

67 | 1960

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

K. Eggers

**Über die Erfassung der
Widerstandserhöhung im Seegang
durch Energiebetrachtungen**

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Über die Erfassung der Widerstandserhöhung im Seegang durch Energiebetrachtungen

K. Eggers, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1960

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

Über die Erfassung der Widerstandserhöhung im Seegang durch Energiebetrachtungen

Von K. Eggers

1. Einleitung. Vor kurzem erschien von *Havelock*¹ eine Studie über die Abhängigkeit der Dämpfung der Stampfeschwingungen eines schiffsähnlichen Körpers von Frequenz und Fahrt. *Havelock* untersucht eine Strömung, die er aus einer approximativen Quell-Senken-Verteilung erzeugt und ermittelt die Dämpfung durch Integration des Drucks auf einer Fläche, welche der mittleren Lage der Bodenfläche des Körpers entspricht.

Für die hier betrachtete Strömung läßt sich nun die Energie berechnen, die infolge der Wellenbildung während einer Periode abwandert²; es ergibt sich, daß ihr Wert der Arbeitsleistung der von *Havelock* angegebenen Dämpfungskraft entspricht. Ebenso läßt sich aber auch die Ausstrahlung von Impuls in diesem Wellensystem berechnen; ihr Zeitmittel verschwindet nicht und kann somit nur aus einer Erhöhung des Wellenwiderstandes des stampfenden Schiffes in Fahrt herrühren, zu dessen Überwindung ebenfalls Arbeit geleistet werden muß. Bringt man diesen Anteil von der gesamten Energieabwanderung einer Periode in Abzug, so reicht dann der Restbetrag der Energie nicht mehr aus, um den Leistungen von *Havelocks* Dämpfungskräften zu entsprechen; die Abweichung wächst mit zunehmender Fahrt und Schwingungszeit.

Die sich hier offenbarende Diskrepanz zwischen der Druckintegrationsmethode und der Wellenenergiemethode verschwindet jedoch, wenn wir der gewählten Quell-Senken-Verteilung zur Erzeugung der Strömung eine Dipolverteilung von oszillierender Intensität superponieren, welche die Variation des Displacements für den Fahrtwiderstand erfaßt und damit die Approximation der Strömung auf der Körperoberfläche verbessert. Jetzt liefern beide Methoden übereinstimmende Ergebnisse.

Die hier angewandte Verbesserung wurde für idealisierte Schiffsförmungen (*Michell*-Schiffe) bereits von *Hanaoka*³ eingeführt. Sie kann aber⁴ allgemein für alle Körper angesetzt werden, deren Potential aus einer Quellbelegung proportional der Normalgeschwindigkeit der Strömung auf der Körperoberfläche angenähert wird. Für Ellipsoide in Schwingungen kleiner Amplitude gilt sie damit sogar streng⁴, so lange der Einfluß der freien Oberfläche auf die Strömung am Körper vernachlässigt werden kann.

Für die Energiemethode zur Bestimmung der Dämpfungskräfte von Schwingungen in Fahrt wird die Größe der Impulsabstrahlung benötigt, aus der sich die Widerstandserhöhung infolge erzwungener Schwingungen ergibt; darüberhinaus aber gestattet sie auch die Berechnung der Widerstandserhöhung in einem homogenen Wellensystem, das diese Schwingungen erzeugt. Dazu ist es keineswegs erforderlich, den Bewegungsverlauf explizit in seiner Phasenlage und in seinem Amplitudenverhältnis zur ankommenden Welle zu kennen, soweit er nicht in die Quellverteilung zur Erzeugung des Potentials der Wellenreflexion eingeht; es genügt die Kenntnis der Schwingungsamplitude. Durch die Forderung, daß jetzt die gesamte abgestrahlte Energie dem gesamten abgestrahlten Impuls entsprechen muß, daß also die impulslose Leistung der Schwingungsdämpfung vom entsprechenden Anteil des erregenden Wellensystems kompensiert wird, ergibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen Dämpfungsleistung und Widerstandserhöhung durch Fahrt gegen die erregende Welle, welche zur Widerstandserhöhung durch erzwungene Schwingung hinzugefügt werden muß. Die folgenden numerischen Rechnungen zeigen übrigens, daß beide Widerstandsanteile von gleicher Größenordnung sind, auch wenn die Wellenreflexion am festgehaltenen Schiff klein bleibt, und daß ihre Summe stets positiv ausfällt.

Es ergibt sich damit die Möglichkeit, im Rahmen einer linearen Theorie die bisher nur einzeln diskutierten Anteile der Widerstandserhöhung — Wellenreflexion, Widerstand in erzwungener Schwingung, drifting force — zusammen mit bisher noch nicht erfaßten Termen gleicher Größen-

¹ T. H. Havelock, Trans. Inst. Nav. Arch. 99 (1958) S. 131. London 1957.

² K. Eggers, Schiffstechnik 21 (1957) S. 140.

³ T. S. Hanaoka, Proceedings of the Symposium on the Behaviour of Ships in a Seaway, Wageningen 1957,

⁴ K. Eggers im Bd. 2 S. 898.

angew. Math. Mech. 38 (1958) S. 308.

830 TUB-HH 8402-323 6



ordnung zu einem analytisch übersichtlichen Ausdruck zusammen zu fassen. Bei vorgegebenen Amplituden der Schwingungen verschiedener Freiheitsgrade müssen hier nur noch die korrespondierenden Singularitätenverteilungen gefunden werden, was ein Problem der numerischen Analysis ist. Es ist uns damit vor allem möglich, durch Betrachtung charakteristischer vorgegebener Singularitätenverteilungen die qualitative Abhängigkeit von Parametern der Fahrt und Frequenz zu studieren. Daß der Zusammenhang zwischen Singularitäten und erzeugter Körperform bzw. Körperbewegung dabei relativ offen bleibt, darf im augenblicklichen Stadium der theoretischen Entwicklung nicht ins Gewicht fallen. Zwar liegen schon Arbeiten von *Haskind*¹ vor, welche für Körper von genau festgelegten Wasserlinien und Spantformen zahlenmäßige Ergebnisse liefern — es fehlt hier jedoch im Singularitätenansatz der Dipolterm für den Fahrteinfluß; die Widerstandserhöhung der erzwungenen Schwingung, auf welche sich die Rechnung beschränkt, fällt deshalb negativ aus. Exaktere Rechnungen von *Hanaoka* und *Maruo*² (letztere unter Berücksichtigung des Seegangs) beschränken sich auf einen sehr begrenzten Fahrt- und Frequenzbereich. Auch ist in diesen Rechnungen übergangen worden, daß Dämpfung und Widerstandserhöhung über alle Grenzen wachsen, wenn sich das Verhältnis der Schiffsgeschwindigkeit zur Phasengeschwindigkeit einer Welle der betrachteten Frequenz dem Werte $1/4$ nähert.

Während für erzwungene Schwingungen sich dieses Anwachsen schon aus den Versuchen von *Golovato*³ erkennen ließ, zeigen neuere Experimente⁴ in Übereinstimmung mit unserer Analysis, daß der Effekt auch bei Fahrt eines freibeweglichen Modells gegen einen regelmäßigen Wellenzug auftritt, und zwar nicht nur für die *Froudesche* Zahl $\mathfrak{F} = 0,08$, wo dieses Verhältnis sich einstellt, falls Schiffslänge und Wellenlänge zusammenfallen, sondern auch bei $\mathfrak{F} = 0,04$, wo offensichtlich für die durch die Schwingung angeregte sekundäre Oberschwingung das Geschwindigkeitsverhältnis $1/4$ vorliegt. Aus den folgenden Berechnungen ergibt sich, daß dieser Effekt auch bei Fahrt mit der Welle zu erwarten ist, und zwar einmal, wenn die Welle mit zweifacher Schiffsgeschwindigkeit voranschreitet, zum andern bei einer Schiffsgeschwindigkeit, welche größer als die der Welle ist.

2. Geschwindigkeitspotential. Bei der analytischen Behandlung der Widerstandserhöhung im Seegang ist es üblich, den schwingenden Schiffskörper zu ersetzen durch ein System von Quellen und Senken oszillierender Intensität, welche nur die Translationsbewegung des Körpers mitmachen. Die Ermittlung der Dämpfungsenergie und Widerstandserhöhung stellen wir im folgenden vorerst nur dar für den Fall, daß die periodische Störung des Wellensystems bereits durch eine einzige Quelle dargestellt werden kann, solange der Fahrteinfluß vernachlässigt wird; für kontinuierliche Quellverteilungen ergeben sich daraus wegen der Linearität der Ansätze durch Integration analoge Ausdrücke, welche noch die Interferenzen zwischen verschiedenen Quellsystemen erfassen.

