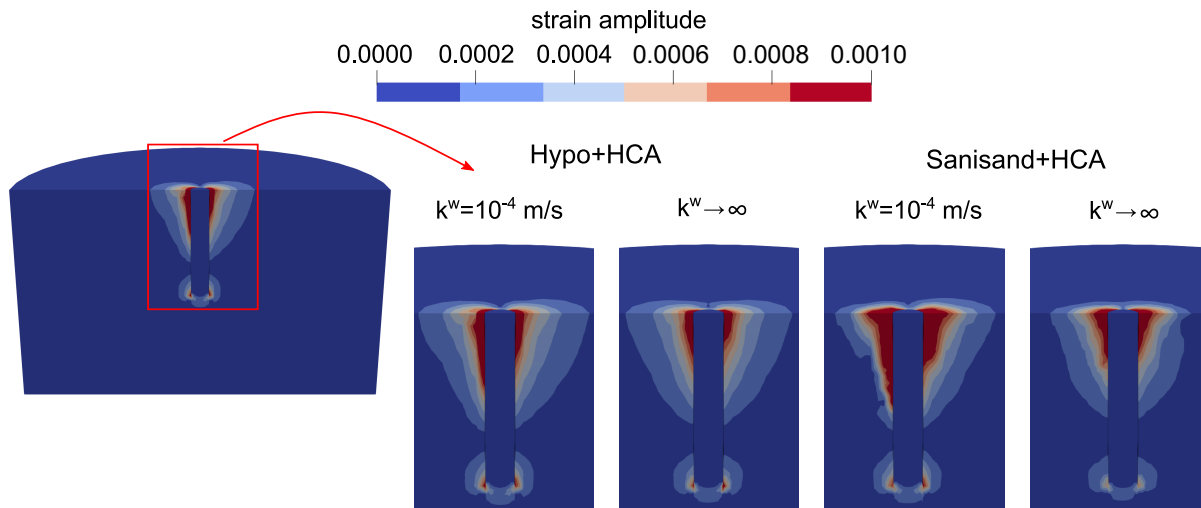


Figure 10: Fields of strain amplitude as input of the HCA phase

HCA model show a rotation around almost the same point above the toe, which seems more realistic than the results from the conventional simulations.

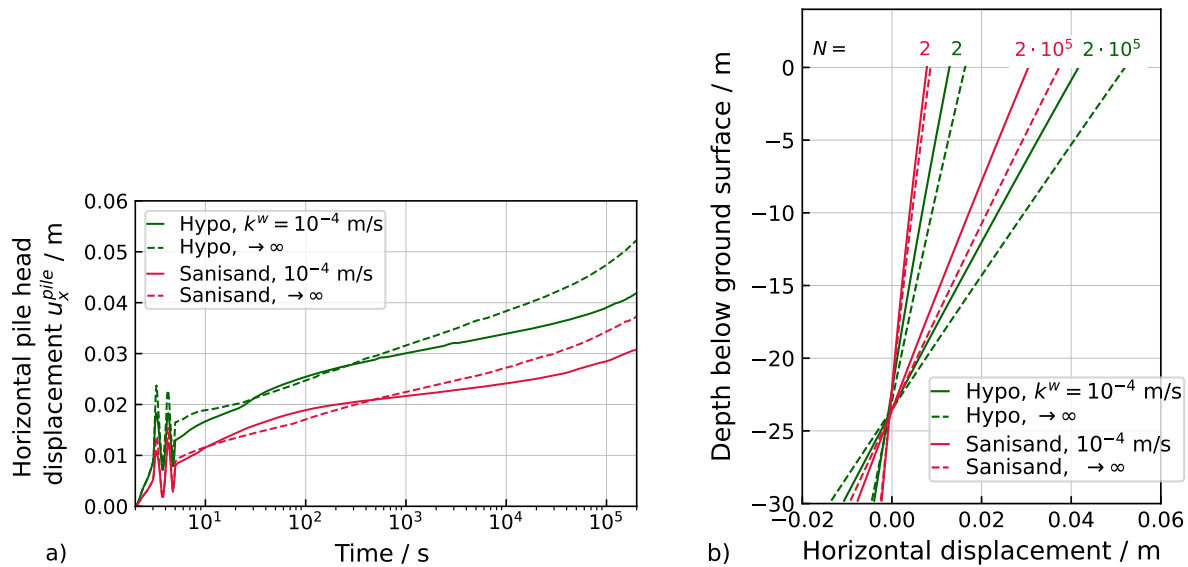


Figure 11: a) Development of accumulated horizontal pile head displacement with time (equivalent to the number of cycles for $t \geq 3$ s) and b) deflection curves at $N = 2$ and $N = 2 \cdot 10^5$ from the simulations with the HCA model

3.4 High-cycle model vs. conventional constitutive models

The differences between both calculation strategies can be evaluated based on a comparison of Figure 8 and Figure 11. For the drained case it reveals larger pile head displacements at larger

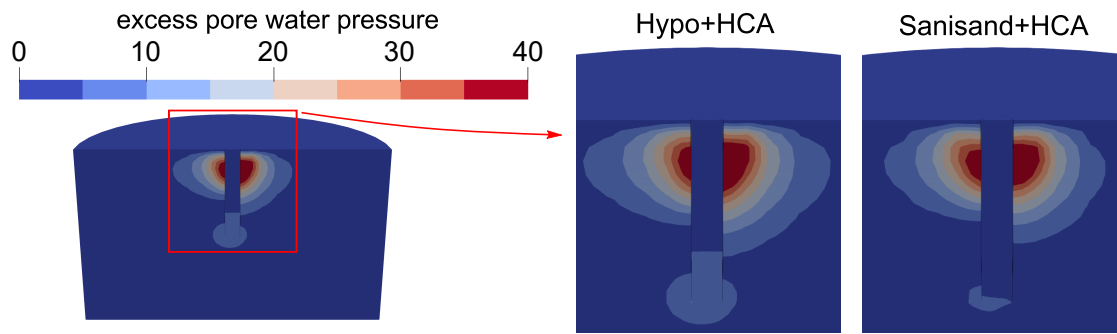


Figure 12: Excess pore water pressure distribution after 27 cycles (maximum value over the cycles) in the partially drained simulations with the HCA model

numbers of cycles predicted by the simulations applying solely the conventional constitutive models compared to those incorporating the HCA model (e.g. about factor 8 at $N = 100$). Of course both types of simulations deliver the same results up to the end of the second cycle. Afterwards, however, the differences between both types of calculation approaches increase considerably. While the conventional models predict an almost linear increase of pile head displacement with N , a more realistic logarithmic growth is obtained with the HCA model. Especially in case of large numbers of cycles, the conventional models may predict unrealistically large deformations, let alone the unusual drift of the toe observed in some simulations.

4 Conclusion

Despite being calibrated on the same set of laboratory tests, different "conventional" constitutive models can deliver significantly different results when applied to a large-scale boundary value problem like the monopile foundation under cyclic loading studied here. Furthermore, implementations of the same constitutive model can differ. Thus, the same implementation should be used for calibration and application. When coupled with a HCA model the influence of the conventional model used for the first two cycles seems minor in case both models deliver a similar field of the strain amplitude. HCA models predict more realistic monopile deformations at larger numbers of cycles, because the conventional models (at least Hypoplasticity with intergranular strain and Sanisand) fail to describe the well-known strong decrease of the accumulation rates with increasing number of cycles. The large differences between the partially drained simulations considering Hypoplasticity and Sanisand demand further investigations in future.

Literatur

- [1] B. W. Byrne et al. "PISA design model for monopiles for offshore wind turbines: application to a stiff glacial clay till". In: *Géotechnique* 70.11 (2020), S. 1030–1047.

- [2] A. Chiaradonna et al. “Cone penetration testing to constrain the calibration process of a sand plasticity model for nonlinear deformation analysis”. In: *Cone Penetration Testing 2022*. CRC Press, 2022, S. 325–331.
- [3] Y. Dafalias and M. Manzari. “Simple plasticity sand model accounting for fabric change effects”. In: *Journal of Engineering Mechanics* 130.6 (2004), S. 622–634.
- [4] Y. Dafalias, A. Papadimitriou and X. Li. “Sand plasticity model accounting for inherent fabric anisotropy”. In: *Journal of Engineering Mechanics* 130.11 (2004), S. 1319–1333.
- [5] J. Duque et al. “Inspection of four advanced constitutive models for fine-grained soils under monotonic and cyclic loading”. In: *Acta Geotechnica* (2022).
- [6] J. Duque et al. “Characteristic limitations of advanced plasticity and hypoplasticity models for cyclic loading of sands”. In: *Acta Geotechnica* 17 (2022), S. 2235–2257.
- [7] W. Fuentes, D. Mašín and J. Duque. “Constitutive model for monotonic and cyclic loading on anisotropic clays”. In: *Géotechnique* 71.8 (2021), S. 657–673.
- [8] W. Fuentes, M. Tafili and T. Triantafyllidis. “An ISA-plasticity-based model for viscous and non-viscous clays”. In: *Acta Geotechnica* 13.2 (2018), S. 367–386.
- [9] W. Fuentes et al. “ISA-Hypoplasticity accounting for cyclic mobility effects for liquefaction analysis”. In: *Acta Geotechnica* 15.10 (2020).
- [10] E. Kementzetzidis, F. Pisanò and A. V. Metrikine. “A memory-enhanced p-y model for piles in sand accounting for cyclic ratcheting and gapping effects”. In: *Computers and Geotechnics* 148 (2022), S. 104810.
- [11] J. Machaček et al. “Investigation of three sophisticated constitutive soil models: From numerical formulations to element tests and the analysis of vibratory pile driving tests”. In: *Computers and Geotechnics* 138 (2021), S. 104276.
- [12] F. Marinelli et al. “Liquefaction Instabilities with NorSand Plasticity: Verification and Computational Performance of Explicit Integration Algorithms”. In: *Geo-Congress 2022*. 2022, S. 545–554.
- [13] A. Niemunis. *Incremental Driver User’s manual*. available from www.pg.gda.pl/~aniem/an-liter.html. 2008.
- [14] A. Niemunis and I. Herle. “Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range”. In: *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials* 2.4 (1997), S. 279–299.
- [15] A. Niemunis, T. Wichtmann and T. Triantafyllidis. “A high-cycle accumulation model for sand”. In: *Computers and Geotechnics* 32.4 (2005), S. 245–263.
- [16] P. Staubach and T. Wichtmann. “Long-term deformations of monopile foundations for offshore wind turbines studied with a high-cycle accumulation model”. In: *Computers and Geotechnics* 124.8 (2020), S. 103553.
- [17] P. Staubach et al. “Impact of the installation on the long-term cyclic behaviour of piles in sand: A numerical study”. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 138.11 (2020), S. 106223.

- [18] P. Staubach et al. “Vibratory pile driving in water-saturated sand: back-analysis of model tests using a hydro-mechanically coupled CEL method”. In: *Soils and Foundations* 61.1 (2021), S. 144–159.
- [19] P. Staubach et al. “Back-analysis of model tests on piles in sand subjected to long-term lateral cyclic loading: impact of the pile installation and application of the HCA model”. In: *Computers and Geotechnics* 134 (2021), S. 104018.
- [20] P. Staubach et al. “Long-term response of piles to cyclic lateral loading following vibratory and impact driving in dense sand (accepted)”. In: *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE* (2022).
- [21] P. Staubach et al. “Enhancement of a high-cycle accumulation model by an adaptive strain amplitude and its application to monopile foundations”. In: *International Journal For Numerical And Analytical Methods in Geomechanics* 46.2 (2022), S. 315–338.
- [22] P. Staubach, J. Machaček and T. Wichtmann. “Mortar contact discretisation methods incorporating interface models based on Hypoplasticity and Sanisand: Application to vibratory pile driving”. In: *Computers and Geotechnics* 146 (2022), S. 104677.
- [23] M. Tafili et al. “Constitutive anamnesis model (CAM) for fine-grained soils”. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* (2022).
- [24] M. Tafili and T. Triantafyllidis. “AVISA: anisotropic visco-ISA model and its performance at cyclic loading”. In: *Acta Geotechnica* 15.9 (2020), S. 2395–2413.
- [25] M. Tafili et al. “Comparison of two small-strain concepts: ISA and intergranular strain applied to barodesy”. In: *Acta Geotechnica* (2022), S. 1–26.
- [26] M. Taiebat and Y. Dafalias. “SANISAND, simple anisotropic sand plasticity model”. In: *International Journal For Numerical And Analytical Methods in Geomechanics* 32.8 (2008), S. 915–948.
- [27] T. Wichtmann. *Soil behaviour under cyclic loading - experimental observations, constitutive description and applications*. Habilitation thesis, Publications of the Institute of Soil Mechanics and Rock Mechanics, Karlsruhe Institute of Technology, Issue No. 181. 2016.
- [28] T. Wichtmann. www.torsten-wichtmann.de. Homepage. 2022.
- [29] T. Wichtmann, W. Fuentes and T. Triantafyllidis. “Inspection of three sophisticated constitutive models based on monotonic and cyclic tests on fine sand: Hypoplasticity vs. Sanisand vs. ISA”. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 124 (2019), S. 172–183.
- [30] T. Wichtmann and T. Triantafyllidis. “An experimental data base for the development, calibration and verification of constitutive models for sand with focus to cyclic loading. Part I: Tests with monotonic loading and stress cycles”. In: *Acta Geotechnica* 11.4 (2016), S. 739–761.
- [31] T. Wichtmann and T. Triantafyllidis. “An experimental data base for the development, calibration and verification of constitutive models for sand with focus to cyclic loading. Part II: tests with strain cycles and combined cyclic and monotonic loading”. In: *Acta Geotechnica* 11.4 (2016), S. 763–774.

- [32] P.-A. von Wolffersdorff. “A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface”. In: *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials* 1.3 (1996), S. 251–271.
- [33] Y. Yuan and A. J. Whittle. “Formulation of a new elastoviscoplastic model for time-dependent behavior of clay”. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 45.6 (2021), S. 843–864.

Authors

Prof. Dr.-Ing. habil Torsten Wichtmann
Ruhr-Universität Bochum
Department of Civil and Environmental Engineering
Chair of Soil Mechanics, Foundation Engineering and Environmental Geotechnics
e-mail: torsten.wichtmann@ruhr-uni-bochum.de

Dr.-Ing. Merita Tafili
Ruhr-Universität Bochum
Department of Civil and Environmental Engineering
Chair of Soil Mechanics, Foundation Engineering and Environmental Geotechnics
e-mail: merita.tafili@ruhr-uni-bochum.de

Dr.-Ing. Jan Macháček
(1) Technische Universität Darmstadt
Department of Civil and Environmental Engineering
Institute of Geotechnics
(2) Ruhr-Universität Bochum
Department of Civil and Environmental Engineering
Chair of Soil Mechanics, Foundation Engineering and Environmental Geotechnics
e-mail: jan.machacek@tu-darmstadt.de

Dr.-Ing. Patrick Staubach
(1) Bauhaus-Universität Weimar
Department of Civil Engineering
Geotechnical Engineering
(2) Ruhr-Universität Bochum
Department of Civil and Environmental Engineering
Chair of Soil Mechanics, Foundation Engineering and Environmental Geotechnics
e-mail: patrick.staubach@uni-weimar.de

Dr.-Ing. Luis Felipe Prada-Sarmiento
Ruhr-Universität Bochum
Department of Civil and Environmental Engineering
Chair of Soil Mechanics, Foundation Engineering and Environmental Geotechnics
e-mail: Luis.PradaSarmiento@ruhr-uni-bochum.de

Ein Bettungsmodell zur Prognose des Langzeitverhaltens von Monopiles in Sand

Anne Stark, Jürgen Grabe

Abstract: Angesichts des aktuell fortschreitenden Klimawandels steigt der Bedarf erneuerbarer Energien signifikant an. Einen wesentlichen Beitrag können Offshore-Windenergieanlagen leisten. Somit wachsen gleichzeitig auch die Anforderungen an die beteiligten Ingenieure einfache und gleichzeitig aber repräsentative Tools zur Bemessung der Gründungsstrukturen von Offshore-Windenergieanlagen für zyklische Belastungen über die gesamte Lebensdauer der Struktur bereit zu stellen. Dieser Beitrag stellt ein Bettungsmodell zur Prognose des Langzeitverhaltens von Monopiles in Sand vor. Dieses Modell basiert auf einem dynamischen FE-Modell eines gebetteten Balkens mit nichtlinearen Federkennlinien und verwendet einen hypoplastischen Bettungsansatz zur Beschreibung des nichtlinearen Stoffverhaltens des Bodens. Dieser Ansatz ermöglicht es die akkumulierten Pfahlverformungen in Abhängigkeit von der aktuellen Belastung sowie der Steifigkeit des Bodens abzubilden. Darüber hinaus wird eine Kopplung zwischen dem Federmodell des Gründungspfahls und der aufgehenden Struktur einer Offshore-Windenergieanlage vorgestellt.

1 Einleitung

Die durch den Klimawandel verursachte globale Erwärmung verändert die Ökosysteme der Meere und hat damit eklatante Auswirkungen auf die Weltmeere (Umweltbundesamt, 2019). Um diese Situation zu entschärfen, ist eine deutliche Reduzierung der CO₂-Emissionen erforderlich. Technische Lösungen, wie die Energiegewinnung offshore können dazu einen Beitrag leisten. Die hohe Nachfrage nach erneuerbaren Energien erfordert dabei effektive und genaue Entwurfsmethoden für die Gründungsplanung von Offshore-Windparks.

Eine dringende Aufgabe für Ingenieure und Forscher im Bereich der Geotechnik ist es daher heute, einfache und repräsentative Werkzeuge für die Analyse zyklischer Belastungen

während der Lebensdauer von Windkraftanlagen bereitzustellen und sicherzustellen, dass im Entwurfsprozess geeignete Entwurfsmethoden angewandt werden (Jardine, 2020).

Fortgeschrittene numerische Modelle können hierzu einen Beitrag leisten, sind aber oft mit einem hohen Rechenaufwand verbunden, insbesondere wenn es um den Entwurf ganzer Offshore-Windparks geht. Eine Möglichkeit den Berechnungsaufwand für numerische Simulationen signifikant zu reduzieren ist die Anwendung von p-y-Modellen. Dies impliziert den Entwurf von Feder- und Dämpfer-Elementen, die die relevanten Merkmale des Bodenverhaltens genau wiedergeben, aber aufgrund der Einfachheit des Modells selbst die Berechnungskomplexität stark reduzieren.

Die Bemessung horizontal belasteter Pfähle basiert auf den grundlegenden Arbeiten von McClelland und Focht (1958) zur P-y-Methode. Der gebräuchlichste Ansatz zur Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens von Sand ist der Ansatz nach Reese et al. (1974), welcher in nachfolgenden Publikationen von mehreren Autoren hinsichtlich der Berücksichtigung aktueller Pfahldimensionen erweitert wurde (Sørensen et al., 2010), (Kallehave et al., 2012), (Sørensen, 2012). Die P-y-Methode basiert auf dem Ansatz eines elastisch gebetteten Balkens nach Winkler (1867). Die Erweiterung dieses grundlegenden Ansatzes hinsichtlich der Abbildung einer nichtlinearen Boden-Struktur-Interaktion und des Verhaltens der umgebenden Bodens durch einzelne entkoppelte nichtlineare Federelemente ist allgemein als Bettungsmodulverfahren bekannt. Somit wird das Last-Verformungsverhalten der Einzelfedern durch sogenannte P-y-Kurven beschrieben.

Mit dem API-Verfahren hat dieser Ansatz Eingang in die national sowie international gültige Normung gefunden (API, 2000) und (DNV, 2014). Zyklische Lasten werden darin jedoch nur durch stark vereinfachte Ansätze in Form einer reduzierten Grenztraglast des Bodens im Vergleich zur monotonen Belastung berücksichtigt.

In der Literatur finden sich verschiedene Ansätze zur Untersuchung des Einflusses zyklischer Lasten auf das Verformungsverhalten von Pfählen. Diese basieren auf Feldversuchen (Long und Reese (1984), Little und Briaud (1988), Long und Vanneste (1994), Lin und Liao (1999)), Modellversuchen (Hettler (1981), Achmus, Abdel-Rahman et al. (2007)) und Elementversuchen (Gotschol (2002), Wichtmann (2005)).

Neuere Publikationen schlagen eine Vielzahl fortgeschrittenerer Ansätze vor. Diese basieren auf verschiedenen numerischen Methoden, wie zum Beispiel der Finite-Elemente-Methode (FEM), siehe dazu Achmus, Kuo et al. (2008), Dührkop (2010), Taşan et al. (2011), Niemunis et al. (2005).

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein numerisches Modell zur Berechnung des Verformungsverhaltens zyklisch horizontal belasteter Monopfähle in nichtbindigen Böden vorgestellt. Dieses Modell basiert auf einem gebetteten Balken mit nichtlinearen Federkennlinien basierend auf einem hypoplastischen Bettungsansatz. Dieser ermöglicht es die akkumulierten Pfahlverformungen in Abhängigkeit von der aktuellen Belastung sowie der Steifigkeit des Bodens abzubilden. Darüber hinaus wird eine Kopplung zwischen dem Federmodell des Gründungspfahls mit der aufgehenden Struktur einer Offshore-Windenergieanlage entwickelt.

Der Beitrag gliedert sich wie folgt. In Abschnitt 2 werden zunächst Zielsetzung und Methodik erläutert. Anschließend wird in Abschnitt 3 das numerische Modell vorgestellt und in Abschnitt 4 das Modellverhalten bei zyklischen und dynamischen Einwirkungen untersucht. Der Beitrag schließt in Abschnitt 5 mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick.

2 Zielsetzung und Methodik

Bestehende Ansätze zur numerischen Modellierung des zyklischen Last-Verformungsverhaltens von Pfählen beruhen zumeist auf der Vernachlässigung von Trägheitskräften im niederfrequenten Bereich. Nichtsdestotrotz können bei zeitabhängigen, dynamischen Einwirkungen Trägheitskräfte aufgrund der Massenverteilung der Struktur wirksam werden. Der hier vorgestellte Ansatz ist sowohl für zyklische als auch dynamische Belastungsszenarien angedacht, weshalb eine umfassende Formulierung der dynamischen Bewegungsgleichung gewählt wird; einschließlich der Massenträgheit (vgl. Gleichung 1).

Zudem sollen wesentliche bodenmechanische Eigenschaften, wie in Abbildung 1 zusammengefasst, in das Bettungsmodell integriert werden.

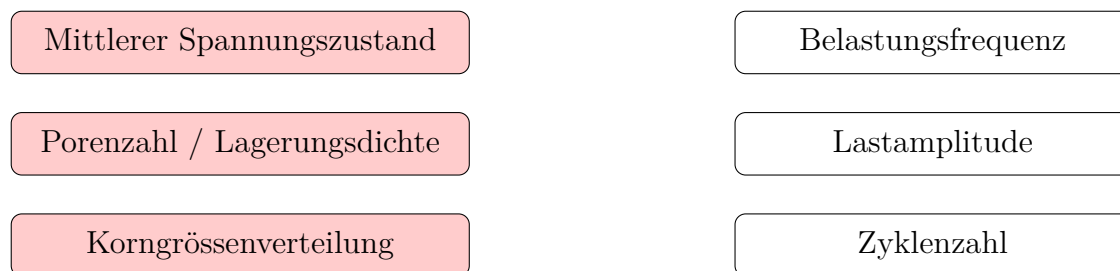


Abb. 1: Einflussfaktoren auf das zyklische Last-Verformungsverhalten

Dieser Beitrag adressiert somit die nachfolgend formulierten Forschungsfragen:

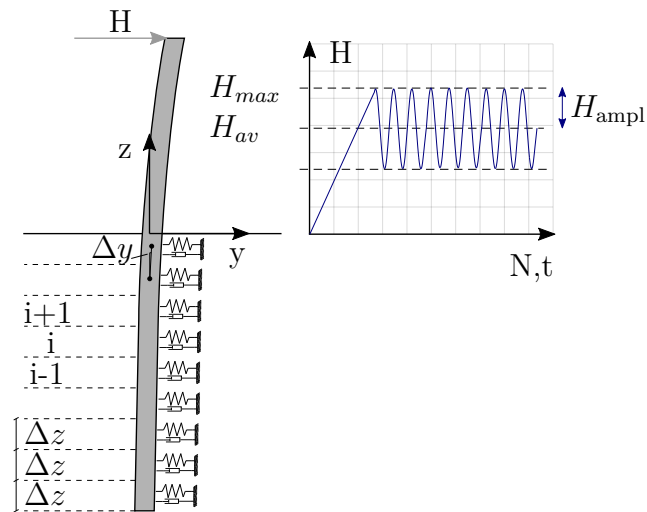


Abb. 2: FE-Modell eines Euler-Bernoulli Balkens mit nichtlinearen Federkennlinien unter Berücksichtigung der geometrischen Dämpfung zur Untersuchung des Verformungsverhaltens unter hochzyklischer Horizontalbelastung. Dargestellt ist die einseitige Anordnung der nichtlinearen Federlemente und der viskosen Dämpfer sowie die Diskretisierung von Pfahl und Boden in i Elemente der Höhe Δz

- Ist es möglich zyklische und dynamische Lastanteile in ein Gesamtmodell zu integrieren?
- Können wesentliche bodenmechanische Eigenschaften unter zyklischer Last eindimensional in einem Bettungsmodell abgebildet werden?

3 Numerisches Modell

Das Grundkonzept der Modellbildung ist veranschaulicht in Abbildung 2. Die horizontale Belastung wird durch die seitliche Bettung des Pfahls im Boden abgetragen. Dabei wird der Pfahl als Finite-Elemente-Modell eines einseitig gebetteten Euler-Bernoulli Balkens modelliert. Die Bettung wird in Form parallel geschalteter Federn und viskoser Dämpfer idealisiert.

Der Pfahl wird in eine diskrete Anzahl finiter Elemente mit einer konstanten Höhe Δz und je zwei Knoten diskretisiert. Abbildung 3 zeigt ein solches zweidimensionales Balkenelement mit zwei translatorischen und einem rotatorischen Freiheitsgrad je Knoten. Somit können Normal- und Querkräfte sowie Biegemomente übertragen werden.

Das Materialverhalten des Pfahls wird linear elastisch modelliert. Dies basiert auf der Annahme, dass die aus der Biegung des Pfahls resultierenden Spannungen die Streckgrenze

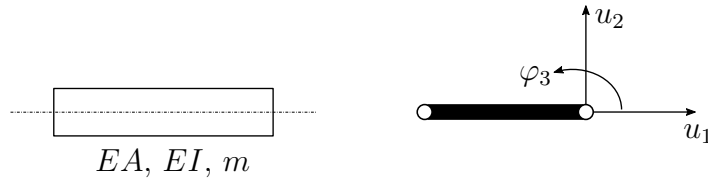


Abb. 3: 2D-Balkenelement mit zwei Translations- und einem Rotations-Freiheitsgrad je Knoten und den Systemkennwerten EA , EI und m .

Tab. 1: Materialparameter des Monopfahls

ρ_s (kN/m ³)	E (kN/m ³)	ν (-)
7.85	$2.1 \cdot 10^8$	0.3

des Stahls nicht überschreiten. Die Systemkennwerte der Dehnsteifigkeit EA und der Biegesteifigkeit EI werden aus den Abmessungen des Pfahls und den Materialparametern von Stahl abgeleitet. Diese sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Die Reaktion des Bodens auf eine horizontale Verschiebung des Pfahls wird durch ein hypoplastisches Boden-Stuktur-Modell erfasst, welches auf der Theorie des elastisch gebetteten Balkens nach Winkler (1867) basiert. Dieser grundlegende Ansatz wird hinsichtlich einer Abbildung der nichtlinearen Pfahl-Boden-Interaktion erweitert. Das Bodenverhalten wird dabei durch eine Reihe nicht gekoppelter, in Elementmitte angeordneter, nichtlinearer Federelemente modelliert. Die Federelemente sind einseitig am Pfahl angeordnet und bilden somit das Luv- und Leeseitige Verhalten des Bodens ab.

3.1 Numerische Integration der nichtlinearen dynamischen Bewegungsgleichung

Das zuvor beschriebene Modell lässt sich mit Hilfe der nachfolgend aufgeführten nichtlinearen Bewegungsgleichung beschreiben:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}(t)) = \mathbf{f}(t). \quad (1)$$

Diese Formulierung des Gleichgewichts ermöglicht sowohl die Berücksichtigung optional auftretender Trägheitskräfte als auch der materiellen Nichtlinearität des Bodens. Dabei beschreiben \mathbf{M} und \mathbf{C} die Massen- bzw. Dämpfungsmatrix des Systems und $\dot{\mathbf{u}}$ und $\ddot{\mathbf{u}}$

die erste und zweite Ableitung des Verschiebungsvektors \mathbf{u} nach der Zeit t . \mathbf{f}_s beschreibt die innere rückstellende Kraft im Pfahl in Abhängigkeit von der aktuellen Belastung sowie der Steifigkeit des Bodens. Um das nichtlineare Stoffverhalten des Bodens möglichst genau abzubilden, wird die Belastung inkrementell aufgebracht und mit einem iterativen Lösungsalgorithmus die aktuelle Steifigkeit des Bodens im aktuellen Belastungsschritt bestimmt. Zur Lösung der nichtlinearen dynamischen Bewegungsgleichung in Gleichung (1) wird ein impliziter Lösungsalgorithmus basierend auf dem Newmark-Verfahren verwendet.

3.2 Modellierung des Bodens

Das nichtlineare Bodenverhalten unter zyklischer Belastung wird mit einem hypoplastischen Bettungsmodell beschrieben. Diese Modell basiert auf der von Carstensen et al. (2018) vorgeschlagenen nichtlinearen P-y-Formulierung, welches für hochzyklische Anwendungen erweitert wurde. Das Bettungsmodell wird ergänzt durch parallel zu den Federelementen geschaltete viskose Dämpfer zur Berücksichtigung von Effekten resultierend aus der geometrischen Dämpfung.

Das Last-Verformungsverhalten des Bodens unter zyklischer Belastung wird durch ein nichtlineares P-y-Federelement beschrieben, welches auf dem Ansatz von Carstensen et al. (2018) beruht. Dieses bildet die zyklische Verformungsakkumulation in Form einer hypoplastischen Formulierung ab. Mit dem Ansatz können druckabhängige Eigenschaften (Barotropie), dichteabhängige Eigenschaften (Pyknotropie) sowie eine Richtungsabhängigkeit der Belastung eindimensional beschrieben werden. Eine Ver- beziehungsweise Entfestigung des Bodens wird über eine Änderung der Porenzahl berücksichtigt. Die Federkennlinien der elastischen Bettung werden durch einen hypoplastischen Ansatz beschrieben

$$\dot{p} = k_{s,0} \left(\dot{u} - \left(\frac{p}{p_u} \right)^\kappa |\dot{u}| \right). \quad (2)$$

Das unterschiedliche Verhalten des Federelements an der Front- und Rückseite sowie an den Seiten des Pfahls wird nach Abbildung 4 angesetzt und durch die gewählten Randbedingungen und Parameter berücksichtigt, obgleich die grundlegende Formulierung für alle Komponenten dieselbe ist.

Die Änderung des Bettungswiderstands wird als Funktion der Anfangssteifigkeit des Federelementes $k_{s,0}$, der Änderung der Verschiebung \dot{u} , dem Verhältnis des aktuellen Bettungswiderstandes p zur Grenztraglast p_u und einem Exponenten κ zur Beschreibung der

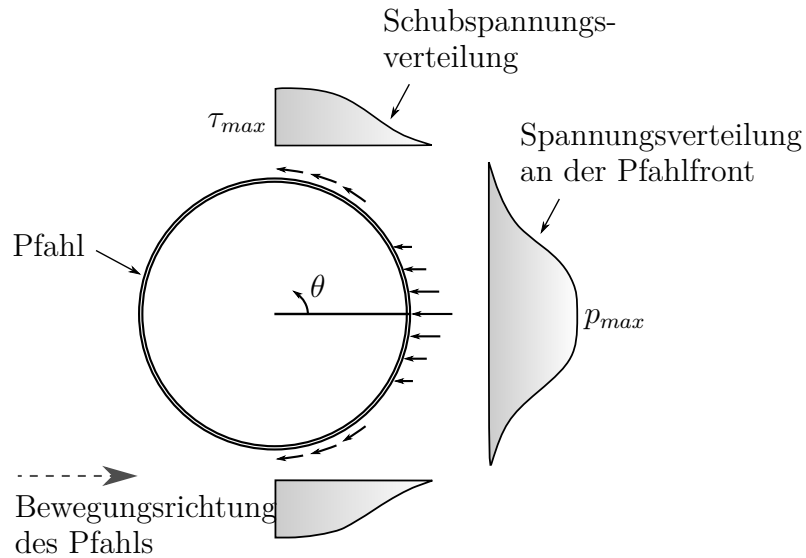


Abb. 4: Spannungsverteilung an der Pfahlfront und Schubspannungsverteilung an den Seiten eines horizontal belasteten Pfahls nach Smith (1987)

Krümmung der P-y-Kurve formuliert. Explizite Zeitintegration von Gleichung (2) liefert den resultierenden Bettungswiderstand sowie die zugehörigen Verschiebungen. Die aktuellen Steifigkeiten des Bodens werden als Sekantensteigung der P-y-Kurve bestimmt. Die Lastgeschichte geht in die Formulierung des hypoplastischen Bettungsansatzes nicht direkt ein. Durch die Definition des Bettungswiderstandes und der Verschiebung jedes Elementes als Zustandsvariablen wird nichtsdestotrotz eine Berücksichtigung der Lastgeschichte realisiert. Mit der Änderung der Porenzahl über die Lastzyklen bildet der Ansatz auch eine Änderung der Anfangssteifigkeit ab. Gleichzeitig wird somit die Materialdämpfung berücksichtigt.

3.2.1 Zum Ansatz der geometrischen Dämpfung

Ein in der Literatur verwendeter Ansatz zur Beschreibung der geometrischen Dämpfung des Bodens findet sich in Gazetas und Dobry (1984a) und Gazetas und Dobry (1984b). Gazetas und Dobry (1984a) entwickeln ausgehend von einem FE-Modell eines elastisch gebetteten Winkler Balkens einen frequenzabhängigen Dämpfungskoeffizienten, zur Berücksichtigung der geometrischen Dämpfung bei der Verformungsanalyse. Dieser liefert nach eigener Aussage keine exakte Lösung hinsichtlich des Dämpfungsansatzes (Gazetas und Dobry (1984b)). Nichtsdestotrotz wird in der Praxis der Ansatz von Gazetas (1991) verwendet, welcher letztendlich auf Gazetas und Dobry (1984a) beruht. Auch Hartmann (1986) konnte in seinen Berechnungen die Ergebnisse von Gazetas und Dobry (1984a)

bestätigen. Diese Veröffentlichungen bildet die Literaturgrundlage für den entwickelten Ansatz zur Berücksichtigung der geometrischen Dämpfung in der dynamischen nichtlinearen Bewegungsgleichung des FE-Modells.

Das ebene Dehnungsmodell basiert auf der in Abbildung 5a) veranschaulichten Vorstellung, dass sich in den zwei Viertel-Ebenen entlang der Belastungsrichtung Kompressions-Dehnungs-Wellen ausbreiten und in den zwei Viertel-Ebenen senkrecht zur Belastungsrichtung Scherwellen erzeugt werden. Darüber hinaus erlaubt das Modell nur horizontale Bodenverformungen in den Viertel-Ebenen, (siehe Abbildung 5b). Die vier Viertel-Ebenen schwingen unabhängig voneinander. Ein runder Pfahl wird in dem Modell durch einen quadratischen Pfahl mit dem äquivalenten Durchmesser $2\pi D$ ersetzt. Der Dämpfungskoeffizient für die radiale Dämpfung wird durch Aufsummieren der abgestrahlten Energien der vier Viertel-Ebenen bestimmt. Dabei wird angenommen, dass sich die Scherwellen mit der Geschwindigkeit V_s ausbreiten und die Kompressions-Dehnungs-Wellen mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit V_{La} fortschreiten. Für einen Kreisquerschnitt mit dem Durchmesser D ergibt sich damit

$$\frac{c_r}{4r\rho_s V_s} = \left[1 + \left(\frac{3.4}{\pi(1-\nu)} \right)^{\frac{5}{4}} \right] \left(\frac{\pi}{4} \right)^{\frac{3}{4}} a_0^{-\frac{1}{4}}, \quad (3)$$

worin $a_0 = 2\pi f \frac{r}{V_s}$ angesetzt wird, siehe auch Gazetas und Dobry (1984b), und $\nu = 0.33$ für Sand. In geringen Tiefen $z_r \leq z = 2.5r$ überschätzt diese Formulierung den Wert des Dämpfungskoeffizienten, da im oberflächennahen Bereich die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit eher V_s als V_{La} entspricht. Für geringe Tiefen ergibt sich dann

$$\frac{c_r}{4D\rho_s V_s} \approx 2 \left(\frac{\pi}{4} \right)^{\frac{3}{4}} a_0^{-\frac{1}{4}} \text{ für } z_r \leq z = 2.5D. \quad (4)$$

Der Dämpfungskoeffizient zur Berücksichtigung der geometrischen Dämpfung wird entsprechend Gazetas (1991) in die Elementdämpfungsmatrix übernommen. Der Ansatz liefert einen frequenzabhängigen Dämpfungskoeffizienten, wie in Abbildung 6 dargestellt. Im Bereich niedriger Frequenzen ist ein hoher radialer Dämpfungskoeffizient anzusetzen, welcher mit zunehmend größer werdenden Anregungsfrequenzen exponentiell abnimmt. Im Modell wird vereinfachend ein konstanter, über die Frequenz gemittelter Dämpfungskoeffizient

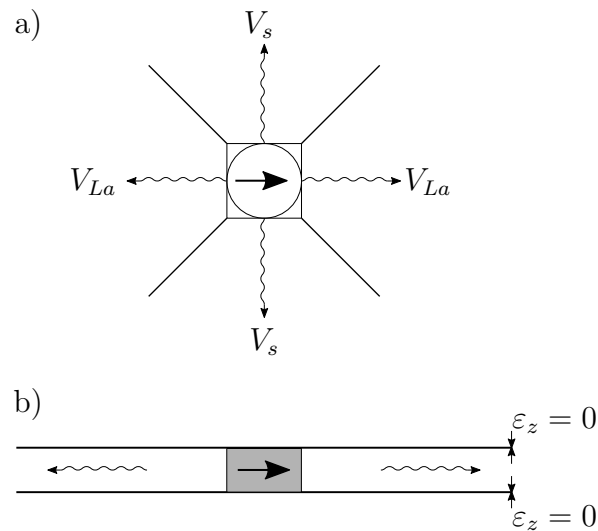


Abb. 5: Ansatz der radialen Dämpfung nach Gazetas und Dobry (1984a). a) Visualisierung der Ausbreitung von Kompressions-Dehnungs-Wellen in Belastungsrichtung und von Scherwellen senkrecht zur Belastungsrichtung. b) Wellenausbreitung im horizontalen Schnitt.

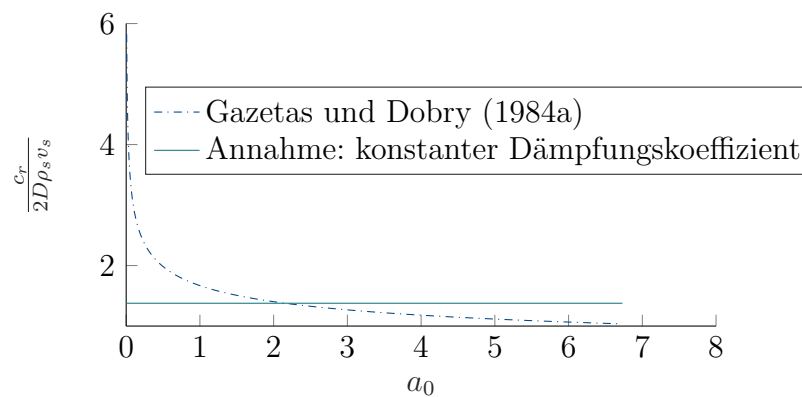


Abb. 6: Verlauf des frequenzabhängigen Dämpfungskoeffizienten nach dem Ansatz von Gazetas und Dobry (1984a), Annahme eines konstanten über die Frequenz gemittelten Dämpfungskoeffizienten.

angesetzt. Im Bereich niedriger Anregungsfrequenzen, welche primär Teil der Untersuchung sind, wird damit, auf der sicheren Seite liegend, ein geringerer Dämpfungskoeffizient angesetzt als nach Gazetas und Dobry (1984a) vorgesehen.

3.3 Berücksichtigung zyklischer Belastungsszenarien

Zyklische Belastungen werden als harmonische Schwingung mit definierter mittlerer Last, Lastamplitude und Frequenz generiert und als externe Einwirkung $\mathbf{f}(t)$ im Modell berücksichtigt.

3.4 Modellierung dynamischer Wellenlasten

Der natürliche windinduzierte Seegang wird basierend auf der linearen Wellentheorie durch Überlagerung einzelner fortschreitender Wellen mit konstanter Wellenamplitude und -periode modelliert. Die Wellenbewegung auf dem offenen Meer wird als Fourier-Reihe approximiert:

$$\zeta(t) = \sum_{n=1}^N \zeta_{an} \cos(k_n x - \omega_n t + \epsilon_n). \quad (5)$$

Die Wellengleichung $\zeta(t)$ im Zeitbereich einer sich in positiver x-Richtung ausbreitenden Welle wird demnach als Summe von N harmonischen Wellen im Frequenzbereich dargestellt. Dementsprechend ergibt sich die Auslenkung der Wasseroberfläche an einem definierten Ort x als Funktion der Zeit t , der Wellenzahl k_n , der Kreisfrequenz ω_n und der Phasenverschiebung ϵ_n der Einzelwellen. Die Richtungsstruktur einzelner Wellen wird in dem hier zweidimensionalen Modell vernachlässigt.

Zur Beschreibung der Wellenamplituden ζ_{an} wurden anhand statistischer Auswertungen Spektren erstellt, die den Frequenzbereich von Wellen des natürlichen Seegangs charakterisieren. Für die Nordsee entwickelten Wissenschaftler das JONSWAP-Spektrum, welches für eine signifikante Wellenhöhe von $H_{m0} = 7\text{m}$ und eine Wellenlänge von $T_p = 11\text{s}$ in Abbildung 7 dargestellt ist. Der gewählte Parametersatz für H_{m0} und T_p entspricht typischen Bedingungen in der Nordsee. Ausgehend von dem Wellenspektrum werden somit in einem ersten Schritt die Wellenamplituden unter Verwendung von Gleichung (6) bestimmt. Anschließend wird die Auslenkung der Wasseroberfläche, wie in Abbildung 8 dargestellt, mit Gleichung (5) berechnet.

$$\zeta_{an} = 2\sqrt{S_\zeta(\omega)\Delta\omega}. \quad (6)$$

Abschließend werden die resultierenden Wellenlasten, wie in Abbildung ?? dargestellt, auf einen Pfahl mit einem Durchmesser D mit der Morison-Gleichung

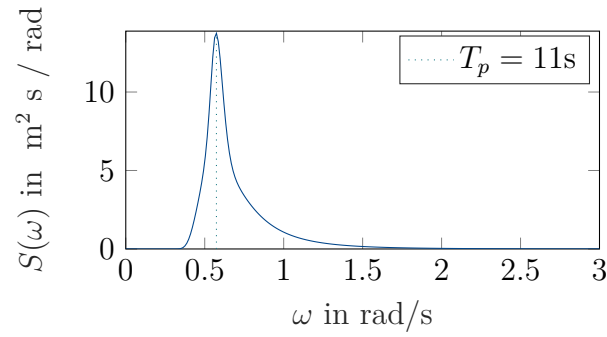


Abb. 7: JONSWAP-Spektrum für eine signifikante Wellenhöhe $H_{m0} = 7$ m und eine Peak-Periode von $T_p = 11$ s

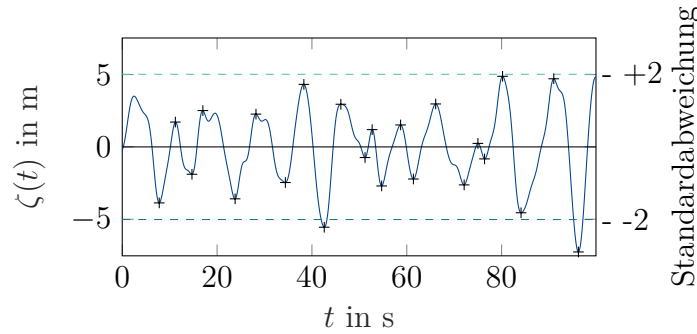


Abb. 8: Simulierte Tiefwasserwelle. Dargestellt ist die Auslenkung von der ruhenden Wasseroberfläche ζ als Funktion der Zeit t .

$$F^{\text{Welle}}(z,t) = \frac{\pi}{4} \rho_w C_M D^2 \ddot{u}(z,t) + \frac{1}{2} \rho_w C_D(z) D u(z,t) |u(z,t)|. \quad (7)$$

bestimmt. Der erste Term beschreibt darin die Trägheitskraft, welche infolge der Beschleunigung des Pfahls durch die auftreffende Welle wirkt. Der zweite Term berücksichtigt die Kraft der Strömung, die auf den Pfahl trifft. Zur Bestimmung der Morison-Koeffizienten C_D und C_M lassen sich in der Literatur verschiedene Ansätze finden. Vereinfachend wird nach DNV (2014) $C_D = 0.8$ und $C_M = 2$ gewählt. Durch Integration der Wellenlasten über die Höhe eines Balkenelementes lassen sich die resultierenden Belastungen auf die einzelnen Elemente des Pfahls als Funktion der Zeit bestimmen. Diese werden im FE-Modell als äußere zeitabhängige Belastungen an den Elementknoten berücksichtigt.

Tab. 2: Hypoplastische Stoffparameter Wunder Sand

φ_c (°)	h_s (kN/m ³)	n (-)	$e_{d,0}$ (-)	$e_{c,0}$ (-)	$e_{i,0}$ (-)	α (-)	β (-)	m_T (-)	m_R (-)
31,5	10 ⁷	0,25	0,45	0,7	0,84	0,15	1,00	2,00	5,00
R (-)	β_R (-)	χ (-)	a (-)	b (-)	d (-)	φ_{ref} (°)	e_{ref} (-)	γ' (kN/m ³)	
10 ⁻⁴	0,7	1,00	1/6	0,50	3,00	34,5	0,46	11,0	

4 Modellverhalten bei zyklischen und dynamischen Einwirkungen

Für die nachfolgenden Untersuchungen wird ein Pfahldurchmesser D von 5 m und eine Wandstärke des Profils von $t = 60$ mm angenommen. Die Einbindelänge L beträgt 30 m. Der Boden wird durch die hypoplastischen Stoffparameter von Wunder Sand (vgl. Tabelle 2) charakterisiert.

Zunächst wird in Abschnitt 4.1 das Modellverhalten unter zyklischer Last ausgewertet und auf die eingangs formulierten zyklischen Einflussfaktoren im Kontext der Entwicklung des Bettungsmodells eingegangen. Anschließend zeigt Abschnitt 4.2 wie dynamische Einwirkungen aus Wellenlast sich auf das Verformungsverhalten auswirken.

4.1 Modellverhalten unter zyklischer Last

Das Modellverhalten unter zyklischer Last wird beispielhaft an einem Zykluspaket mit 10 000 Lastzyklen, einer mittleren Last von $H_{av} = 2500$ kN und einer Lastamplitude von $H_{ampl} = 2500$ kN aufgezeigt. Dargestellt in Abbildung 9 sind die P-y-Kurven in 0,25, 10 und 40 m Tiefe zeigt Abbildung 9. Es zeigt sich anfänglich eine Akkumulation der Verformungen. Die Zuwachsrate nimmt mit der Zahl der Lastzyklen ab. Bereits nach ca. 50 Zyklen nähern sich die plastischen Verformungen einem Grenzwert an, das System spielt sich ein. Mit der Akkumulation plastischer Verformungen geht zudem eine Entfestigung des Bodens einher. In größeren Tiefen nähern sich die Last-Verschiebungskurven immer mehr einem linearen Verlauf an. Dies ist darauf zurückzuführen, dass mit der Tiefe auch die Steifigkeit und die Grenztraglast des Bodens zunehmen. Daraus resultieren Verformungen in einer Größenordnung, die sich dem linear elastischen Bereich des Bodens annähern.

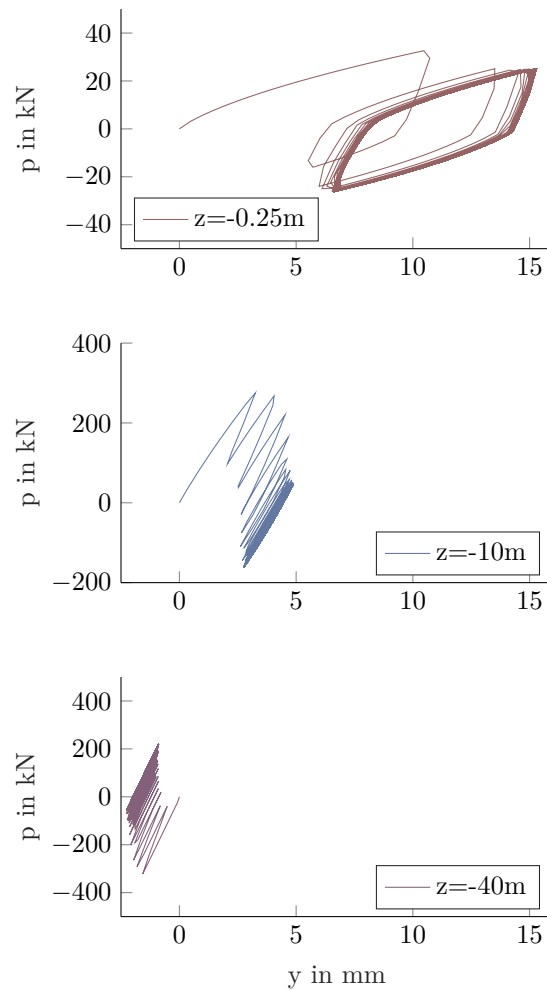


Abb. 9: P-y-Kurven in 0,25, 10 und 40 m Tiefe nach 10 000 Lastzyklen mit einer mittleren Last und einer Lastamplitude von $H_{av} = H_{ampl} = 2500$ kN

Somit lässt sich zunächst festhalten, dass das Bettungsmodell eine zyklische Verformungsakkumulation in Abhängigkeit des mittleren Spannungszustandes des Bodens und der Zyklenzahl abbildet. Zudem ist eine tiefenabhängige Veränderung der Form der P-y Kurven zu beobachten.

Der Einfluss der Lagerungsdichte wurde für verschiedene Belastungsszenarien unter Variation der Lastamplitude und mittleren Last untersucht. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 10 und 11 in Form der akkumulierten Verformungen nach 100 000 Lastzyklen am Pfahlkopf und Pfahlfuß zusammengefasst. Die farblichen Schattierungen kennzeichnen dabei gleiche Belastungsszenarien, deren Intensität dreifach variiert wurde. In hellblau hinterlegt ist das Referenzszenario. Die Momentenbelastung wurde für alle Lastkombinationen konstant gehalten. Hellgrün hinterlegt sind die Simulationsergebnisse mit erhöhter

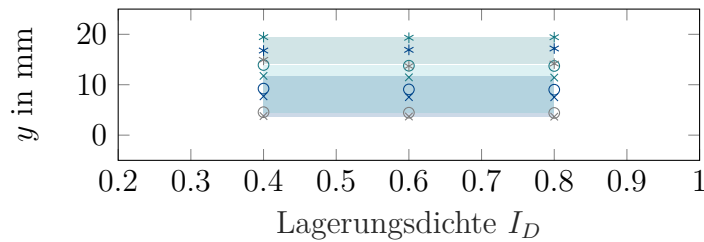


Abb. 10: Resultierende Pfahlverformungen auf Höhe der Geländeoberkante nach 100 000 Lastzyklen

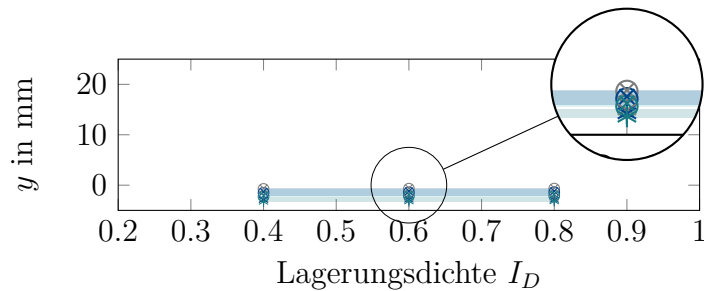


Abb. 11: Resultierende Verformungen am Pfahlfuß nach 100 000 Lastzyklen

mittlerer Last. Dunkelblau hinterlegt ist eine im Vergleich zum Referenzszenario reduzierte mittlere Last mit ebenfalls reduzierter Lastamplitude.

Es zeigt sich ein geringer Einfluss der Lagerungsdichte nach 100 000 Zyklen. Bei dichter Lagerung ergeben sich geringfügig kleinere Verschiebungen als bei einer lockerer Lagerung. Ein dicht gelagerter Boden scheint sich mit der zyklischen Be- und Entlastung zu Endfestigen, wogegen ein locker gelagerter Boden verfestigt wird. Maßgebend scheint hier somit die *Gesamtschädigung* des Bodens infolge der aufgebracht Belastung zu sein. Dabei sind die resultierenden Verformungen am Pfahlfuß erwartungsgemäß geringer, wobei die gewählten Belastungsszenarien im direkten Vergleich von Pfahlkopf und -fuß sowie der Verhältnisse der Szenarien untereinander ein äquivalentes gespiegeltes Bild zeigen.

4.2 Modellverhalten unter dynamischer Einwirkung

Zur Untersuchung des dynamischen Last-Verformungsverhaltens des Modells wird der Gründungspfahl zunächst um die aufgehende Struktur der Offshore-Windenergieanlage durch Aufbringung der dynamischen Wellenlasten des natürlichen Seegangs erweitert. Der Boden wird dabei mit dem zuvor beschriebenen kombinierten Feder-Dämpfer-Modell modelliert. Gondel und Rotor der OWEA werden in Form einer Punktmasse am Pfahlkopf idealisiert. Die gewählten Modellabmessungen sind ein Durchmesser $D = 7$ m, eine

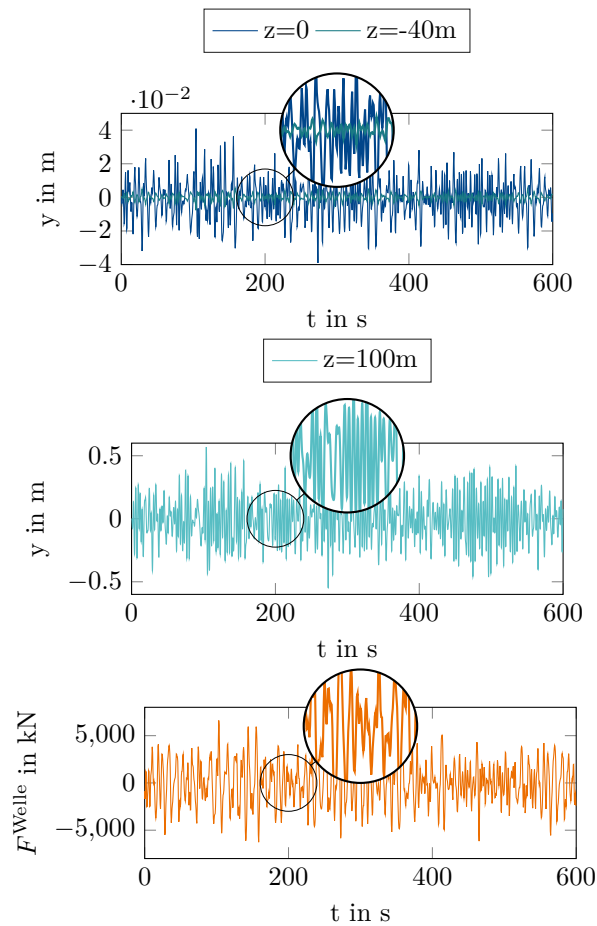


Abb. 12: Resultierende Verformungen auf Höhe der Geländeoberkante und am Pfahlfuß (oben), am Pfahlkopf (Mitte) unter Wellenlast (unten) als Funktion der Zeit t für einen Zeitraum von 10 min.

Einbindelänge von $L = 40$ m, eine Wandstärke des Profils von $t = 70$ mm, eine Wassertiefe $h = 25\text{m}$ sowie die Gondel in Höhe von 100 m oberhalb der GOK. Die Materialparameter des Monopiles entsprechen Tabelle 1. Der Boden wird mit den hypoplastischen Stoffparametern von Wunder Sand charakterisiert (vgl. Tabelle 2).

Die aufgebrachte Wellenbelastung sowie die daraus resultierenden Verformungen des Pfahls auf Höhe der Geländeoberkante, an Pfahlkopf und -fuß sind in Abbildung 12 dargestellt.

Obwohl der Lastverlauf in Abbildung 12 schnelle Lastwechsel und eine hohe Dynamik aufweist, zeigt sich dieser Effekt durch die hohe Trägheit der Windkraftanlage nicht direkt im Verformungsverhalten. Stattdessen beobachtet man eine langsame, zyklische Änderung der Verformung. Die mittlere Frequenz der Verformungsänderung beträgt ungefähr 0,2 Hz, was der Peak-Periode des Jonswap-Spektrums entspricht. Die resultierenden maximalen Verformungen an der Geländeoberkante liegen bei 0,02 m und auf Höhe des Pfahlkopfes

bei 0,5 m. Verglichen mit dem zur betrachteten Modellverhalten unter zyklischer Last weist das Modell einer Windkraftanlage unter Wellenlast damit Verformungen in ähnlicher Größenordnung auf. Im betrachteten Zeitraum ergibt sich infolge der Wellenbelastung eine maximale Schiefstellung des Pfahls von $0,1662^\circ$.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurde ein numerisches Modell eines Monopiles in Sand vorgestellt, welches einen Bettungsansatz verwendet. Das entwickelte Modell basiert auf einem zweidimensionalen Finite-Elemente-Modell eines auf Federn gebetteten Euler-Bernoulli-Balkens mit nichtlinearen Federkennlinien. Die Lösung der nichtlinearen, dynamischen Bewegungsgleichung erfolgt mit einem impliziten Integrationsverfahren, basierend auf der Newmark-Methode in Kombination mit dem Newton-Iterationsverfahren. Somit wird in jedem Berechnungsschritt das Gleichgewicht am Gesamtsystem hergestellt. Durch die dynamische Formulierung der Bewegungsgleichung für das Gesamtsystem können zudem zyklische als auch dynamische Lastanteile im Modell berücksichtigt werden.

Die elastische Bettung des Pfahls im Boden wird mit einem nichtlinearen P-y-Federelement, basierend auf einem hypoplastischen Bettungsansatz realisiert. Über diesen Ansatz können der mittlere Spannungszustand im Boden, Dichte abhängige Eigenschaften sowie eine Richtungsabhängigkeit der Belastung abgebildet werden. Die zyklische Verformungsakkumulation wird in Form einer Ver- bzw. Entfestigung des Bodens über eine Änderung der Porenzahl abgebildet. Damit wird gleichzeitig auch die Materialdämpfung berücksichtigt.

Der Ansatz der elastischen Bettung des Balkens wurde in Form eines kombinierten Feder-Dämpfer-Modells weiterentwickelt. Das Federelement bildet dabei die Änderung der Bodeneigenschaften mit der Anzahl der Lastzyklen ab. Der parallel geschaltete viskose Dämpfer berücksichtigt die geometrische Dämpfung des Bodens.

Das Last-Verformungsverhalten des Monopfahls wurde anhand verschiedener Lastkombinationen in jeweils drei unterschiedlichen Intensitäten für verschiedene Lagerungsdichten untersucht. Es zeigt sich ein geringer Einfluss der anfänglichen Lagerungsdichte nach 100 000 Lastzyklen sowie ein äquivalentes Bild hinsichtlich der untersuchten Einflussfaktoren auf die akkumulierten Verformungen an Pfahlkopf und -fuß.

Somit konnte gezeigt werden, dass die eingangs definierten bodenmechanischen Eigenschaften im vorgestellten Bettungsmodell erfasst werden. Zudem können zyklischen und

dynamische Belastungsszenarien prognostiziert werden. Was aussteht, ist eine Validierung der tatsächlichen Größenordnung der resultierenden Verformungen. Nichtsdestotrotz stellt der Ansatz eine vielversprechende Möglichkeit dar, künftig mit reduziertem Berechnungsaufwand sowohl zyklische als auch dynamische Randwertprobleme im Kontext der Offshore-Pfahlbemessung rechnen zu können.

Literatur

- Achmus, A., Y. S. Kuo und K. Abdel-Rahman (2008). “Zur Bemessung von Monopiles für zyklische Lasten”. In: *Bawingenieur* 83 (7-8), S. 303–311.
- Achmus, M., K. Abdel-Rahman und P. Peralta (2007). “Untersuchungen zum Tragverhalten von Monopilegründungen unter zyklischer Belastung”. In: *Mitteilungen des Instituts für Grundbau und Bodenmechanik, Technische Universität Braunschweig, Pfahl-Symposium*. Bd. 84, S. 95–114.
- American Petroleum Institute (2000). *API Recommended Practice 2A-WSD (RP 2A-WSD) - Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms-Working Stress Design*. Techn. Ber. 21st Edition.
- Carstensen, A., T. Pucker und J. Grabe (2018). “Numerical model to predict the displacement of piles under cyclic lateral loading using a new hypoplastic spring element”. In: *Computers and Geotechnics* 101, S. 217–223.
- Det Norske Veritas (2014). *Design of Offshore Wind Turbine Structures*.
- Dührkop, J. (2010). “Zum Einfluss von Aufweitungen und zyklischen Lasten auf das Verformungsverhalten lateral beanspruchter Pfähle in Sand, Promotionschrift, Veröffentlichungen des Instituts für Geotechnik und Baubetrieb der TUHH, Bd. 20”. University of Technology, Hamburg, Germany.
- Gazetas, G. (1991). “Foundation vibrations”. In: *Foundation engineering handbook*. Springer, S. 553–593.
- Gazetas, G. und R. Dobry (1984a). “Horizontal response of piles in layered soils”. In: *Journal of Geotechnical Engineering* 110.1, S. 20–40.
- Gazetas, G. und R. Dobry (1984b). “Simple radiation damping model for piles and footings”. In: *Journal of Engineering Mechanics* 110 (6), S. 937–956.
- Gotschol, A. (2002). “Veränderlich elastisches und plastisches Verhalten nichtbindiger Böden und Schotter unter zyklisch-dynamischer Beanspruchung”.

- Hartmann, H. G. (1986). *Pfahlgruppen in geschichtetem Boden unter horizontaler dynamischer Belastung*. Institut fuer Grundbau, Boden-und Felsmechanik, TH Darmstadt.
- Hettler, A. (1981). “Verschiebungen starrer Gründungskörper in Sand bei monotoner und zyklischer Belastung”. Dissertation. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe.
- Jardine, R. (2020). “Geotechnics, energy and climate change: the 56th Rankine Lecture”. In: *Géotechnique* 70.1, S. 3–59.
- Kallehave, D., C. L. Thilsted, M. A. Liingaard et al. (2012). “Modification of the API py formulation of initial stiffness of sand”. In: *Offshore Site Investigation and Geotechnics: Integrated Technologies-Present and Future*.
- Lin, S.-S. und J.-C. Liao (1999). “Permanent strains of piles in sand due to cyclic lateral loads”. In: *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 125 (9), S. 798–802.
- Little, R. L. und J.-L. Briaud (1988). *Full scale cyclic lateral load tests on six single piles in sand*. TEXAS A AND M UNIV COLLEGE STATION DEPT OF CIVIL ENGINEERING.
- Long, J. H. und G. Vanneste (1994). “Effects of cyclic lateral loads on piles in sand”. In: *Journal of Geotechnical Engineering* 120 (1), S. 225–244.
- Long, J. H. und L. C. Reese (1984). “Testing and analysis of two offshore drilled shafts subjected to lateral loads”. In: *Laterally Loaded Deep Foundations: Analysis and Performance*. ASTM International.
- McClelland, B. und J. A. Focht (1958). “Soil modulus for laterally loaded piles”. In: *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 123 (1), S. 1049–1063.
- Niemunis, A., T. Wichtmann und T. Triantafyllidis (2005). “A high-cycle accumulation model for sand”. In: *Computers and Geotechnics* 32 (4), S. 245–263.
- Reese, L. C., W. R. Cox und F. D. Koop (1974). “Analysis of laterally loaded piles in sand”. In: *Offshore Technology in Civil Engineering Hall of Fame Papers from the Early Years*, S. 95–105.
- Smith, T. D. (1987). “Pile horizontal soil modulus values”. In: *Journal of Geotechnical Engineering* 113 (9), S. 1040–1044.
- Sørensen, S. P. H. (2012). “Soil-Structure Interaction for Non-Slender, Large-Diameter Offshore Monopiles: Vol 2”.

- Sørensen, S. P. H., L. B. Ibsen und A. H. Augustesen (2010). “Effects of diameter on initial stiffness of py curves for large-diameter piles in sand”. In: *The European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, S. 907–912.
- Taşan, E., F. Rackwitz und R. Glasenapp (2011). “Ein Bemessungsmodell für Monopilegründungen unter zyklischen Horizontallasten”. In: *Bautechnik* 88 (5), S. 301–318. ISSN: 09328351.
- Umweltbundesamt (März 2019). *Klimawandel der Meere*. URL: <https://www.umweltbundesamt.de/themen/wasser/gewaesser/meere/nutzung-belastungen/klimawandel-der-meere#auswirkungen-des-klimawandels-auf-marine-okosysteme>.
- Wichtmann, T. (2005). “Explizites Akkumulationsmodell für nichtbindige Böden unter zyklischer Belastung”. In: *Schriftreihe des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik der Ruhr-Universität Bochum* (38).
- Winkler, E. (1867). “Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit (The Theory of Elasticity and Stiffness)”. In: *Dominicus, Prague*.

Authors

M.Sc. Anne Stark
Technische Universität Hamburg
Institut für Geotechnik und Baubetrieb
Harburger Schlossstraße 36
21079 Hamburg
Tel.: +49(0)40/42878-3813
Fax: +49(0)40/42878-3721 e-mail: anne.stark@tuhh.de
Web: www.tu-harburg.de/gbt

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Grabe
Technische Universität Hamburg
Institut für Geotechnik und Baubetrieb
Harburger Schlossstraße 36
21079 Hamburg
Tel.: +49(0)40/42878-3762
Fax: +49(0)40/42878-3721 e-mail: grabe@tuhh.de
Web: www.tu-harburg.de/gbt

Numerical Modelling of Spatial Variability and Geotechnical Uncertainty

Michael A. Hicks

(Delft University of Technology, the Netherlands)

Abstract: The spatial variability of soil properties influences material behaviour and the performance of geotechnical structures. It also leads to uncertainty in design, because one can never be certain about what the ground conditions are at every location across a site. This article introduces the concept and implications of spatial variability, and illustrates some of the opportunities afforded by utilising numerical methods within a probabilistic framework.

1 Introduction

The spatial variability of properties within so-called uniform soil layers influences soil material behaviour and geo-structural response. It also causes uncertainty in ground conditions and thereby in geotechnical performance. Conventional (i.e., deterministic) analysis involves the selection of so-called representative values of soil properties for individual soil layers, and this invariably leads to a single factor of safety (for which there is no information regarding probability of failure). In contrast, stochastic analysis makes use of all data and leads to probabilistic definitions of structure performance; for example, reliability, the probability that failure will not occur. This short article aims to introduce the reader to the concept and implications of spatial variability, as well as to illustrate opportunities that arise through the numerical modelling of such problems within a probabilistic framework.

2 Spatial Variability

For a so-called uniform soil layer, the pointwise variability of a material property X can be represented by a probability density function (pdf). This function defines the range and relative likelihood of values of X , and is constrained by the mean value of the material property, X_m , and the standard deviation of the material property.

Figure 1 illustrates the simple case of a normally distributed variable. An obvious question arising from such a figure is: “What representative value of X should be used in carrying out a design assessment?” In the case of Eurocode 7 (EC7) (CEN 2004), for example, the guideline

suggests a characteristic value of X giving a level of reliability of the structure of 95% (i.e., before application of partial factors to achieve some target reliability index). With reference to Figure 1, this characteristic value, X_k , is not given by the 5-percentile of the underlying property distribution, as such a percentile merely indicates the confidence in the value of X being smaller than (or larger than) X_k . Instead, X_k should be derived from a modified (“effective”) distribution, as illustrated in the figure. This distribution is a function of the underlying property distribution, the problem being analysed and, most importantly, the spatial correlation of property values. With respect to the latter, the scale of fluctuation (θ) may be defined as the distance over which material properties are significantly correlated (Vanmarcke 1983).

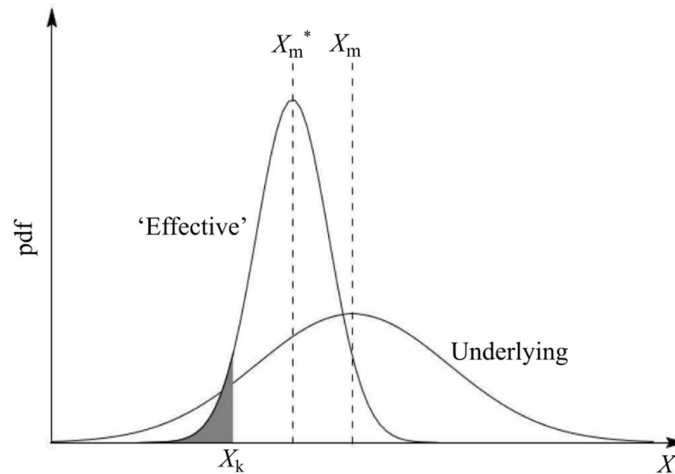


Figure 1: Derivation of characteristic property value satisfying EC7 (based on Hicks, 2012; Hicks and Nuttall, 2012; Hicks et al., 2019; Varkey et al., 2020)

Figure 1 highlights two main differences between the effective and underlying distributions of X : (a) the effective distribution is narrower due to the spatial averaging of material properties (e.g., along potential failure planes); (b) the mean of the effective distribution is lower than that of the underlying distribution due to, for example, the tendency for failure to be attracted to weaker zones. Note that, even though the mean of the effective distribution is lower than the underlying mean, the derived value of X_k is usually higher than the 5-percentile of the underlying distribution due to the reduction in standard deviation caused by local averaging. Moreover, if additional information about a site becomes available (e.g., through monitoring data, or additional testing), the effective property distribution becomes narrower still, and this reduction in uncertainty usually (though not always) leads to more cost-effective assessments and designs.

3 Propagation of Uncertainty

Figure 1 may be viewed as a simple analogy to the propagation of uncertainty from the material level to the structure level, as represented by the respective underlying and effective property distributions. In this article, the propagation of uncertainty is mainly computed through linking random fields for modelling the spatial variability of soil properties, with the finite element method for computing the response of the structure, within a Monte Carlo framework. This approach is known as the random finite element method (RFEM) (Fenton and Griffiths, 2008).

In an RFEM analysis, there are multiple realisations of the same problem, in which each realisation involves the generation of a random field (based on the point and spatial statistics of the soil property) and the accompanying finite element analysis of the problem. The results of all the realisations enable the structure performance to be represented probabilistically.

4 Illustrative Application Areas

4.1 Characterisation and Modelling of Spatial Variability

The characterisation of spatial variability within soil layers is generally carried out using cone penetration test (CPT) data, and provides the point and spatial statistics needed as input for 2D and 3D random field models of spatial variability. Of particular interest is the determination of scales of fluctuation, especially in the horizontal plane. For example, Lloret-Cabot et al. (2014) proposed a strategy utilising conditional random fields for determining the vertical and horizontal scales of fluctuation, and demonstrated its performance for a hydraulically placed sand fill. de Gast et al. (2021a) evaluated a large number of very closely spaced CPTs to derive guidelines for the number and spacing of CPTs as a function of the required confidence level in the computed horizontal scale of fluctuation. Meanwhile, other research has investigated reducing uncertainty through the conditioning of random fields using CPT data. For example, Li et al. (2016) demonstrated how uncertainty in the reliability of an embankment slope (modelled in 3D) was reduced when random fields were conditioned to CPTs located at regular intervals along the embankment crest (i.e., along the third dimension); this was shown to lead to more efficient slope designs for a given target reliability. Other papers have investigated how data assimilation, for example using pore pressure monitoring data, can be used to reduce the uncertainty in an embankment's performance over time (Vardon et al. 2016; Liu et al. 2018).

4.2 Stochastic Modelling of Slope Stability Using RFEM

RFEM has been used to gain insight into how soil spatial variability influences the initiation and propagation of failure mechanisms in slopes, and how this in turn influences the computed slope reliability. Hicks and Samy (2002a) investigated the influence of depth trend in the point statistics of shear strength on 2D slope stability, and demonstrated that a depth trend generally leads to a greater range of solutions and also to a decrease in reliability. Meanwhile, Hicks and Onisiphorou (2005) used RFEM, together with a sophisticated constitutive model for sand, to investigate the failure of the Nerlerk underwater berm, which failed during construction due to apparent liquefaction even though CPT data had indicated a predominantly dilative fill. The RFEM analyses demonstrated that failure of the berm was possible through the liquefaction of semi-continuous looser zones arising from deposition-induced anisotropy.

Hicks and Spencer (2010) investigated the influence of horizontal scale of fluctuation on the stability of embankment slopes, by carrying out 3D RFEM analyses for slopes that were very long in the third dimension. They demonstrated that 3 categories of failure mode were possible, depending on the horizontal scale of fluctuation relative to the embankment dimensions. This was reinforced by Hicks et al. (2014), who computed the distributions of slide volumes associated with the different failure mode categories. They demonstrated that nearly all failures are

3D, even for problems (such as embankments) which appear to be 2D from a geometric point of view. Hicks and Spencer (2010) highlighted that such problems require 3D analysis and that the reliability of such structures is problem-length dependent; that is, the longer the embankment, the greater the chance of encountering a zone that is weak enough to trigger failure. However, they also demonstrated that a full 3D analysis was not needed for very long embankments; instead, the results of a detailed 3D RFEM analysis for a representative length of the embankment (of around 10 times the embankment height) could be combined with simple probability theory to accurately compute the reliability of embankments of different length. This strategy was used by Hicks and Li (2018) to benchmark existing simpler 3D and 2.5D semi-analytical methods. Most recently, Varkey et al. (2022) demonstrated that the horizontal scale of fluctuation along the length of an embankment has a greater influence on the computed reliability than the horizontal scale of fluctuation perpendicular to the line of the embankment.

In recent years, the material point method has been linked with random fields for modelling problems involving large deformations. This so-called random material point method (RMPPM) was first introduced by Wang et al. (2016). Remmerswaal et al. (2021) used RMPPM to investigate the residual strength of dykes; that is, the ability of a dyke to withstand retrogressive slides, potentially leading to flooding, following an initial slope instability.

4.3 Probabilistic Assessments and Characteristic Values

RFEM has been used to provide an interpretation of characteristic values as defined in EC7. Hicks and Samy (2002b) demonstrated that characteristic values should be a function of not only the point statistics of a material property, but also the scales of fluctuation in the coordinate directions and the geotechnical problem under consideration. Hicks (2012) and Hicks and Nuttall (2012) took this further, and explained how Clause 11 of Section 2.4.5.2 in EC7, “Characteristic Values of Geotechnical Parameters,” could be interpreted by considering the scale of fluctuation relative to the domain of influence of the structure. Recently, this line of research has taken on an increased level of importance in the Netherlands. In brief, climate change, increased external loadings and new design guidelines mean that much of the Dutch flood defence and rail networks (i.e., dykes and embankments, respectively) no longer meet the required safety standards. This has prompted the use of advanced methods of analysis that explicitly account for uncertainties (Hicks et al. 2019; Varkey et al. 2020; de Gast et al. 2021b).

5 Concluding Comments

The spatial variability of soil properties can have a dramatic effect on the initiation, nature and propagation of failure mechanisms in geotechnical structures. Research has shown that probabilistic analysis and consideration of spatial variability can lead to a reduction in over-conservatism in design. Moreover, further reductions in over-conservatism are possible through the optimal use of available data and through the acquisition of additional (e.g., monitoring) data.

Acknowledgement: This work is part of the research programme DeepNL/SOFTTOP with project number DEEP.NL.2018.006, financed by the Netherlands Organisation for Scientific Research (NWO).

References

- [1] CEN (2004): Eurocode 7: Geotechnical design. Part 1: General rules, EN 1997-1. European Committee for Standardisation, Brussels.
- [2] de Gast T., Vardon P. J. and Hicks M. A. (2021a): Assessment of soil spatial variability for linear infrastructure using cone penetration tests. *Géotechnique*, 71(11), 999–1013.
- [3] de Gast T., Hicks M. A., van den Eijnden A. P. and Vardon P. J. (2021b): On the reliability assessment of a controlled dyke failure. *Géotechnique*, 71(11), 1028–1043.
- [4] Fenton G. A. and Griffiths, D. V. (2008): Risk Assessment in Geotechnical Engineering. Wiley, New York.
- [5] Hicks M. A. (2012): An explanation of characteristic values of soil properties in Eurocode 7. In: P. Arnold, G. A. Fenton, M. A. Hicks, T. Schweckendiek and B. Simpson (Eds.), Modern Geotechnical Design Codes of Practice: Implementation, Application and Development. IOS Press, 36–45.
- [6] Hicks M. A. and Li Y. (2018): Influence of length effect on embankment slope reliability in 3D. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 42(7), 891–915.
- [7] Hicks M. A. and Nuttall J. D. (2012): Influence of soil heterogeneity on geotechnical performance and uncertainty: a stochastic view on EC7. Proceedings of the 10th International Probabilistic Workshop, Stuttgart, Germany, 215–227.
- [8] Hicks M. A. and Onisiphorou C. (2005): Stochastic evaluation of static liquefaction in a predominantly dilative sand fill. *Géotechnique*, 55(2), 123–133.
- [9] Hicks M. A. and Samy K. (2002a): Influence of heterogeneity on undrained clay slope stability. *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*, 35(1), 41–49.
- [10] Hicks M. A. and Samy K. (2002b): Reliability-based characteristic values: a stochastic approach to Eurocode 7. *Ground Engineering*, 35, December, 30–34.
- [11] Hicks M. A. and Spencer W. A. (2010): Influence of heterogeneity on the reliability and failure of a long 3D slope. *Computers and Geotechnics*, 37, 948–955.
- [12] Hicks M. A., Nuttall J. D. and Chen J. (2014): Influence of heterogeneity on 3D slope reliability and failure consequence. *Computers and Geotechnics*, 61, 198–208.
- [13] Hicks M. A., Varkey D., van den Eijnden A. P., de Gast T. and Vardon P. J. (2019): On characteristic values and the reliability-based assessment of dykes. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 13(4), 313–319.

- [14] Li Y. J., Hicks M. A. and Vardon P. J. (2016): Uncertainty reduction and sampling efficiency in slope designs using 3D conditional random fields. *Computers and Geotechnics*, 79, 159–172.
- [15] Liu K., Vardon, P. J. and Hicks, M. A. (2018): Sequential reduction of slope stability uncertainty based on temporal hydraulic measurements via the ensemble Kalman filter. *Computers and Geotechnics*, 95, 147–161.
- [16] Lloret-Cabot M., Fenton G. A. and Hicks M. A. (2014): On the estimation of scale of fluctuation in geostatistics. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 8(2), 129–140.
- [17] Remmerswaal G., Vardon P. J. and Hicks M. A. (2021): Evaluating residual dyke resistance using the Random Material Point Method. *Computers and Geotechnics*, 133, 104034.
- [18] Vanmarcke E. (1983): *Random Fields: Analysis and Synthesis*. MIT Press, Cambridge, MA.
- [19] Vardon P. J., Liu K. and Hicks M. A. (2016): Reduction of slope stability uncertainty based on hydraulic measurement via inverse analysis. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 10(3), 223–240.
- [20] Varkey D., Hicks M. A., van den Eijnden A. P. and Vardon P. J. (2020): On characteristic values for calculating factors of safety for dyke stability. *Géotechnique Letters*, 10(2), 353–359.
- [21] Varkey D., Hicks M. A. and Vardon P. J. (2022): Effect of uncertainties in geometry, inter-layer boundary and shear strength properties on the probabilistic stability of a 3D embankment slope. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, in press, doi: 10.1080/17499518.2022.2101066.
- [22] Wang B, Hicks M. A. and Vardon P. J. (2016): Slope failure analysis using the random material point method. *Géotechnique Letters*, 6(2), 113–118.

