

179 | Dezember 1966

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Dipl.-Ing. P. Boese

Die Längs- und Gierbewegung im achterlichen Seegang

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 179

Die Längs- und Gierbewegung im achterlichen Seegang

Bericht zum Forschungsvorhaben T01-414-I-205
Auftraggeber: Bundesministerium der Verteidigung, BONN

Bearbeiter
Dipl.Ing. P. Boese

Leiter der Forschungsaufgabe
Prof.Dr.Ing. O. Grim

Hamburg, Dezember 1966

Die Längs- und Gierbewegung im achterlichen Seegang.

Einführung.

Bei schwerem achterlichen Seegang ist es bekanntlich schwierig, ein Schiff auf Kurs zu halten. Viele Schiffsunfälle sind auf ein Querschlagen (engl.: broaching) zurückzuführen 6 . Zusammen mit der heftigen Gierbewegung tritt im achterlichen Seegang eine Geschwindigkeitsschwankung (engl.: surging motion) auf. Selbst bei größeren Schiffen kommt es gelegentlich vor, daß das Schiff von einer steilen Welle auf Wellengeschwindigkeit beschleunigt und von der Welle mitgenommen wird. Dieser Vorgang entspricht dem Wellenreiten (engl.: surfing) von kleineren Booten.

Die Geschwindigkeitsschwankung im achterlichen Seegang hat aber wahrscheinlich nicht nur den angenehmen Effekt, daß das Schiff eine zum Teil beträchtliche Geschwindigkeitserhöhung erfährt, Es wird vermutet, daß durch sie ~~die~~ Kursstabilität des Schiffes negativ beeinflußt wird, da das Schiff jeweils in der für die Gierbewegung destabilisierenden Phase länger verharret, als in der stabilisierenden. Aus diesem Grunde wird im ersten Teil der Arbeit die Bewegungsgleichung für die Längsbewegung eingehend untersucht. Wichtig ist auch zu wissen, welche Geschwindigkeitsschwankungen im unregelmäßigen Seegang zu erwarten sind. Im zweiten Teil der Arbeit wird dann als Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen der Einfluß des Seeganges auf die Kursstabilität des Schiffes ohne Berücksichtigung der Geschwindigkeitsschwankungen berechnet.

Gliederung.

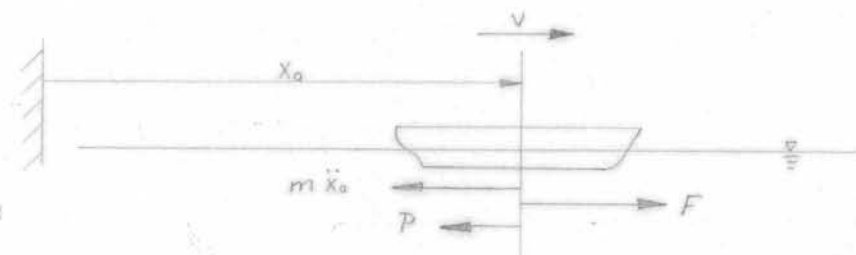
1. Längsbewegung im achterlichen Seegang.
 - 1.1. Aufstellung der Bewegungsgleichung.
 - 1.2. Lösungsmöglichkeiten.
 - 1.3. Die Stabilität der verschiedenen Lösungen.
 - 1.4. Analytische Näherungslösung der Bewegungsgleichung.
 1. Lösung durch harmonischen Ansatz.
 2. Diskussion des Ergebnisses.
 3. Durchführung der Rechnung für ein Beispiel.
 - 1.5. Analoge Lösung der Bewegungsgleichung.
 1. Schaltung des Analogrechners.
 2. Der Seegangssimulator.
 3. Durchführung der Rechnung für ein Beispiel.
 - 1.6. Numerische Lösung der Bewegungsgleichung.
 1. Lösungsmethode.
 2. Durchführung der Rechnung für ein Beispiel.
 3. Systematische Berechnung der Längsbewegung im regelmäßigen Seegang.
 - 1.7. Die Längsbewegung im unregelmäßigen Seegang.
 1. Aufstellung der Bewegungsgleichung.
 2. Numerische Lösungsmethode.
 3. Durchführung der Rechnung für ein Beispiel.
 4. Vergleich mit der Lösung für einen vereinfachenden Ansatz.
 2. Die Gierbewegung im achterlichen Seegang.
 - 2.1. Aufstellung der Bewegungsgleichungen.
 - 2.2. Numerische Lösung der Bewegungsgleichungen.
 - 2.3. Untersuchung der Stabilität der Steuergleichungen bei konstanter Längsgeschwindigkeit.
 - 2.4. Untersuchung der Kursstabilität für ein Beispiel.
- Zusammenfassung.
Nomenklatur.
Literatur.

1. Längsbewegung im achterlichen Seegang.

1.1. Aufstellung der Bewegungsgleichung.

Wirkt auf ein zunächst mit konstanter Geschwindigkeit v im glatten Wasser fahrendes Schiff plötzlich eine schiebende Kraft F , so ändert sich die Geschwindigkeit und damit bei gleichbleibender Einstellung der Antriebsmaschine auch der Propellerschub und der Widerstand. Die Schub- und Widerstandsänderung werden als eine der Geschwindigkeitsänderung entgegenwirkende Kraft P aufgefaßt, die in erster Näherung proportional der Geschwindigkeitsänderung ist:

$$P = b (\dot{x}_0 - v)$$



$$m \ddot{x}_0 + P = F$$

In einem regelmäßigen Seegang, der als harmonische Funktion des Ortes und der Zeit dargestellt wird, ist auch die auf ein Schiff wirkende schiebende Kraft des Seegangs eine harmonische Funktion des Ortes und der Zeit:

$$F = F_{xx} \cos(\alpha x_0 - \omega t + \sigma), \quad \alpha = \frac{\omega^2}{g}$$

Die Bewegungsgleichung lautet somit:

$$m \ddot{x}_0 + b \dot{x}_0 = F_{xx} \cos(\alpha x_0 - \omega t + \sigma) + b v$$

$$\ddot{x}_0 + N \dot{x}_0 = A \cos(\alpha x_0 - \omega t + \sigma) + N v$$

(1)

mit $N = b/m$ Dämpfungskoeffizient

$A = F_{xx}/m$ Längsbeschleunigung

wobei m die Schiffsmasse, einschließlich hydrodynamische Masse in x -Richtung ist.

Die genaue Bestimmung der Kraft F ist nicht Thema dieser Arbeit. Das Thema ist vielmehr die Behandlung der Bewegungsgleichung. Daher wird für die Bestimmung der Kraft nur die Froude-Kryloff-Hypothese benutzt. Für ein Schiff mit senkrechten Seitenwänden und parabolischer Wasserlinie kann die Amplitude F_{xx} als Funktion der Verhältnisse λ/L und \bar{H}/λ als quasi-hydrostatische Kraft angegeben werden:

$$\begin{aligned} F_{xx} &= D \frac{\omega^2}{g} \bar{H} f_{xx} \left(\frac{\lambda}{L} \right) & D &= \text{Verdrängung} \\ &= m 2\pi g \frac{\bar{H}}{\lambda} f_{xx} \left(\frac{\lambda}{L} \right) & & (2) \end{aligned}$$

$$f_{xx} \left(\frac{\lambda}{L} \right) = 3 \frac{\sin(\pi L/\lambda) - (\pi L/\lambda) \cos(\pi L/\lambda)}{(\pi L/\lambda)^3} \quad (3)$$

1.2. Lösungsmöglichkeiten.

- a) Die Lösung ist für die Geschwindigkeit konstant;
Voraussetzung $A \neq 0$;

$$\dot{x}_0 = e ,$$

$$x_0 = x_a + et , \quad x_a = \text{Anfangswert};$$

eingesetzt:

$$Ne = A \cos(\kappa x_a + \kappa et - \omega t + \sigma) + Nv ;$$

dies ist nur möglich für konstante Erregung, d.h.

$$\kappa et - \omega t = 0$$

$$e = \omega / \kappa = c \quad (\text{Wellengeschwindigkeit}).$$

Die Geschwindigkeit kann nur dann konstant sein, wenn das Schiff mit den Wellen mitläuft. Der Wert x_a , für den die Lösung möglich ist, ergibt sich durch Einsetzen der Lösung

$$Nc = A \cos(\kappa x_a + \sigma) + Nv$$

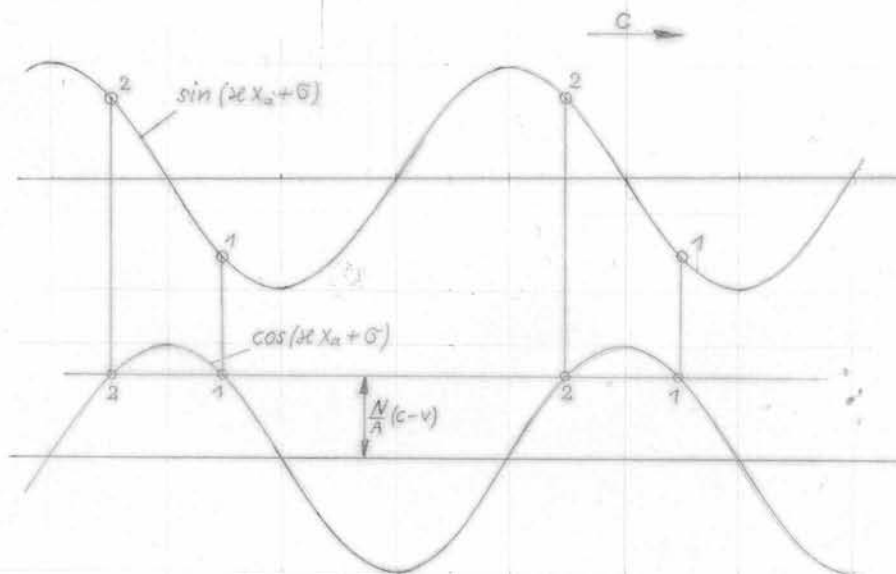
$$\boxed{\cos(\kappa x_a + \sigma) = \frac{N}{A} (c - v)} \quad (4)$$

Da $-1 \leq \cos(\kappa x_a + \sigma) \leq +1$, ist diese Lösung nur möglich für

$$c - \frac{A}{N} \leq v \leq c + \frac{A}{N} .$$

Entlang der Wellenkontur ist Gleichung 2 nur in zwei Lagen erfüllt:

Wellenkontur:



Für $v < c$ liegen die beiden Gleichgewichtslagen auf der schiebenden Wellenflanke;

für $v > c$ liegen sie auf der hemmenden.

b) Die Lösung für die Geschwindigkeit ist veränderlich

$$x_0 = x_a + et + x_{02}(t) , \quad (5)$$

e ist die mittlere Geschwindigkeit,
 $x_{02}(t)$ ist eine noch zu bestimmende
Schwankung der Bewegung;

eingesetzt in Gleichung 1:

$$\ddot{x}_{02} + N\dot{x}_{02} + Ne = A \cos [\alpha(x_a + et + x_{02}) - \omega t + \sigma] + Nv$$

$$\text{für } \omega - \alpha e = \omega_e$$

$$\text{und } \alpha x_a + \sigma = \sigma'$$

lautet die Gleichung:

$$\ddot{x}_{02} + N\dot{x}_{02} = A \cos(\alpha x_{02} - \omega_e t + \sigma') + N(v - e) \quad (6)$$

$e - v = \Delta v$ die mittlere Geschwindig-
keitserhöhung.

c) Vergleich mit einem vereinfachten linearen Ansatz.