Das Geschwindigkeitspotential φ der Strömung relativ zu einer oszillierenden Quelle, welche sich mit Geschwindigkeit V parallel zur freien Oberfläche in Tiefe f bewegt, wurde von *Haskind*, *Brard*⁵, *Hanaoka* und *Havelock* auf verschiedenem Wege hergeleitet. Bei einer Quellergiebigkeit $e^{i\nu t}$ lautet es im Aufpunkt r

$$\varphi = \frac{e^{i\nu t}}{4\pi} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R} - \frac{K_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\Theta \oint K \left(\frac{e^{K(r\bar{E}_\Theta)}}{(K \cos \Theta - \nu/V)^2} + \frac{e^{K(rE_\Theta)}}{(K \cos \Theta + \nu/V)^2} \right) dK \right] - \frac{i K_0 e^{i\nu t}}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{K_1 - K_2} \left(\delta_1 K_1 e^{K_1(r\bar{E}_\Theta)} + \delta_2 K_2 e^{K_2(rE_\Theta)} \right) d\Theta . \quad (1)$$

Dabei ist r der Vektor vom an der freien Oberfläche gespiegelten Quellpunkt zum Aufpunkt, $R = |r|$ der Abstand vom gespiegelten Quellpunkt zum Aufpunkt, R der Abstand vom Quellpunkt zum Aufpunkt. Für ein rechtwinkliges Koordinatensystem (x, y, z) wählen wir die Richtungen: $x =$ Fahrtrichtung voraus, $y =$ backbord, $z =$ nach oben. Ferner ist E_Θ ein Vektor mit Komponenten $(i \cos \Theta, i \sin \Theta, 1)$, \bar{E}_Θ der dazu konjugiert komplexe Vektor; Θ entspricht dem Aus-

¹ M. D. Haskind, ZAH-Bericht 603, Moskau 1946.

² H. A. Maruo, 60th Anniversary Issue Soc. Nav. Arch. Japan 1958. S. 1.

³ P. Golovato, Ship Research 1957, S. 19. (T. M. B. Report 1074, Washington 1956.)

⁴ O. I. Sibul u. G. Reichert, Research Series 61 Univ. of California, Institute of Engen. 1957.

⁵ R. Brard, Ass. Techn. Mar. Aero. 47 (1947) S. 455.

breitungswinkel und K der Wellenzahl eines Systems von Wellen, über die integriert wird; im Integral der zweiten Zeile sollen K und Θ miteinander verknüpft sein durch

$$K_1 = K_1(\Theta) = K_0 \sec^2 \Theta \left(\frac{1 + \sqrt{1 - 4 \Omega \cos \Theta}}{2} \right)^2, \quad (1b)$$

$$K_2 = K_2(\Theta) = \tilde{K} \left(\frac{2}{1 + \sqrt{1 - 4 \Omega \cos \Theta}} \right)^2; \quad (1c)$$

dabei ist gesetzt:

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{g}{V^2}, \\ \tilde{K} &= \frac{v^2}{g}, \\ \Omega &= \frac{v V}{g} = \sqrt{\frac{\tilde{K}}{K_0}}. \end{aligned}$$

Schließlich sind die Koeffizienten δ_1 und δ_2 so definiert, daß sie in dem Θ -Bereich verschwinden, in dem K_1 und K_2 nicht reell ausfallen, im übrigen gilt

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= +1 & \text{für} & \quad |\Theta| \leq \frac{\pi}{2}, \\ \delta_1 &= -1 & \text{für} & \quad |\Theta| > \frac{\pi}{2}, \\ \delta_2 &= 1 & \text{für} & \quad 0 \leq |\Theta| \leq \pi \end{aligned} \right\} \text{ falls } K_1, K_2 \text{ reell.}$$

Das Symbol \oint bedeutet den Cauchyschen Hauptwert des Integrals über K ; das Integral der zweiten Zeile stellt den Residuenanteil der Pole bei einem speziellen Umlaufssinn dar, der sich aus asymptotischen Anforderungen an das Potential ergibt. Der Ausdruck (1) wächst über alle Grenzen im Falle $\Omega = \pm 1/4$.

Die Quellsingularitäten zur Erzeugung der Körperumströmung werden in ihrer Ergiebigkeit angesetzt in Proportionalität zur Zeitableitung der örtlichen Eintauchung, d. h. zur Strömungsgeschwindigkeit normal zur Körperoberfläche. Zur Erfassung der Variation des Displacements für die Wellenerzeugung durch Fahrt voraus ist es notwendig, jede solche Quelle zu ergänzen durch einen Dipol oszillierender Intensität, dessen Achse in Fahrtrichtung liegt.*

Ist q ein Maß der örtlichen Tauchamplitude, so wird die Quellergiebigkeit gleich $i v q e^{i v t}$, das Dipolmoment gleich $-V q e^{i v t}$ komplex angesetzt. Dabei ist v die Frequenz der Schwingung im mitgeführten Bezugssystem. Das Potential $q \varphi^*$ dieser Quell-Dipol-Kombination erhalten wir dann aus φ (1) durch

$$q \varphi^* = q \left(i v \varphi - V \frac{d\varphi}{dx} \right). \quad (2)$$

Stellen wir die Zeitableitung im mitbewegten System dar durch das Symbol $\partial/\partial t$, die Zeitableitung im ruhenden System durch d/dt , so gilt

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \quad (3)$$

und damit

$$\varphi^* = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (4)$$

3. Energiebetrachtungen. Bewegt sich eine Quelle der Ergiebigkeit $i v q e^{i v t}$ mit Translationsgeschwindigkeit V im Felde einer mit Frequenz v relativ zur Quelle periodischer Strömung von einem Potential $\psi = \psi_0 e^{i v t}$, so ist die aus dem Raum um die Quelle pro Periode abwandernde Energie** gegeben durch

$$N_{ges}^q = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \oint i v q e^{i v t} \frac{d\bar{\psi}}{dt} \right\}, \quad (5a)$$

* Siehe Fußnoten 3 und 4 von Seite 39.

** Siehe Fußnote 2 von Seite 39.

Dem abwandernden Impuls pro Periode entspricht eine Kraft P auf die Quelle in x -Richtung von der Größe

$$P^q = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho i \nu q e^{i\nu t} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \right\}, \quad (5b)$$

dem wiederum ein Leistungsanteil

$$N_W^q = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho i \nu V e^{i\nu t} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \right\} \quad (5c)$$

entspricht. Der Dämpfungsenergie entspricht die Differenz von (5a) und (5c)

$$N_D^q = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho i \nu q e^{i\nu t} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} \right\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \nu^2 q \rho \bar{\psi}_0 \}. \quad (5d)$$

Diese Energie muß je Periode aufgebracht werden, um die Schwingung aufrecht zu erhalten.

Analog erhalten wir für den Dipol der Intensität qV

$$N_{ges}^d = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho V q e^{i\nu t} \frac{\partial}{\partial x} \frac{d\bar{\psi}}{dt} \right\}, \quad (6a)$$

$$N_W^d = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho V^2 q e^{i\nu t} \frac{\partial}{\partial x} \frac{d\bar{\psi}}{\partial x} \right\}, \quad (6b)$$

$$N_D^d = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho V q e^{i\nu t} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} \right\}, \quad (6c)$$

und damit erhalten wir für das Quell-Dipol-System

$$N_{ges}^{qd} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho q e^{i\nu t} \frac{d}{dt} \frac{d\bar{\psi}}{dt} \right\}, \quad (7a)$$

$$N_W^{qd} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho q V e^{i\nu t} \frac{\partial}{\partial x} \frac{d\bar{\psi}}{dt} \right\}, \quad (7b)$$

$$N_D^{qd} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \rho q e^{i\nu t} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} \right\}. \quad (7c)$$

Ist ψ die durch die Singularitäten erzeugte Strömung, so ist in (5) einzusetzen $\psi = q\varphi$; in den Formeln (7) hingegen $\psi = q\varphi^* = q d\varphi/dt$. Es ist dann $(r E_\Theta) = -2f$ zu setzen. Es leistet dann aber nur das Integral in der zweiten Zeile von (1) einen Beitrag zu den Ausdrücken (5), (6) und (7). Dieses Integral bestimmt das Wellenfeld in großer Entfernung.

Nun ist aber¹

$$\frac{d}{dt} \delta_j e^{K_j(r \bar{E}_\Theta) + i\nu t} = \delta_j i (VK_j \cos \Theta + \nu) e^{K_j(r \bar{E}_\Theta) + i\nu t} = +i \sqrt{g K_j} e^{K_j(r \bar{E}_\Theta) + i\nu t} \quad (j = 1, 2). \quad (8)$$

Damit erhalten wir aus (1) und (5) für die Quelle in der durch sie erzeugten Strömung vom Potential $q\varphi$

$$N_D^q = \frac{\rho \nu^3}{8\pi} q \bar{q} K_0 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{K_1 - K_2} (\delta_1 K_1 e^{-2K_1 f} + \delta_2 K_2 e^{-2K_2 f}) d\Theta, \quad (9a)$$

$$N_W^q = \frac{\rho \nu^2 V}{8\pi} q \bar{q} K_0 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec \Theta}{K_1 - K_2} (\delta_1 K_1^2 e^{-2K_1 f} + \delta_2 K_2^2 e^{-2K_2 f}) d\Theta, \quad (9b)$$

$$N_{ges}^q = \frac{\rho \nu^2 g^{1/2}}{8\pi} q \bar{q} K_0 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{K_1 - K_2} (K_1^{3/2} e^{-2K_1 f} + K_2^{3/2} e^{-2K_2 f}) d\Theta. \quad (9c)$$

¹ K. Eggers, Schiff und Hafens 11 (1957) S. 834.