Author

Prof. Dr. Michael A. Hicks
Delft University of Technology
Faculty of Civil Engineering and Geosciences
Department of Geoscience and Engineering
Section of Geo-Engineering
Stevinweg 1
2628 CN Delft
The Netherlands
Tel.: +31 (0) 15 27 87433
e-mail: m.a.hicks@tudelft.nl

Automatic Finite Element Modelling and Parameter Determination for Geotechnical Design

Ronald B.J. Brinkgreve, Sandro Brasile

Abstract: This article describes how efficiency in geotechnical engineering involving finite element (FE) modelling can be improved by automation. An important part of geotechnical FE modelling involves the creation of an underground model and the determination of soil and model parameters. It is explained how Automated Parameter Determination (APD) based on CPT data can be used in conjunction with geological modelling to create the necessary input for a FE model. An example demonstrates the entire workflow. The system is transparent and extendable. It supports the geotechnical engineer in the complex task of parameter determination, while retaining the responsibility at the user. Automation can help reducing the spread in results when different geotechnical engineers analyze the same problem, and hence, it can contribute to the confidence in the use of advanced numerical methods for geotechnical design.

1 Introduction

Our continuous drive for professional advancement and efficiency has led to the development of numerous software products enabling geotechnical engineers to solve geotechnical problems in shorter time. In the early days of personal computers, pioneers developed codes to implement simple solutions based on classical methods for bearing capacity and stability. In the same period, non-linear numerical methods on mainframe computers (such as non-linear spring models, limit equilibrium (LE) models, finite difference (FD) models and finite element (FE) models) were turned into more user-friendly desktop applications. The evolution of these methods over time, from 2D to 3D to 4D, in conjunction with advanced constitutive models, has been a game-changer for geotechnical analysis, both in research and practice. However, some people argue whether this has resulted in more reliable geotechnical designs. Surely, the current numerical tools inherently provide much more insight in non-linear deformation behaviour, soil-structure interaction, and complex mechanisms, but the accuracy of results highly depends on the user's ability to determine the right input parameters.

Besides the development of advanced analysis tools, much progress has been made in automation of data collection, storage, processing, and visualization. With the right software tools, the generation of a geotechnical site investigation report has become a matter of only a few mouse-clicks. However, the quality of sampling and testing is still left to the experience of the field worker or lab technician. Likewise, the interpretation of data and the translation into soil and model parameters highly depends on the experience of the geotechnical engineer. On the one

hand this is good, because it emphasizes the role and expertise of a geotechnical engineer in a multidisciplinary construction or infrastructure project. On the other hand, it may lead to (significant) differences in results when different engineers provide a solution for a well-defined problem based on the same set of data. This is because the interpretation of data is not straightforward or ‘by the book’, so it depends on the experience of the engineer and the methods that he or she adopts. Benchmark studies, such as those organized and reported by Prof. Helmut Schweiger, exemplify this situation (Figure 1).

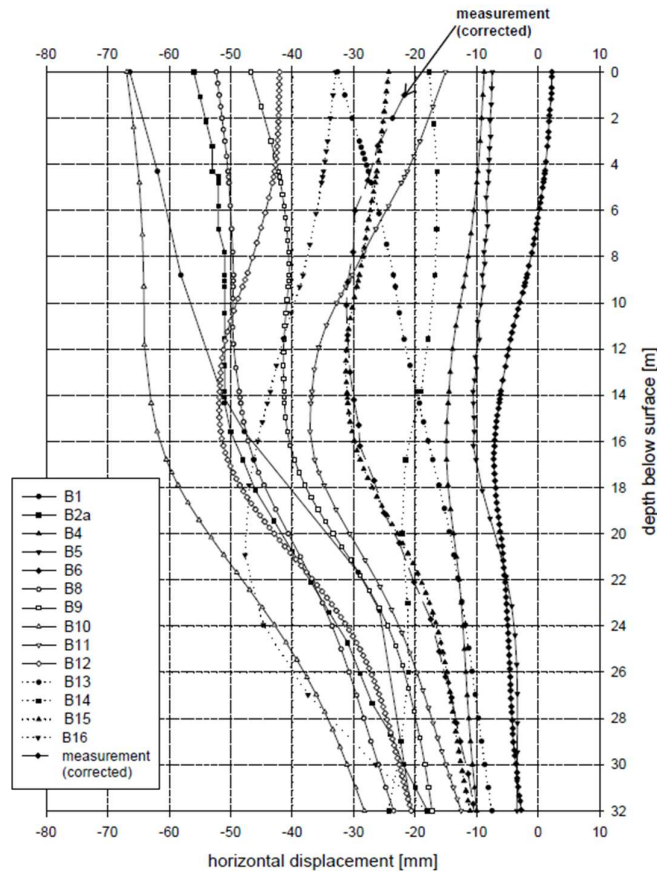


Figure 1: Calculated wall deflection for a well-defined multi-stage excavation problem. Different predictions, all based on the same set of input data, give a large bandwidth of results (after Schweiger, 2002)

A more recent trend in construction related software applications includes Building Information Modelling (BIM), which has meanwhile evolved towards Digital Twins. In fact, BIM and Digital Twins bring different categories of software developments (data collection, storage, processing, visualization, modelling, analysis, design) from different disciplines together and connect this for the benefit of a construction project as a whole and all its stakeholders. Where BIM focuses on the design and construction process, Digital Twins include the entire project lifecycle, including maintenance, retrofit, and decommissioning at the end of its lifetime. It aims to provide an up-to-date digital copy of all relevant aspects of a real-world project with all details at all times.

The advantages of BIM and Digital Twins are multiple; three are highlighted here:

- It integrates the involvement and facilitates collaboration of different disciplines and stakeholders in a project.

- It allows for protecting and sharing project-related information in an online environment.
- It allows for cross links between data, models and analysis results: if a model (or the situation in reality) is updated, the corresponding analyses, results and design consequences can be updated easily.

The development of Digital Twins is facilitated by the interoperability that is built in modern software applications. It is based upon a well-defined Application Programming Interface (API) to link different software applications together, as well as templates or schemas for data exchange. The Python programming language seems ideal for making connections between different applications and to provide technical solutions. There are numerous Python libraries online available for free to perform mathematical operations, process data, visualize results, etcetera, and their number is increasing every day. Universities facilitate students and research staff to acquire Python programming skills to solve (technical) challenges. This trend is also picked up by engineering companies, allowing (young) engineers to build new applications around established commercial software packages, thereby attempting to create a competitive advantage.

Despite all automation, the interpretation of data and the translation towards soil and model parameters for geotechnical analysis and design is still a ‘human task’ in the geotechnical workflow. Some engineers believe that this situation must remain to leave this responsibility with the geotechnical engineer. The authors of this article believe that automation may help to facilitate the geotechnical engineer in doing his/her job more efficiently while retaining their responsibility. Moreover, it may reduce errors due to human misinterpretation or transfer of data. Finally, it may help to narrow the bandwidth of results when different engineers solve the same problem, and hence, it may improve the confidence in numerical analysis.

Section 2 of this article describes how geotechnical finite element modelling can be automated and integrated in a Digital Twin environment. Section 3 describes the process of automated parameter determination based on correlations from field test data. Section 4 demonstrates an example. The conclusions are written in Section 5.

2 Geotechnical finite element modelling in a Digital Twin

Since the early development of dedicated geotechnical finite element software as a desktop application, the software packages include all facilities to:

1. Build the model geometry consisting of a stratigraphy (soil layers), structures in/on the ground and the intersection / aggregation of both.
2. Apply boundary conditions, loads and hydraulic conditions
3. Provide soil and structural properties
4. Define calculation phases representing various stages of construction
5. Define and generate a finite element mesh
6. Run the calculations
7. View the results

A Digital Twin of a real-world project including all relevant data can provide input to build a finite element model, but the data must first be filtered and transformed. For example:

1. Digital terrain models in combination with borehole data can be used to create a three-dimensional underground model. To create a model that is suitable to generate a consistent finite element mesh requires thin soil layers to be filtered out from individual boreholes (while maintaining their influence in the model, if they are relevant) or combined into layers with a finite (minimum) thickness. Consistent layer boundaries and volumes shall be formed by connecting corresponding layers from the various boreholes. Challenges in this process are:
 - a. A digital terrain model has a higher density and may be inconsistent with the borehole data.
 - b. A straight-forward connection of corresponding layers across boreholes may lead to intersecting (inconsistent) layers in the likely case of a non-horizontal ground surface and/or layering.
 - c. The order, number and type of soil layers in the various boreholes may differ from one to another.

As a result, this process generally requires human interaction, although there is progress in applying Artificial Intelligence (Machine Learning) for automatic layer determination (Rauter & Tschuchnigg, 2022).

2. Once a consistent underground model has been created, a structural model may be added to the system. This gives other challenges:
 - a. Structural models, especially based on technical drawings, may suffer from small inaccuracies that may lead to small gaps or badly shaped elements when processed in a finite element environment (i.e. mesh generation).
 - b. Real-world structures having a particular shape (profile) and volume need to be translated into an equivalent mechanical model. They may be represented by beams (line elements) or shells (surface elements) with equivalent geometrical and mechanical properties but with no volume.
 - c. Intersecting underground model and structural model may lead to thin gaps or overlaps which may lead to badly shaped elements or other inconsistencies upon mesh generation. Therefore, some geometric parts may need to be adapted, depending on accuracy and priorities of the model components.

Rather than combining an underground model and structural model in a finite element environment, there is a need for an intermediate ‘conceptual model’ as part of a Digital Twin, which is a consistent equivalent model that contains all interpreted, translated, intersected, and aggregated data for any type of analysis. From a conceptual model a further choice can be made as to which type of analysis shall be performed. This could be based on Limit Equilibrium (LE) models, Finite Difference (FD) models or Finite Element (FE) models, either 2D (cross section) or 3D, depending on the accuracy and complexity requirements for individual situations. The input data for the selected type of analysis shall be derived from the conceptual model rather than from the original data directly.

Although tools exist to overcome some of the aforementioned challenges, the generation of a geotechnical finite element model in a Digital Twin environment still needs quite some human interaction. It requires more research and development before this process can be fully automated. Nonetheless, the current capabilities are already a significant step forward in terms of efficiency and error reduction compared to the situation before the introduction of Digital Twins.

3 Cone Penetration Testing

One of the main challenges in geotechnical engineering is to determine representative soil and model parameters. Especially in an early stage of a project, limited soil data are available. At project locations that are well accessible and involve relatively soft ground conditions, cone penetration testing (CPT) can be a cheap and useful way to explore the underground. Over the years, CPT has gained much popularity in site investigation. The equipment has strongly evolved; the latest system provides a fully automated continuous operation (Storteboom et al., 2022), and the processing of results and transfer of data in a standard format (GEF, AGS, DIGGS, etc.) can also be done automatically.

Several companies have compiled their own proprietary database with CPT data. In the Netherlands, a large public database exists of freely accessible CPT data (and other subsoil data), mostly from infrastructural projects: Dinoloket (www.dinoloket.nl/en). This database, together with Table 2b of the Dutch geotechnical design code NEN 9997-1 (2016) and ground surface elevation data from AHN (Actueel Hoogtebestand Nederland; www.ahn.nl), are valuable sources of information for a desk study by students and professionals exploring the geotechnical challenges for a project in The Netherlands.

The interpretation of CPT data (i.e. cone resistance q_c , shaft friction f_s , friction ratio R_f and pore pressure u_2 , measured every 1 or 2 cm in depth) is internationally based on Robertson's method (Robertson 2009, 2010, 2016) in which individual CPT readings are translated into Soil Behaviour Type (SBT). The SBT, as the name says, tells something about the type of soil *behaviour*; not necessarily the type of soil, although it is often interpreted like this. Next, subsequent SBTs in depth with similar q_c - and f_s -values are combined into soil layers (stratification). For each layer, average q_c -, f_s - (and u_2 -) values are calculated and used to determine soil properties and parameters.

Where the translation of CPT data to SBT is fully automated (various software packages exist that do this and give similar results), the determination of soil layers, soil properties and soil parameters is often a 'manual' task of a geotechnical engineer. The outcome of this process depends on the 'choices' that the engineer makes. Some of these choices are:

1. Which version of Robertson's method to use: based on normalized (2009) or non-normalized (2010) CPT parameters?
2. Where to put the boundary between one soil layer and the next? Combining different thin layers into thicker layers?
3. Which method(s) or correlation(s) to use to obtain representative parameter values?

It is clear to see that a different layering in point 2 will lead to different averages per layer and hence, different parameter values. More prominently, point 3 results in different parameter values since different engineers favour different methods or correlations, and their limitations are not always clear or considered.

Ideally, the use of field test data, such as from CPT, shall be completed with lab testing data to enable more accurate parameter determination. However, especially in an early stage of a project, good quality lab testing data are often not available. If such data *are* available, it shall be realised that the lab tests may not cover the most prominent stress levels, stress paths, strain levels and strain rates that are representative of what the soil encounters during the construction process or the lifetime of the project. Therefore, parameters determined from lab tests may not

be fully representative of the soil behaviour in the practical application. The same can be said about CPT and the use of correlations, but CPT data can still be a good starting point in absence of more reliable soil data.

4 Automated Parameter Determination

To reduce the variation in results of numerical analysis due to variations in parameter determination, a system for automated parameter determination (APD) has been proposed by the first author and co-workers (Brinkgreve 2019; Van Berkom 2020; Van Berkom et al. 2022; Marzouk et al. 2022). APD determines ‘paths of correlations’ using a so-called Graph method (Van Berkom 2020), starting from CPT parameters via intermediate parameters (such as relative density, plasticity index and soil state parameters) to final soil and model parameters. APD includes more than 80 parameters and more than 170 correlations, including information about their applicability, limitations, and backgrounds. Several correlations on soil properties were taken from Kulhawy & Mayne (1990) and publications from Prof. Peter Robertson’s CPT website (<https://www.cpt-robertson.com/publications/>) as well as correlations to derive the parameters of the Hardening Soil small-strain constitutive model (Benz 2007), including those from Brinkgreve et al. (2010).

The APD system is transparent in the sense that outcomes can be traced and verified; it is extendable in the sense that additional parameters and correlations can simply be added without the need of programming, as they are stored in comma separated value (CSV) files; and last but not least, the standard set of parameters and correlations has been validated by a team of researchers from academia and industry. For the latter, the free accessibility of CPT data in Dinoloket has been very useful.

The APD workflow is as follows (based on a single CPT):

1. Selection and reading of a CPT
2. Translation of individual CPT readings to SBT
3. Stratification procedure to form soil layers based on a minimum layer thickness and averaging of CPT data per layer
4. For each layer: parameter determination based on the Graph method
5. Export of layering (‘borehole’) and parameter sets

The APD workflow can be integrated in geotechnical finite element software, or it can be part of the creation of an underground model within a conceptual model in a Digital Twin environment (Chapter 2) from which a numerical model is extracted.

APD can be used repetitively to create multiple ‘boreholes’ from which a 3D underground model is created. In many cases, the ground surface and soil layers are non-horizontal. The ground surface can be taken from elevation data as 2D cross sections or 3D digital terrain models (point clouds, grids or triangulated surfaces), provided that the resolution is sufficiently accurate. As stated before, the creation of layer boundaries from multiple boreholes still requires some manual interaction, but the entire workflow can be automated to a large extent.

After consistent layer volumes have been created, parameter sets may be assigned based on a representative CPT. Alternatively, they may be recalculated per layer using point 4 of the APD workflow, based on ‘averaged’ CPT data from multiple CPTs.

5 Example

To demonstrate the automated finite element modelling and parameter determination process as described in the preceding chapters, an example is elaborated here. The example involves a location near the Zalmhaven tower in Rotterdam (Figure 1). This building was completed in 2022, and with its height of 215 m it is the highest residential building in The Netherlands.



Figure 1: Zalmhaven tower, Rotterdam (after Schippers et al., 2021)

To build the underground model for this example, existing CPT data was obtained from Dinoloket. A total of 18 CPTs were subsequently interpreted using APD and exported as combined boreholes in a format that can be read by Leapfrog Works (Seequent 2022), a geological software package that is mostly used for mining applications. Leapfrog allows for visualization and processing of underground data. The boreholes were turned into a 3D underground model with consistent layer volumes. The boundaries separating the layer volumes were exported to the PLAXIS 3D finite element software. The parameter sets of the respective layers were obtained from a representative CPT for which APD automatically determined the parameters of the Hardening Soil small-strain stiffness model (HSsmall) based on APD's standard set of correlations.

The model could have been further elaborated to include structures and loads, to define calculation phases and to perform all other steps of finite element modelling, but these steps were not performed and are therefore not presented here.

5.1 Selection and interpretation of CPTs

The following 18 CPTs in Geotechnical Exchange Format (GEF) were obtained from Dinoloket (Table 1):

Table 1: CPTs used for the creation of the underground model (Source: Dinoloket.nl)

CPT000000081615_IMBRO_A.gef	CPT000000081626_IMBRO_A.gef	CPT000000150505_IMBRO_A.gef
CPT000000081619_IMBRO_A.gef	CPT000000081627_IMBRO_A.gef	CPT000000150791_IMBRO_A.gef
CPT000000081620_IMBRO_A.gef	CPT000000149509_IMBRO_A.gef	CPT000000150810_IMBRO_A.gef
CPT000000081621_IMBRO_A.gef	CPT000000150310_IMBRO_A.gef	CPT000000150913_IMBRO_A.gef
CPT000000081623_IMBRO_A.gef	CPT000000150325_IMBRO_A.gef	CPT000000150975_IMBRO_A.gef
CPT000000081624_IMBRO_A.gef	CPT000000150488_IMBRO_A.gef	CPT000000150991_IMBRO_A.gef

All 18 CPTs were automatically processed by APD using the following settings:

- Interpretation method: Robertson 2010
- Minimum layer thickness: 1.0 m
- Assumed groundwater level: 1.0 m below ground surface

Figure 2 shows an example of an interpreted CPT based on CPT000000081624, which is considered representative for the underground to a depth of 35 m. The soil profile is typical for Rotterdam, consisting of a sandfill layer on top, underlain by Holocene deposits with mostly soft sandy clay (and peat) to a depth of around 15 m, under which the Pleistocene layers are found with mostly medium dense sand and some intermediate clay layers.

It should be noted that for the actual design of the Zalmhaven tower new proprietary CPTs were taken to a depth of 85 m (Schippers et al., 2021). The article confirms the stratigraphy as described above and mentions that the soil below the Pleistocene consists of alternating clay, silt and (fine) sand with a relatively low cone resistance. The foundation design for the Zalmhaven tower resulted in 162 piles of 0.95 m diameter and 65 m length. Since the new CPTs are not available in Dinoloket, a location very close to the tower was taken for the purpose of elaborating this example.

Based on the selected CPT000000081624, the parameters of the HSsmall model for the various soil layers were automatically determined using paths of correlations in APD. This procedure is described in more detail by Van Berkomp et al. (2022). As an example, Table 2 shows the parameters of the medium dense sand layer between 18 m and 28 m depth. The relative density of this layer was (automatically) determined as 68.8%.

CPT000000081624 threshold 1.0 m

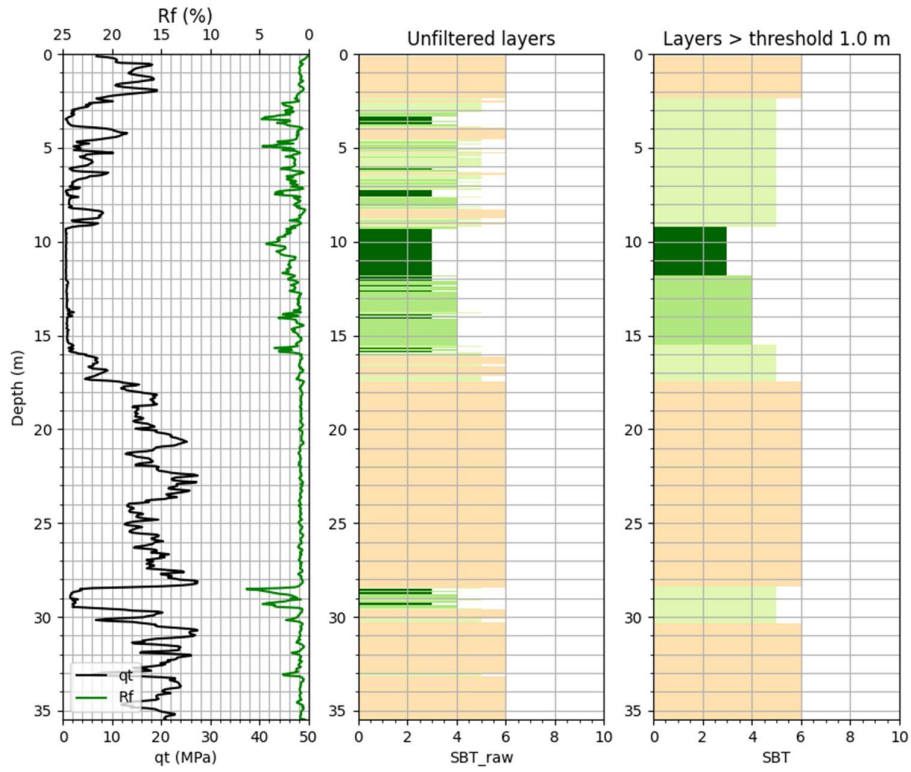


Figure 2: Automatic CPT interpretation from APD

Left: cone resistance and friction ratio as a function of depth

Middle: interpretation of individual CPT readings (here every 5 cm) to SBT

Right: SBT of different layers after stratification, considering minimum layer thickness

Table 2: Parameters of the HSsmall model for the sand layer at 18-28 m depth

Parameter	Value	Unit
γ_{unsat}	17.75	kN/m ³
γ_{sat}	20.08	kN/m ³
E_{50}^{ref}	41280	kN/m ²
$E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$	41170	kN/m ²
$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$	123800	kN/m ²
G_0^{ref}	130500	kN/m ²
γ_{07}	$1.312 \cdot 10^{-4}$	-
p^{ref}	100	kN/m ²

Power	0.5124	-
c'	0	kN/m ²
φ'	38.19	°
ψ	6.113	°
v_{ur}	0.2	-
K₀^{nc}	0.4706	-
R_r	0.9140	-

5.2 Surface elevation data

The AHN database indicates that the ground surface at the target location is NAP +3.4 m (source: ahn.nl; NAP = Normaal Amsterdams Peil = Dutch reference level). This is consistent with the ground surface elevation obtained from the CPTs. The ground surface is more or less horizontal; therefore, it is not necessary to obtain a more detailed digital terrain model.

5.3 Creation of underground model

The automatic interpretation of CPTs resulted in 18 ‘boreholes’ that were stored in a combined CSV file, and this file was read and visualized in Leapfrog (Figure 3). Figure 3 seems to show only 12 boreholes, but it turned out that some identical CPTs were stored in Dinoloket under different names, and they overlap in the figure. These were not filtered out here since it does not make any difference in results. The information about the ‘Soil Behavior Type’ in the legend was provided by APD in the CSV file.

Since the same SBT may appear in different layers, it is first necessary to subdivide the SBT in different sub-groups and ensure that similar layers in different boreholes belong to the same sub-group. This process has not yet been automated, but a first and easy step to do this could be based on depth or the ideas of Rauter & Tschuchnigg (2022) could be implemented.

The next step is to create a geological model by combining all sub-groups of layers. The result is shown in Figure 4, in which the layer volumes are rendered semi-transparent such that the boreholes are still visible. The geological model ensures that the layer volumes are consistent. Besides the layer volumes, the geological model generates the boundaries between the layers as triangulated surfaces.

The entire model is stored in the cloud via Seequent Central. In the case additional data (boreholes, surface elevation data, etc.) become available, the geological model is automatically updated to incorporate and reflect the new data.

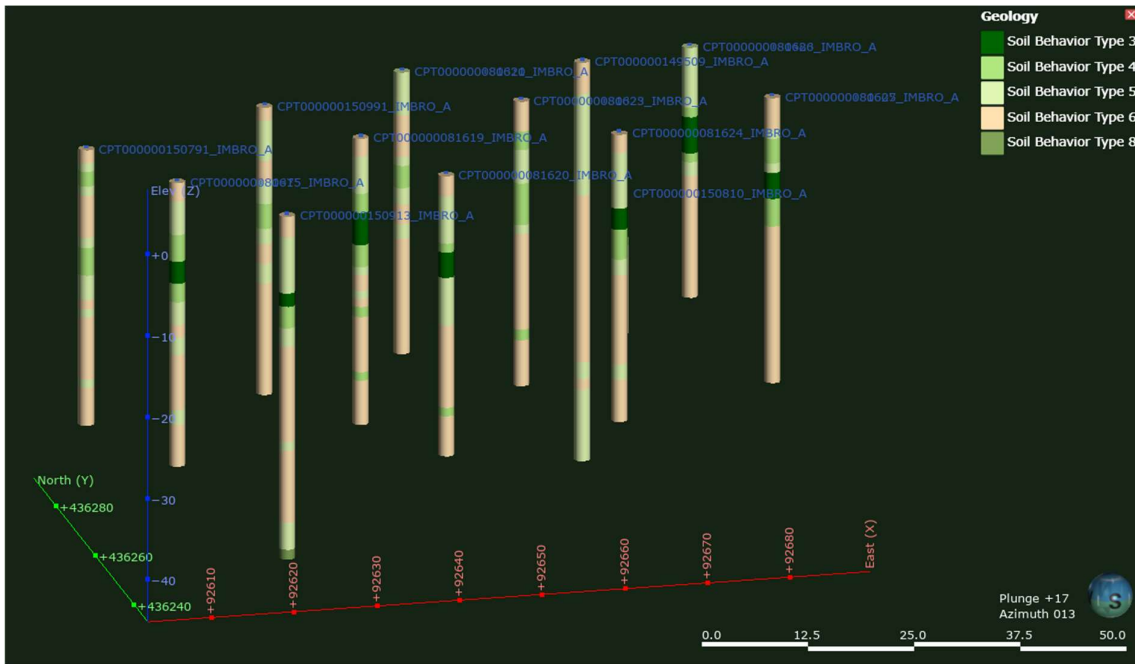


Figure 3: Visualization of 'boreholes' (from CPTs)

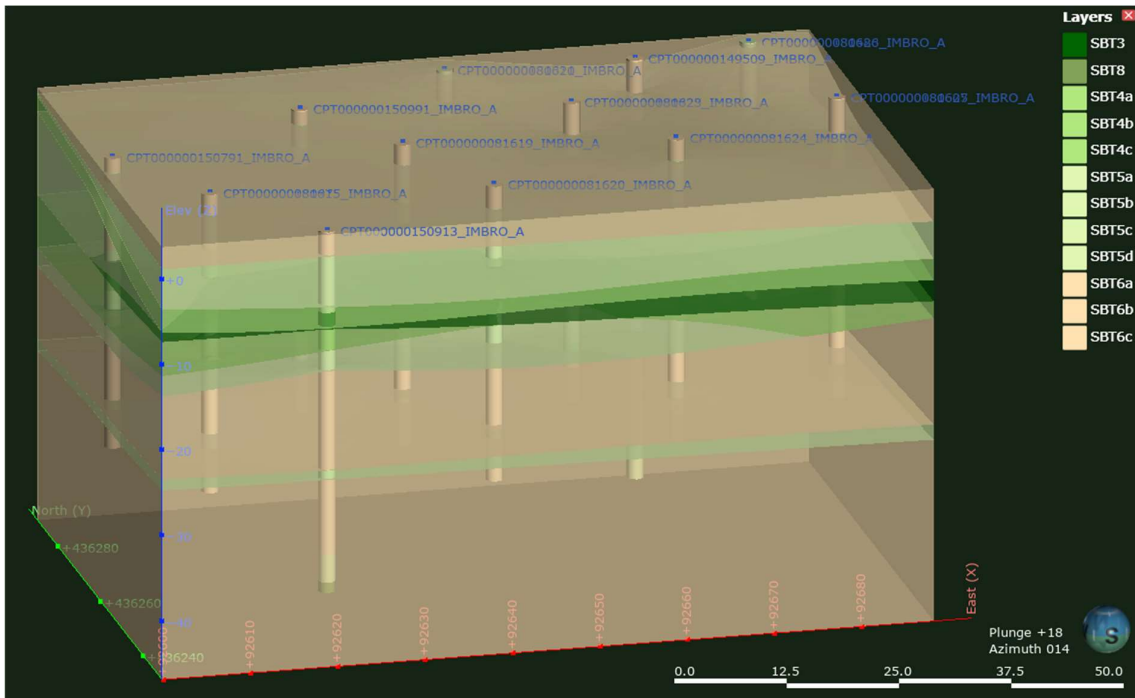


Figure 4: Visualization of soil layers based on sub-groups of SBTs

5.4 Creation of finite element model

As a next step, the layer boundaries are exported from the geological model to PLAXIS 3D. This is currently done via DXF files, but in the future, this can be done directly via Seequent Central. In addition, the parameter sets as generated by APD are also available. After intersecting the layer boundaries to generate the soil volumes, the parameter sets are assigned to the corresponding soil volumes. In this way, the soil layers are recreated in accordance with the geological model. In fact, the geometric model as well as the model parameters are all based on the CPTs interpreted by APD. Figure 5 shows the results.

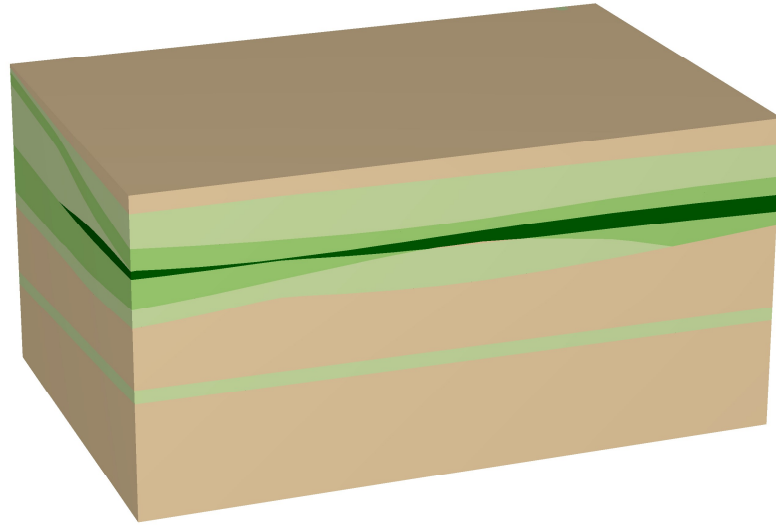


Figure 5: Geometric model in PLAXIS 3D

Finally, Figure 6 shows the finite element mesh that was automatically generated from the geometric model. The mesh shows some badly shaped elements, which are inherently related to thin (sub-)layers. This is still a point of attention for further improvement.

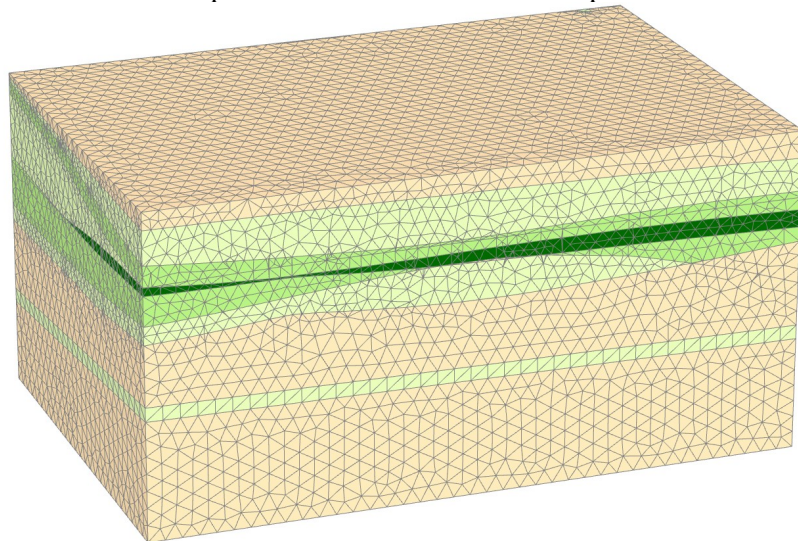


Figure 6: Finite element model

Considering the application programming interface (API) as available in PLAXIS, most of the above steps can be automated by means of an external Python program. This has only been done to a limited extent here and will be part of continuing developments.

5.5 Other possible applications

The previous example demonstrates how automation can be used to create a 3D underground model to facilitate 3D finite element modelling in a Digital Twin environment. The example is typical for a project in an urban environment on a horizontal ground surface.

Analysing the stability of embankments, dams or slopes would require additional surface elevation data to be included in the underground model. These data are often publicly available in the form of point clouds, grids or triangulated surfaces.

An example of a geological model in which ground surface elevation data has been included is shown in Figure 7.

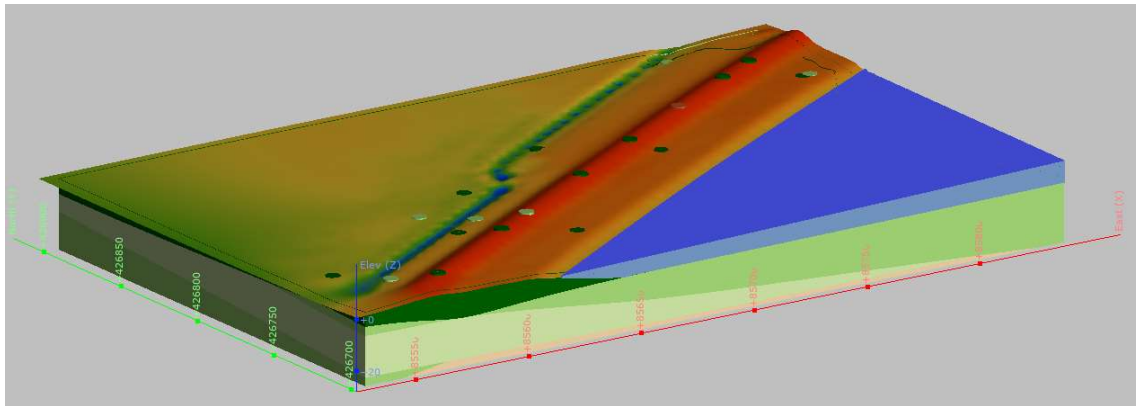


Figure 7: Underground model with surface elevation data involving a river embankment

A 3D geological model related to existing ‘line infrastructure’ (road, railway, river embankment (dike, levee), pipeline or tunnel) can be used to take multiple 2D cross sections for an (automated) finite element-based analysis of settlement, deformation, stability and structural integrity. The way corresponding 2D finite element models are created is similar as what was described for the 3D model in the above example, but only based on the exported / imported cross section data. An automated procedure could facilitate the responsible authorities to check the infrastructure’s safety under changing (climate) conditions (for example: sea level rise, increased river discharge, increased precipitation, periods of drought; increasing traffic, heavier trucks and trains, higher train speed or frequency, etc.).

6 Conclusions

Advanced and automated software solutions can facilitate our continuous drive for more efficiency in geotechnical engineering and the collaboration with related disciplines and stakeholders. The article demonstrates how automated parameter determination (APD) based on cone penetration test (CPT) data can encourage and improve numerical modelling in a Building

Information Modelling (BIM) or Digital Twin environment. Especially in an early stage of a project, when limited soil data are available, CPTs can be very useful to automatically create an underground model and to derive model parameters for preliminary 2D and 3D finite element analysis. In addition, ground elevation data may be needed to complete the underground model in the case of a non-horizontal ground surface at the project location.

For existing infrastructure in a Digital Twin environment, new data can be taken into account easily and the models can be updated automatically to include the new data or to account for changing conditions.

An example was elaborated in which a complete finite element model was generated for a location near the Zalmhaven tower in Rotterdam. The data for this example was taken from publicly available sources in The Netherlands.

The current state of development only involves a partially automated workflow, but the ideas presented herein would allow, in principle, for full automation of numerical modelling and finite element analysis. It is important to emphasize the role of the geotechnical engineer as the one who remains responsible for what the system creates and produces. This requires transparency and the possibility to interfere, check and adapt in the various steps of the process.

At the same time, an automated system of parameter determination can help reducing the spread in results when different engineers solve the same geotechnical problem. Thereby, it can contribute to the confidence in the use of advanced numerical tools for geotechnical design.

References

- [1] Benz T. (2007): Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences. PhD thesis. Heft 55, Institut für Geotechnik, Universität Stuttgart.
- [2] Brinkgreve R.B.J., Engin E. and Engin H.K. (2010): Validation of empirical formulas to derive model parameters for sands. In: Benz T. & Nordal S. (eds.), Numerical Models in Geotechnical Engineering, NUMGE 2010. Leiden: CRC press, 137-142.
- [3] Brinkgreve R.B.J. (2019): Automated model and parameter selection: Incorporating expert input into geotechnical analyses. *Geostrata* 23(1), 38-45.
- [4] Kulhawy F.H. and Mayne P.W. (1990): Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design. EPRI EL-6800, Project 1493-6. Palo Alto: Electric Power Research Institute.
- [5] Marzouk I., Tschuchnigg F., Paduli F., Lengkeek H.J. and Brinkgreve R.B.J. (2022): Determination of fine-grained soil parameters using an automated system. In: Gottardi & Tonni (eds), Cone Penetration Testing 2022. Taylor & Francis, 540-545.
- [6] NEN (2016): Nederlandse Norm NEN 9997-1, Geotechnisch Ontwerp van Constructies. Delft: Nederlands Normalisatie Instituut.

- [7] Rauter S. and Tschuchnigg F. (2022): Identification of soil strata from in-situ test data using machine learning. In: 16th Int. Conf. of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics, IACMAG 2022.
- [8] Robertson P.K. (2009): Interpretation of cone penetration tests – a unified approach. *Canadian Geotechnical Journal* 46(11), 1337-1355.
- [9] Robertson P.K. (2010): Soil Behaviour Type from the CPT: an update. In: 2nd Int. Symposium on Cone Penetration Testing, Huntington Beach, USA, Vol. 2. 575-583.
- [10] Robertson P.K. (2016): Cone penetration test (CPT)-based soil behaviour type (SBT) classification system - an update. *Canadian Geotechnical Journal* 53(12), 1910–1927.
- [11] Schweiger H.F. (2002): Results from numerical benchmark exercises in geotechnics. In: P. Mestat (ed.), 5th European Conf. Numerical Methods in Geotechnical Engineering. Paris: Presses Ponts et chaussees, 305-314.
- [12] Schippers R.J., Bijnagte J. and Van Tol A.F. (2021): Geotechnisch ontwerp van De Zalmhaven te Rotterdam (deel 1). *Geotechniek*, jaargang 25, No. 3.
- [13] Seequent (2022): Leapfrog Works Version 3.1 – User Manual. Christchurch: Seequent Limited.
- [14] Storteboom O., Woollard M. and Verhagen J. (2022): Efficiency examined of hands-free Cone Penetration Testing using the SingleTwist[®] with COSON. In: Gottardi & Tonni (eds), Cone Penetration Testing 2022. Taylor & Francis, 229-234.
- [15] Van Berkom I.E. (2020): An automated system to determine constitutive model parameters from in situ tests. MSc thesis. Delft University of Technology.
- [16] Van Berkom I.E., Brinkgreve R.B.J., Lengkeek H.J. and De Jong A.K. (2022): An automated system to determine constitutive model parameters from in-situ tests. In: Rahman & Jaksa (eds), 20th Int. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Sydney: Australian Geomechanics Society, 329-334.

Authors

Dr. Ronald B.J. Brinkgreve
 Associate Professor
 Delft University of Technology
 Department of Civil Engineering & Geo-Sciences, Geo-engineering section
 Stevinweg 1
 2628 CN Delft, The Netherlands
 Tel.: +31 (0)15 278 4011
 Mob.: +31 (0)6 5422 5409
 E-mail: r.b.j.brinkgreve@tudelft.nl
 Web: <https://www.tudelft.nl/staff/r.b.j.brinkgreve/>

Dr. Sandro Brasile
Director of Geotechnical Research
Plaxis B.V., a Bentley Systems company
Computerlaan 14
2628 XK Delft, The Netherlands
Tel.: +31 (0)15 2517720
E-mail: sandro.brasile@bentley.com
Web: <https://www.bentley.com/en/products/brands/plaxis>

The use of FEM in contractor's practice in The Netherlands

**ir. B. (Bart)van Paassen (BAM Infraconsult),
ir. Th.(Thomas) Nijssen (BAM Infraconsult),
J.R. (Javier) Salazar Rivera M.Sc. (BAM Infraconsult)**

Abstract: The use of FEM models has become standard practice in the construction industry in The Netherlands. This presentation provides an illustration of the state-of-the-art in the use of FEM models (particularly Plaxis) on actual projects. The considerations in the use of these models are discussed in terms of the justification (why?), the fields of application (when?) and analysis approach (how?), and future developments of FEM in contractors practice.

1 Introduction

As the in house design consultant of one of the leading construction companies in The Netherlands, BAM Infraconsult has extensive experience in the field of Foundation Design, Soil Interpretation, Engineering Geology and Soil Structure Interaction. This expertise is applied on projects during tender design, detailed design and site engineering.

During the last decade 2D and 3D FEM models became more and more important and the use of these models is now common practice in the geotechnical designs. FEM models are used on a daily basis and a significant track record of successful designs has been developed over the past years. For the FEM Plaxis 2D and 3D software is used. This presentation gives an overview of the experiences with FEM models for the design of retaining structures with a special focus on the interaction between design and construction aspects.

2 Why to use FEM?

Since their release in the early 90s FEM-programmes have been used for geotechnical design involving complex situations which could not be modelled with the conventional analytical or other simplified numerical models. Calculations with FEM-programs were rather time consuming and required more extensive FEM skills of the users. The acceptance of results was also sometimes challenging demanding more extensive verification than today.

This fact changed gradually in time with the evolution of computers in calculation speed, memory and graphical interaction. Nowadays FEM-programs are an indispensable tool in the design practice in the Netherlands, since several infrastructural projects have to be executed in complex situations where impact on existing or future objects is restricted and where the execution time is often limited. The use of FEM models offer better insights in the actual performance of the soil structure interfaces.

Important features which make FEM Plaxis models preferable are summarized below:

- Multiple failure mechanisms can be analysed with one single integrated model. For example, overall stability of a structure, consolidation and settlements of the subsoil, alternating with ULS calculations of the structure with factored parameters. Conventional models generally focus on a certain aspect of the evaluation;
- The graphical FEM output provides very detailed information about soil deformations, stresses and strains which are relatively easy to understand. At the interface of soil and structures the acting and reacting forces as well as the deformations are clearly visualized.

Although the use of FEM-models offers important advantages compared to other models it has to be pointed out that more extended input for the soil parameters is required, for which good knowledge of the soil models and experience of the user are necessary.

A potential pitfall in applying FEM-calculations is that very detailed results are generated based on a combination of very limited information, combined with some assumptions. This might lead to the impression that a high quality design is made, which is not the case if the starting points are incomplete or incorrect.

3 When to use FEM models?

For the geotechnical design engineers can choose from a wide variety of spreadsheets and design software packages. In general FEM models are preferred when:

- A structure consists of many construction elements (Cofferdams or more complex structures);
- Complicated construction phasing (for example interconnected building pits);
- Challenging surroundings of the structure (for example interaction with other structures or adjacent slopes).

A typical example is given for the Plaxis design for the largest ongoing infra structure project in The Netherlands, the renovation of the 32 km long Afsluitdijk.

Figure 1 shows five interconnected building pits, all excavated in separate phases. In total approx. 200 different construction phases have been modelled. In Figure 2 a 2D FEM model of one of the construction phases is presented.

There are two additional challenges in this design:

- the building pits are constructed in a primary flood defence dike which protects The Netherlands from high water levels at the Waddenzee. This protection needs to be guaranteed during the construction of the building pits;
- the national motorway A7 is situated on top of the dike. It is not allowed to close this road completely during the construction phases.



Figure 1: Top view of one of the construction phases on site

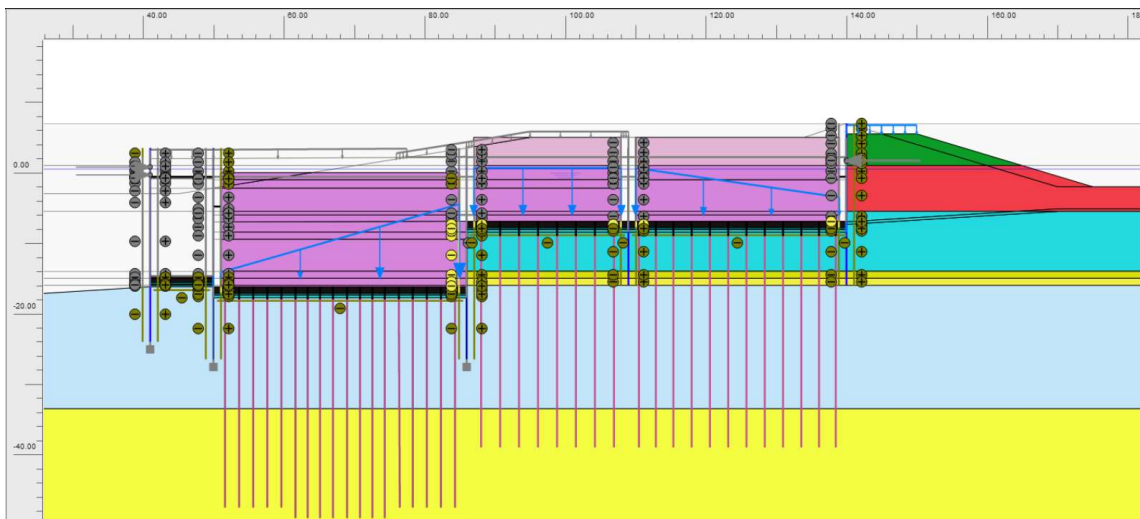


Figure 2: Longitudinal 2D FEM model of 5 interconnected building pits

Although FEM models are used for state of the art predictions of the influence of construction activities on the surroundings, deformations caused by installation effects are not included in FEM models.

4 How to use FEM?

The geotechnical design of structures or other elements have to comply with the EC7 regarding deformations (SLS) and safety (ULS) [1]. In the common practice 2D (plain strain) models are sufficient for design in 90% of the projects. In special cases 3D FEM-models (10%) are necessary. The design procedure for quay walls with FEM-models is described in the quay wall manual CUR 211E [2] and for sheet pile walls in the manual CUR 166 [3].

When a FEM-model is chosen for geotechnical design the following steps are followed:

Preparing input data:

- Choice of soil model and determination of the required soil parameters (stiffness, strength, permeability, etc.). It is common practice in The Netherlands to carry out large infrastructure projects in a so-called Design & Construct contract format. A detailed additional soil investigation campaign (boreholes and CPTs) is generally part of the post contract award scope, and only then a detailed understanding of the soil properties will be achieved. The available information during tender stage is generally limited and based on an initial investigation only. A proper evaluation of the input data by an experienced geotechnical engineer is required, and sensitivity checks are normally carried out to evaluate the post-contract award risks as a result of potential non-confirmative soil parameters;
- The construction phases are analysed in close cooperation with the work preparation team. A switch in the sequence of activities, which might have no influence on the planning, can have a significant influence on the results of the calculations. Also the planned time for each activity is relevant, especially if time dependant calculations are to be carried out.

Design:

- In compliance with EC7 and the Dutch national appendix, characteristic values of the soil parameters and loads are used to verify the Serviceability Limit State;
- For verification of the Ultimate Limit States the factored values of soil parameters and external forces are applied. This is implemented in the so called Design Approach in the FEM-program Plaxis where partial factors are entered corresponding to the prescribed reliability class of the construction;
- Besides calculation with factored parameters, ULS stability calculations are performed. In this case the so called ‘c-phi reduction’ approach is chosen in Plaxis, where the soil strength parameters are gradually reduced in a sequence of calculations till failure occurs. As output an overall safety factor is given and the failure surface can be visualized;
- Although FEM calculations nowadays are broadly trusted, it is still a common practice to globally validate the calculations with conventional models. For instance, a sheet pile wall can be verified with computer programs which use soil spring models.

Risks:

The use of FEM-models and computer programs require sound knowledge and broad experience. Workshops lead by Plaxis experts on regular basis strengthen the capability of designers.

5 FEM in contractor’s future

In the future the calculation speed of computers keeps increasing, allowing engineers to switch more often to 3D models instead of 2D models. This will further improve the quality of the designs without a significant longer design stage.

Furthermore the FEM software is compatible with Python coding, allowing us to automate the process of extracting output data into our design reports. The focus on the further use of FEM models is now on automation of the input of FEM models. This will result in a more efficient use of FEM models and more opportunities to automate design optimisations and sensitivity checks.

References

- [1] NEN 9997-1, Eurocode 7, incl. national annex, Geotechnical design of structures – Part 1: General rules; 2017
- [2] SBRCURnet Publication 211E, Quay Walls manual, second edition, 2013
- [3] CUR Publication 166, Damwandconstructies (edited in Dutch) Manual for design, construction, management and design of sheetpile walls, 6th edition, 2012

Authors

Ir. B. (Bart) van Paassen
Senior Geotechnical Consultant
BAM Infraconsult
H.J. Nederhorststraat 1
2801 SC Gouda, Nederland
Tel: +31 (0) 6 311 29 497
e-mail: bart.van.paassen@bam.com
Web: www.bam.com

Ir. Th. (Thomas) Nijssen
Head of Geotechnical Department
BAM Infraconsult
H.J. Nederhorststraat 1
2801 SC Gouda, Nederland
Tel: +31 (0) 6 292 69 395
e-mail: thomas.nijssen@bam.com
Web: www.bam.com

J.R. (Javier) Salazar Rivera M.Sc.
Senior Geotechnical Engineer
BAM Infraconsult
H.J. Nederhorststraat 1
2801 SC Gouda, Nederland
Tel: +31 (0) 6 316 67 686
e-mail: javier.salazarrivera@bam.com
Web: www.bam.com

Untersuchungen zur Bemessung von Baugruben mit der Finite-Elemente-Methode

Hauke Jürgens, Sascha Henke

Abstract: Im vorliegenden Beitrag wird eine innerstädtische Baugrube mit numerischen Methoden im Hinblick auf die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit untersucht. Um eine realitätsnahe Beschreibung des Baugrunds zu gewährleisten, erfolgt eine inverse Parameteridentifikation zur Bestimmung der Parameter eines höherwertigen Stoffmodells auf Grundlage gemessener Horizontalverformung aus drei Messquerschnitten. Im Anschluss wird die Baugrube mit numerischen Nachweisverfahren bemessen. Anhand des Vergleichs der Schnittgrößen aus Analytik und Numerik lassen sich Systemreserven identifizieren. Zusätzlich erfolgt die Vorstellung einer neuwertigen $\gamma - c$ - Reduktion zur numerischen Durchführung des Nachweises gegen Versagen bodengestützter Wände durch Drehung. Aufgrund der Besonderheiten der untersuchten Schlitzwandbaugrube lässt sich resümierend die Schwierigkeit der strikten Trennung einzelner Versagensmechanismen mit der Numerik erkennen.

1 Einleitung

Die Verwendung numerischer Methoden, insbesondere der Finite-Elemente-Methode (FEM), hat sich zur Verformungsprognose im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) in der Praxis etabliert. Die FEM bietet durch die Abbildung der Lasthistorie, einer realitätsnahen Boden-Bauwerks-Interaktion sowie die Verwendung höherwertiger Stoffmodelle zahlreiche Vorteile im Vergleich zu den konventionellen Verfahren der Analytik. Aufgrund dessen bietet es sich zukünftig an, geotechnische Konstruktionen auch im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) numerisch zu untersuchen.

Grundlage für die hierfür erforderliche Verwendung höherwertiger Stoffmodelle ist eine umfangreiche Erkundung und Untersuchung des anstehenden Baugrunds. Unzureichende bzw. fehlerhafte Eingangsparameter führen aufgrund der Komplexität einer numerischen Simulation zu ungenauen und unzutreffenden Ergebnissen. Oftmals steht nur eine unzureichende Anzahl an notwendigen Laborversuchen zur Verfügung, weshalb in diesen Fällen auf Korrelationen, die auf Erfahrungswerten beruhen, zurückgegriffen wird.

Im Gegensatz dazu besteht die Möglichkeit einer inversen Parameteridentifikation, sofern zusätzliche Informationen, wie bspw. Messdaten vorhanden sind. Basierend auf Messungen, wie der Horizontalverformung einer Verbauwand, werden im vorliegenden Beispiel die Eingangsdaten

der numerischen Simulation (bzw. Stoffparameter) mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus invers ermittelt. Damit wird ein Parametersatz unter Verwendung einer populationsbasierenden Methode, der Partikelschwarmoptimierung (PSO), ermittelt, welcher den Baugrund so realitätsnah wie möglich abbildet.

Gegenstand der vorliegenden Untersuchungen ist eine Schlitzwandbaugrube im innerstädtischen Bereich mit einer Baufläche von ca. 3.400 m². Im Rahmen der Herstellung wurden insgesamt drei Inklinometer installiert (Messquerschnitte (MQ) 1 bis 3). Abbildung 1 a zeigt die Draufsicht der Baugrube. Im nördlichen und westlichen Bereich des Baufelds befinden sich jeweils vierspurige Verkehrsstraßen, die relevant für die Bemessung des Messquerschnitts 1 (MQ 1) sind. Außerdem schließt im Norden eine Nachbarbebauung direkt an die Baugrube an, die für den Messquerschnitt 2 (MQ 2) zu berücksichtigen ist. Zusätzlich befindet sich im hinteren Bereich des Messquerschnitts 3 (MQ 3) eine Tiefgarage.

In Abbildung 1 b ist das räumliche Baugrundmodell mit dem Schnitt A-A als Außenkante dargestellt. Unterhalb der Auffüllung (A) befindet sich im Großteil des Baufeldes eine schmale Schicht Geschiebelehm (Lg). Darunter befinden sich Fein- / Mittelsande (S), gefolgt von Geschiebemergel (Mg) in unterschiedlichen Festigkeiten. Im südöstlichen Teil ist im Bereich des Geschiebemergels eine Linse von Grobsanden (gS) vorzufinden.

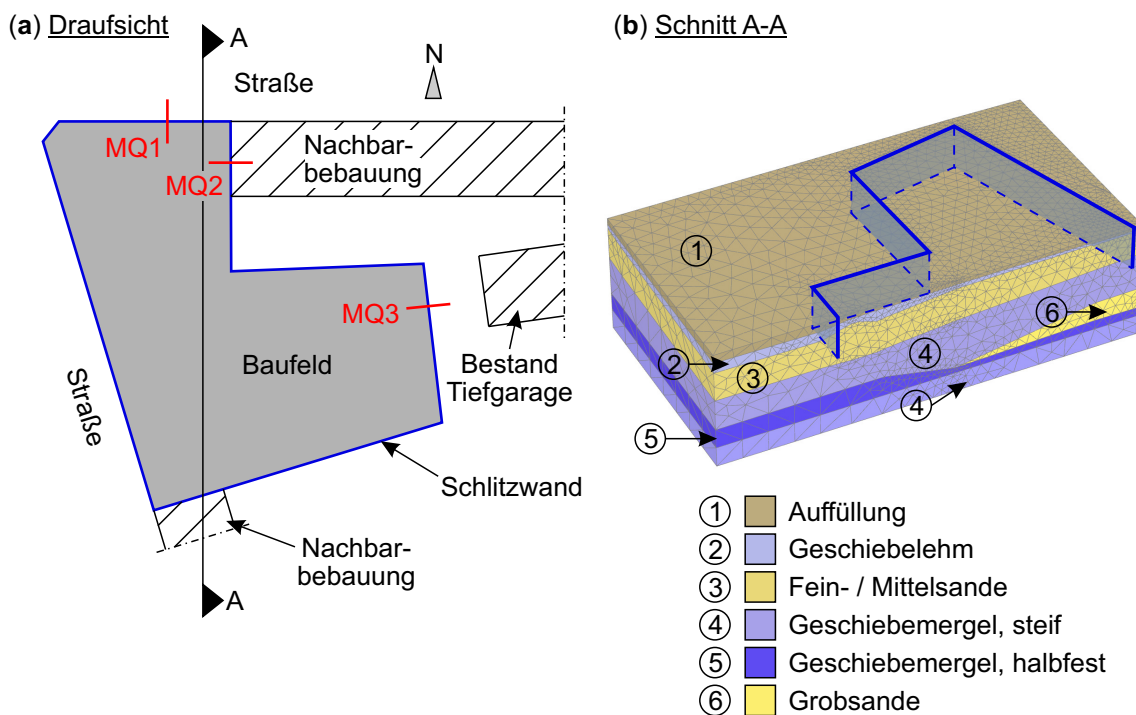


Abbildung 1: Draufsicht und Schnitt A-A der Schlitzwandbaugrube

2 Bemessen mit der FEM

2.1 Stand der Technik

Die Anwendung numerischer Methoden in der Geotechnik beschränkt sich normativ überwiegend auf Verformungsprognosen im SLS und ist im ULS bisher lediglich hinsichtlich der grundsätzlichen Anwendungsmöglichkeit geregelt. Im Zuge der Überarbeitung des Eurocodes 7 soll eine normative Regelung zur Verwendung numerischer Methoden im ULS implementiert werden (Lees 2019). Ziel ist eine einheitliche Nachweisführung mit einer an die Vorgehensweise der analytischen Bemessung angelehnten Methodik unter Berücksichtigung des Teilsicherheitskonzepts. Dies soll durch zwei Verfahren erfolgen, wonach die ungünstigeren Berechnungsergebnisse für die Bemessung maßgebend sind. Der „Material Factoring Approach“ (MFA) erfordert die Abminderung der Scherparameter um den entsprechenden Teilsicherheitsbeiwert sowie die Faktorisierung der veränderlichen Einwirkungen. Beim „Effect Factoring Approach“ (EFA) werden die veränderlichen Einwirkungen um den Quotienten aus veränderlichen und ständigen Teilsicherheitsbeiwerten faktorisiert. Im Anschluss an die numerische Simulation werden die Berechnungsergebnisse (z.B. Biegemomente einer Wand) um den ständigen Teilsicherheitsbeiwert faktorisiert. Dadurch wird die Erstellung zweier Modelle zur Differenzierung zwischen ständigen und veränderlichen Lasten obsolet.

Die Nachweisführung gemäß EFA ist hierzulande gängige Praxis und vergleichbar mit dem Nachweisverfahren DA 2*. Es erfolgt eine numerische Simulation mit charakteristischen Kennwerten, woraufhin die Berechnungsergebnisse mit entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten faktorisiert werden. Daraus ergibt sich ein konstantes Sicherheitsniveau unabhängig von den vorliegenden Randbedingungen. Im Gegensatz dazu führt der MFA zu einer Schwächung der Bodenparameter, was im Rahmen einer numerischen Simulation zu System-, bzw. Spannungsumlagerungen führen kann. Der Unterschied zwischen den Berechnungsergebnissen mit den charakteristischen Bodenparametern bzw. den Bemessungswerten könnte demnach geringer als das vorgegebene Sicherheitsniveau ausfallen. Außerdem wird durch die Faktorisierung der Scherparameter des Bodens mit Teilsicherheitsbeiwerten eine zusätzliche Sicherheit erlangt, welche bisher nur für den Grenzzustand GEO-3 angewendet wird. Dadurch besteht die Möglichkeit, dass die Sicherheit, die bereits bei der Ermittlung der Scherparameter für den Geotechnischen Bericht beaufschlagt wird, geringer angesetzt werden kann und eine Annäherung an die sog. Best-Estimate-Kennwerten erfolgen kann.

Grundsätzlich stellt sich jedoch die Frage, inwiefern weiterführende Nachweise, wie z. B. der Nachweis gegen Versagen bodengestützter Wände durch Drehung oder durch Vertikalbewegung, bei Baugruben mit numerischen Methoden erfolgen sollen. Gemäß aktueller Regelung der EAB 2021 wird die Ermittlung der Schnittgrößen bzw. resultierenden Beanspruchungen mit numerischen Methoden unter Verwendung von EFA und MFA mit anschließender Nachweisführung nach DIN 1054 unter Nutzung der analytischen Bemessungswiderstände vorgesehen. Aufgrund der zahlreichen Vorteile der Numerik gegenüber den analytischen Verfahren sollte jedoch zukünftig die Möglichkeit bestehen, sämtliche Standsicherheitsnachweise vollständig unter Verwendung numerischer Methoden durchführen zu können.

2.2 Nachweis gegen Versagen bodengestützter Wände durch Drehung mit numerischen Methoden

Im Folgenden wird ein Verfahren des Nachweises gegen Versagen bodengestützter Wände durch Drehung unter Verwendung der FEM vorgestellt. Grundsätzlich wird im analytischen Nachweis nachgewiesen, dass der passive Erdwiderstand $E_{ph,d}$ die einwirkende Bodenreaktionskraft $B_{h,d}$ aufnehmen kann. Die Bodenreaktionskraft resultiert wiederum aus den Reaktionskräften aus Ankern/Steifen $A_{h,d}$, der Stützkraft nach BLUM $C_{h,d}$ und dem aktiven Erddruck $E_{ah,d}$ (siehe Gleichungen 1 und 2). Anhand dessen lässt sich erkennen, dass die aktive und passive Erddruckkomponente maßgebend für den Nachweis sind.

$$E_{ph,d} \geq B_{h,d} \quad (1)$$

$$\underbrace{E_{ph,d}}_{\text{passiv}} \geq \underbrace{A_{h,d} + C_{h,d} + E_{ah,d}}_{\text{aktiv}} \quad (2)$$

Die korrekte Abbildung des Erddrucks mit numerischen Methoden, wie der FEM, konnte in der Vergangenheit bereits in zahlreichen Veröffentlichungen gezeigt werden. Zu nennen sind hier u.a. Hettler und Khalid (2000), Zillmann und Perau (2015), Hegert und Hettler (2019) und Schmüdderich et al. (2021). Es hat sich gezeigt, dass sich im Vergleich zur klassischen Erddrucktheorie bei der Verwendung numerischer Methoden folgende weitere Vorteile ergeben:

- die Direkte Berücksichtigung der realitätsnahen Wandbewegungsart,
- der Automatische Erddruckansatz in Abhängigkeit der Nachgiebigkeit des Systems und
- die Verwendung höherwertiger Stoffmodelle inklusive einer Fließregel.

Für den numerischen Nachweis wird in diesem Beitrag eine Vorgehensweise analog zu der bereits anerkannten Festigkeitsreduktionsmethode gewählt. Demnach ist es das Ziel relevante Stoffparameter bis zum Eintreten eines Bruchzustandes zu reduzieren. Gemäß dem Ansatz der COULOMB'schen Erddrucktheorie haben folgende Faktoren einen Einfluss auf den Erddruck: Wandhöhe H , Wichte des Bodens γ' , Kohäsion c' , Auflasten q und weitere Stoffparameter in Form des Erddruckbeiwertes K . Aufgrund des linearen Zusammenhangs zur Erddruckkraft E werden im hier verfolgten Ansatz als Reduktionsparameter die Wichte des Bodens γ' sowie die Kohäsion c' gewählt ($\gamma - c$ - Reduktion). Durch die strikte Trennung zwischen Einwirkungen und Widerständen im Teilsicherheitskonzept erfolgt eine analoge Trennung im numerischen Modell und die Parameter werden lediglich auf der passiven Seite reduziert. Somit wird für eine vorgegebene Einbindetiefe ein Sicherheitsfaktor $SF_{Erdwiderlager}$ nach Gleichung 3 definiert. Zur Einhaltung des in Deutschland aktuell gültigen Nachweisverfahrens DA 2* muss der Sicherheitsfaktor $SF_{Erdwiderlager}$ größer als der Teilsicherheitsbeiwert des Erdwiderstandes $\gamma_{R,e}$ sein. Auf der aktiven Seite werden die Wichte des Bodens γ' und die Kohäsion c' um den ständigen

Teilsicherheitsbeiwert γ_G erhöht und die veränderlichen Einwirkungen mit dem entsprechenden Teilsicherheitsbeiwert γ_Q faktorisiert.

$$SF_{\text{Erdwiderlager}} = \frac{\gamma'_{\text{passiv,k}}}{\gamma'_{\text{reduziert}}} = \frac{c'_{\text{passiv,k}}}{c'_{\text{reduziert}}} \geq \gamma_{R,e} \quad (3)$$

3 Modellbeschreibung

In den Abbildungen 2 a bis c sind die numerischen Modelle der drei Messquerschnitte inklusive der verwendeten Diskretisierung dargestellt. Es werden ebene Modelle mit 15-knotigen Dreieckselementen mit quartischer Ansatzfunktion sowie einer lokalen Netzverfeinerung im Bereich der Verbauwand verwendet. Die Schlitzwand weist eine Breite von $b = 60$ cm auf und wird als linear-elastisches Strukturelement modelliert. Die Baugrubenoberkante liegt bei $+11,0$ m. MQ 1 und 2 weisen eine zweifache und MQ 3 eine einfache Rückverankerung mit Verpressankern auf. Das Grundwasser steht auf der aktiven Seite bei $+5,5$ m an und auf der passiven Seite jeweils $0,5$ m unterhalb der Baugrubensohle. Aufgrund der hydraulischen Grundbruchsicherheit wird die Schlitzwand über die statische Einbindetiefe hinaus bis auf $-10,3$ m verlängert, was durch ein undurchlässiges Interface-Element modelliert wird. Für MQ 1 und 3 wird jeweils eine ständige Last von $g_k = 10$ kN/m² hinter der Baugrubenwand angesetzt und für MQ 2 die Lasten resultierend aus der vorhanden Nachbarbebauung. Für die inverse Parameteridentifikation in Kapitel 4 werden nur die ständigen Lasten angesetzt, weswegen die Baggerlast von $q_k = 40$ kN/m² im MQ 1 in Abbildung 2 a gestrichelt dargestellt ist. Außerdem wurden das angrenzende Streifenfundament der Nachbarbebauung in MQ 2 und die Tiefgarage in MQ 3 durch linear-elastische Kontinuumselemente idealisiert. Die Lasthistorie sowie der Bauablauf der drei MQ sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Tabelle 1: Lasthistorie und Bauablauf für MQ 1 bis 3

Beschreibung	Phase		
	MQ 1	MQ 2	MQ 3
Initialspannungszustand	0	0	0
Bestand	1	1	1
Abbruch Bestand	2	2	2
Einbau Schlitzwand	3	3	3
(„wished in place“)			
1. Aushub	4	4	4
1. Ankerlage	5	5	5
2. Aushub	6	6	
2. Ankerlage	7	7	
Endaushub	8	8	6

In Abbildung 2 d ist die Baugrundsichtung der jeweiligen Messquerschnitte tabellarisch dargestellt. Das Materialverhalten des Baugrunds wird mit dem Hardening-Soil-Stoffmodell mit der Erweiterung um die „small strain stiffness“, im Folgenden HS small genannt (Benz 2007) modelliert. Lediglich die Auffüllung wird mit dem linear-elastischen, ideal-plastischen Stoffmodell mit Grenzbedingung nach Mohr-Coulomb modelliert.

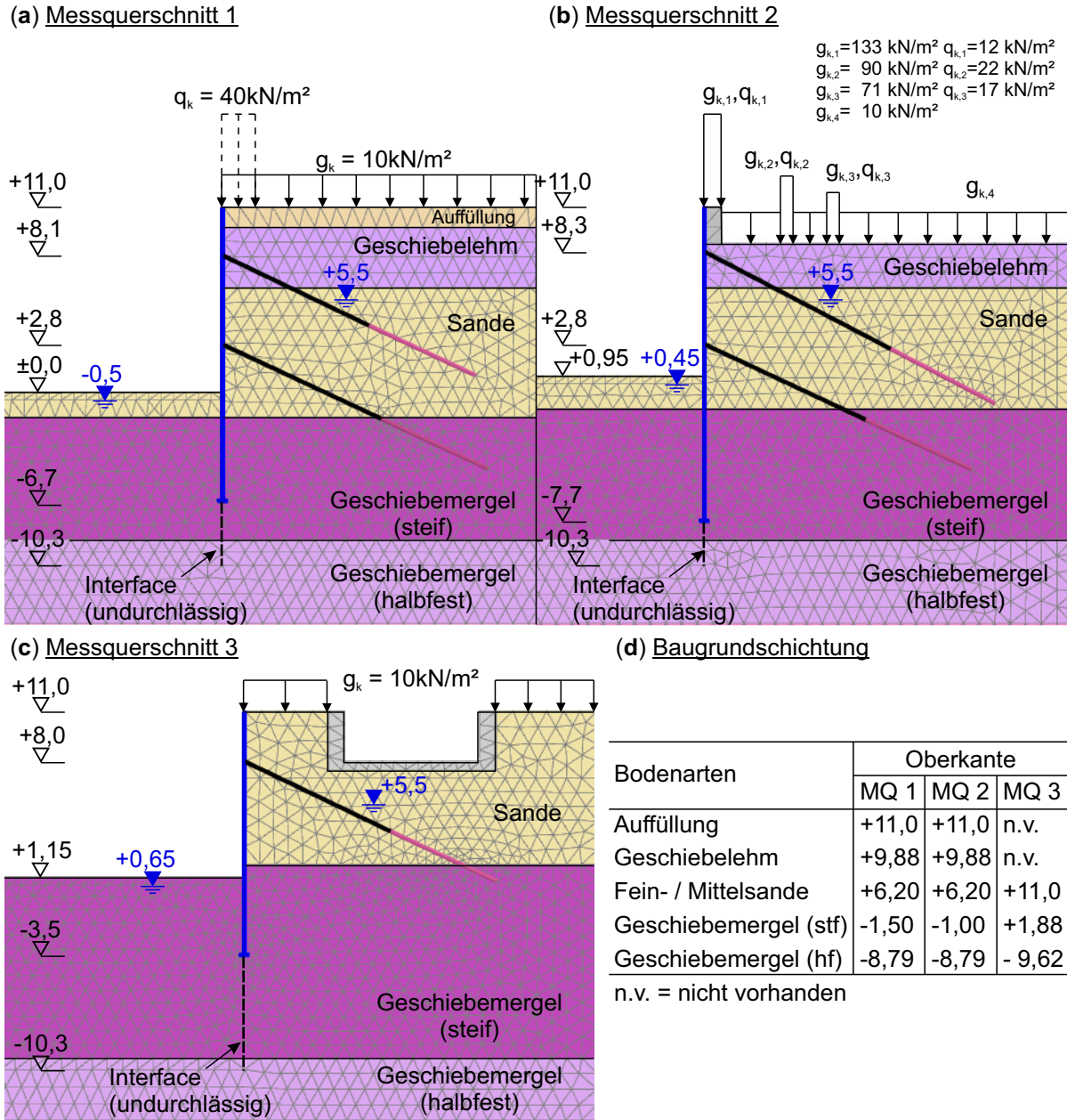


Abbildung 2: Diskretisierung der Messquerschnitte 1 bis 3 (a bis c) und Baugrundsichtung (d)

4 Inverse Parameterkalibrierung

4.1 Grundlagen

Im Rahmen der Baugrunderkundung wurden drei schwere Rammsondierungen, fünf Bohrungen sowie acht Kleinrammbohrungen durchgeführt und diverse Altaufschlüsse ausgewertet. Außerdem wurden an repräsentativen Proben, entnommen aus den Bohrungen, der Wassergehalt bzw. die Korngrößenverteilung ermittelt. Die im Geotechnischen Bericht angegebenen Bodenparameter sind in Tabelle 2 dargestellt. Es handelt sich bei den Scherparametern und den Steifemoduli um Erfahrungswerte. Die Linse aus Grobsand befindet sich nicht im Bereich der untersuchten Messquerschnitte, weshalb auf die Darstellung der Stoffparameter hierfür verzichtet wird.

Auf Grundlage der vorhandenen Baugrundkennwerte ist es nicht möglich, eine realitätsnahe, numerische Simulation durchzuführen. Daher werden die höherwertigen Stoffparameter für das HS small-Stoffmodell in einem ersten Schritt auf Basis von Korrelationen abgeschätzt.

Tabelle 2: Bodenparameter gemäß Baugrundgutachten

Bodenart	Wichte		Scherparameter		Steifemodul
	γ_k kN/m ³	γ'_k kN/m ³	φ'_k °	c'_k kN/m ²	$E_{s,k}$ MN/m ²
Auffüllung (A)	18	10	25,0	0	25
Geschiebelehm (Lg)	21	11	27,5	5	30
Fein- / Mittelsande (S)	19	11	32,5	0	60
Geschiebemergel (Mg - steif)	21	11	30,0	10	80
Geschiebemergel (Mg - halbfest)	21	11	30,0	10	180

Der Dilatanzwinkel wird gemäß den Empfehlungen des Arbeitskreises „Numerik in der Geotechnik“ wie folgt angesetzt: $\psi' = 0^\circ$ für $\varphi' < 30^\circ$ und $\psi' = \varphi' - 30^\circ$ für $\varphi' \geq 30^\circ$. Die Ermittlung des spannungsabhängigen Steifemoduls $E_{\text{oad}}^{\text{ref}}$ im HS small-Stoffmodell erfolgt jeweils in Schichtmitte auf Grundlage von MQ 1, sodass dort gilt $E_{s,k,MC}^{\text{ref}} = E_{\text{oad,HS}}^{\text{ref}}$. Für die weiteren Steifemoduli gilt: $E_{\text{oad,HS}}^{\text{ref}} = E_{50,HS}^{\text{ref}} = 3 \cdot E_{\text{ur,HS}}^{\text{ref}}$. Der Steifigkeitsexponent m wird auf Basis von Erfahrungswerten für die verschiedenen Bodenarten gewählt. Die Baugrundaufschlüsse (siehe Abbildung 1 b) deuten aufgrund des Geschiebelehms und des Geschiebemergels auf eine eiszeitliche Vorbelastung hin. Somit verhält sich der Baugrund bei einer Wiederbelastung steifer als infolge einer Erstbelastung. Da der Überkonsolidierungsgrad (OCR) nicht bekannt ist, wird davon ausgegangen, dass es sich bei den Steifigkeiten im Baugrundgutachten um Wiederbelastungssteifigkeiten handelt. Aufgrund dessen werden die Werte des Baugrundgutachtens (siehe Tabelle 2) analog zur vorgenannten Korrelation durch den Faktor 3 dividiert.

Die Ermittlung der small-strain-Parameter (Schubmodul für sehr kleine Dehnungen: G_0^{ref} und Scherdehnung $\gamma_{0,7}$) erfolgt über die Korrelation der statischen und dynamischen Schubmoduli nach Benz et al. (2007).

Dadurch ergeben sich die in Tabelle 3 dargestellten Stoffparameter für den anstehenden Baugrund, im Folgenden Ausgangsparameter genannt.

Tabelle 3: Auf Grundlage von Korrelation ermittelte Ausgangsparameter für das HS small-Stoffmodell (Ausnahme Auffüllung: Mohr-Coulomb Stoffmodell)

	Einheit	A	Lg	S	Mg - steif	Mg - halbfest
γ_k	kN/m ³	18	21	19	21	21
γ'_k	kN/m ³	10	11	11	11	11
φ'_k	°	25,0	27,5	32,5	30,0	30,0
ψ'_k	°	0	0	2,5	0	0
c'_k	kN/m ²	0	5	0	10	10
$E_{\text{oed,MC}}$	MN/m ²	25				
$E_{\text{oed}}^{\text{ref}} = E_{50}^{\text{ref}}$	MN/m ²		19,0	18,5	24,0	43,5
$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$	MN/m ²		57,0	55,5	72,0	130,5
m	–		0,9	0,5	0,9	0,9
p_{ref}	kN/m ²		100	100	200	200
G_0^{ref}	MN/m ²		195,51	192,92	224,90	319,32
$\gamma_{0,7}$	–		$8,036 \cdot 10^{-05}$	$7,635 \cdot 10^{-05}$	$1,432 \cdot 10^{-04}$	$1,008 \cdot 10^{-04}$

4.2 Randbedingungen und Zielfunktion der PSO

Die inverse Parameteridentifikation erfolgt mit Hilfe von mathematischen Optimierungsverfahren, die sowohl für identische, als auch analoge Aufgabenstellungen in der Geotechnik angewendet worden sind (Meier 2009, Grabe et al. 2010, Knabe et al. 2012 und Nguyen und Haddad 2022). Im Rahmen des vorliegenden Beitrags wird die Partikelschwarmoptimierung (PSO) nach Kennedy und Eberhart (1995) zur Identifikation der sog. Best-Estimate-Kennwerte des Bodens angewendet. Die PSO ermöglicht die Optimierung bzw. in diesem Fall die Minimierung einer Zielfunktion Δ (siehe Gleichung 4) aus der gemessenen $u_{x,i}^{\text{meas}}$ und der berechneten Horizontalverformung $u_{x,i}^{\text{calc}}$ summiert über die Tiefe. Die Vorgehensweise erfolgt durch die Nachbildung eines Schwarms aus punktförmigen und kollisionsfreien Partikeln n in einem mehrdimensionalen Parameterraum. Die Anzahl der Dimensionen hängt in diesem Fall von der Anzahl der zu optimierenden Parameter des Bodens bzw. des Stoffmodells ab. Im Laufe der Optimierung wird die Position der Partikel durch Bewegungsvektoren auf Basis der eigenen Bewegungshistorie, sowie zum Teil auch auf Grundlage der Bewegungshistorie anderer Partikel, aktualisiert. Grundsätzlich handelt es sich bei der PSO um ein robustes, wenig gegenüber Störungen anfälliges und leistungsfähiges Verfahren (Meier 2009). Für den vorliegenden Beitrag wird die freizugängliche Python Bibliothek *PySwarms* verwendet. Die Steuergrößen der PSO werden gemäß den Empfehlungen von Kennedy und Eberhart (1995) wie folgt gewählt: $w = 1,0$, $c_1 = 2,0$ und $c_2 = 2,0$. Um die Anwendbarkeit der Optimierungsfunktion sicherzustellen, wurden mathematische Testfunktionen herangezogen und die PSO anhand dessen erfolgreich verifiziert. Eine Beschreibung zur Programmierung und zur detaillierten Vorgehensweise der Optimierungsfunktion findet sich in der Literatur, wie z. B. in Kennedy und Eberhart (1995), Meier (2008) oder in der Dokumentation von *PySwarms* (Miranda 2018).

$$\Delta = \sum_i \sqrt{(u_{x,i}^{\text{meas}} - u_{x,i}^{\text{calc}})^2} \quad (4)$$

Das Ziel der PSO ist es, die optimalen Baugrundkennwerte für das verwendete Stoffmodell (HS small) zu finden, bei dem die Differenz zwischen den gemessenen und den berechneten Horizontalverformungen Δ minimal ist. Die Ermittlung der Differenz erfolgt mit Gleichung 4 je Meter Wand (siehe Abbildung 3) und wird anschließend für die drei Messquerschnitte aufsummiert.

Zur Minimierung der Abweichung Δ werden die Scherparameter (φ'_k und c'_k) und die Steifigkeit des Bodens (E_{oed}^{ref} bzw. E_{50}^{ref}) variiert. Die restlichen Parameter werden in Abhängigkeit der in Abschnitt 4.1 genannten Korrelationen ermittelt bzw. bleiben unverändert, sofern keine Abhängigkeit zu den variierten Parametern vorhanden ist. Voruntersuchungen haben ergeben, dass die Bodenschichten des Geschiebelehms, der Fein-/Mittelsande und des steifen Geschiebemergels den größten Einfluss auf die Horizontalverformung der Wand bzw. die Minimierung der Zielfunktion Δ haben. Deshalb wird auf eine Anpassung der Parameter der Auffüllung und des halbfesten Geschiebemergels verzichtet. Außerdem bleibt die Kohäsion der Fein-/Mittelsande bei $c'_k = 0 \text{ kN/m}^2$. Somit werden insgesamt acht Parameter variiert. Außerdem konnte in weiteren Voruntersuchungen festgestellt werden, dass der anstehende Baugrund um ein Vielfaches steifer ist, als es gemäß Baugrundgutachten bei der Ermittlung der Ausgangsparameter nach Tabelle 3 angenommen wurde. Ein Grund hierfür könnte mit der eiszeitlichen Vorbelastung zusammenhängen, die eine Relevanz für die Durchführung einer realitätsnahen Verformungsrechnung hat. In Mittag et al. (2020) wurde mittels Vergleichsrechnungen von Messergebnissen mit verschiedenen Ansätzen zur Abschätzung der Steifemoduli festgestellt, dass die Verwendung von Korrelationen und einer vorherrschenden eiszeitlichen Vorbelastung in der Regel zu einer Unterschätzung der Steifigkeiten führt. Aufgrund dessen wird für die PSO die eiszeitliche Vorbelastung für die Fein-/Mittelsande und den steifen sowie den halbfesten Geschiebemergel auf $OCR = 2,0$ erhöht.

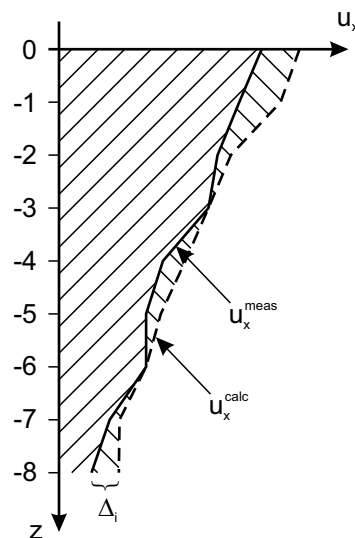


Abbildung 3: Gemessene (meas) und berechnete (calc) Horizontalverformung u_x über die Tiefe z zur Bestimmung der Differenz Δ

4.3 Ergebnisse der PSO

Die Ergebnisse der Zielfunktion Δ als über die Tiefe aufsummierte Abweichung zwischen gemessener und berechneter Horizontalverformung für den Endzustand und die dazugehörigen optimierten Stoffparameter sind in Tabelle 4 dargestellt. Die Zielfunktion Δ wird, wie bereits erwähnt, über die Tiefe der drei Schlitzwände (MQ 1 bis 3) aufsummiert. Die durch die PSO berechnete Differenz liegt nach 25 Iterationen (iter) konstant bei $\Delta = 33,9$ mm und somit in einem akzeptablen Bereich, weshalb der vorliegende Parametersatz eine realitätsnahe, numerische Simulation zulässt.