Nimmt man an, daß keine Erhöhung der mittleren Geschwindigkeit eintritt, und daß ferner die Längsbewegung die Phasenlage des Schiffes zur Wellenform nicht beeinflusst, so vereinfacht sich die Bewegungsgleichung zu:

$$\ddot{x}_0 + N\dot{x}_0 = A \cos(\omega_e t + \sigma) + Nv ,$$

$$\omega_e = \omega - \alpha v .$$

Die Lösung kann in geschlossener Form angegeben werden:

$$\dot{x}_0 = \bar{x}_0 \cos(\omega_e t + \epsilon) + v$$

$$\bar{x}_0 = \frac{A}{\sqrt{\omega_e^2 + N^2}} \quad (7)$$

1.3. Die Stabilität der verschiedenen Lösungen.

Wie in dem vorgehenden Abschnitt gezeigt wurde, sind zwei Lösungen möglich.

Für das mit den Wellen mitlaufende Schiff kommen nur die beiden Lagen 1 und 2 auf dem oberen und auf dem unteren Teil der Wellenflanke vor.

Die zweite Lösung stellt sich ein, wenn das Schiff laufend von den Wellen überholt wird.

- a) Zunächst wird die Stabilität der ersten beiden Gleichgewichtslagen untersucht; die Bewegungsgleichung 1 lautet:

$$\ddot{x}_0 + N\dot{x}_0 = A \cos(\kappa x_0 - \omega t + \sigma) + Nv ;$$

die Lösung:

$$x_0 = x_a + ct .$$

Auf die Lösung wird eine kleine Störung aufgebracht, und es wird untersucht, ob die Störung anwächst oder abklingt.

$$x_0 = x_a + ct + \varepsilon(t)$$

eingesetzt

$$\ddot{\varepsilon} + N\dot{\varepsilon} = A \cos(\kappa x_a + \kappa \varepsilon t - \kappa \varepsilon t + \sigma) + Nv ;$$

da $\varepsilon(t)$ sehr klein ist, kann man schreiben:

$$\ddot{\varepsilon} + N\dot{\varepsilon} = A \cos(\kappa x_a + \sigma) - A \kappa \varepsilon \sin(\kappa x_a + \sigma) - N(c-v) ;$$

für die Gleichgewichtslage x_a galt (s. Abschnitt 1.2.):

$$A \cos(\kappa x_a + \sigma) = N(c-v) .$$

Das eingesetzt, bleibt:

$$\ddot{\varepsilon} + N\dot{\varepsilon} + A \kappa \varepsilon \sin(\kappa x_a + \sigma) = 0 .$$

Die Lösung dieser linearen Differentialgleichung enthält ein monoton anwachsendes Glied nur für

$$A \kappa \sin(\kappa x_a + \sigma) < 0 .$$

Da der Term $\sin(\kappa x_a + \sigma)$ der Wellenkontur entspricht, ist leicht zu sehen, daß dies nur für die Gleichgewichtslage 2, d.h. auf dem Wellenberg erfüllt ist. (siehe Abb.)

Daraus folgt:

die untere Gleichgewichtslage 1 ist stabil,

Daraus folgt:

die untere Gleichgewichtslage 1 ist stabil,
die obere Gleichgewichtslage 2 ist instabil.

Eine kleine Auslenkung aus der labilen Lage 2 führt dazu, daß das Schiff entweder über den Wellenberg rutscht, und dann ständig von den Wellen überholt wird (2. Lösung), oder daß es in das Wellental rutscht und sich auf die stabile Lage 1 einpendelt. Das gleiche Verhalten wurde von Grim 1951 [1] beschrieben.

b) Stabilität der 2. Lösung:

Unter der Voraussetzung, daß $x_{02}(t)$ klein bleibt, d.h. $\pi x_{02} \ll 1$, soll im folgenden vereinfacht werden

$$\begin{aligned} \cos \pi x_{02} &= 1 \\ \sin \pi x_{02} &= \pi x_{02} \end{aligned}$$

Hiermit lautet die Bewegungsgleichung 6

$$\ddot{x}_{02} + N\dot{x}_{02} = A [\cos(\omega_e t - \sigma') + \pi x_{02} \sin(\omega_e t - \sigma')] - N \Delta v$$

$x_L(t)$ sei die bereits gefundene Lösung dieser Gleichung. Auf diese Lösung wird wiederum eine kleine Störung aufgebracht:

$$x_{02} = x_L(t) + \varepsilon(t)$$

Das eingesetzt:

$$\ddot{x}_L + \ddot{\varepsilon} + N\dot{x}_L + N\dot{\varepsilon} = A [\cos(\omega_e t - \sigma') + \pi x_L \sin(\omega_e t - \sigma') + \pi \varepsilon \sin(\omega_e t - \sigma')] - N \Delta v$$

wenn x_L Lösung ist, dann ist die Ausgangsgleichung für x_L erfüllt. Man kann also $\ddot{x}_L + N\dot{x}_L$ substituieren, und es bleibt:

$$\ddot{\varepsilon} + N\dot{\varepsilon} - A \pi \varepsilon \sin(\omega_e t - \sigma') = 0 \quad \text{mit } \omega_0 = \omega_e$$

Dies ist eine lineare Differentialgleichung mit periodischem Koeffizienten vom Mathien'schen Typ mit Dämpfung.

Die Stabilitätsgrenzen gehen aus der Ince-Strutt'schen Karte [2] hervor.

Für den Fall ohne Dämpfung ($N = 0$) ist die Gleichung stabil für

$$A \pi / \omega_0^2 < 0.47$$

Die Stabilitätsgrenze, die man auf diese Weise finden kann, stimmt schlecht mit den im folgenden analog und numerisch berechneten überein. Der Grund liegt darin, daß in der Nähe der Stabilitätsgrenze die Voraussetzung, daß x_{02} klein ist, nicht mehr erfüllt ist.

1.4. Analytische Näherungslösung der Bewegungsgleichung..

1.4.1. Lösung durch harmonischen Ansatz.

Will man die Lösung in dem Fall, daß die Geschwindigkeitschwankungen noch nicht sehr groß sind, bestimmen, so ist die in Abschnitt 1.3. b vorgenommene Vernachlässigung zulässig.

Die Bewegungsgleichung 6 lautet dann:

$$\ddot{x}_{02} + N\dot{x}_{02} = A [\cos(\omega_e t - \sigma') + 2\epsilon x_{02} \sin(\omega_e t - \sigma')] - N\Delta v. \quad (8)$$

Es wird erwartet, daß $x_{02}(t)$ eine periodische Funktion ist, so daß man den Ansatz

$$x_{02}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} [y_m \cos(m\omega_0 t) + z_m \sin(m\omega_0 t)] \quad (9)$$

machen kann.

Da $x_{02}(t)$ die Periode $T_0 = 2\pi/\omega_0$ hat, muß die linke Seite der Gleichung 6 ebenfalls die Periode T_0 haben, und damit gilt auch für die rechte Seite folgende Bedingung:

$$\omega_e = n\omega_0, \quad \text{wobei } n = (0, 1, 2, \dots)$$

a) Lösung für $n = 0$.

Sie stellt den Fall a des Abschnittes 1.2. dar; das Schiff läuft mit den Wellen mit:

$$x_{02} = 0.$$

Hierfür ist die Gleichung 6 exakt.

b) Lösung für $n = +1$.

(Für $n = -1$ ergibt sich nur eine Lösung für $\omega < 0$, d.h. für See von vorn.)

Durch Einsetzen des Ansatzes 9 in Gleichung 8 und durch Koeffizientenvergleich erhält man unter Vernachlässigung der Glieder höherer als 1. Ordnung:

$$\begin{aligned}0 &= A \pi/2 (-y_1 \sin \sigma' + z_1 \cos \sigma') - N \Delta v \\y_1(\omega_0^2 + N^2 \omega_0^2) &= A(-\omega_0^2 \cos \sigma' - N \omega_0 \sin \sigma') \\z_1(\omega_0^2 + N^2 \omega_0^2) &= A(-\omega_0^2 \sin \sigma' + N \omega_0 \cos \sigma')\end{aligned}$$

Die 2. und 3. Gleichung in die erste eingesetzt ergibt:

$$(\omega_0^3 + N^2 \omega_0) \Delta v = A^2 \pi/2$$

Für $n = 1$ ist $\omega_0 = \omega_e = \omega - \pi e$;
mittlere Geschwindigkeit:

$$e = \frac{\omega - \omega_e}{\pi}$$

Dies eingesetzt ergibt:

$$\boxed{(\omega_0^3 + N^2 \omega_0) (\omega - \omega_0 - \pi v) = \frac{A^2 \pi^2}{2}} \quad (10)$$

Für die Amplitude der Schwingung $x_{02}(t)$ ergibt sich:

$$\bar{x}_{02} = \sqrt{y_1^2 + z_1^2} ;$$

y_1 und z_1 eingesetzt:

$$\boxed{\bar{x}_{02} = \frac{A}{\omega_0 \sqrt{N^2 + \omega_0^2}}} \quad (11)$$

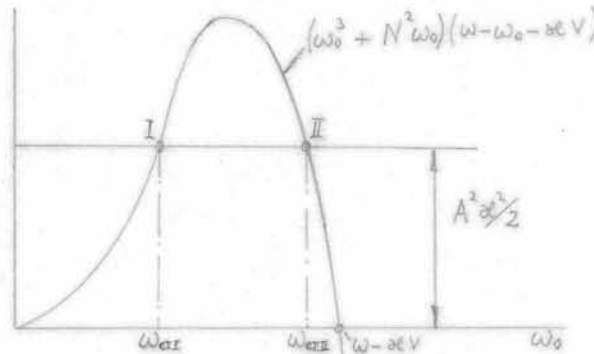
und für die Amplitude der Geschwindigkeitsschwankung:

$$\boxed{\bar{\dot{x}}_{02} = \frac{A}{\sqrt{N^2 + \omega_0^2}}} \quad (12)$$

(Berücksichtigt man auch die Glieder 2. Ordnung, so erhält man einen Korrekturfaktor < 1 , die Methode konvergiert also.)