Für die Quell-Dipol-Kombination ergibt sich hingegen aus (1), (4) und (7)

$$N_D^{qd} = \frac{\rho g}{8\pi} K_0 q \bar{q} \nu \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{K_1 - K_2} (\delta_1 K_1^2 e^{-2K_1 f} + \delta_2 K_2^2 e^{-2K_2 f}) d\Theta, \quad (10a)$$

$$N_W^{qd} = \frac{\partial g}{8\pi} K_0 q \bar{q} V \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec \Theta}{K_1 - K_2} (\delta_1 K_1^3 e^{-2K_1 f} + \delta_2 K_2^3 e^{-2K_2 f}) d\Theta, \quad (10b)$$

$$N_{ges}^{qd} = \frac{\rho g}{8\pi} g^{3/2} K_0 q \bar{q} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{K_1 - K_2} (K_1^{5/2} e^{-2K_1 f} + K_2^{5/2} e^{-2K_2 f}) d\Theta. \quad (10c)$$

Formel (9a) ergibt mit $K_0 \rightarrow \infty$ die Dämpfungsleistung einer ruhenden oszillierenden Quelle, der Beitrag von K_1 verschwindet und es wird $K_2 = \tilde{K} = \nu^2/g$. Im Falle $\nu = 0$ hingegen ergibt (10b) die Widerstandsleistung eines Körpers, der durch einen diskreten Dipol vom stationären Moment q dargestellt wird, der Anteil von K_2 verschwindet und es gilt $K_1 = K_0 \sec^2 \Theta$. Im Sektor $|\Theta| \geq \pi/2$ leisten die durch K_1 vertretenen Fahrtwellen einen negativen Beitrag zur Dämpfung, die durch K_2 vertretenen Schwingungswellen einen negativen Beitrag zum Widerstand*.

Berechnet man die Dämpfungsleistung nach *Haskind* und *Havelock* durch Druckintegration des Potentials einer Quellverteilung ohne Dipolzusatzterm, so erhält man Ausdrücke von der Form (9c); da die Translationsgeschwindigkeit zwar in der Druckgleichung, nicht aber im Singularitätensystem berücksichtigt ist, liegen diese Ausdrücke in den Potenzen der Wellenzahlen zwischen (9a) und (10a).

4. Fahrt gegen reguläres Wellensystem. Nun sei ein Wellenfeld gegeben durch

$$\Phi = \frac{h g}{\nu_0} e^{-K(r E_\alpha) + i \nu_0 t}, \quad (11)$$

wobei r der Ortsvektor bezüglich eines Koordinatenursprungs auf der freien Oberfläche $z = 0$ ist; E_α sei der Vektor $(i \cos \alpha, i \sin \alpha, 1) \cdot \alpha$ stellt den Winkel der Fortschrittsrichtung der Wellen gegen den Schiffskurs, d. h. gegen die x -Richtung dar. ν_0 ist die Frequenz der Welle in ruhendem Bezugssystem, $K = \nu_0^2/g$ die Wellenzahl und h die Wellenamplitude.

In einem mit Geschwindigkeit V mitgeführten Bezugssystem hat die Welle die Begegnungsfrequenz

$$\nu = \operatorname{Re} \left\{ \Phi^{-1} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right\} = \nu_0 (1 - \Omega_0 \cos \alpha) \quad (12)$$

mit $\Omega_0 = \nu_0 V/g$.

Durch (12) wird der Bewegungsfrequenz ein negatives Vorzeichen zugeordnet für den Fall, daß die Änderung des Schwingungsausschlags gegensinnig zu der Änderung der Wellenhöhe im ruhenden System erfolgt.

Aus (12) folgt

$$\Omega \cos \alpha = \Omega_0 \cos \alpha (1 - \Omega_0 \cos \alpha). \quad (13)$$

Unabhängig von der Fortschrittsrichtung α des Wellenzuges kann also $\Omega \cos \alpha$ nur im Bereich $0 < \Omega_0 \cos \alpha < 1$ positive Werte annehmen, und zwar den maximalen Wert $1/4$ bei $\Omega_0 \cos \alpha = 1/2$, also wenn das Schiff mit der halben Geschwindigkeit g/ν der überholenden Welle fährt. Die Auflösung von (13) nach $\Omega_0 \cos \alpha$ ergibt

$$\Omega_0 \cos \alpha = \frac{1}{2} (1 \mp \sqrt{1 - 4 \Omega \cos \alpha}); \quad (14)$$

* Siehe Fußnote 1 von Seite 42.

damit wird

$$(1 - \Omega_0 \cos \alpha)^2 = \left[\frac{1}{2} (1 \pm \sqrt{1 - 4 \Omega \cos \alpha}) \right]^2 \quad (15)$$

und somit

$$K = \frac{v_0^2}{g} = \frac{v^2}{g} \left(\frac{2}{1 \pm \sqrt{1 - 4 \Omega \cos \alpha}} \right)^2 \quad (16)$$

d. h. mit (1b), (1c) haben wir, da K_1 und K_2 durch Vorzeichenwechsel der Wurzel auseinander hervorgehen:

$$K = K_1(\alpha) \quad (17a)$$

bzw.

$$K = K_2(\alpha), \quad (17b)$$

je nachdem, ob $\Omega_0 \cos \alpha$ größer oder kleiner als $1/2$ ist.

Wir wollen nun die Überlagerung betrachten von einem Wellenfeld (11) mit dem Feld $q\varphi$ bzw. $q\varphi^*$ einer oszillierenden Störung; insbesondere wollen wir annehmen, daß die Oszillation durch die Wirkung des Wellenfeldes (11) stationär aufrecht erhalten wird, daß es sich nämlich um das Oszillationswellensystem eines Schiffes im Wellensystem (11) handelt. Dem abwandernden Impuls des resultierenden Wellensystems entspricht der Mittelwert der Kraft zur Überwindung der Widerstandserhöhung durch Seegang und Oszillation; der hieraus resultierende Leistungsanteil N_W muß aber der gesamten abwandernden Leistung entsprechen, wenn die Energie zur Aufrechterhaltung der Schwingung von der Welle selbst hervorgebracht, also nicht von außen zugeführt wird. Es muß also N_D , die Differenz von Gesamtleistung und Widerstandsleistung, verschwinden, d. h. aber, daß der Anteil N_{D_2} des Wellenfeldes (11) dem negativen Anteil N_{D_1} der Oszillationswellen gleich sein muß. Für das Potential (11) ist nun aber bei beliebiger Quell- und Dipolverteilung aus (5) und (6) ersichtlich, daß zwischen der zugehörigen Dämpfungsleistung N_{D_1} und der Widerstandsleistung N_{W_1} die Beziehung besteht

$$\frac{1}{i\nu} N_{D_2} = - \frac{1}{iV K \cos \alpha} N_{W_1}. \quad (18)$$

Damit können wir aber die gesamte Widerstandsleistung durch

$$N_{W \text{ ges}} = N_{W_1} - \frac{V K \cos \alpha}{\nu} N_{D_1} \quad (19)$$

d. h. durch Widerstandsleistung N_{W_1} und Dämpfungsleistung N_{D_1} des Oszillationsfeldes ausdrücken. Einsetzen von (16) ergibt dann

$$N_{W \text{ ges}} = N_{W_1} - \Omega \cos \alpha \left(\frac{2}{1 \mp \sqrt{1 - 4 \Omega \cos \alpha}} \right)^2 N_{D_1}. \quad (20)$$

Im Falle $0 \leq \Omega_0 \cos \alpha \leq 1$, d. h. wenn das Schiff vor der Welle läuft, aber noch nicht überholt wird, fällt der zweite Term von (20), welcher der Widerstandserhöhung durch den Seegang entspricht, negativ aus, da in diesem Bereiche $\Omega \cos \alpha \geq 0$ ist. Im übrigen erscheint bei gleichem $\Omega_0 \cos \alpha$ die Widerstandserhöhung größer wenn $\Omega_0 \cos \alpha > 1/2$ ist, wenn das Schiff also die Wellen einholt, als bei Fahrt gegen die Wellen; im letzteren Fall ist bei gleichem V die zugehörige Frequenz ν_0 kleiner, d. h. die Wellen länger.

Es hat den Anschein, als ob in dem Ausdruck (20) die Phasendifferenz zwischen der erregenden Welle und der oszillierenden Singularität nicht eingeht; im Falle eines schwingenden Körpers ist aber diese Differenz gerade bestimmt durch die Dämpfung der Schwingung, welche den zweiten Summanden von (20) ausmacht.