Tabelle 4: Ergebnisse der PSO

iter	Δ [mm]		Einheit	Lg	S	Mg - steif
25	33,9	φ'_k	°	30,52	37,97	32,92
		c'_k	kN/m ²	7,05	0	12,61
		$E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$	MN/m ²	11,5	80,0	229,4
		$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$	MN/m ²	34,6	240,0	688,3
		G_0^{ref}	MN/m ²	145,6	455,5	847,3
		$\gamma_{0,7}$	–	$1,156 \cdot 10^{-4}$	$3,277 \cdot 10^{-5}$	$3,951 \cdot 10^{-5}$

In Abbildung 4 wird die gemessene sowie die berechnete Horizontalverschiebung gemäß dem Ausgangsparametersatz nach Tabelle 3 und dem Parametersatz infolge der PSO nach Tabelle 4 über die Tiefe z aufgetragen. Die Inklinometermessungen werden im Rahmen der Auswertung am Fußpunkt festgesetzt. Um eine Vergleichbarkeit mit den numerischen Ergebnissen zu generieren, werden die berechneten Horizontalverschiebung um die Fußverschiebung subtrahiert, sodass am Fußpunkt ebenfalls $u_x = 0$ mm gilt.

Die Diagramme zeigen, dass für MQ 2 und MQ 3 die berechnete Horizontalverformung mit den Stoffparametern nach PSO nahezu identisch zur gemessenen Verformung ist. Lediglich für MQ 1 deuten die Messwerte auf eine größere Wandverformung hin als die berechnete Horizontalverschiebung. Die Abweichungen für die einzelnen MQ betragen: $\Delta_{\text{MQ1}} = 16,8$ mm, $\Delta_{\text{MQ2}} = 6,7$ mm und $\Delta_{\text{MQ3}} = 10,4$ mm. MQ 1 und MQ 2 sind nahezu an der identischen Örtlichkeit im Baufeld lokalisiert (siehe Abbildung 1 a), weshalb die unterschiedlichen Ergebnisse nicht wesentlich auf die ermittelten Stoffparameter zurückzuführen sind. Außerdem sind die größten Abweichungen im Bereich des Geschiebemergels ($+6,20 \text{ m} \geq z \geq -1,50 \text{ m}$) vorzufinden. Eine Möglichkeit zur Erklärung der Unstimmigkeiten besteht darin, dass die tatsächliche Vorspannkraft der beiden Rückverankerungen am MQ 1 kleiner gewesen sein könnte, als für die vorliegenden Untersuchungen angenommen.

Weiterhin fallen am Wandkopf die unterschiedlichen Neigungen der Verformungskurven auf. Dies hängt voraussichtlich damit zusammen, dass die auftretenden Lasten am Wandkopf einen größeren Einfluss hatten, als für die vorliegende Studie angenommen wurde. Für die inverse Parameteridentifikation werden lediglich ständige Lasten angesetzt, um Unsicherheiten aus den veränderlich auftretenden Lasten auszuschließen.

Bezüglich der Simulation mit den auf Korrelationen beruhenden Ausgangsparametern zeigen die berechneten Horizontalverformungen dahingegen große Abweichungen zu den Messergebnissen. Hieran lässt sich die Komplexität und Relevanz einer sorgfältigen Parameterbestimmung für numerische Simulation erkennen, weshalb die Durchführung von Laborversuchen dringend empfohlen wird.

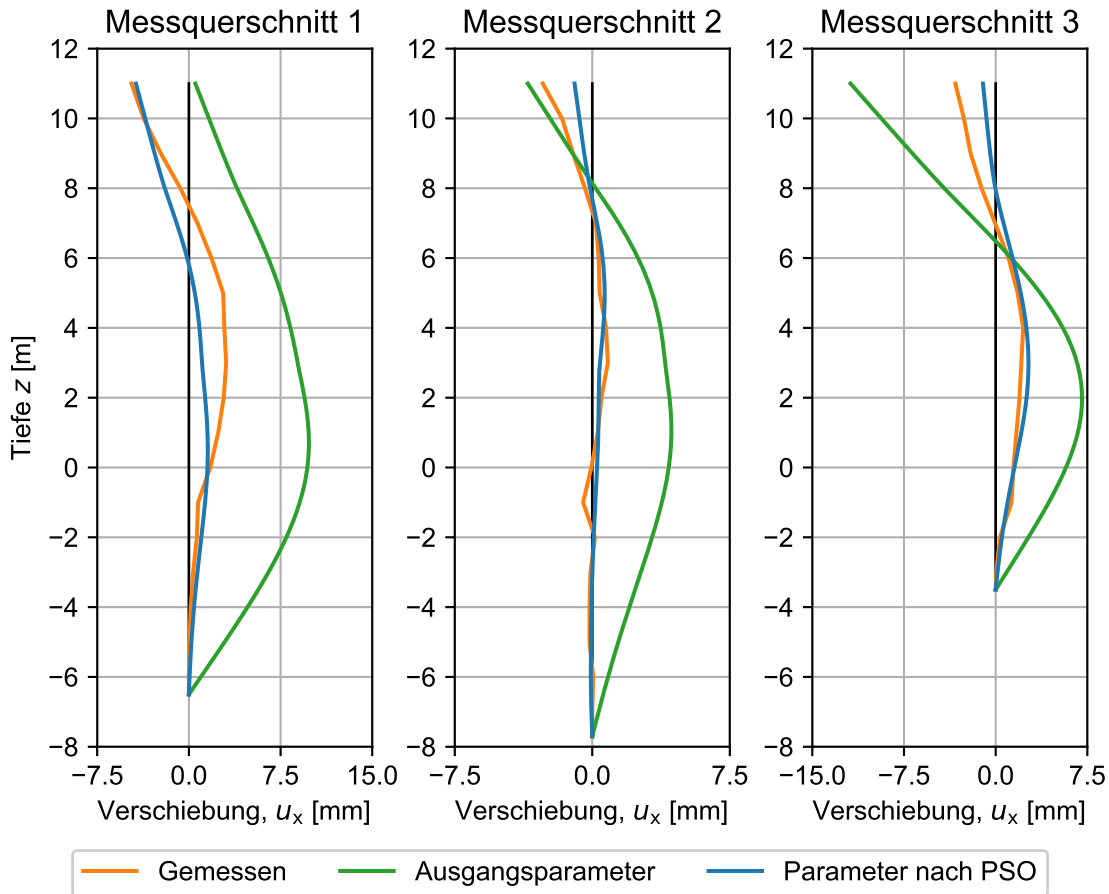


Abbildung 4: Wandverschiebung u_x über die Tiefe z der MQ 1 bis 3

5 Numerische Standsicherheitsnachweise

Im Folgenden werden die Momentenverläufe entlang der Schlitzwand für MQ 1 bis 3 unter Anwendung der numerischen Nachweisverfahren EFA und MFA ermittelt und mit den maximalen und minimalen Momente der analytischen Baugruben-Statik verglichen. Die numerisch geführte Bemessung erfolgt nach dem Endaushub in einer zusätzlichen Phase. Die Reduktion der Scherparameter nach MFA erfolgt demnach am Ende der Simulation in Form einer Verzweigungsrechnung. Es wird die vorübergehende Bemessungssituation BS-T angesetzt. Die resultierenden Momentenverläufe sind in Abbildung 5 dargestellt.

In allen drei MQ ist das Ergebnis nach EFA sowohl für die negativen als auch die positiven

Momente maßgebend. In Vogel et al. (2022) wurde anhand von Vergleichsrechnungen an zwei Systemen festgestellt, dass der maßgebende Momentenverlauf allerdings systemabhängig ist. Vornehmlich die Steifigkeit der Verbauwand und ggf. vorhandene Systemreserven beeinflussen den Momentenverlauf bei einer Bemessung nach MFA. In vorliegendem Fall handelt es sich bei der Schlitzwand um ein steifes, bzw. starres System. Außerdem weisen die Momentenverläufe im Fußbereich auf eine vorhandene Einspannwirkung hin, weshalb eine weitere Reduktion der Einbindetiefe theoretisch möglich ist. Aufgrund der vorhandenen Reserven im Fußbereich hat die Abminderung der Scherparameter um den zugehörigen Teilsicherheitsbeiwert (gemäß MFA) im vorliegenden Fall lediglich einen geringfügigen Einfluss, da eine Spannungsumlagerung innerhalb des Systems möglich ist.

Zusätzlich fällt auf, dass der Momentenverlauf am Fußpunkt ungleich null ist. Dies hängt mit dem verlängerten Interface-Element zusammen, das zur Einhaltung der hydraulischen Grundbruchsicherheit notwendig ist.

Ein Vergleich der minimalen und maximalen Momente der drei Querschnitte in Tabelle 5 zeigt, dass die Belastung infolge der numerischen Bemessung in allen untersuchten MQ geringer ist als nach der analytischen Standsicherheitsberechnung. Für die Ergebnisse der Numerik wird im gegenständlichen Vergleich die Bemessung nach EFA herangezogen. Außerdem erfolgt die Ermittlung eines Ausnutzungsgrades als Quotient aus dem numerisch und analytisch ermittelten Moment.

Es zeigt sich, dass die Momentenbelastung der Schlitzwand vor allem im Feldbereich infolge der numerischen Simulation geringer ausfällt als bei der analytischen Bemessung. Lediglich im MQ 3 ist die Belastung der Verankerung in der numerischen Bemessung um den Faktor 1,5 größer. Dies hängt damit zusammen, dass die Verankerung bei der Numerik realitätsnaher abgebildet wird und dadurch eine größere Beanspruchung aufgenommen werden kann.

Tabelle 5: Vergleich der maximalen und minimalen Momente

MQ	Analytik		Numerik		Ausnutzungsgrad	
	MIN [kNm/m]	MAX [kNm/m]	MIN [kNm/m]	MAX [kNm/m]	MIN [%]	MAX [%]
MQ 1	-179,9	266,0	-155,7	188,6	86,5	70,9
MQ 2	-157,7	410,3	-142,0	147,7	90,0	36,0
MQ 3	-160,9	322,0	-240,0	212,8	149,2	66,1

Zur Identifikation von weiteren Systemreserven wird die in Abschnitt 2 vorgestellte $\gamma - c$ - Reduktion an allen drei MQ unter Verwendung der Stoffparameter nach PSO durchgeführt. Da es sich hierbei um den Nachweis gegen Versagen bodengestützter Wände durch Drehung und somit um eine Bemessung handelt, werden sowohl ständige als auch veränderliche Lasten angesetzt. Es werden die Teilsicherheitsbeiwerte gemäß dem Nachweisverfahren GEO-2 für die vorübergehende Bemessungssituation BS-T angesetzt ($\gamma_G = 1,20$, $\gamma_Q = 1,30$ und $\gamma_{R,e} = 1,30$). Die Implementierung der $\gamma - c$ - Reduktion erfolgt über ein Python-Skript. Pro Reduktionsschritt wird eine neue Phase erstellt, in der die Bodenparameter sukzessive abgemindert werden. Hierdurch entsteht eine Entlastung des Bodens, weshalb die Reduktion der Scherparameter zu einer Änderung der zulässigen Spannungen führt. Dadurch besteht die Möglichkeit, dass Spannungspunkte, die bereits zuvor nahe dem Grenzzustand liegen, in den Grenzbereich rutschen.

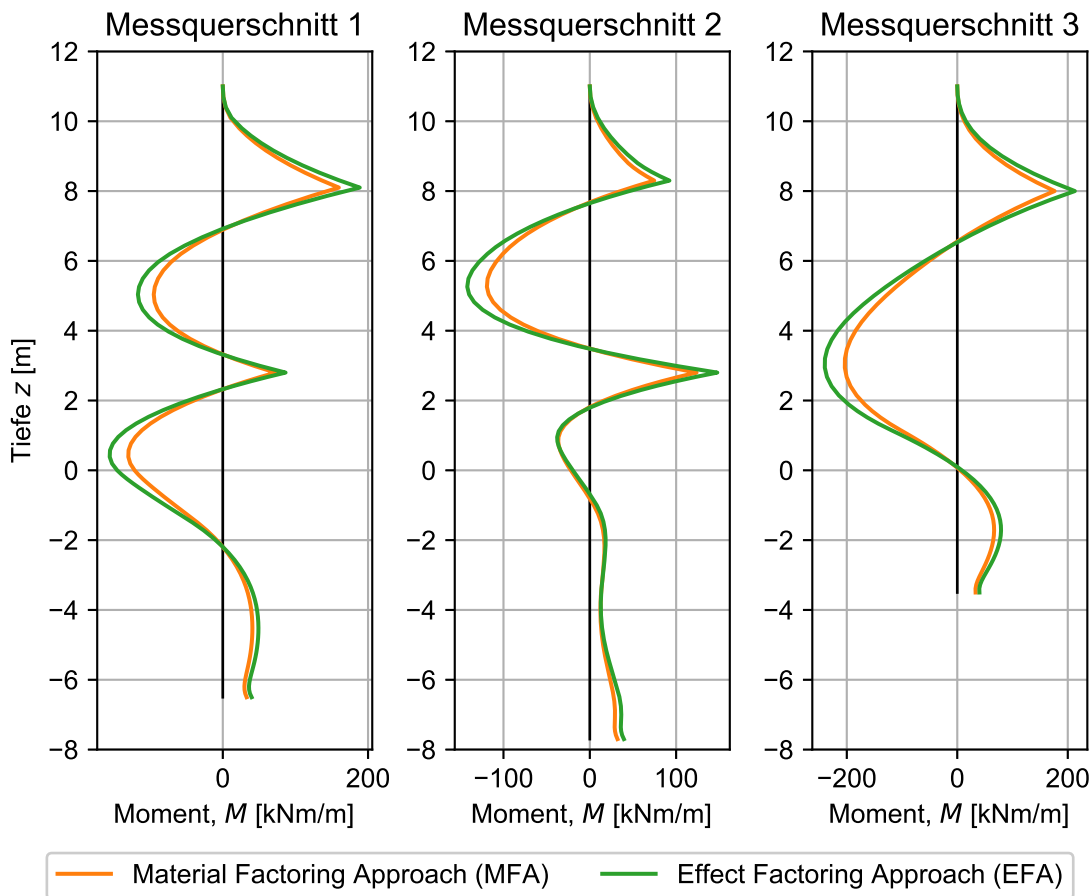


Abbildung 5: Bemessungsmomentenverläufe M entlang der Schlitzwände (MQ 1 bis 3) infolge MFA und EFA

Dies führt wiederum zu einem frühzeitigen Abbruch der Berechnungsphase während der $\gamma - c$ -Reduktion. Aufgrund dessen wird die Arc-Length-Control (Bogenlängenmethode) deaktiviert. Grundsätzlich dient die Methode zur schnelleren Konvergenz nahe dem Grenzzustand, beinhaltet allerdings auch ein Abbruchkriterium, das nach fünf Iterationsschritten (Standardeinstellung), in denen eine Entlastung des Bodens stattfindet, erreicht ist. Durch die Deaktivierung werden so viele Entlastungsschritte wie vorhandene Berechnungsschritte zugelassen. Alternativ wäre eine manuelle Erhöhung der Entlastungsschritte denkbar, wobei es jedoch zu einer Unterschätzung der notwendigen Schritte kommen kann.

Grundsätzlich wird bei dem Nachweis ausschließlich das Versagen durch eine Bewegung in horizontaler Richtung untersucht. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass durch die Reduktion der Wichte erhebliche Hebungen in vertikaler Richtung entstehen, wodurch ein frühzeitiges Versagen an dem Interface-Element auf der passiven Seite eintreten kann. Daher wird der eingespannte Teil der Wand während der Reduktion in y-Richtung fixiert und gehalten.

Die drei Sicherheitsfaktoren (siehe Tabelle 6) liegen aufgrund der Verlängerung der Wand mittels Interface-Elemente zur Gewährleistung der hydraulischen Grundbruchsicherheit in derselben Größenordnung. Eine Verlängerung der Wand ist grundsätzlich notwendig, um eine erfolgreiche numerische Simulation des Bauablaufs aufgrund der resultierenden Wasserdruckdifferenz zu

gewährleisten. Die Unterkante der Wand liegt bei allen drei Querschnitten bei $-10,3$ m. Anhand dessen lässt sich feststellen, dass eine strikte Trennung des Systems in einzelne Versagensmechanismen mit der Numerik erwartungsgemäß nur schwer möglich ist. Es kann lediglich das Gesamtsystem untersucht werden. Die Sicherheitsfaktoren sind alle größer als der Teilsicherheitsbeiwert des Erdwiderlagers $\gamma_{R,e} = 1,30$, weswegen der Nachweis für die MQ 1 bis 3 erfüllt ist.

Tabelle 6: Sicherheitsfaktoren infolge der $\gamma - c$ - Reduktion

	MQ 1	MQ 2	MQ 3
$SF_{\text{Erdwiderlager}}$	1,49	1,61	1,64

In Abbildung 6 ist der maßgebende Bruchkörper des MQ 1 infolge der $\gamma - c$ - Reduktion in Form der inkrementellen Scherdehnungen für den Bruchzustand dargestellt. Der maßgebende Bruchkörper verläuft unterhalb der Wand bzw. dem verlängerten Interface-Element. Außerdem deutet sich im Erdwiderlagerbereich auf der passiven Seite ein Versagen des Bodens an.

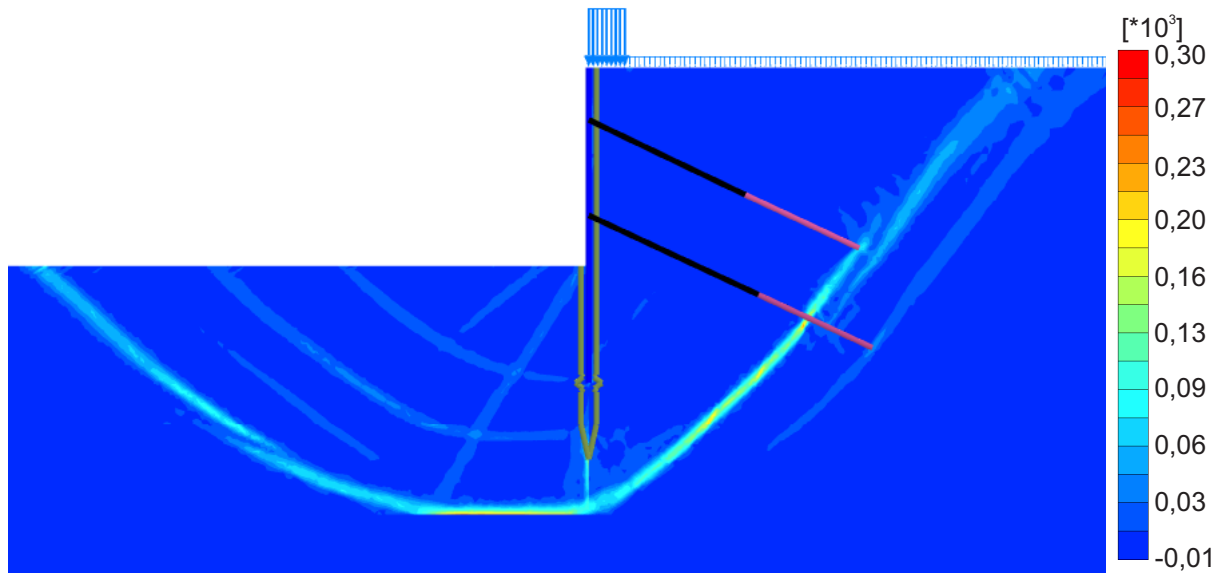


Abbildung 6: Inkrementelle Dehnungen am MQ 1 infolge der $\gamma - c$ - Reduktion im Bruchzustand

Anhand der vorliegenden Untersuchungen lassen sich für zukünftige Forschungsfragen einige Punkte festhalten. Insbesondere der Einfluss der Wasserdruckdifferenz spielt für numerische Simulationen eine wichtige Rolle. Da eine Trennung der Versagensmechanismen bei Nutzung der FEM nur schwer realisierbar ist, stellt sich die Frage inwiefern das Grundwasser in einer numerischen Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten faktorisiert bzw. abgemindert werden sollte.

Grundsätzlich haben weitere Parameterstudien ohne Ansatz eines Grundwasserspiegels eine gute Vergleichbarkeit zu dem analytischen Nachweis gegen Versagen bodengestützter Wände durch Drehung gezeigt. Zukünftig sollen weitere Studien die Einflussfaktoren auf den Sicherheitsfaktor $SF_{\text{Erdwiderlager}}$ untersuchen, wobei der Fokus auf der Variation der Einbindetiefe, dem Ansatz von äußeren Lasten und dem Erddruck liegt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im vorliegenden Beitrag wurden drei Messquerschnitte einer innerstädtischen Schlitzwand-Baugrube untersucht. Die Ermittlung der Parameter des höherwertigen „Hardening Soil small strain stiffness“ Stoffmodells erfolgt auf Grundlage von Erfahrungswerten und Korrelationen sowie unter Anwendung eines Optimierungsalgorithmus, der Partikelschwarmoptimierung (PSO). Der Vergleich zwischen berechneter und gemessener Horizontalverformungen der Wände zeigt, dass sowohl die unter Zugrundelegung von Korrelationen als auch die auf Basis des Baugrundgutachtens ermittelten Stoffparameter ein zu weiches Verhalten des Baugrunds abbilden. Im Gegensatz dazu wird mit der PSO ein Parametersatz ermittelt, der eine realitätsnahe Abbildung des Baugrundverhaltens ermöglicht. Die über die Tiefe aufsummierte Abweichung zwischen berechneter und gemessener Horizontalverformung der drei Messquerschnitte beträgt $\Delta = 33,9 \text{ mm}$.

Im Anschluss erfolgt die Bemessung der Baugrube mit dem Parametersatz nach PSO unter Anwendung der numerischen Nachweisverfahren MFA und EFA. Die Auswertung der Momentenverläufe zeigt, dass der Ansatz nach EFA aufgrund der hohen Biege- und Dehnsteifigkeit der Schlitzwand im vorliegenden Fall maßgebend wird. Diese Tendenz konnte in separaten Studien bereits festgestellt werden, benötigt zur allgemein gültigen Verifikation allerdings zukünftig weitere Untersuchungen. Zusätzlich erfolgt eine $\gamma - c$ - Reduktion auf der passiven Seite der Baugrube als numerisches Nachweisverfahren für das Versagen bodengestützter Wände durch Drehung. Aufgrund der hohen Wasserdruckdifferenz und der damit einhergehenden Verlängerung der Wand zur Einhaltung der hydraulischen Grundbruchsicherheit liegt die Unterkante der Wand bei allen untersuchten Messquerschnitten in der gleichen Tiefe. Somit liegen die berechneten Sicherheitsfaktoren infolge der $\gamma - c$ - Reduktion in ähnlicher Größenordnung. Es lässt sich festhalten, dass eine strikte Trennung zwischen den einzelnen Versagensmechanismen in der Numerik nicht möglich ist. In der numerischen Analyse wird jeweils der für das Gesamtsystem maßgebende Versagensmechanismus berechnet. Nichtsdestotrotz wird der Nachweis gegen Versagen bodengestützter Wände durch Drehung bei allen Querschnitten erfüllt.

Zukünftig sollen weitere Studien das Verhalten und die Einflussfaktoren der $\gamma - c$ - Reduktion näher untersuchen, um mit dem numerischen Nachweisverfahren eine leistungsfähige Alternative zum analytischen Bemessungsverfahren vorzuweisen. Auf Grundlage dessen ist es das Ziel, weitere Tragreserven geotechnischer Konstruktionen mit Hilfe der Numerik zu identifizieren. Hierzu soll ein Prozess entwickelt werden, der den Ablauf einer ganzheitlichen Bemessung unter Berücksichtigung der normativen Anforderungen hinsichtlich der zu untersuchenden Versagensmechanismen umfasst.

Danksagung

Besonderer Dank gilt der Zentralen Technik der Ed. Züblin AG und der Züblin Spezialtiefbau GmbH für die Zurverfügungstellung der Unterlagen der Baugrube sowie der Messdaten.

Literatur

- [1] Benz T. (2007): Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences. Dissertation. Universität Stuttgart
- [2] Benz T., Schwab R. und Vermeer P. (2007): Zur Berücksichtigung des Bereichs kleiner Dehnungen in geotechnischen Berechnungen. *Bautechnik*, 84(11): 749–761
- [3] Grabe J., Henke S., Kinzler S. und Pucker T. (2010): Inverse determination of soil density and stress state using dispersion wave measurements and cone penetration tests in a non-layered soil. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30(6): 481–489
- [4] Hegert H. und Hettler A. (2019): Numerische Simulation des Erdwiderstands für Sand und Vergleich mit Messergebnissen aus Modellversuchen. *geotechnik*, 42(4): 187–198
- [5] Hettler A. und Khalid A.-R. (2000): Numerische Simulation des Erddruckproblems in Sand auf der Grundlage der Hypoplastizität. *Bautechnik*, 77(1): 15–29
- [6] Kennedy J. und Eberhart R. (1995): Particle Swarm Optimization. Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks. Perth, Australia. 1942–1948
- [7] Knabe T., Schweiger H. F. und Schanz T. (2012): Calibration of constitutive parameters by inverse analysis for a geotechnical boundary problem. *Canadian Geotechnical Journal*, 49(2): 170–183
- [8] Lees A. S. (2019): Tomorrow's geotechnical toolbox: EN 1997-1:202x: Numerical methods, in Geotechnical engineering, foundation of the future. Conference proceedings. Reykjavik: The Icelandic Geotechnical Society.
- [9] Meier J. (2008): Parameterbestimmung mittels inverser Verfahren für geotechnische Problemstellungen. Dissertation. Bauhaus-Universität Weimar
- [10] Meier J., Rudolph S. und Schanz T. (2009): Effective algorithm for parameter back calculation - Geotechnical applications. *Bautechnik*, 86(S1): 86–97
- [11] Mittag J., Richter T., Schädlich B. und Hao P. (2020): Herausforderungen von Hochhausgründungen in Gebieten mit glazial geprägten Böden. *geotechnik*, 43(4): 289–297
- [12] Miranda L. J. (2018): PySwarms: a research toolkit for Particle Swarm Optimization in Python. *Journal of Open Source Software*, 3(21): 433 <https://pyswarms.readthedocs.io/en/latest/>.

- [13] Nguyen L. und Haddad F. (2022): Einsatz der künstlichen Intelligenz und numerischen Optimierung zum geotechnischen Entwurf im Spezialtiefbau. Mitteilungen des Institutes für Geotechnik der Technischen Universität Darmstadt, 113: 38–52
- [14] Schmüdderich C., Tschuchnigg F. und Schweiger H. F. (2021): Significance of flow rule for the passive earth pressure problem. *Acta Geotechnica*, 22(1): 131–142
- [15] Vogel P., Grabe J., Jürgens H. und Henke S. (2022): Zur numerischen Bemessung geotechnischer Bauwerke gemäß EC 7. Mitteilungen des Institutes für Geotechnik der Technischen Universität Darmstadt, 113: 189-200
- [16] Zillmann A. und Perau E. (2015): Variation des Reibungswinkels bei der Bemessung von Baugrubenwänden mit der Finite-Elemente-Methode. *geotechnik*, 38(4): 289–303

Autoren

Hauke Jürgens, M.Sc.
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Sascha Henke
Helmut-Schmidt-Universität Hamburg
Professur für Geotechnik
Holstenhofweg 85
22043 Hamburg
Tel.: +49 (0)40 6541 3313
e-mail: hauke.juergens@hsu-hh.de
e-mail: sascha.henke@hsu-hh.de

Bemessung von Offshoregründungen mit der FEM am Beispiel von Suction Buckets

Tim Pucker, Nataly Filipouskaya, Patrick Gütz

Abstract: The design of foundations for offshore wind turbines is challenging due to (a) substantial environmental, operation and accidently loads acting on the structure that need to be sustained by the foundation, (b) variability of soil conditions over the extent of an entire wind farm and (c) implementation of innovative foundation concepts for which limited experience exists. This paper focusses on the last aspect by presenting a design approach based on the finite element method (FEM) adopted to design the relatively new concept of suction bucket foundation for jacket substructures. Suction buckets have a complex bearing behaviour, including soil mechanics and hydraulic effects. This interaction requires sophisticated FE models, including the advanced coupling of the soil's stress-displacement response and pore fluid flow calculation. This paper presents the adopted modelling techniques and their application for the design.

1 Einleitung

Suction Buckets sind in der Regel gedrungene Gründungselemente, die im Offshorebereich zur Gründung und Sicherung von Strukturen eingesetzt werden. Der Suction Bucket ist ein Stahlzylinder, der oben durch einen Deckel geschlossen wird. Zur Installation wird der Bucket auf dem Meeresboden abgesetzt und dringt durch sein Eigengewicht in den Boden ein. Anschließend wird Wasser aus dem Bucket gepumpt, wodurch ein Unterdruck entsteht, der wiederum den Bucket in den Boden einsaugt (siehe Abbildung 1, links). Nach der Installation trägt der Bucket die Lasten ähnlich wie eine Flachgründung ab, kann bei Zugbelastung jedoch erneut einen Unterdruck mobilisieren, der die Tragfähigkeit deutlich erhöht.

Die einfache Installation und der hohe Widerstand bei Zuglasten haben dazu geführt, dass Suction Buckets seit mehr als 40 Jahren erfolgreich bei der Gründung von Offshorestrukturen eingesetzt werden. In jüngerer Zeit wird diese Gründungsform attraktiver für die Gründung von Jacketstrukturen von Offshorewindenergieanlagen, da vor allem die Installationszeit offshore im Vergleich zu klassischen Pfahlgründungen deutlich reduziert werden kann. Dem gegenüber stehen die im Vergleich zu Öl- und Gasstrukturen hohen Windlasten bei vergleichsweise niedrigen Eigengewichten und die daraus resultierenden hohen Zug- und Momentenbelastungen der Suction Buckets unter einer Jacketkonstruktion (siehe Abbildung 1, rechts). Zudem sind die Anforderungen an das dynamische Verhalten der Gründungsstrukturen höher, um den dauerhaften Betrieb der Offshorewindenergieanlagen sicherstellen zu können.

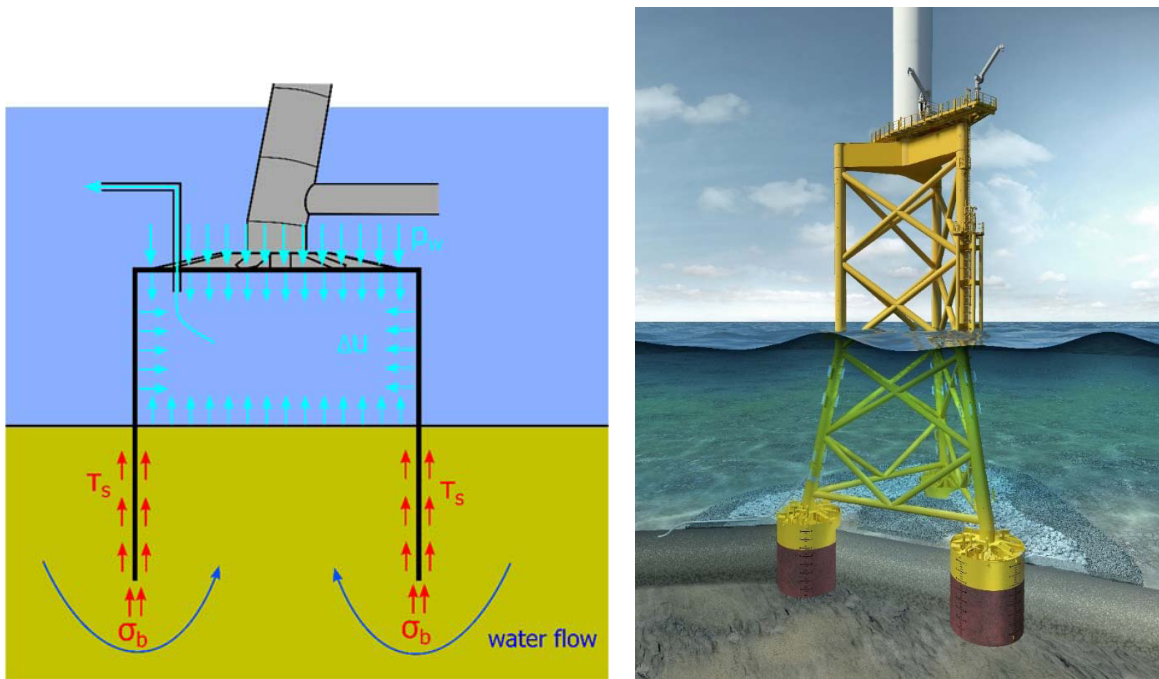


Abbildung 1: Illustration eines Suction Bucket Jackets (links); Prinzip der Installation eines Suction Buckets durch die Erzeugung eines Unterdrucks im Inneren (rechts).

2 Einwirkungen

Dieser Beitrag beschränkt sich ausschließlich auf die geotechnische Bemessung von Suction Buckets. Dennoch ist die Ursache der einwirkenden Lasten ein wichtiger Faktor bei der Bemessung des notwendigen Widerstands. Typische Einwirkungen, die einen maßgebenden Einfluss auf die Bemessung von Suction Buckets als Gründung von Offshorewindenergieanlagen haben, sind:

- Wind
Die Turbine der Anlage wird durch Wind angetrieben. Dementsprechend soll eine möglichst große Windlast zur Energieerzeugung genutzt werden. Die Struktur muss diese Windlasten sicher in den Baugrund abtragen. Die Windlasten kommen aus unterschiedlichen Richtungen und mit variierenden Amplituden, die eine zyklische Belastung der Gründungsstruktur zur Folge haben. Da die Windlast über dem Meeresspiegel angreift, entsteht auf Gründungsebene ein entsprechend großes Kippmoment, das bei einer Jacketstruktur im Idealfall über Druck- und Zugkräfte in den Baugrund eingeleitet wird.
- Strömung und Welle
Die Gründungsstruktur ist dauerhaft dem Seegang ausgesetzt, wird entsprechend belastet. Neben der Belastung durch Wellen werden die Strukturen vor allem durch die teilweise wechselnden Strömungen beeinflusst. Die Strömungen können auch zu der Bildung von Auskolkungen im Bereich der Gründungselemente führen.
- Schiffstoß
Neben kleineren Schiffstößen im Rahmen von An- und Ablegemanövern zur Wartung

der Anlage ist der Fall eines manövrierunfähigen Schiffs zu untersuchen, dass gegen eine Anlage driftet. Für diesen Lastfall ist sicherzustellen, dass die Turbine der Windenergieanlage nicht auf das Schiff fällt und so eine Gefahr für Leib und Leben bzw. mögliche Umweltschäden durch starke Beschädigung des Schiffs darstellt.

Grundsätzlich werden zwei Bemessungszustände definiert:

- Turbine in Betrieb: Die Belastung resultiert aus Wind, Rotation der Turbine, Welle und Strömung bei normalen Wetterbedingungen. Dieser Zustand verursacht keine extremen Lasten, wird aber in der Regel aufgrund der zyklischen Art der Beanspruchung für Ermüdungsnachweise maßgebend. Dennoch kann die anhaltende Horizontalbelastung eine quasi-statische Zugkraft an einzelnen Buckets erzeugen, unter der kein weiterer Unterdruck als Widerstand mobilisiert werden kann.
- Sturm: Bei einem Sturm wird die Turbine ausgeschaltet und die Rotorblätter werden so gedreht, dass eine möglichst geringe Windlast entsteht. Zur Berücksichtigung von Sturmereignissen wird in der Regel ein Bemessungssturm berücksichtigt, der über die Lebensdauer der Anlage und ggf. statistisch darüber hinaus auftretende Sturmereignisse abbilden soll. Die Belastung resultiert größtenteils infolge von Wellen. Der Bemessungssturm ist ein maßgebender Lastfall für die Bemessung der Gründung.

3 Tragfähigkeit

Bei der Berechnung der Tragfähigkeit von Suction Buckets ist der jeweilige Lastfall zu berücksichtigen. Solange der Bucket die Belastungen wie ein Flachfundament abträgt, beispielsweise bei Druckbelastung, kann die Tragfähigkeit mit klassischen Berechnungsmethoden, beispielsweise dem Grundbruchnachweis, bestimmt werden. Die Voraussetzung dafür ist allerdings, dass ein kraftschlüssiger Verbund zwischen Deckel des Suction Buckets und dem Boden vorliegt. Dieser Verbund kann durch ein Verpressen des Hohlraums nach der Installation gewährleistet werden. Bei Zugbelastungen bedarf es höheren Anforderungen. Für deren Abtragung muss ein Unterdruck mobilisiert werden. Dieser Fall wird nachfolgend beschrieben.

3.1 Berechnungsmethodik

Im Bereich der Forschung liegen analytische Berechnungsansätze zur Ermittlung der axialen Tragfähigkeit von Suction Buckets unter Zugbelastung vor (Houlsby et al., 2005; Senders, 2009). Diese Methoden beschränken sich jedoch in der Regel auf homogene Böden, Sand oder Ton) und auf eine rein axiale Belastung ohne Einfluss zusätzlicher Horizontal- oder Momentenbeanspruchung. Die Verwendung der Finite Elemente Methode (FEM) ermöglicht die Berechnung der Tragfähigkeit von Suction Buckets unter Einbeziehung einer vollständigen Kopplung des Spannungs-Verformungs-Verhaltens mit der Porenwasserströmung, um das Verhalten des Bodens und des Wassers im Boden abzubilden.

3.2 Modellierung

3.2.1 Beschreibung des 2D Modells

Eine der Möglichkeiten, Suction Buckets mit Finite-Elemente-Methode (FEM) zu modellieren, sind axialsymmetrische 2D Modelle in Plaxis 2D (siehe Abbildung 2). Das Modell beinhaltet die standortspezifische Bodenschichtung. Der Suction Bucket wird mit Platten-Elementen modelliert. Die Interface-Elemente beschreiben die Interaktion zwischen dem Boden und der Stahlkonstruktion.

Unter dem Deckel des Buckets werden linear-elastische Kontinuums-elemente „Wasser-Elemente“ mit vernachlässigbarem Elastizitätsmodul eingefügt, welche das Wasser repräsentieren und in denen während der Zugbeanspruchung ein negativer Porenwasserdruck (Unterdruck) erzeugt wird, siehe auch Cao et al. (2002) und Thieken et al. (2014). Mit dem Modul „fully coupled Deformation – Flow“ in Plaxis wird in einer gekoppelten Berechnung die Wasserströmung im Boden modelliert. Der Unterdruck aktiviert die Strömung, die mit der Zeit und in Abhängigkeit der Durchlässigkeit des Bodens den Unterdruck wieder ausgleicht.

Da das 2D Modell axialsymmetrisch aufgebaut wird, können lediglich die axialen Druck- und Zugbeanspruchungen berücksichtigt werden. Die horizontalen Lasten sowie das Kippmoment können in dem beschriebenen Modell nicht aufgebracht werden und sind entweder zu vernachlässigen oder benötigen eine Umrechnung in eine äquivalente axiale Belastung. Eine der Methoden zur Bestimmung der äquivalenten axialen Last wird im Abschnitt 3.6 beschrieben.

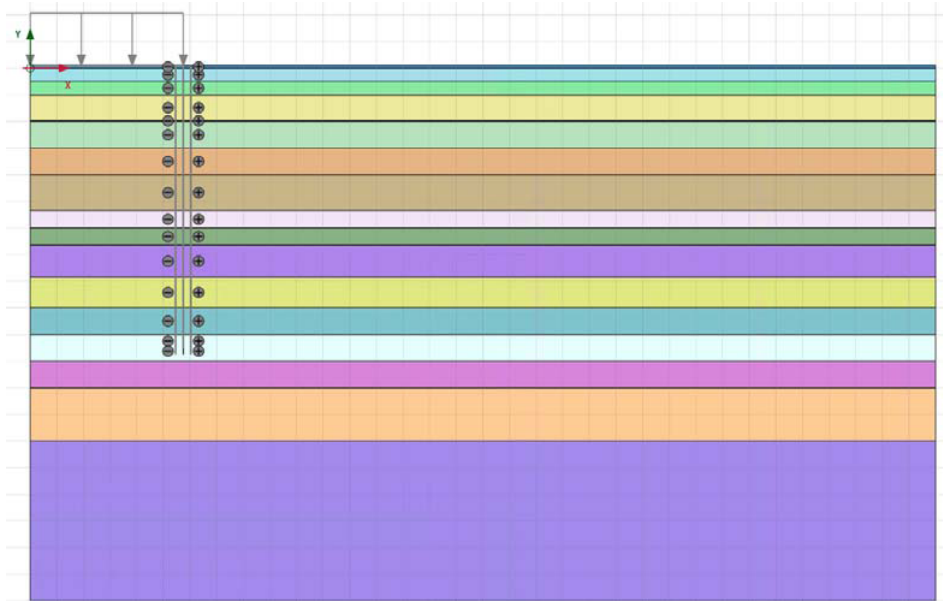


Abbildung 2: Axialsymmetrisches 2D Plaxis Modell von einem Suction Bucket

3.2.2 Beschreibung 3D Modell

Ein Suction Bucket kann auch mit einem 3D Modell in Plaxis abgebildet werden. Unter der Annahme der gleichen Wirkungsrichtung und -achse von Horizontalkraft und Kippmoment,

kann das Modell aufgrund der Symmetrie halbiert werden, womit die Berechnungsdauer erheblich reduziert wird (siehe Abbildung 3). Der Vorteil vom 3D Modell ist die Möglichkeit, bei kombinierter Belastung die horizontale Lastkomponente sowie das Kippmoment aufzubringen. Die Torsionsbelastung (Rotation um die vertikale Achse) fällt in der Regel gering aus und kann vernachlässigt werden.

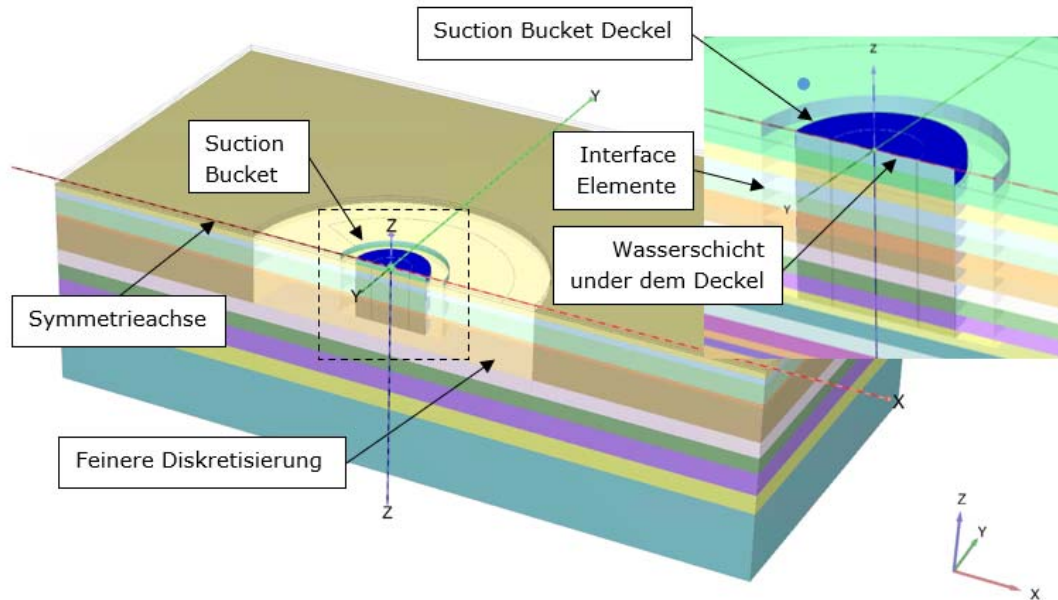


Abbildung 3: 3D Plaxis Modell von einem Suction Bucket

Wie bei dem 2D Modell werden auch im 3D Modell „Wasser-Elemente“ unter dem Deckel modelliert. Die maximale Verformung im Modell entsteht an der lastzugewandten Außenseite des Buckets, welche infolge der Zugkraft und Kippbewegung am meisten herausgezogen wird. Infolgedessen wird dort der maximale Unterdruck generiert und es bildet sich eine ungleichmäßige Unterdruckgradienten (siehe Abbildung 4). Daher fließen an der Außenseite größere Wassermengen in den Bucket herein, wodurch sich dort auch potenziell Strömungskanäle ausbilden können. Das Modell kann Diskontinuitäten wie beispielsweise die Ausbildung von Strömungskanälen oder eines Spaltes an der Schürze des Buckets nicht abbilden. Daher sollten die Modellverformungen gering bleiben, damit das Modell plausible Ergebnisse generiert.

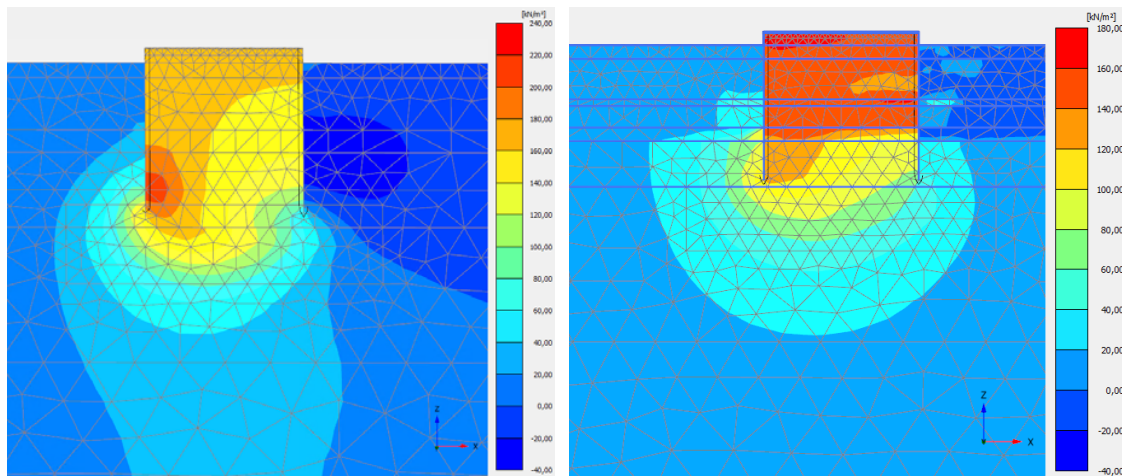


Abbildung 4: 3D Plaxis Modell: Darstellung des Porenwasserdrucks im Boden im Nahbereich eines Suction Buckets unter einer kombinierten Beanspruchung (axialer Zug, horizontale Kraft, Rotation), an zwei unterschiedlichen Standorten bzw. Baugrundsichtungen.

3.3 Belastungsgeschwindigkeit und -dauer

Wird der Suction Bucket aufgrund einer Zugbelastung angehoben und aus dem Baugrund gezogen, entsteht unter dem Deckel des Suction Buckets ein Unterdruck. Aufgrund des resultierenden Druckgefälles fließt Wasser durch den Baugrund von außen nach innen in den Bucket. Die Größe des so entstehenden Unterdrucks ist demnach abhängig davon, wieviel und wie schnell Wasser durch den Boden fließen kann. Dies wird maßgeblich durch die Durchlässigkeit des Bodens und die Länge des Fließweges bestimmt. Durch diesen Effekt entsteht eine Zeitabhängigkeit der Tragfähigkeit und es können in Abhängigkeit der Lasteinwirkungsdauer unterschiedliche Tragfähigkeiten bestimmt werden.

3.3.1 Grenzzustand der Tragfähigkeit bei kurzzeitigen Extremereignissen

Der Grenzzustand der Tragfähigkeit wird in der Regel für die Einwirkung einer maximalen Welle während eines Sturmereignisses nachgewiesen. Das bedeutet, dass während des Sturms eine mittlere Belastung über einen längeren Zeitraum auf die Struktur wirkt, die maximale Belastung jedoch durch eine Welle hervorgerufen wird. Diese Wellenperiode ist in der Größenordnung von ca. 12 s. Die maximale Belastung baut sich demnach in ca. 6 s auf und anschließend in 6 s wieder ab. Diese kurzzeitige Extrembelastung wird maßgeblich über den sich bildenden Unterdruck aufgenommen, sofern das System in einem teildrainierten bis undrainierten Zustand ist (in Abhängigkeit der Lastmagnitudo, Einwirkungsdauer sowie der Einbindetiefe des Suction Buckets und der Durchlässigkeiten des Bodenprofils).

3.3.2 Grenzzustand der Tragfähigkeit im Regelbetrieb

Anhaltend wirkende Zuglasten können nicht über den Unterdruck abgetragen werden, da dieser über die Dauer der Einwirkung dissipiert. Diese Lasten ergeben sich maßgeblich aus dem Betrieb der Anlage, wenn der Wind über eine längere Zeit aus einer Richtung kommt und entsprechend ein Suction Bucket unter der Jacket Struktur dauerhaft unter Zugbelastung steht. In die-

sem Fall muss die Tragfähigkeit analog zu einer Pfahlgründung über die Mantelreibung abgetragen werden. Kurzzeitige Ausschläge in der Zugbelastung können auch bei diesem Lastfall über die Bildung von Unterdruck abgetragen werden.

3.4 Einfluss der zyklischen Belastung

Die Belastung aus Wind und Wellen resultiert in eine zyklische Belastung der Gründungselemente und damit einhergehend in einer zyklischen Beanspruchung des umgebenden Baugrunds, siehe Abbildung 5. Durch diese zyklische Belastung besteht das Risiko, dass sich die Baugrundeigenschaften hinsichtlich der Steifigkeit und Festigkeit negativ mit der Zeit verändern. Je nach Baugrund kann dieser Effekt basierend auf Erfahrungswerten durch eine Abminderung der Steifigkeit und Festigkeit um ca. 15 bis 20 % berücksichtigt werden. Alternativ können mit Hilfe entsprechender Laboruntersuchungen genauere Abschätzungen, beispielsweise nach Andersen (2015), durchgeführt werden.

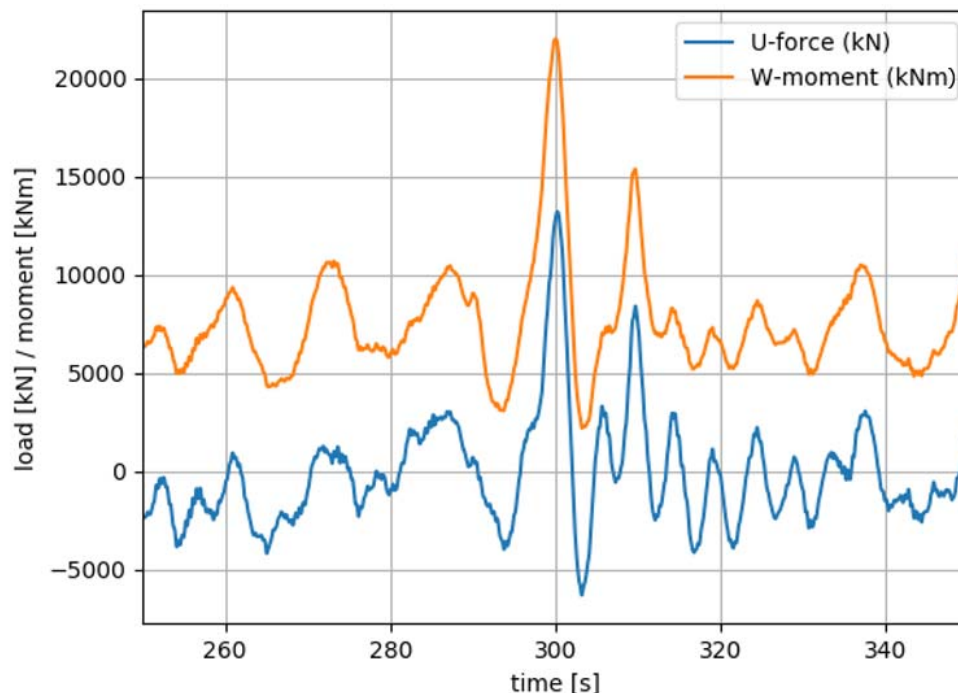


Abbildung 5: Exemplarische Zeitreihe mit Extrembelastung aus einem Sturmereignis, U ist die axiale Zugkraft und W das Kippmoment. Die Horizontale Komponente ist nicht dargestellt.

3.5 Einfluss der Installation auf das Tragverhalten

Die Installation von Suction Buckets erfolgt durch die Erzeugung eines Unterdrucks im Inneren des Suction Buckets. Durch diesen Unterdruck wird eine Strömung durch den Baugrund von außen ins Innere des Buckets erzeugt. Die aufwärtsgerichtete Strömung im Inneren des Suction Buckets kann zu Auflockerungen und Hebungen des Bodens führen. Diese Phänomene und deren Einfluss auf den Boden sind bei der Bemessung entsprechend zu berücksichtigen.

Um sicherzustellen, dass der Suction Bucket die notwendige Einbindetiefe erreicht, wird bei Installationsproblemen häufig eine zyklische Installation als Rückfalloption in Betracht gezogen. Dabei wird der Unterdruck im Inneren reduziert oder ggf. sogar ein Überdruck erzeugt, um eine Auf- und Abwärtsbewegung des Suction Buckets hervorzurufen. Durch diese zyklische Bewegung werden die Eindringwiderstände in den Boden reduziert und größere Absetztiefen als bei einer monotonen Abwärtsbewegung erreicht. Der Einfluss der zyklischen Installation auf den umgebenden Boden kann negative Auswirkungen auf das Tragverhalten des Suction Buckets haben und muss bei Bedarf entsprechend berücksichtigt werden.

3.6 Ansatz zur Berücksichtigung kombinierter Lasten

Eine Kombination aus Kippmoment und Zuglast kann in 2D FE Modellen nicht direkt berücksichtigt werden, da das Modell axialsymmetrisch aufgebaut ist. Stattdessen kann näherungsweise eine äquivalente erhöhte axiale Belastung aufgebracht werden, die, wie in Abbildung 6 dargestellt, ermittelt wird.

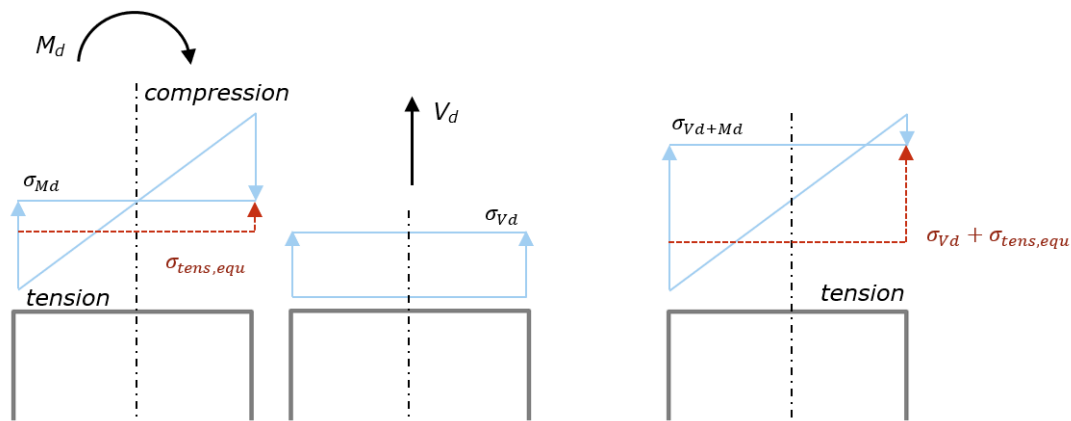


Abbildung 6: Ermittlung einer äquivalenten Axialkraft bei einer kombinierten Beanspruchung (Zug, Kippen)

Die maximale Zugspannung bei einer linear-elastischen Spannungsverteilung im Bucketdeckel berechnet sich wie folgt:

$$\sigma_{Md} = \pm \frac{M_d}{I_y} y = \pm \frac{M_d}{\frac{\pi R^4}{4}} R = \pm \frac{M_d}{\frac{\pi D^3}{32}} \quad (1)$$

Wird die Spannung gleichmäßig verteilt, so ergibt sich eine äquivalente Spannung von $\frac{1}{4} \sigma_{Md,peak}$. Auf der sicheren Seite wird eine erhöhte äquivalente Spannung angesetzt, um Effekte der Exzentrizität abzudecken:

$$\sigma_{tens, equ} = \frac{1}{3} \sigma_{Md, peak} = \frac{32 M_d}{3 \pi D^3} \quad (2)$$

Aus der äquivalenten Spannung ergibt sich im nächsten Schritt die Ersatzzugkraft, welche die Rotationsbeanspruchung ersetzt. Die gesamte Zugkraft ergibt sich aus der Integration der Spannung und ist somit im Fall des äquivalenten Spannungsverlaufs höher als im Ausgangszustand:

$$\frac{1}{3}\sigma_{Md}\frac{\pi D^2}{4} > \frac{1}{4}\sigma_{Md}\frac{\pi D^2}{4} \quad (3)$$

Im Wesentlichen wird die Zugkraft so erhöht, dass nur in einem kleinen Bereich des Suction Buckets lokal höhere Zugspannungen auftreten können. Für mehr als 2/3 der Fläche wird die Zugspannung auf der sicheren Seite überschätzt (siehe Abbildung 7).

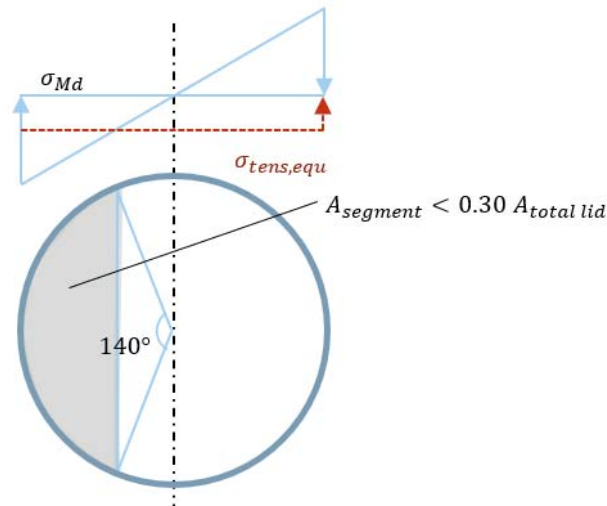


Abbildung 7: Segment des Suction Buckets mit lokal unterschätzten Zugspannungen

4 Nachweisführung

4.1 Teilsicherheitsbeiwerte

Die Nachweisführung erfolgt äquivalent zum Eurocode in dem gezeigt wird, dass die Bemessungseinwirkungen E_d kleiner sind als die Bemessungswiderstände R_d . Die Einwirkungen E_d auf die Suction Buckets sind das Ergebnis der Strukturberechnung des Jackets, des Turms und der Turbine. Die charakteristischen Widerstände R_k sind Ergebnis der oben beschriebenen Berechnungen. Bei einigen Nachweisen können die klassischen Nachweisverfahren der Geotechnik mit den entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten angewendet werden. So kann beispielsweise der Nachweis bei Drucklasten wie ein Grundbruchnachweis oder der Nachweis einer dauerhaften Zugbelastung wie ein kurzer Zugpfahl behandelt werden.

Im Falle einer kurzzeitigen Zugbelastung während eines Extremereignisses, wie beispielsweise einer Extremwelle während eines Sturmereignisses, muss jedoch die Mobilisierung des notwendigen Unterdrucks sichergestellt sein. Da dieser maßgeblich von der Durchlässigkeit des Bodens abhängig ist und es nach Eurocode keinen Teilsicherheitsbeiwert für die/Sicherheitszuschlag auf die Durchlässigkeit gibt, ist eine Berechnung mit Reduzierung der Scherparameter nach GEO-3 nicht zielführend. Der Teilsicherheitsbeiwert für Pfähle unter Zugbelastung wird in mehreren Normen und Standards, beispielsweise DIN 1054:2010 oder DNV-ST-0126, mit $\gamma_M = 1,50$ angegeben. Dabei werden die Effekte aus Lastgeschwindigkeit oder Variation der Durchlässigkeit nicht berücksichtigt, siehe Tabelle 1.

Tabelle 1: Unsicherheiten bei der Bemessung von Suction Buckets

Unsicherheit	Einfluss auf Teilsicherheitsfaktor		
	Pfahl	Suction bucket	
Zugbelastung	+	+	mit $\gamma_M = 1,50$ berücksichtigt
Reibungswinkel nichtbindiger Böden	o	o	
Undrainierte Scherfestigkeit bindiger Böden	o	o	
Durchlässigkeit	-	++	
Wechsel(?)/Variation der Bodenschichtung im Gründungsbereich	o	+	
Berechnungsmodell Mantelreibung	o	o	
Berechnungsmodell Porenwasserdruck / Strömung	-	+	

-: kein Einfluss, o: bereits berücksichtigt in γ_M , +: Einfluss, ++: signifikanter Einfluss

Zur Berücksichtigung der in Tabelle 1 zusätzlichen Einflussfaktoren bei der Berechnung der Tragfähigkeit von Suction Buckets im Grenzzustand der Tragfähigkeit, wird in diesem Beitrag ein Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_M = 1,70$ gewählt. Für die weiteren Lastfälle werden die Teilsicherheitsbeiwerte gem. DNV-ST-0126 angewendet.

4.2 Nachweisführung ULS

Zum Nachweis der Standsicherheit im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden die Bemessungslasten für den Widerstand mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M = 1,70$ multipliziert. Auf diese Weise muss der numerisch ermittelte Widerstand nicht reduziert werden und die Lasten können direkt in die Lastverformungskurven eingezeichnet werden, siehe **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** Um den Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf die Drainage des Systems nicht zu beeinflussen, wird die Berechnungsdauer ebenfalls mit dem Faktor 1,7 multipliziert, sodass die Belastungsgeschwindigkeit gleichbleibt.

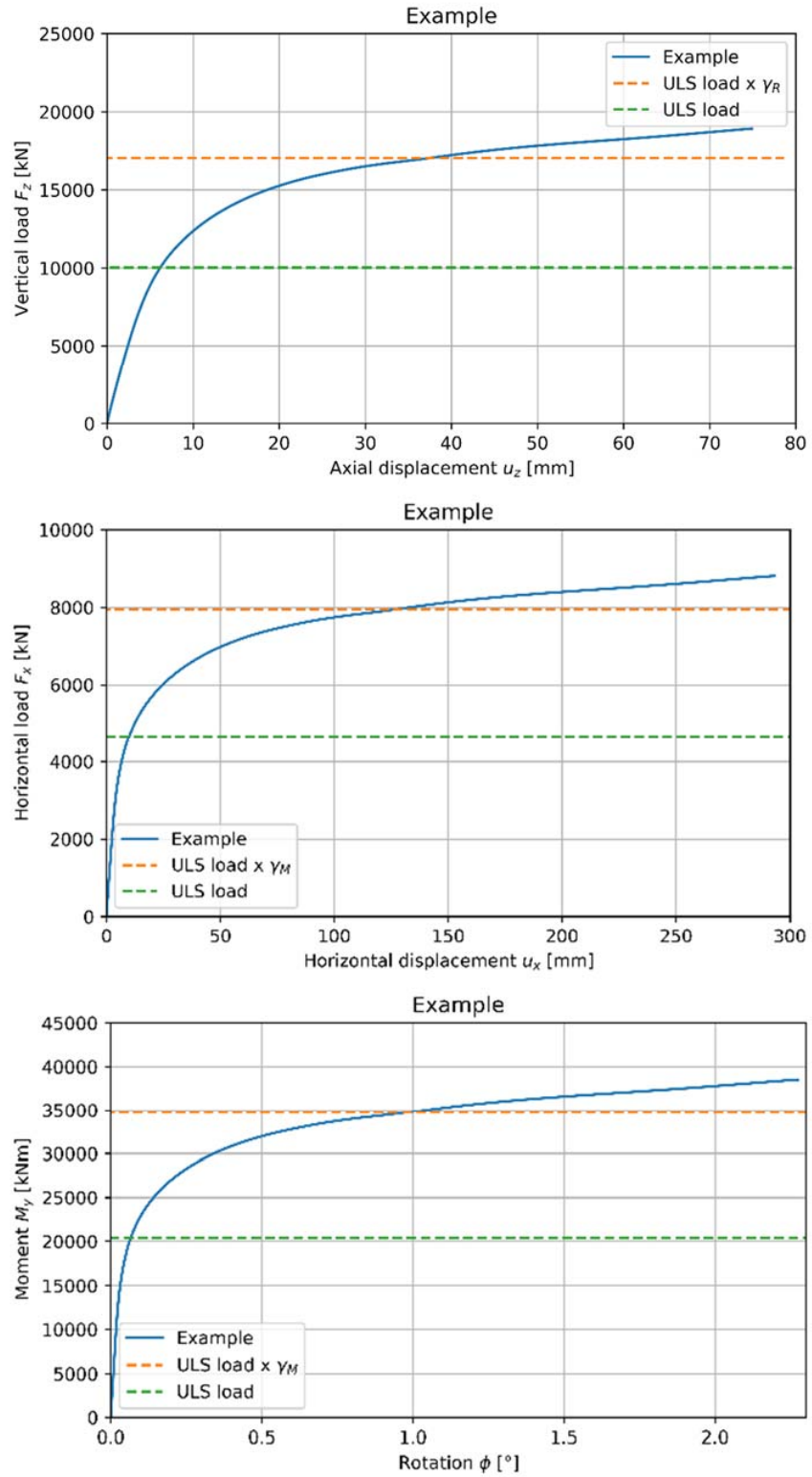


Abbildung 8: Exemplarische Last-Verformungskurven und Bemessungslasten

Für alle Belastungen wird deutlich, dass der aufnehmbare Widerstand des Suction Buckets deutlich höher als die einwirkende Bemessungslast ist. Damit ist der Nachweis der Tragfähigkeit im Grenzzustand erfüllt.

5 Zusammenfassung

Die Bemessung von Gründungen für Offshorewindenergieanlagen hat hohe Anforderungen, um einen sicheren und zuverlässigen Betrieb der Anlage über den Auslegungszeitraum zu gewährleisten. Insbesondere für innovative Gründungskonzepte sind anspruchsvolle Methoden für die Bemessung anzuwenden, da deren Tragverhalten nicht hinreichend durch Erfahrungen oder analytische Bemessungsmethoden abgedeckt ist. Dieser Beitrag stellt die maßgebenden Nachweise für die Bemessung von Suction Buckets für die Gründung von Offshorewindstrukturen vor. Es wird auf die numerische Modellierung der Suction Buckets eingegangen und erläutert, wie Kombination aus Zuglasten mit Kippmoment in einem axialsymmetrischen 2D Modell berücksichtigt werden können.

Es wird herausgearbeitet, dass die Durchlässigkeit des Baugrunds einen signifikanten Einfluss auf die Tragfähigkeit der Struktur und damit auf das Sicherheitsniveau hat. Ein Ansatz zur Wahl eines entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerts für die Tragfähigkeit von Suction Buckets unter Zugbelastung wird vorgestellt.

Der endgültige Nachweis der Tragfähigkeit wird mit Hilfe von numerisch ermittelten Last-Verformungs-Kurven geführt, indem gezeigt wird, dass die Bemessungslasten deutlich kleiner als der numerisch ermittelte Widerstand sind.

Referenzen

- [1] Andersen K.H. (2015): Cyclic soil parameters for offshore foundation design. *Frontiers in Offshore Geotechnics III*, 5–82.
- [2] J. Cao, R. Phillips, R. Popescu, J.M.E. Audibert, and Z. Al-Khafaji (2002): Numerical Analysis of the Behavior of Suction Caissons in Clay. In J. S. Chung, editor, *Proceedings of the 12th International Offshore and Polar Engineering Conference*. International Society of Offshore and Polar Engineers. ISBN 9781880653586.
- [3] DIN 1054:2010: Baugrund – Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau – Ergänzende Regelungen zu DIN EN 1997-1.
- [4] DNV-ST-0126: Support structures for wind turbines, DNV, December 2021.
- [5] G. T. Houlsby, R. B. Kelly, and B. W. Byrne. The tensile capacity of suction caissons in sand under rapid loading (2005). *Proceedings of the 1st International Symposium on Frontiers in Offshore Geotechnics*, 405–410. Taylor & Francis. ISBN 9780415390637.
- [6] Thieken K., Achmus M. und Schröder C. (2014): On the behavior of suction buckets in sand under tensile loads. *Computers and Geotechnics*, 60(2014):88–100.

- [7] M. Senders (2009): Suction caissons in sand as tripod foundations for offshore wind turbines. *PhD thesis*, The University of Western Australia.

Author

Dr.-Ing. Tim Pucker
Nataly Filipouskaya, M.Sc.
Dr.-Ing. Patrick Gütz

Ramboll Deutschland GmbH
Jürgen-Töpfer-Straße 48
22763 Hamburg
Tel.: +49 (0) 152 - 53210846
e-mail: tim.pucker@ramboll.com
Web: <https://de.ramboll.com>

New constitutive modelling framework for soils

Kristian Krabbenhoft

Abstract: This article summarizes a new constitutive modelling framework for soils. Based on classic kinematic hardening plasticity, the framework retains all the numerical conveniences of conventional single-surface elastoplasticity while inheriting all the advantages of kinematic hardening plasticity: easy calibration of arbitrary stress-strain curves, natural accounting for small-strain stiffness, cyclic loading, etc.

1 Introduction

Despite a very large number of constitutive models having been developed over the last 70 or so years, current engineering practice is characterized by a surprising lack of diversity of models. Indeed, for soils without any obvious, or known, peculiarities, the Hardening Soil model [Schanz et al. 1999, Benz 2007] is inevitably the model of choice. The merits, and otherwise, of the Hardening Soil model have been described elsewhere [Cudny & Truty 2020] and shall not be repeated here. Suffice to say that while the model does reproduce many of the salient features of soils, at least qualitatively, it has its limitations and is not particularly suited for cycling loading conditions (despite the fact that this is often advertised as a particular strength).

This state of affairs, which has prevailed for close to two decades, of a steady stream of models being developed primarily by academics together with the industry's apparent coalescence around one particular, and not especially remarkable, model is an interesting one. It is one which deserves a fuller exposition than what is possible here. Work in this regard is under way.

1.1 Cyclic loading

Practically all constitutive models produce sensible responses to the basic soil tests – triaxial compression, oedometric loading, etc. For monotonic loading along general stress paths, e.g. the ones experienced in true triaxial tests, things are somewhat more uncertain although most models are generalized in a way, e.g. via conventional elastoplasticity, that renders them reasonable if not flawless.

The real watershed is between models that are capable of reproducing a credible response in cyclic loading and models that are not. By ‘credible’ is meant a response that is qualitatively correct such that, with sufficient tweaking of model parameters, the model could in principle be brought to reproduce experiments. Despite a not insignificant amount of activity in the area of cyclic loading of soils, very few, if any, models satisfy this most basic requirement.

Hence, it is only reasonable to search for alternatives – and more particularly for alternative modelling paradigms to the existing ones. One such paradigm is described in the following.

2 Kinematic hardening plasticity

Kinematic hardening plasticity models have a long history dating back to the time of the establishment of the theory of plasticity [Prager 1955, Prager 1956]. They were originally conceived as a means of accounting for loading/unloading behaviour in a more realistic way than with isotropic hardening models. This remains a key motivation although the benefits of kinematic hardening models are rather wider in scope. Notably, as discussed by [Houlsby 2000] and Houlsby and Puzrin [Houlsby 2000, Puzrin & Houlsby 2001a], it is possible to include an arbitrary number of yield surfaces, the properties of which can be calibrated to match a desired stress-strain response. In this way, no special provisions need to be made with respect to small-strain stiffness – it is simply a feature of the general stress-strain response. Similar observations have been made by [Prevost 1977, Prevost 1978, Prevost 1985] who developed several models for both total and effective stress analysis.

Although the potential benefits of kinematic hardening models thus have been realized for a long time, their use in geotechnical engineering practice has been rather limited. Indeed, the Author is not aware of any model based on kinematic hardening plasticity that is currently used on a routine basis. While there are undoubtedly many reasons for this, a not insignificant hurdle for kinematic hardening models to enter the mainstream is arguably their perceived complexity, not least in terms of numerical implementation which generally is rather more involved and computationally expensive than for common single-surface isotropic hardening models [Einav et al. 2003, Rouainia & Muir Wood 2001, Zhao et al. 2005, Montans & Borja 2002].

In the following, a simplified kinematic hardening plasticity framework is presented. While it retains all the basic properties of conventional kinematic hardening plasticity, the hardening yield surfaces do not enter explicitly into the governing equations. Rather, a family of ‘memory surfaces’, which evolve in the same manner as the yield surfaces in kinematic hardening plasticity, are introduced. These are used exclusively for the purpose of computing an effective hardening modulus. The end result is a mathematical structure which is reminiscent to that of conventional nonlinear elastic/perfectly plastic models.

The basic concept is illustrated in Figure 1 with respect to a pressure-insensitive von Mises type material with ultimate strength k_u . A family of nested yield surfaces are arranged such that as they become active they translate in stress space, with the material stiffness decreasing for each yield surface that becomes active. Traditionally, kinematic hardening multisurface models operate with a constant hardening modulus for each yield surface. By calibrating the magnitude of these, along with the sizes of the yield surfaces, any stress-strain response with a monotonically decreasing stiffness to failure can be reproduced. Alternatively, and that is the approach adopted in the following, we can associate each yield surface with a stress ratio increment $\Delta\rho$ such that the current stress ratio is the sum of the increments associated with the active yield surfaces. This approach offers a number of conveniences, including the possibility of making direct use of hardening moduli associated with other models, e.g. isotropic hardening or bounding surface models.

2.1 Evolution equations

The starting point for the framework developed in the following is a family kinematic hardening von Mises yield surfaces as shown in Figure 1. The yield surfaces are given by

$$F_i(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}_i) = \sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa}_i)^T \mathbf{A} (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa}_i)} - k_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

where k_i are the uniaxial strengths of each of the yield surfaces, $\boldsymbol{\kappa}_i$ are sets of stress-like hardening variables whose evolution will be specified shortly, and

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & & & \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & & & \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & & & \\ & & & 3 & & \\ & & & & 3 & \\ & & & & & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Following conventional plasticity theory, an additive decomposition of the total strain into elastic and plastic components is assumed:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\varepsilon}_i^p \quad (3)$$

where $\boldsymbol{\varepsilon}$ are the total strains, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ are the elastic strains, and $\boldsymbol{\varepsilon}_i^p$ are the plastic strains associated with each of the N yield surfaces. The elastic strains follow from Hooke's law:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbb{C}^e \boldsymbol{\sigma} \quad (4)$$

where \mathbb{C}^e is the elastic compliance modulus. The evolution of the plastic strains follows the associated flow rule:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^p = \dot{\lambda}_i \frac{\partial F_i}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad \dot{\lambda}_i \geq 0, \quad \dot{\lambda}_i F_i = 0 \quad (5)$$

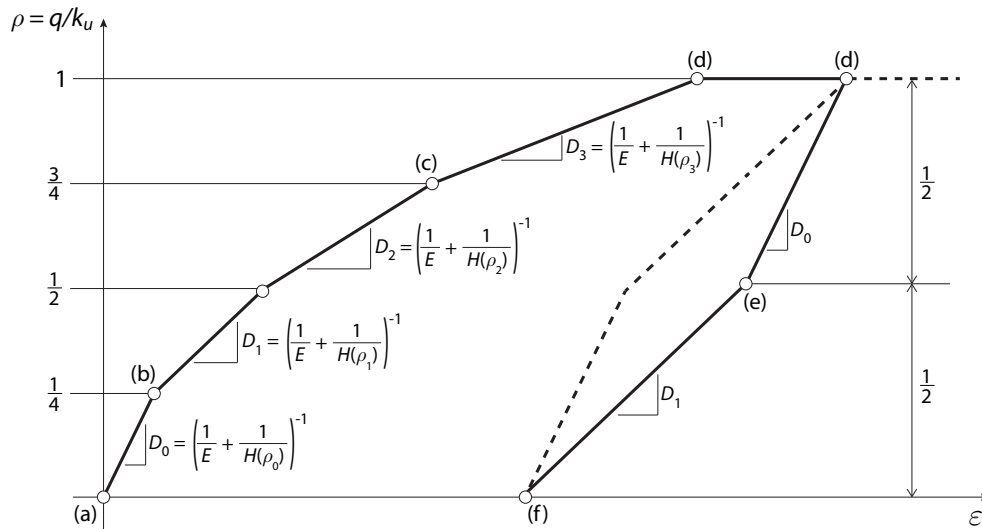
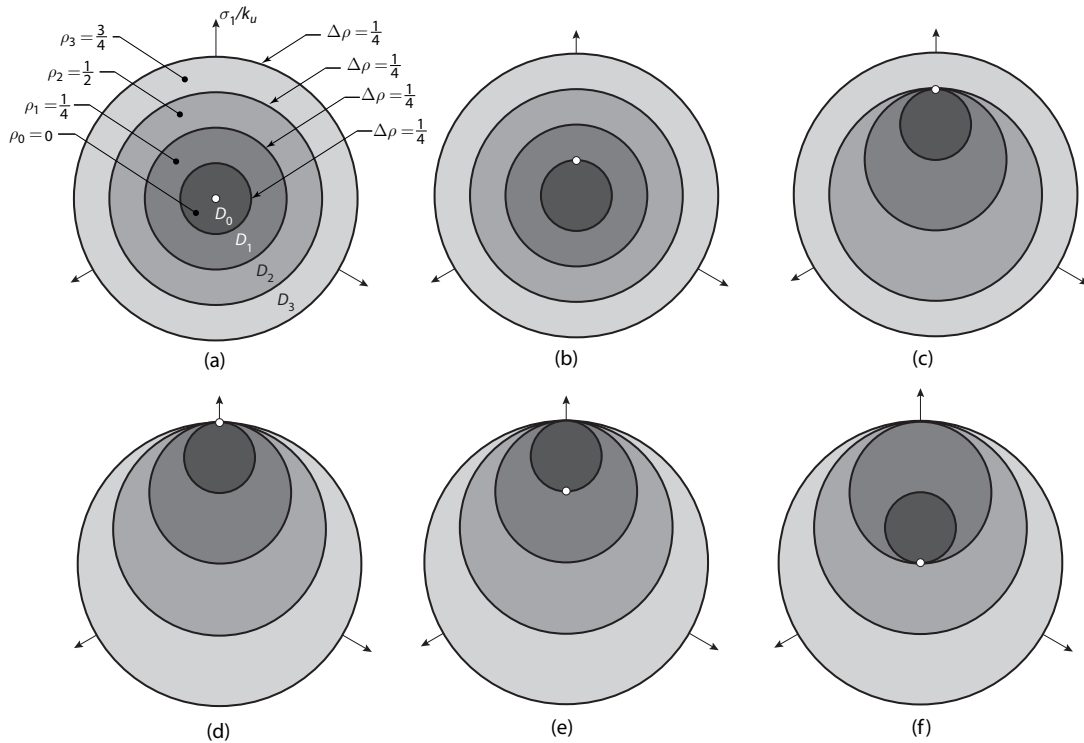


Abbildung 1: Kinematic hardening model with (a) initial state, (b) first yield, (c) subsequent yielding, (d) loading to maximum capacity, (e) partial unloading, (f) full unloading. The dashed line indicates the response in reloading with the closed-loop hysteresis being an inherent feature of the model.

where λ_i are the plastic multipliers. A number of evolution laws for the hardening variables κ_i have been proposed over the years [Mroz(1967), Prager 1956, Ziegler(1959)]. Of these, the rule of Ziegler appears to be the most convenient. From a mathematical point of view it holds a par-

ticular appeal as it follows from a variational statement of the governing equations akin to the principle of maximum plastic dissipation (see Appendix 1). Further arguments in favor of Ziegler's rule have been put forth by [Puzrin & Houlsby 2001b] and [Montans & Caminero(2007)]. Ziegler's rule, which for von Mises plasticity, is equivalent to the also widely cited rule of [Prager 1956], specifies the evolution of the hardening variables as:

$$\dot{\kappa}_i = -\dot{\lambda}_i \mathbb{H}_i \frac{\partial F_i}{\partial \kappa_i} \quad (6)$$

where \mathbb{H}_i are hardening moduli associated with each yield surface. In the following, these are taken as

$$\mathbb{H}_i = \frac{2}{3} H_i \mathbf{J} \quad (7)$$

where H_i are scalar hardening moduli,

$$\mathbf{J} = \text{diag}(1, 1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}), \quad (8)$$

and the factor $\frac{2}{3}$ proves convenient [for von Mises plasticity $\frac{2}{3}(\partial F_i / \partial \kappa_i)^T \mathbf{J} (\partial F_i / \partial \kappa_i) = 1$]. The above equations may be combined to yield the following incremental stress-strain relation:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left(\mathbb{C}^e + \sum_{i \in \mathcal{F}_{\text{act}}} \frac{1}{H_i} \frac{\partial F_i}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \frac{\partial F_i^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (9)$$

where \mathcal{F}_{act} is the set of active yield surfaces.