1.4.2. Diskussion des Ergebnisses.

Sind die Werte ω , v , A und N gegeben, so kann nach Gleichung 10 ω_0 und damit Δv , die mittlere Geschwindigkeitserhöhung im achterlichen Seegang, und \bar{x}_{02} , die Geschwindigkeitsschwankung, bestimmt werden. Gleichung 10 hat zwei Lösungen, solange $A^2 \pi^2 / 2$ genügend klein ist:



Für $A \rightarrow 0$, d.h. verschwindende Erregung, und für Lösung I gilt $\omega_0 \rightarrow 0$,

damit $e \rightarrow \omega/\pi = c$ (Wellengeschwindigkeit)

$$\bar{x}_{02} \rightarrow \frac{A}{\omega_0 N}$$

für ω_0 klein gilt nach Gleichung 10

$$N^2 \omega_0 (c - v) = \frac{A^2 \pi^2}{2};$$

ω_0 eingesetzt:

$$\bar{x}_{02} \approx \frac{2N(c-v)}{A\pi} \rightarrow \infty$$

Für diesen Fall ist also unsere Voraussetzung $\bar{x}_{02} \pi \ll 1$ nicht erfüllt und dieser Lösungsweg damit nicht verwendbar.

Für Lösung II geht $\omega_0 \rightarrow \omega - v\pi$,

damit $e \rightarrow v$ (Glattwassergeschwindigkeit)

$$\bar{x}_{02} \rightarrow 0.$$

Der Lösungsweg ist für diesen Fall exakt. Brauchbar ist also nur die Lösung II.

Die Berechnung der maximal möglichen Amplitude, d.h. für den Fall, daß der Wert $A^2 x^2 / 2$ gerade noch kleiner ist als der Maximalwert der linken Seite der Gleichung, und für $N = 0$, zeigt, daß

$$\bar{x}_{02} = \sqrt{\frac{2}{3}} < 1 \quad \text{ist.}$$

Die Lösung ist also für alle Fälle genau genug und stimmt sehr gut mit der numerischen Lösung (s. Abschnitt 1.6.) überein.

Aus dem Diagramm 1 kann die Lösung ω_0 für $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$ und beliebige Werte v und A abgelesen werden. Der Dämpfungsfaktor N ist von geringem Einfluß.

1.4.3. Durchführung der Rechnung für ein Beispiel.

Für ein Schiff mit $L = 61.6 \text{ m}$ und Wellen mit $\lambda/L = 1$ ist $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$. Ferner sei $E/\rho L = 1/20$. Die Amplitude der Erregung ist

$$A = 20g \frac{E}{\lambda} f_{xx}\left(\frac{\lambda}{L}\right) \quad \text{für } \frac{\lambda}{L} = 1 \quad \text{ist } f_{xx}\left(\frac{\lambda}{L}\right) \approx 0.304$$
$$A \approx 1 \text{ m/s}^2$$

Der Dämpfungskoeffizient ist für ein schlankes Schiff ungefähr $N = 0.1 \text{ s}^{-1}$.

Für die Glattwassergeschwindigkeit $v = 4 \text{ m/s}$ kann man für den Schnittpunkt der rechten und der linken Seiten von Gleichung 10 aus Diagramm 1 ablesen:

$$\omega_0 = 0.553 \text{ s}^{-1}$$

damit ist

$$e = \frac{\omega - \omega_0}{\omega} = 4.29 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 0.29 \text{ m/s} \quad (7\% \text{ Geschwindigkeitserhöhung})$$

Die Amplitude der Geschwindigkeitsschwankung beträgt:

$$\bar{x}_{02} = \frac{A}{\sqrt{\omega_0^2 + N^2}} = 1.75 \text{ m/s}$$

Für den vereinfachten linearen Ansatz wäre für das oben gegebene Beispiel $\omega_0 = 0.593 \text{ s}^{-1}$ und damit nach Gleichung 7

$$\bar{x}_{02} = 1.67 \text{ m/s}$$

Eine mittlere Geschwindigkeitserhöhung ergibt sich bei diesem Ansatz nicht!

1.5. Analoge Lösung der Bewegungsgleichung.

Wenn es gelingt, das Argument des Cosinus-Gliedes in der Bewegungsgleichung 1 analog darzustellen, d.h. eine veränderliche Frequenz zu erzeugen, so kann die Bewegungsgleichung analog gelöst werden. Zur Erzeugung des Cosinus-Gliedes wurde ein 'Seegangssimulator' konstruiert, der auf mechanischem Wege eine Wechselspannung veränderlicher Frequenz erzeugt, und mit dem Telefunken-Analogrechner RAT 700 zusammengeschaltet wird.

1.5.1. Schaltung des Analogrechners.

Die Bewegungsgleichung lautet

$$\ddot{x}_0 + N\dot{x}_0 = A \cos(\omega x_0 - \omega t + \sigma) + Nv.$$

Damit die Rechengröße möglichst klein bleibt, wurde für die analoge Rechnung eine neue Koordinate $x_{01}(t)$ eingeführt, deren Ursprung sich mit der Geschwindigkeit bewegt.

$$x_0 = vt + x_{01}(t)$$

eingesetzt ergibt

$$\ddot{x}_{01} + N\dot{x}_{01} = A \cos[\omega(vt + x_{01}) - \omega t + \sigma]. \quad (13)$$

Integriert man das erste Glied des cos-Argumentes, so erhält man:

$$\ddot{x}_{01} + N\dot{x}_{01} = A \cos\left[\int \omega(v + \dot{x}_{01}) dt - \omega t + \sigma\right].$$

Das Glied $\int \omega(v + \dot{x}_{01}) dt$ entspricht wie ωt einem Winkel.

In den Seegangssimulator wird eine dem Wert für $v + \dot{x}$ entsprechende Spannung eingegeben. Die GFrequenz kann gewählt werden und A wird eingestellt. Der Simulator liefert dann die rechte Seite der Bewegungsgleichung:

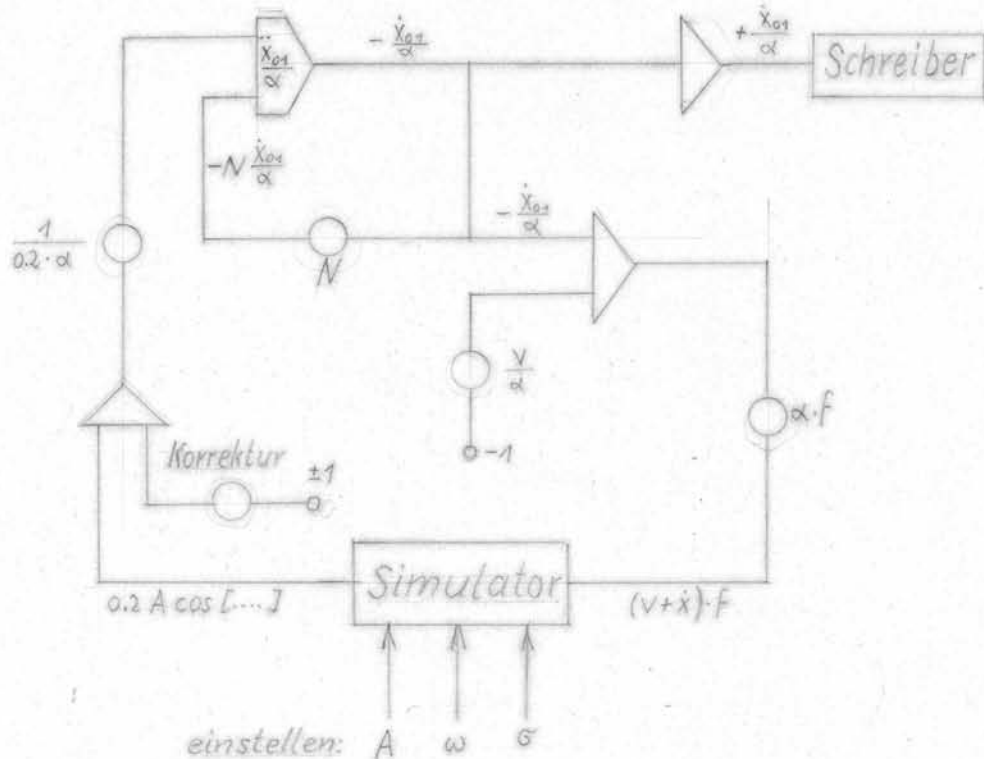
$$A \cos\left[\int \omega(v + \dot{x}_{01}) dt - \omega t + \sigma\right]$$

die normierte Bewegungsgleichung:

$$\frac{\ddot{x}_{01}}{\alpha} = -N \frac{\dot{x}_{01}}{\alpha} + \frac{[0.2 \cdot A]}{0.2 \cdot \alpha} \cos\left[\int \alpha \left[\frac{\omega^2}{g}\right] \left(\frac{v}{\alpha} + \frac{\dot{x}}{\alpha}\right) dt - \omega t + \sigma\right].$$

(Die durch [] gekennzeichneten Faktoren sind im Simulator intern geschaltet.)

Schaltung:



Der Faktor f gibt die Rechengröße in Maschineneinheiten an, die im Simulator einer Geschwindigkeit $(v + \dot{x}_{04})$ von 1 m/s entspricht; er beträgt:

$$f = 0.308$$

1.5.2. Der Seegangssimulator.

Die harmonisch veränderliche Spannung wird durch ein Sin-Cos-Potentiometer erzeugt. Die Drehzahl des Potentiometers setzt sich zusammen aus zwei Drehzahlen, die in einem Differentialgetriebe addiert werden. Die zwei Drehzahlen entsprechen den beiden Gliedern des Cos-Argumentes:

1. Glied:

$$\omega(v + \dot{x}_{04}) = \frac{\omega^2}{g}(v + \dot{x}_{04})$$

2. Glied:

Die ersten Glieder der 8 Komponenten werden von einem Servomotor gesteuert, die zweiten Glieder von einem Synchronmotor.

Die Drehzahl des Synchronmotors entspricht einer Bezugshfrequenz ω_0 . Die Drehzahl jeder der 8 Komponenten wird über einen Getriebeatz der Bezugsdrehzahl entnommen. Um auch einen unregelmäßigen Seegang simulieren zu können, wurde der Simulator mit 8 Komponenten verschiedener Kreisfrequenzen ausgerüstet.