Setzen wir den Ausdruck (9) bzw. (10) in (20) ein, so erhalten wir

$$N_{W \text{ ges}}^q = \frac{\rho v^2 V}{8 \pi} K_0 q \bar{q} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{K_1 - K_2} \times [\delta_1 K_1 (K_1 \cos \Theta - K \cos \alpha) e^{-2K_1 f} + \delta_2 K_2 (K_2 \cos \Theta - K \cos \alpha) e^{-2K_2 f}] d\Theta, \quad (21a)$$

$$N_{W_{ges}}^{q,d} = \frac{\rho g V}{8 \pi} K_0 q \bar{q} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{K_1 - K_2} \times [\delta_1 K_1^2 (K_1 \cos \Theta - K \cos \alpha) e^{-2 K_1 f} + \delta_2 K_2^2 (K_2 \cos \Theta - K \cos \alpha) e^{-2 K_2 f}] d\Theta. \quad (21b)$$

Für $\alpha = \pi$, $\Omega > 0$ oder $\alpha = 0$, $\Omega > 0$ gilt nun aber: $-K \cos \alpha = K_1(\pi)$ bzw. $K_2(\pi)$ und da für $|\Theta| > \pi/2$ gilt*

$$|K_2 \cos \Theta| \leq K_2(\pi) < K_1(\pi) \leq |K_1 \cos \Theta| \quad (22)$$

so folgt, daß auch in diesem Θ -Bereich die Beträge der Summanden von (21) positiv sind, daß also der Gesamtwiderstand bei Fahrt senkrecht zur Wellenfront stets positiv ausfällt, solange die Welle das Schiff nicht überholt.

5. Widerstandsbeiwert und Dämpfungsbeiwert. In den unseren Untersuchungen zu Grunde liegenden praktischen Problemen haben die gesuchten Größen nicht die Dimension von Leistungen. Für den Widerstand interessiert der Mittelwert der Kraft zur Überwindung des Zusatz-Widerstandes, für die Betrachtung der Schwingung die Abklingkonstante einer freien Schwingung.

Wir führen dimensionslose Parameter von Fahrt und Frequenz ein durch

$$\Re = \frac{1}{\sqrt{K_0 f}} = \frac{V}{\sqrt{f g}}, \quad (23a)$$

$$\Im = \sqrt{\tilde{K} f} = \nu \sqrt{f/g}. \quad (23b)$$

Es gilt dann $\Omega = \Re \Im$. Wir haben als Bezugslänge für die Frequenz die Eintauchtiefe f der Störung gewählt, weil das Wellenbild, insbesondere das relative Verhalten von Dämpfung und Widerstand, entscheidend von $\tilde{K} f$, d. h. von der Tiefe der Singularitäten, abhängt. Auch bei Schiffen erscheint es deshalb angebracht, die Frequenz nicht durch die Breite**, sondern durch den Tiefgang dimensionslos darzustellen.

Einen dimensionslosen Dämpfungsbeiwert definieren wir dann durch

$$D_1 = \frac{8 \pi f^{5/2}}{\rho q \bar{q} g^{3/2}} \frac{1}{\Im^2} N_{D_1}, \quad (24a)$$

einen Widerstandsbeiwert W_1 der erzwungenen Schwingung durch

$$W_1 = \frac{8 \pi f^{5/2}}{\rho q \bar{q} g^{3/2}} \frac{1}{\Re} N_{W_1} \quad (24b)$$

und den Gesamtwiderstandsbeiwert W gemäß (20) durch

$$W = W_1 - \left(\frac{2}{1 \mp \sqrt{1 - 4 \Omega \cos \alpha}} \right)^2 \Im^3 D_1 \cos \alpha. \quad (24c)$$

Die Formeln (5a), (6a) zur Ermittlung abwandernder Energie gelten in verallgemeinerter Form für alle bewegten Körper, die durch Singularitätensysteme dargestellt werden, insbesondere auch dann, wenn die Körper nicht voll eingetaucht sind, sondern die freie Oberfläche durchstoßen***. Es braucht dabei nicht die Annahme eines kleinen Breiten-Längen-Verhältnisses gemacht werden, solange sich die entstehenden Wellenfelder nur linear superponieren lassen. Der Ausdruck für die gesamte Widerstandserhöhung W im Seegang, der aus dem Ansatz (5a) bzw. (5b) berechnet ist, gilt damit unter denselben Bedingungen auch für nicht voll eingetauchte Körper.

* Siehe Fußnote 1 von Seite 42.

** Siehe Fußnoten 1 von Seite 39 und 3 von Seite 40.

*** Siehe Fußnote 2 von Seite 39.

Führen wir noch dimensionslose Wellenzahlen ein durch

$$\Re_1 = K_1 f, \tag{25a}$$

$$\Re_2 = K_2 f, \tag{25b}$$

$$\Re = K f, \tag{25c}$$

so erhalten wir aus (9) und (10) für die Quelle

$$D_1 = \frac{\Re^2}{\Re} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{\Re_1 - \Re_2} (\delta_1 \Re_1 e^{-2 \Re_1} + \delta_2 \Re_2 e^{-2 \Re_2}) d\Theta, \tag{26a}$$

$$W_1 = \frac{\Re^2}{\Re^3} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec \Theta}{\Re_1 - \Re_2} (\delta_1 \Re_1^2 e^{-2 \Re_1} + \delta_2 \Re_2^2 e^{-2 \Re_2}) d\Theta, \tag{26b}$$

$$W = \frac{\Re^3}{\Re} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{\Re_1 - \Re_2} [\delta_1 \Re_1 (\Re_1 \cos \Theta - \Re \cos \alpha) e^{-2 \Re_1} + \delta_2 \Re_2 (\Re_2 \cos \Theta - \Re \cos \alpha) e^{-2 \Re_2}] d\Theta \tag{26c}$$

und für die Quell-Dipol-Kombination

$$D_1 = \frac{1}{\Re \Re^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{\Re_1 - \Re_2} (\delta_1 \Re_1^2 e^{-2 \Re_1} + \delta_2 \Re_2^2 e^{-2 \Re_2}) d\Theta, \tag{27a}$$

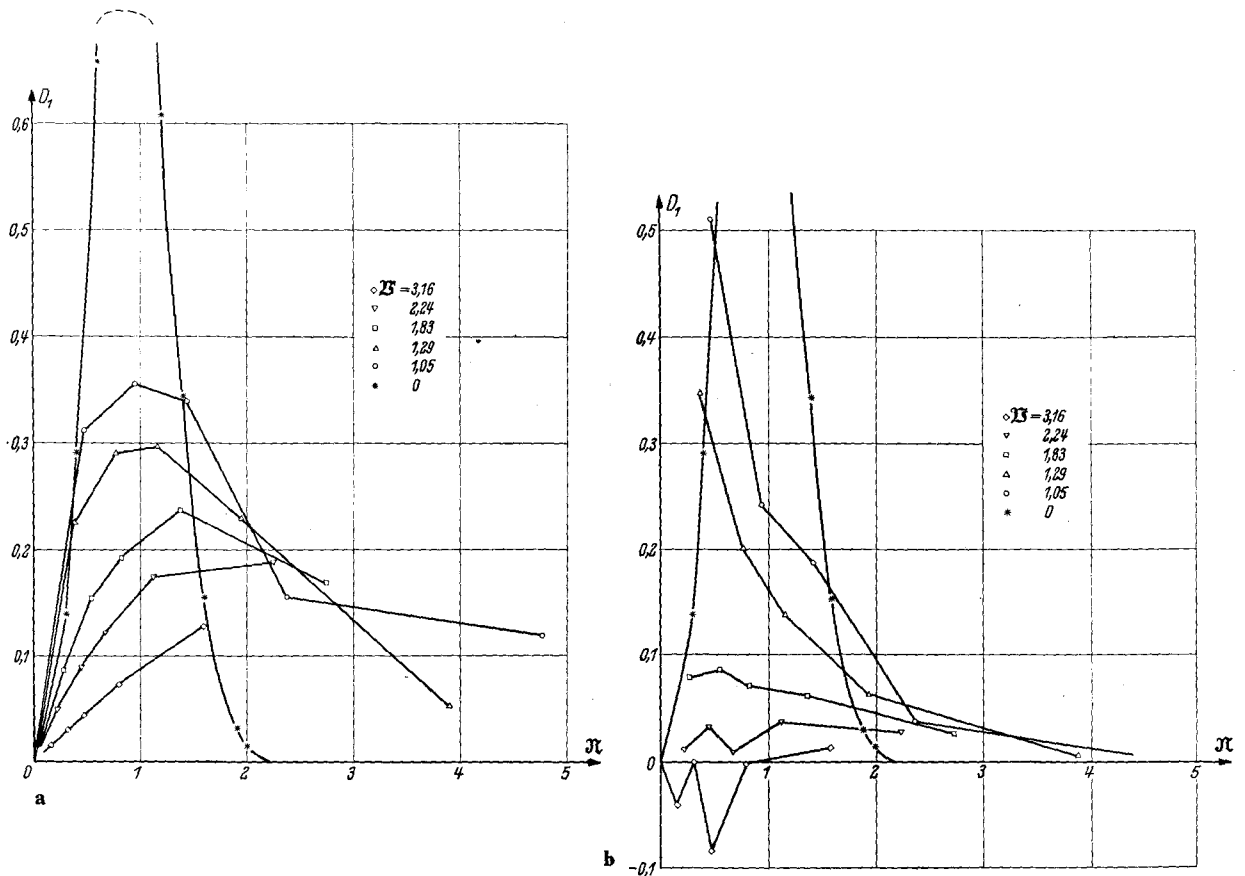


Abb. 1a und b. Dämpfungsbeiwert D_1 in Abhängigkeit von Frequenz und Fahrt. — a) für Quelle; b) für Quell-Dipol-Kombination.