2.2 Bounding surface

Ziegler's rule implies that the initially nested and non-overlapping yield surfaces at some stage may overlap. As such, there is the possibility for stress paths that would bring the stress state outside the admissible stress domain. To prevent this, a stationary bounding surface is usually employed. In the following, this is taken as

$$B(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma}} - k_u \quad (10)$$

where k_u is the ultimate strength.

3 Simplified modelling framework

In the following, a simplified version of the modelling framework discussed in the previous section is presented. The basic premise of the framework is that the current configuration of yield surfaces defines a 'stiffness map', c.f. Figure 1. In this way, one could, in an approximate manner, reproduce the incremental stress-strain relations (9) with a single kinematic hardening yield surface to which a non-constant, effective, hardening modulus $\bar{H} = H(\rho)$ would be associated. The stiffness map from which the effective hardening modulus is derived would need to

be updated to reflect changes in stress state, but that can be done following the translation rule discussed above.

In the following these ideas are applied with respect to a hardening yield surface with a vanishing elastic domain:

$$F = \sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa})^T \mathbf{A} (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa})} \quad (11)$$

For such a model, the incremental stress-strain relation is given by (see Appendix 2):

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{\bar{H}} \mathbf{A} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} \\ &= \left(\frac{1}{E_0} + \frac{1}{\bar{H}} \right) \mathbf{A} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{aligned} \quad (12)$$

where isotropic elasticity has been assumed and \bar{H} is the effective hardening modulus to be discussed shortly. This result was first derived by [Borja & Amies 1994] (using a somewhat different notation than in the present). It is noteworthy that a yield surface with a vanishing elastic domain not only avoids singularities and other mathematical inconveniences, but actually leads to a simpler incremental stress-strain relation than a yield surface with a finite elastic domain.

3.1 Memory surfaces and hardening modulus

The current hardening modulus is calculated in a manner analogous to the full model presented in the previous section. First, a set of surfaces that in the following will be denoted memory surfaces are defined. These are analogous to the yield surfaces of the full model and are given by

$$M_i = \sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa}_i)^T \mathbf{A} (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa}_i)} - k_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (13)$$

Following the developments of the previous section, the hardening modulus is calculated as

$$\bar{H} = H(\rho), \quad \rho = \sum_{i \in \mathcal{M}_{\text{act}}} \Delta \rho_i \quad (14)$$

where \mathcal{M}_{act} is the set of active memory surfaces and H is a hardening modulus which depends on the stress ratio ρ and possibly other state variables. It should be noted that the form of the hardening modulus is quite independent of the present modelling framework and could in principle be taken from an existing isotropic hardening or bounding surface model.

3.2 Update of memory surfaces

Consider a time stepping process in which an updated stress state, $\boldsymbol{\sigma}$, is computed. For a finite step, it may be shown that Ziegler's hardening rule implies that the memory surfaces are updated

as

$$\boldsymbol{\kappa}_i = \frac{2}{3} \mathbf{J} \mathbf{A} \left[\boldsymbol{\sigma} - \frac{(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa}_{i,0}) k_i}{\sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa}_{i,0})^T \mathbf{A} (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa}_{i,0})}} \right] \quad (15)$$

where $\boldsymbol{\kappa}_{i,0}$ are the initial hardening moduli at the beginning of the time step. This update is applied to all memory surfaces that are violated for the updated stress state, i.e. for all $M_i(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}_{i,0}) > 0$.

3.3 Summary

Assuming a strain-driven process with $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ given, the simplified model comprises the following steps:

0. Given an initial state $(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\kappa}_0)$ for which all $M_i \leq 0$ and $\bar{H} = H(\boldsymbol{\sigma}_0)$:
 - 1a. Calculate the stress increment, $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$, by (12) and update the stress state as $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_0 + \dot{\boldsymbol{\sigma}}$.
 - 1b. Identify the active memory surfaces and calculate the current hardening modulus, \bar{H} , for use in the next step by (14).
2. Update the memory surfaces by (15).

There is obviously ample room for improvement of this type of explicit procedure. For example, with the first stress increment being calculated on the basis on the hardening modulus corresponding to $\boldsymbol{\sigma}_0$, one could iterate between Steps 1a and 1b until the stress state and hardening modulus are in correspondence with each other before updating the memory surfaces at the end of the increment in Step 2. Similarly, an actual integration of the stress-strain response can be performed using well-known approaches e.g. [Sloan(1987)]. A simple MATLAB implementation of the above scheme is available from the Authors [Krabbenhoft (2020)].

4 Application to effective stress analysis

The simplified modelling framework presented in the previous section with explicit reference to pressure-insensitive plasticity is equally applicable to pressure-sensitive materials in an effective stress analysis context. A relevant frictional yield surface is given by

$$F = \sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{A} (\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})} - mp \quad (16)$$

where m is a constant, $\boldsymbol{\mu}$ are hardening variables, and the mean stress, p , is given by

$$p = -\frac{1}{3} \mathbf{m}^T \boldsymbol{\sigma} \quad (17)$$

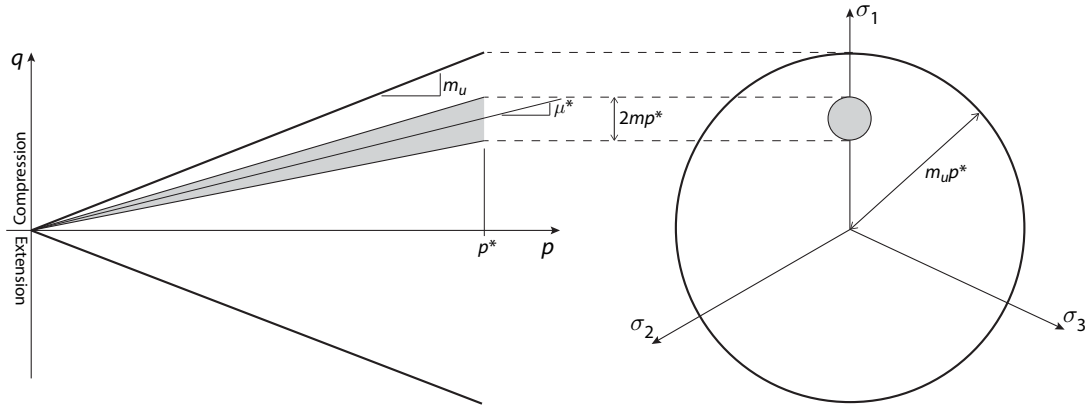


Abbildung 2: Yield surface (16) for finite m and fixed $p = p^*$ and $\mu = \mu^*$.

with $\mathbf{m} = (1,1,1,0,0,0)^T$. This yield function has been used extensively in kinematic hardening [Prevost 1978, Prevost 1985] and bounding surface [Dafalias 1986, Manzari & Dafalias 1997, Dafalias et al.(2006), Dafalias & Taiebat 2016] models. It defines an oblique cone with an elastic domain whose extent is controlled by the constant m (see Figure 2). In the deviatoric plane, the yield function traces circles with radius mp .

4.1 Stress-strain relations

In most previous models, the elastic region is taken to be finite, but small, reflecting the fact that soils display irreversible deformation behavior even at very small strain levels. In the following, however, and consistent with the approach of the previous section, we will assume $m = 0$ so that the yield surface shrinks to a line in p - q space. This feature, which has also been employed by [Pisano & Jeremic (2014)] and [Dafalias & Taiebat 2016] in the context of bounding surface plasticity, complicates the derivations of the stress-strain relations somewhat but offers the advantage of a relatively compact stress-strain format similar to that of the pressure-insensitive framework discussed in the previous section.

The flow rule is defined in terms of the deviatoric part of the yield surface gradient plus a part accounting for volumetric straining:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \left[\frac{\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})}{\sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})}} + \frac{1}{3}\mathbf{m}D \right] \quad (18)$$

where D defines the dilation:

$$D = \frac{\dot{\varepsilon}_v^p}{|\dot{\varepsilon}_s^p|} \quad (19)$$

with the volumetric and deviatoric plastic strains, ε_v^p and ε_s^p respectively, given by:

$$\begin{aligned}\varepsilon_v^p &= \mathbf{m}^T \boldsymbol{\varepsilon}^p \\ \varepsilon_s^p &= \sqrt{\frac{2}{3}(\mathbf{J}\boldsymbol{\varepsilon}^p - \frac{1}{3}\mathbf{m}\varepsilon_v^p)^T \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{J}\boldsymbol{\varepsilon}^p - \frac{1}{3}\mathbf{m}\varepsilon_v^p)} = \frac{2}{3}\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^{pT} \mathbf{J} \mathbf{A} \mathbf{J} \boldsymbol{\varepsilon}^p}\end{aligned}\quad (20)$$

Following the derivations detailed in Appendix 3, the incremental stress-strain relation appears as:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{\bar{H}} \hat{\mathbf{A}} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{1}{3} \mathbf{m} \frac{D}{\bar{H}} \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^T \hat{\mathbf{A}}^T \mathbf{J} \hat{\mathbf{A}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}}\quad (21)$$

where

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \left(\mathbf{I} - \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{m}^T}{\mathbf{m}^T \boldsymbol{\sigma}} \right)\quad (22)$$

and \bar{H} is the current hardening modulus (see Section 4.3). This may be written alternatively as

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{\bar{H}} \hat{\mathbf{A}} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{1}{3} \mathbf{m} D |\dot{\varepsilon}_s^p|\quad (23)$$

where the deviatoric plastic strain rate, $\dot{\varepsilon}_s^p$, is given by (20).

Relations of the type (21) and (23) are usually classified as incrementally nonlinear on account of being nonlinear in the increment itself, in this case the stress increment (21) or the strain increment (23). While somewhat unusual in the context of conventional plasticity, this feature is a natural consequence of the yield surface gradient being ill-defined in combination with the flow rule prescribing a plastic volumetric strain rate proportional to D independent of the sign of the stress increment. For a yield function with a small, but finite, elastic domain, this situation would be handled simply by an abrupt change in yield surface gradient from one to other of the two branches of the yield surface shown in Figure 2. In this regard, it is worth noting that the incrementally nonlinear part of the relation vanishes for $D = 0$. Finally, it is noted that the stress-strain relation of the pressure-insensitive model (12) is realised by setting $\mathbf{m} = \mathbf{0}$.

In terms of numerical implementation, the incremental nonlinearity presents some unique challenges that need to be addressed using methods not currently applied to conventional models. The work of [Patalas et al.(2019)] on the integration of the bounding surface model of [Dafalias & Taiebat 2016] provides one such method. Another promising strategy is to cast the governing equations in terms of a variational statement which enables application of the optimization based framework described by [Krabbenhoft et al. (2007a), Krabbenhoft et al. (2007b), Krabbenhoft et al. (2012a)] and [Krabbenhoft & Lyamin (2012b)]. Work on this front is ongoing and will be reported on elsewhere.

4.2 Bounding surface

In analogy with the pressure-insensitive model, the bounding surface is taken as

$$B = \sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{A} (\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})} - m_u p\quad (24)$$

where m_u is the friction coefficient associated with the ultimate state.

4.3 Memory surfaces and hardening modulus

Following the pressure-insensitive model a family of memory surfaces are defined. These are given by

$$M_i = \sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu}_i)^T \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu}_i)} - m_i p, \quad i = 1, \dots, N \quad (25)$$

where m_i are the friction coefficients of each memory surface. To each memory surface, a stress ratio increment $\Delta\rho$ is associated such that

$$\rho_u = \frac{q}{m_u p} = \sum_{i=1}^N \Delta\rho = 1 \quad (26)$$

For a given state, the current hardening modulus is then calculated as

$$\bar{H} = H(\rho), \quad \rho = \sum_{i \in \mathcal{M}_{\text{act}}} \Delta\rho_i \quad (27)$$

As discussed previously, the form of the hardening modulus is quite independent of the present modelling framework and could in principle be taken from an existing isotropic hardening model.

4.4 Update of memory surfaces

The memory surfaces may be updated following a nonassociated variant of Ziegler's rule incorporating only the deviatoric part of the memory surfaces:

$$\dot{\boldsymbol{\mu}}_i = -\dot{\lambda}_i \mathbf{J} \frac{\partial M_i}{\partial \boldsymbol{\mu}_i} \propto \dot{\lambda}_i \mathbf{J} \left(\frac{\partial M_i}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)_{\text{dev}} = -\dot{\lambda}_i \frac{\mathbf{J} \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu}_i)}{m_i p} \quad (28)$$

Given an updated stress state $\boldsymbol{\sigma}$ along with a set of hardening variables $\boldsymbol{\mu}_{i,0}$, it may be shown that the above rule implies the following update of the hardening variables:

$$\boldsymbol{\mu}_i = \frac{2}{3} \mathbf{J} \mathbf{A} \left[\boldsymbol{\sigma} - \frac{(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu}_{i,0}) m_i p}{\sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu}_{i,0})^T \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu}_{i,0})}} \right] \frac{1}{p} \quad (29)$$

where p is the mean stress corresponding to $\boldsymbol{\sigma}$.

5 Conclusions

A new constitutive modelling framework for soils has been summarized. Based on classic kinematic hardening plasticity, the framework retains all the numerical conveniences of conventional single-surface elastoplasticity while inheriting all the advantages of kinematic hardening

plasticity: easy calibration of arbitrary stress-strain curves, natural accounting for small-strain stiffness, cyclic loading, etc. Example of actual models and their application to problems of practical interest will be given in the presentation.

Appendix 1: Variational formulation of kinematic hardening plasticity

The governing equations of kinematic hardening plasticity summarized in Section 1 may be derived from the following generalized principle of maximum plastic dissipation [Krabbenhoft (2009)]:

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\psi}^e(\boldsymbol{\sigma}) - \sum_{i=1}^N \dot{\psi}_i^p(\boldsymbol{\kappa}_i) \\ \text{subject to} \quad & F_i(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}_i) \leq 0, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (30)$$

where ψ^e and ψ^p are complementary energy functions. The optimality conditions associated with (30) are given by [Nash & Sofer(1996)]:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} &= \frac{\partial^2 \psi^e}{\partial \boldsymbol{\sigma}^2} \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \sum_{i=1}^N \dot{\lambda}_i \frac{\partial F_i}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \\ \mathbf{0} &= \frac{\partial^2 \psi^p}{\partial \boldsymbol{\kappa}^2} \dot{\boldsymbol{\kappa}}_i + \dot{\lambda}_i \frac{\partial F_i}{\partial \boldsymbol{\kappa}_i}, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (31)$$

together with the yield and complementarity conditions:

$$F_i(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}_i) \leq 0, \quad \dot{\lambda}_i F_i(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}_i) \leq 0, \quad \dot{\lambda}_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (32)$$

Taking

$$\psi^e = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \mathbb{C} \boldsymbol{\sigma}, \quad \psi_i^p = \frac{1}{2} \boldsymbol{\kappa}_i^T \mathbb{H}_i^{-1} \boldsymbol{\kappa}_i \quad (33)$$

the governing equations of Section 1, including Ziegler's rule (6), follow.

Appendix 2: Incremental stress-strain relations – pressure-insensitive model

The incremental stress-strain relation (12) may be derived as follows. The general format for the relations is given by (c.f. Section 1):

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{\bar{H}} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \frac{\partial F^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} \\ &= \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{\bar{H}} \frac{\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa})(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa})^T \mathbf{A}}{(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa})^T \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa})} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}}\end{aligned}\quad (34)$$

Next, assume a new stress state given by $\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}$. Evaluating the above implicitly with respect to the stresses and explicitly with respect to the hardening variables, and using the fact that $\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{0}$ by virtue of (11), we have

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{\bar{H}} \frac{\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\kappa})(\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\kappa})^T \mathbf{A}}{(\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\kappa})^T \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\kappa})} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} \\ &= \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{\bar{H}} \frac{\mathbf{A} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^T \mathbf{A}}{\dot{\boldsymbol{\sigma}}^T \mathbf{A} \dot{\boldsymbol{\sigma}}} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} \\ &= \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{\bar{H}} \mathbf{A} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}}\end{aligned}\quad (35)$$

Appendix 3: Incremental stress-strain relations – pressure-sensitive model

The gradient to the yield surface is given by

$$\mathbf{a} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{(\mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{m} \boldsymbol{\mu}^T) \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - p \boldsymbol{\mu})}{\sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - p \boldsymbol{\mu}) \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - p \boldsymbol{\mu})}} \quad (36)$$

where \mathbf{I} is the 6×6 unit matrix. Clearly, \mathbf{a} is singular for $F = 0$. The incremental stress-strain relations are determined as follows. Consider a state $(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\mu})$ for which the yield condition is satisfied. We here have

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} / p = \mathbf{A} \boldsymbol{\mu} \quad (37)$$

Next, assume a new stress state given by $\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}$. As an approximation, the yield surface can be

computed at this state keeping $\boldsymbol{\mu}$ fixed at the known state. We then have

$$\begin{aligned}
\mathbf{a} &= \frac{(\mathbf{I} - \frac{1}{3}\mathbf{m}\boldsymbol{\mu}^T)\mathbf{A}[\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} - (p + \dot{p})\boldsymbol{\mu}]}{\sqrt{[\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} - (p + \dot{p})\boldsymbol{\mu}]^T \mathbf{A} [\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} - (p + \dot{p})\boldsymbol{\mu}]}} \\
&= \frac{(\mathbf{I} - \frac{1}{3}\mathbf{m}\boldsymbol{\mu}^T)\mathbf{A}(\dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{p}\boldsymbol{\mu})}{\sqrt{(\dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{p}\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{A} (\dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{p}\boldsymbol{\mu})}} \\
&= \frac{(\mathbf{I} - \frac{1}{3}\mathbf{m}\boldsymbol{\sigma}^T/p)\mathbf{A}(\dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{p}\boldsymbol{\sigma}/p)}{\sqrt{(\dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{p}\boldsymbol{\sigma}/p)^T \mathbf{A} (\dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{p}\boldsymbol{\sigma}/p)}} \\
&= \frac{\frac{2}{3}\hat{\mathbf{A}}^T \mathbf{J} \hat{\mathbf{A}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}}{\sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\sigma}}^T \hat{\mathbf{A}}^T \mathbf{J} \hat{\mathbf{A}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}}}
\end{aligned} \tag{38}$$

where

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \left(\mathbf{I} - \frac{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{m}^T}{\mathbf{m}^T \boldsymbol{\sigma}} \right) \tag{39}$$

Following the same procedure, the flow rule vector (18) can be expressed as

$$\begin{aligned}
\mathbf{b} &= \frac{\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})}{\sqrt{(\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{A} (\boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\mu})}} + \frac{1}{3}\mathbf{m}D \\
&= \frac{\hat{\mathbf{A}}\dot{\boldsymbol{\sigma}}}{\sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\sigma}}^T \hat{\mathbf{A}}^T \mathbf{J} \hat{\mathbf{A}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}}} + \frac{1}{3}D\mathbf{m}
\end{aligned} \tag{40}$$

Finally, the incremental stress-strain relation (21) follows from

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(\mathbb{C}^e + \frac{1}{H}\mathbf{b}\mathbf{a}^T \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} \tag{41}$$

Literatur

- [Benz 2007] Benz, T. (2007). Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences, Mitteilung 55 des Institut für Geotechnik, University of Stuttgart.
- [Borja & Amies 1994] Borja, R.I. & Amies, A.P. (1994). Multiaxial cyclic plasticity model for clays, *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(6), 1051–1070.
- [Cudny & Truty 2020] Cudny, M., Tuuty, A. (2020). Refinement of the Hardening Soil model within the small strain range, *Acta Geotechnica*, 15, 2031–2051.
- [Dafalias 1986] Dafalias, Y.F. (1986). Bounding surface plasticity. I: Mathematical foundation and hypoplasticity, *Journal of Engineering Mechanics*, 112(9), 966–987.

- [Einav et al. 2003] Einav, I., Puzrin, A.M. & Houlsby, G.T (2003). Numerical studies of hyperplasticity with single, multiple and a continuous field of yield surfaces, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 27, 837–858.
- [Manzari & Dafalias 1997] Manzari, M.T & Dafalias, Y.F. (1997). A critical state two-surface plasticity model for sands, *Geotechnique*, 47(2), 255–272.
- [Dafalias et al.(2006)] Dafalias, Y.F., Manzari, M. T & A. G. Papadimitriou (2006). SANIC-LAY: simple anisotropic clay plasticity model, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30, 1231–1257.
- [Dafalias & Taiebat 2016] Dafalias, Y.F., Taiebat, M. (2006). SANISAND-Z: zero elastic range sand plasticity model, *Geotechnique*, 66, 999–1013.
- [Duncan & Chang 1970] Duncan J.M. & Chang, C.Y. (1970). Nonlinear analysis of stress and strain in soils, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 96(5), 1629–1653.
- [Houlsby 2000] Houlsby, G.T. (2000). Critical State Models and Small-Strain Stiffness, Proceedings of the Booker Memorial Symposium, Sydney.
- [Houslby & Puzrin 2007] Houslby, G.T., Puzrin, A.M. (2007). Principles of Hyperplasticity, Springer.
- [Montans & Borja 2002] Montans, F.J. & Borja R.I. (2002). Implicit J2-bounding surface plasticity using Prager’s translation rule, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 55, 1129–1166.
- [Montans & Caminero(2007)] Montans, F.J. & Caminero M.A. (2007). On the consistency of nested surfaces models and their kinematic hardening rules, *International Journal Solids and Structures*, 44, 5027–5042.
- [Krabbenhoft et al. (2007a)] Krabbenhoft, K., Lyamin A.V., Sloan S.W & Wriggers, P. (2007). An interior-point algorithm for elastoplasticity, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 69(3), 592–626.
- [Krabbenhoft et al. (2007b)] Krabbenhoft, K., Lyamin A.V., & Sloan ,S.W. (2007). Formulation and solution of some plasticity problems as conic programs, *International Journal of Solids and Structures*, 44(5), 1533–1549.
- [Krabbenhoft (2009)] Krabbenhoft, K. (2009). A variational principle of elastoplasticity and its application to the modeling of frictional materials, *International Journal of Solids and Structures*, 46(3-4), 464–479.
- [Krabbenhoft et al. (2012a)] Krabbenhoft, K., Karim M.R., Lyamin A.V., Sloan ,S.W. (2012). Associated computational plasticity schemes for nonassociated frictional materials, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 90(9), 1089–1117.
- [Krabbenhoft & Lyamin (2012b)] Krabbenhoft, K. & Lyamin A.V. (2012). Computational Cam clay plasticity using second-order cone programming, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 209, 239–249.

- [Krabbenhoft & Lyamin(2015)] Krabbenhoft, K. & Lyamin, A.V. (2015). Generalised Tresca criterion for undrained total stress analysis, *Geotechnique Letter*, 5, 313–317.
- [Krabbenhoft et al.(2019)] Krabbenhoft, K., Galindo-Torres, S.A., Zhang, X. & Krabbenhoft, K. (2019). AUS: Anisotropic undrained shear strength model for clays, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 43(17), 2652–2666.
- [Krabbenhoft (2020)] Krabbenhoft, J. (2020). Basic MATLAB implementation of simplified kinematic hardening framework, available at <https://rb.gy/pacznr>.
- [Mroz(1967)] Mroz, Z. (1967). On the description of anisotropic hardening, *Journal for the Mechanics and Physics of Solids*, 15, 163–175.
- [Nash & Sofer(1996)] Nash, S. G. & Sofer, A. (1996). Linear and Nonlinear Programming, McGraw-Hill, New York, N.Y.
- [Patalas et al.(2019)] Petalas, A.L., & Dafalias, Y.F. (2019). Implicit integration of incrementally non-linear, zero- elastic range, bounding surface plasticity, *Computers and Geotechnics*, 112, 386–402.
- [Prevost 1977] Prevost, J.H. (1977). Mathematical modelling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1, 195–216.
- [Prevost 1978] Prevost, J.H. (1978). Plasticity theory for soil stress-strain behavior, *Journal the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 104, 1117–1194.
- [Prevost 1985] Prevost, J.H. (1985). A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 4(1), 9–17.
- [Prager 1955] Prager, W. (1955). The theory of plasticity: a survey of recent results, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, London*, 169, 41–57.
- [Prager 1956] Prager, W. (1956). A new method of analyzing stress and strain in work-hardening solids, *Journal of Applied Mechanics*, 23, 493–496.
- [Puzrin & Houlsby 2001a] Puzrin, A.M & Houlsby, G.T. (2001). Fundamentals of kinematic hardening plasticity, *International Journal of Solids and Structures*, 38, 3771–3794.
- [Puzrin & Houlsby 2001b] Puzrin, A.M & Houlsby, G.T. (2001). On the non-intersection dilemma in multiple surface plasticity, *Geotechnique*, 51, 369–372.
- [Rouainia & Muir Wood 2000] Rouainia, M. & Muir Wood, D. (2000). A kinematic hardening constitutive model for natural clays with loss of structure. *Geotechnique*, 50, 153–164.
- [Rouainia & Muir Wood 2001] Rouainia, M. & Muir Wood, D. (2001). Implicit numerical integration for a kinematic hardening soil plasticity model, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25, 1305–1325.

- [Schanz et al. 1999] Schanz, T., Vermeer, P.A., Bonnier, P.G. (1999). The hardening soil model: formulation and verification, *Beyond 2000 in computational geotechnics*, 281-296, Routledge.
- [Schofield & Wroth 1968] Schofield, A., Wroth, P. (1999). *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill.
- [Pisano & Jeremic (2014)] Pisano, F. & Jeremic, B. (2014). Simulating stiffness degradation and damping in soils via a simple visco-elastic-plastic model, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 63, 98–109.
- [Sloan(1987)] Sloan, S.W. (1987). Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24, 893–911.
- [Ziegler(1959)] Ziegler, H. (1959). A modification of Prager's hardening rule, *Quarterly of Applied Mechanics*, 17, 55–65.
- [Zhao et al. 2005] Zhao, J., Sheng, D., Rouainia, M. & Sloan, S.W (2005). Explicit stress integration of complex soil models, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29, 1209–1229.

Author

Kristian Krabbenhoft
University of Liverpool, UK
Tel.: +44 7474 717620
e-mail: kk@optumce.com
Web: www.optumce.com

Einflussfaktoren in der Nachweisführung nach EC7 mit numerischen Methoden am Beispiel einer tiefen Baugrube

Hans-Peter Daxer, Franz Tschuchnigg, Helmut F. Schweiger

Kurzfassung: Die Finite-Elemente-Methode wird häufig eingesetzt, um den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit von geotechnischen Bauwerken nachzuweisen. Darüber hinaus wird der Grenzzustand der Tragfähigkeit zunehmend mit numerischen Methoden geführt. Diesem Umstand wird auch in der nächsten EC7-Generation Rechnung getragen. In diesem Beitrag werden die Nachweisverfahren des EC7 am Beispiel einer einfach bzw. mehrfach ausgesteiften tiefen Baugrube angewandt und die Auswirkungen von gewissen Einflussfaktoren auf die Bemessung mit numerischen Methoden aufgezeigt.

1 Einleitung

Insbesondere für komplexe geotechnische Problemstellungen kann die Finite-Elemente-Methode (FEM) hinsichtlich Verformungs- und Spannungsprognosen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) als Stand der Technik angesehen werden. Der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) wird dagegen üblicherweise mit konventionellen Verfahren geführt, wobei numerische Methoden in diesem Bereich zunehmend an Bedeutung gewinnen. Dies spiegelt sich zum einen in einer Zunahme an Publikationen in den letzten 20 Jahren und zum anderen in einer massiven Stärkung numerischer Methoden in der nächsten EC7-Generation (CEN/TC 250) wider. In diesem Beitrag werden am Beispiel einer einfach ausgesteiften (Schweiger, 2005) bzw. einer mehrfach ausgesteiften tiefen Baugrube (Schweiger, 2017) Einflussfaktoren auf die ULS-Nachweisführung erläutert. Diskutiert werden die Unterschiede in den Ergebnissen, welche sich aus den unterschiedlichen Nachweisverfahren und den verwendeten Stoffgesetzen ergeben. Zusätzlich wird der Einfluss des initialen Spannungszustandes sowie einer Steifigkeitsvariation des Bodens untersucht. Die hier vorgestellten FE-Berechnungen wurden mit PLAXIS 2D, CONNECT Edition V21.01 (Brinkgreve et al., 2021), durchgeführt.

2 Nachweisverfahren nach EC7

Die aktuelle Fassung des EC7 (CEN, 2013) definiert die drei Nachweisverfahren NV1, NV2 und NV3, die sich in der Art und Weise unterscheiden, wie die Teilsicherheitsbeiwerte auf Einwirkungen, Bodenkenngrößen und Widerstände angewandt werden. Bei NV2 (bzw. auch NV1/1) werden ständige ungünstige Einwirkungen mit dem Teilsicherheitsbeiwert γ_G beaufschlagt. Dies ist mit der FEM jedoch nur eingeschränkt bzw. nicht möglich, da beispielsweise der aktive oder passive Erddruck auf eine Stützkonstruktion Output und nicht Input der FE-Berechnungen ist. Prinzipiell kann dieser Umstand umgangen werden, indem die Teilsicherheitsbeiwerte auf die Beanspruchungen (z.B. Schnittgrößen) anstatt auf die Einwirkungen (z.B. Erddruck) angewandt werden. In diesem Fall wird das Nachweisverfahren als NV2* (Bauduin et al., 2003) bezeichnet. NV3 (bzw. auch NV1/2) stellt grundsätzlich kein Problem für numerische Methoden dar, dennoch stellt sich hier die Frage, an welcher Stelle der Berechnung die Bodenkenngrößen zu reduzieren sind. Hierzu können zwei Methoden unterschieden werden. Einerseits können alle Berechnungsphasen mit charakteristischen Bodenkenngrößen durchgeführt und die Festigkeitsparameter anschließend in ausgewählten Berechnungsphasen mittels einer ϕ/c -Reduktion abgemindert werden (Methode 1). Andererseits können alle Berechnungsphasen mit Bemessungswerten der Bodenkenngrößen durchgeführt werden (Methode 2).

3 Initialer Spannungszustand

Der Anfangsspannungszustand wird in FE-Berechnungen, zumindest bei normal konsolidierten Böden, durch das Eigengewicht und dem Erdruchdruckbeiwert bestimmt, der meist nach Jaky mit $1 - \sin\phi'$ angenommen wird. Bei NV3 stellt sich die Frage ob K_0 mit dem charakteristischen Reibungswinkel oder dem Bemessungswert angesetzt werden soll. In diesem Beitrag werden die Ergebnisse einiger Studien zu dieser Thematik präsentiert.

4 Nachweisführung nach EC7

In diesem Kapitel werden numerische Studien an einer einfach ausgesteiften (Schweiger, 2005) bzw. vierfach ausgesteiften Baugrube (Schweiger, 2017) ohne variable Auflast vorgestellt. In beiden Beispielen wurde die Baugrubenumschließung mittels elastischem Plattenelement (ohne „Prevent punching“) mit beidseitigem Interface ($R_{\text{inter}} = 0.70$ bzw. 0.67) modelliert und die Aussteifungen mittels „Fixed-end“ Ankern berücksichtigt, wobei die Parameter aus der jeweiligen Originalpublikation übernommen wurden. Die FE-Berechnungen umfassten die Anwendung der Nachweisverfahren NV2* und NV3 auf das jeweilige Randwertproblem. Im NV2* wurden alle Berechnungsphasen mit charakteristischen Bodenkenngrößen durchgeführt. Anschließend wurden die maximalen Steifenkräfte (F_{max}) sowie die umhüllende Biegemomentenverteilung (M) der Baugrubenumschließung mit dem Teilsicherheitsbeiwert für eine ständige ungünstige Beanspruchung $\gamma_G = 1.35$ beaufschlagt. Im NV3 wurden sowohl Methode 1 (mit Target-FoS = 1.25) als auch Methode 2 ($\gamma_\phi = \gamma_c = 1.25$; vgl. Kapitel 2) untersucht. Zusätzlich wurden die Steifigkeitsparameter E' , E_{50}^{ref} , $E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$, $E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$ und G_0^{ref} , in Abhängigkeit des verwendeten Stoffgesetzes (es werden Mohr-Coulomb, Hardening Soil und Hardening Soil Small verglichen), in einem Bereich von $\pm 10\%$ bis $\pm 50\%$ (in $\pm 10\%$ Schritten) variiert.

Die Bemessungswerte der maximalen Steifenkraft F_{\max} für die einfach ausgesteifte Baugrube zeigen grundsätzlich keine signifikanten Unterschiede. Die maximale Abweichung zwischen NV2* und NV3 Methode 1 liegt dabei in der Größenordnung von ca. 13% (-123 kN vs. -108 kN). Auch die Unterschiede zwischen Methode 1 und Methode 2 fallen in diesem Beispiel, mit einer maximalen Abweichung von ca. 9% (-108 kN vs. -118 kN) gering aus. In allen Berechnungen zeigte sich, dass NV2* die Bemessung der Steife (mit der größten Steifenkraft) bestimmt, gefolgt von NV3 Methode 2 und NV3 Methode 1 (mit der geringsten Steifenkraft). Auch bei der mehrfach ausgesteiften Baugrube wurde festgestellt, dass NV2* in den meisten Fällen die Bemessung der Steifen bestimmt, teilweise jedoch auch NV3 Methode 2 maßgebend (für den untersten Steifenhorizont) wird. Während die Abweichungen zwischen NV2* und NV3 Methode 1 für die beiden obersten Steifenhorizonte nahezu konstant bei ca. 26% (sowohl bei Verwendung des MC- als auch des HS/HSS-Modelles) liegen, verringern sich diese für die beiden unteren Steifenhorizonte. Zwischen den beiden NV3 Methoden wurde für dieses Randwertproblem eine maximale Abweichung von ca. 39% (-3786 kN vs. -6163 kN für den untersten Steifenhorizont) festgestellt, wobei diese Unterschiede bei Verwendung der HS/HSS-Modelle grundsätzlich größer als beim MC-Modell ausfallen.

Auch für die maximalen Biegemomente wurden bei der einfach ausgesteiften Baugrube Abweichungen festgestellt, die nicht (sehr) signifikant sind. Die maximale Abweichung zwischen NV2* und NV3 Methode 1 konnte mit ca. 14% (125 kNm/m vs. 142 kNm/m) identifiziert werden. Die beiden NV3 Methoden zeigten hier maximal ca. 6% Abweichung (153 kNm/m vs. 162 kNm/m). Im Gegensatz zur Steifenkraft scheint das bestimmende Nachweisverfahren hinsichtlich des maximalen Biegemomentes nicht so eindeutig zu sein. In allen Fällen bestimmt zwar NV3 die Bemessung, wobei nicht immer klar ist, welche der beiden Methoden als kritischer zu betrachten ist (siehe Abbildung 1 links). Im Gegensatz dazu zeigte bei der mehrfach ausgesteiften Baugrube NV2* in den meisten Fällen die maximalen Biegemomente (siehe Abbildung 1 rechts; durchgehende Linie: HS/HSS-Modelle; gepunktete Linie: MC-Modell). Die maximalen Abweichungen zwischen NV2* und NV3 Methode 1 betragen in diesem Beispiel ca. 22% (-1564 kNm/m vs. -1220 kNm/m). Auch beim Biegemoment liefern beide NV3 Methoden teilweise signifikant unterschiedliche Ergebnisse. Dies zeigte sich auch darin, dass in manchen Fällen Methode 2 im Gegensatz zu Methode 1 sehr stark auf die Steifigkeitsvariation reagiert und teilweise auch von ein einem negativen zu einem positiven Maximum im Biegemoment übergeht. Zur Veranschaulichung der Ergebnisse sollen hier künftig HTML-basierte, interaktive Grafiken die Auswertung vereinfachen.

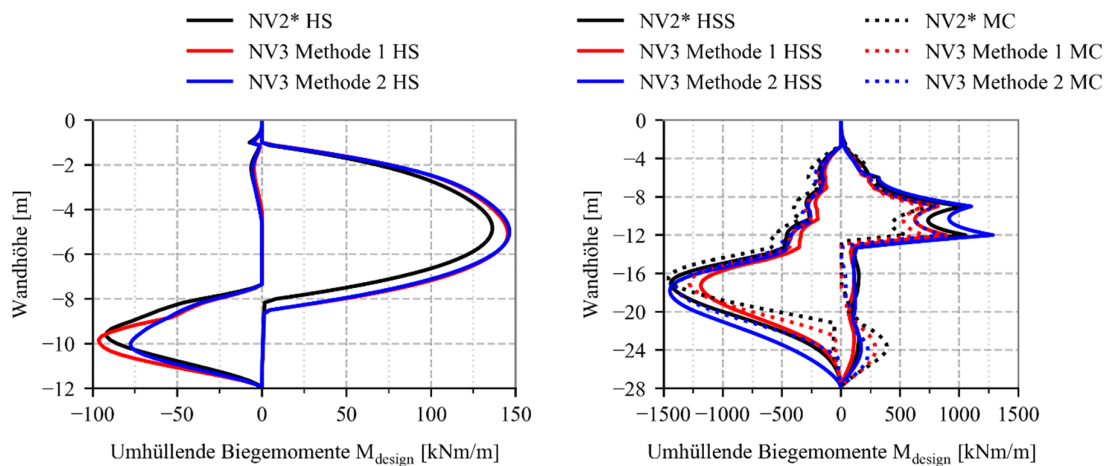


Abbildung 1: Umhüllende Biegemomente M_{design} ; links: Einfach ausgesteifte Baugrube (HS-Modell); rechts: Mehrfach ausgesteifte Baugrube (MC- & HS/HSS-Modelle)

5 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurden diverse Einflussfaktoren auf die Bemessung mit der Finite-Elemente-Methode diskutiert. Es zeigte sich, dass die unterschiedlichen Nachweisverfahren bei der einfach ausgesteiften Baugrube zu ähnlichen Ergebnissen führen. Im Gegensatz dazu konnte für die mehrfach ausgesteifte Baugrube gezeigt werden, dass die unterschiedlichen Nachweisverfahren, Stoffgesetze und Steifigkeitsvariationen des Bodens zu signifikant unterschiedlichen Ergebnissen führen können. Der Einfluss der Bodensteifigkeiten auf numerische Methoden ist bekannt und mit größeren Unsicherheiten als bei den Festigkeitsparametern verbunden. Um diesen Einfluss quantifizieren und weitere Einflussfaktoren auf die Bemessung mit der Finite-Elemente-Methode identifizieren zu können, sind weitere Studien erforderlich.

Literatur

- [1] CEN (2013): Eurocode 7: Geotechnical design – Part 1: General rules. EN 1997-1 + AC:2009 + A1:2013, Brussels, Belgium
- [2] Bauduin C., De Vos M., Frank R. (2003): ULS and SLS design of embedded walls according to Eurocode 7. Proc. XIII ECSMGE, Prague, Czech Republic, Vol.2, 41-46
- [3] Brinkgreve R.B.J., Kumarswamy S., Swolfs W.M., Fonseca F., Ragi Manoj N., Zampich L. und Zalamea N. (2021): PLAXIS 2D – CONNECT Edition V21.01 – Reference Manual. Delft, Netherlands, Plaxis bv
- [4] CEN/TC 250 (2021): Eurocode 7: Geotechnical design – Part 3: Geotechnical structures. prEN 1997-3:202x, Not published
- [6] Schweiger H.F. (2005): Application of FEM to ULS design (Eurocodes) in surface and near surface geotechnical structures. Proc. 11th Int. Conf. of IACMAG, Turin, Italy, Vol.4, 419-430
- [7] Schweiger H.F. (2017): Numerik in der geotechnischen Nachweisführung. BAWMitteilungen Nr. 101 – Natürliche, künstliche und virtuelle Stoffe in der Geotechnik, Karlsruhe, Germany, Bundesanstalt für Wasserbau, 87-96

Autoren

Dipl.-Ing. Hans-Peter Daxer
Assoc.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Franz Tschuchnigg;
Ao.Univ.-Prof.i.R. Dipl.-Ing. Dr.techn. M.Sc. Helmut F. Schweiger;
Technische Universität Graz
Arbeitsgruppe Numerische Geotechnik
Institut für Bodenmechanik, Grundbau und Numerische Geotechnik
Rechbauerstraße 12
8010 Graz, Österreich
Tel.: +43 (0) 316 - 873 / 4328
e-mail: daxer@tugraz.at
Web: www.soil.tugraz.at/ibg/cgg

An extended TPM for the coupled hydro-mechanical simulation of expansive soils

-

Eine erweiterte TPM für die gekoppelte hydro-mechanische Simulation quellfähiger Böden

Jan Macháček, Antonia Nitsch, Carlos Eduardo Grandas Tavera

Abstract: This paper presents an extension of the Theory of Porous Media (TPM) for expansive soils. For this purpose, the pore water is divided into free water, which can flow through the pore space, and swelling water, which is bound to the solid by physico-chemical forces. The transition from free water to swelling water is controlled by a mass transfer function which is derived from simple experimental observations. By introducing a dedicated swelling water phase, the swelling-induced reduction in permeability can be determined directly by a Kozeny/Carman-based relationship between permeability and porosity. The resulting TPM is combined with a recently published hypoplastic model for the simulation of the stress-strain response of expansive soils. The resulting numerical framework allows to predict both swelling pressure and swelling strain as well as the reduction in permeability associated with the swelling phenomena using only one set of parameters.

1 Introduction

Idealisation of the soil as a continuous medium consisting of the soil skeleton and pore fluids has successfully enabled the Theory of Porous Media (TPM) to serve as a theoretical platform for the development of numerical models. According to the TPM, the soil is considered to be simultaneously composed by different continuous phases, which - in the field of geotechnics - usually correspond to solid, (pore-)water and (pore-)air, see Schrefler et al. (1990), Boer (1998), Ravichandran and Muraleetharan (2009) and Ehlers (2022) among others. A vast number of works have proven that the TPM can be employed for the simulation of a wide range of geotechnical problems dealing with unsaturated and saturated soils, viz. Khoei and Mohammadnejad (2011), Macháček (2020), Islam, Huerta and Dilmore (2020) and Staubach et al. (2021). On the other hand, numerical simulations of expansive geomaterials mainly deal with the formulation of new constitutive relationships for stress-strain behaviour (Gens and E. E. Alonso, 1992; E. Alonso, Vaunat and Gens, 1999), soil-water-retention behaviour (e.g. Dieudonne, Della Vecchia and Charlier (2017) and Bosch, Ferrari and Laloui (2021)) and permeability (e.g. Rawat et al. (2020)) during the swelling process. These current modelling approaches are based on the concept of

dual porosity (Lloret et al., 2003; Seiphoori, Ferrari and Laloui, 2014), which - despite promising simulation results - limits the application of the models to expansive soils with a bimodal pore size distribution excluding swellable materials like e.g. poured bentonite (Seiphoori, Ferrari and Laloui, 2014) or sedimented claystone (Mohajerani et al., 2011; Seiphoori et al., 2016). Moreover, the parameter calibration of such models is difficult and requires advanced laboratory test equipment. In this work an extension of the underlying balance equations of the TPM by including an independent phase of swelling water is presented. This extension does not rely on the concept of dual porosity and can therefore be applied to a broad range of materials. The proposed extension is made possible by the formulation of a mass transfer between the free water, which can flow through the pore space, and the swelling water, which is bound to the solid by physico-chemical forces (Bergaya, Theng and Lagaly, 2007; Gens and E. E. Alonso, 1992; Pusch, Karnland and Hoekmark, 1990; Dieudonne, Della Vecchia and Charlier, 2017). Combining the resulting TPM with the recently presented hypoplastic material model for expansive soils (Grandas Tavera, Nitsch and Machaček, 2022) results in a comprehensive numerical framework which allows to predict both swelling pressure and swelling strain as well as the reduction in permeability associated with the swelling phenomena, using only one set of parameters.

The paper is structured as follows: The proposed extensions to the TPM to model swelling phenomena upon wetting are introduced in Section 2. Expanding on this, associated constitutive models are presented in Section 3. Finally, the performance of the proposed method is presented in Sections 4 and the conclusions of the study are given in Section 5. Note that in light of conciseness, we limit discussion to 1D and only the most relevant equations of the TPM are presented. For a detailed derivation of all equations, see Grandas Tavera, Nitsch and Machaček (2022) and the upcoming works.

2 Extended Theory of Porous Media

The porous medium behaves as a multiphase system where wetting (pore water w) and non-wetting porous fluids (pore air a) can exist simultaneously in the pores of the solid skeleton (s). For the simulation of expansive geomaterials, the TPM for three-phase materials (viz. Schrefler et al. (1990) and Boer (1998)) the pore water is decomposed into three independent phases:

- Residual water phase (wr), viz. Fuentes Lacouture (2014) and Machaček (2020). The residual water corresponds to the water content of a geomaterial which can only be further reduced by drying in the oven, but not by increasing the suction. It is considered to be immobile with respect to the solid.
- Swelling water phase (ws). The swelling water phase introduced in this work refers to the water content that is bound to the solid by physio-chemical forces (Pusch, Karnland and Hoekmark (1990), Gens and E. E. Alonso (1992) and Dieudonne, Della Vecchia and Charlier (2017)) and whose presence - in contrast to the residual water - causes swelling phenomena such as swelling pressure or swelling strain.

- Free water phase (wf). In contrast to the two previous water phases, the free water can freely move through the pore space following Darcys law.

A schematic illustration of the microstructure and the volume fractions of the resulting five-phase TPM is depicted in Figure 1.

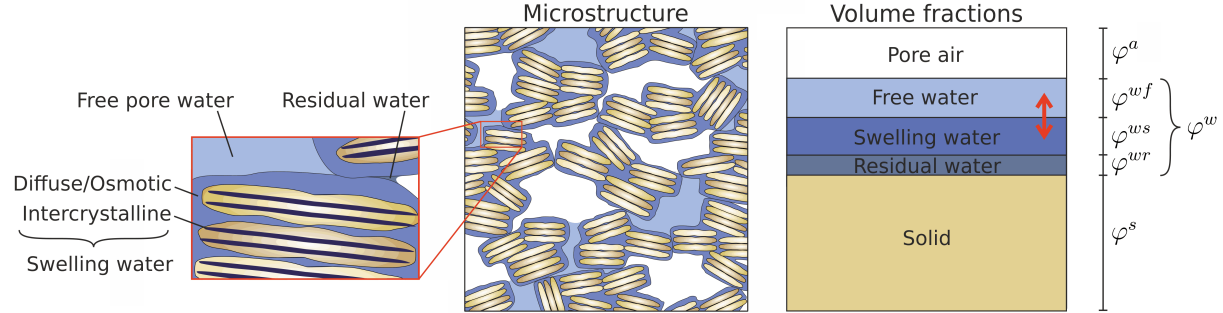


Figure 1: Schematic representation of the microstructure and volume fractions in the representative volume element (RVE) of the five-phase porous medium. The red double arrow indicates possible mass transfer between the free water and the swelling water.

Based on the fundamental concepts of the TPM all constituents are assumed to be in a state of ideal disarrangement and thus statistically distributed over the control space (Schrefler et al., 1990). The local composition of the mixture is described by the volume fractions $\varphi^\alpha = dV^\alpha/dV$ relating the (intrinsic) volume dV^α occupied by the phase $\alpha = \{s, wf, wr, ws, a\}$ to the volume of the overall mixture dV . The volume of the mixture is given by the sum of partial volumes $dV = \sum_\alpha dV^\alpha$, with $\sum_\alpha \varphi^\alpha = 1$. The volume fraction of the total water in the mixture is $\varphi^w = \varphi^{wf} + \varphi^{wr} + \varphi^{ws}$. The sum of volume fractions of multiple phases is written in short form as in the following example: $\varphi^{wf+ws} = \varphi^{wf} + \varphi^{ws}$. Similarly, the total mass of the mixture m corresponds to the sum of the partial masses $m = \sum_\alpha m^\alpha$. Note that any physical field \square (e.g. the density) can either be expressed as intrinsic (per unit volume of phase α) and written as \square^α or partial (per unit volume of the overall mixture) and written as \square^α . The relation $\square^\alpha = \varphi^\alpha \square^\alpha$ holds.

The total porosity n and the void ratio e are defined as:

$$n = 1 - \varphi^s, \quad (1)$$

$$e = (1 - \varphi^s)/\varphi^s = n/(1 - n). \quad (2)$$

These variables, however, do not provide information related to the residual water and the swelling water both attached to the particles, and thus reducing the pore-space available for the free water and (free) air. Therefore the effective porosities n^e and n^{ws} are introduced:

$$n^e = 1 - \varphi^s - \varphi^{wr} = n - \varphi^{wr}, \quad (3)$$

$$n^{ws} = 1 - \varphi^s - \varphi^{wr+ws} = n^e - \varphi^{ws}. \quad (4)$$

Keeping the same definitions as by other authors (e.g. Li et al. (2013) and Schrefler and Scotta (2001)), the degree of saturation S^w , the residual degree of saturation S^{wr} and the effective degree of saturation S^e read:

$$S^w = \frac{V^w + V^{wr}}{V - V^s} = \frac{\varphi^w + \varphi^{wr}}{1 - \varphi^s}, \quad (5)$$

$$S^{wr} = \frac{V^{wr}}{V - V^s} = \frac{\varphi^{wr}}{1 - \varphi^s}, \quad (6)$$

$$S^e = \frac{S^w - S^{wr}}{1 - S^{wr}} = \frac{\varphi^{wf+ws}}{n^e}. \quad (7)$$

Note that in case of zero swelling water $\varphi^{ws} = 0$, $\varphi^{wf} = n^e S^e$ holds and the mass balance for the free water phase is identical to the classical three-phase TPM. The density of the overall mixture ρ^{tot} reads

$$\rho^{tot} = \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} = \rho^s + \rho^{wf+wr+ws} + \rho^a, \quad (8)$$

with the partial densities of the solid $\rho^s = (1 - n)\bar{\rho}^s$, free water $\rho^{wf} = \varphi^{wf}\bar{\rho}^{wf}$, residual water $\rho^{wr} = \varphi^{wr}\bar{\rho}^{wr}$, swelling water $\rho^{ws} = \varphi^{ws}\bar{\rho}^{ws}$ and pore air $\rho^a = \varphi^a\bar{\rho}^a$, respectively. $\bar{\rho}^{\alpha}$ is the intrinsic density of each phase α .

2.1 Balance equations

In order to derive the governing equations of the multiphase porous medium, the balance of linear momentum of the overall mixture and the balance of mass of each individual phase α are used. To accomplish this, these equations are augmented by constitutive relationships (see Section 3) and the generalized Darcy law that relates the relative velocities to pressure gradients. The latter is derived from the balance of linear momentum of the appropriate phase. The macroscopic balance equations for the mass and linear momentum are obtained from the general concepts of the TPM (Schrefler et al., 1990; Boer, 1998) considering the assumptions summarised in Table 1.

Table 1: Simplifications introduced to the governing equations

No.	Description	Implication
1.	Swelling water (ws) is bound to the solid	$\bar{v}^{ws} = \bar{v}^s$
2.	Residual water (wr) is attached to solid grains	$\bar{v}^{wr} = \bar{v}^s$
3.	Incompressibility of solid grains (s), residual water (wr) and swelling water (ws)	$\bar{K}^s \rightarrow \infty$, $\bar{K}^{wr} \rightarrow \infty$ and $\bar{K}^{ws} \rightarrow \infty$
4.	Homogeneous distribution of intrinsic densities of solid grains (s), residual water (wr) and swelling water (ws)	$\bar{\rho}_{,x}^s = 0$, $\bar{\rho}_{,x}^{ws} = 0$ and $\bar{\rho}_{,x}^{wr} = 0$

Considering above assumptions, the balance of mass of the solid phase (s) reduces to the governing equation of the total porosity n :

$$\dot{n} = (1 - n)\bar{v}_{x,x}^s, \quad (9)$$

with $\dot{\square} = d\square/dt$ being the material time derivative of an arbitrary function \square following the motion of the primary variable, i.e. the solid. $\square_{,x} = (\partial\square)/(\partial x)$ denotes the spatial derivatives of a scalar physical field \square . For the 1D case, the vector velocity field has a single component v_x , which renders it into a scalar field. Accordingly, the volumetric deformation corresponds to the deformation in the x direction. Accordingly, the spatial derivative of the velocity of the solid phase $\bar{v}_{x,x}^s$ corresponds to the volumetric strain rate $\dot{\varepsilon}_v^s$ of the solid. Similarly to Eq. (9), the mass balance of the residual water (w^r) reads:

$$\dot{\varphi}^{wr} = \varphi^{wr} \bar{v}_{x,x}^s, \quad (10)$$

which yields the governing equation for the effective porosity:

$$\dot{n}^e = (1 - n) \bar{v}_{x,x}^s - \varphi^{wr} \bar{v}_{x,x}^s = (1 - n - \varphi^{wr}) \bar{v}_{x,x}^s = (1 - n^e) \bar{v}_{x,x}^s. \quad (11)$$

The final form of the balance of mass of the swelling water (w^s) is:

$$\dot{\varphi}^{ws} + \varphi^{sw} \bar{v}_{x,x}^s - \frac{\dot{c}^w}{\bar{\rho}^w} = 0, \quad (12)$$

and for the free water (w^f) and free air (a):

$$\frac{\varphi^{wf}}{K^{wf}} \frac{dp^{wf}}{dt} + \frac{1}{K^{wf}} p_{,x}^{wf} w_x^{wf} + \dot{\varphi}^{wf} + w_{x,x}^{wf} + \frac{\dot{c}^w}{\bar{\rho}^w} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\varphi^a}{K^a} \frac{dp^a}{dt} + \frac{1}{K^a} p_{,x}^a w_x^a + \dot{\varphi}^a + w_{x,x}^a = 0, \quad (14)$$

wherein c^w is a scalar function describing the mass transfer between free water and swelling water through a constitutive model to be defined.

The balance of linear momentum for the total mixture can be written as:

$$\rho^{tot} b_x + \sigma_{,x}^{tot} - (\rho^{s+wr+ws}) \bar{a}_x^s - \rho^{wf} \bar{a}_x^{wf} - \rho^a \bar{a}_x^a + \frac{\dot{c}^w}{\varphi^{wf}} w_x^{wf} = 0. \quad (15)$$

Therein, $\sigma_{,x}^{tot}$ is the total stress, b_x is the body force vector (e.g. the gravitational acceleration) and \bar{a}^α is the acceleration of phase α . Assuming isothermal conditions, the balance of linear momentum for the free pore fluids (w^f and a) yields the so-called generalised Darcy equations (Schrefler et al., 1990; Ehlers, 2022):

$$w_x^\beta = \frac{k^{\beta,S^e} k^{ws}}{\bar{\mu}^\beta} \bar{K}^s (-\bar{p}_{,x}^\beta + \bar{\rho}^\beta (b_x - a_x^\beta)) \quad \text{with: } \beta = \{ws, a\} \quad (16)$$

Therein, k^{β,S^e} and k^{ws} are scalar variables accounting for the reduction of available pore space for the flow of free water due to the presence of air (unsaturated state) and swelling water, respectively. $\bar{K}^s = \bar{K}^s(n)$ is the intrinsic permeability of the porous medium, $\bar{\mu}^\beta$ is the dynamic viscosity of the pore-fluid β and $g = \sqrt{g_x g_x}$ is the norm of the gravity vector g_x .

In the present work, the primary variables to solve above equations are chosen according to the so-called u-p formulation. Therein, the boundary value problem is discretised in terms of the solid displacement (u_x) and the pore fluid pressures ($p = \{p^w, p^a\}$).

3 Constitutive models

In order to solve the balance equations introduced in Section 2.1 additional constitutive relationships are needed. They must relate the (secondary) unknown variables effective degree of saturation S^e , relative permeabilities k^{S^e} and k^{ws} , mass transfer \dot{c}^w and stress σ , to the primary unknowns (u, p^w, p^a) via functional expressions.

3.1 Mass transfer

The following model describes the mass transfer mechanism between the swelling water and free water. Following the approach presented in Machaček (2020) for simulation of air entrapment, a simple phenomenological model based on the following considerations and observations is proposed:

1. The amount of swelling water never exceeds the amount of free water and swelling water $\varphi^{ws} < \varphi^{wf+ws}$.
2. Mass transfer from free water to swelling water only occurs during swelling processes. Swelling processes can be induced by either changes in saturation or displacement/stress boundary conditions.
3. Experimental determination of apparent permeability of saturated expansive materials (Nitsch et al., 2021; Nitsch et al., 2022) indicate that the amount of swelling water (related to the total amount of pore water) is greater under constant volume conditions than under free swelling conditions.
4. During compression of a saturated solid after swelling ($S^e = 1$ and $\varphi^{sw} > 0$) any reduction of volume is accompanied by an outflow of water. We assume that the free water is first drained before the amount of swelling water reduces. Drainage of swelling water is actually a transition from swelling water back to free water.

In accordance with consideration 1, let ϕ denote the ratio between the swelling water φ^{ws} and the total water volume fraction $\varphi^w = \varphi^{wf+ws}$ such that:

$$\varphi^{ws} = \phi \varphi^{wf+ws}. \quad (17)$$

The rate form of Equation (17) is:

$$\frac{d\varphi^{ws}}{dt} = \frac{d\varphi^{wf+ws}}{dt} \phi + \frac{d\phi}{dt} \varphi^w. \quad (18)$$

Having derived $(d\varphi^{wf+ws})/(dt)$ from the balances of mass of the phases wf and ws , one unknown quantity remains for which a constitutive model must be proposed: $(d\phi)/(dt)$. Based on the aforementioned considerations, the following relation is proposed:

$$\frac{d\phi}{dt} = c_\phi (\phi^{max} - \phi) \frac{dS^e}{dt}, \quad \text{with: } \phi^{max} = \phi_0^{min} + (\phi_0^{max} - \phi_0^{min}) (1 - \langle \text{sign}(\dot{n}) \rangle). \quad (19)$$

Therein, $\phi_0^{max} \leq 1$ and $\phi_0^{min} \leq \phi_0^{max}$ are material parameters controlling the maximum swelling water content. The term in the Macaulay brackets $\langle \rangle$ is an indicator of whether or not constant volume swelling conditions are active and thus controls the maximum achievable swelling water content. c_ϕ controls the evolution speed of $(d\phi)/(dt)$ and can be set to a high value based on experience, e.g. 10. The significance of c_ϕ on the evolution of ϕ is depicted in Figure 2. ϕ_0^{min} and ϕ_0^{max} can be calibrated by either fitting the time evolution of swelling pressure/strain in a transient simulation or by fitting Eq. (32) to the experimental measurements of permeability of the swollen material. The final mass transfer model reads:

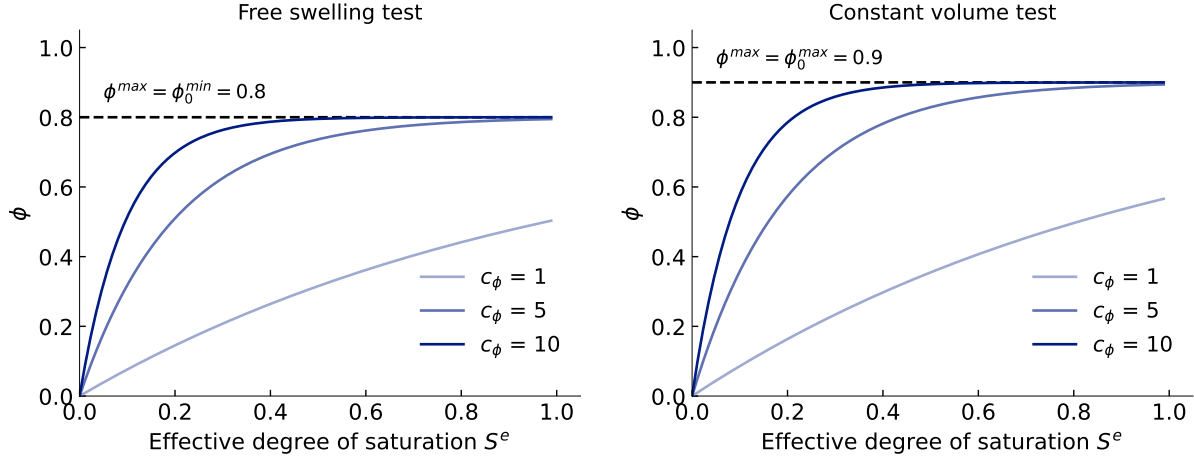


Figure 2: Influence of the parameter c_ϕ on the evolution of the maximum relative swelling water content ϕ during saturation for free swelling and constant volume conditions.

$$\frac{\dot{c}^w}{\rho^w} = \frac{d\varphi^{wf+ws}}{dt} \phi + \varphi^{wf+ws} c_\phi (\phi^{max} - \phi) \frac{dS^e}{dt}. \quad (20)$$

3.2 Mechanical model

For the prediction of the mechanical behaviour of an expansive material subjected to hydro-mechanical loading paths, the recently proposed hypoplastic model for expansive soils (Grandas Tavera, Nitsch and Machaček, 2022) is used. The model is formulated in terms of net stress $\sigma = \sigma^{tot} - p^a$ and effective degree of saturation S^e . In contrast to the majority of mechanical models for expansive soils, the suction ($s = p^w - p^a$) is not used, as the swelling behaviour of the material is perceived as a direct consequence to changes of saturation. In this way, many equations simplify, since $0 \leq S^e \leq 1$ holds at all times. The model was derived from observations of experimental campaigns on different expansive soils (from Nitsch et al., 2021; Rawat et al., 2020; Nowamooz and Masrouri, 2008), which are explained below together with constitutive assumptions derived from them:

1. Oedometric compression (without wetting, $S_0^e = 0$) starting from different initial void ratios beyond the corresponding preloading states (σ_d, e_d) yields a unique compression

line. This implies the existence of a Normal Compression Curve (NCC) as an attractor. For the NCC a 1D version of Bauer's formula is used, that prevents negative or excessively large void ratios at high and low stresses (Bauer (1996)):

$$\sigma_e(e) = h_s [-\ln(e/e_N)]^{1/n}, \quad (21)$$

wherein $\sigma_e(e)$ denotes stress on NCC for a current void ratio and h_s , e_N and n are material parameters. Note that by using Bauer's formula, the equivalent compression index λ is no longer a material parameter, but a function of the current void ratio, hence $\lambda(e)$.

2. Saturated samples reach the NCC faster for higher effective degrees of saturation, thus the preloading stress is reduced upon wetting. For $S^e = 1$ the slope of the loading branch, hence the NCC, is affine to the loading branch for $S^e = 0$. Therefore the nearly dry state represents a bounding state σ_B and can be described by a so called B-line affine to NCC, but shifted to the right by a factor R , see. Figure 3.
3. Free swelling tests and constant volume tests result in volumetric deformation and swelling pressure respectively, whose state at full saturation (σ_w, e_w) is left to the NCC at all times, see point 4a in the middle and point 4b on the right in Figure 3. The final state can be described by a third line, the w-line, also affine to the NCC but shifted to the left to it by R .
4. The three characteristic lines can be described by their relative position, see Figure 3.

$$R = \frac{\sigma_d}{h_s} [-\ln(e_d/e_N)]^{-1/n} = \frac{\sigma_B}{\sigma_e} = \frac{\sigma_e}{\sigma_w}, \quad (22)$$

wherein σ_B , σ_e and σ_w correspond to the same void ratio e . The reduction of preloading upon wetting directly leads to a reduction of R and thereby simultaneously to a movement of the w-line towards NCC and enables the prediction of swelling phenomena.

5. The elastic loading index κ is significantly larger in the fully saturated state than in the nearly dry (reference) state and can be interpolated by S^e , with κ_w and κ_{ref} being material parameters:

$$\kappa(S^e) = \kappa_{\text{ref}} + S^e (\kappa_w - \kappa_{\text{ref}}). \quad (23)$$

The evolution equation of the current net stress σ uses only a portion $\dot{\epsilon}^h$ of the total strain rate, see. Eq. (24). It is computed by decomposing the total strain rate $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^h + \dot{\epsilon}^w$, wherein $\dot{\epsilon}^w$ is the saturation driven strain rate, which can be understood as the swelling mechanism that enables the prediction of the swelling phenomena:

$$\dot{\sigma} = \frac{\sigma}{\kappa} (\dot{\epsilon}^h - Y \text{OCR}^{-m} |\dot{\epsilon}^h|) \quad \text{with} \quad \dot{\epsilon}^h = \dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^w, \quad Y = \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} \quad \text{and} \quad \text{OCR} = \sigma_B / \sigma. \quad (24)$$

Therein the factor $Y \text{OCR}^{-m}$ with $m > 1$ allows the usage of a single hypoplastic equation to describe the loading for normal consolidated ($\text{OCR} = 1$) and overconsolidated ($\text{OCR} > 1$) states without a distinction of elastic and plastic strains. With the decomposition of the strain rate both swelling strains and swelling stresses can be predicted depending on the mechanical and hydraulic boundary conditions.

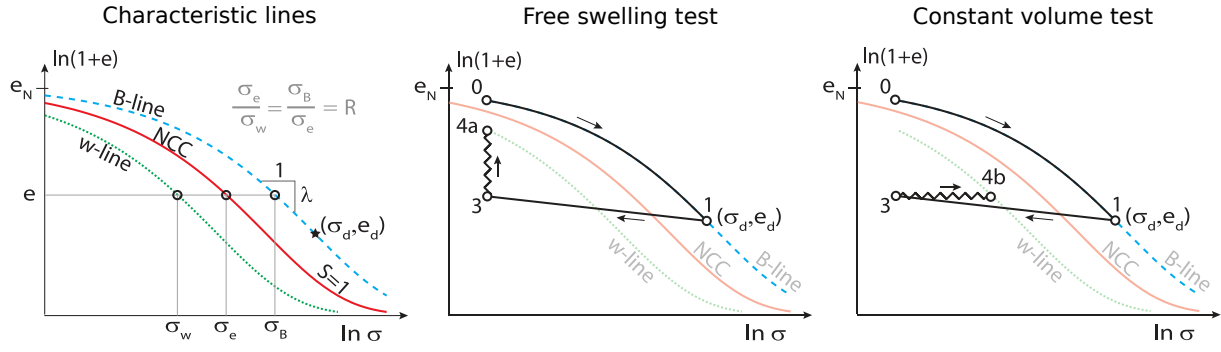


Figure 3: Three characteristic lines of the model defined by the equivalent stress σ_e on the Normal Compression Curve NCC, the bounding stress σ_B on the B-line and stress reached for full saturation process σ_w and idealization of swelling processes.

For free swelling, $\dot{\epsilon}^w \neq 0$ applies and the portion $\dot{\epsilon}^h$ must be zero to satisfy the condition of constant net stress $\dot{\sigma} = 0$, whilst for constant volume conditions the total strain is constrained $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^w + \dot{\epsilon}^h = 0$ and the increase of the saturation driven strain $\dot{\epsilon}^w \neq 0$ results in a change of the net stress due to the remaining strain portion $\dot{\epsilon}^h = -\dot{\epsilon}^w$.

The swelling mechanism, hence the saturation driven strain rate $\dot{\epsilon}^w$, is based on the existence of a distinct relation between volumetric deformation / void ratio and water content and consists of one term for wetting $\dot{S}^e > 0$ and drying $\dot{S}^e < 0$ each:

$$\dot{\epsilon}^w = -b \frac{e}{(1+e)} \left[(e_w - e) (S^e)^2 \langle \dot{S}^e \rangle + (e_s - e) (1 - S^e)^2 \langle -\dot{S}^e \rangle \right], \quad (25)$$

wherein e_w and e_s correspond to the void ratio at full saturation on the w-line and shrinkage limit respectively, which can be approximated with the help of e_d . b is a material parameter, which influences the magnitude of the swelling mechanism.

To achieve the attractor effect of the NCC, an evolution equation for the preloading stress σ_d is necessary. This evolution accounts for buildup of σ_d due to loading beyond the preloading state and degradation of σ_d due to changes of the degree of saturation and loading under constant saturation, see Eq. (26). Additionally, evolution equations for e and e_d are required:

$$\dot{\sigma}_d = \frac{\sigma_d}{\lambda(e_d)} \left(\frac{\sigma_d}{\sigma} \right)^{-m} \dot{\epsilon}^h + \frac{\sigma_e(e_d) - \sigma_d}{\lambda(e_d)} \left[-\dot{\epsilon}^w \cdot \frac{S^2}{c(e_w - e_s)} + S \cdot \dot{\epsilon}^h \right], \quad (26)$$

$$\dot{e} = -(1+e)\dot{\epsilon}, \quad (27)$$

$$\dot{e}_d = -(1+e) \left(\frac{\sigma_d}{\sigma} \right)^{-m} \dot{\epsilon}^h. \quad (28)$$

In Eq. (26) the material parameter c corresponds to the magnitude of degradation due to saturation and completes the set of only 7 material parameters of the mechanical model. For the description of the parameter calibration, the complete derivation of the above mentioned equations and discussion of the model, see Grandas Tavera, Nitsch and Machaček (2022).

3.3 Soil water retention curve

In this work, a simple van Genuchten model (Genuchten, 1980) is used for the mathematical description of the suction-saturation relationship. It is however noted that any constitutive model which, in general, interrelates the rates \dot{S}^e with \dot{s} (and $\dot{\epsilon}_v$) in the following form can be used:

$$\dot{S}^e = \frac{dS^e}{ds} \dot{s} + \frac{dS^e}{de} (1 + e) \dot{\epsilon}_v. \quad (29)$$

3.4 Relative Permeability

The presence of swelling water leads to a reduction of hydraulic conductivity of soils (Nitsch et al., 2021; Nitsch et al., 2022; Favero, Ferrari and Laloui, 2016; Zeng, Cui and Talandier, 2021; Musso, Della Vecchia and Romero, 2013). In the present work, the proportionality between the hydraulic conductivity and the porosity according to Kozeny (1927) and Carman (1939) is used to derive a simple model for the dependence of the hydraulic conductivity on the swelling water content. According to Kozeny/Carman, the hydraulic conductivity of a saturated soil is proportional to the (total) porosity n :

$$K^{wf}(S^e = 1, \varphi^{sw} = 0) \propto \frac{(n^e)^3}{(1 - n^e)^2}. \quad (30)$$

Accounting for the reduction of available pore space by the presence of swelling water and assuming, that the same proportionality as for saturated states applies, Eq. (30) for soils with swelling water reads:

$$K^{wf}(\varphi^{ws} > 0) \propto \frac{(n^e - \varphi^{ws})^3}{(1 - (n^e - \varphi^{ws}))^2} = \frac{(n^{ws})^3}{(1 - n^{ws})^2}. \quad (31)$$

Using the concept of relative permeability, we define the relative permeability for a swollen porous medium k^{ws} as:

$$k^{ws} = \frac{K^w(\varphi^{ws} > 0)}{K^w(S^e = 1, \varphi^{sw} = 0)} = \frac{(n^{ws})^3}{(1 - n^{ws})^2} \frac{(1 - n^e)^2}{(n^e)^3}. \quad (32)$$

Notice that, if no swelling occurs, $\varphi^{ws} = 0$ and $k^{ws} = 1$ holds. Note further that contrary to the relative permeability k^{w,S^e} introduced to account for the influence of partial saturation, k^{ws} does not yield $k^{ws} = 1$ for $S^e = 1$ and thus leads to the desired permanent reduction in permeability at full saturation.

4 Simulation examples

The performance of the proposed numerical framework is demonstrated by the back-calculation of an experimental campaign documented in Nitsch et al. (2021) and Nitsch et al. (2022), which

focused on the swelling behaviour of reconstituted Opalinus clay shale (with 5% smectite and 32% illite content, $\rho_s = 2.718 \text{ g/cm}^3$, $w = 2 \text{ M-\%}$.) and its influence on the mechanical behaviour during monotonic loading and unloading. To create homogeneous samples, the crushed Opalinus clay shale was compacted inside oedometric rings ($d \approx 60\text{mm}$, $h \approx 16\text{mm}$) by monotonic compression. Starting from nearly dry states, samples with similar void ratios were first saturated and then subjected to oedometric loading and unloading paths. In all tests the stress was increased step wise using a servo controlled load press while ensuring ideally drained conditions. The saturation occurred under different conditions: (a) constant volume (swelling pressure test); (b) constant volume (swelling pressure test) followed by unloading; and (c) free swelling test (constant-stress). At the end of the saturation phase, the permeability of identical control samples was determined by means of steady state water permeability tests. As a reference, an additional test on a dry sample was performed. For dry conditions, the permeability was determined by means of steady state air permeability tests with nitrogen flow - thus corresponding to the permeability of the "non-swollen" porous medium. For further details the reader is referred to Nitsch et al. (2021) and Nitsch et al. (2022).

The material constants and the initial conditions used in the simulations are listed in Table 2 and Table 3, respectively.

Table 2: Model parameters for Opalinus Clay shale

Hypoplastic model (Grandas Tavera, Nitsch, and Machaček, 2022)							Mass transfer		
e_N	h_s	n	κ_{ref}	κ_w	c	b	c_ϕ	ϕ^{max}	ϕ^{min}
0.58	9.0 MPa	0.4	$3.792 \cdot 10^{-3}$	$13.59 \cdot 10^{-3}$	4.5	55	10	0.89	0.83

Table 3: Initial conditions for the simulations on Opalinus clay shale from (Nitsch et al., 2021).

	$\sigma_{d,0}$ (MPa)	$e_{d,0}$	σ_0 (MPa)	e_0	$S_0 = S^r$
Dry (Reference)	10.535	0.359	0.18	0.376	0.13
Constant volume / mixed conditions	10.535	0.359	0.035	0.388	0.13
Free swelling	10.535	0.359	0.025	0.387	0.13

A comparison of the simulation results with the experiments is given Figure 4 and Figure 5. Figure 4 shows the evolution of void ratio versus stress for hydro-mechanical loading paths under oedometric conditions. It can be seen, that the model is able to predict the mechanical response in both the dry state and after different wetting paths with subsequent oedometric loading and unloading. The similar slope $\lambda(e)$ of the NCC and the loading branch of the test on nearly dry material, which corresponds to the B-line, can be clearly identified. Moreover, the pronounced increase of the unloading/reloading slope from the reference κ_{ref} to κ_w at saturated conditions observed in the experiments is clearly captured by the simulations. The results show that the hypoplastic swelling model is able to reproduce both the maximum swelling pressure and the maximum swelling strain with a single set of material parameters.

On the left-hand side of Figure 5 the evolution of relative permeability k^{sw} in the simulations is shown. On the right-hand side, the apparent permeability determined in the experiments is compared to the simulation results. The permeability of the dry material is represented by the black star, which is also the starting point for all simulations. Starting from there, the

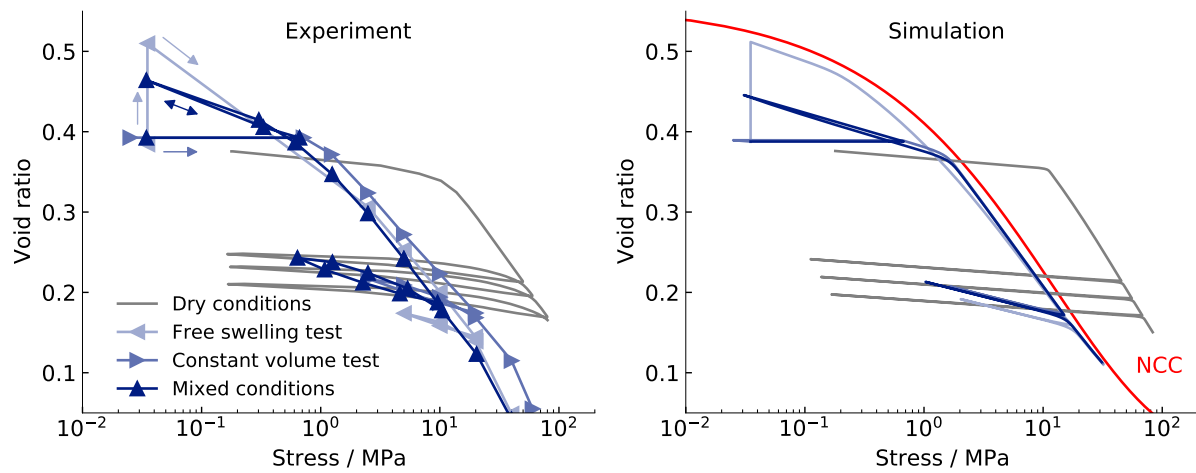


Figure 4: Void ratio versus stress for hydro-mechanical loading paths under oedometric conditions for the experiments (left) and simulations (right).

apparent permeability reduces with increasing saturation in the simulations. Excellent agreement between experiment and simulation is achieved for both constant volume (right looking triangle) and free swelling (left looking triangle) conditions. The difference to the measured values is 6 % for constant volume conditions and 9 % for free swelling conditions. Larger deviations (approx. 30 %) are observed for the mixed conditions. In this case, the reduction in permeability during the constant volume phase is captured well. However, the increase in permeability during the following unloading phase is overestimated. Overall, especially taking into account the imprecision of permeability determinations, the simulation results are considered satisfactory and clearly demonstrate the predictive abilities of the proposed numerical method.

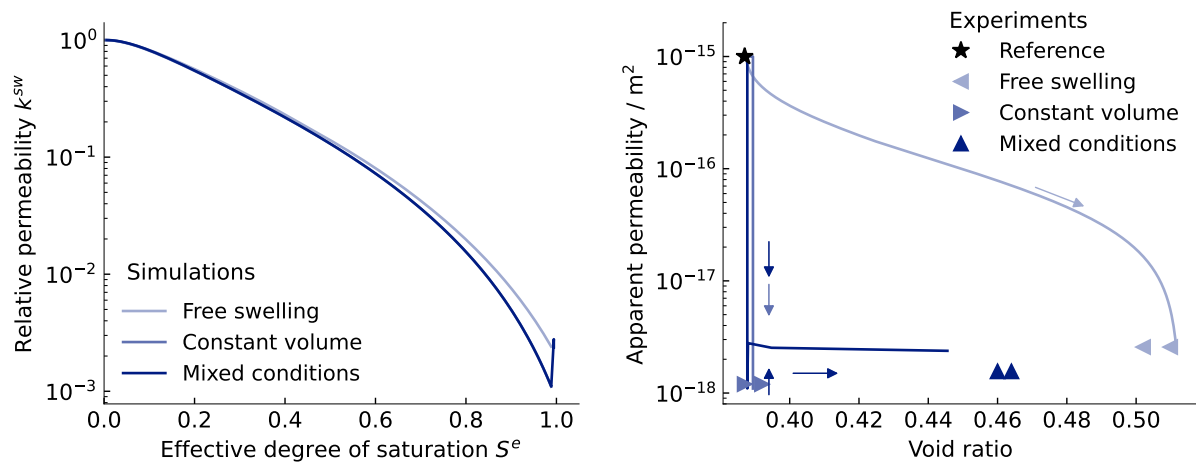


Figure 5: Relative permeability k^{sw} versus effective degree of saturation S^e (left) and apparent permeability versus void ratio (right) for the experiments (symbols) and the simulations (solid lines).

5 Conclusion

An extension of the Theory of Porous Media for expansive soils was presented. The basis of this extension is the distinction between free water and swelling water. While the free water can flow through the pore space following the Darcy equation, the swelling water is bound to the solid by physio-chemical forces. A constitutive model for the mass transfer between free water and swelling water controls the transition between both phases. This allows the definition of an effective porosity, which accounts for the reduction in total porosity caused by the presence of swelling water. Combined with the Kozeny/Carman-based proportionality of permeability and porosity, the swelling-induced reduction of permeability is captured without the need of additional parameters. The resulting TPM was combined with a recently published hypoplastic model for the simulation of the stress-strain response of expansive soils. The resulting numerical framework allows to predict both swelling pressure and swelling strain as well as the reduction in permeability associated with the swelling phenomena, depending on the acting boundary conditions using only one set of parameters. The performance of the proposed numerical framework was demonstrated by the back-calculation of an experimental study on remoulded Opalinus clay shale samples under various saturation and loading conditions. In all cases, the proposed method showed promising results. Current work focusses on the implementation and testing of a 3D version of the model. Future work will concentrate on further application of the numerical framework to further boundary value problems, the incorporation of effects of anisotropy and possible correlation of parameters of the mass transfer with the mineralogical composition of expansive materials.

Literatur

- [1] E. Alonso, J. Vaunat and A. Gens. “Modelling the mechanical behaviour of expansive clays”. In: *Engineering Geology* 54.1 (Sep. 1999), S. 173–183. ISSN: 00137952. DOI: [10.1016/S0013-7952\(99\)00079-4](https://doi.org/10.1016/S0013-7952(99)00079-4).
- [2] E. Bauer. “Calibration of a Comprehensive Hypoplastic Model for Granular Materials”. In: *Soild and Foundations* 36 (März 1996), S. 13–26. DOI: [10.3208/sandf.36.13](https://doi.org/10.3208/sandf.36.13).
- [3] F. Bergaya, B. Theng and G. Lagaly. “Handbook of clay science - Developments in clay science”. In: *Elsevier Science Technology* (Jan. 2007), S. 19–86.
- [4] R. de Boer. “Theory of Porous Media — Past and Present”. In: *ZAMM - journaltitle of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 78.7 (1998), S. 441–466. ISSN: 1521-4001. DOI: [10.1002/\(SICI\)1521-4001\(199807\)78:7<441::AID-ZAMM441>3.0.CO;2-V](https://doi.org/10.1002/(SICI)1521-4001(199807)78:7<441::AID-ZAMM441>3.0.CO;2-V).
- [5] J. A. Bosch, A. Ferrari and L. Laloui. “Coupled hydro-mechanical analysis of compacted bentonite behaviour during hydration”. In: *Computers and Geotechnics* 140 (Dez. 2021), S. 104447. ISSN: 0266352X. DOI: [10.1016/j.compgeo.2021.104447](https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2021.104447).