1.5.3. Durchführung der Rechnung für ein Beispiel.

Um die in 1.2. beschriebenen Lösungsarten zu veranschaulichen, wird das Ergebnis der Analog-Rechnung für ein Beispiel gezeigt:

$$A = 1 \text{ m/s}^2 \quad \left(\frac{\lambda}{L} = 1, \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{20} \right)$$

$$\omega = 0.6 \text{ s}^{-1}$$

$$N = 0.1 \text{ s}^{-1}$$

Die Schiffslänge ist dann: $L = \frac{1}{\lambda/L} \frac{2\pi g}{\omega^2} = 171 \text{ m}.$

1. Lösungsart.

Zunächst wird eine Glattwassergeschwindigkeit v gewählt, bei der sich eine periodische Lösung einstellt. (Diagramm 2)

$$v = 10.2 \text{ m/s} \quad (Fr = 0.25)$$

Im Unterschied zum linearen Fall (unten), d.h. konstante Kreisfrequenz in der Erregung, ergibt sich eine nicht-harmonische Schwingung mit einem zeitlichen Mittelwert > 0 .

linearer Fall:

$$T_c = 27.8 \text{ s (Schrieb)} \quad \omega_c = \frac{2\pi}{T_c} = 0.226 \text{ s}^{-1} \quad v = \frac{g}{\omega^2} (\omega - \omega_c) = 10.2 \text{ m/s}$$

$$\bar{x}_{01} = 4.0 \text{ m/s (Schrieb)} \quad \bar{x}_{01} = \frac{A}{\sqrt{\omega_c^2 + N^2}} = 4.38 \text{ m/s (Rechnung);}$$

~~nichtlinearer Fall:~~
nichtlinearer Fall:

$$T_c = 37.1 \text{ s (Schrieb)} \quad \omega_c = 0.169 \text{ s}^{-1} \quad v + \Delta v = 11.7 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 1.5 \text{ m/s}$$

$$\dot{x}_{01 \text{ max}} = +4.9 \text{ m/s} \quad \dot{x}_{01 \text{ min}} = -3.7 \text{ m/s (Schrieb)}$$

2. Lösungsart.

Für die etwas höhere Glattwassergeschwindigkeit

$$v = 11.05 \text{ m/s}$$

ist offensichtlich die Stabilitätsgrenze für die erste Lösungsart überschritten. Das Schiff überwindet den nächsten Wellenberg nicht mehr, seine Geschwindigkeit erreicht die Wellengeschwindigkeit und der Wert für \dot{x}_{01} pendelt sich auf den Wert für $c-v$ ein.

linearer Fall:

$$T_0 = 32.4 \text{ s (Scrieb)} \quad \omega_0 = 0.194 \text{ s}^{-1} \quad v = 11.05 \text{ m/s}$$

$$\bar{x}_{01} = 4.65 \text{ m/s (Scrieb)} \quad \bar{x}_{01} = \frac{A}{\sqrt{\omega_0^2 + N^2}} = 5.1 \text{ m/s (Rechnung) ;}$$

~~nichtlinearer Fall:~~

$$\dot{x}_{01} = 5.6 \text{ m/s (Scrieb)} \quad c = \frac{\beta}{\omega} = 16.35 \text{ m/s}$$

$$c - v = 5.3 \text{ m/s}$$

1.6. Numerische Lösung der Bewegungsgleichung.

Die beiden bisher beschriebenen Lösungsmethoden (die analytische und die analoge) lieferten zwar ausreichende Lösungen für den Fall, daß das Schiff laufend von den Wellen überholt wird, aber ihre Genauigkeit reichte nicht aus, um über das Verhalten in der Nähe der Stabilitätsgrenze und über das 'Mitgenommen-Werden' des Schiffes selbst eine genaue Aussage machen zu können.

Da jedoch gerade der Bewegungsablauf während des 'Mitgenommen-Werdens' interessiert, wurde die Bewegungsgleichung numerisch integriert.

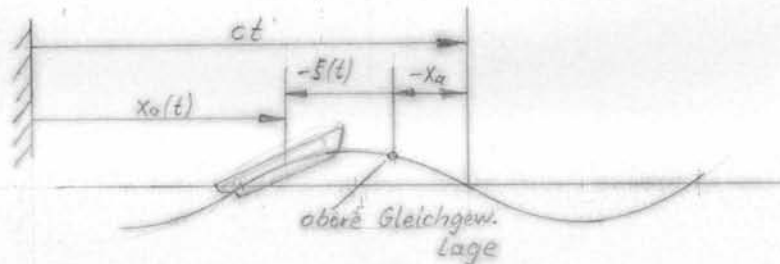
Eine Kontrolle der Genauigkeit des Verfahrens bietet sich in der Untersuchung des Einflusses der Schrittweite der Integration auf das Ergebnis. Es liegt in der Natur des numerischen Verfahrens, daß die Rechnung einem Experiment gleicht. Um ein bestimmtes Ergebnis zu erhalten, z.B. die Grenze des 'Mitgenommen-Werdens', muß man die Rechnung immer wieder mit neuen Anfangswerten wiederholen, bis man den kritischen Fall gefunden hat.

1.6.1. Lösungsmethode.

Die Bewegungsgleichung 1 lautete:

$$\ddot{x}_0 + N\dot{x}_0 = A \cos[\omega x_0 - \omega t + \sigma] + Nv.$$

Es wird eine neue Koordinate eingeführt: $\xi(t)$, die Relativbewegung des Schiffes zur Wellenform:



$$x_0 = x_a + ct + \xi(t), \quad (14)$$

x_a gibt wiederum die Gleichgewichtslagen an;

eingesetzt:

$$\ddot{\xi} + N\xi = A \cos[\omega x_a + \omega \xi + \sigma] - N(c-v). \quad (15)$$

Ohne Einfluß auf das Ergebnis kann $\sigma = 0$ gesetzt werden. Für die Gleichgewichtslage soll $\xi = 0$ sein; für den Fall des Mitlaufens sind auch $\dot{\xi}, \ddot{\xi} = 0$. Hierfür bleibt

$$N(c-v) = A \cos(\omega x_a). \quad (16)$$

Die Ordinate der Gleichgewichtslage ergibt sich aus

$$x_a = \frac{1}{\omega} \arccos\left[\frac{N}{A}(c-v)\right];$$

eine Gleichgewichtslage gibt es jedoch nur für

$$c - \frac{A}{N} \leq v \leq c + \frac{A}{N}.$$

Ist x_a bekannt, so kann man in Gleichung 16 einsetzen:

$$\ddot{\xi} + N\xi = A \left\{ \cos[\omega(x_a + \xi)] - \cos(\omega x_a) \right\}$$

Die ξ -Achse wird in kleine gleich große Intervalle geteilt und die Integration für jedes Intervall neu durchgeführt. Dabei wird für jeden Schritt die rechte Seite (Erregung) der Differentialgleichung für die Intervallmitte berechnet und innerhalb des Intervalls konstant gehalten.

n sei die fortlaufende Nummer des Intervalls,

d sei die Schrittweite, und

u die von der Intervallmitte aus zählende Koordinate ξ

$$\xi(t) = (n - 1/2)d + u(t);$$

somit lautet die Bewegungsgleichung für das Intervall $-d/2 < \xi < +d/2$, wobei in der Erregung $u(t) = 0$ gesetzt wird:

$$\ddot{u} + N u = A \left[\cos\{\omega[x_a + (n - 1/2)d]\} - \cos(\omega x_a) \right].$$

Die Erregung für jeden Schritt soll a_n heißen

$$a_n = A \left[\cos \left\{ \pi \left[x_a + (n - 1/2) d \right] \right\} - \cos(\pi x_0) \right];$$

damit lautet die Bewegungsgleichung für das betreffende Intervall:

$$\ddot{u} + N\dot{u} = a_n;$$

die allgemeine Lösung ist:

$$u = a_n/N \cdot t + F e^{-Nt} + E$$

$$\dot{u} = a_n/N - N F e^{-Nt},$$

E, F sind Konstanten.

Für den Fall, daß das Schiff laufend von den Wellen überholt wird, erfolgt die Bewegung in der negativen Richtung der ξ -Achse.

Am Intervallbeginn ist jeweils $t = 0$, $u = +d/2$ und $\dot{u} = \dot{u}_0$.
Eingesetzt:

$$\frac{d}{2} = F + E$$

$$\dot{u}_0 = a_n/N - NF.$$

Am Intervallende ist jeweils $t = \Delta t$, $u = -d/2$ und $\dot{u} = \dot{u}_1$.
Eingesetzt:

$$-\frac{d}{2} = \frac{a_n}{N} \Delta t + F e^{-N\Delta t} + E.$$

E und F eingesetzt ergibt eine implizite Bestimmungsgleichung für Δt :

$$e^{-N\Delta t} = -\frac{dN}{a_n/N - \dot{u}_0} + 1 - \frac{a_n}{a_n/N - \dot{u}_0} \Delta t.$$

In dem Rechenprogramm wird Δt für jedes Intervall durch Iteration gefunden.

Die Geschwindigkeit \dot{u}_1 am Ende des Intervalles ist

$$\dot{u}_1 = \frac{a_n}{N} - \left(\frac{a_n}{N} - \dot{u}_0 \right) e^{-N\Delta t}.$$

Die Rechnung beginnt am zweckmäßigsten an der labilen Gleichgewichtslage 2.

Bei der Relativbewegung des Schiffes entlang der Wellenkontur ist dies der kritische Punkt, an dem sich entscheidet, ob das Schiff laufend von den Wellen überholt wird, oder ob es mit den Wellen mitläuft.

Gibt man in der labilen Gleichgewichtslage dem Schiff eine kleine negative Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\xi}_0$, so wird es über

den Wellenberg hinaus die ξ -Ordinate in negativer Richtung durchlaufen. Auf der nächsten Wellenflanke wird es sich über die stabile Gleichgewichtslage 1 hinaus bewegen.

Man kann nun drei Fälle unterscheiden:

- a) Das Schiff erreicht die nächste labile Gleichgewichtslage 2 nicht mehr. Es kehrt die Bewegungsrichtung $\dot{\xi}$ um und pendelt sich auf die stabile Gleichgewichtslage ein. Hier ist $\dot{\xi} = 0$ und $\dot{x}_0 = c$, d.h. das Schiff wird von den Wellen mitgenommen.
- b) Das Schiff erreicht die labile Gleichgewichtslage, aber dort ist $\dot{\xi} = 0$. Dies ist der Grenzfall für 'Mitgenommen-Werden'.
- c) Das Schiff überschreitet die labile Gleichgewichtslage mit einer bestimmten Geschwindigkeit, die größer als die Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\xi}_0$ ist. Von da ab wird es laufend von den Wellen überholt. Es stellt sich die periodische Geschwindigkeitsschwankung ein.

1.6.2. Durchführung der Rechnung für ein Beispiel.

Für das bei der analytischen Methode benutzte Beispiel mit

$$A = 1 \text{ m/s}^2 \quad \omega = 1 \text{ s}^{-1} \quad N = 0.1 \text{ s}^{-1}$$

wurde die numerische Rechnung für verschiedene Glattwassergeschwindigkeiten v durchgeführt. Die Schrittzahl für eine Periode $\xi = 2\pi$ betrug 50.

Eine Auftragung der Relativgeschwindigkeit $\dot{\xi}$ über der Koordinate ξ zeigt, die verschiedenen Lösungsmöglichkeiten. (Diagramm 3)

Für $v = 4 \text{ m/s}$ wird das Schiff laufend von den Wellen überholt. Für die periodische Lösung kann man ablesen:

Zeit zum Durchlaufen einer Welle beträgt $\xi = -\lambda = -\frac{2\pi g}{\omega^2}$

beträgt $T = 11.13 \text{ s}$;

die mittlere Relativgeschwindigkeit ist daher

$$\dot{\xi}_m = -\frac{2\pi g}{\omega^2 T} = -5.53 \text{ m/s} ;$$

die mittlere Absolutgeschwindigkeit ist

$$e = c + \dot{\xi}_m = 9.81 - 5.53$$

$$e = 4.28 \text{ m/s} \quad (\text{vergl. analytische Lösung})$$

$$\Delta v = 0.28 \text{ m/s} .$$

Die Amplitude betrug im Mittel:

$$\bar{\xi} = 1.77 \text{ m/s} \quad (\text{vergl. } \bar{x}_{02} \text{ analytische Lösung}).$$

Für $v = 5.91 \text{ m/s}$ ist der Grenzfall erreicht, bei dem das Schiff nach dem Durchlaufen einer Welle gerade mit der Anfangsgeschwindigkeit die labile Gleichgewichtslage erreicht.