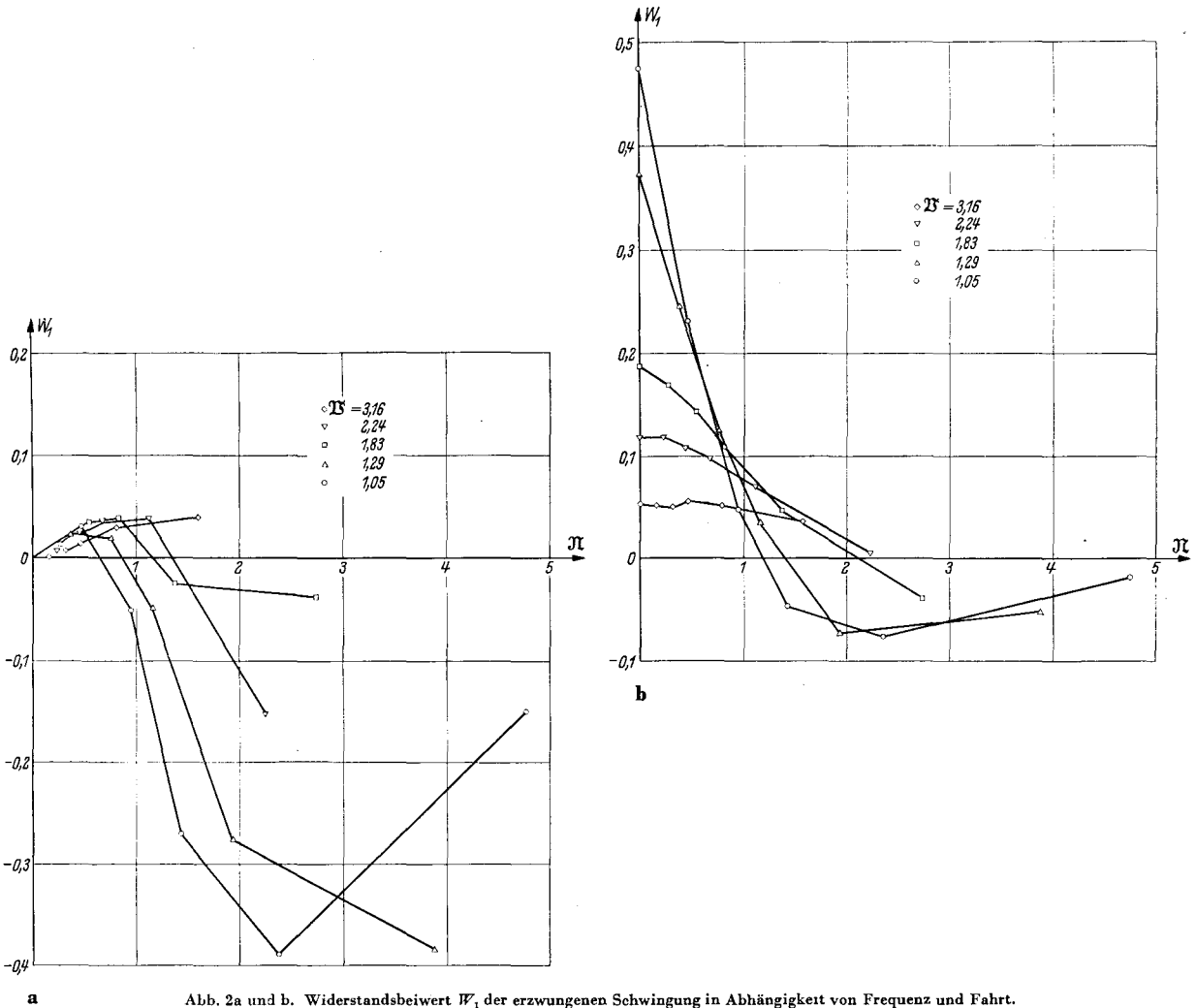


Abb. 2a und b. Widerstandsbeiwert W_1 der erzwungenen Schwingung in Abhängigkeit von Frequenz und Fahrt. a) für Quelle; b) für Quell-Dipol-Kombination.

$$W_1 = \frac{1}{\mathfrak{B}^3} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec \Theta}{\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_2} (\delta_1 \mathfrak{R}_1^3 e^{-2\mathfrak{R}_1} + \delta_2 \mathfrak{R}_2^3 e^{-2\mathfrak{R}_2}) d\Theta, \quad (27b)$$

$$W = \frac{1}{\mathfrak{B}^3} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_2} [\delta_1 \mathfrak{R}_1^2 (\mathfrak{R}_1 \cos \Theta - \mathfrak{R} \cos \alpha) e^{-2\mathfrak{R}_1} + \delta_2 \mathfrak{R}_2^2 (\mathfrak{R}_2 \cos \Theta - \mathfrak{R} \cos \alpha) e^{-2\mathfrak{R}_2}] d\Theta. \quad (27c)$$

Die Ausdrücke, welche Haskind für D_1 und W_1 durch Druckintegration des Potentials der Quelle erhält, liegen in der Potenz der Wellenzahlen zwischen (26ab) und (27ab) in Analogie zu (9c).

Die Ausdrücke (26) und (27) wurden für eine Reihe von Wertepaaren $\mathfrak{R}, \mathfrak{B}$ berechnet, wobei Ω die Werte 0; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5 und $K_0 f$ die Werte 0,1; 0,2; 0,3; 0,6; 0,9 und ∞ durchlief. Die Integrale wurden nach der Simpsonregel mit Schrittweite $\pi/18$ berechnet, wobei die Umgebung der Stelle $\Omega \cos \Theta = 1/4$ besonders abgeschätzt wurde. Der Ausdruck für W wurde für den Fall berechnet, daß die Fahrt gegen die Wellen erfolgt ($\alpha = \pi, \mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1(\pi)$).

Die errechneten Werte für D_1 nach (26a) und (27a) sind in den Abb. 1a und 1b aufgetragen über \mathfrak{R} . Obwohl für $\mathfrak{R} \mathfrak{B} = 1/4$ die Ausdrücke für D und W über alle Grenzen wachsen, lassen sich die Punkte glatt verbinden mit den Werten für $\mathfrak{R} = 0$; der Bereich der Spitzen, in denen das

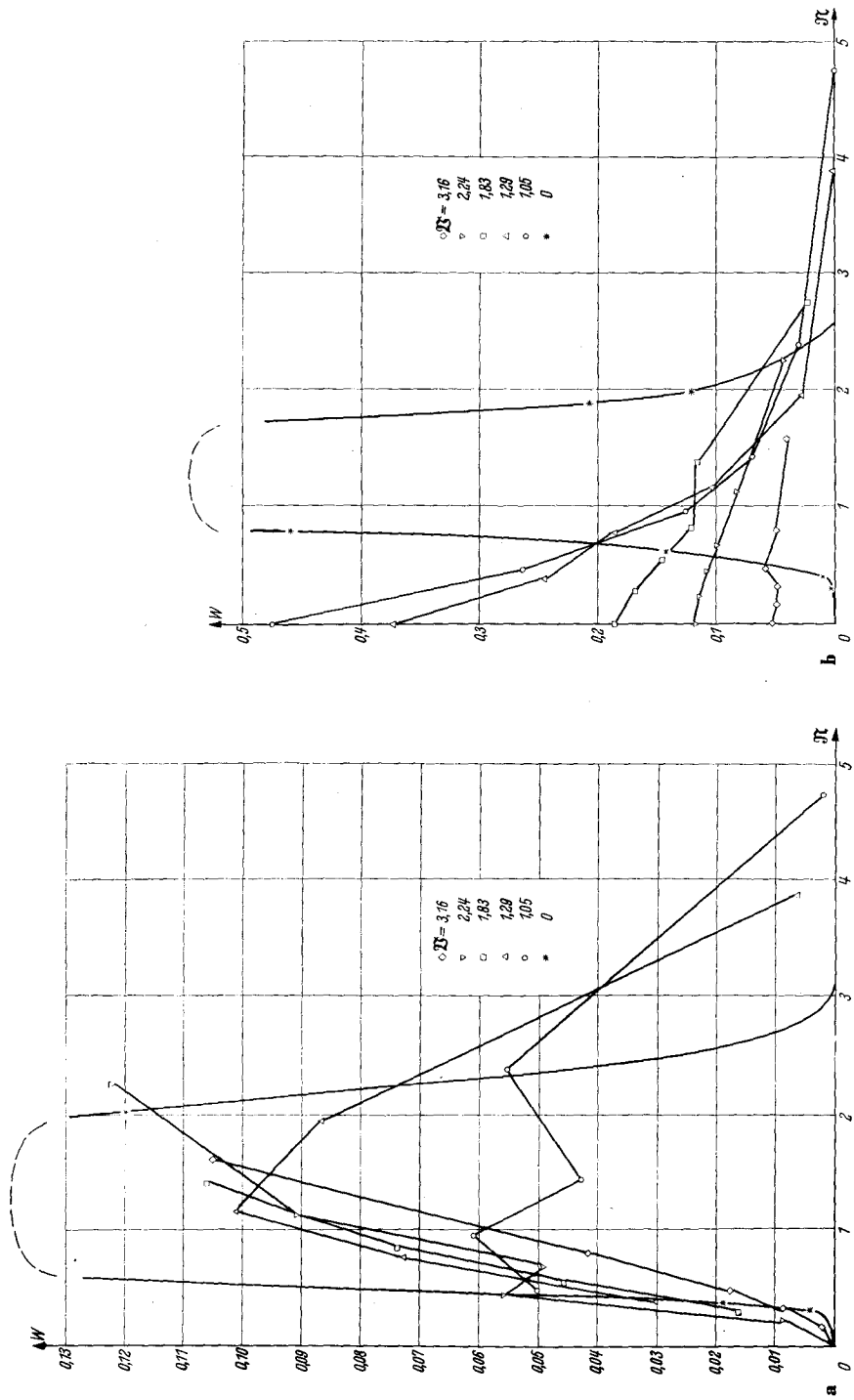


Abb. 3a und b. Widerstandsbeiwert W der freien Schwingung in der Welle in Abhängigkeit von Frequenz und Fahrt. — a) für Quelle; b) für Quell-Dipol-Kombination.