- [6] P. C. Carman. “Permeability of saturated sands, soils and clays”. In: *The journaltitle of Agricultural Science* 29.2 (Apr. 1939). Publisher: Cambridge University Press (CUP), S. 262–273. DOI: [10.1017/S0021859600051789](https://doi.org/10.1017/S0021859600051789).
- [7] A.-C. Dieudonne, G. Della Vecchia and R. Charlier. “Water retention model for compacted bentonites”. In: *Canadian Geotechnical journaltitle* 54.7 (Juli 2017), S. 915–925. ISSN: 0008-3674, 1208-6010. DOI: [10.1139/cgj-2016-0297](https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0297).
- [8] W. Ehlers. “Darcy, Forchheimer, Brinkman and Richards: classical hydromechanical equations and their significance in the light of the TPM”. In: *Archive of Applied Mechanics* 92.2 (Feb. 2022), S. 619–639. ISSN: 0939-1533, 1432-0681. DOI: [10.1007/s00419-020-01802-3](https://doi.org/10.1007/s00419-020-01802-3).
- [9] V. Favero, A. Ferrari and L. Laloui. “On the hydro-mechanical behaviour of remoulded and natural Opalinus Clay shale”. In: *Engineering Geology* 208 (Apr. 2016). DOI: [10.1016/j.enggeo.2016.04.030](https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2016.04.030).
- [10] W. M. Fuentes Lacouture. “Contributions in mechanical modelling of fill materials”. ISSN: 0453-3267 Series: Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) Volume: 179. Dissertation. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2014. 201 S.
- [11] A. Gens and E. E. Alonso. “A framework for the behaviour of unsaturated expansive clays”. In: *Canadian Geotechnical journaltitle* 29.6 (1. Dez. 1992), S. 1013–1032. ISSN: 0008-3674, 1208-6010. DOI: [10.1139/t92-120](https://doi.org/10.1139/t92-120).
- [12] M. T. van Genuchten. “A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils”. In: *Soil Science Society of America journaltitle* 44.5 (Sep. 1980), S. 892–898. ISSN: 03615995. DOI: [10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x](https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x).
- [13] C. E. Grandas Tavera, A. Nitsch and J. Macháček. “A 1D Hypoplastic constitutive model for expansive soils”. In: *Acta Geotechnica* (12. Apr. 2022). ISSN: 1861-1125, 1861-1133. DOI: [10.1007/s11440-022-01548-y](https://doi.org/10.1007/s11440-022-01548-y).
- [14] M. Islam, N. Huerta and R. Dilmore. “Effect of Computational Schemes on Coupled Flow and Geo-Mechanical Modeling of CO2 Leakage through a Compromised Well”. In: *Computation* 8.4 (13. Nov. 2020), S. 98. ISSN: 2079-3197. DOI: [10.3390/computation8040098](https://doi.org/10.3390/computation8040098).
- [15] A. Khoei and T. Mohammadnejad. “Numerical modeling of multiphase fluid flow in deforming porous media: A comparison between two- and three-phase models for seismic analysis of earth and rockfill dams”. In: *Computers and Geotechnics* 38.2 (März 2011), S. 142–166. ISSN: 0266352X. DOI: [10.1016/j.compgeo.2010.10.010](https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2010.10.010).
- [16] J. Kozeny. *Über kapillare Leitung des Wassers im Boden (Aufstieg, Versickerung u. Anwendung auf die Bewässerung); gedr. mit Unterstützung aus d. Jerome u. Margaret stonborsugh-fonds.* Hölder-Pichler-Tempsky, A.-G.[Abt.]: Akad. d. Wiss., 1927.
- [17] Y. Li et al. “Residual air saturation changes during consecutive drainage-imbibition cycles in an air-water fine sandy medium”. In: *journaltitle of Hydrology* 503.Supplement C (Okt. 2013), S. 77–88. ISSN: 0022-1694. DOI: [10.1016/j.jhydrol.2013.08.050](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.08.050).

- [18] A. Lloret et al. “Mechanical behaviour of heavily compacted bentonite under high suction changes”. In: *Géotechnique* 53.1 (2003), S. 27–40. DOI: [10.1680/geot.2003.53.1.27](https://doi.org/10.1680/geot.2003.53.1.27).
- [19] J. Machaček. “Contributions to the numerical modelling of saturated and unsaturated soils”. ISSN: 0453-3267 Series: Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) Volume: 187. Dissertation. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2020. 257 S.
- [20] M. Mohajerani et al. “Oedometric compression and swelling behaviour of the Callovo-Oxfordia, argillite”. In: *International journaltitle of Rock Mechanics and Mining Sciences* 48 (Juni 2011), S. 606–615. DOI: [10.1016/j.ijrmms.2011.02.016](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2011.02.016).
- [21] G. Musso, G. Della Vecchia and E. Romero. “Double-structure effects on the chemo-hydro-mechanical behaviour of a compacted active clay”. In: *Géotechnique* 63 (März 2013), S. 206–220. DOI: [10.1680/geot.SIP13.P.011](https://doi.org/10.1680/geot.SIP13.P.011).
- [22] A. Nitsch, J. Leuthold, J. Machaček and C. E. Grandas Tavera. “Experimental investigations on hydro-mechanical processes in Opalinus Clay shale (under review)”. In: *Rock Mechanics and Rock Engineering* (2022).
- [23] A. Nitsch, J. Leuthold, J. Machaček, T. Wichtmann and C. E. Grandas Tavera. “Experimental investigations of the stress-dependent swelling behavior of reconstituted claystone”. In: 24. Symposium Felsmechanik und Tunnelbau, Fachsektionstage Geotechnik 2021. Würzburg: Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V., 7. Juli 2021.
- [24] H. Nowamooz and F. Masrouri. “Hydromechanical behaviour of an expansive bentonite/silt mixture in cyclic suction-controlled drying and wetting tests”. In: *Engineering Geology* 101 (Okt. 2008), S. 154–164. DOI: [10.1016/j.enggeo.2008.04.011](https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2008.04.011).
- [25] R. Pusch, O. Karnland and H. Hoekmark. *GMM - a general microstructural model for qualitative and quantitative studies of smectite clays*. Techn. Ber. SKB-TR-90-43. Sweden, 1990, S. 95.
- [26] N. Ravichandran and K. K. Muraleetharan. “Dynamics of unsaturated soils using various finite element formulations”. In: *International journaltitle for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 33.5 (10. Apr. 2009), S. 611–631. ISSN: 03639061, 10969853. DOI: [10.1002/nag.737](https://doi.org/10.1002/nag.737).
- [27] A. Rawat, L. Lang, W. Baille, A.-C. Dieudonne and F. Collin. “Coupled hydro-mechanical analysis of expansive soils: Parametric identification and calibration”. In: *journaltitle of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering* 12.3 (Juni 2020), S. 620–629. ISSN: 16747755. DOI: [10.1016/j.jrmge.2019.12.013](https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2019.12.013).
- [28] B. Schrefler and R. Scotta. “A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media”. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190.24 (März 2001). Publisher: Elsevier BV, S. 3223–3246. ISSN: 0045-7825. DOI: [10.1016/s0045-7825\(00\)00390-x](https://doi.org/10.1016/s0045-7825(00)00390-x).

- [29] B. Schrefler, L. Simoni, L. Xikui and O. Zienkiewicz. “Mechanics of Partially Saturated Porous Media”. In: *Numerical Methods and Constitutive Modelling in Geomechanics*. Hrsg. von C. S. Desai and G. Gioda. Bd. 311. Series Title: CISM International Centre for Mechanical Sciences. Vienna: Springer Vienna, 1990, S. 169–209. ISBN: 978-3-211-82215-9 978-3-7091-2832-9. DOI: [10.1007/978-3-7091-2832-9_2](https://doi.org/10.1007/978-3-7091-2832-9_2).
- [30] A. Seiphoori, A. Ferrari and L. Laloui. “Water retention behaviour and microstructural evolution of MX-80 bentonite during wetting and drying cycles”. In: *Géotechnique* 64.9 (2014), S. 721–734. DOI: [10.1680/geot.14.P.017](https://doi.org/10.1680/geot.14.P.017).
- [31] A. Seiphoori, Z. Moradian, H. H. Einstein and A. J. Whittle. “Microstructural characterization of Opalinus shale”. In: Bd. 4. 2016, S. 2742–2750.
- [32] P. Staubach, J. Machaček, J. Skowronek and T. Wichtmann. “Vibratory pile driving in water-saturated sand: Back-analysis of model tests using a hydro-mechanically coupled CEL method”. In: *Soils and Foundations* 61.1 (Feb. 2021), S. 144–159. ISSN: 00380806. DOI: [10.1016/j.sandf.2020.11.005](https://doi.org/10.1016/j.sandf.2020.11.005).
- [33] Z. Zeng, Y.-J. Cui and J. Talandier. “Investigating the swelling pressure of highly compacted bentonite/sand mixtures under constant-volume conditions”. In: *Acta Geotechnica* (2021). ISSN: 1861-1133. DOI: [10.1007/s11440-021-01352-0](https://doi.org/10.1007/s11440-021-01352-0).

Author

Dr.-Ing. Jan Machaček

(1) Technische Universität Darmstadt

Department of Civil and Environmental Engineering

Institute of Geotechnics

(2) Ruhr-Universität Bochum

Department of Civil and Environmental Engineering

Chair of Soil Mechanics, Foundation Engineering and Environmental Geotechnics

e-mail: jan.machacek@tu-darmstadt.de

Antonia Nitsch, M. Sc.

Ruhr-Universität Bochum

Department of Civil and Environmental Engineering

Chair of Soil Mechanics, Foundation Engineering and Environmental Geotechnics

Prof. Dr.-Ing. Carlos Eduardo Grandas Tavera

Brandenburgische Technische Universität Cottbus-Senftenberg

Department of Architecture, Civil Engineering and Urban Planning

Chair of Soil Mechanics and Foundations/ Geotechnical Engineering

Modelling multiphase problems and soil-structure interaction with the Material Point Method

Alba Yerro

Abstract: Many applications in the geotechnical engineering field involve hydro-mechanical and soil-structure interactions. For instance, understanding the influence of porous water in the soil is essential to predicting the stability of many critical infrastructure. However, the study of multiphase systems is challenging, especially when large deformations are present in the problem because state-of-practice tools are limited to small deformation frameworks. This contribution presents the latest Material Point Method (MPM) developments to tackle the simulation of large deformations in dry, saturated, and unsaturated porous media and applications on soil-structure interactions. Particular focus is dedicated to studying natural hazards such as landslides and slope instabilities since they represent one of the most critical problems in geotechnical engineering and causes significant worldwide damage every year.

1 Introduction

Understanding and predicting the potential consequences of geotechnical hazards involving large soil masses, e.g., slope instabilities, underground collapses, tailings dam failures, or scour and erosion problems, is essential for risk assessment and for building more resilient communities. These types of failures represent one of the most critical problems in geotechnical engineering and cause worldwide damage yearly. Despite this fundamental need, state-of-the-practice procedures for designing and studying such geotechnical systems (e.g., limit equilibrium analysis) are very useful for predicting failure initiation by employing Safety Factors (SF), but they rely on strong assumptions and cannot address large deformations. Well-known numerical frameworks such as finite elements (FEM) and finite differences (FDM) methods are very popular for their adaptability and improved accuracy in studying challenging geometries and complex materials using advanced constitutive models. Still, FEM and FDM are restricted to small deformations because of mesh tangling limitations. Therefore, there is the need to develop a validated solution scheme capable of predicting the whole deformation process from failure initiation to post-failure dynamics in multiphase and multi-body environments.

Within the last two decades, several algorithms (e.g., remeshing) and numerical tools such as the Smooth Particle Hydrodynamics, the Particle Finite Element Method, and the Material Point Method (MPM), among others, have been developed to overcome the constraints from state-

of-practice methodologies (Soga et al. 2015). This paper introduces MPM as an emerging numerical technique capable of modelling large deformations, multiphase problems, and soil-structure interactions. The method and formulations are briefly described, and two slope applications are presented.

2 Material Point Method

The Material Point Method (MPM) (Sulsky et al. 1994) has been applied to study large deformations and multi-body dynamics in different fields, including geotechnical applications. MPM is a continuum particle-based numerical technique that discretizes the material domain using a set of independent integration points, so-called material points (MPs). MPs carry all the information and state variables and move according to the problem kinematics. In addition, a conventional background nodal mesh is defined across the computational domain. In this case, contrarily to FEM, the nodes do not store any permanent information; the mesh is commonly fixed and does not deform, thus automatically avoiding numerical tangling. The boundary conditions can be applied either on the nodes of the computational mesh or on the MPs. Additionally, a common understanding of constitutive behaviour (e.g., elastoplasticity) can be implemented, resulting from the continuum framework. Finally, contact between different bodies is automatically detected when MPs representing different materials share information at the same nodes. Effective contact algorithms are available to improve the accuracy of frictional/cohesive multi-body contact problems and free-body separation (e.g., Bardenhagen et al. 2001).

Limitations of the MPM include that it is computationally expensive; information is mapped back and forth from MPs to nodes in every calculation step. In addition, MPM is traditionally explicitly integrated in time, and very small time steps are required to ensure the stability of the solution. Other limitations of the original MPM formulation (Sulsky et al. 1994) are that it suffers from numerical noise due to discontinuous mapping function gradients and non-optimum placement of integration points (i.e., MPs) such as cell-crossing noise and volumetric locking. A number of MPM variations are available in the literature to minimize such instabilities (e.g., Bardenhagen and Kober 2004; Sadeghirad et al. 2011; González Acosta et al. 2020; Zheng et al. 2021). No commercial software is available, but several efforts are being made to make MPM more accessible to researchers and practitioners. In particular, Anura3D is an open-source research software for geotechnical and soil-water-structure applications developed by the Anura3D MPM Research Community (Anura3D 2022).

2.1 Multiphase formulations

MPM has been extended to account for the interaction between the solid skeleton and porous fluids in continuum mechanics. In particular, for the study of saturated porous media, several two-phase approaches have been proposed using one set of MPs (e.g., Zabala and Alonso 2011; Al-Kafaji 2013) or two sets of MPs (e.g., Abe et al. 2014; Martinelli 2016; Feng et al. 2021). The framework with two sets of MPs represents solid and liquid continuum bodies separately, and the liquid continuum can capture both the liquid in the porous media and the free water. For the modelling of unsaturated soils, a three-phase MPM formulation was first proposed by Yerro et al. (2015), which can simulate the interaction between air, water, and solid skeleton using a single set of MPs. More recently, computationally more efficient two-phase formula-

tions that incorporate suction effects have also been developed (e.g., Bandara et al. 2016, Ceccato et al. 2021; Feng et al. 2021). An extensive review of these formulations and applications can be found in Yerro et al. (2022). Complementary with the multiphase formulations, adequate boundary conditions required for the study of hydro-mechanical problems have been proposed, including inflow, pressure, seepage, or total head variations (e.g., Yerro et al. 2022). Formulations involving mass transfer between solid and fluid phases have also been proposed to account for internal erosion processes in saturated soils (Yerro et al. 2017; Murphy et al. 2020). In such formulations, solid or fluid mass is transferred between the solid and liquid phases, and an erosion law controls the mass transfer rate.

Typically, the main governing equations in multiphase MPM formulations are the dynamic momentum balances of the different phases (e.g., liquid, solid, gas) and or the mixture. These are solved at the nodes of the computational mesh in terms of the nodal accelerations of each phase. Then, the nodal solution is interpolated using shape functions, and the MPs' velocity, displacement, and position are updated accordingly. Finally, strains, fluid pressures, and stresses, among other quantities, are evaluated at the MPs using compatibility equations, mass balances, and constitutive relationships.

3 Applications

Two different slope cases are presented to demonstrate the applicability of the latest developments in MPM to geotechnical systems involving large deformations, hydro-mechanical coupling, and soil-structure interaction. The software used to perform these simulations is Anura3D (Anura3D 2022). The first example is the study of a 3m tall river levee failure. The river level is initially at 2 m above the toe; the instability is triggered by a drawdown (i.e., a decrease of the water table) to 0.5m (Figure 1). The unsaturated formulation is considered based on Ceccato et al. (2021), the free water is not included in the model, and the boundary conditions are imposed in terms of water pressure on the surface MPs (i.e., hydrostatic pressure below the river level and suction of 5kPa above the river level). Material and hydraulic parameters can be found in Ceccato et al. (2021). The slope collapse is triggered by the seepage towards the slope face induced by the rapid decrease of the river level. While traditional tools can only predict the onset of failure, the post-failure analysis and runoff can be fully captured by the MPM framework (Figure 1a). The results of the pore pressure evolution (negative means compression) tracked by three material points during the collapse are presented in Figure 1b; note the rapid decrease of the pore water pressure as a result of the dynamics induced by the sudden drawdown. It is followed by a gentle pressure increase that reflects the overall state of slow desaturation of the slope.

The second example presents a recent study performed to investigate the impact forces on rigid walls due to compound landslides. The failure mechanism of compound landslides is affected by the geometry of the basal sliding surface (Nissar and Yerro, 2022). In particular, the larger the radius of the transition zone (R) (Figure 2a), the larger the maximum impact force on the rigid wall (Figure 2b). The effect of the slope geometry is also presented in terms of % of energy dissipated during the motion (Figure 2b). The energy dissipated before the impact in a slope with a kink (i.e., sharp transition, $R=0$) is larger than the energy dissipated in more rounded geometries ($R>0$). Based on these observations, correlations with kinematic energy and slope geometry are currently being developed.

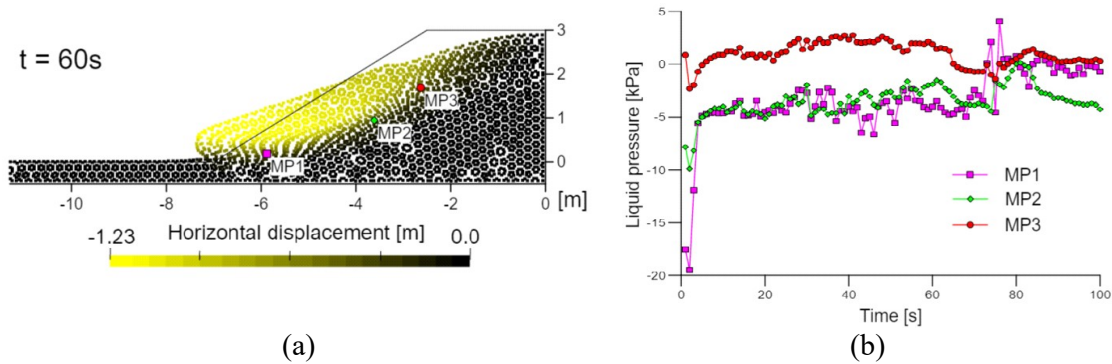


Figure 1: Levee failure for rapid drawdown: (a) final horizontal displacement at 60s, (b) pore pressure evolution for three selected MPs (MP1, MP2, MP3) (modified from Ceccato et al. (2021)).

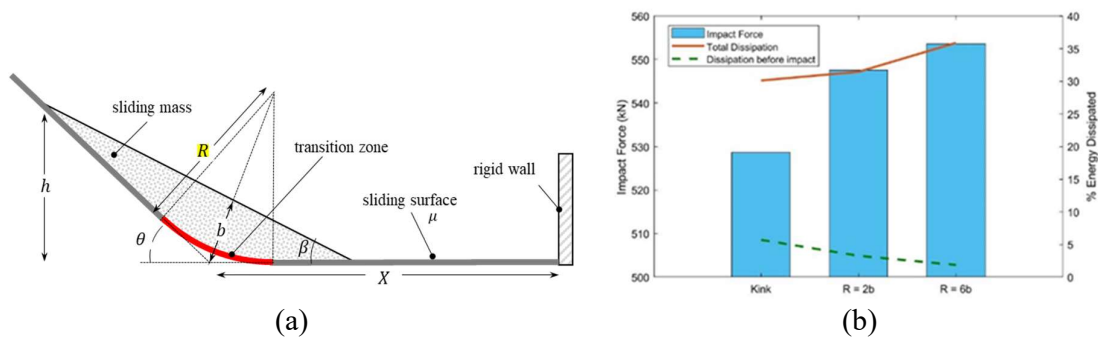


Figure 2: Impact of a compound landslide on a rigid structure: (a) landslide geometry, (b) impact force, % energy dissipated before the impact, % total energy dissipated at the end of the impact.

4 Conclusions

Many geotechnical applications involve large deformations of the ground, but state-of-practice tools are limited to small deformation analyses. The study and prediction of post-failure soil behaviour are key, for example, to predict the potential catastrophic consequences during landslide events. In this paper, the Material Point Method is presented to be a powerful tool. MPM has been substantially extended, and it is becoming popular in the geotechnical community. Two slope examples have been presented to demonstrate the MPM capabilities to deal with the whole deformation process during landslides and slope failures.

5 Acknowledgments

The author wants to thank the contribution of students (in alphabetic order: V. Girardi, N. Nissar, A. Roshan) and colleagues from the Anura3D community that contributed to the applications presented in this document.

References

- [1] Abe K., Soga K. and Bandara S. (2014): Material point method for coupled hydro-mechanical problems. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 140(3):1–16
- [2] Al-Kafaji I.K.J. (2013): Formulation of a Dynamic Material Point Method (MPM) for Geomechanical Problems. PhD thesis, Universitat Stuttgart
- [3] Anura3D MPM Research Community (2022): Anura3D Version 2022 Source Code, www.anura3d.com
- [4] Bandara S., Ferrari A. and Laloui L. (2016): Modelling landslides in unsaturated slopes subjected to rainfall infiltration using material point method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 40:1358–1380
- [5] Bardenhagen S.G., Guilkey J.E., Roessig K.M., Brackbill J.U., Witzel W.M. and Foster J.C. (2001): An improved contact algorithm for the material point method and application to stress propagation in granular material. *Computational Modelling Engineering Science*, 2(4):509–522
- [6] Bardenhagen S.G. and Kober E.M. (2004): The generalized interpolation material point method. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 5(6):477–495
- [7] Ceccato F., Yerro A., Girardi V. and Simonini P. (2021): Two-phase dynamic MPM formulation for unsaturated soil. *Computers and Geotechnics*, 129:103876
- [8] Feng K., Huang D. and Wang G. (2021): Two-layer material point method for modeling soil–water interaction in unsaturated soils and rainfall-induced slope failure. *Acta Geotechnica*, 16:2529–2551
- [9] González Acosta L.J., Vardon P.J., Remmerswaal G. and Hicks M.A. (2020): An investigation of stress inaccuracies and proposed solution in the material point method. *Computational Mechanics*, 65 (2):555–581
- [10] Martinelli M. (2016): Soil-water interaction with Material Point Method. Double-Point Formulation. Report on EU-FP7 research project MPM-Dredge PIAP-GA-2012-324522
- [11] Murphy J., Yerro A. and Soga K. (2020): A New Approach to Simulate Suffusion Processes with MPM. *Geo-Congress 2020*, February 25–28, 2020, Minneapolis, Minnesota, 1-10.
- [12] Nissar N. and Yerro A. (2022): Internal shearing in compound landslides and consequences on structure interaction. *International Conference on Natural Hazards & Infrastructure 2022*, July 5-7, 2022, Athens, Greece, 1-10.
- [13] Sadeghirad A., Brannon R.M. and Burghardt J. (2011): A convected particle domain interpolation technique to extend applicability of the material point method for problems

- involving massive deformations. *International Journal Numerical Methods Engineering*, 86(12):1435–1456
- [14] Soga K., Alonso E., Yerro A., Kumar K. and Bandara S. (2015): Trends in large-deformation analysis of landslide mass movements with particular emphasis on the material point method. *Géotechnique*, 66 (3):248-273
- [15] Sulsky D., Chen Z. and Schreyer H. (1994): A particle method for history-dependent materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 118(1-2):179–196
- [16] Yerro A., Alonso E. and Pinyol N. (2015): The material point method for unsaturated soils. *Geotechnique*, 65(3):201–217
- [17] Yerro A., Rohe A. and Soga K. (2017): Modelling Internal Erosion with the Material Point Method. *Procedia Engineering*, 175:365–372
- [18] Yerro A., Girardi V., Martinelli M. And Ceccato F. (2022): Modelling unsaturated soils with the Material Point Method. A discussion of the state-of-the-art. *Geomechanics for Energy and the Environment*, 100343 (in press)
- [19] Zabala F. and Alonso, E.E. (2011): Progressive failure of Aznalcollar dam using the material point method. *Geotechnique*, 61(9):795–808
- [20] Zheng X., Pisanò F., Vardon P.J. and Hicks M.A. (2021): An explicit stabilised material point method for coupled hydro-mechanical problems in two-phase porous media. *Computers and Geotechnics*, 135:104112

Author

Dr. Alba Yerro
Virginia Tech
Civil and Environmental Engineering Department
111-A Patton Hall
Blacksburg, VA 24061
Tel.: +1 540-231-2036
e-mail: ayerro@vt.edu
Web: <https://cee.vt.edu/people/faculty/YerroColom.html>

2P-MPM für hochdynamische Einwirkungen - Eine kompakte und effiziente Implementierung in MATLAB

Alexander Chmelnizkij

Abstract: Die Implementierung numerischer Methoden zur Simulation geotechnischer Randwertprobleme setzt eine grundlegende Vorarbeit bezüglich der Wahl der Gleichungen, der numerischen Lösungsmethode und nicht zuletzt der Programmiersprache, die verwendet werden soll voraus. Die Wahl der Gleichungen bzw. der Formulierung hängt vom betrachteten realen Problem sowie der Fragestellung ab. Im vorliegenden Fall werden dynamische Prozesse betrachtet, so dass Trägheitskräfte nicht vernachlässigt werden dürfen. Des Weiteren wird gesättigter Boden mit großen Verformungen berücksichtigt, so dass eine gekoppelte Formulierung für ein Gemisch verwendet wird. Die Wahl der Formulierung bedingt die numerische Methode zu ihrer Lösung. Im vorliegenden Fall, wird die Double-Point-Material-Point-Methode (2P-MPM) verwendet. Zur Implementierung wird die Skriptsprache MATLAB benutzt, da diese besonders kompakt und intuitiv für Matrix-Vektor-Operationen ist.

1 Einleitung

Die Simulation verschiedener geotechnischer Randwertproblemen mittels numerischer Methoden ist inzwischen weit verbreitet. Es befinden sich zahlreichen kommerzielle und offene Programme auf dem Markt, die es dem Anwender ermöglichen relativ einfach die Geometrie des betrachteten Problems mit allen relevanten Eigenschaften zu konstruieren und für die Simulation zu verwenden. Häufig sind jedoch die implementierten Formulierungen und Methoden nicht ausreichend, um die Komplexität eines betrachteten Problems in eine Modell widerzuspiegeln. In solchen Fällen ist es sinnvoll den vorhandenen Code zu erweitern und die benötigten Teile zu implementieren. Dies setzt natürlich voraus, dass der Code offen ist, was bei den meisten kommerziellen Programmen nicht der Fall ist. Eine weitere Hürde ist das Einarbeiten in einen offenen Code, um nachvollziehen zu können wie dieser funktioniert und an welcher Stelle man mögliche Modifikationen vornehmen muss. Die benötigte Einarbeitungszeit hängt stark von der Struktur und Lesbarkeit der Implementierung ab und kann häufig den Zeitrahmen eines Vorhabens sprengen. Andererseits ist es bei der Entwicklung eines Codes nicht immer möglich diesen maximal kurz und einfach zu halten. Eine parallelisierte Implementierung ist häufig schwerer nachzuvollziehen dafür jedoch deutlich effizienter in der Ausführung. Entwickelt man einen komplett neuen Code ist es also wichtig sich im Vorfeld Gedanken zur Struktur und

Programmiersprache zu machen. Erweitert man einen vorhandenen Code muss man hoffen, dass der Entwickler sich diese Gedanken gemacht und umgesetzt hat.

2 Bestimmenden Gleichungen

Der erste Schritt zur Wahl der benötigten Gleichungen bzw. Formulierung besteht in der physikalischen Betrachtung des realen Problems. Im vorliegenden Fall wollen wir uns unterirdischen Detonationen von Blindgängern aus den zweiten Weltkrieg widmen und überlegen welche physikalische Phänomene durch die gesuchten Gleichungen abgebildet werden sollen. Wir beschränken uns dabei bewusst auf ausgewählte Phänomene und vernachlässigen andere. Bei der Detonation werden in der Nähe des Blindgängers große Verformungen stattfinden, die unter Umständen zur Kraterbildung an der Oberfläche führen. Zusätzlich werden Kompressions- und Scherwellen durch die Detonation in den Boden geleitet, die sich in größerer Entfernung zum Krater messen lassen. Die Wellenausbreitung ist um so ausgeprägter je inkompressibler der Boden ist. Besonders bei vollständig wassergesättigten Böden ist die Dissipation gering und die Intensität der Wellen auch in größerer Entfernung noch signifikant. Zur Beschreibung der erwähnten Phänomene wird eine gekoppelte Formulierung basieren auf Massen- und Impulserhaltung gewählt. Thermische Effekte, werden in den Erhaltungsgleichungen vernachlässigt. Das resultierende System von partiellen Differentialgleichungen (Verruijt, 2010) kann folgendermaßen geschrieben werden,

$$n_s \rho_s \frac{D^s \mathbf{v}_s}{Dt} = \mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}') - n_s \mathbf{grad}(p_f) + n_s \rho_s \mathbf{b} - \bar{\mathbf{f}}_d, \quad (1a)$$

$$n_f \rho_f \frac{D^f \mathbf{v}_f}{Dt} = -n_f \mathbf{grad}(p_f) + n_f \rho_f \mathbf{b} + \bar{\mathbf{f}}_d. \quad (1b)$$

Die Indizes s und f bezeichnen dabei den Boden (soil) bzw. das Porenfluid (fluid). Entsprechend ist \mathbf{v} das jeweilige Geschwindigkeitsfeld, ρ die Dichte und n der Volumenanteil. Des Weiteren ist p_f der Porenwasserdruck, \mathbf{b} die Volumenkräfte und $\bar{\mathbf{f}}_d$ die so genannte Drag-Force. Diese kann z. B. folgendermaßen angenommen werden,

$$\bar{\mathbf{f}}_d = -n_f^2 \frac{\mu}{\kappa} (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) \quad (2)$$

wobei hier κ die intrinsische Permeabilität, μ die dynamische Viskosität ist. Für die Berechnung des Porenwasserdrucks p_f wird eine weitere Differentialgleichung benötigt, die aus der Kompressibilitätsannahme des Porenfluid wie folgt geschrieben werden kann,

$$\frac{\partial p_f}{\partial t} = -\frac{1}{n_f C_f} \left((1 - n_f) \mathbf{div}(\mathbf{v}_s) + n_f \mathbf{div}(\mathbf{v}_f) \right), \quad (3)$$

wobei C_f die Kompressibilität des Porenfluids darstellt.

3 2P-MPM

Bei der 2P-MPM wird die schwache Formulierung zur Diskretisierung verwendet. Ähnlich wie bei der Finite-Elemente-Methode wird hierzu die starke Form der Gleichungen mit Testfunktionen δu multipliziert und über ein Gebiet Ω integriert (Wieękowski, 2013). Unter Verwendung von partieller Integration und des Gaußschen Integralsatzes ergibt sich aus den Gleichungen 1a und 1b,

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^s} \left[n_s \rho_s \frac{D^s \mathbf{v}_s}{Dt} \delta u \right] d\Omega &= \int_{\Omega^s} [(-\boldsymbol{\sigma}' + n_s p_f \mathbf{I}) \mathbf{grad}(\delta u)] d\Omega & (4a) \\ &+ \int_{\Omega^s} [n_s \rho_s \mathbf{b} \delta u] d\Omega - \int_{\Omega^s \cap \Omega^f} [\bar{\mathbf{f}}_d \delta u] d\Omega \\ &+ \int_{\partial\Omega^s} [(\boldsymbol{\sigma}' - n_s p_f \mathbf{I}) \mathbf{n} \delta u] dS, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^f} \left[n_f \rho_f \frac{D^f \mathbf{v}_f}{Dt} \delta u \right] d\Omega &= \int_{\Omega^f} [n_f p_f \mathbf{grad}(\delta u)] d\Omega & (4b) \\ &+ \int_{\Omega^f} [n_f \rho_f \mathbf{b} \delta u] d\Omega + \int_{\Omega^s \cap \Omega^f} [\bar{\mathbf{f}}_d \delta u] d\Omega \\ &+ \int_{\partial\Omega^f} [(-n_f p_f \mathbf{n}) \delta u] dS. \end{aligned}$$

Die Integrale in der schwachen Formulierung können durch gewichtete Summen an den Materialpunkten approximiert werden und in Matrixform folgendermaßen geschrieben werden,

$$\mathbf{M}_s^{lump} \hat{\mathbf{a}}_s = \mathbf{f}_s^{ext} - \mathbf{f}_s^{int} - \mathbf{F}_d = \mathbf{f}_s, \quad (5a)$$

$$\mathbf{M}_f^{lump} \hat{\mathbf{a}}_f = \mathbf{f}_f^{ext} - \mathbf{f}_f^{int} + \mathbf{F}_d = \mathbf{f}_f, \quad (5b)$$

die einzelnen Komponenten der Matrizen und Vektoren in den Gleichungen 5a und 5b können dabei folgendermaßen berechnet werden,

$$\begin{aligned}
(\mathbf{M}_s^{lump})_{ii} &= \sum_{sp=1}^{N_{sp}} m_{sp} N_i(\mathbf{x}_{sp}) \quad , \quad (\mathbf{M}_f^{lump})_{ii} = \sum_{fp=1}^{N_{fp}} m_{fp} N_i(\mathbf{x}_{fp}) \quad , \\
(\mathbf{f}_s^{ext})_i &= \sum_{sp=1}^{N_{sp}} m_{sp} N_i(\mathbf{x}_{sp}) \mathbf{b}(\mathbf{x}_{sp}) + \int_{\partial\Omega_s} N_i(\mathbf{x}) (\boldsymbol{\sigma}' - n_s p_f \mathbf{I}) \mathbf{n} \, dS \quad , \\
(\mathbf{f}_f^{ext})_i &= \sum_{fp=1}^{N_{fp}} m_{fp} N_i(\mathbf{x}_{fp}) \mathbf{b}(\mathbf{x}_{fp}) + \int_{\partial\Omega_f} N_i(\mathbf{x}) (-n_f p_f \mathbf{I}) \mathbf{n} \, dS \quad , \\
(\mathbf{f}_s^{int})_i &= \sum_{sp=1}^{N_{sp}} V_{sp} \boldsymbol{\sigma}'_{sp} \mathbf{grad}(N_i)(\mathbf{x}_{sp}) - \sum_{fp=1}^{N_{fp}} (1 - n_{fp}) p_{fp} V_{fp} \mathbf{grad}(N_i)(\mathbf{x}_{fp}) \quad , \\
(\mathbf{f}_f^{int})_i &= - \sum_{fp=1}^{N_{fp}} n_{fp} V_{fp} p_f \mathbf{grad}(N_i)(\mathbf{x}_{fp}) \quad , \\
(\mathbf{F}_d)_i &= - \sum_{j=1}^{N_n} \sum_{fp=1}^{N_{fp}} \frac{m_{fp} n_{fp} g}{\kappa_{fp}} N_i(\mathbf{x}_{fp}) N_j(\mathbf{x}_{fp}) (\mathbf{v}_{fj} - \mathbf{v}_{sj}) \quad ,
\end{aligned}$$

wobei der Index p andeutet, dass die jeweilige Größe am p -ten Materialpunkt ausgewertet wird. Für die Diskretisierung werden, ähnlich wie bei der Finite-Elemente-Methode Ansatzfunktion N_i am i -ten Knoten des Gitters verwendet. Im Folgenden werden Rechtecksgitter mit jeweils 4 Knoten pro Element und lineare Ansatzfunktionen betrachtet. Die Berechnung des Porenwasserdrucks erfolgt durch die zeitliche Diskretisierung von Gleichung 3 mittels des Vorwärts-Euler-Verfahrens,

$$p_f^{t+\Delta t} = p_f^t - \frac{\Delta t}{n_f C_f} \left((1 - n_f) \mathbf{div}(\mathbf{v}_s) + n_f \mathbf{div}(\mathbf{v}_f) \right) . \quad (7)$$

4 Implementierung und Parallelisierung

Zur Lösung der diskretisierten Gleichungen 5a sowie 5b müssen zahlreiche Matrix-Vektor-Operationen durchgeführt werden. Hierzu wird als Programmierumgebung das Programm MATLAB verwendet, welches speziell für Operationen dieser Art entwickelt und optimiert wurde. Dabei können die komplizierten Gleichungen zur Berechnung der einzelnen Komponenten der Matrizen und Vektoren aus den Gleichungen 5a und 5b häufig in nur einer Zeilen implementiert

werden. Zusätzlich bietet MATLAB eine Parallelisierung des Codes an, wenn dieser in der richtigen (vektorierten) Form geschrieben ist. Dabei müssen keine zusätzlichen Direktiven verwendet werden. Auch die GPU-Parallelisierung erfolgt ohne komplexe Programmierbefehle und erlaubt es somit den Code trotz Effizienzsteigerung noch übersichtlich zu halten.

Nicht jede Methode lässt sich parallelisieren. Im Folgenden wird gezeigt warum und wie die vorgestellte Methode parallelisiert werden kann. Eine grundlegende Voraussetzung dafür ist die Verwendung von regelmäßigen Rechtecksgittern. Diese erlaubt es effizient die Lage der Materialpunkte im Gitter zu bestimmen. Im Folgenden bezeichnen wir die zweidimensionalen Koordinaten eines Materialpunktes mit (x_p, y_p) . Zusätzlich zu den Koordinaten müssen die Werte der Ansatzfunktionen und derer Ableitungen für jeden Materialpunkt gespeichert werden. Im Fall von Rechtecksgittern und linearen Ansatzfunktionen sind für jeden Materialpunkt immer genau 4 Ansatzfunktionen ungleich Null. Somit werden folgende Arrays für jeden Materialpunkt benötigt,

$$\mathbf{N}(x_p, y_p) = [N_1(x_p, y_p), N_2(x_p, y_p), N_3(x_p, y_p), N_4(x_p, y_p)] , \quad (8)$$

welches die 4 Funktionswerte der entsprechenden Ansatzfunktionen enthält sowie

$$\mathbf{dN}(x_p, y_p) = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi}(x_p, y_p) & \frac{\partial N_2}{\partial \xi}(x_p, y_p) & \frac{\partial N_3}{\partial \xi}(x_p, y_p) & \frac{\partial N_4}{\partial \xi}(x_p, y_p) \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta}(x_p, y_p) & \frac{\partial N_2}{\partial \eta}(x_p, y_p) & \frac{\partial N_3}{\partial \eta}(x_p, y_p) & \frac{\partial N_4}{\partial \eta}(x_p, y_p) \end{bmatrix} , \quad (9)$$

welches die jeweiligen Ableitungen der Ansatzfunktionen in x- und y-Richtung speichert. Unter Ausnutzung des Rechteckgitters können diese Arrays in jedem Zeitschritt parallel für alle Materialpunkte entsprechen folgender Abbildung in lokalen Koordinatensystem berechnet werden.

5 Benchmarking

Die Implementierung in MATLAB erlaubt es ohne größeren Aufwand den Code auch auf GPUs auszuführen. Dies ist häufig von Vorteil, da eine Grafikkarte mehrere tausend Rechenkerne besitzt. Im Folgenden wurde ein Benchmark basierend auf der eindimensionalen Wellenausbreitung im gesättigten Boden (Chmelnizkij et al, 2019) verwendet, um die sequentielle Implementierung für eine CPU mit der parallelen GPU-Implementierung zu vergleichen. Es wurden zwei unterschiedliche Diskretisierungen verwendet. Beim ersten Benchmark wurde ein Gitter mit 3002 Knoten und jeweils 4400 Materialpunkten für den Boden und das Porenfluid verwendet. Beim zweiten Benchmark wurden 30002 Knoten und jeweils 44000 Materialpunkte verwendet. Beide Benchmarks wurden für 10, 30 und 100 Zeitschritte ausgeführt. Die gewonnen Beschleunigungen der Berechnungen sind in der folgenden Abbildung dargestellt.

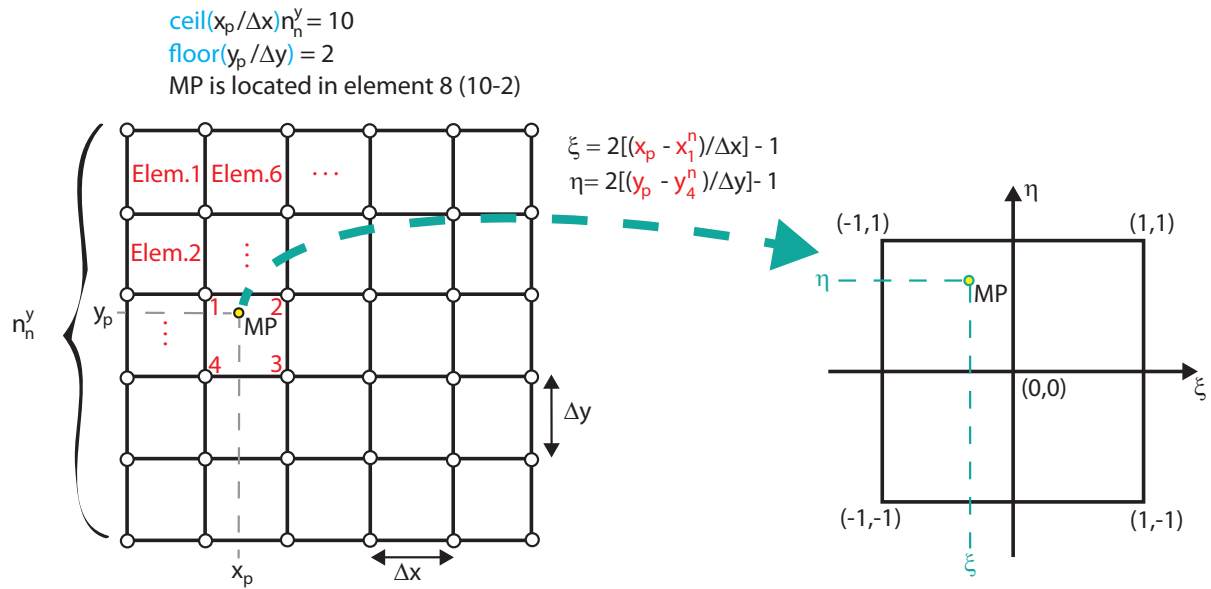


Abbildung 1: Bestimmung von N und dN für einen Materialpunkt:

1. Division der Koordinaten x_p und y_p durch die Schrittweiten Δx und Δy sowie Auswertung der *floor*- und *ceiling*-Funktionen zur Bestimmung der Lage im Gitter.
2. Koordinatentransformation ins lokale System.
3. Auswertung der Ansatzfunktionen und ihrer Ableitungen.

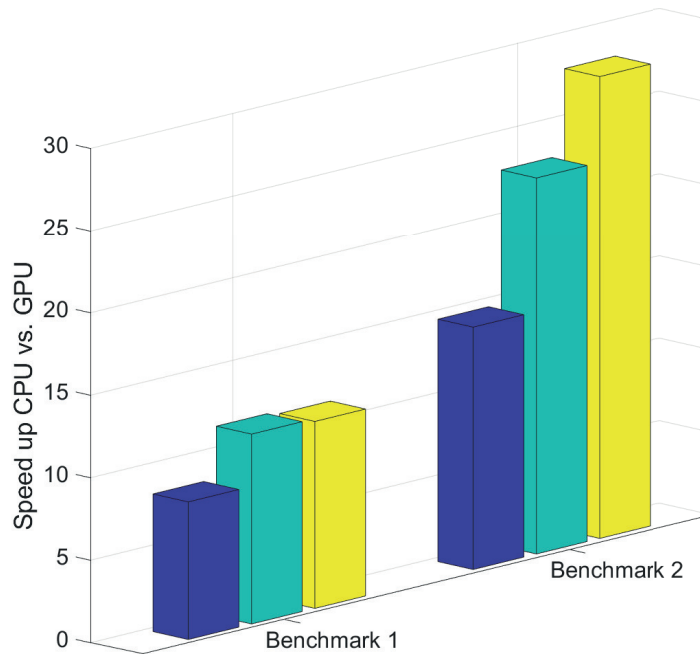


Abbildung 2: Beschleunigungsfaktor der GPU-Berechnungen im Vergleich zur sequentiellen CPU-Simulation. Die Farben der Säulen entsprechen jeweils 10 (blau), 30 (grün) und 100 (gelb) Zeitschritten.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorgestellte Methodik der Effizienzsteigerung lässt sich auch auf andere Ansatzfunktionen erweitern. dies ist wünschenswert, da numerische Probleme der linearen Ansatzfunktionen teilweise umgangen werden können. Verwendet man z.B. quadratische B-Splines als Ansatzfunktionen (Steffen et al, 2008) führt dies dazu, dass in den Arrays \mathbf{N} und \mathbf{dN} 9 statt 4 Ansatzfunktionen gespeichert werden müssen. Im Folgenden ist der Einfluss der unterschiedlichen Ansatzfunktionen für quadratische B-Splines schematisch dargestellt.

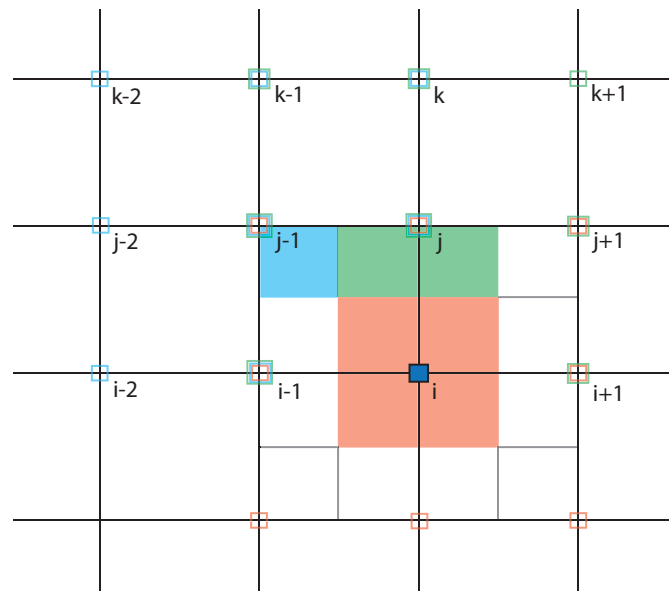


Abbildung 3: Einflussbereiche für Materialpunkte und Knoten. Befindet sich ein Materialpunkt im roten Bereich müssen alle rot markierten Knoten (kleine Quadrate) berücksichtigt werden. Dies gilt analog für den blauen und grünen Bereich.

Die Implementierung in MATLAB ermöglicht es zur weiteren Effizienzsteigerung den Code automatisch in die Hochsprache C++ mit der Programmierschnittstelle CUDA zu übersetzen. Somit wird ein kompilierfähiger Code für Grafikkarten erstellt, welcher ein größeres Beschleunigungspotential hat als der standardmäßiger Interpreter-Code in MATLAB.

Literatur

- [1] Verruijt, A. (2010). An introduction to soil dynamics. *Theory and Applications of Transport in Porous Media*. Vol. 24. Springer.
- [2] Więckowski, Z. (2013). Enhancement of the material point method for fluid-structure interaction and erosion. In: *Research project report Deltares*.

- [3] Steffen M., Wallstedt P., Guilkey, J., Kirby R. und Berzins M. (2008). Examination and analysis of implementation choices within the Material Point Method (MPM). In: *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences* 31:107–127.
- [4] Chmelniczki A., Ceccato, F., Grabe, J. und Simonini, P. (2019): 1D wave propagation in saturated soils: verification of two-phase MPM. In: *2nd International conference on the material point method for modelling soil-water-structure interaction. Cambridge, UK.*

Danksagung

Der Autor bedankt sich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung der hier vorgestellten Forschung im Rahmen des Forschungsprojekts GR 1024/45-1 "Lösung geotechnischer Randwertprobleme mit Wasser-Boden-Interaktion mittels der Double-Point-Material-Point Method (2P-MPM)".

Author

Dipl.-Math. Alexander Chmelniczki
Technische Universität Hamburg
Institut für Geotechnik und Baubetrieb
Harburger Schlossstraße 36
21079 Hamburg
Tel.: +49(0)40/42878-2091
Fax: +49(0)40/42878-3721
e-mail: alexander.chmelniczki@tuhh.de
Web: www.tu-harburg.de/gbt

Application of CFD-DEM at multiple scales: Combining resolved and unresolved models

Christoph Goniva, Marcel Kwakkel, Giovanni Viciconte, Christoph Kloss

Abstract: The jet grouting process is frequently applied in geotechnical engineering, but numerical simulation of the jet penetration into subsoil is a challenging task due to high velocity gradients and strong interactions between the sand particles and the water within the impingement region (erosion zone). The Discrete Element Method (DEM) coupled to Computational Fluid Dynamics (CFD-DEM) is a powerful tool for optimization and design of various particle processes. However, numerical modelling of typical “real-world” applications comes in general at enormous computational costs or rigorous model simplifications. Therefore, it is essential to have a code framework which is (i) suitable for parallel computing, (ii) scalable on large scale HPC infrastructure, and (iii) applies models that allow the highest overall physical accuracy for the available computational resources. Due to a lack of suitable erosion equations the jet grouting process requires a resolved (high-resolution) model around the erosion zone, while outside this zone unresolved models are sufficient. In this work a hybrid model is presented which allows to combine, and to dynamically select between, resolved (accurate) and unresolved (efficient) models.

1 Introduction

The jet grouting process, depicted in Figure 1, is frequently used in geotechnical engineering for the production of underpinnings and piles, reducing settlements of new and existing foundations, supporting open and underground excavations, and creating water cut-offs for dams. Using a high-pressure pump, a cutting jet of water or binder suspension is used at a pressure of approximately 500 bar to cut or erode the soil. Water or grout mixture are injected through a nozzle in the grout pipe, which is rotated continuously, and the radially propagating jet from the borehole axis erodes subsurface soil. For sands, the jet penetrates into soil pores to a certain extent and increases the pore water pressure significantly. The soil is fluidized and removed by the dragging action of the fluid.

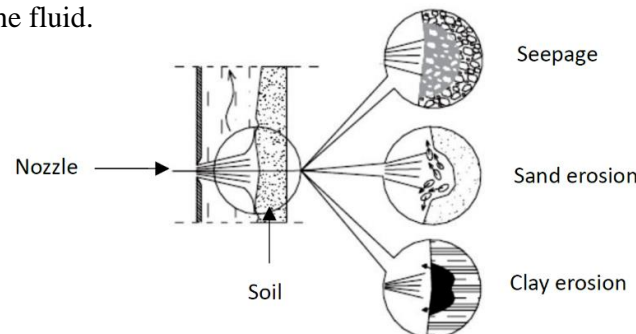


Figure 1: Interaction between a water jet and different soil types (Modoni et al., 2016)

This work focusses on the numerical modeling of jet-sand interactions. Such simulations have been performed earlier by (Bui et al., 2007; Kocak, 2017; Modoni et al., 2016; Stein, 2005), but all applied full continuum approaches. While such approaches might give some insight, they will in general not be as accurate as a multiscale approach. In this work a multiscale approach is applied: the sand is represented as particles which dynamics is tracked by the Discrete Element Method (DEM) and the fluid phase (water) dynamics by the Navier-Stokes equations (NSE) in the framework of continuum mechanics. How these two systems are coupled exactly depends on the scale between the particle size and the fluid cell size. If the particle size is much smaller than the fluid cell size an unresolved CFD-DEM is applied, while for the other extreme a resolved CFD-DEM is applied. While computationally less expensive, the unresolved method is preferred and sufficient whenever the underlying physics allows it. However, in regions with strong velocity gradients and high particle dynamics the resolved method is required to obtain accurate results, but at a high computational cost. In this work a hybrid multiscale approach is presented which dynamically adapts between the unresolved and resolved approach, thereby leading to an optimal physical accuracy for a certain computational cost.

2 Model description

To model the behavior of fine particle segregation in water we use the combination of Discrete Element Method (DEM), originally introduced by (Cundall & Strack, 1979) and computational fluid dynamics (CFD), to formulate the coupled CFD-DEM approach introduced by (Tsuji et al., 1992). The complete model framework is built on the open-source packages (*LIGGGHTS*, 2016) DEM software and (*CFDEMcoupling*, 2016) CFD-DEM software. This framework is able to handle complex geometries and boundaries. It is suitable for large scale parallel computing (several hundred computing cores) and has proven its applicability to a wide range of applications (*CFDEMcoupling*, 2016). A more complete description of the CFD-DEM model can be found in (Goniva et al., 2012).

2.1 Governing equations for the solid-phase (DEM)

The DEM resolves the granular medium at the particle scale, thus allowing realistic contact force chains and giving rise to phenomena induced by particle geometry combined with relative particle motion, such as particle segregation by percolation. All particles in the computational domain are tracked in a Lagrangian way, explicitly solving each particle's trajectory, based on the force and torque balances:

$$\mathbf{m}_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{F}_{p,n} + \mathbf{F}_{p,t} + \mathbf{F}_{p,f} + \mathbf{F}_{p,p} + \mathbf{F}_{p,v} + \mathbf{F}_{p,b} \quad (1)$$

$$\mathbf{I}_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \mathbf{r}_{p,c} \times \mathbf{F}_{p,t} + \mathbf{T}_{p,r} \quad (2)$$

Here $\mathbf{F}_{p,n}$ is the normal contact force, $\mathbf{F}_{p,t}$ the tangential contact force, $\mathbf{F}_{p,f}$ the drag force exerted from the fluid phase to the particles, $\mathbf{F}_{p,p}$ and $\mathbf{F}_{p,v}$ denote the pressure and viscous force acting on the particles. Other body forces like gravity, electrostatic or magnetic forces are lumped into $\mathbf{F}_{p,b}$. Each physical particle is represented by a sphere, the particles are allowed to overlap slightly by Δx_p and have the normal relative velocity at the contact point, $\Delta \mathbf{u}_{p,n}$. Using a spring-dashpot model the normal and tangential particle contact forces are calculated. The small-scale non-sphericity of the particles is modelled by a rolling friction model introducing an additional torque.

2.2 Governing equations for the liquid-phase flow (CFD)

The fluid phase can be modeled by an unresolved (computational efficient) or resolved (physically accurate) model, see Figure 2. Below the specifics of these two models are presented, after which the novel hybrid model – which combines their strengths – is explained in more detail.

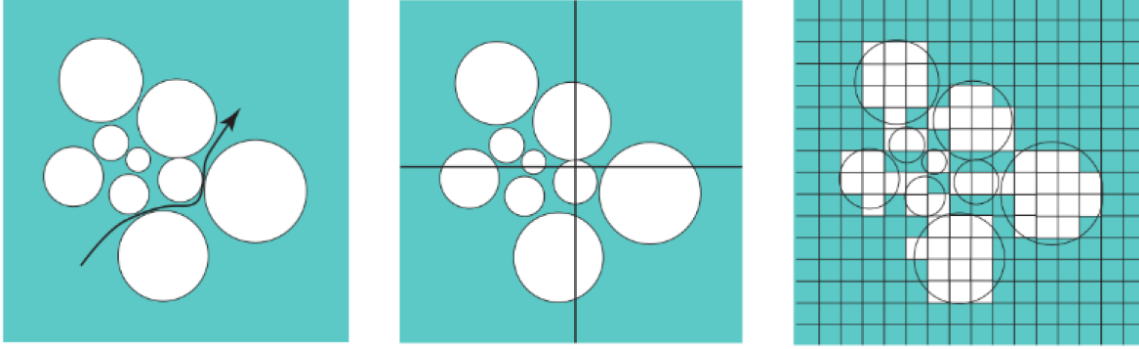


Figure 2: Flow of pore fluid through the soil skeleton (left) and schematic representation of unresolved CFD-DEM coupling (middle) and resolved CFD-DEM (right).

2.2.1 Unresolved model

If the fluid cells are larger than the average particle diameters (i.e., a fluid cell contains multiple – typically at least 3 – particles), the unresolved model is most preferable. On the fluid side the particles are represented via a void fraction term (non-zero in the whole domain), leading to the volume-averaged Navier-Stokes equations (Anderson & Jackson, 1967). The interaction force between fluid and granular phase comprises the impact of hydrodynamic forces such as for example drag and lift. For the calculation of the particle motion the DEM-equations are extended by an additional force term that represents the impact of the fluid presence. Depending on the flow situations, different drag force formulations are available (in this work the (Koch & Hill, 2001) drag model is applied). While computationally efficient, the interaction between the fluid and particles is only approximated. The resulting fluid equations, the so-called volume-averaged Navier-Stokes equations, can be written as (Zhou et al., 2010):

$$\frac{\partial(\rho_f \alpha_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \alpha_f \mathbf{u}_f) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho_f \alpha_f \mathbf{u}_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \alpha_f \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f) = -\alpha_f \nabla p + \mathbf{R}_{f,p} + \nabla \cdot (\alpha_f \boldsymbol{\tau}_f) \quad (4)$$

Here, α_f is the volume fraction occupied by the fluid, ρ_f is its density, \mathbf{u}_f its velocity, and $\boldsymbol{\tau}_f$ is the stress tensor for the fluid phase. $\mathbf{R}_{f,p}$ represents the momentum exchange with the particulate phase. The latter is calculated for each cell, where it is assembled from the particle-based drag forces, see Goniva et al. (2012) for more details. To solve this system of equations, proper initial and boundary conditions should be applied.

2.2.2 Resolved model

If the fluid cells are significantly smaller than the particles (i.e., typically if a particle is represented by approximately 10 fluid cells per particle diameter), the resolved model is – although computationally expensive – preferable. To account for the interaction between particles and fluid, boundary conditions are applied at the particle-fluid interface. This allows for an accurate

determination of the flow around each individual particle. To model the interaction between fluid and particles, in this work the Fictitious Domain Method (FDM) is applied (Shirgaonkar et al., 2009). In resolved CFD-DEM most interparticle-phenomena are depicted correctly without additional models. The resulting fluid equations, the incompressible Navier-Stokes equations, can be written as (Blais et al., 2016a, 2016b):

$$\rho_f \frac{\partial(\mathbf{u}_f)}{\partial t} + \rho_f (\mathbf{u}_f \cdot \nabla) \mathbf{u}_f = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_f \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0 \quad (6)$$

which are the fluid momentum and continuity equation, respectively. The coupling between fluid and particles is achieved by applying:

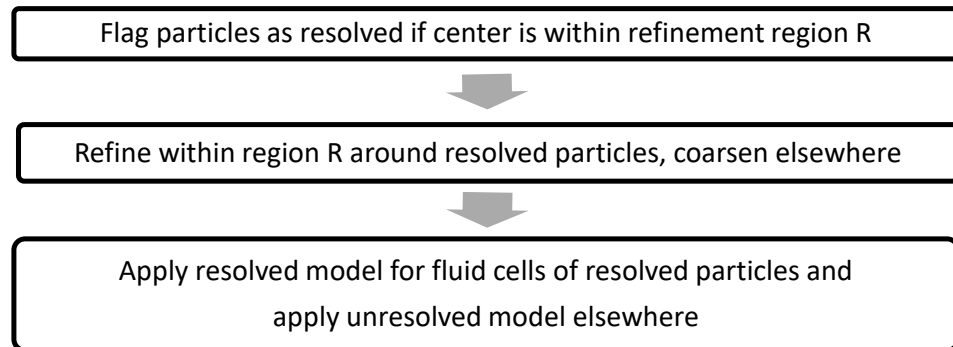
$$\mathbf{u}_f = \mathbf{u}_p \text{ within the particle volume} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_p = \mathbf{t}_p \text{ on the particle surface} \quad (8)$$

where \mathbf{n}_p and \mathbf{t}_p are the outer normal vector and the stress tensor at the particle surface, respectively. To solve this system of equations, proper initial and boundary should be applied, see (Hager et al., 2014; Municchi, Goniva, et al., 2016; Municchi, Radl, et al., 2016) for more details on the full algorithm.

2.2.3 Hybrid model

The hybrid model will dynamically select between the unresolved and resolved models based on the position of particles. First, a region R where the resolved model can be applied has to be defined, which is a static region in this work. If a particle center point is within this region R , the particle will be marked as being resolved. The fluid mesh around the resolved particles (and within the chosen refinement region) will automatically be refined (based on the void fraction value) up to a level that is sufficient for the resolved method (reach a certain number of fluid cells per particle diameter). Any already refined cells in the region R will be coarsened again if no particle is using them. For all fluid cells that are covered by a resolved particle the resolved model will be applied, while the unresolved model will be applied to the rest of the domain. In a flow diagram this process can be written as:



3 Model validation

To validate the hybrid model, several test cases have been simulated. First, the settling velocity of a single particle is compared for different models. Next, the pressure drop over a stack of particles is verified. Finally, a vertical water jet penetrating into a particle bed is shown.

3.1 Particle settling velocity

A single sphere is released in a closed domain (all boundaries are considered as slip walls; the surrounding fluid is at rest in the beginning) under the influence of gravity. Due to its density, which is higher than the density of the fluid, it starts settling. Its settling velocity is validated against the analytical solution and in between the different numerical models.

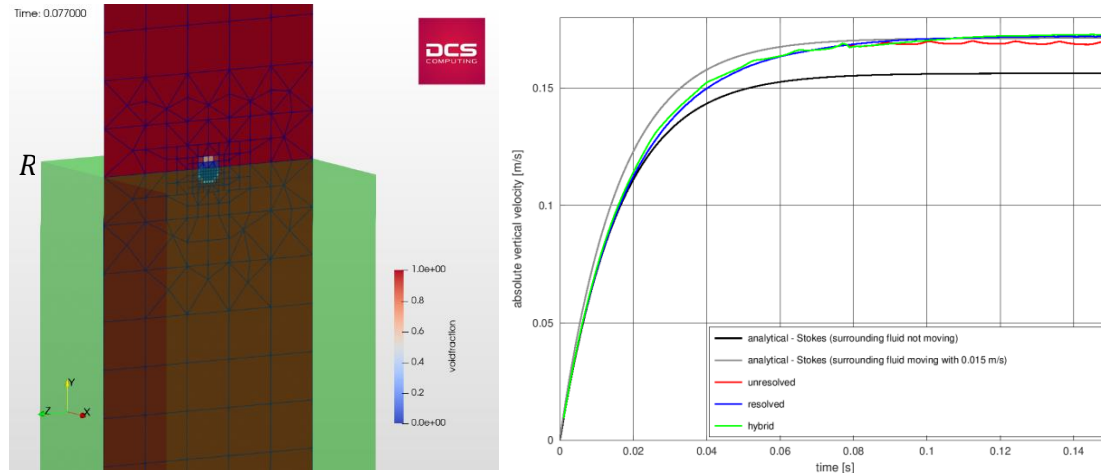


Figure 3: Slice of the void fraction field for the settling particle for the hybrid model (when the resolved model has been activated – which happens once the particle has entered the (green) refinement region R (left) and the settling velocity in time for different models (right).

The left image in Figure 3 shows a slice of the void fraction field when the resolved method is active, which happens once the particle center point is in the green refinement region R . The right image of Figure 3 shows the settling velocities as a function of time for different models. The analytical (Stokes) solution for a spherical particle in an infinite box depends on the assumptions made for the surrounding fluid velocity, as the relative velocity between particle and fluid determines the overall drag experienced by the particle. This effect is illustrated by the black and grey lines, where the surrounding fluid remains static for the first (black) and has a constant (downward) velocity for the second (grey). In reality the solution will lie between these extremes, which is indeed the case for all simulations shown: initially the black line is followed, but the terminal settling velocity matches better with the grey line. All simulations show similar results, where the hybrid result blends from the unresolved model (which is used up to $t=0.08s$) towards the resolved model (which is used afterwards). The smooth transition between the resolved and unresolved models is the main result here, as it shows one can dynamically change the underlying forcing model without introducing numerical instabilities.

3.2 Pressure drop over stacked particles

The pressure drop over a stack of 10 particles is simulated, where the lower 3 particles are resolved and the upper 7 are unresolved. The pressure at the bottom is fixed to be zero, and it is expected that the pressure drop becomes linear across this stack of particles. Figure 4 shows the drag on the particles, pressure field and the pressure profile along the centerline of the channel once the simulation has reached a steady-state. The pressure profile shows a small fluctuation around the transition point between the resolved and unresolved methods, but in general the profile remains rather linear.

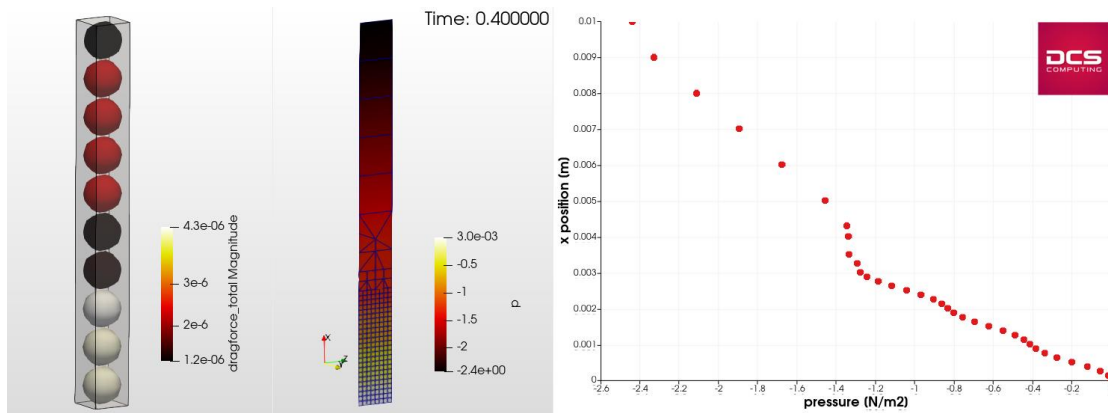


Figure 4: Drag force (magnitude) on each particle (left), pressure field with refinement shown (middle) and (centerline) pressure profile across the stack at steady-state (right).

3.3 Jet penetrating a particle bed

This test case shows the feasibility of modeling a sphere packing that interacts with a (vertical) water jet, which is already more towards the indented application for the hybrid model. The challenge here are the computational costs: for accurate results around 10^3 cells per particle are required, which limits the number of particles to the order of magnitude of 10^4 . Regarding DEM, however, a particle number in the range of millions are possible with the same computing capacity. Furthermore, such particle numbers are also necessary for being able to simulate the jet grouting process.

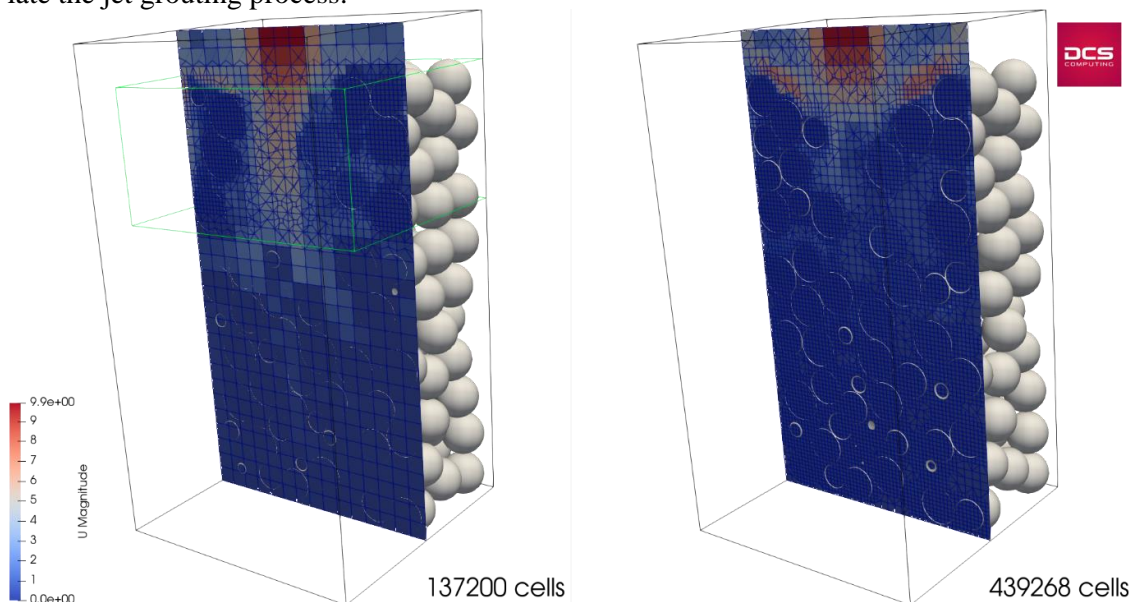


Figure 5: Comparison of the meshes and velocity fields (slice) for the hybrid (left, refinement within the green box) and resolved (right) models for a vertical water jet penetrating into a particle bed (334 particles with a diameter of 1mm each).

Figure 5 shows the simulation of a vertical water jet penetrating into a particle bed (334 particles with a diameter of 1mm each) for the hybrid (left) and resolved (right) models. The water jet has a velocity of 10 m/s and the Reynolds number based on the jet diameter is 1000. The hybrid model ensures that the incompressible fluid flow field around the particles within the (fixed)

green box is fully resolved, while rest of the domain remains unresolved. The hybrid simulation domain consists of 137200 fluid cells, while the resolved simulation domain requires more than 3 times as many: 439268 fluid cells. Therefore, as the computational cost of the hybrid model is significantly lower than the fully resolved model, it can also be applied to setups with larger particle counts.

4 Conclusions & outlook

In this work a hybrid resolved/unresolved model has been presented, which dynamically (based on the particle location) determines for each particle if it needs to be resolved or not. If it is unresolved, the fluid cell mesh is coarse and the particle drag is modeled accordingly. On the other hand, if the particle is within the region where refinement is allowed, the fluid cells occupied by it will be refined. The maximum refinement level (fluid cells per particle diameter) can be defined by the user, but should be sufficient to accurately apply the direct forcing in the fluid equations. While the unresolved and resolved models have been validated independently, the main focus lies on the region/boundary where the change between the two is made. Due to the fact that the underlying modeling techniques are fundamentally different, some fluctuations at the boundary are to be expected. Nevertheless, the validation cases show that the new hybrid model can dynamically adjust the applied forcing model, without any numerical instabilities. By ensuring that the unresolved/resolved boundary is outside a region with large physical fluctuations, the overall error here is expected to be negligible. The water jet penetration test case shows that the hybrid model can also be applied to more complex simulation setups. By making the refinement region for the hybrid model dynamic (depend on a user definable physical property), the resolved model will be applied to regions where it is required to ensure accurate physical results. The latter is planned for the next phase of this project.

Acknowledgements

We thank the Austrian Science Fund (FWF) for funding this research in part by project 5165N.

References

- [1] Anderson, T. B., & Jackson, R. (1967). Fluid Mechanical Description of Fluidized Beds. Equations of Motion. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 6(4), 527–539. <https://doi.org/10.1021/i160024a007>
- [2] Blais, B., Lassaigne, M., Goniva, C., Fradette, L., & Bertrand, F. (2016a). A semi-implicit immersed boundary method and its application to viscous mixing. *Computers & Chemical Engineering*, 85, 136–146. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2015.10.019>
- [3] Blais, B., Lassaigne, M., Goniva, C., Fradette, L., & Bertrand, F. (2016b). Development of an unresolved CFD–DEM model for the flow of viscous suspensions and its application to solid–liquid mixing. *Journal of Computational Physics*, 318, 201–221. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.05.008>
- [4] Bui, H. H., Sako, K., & Fukagawa, R. (2007). Numerical simulation of soil–water interaction using smoothed particle hydrodynamics (SPH) method. *Journal of Terramechanics*, 44(5), 339–346. <https://doi.org/10.1016/j.jterra.2007.10.003>

- [5] *CFDEMcoupling*. (2016). <http://www.cfdem.com>
- [6] Cundall, P. A., & Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1), 47–65. <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>
- [7] Goniva, C., Kloss, C., Deen, N. G., Kuipers, J. A. M., & Pirker, S. (2012). Influence of rolling friction on single spout fluidized bed simulation. *Particuology*, 10(5), 582–591. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2012.05.002>
- [8] Hager, A., Kloss, C., Pirker, S., & Goniva, C. (2014). Parallel Resolved Open Source CFD-DEM: Method, Validation and Application. *The Journal of Computational Multiphase Flows*, 6(1), 13–27. <https://doi.org/10.1260/1757-482X.6.1.13>
- [9] Kocak, B. (2017). *Zur numerischen Modellierung von hydraulisch-mechanisch gekoppelten Prozessen in gesättigten granularen Böden mittels smoothed particle hydrodynamics* [Thesis, Technische Universität Hamburg-Harburg]. <https://tore.tuhh.de/handle/11420/5858>
- [10] Koch, D. L., & Hill, R. J. (2001). Inertial Effects in Suspension and Porous-Media Flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 33(1), 619–647. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.33.1.619>
- [11] *LIGGGHTS*. (2016). <http://www.liggghts.com>
- [12] Modoni, G., Wanik, L., Giovinco, G., Bzówka, J., & Leopardi, A. (2016). Numerical analysis of submerged flows for jet grouting. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Ground Improvement*, 169(1), 42–53. <https://doi.org/10.1680/grim.14.00012>
- [13] Municchi, F., Goniva, C., & Radl, S. (2016). *Development of closure models for unresolved particle simulations of heat and mass transfer in dense particle beds using CPPPO: a library for fast parallel data filtering*. 5.
- [14] Municchi, F., Radl, S., & Goniva, C. (2016, March 14). *A Hybrid Fictitious Domain-Immersed Boundary Method for the Direct Simulation of Heat and Mass Transport in Fluid-Particle Systems*.
- [15] Shirgaonkar, A. A., MacIver, M. A., & Patankar, N. A. (2009). A new mathematical formulation and fast algorithm for fully resolved simulation of self-propulsion. *Journal of Computational Physics*, 228(7), 2366–2390. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.12.006>
- [16] Stein, J. (2005). *Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Düsenstrahlverfahren*. Technische Universität Hamburg-Harburg Geotechn. u. Baubetrieb.
- [17] Tsuji, Y., Tanaka, T., & Ishida, T. (1992). Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe. *Powder Technology*, 71(3), 239–250. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(92\)88030-L](https://doi.org/10.1016/0032-5910(92)88030-L)
- [18] Zhou, Z. Y., Kuang, S. B., Chu, K. W., & Yu, A. B. (2010). Discrete particle simulation of particle–fluid flow: Model formulations and their applicability. *Journal of Fluid Mechanics*, 661, 482–510. <https://doi.org/10.1017/S002211201000306X>

Author

Dr. Christoph Goniva
DCS Computing GmbH
Industriezeile 35
4020 Linz
e-mail: office@dcs-computing.com
Web: www.aspherix-dem.com

Design by Topology Optimization: Challenges in Contact, Uncertainty and Dynamics

Robert Seifried, Timo Schmidt, Benedikt Kriegesmann

Abstract: This talk gives an overview of recent trends and challenges in topology optimization. The main focus is on topology optimization including contact, uncertainty treatment and topology optimization of flexible bodies in dynamical systems.

1 Introduction

Topology optimization method is a powerful tool for designing lightweight structures. This method tries to find the best distribution of material in a fixed design space. Therewith, this method allows for any formation of material inside the specified domain. Due to major advances of 3D-printing technologies over the last two decades, topology optimization have become more and more important.

2 Topology optimization

The main idea in topology optimization is to optimize a component inside a prescribed design space. In doing so, the design space is discretized into finite elements, where the normalized densities of all finite elements form the design variable vector $\boldsymbol{\rho} \in [0,1]$ of the optimization. The design variables in turn are linked to the element's Young's modulus with the Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP) approach (Bendsøe 1989; Bendsøe u. a. 2013). The SIMP approach states, that the Young's modulus of the i -th element of a linear-elastic material is

$$\bar{E}_i = \bar{E}_{\min} + \rho_i^p (\bar{E}_{\max} - \bar{E}_{\min}), \quad \text{with } \rho_i \in [0,1], \quad (1)$$

where $p = 3$ is the penalization factor. The Young's modulus of the void ($\rho_i = 0$) is defined as \bar{E}_{\min} and \bar{E}_{\max} corresponds to the Young's modulus of a completely filled finite element ($\rho_i = 1$). Additionally, a penalization approach for the physical density of the i -th element is often used for dynamical systems, such as flexible multibody systems (Olhoff u. a. 2009; Held u. a. 2016).

The physical density of the element is defined as

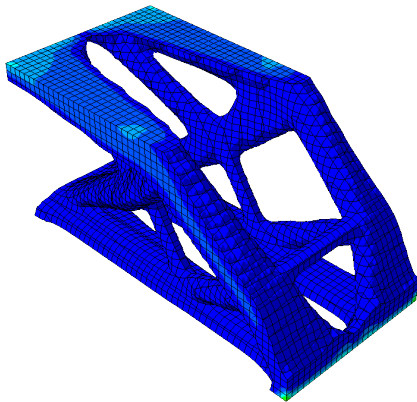
$$\bar{\rho}_i = \begin{cases} \bar{\rho}_{\min} + \rho_i^q (\bar{\rho}_{\max} - \bar{\rho}_{\min}) & \rho_i < 0.1 \\ \bar{\rho}_{\min} + \rho_i (\bar{\rho}_{\max} - \bar{\rho}_{\min}) & \rho_i \geq 0.1 \end{cases} \quad (2)$$

where $\bar{\rho}_{\min}$ is the physical density of the void, $\bar{\rho}_{\max}$ is the physical density of material and q is the penalization factor. With both the Young's modulus and the physical density of all finite elements, the mass and stiffness matrix of the component can be computed and its equilibrium equations or its linear momentum depend on the design variables (ρ). As a result, the topology optimization problem can be written as

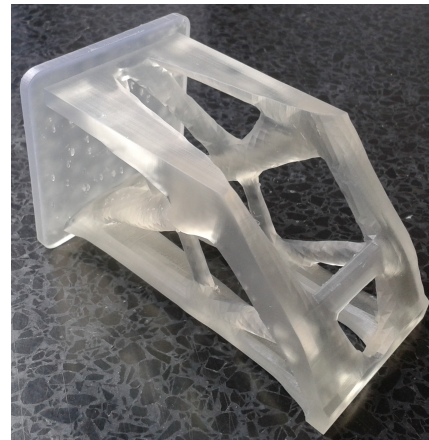
$$\begin{cases} \min_{\rho} c(\rho) \\ \text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{h}(\rho) = \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\rho) \leq \mathbf{0} \\ 0 < \rho_i < 1 \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

In Eq. (3), an objective c (e.g. the compliance) is minimized, while the equality constraints $\mathbf{h}(\rho) = \mathbf{0}$ (e.g. equilibrium equations) and the inequality constraints $\mathbf{g}(\rho) \leq \mathbf{0}$ (e.g. volume constraint) must be satisfied. The computation of the constraints and the objective can be numerically costly, since equilibrium equations (statics) or differential equations (dynamics) must be solved for every iteration of the optimization. Hence, the usage of gradient based optimization approaches is crucial to solve the optimization problem in reasonable time. Therefore, all constraints as well as the objective must be differentiated with respect to the design variables, which can be done efficiently with the help of adjoint methods (Bestle 1994; Lauß u. a. 2018). Last, filter techniques are widely used, to avoid checkerboarding phenomena. An overview of different filters is provided in Sigmund (2007).

An example of a cantilever beam design by topology optimization is show in fig. 1, where both, the computed optimized design, as well as the 3D printed cantilever are presented.



(a) Optimized design.



(b) 3D-printed design.

Figure 1: Topology optimization of a cantilever beam.

3 Topology optimization considering contact

Numerical optimization is based on modelling assumptions, that in turn impact the optimized design. Hence, the optimized component might not perform as expected in application, because effects such as the unilateral characteristic at the contact surface between the optimized component and the support structure have been neglected. Strömberg u. a. (2010) introduced a framework for contact-constrained topology optimization, which is extended to address such problems. In doing so, neglected effects such as friction and joint clearance are considered, which have a significant impact on the optimized design. This is shown in fig. 2, where the testing example of Strömberg u. a. (2010) is computed for different shaft radii.