$v = 5.91 \text{ m/s}$ ($Fr = 0.24$) ist also für diesen Fall die Grenzgeschwindigkeit für 'Mitgenommen-Werden'.

Für noch höhere Geschwindigkeiten, z.B.

$v = 6.5 \text{ m/s}$ pendelt das Schiff auf die stabile Gleichgewichtslage ein.

Eine Auftragung von $x_{01}(t) = c - \xi(t)$ über der Zeit t zeigt die gleiche Schwingungsform wie die Lösung auf dem Analogrechner. (Diagramm 4).

1.6.3. Systematische Berechnung der Längsbewegung im regelmäßigen Seegang.

Um eine möglichst vollständiges Bild der Längsbewegung im regelmäßigen Seegang zu erhalten, d.h. um für ein gegebenes Schiff die Geschwindigkeitserhöhung, die Größe der Amplituden und die Grenze für 'Mitgenommen-Werden' angeben zu können, wurde die numerische Rechnung für verschiedene Seegänge durchgeführt. Die Auftragung erfolgte über den dimensionslosen Parametern λ/L , T/λ und Fr , so daß sie für alle Schiffsgrößen verwendet werden können. Zur Berechnung der Amplitude A der Längskraft des Seanges wurden die Formeln 1 und 2 benutzt.

Der Dämpfungskoeffizient N wurde für alle Rechnungen konstant $N = 0.11$ gehalten. Der Einfluß eines von der Geschwindigkeit abhängigen Dämpfungskoeffizienten auf die Ergebnisse ist von untergeordneter Größenordnung und braucht erst bei genaueren Rechnungen in Betracht gezogen zu werden (wie aus Diagramm 5 hervorgeht, verändert ein doppelt so großer Dämpfungskoeffizient die Grenze für

'Mitgenommen-Werden' nicht allzu stark).

Aus den Diagrammen 6 und 7 können für λ/L und \bar{h}/λ die größten und kleinsten auftretenden Geschwindigkeiten, sowie der Mittelwert und die Grenzgeschwindigkeit für 'Mitgenommen-Werden' abgelesen werden.

Die Grenzgeschwindigkeiten sind in Diagramm 5 noch einmal über λ/L aufgetragen worden.

1.7. Die Längsbewegung im unregelmäßigen Seegang.

Im unregelmäßigen Seegang wird das für den regelmäßigen Seegang beschriebene 'Mitgenommen-Werden' nicht so prägnant in Erscheinung treten, da sich Wellen mit ausreichender Steilheit und genügend kleiner Geschwindigkeit nach kurzer Zeit wieder verändern können.

Die Methode der Überlagerung der von den verschiedenen Seegangskomponenten erzeugten Bewegungen ist nur für die linearisierte Schwingungsgleichung möglich, die aber die Bewegungen nicht ausreichend beschreibt und u.a. keine mittlere Geschwindigkeitserhöhung ergibt.

Die Integration der vollständigen Gleichung in einem unregelmäßigen Seegang, der durch eine endliche Anzahl harmonischer Komponenten beschrieben wird, erfolgt numerisch. Führt man diese Rechnung für einen genügend großen Zeitraum durch, so lassen sich über die Bewegung statistische Aussagen machen.

1.7.1. Aufstellung der Bewegungsgleichung.

Der unregelmäßige langkämmige Seegang wird dargestellt durch eine Anzahl M harmonischer Komponenten.

$$z(x_0, t) = \sum_{n=1}^M \bar{h}_n \sin(\pi_n x_0 - \omega_n t + \sigma_n)$$

\bar{h}_n ergibt sich aus dem Seegangsspektrum

$$\bar{h}_n = \sqrt{2 \cdot S(\omega_n) \Delta \omega_n}$$

Die Längsbeschleunigung ist proportional der Wellensteilheit, sie lautet:

$$A(x_0, t) = \sum_{n=1}^M A_n \cos(\pi_n x_0 - \omega_n t + \sigma_n)$$

mit

$$\begin{aligned} A_n &= f_{xx} \left(\frac{\lambda_n}{L} \right) \omega_n^2 \bar{h}_n \\ &= \sqrt{2 f_{xx}^2 \left(\frac{\lambda_n}{L} \right) \omega_n^4 S(\omega_n) \Delta \omega_n} \\ &= \sqrt{2 \cdot S_A(\omega_n) \Delta \omega_n} \end{aligned}$$

$S_A(\omega_n)$ kann man als Spektrum einer Längsbeschleunigung

definieren; das allerdings nur für den vereinfachten Fall, daß das Schiff keine Längsschwingung in den Wellen ausführt, gelten würde. Das Spektrum der tatsächlichen Beschleunigung als Lösung der vollständigen Bewegungsgleichung hat eine etwas andere Form. Unter Voraussetzung von Gleichung 2, d.h. für eine gegebene Schiffsform, ist das Spektrum nur von der Schiffslänge abhängig.

Die Bewegungsgleichung lautet damit:

$$\ddot{x}_G + N\dot{x}_G = \sum_{n=1}^M A_n \cos(\alpha_n x_0 - \omega_n t + \sigma_n) + Nv$$

1.7.2. Numerische Lösungsmethode.

Im Gegensatz zur numerischen Lösung der Bewegung im regelmäßigen Seegang (Abschnitt 1.4.) werden hier nicht konstante Abschnitte der Wellenlänge, sondern konstante Zeitintervalle vorgegeben.

Der Wert für x_0 im Argument des Cosinus auf der rechten Seite wird aus der Geschwindigkeit \dot{x}_0 am Intervallbeginn für die Intervallmitte vorgeschätzt. Die rechte Seite der Gleichung wird wie bei der Methode Abschnitt 1.6. für das Zeitintervall konstant gehalten.

Bei Testrechnungen mit unterschiedlicher Intervallgröße hat sich gezeigt, daß die Methode schnell konvergiert. Sind die Geschwindigkeiten für einen genügend großen Zeitraum berechnet worden, so können folgende statistische Werte angegeben werden:

- a) Häufigkeitsverteilung (Klassierung der Geschwindigkeiten)
- b) Zeitlicher Mittelwert der Geschwindigkeit

$$\bar{x}_0 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \dot{x}_{0,i}$$

- c) Mittlere Streuung der Geschwindigkeit

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \dot{x}_{0,i}^2 - \bar{x}_0^2$$

1.7.3. Durchführung der Rechnung für ein Beispiel.

Die Rechnung wurde durchgeführt für das schon vorher benutzte Schiff von $L = 61.6$ m Länge.

Zur Beschreibung des Seeganges wurde das Neumannspektrum benutzt:

$$S(\omega) = \frac{1}{2} \frac{4.8}{\omega^2} \exp\left(-\frac{2.8^2}{u^2 \omega^2}\right) \quad [m^2 s]$$

u = Windgeschwindigkeit [m/s]

Das Spektrum wurde durch 13 harmonische Komponenten angenähert (s. Diagramm 8). Für zwei Seegangsspektren, die zu den folgenden Windstärken gehören, wurde die Rechnung durchgeführt:

12.6 m/s (Beaufort 6) und 20.6 m/s (Beaufort 8-9).

Die Häufigkeitsverteilungen in Histogrammform sind in Diagramm 9 aufgetragen. Die mittlere Geschwindigkeitserhöhung und die mittlere Streuung sind in Diagramm 10 über die Glattwassergeschwindigkeit aufgetragen. Die mittlere Geschwindigkeit wächst bei zunehmender Glattwassergeschwindigkeit stark an und wird dann wieder kleiner. Das starke Anwachsen ist durch ein häufiges 'Mitgenommen-Werden' zu erklären. Dies tritt besonders im Bereich der Wellenkomponenten auf, die einerseits eine starke Längsbeschleunigung ausüben, andererseits aber etwas schneller als das Schiff laufen. Bei größerer Glattwassergeschwindigkeit läuft das Schiff schneller als ein Teil der Wellenkomponenten und wird durch sie gehemmt.

1.7.4. Vergleich mit der Lösung für einen vereinfachenden Ansatz.

Interessant ist ein Vergleich mit dem unter Abschnitt 1.2.2. beschriebenen linearen Ansatz.

Die Bewegungsgleichung für den unregelmäßigen Seegang lautet hiernach:

$$\ddot{x}_p + N \dot{x}_p = \sum_{n=1}^N A_n \cos(\omega_n t + \sigma_p) + N v, \quad \omega_p = \omega - \alpha v;$$

die Lösung für die Geschwindigkeit lautet:

$$\dot{x}_0 = \sum_{n=1}^M \frac{A_n}{\sqrt{\omega_{en}^2 + N^2}} \cos(\omega_{en}t + \sigma_n) + v$$

mit $A_n = f_{xxn} \omega_n^2 \cdot h_n$ kann man ein Spektrum der Längsgeschwindigkeit definieren:

$$S_x^*(\omega) = \frac{f_{xx}^2 + \omega^2}{\omega^2 + N^2} S(\omega).$$

Die Fläche m_{ox} unter dem Spektrum $S_x(\omega)$ entspricht der mittleren Streuung aller vorkommenden Geschwindigkeiten. *

Für das unter Abschnitt 1.5.3. gegebene Beispiel beträgt die Fläche unter dem Spektrum bei Bf. 6 und $v = 4$ m/s und damit die mittlere Streuung

$$m_{ox} = 0.389 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (\text{s. Diagramm 8})$$

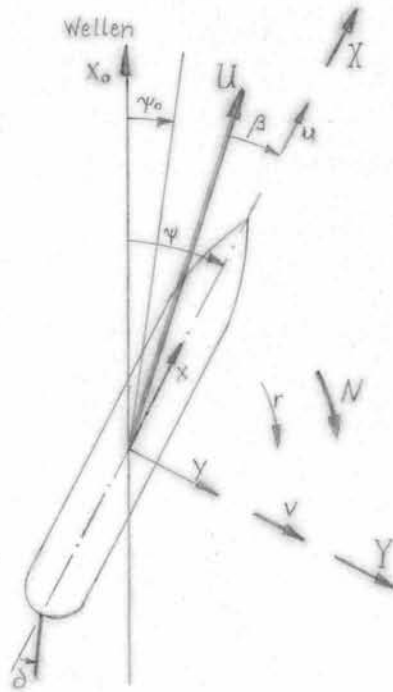
Die numerische Rechnung für den nichtlinearen Fall ergab für den gleichen Fall:

$$\sigma_x^2 = 0.475 \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

Man darf also offensichtlich den Einfluß der Nichtlinearität nicht vernachlässigen, wenn man nicht zu sehr ungenauen Ergebnissen kommen will.