Anwachsen erfolgt, erscheint sehr schmal, wie auch *Havelock* genauer festgestellt hat. Eine Auftragung von N_D über \mathfrak{R} mit zusätzlicher Berechnung der Werte für $\mathfrak{R} \mathfrak{R} = 0,245$ ergab noch eine monotone Tendenz der Kurve; für N_W hingegen ließen sich die Punkte nicht durch glatte Kurven verbinden!

Abb. 1b zeigt, daß der zusätzliche Dipolterm in (27a) fast im ganzen Bereich (bis auf $\Omega = 0,5$; $K_0 f = 0,9$ und $0,6$) eine Verminderung der Dämpfung mit zunehmender Fahrt gegenüber den Werten für die Quelle nach (26a) bringt; schon aus diesem orientierenden Vergleich können wir den Schluß ziehen, daß der Ansatz von *Haskind* das Abklingen der Dämpfung mit zunehmender Fahrt zu schwach erfaßt.

Dem stärkeren Abklingen der Dämpfung beim Quell-Dipol entspricht eine Vergrößerung des Widerstandsbeiwertes W_1 für die erzwungene Schwingung; (der Anteil der Fahrtwellen gewinnt durch den Faktor $\mathfrak{R}_1/\mathfrak{R}^2$ stärker als die Schwingungswellen durch den Faktor $\mathfrak{R}_2/\mathfrak{R}^2$).

Dagegen klingt der zweite Widerstandsanteil, $W - W_1$, proportional zur Dämpfung stärker ab als bei der Einzelquelle.

6. Darstellung schwingender Körper durch Singularitätenverteilungen. Wir dehnen unsere Untersuchung aus auf kontinuierliche Verteilungen, welche sich längs einer horizontalen Geraden $-L/2 \leq x \leq L/2$, $y = 0$, $z = -f$ erstrecken und die Umströmung eines Schiffskörpers der Länge L approximieren sollen. Für eine Quellverteilung der Ergiebigkeit $i \nu q e^{i \nu t} \sigma(x)/L$ erhalten wir dann nach Aufstellung des Geschwindigkeitspotentials und Berechnung der Leistungsanteile unter Berücksichtigung des Dipolzusatzes

$$D_1 = \frac{1}{\mathfrak{R} \mathfrak{R}^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_2} (\delta_1 \mathfrak{R}_1^2 H_1 \bar{H}_1 + \delta_2 \mathfrak{R}_2^2 H_2 \bar{H}_2) d\Theta \quad (28a)$$

und

$$W_1 = \frac{1}{\mathfrak{R}^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec \Theta}{\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_2} (\delta_1 \mathfrak{R}_1^3 H_1 \bar{H}_1 + \delta_2 \mathfrak{R}_2^3 H_2 \bar{H}_2) d\Theta \quad (28b)$$

mit

$$H_j = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sigma(\xi) e^{-\mathfrak{R}_j} + i l \mathfrak{R}_j \xi \cos \Theta d\xi \quad (j = 1, 2), \quad (29)$$

wobei $\xi = 2x/L$, $l = L/2f$ ist.

Für Tauchschwingungen eines quaderförmigen Körpers mit kleiner Ausdehnung in y -Richtung setzt man an $\sigma(x) = \sigma_T(x) = 1$; es wird dann

$$H_j = e^{-\mathfrak{R}_j} N_0(\mathfrak{R}_j l \cos \Theta) \quad (j = 1, 2) \quad (30a)$$

mit

$$N_0(\lambda) = \int_0^1 \cos(\lambda \xi) d\xi = -\frac{\sin \lambda}{\lambda}. \quad (30b)$$

Für Stampfschwingungen desselben Körpers, welche den Tauchschwingungen um $\varepsilon - \pi/2$ in der Phase vorauslaufen mögen, wird analog gesetzt

$$\sigma(x) = \sigma_s(x) = \xi e^{i(\varepsilon - \pi/2)}; \quad (31a)$$

es wird dann

$$H_j = e^{-\mathfrak{R}_j + i\varepsilon} M_1(\mathfrak{R}_j l \cos \Theta) \quad (j = 1, 2) \quad (31b)$$

mit

$$M_1(\lambda) = \int_0^1 \xi \sin(\lambda \xi) d\xi. \tag{31c}$$

Für diese beiden Fälle wurden die Größen D_1 , W_1 und W nach (28) und (24c) berechnet. Bei Überlagerung von Tauch- und Stampfschwingungen sind die entsprechenden Verteilungen $\sigma(x)$ zur Bestimmung von (29) — eventuell mit verschiedenen Gewichtungsfaktoren — zu superponieren; in den Ausdrücken für D_1 , W_1 und W treten dann noch gemischte Glieder auf, welche den Faktor $\cos \varepsilon$ enthalten, also verschwinden, wenn die Tauchschwingung mit der Stampfschwingung synchron ihre maximalen Werte erreicht. (Haskind betrachtete in seiner Analysis nur diesen Fall

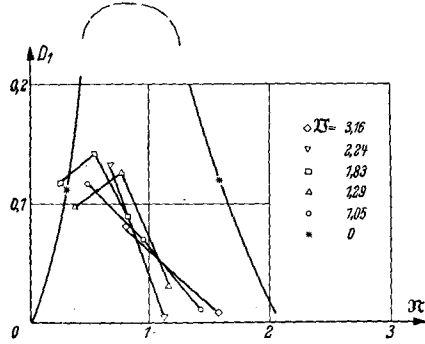


Abb. 4a.

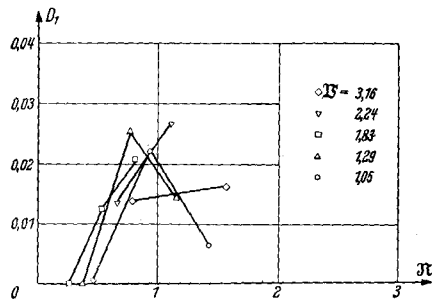


Abb. 4c.

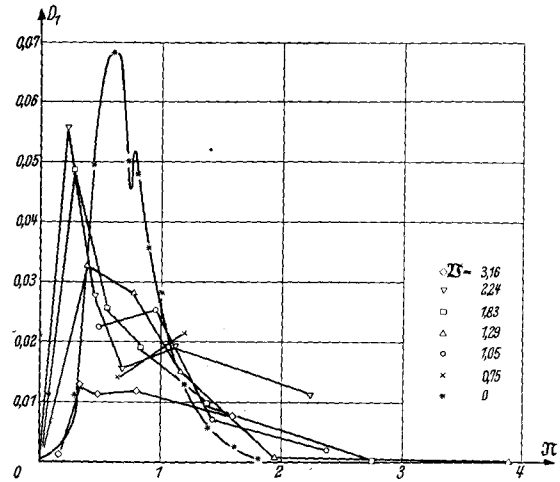


Abb. 4b.

Abb. 4a — c. Dämpfungsbeiwert des schmalen Quaders in Abhängigkeit von Frequenz und Fahrt. — a) Tauchschwingung; b) Stampfschwingung; c) Kopplung.

und vernachlässigte deshalb in seinen Bewegungsgleichungen den sich aus D_1 ergebenden Beitrag zur Dämpfungskopplung.) Die Kopplungsterme lauten

$$D_1 = \frac{1}{\mathfrak{R} \mathfrak{R}^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec^2 \Theta}{\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_2} (\delta_1 \mathfrak{R}_1^2 N_0 M_1 e^{-2 \mathfrak{R}_1} + \delta_2 \mathfrak{R}_2^2 N_0 M_1 e^{-2 \mathfrak{R}_2}) d\Theta, \tag{32a}$$

$$W_1 = \frac{1}{\mathfrak{R}^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sec \Theta}{\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_2} (\delta_1 \mathfrak{R}_1^3 N_0 M_1 e^{-2 \mathfrak{R}_1} + \delta_2 \mathfrak{R}_2^3 N_0 M_1 e^{-2 \mathfrak{R}_2}) d\Theta. \tag{32b}$$

Die Ausdrücke (32ab) verschwinden (und zwar allgemein für in Längsrichtung symmetrische Schiffe) identisch für $\mathfrak{R} = 0$. Der Ausdruck $D_1 \cos \varepsilon$ gibt nur den Teil der Geschwindigkeitskopplung der Differentialgleichungen für die Schwingung wieder, welcher zu Energiedissipation führt, der also in beiden Gleichungen dasselbe Vorzeichen hat.