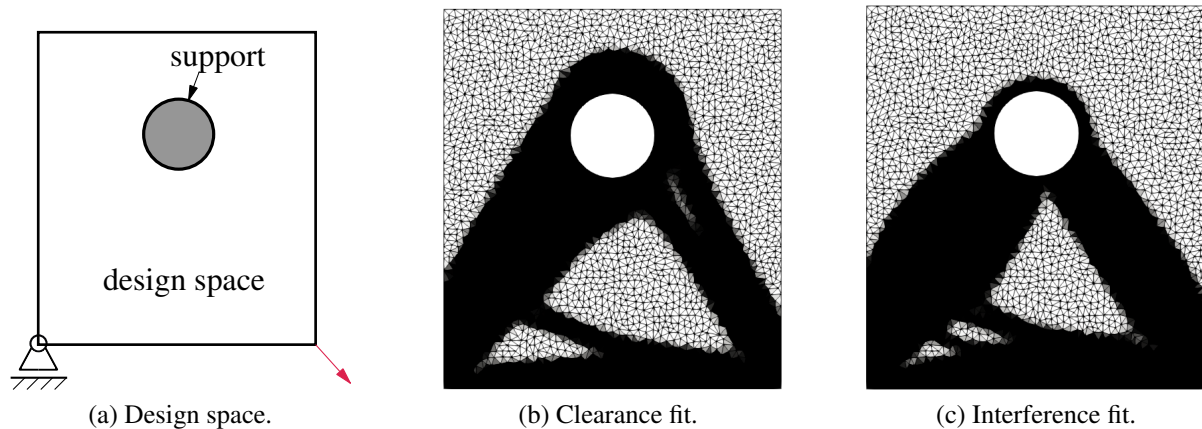


Figure 2: Testing example of Strömberg et al. (2010) for different support radii.

4 Topology optimization under uncertainty

Optimized designs tend to be sensitive with respect to variations of input parameters such as loads, material properties or geometry. Robust topology optimization aims at reducing the variability of the structural response (e.g. the compliance) induced by random input parameters. This can be achieved by replacing the objective (3) by the following objective function.

$$\min_{\rho} \mu_c(\rho) + \kappa \sigma_c(\rho) \quad (4)$$

Here, μ_c is the mean and σ_c the standard deviation of the structural response (e.g. the compliance). A straightforward way to determine the mean and standard deviation is to perform a Monte Carlo simulation in each optimization iteration (Lazarov u. a. 2012). This however increases the computational cost by factor 1000 (or more).

Kriegesmann u. a. (2019) developed an approach based on the first-order second-moment method that allows running robust topology optimizations at the cost of factor two of deterministic optimization. Fig. 3a shows a design space and boundary conditions for which the deterministic optimal design is shown in fig. 3b. The result of a robust design optimization using the approach

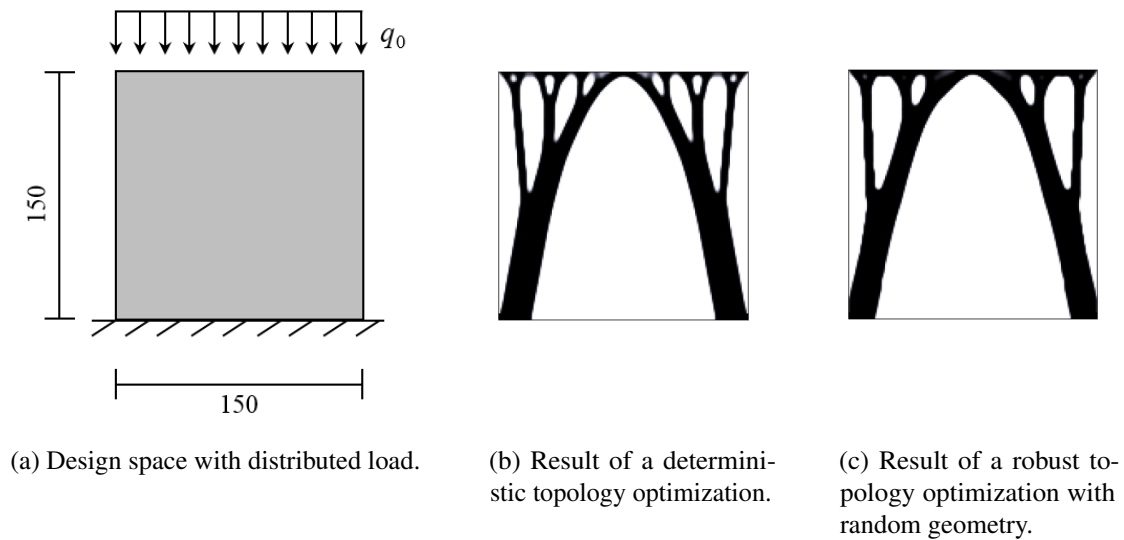


Figure 3: Comparison of deterministic and robust topology optimization.

of Kriegesmann u. a. (2019) is shown in fig. 3c. Here, the geometry of the structure is considered as random using the approach as proposed by Lazarov u. a. (2012). While the deterministically optimized design has a mean compliance of 984 and a standard deviation of 20.9, the robust design has a mean compliance of 1043 and the standard deviation reduced to 11.8.

5 Topology optimization of dynamical systems

The field of lightweight structural design has been the focus of many researches as the reduction of mass results in energy efficiency and cost reduction. It is specially important in design of active multibody dynamic systems where energy consumption is often a crucial parameter. However, reduction of mass in flexible multibody systems reduces the stiffness of flexible parts which increases undesired deformations in the dynamic system. These deformations are a point of concern specially in high speed and high precision machines. Therefore, it is necessary to use optimization methods to reduce the mass in a dynamic system without impairing its performance.

So far, topology has been mostly applied for static applications. In dynamic application it has been mostly used to influence the structure's eigenfrequencies. In contrast, topology optimization problem for flexible mechanisms and multibody systems is a new field of research. An overview of approaches of the optimization of flexible systems is given by Tromme u. a. (2018). In these dynamical systems the topology optimization is based on transient simulation of the flexible multibody systems. The necessary steps in the topology optimization of elastic bodies in flexible multibody systems include in each step, the SIMP-update of an underlying FE-model of the body, model reduction of the FE-model, inclusion and time simulation of the complete flexible multibody system and computation of the gradients of the objective function. The later one might be very burdensome due to the highly nonlinear nature of the flexible multibody system. For efficient computation of the gradient for these fully coupled problems, the adjoint variable

methods are most suitable (Held 2021; Azari Nejat u. a. 2020). The gradient computation can be significantly simplified if a weakly coupled approach is used, however this might only work if inertia loads of the systems are of minor importance (Moghadasi u. a. 2018).

Bibliography

- [1] A. Azari Nejat, A. Moghadasi, and A. Held. “Adjoint sensitivity analysis of flexible multibody systems in differential-algebraic form”. In: *Computers & Structures* 228 (2020), p. 106148. ISSN: 0045-7949.
- [2] M. P. Bendsøe. “Optimal shape design as a material distribution problem”. In: *Structural Optimization* 1 (4 1989), pp. 193–202. ISSN: 0934-4373. DOI: 10.1007/BF01650949.
- [3] M. P. Bendsøe and O. Sigmund. *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. 2nd ed. Springer Science and Business Media, 2013. ISBN: 978-3-642-07698-5. DOI: 10.1007/978-3-662-05086-6.
- [4] D. Bestle. *Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen*. Springer, 1994. ISBN: 978-3-642-52353-3. DOI: 10.1007/978-3-642-52352-6.
- [5] A. Held. “On design sensitivities in the structural analysis and optimization of flexible multibody systems”. In: *Multibody system dynamics* 54 (2021), pp. 53–74. ISSN: 1573-272X. DOI: 10.15480/882.3908.
- [6] A. Held, C. Nowakowski, A. Moghadasi, R. Seifried, and P. Eberhard. “On the influence of model reduction techniques in topology optimization of flexible multibody systems using the floating frame of reference approach”. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 53 (1 2016), pp. 67–80. DOI: 10.1007/s00158-015-1302-4.
- [7] B. Kriegesmann and J. K. Lüdeker. “Robust compliance topology optimization using the first-order second-moment method”. en. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 60.1 (2019), pp. 269–286. ISSN: 1615-1488. DOI: 10.1007/s00158-019-02216-8.
- [8] T. Lauß, S. Oberpeilsteiner, W. Steiner, and K. Nachbagauer. “The discrete adjoint method for parameter identification in multibody system dynamics”. In: *Multibody System Dynamics* 42 (4 2018), pp. 397–410. ISSN: 1384-5640. DOI: 10.1007/s11044-017-9600-9.
- [9] B. S. Lazarov, M. Schevenels, and O. Sigmund. “Topology optimization with geometric uncertainties by perturbation techniques”. en. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 90.11 (2012), pp. 1321–1336. ISSN: 1097-0207. DOI: 10.1002/nme.3361.
- [10] A. Moghadasi, A. Held, and R. Seifried. “Topology optimization of members of flexible multibody systems under dominant inertia loading”. In: *Multibody system dynamics* 42.4 (2018), pp. 431–446. ISSN: 1384-5640.
- [11] N. Olhoff and J. Du. “On Topological Design Optimization of Structures Against Vibration and Noise Emission”. In: *Computational Aspects of Structural Acoustics and Vibration*. Ed. by G. Sandberg and R. Ohayon. Vienna: Springer Vienna, 2009, pp. 217–276. ISBN: 978-3-211-89651-8. DOI: 10.1007/978-3-211-89651-8_5.

- [12] O. Sigmund. “Morphology-based black and white filters for topology optimization”. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 33 (4-5 2007), pp. 401–424. ISSN: 1615147X. DOI: 10.1007/s00158-006-0087-x.
- [13] N. Strömberg and A. Klarbring. “Topology optimization of structures in unilateral contact”. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 41 (1 2010), pp. 57–64. ISSN: 1615147X. DOI: 10.1007/s00158-009-0407-z.
- [14] E. Tromme, A. Held, P. Duysinx, and O. Brüls. “System-Based Approaches for Structural Optimization of Flexible Mechanisms”. In: *Archives of computational methods in engineering* 25.3 (2018), pp. 817–844. ISSN: 1134-3060.

Authors

Prof. Dr.-Ing. Robert Seifried
Technische Universität Hamburg
Institut für Mechanik und Meerestechnik
EiBendorfer Straße 42
21073 Hamburg
e-mail: robert.seifried@tuhh.de
Web: www.tuhh.de/mum

Timo Schmidt
Technische Universität Hamburg
Institut für Mechanik und Meerestechnik
EiBendorfer Straße 42
21073 Hamburg
e-mail: timo.schmidt@tuhh.de
Web: www.tuhh.de/mum

Prof. Dr.-Ing. Benedikt Kriegesmann
Technische Universität Hamburg
Institut für Strukturmechanik im Leichtbau
EiBendorfer Straße 40
21073 Hamburg
e-mail: benedikt.kriegesmann@tuhh.de
Web: www.tuhh.de/sml

Erste Ansätze zur Scherfugenverfestigung geotechnischer Konstruktionen mittels Scherfugenverfestigung

Elnaz Hadjiloo, Jürgen Grabe

Abstrakt: Um einen kritischen Versagensmechanismus zu verhindern, ist es möglich, potentiell auftretende Scherfugen unter geotechnischen Konstruktionen zu verfestigen (patentierte Idee). Die Lokalisierung von potentiellen bzw. wahrscheinlichen Scherfugen kann berechnet werden. Bevor sich eben diese Scherfugen ausbilden, können diese an dem Ort, wo sie sich rechnerisch ausbilden würden, durch beispielsweise das Injizieren einer Zementsuspension verstärkt werden. Diese Maßnahme ermöglicht es grundsätzlich, die Tragfähigkeit von geotechnischen Konstruktionen mit einem geringen Materialeinsatz zu erhöhen. In diesem Beitrag werden verschiedene, implementierte Verfestigungskriterien sowie beispielhaft visuelle Simulationsergebnisse der Scherfugenverfestigung basierend bezogen auf ein Streifenfundament dargestellt.

1 Einleitung

Durch das Einwirken äußerer Lasten bilden sich im Boden dünne Scherzonen bzw. Scherfugen aus, deren Lage und Scherfestigkeit die Traglast geotechnischer Konstruktionen bestimmen. Bekanntlich handelt es sich bei den Scherzonen um die schwächsten Zonen unter einer geotechnischen Konstruktion, entlang derer ein Versagen auftreten kann. Um die Traglast einer geotechnischen Konstruktion zu erhöhen, kommen üblicherweise Bauelemente zum Einsatz, welche die Scherzone durchkreuzen. Beispiele für solche Bauelemente sind Pfähle, Mikropfähle, Geotextilien, Anker sowie Bodennägel. Eine andere Art, die Traglast zu erhöhen, ist, die mechanischen Eigenschaften des Bodens zu erhöhen. Hierzu gehört die Methode der Scherfugenverfestigung, welche eine patentierte Idee von der Technischen Universität Hamburg darstellt (Grabe & Pucker 2012). Die Idee hinter der Methode der Scherfugenverfestigung ist, durch die Verfestigung der wahrscheinlichsten Scherfugen die Ausbildung eben dieser zu verhindern. Bei den wahrscheinlichsten Scherfugen handelt es sich um diejenigen Scherfugen, die sich bei der geringsten äußeren Last verglichen mit anderen Scherfugen, einstellen würden. Dadurch, dass diese sich durch die Verfestigung nicht mehr ausbilden können, sind zwangsläufig nur noch Scherfugen möglich, die sich bei einer höheren, äußeren Last einstellen würden, was wiederum die Erhöhung der Tragfähigkeit einer Konstruktion zur Folge hat. Die folgenden Abbildungen visualisieren dieses Prinzip.

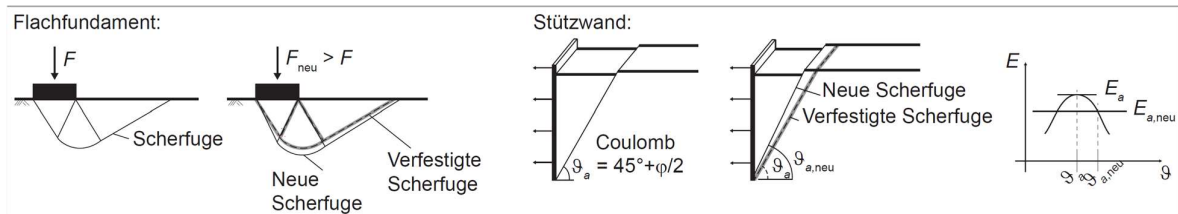


Abbildung 1: Prinzip der Scherfugenverfestigung nach Seitz (2018) modifiziert

2 Numerische Berechnungen zur Scherfugenverfestigung

2.1 Stand der Forschung

Im Rahmen des DFG Forschungsvorhabens „Traglaststeigerung geotechnischer Konstruktionen durch Scherfugenverfestigung“ wurde von Seitz (2018) zunächst die Lage von Scherfugen sowie die Traglast durch das kommerzielle Programm OptumG2 basierend auf einem linear-elastischen Stoffmodell bestimmt, wobei die Berechnungen auf der Finite-Elemente-Analyse (FELA) beruhen, bei der die Traglast durch die Berechnung einer statischen Unterschranke und einer dynamischen Oberschranke eingrenzt wird. Als analytische Referenzgröße für die Traglast hat Seitz (2021) die Arbeit bzw. Berechnung von Hjiat et al. (2005) herangezogen. Die FELA-Berechnung in OptumG2 wurde von Seitz (2018) dazu verwendet, den Prozess der Scherfugenverfestigung automatisiert zu simulieren und die Traglasten zu berechnen, wobei dieses automatisierte Verfahren auf einer Kopplung zwischen OptumG2 und MATLAB beruht. Mithilfe von MATLAB wird dabei die Verteilung der sogenannten Scherdissipation aus OptumG2 ausgelesen und auf Basis dessen werden die zu verfestigenden Materialpunkte im Modell festgelegt. Hieraus wird eine neue Eingabedatei mit den verfestigten Punkten erzeugt und die FELA wird in OptumG2 neu angestoßen. Bei der Scherdissipation D_s handelt es sich um die Summe des Skalarproduktes aus dem Spannungsdeviatorortensor s_{ij} und dem plastischen Verzerrungsinkremententensor $d \in_{ij}^p$ gemäß folgender Gleichung:

$$D_s = \int_V s_{ij} d \in_{ij}^p dV \quad (1)$$

Bei der Scherdissipation handelt es sich um ein plastisches Maß, welches programmintern zur Identifizierung der Lage von Scherfugen in OptumG2 verwendet wird. Aktuell wird im Rahmen des DFG Forschungsvorhabens „Traglaststeigerung geotechnischer Konstruktionen durch Scherfugenverfestigung“ die Methode der computerbasierten Scherfugenverfestigung von den Autoren dieses Beitrags weiterentwickelt, indem eine Kopplung mit höherwertigen Stoffmodellen unter Verwendung des kommerziellen Programms ABAQUS vorgenommen wird.

2.2 Aktuelle Methodik

Als höherwertiges Stoffmodell wird das hypoplastische Stoffmodell nach von Wolffersdorf (1996) unter Berücksichtigung der Materialtransition von Boden zu Beton nach Pucker (2013) in einer durch die Autoren dieses Beitrags modifizierten Form verwendet. Dieses Stoffmodell ist in der Lage, sowohl Sand als auch Beton und Zwischenmaterialien abzubilden, wobei dem Stoffmodell die Grenzbedingung nach Matsuoaka und Nakai zugrundeliegt. Der Übergang zwischen den Materialien ist dabei stetig und wird über einen Interpolationsparameter k gere-

gel (Pucker, 2013). Die Berechnungen werden mithilfe des kommerziellen Programm ABAQUS/Standard (FEM) durchgeführt, wobei das genannte Stoffmodell als Usersubroutine eingebunden wird. Um die Verfestigung von Scherfugen in ABAQUS implementieren zu können, werden vier verschiedene Verfestigungskriterien festgelegt. Die Verfestigungskriterien werden dabei in das verwendete Stoffmodell implementiert, sodass die Verfestigung abaqusintern erfolgt.

2.2.1 Verfestigungskriterien

Da als höherwertiges Stoffmodell ein hypoplastisches Stoffmodell verwendet wird und dieses bekanntlich keinen klassischen, plastischen Bereich hat, kann als Verfestigungskriterium keine Scherdissipation in der Form aus Gl. (1) verwendet werden. Stattdessen wird die Scherdissipation, die ein Maß für die geleistete Scherarbeit ist, als Summe des Skalarproduktes aus dem Spannungsdeviatorortensor s_{ij} und Deviatordehnungsinkremententensor $d \epsilon_{ij}^{dev}$ gemäß Gleichung (2) verwendet:

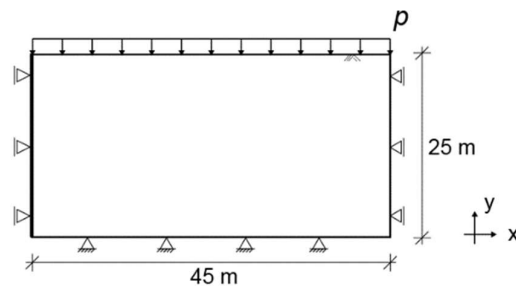
$$Ds^{hyp} = \int_V s_{ij} d \epsilon_{ij}^{dev} dV \quad (2)$$

Der Interpolationsparameter k , der nach Pucker (2013) die Materialtransition von Sand zu Beton bestimmt, wird hierbei als Funktion der Scherdissipation Ds^{hyp} definiert, wobei sich ein quadratischer Zusammenhang zwischen dem Interpolationsparameter sowie der Scherdissipation rechnerisch robuster als ein linearer Zusammenhang erwiesen hat.

Weiterhin wurde der mobilisierte Reibungswinkel als Spannungsmaß und Verhältnis von Normal- zu Schubspannungen implementiert. Als drittes Verfestigungskriterium wurde der das Verhältnis von vorhandenem Schubdehnungsmaß zum maximal möglichen Schubdehnungsmaß implementiert, wobei die maximal mögliche Schubdehnung durch eine Vorabsimulation ohne Verfestigungskriterium ausgelesen wird. Als ein weiteres Maß wurde das im hypoplastischen Stoffmodell nach von Wolffersdorf (1996) bzw. nach Pucker (2013) beschriebene Maß der Nichtlinearität y bzw. Y , welches die Position des Spannungszustands in Bezug auf die Grenzbedingung nach Matsuoka und Nakai beschreibt, in Abhängigkeit vom Interpolationsparameter k als Verfestigungskriterium verwendet.

3 Anwendung

Die in Abschnitt 2.2.1 genannten Verfestigungskriterien wurden in die verwendete Stoffroutine (UMAT) implementiert. Im Folgenden werden beispielhaft die visuellen Ergebnisse des Verfestigungskriteriums der Scherdissipation nach Gleichung (2) dargestellt.



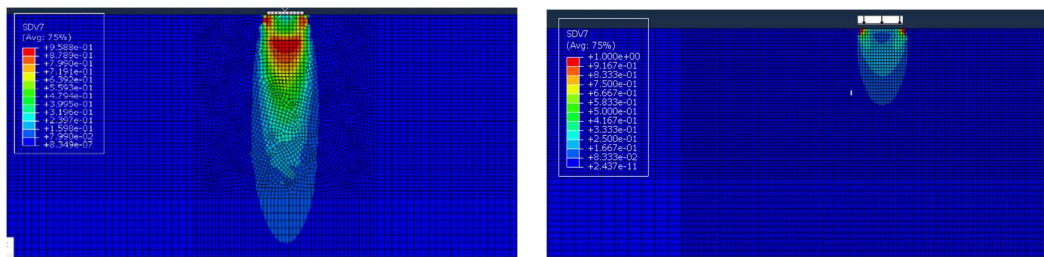


Abbildung 2: Visuelle Ergebnisse eines Streifendundamentes (unten links) und ohne Fundament (unten rechts); verwendetes, numerisches Modell (oben)

In der Abbildung 2 links unten ist erkennbar, dass sich die Verfestigungspunkte am Beginn der Scherfuge unter den Fundamentecken sowie im unteren Bereich ansammeln. Dies entspricht visuell einer partiellen Verfestigung einer Scherfuge, wie sie in der aktiven Rankinezone erwartet wird. Die maximalen Verfestigungswerte befinden sich jedoch an den Fundamentecken am Beginn der Scherfuge. Auf der rechten Seite unten ist ein analoges numerisches Modell zu sehen, jedoch ohne das zugehörige Fundament, sondern nur unter einer vertikalen Streckenlast. Die Simulation ohne das eigentliche Fundament ist für Untersuchungen im Rahmen der Topologieoptimierung, die eine freie Ausbildung der Struktur im Boden unter einer gegebenen Last zulässt, sinnvoll, wie sie beispielweise in Pucker und Grabe (2010) oder Grabe und Seitz (2016) vorgestellt wird. Auch bei diesem Modell ist qualitativ erkennbar, dass sich die maximalen Verfestigungspunkte am Anfang einer erwarteten Scherfuge bzw. an den Ecken der Lasteinleitung befinden. Die anderen in Abschnitt 2.2.1 genannten Verfestigungskriterien liefern visuell vergleichbare Ergebnisse und somit keine signifikanten Unterschiede, bis auf Besonderheiten in der numerischen Konvergenz und folglich der Computerrechenzeit, weshalb auf deren Darstellung an dieser Stelle verzichtet wird. Seitz (2021) hatte gezeigt, dass die Verfestigung am Beginn der Scherfuge, d.h. im Falle eines Fundamentes am Rand der Lasteinleitung, am effektivsten sei. Die Verfestigung an genau dieser Stelle konnte auch hier erreicht werden.

4 Schlussfolgerungen und Ausblick

Es wurden erste Untersuchungen angestellt, um die automatisierten Scherfugenverfestigung unter Verwendung eines linear-elastischen Stoffmodells in OptumG2 auf ein höherwertiges Stoffmodell, nämlich auf das hypoplastische Stoffmodell nach von Wolfersdorff (1996) unter Berücksichtigung der Materialtransition von Boden zu Beton nach Pucker (2013), umzustellen. Hierzu war eine Umstellung vom Programm OptumG2 auf das Programm ABAQUS notwendig. Für die Umstellung muss ein Verfestigungskriterium festgelegt und implementiert werden. Hierzu wurden drei Spannungsmaße und ein Maß der Arbeit, nämlich die Scherdissipation, implementiert, die alle vergleichbare und plausible, visuelle Verfestigungsergebnisse zeigen. Aktuell arbeiten die Autoren daran, den Verfestigungsprozess abaqusextern aus Matlab heraus zu steuern, um einen automatisierten Prozess umsetzen zu können. Auch arbeiten die Autoren an der Entwicklung einer dynamischen Kontaktmodellierung zur Abbildung der Kontaktzone zwischen der Gründungsstruktur und dem umgebenden Boden.

Literaturverzeichnis

- [1] Grabe, J. und K.-F. Seitz (2016): Optimization of geotechnical structures for states of serviceability and ultimate loads«. In: Insights and Innovations in Structural Engineering, Mechanics and Computation. Hrsg. von A. Zingoni. Boca Raton: CRC Press, S. 2048–2053.
- [2] Hjiiaj, M. u. a. (2005): Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor Ny«. In: International Journal of Solids and Structures 42.5-6, S. 1681–1704. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2004.08.002.
- [3] Pucker, T. und Grabe, J. (2010): Traglasterhöhung von Fundamenten durch gezielte Bodenverbesserung. Konferenzbeitrag.
- [4] Pucker, T. (2013): Stoffmodell zur Modellierung von stetigen Materialübergängen im Rahmen der Optimierung geotechnischer Strukturen. Dissertation. Technische Universität Hamburg-Harburg, Veröffentlichungen des Instituts für Geotechnik und Baubetrieb, Heft 28
- [5] Seitz, K.-F. (2018): Numerical modelling of limit load increase due to shear band enhancement. In: *Proceedings of 9th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering (NUMGE) in Porto/Portugal*. Hrsg. von A. Cardose. CRC Press und Taylor & Francis Group, S. 1391–1398.
- [6] Seitz, K.-F. (2021). Optimierung geotechnischer Konstruktionen unter Verwendung numerischer Methoden. Dissertation. Eingereicht beim Promotionsausschuss der Technische Universität Hamburg im März 2020.

Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung der hier vorgestellten Forschung im Rahmen des Forschungsvorhabens „Traglaststeigerung von geotechnischen Konstruktionen durch Scherfugenverfestigung (TGTSV)“.

Autoren

Elnaz Hadjiloo, M. Sc.
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Grabe
Technische Universität Hamburg
Institut für Geotechnik und Baubetrieb
Harburger Schloßstraße 36
21079 Hamburg
Tel.: +49 (0) 40 - 42878 / 3811; -3762
Fax: +49 (0) 40 - 42878 / 3721
e-mail: elnaz.hadjiloo@tuhh.de, grabe@tu-arburg.de
Web: www.tu-harburg.de/gbt

Elbtower Hamburg – Numerische Bemessung und Nachweis der Pfahlgründung

H. Kaya-Sandt (BBI), T. Engel (BBI), M. Römer (GuD), K.-M. Borchert (GuD),

Kurzfassung: Der Elbtower in der östlichen HafenCity in Hamburg wird mit seiner Höhe von 245 m auf einer Fläche von ca. 16.000 m² das größte Gebäude in Hamburg. Der Baugrund im Bereich des Baufelds ist durch die eiszeitlich geprägten geologischen Rinnen und die anthropogene Einwirkung geprägt und erfordert eine Tiefgründung. Diese ist im Turmbereich mit Großbohrpfählen von 75 m bzw. bis 102 m vorgesehen und ist in die Gründung des Sockelbereichs auf rund 1.400 Teilverdrängungsbohrpfählen integriert. Um die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit dieser komplexen Gründung nachzuweisen, wurden numerische Berechnungen an einem 3D-FE-Modell mit Plaxis durchgeführt. Dieses ermöglicht eine Abbildung beider Gründungsabschnitte mit den Pfählen und der Bodenplatte sowie den Baugrund und damit die Berücksichtigung der Interaktionen zwischen diesen.

1 Elbtower und Baugelände

Der Elbtower bildet den östlichen Abschluss des Hamburger Stadtentwicklungsprojekts HafenCity Hamburg. Zusammen mit der Elbphilharmonie im Westen der HafenCity stellt der Elbtower einen der Eckpfeiler des neuen Stadtteils dar, in den die neue Skyline eingebettet wird.

Das Gelände des Elbtowers liegt auf dem östlichen Ende der HafenCity zwischen dem Oberhafenkanal und der Zweibrückenstraße bzw. der südlich von dieser gelegenen Norderelbe. Östlich verläuft naheliegend die Elbbrücke mit der Autobahn A1. Westlich grenzt die Trasse der Deutsch Bahn AG für Güter- und Personenverkehr mit diversen Bauwerken an das Baufeld, siehe Abbildung 1.



Abbildung 1: Ansicht des Elbtowers im Stadtmodell der Stadt Hamburg

Das aktuelle Gelände wurde – wie die meisten Flächen im Bereich des Hamburger Hafens – künstlich gewonnen und mit den ortsnah anstehenden Böden aufgeschüttet. Die aktuelle Geländehöhe von ca. + 5,5 m NHN wird mit dem Neubau auf das aktuell hochwassersichere Niveau von mindestens + 8,3 m NHN angehoben und an die neu hergestellte Zweibrückenstraße und die neue S-Bahnstation „Elbbrücken“ anzuschließen.

Mit seinem 245 m hohen Turm, der inmitten der sich anschließenden sechs- bis elfgeschossigen Sockelbebauung herausragt, ist der Elbtower künftig mit Abstand das höchste Gebäude Hamburgs. Das Bauwerk wird zwei bis drei Untergeschosse erhalten, die rund zehn Meter in den Baugrund hineinreichen. Der unterkellerte Bereich erstreckt sich über nahezu das gesamte Bau- feld und beansprucht eine Fläche von ca. 16.000 m². Die Lasten aus dem Turm mit bis zu lokal 4.000 kN/m² werden hierbei auf einer Fläche von bis zu ca. 2.200 m² über eine 4 m mächtige Sohlplatte in die Gründung aus 65 Großbohrpfählen (Pfahlgründung A) eingebracht. Für die Pfahlgründung A wurden im Vorfeld Pfahlprobelastungen auf dem Bau- feld durchgeführt. Die zwei Probepfähle innerhalb des Turmbereichs werden in die Pfahlgründung integriert. Die Großbohrpfähle haben einen Durchmesser von 2 m bzw. 1,85 m und Längen von 75 m bzw. 102 m unter dem Bauwerk. Der Sockelbereich weist vergleichsweise geringe Lasten von bis zu ca. 450 kN/m² auf und wird über rund 1.400 Teilverdrängungsbohrpfähle (Pfahlgründung B) mit ca. 10 m bis 15 m Länge tiefgegründet.

2 Baugrund

Durch die große Grundfläche und das hohe Gewicht des Bauwerks ergibt sich eine große Ein- flusstiefe bzgl. des Spannungseintrags in den Baugrund. Aufgrund dessen und der geologischen Vorgeschichte im Bereich des Bau- feldes wurden umfangreiche, tiefreichende Baugrundunter- suchungen durchgeführt. Es wurden insgesamt 45 Bohrungen in drei Bohrkampagnen abge- teuft, die entsprechend der diversen Fragestellungen in unterschiedlichen Tiefen bis ca. 200 m und mit unterschiedlichen Verfahren (Trockenbohrung, Spülbohrung) durchgeführt wurden. In den Baugrundaufschlüssen wurden in Kombination zudem in situ-Versuche in Form von Pres- siometern, tiefen Drucksondierungen, Geophysik und Crossholemessungen durchgeführt.

Weiterhin wurden im Rahmen der Baugrunderkundungen 19 einzelne Drucksondierungen bis in die pleistozänen Sande ausgeführt.

Das Baufeld weist im oberen Bereich die für das Elbtal typischen Baugrundverhältnissen auf. Unterhalb der aufgefüllten, heterogenen Böden aus der Landgewinnung stehen zumeist durchgehend gewachsene organische Weichschichten in Form von Klei, Torf oder Mudde an. Diese gehen in Sande über, die in holozäne und pleistozäne Schichten unterschieden werden können. Die Sande bilden den ersten Grundwasserleiter, der gespannt ansteht und dem Tideeinfluss unterliegt.

In rund 25 m bis 30 m unter Gelände steht der sogenannte Lauenburger Ton-Komplex an, der aus Wechselfolgen von Ton/Schluff und schluffigen Sanden und teilweise Kiesen besteht. Im Bereich des Elbtowers zeigt sich ab diesen Tiefen ein deutlicher Einfluss der Eiszeiten. Das Baufeld liegt hier im Bereich des Kreuzungspunktes zweier eiszeitlich geprägten Rinnen, die durch die Ausspülungen deutliche Wechsellagerungen und Verwerfungen in den Schichtungen aufweist. Der Lauenburger Ton-Komplex geht sukzessive in schluffige Sande über. Die Rinnestruktur reicht nach den bisherigen Erkenntnissen des Geologischen Landesamtes bis in Tiefen von ca. – 200 m NHN durch die tertiären bindigen Schichten (OGT), die Oberen Braunkohlesande (OBKS) und den diese unterlagernden Hamburger Ton (HT), vgl. Abbildung 2.

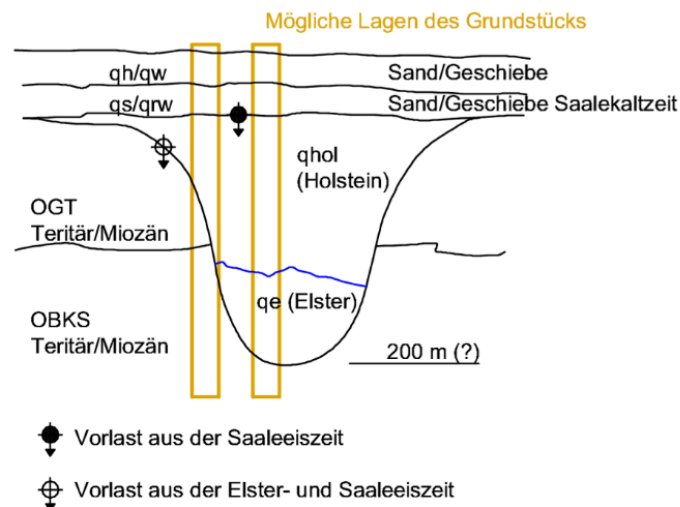


Abbildung 2: Vereinfachte Darstellung der geologischen Rinne mit Angaben zu den eiszeitlichen Vorbelastungen und mögliche Lagen des Elbtowers

Im Bereich der Rinnestruktur sind die Sande unterhalb der Ton- bzw. Schluffschichten der Elster-Kaltzeit zuzuordnen. Die im Bereich des Baufeldes liegende eiszeitliche Rinne wurde somit mit Sedimenten vor der Saale-Kaltzeit gefüllt. Die Schichten der Holstein- und Elsterzeit wurden durch die Eisüberdeckung der Saale-Kaltzeit eiszeitlich vorbelastet.

Letztlich wurde der folgende Schichtenaufbau des Baugrunds zusammenfassend für die weitere Bemessung festgelegt:

- 1/2) sandige und bindige Auffüllungen sowie Weichschichten
- 3) Sande mit schluffigen Einlagerungen (holozän)
- 4) Sande, mitteldicht bis dicht (pleistozän)
- 5) Sande, dicht bis sehr dicht (pleistozän)
- 6) Ton/Schluff mit Sandeinlagerungen
- 7) Sand-Schluff

Die Abbildung 3 zeigt einen schematischen Längsschnitt durch den Baugrund und die angrenzenden Bauwerksbereiche parallel zum Oberhafenkanal.

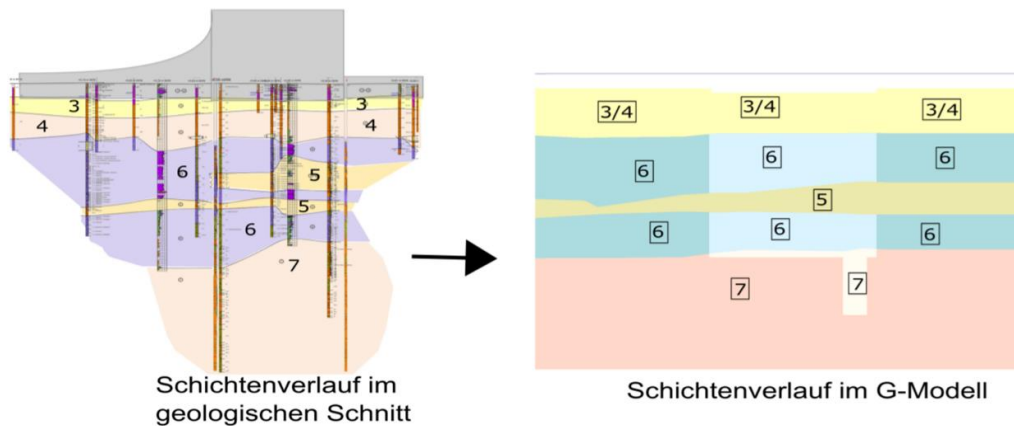


Abbildung 3: Beispiel der Abbildung des Baugrunds im geologischen Schnitt (links) und im Berechnungsmodell (rechts)

3 Nachweiskonzept der Gründung

Das Bauwerk soll auf einer durchgängigen Bodenplatte errichtet werden. Dabei wird der Turm auf einer vier Meter mächtigen Sohlplatte, die Sockelbebauung auf einer zwei Meter mächtigen Sohlplatte und die rein unterkellerten Bereiche auf einer ein Meter mächtigen Platte abgestellt. Alle Bereiche sind aufgrund der verbleibenden geringtragfähigen Schichten (1 bis 3) tief zu gründen. Die Sockelbereiche werden mit Teilverdrängungsbohrpfählen von ca. 10 m bis 15 m Länge in den Sanden abgestellt. Im Turmbereich sind die Lasten – insbesondere zur Vermeidung unverträglicher Setzungen – in die tieferen Schichten zu führen. Die erforderliche Länge ergab sich aus den numerischen Untersuchungen zu 75 m Länge unter der Sohlplatte.

Bei der Ausbildung der steifen Gründungsplatte mit der aufgehenden Bauwerksstruktur kann beim geotechnischen Nachweis einer Pfahlgruppe nach Abschnitt 7.6.2.1 (6) der DIN EN 1997-1:2009-09 die Pfahlgründung als „Block“ behandelt werden. Damit entfällt der Nachweis der äußeren Tragfähigkeit des Einzelpfahls in diesem Block. Relevant ist hier die Berücksichtigung der Interaktionen zwischen Boden, Pfählen und Pfahlkopfplatte bzw. Sohlplatte mit der steifen Gebäudekonstruktion. Für die Pfahlgründung müssen gemäß DIN EN 1997-1:2009-09 Abschnitt 7.2 die folgenden Zustände untersucht werden:

- 1) Verlust der Gesamtstandsicherheit
- 2) Gemeinsames Versagen von Baugrund und Pfahlgründung
- 3) Gebrauchstauglichkeit

- 4) Innere Tragfähigkeit der Pfähle
- 5) Abtrag der horizontalen Lasten

Im Bereich des Turms kann bei der vier Meter mächtigen, lastverteilenden Sohlplatte mit dem aussteifenden Gebäudekern von einer ausreichend steifen Struktur aufgegangen werden. Die Berücksichtigung der Boden-Bauwerks-Interaktionen erfolgt über Berechnungen mittels Finite-Elemente-Methode (FEM) mit dem Geotechnischen Modell (G-Modell). In diesem werden der Baugrund und die Gründungselemente inkl. der Bodenplatte mit den Bauwerkslasten abgebildet. Das Modell wird parallel zu dem Rechenmodell der Tragwerksplanung (T-Modell) erstellt und liefert für dieses die Pfahlsteifigkeiten und die Bettung der Sohlplatte, die in diesem über Federelemente berücksichtigt werden. Anhand dieser Modelle erfolgten die Bemessung der Pfahlgründung und damit die Positionierung und Dimensionierung der Pfähle. Die berechneten Setzungen beider Modelle wurden anhand der Berechnungen der wahrscheinlichen Setzungen kalibriert bzw. abgeglichen und solange iteriert, bis die berechneten Pfahlkräfte zwischen den Modellen weniger als 10 % Abweichung zueinander aufweisen. Auf der Grundlage dieser Modelle werden die weiteren Berechnungen bzgl. der Gebrauchstauglichkeit durchgeführt.

Ein entsprechendes Nachweiskonzept und die erforderlichen Berechnungsfälle wurden ausführlich mit den Prüferingenieur sowie den geotechnischen Prüfsachverständigen abgestimmt und in einem entsprechenden Nachweiskonzept festgehalten. In diesem wurden die Setzungen für vier G-Modelle festgelegt, in denen die einflussgebenden Parameter bzgl. Baugrund und Bauteile variiert wurden, um die maximal und minimal möglichen Setzungen zu ermitteln. Weiterhin wurden aufgrund der möglichen zeitverzögerten Setzungen und auch des lastabhängigen Zuwachses der Setzungen und damit auftretender lokaler Setzungsdifferenzen unterschiedliche Bauzustände untersucht. Eine Zusammenfassung ist der Tabelle 1 zu entnehmen. Die minimalen und maximalen Setzungen wurden über eine Sensitivitätsanalyse bzgl. der relevanten setzungsbestimmenden Faktoren untersucht (siehe auch Borchert et al., 2022).

Tabelle 1: Zusammenfassung der relevanten G- und T-Modelle

G-Modelle	Steifigkeiten	Belastung	Ergebnis
G1	Gemäß Tabelle 2	$G_k + 0,5 Q_k$	Wahrscheinliche Setzungen C_{G1}, k_{G1}
G2	Minimalwerte		Maximale mögliche Setzungen
G3	Maximalwerte		Minimale mögliche Setzungen
G4	Bauzustände	$G_{k(x)}$	Setzungen im Bauzustand
T-Modelle	Pfahlfedersteifigkeit / Bettung	Ergebnis	
T1	$C_{T1} \approx C_{G1}$ $k_{T1} = k_{G1}$	Interaktion zwischen G- und T-Modell, Pfahlkräfte weichen weniger als 3 % ab	
T2	$C_{T2} = 1,15 \times C_{G1}$ $k_{T2} = 0$	Maximale Belastung der Pfähle	
T3	$C_{T3} = 0,85 \times C_{G1}$ $k_{T3} = 1,15 \times k_{G1}$ $k_{T3} \geq 1,0 \text{ MN/m}^3$	Maximale Belastung der Bodenplatte	

T4	$C_{T4} = 0,9 \times C_{G1}$ $C_{T4} = 1,1 \times C_{G1}$ $k_{T4} = 0$	Unterschiedliche Pfahlsteifigkeiten
T5	$C_{T5} = 3 \times C_{G1}$ $k_{T5} = 3 \times k_{G1}$	Nachweis bei Windbelastung

C_{G1} – Pfahlfeder G-Modell, k_{G1} – Bettung der Platte G-Modell

C_{T1} – Pfahlfeder T-Modell, k_{T1} – Bettung der Platte T-Modell

Auf den Ergebnissen dieser Berechnungen aus dem G-Modell aufbauend wurden entsprechende Zustände im T-Modell untersucht, die durch die Variation der Federsteifigkeiten weitere Fragestellungen, wie Bettungsausfall oder Windbelastungen, betrachten.

Für alle Berechnungen ist für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit mittels FE nachzuweisen, dass die vorgegebenen zulässigen Setzungen von 20 cm in keinem Fall überschritten werden. Weiterhin ist bzgl. der Differenzsetzungen eine Winkelverdrehung über die Gründungsplatte von 1:1.000 einzuhalten.

Bzgl. der Tragfähigkeit des Turms ist nachgewiesen, dass bei einer Laststeigerung mit dem Faktor $f = 2$ keine durchgängigen Scherfugen wie bei einem klassischen Grundbruch auftreten und die Verschiebungen keinen Versagenszustand anzeigen.

4 FE-Modell

4.1 Allgemeines

Das G-Modell bezeichnet im Wesentlichen das Modell zur Berechnung bzw. zum Nachweis der Gebrauchstauglichkeit. In diesem Modell werden neben der Gründung des Elbtowers die wesentlichen angrenzenden Strukturen vereinfacht abgebildet. Hierzu zählen die Baugrube und der Oberhafenkanal sowie die unmittelbaren Nachbarn. Ziel des Modells ist die Setzungen des Neubaus zu ermitteln. Weitere Untersuchungen zu den Setzungen der Nachbarbauwerke und der Straßenbereiche wurden in weiteren ergänzenden Modellen durchgeführt.

Zum Nachweis der Tragfähigkeit wurde das Hauptmodell (T1) zugrunde gelegt und bzgl. der nachzuweisenden Gesamtstandsicherheit für die charakteristischen Lasten und die veränderlichen Lasten aus Verkehr und Wind angepasst. Hierfür wurde im Wesentlichen die Pfahlgründung B vereinfacht abgebildet, indem lediglich ein für den Nachweis erforderliche 6 m breiter Streifen um die Pfahlgründung A modelliert wurde und die weiteren Bereiche über Ersatzlasten berücksichtigt wurden.

4.2 Modellierung

Die Berechnungen erfolgten mit dem FE-Programm Plaxis 3D. Das Baugrundmodell bildet den Bereich der Baugrube im Zentrum des Modells ab und ist zu den Seiten um jeweils 250 m bis 300 m erweitert. Es wurde letztlich eine Tiefe von 166 m gewählt. Das Modell weist Gesamt-abmessungen von $x = 800$ m, $y = 750$ m und $z = 166$ m auf, siehe Abbildung 4. Die Dimensionen wurden im Zuge der Modellentwicklung optimiert, um den Rechenaufwand gering zu halten.

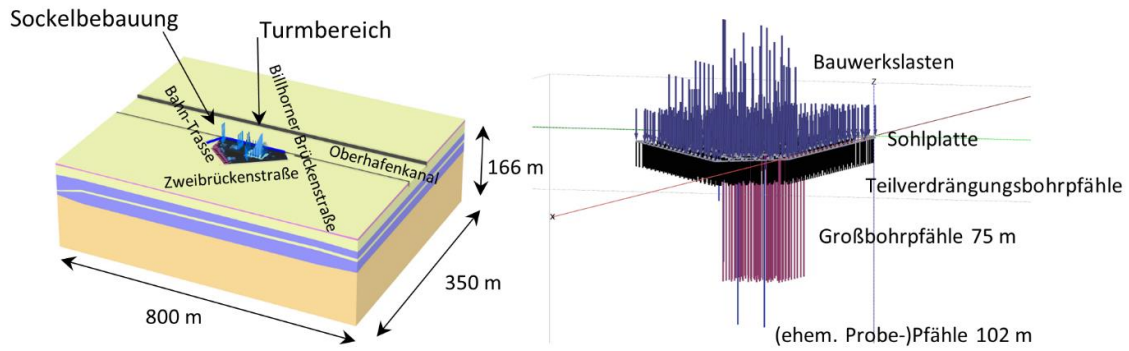


Abbildung 4: Ansicht FE-Modell (G-Modell) (links) und Detail der Gründung mit der Bodenplatte und den Bauwerkslasten (rechts)

Das Baugrundmodell wurde mit zehnknotigen Tetraeder-Elementen mit einer quadratischen Ansatzfunktion vernetzt. Es besteht aus ca. 180.000 Elementen.

4.2.1 Baugrund

Der Baugrund wurde gegenüber den erkundeten Schichtenverläufen mit teilweise heterogenen Verhältnissen und den deutlichen Wechsellagerungen idealisiert dargestellt. Dabei wurden insbesondere die Ton-/Schluffschichten in den einzelnen Stützstellen aufsummiert und als zusammengefasste Schicht an der erkundeten oberen und unteren Schichtgrenze abgebildet. Weiterhin werden die Sandschichten oberhalb des Lauenburger Ton-Komplex (3 und 4) im G-Modell zusammengefasst. In Abbildung 3 ist ein Schnitt durch den Baugrund parallel zum Oberhafenkanal dargestellt, bei dem die erkundeten Bodenschichten (links) in das numerische Baugrundmodell (rechts) beispielhaft abgebildet ist.

Für die Beschreibung des Stoffverhaltens des Bodens wurde das Hardening-Soil (HS) Modell verwendet. Für die Berechnungen wurden die in Tabelle 2 angegebenen Parameter verwendet.

Tabelle 2: Verwendete Stoffparameter des HS-Modells für das G1-Modell

Parameter ($p^{\text{ref}} = 100 \text{ kN/m}^2$)	Schicht 3/4	Schicht 5	Schicht 6	Schicht 7
$\gamma / \gamma_r \text{ [kN/m}^3\text{]}$	19/21	21/21	19/20	21/21
$E_{50}^{\text{ref}} \text{ [kN/m}^2\text{]}$	45.000	78.000	22.000	42.000
$E_{\text{oed}}^{\text{ref}} \text{ [kN/m}^2\text{]}$	45.000	78.000	22.000	42.000
$E_u^{\text{ref}} \text{ [kN/m}^2\text{]}$	135.000	234.000	66.000	105.000
$m \text{ [-]}$	0,5	0,5	0,7	0,6
$\varphi' \text{ [}^\circ\text{]}$	32,5	35,0	22,5	27,5

Parameter ($p_{ref} = 100 \text{ kN/m}^2$)	Schicht 3/4	Schicht 5	Schicht 6	Schicht 7
ψ [°]	2,5	5,0	0	0
c_{ref} [kN/m ²]	0	0	30	10
K_0^{NC} [-]	0,46	0,43	0,62	0,54
R_f [-]	0,9	0,9	0,9	0,9
POP [kN/m ²]	0	600	600	600

Für den Lauenburger Ton-Komplex sowie den darunterliegenden schluffigen Sand wird die aus den Baugrunderkundungen abgeleitete Vorbelastung von mindestens 600 kN/m² angesetzt.

4.2.2 Pfähle

Alle Pfähle werden als Embedded Beam Elemente abgebildet. Den ca. 1.400 Pfählen der Pfahlgründung B werden dabei die Mantelreibungs- und Spitzenwiderstände für die Böden aus vorhandenen Pfahlprobelastungen vorgegeben (GKT). Um das Tragverhalten der 65 Großbohrpfähle A beschreiben zu können, wurden umfangreiche Untersuchungen an vier Probepfählen auf dem Baufeld durchgeführt. Die Probepfähle wurden hierbei mit einer Länge von bis zu rund 111 m unter Gelände unter Einsatz umfangreicher Messtechnik hergestellt und mit Hilfe von hydraulischen Pressen bzgl. des Tragverhaltens belastet (Kaya-Sandt et al., 2020; Sychla et al., 2020). Die Versuche wurden mittels 3D- und axialsymmetrischen Modellen nachgerechnet, um die unterschiedlichen Einflüsse, wie sie unter anderem auch durch die suspensionsgestützte Herstellung und die Steifigkeitsentwicklung des Betons resultieren, nachvollziehen zu können. In weiteren Untersuchungen wurden die Ergebnisse auf das bei den Embedded Piles anzugewandte Kontaktmodell für die Gruppenpfähle anhand von Vergleichsmodellen für das Detail der Pfahlgruppe A ermittelt, vgl. Abbildung 5.

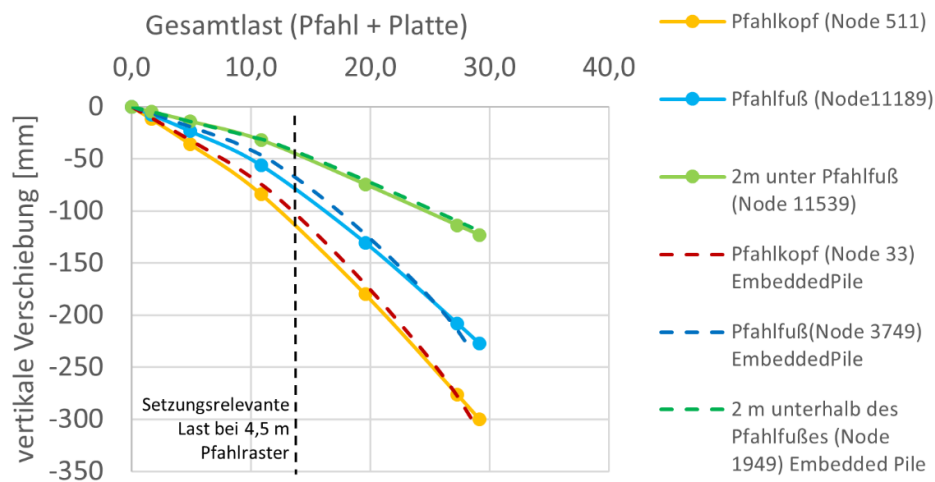
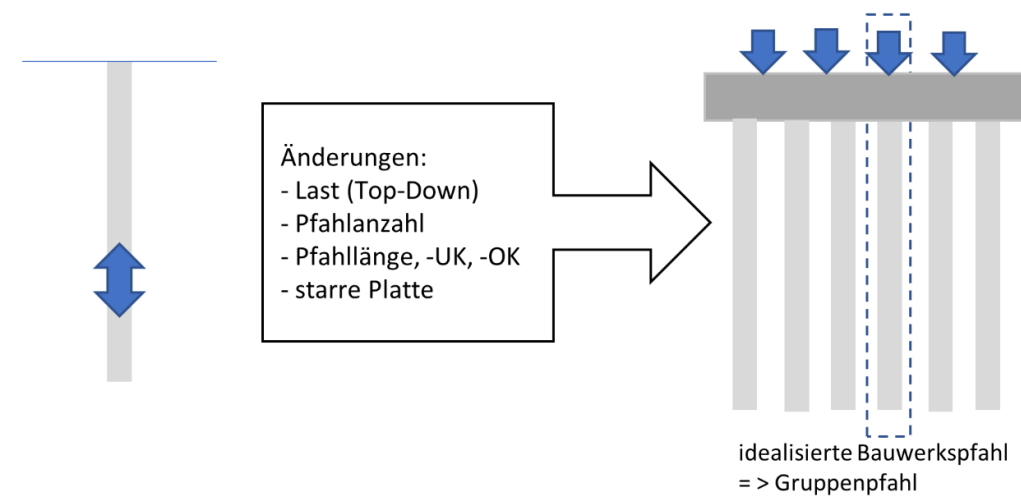


Abbildung 5: Vereinfachte schematische Darstellung der Berechnungsschritte von der Nachrechnung der Pfahlprobelastungen zur Einbindung der Modellierung über Embedded Piles ins G-Modell (oben) und Vergleich der Ergebnisse aus Volumenpfählen aus der Nachrechnung zur Übertragung der Probelastungen und Embedded Piles für das G-Modell (unten)

Weiterhin wird im Nahbereich der Großbohrpfähle davon ausgegangen, dass die geologische Vorbelastung durch die Entspannung des Bodens während der Herstellung aufgehoben wird und für die numerische Modellierung die horizontale Spannung mit $K_0 = 0,5$ zu berücksichtigen ist.

Die Platten werden mit Plattenelementen und linear-elastischem Verhalten sowie Parametern für Beton abgebildet. Die Plattendicken entsprechen denen der Regelbereiche von 1 m bzw. 2 m im Bereich der Sockelbebauung und 4 m im Bereich des Turms. Zusätzlich wurde nach den Untersuchungen der Tragwerksplaner die Plattendicke im Bereich der Aufzüge des Turms auf 8 m erhöht, um die aussteifende Wirkung der Kerne zu berücksichtigen.

5 Ergebnisse und Ausblick

Die Nachweise für die Gebrauchstauglichkeit und die Tragfähigkeit der Gründung des Elbtowers unter Berücksichtigung der komplexen Interaktionen zwischen dem Baugrund und den Pfählen sowie dem Bauwerk konnten anhand des 3D-FE-Modells (G-Modell) erbracht werden.

Für den Endzustand wurden mit dem Modell für die drei maßgebenden Fälle G1 bis G3 (wahrscheinliche, minimale und maximale Setzungen) Setzungen von bis zu ca. 12 cm im Bereich des Turms berechnet, wie es am Beispiel des Längsschnitts in Abbildung 6 zu erkennen ist. Die maximal zulässige Verdrehung wird in den betrachteten Bauzuständen ebenfalls eingehalten.

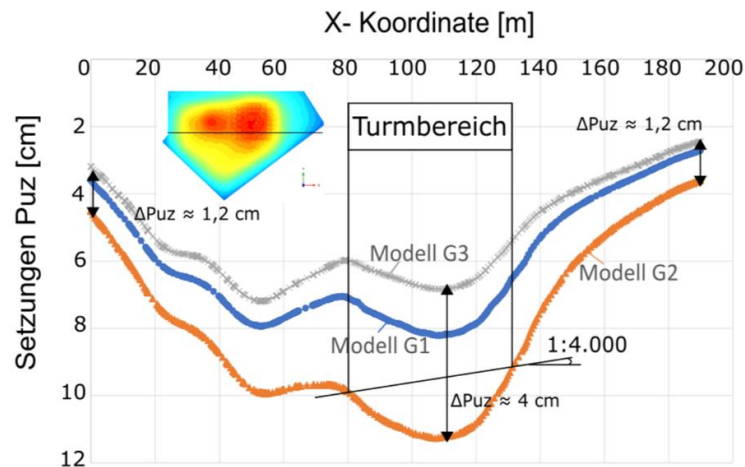


Abbildung 6: Setzungen der Bodenplatte im Endzustand für die Berechnungsmodelle G1 bis G3 im Längsschnitt durch das Bauwerk parallel zum Oberhafenkanal.

Bzgl. der Pfahllängen der Großbohrpfähle zeigt sich die Gründung vergleichsweise robust. Die Ergebnisse zeigen keine wesentlichen Änderungen bei einer Verlängerung der Pfähle. Dies ist auf den Lastabtrag der Pfahlgruppe zurückzuführen, der hauptsächlich über die Mantelflächen erfolgt. Für die Großbohrpfähle wurden Federsteifigkeiten von 280 MN/m bis 500 MN/m und Pfahlnormalkräfte bis 31 MN ermittelt, vgl. Abbildung 7. Die Begrenzung der Pfahlkraft erfolgte hierbei durch die innere Tragfähigkeit der Pfähle für alle betrachteten G- und T-Modelle.

Für eine gesamtheitliche Betrachtung des Baugrunds und der Gründung inklusive des Tragwerkes werden die Schnittstellen der beiden Modelle nach einem Austausch der Federsteifigkeiten und Bettungen gegenübergestellt. Dazu zählen der Abgleich der Pfahlkopfkkräfte und der Setzungen in beiden Modellen. Die abschließende, gemittelte Modellabweichung der beiden Modelle lag bei 2 % bis 3 %, vgl. Abbildung 8.

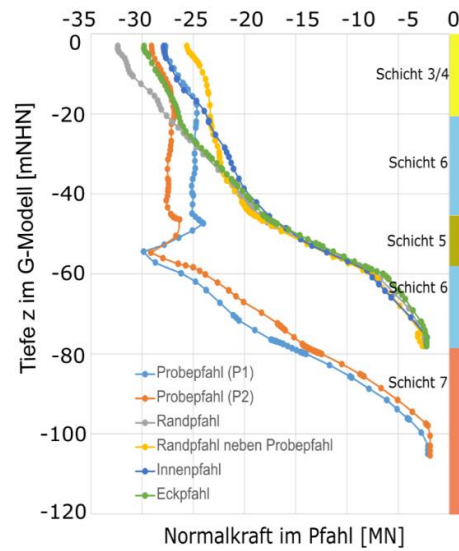


Abbildung 7: Normalkraftverlauf ausgewählter Pfähle der Pfahlgründung A im Modell G1

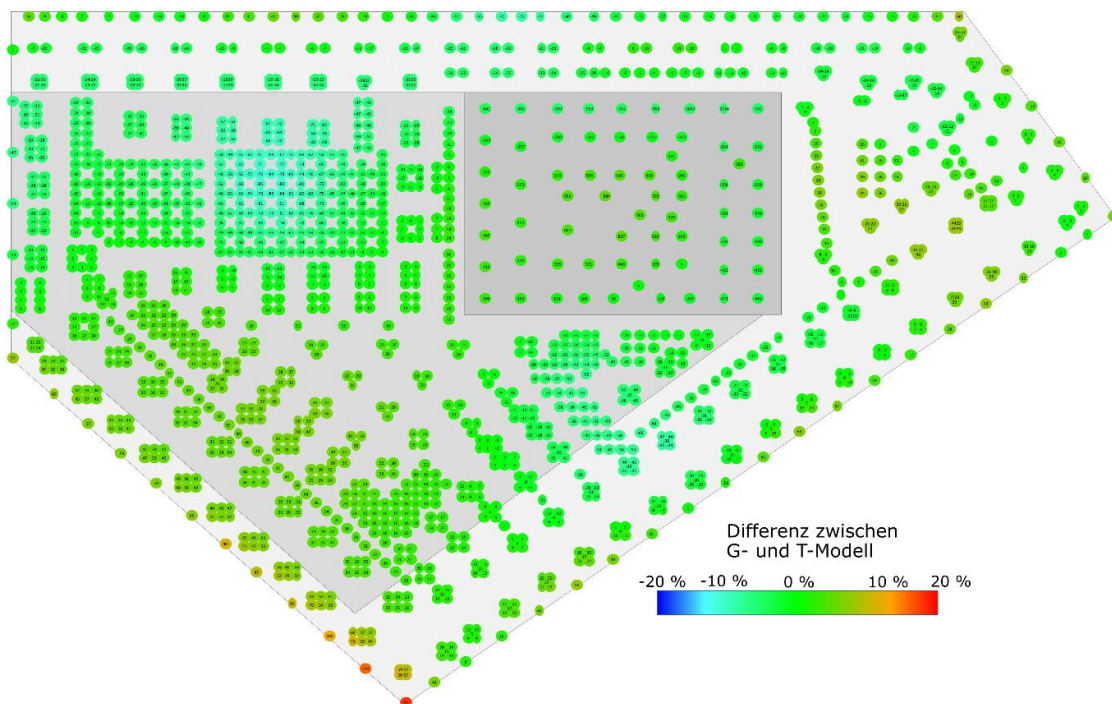


Abbildung 8: Prozentuale Abweichung der Pfahlkräfte im G- und T-Modell nach erfolgreicher Iteration

Die Herstellung der Baugrube und der Pfahlgründung sowie die anschließende Errichtung des Hochbaus wird durch ein umfangreiches Messprogramm begleitet. Die Messergebnisse werden im Zuge des weiteren Baufortschritts mit den Berechnungsergebnissen verglichen.

Literatur

- [1] Borchert, K.-M.; Frank, J.; Katzenbach, R.; Kaya-Sandt, H.; Morgen, K. (2022): Bemessung der Pfahlgründung für den Elbtower, Baugrundtagung 2022
- [2] GKT (): Ergebnisse zu den Pfahlprobelastungen des Hanseatic Trade Centers III sowie auf dem BF6
- [3] Kaya-Sandt, H.; Borchert, K.-M.; von Quillfeldt; M., Wedenig, A. (2020): 111 m, 74 m und 37 m lange Probepfähle für den Elbtower Hamburg – Die längsten Großbohrpfähle Deutschlands für das höchste Bauwerk Hamburgs. *Geotechnik 43 (2020)*, 84(8):519–524
- [4] Sychla, H.; Tieleman, E.; Quaas, R. (2020): Messtechnische Instrumentierung und Osterberg-Tests bei Deutschlands tiefsten Bohrpfählen. *Hrsg. Stahlmann, J., Messen in der Geotechnik 2020 Braunschweig: Mitteilungen des Instituts für Geomechanik und Geotechnik Technische Universität Braunschweig*: S. 121–146

Autor

Dr.-Ing. Hatice Kaya-Sandt
BBI Geo- und Umwelttechnik Ingenieur-Gesellschaft mbH
Lübecker Straße 1
22087 Hamburg
Tel.: +49 (0) 40 – 229468 / 0
Fax: +49 (0) 40 – 229468 / 40
e-mail: h.kaya@b-b-i.de
Web: www.b-b-i.de

Tobias Engel, MSc.
BBI Geo- und Umwelttechnik Ingenieur-Gesellschaft mbH
Lübecker Straße 1
22087 Hamburg
Tel.: +49 (0) 40 – 229468 / 0
Fax: +49 (0) 40 – 229468 / 40
e-mail: t.engel@b-b-i.de
Web: www.b-b-i.de

Dipl.-Ing. Matthias Römer
GuD Geotechnik und Dynamik Consult GmbH
Darwinstraße 13
10589 Berlin
Tel.: +49 (0) 30 – 789089 / 0
Fax: +49 (0) 30 – 789089 / 89
e-mail: roemer@gudconsult.de
Web: www.gudconsult.de

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kurt-Michael Borchert
GuD Geotechnik und Dynamik Consult GmbH
Darwinstraße 13
10589 Berlin
Tel.: +49 (0) 30 – 789089 / 0
Fax: +49 (0) 30 – 789089 / 89
e-mail: borchert@gudconsult.de
Web: www.gudconsult.de

Finite-Element basierte Prognose der Tragfähigkeit von Stahlrammpfählen am Beispiel des Bauvorhabens Schiffshebewerk Niederfinow

Diaa Alkateeb

Abstract: Im Zuge der Errichtung des neuen Schiffshebewerks Niederfinow werden die Uferwände des unteren Vorhafens mit Stahlrammpfählen rückverankert. Zur Vorbemessung wurden Bruchwerte der Mantelreibung basierend auf Erfahrungswerten unter Berücksichtigung der anstehenden Bodenarten abgeschätzt. Diese lagen im Bereich üblicher Werte für Rammpfähle gemäß den EA-Pfähle (2012). Zur Verifikation der aus den Annahmen der Vorbemessung abgeleiteten Zugtragfähigkeit wurden mehrere Probelastungen an lotrechten Stahlrammpfählen durchgeführt. Die dabei gemessenen HerausziehWiderstände der Pfähle unterschreiten die angesetzten Werte maßgeblich und entsprechen lediglich 22 % bis 49 % der geplanten Prüflasten basierend auf den einschlägigen Empfehlungen. Im Rahmen einer ersten Ursachenanalyse werden in Ergänzung zu den EA-Pfähle (2012) internationale Ansätze und Methoden zur Bestimmung von Mantelreibungswerten recherchiert und den Ergebnissen der Probelastungen in Niederfinow gegenübergestellt. Ein Vergleich der Berechnungsverfahren zeigt eine erhebliche Streubreite und damit Unsicherheiten bei der Bemessung von Zugpfählen. Eine anstehende Pfahlprobelastung wird im Rahmen einer Prognose der Klasse-A- anhand vorliegender Bohrungen sowie kalibrierter hochwertiger Stoffmodelle simuliert.

1 Einleitung

1.1 Ausgangslage

Pfähle stellen in der Geotechnik eine bewährte Gründungsform dar, um größere Lasten in tiefliegende und tragfähige Bodenschichten einzuleiten. Neben den weitverbreiteten Druckpfählen, gibt es auch Zugpfähle, die für das Tragverhalten nur die Mantelreibung und keinen Spitzendruck mobilisieren. Das Anwendungsgebiet von Zugpfählen ist weit verbreitet, z. B. im Offshore Bereich oder als Rückverankerung anstelle von Ankern. Zur Rückverankerung bieten Zugpfähle gegenüber Ankern eine Vielzahl von Vorteilen. Denn Zugpfähle können auch Druckkräfte aufnehmen, sind einfacher und wirtschaftlicher in der Herstellung und weisen zusätzlich einen höheren Widerstand gegen laterale Belastungen auf. Das Tragverhalten von Zugpfählen ist verglichen mit auf Druck beanspruchten Pfählen wenig untersucht. Die Erfahrungswerte der Mantelreibung in den EA-Pfähle (2012) dürfen daher nicht direkt auf Zugpfähle

übertragen werden. Hierzu sind nach der aktuellen Fassung zur Ermittlung des tatsächlichen Last-Verformungs-Verhaltens von Zugpfählen immer Pfahlprobelastungen durchzuführen, welche im Vergleich zu reinen Berechnungen deutlich aufwändiger sind. Auch der Eurocode 7 erlaubt die Ermittlung der Mantelreibung aus Erfahrungswerten wegen der Unsicherheiten und der unwirtschaftlichen Bemessung nur in Ausnahmefällen. Einwirkungen infolge Pfahlherstellung bleiben auch in der Planungsphase nicht vorhersehbar und müssen gegebenenfalls messtechnisch überwacht werden. Die Herstellung von Zugpfählen als Bodenanker kann im Boden Änderungen von Zustandsgrößen, Zusatzbeanspruchungen von bereits im oder auf dem Boden eingebauten Bauteilen und Wellenausbreitung im Boden bewirken sowie das Last-Verformungs-Verhalten des Pfahls beeinflussen. Aus diesem Grund werden für den Neubau des Schiffshebewerks in Niederfinow, in dem Stahlpfähle des Typs HP 320 x 88,5 als Rückverankerung eingesetzt werden, mehrere Pfahlprobelastungen durchgeführt. In einem Baugrundgutachten aus dem Jahr 2001 wurde der Baugrund bewertet und es wurden für die verschiedenen Bodenarten u. a. Mantelreibungswerte für Stahlrammpfähle empfohlen. Diese Werte befinden sich im Bereich der üblichen Erfahrungswerte und entsprechen auch jenen nach den aktuellen EA-Pfähle (2012). Zur Verifizierung der im Baugrundgutachten angesetzten Grenzwerte wurden im Jahr 2017 sechs Probepfähle an drei Standorten eingebracht (zwei Versuchspfähle je Standort) und probebelastet. An allen drei Standorten wurde jeweils eine Bohrsondierung (BS) und eine Drucksondierung (CPT) durchgeführt. Auf Laborversuche wurde verzichtet. Hierbei konnten keine ausreichenden Tragfähigkeiten nachgewiesen werden. Die nachgewiesenen Tragfähigkeiten liegen lediglich zwischen 22 % und 49 % der geplanten Prüflast. Die Messergebnisse der Probelastungen sind in der Tabelle 1 zusammengefasst. Bei allen Messungen wurde eine Unterschreitung der Tragfähigkeit gegenüber den Prognosen und den entsprechenden Prüflasten festgestellt. Die gemessenen Grenzwiderstände betragen 384 kN bis 483 kN bei einer Pfahlkopfverschiebung von 70 mm. Zur Ursachenanalyse wurden zusätzliche Baugrundaufschlüsse ausgeführt. Diese

Tabelle 1: Ergebnisse der Probelastungen

Standort	Probelastung	$R_{c,m}$ (kN)	P_p (kN)	$R_{c,m}/P_p$ (%)
	(-)			
1	1	463	983	47
	2	483	983	49
2	3	447	1289	35
	4	451	1289	35
3	5	322	1471	22
	6	384	1471	26

bestätigten den Schichtaufbau gemäß Baugrundgutachten, d. h. Torf unterlagert von gleichförmigen Feinsanden und zur Tiefe hin gröbere Sande sowie vereinzelt schwache Schluffbänder (Feinschichtung). Ferner wurden die Rammprotokolle gesichtet, die Stahlrammpfähle ausgebaut und visuell begutachtet. Es konnten keine Auffälligkeiten festgestellt werden, welche die geringe Lastaufnahme unmittelbar erklären könnten. Neben den im Jahre 2017 ausgeführten Probelastungen sind noch drei weitere Probelastung an einem vierten Standort für das Jahr 2022 geplant. Im Folgenden werden die bereits abgeschlossenen Pfahlprobelastungen aus dem Jahr 2017 als *alte Pfahlprobelastungen* und die für das Jahr 2022 anstehende Pfahlprobelastung

als *neue Pfahlprobelastung* bezeichnet. Die neue Pfahlprobelastung wird am Nordufer des unteren Vorhafens realisiert. Der genaue Standort ist in Abbildung 1 zu erkennen. Die Lage ist durch den roten Punkt zu erkennen. Die Probepfähle sollen auch hier senkrecht in den Boden gerammt werden. Wie bei den alten Probelastungen erfolgt jeweils eine Bohrsondierung (BS) und eine Drucksondierung (CPT). Zusätzlich werden umfangreiche Laborversuche durchgeführt. Die ermittelten Parameter stellen die Grundlage für die numerischen Berechnungen dar. Im

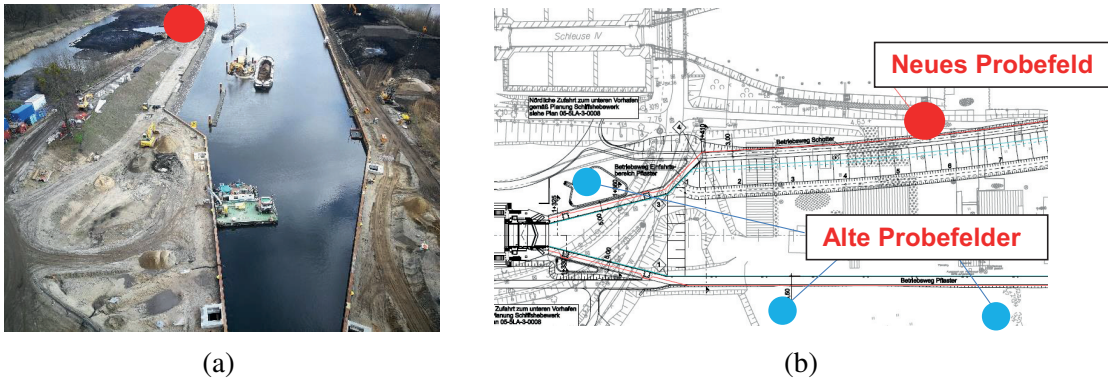


Abbildung 1: Lageplan des Schiffshebewerks Niederfinow mit den drei Standorten für die alten Probelastungen in Blau und der Standort der geplanten Probelastung für das Jahr 2022 in Rot.

Rahmen dieses Beitrags wird eine erste Ursachenanalyse zu den geringen Zugtragfähigkeiten in Niederfinow erstellt. Es werden, in Ergänzung zur EA-Pfähle, internationale Ansätze und Methoden zur Bestimmung von Zugtragfähigkeiten von Pfählen herausgesucht und mit den Ergebnissen der Probelastungen in Niederfinow verglichen. Es werden verschiedene Ansätze zum Versagensmechanismus im Grenzzustand der Tragfähigkeit herangezogen. Außerdem wird eine analytische Prognose für die neue Pfahlprobelastung gegeben. Eine Finite-Elemente basierte Klasse-A-Prognose zur Tragfähigkeit der Stahlrammpfähle für die neue Pfahlprobelastung wird durchgeführt und soll Erkenntnisse über den Versagensmechanismus bringen. Die Durchführung von Vorhersagen gehört zu den Hauptaufgaben in der Geotechnik. Vorhersagen werden für die Planung, die Bewertung der Gebrauchstauglichkeit oder die Abschätzung von Risiken benötigt. Obwohl Vorhersagen intuitiv oder empirisch gemacht werden können, wird heutzutage erwartet, dass numerische Vorhersagen mithilfe mathematischer Modelle durchgeführt werden (Herle, 2003). Lambe (1973) unterteilt die Vorhersagen in der Geotechnik in drei verschiedene Kategorien je nach Art und Zeitpunkt der Vorhersagen. Häufig werden Vorhersagen der Klasse C verwendet, bei denen die Berechnungen nach dem Ereignis erfolgen. Klasse B Vorhersagen werden während des Bauereignisses gemacht, sodass sie auf Grundlage der anfänglichen Felddaten beeinflusst oder angepasst werden können. Vorhersagen der Klasse A geben eine Vorhersage des Ereignisses, bevor es eintritt. Es gibt eine große Anzahl von Veröffentlichungen über Vorhersagen der Klasse C, während die Vorhersagen der Klasse A selten sind (Herle, 2003). Nach Lambe (1973) werden zunächst bei einer Vorhersage die Feldsituation bestimmt und vereinfacht. Die relevanten Mechanismen des Systems werden identifiziert. Unter Berücksichtigung dieser Erkenntnisse werden geeignete Methoden und Parameter gewählt, die Vorhersage durchgeführt und mit Feldmessungen verglichen. Für eine Vorhersage der Klassen B oder C werden die verwendeten Parameter und Methoden so lange geändert, bis die Simulationen

mit den gemessenen Daten übereinstimmen. Daher ist eine Klasse-A-Vorhersage besser geeignet, um die Eignung einer neuen Simulationsmethode zu beweisen. Sie führen jedoch manchmal zu großen Unterschieden zwischen Berechnung und Beobachtung, da sie nur auf Informationen basieren, die zum Zeitpunkt der Vorhersage verfügbar waren. Schwierigkeiten bei der Bestimmung der genauen Feldsituationen, der relevanten Mechanismen und der Bodeneigenschaften beschränken die Genauigkeit der Vorhersage.

2 Tragverhalten von Zugpfählen

2.1 Grundlagen

Die Tragfähigkeit von Zugpfählen wird alleine durch die mobilisierte Mantelreibung $R_{s,k}$ bestimmt. Im Gegensatz zum Druckpfahl existiert kein Fußwiderstand $R_{b,k}$, welcher einen Beitrag am Gesamtwiderstand $R_{c,k}$ leisten könnte, siehe Abbildung 2. Die Kraft-Verschiebungskurve eines Zugpfahls weist entsprechend eine Mobilisierung des maximalen Widerstands bereits bei sehr kleinen Verschiebungen auf. Nach Erreichen des Grenzzustands findet üblicherweise keine Zunahme des Widerstands statt. Die Mantelreibungskraft ergibt sich aus der Schubspannung $q_{s,k}$ auf der Mantelfläche A_s :

$$R_{c,k}(\text{Zug}) = R_{s,k} = q_{s,k} A_s \quad . \quad (1)$$

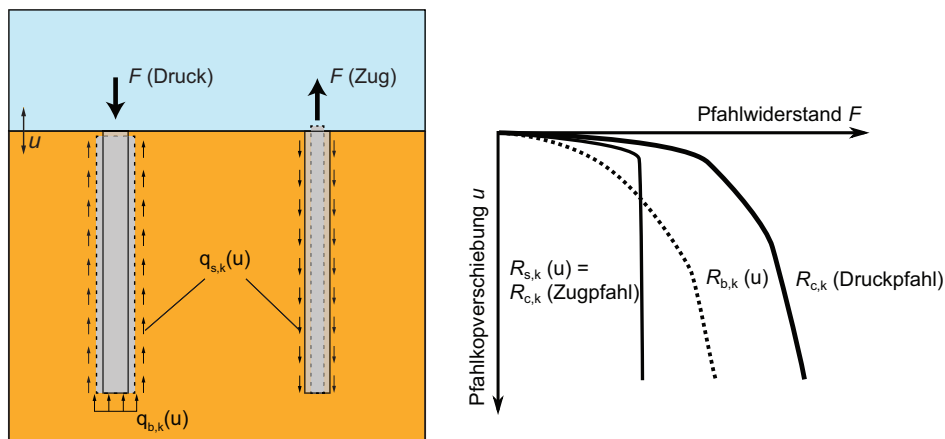


Abbildung 2: Schematischer Vergleich des axialen Tragverhaltens von Druck- und Zugpfählen

Ansätze in der Literatur zur Berechnung von $R_{c,k}$ bei Zugbelastung lassen sich in drei Gruppen einteilen:

1. Die erste Gruppe basiert auf der Verwendung von empirisch abgeleiteten Werten von $q_{s,k}$ aus Sondierungen und anderen bodenmechanischen Parametern, wie den Erfahrungswerten

ten in den Empfehlungen des Arbeitskreises Pfähle der DGGT (EA-Pfähle, 2012). In Witzel (2004) ist eine umfangreiche Übersicht verschiedener Korrelationen zwischen dem Spitzendruck einer Drucksonde q_c und der Mantelreibung $q_{s,k}$ aufgestellt.

2. Die zweite Gruppe basiert im Wesentlichen auf dem Schergesetz nach COULOMB, wonach der Herauszieh Widerstand des Pfahls eine Funktion des Kontaktreibungswinkels δ_f bzw. der Kontaktadhäsion a zwischen Pfahl und Boden sowie der Horizontalspannung auf der Pfahloberfläche darstellt:

$$q_{s,k} = \tau_f = \sigma_h \tan \delta_f + a \quad . \quad (2)$$

σ_h ist die auf den Pfahl wirkende Horizontalspannung. Diese Pfähle werden hinsichtlich der Lage der Scherfuge im Nahbereich des Pfahlmantels als Bodenkontaktpfähle bezeichnet (Rackwitz, 2003). Die im Rahmen des Forschungsprojekts untersuchten Stahlrammpfähle entsprechen dem Typ des Bodenkontaktpfahls.

3. Die dritte Gruppe bilden Berechnungsverfahren, welche voraussetzen, dass im Bruchzustand des Pfahls ein Bodenkörper um den Pfahl aktiviert wird, dessen Eigengewicht der Grenzzugkraft des Pfahls entspricht. Diese Modellvorstellung des angehängten Bodenkörpers ist in Quarg-Vonscheidt (2000) beschrieben und findet in der Regel bei Zugpfahlgruppen Anwendung. Das Verfahren ist daher zur Bemessung von Zugpfahlgruppen im Handbuch Eurocode 7-1 (2015) bzw. in der DIN 1054:2021-04 verankert. Nach Rackwitz (2003) werden Pfähle, bei denen sich die Scherfuge in den Bodenkörper verlagert, als Bodenverbundpfähle bezeichnet.