2. Die Gierbewegung im achterlichen Seegang.

2.1. Aufstellung der Bewegungsgleichungen.



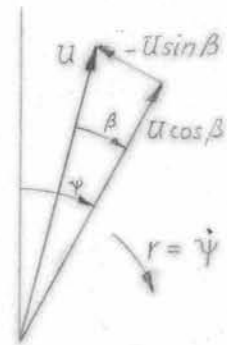
positiv zählen

Kräfte nach Steuerbord

Drehmomente nach Steuerbord

Ruderwinkel, der Drehung nach

Steuerbord verursacht.



Vernachlässigt man den Einfluß der Gier- und Querbewegung auf die Längsbewegung, weicht ferner die mittlere Kursrichtung nur wenig von der Seegangslaufrichtung ab, so gilt für die Längsbewegung die bisher benutzte Bewegungsgleichung 1:

$$I! \quad \ddot{x}_0 + N\dot{x}_0 = A \cos(\omega x_0 - \omega t + \sigma) + Nv.$$

Vernachlässigt man alle übrigen Bewegungen (Tauchen, Rolleen, Stampfen), so bleiben von den Eulerschen Bewegungsgleichungen nur die Gleichungen für die Quer- und Gierbewegung:

$$II. \quad m_2 \dot{v} + m_3 v + u = Y_{\text{Kumpel}} + Y_{\text{Ruder}} + Y_{\text{Seegang}}$$

$$III. \quad I\ddot{\psi} = I\dot{\psi} = N_{\text{Kumpel}} + N_{\text{Ruder}} + N_{\text{Seegang}}$$

Auf der rechten Seite stehen die hydrodynamischen Kräfte.

Zur Untersuchung der Kursstabilität im glatten Wasser ist es üblich, die hydrodynamischen Kräfte und Momente

auf den Rumpf nur in ihrer linearen Abhängigkeit vom Abtriegwinkel β und der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ anzugeben:

$$Y_{\text{Rumpf}} = Y_{\beta} \beta + Y_{\dot{\psi}} \dot{\psi}$$

$$N_{\text{Rumpf}} = N_{\beta} \beta + N_{\dot{\psi}} \dot{\psi}$$

Für den Anteil des Ruders wird ebenfalls ein linearer Ansatz gemacht:

$$Y_{\text{Ruder}} = Y_{\delta} \delta$$

$$N_{\text{Ruder}} = N_{\delta} \delta$$

Unter der Voraussetzung, daß der Gierwinkel ψ klein genug bleibt, kann man für die Abhängigkeit der Seegangskräfte vom Gierwinkel einen linearen Ansatz machen:

$$Y_{\text{Seegang}} = -\psi F_{yy} \cos(\alpha x_0 - \omega t + \epsilon)$$

$$N_{\text{Seegang}} = \psi F_{zz} L \sin(\alpha x_0 - \omega t + \epsilon)$$

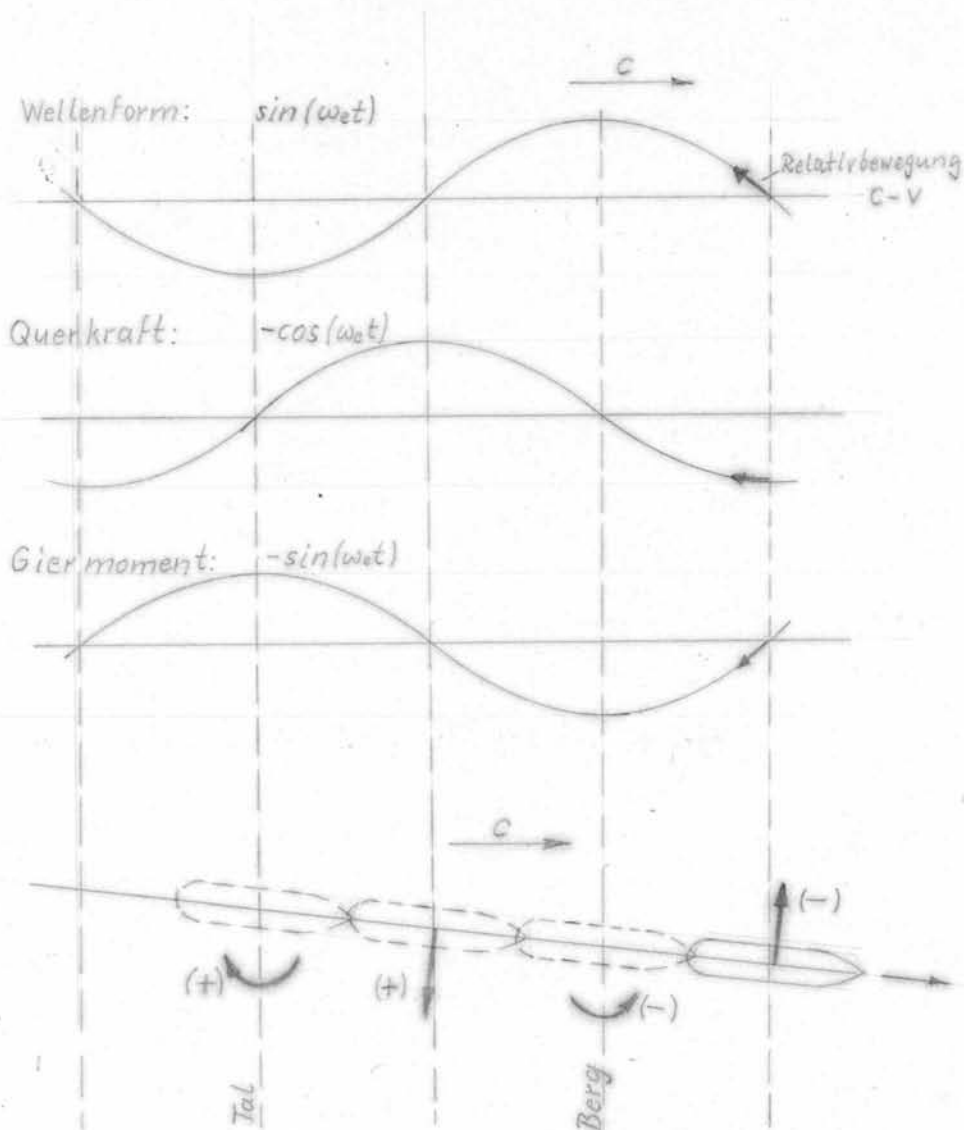
wobei

$$F_{yy} = m \omega^2 \bar{h} f_{yy} (\lambda/L)$$

$$F_{zz} = m \omega^2 \bar{h} f_{zz} (\lambda/L)$$

Die Frage der Vorzeichen der Seegangskräfte soll an Hand einer Skizze erklärt werden:

1. Fall Seegang von achtern, Wellen schneller als das Schiff:



So wie vorher vereinbart, müssen die Vorzeichen folgendermaßen lauten:

$$F_{yy} > 0$$

$$F_{zz} < 0$$

2. Fall Seegang von achtern, Wellen langsamer als das Schiff:

$$F_{yy} > 0$$

$$F_{zz} > 0$$

3. Fall Seegang von vorn:

$$F_{yy} > 0$$

$$F_{zz} > 0$$

Wie schon im Abschnitt 1.1. erwähnt, geht es hier darum, das grundsätzliche Verhalten des Schiffes zu untersuchen. Daher wird bei der Bestimmung der Kräfte und Momente des Seeganges wieder die Froude-Kryloff-Hypothese zugrunde

gelegt. Ferner wird wiederum angenommen, daß das Schiff parallele Seitenwände und eine parabolische Wasserlinie hat.

Für die dimensionslose Querkraft gilt der gleiche Wert wie für die Längskraft (s.a. Gleichung 2):

$$f_{yy} \left(\frac{\lambda}{L} \right) = f_{xx} \left(\frac{\lambda}{L} \right) = 3 \frac{\sin\left(\pi \frac{L}{\lambda}\right) - \left(\pi \frac{L}{\lambda}\right) \cos\left(\pi \frac{L}{\lambda}\right)}{\left(\pi \frac{L}{\lambda}\right)^3} ;$$

für das dimensionslose Giermoment:

$$f_{zz} \left(\frac{\lambda}{L} \right) = \frac{3}{2} \frac{\left[3 - \left(\pi \frac{L}{\lambda}\right)^2 \right] \sin\left(\pi \frac{L}{\lambda}\right) - 3 \left(\pi \frac{L}{\lambda}\right) \cos\left(\pi \frac{L}{\lambda}\right)}{\left(\pi \frac{L}{\lambda}\right)^4} \quad (17)$$

Schreibt man für

$$\frac{F_{xx}}{m} = A \quad \text{und} \quad \frac{F_{zz}}{m} = B ,$$

so lauten die Seegangskräfte:

$$Y_{\text{Seegang}} = -\psi A m \cos(\pi x_0 - \omega t + \sigma)$$

$$N_{\text{Seegang}} = \psi B m L \sin(\pi x_0 - \omega t + \sigma) .$$

Setzt man die hydrodynamischen Kräfte für Rumpf, Ruder und Seegang in die Bewegungsgleichungen ein, so erhält man:

$$\text{II.} \quad m_2 \dot{v} + m_1 r u = \gamma_\beta \beta + \gamma_r \dot{\psi} - \gamma_\delta \delta - \psi A m \cos(\pi x_0 - \omega t + \sigma)$$

$$\text{III.} \quad I \ddot{\psi} = N_\beta \beta + N_r \dot{\psi} + N_\delta \delta + \psi B m L \sin(\pi x_0 - \omega t + \sigma) .$$

Im Rahmen der oben durchgeführten Linearisierungen wird üblicherweise gesetzt:

$$u = \dot{u} \quad v = -u\beta \quad \dot{v} = -\dot{u}\beta - u\dot{\beta} .$$

Hiermit lauten die Gleichungen:

$$\text{II.} \quad -m_2 \dot{u}\beta - m_2 u\dot{\beta} + (m_1 \dot{u} - \gamma_r) \dot{\psi} - \gamma_\beta \beta + \gamma_\delta \delta = -\psi A m \cos(\pi x_0 - \omega t + \sigma)$$

$$\text{III.} \quad I \ddot{\psi} - N_\beta \beta - N_r \dot{\psi} - N_\delta \delta = \psi B m L \sin(\pi x_0 - \omega t + \sigma) .$$

gelegt. Ferner wird wiederum angenommen, daß das Schiff in parallele Seitenwände

Im allgemeinen werden die folgenden dimensionslosen Koeffizienten angegeben:

Masse in x-Richtung:

$$m_x = m \quad m = \text{Schiffsmasse}$$

$$m' = \frac{m}{\rho/2 L^2 T}$$

Masse in y-Richtung:

$$m_y = m_y \quad m_y = m + M_{yy} ;$$

Massenträgheitsmoment:

$$I = I_{xx} + I_{yy}$$

$$n'_z = \frac{I}{\rho/2 L^2 T}$$

hydrodynamische Kräfte:

$$Y'_\beta = \frac{Y_\beta}{\rho/2 L T U^2} \quad Y'_\delta = \frac{Y_\delta}{\rho/2 L T U^2} \quad Y'_\tau = \frac{Y_\tau}{\rho/2 L^2 T U}$$

hydrodynamische Momente:

$$N'_\beta = \frac{N_\beta}{\rho/2 L^2 T U^2} \quad N'_\delta = \frac{N_\delta}{\rho/2 L^2 T U^2} \quad N'_\tau = \frac{N_\tau}{\rho/2 L^2 T U}$$

Es wird angenommen, daß die hydrodynamischen Koeffizienten in dem betrachteten Bereich unabhängig von der Geschwindigkeitsschwankung sind.