Für die Singularitätenverteilung (31a) hat Havelock für $l = 5$ den Ausdruck für D_1 berechnet unter Auslassung der Dipolkorrektur. Seine Untersuchungen gelten vornehmlich dem Anwachsen des Dämpfungskoeffizienten im Bereich $\Omega \approx 1/4$. Havelock wies darauf hin, daß D_1 (und damit

auch W) nur dann für $\Omega = 1/4$ unendlich groß wird, wenn nicht $M_1(K_j(0)l)$ verschwindet im Falle der Stampfschwingung; für die Tauchschwingung bleibt D endlich, wenn $N_0(K_j(0)l)$ verschwindet.

Die folgenden Untersuchungen behandeln den Fall $l = 10$ unter Berücksichtigung der Dipolkorrektur. Die Rechnungen wurden beschränkt auf Wertepaare $\mathfrak{R}, \mathfrak{B}$, welche bei Fahrt eines Schiffes gegen einen regelmäßigen Wellenzug auftreten, wenn die Wellenlänge von der Größenordnung der Schiffslänge ist.

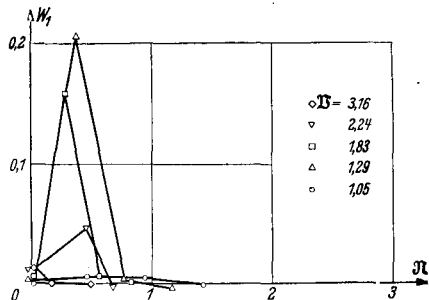


Abb. 5a.

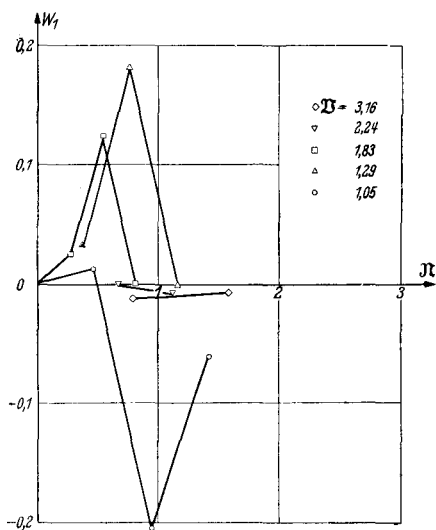


Abb. 5c.

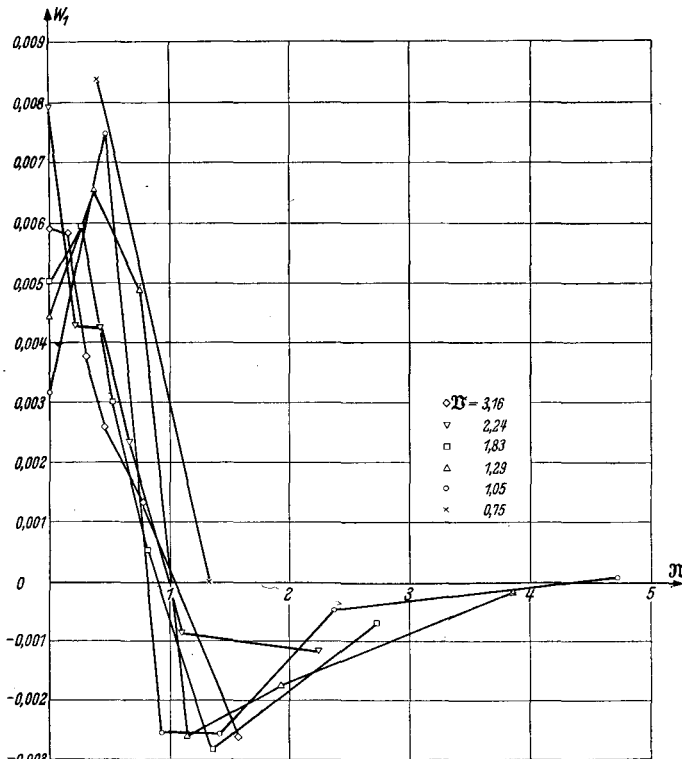


Abb. 5b.

Abb. 5a — c. Widerstandsbeiwert der erzwungenen Schwingung des schmalen Quaders in Abhängigkeit von Frequenz und Fahrt. — a) Tauchschwingung; b) Stampfschwingung; c) Kopplung.

Die errechneten Dämpfungsbeiwerte D_1 , nach Formel (28a) bzw. (32a) unter Benutzung von (30a) und (31b), sind in Abb. 4a, b, c dargestellt; die Kurven für $\mathfrak{B} = 0$ sind in Abb. 7 noch einmal wiederholt in Gegenüberstellung zu der entsprechenden für die Quelle. Abb. 7 läßt erkennen, daß die gewählte Längenausdehnung der Quellverteilung im Vergleich zu den Wellenlängen, welche zur Dämpfung wesentlich beitragen, so klein ist, daß die Kurven für Quelle und Tauchschwingung weitgehend übereinstimmen; deshalb erscheint auch der Dämpfungsbeiwert der Stampfschwingung in diesem Bild von wesentlich kleinerer Größenordnung. Die ausstrahlenden Wellen sind hier durch Interferenzen abgeschwächt, welche für die Tauchschwingung erst durch den Fahrteinfluß wirksam werden. Der Kopplungsanteil, welcher für $\mathfrak{B} = 0$ identisch verschwindet, bleibt auch in Fahrt unbedeutend gegen den Anteil der Tauchschwingung.

Die entsprechenden Widerstandsbeiwerte W_1 der erzwungenen Schwingung, berechnet nach Formel (28b) bzw. (32b), sind in Abb. 5a, b, c dargestellt. Hier erscheint der Koeffizient der Kopplung dem der Tauchschwingung in der Größe vergleichbar.

Die Widerstandsbeiwerte W der freien Schwingung in der Welle finden wir für den Quader auf Abb. 6a, b, c. Wiederum hat der Kopplungsterm die Größenordnung des Tauchschwingungs-

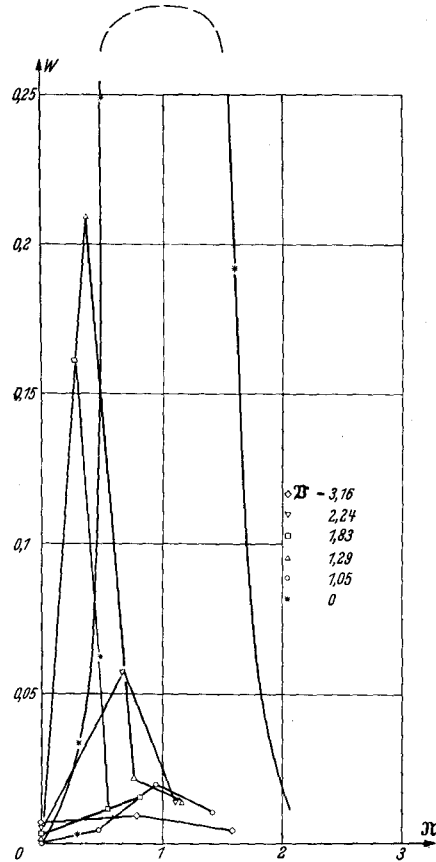


Abb. 6a.

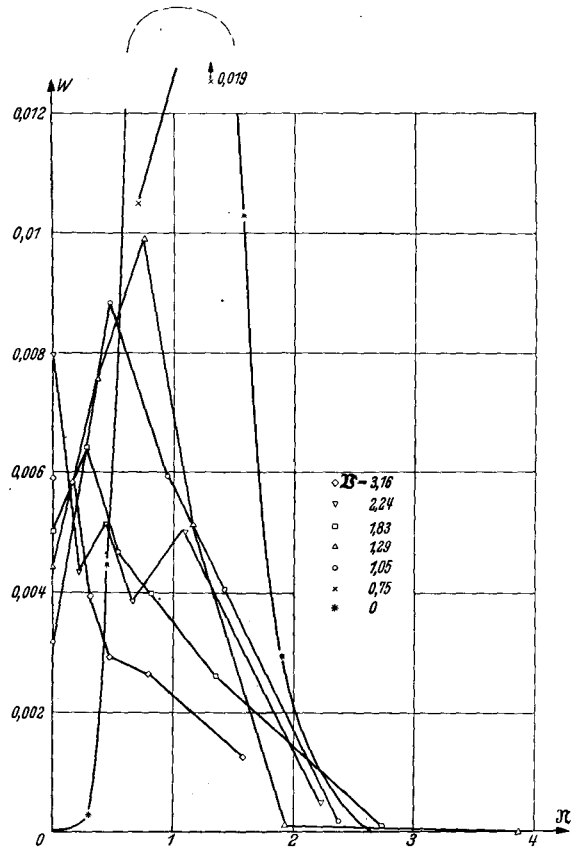


Abb. 6b.