2.2 Mantelreibung bei Zug- und Druckpfählen

Verschiedene Feldversuche haben in der Vergangenheit gezeigt, dass Druckpfähle größere Lasten aufnehmen können, als Pfähle, die auf Zug belastet werden. Die Differenz ist dabei nicht nur durch den Pfahlfußwiderstand zu erklären, welcher bei Zugpfählen nicht existiert und bei Druckpfählen einen Großteil des Lastabtrags übernimmt. Auch die Mantelreibungswiderstände weichen Messungen zufolge deutlich voneinander ab. De Kuiter und Beringen (1979) haben in verschiedenen Versuchen beobachtet, dass das Verhältnis der Mantelreibung zwischen Druck- und Zugpfählen im Bereich 0,65 bis 0,77 schwankt. De Nicola, A. und Randolph, M. (1993) haben ähnliche Versuche im Sand unternommen und ein Verhältnis der Mantelreibung zwischen Zug- und Druckpfählen im Bereich zwischen 0,44 bis 0,85 festgestellt, womit sich die Ergebnisse von De Kuiter und Beringen (1979) bestätigen. Eine Erklärung dafür ist, dass bei Zugbelastung der Pfahl in axialer Richtung gedehnt wird, was nach Jardine (2005) eine Verringerung der Horizontalspannungen gegenüber einem Druckpfahl zur Folge hat, siehe Abbildung 2. Bei Druckbelastung erhöht sich das Spannungsfeld um den Pfahl herum durch die Tatsache, dass im sich unter dem Pfahl befindlichen Boden ein Widerlager bildet (De Nicola, A. und Randolph, M., 1993). So können Spannungen aufgebaut werden und nach unten abgetragen werden, die bei Zugpfählen nicht gebildet werden können. Darüber hinaus haben De Nicola, A. und Randolph, M. (1993) bei Feldversuchen beobachtet, dass bei Zugpfählen durch die Rotation der

Hauptspannungsrichtungen eine Abminderung der durchschnittlichen effektiven Spannungen stattfindet.

2.3 Analytische Bemessungsmethoden von Zugpfählen

Es gibt eine Vielzahl von Veröffentlichungen, die sich mit dem Tragverhalten von Zugpfählen beschäftigen. In der letzten Zeit werden auch zunehmend die Einflüsse der Pfahlherstellung auf das Tragverhalten untersucht. Es werden hierbei Berechnungsmethoden der drei o. g. Gruppen der Widerstands-Hebungs-Linie (WHL) von Zugpfählen ausgewertet. Es werden verschiedene Methoden aus der Literatur aus Deutschland als auch aus dem Ausland herausgesucht und auf ihre Praktikabilität überprüft. Anhand dessen werden die alten Pfahlprobelastungen in Niederfinow gerechnet. Darauf aufbauend wird eine Methode für die Berechnung der neuen anstehenden Pfahlprobelastung ausgewählt, um eine Prognose zu geben.

Mit den Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Grenztragfähigkeit lassen sich in der Regel keine Aussagen zum Last-Verformungsverhalten treffen, weil diese Methoden nur den Bruchzustand betrachten. Das Last-Verformungsverhalten für den Gebrauchszustand wird häufig auf Grundlage der Elastizitätstheorie gegeben (Poulos, 1989; Poulos und Davis, 1980). Einen Anhaltspunkt zur Abschätzung des Verlaufs der WHL bieten nur die EA-Pfähle (2012) mit der Grenzhebung für Zugpfähle $s_{sg,t}$. Die Anwendung der Verfahren erfolgte für die Probelastungen in Niederfinow. Die Eingangsparameter der Bodenschichten wurden aus den Daten der CPT-Sondierung hergeleitet.

Die Verfahren unterscheiden in der Anwendung zwischen bindigen (b) und nichtbindigen (nb) Böden. Genauere Einordnungen können der einzelnen Darstellung der Verfahren entnommen werden. Die Art des Berechnungsansatzes wird in empirische Ansätze (Gruppe 1), Ansätze des Coulomb'schen Schergesetzes (Gruppe 2) und Ansätze eines angehängten Bodenkörpers (Gruppe 3) eingeteilt.

Die Tabelle 2 fasst die Abweichungen der errechneten Werte von den in der Probelastung gemessenen Werten zusammen. Die Ergebnisse zeigen eine große Überschätzung der maximalen Tragfähigkeit von allen Verfahren für den Standort 3. Grund dafür ist die deutlich größere Einbindetiefe und somit der größere Mantelwiderstand, den der Pfahl generieren sollte. Der Standort 3 kann als eine Anomalie gesehen werden. Über die Ursache konnten nur erste Annahmen getroffen werden, die auf eine Krümmung eines langen Pfahls in großer Tiefe oder die Änderung des Porenwasserdrucks in der Feinschichtung schließen. Die Auswertung der verschiedenen Methoden erfolgte vor allem für Standort 1 und 2, sodass nur eine geringe Datenmenge vorhanden ist. Insgesamt zeigt sich, dass die empirischen und Coulomb'schen Berechnungsansätze im Allgemeinen ähnliche Ergebnisse liefern. Die Verfahren des angehängten Bodenkörpers sind in mehrschichtigem Boden nicht geeignet, da diese nur Voraussagen für Pfähle in einer einzigen nichtbindigen Bodenschicht treffen können. Die Verfahren für Offshorepfähle sind für eine Anwendung für Zugpfähle an Land nicht geeignet. Weiterhin konnte die Abhängigkeit der vertikalen Spannung im Boden als sehr bedeutend eingeschätzt werden. Die beste Übereinstimmung zwischen Berechnungen und Messungen in Niederfinow liefert das Verfahren nach Prakash

Tabelle 2: Abweichung der berechneten Tragfähigkeit von der gemessenen Tragfähigkeit aus den Probelastungen in Niederfinow

Name	Bodenart	Gruppe	Standort 1	Standort 2	Standort 3
EA-Pfähle (2012)	b	1	108%	187%	317%
	nb	1			
Gwizdala (1997)	b	1	-5%	18%	71%
	nb	1			
Bustamante und Frank (1997)	b	1	37%	88%	121%
	nb	1			
Holeyman <i>et al.</i> (1997)	b	1	50%	89%	135%
	nb	1			
Skov (1997)	b	1	-19%	-10%	64%
	nb	1			
Manoliu (1997)	b	1	-12%	-8%	72%
	nb	1			
Simonsen und Athansiu (1997)	b	1	5%	-9%	82%
	nb	1			
API (2002)	b	1	8%	10%	140%
	nb	2			
Prakash und Sharma (1990)	b	1	-1%	-8%	62%
	nb	2			
ICP-05	b	2	46%	75%	144%
	nb	2			

nb: nichtbindig, b: bindig

und Sharma (1990), welches für die Prognose der neuen Pfahlprobelastung am Standort 4 verwendet wird. Die prognostizierte Herausziehwiderstand liegt bei 550 kN. Die Ergebnisse sind allerdings aufgrund der geringen Vergleichsgrundlage mit Probelastungen, der Herleitung der Parameter über die CPT-Sondierung und die Abweichungen am Standort 3 nur als gering aussagekräftig einzuschätzen. Insgesamt zeigt sich ein großer Forschungsbedarf auf dem Bereich der Zugpfähle im mehrschichtigen Boden.

3 Simulation der Pfahlprobelastungen

Es wird für die neue Pfahlprobelastung in Niederfinow eine Prognose der Klasse A mittels Finite-Elemente-Methode durchgeführt, um das Tragverhalten von Zugpfählen während der Probelastung zu bewerten, sowie die Eignung der entwickelten numerischen Methode zu zeigen. Als Software wird PLAXIS 3D eingesetzt.

3.1 Modellaufbau

Zunächst werden die Modellabmessungen festgelegt. Diese sollten so gewählt werden, dass sich Spannungsänderungen infolge von Einflüssen nicht in einem Maße bis zu den Rändern ausbreiten, dass sie dort unbekannt sind (EANG, 2014). Es werden Modellabmessungen von $10\text{ m} \times 20\text{ m}$ gewählt, was einem Vielfachen des Stahlprofils entspricht. Für den Abstand zwischen Pfahlfuß und dem unteren Modellrand werden fünf Meter vorgesehen. Es wird angenommen, dass ein weitreichender Einfluss in die Tiefe nicht vorliegt. Es liegt hierbei eine zweifache Symmetrieachse vor, die für die Reduzierung der Rechenzeit ausgenutzt wird. Für den Baugrundaufbau im Modell wird die Bohrung aus Abbildung 3 herangezogen. Es werden Bodenschichten mit mechanisch ähnlichen Eigenschaften zusammengefasst. In Abbildung 3 ist die Geometrie des betrachteten Randwertproblems des statischen Herausziehens des Pfahls unter Angabe der maßgebenden Abmessungen dargestellt.

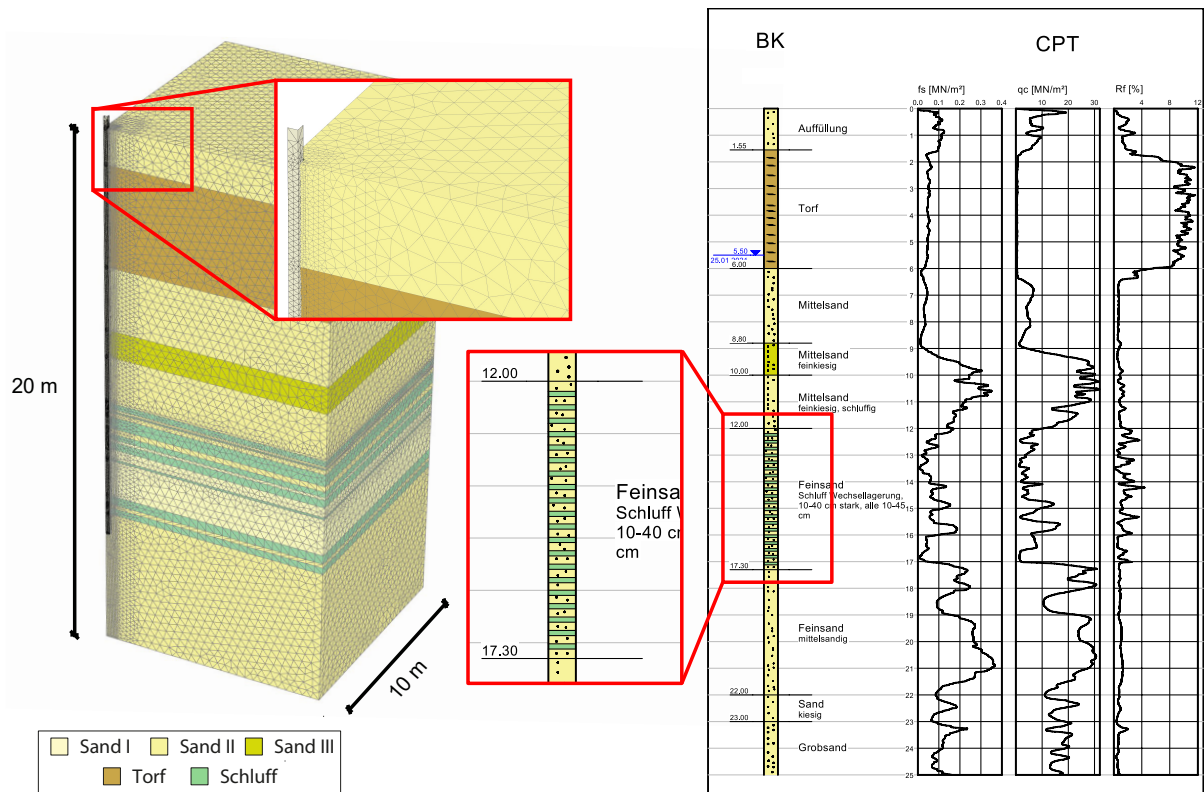


Abbildung 3: Numerisches Modell und Diskretisierung zur Berechnung der Zugtragfähigkeit (links) und Bodenaufbau und CPT-Sondierungsergebnisse am Standort der neuen Pfahlprobebelastung (rechts)

3.2 Stoffmodelle

Das mechanische Verhalten des Sands wird mit dem hypoplastischen Stoffmodell nach Wolffersdorff (1996) mit der Erweiterung der intergranularen Dehnung nach Niemunis und Herle (1997) beschrieben. Es stellt ein hochwertiges Stoffmodell dar, welches die wesentlichen Eigenschaften granularer Böden wiedergibt. Bei den Weichschichten, die nur einen kleinen Anteil im Modell ausmachen, wird auf das Soft Soil bzw. Soft Soil Creep Model zurückgegriffen. Für den Torf wird das Soft Soil Creep Model verwendet, weil der Torf besonders kriechfähig ist (Vermeer und Neher, 1999). Für den Schluff wird das Soft Soil Model verwendet, weil der Schluff weniger kriechfähig als der Torf ist. Die Stoffparameter werden anhand umfangreicher Laborversuche bestimmt, kalibriert und für die numerischen Berechnungen verwendet. Die Ergebnisse der Nachrechnung der CD-Triaxversuche für die Sande mit dem hypoplastischen Stoffmodell sind der Abbildung 4 zu entnehmen. Die Ergebnisse der Nachrechnung der Ödometerversuche mit dem Soft Soil bzw. Soft Soil Creep Model für die weichen Böden sind in der Abbildung 5 zu finden. Für die Übersicht wird nur ein Teil der Nachrechnung dargestellt. Die verwendeten Parametersätze sind in der Tabelle 3 und 4 zu finden.

Zur Modellierung des Pfahls werden 3D-Balkenelemente „wished in place“ verwendet, die dem strukturellen Element einer Schale entsprechen. Die Knoten haben drei Translationsfreiheitsgrade sowie drei Rotationsfreiheitsgrade. Bei der Simulation wird vereinfachend von einem linear elastischen Verhalten ausgegangen. Es wird mit einer Wichte von $78,5 \text{ kN/m}^3$, einem Elastizitätsmodul von $E = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$ und einer Querkontraktionszahl von $\nu = 0,3$ gerechnet. Die Pfahlänge beträgt im Modell 18,8 m, da der Pfahl 18,3 m in den Boden einbindet und der Pfahlkopf ungefähr einen halben Meter über der GOK liegt.

3.3 Scherparameter im Interface-Element

Der Kontakt zwischen dem Pfahl umgebendem Boden wird mit Interface-Kontaktelementen für große Relativbewegungen modelliert. Das Ergebnis und somit die WHL wird in der Simulation maßgebend durch die Scherparameter im Interface-Element beeinflusst. In tangentialer Richtung wird die Kontaktschubspannung durch ein Reibungsgesetz nach Coulomb eingesetzt. Mit dem Interfaceabminderungsfaktor R_{inter} können die Scherparameter reduziert werden. Die Abminderung des Reibungswinkels im Interface φ'_i erfolgt nach PLAXIS (2022) mit der folgenden Gleichung:

$$\tan \varphi'_i = \tan \varphi'_{Soil} \cdot R_{inter} \quad (3)$$

Die Kohäsion c' wird nach Gleichung 4 ebenfalls in Abhängigkeit des Interfaceabminderungsfaktors R_{inter} reduziert:

$$c'_i = c'_{Soil} \cdot R_{inter} \quad (4)$$

Aus den Scherparametern wird dann die maximale Schubspannung τ_{max} berechnet werden:

$$\tau_{max} = \sigma'_h \cdot \tan \varphi'_i + c'_i \quad (5)$$

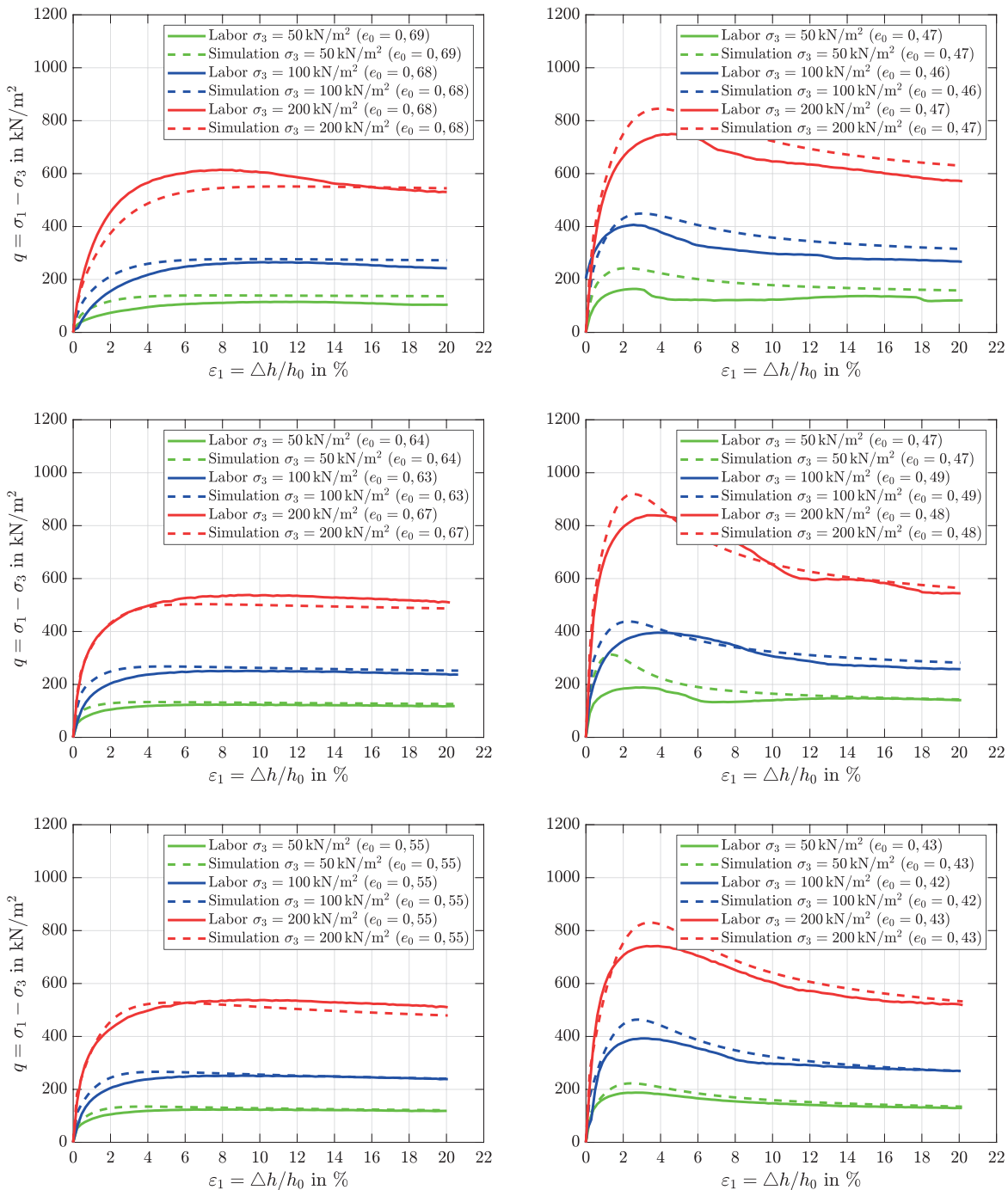


Abbildung 4: Triaxialversuche mit Sand I (oben), Sand II (Mitte) und Sand III (unten) sowie Nachrechnung der Triaxialversuche mit der FEM. Links die Ergebnisse der lockeren bzw. mitteldichten und rechts der dichten Anfangslagerung.

Die Reibung an der Pfahloberfläche wird durch die Relativverschiebung zwischen Pfahl und Boden hervorgerufen. Wenn die berechnete Schubspannung τ größer als τ_{max} ist, entsteht eine Relativverschiebung. Der Interfaceabminderungsfaktor R_{inter} hängt von der Rauigkeit der

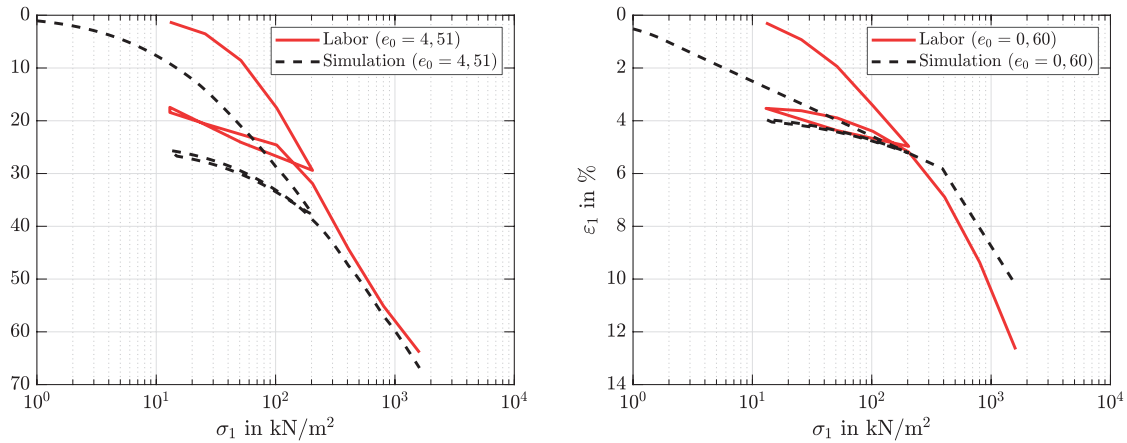


Abbildung 5: Ödometerversuche mit Torf (links) und Schluff (rechts) und Nachrechnung der Ödometerversuche mit der FEM.

Tabelle 3: Verwendeter kalibrierter Parametersatz für das hypoplastische Stoffmodell

Parameter	Einheit	Sand I	Sand II	Sand III
Stoffmodell	(-)	Hypoplast.	Hypoplast.	Hypoplast.
Drainagebed.	(-)	Drainiert	Drainiert	Drainiert
γ_{unsat}	(kN/m ²)	17,57	18,13	18,76
γ_{sat}	(kN/m ²)	19,79	20,14	20,63
e_{init}	(-)	variabel	variabel	variabel
φ_c	(°)	32,85	31,24	30,18
h_s	(kN/m ²)	$16,5 \cdot 10^4$	$244,2 \cdot 10^4$	$226,7 \cdot 10^4$
n	(-)	0,3506	0,2550	0,2897
e_{d0}	(-)	0,48	0,47	0,37
e_{c0}	(-)	0,98	0,84	0,72
e_{i0}	(-)	1,12	0,97	0,83
α	(-)	0,05538	0,0897	0,1536
β	(-)	1,555	1,653	1,298
m_R	(-)	1,463	1,532	4,648
m_T	(-)	4,683	1,523	1,172
R_{max}	(-)	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$6,7 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-4}$
β_R	(-)	0,1558	0,582	0,7967
χ	(-)	3,461	4,920	3,064

Manteloberfläche und der inneren Reibung des umgebenden Bodens ab. Es wird für die Sande nach der DIN 4085:2017-08 für unbehandelte Stahloberflächen ein R_{inter} von 0,67 ausgewählt. Dieser entspricht einem Wandreibungswinkel von $2/3\varphi$. Für die weichen Schichten wird R_{inter} zu 0,15 gesetzt, da diese als nicht tragfähig angesehen werden.

Tabelle 4: Kalibrierte Parameter für das Soft Soil und Soft Soil Creep Model.

Parameter	Einheit	Torf	Schluff
λ^*	(-)	0,1425	0,0310
κ^*	(-)	0,1077	$9,0 \cdot 10^{-3}$
μ^*	(-)	0,0120	-
c'_{ref}	(kN/m ²)	2,625	0
φ'	(°)	30,07	28,00
ψ	(°)	0	0
ν_{ur}	(-)	0,1703	0,15
K_0^{nc}	(-)	0,4919	0,5305
M	(-)	1,203	1,449

3.4 Berechnungsablauf

Es wird zunächst von einem Erdruhedruckzustand nach JAKI ausgegangen. Anschließend werden die Plate- und Interface-Elemente aktiviert. Abschließend werden die Lasten vschrittweise 100 kN erhöht, bis der Pfahl die maximale Tragfähigkeit erreicht. Für eine gleichmäßige Krafteinleitung wird die Last in eine adäquate Linienlast umgerechnet. Der Steg des Profils liegt genau in der Symmetrieachse, daher muss die Linienlast halbiert werden. Das Soft Soil Creep Model berücksichtigt das zeitabhängige Kriechen, daher muss der Time Intervall für jeden Berechnungsschritt angegeben werden (Neher, 2008). Für die Nachrechnung wird nur der Erstbelastungsast nachgerechnet, da es bei einer Entlastung zu einem Abbruch der Simulationen kommt.

3.5 Ergebnisse der numerischen Simulationen

In Abbildung 6 ist die resultierende Widerstands-Hebungs-Linie der Klasse-A-Prognose für den neuen Standort dargestellt. Es hat sich eine maximale prognostizierte Tragfähigkeit des Pfahls von ca. 627 kN ergeben. Die Klasse-A-Prognose wird mit den zwischen dem 28.02.2022 und dem 01.03.2022 ausgeführten statischen Probelastungen von drei Pfählen verglichen. Die Pfähle werden mittels Vibrations- und anschließend Schlagammung mit einem Abstand zwischen den einzelnen Pfählen von 8 m eingebracht. Die drei Pfähle haben gemäß Abbildung 6 ganz unterschiedliche Tragfähigkeiten gezeigt. Pfahl 1 hat mit 617 kN die größte und Pfahl 2 hat mit 325 kN die geringste Tragfähigkeit erreicht. Mit 500 kN liegt die Tragfähigkeit von Pfahl 3 zwischen den anderen beiden Pfählen. Durch die unterschiedliche Tragfähigkeit der drei Pfähle werden entsprechend nicht dieselben Laststufen gefahren. Außerdem wird Pfahl 2 durch seine geringe Tragfähigkeit nicht entlastet und wieder belastet. Obwohl die Bohrung (BS) und Probenentnahme, anhand dessen die Bodeneinteilung und -parameter ermittelt wurden, in der exakten Position vom Pfahl 2 stattgefunden haben, lässt sich zurzeit die geringe Tragfähigkeit vom Pfahl 2 nicht erklären.

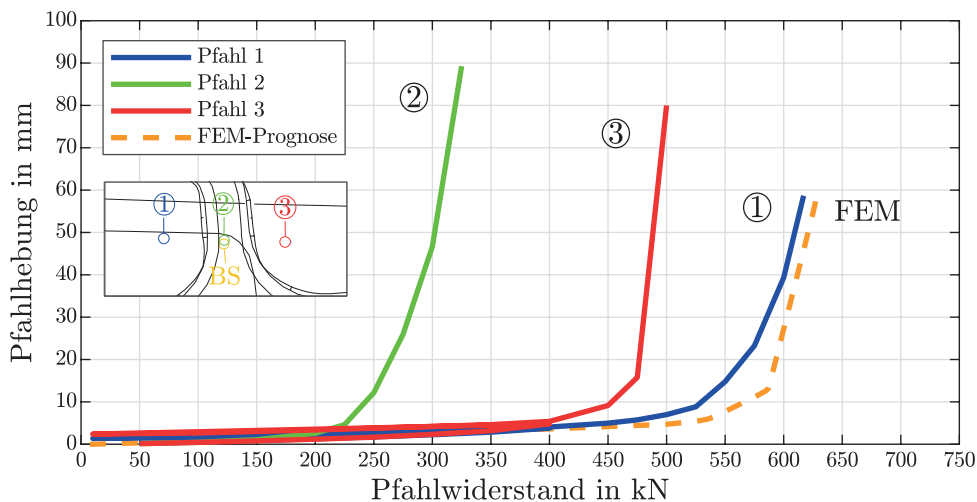


Abbildung 6: Vergleich der Widerstands-Hebungs-Linien aus der Probelastung für alle drei Pfähle mit der Klasse-A-Prognose. Die Positionen der Pfähle und der Bohrung (BS) sind auf dem Lageplan markiert

4 Zusammenfassung und Ausblick

Zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Zugpfählen sind Pfahlprobelastungen gegenwärtig unumgänglich. Obwohl Zugpfähle durch ihre immer breiter werdenden Anwendungsgebiete an Bedeutung gewonnen haben, existieren in Deutschland keine zugelassenen Bemessungsansätze oder Erfahrungswerte. Aus diesem Grund muss das Tragverhalten von Zugpfählen weiter erforscht werden. In diesem Beitrag werden das Tragverhalten und die maximale Tragfähigkeit von Zugpfählen untersucht. Es wurden im Rahmen der neuen Probelastung drei Stahlträgerprofile des Typs HP 320 x 88,5 in mehrschichtigem Untergrund mit einem Abstand von 8 m zueinander eingerammt und anschließend probelastet. Vor dem Feldversuch wurde eine numerische Prognose der Klasse A mittels FEM durchgeführt. Für die Ermittlung der Stoffparameter wurde die Bohrung in der unmittelbaren Position von Pfahl 2 herangezogen. Die Werte der Interfaceabminderungsfaktoren wurden aus der Literatur entnommen. Die berechnete Widerstands-Hebungs-Linie wurde mit den Messdaten verglichen. Die Ergebnisse der numerischen Simulationen zeigten, dass das qualitative und quantitative Last-Verformungsverhalten für den Pfahl 1 sehr gut getroffen werden. Demgegenüber sind die quantitativen Last-Verschiebungen für die Pfähle 2 und 3 im Vergleich zu der Klasse-A-Vorhersage zu gering ausgefallen. Eine endgültige Erklärung zu den niedrigen Tragfähigkeiten konnte zum Zeitpunkt dieser Arbeit nicht gegeben. Die Einbringung sowie die Probelastung der Pfähle wurden mit einem umfangreichen Versuchsprogramm messtechnisch begleitet. Es wurden während der Einbringung die Dehnung und Beschleunigung am Pfahlkopf mittels Dehnungsmessstreifen bzw. Beschleunigungsaufnehmer gemessen. Darüber hinaus wurde der gesamte Einbringvorgang mit einer Hochgeschwindigkeitskamera fotografiert, um die Einbringtiefe über die Zeit zu bestimmen. Faseroptische Dehnungsmessungen wurden während der Probelastung innerhalb jeder einzelnen Laststufe durchgeführt, um die Dehnung entlang des Pfahls zu bestimmen. Die Auswertung der Messdaten mit den numerischen Simulationen sollen zukünftig mehr Auskunft über das

Tragverhalten der Pfähle geben, um das unterschiedliche Tragverhalten der Pfähle zu erklären.

Es wird vermutet, dass der Baugrund einen großen Einfluss auf die Tragfähigkeit hat. Hervorzuheben ist dabei das Vorhandensein von Feinschichtungen und ihr Einfluss auf die Zugtragfähigkeit der Pfähle. Daraus leiten sich die Fragen ab, ob es zu Verschleppungen, Veränderungen der Porenwasserdrücke oder anderen eventuell unbekanntem Effekten kommt, welche die Mantelreibung und das Tragverhalten beeinflussen. Daher wären zusätzliche Feld-, Labor- oder numerische Untersuchungen wünschenswert, um Erklärungsansätze zu liefern. Darüber hinaus könnte die Einbringimperfection der Pfähle die Tragfähigkeit beeinflussen. Möglicherweise weicht der eingerammte Pfahl im Untergrund von der Lotrechten ab und biegt sich durch. Der Einbringvorgang wurde mehrfach unterbrochen, damit die Neigung kontrolliert wird. Es wurde eine Korrektur vorgenommen, indem die Position der Rammführung, bestehend aus einem Stahlrohr, das an den Schaufeln eines Baggers angeschweißt war, verändert wurde. Dadurch ist es denkbar, dass der Pfahl in eine gewisse Position bei der Einbringung gezwungen wurde und im Endzustand verbogen oder verdrillt ist. Hinzu kommt, dass der Baggerarm, verglichen mit anderen Rammführungen, keine ausreichende Führung liefert. Bedingt durch die weniger steife Führung kann es sein, dass der Pfahl zwar keinem Zwang unterliegt, aber dennoch nicht lotrecht in den Boden eingebracht wurde. Des Weiteren könnten Schläge, die nicht senkrecht auf das Rammgut treffen, horizontale Verformungen in dem unteren Abschnitt des Pfahls verursachen, wenn steife Schichten im oberen Abschnitt vorhanden sind. Somit fungiert die steife Schicht als steifes Auflager für den Pfahl. Abschließend kann die Stahloberfläche als Ursache aufgeführt werden. Daher sollen die Einwirkungen auf den Kontaktbereich zwischen Stahlpfahloberfläche und den Boden erfasst werden. Der reibungsbedingte Mantelwiderstand hängt von der effektiven Radialspannung σ_h und dem Wandreibungswinkel δ ab. Dazu kommt tangentielle Adhäsion. Zum Interfaceabminderungsfaktor liegen aktuell keine verlässlichen Zahlenwerte vor, wodurch weitere Forschungsarbeiten hinsichtlich des Reibungskoeffizientens wünschenswert wären. Dies kann z. B. im Rahmen- oder im Ringschergerät erfolgen.

Literatur

- [1] API (2002), Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms - Working Stress Design, 21st Edition. *American Petroleum Institute*
- [2] Bustamante, M. und Frank, R. (1997), Design of axially loaded piles in France: National Report. *International Seminar Design Of Axially Loaded Piles: European Practice*, 161-175
- [3] De Kuiter und Beringen (1979), Pile foundations for large North Sea structures. *Marine Georesources & Geotechnology*, 267-314
- [4] DIN 1054:2021-04, Baugrund - Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau - Ergänzende Regelungen zu DIN EN 1997-1, *Beuth Verlag*
- [5] DIN 4085:2017-08, Baugrund - Berechnung des Erddrucks. *Beuth Verlag*

- [6] De Nicola, A. und Randolph, M. (1993), Tensile and compressive shaft capacity of piles in sand. *Journal Of Geotechnical And Geoenvironmental Engineering*, 3:1952-1973
- [7] EA-Pfähle (2012), Empfehlungen des Arbeitskreises Pfähle. *Ernst*
- [8] EANG (2014), Empfehlungen des Arbeitskreises Numerik in der Geotechnik. *Ernst*
- [9] Gwizdala, K. (1997), Polish Design Methods for Axially Loaded Piles. *Design Of Axially Loaded Piles—European Practice*, pp. 291-306
- [10] Handbuch Eurocode 7-1 (2015), Geotechnische Bemessung: - Teil 1: Allgemeine Regeln: Deutsche Fassung EN 1997-1:2004. *Beuth Verlag*
- [11] Herle, I. (2003), Numerical predictions and reality. *Advanced Mathematical And Computational Geomechanics*, pp. 167-194
- [12] Holeyman, A., Menge, P., Miller, J., Simon, G., Bauduin, B., Bottiau, M., Debacker, P., De Cock, F., Dupont, E., Hilde, J. und Others (1997), Design of axially loaded piles - Belgian practice. *Design Of Axially Loaded Piles - European Practice*.
- [13] Jardine, R., Chow, F., Overy, R. und Standing, J. (2005), ICP design methods for driven piles in sands and clays. *Thomas Telford Publishing*
- [14] Lambe, T. (1973), Predictions in soil engineering. *Géotechnique*, 23:149-202
- [15] Manoliu, I. (1997), Design of axially loaded piles-Romanian practice. *In Design Of Axially Loaded Piles-European Practice, Balkema, Rotterdam*, pp. 307-320
- [16] Neher, H. (2008), Zeitabhängiges Materialverhalten und Anisotropie von weichen Böden.
- [17] Niemunis, A. und Herle, I. (1997), Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics Of Cohesive-frictional Materials*, 2:279-299
- [18] PLAXIS (2022), PLAXIS 3D-Reference Manual.
- [19] Poulos, H. (1989), Pile behaviour—theory and application. *Geotechnique*, 39(3): 365-415
- [20] Poulos, H. (1980), und Davis, E. *Pile Foundation Analysis and Design*. *Wiley*
- [21] Prakash, S. und Sharma, H. (1990), *Pile foundations in engineering practice*. *John Wiley & Sons*
- [22] Quarg-Vonscheidt, J. (2000), Berechnungsmodell für die Tragfähigkeit und das Gruppenverhalten von Zugpfählen: Zugl.: Wuppertal, Univ., Diss.
- [23] Rackwitz, F. (2003), Numerische Untersuchungen zum Tragverhalten von Zugpfählen und Zugpfahlgruppen in Sand auf der Grundlage von Probelastungen, Diss., 2002. (Univ.-Bibliothek der Techn. Univ. Abt. Publ. Sekr. FRA-B,2003)
- [24] Simonsen, A. und Athansiu, C. (1997), Design of axially loaded piles-Norwegian practice. *In Design Of Axially Loaded Piles-European Practice, Balkema, Rotterdam*. pp. 269-289

- [25] Skov, R. (1997), Pile Foundation—Danish Design Methods and Piling Practice. *Design Of Axially Loaded Piles—European Practice*. pp. 101-113
- [26] Vermeer, P. und Neher, H. A (1999), soft soil model that accounts for creep. *Beyond 2000 In Computational Geotechnics – 10 Years Of PLAXIS*.
- [27] von Wolffersdorff, P. A (1996), hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics Of Cohesive-frictional Materials*, 1:251-271
- [28] Witzel, M. Zur Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von vorgefertigten Verdrängungspfählen in bindigen und nichtbindigen Böden: Zugl.: Kassel, Univ., Diss.

Danksagung

Die durchgeführten Arbeiten wurden im Rahmen des FuE Projektes „Tragfähigkeit von Stahlrammpfählen“ der BAW durchgeführt. Der BAW sei an dieser Stelle für Ihre finanzielle Unterstützung gedankt. Der Autor bedankt sich auch beim Masterstudenten Anil Dogan für die im Rahmen seiner Masterarbeit geleistete Unterstützung.

Autor

M.Sc. Diaa Alkateeb
Technische Universität Hamburg
Institut für Geotechnik und Baubetrieb
Harburger Schlossstraße 36
21079 Hamburg
Tel.: +49(0)40/42878-3820
Fax: +49(0)40/42731-0807
E-Mail: diaa.Alkateeb@tuhh.de
Web: www.tuhh.de/gbt

Ausgewählte Praxisbeispiele für Bemessungsaufgaben mittels der FEM

Thomas Meier

Abstract: Dieser Beitrag soll einen Überblick darüber vermitteln, welche Bemessungsaufgaben in der Praxis derzeit mittels numerischer Methoden (hier: ausschließlich der Finiten Elemente Methode) bearbeitet werden.

1 Einleitung

Der vorliegende Beitrag soll einen Überblick über Anwendungsfälle geben, bei denen der Einsatz numerischer Methoden in der geotechnischen Praxis für Bemessungsaufgaben bislang bereits etabliert ist. Dabei handelt es sich ausschließlich um Projekte, bei denen die Finite Elemente Methode zum Einsatz kam.

Einen guten allgemeinen Überblick über die Bemessung mit numerischen Methoden, Bemessungsphilosophien und derzeitige Aktivitäten hinsichtlich diesbezüglicher Normungsbestrebungen findet sich in [25].

Die Finite Differenzen Methode wurde seitens des Autors vereinzelt in Form nichtkommerzieller Programme aus dem akademischen Bereich z.B. bei der Anwendung eines Verfahrens zur Interpretation von Drucksondierungen basierend auf Hypoplastizität oder der Bemessung von Rasterabständen für Rütteldruckverdichtungsmaßnahmen eingesetzt [15]. Auf solche Spezialanwendungen wird hier nicht weiter eingegangen.

Die nachfolgend aufgeführten Beispiele basieren auf der Erfahrung des Autors sowohl als Aufsteller als auch aus Prüfsachverständigentätigkeiten nach Bauordnungsrecht und für das Eisenbahnbundesamt und erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Die Fallbeispiele behandeln folgende Punkte:

- Ermittlung von Erddrücken auf (Verbau-) Wände
- Ermittlung von Bettungsverteilungen (horizontal oder vertikal)
- Ermittlung von charakteristischen Schnittgrößen für Bauteile
- Bemessung von Kombinierten Pfahl-Platten-Gründungen
- Bemessung von Baugrundverbesserungsmaßnahmen mittels Stabilisierungssäulen
- Nachweise der sog. „Dynamischen Stabilität“ von Eisenbahnstrecken (zur Bemessung erforderlicher Schichtdicken im Untergrund)
- Bemessung von Geogittern

Die nachfolgend gezeigten Analysen wurden in grundsätzlicher Übereinstimmung mit den Empfehlungen des Arbeitskreises Numerik in der Geotechnik der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik [13] durchgeführt.

2 Anmerkungen zu Stoffgesetzen in der geotechnischen Praxis

Die Verwendung möglichst realistischer Stoffmodelle ist ein wesentlicher Aspekt bei der Durchführung numerischer Untersuchungen (s. z.B. [8][25]). Eine triviale Tatsache, die inzwischen auch in der Praxis so gesehen wird und zumindest bei größeren Projekten auch Berücksichtigung findet.

Ein geeignetes Stoffmodell für die Abbildung des meist ausgeprägt nichtlinearen mechanischen Verhaltens von Boden sollte daher auch aus praktischer Sicht die folgenden Eigenschaften aufweisen:

- Zustandsabhängige Materialsteifigkeit und Festigkeit
- Abhängigkeit der Materialsteifigkeit vom Deformationspfad und der jüngsten Deformationsgeschichte, d.h. mindestens Differenzierung zwischen Erst-, Ent- und Wiederbelastung und allgemein erhöhte Steifigkeit bei Änderung der Deformationsrichtung im Raum
- Möglichkeit zur Abbildung eines realistischen Kontraktanz-/Dilatanzverhaltens und hinsichtlich der Festigkeit die Möglichkeit zur Abbildung einer Ver- bzw. Entfestigung des Materials bei monotoner Scherung

Das oft verwendete HardeningSoil-Modell auf Grundlage eines hyperbolischen Stoffmodells von Duncan und Chang [4] unter Berücksichtigung erhöhter Steifigkeiten im Bereich kleiner Dehnungen (sog. „small strain stiffness“ [3]) stellt in dieser Hinsicht den derzeitigen Stand der Technik unter teilweiser Berücksichtigung der o.g. Anforderungen dar.

Auch realistischere hypoplastische Modelle [26][21][14][15], bei denen Festigkeit und Steifigkeit grundsätzlich Zustandsgrößen und Funktionen der Dichte (Porenzahl), des Spannungszustands, des Deformationspfades und der jüngsten Deformationsgeschichte sind, kommen vereinzelt auch in der Baupraxis zum Einsatz (s. z.B. [2][16][17]). Diese erfordern allerdings etwas umfangreichere Laboruntersuchungen für die Kalibrierung der Modellparameter und entsprechende Expertise, was letztlich den Anwenderkreis einschränkt und mit einem höheren Aufwand verbunden ist, weshalb solche Stoffgesetze in der Praxis meist nur bei der Lösung von Randwertproblemen mit alternierenden Beanspruchungen Anwendung finden, wie z.B. bei der Prognose der Porenwasserdruckentwicklung in gesättigten Sanden infolge seismischer Beanspruchung oder der Entwicklung der Porenzahlen infolge Vibrationsverdichtung.

Im Rahmen der hier gezeigten FE-Analysen wurde überwiegend das HardeningSoilSmallStrain-Stoffmodell für Boden verwendet, vereinzelt in hinsichtlich der Aufgabenstellung irrelevanten Bereichen auch das elastisch-starrplastische Stoffmodell mit Grenzbedingung nach Mohr/Coulomb und nicht-assoziiierter Fließfläche. Massivbauteile (Beton) werden überwiegend linearelastisch abgebildet, auch wenn inzwischen z.B. das sog. ShotCrete-Modell den meisten Anwendern zur Verfügung steht, das einerseits das nichtlineare Spannungs-Dehnungsverhalten von Betonen als auch die zeitliche Entwicklung von Steifigkeit und Festigkeit berücksichtigen kann.

3 Fallbeispiele

3.1 Ersatzneubau eines Wasserkraftwerks am Innkanal bei Töging

3.1.1 Projektbeschreibung und Aufgabenstellung

Zur Effizienzsteigerung eines seit 1924 bestehenden Wasserkraftwerks mit einer Leistung von jährlich derzeit ca. 84 MW wird derzeit ein Ersatzneubau hergestellt, der eine Leistung von ca. 118 MW haben wird, was einer Leistungserhöhung von rd. 38 % entspricht. Eine Visualisierung des geplanten Endzustands zeigt Bild 1. Ein Auszug aus einem Übersichtslageplan ist in Bild 2 dargestellt. Eine ausführlichere Beschreibung des Bauvorhabens findet sich in [14].

Für die Bemessung der Schlitzwandkonstruktion mit lose aufgesetzter Winkelstützwand im Einlaufbereich des Neubaus, die im Schnitt in Bild 3 im Detail dargestellt ist, waren neben klassischen Verformungsprognosen für die Schlitzwand, deren einzelne Lamellen als zueinander verschieblich anzunehmen und teilweise als T-Lamellen geplant waren, horizontale Bettungsverteilungen für die Nachweise der inneren Tragfähigkeit der Schlitzwandlamellen nach dem Bettungsmodulverfahren (s. z.B. EAB, EB 102 [15]) durch den Tragwerksplaner zu berechnen. Auf Grund der Komplexität des Bauwerks und im Sinne eines ökonomischen Designs wurde sich gegen die Anwendung (stark) vereinfachter Ansätze gemäß EAB entschieden.



Bild 1: Visualisierung des geplanten Endzustands [13].

3.1.2 Umsetzung und exemplarische Ergebnisse

Aufgrund der Komplexität des Randwertproblems erfolgte eine 3-dimensionale Modellierung mit der in der geotechnischen Praxis üblichen Software Plaxis 3D.

Das erste Modell aus der Entwurfsphase des Projekts zeigt Bild 4, welches in späteren Leistungsphasen u.a. auf Grundlage der bereits vorliegenden Ergebnisse noch optimiert wurde. Auf Grundlage der numerischen Analyse wurden dem Tragwerksplaner für maßgebende Schnitte realitätsnahe horizontale Bettungsverteilungen für unterschiedliche Bauphasen übergeben, wie sie in Bild 5 exemplarisch gezeigt sind und auf deren Grundlage die Bemessung der Stahlbeton-Querschnitte erfolgte.

Weiterhin lässt sich zusammenfassend sagen, dass auf Grundlage der 3D-FE-Analysen außerdem gezeigt werden konnte, dass auch unter Zugrundelegung sehr ungünstiger Annahmen für Bau- und Betriebszustände insgesamt sehr kleine rechnerische Wandverschiebungen resultieren und zu keinem Zeitpunkt mit Relativverschiebungen zwischen den einzelnen Schlitzwandlamellen zu rechnen sein wird.

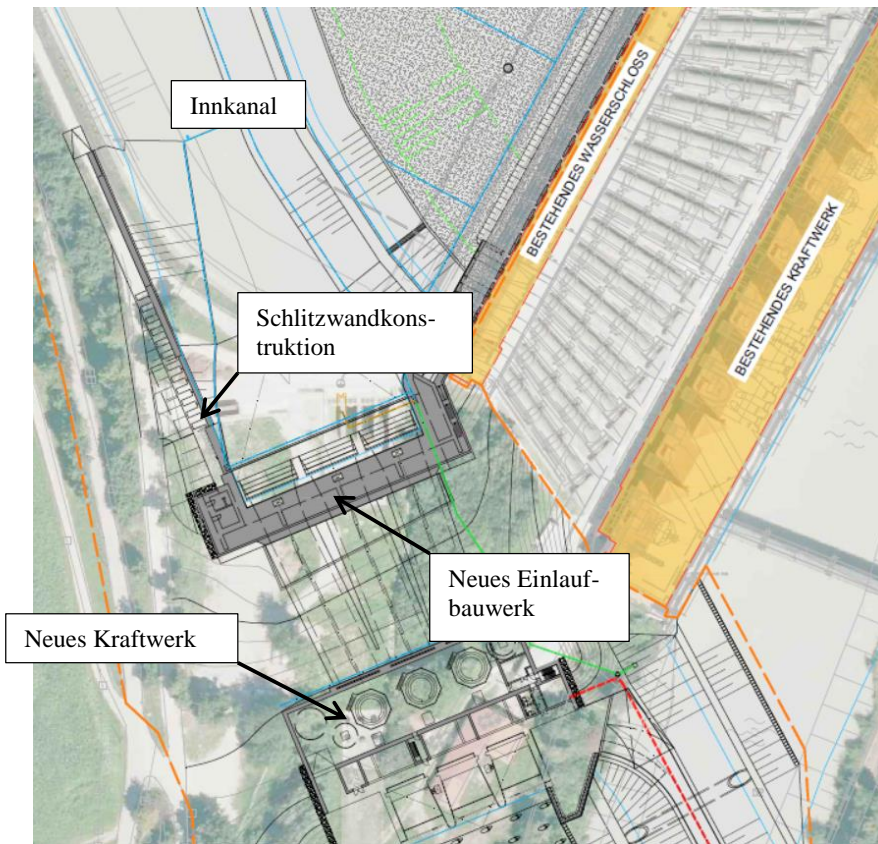


Bild 2: Auszug Übersichtslageplan – Ausschreibungsplanung [1].

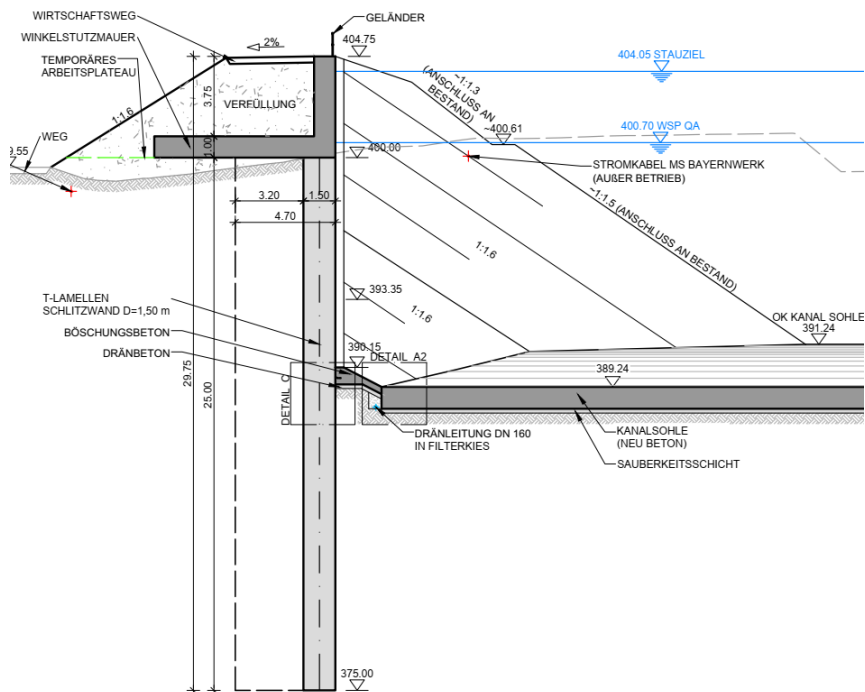


Bild 3: Auszug Schnitt – Ausschreibungsplanung [1].

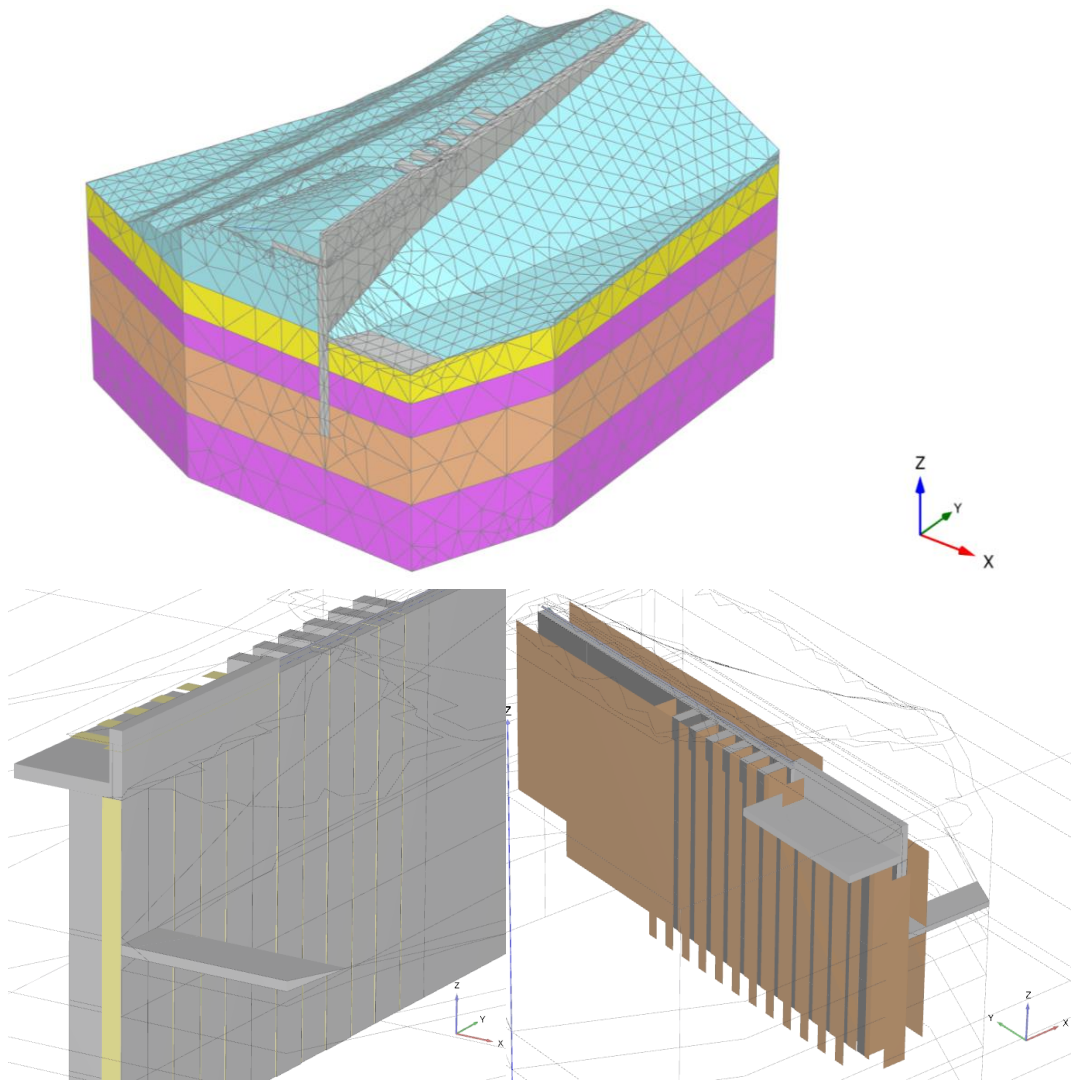


Bild 4: 3D-FE-Modell inkl. Detailansichten.

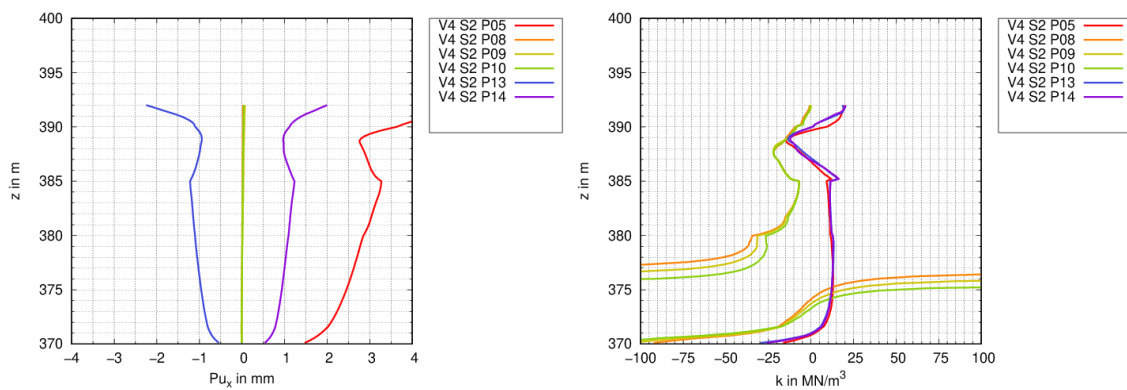


Bild 5: Horizontale Wandverschiebungen und Bettungsverteilungen im Schnitt S2 für unterschiedliche Bauzustände

3.2 Bodenplatte eines Hochregallagers

3.2.1 Projektbeschreibung und Aufgabenstellung

Dieses anonymisierte Fallbeispiel behandelt eine 80 cm mächtige Bodenplatte aus Stahlbeton für den Neubau eines Hochregallagers. Unterhalb einer zementverfestigten Schicht (ZvS) waren in einem Raster von 1,8 m x 1,8 m Stabilisierungssäulen als Bodenverbesserungsmaßnahme zur Setzungsreduktion installiert worden.

Als Gebrauchstauglichkeitskriterium war seitens des Anlagenbauers eine extrem kleine maximale Winkelverdrehung für die Bodenplatte vorgegeben.

Für die Bemessung der Bodenplatte und die Untersuchung der Gebrauchstauglichkeit durch den Tragwerksplaner sollte letztlich für die Gesamtheit der Bodenplatte eine möglichst realistische Bettungsverteilung für abgestimmte Lastfallkombinationen des Hochregallagers berechnet werden. Einen Eindruck des FE-Modells soll Bild 6 vermitteln.

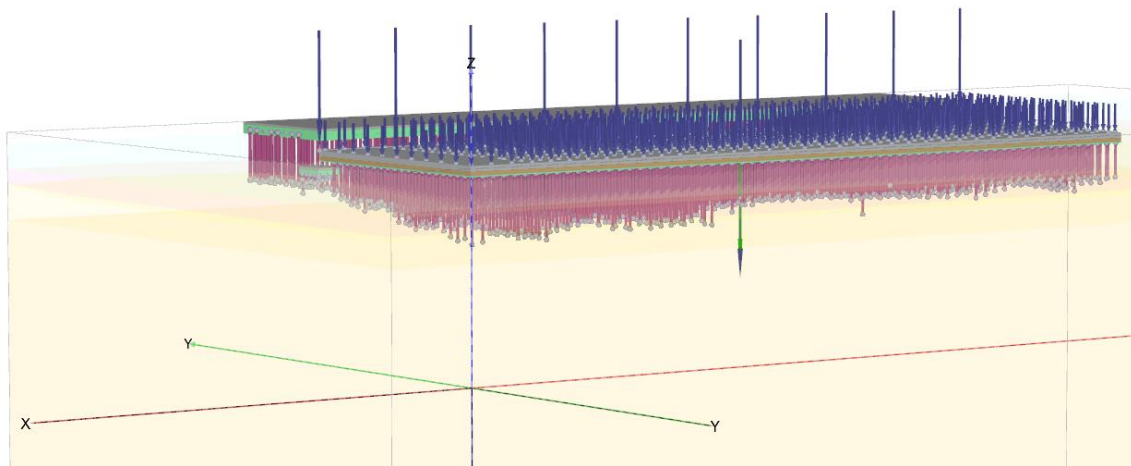


Bild 6: 3D-Modell der gesamten Bodenplatte für den Neubau eines Hochregallagers inkl. eines Teils des Nachbargebäudes und sämtlicher Stabilisierungssäulen.

3.2.2 Umsetzung und exemplarische Ergebnisse

Seitens des Herstellers der Stabilisierungssäulen standen die Herstellungsprotolle mit exakter Position der Ansatzpunkte und tatsächlich hergestellter Länge der Säulen zur Verfügung. Diese Daten wurden 1:1 im FE-Modell berücksichtigt. Die Säulen wurden mittels sog. embedded-beam-Elemente modelliert. Dabei handelt es sich um Strukturelemente (Balken), die entlang des Mantels und am Fuß an das FE-Netz des umgebenden Bodens gekoppelt sind. Das Tragverhalten kann meist sehr gut durch Anpassung Plaxis-interner Defaultwerte über sog. opt-Dateien kalibriert werden.

Um eine möglichst gute Übertragung der resultierenden Bettungsverteilungen aus dem geotechnischen FE-Modell in das Sofistik-Modell des Tragwerksplaners zu gewährleisten und auf praxisübliche grobe Vereinfachungen (Einteilung in Bereiche gleicher Bettung, meist nach der subjektiven Methode des genauen Hinsehens und Stricheziehens) verzichten zu können, wurde gemeinsam mit dem Tragwerksplaner eine Python-basierte Schnittstelle programmiert, die eine fast perfekte direkte Übertragung erlaubt. Eine solche resultierende Bettungsverteilung zeigt Bild 6. Ein weiterer Vorteil dieses innovativen Vorgehens ist, dass der Prozess automatisiert stattfindet und so auch noch Zeit spart.

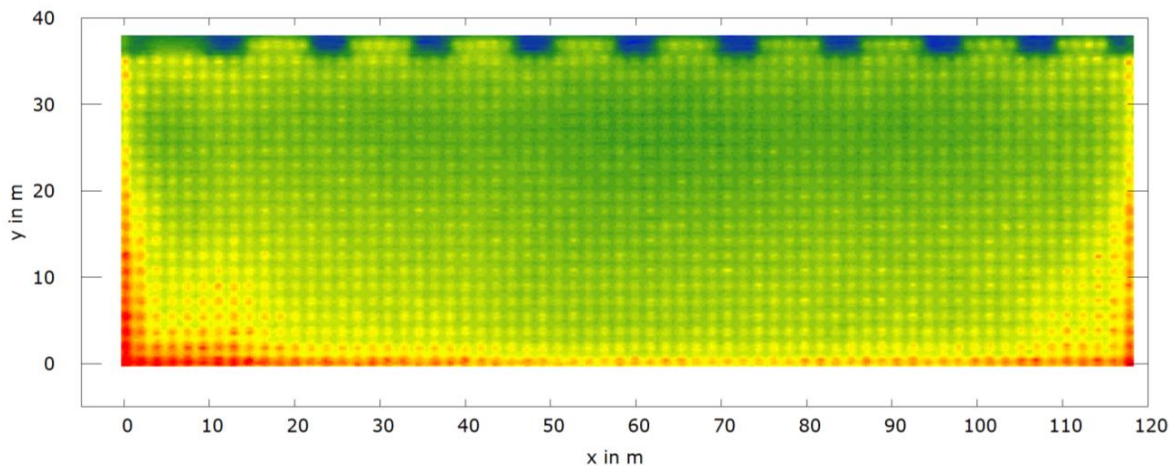


Bild 6: Bettungsverteilung der Bodenplatte.

3.3 Kombinierte Pfahl-Platten-Gründung

3.3.1 Allgemeine Erläuterungen

Über Kombinierte Pfahl-Platten-Gründungen (KPP) von Hochhäusern ist vor allem in Deutschland schon sehr viel publiziert worden, weshalb nachfolgend ein kleines Beispiel aus dem Industriebau vorgestellt wird.

Das Grundprinzip einer KPP besteht in der Berücksichtigung der komplexen Boden-Pfahl-Platten-Interaktion. Der Tragfähigkeitsnachweis erfolgt für das Gesamtsystem, die konventionellen Nachweise der äußeren Tragfähigkeit des Einzelpfahls entfallen. In der KPP-Richtlinie der DGGT (enthalten in [10]) wird aufgrund ihres Alters für die Tragfähigkeit des Gesamtsystems noch eine globale Sicherheit von 2 gefordert. Es kann allerdings leicht gezeigt werden, dass dies grundsätzlich dem Sicherheitsniveau unter Anwendung des Teilsicherheitskonzepts gemäß EC 7-1 [5] entspricht: Mittelwert der Einwirkungen bzw. Beanspruchungen $\gamma_{F/E} \approx 1,4$, Widerstandsseite $\gamma_{b/s/t} = \gamma_{R,v} = 1,4$ für Druckpfähle bzw. Grundbruchwiderstand und somit $\eta_{\text{erf}} = 1,4^2 = 1,96 \approx 2,0$ für den Grenzzustand GEO-2, Bemessungssituation BS 1.

Praktisch lässt sich die erforderliche Sicherheit im FE-Modell sehr einfach anhand der Widerstandsetzungslinie zeigen, indem man diese bis zur 2-fachen charakteristischen Gesamtlast aus dem Hochbau oder darüber hinaus berechnet und am Verlauf aufzeigt, dass sich das System noch nicht im Grenzzustand befindet. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, zu zeigen, dass die maximale Setzung unter 2-facher Gesamtlast kleiner ist, als das normativ vereinbarte Grenzkriterium für die Tragfähigkeit von Einzelpfählen, das heißt $s_{\text{max}} < 0,1 d_{\text{Pfahl}}$. Der Autor vertritt allerdings die Ansicht, dass die erst genannte Methode „sauberer“ ist, da das Last-Setzungsverhalten des Gesamtsystems im Sinne der KPP-Richtlinie bewertet wird.

3.3.2 Projektbeschreibung und Aufgabenstellung

Bei diesem anonymisierten Fallbeispiel konnte die Berechnung einer auf Pfählen gegründeten Bodenplatte eines Pressenkellers im Rahmen des Neubaus einer Produktionsanlage für die Automobilindustrie salopp ausgedrückt als Retter in der Not erfolgen. Unmittelbar neben einem bereits bestehenden Presswerk soll eine baugleiche Erweiterung hergestellt werden. Das bestehende Bauwerk ist teilweise auf Rammpfählen in erschütterungsempfindlichen enggestuften

Sanden gegründet. Neben den flachgegründeten Außenfundamenten des Bestands können aufgrund der Untergrundverhältnisse allerdings keine Rammpfähle für den Neubau installiert werden. Bohrpfähle schieden aufgrund anderer projektspezifischer Randbedingungen aus. Es kommen daher Stahlbeton-Schraubpfähle eines Schweizer Herstellers zum Einsatz. Bei der Installation dieser Schraubpfähle kam es zu gewissen Schwierigkeiten und die anschließenden Probelastungen lieferten im Vergleich zu den Rammpfählen geringere Tragfähigkeiten. Um nicht die gesamte, bereits geprüfte und freigegebene Ausführungsstatik für das Werk entsprechend anpassen zu müssen, erfolgte der Nachweis der Tragfähigkeit der tiefgegründeten Pressenkeller mittels 3-dimensionaler FE-Analysen als KPP.

3.3.3 Vorgehensweise und Ergebnisse

Wie immer in FE-Projekten mit Gründungspfählen erfolgte zunächst die Kalibrierung des Pfahltragverhaltens für den Einzelpfahl. Um eine Netzabhängigkeit des Ergebnisses ausschließen zu können, erfolgte diese im Gesamtmodell. Diese Vorgehensweise hat sich in der Praxis leider noch nicht flächendeckend eingebürgert. Das Ergebnis der Kalibrierung ist in Bild 7 gezeigt. Bis weit über den Gebrauchslastbereich hinaus (maximale Pfahlkraft rd. 650 kN) ist eine sehr gute Übereinstimmung erkennbar.

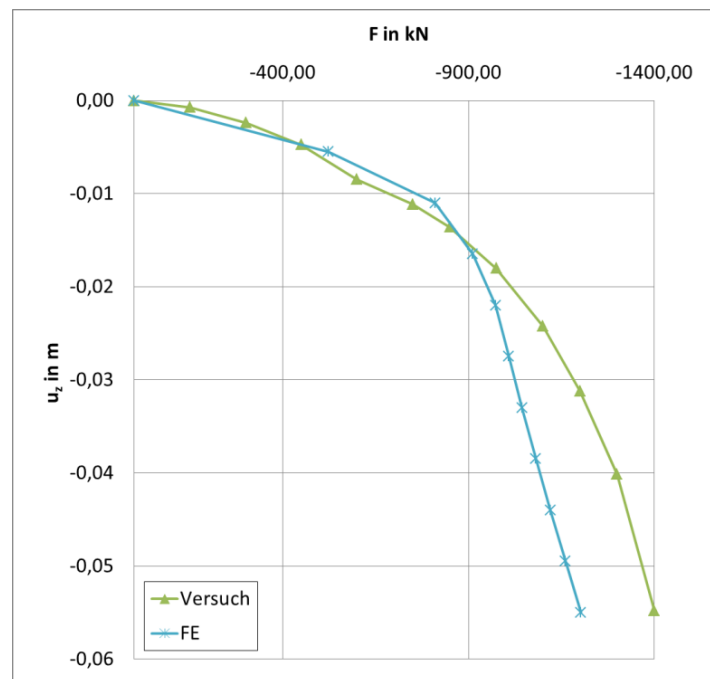


Bild 7: Ergebnis der Kalibrierung eines Einzelpfahls.

Bild 8 zeigt das untersuchte Gesamtsystem, das auch an den Neubau anschließende Bestandsgebäudeteile berücksichtigt. Diese sind an den grauen Rammpfählen, die als Kontinuumselemente abgebildet wurden erkennbar.

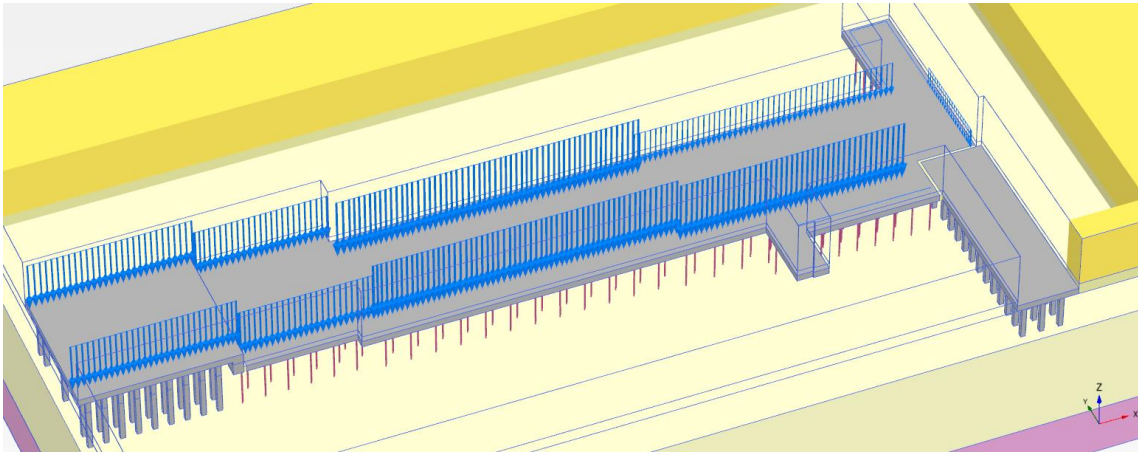


Bild 8: Ausschnitt KPP-Modell eines Pressenkellers.

Die Widerstandsetzungslinie (WSL) des maßgebenden Punktes mit der maximalen Setzung des Gesamtsystems zeigt Bild 9. Selbst im Bereich größer der 2-fachen charakteristischen Beanspruchungen zeichnet sich noch kein Erreichen eines Grenzzustands im Sinne der KPP-Richtlinie [10] ab. Auch das oben beschriebene Setzungskriterium wäre in etwa eingehalten. Der α_{KPP} -Wert beträgt $0,65 \leq 0,90$ und liegt damit innerhalb der Anwendungsgrenzen von [10]. Der Nachweis der inneren Tragfähigkeit der Pfähle erfolgte auf Grundlage der maximalen rechnerischen Pfahlkraft aus dem FE-Modell.

Mit Hilfe dieses Nachweises konnte die bereits freigegebene Ausführungsplanung des Tragwerksplaners beibehalten werden, da die Bemessung der Bodenplatte für die ursprünglich angenommene punktuelle Stützung auf steiferen Pfählen ohne Berücksichtigung der mittragenden Wirkung des Baugrunds konservativ ist.

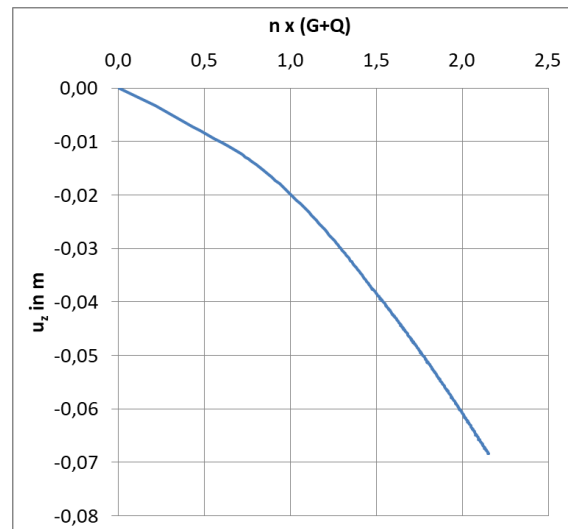


Bild 9: WSL des Gesamtsystems für den maßgebenden maximaler Setzung.

3.4 Nachweis der dynamischen Stabilität

3.4.1 Projektbeschreibung

In Kalifornien ist der Bau von Hochgeschwindigkeitseisenbahnstrecken geplant bzw. befindet sich zumindest teilweise bereits in der Ausführung (Bild 10).

Gemäß Anforderungskatalog der zuständigen Authorities war wörtlich übersetzt u.a. folgende Forderung zu erfüllen: „Zur Abschätzung der Setzungen des Gleisunterbaus infolge der dynamischen Belastung durch die Hochgeschwindigkeitszüge sind Analysen mit Finite-Elemente-Methoden wie ADINA, ABAQUS, ANSYS, PLAXIS usw. durchzuführen.“

International gibt es hierfür keine etablierten Verfahren, weshalb sich der Einsatz der in Deutschland seitens der DB Netz AG empfohlenen Methodik für den Nachweis der dynamischen Stabilität [4] anbot.

Der Autor wurde in diesem Zusammenhang seitens des Ausführungsplaners mit der Durchführung von numerischen dynamischen Analysen für mehrere Abschnitte des in Bild 10 gezeigten Bereichs beauftragt.

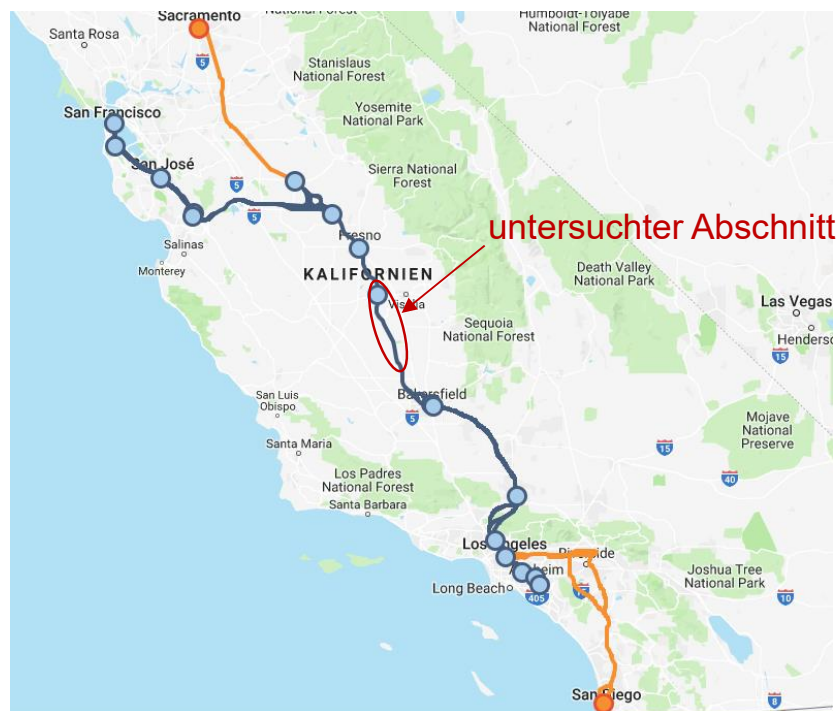


Bild 10: Geplante Strecken des CAHSR-Projekts .

3.4.2 Vorgehensweise und Ergebnisse

Der Grundgedanke hinter dem rechnerischen Nachweis der dynamischen Stabilität auf Grundlage der Empfehlungen der DB Netz besteht darin, dass gezeigt wird, dass im Oberbau und Untergrund einer Eisenbahnstrecke die volumetrische zyklische Scherdehnungsgrenze γ_{tv} nach Vučetić [23][11] eingehalten wird, welche in den genannten Veröffentlichungen auf Grundlage von zyklischen Scherversuchen (direct simple shear tests) bestimmt wurde. In diesen Versuchen zeigte sich, dass praktisch keine bleibenden Verformungen der untersuchten Bodenproben auftraten, solange die Scherdehnungsamplituden kleiner γ_{tv} blieben.

Von diesem Grundgedanken ausgehend, ist die Vorgehensweise im Rahmen der rechnerischen Nachweisführung gemäß [4] wie folgt:

1. Erstellung eines 2D-FE-Modells für relevanten Querschnitt, mit ausreichend feinem Netz und geeigneten Randbedingungen
2. Bestimmung des zeitlichen Verlaufs der dynamischen Belastung an der Schwellenunterkante aus Zugüberfahrt mit einem analytischen Modell nach Frýba (erweiterter Zimmermann-Balken) [9] für den zu untersuchenden Zugtyp
3. Durchführung einer elastodynamischen 2D-FE-Analyse mit der transienten Belastung infolge Zugfahrt aus (2.)
4. Auswertung der Scherdehnungen unterhalb der Schwelle für jedes relevante Bodenmaterial basierend auf effektiven Schwinggeschwindigkeiten
5. Reduktion der „dynamischen“ Schubmoduln im FE-Modell als Funktion der Scherdehnungen von (4.) unter Verwendung einer Formel von Vrettos [22]

Wiederholung der Schritte 2. bis 5., bis die Änderung der „dynamischen“ Schubmoduln konvergiert ($\Delta < 5\%$) vom aktuellen Schritt zum potenziellen nächsten.

6. Auswertung der resultierenden Scherdehnungen γ über die Tiefe z in Gleismitte und Vergleich mit der Scherdehnungsgrenze γ_{IV} nach Vučetić

Die Methode beinhaltet weiterhin einen sehr einfachen Nachweis dafür, dass die Zuggeschwindigkeit um ein erforderliches Maß kleiner ist, als die Rayleigh-Wellengeschwindigkeit des Systems.

Mit [24] liegt eine Validierung des Verfahrens anhand zweier Beispiele aus der Praxis vor. Weiterhin wurde das (2D-FEA basierte) Verfahren mittels 3-dimensionaler FE-Vergleichsberechnungen unter Ansatz bewegter Achslasten optimiert und validiert [19]. Die Optimierung beinhaltet die Einführung eines tiefenabhängigen Abminderungsfaktors zur Berücksichtigung der Wellenausbreitung in Fahrtrichtung. Ohne diese Anpassung werden die resultierenden Scherdehnungen überschätzt.

Dieses Verfahren wird im Sinne von Bemessungsaufgaben dazu verwendet, um z.B. Bodenaustauschmaßnahmen, zementverfestigte oder geogitterbewehrte Bereiche zu dimensionieren, damit die Kriterien des Nachweisverfahrens gewährleistet sind.

Im Rahmen des California High Speed Railway-Projekts wurde es in Teilbereichen mit einer Verbesserung des anstehenden Baugrunds eingesetzt, um eine ausreichende Bemessung hinsichtlich Steifigkeit und Mächtigkeit nachzuweisen und in anderen Bereichen um zu zeigen, dass diese Verbesserungsmaßnahme unter Berücksichtigung der vorgegebenen Setzungskriterien verzichtbar ist.

Ein exemplarischer Zugtyp aus diesem Projekt ist in Bild 11 gezeigt. Die Entwurfsgeschwindigkeit für die Strecke beträgt 250 mph entsprechend 402 km/h – auf einem Schotteroberbau (!).

Die für diesen Zugtyp, die vorliegenden Untergrundverhältnisse und die o.g. Geschwindigkeit nach dem Verfahren von Frýba ermittelte dynamische Anregung für die FE-Berechnungen zeigt Bild 12. Das verwendete 2-dimensional ebene FE-Netz mit rd. 500.000 Knoten ist in Bild 13 dargestellt.

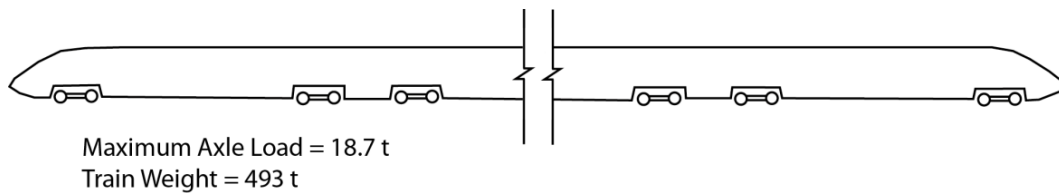


Bild 11: Exemplarischer Zugtyp aus dem CAHSR-Projekt.

Das Ergebnis des Nachweises der dynamischen Stabilität findet sich in Bild 14. Links sieht man den Verlauf der maximalen effektiven Schwinggeschwindigkeiten und rechts daneben die daraus ermittelten tiefenabhängigen maximalen Scherdehnungen. Das Grenzkriterium γ_v ist als rote senkrechte Gerade zu erkennen. Die dynamische Stabilität war hier gegeben, d.h. mit der Akkumulation von relevanten Setzungen infolge Zugverkehrs ist nicht zu rechnen. Die maximale rechnerische Schwelleneinsenkung beträgt rd. 1mm. Im Ergebnis hieß das, dass die Bodenverbesserungsmaßnahme in Kombination mit der geplanten Ausführung des Oberbaus für die Einhaltung der geforderten Gebrauchstauglichkeitskriterien ausreichend bemessen war. Schlussbemerkung: Auch wenn es eine gewisse Herausforderung darstellte, den lokalen Authorities in den Vereinigten Staaten dieses Verfahren zu erläutern und verständlich zu machen, hat es sich letztlich als wertvolles Werkzeug zur Erbringung der geforderten Nachweise erwiesen.