Hiermit lauten die Gleichungen:

$$\text{II. } -m'_y \ddot{\beta} - m'_y U \dot{\beta} + (m' - Y'_\tau) U \ddot{\psi} - Y'_\beta \frac{U^2}{L} \beta + Y'_\delta \frac{U^2}{L} \delta = \psi A m' \cos(\alpha x_0 - \omega t + \sigma)$$

$$\text{III. } n'_z L \ddot{\psi} - N'_\beta \frac{U^2}{L} \beta - N'_\tau U \ddot{\psi} - N'_\delta \frac{U^2}{L} \delta = \psi B m' \sin(\alpha x_0 - \omega t + \sigma)$$

Für kleine Gierwinkel kann die Bewegungsrichtung des Schiffes in Seegangsfortschrittsrichtung gleich der Richtung der Geschwindigkeit U gesetzt werden:

$$\dot{x}_0 = U, \quad \dot{y}_0 = U.$$

Auf diese Weise ist also die Gleichung I für die Längsbewegung mit den beiden Gleichungen gekoppelt. Die Kopplung im umgekehrten Sinne wird, wie schon gesagt,

Im allgemeinen werden die folgenden dimensionslosen Koeffizienten angegeben:

vernachlässigt. Eine dimensionslose Form der Steuergleichungen im Seegang kann man bei Grim 1963 [3] finden.

Für die Steuerung wird zunächst angenommen, daß der Ruderwinkel proportional der Abweichung des Gierwinkels ψ von einem Sollkurs ψ_0 zur Seegangsrichtung ist:

$$\delta = -\gamma(\psi - \psi_0).$$

Eine verbesserte Steuerung, die sicher auch der Funktion eines Rudergängers näher kommt, berücksichtigt auch die Drehgeschwindigkeit $\dot{\psi}$:

$$\delta = -\gamma(\psi - \psi_0) - \sigma\dot{\psi}.$$

Für die Ruderlegegeschwindigkeit wird in beiden Fällen zunächst angenommen, daß sie so groß sein kann, daß der zuletzt genannte Ansatz immer erfüllbar ist.

2.2. Numerische Lösung der Bewegungsgleichungen.

Die Gleichung I für die Längsbewegung wird, wie unter Abschnitt 1.5.2. beschrieben, numerisch integriert.

Die veränderlichen Koeffizienten der Gleichungen II und III werden innerhalb der gleichen Zeitintervalle, für die Gleichung II gelöst wurde, konstant gehalten. Die Werte für U und \dot{U} bzw. für \dot{x}_0 und \ddot{x}_0 werden für die jeweilige Intervallmitte linear interpoliert. Die periodischen Koeffizienten

$$A m' \cos(\alpha x_0 - \omega t + \delta) \quad \text{und} \\ B m' \sin(\alpha x_0 - \omega t + \delta)$$

werden ebenfalls für die Intervallmitte berechnet. Auf diese Weise erhält man für jedes Intervall zwei gekoppelte lineare Differentialgleichungen:

$$\text{II.} \quad -f_1 \dot{\beta} + f_2 \beta + f_3 \dot{\psi} + f_4 \psi = f_5$$

$$\text{III.} \quad F_1 \ddot{\psi} + F_2 \dot{\psi} + F_3 \psi + F_4 \beta = f_5$$

Der Ruderwinkel δ ist bereits eliminiert worden. Die allgemeinen Lösungen lauten:

$$\psi = \sum_{n=1}^2 C_n e^{\lambda_n t} + C_0, \quad \dot{\psi} = \sum_{n=1}^2 C_n \lambda_n e^{\lambda_n t}, \quad \beta = \sum_{n=1}^2 D_n e^{\lambda_n t} + D_0$$

Die Anfangsbedingungen für das folgende Intervall ergeben sich aus den Lösungen für das Ende des vorhergehenden Intervalles für ψ , $\dot{\psi}$ und β , so daß diese drei Größen für die gesamte Rechnung stetige Funktionen bleiben.

Eine Kontrolle der Genauigkeit des Verfahrens besteht wiederum in einem Verändern der Schrittweite.

2.3. Untersuchung der Stabilität der Steuergleichungen bei konstanter Längsgeschwindigkeit.

Setzt man die Längsgeschwindigkeit konstant, so erhält man eine System linearer Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizienten.

$$\text{II. } g_1 \dot{\beta} + g_2 \beta + g_3 \dot{\psi} + g_4 \psi + \psi g_5 \cos(\omega_e t + \sigma) = g_6$$

$$\text{III. } G_1 \ddot{\psi} + G_2 \dot{\psi} + G_3 \psi + G_4 \beta + \psi G_5 \sin(\omega_e t + \sigma) = G_6$$

$$\omega_e = \omega - \alpha U \quad \text{Begegnungsfrequenz.}$$

Für den Fall ohne Ruderbetätigung ist das System homogen:

$$\text{II. } g_1 \dot{\beta} + g_2 \beta + g_3 \dot{\psi} + \psi g_4 \cos(\omega_e t + \sigma) = 0$$

$$\text{III. } G_1 \ddot{\psi} + G_2 \dot{\psi} + G_3 \psi + \psi G_4 \sin(\omega_e t + \sigma) = 0 ;$$

$$\begin{array}{ll} g_1 = -m'_y U & G_1 = n'_z L \\ g_2 = -y'_z \frac{U^2}{L} & G_2 = -N'_r U \\ g_3 = (m'_l - y'_r) U & G_3 = N'_s \frac{U^2}{L} \gamma \\ g_4 = -y'_s \frac{U^2}{L} \gamma & G_4 = -N'_p \frac{U^2}{L} \\ g_5 = A m' & G_5 = -B m' \\ g_6 = -y'_s \frac{U^2}{L} \psi_0 \gamma & G_6 = N'_s \frac{U^2}{L} \psi_0 \gamma \end{array}$$

Zur Untersuchung der Stabilität der Steuergleichungen genügt es, auch in dem Falle mit Ruderbetätigung, nur die Stabilität des homogenen Teiles der Gleichungen zu untersuchen, da nur von diesen ein instabiler Anteil der Lösungen kommen kann. [4]

Der homogene Teil der Gleichungen II und III soll in Differentialgleichungen 1. Ordnung zurückgeführt werden. Daher wird substituiert:

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{pmatrix} \\ \dot{\psi}(t) &= \begin{pmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{pmatrix} = \dot{z}(t) \quad ; \end{aligned}$$

das führt auf das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dots \\ G_1 \dot{z}_2 &= -(G_3 + G_5 \sin(\alpha x_0 - \omega t + \sigma)) z_1 - G_2 z_2 - G_4 z_3 \\ g_1 \dot{z}_3 &= -(g_3 + g_5 \cos(\alpha x_0 - \omega t + \sigma)) z_1 - g_2 z_2 - g_4 z_3 \end{aligned}$$

es hat die Form

$$\dot{z}(t) = A(t) z(t)$$

mit der periodischen Matrix $A(t) = A(t+T)$

wobei $T = 2\pi/\omega$

3 der möglichen Lösungsvektoren ergeben eine Fundamentalmatrix:

$$Z(t) = (z_1(t), z_2(t), z_3(t)) = \begin{pmatrix} z_{11}(t) & z_{12}(t) & z_{13}(t) \\ z_{21}(t) & z_{22}(t) & z_{23}(t) \\ z_{31}(t) & z_{32}(t) & z_{33}(t) \end{pmatrix} ;$$

somit kann auch das Gleichungssystem in folgender Form geschrieben werden:

$$\dot{Z}(t) = A(t) \cdot Z(t)$$

Die allgemeine Lösung läßt sich in folgender Form angeben:

$$Z(t) = C(t) e^{Bt}$$

Worin $C(t)$ eine T-periodische und

B eine konstante Matrix ist.

Nach einer Periode lautet die Lösung:

$$Z(t+T) = C(t+T) e^{B(t+T)}$$

da

$$C(t+T) = C(t)$$

ist

$$Z(t+T) = C(t) e^{Bt} e^{BT}$$

Die konstante Matrix $U = e^{BT}$ wird Übergangsmatrix genannt.

Die Lösung nach einer Periode lautet:

$$Z(t+T) = Z(t) \cdot U ;$$

oder für q Perioden:

$$Z(t+qT) = Z(t) \cdot U^q$$

Die Lösung für $Z(t)$ bleibt nur dann beschränkt, d.h. das System ist nur dann stabil, wenn

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U^t = 0$$

Dies ist nur der Fall, wenn die charakteristischen Zahlen der Übergangsmatrix $k = 1$ sind (komplexe Zahlen eingeschlossen). Die Bestimmungsgleichung für die charakteristischen Zahlen lautet:

$$\det(U - kE) = 0 \quad E = \text{Einheitsmatrix.}$$

(In diesem Fall einer 3-reihigen Matrix U erhält man eine kubische Gleichung für k .)

Die Übergangsmatrix kann man auf folgende Weise numerisch berechnen:

Mit den Spalten der Einheitsmatrix als jeweilige Anfangsbedingungen für z

$$z_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

wird das System numerisch über eine Periode T integriert.

Die Matrix der Lösungen für Z ist dann die Übergangsmatrix U .

2.4. Untersuchung der Kursstabilität für ein Beispiel.

Untersucht wird ein Schiff, das im glatten Wasser kursstabil ist.

Die hydrodynamischen Koeffizienten werden für das Schiff C der Veröffentlichung von Schiff&Gimprich [5] entnommen:

$$m' = 0.074$$

$$m_y' = 0.142$$

$$n_z' = 0.0085$$

$$y_{\beta}' = 0.256$$

$$y_r' = 0.009$$

$$y_{\delta}' = 0.0312$$

$$N_{\beta}' = 0.092$$

$$N_r' = -0.032$$

$$N_{\delta}' = 0.0143$$

Die Rechnung wird für eine Schiffslänge $L = 109$ m und eine Geschwindigkeit von $U = 9.5$ m/s ($FR = 0.29$) durchgeführt.