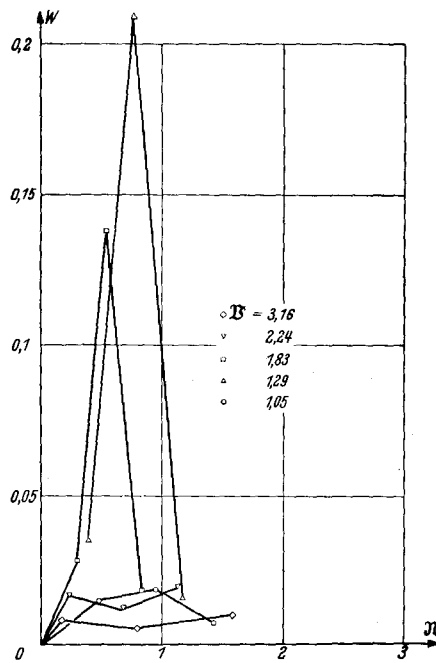


Abb. 6c.

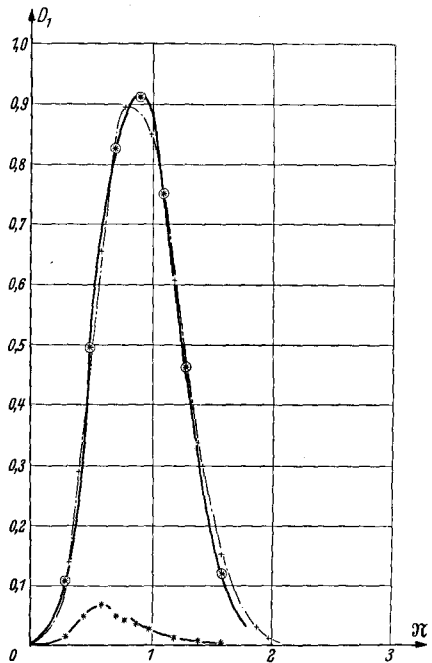


Abb. 7. Dämpfungsbeiwert D_1 in ruhendem Wasser ($\beta_3 = 0$) in Abhängigkeit vom Frequenzparameter β . — + Einzelquelle (Unterer Teil der Kurve enthalten in Abb. 1a und 1b); \oplus Tauchschiwingung des Quaders (Unterer Teil der Kurve enthalten in Abb. 4a); * Stampschiwingung des Quaders (Kurve in größerem Maßstab enthalten in Abb. 4b).

Abb. 6a — c. Widerstandsbeiwert der freien Schwingung des schmalen Quaders in der Welle in Abhängigkeit von Frequenz und Fahrt. a) Tauchschiwingung; b) Stampschiwingung; c) Kopplung.

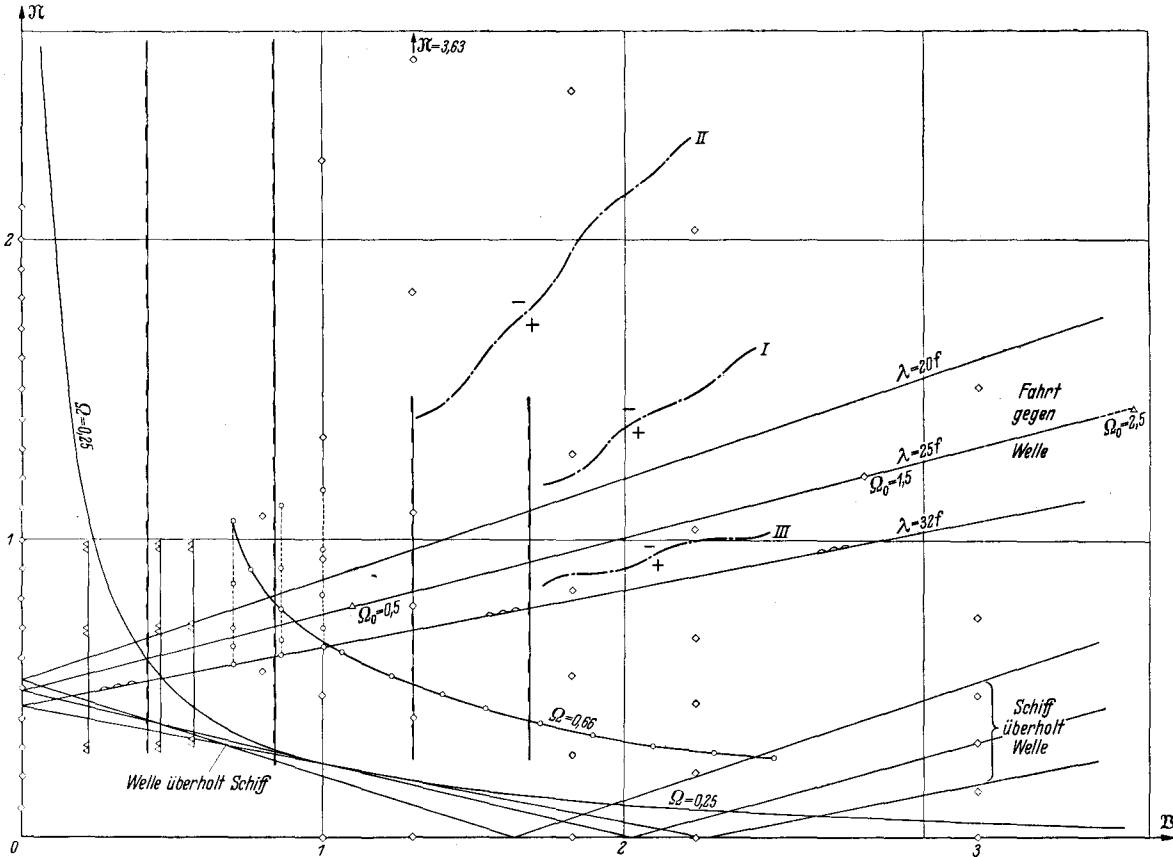


Abb. 8. Übersicht des untersuchten Frequenz- und Fahrtbereichs.

- ($\lambda = 25f$) Bereich, in dem Haskind für Michell-Schiffe D_1 und W_1 berechnete unter Vernachlässigung der Dipolkorrektur*.
- ($\lambda = 32f$) Bereich, in dem Maruo die gesamte Widerstandserhöhung bei Fahrt gegen Wellenzug vorgegebener Höhe und dadurch angeregte Tauch- und Stampfschwingungen für eine Schiffsform berechnete, die er durch oszillierende Quellen in den Schwerpunkten der Spanten darstellte (** und Int. Shipbuilding Progress. 4 (1957) S. 477).
- ($\Omega = 0,66$) Bereich, in dem Hanaoka für ein Michell-Schiff in erzwungenen Stampfschwingungen D_1 und W_1 berechnete. (Vorgetragen auf Tankleiterkonferenz Oslo 1954.)
- Bereiche, in denen Hanaoka experimentelle Messungen des Gesamtwiderstandes im Seegang vornahm. Die zugehörigen Berechnungen basieren auf der Annahme, daß der Beitrag des Seegangs zum Widerstand durch die Annahme einer wellenförmigen Verformung des Schiffskörpers erfaßt werden kann. Es ist hier $f = L/25$ angesetzt***.
- Bereiche, in denen Havelock für die Stampfschwingung (Singularitätenansatz nach unserer Formel (31a)) unter Vernachlässigung der Dipolkorrektur D_1 berechnete****.
- Bereiche, in denen Colovato ***** für ein erzwungen stampfendes Modell D_1 experimentell ermittelte.
- Punkte, für die in der vorliegenden Arbeit W_1, D_1 und W berechnet wurden.
- +— Errechnete Grenzen des Bereichs negativer Widerstandserhöhung W_1 in erzwungener Schwingung. I für Quelle; II für Quell-Dipol-Kombination; III für Stampfschwingung.

Symbole: $\mathfrak{R} = v \sqrt{f/g}$ = Frequenzparameter
 $\mathfrak{B} = V/\sqrt{g f}$ = Fahrtparameter
 $\Omega = \mathfrak{R} \mathfrak{B}$ = Brardscher Parameter
 f = Tauchtiefe der Singularitäten bzw. Modelltiefgang.

* S. Fußnote S. 40
 ** S. Fußnote S. 40
 *** S. Fußnote S. 39
 **** S. Fußnote S. 39
 ***** S. Fußnote S. 40

terms, diesmal mit definit positivem Vorzeichen. Die Kurven für $\mathfrak{B} = 0$, welche in Abb. 6a, b 3a, b nicht voll ausgezeichnet sind, ergeben sich aus den Kurven in Abb. 7 nach Multiplikation der Ordinatenwerte mit \mathfrak{N}^3 gemäß Formel (24c).

In Abb. 8 finden wir zum Abschluß einen Überblick über die Bereiche von \mathfrak{N} und \mathfrak{B} , in denen bisher rechnerische und experimentelle Untersuchungen über Dämpfung und Widerstandserhöhung bekannt sind.

Die umfangreichen numerischen Berechnungen obiger Ergebnisse wurden von den Herren cand. *Jeremie*, *Böhm* und *Kleuters* am Institut für Schiffbau, Hamburg, durchgeführt, ermöglicht durch eine Zuwendung der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

Der Verfasser möchte hier seinen Dank aussprechen für diese sachliche Hilfe, ebenso jedoch an Herrn Prof. Dr. *Weinblum* für Anregung und Förderung obiger Untersuchungen.

(Eingegangen am 23. April 1959.)

Anschrift des Verfassers: Dr. rer. nat. Dipl.-Math. *Klaus Eggers*, Hamburg-Volksdorf, Horstlooge 16.



06029377 2