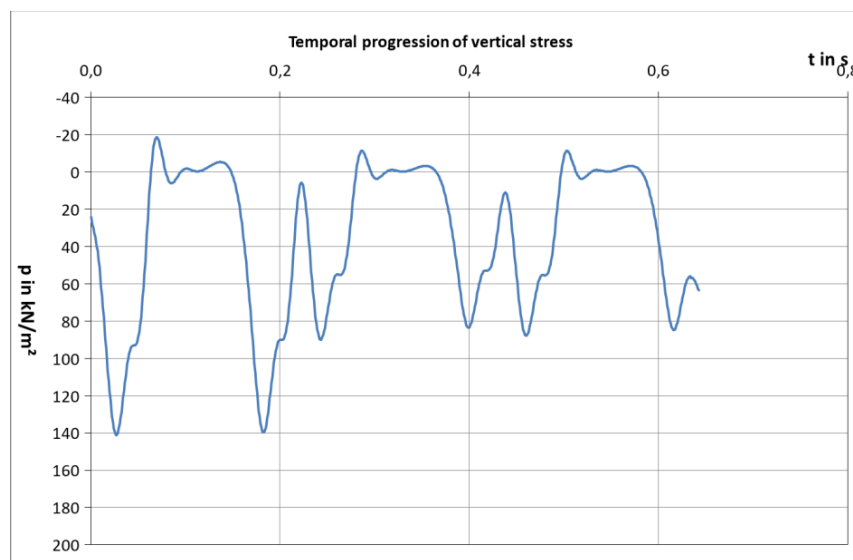


Bild 12: Last-Zeit-Verlauf für einen exemplarischen Zugtyp aus dem Projekt.

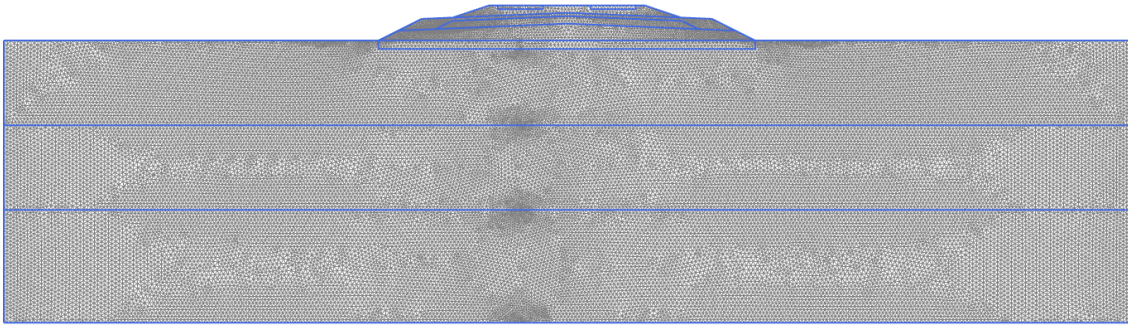


Bild 13: 2D-FE-Netz (mit absorbierenden Rändern).

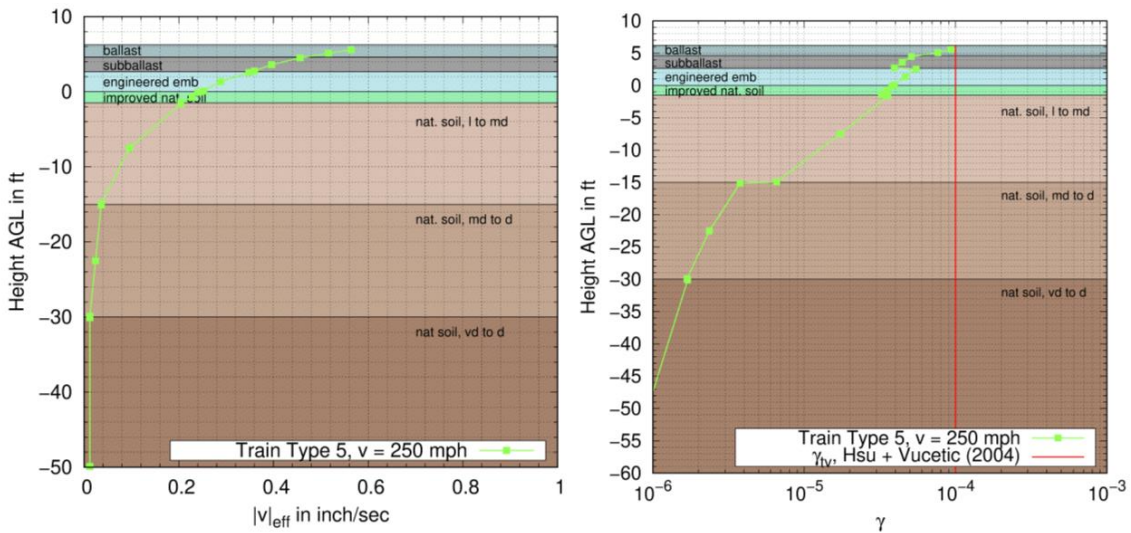


Bild 14: Ergebnis des rechnerischen Nachweises der dynamischen Stabilität.

3.5 Design-Optimierung eines geogitterbewehrten Erddamms unter Erdbeneinwirkung

3.5.1 Projektbeschreibung

Für den Neubau des 300 MW-Gilboa Pumped Storage Power Plant-Projekt, das erste Pumpspeicherwerk in Israel (Bild 15), waren im Rahmen der Angebotsphase ein geogitterbewehrter repräsentativer Querschnitt des Erddamms für das untere Wasserreservoir im Auftrag eines deutschen Geogitterherstellers auf Standsicherheit bei seismischer Beanspruchung zu untersuchen. Hierfür kam das Nachweisverfahren der sog. dynamischen φ -c-Reduktion zum Einsatz, das im Hause BAUGRUND unter Mitwirkung der TU Dresden entwickelt wurde. Eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens findet sich in [20].



Bild 15: Kraftwerk mit unterem Wasserreservoir [12].

3.5.2 Vorgehensweise und Ergebnisse

Die Idee hinter der dynamischen φ - c -Reduktion ist grundsätzlich einfach. Beginnend mit den charakteristischen Werten der Scherfestigkeitsparameter φ' und c' wird eine dynamische 2-dimensional ebene FE-Analyse durchgeführt. Die Simulation des Erdbebenereignisses erfolgt als dynamische Anregung in Form von Beschleunigungszeitverläufen am unteren Modellrand. Aus projektspezifischen maßgebenden Antwortspektren lassen sich mittels stochastischer Verfahren entsprechende Zeitverläufe rechnerisch leicht ermitteln.

Im nächsten Schritt wird geschaut, ob und zu welchem Zeitpunkt während des Erdbebens sich im Dammbauwerk ein durchgehender Bruchmechanismus ausgebildet hat, was z.B. mit der Software Plaxis anhand der Plastifizierungspunkte im Postprozessor geprüft werden kann.

Solange dies nicht der Fall ist, erfolgt analog zur konventionellen φ - c -Reduktion eine schrittweise Reduzierung der Scherfestigkeitsparameter und Neuberechnung.

Die rechnerische globale Sicherheit gegen Versagen infolge Erdbebenbeanspruchung ergibt sich schließlich aus dem Kehrwert des Reduktionsfaktors (R.F.), mit dem φ' und c' zuletzt abgemindert wurden.

Dieses nicht zu 100 % objektive Verfahren hat gegenüber konventionellen Standsicherheitsberechnungen unter Ansatz nur so genannter äquivalenter Ersatzlasten den Vorteil, dass es in der Lage ist, realistische Versagensmechanismen untersuchen zu können, vor allem, wenn hierbei die Interaktion zwischen Baugrund bzw. Erdbaustoff und Strukturelementen (wie z.B. Geogittern) eine maßgebende Rolle spielt und hierfür eine globale Sicherheit quantifizieren zu können.

Das Wasser im Reservoir fand als statische Auflast Berücksichtigung. Die maximalen hydrodynamischen Beanspruchungen des Dammbauswerkes infolge Erdbeben wurden nach Zangar [27] berechnet und waren für die zu untersuchende Dammmenge vernachlässigbar klein (Bild 19).

In Bild 17 bis 20 ist für den konkreten Anwendungsfall des geogitterbewehrten Erddamms mit Innendichtung die Entwicklung des maßgebenden Versagensmechanismus zum jeweils maßgebenden Zeitpunkt der dynamischen Berechnung dargestellt.

Das Versagen tritt bei für R.F. = 0,80 auf, was einer rechnerischen Sicherheit $\eta = 1,25$ entspricht.

Der Versagensmechanismus verläuft exakt entlang der Enden der Geogitter auf der rechten Seite des Damms im Modell, was eine Optimierung des Designs, d.h. zu einer Verlängerung der Geogitter führte.

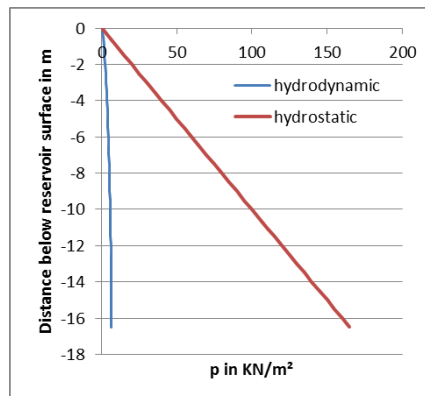


Bild 16: Hydrodynamische und hydrostatische Wasserdrücke als Funktion der Tiefe (max $a_H/g = 0.233$, $\Theta = 75^\circ$, $h = 16,5$ m).

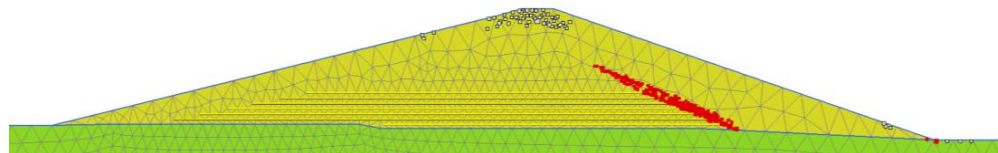


Bild 17: Plastifizierungspunkte (rot) und Zugversagenspunkte (weiß) – R.F. = 1,00.

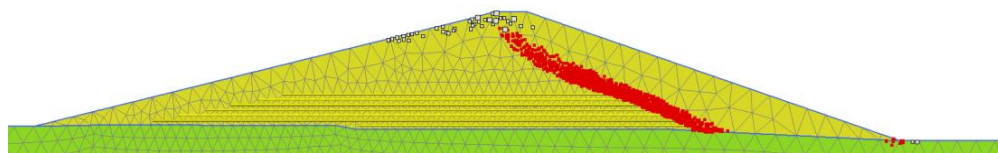


Bild 18: Plastifizierungspunkte (rot) und Zugversagenspunkte (weiß) – R.F. = 0,90.

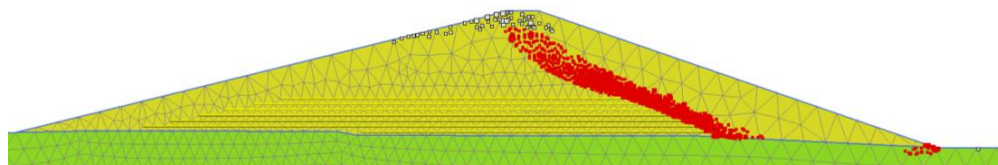


Bild 19: Plastifizierungspunkte (rot) und Zugversagenspunkte (weiß) – R.F. = 0,85.

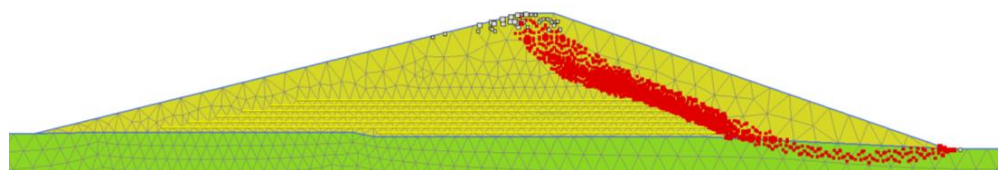


Bild 20: Plastifizierungspunkte (rot) und Zugversagenspunkte (weiß) – R.F. = 0,80.

Zusätzlich liefern diese Berechnungen auch die zeitlichen Verläufe der Normalkräfte in den Geogittern, auf deren Grundlage diese dann konventionell nach EBGEO bemessen werden können.

Referenzen

- [1] Auszüge Planunterlagen: Ausschreibungsplanung, Aufsteller: Lahmeyer Hydroprojekt GmbH, München
- [2] Carstensen, A., Weichhold, E., Meier, T. & Dahlhaus, F. (2017): Pfähle von Offshore-Gründungen unter kombinierter horizontaler Wechsel- und vertikaler Zugbeanspruchung – Versuche und Modellierung. In: Fachsektionstage Geotechnik 2017, Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT), S. 418 – 423
- [3] Benz, T. (2007). Small-Strain Stiffness of Soils and its Numerical Consequences PhD thesis, Mitteilung 55 des Instituts für Geotechnik, P.A. Vermeer (Hrsg.), Universität Stuttgart
- [4] DB Netz AG (2018). Planungshilfe – 3. Ausgabe März 2018 – Eisenbahnstrecken mit Schotteroberbau auf Weichschichten, Untersuchung zur dynamischen Stabilität, rechnerisches Verfahren.
- [5] Deutsches Institut für Normung e.V. (Hrsg.): Eurocode 7: Entwurf, Berechnung und Bemessung in der Geotechnik – Teil 1: Allgemeine Regeln, Beuth Verlag 2009
- [6] Duncan, J.M., Chang, C.-Y. (1970): Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, vol.96, no.5, pp.1629–1653
- [7] Empfehlungen des Arbeitskreises "Baugruben" (EAB), Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (Hrsg.), 5., vollständig überarbeitete Auflage - September 2012, Ernst & Sohn, Berlin, ISBN: 978-3-433-02970-1
- [8] Empfehlungen des Arbeitskreises "Numerik in der Geotechnik" (EANG), Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (Hrsg.), Ernst & Sohn, Berlin, Februar 2014, ISBN: 978-3-433-03080-6
- [9] Frýba, L. (1999). *Vibrations of Solids and Structures under Moving Loads*. Third Edition, Thomas Telford House, London, ISBN: 0-7277-2741-9.
- [10] Hanisch, J., Katzenbach, R., König, G. (2002): Kombinierte Pfahl-Plattengründungen, Hrsg.: Zinnobergruen GmbH, Düsseldorf; Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT), Essen; Ernst & Sohn; ISBN 978-3-433-03372-2
- [11] Hsu, C.-C., Vucetic, M. (2004). Volumetric Threshold Shear Strain for Cyclic Settlement. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, January, pages 58-66.
- [12] https://www.electrafm.co.il/field_service/en/projects/gilboa_pumped_storage_power_plant
- [13] <https://www.verbund.com/de-at/ueber-verbund/kraftwerke/unsere-kraftwerke/toeing>
- [14] Mašín, D. (2005). A hypoplastic constitutive model for clays. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Volume 29 (4) – Apr 10

- [15] Meier, T. (2009). Application of hypoplastic and viscohypoplastic constitutive models for geotechnical problems. PhD thesis, Veröffentlichung des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft 171
- [16] Meier, T. (2018). Zur Erschütterungsabschirmung an Bahnlinien. *Konstruktiver Ingenieurbau* 05/2018, Seiten 5-11
- [17] Meier, T. (2014). Micro-piles under dynamic horizontal excitation: Field tests and numerical modelling. In: Numerical Methods in Geotechnical Engineering, NUMGE 2014, Volume 1, S. 181 – 186
- [18] Meier, T. (2021). Anwendung aktueller computergestützter Methoden im geotechnischen Planungsprozess am Beispiel des Großprojekts Erneuerung Kraftwerk Töging. *Konstruktiver Ingenieurbau*, 02/21
- [19] Meier, T., Günther, F. (2019). Prüfung und Optimierung von bahndynamischen Berechnungsverfahren. In: Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.): Numerik in der Geotechnik. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 77-82.
<https://hdl.handle.net/20.500.11970/106587>
- [20] Meier, T. et al (2013). Finite Element Safety Analyses of a Geosynthetic-Reinforced Dam under Seismic Impact. In Proc.: Design and Practice of Geosynthetic-Reinforced Soil Structures, Bologna, Italy, October 2013, Ling, H.I. et al (eds.), DEStech Publications, Lancaster, Pa/USA
- [21] Niemunis, A. & Herle, I. (1997). Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mech. Cohes.-Frict. Mater* 4(2):279-299.
- [22] Vrettos, C. (2008): Bodendynamik. In: Grundbau-Taschenbuch, Teil 1: Geotechnische Grundlagen, 7. Auflage, Ernst & Sohn, Berlin, 451-500.
- [23] Vučetić, M. (1994). Cyclic threshold shear strains in soils. ASCE, *Journal of Geotechnical Engineering*, Volume 120, No. 12, pages 2208-2228.
- [24] Wegener, D. und R. Fischer (2016): Dynamische Stabilität bei Bahnstrecken auf Weichschichten. *Eisenbahningenieur, Sonderheft – Geotechnik*
- [25] von Wolffersdorff, P.-A., Henke S. (2021): Möglichkeiten und Grenzen numerischer Methoden in der Geotechnik. *Bautechnik*, 98(9):687–703.
<https://doi.org/10.1002/bate.202000108>
- [26] Wolffersdorff, P. v. 1996. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mech. Cohes.-Frict. Mater* 1:251-271.
- [27] Zangar, C.N. 1952. Hydrodynamic Pressures on Dams due to Horizontal Earthquake Effects. Engineering Monographs No. 11, United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation.

Autor

Dr.-Ing. Thomas Meier
Bereichsleiter Numerik
BAUGRUND DRESDEN Ingenieurgesellschaft mbH
Kleiststraße 10a
01129 Dresden
Tel.: +49 (0) 351 - 82413 / 30
Fax: +49 (0) 40 - 82413 / 99
e-mail: meier@baugrund-dresden.de
Web: www.baugrund-dresden.de

Verstärkung einer gestuften Winkelstützmauer gegen Böschungsbruch, pseudostatische Erbebenbeschleunigung und Rückstau von Hangwasser

Jörg-Martin Hohberg

Abstract: Step by step, since 2015, FEM techniques for analysing the ultimate behaviour of retaining structures in steep slopes were developed. The development was triggered by the infamous collapse of the *Schönberg* retaining wall at the Brenner motorway in 2008, which occurred under water pressure built-up from melting snow, coinciding with reduced bending capacity due to undetected corrosion of vertical rebars on the backfill side in a cold joint above a relief shelf (Fig. 13). The paper discusses the strength reduction approach by means of general loading functions in ZSOIL.PC[®], the modelling of post-tensioned ground anchors in plane-strain assumption and their effect on static and seismic slope failure. At present, low residual strength values for wet backfill conditions are assumed, but the idea is to extend this study to explicit modelling of seepage with an effective stress approach.

1 Konstruktion und Berechnung hoher Stützwände

Vaubans Bemessungstabellen für Festungsmauern von 1684 basierten noch auf einer geometrischen Theorie, sahen aber bereits erdseitige Strebepfeiler (Contreforts) und horizontale Spornplatten vor, z. B. für die Festung Ypern 1699. Die erste ingenieurpraktische Erddrucktheorie stammt vermutlich von Bernard Forest de Bélidor (1729), der den belastenden Erdkeil in dünne Schichten unterteilte, noch parallel zur natürlichen Böschungslinie (Kurrer, 2016). Den Gleitlinienwinkel θ , bei dem der Gleitwiderstand seinen Maximalwert annimmt („Prisma des größten Drucks“), leitete Charles Augustin Coulomb 1773/1776 her.

Die Generalisierung von der Erdbeschleunigung auf beliebige gerichtete Beschleunigungsvektoren stammt von Monobe & Okabe (M-O) vor bald 100 Jahren (Okabe, 1926) und bildet immer noch das Rückgrat pseudostatischer Erddruckberechnung; erst jüngst wurde es um den Aufstau von Wasser erweitert (Yazdani M. et al., 2013).

Die Erweiterung auf eine nicht-horizontale „Erdlinie“ (Böschungswinkel $\beta \neq 0^\circ$) geht offenbar auf William J.M. Rankine zurück (1857). Für sehr steile Böschungen ($\beta \rightarrow \theta_a$) versagen die Erddruckformeln, vgl. (Fellin 2014), und, da mit wachsender Horizontalbeschleunigung die Gleitlinie abflacht, die M-O-Formel noch früher als unter Eigengewicht allein. Darauf wird im vorliegenden Aufsatz in Abschnitt 5.2 kurz eingegangen. In numerischen Berechnungen mit der Methode der finiten Elemente ist zusätzlich der Anfangsspannungszustand entscheidend und bei steilen Böschungen eine wesentliche Herausforderung, auf die man sich einlassen muss.

1.1 Berücksichtigung von Erdspornen

Erdsperne sind eine erprobte konstruktive Variante, um die Erdauflast für ein gegendrehendes Moment zu mobilisieren, das die Biegebelastung in der aufgehenden Stützwand reduziert und den Gleitwiderstand erhöht. Dies ist derselbe Effekt wie bei der überstehenden Ferse einer Winkelstützmauer. Auf z. B. halber Stützwandhöhe angeordnet, führt die rückwärtige Auskragung zusätzlich zu einer Abschattung des tiefer liegenden Stützwandabschnitts gegen Erddruck, bis sich die ursprüngliche Erddruckordinate in einem Abstand von $\tan \theta_a$ wieder einstellt, Bild 1. Für die äußere Standsicherheit wird hingegen eine vertikale Ersatzfläche mit durchgehendem Erddruck beaufschlagt.

Wie groß der Abschirmeffekt ist, wurde in indischen Studien untersucht (Chauhan et al., 2015; Shehata, 2016), mit z.T. großen Abweichungen zwischen physischem und FE-Modell.

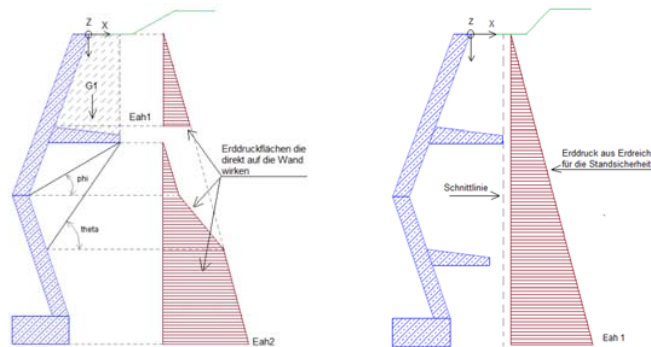


Bild 1: Erddruckansatz für Querschnittsbemessung (links) und für Standsicherheit (rechts); Implementierungsbeispiel aus der Software D.I.E (www.die.de)

1.2 Gestufte, «gestapelte» Winkelstützwände

Eine ähnliche Wirkung hat die Anordnung zweier Winkelstützwände übereinander. Architektonisch dient sie dazu, durch die hangseitige Versetzung der oberen Wand die Gesamthöhe zu kaschieren und einen Pflanztrogt zu schaffen. Bild 2 zeigt die schön bewachsene Stützmauer, die im Kanton Bern anlässlich der Gesamtanierung eines langen Abschnitts der Nationalstraße N8 auf ihre Standfestigkeit hin zu untersuchen war.



Bild 2: Doppelte Winkelstützmauer B136 an der N8 im Kanton Bern (2015)

Solche „gestapelten“ Stützwände werden auch heute noch ausgeführt, jedoch oft als Ankerwände mit dazwischen liegender Berme als Zufahrt für die Bohrlafette. Speziell an der vorliegenden Wandkombination sind die an den aufsteigenden Fels angepasste Gründung – links flach mit Sohlplatte im Lockergestein, rechts direkt auf den Fels betoniert – sowie die dadurch stetig veränderliche Wandhöhe. Für die Nachrechnung wurden vier Schnitte unterschieden (Bild 3, von links nach rechts):

- A1 – einteilige untere Winkelstützwand mit Flachgründung (als Pilot für die Methodik)
- A2 – zweiteilige Winkelstützwand mit Flachgründung
- B2 – zweiteilige Winkelstützwand, untere Wand auf Fels betoniert
- B1 – einteilige obere Winkelstützwand auf Fels betoniert.

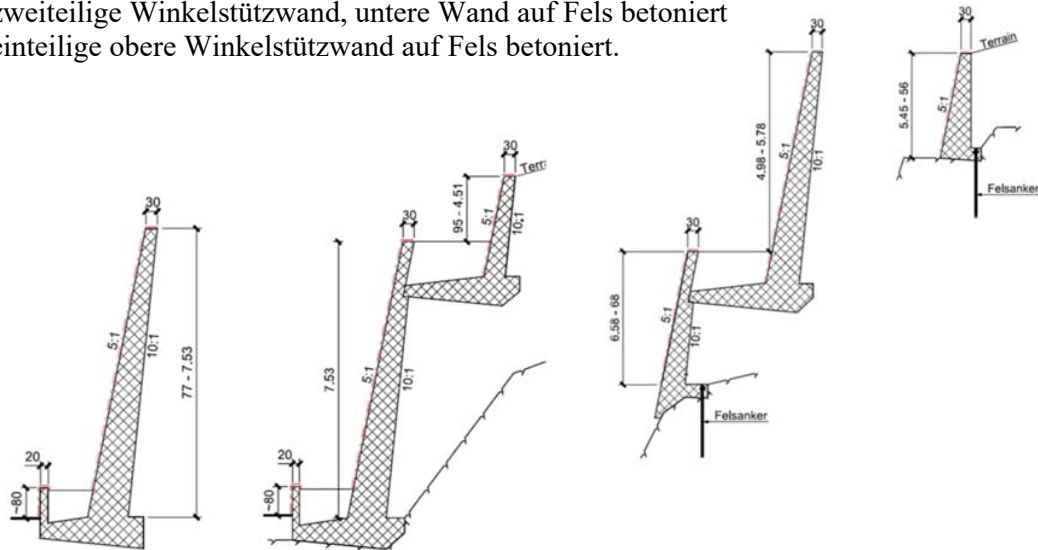


Bild 3: Geometrietypen A1, A2, B2 und B1 in ansteigendem Fels

Beispielhaft sind in Bild 4 die Erddruckannahmen für den Typ B2 dargestellt: Konservativ wurde die Erddruckabschirmung sogar vernachlässigt und mit sog. erhöhtem aktivem Erddruck gerechnet (Mittelwert zwischen aktivem und Ruhedruck). Trotzdem beanstandete der Prüflingenieur das gewählte Modell, u. a. weil die Auflagerung der Zehe der oberen Wandsohlplatte auf der Krone der unteren Mauer vernachlässigt war, und verlangte eine genauere Untersuchung der Kinematik mit Hilfe der FEM, inkl. Einfluss der Böschungsneigung und Spannungskonzentration auf dem Fels.

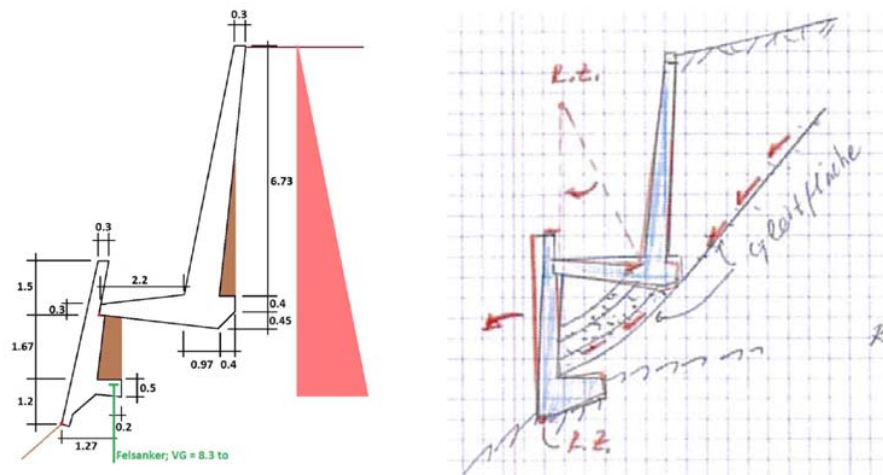


Bild 4: Berechnungsmodell einer gestuften Winkelstützmauer mit Prüflingenieurskizze

Erste Modellierungsversuche gingen von einem einheitlichen Verfüllraum aus (Hohberg, 2015). Je nach dessen Breite stellt sich ein unterschiedlich großer Hangschub infolge einer Gleitfläche unterhalb der Ferse der oberen Winkelstützwand ein, Bild 5.

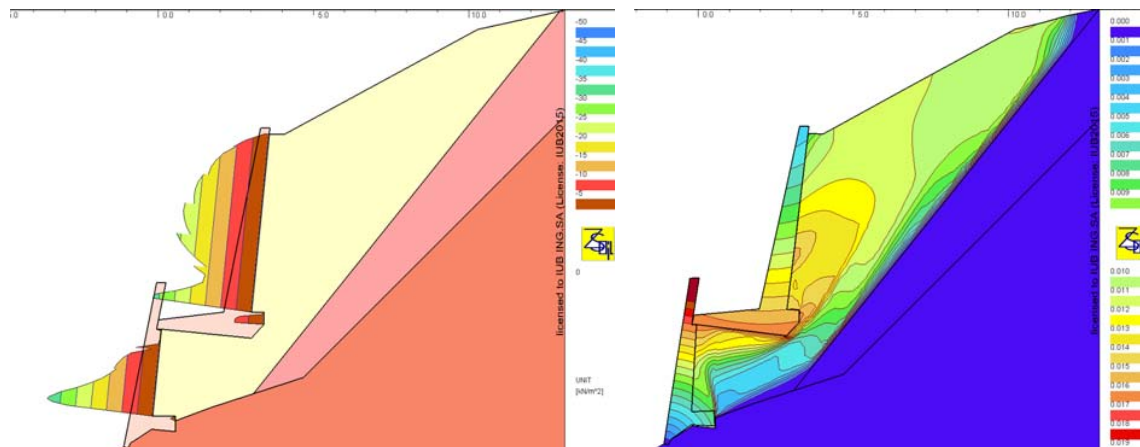


Bild 5: Erddruck und Verschiebungsinkrement bei Reduzierung der Kohäsion

Noch in den 70er Jahren wurden ohne Bedenken Stützmauern mit Armierungseisen an den Fels gedübelt, sogar statisch als Kippsicherung wirkend (grün hervorgehobener Anker in Bild 4). Solche nicht inspizierbaren Anker stellen verborgene Schwachstellen dar und sind heutzutage verboten. Hinzu kommen mögliche Kiesnester an Arbeitsfugen, z. B. zwischen Sohlplatte und Wand oder ober-/unterhalb von Erdspornen, die zusammen mit Hangwasser zu schweren Korrosionsschäden führen können, vgl. Kap. 3.2.1.

2 Modellierung des Istzustands (SLS)

In Laborexperimenten wird fast immer von einer Sandkastensituation mit horizontaler Geländeoberfläche ausgegangen, meist sogar ohne Modellierung der Gründung. In steilem Gelände ist jedoch der Aushub möglichst klein zu halten, aus wirtschaftlichen Gründen, aber auch um den Hang so wenig wie möglich anzuschneiden und zu stören. Von der untersuchten gestuften Stützwand bestehen Ausmaßpläne, die die Situation illustrieren (Bild 6).

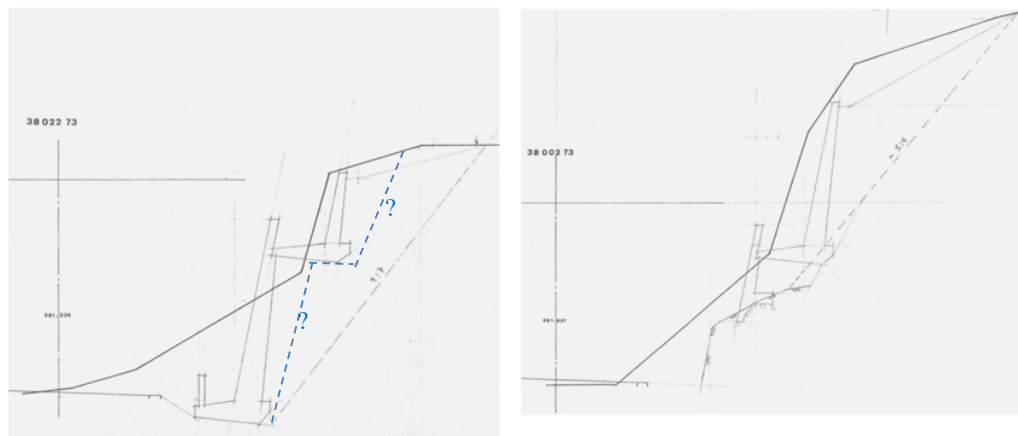


Bild 6: Geböschter Aushubraum für Geometrietypen A2 und B2 gemäß Ausmaßskizze

Möglicherweise hat der Unternehmer sogar zu viel verrechnet und in Wirklichkeit eine Berme geschaffen, um die obere Stützwand auf gewachsenem Boden abstellen zu können (in Blau gestrichelt)? Dadurch wird für die Standsicherheit nicht die Qualität der Hinterfüllung maßgeblich, wie in Bild 5 angenommen, sondern die dahinter anstehende Moräne über dem eigentlichen Felshorizont. Da die Silosituation im engen Hinterfüllraum wegen der Reibungsrandbedingung hochgradig nichtlinear reagiert, ist auch die übliche schlagartige Aktivierung des Eigengewichts im gesamten FE-Modellgebiet („gravity turn-on“) kaum möglich, Zudem wird bei Gründung auf halbfestem Boden das Kippen einer Stützwand nicht durch das Momentengleichgewicht um die luftseitige Kante bestimmt, sondern durch die Tragfähigkeit des Bodens unter exzentrischer Druckkonzentration (s.u. Bild 11). Deswegen ist die Vorbelastung des Bodens unter der Sohlplatte von Bedeutung.

2.1 Primärspannungszustand

FE-Programme verlangen einen quasi-elastischen Anfangsspannungszustand, damit die Eigengewichtsvorbereitung konvergiert und realistische Ergebnisse liefert. In steilem Hangschutt nahe des natürlichen Böschungswinkels ergibt sich daraus das Problem, von einer physikalisch unrealistischen Eigengewichtsvorbereitung zu einem realen Primärspannungszustand zu finden. Dazu wurde folgendes Vorgehen entwickelt, Bild 7 (Hohberg, 2016):

- Schritt 0: Vorberechnung bei 25 % Eigengewicht für Boden mit realem Reibungswinkel, aber mit Zugfestigkeit und stark überhöhter Kohäsion (z. B. 200 kPa);
- Schritt 1: Relaxierung der Zugspannung durch Reduktion der Zugfestigkeit auf Null (Rankine-Kriterium) und Aufbringen des restlichen Eigengewichts;
- Schritt 2: Relaxierung der Schubspannungen durch Reduktion der Kohäsion auf den realen Wert (Mohr-Coulomb-Kriterium).

Alle späteren Deformationsauswertungen erfolgen relativ zu diesem Ausgangszustand, was einer Annullierung der bis dahin aufgelaufenen Verschiebungen entspricht.

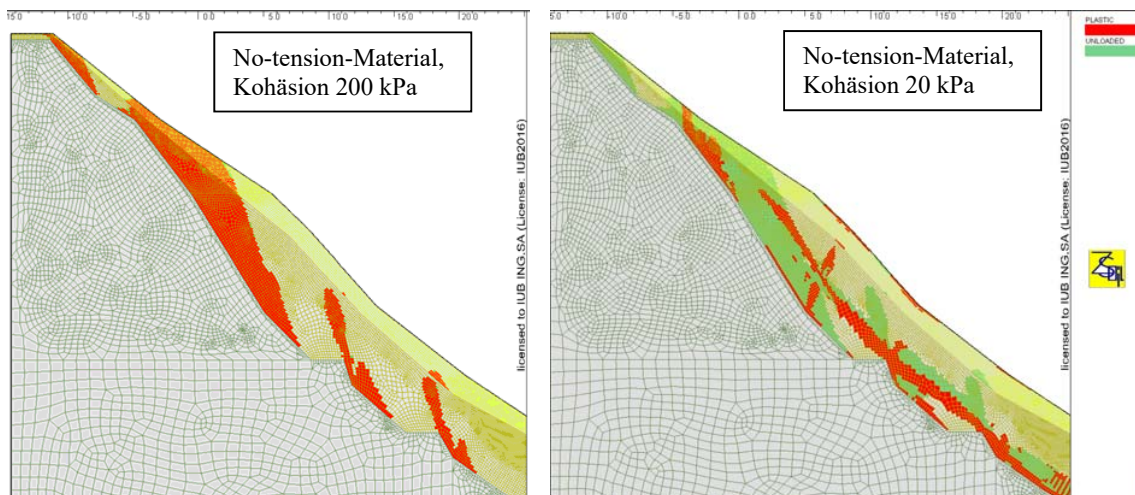


Bild 7: Steilhang nach Schritt 1 (plast. Zugzonen) und Schritt 2 (plast. Scherzonen)

Auf diese Weise gelingen selbst heikle Berechnungen im Hangschutt, z.B. zur Bemessung der Spritzbetonschale im Rohrschirmvortrieb, wobei die Rohrschirme statisch nur in Längsrichtung wirken und im 2D-Modell unberücksichtigt bleiben, Bild 8.

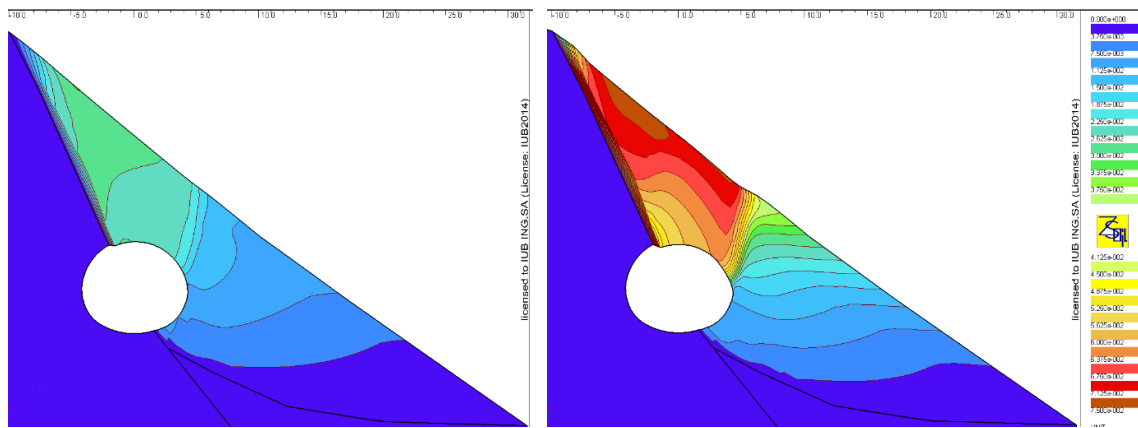


Bild 8: Beispiel eines Vortriebs mit schiebem Anschnitt des Felshorizonts (Hohberg, 2016), links mit 10 kPa Kohäsion, rechts mit 5 kPa Kohäsion (abs. Verschiebungen)

2.2 Sekundärspannungszustand (Simulation Bauvorgang)

Vom Primärspannungszustand ausgehend wird der Bau der Stützwandkonstruktion nachempfunden; da es nicht um die Bauhilfsmaßnahmen an sich geht, reicht eine näherungsweise Simulation. Bild 9 zeigt die FE-Netze im Nachbereich. Die nötige Netzausdehnung hangaufwärts hängt sehr von der Böschungsneigung ab, damit sich der mitwirkende Bereich des „unendlich langen Hangs“ ohne Aufhängung am Netzrand frei ausbilden kann.

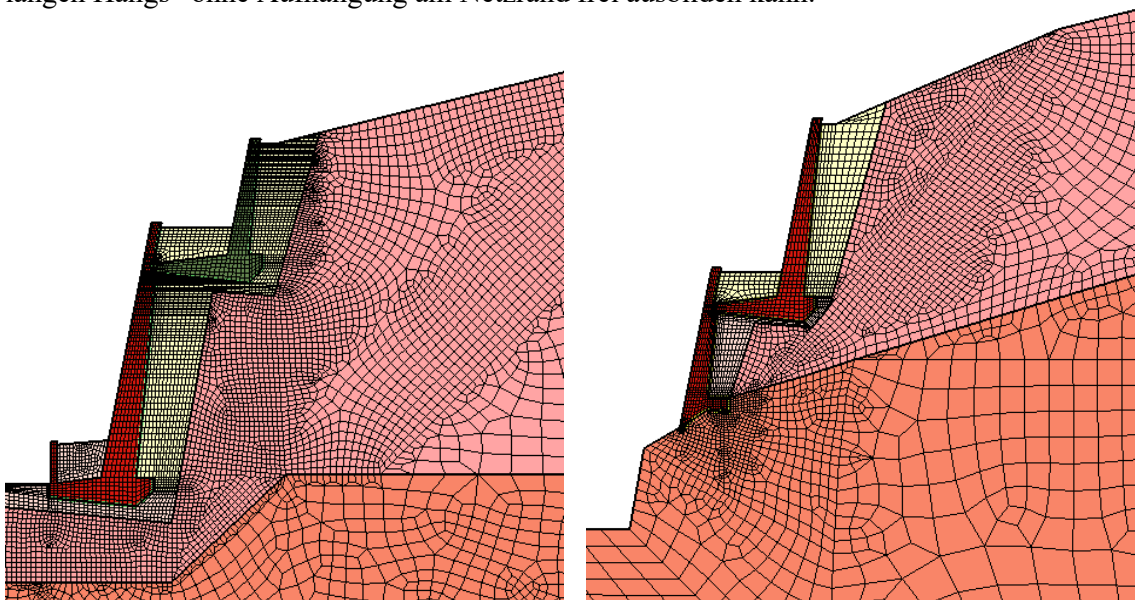


Bild 9: Detail FE-Netze für Geometrietypen A2 und B2 (vor Ertüchtigung)

2.2.1 Berechnung mit temporär überhöhter Scherfestigkeit („Spitzenfestigkeit“)

Die erste Methode wurde bei der flach gegründeten Stützwand angewendet, um einen realistischen Spannungszustand unter der Sohle und im anstehenden Boden zu ermitteln. Dazu wurde von der ursprünglichen Hanglinie ausgehend der Aushubvorgang nachvollzogen (überlagertes Aushubnetz in Bild 9 ausgeblendet).

Statt einer Hangvernagelung werden 50 % Reststützkräfte aus den ausgehobenen Bodenelementen stehen gelassen, welche die in der EDZ-Berechnung stützenden Bodenpfeiler bei schlitzweisem Aushub repräsentieren und mit fortschreitender Betonage der Stützwand zu Null reduziert werden (Hohberg, 2016).

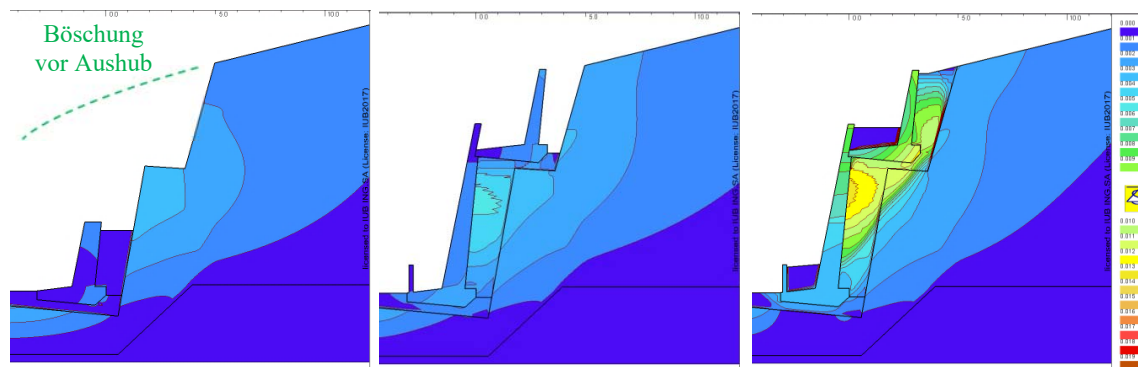


Bild 10: Bauzustände der gestuften Stützwand Geometrietyp A2 bei Spitzenscherfestigkeit, abs. Stützmauerverschiebung ≤ 1 cm

Zusätzlich wurde für die kurzzeitige Standfestigkeit eine temporär höhere Scherfestigkeit angesetzt (Tabelle 1), bei der der anstehende Boden nur geringe Scherungen aufweisen darf. Rechentechisch kann eher ein unrealistisch hoher Reibungswinkel in Kauf genommen werden, als eine zu hohe Kohäsion, weil diese sich später schwerer iterativ reduzieren lässt.

Tabelle 1: Spitzen- und Restscherfestigkeiten

Formation	γ_k [kN/m ³]	E [MPa]	σ_c [MPa]	c'_k [kPa]	φ'_k [°]
Malmkalk	25	25.000	k.A.	1.000	45
Moräne:					
- Spitzenfestigkeit (Annahme)				8	45
- obere Restfestigkeit	20	50	--	5	39
- charakteristische Restfestigkeit				2	33
- untere Restfestigkeit (durchnässt)				0	33
Hinterfüllung	20	80	--	0	36

Im Hinblick auf die Reibungsvorgänge (wandseitiges Interface-Element mit $\delta = \frac{2}{3} \varphi'$; Scherzone zur anstehenden Moräne sich im Kontinuum frei ausbildend), wurden nach oben immer feinere Hinterfüllstappen nötig, um Konvergenz zu erreichen.¹ Während bei der Hinterfüllung der unteren Stützwand sich diese lediglich etwas setzt und durchbiegt, nimmt die Scherbelastung der Berme durch das Gewicht der „Huckepack“-Stützwand schnell zu. Die obere Sohlplatte liegt infolge Sackung der unteren Hinterfüllung nur an der Ferse auf der Berme auf und stützt sich an der Zehe auf der Krone der unteren Wand ab (gelenkig mittels Interface-Elementen).

¹ Alternativ enthält ZSOIL.PC einen Hilfsalgorithmus, der in jeder Etappe zuerst nur einen Bruchteil der Zusatzlast aufbringt und diese inkrementiert.

Auch nach Reduktion von der Spitzen- auf die obere Restfestigkeit erreicht die maximale Wandverschiebung nur 1 cm, d. h. mit dieser Bausimulation können die vom Geologen angegebenen Kennwerte – insbesondere die E-Moduli – validiert werden.

2.2.2 Berechnung mit temporären Festhaltungen

Eine Alternative ist der Einsatz von Verschiebungsfesselungen (vornehmlich horizontal ähnlich einer Nagelung), ohne auf eine hohe Spitzenfestigkeit zurückgreifen zu müssen. Nach Fertigstellung der Stützwand werden die Fesselungen entfernt und die freigesetzten Kräfte über eine Unloading-Funktion iterativ zu Null reduziert. Vergleiche mit dem Verfahren nach 2.2.1 ergeben weitgehend gleiche Beanspruchungen im rückwärtigen Hang, sofern der Aushub modelliert wird (Hohberg, 2016). Bei Gründung auf Fels kann der Aushubvorgang vernachlässigt werden.

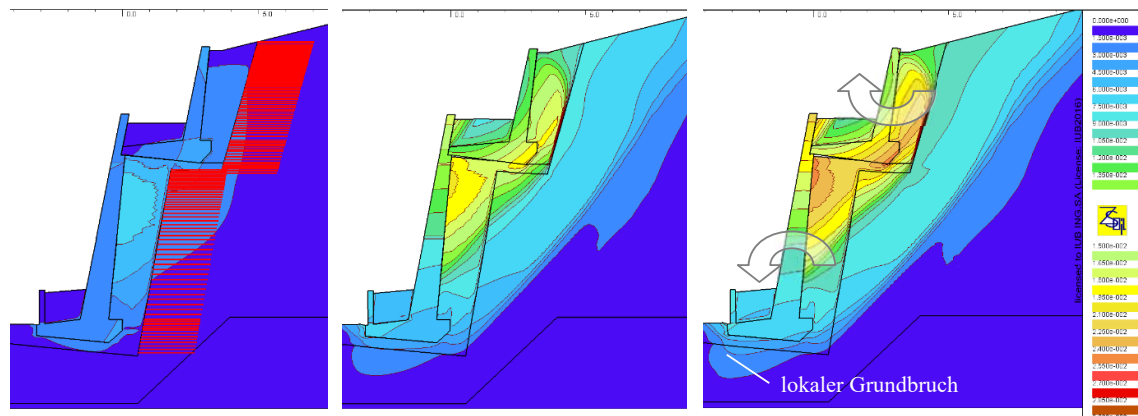


Bild 11: Hinterfüllung ohne Reststützkräfte, Entfernung der Fesselung bei $c' = 7$ kPa und anschließende Reduktion auf Restfestigkeit

Bei charakteristischer Restfestigkeit ($c' = 2$ kPa) könnte die Stützwand Typ A2 gerade noch stehen, bei einer Kronenverschiebung der unteren Wand von 2 cm (in Situ nicht beobachtet). Die Kinematik entspricht derjenigen eines „alten Mannes, der eingeschlafen vom Sofa rutscht“.

Die Auswirkung von nur wenigen kPa Kohäsion ist bemerkenswert. Eine ähnliche Validierungsmöglichkeit bietet der Geometrietyp B2 mit dem im Fels einzementierten Ankerstab. Zur Vermeidung zusätzlicher Konvergenzprobleme wurde der Anker als Kraft und nicht als fließender Stab beschränkter Duktilität modelliert, Bild 12.

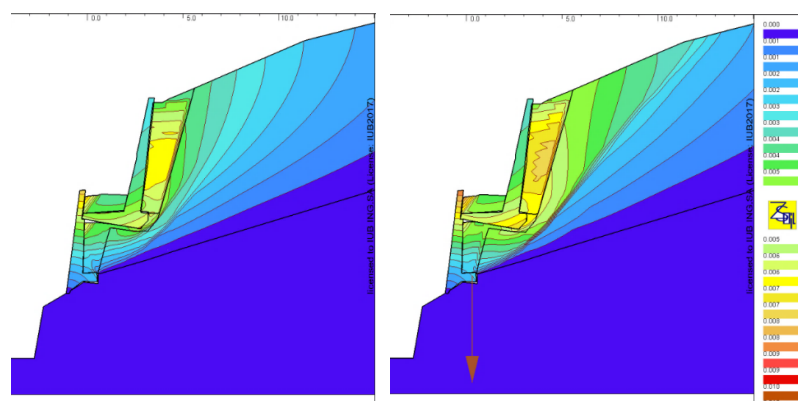


Bild 12: Stützwandgeometrie B2, links für ausgefallenen Anker bei oberer Restfestigkeit, rechts bei charakteristischer Restfestigkeit mit noch intaktem Anker

Es zeigt sich, dass im Istzustand die Restfestigkeit bereits auf den charakteristischen Wert gemäß Geologie (Tabelle 1) abgefallen sein könnte, sofern der Anker noch intakt ist; oder aber der Anker ist bei *oberer* Restfestigkeit bereits unbemerkt verrottet (Bild 12 links).

In beiden Fällen steht die Stützwand noch, hat aber keine Sicherheitsreserven. Eine steilere Lage des Felshorizonts hätte übrigens zur Folge, dass sich die Scherlinie nicht frei einstellt, sondern bilinear in Stützwandnähe entlang des Felshorizonts verläuft und dann erst zur Geländeoberfläche; dies führt zu einer etwas höheren Traglast (Hohberg, 2022).

3 Modellierung der Versagenszustände (ULS)

Tiefe bzw. Verlauf des Felshorizonts stellen somit eine wesentliche Annahme dar, da sie den Versagensmodus einer Stützwand beeinflussen können, und sind deshalb mit einem geometrischen Teilsicherheitszuschlag zu variieren. Allerdings versagt der Geometrietyp A1 bzw. A2 immer über Kippen mit lokalem Grundbruch an der Zehe der Fundamentplatte der unteren Wand, trotz der Reduktion des Sohlreibungswinkels über ein Interface-Element.

Im Folgenden werden die betrachteten Szenarien für den Versagenszustand ohne Nachankerung der Stützwand diskutiert.

3.1 Äußere Beanspruchungen

Für die elastisch angenommenen Betonquerschnitte der Stützwand kommen folgende äußere Einflüsse infrage (Teilsicherheitsbeiwerte nach SIA 267, 2013):

3.1.1 Erddruck

Der Ansatz des 1,35-fachen Silodrucks der Hinterfüllung (Bild 5) wäre wegen der unsicheren Breite des Arbeitsraums willkürlich und müsste zudem das Eigengewicht der Stützwände in ungünstig (grün in Bild 9 links) bzw. günstig (rot) unterscheiden. Wegen der nur marginal höheren Festigkeit der dahinter anstehenden Moräne ist anzunehmen, dass die Gleitlinie bei schmalen Arbeitsraum ohnehin durch die Moräne hindurch verlaufen wird.

3.1.2 Hangwasserdruck (Drainageversagen)

Dies war die Leiteinwirkung beim Bruch der Stützwand *Schönberg* an der Brennerautobahn im März 2012. Aus der Schneeschmelze sickerte Wasser in den Hang und lief über die

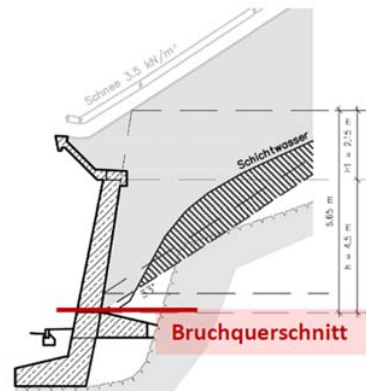


Bild 13: Bruch der Stützwand Schönberg bei Schneeschmelze (Kirchmair, 2017)

Felsoberfläche zur Stützmauer, deren Drainage unzureichend funktionierte und deren Bewehrung in der Arbeitsfuge über dem Sporn durch Korrosion geschwächt war (Bild 13).

Während ein steigender horizontaler Wasserspiegel durch zunehmende Dreieckslast bei reduziertem Bodeneigengewicht modelliert werden kann, ist dies an steilen Böschungen nur mit Berechnung der Sickerströmung möglich, mit einem Quellterm als hydraulische Randbedingung auf der Böschungsoberseite. Die Untergruppe der AK 1.6 für hydraulisch-mechanische Kopplung erarbeitet zzt. Empfehlungen für unterschiedliche Problemstellungen.

3.1.3 Statischer Geländebruch (tiefe Gleitfuge)

Für die Standsicherheit von Böschungen ohne Sickerwassereinfluss bestehen bereits Empfehlungen (EANG, 2017). Sie haben vor allem Stabilitätsuntersuchungen bei konstanter Belastung im Fokus, während es hier zuerst um die Reduktion der Restfestigkeit auf untere Werte geht und dann erst um deren Beaufschlagung mit einem Teilsicherheitsbeiwert.² SIA 267 sieht dabei unterschiedliche Teilsicherheiten $\gamma_\phi = 1,3$ und $\gamma_c = 1,5$ vor, die bei Rückrechnung eines bestehenden Bauwerks auf 1,1 bzw. 1,3 reduziert werden dürfen.

Der untere Grenzwert des Geologen von $c' = 0$ kPa berücksichtigt eine Durchnässung, wie sie in den Sondierbohrungen an der Grenzfläche zur Moräne angetroffen wurde (Hohberg, 2018). Die Annahme einer Durchnässung auch im oberen Teil der Scherlinie ist jedoch konservativ.

3.1.4 Seismische Horizontalbeschleunigung

Gemäß des Ansatzes von Mononobe-Okabe kann für pseudostatische Erdbebenberechnung der kritische Erddruckkeil nach den gleichen Prinzipien (um 90° gedreht) wie im statischen Fall ermittelt werden (Okabe, 1926; Yazdani et al., 2013). Mit der FEM kann ebenso verfahren werden, indem im Boden und in der Stützmauer als Volumenlast zusätzlich zur Erdbeschleunigung g die Horizontalbeschleunigung a_h eingegeben und sukzessive gesteigert wird.

Da sie als Relativbeschleunigung bezogen auf den Fels (Base Rock) definiert ist, werden die Felselemente selbst nicht mit dieser Volumenlast beaufschlagt. Eine in Talrichtung wirkende Relativbeschleunigung entspricht also einer Scherwelle mit Bewegung des Felspakets in Bergrichtung. Als außergewöhnlicher Lastfall wird Erdbeben mit den charakteristischen Werten der Restfestigkeit, und nicht deren unteren Werten, kombiniert, also mit $c' = 2$ kPa nach Tabelle 1. Die Gleitlinie flacht mit wachsender Beschleunigung ab, d.h. $\theta_{ae} < \theta_a$.

² Die inputorientierte Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten auf den Bodenparametern wurde in der Schweiz 2013 als Lehre aus dem Versagen des Tagbautunnels Mitholztunnel eingeführt (Hohberg, 2014). Nur so wirkt sich der Lastsicherheitsfaktor auch auf die Lage des Momentennullpunkts in der Tunnelschale aus. Zudem war im Fall Mitholztunnel der Erddruck aufgrund eines zu kurzen FE-Netzes ermittelt worden (zu kleiner mobilisierter Erdkeil).

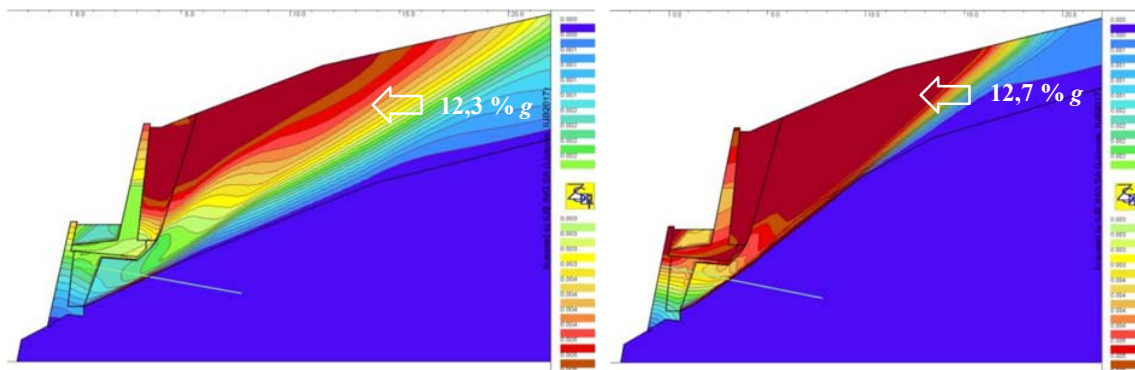


Bild 14: Einfluss einer tiefen bzw. hohen Felslinie auf den seismisch mobilisierten Erdkeil

3.2 Innere Beanspruchungen

Auslöser für den Bruch einer Winkelstützwand kann auch eine schleichende Reduktion des Bauwerkswiderstands sein.

3.2.1 Bewehrungskorrosion

Im Vordergrund steht dabei die Korrosion der erdseitigen Zugsbewehrung in der Arbeitsfuge zwischen Sohlplatte und aufgehender Wand oder der Arbeitsfugen an Spornen (Bild 13). Die damit einhergehende Querschnittsreduktion führt zu einem Fließgelenk, dessen Rotationskapazität rechnerisch sehr schnell erschöpft ist (Vollenweider, 2014) und zzt. am IGT der ETH Zürich mit Nachrechnung weggesteuerter Versuche unter Verwendung eines Hardening-Soil-Stoffgesetzes untersucht wird (Perozzi & Puzrin, 2021).

Eigene numerische Experimente mit verschmierter Schwächung der Bewehrung zeigten ein Umlagerungsvermögen u. a. durch Anpassung der Sohlpressung im Kippvorgang (Hohberg, 2016; Hohberg 2022). Die hier gezeigten Berechnungen gehen jedoch alle von einem unbeschränkt elastischen Betonverhalten in der Stützwand aus.

3.2.2 Ankerversagen (nach Ertüchtigung)

Korrosionsgefährdete Stützwände, darunter auch gestufte mit zwei Winkelstützwänden übereinander, wurden andernorts mit Vorsatzschalen versehen und zu Ankerwänden ohne Biegetragwirkung umgestaltet (z. B. Pavone & Richina, 2017). Im vorliegenden Fall wird die Stützwand jedoch nur wenig vorgespannt, so dass die ursprüngliche Tragwirkung lediglich unterstützt wird. Entsprechend sind das innere und äußere Versagen der Anker – d.h. Fließen des Ankerglieds bzw. Verbundversagen, oder Durchstanzen des Ankerkopfs – weitere Bemessungsfälle. Die Anker werden jedoch so ausgelegt, dass ihre Tragfähigkeit nicht maßgeblich werden sollte. Ausziehversuche bis 400 kN zeigten kein Kriechen.

4 Ertüchtigung durch vorgespannte Stabanker

4.1 Modellierungsfragen

Die Anker sind so zu modellieren, dass sich der Boden zumindest in der Freispielstrecke zwischen den Ankerreihen hindurch bewegen kann; die Verpressstrecke mit Links zu Bodenelementen wirkt jedoch im 2D-Modell (EDZ) wie eine durchgehende Injektionsscheibe.

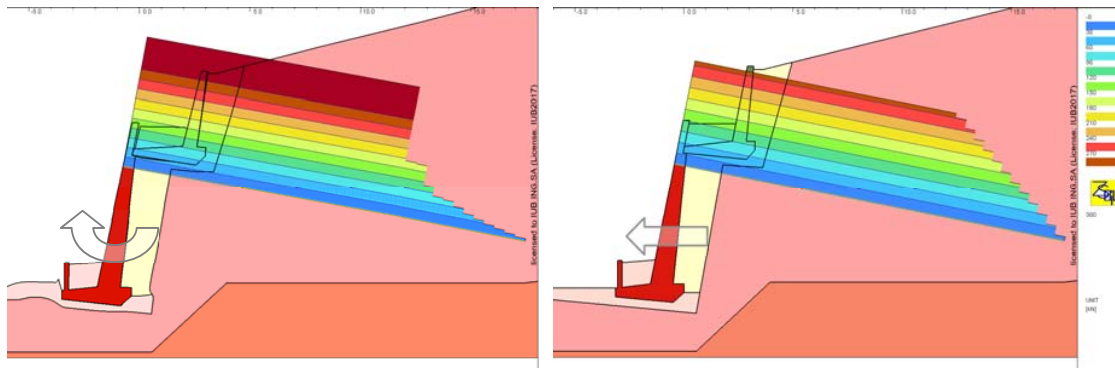


Bild 15: Fehlerhafte (links) und richtige Modellierung (rechts) der Verpressstrecke

Die elastische Verbundsteifigkeit κ_s in der Verpresszone ist so hoch zu wählen, dass sich eine stetige Abnahme über die Verpressstrecke ergibt, Bild 15. Spannungssprünge deuten auf eine zu steife Verbindung zum Boden mit unendlich hohem Auszugswiderstand hin; deswegen wirkt der Ankerkopf wie ein festes Auflager, um das die untere Stützwand rotierend im Fundament gleitet, anstatt dass sich die gesamte Wand annähernd parallel verschiebt.

Sowohl das Fließen als auch das Verbundversagen des Ankers sollten numerisch ausgetestet werden (Hohberg, 2017a).

4.2 Auslegung

Mit Rücksicht auf die erwarteten hohen Zusatzdehnungen sollte nur die minimale Vorspannkraft nach Norm gewählt werden. Dazu wurde – noch ohne Modellierung des Ankers – zuerst unter einer äußeren Linienkraft p_0 [kN/m²] studiert, wie sich plastische Zonen bei Vorspannung zurückbilden und wie weit bei hoher Teilsicherheit auf dem Scherwinkel die Linienkraft reduziert werden kann, bevor sich Geländebruch ankündigt, Bild 16.

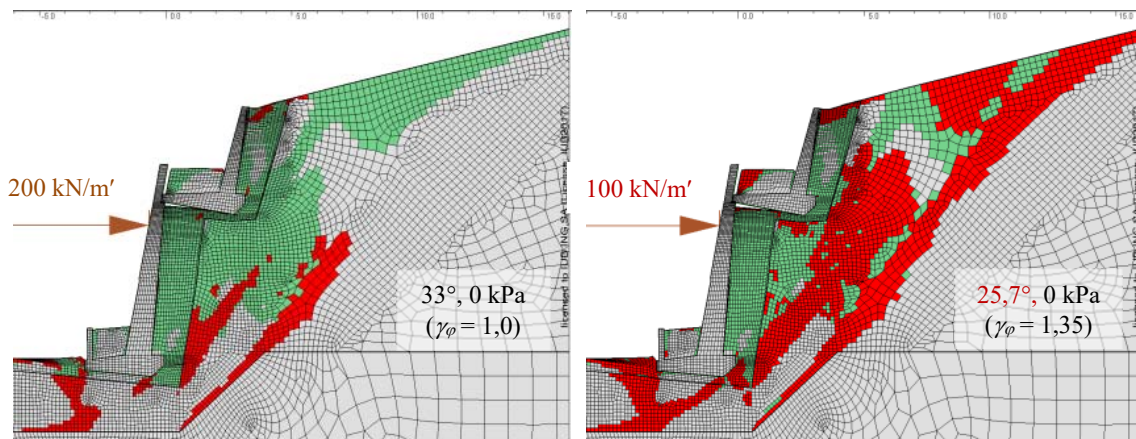


Bild 16: Reduktion der Linienkraft p_0 mit Teilsicherheit γ_φ auf der unteren Restfestigkeit

Zwischen Aufbringen der Vorspannung und Reduktion der Scherfestigkeit besteht eine gewisse Pfadabhängigkeit, d. h. Vorspannung bei Reibungswinkel φ'_u kurz vor dem Geländebruch ergibt nicht dieselbe Spannungsverteilung wie Vorspannung bei $\varphi'_{r,sup}$ mit nachfolgender Reduktion $\varphi' \rightarrow \varphi'_u$. Wenn man diese Feinheiten vernachlässigt, konvergiert das Aufbringen der Vorspannung (Entlastung) gleichzeitig mit der Festigkeitsreduktion (Belastung) am besten.

Aus dem erforderlichen p_0 , dem gewählten Ankerabstand 1,65 m (= 6 Stck. / 10 m Blocklänge) und der Stahlgüte S 670/800 ergab sich der Durchmesser der Stabanker zu \varnothing 30 mm in der unteren Reihe bzw. \varnothing 25 mm in der oberen Reihe, Bild 16. Gemäß prognostizierter Felslinie wurde die Freispiellänge zu 4÷12 m und die Verpressstrecke (planmäßig im Fels) zu 6 m festgelegt.

4.3 Umsetzung auf der Baustelle

Schon bei den Versuchsankern zeigte sich, dass der Felshorizont teilweise flacher verlief als gedacht und längere Anker (7÷12 m Freispielstrecke plus 6 m Verpressstrecke) erforderlich wurden. Dabei bewährte es sich, dass für die Ausführung einheitlich auf \varnothing 25 mm optimiert und von zwei Liefertranchen zuerst die langen Anker bestellt worden waren, die nun nach effektiver Bohrtiefe eingesetzt wurden. In der 2. Liefertranche wurde auf längere Anker umgestellt.



Bild 16: Ansicht der ertüchtigten Stützwand mit zwei Ankerreihen (Nov. 2021)

5 FE-Modell als digitaler Zwilling

In der langen Pause zwischen Projekt und Baubeginn wurden viele unterschiedliche Beispiele berechnet und so Erfahrungen mit unterschiedlichen Einflussgrößen geammelt (Hohberg, 2017a / 2017b / 2018). Falls die Versuchsanker Kriechen gezeigt hätten, war an eine Justierung der Verbundfestigkeiten gedacht. Dies wurde nicht nötig, trotz Verlaufs von Injektionsmörtel während des regnerischen Sommers 2021, als nur 10 bar statt 30 bar Verpressdruck aufgebaut werden konnte. Die Aufschlüsse während der Ausführung mit daraus folgenden Änderungen machten jedoch Zusatzberechnungen erforderlich, von denen nachfolgend zwei gezeigt sind.

5.1 Überlappende obere Ankerlage

Wegen einiger kurzer bzw. mit nur 10 bar verpresster Anker in der unteren Reihe wurde die obere Ankerreihe in Bild 16 weiter nach links ausgedehnt als ursprünglich für nötig gehalten.

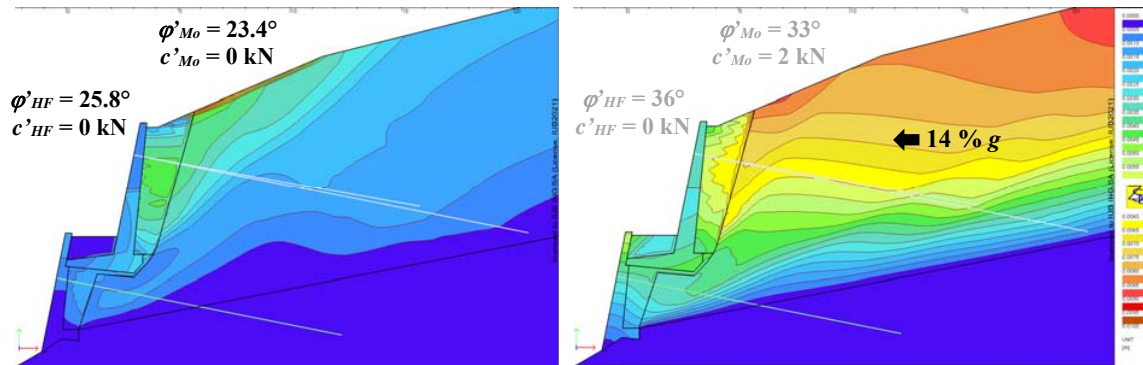
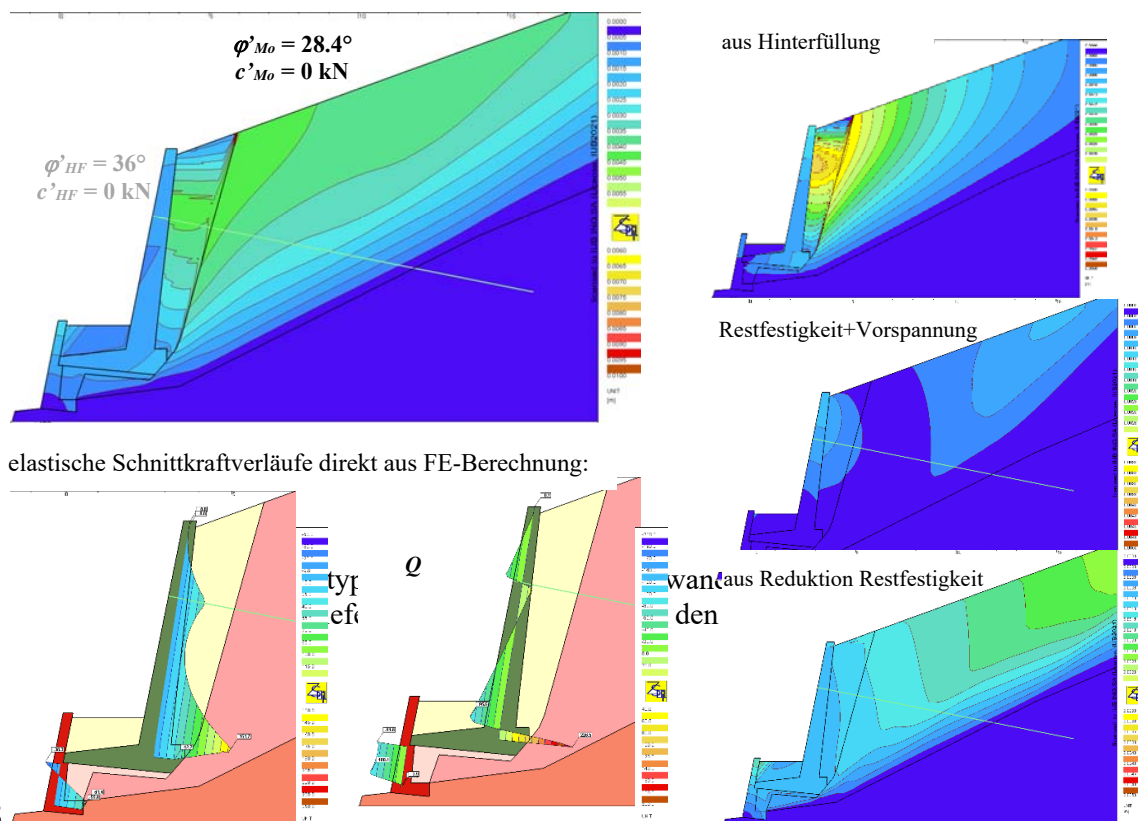


Bild 17: Geometriertyp B2 mit zwei Ankerreihen, Geländebruch (links) und Erdbeben (rechts)

Wo nach 18 m Bohrlänge noch kein Fels angetroffen wurde, war von „schwimmenden“ Ankern auszugehen, die sich mit dem Erdkeil mitbewegen und keine Zusatzdehnung mobilisieren können. Zur Stabilisierung des Stützwandgelenks wurde in der unteren Ankerreihe die Festsetzkraft auf maximal 250 kN ($p_0 = 150 \text{ kN/m}'$) erhöht, während die obere bei 150 kN ($p_0 = 90 \text{ kN/m}'$) belassen wurde. Bild 17 zeigt eine Nachrechnung mit zwei oberen Ankern, einem mit maximaler Länge neben einem zu kurz eingebauten.

5.2 Steiler Hang am Übergang zum Geometriertyp B1

Am Übergang zum Geometriertyp B1 endet die untere Ankerreihe zur Stabilisierung des Wandgelenks. Zudem ist auch dort der Hang sehr steil, so dass ein großflächiges Abrutschen zu untersuchen ist, selbst wenn die Anker bis in die Moräne hineinreichen, Bild 18.



Mit sinkendem Gleitlinienwinkel – θ_a aufgrund Festigkeitsreduktion oder θ_{ae} infolge zunehmender Horizontalbeschleunigung – kann das Scherband ganz verschwinden, ohne Ausbeüßen an der Geländeoberfläche, und der Hang stattdessen Zugdehnungen entwickeln. Somit wird die Größe des Erddrucks durch die modellierte Hanglänge beeinflusst. Bei Lage der Verpressstrecke in der Moräne fehlt der Anpressdruck, entsprechend schwenkt das Gleitlinienband gleich hinter dem Anker nach oben, Bild 19; das Einspannmoment der oberen Wand wird 18 % größer. Bei $\beta = 20^\circ$ Geländeneigung kann der Reibungswinkel nur bis etwa $\varphi' = 21^\circ$ abnehmen, entsprechend dem unteren Grenzwert (Fellin 2014): $\sin \varphi' = \tan \beta$.

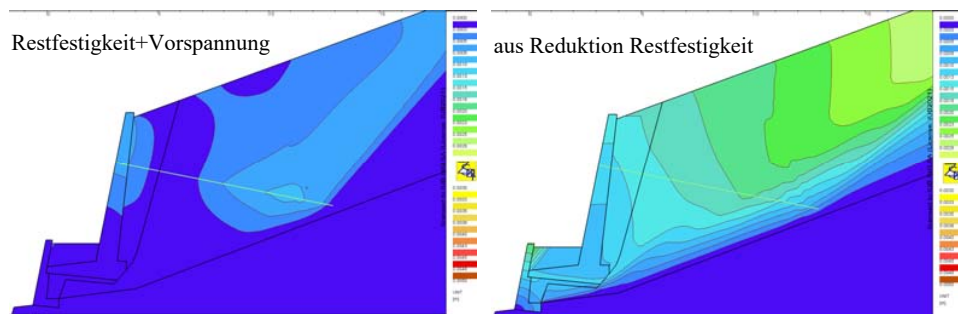


Bild 19: dito. Beiträge aus den Berechnungsphasen bei schwimmendem Anker

6 Schlussbemerkung

Bei der Nachrechnung komplizierter Stützwände mit der FEM werden Erddruck und Schnittkräfte direkt aus einer inputorientierten Analyse der Geländestabilität (Böschungsbruch) ermittelt. Dabei spielen außer den geometrischen Randbedingungen (Gelände- und Felslinie) auch der Anfangszustand eine Rolle; bei Ertüchtigung mittels vorgespannten Ankern zusätzlich der Ankerangriffspunkt, die Ankerkraft (inkl. Zusatzdehnungen) und die Ankerlänge mit Lage der Verpressstrecke. Der pseudostatische Einbezug einer horizontalen Erbebenbeschleunigung ist einfach, kann aber zu überraschenden Ergebnissen führen (Bild 14, Bild 17).

Wegen der Reduktion des Gleitwinkels über Teilsicherheitsbeiwerte ist unbedingt auf einen genügend großen Geländeausschnitt zu achten („unendlich langer Hang“). Einen wesentlichen Aufwand bei steilen Böschungen stellt die Nachrechnung des nichtlinearen Bauzustands dar, die womöglich noch optimiert werden könnte.

Voraussetzung ist die Fähigkeit des FEM-Programms, die Bodenfestigkeiten i.S. eines Softening reduzieren zu können und nicht bloß eine iterative Stabilitätsberechnung durchzuführen. So wird das FE-Modell zu einem digitalen Zwilling des zu untersuchenden Geländesprungs mit Wechselwirkung zwischen nichtlinearem Boden- und Bauwerksverhalten.

Referenzen

- [1] Chauhan V.B., Satyanarayana M.D., Gade V.K. (2015): Investigation of failure of a rigid retaining wall with relief shelves. *Japanese Geotechnical Society Spec. Publ.*, 15th Asian Regional Conf. Soil Mech. Geotech. Engg. 2492-2497
- [2] Chauhan V.B. (2021): Limit analysis of the retaining wall with relief shelves under static surcharge loading using FEM. *Sādhanā*, vol. 46, no. 13
- [3] EANG (2019) Empfehlungen des AK 1.6: Berechnung der Standsicherheit mit der FEM durch Reduzierung der Festigkeitsparameter. *Geotechnik*, vol. 42, no. 2, 88-97
- [4] Fellin W. (2014): Die Wiederentdeckung der unendlich langen Böschung. *Geomechanics & Tunnelling*, vol. 7, no. 4, 299-305
- [5] Hohberg J.-M. (2014): Galerien als Hangstützung – 50 Jahre nach dem Bau. 29. Chr.-Veder-Koll., Graz, *Mitteilungshefte Inst. f. Bodenmech., Felsmech. u. Grundbau*, H. 51
- [6] Hohberg J.-M. (2015): Standsicherheitsnachweise für Lehnenviadukte und Stützmauern an Berghängen. Numer. Meth. in der Geotech, Karlsruhe, *BAW-Mitteilungen*, H. 98
- [7] Hohberg J.-M. (2016): Computational Strategies for Retaining Structures in Steep Slopes. *Anniv. Vol. 30 Years ZSoil.PC*, Lausanne 2016, 75-92
- [8] Hohberg J.-M. (2017a): Vorgespannte Stabanker als Stützmauerverstärkung – Input-orientierte Nachweise mittels FEM. 32. Chr.-Veder-Koll., Graz, *Mitteilungshefte Inst. f. Bodenmech., Felsmech. u. Grundbau*, H. 58
- [9] Hohberg J.-M. (2017b): FEM-Einsatz bei der Nachrechnung von Stützmauern. VSS/GS-Herbsttagung zu Stützmauern, Bern, *Mitteilungen Geotechnik Schweiz*, H. 175, 71-78
- [10] Hohberg J.-M. (2018): Numerische Standsicherheitsnachweise für sanierungsbedürftige Stützmauern. 11. Koll. *Bauen in Boden und Fels*, TAE Ostfildern.
- [11] Hohberg J.-M. (2022): Rehabilitation of earth-retaining wall for slope failure, due to strength reduction and seismic acceleration, considering nonlinear soil-structure interaction. IABSE Symp. *Challenges for Existing and Oncoming Structures*, Prague.
- [12] Kirchmair, M. (2017): Ungeankerte Stützbauwerke der ASFINAG – Erfahrungen und Vorgangsweise. VSS/GS-Herbsttagung zu Stützmauern, Bern, *Mitteilungen Geotechnik Schweiz*, H. 175, 3-8
- [13] Kurrer K.-E. (2016): Geschichte der Erddrucktheorie. *Geschichte der Baustatik*, Kap. 5, 2. Aufl., Ernst & Sohn
- [14] Okabe S. (1926): General theory of Earth pressures. *J. Japan. Soc. Civil Engg.*, vol. 12, no. 1
- [15] Pavone M. ; Richina N.: N09 Montreux - Roche, assainissement de murs de soutènement. VSS/GS-Herbsttagung zu Stützmauern, Bern, *Mitteilungen Geotechnik Schweiz*, vol. 175, 61-67
- [16] Perozzi D., Puzrin A. (2021): Bruchverhalten von Winkelstützmauern – Boden-Wand-Interaktion. Projekt AGB 2015/029, IGT ETH Zürich (<https://www.aramis.admin.ch/Texte/?ProjectID=38985>)
- [17] Shehata H.F. (2016): Retaining walls with relief shelves. *Innov. Infrastruct. Solutions*, vol. 1, no. 4

- [18] SIA 267 (2013): Geotechnik. SN 505 267:2013, Hrsg. SIA, Zürich
- [19] Vollenweider AG (2014): Gefährdung von Winkelstützmauern durch Korrosion – Untersuchung des Bruchverhaltens Phase 2. Bericht 2685/2 an ASTRA.
- [20] Yazdani M., Azad A., Farshi A.h., Talatahari S. (2013): Extended “Mononobe-Okabe” method for seismic design of retaining walls. *J. Appl. Math.*, vol. 2013, art. ID 136132

Autor

Dr. sc. techn. Jörg-Martin Hohberg
IUB Engineering AG
Eigerhaus, Belpstr. 48
3007 Bern / Schweiz
Tel.: +41 (0)31 357 - 11 85
Fax: +41 (0)31 357 - 11 12
e-mail: martin.hohberg@iub-ag.ch
Web: www.engineering-group.ch