Der Seegang ist gekennzeichnet durch $\lambda/L = 1$ ($\omega = 0.75 \text{ s}^{-1}$), die Wellensteilheit \bar{h}/λ wird zwischen 0 und $1/20$ variiert.

Ergebnisse:

a) Ohne Ruderbetätigung.

Das Gleichungssystem ist in diesem Falle homogen. Die triviale Lösung $\mathbf{x}(t) = 0$, d.h. $\psi, \dot{\psi}, \beta = 0$, bedeutet, daß das Schiff sich in die Laufrichtung des Seeganges einschwingt und dort verharret. Eine nicht-triviale und zugleich instabile Lösung tritt ein, wenn die charakteristische Zahl der Übergangsmatrix $k > 1$ ist. Eine Auftragung der charakteristischen Zahl k über der Wellensteilheit \bar{h}/λ zeigt, daß das Schiff bei einer Steilheit $\bar{h}/\lambda = 0.047$ ($1/21$) kursunabähil wird.

Für den Fall $\bar{h}/\lambda = 0$, d.h. Fahrt im glatten Wasser, stimmen die Ergebnisse für k mit dem von Schiff & Gimprich [5] berechneten Exponenten q überein, wenn man die Beziehungen

$$k = e^{-q'L} \quad \text{mit} \quad q' = q \frac{U}{L}$$

berücksichtigt.

Der Verlauf des Gierwinkels über der Zeit für einen stabilen und einen instabilen Fall ist in Diagramm 13 aufgetragen.

b) Mit einer dem Gierwinkel proportionalen Steuerung.

Für einen größer werdenden Proportionalitätsfaktor wird das Schiff schon bei weniger steilen Wellen kursunstabil (Diagramm 12)

für $\gamma = 0.5$ bei $\bar{h}/\lambda = 0.0325$ (1/31)

für $\gamma = 1$ bei $\bar{h}/\lambda = 0.022$ (1/45).

Diese Erscheinung widerspricht zunächst der Erwartung. Sie ist aber darauf zurückzuführen, daß durch die Steuerung in den Bewegungsgleichungen ein Rückstellglied auftaucht, wodurch das Schiff gegenüber dem Fall ohne Ruder in stärkerem Maße schwingungsfähig wird.

Dadurch kann es durch die periodischen Seegangskräfte besser in Gierschwingungen versetzt werden. Zur Veranschaulichung dieses Ergebnisses wird in Diagramm 13 der Verlauf des Gierwinkels über der Zeit für ein Schiff, dessen Steuerung einen Winkel von $\psi_0 = 5^\circ$

gegen die Laufrichtung der See einhalten soll, gezeigt:

Für $\gamma = 0.5$ schwankt der Gierwinkel um den Mittelwert $\bar{\psi} \approx 3.8^\circ$ (der tatsächliche Kurs weicht also bei einer derartigen Steuerung vom Sollkurs ab).

Für $\gamma = 1$ wachsen die Amplituden der Gierbewegung ständig an, die Bewegung ist instabil.

c) Mit einer dem Gierwinkel und der Drehgeschwindigkeit proportionalen Steuerung.

Für einen Proportionalitätsfaktor $\sigma = 11$ (d.h.

$\sigma' = \sigma \frac{H}{L} \approx 1$) wird für $\gamma = 0.5$ und 1 das Schiff erst bei wesentlich höheren Wellen kursunstabil (Diagramm 12).

Im Gegensatz zu der einfachen winkelproportionalen Steuerung (Fall b) hat die Steuerung mit einem drehgeschwindigkeitsproportionalen Glied einen stabilisierenden Einfluß auf die Gierbewegung des Schiffes im Seegang.

Für die kleinere Geschwindigkeit $v = 5 \text{ m/s}$ ($Fr = 0.153$) wird der Wert k in dem hier betrachteten Bereich der Wellensteilheiten in keinem Fall größer 1, d.h. das Schiff bleibt in allen Fällen kursstabil.

Zusammenfassung.

Um das Kursverhalten des Schiffes im achterlichen Seegang unter Berücksichtigung der Geschwindigkeitsschwankungen untersuchen zu können, war es zunächst notwendig, einen möglichst vollständigen Überblick über die Längsbewegung selbst zu gewinnen. Aus diesem Grunde wurde im ersten Teil der Arbeit die Gleichung für die Längsbewegung mit Hilfe verschiedener Methoden gelöst, und die Ergebnisse wurden miteinander verglichen. Im regelmäßigen Seegang können verschiedene Arten der Längsbewegung auftreten:

Bei mäßiger Wellensteilheit und Schiffsgeschwindigkeit wird das Schiff laufend von den Wellen überholt. Es führt dabei eine Längsschwingung aus, die zur Folge hat, daß sich das Schiff länger auf dem Wellenberg als im Wellental befindet.

Der Mittelwert der Geschwindigkeitsschwankung liegt über der Geschwindigkeit im glatten Wasser. In den Diagrammen 6 und 7 sind für verschiedene Wellenlängen und Wellensteilheiten die Werte für die Geschwindigkeitsschwankungen und die mittlere Geschwindigkeitserhöhung aufgetragen worden.

Bei zunehmender Wellensteilheit oder Geschwindigkeit kann der Höchstwert der Schwankung gleich der Wellengeschwindigkeit werden. In diesem Fall wird das Schiff von der betreffenden Welle mitgenommen wer(s. Diagramm 4). Das Schiff verharret dann auf der in Fahrtrichtung geneigten Wellenflanke in der Nähe des Wellentales. Für verschiedene Wellensteilheiten kann man die Geschwindigkeit, bei der dieser Vorgang eintritt, aus dem Diagramm 5 entnehmen. Hat das Schiff einmal den Zustand des 'Mitgenommen-Werdens' erreicht, so kann der Propellerschub reduziert werden, und zwar soweit, bis die zu dem Schub gehörende Glattwassergeschwindigkeit einem bestimmten Mindestwert entspricht.

Liegt die Glattwassergeschwindigkeit über der Wellengeschwindigkeit, so verharret das Schiff auf der hemmenden Wellenflanke. Bei einer weiteren Vergrößerung des Schubes überholt das Schiff

dann die Wellen und wird durch sie gehemmt.

Um auch über die Längsbewegung im unregelmäßigen Seegang eine Aussage machen zu können, wurde die Bewegung für einen Seegang berechnet, der durch die Überlagerung einer Anzahl harmonischer Komponenten simuliert wurde.

Die für den regelmäßigen Seegang gefundenen Bewegungsmöglichkeiten treten hier nur kurzzeitig auf. Wie man dem Diagramm 10 entnehmen kann, steigt die statistische gewonnene mittlere Geschwindigkeitserhöhung mit zunehmender Glattwassergeschwindigkeit stark an, um später wieder abzufallen. Das Schiff wird also in einem bestimmten Geschwindigkeitsbereich häufig von den Wellen mitgenommen.

Im zweiten Teil der Arbeit wurden zunächst die Bgleichungen für die Gier- und Querbewegung unter Berücksichtigung der Längsbewegung aufgestellt. Als erster Schritt zur Beschreibung des Kursverhaltens des Schiffes wurden die Gleichungen unter Voraussetzung konstanter Längsgeschwindigkeit gelöst.

Da in dem Ansatz der Bewegungsgleichungen berücksichtigt worden war, daß die Seegangskräfte von dem Gierwinkel des Schiffes abhängig sind, ändert sich die Kursstabilität im Seegang gegenüber der Kursstabilität bei Fahrt im glatten Wasser, ein Effekt, der bei den Ansätzen von Rydill [7] und Eda & Crane nicht auftritt.

Ähnlich wie bei Schiff & Gimprich [5] für die Fahrt im glatten Wasser kann auch bei Fahrt im Seegang ein Stabilitätsindex angegeben werden. In dem Diagramm 12 wurde dieser Stabilitätsindex für ein bestimmtes Schiff für Wellen verschiedener Steilheiten aufgetragen. Es zeigte sich, daß das im glatten Wasser kursstabile Schiff im Seegang kursunstabil werden kann. Die Kursstabilität kann durch eine Steuerautomatik nur dann verbessert werden, wenn sie ein der Drehgeschwindigkeit proportionales Glied enthält. Wie bei diesem Beispiel ebenfalls gezeigt werden konnte, erhöht sich die Kursstabilität wesentlich durch eine Reduktion der Geschwindigkeit.

Da eine vollständige Lösung des Problems gleichzeitig mindestens die drei Bewegungen - Längs-, Quer- und Gierbewegung geneinschließen muß, da diese wiederum in komplizierter Weise von dem Seegang, den hydrodynamischen Eigenschaften des Schiffes, der Geschwindigkeit, der Ruderbetätigung und anderen Einflußgrößen abhängen, konnte das gesteckte Ziel nicht vollständig erreicht werden. Jedoch wurden einige Fortschritte erzielt.

Das zeigt am deutlichsten der Nachweis, daß ein im glatten Wasser kursstabiles Schiff im Seegang kursunstabil werden kann, was man jedoch durch geeignete Auslegung der Steuerautomatik weitgehend verhindern kann.

Die Aufgabe sollte weiter behandelt werden. Die erarbeiteten Rechenprogramme können dazu benutzt werden, dem Einfluß der verschiedenen, oben erwähnten Parameter nachzugehen. Die Methode muß erweitert werden, um

- a) die Kopplung der Längs-, Quer- und Gierbewegung vollständig zu erfassen und um
- b) auch Aussagen über das Steuern im unregelmäßigen Seegang machen zu können.

Vermutlich ergeben sich nach einer weitergehenden Annäherung an das gesteckte Ziel neue Ausblicke auf die Probleme der Sicherheit des Schiffes im Seegang.

Nomenklatur:

Koordinaten:

x, y, z	schiffsfestes Koordinatensystem .
x_0, y_0, z_0	ortsfestes Koordinatensystem .
x_{01}	Koordinate, deren Ursprung mit konstanter Geschwindigkeit v in x -Richtung bewegt wird.
x_{02}	Koordinate, deren Ursprung mit konstanter Geschwindigkeit $v + \Delta v$ bewegt wird.
ξ	Koordinate in x -Richtung, deren Ursprung mit Wellengeschwindigkeit c bewegt wird.
ψ	Winkel zwischen Fortschrittsrichtung des 2-dimensionalen Seeganges und der Schiffslängsachse.
β	Winkel zwischen Bewegungsrichtung des Schiffes und der Schiffslängsachse.
δ	Ruderwinkel .

m	Schiffsmasse.
N	Dämpfungskoeffizient der Längsbewegung.
Y'_x, Y'_y, Y'_z	dimensionslose Koeffizienten der hydrodynamischen Querkräfte.
N'_x, N'_y, N'_z	dimensionslose Koeffizienten der hydrodynamischen Momente.
m'_y	dimensionslose Schiffsmasse, einschließlich hydrodynamischer Masse in y-Richtung.
n'_z	dimensionsloses Trägheitsmoment der Schiffsmasse, einschließlich hydrodynamisches Massenträgheitsmoment.
L	Schiffslänge.
v	Schiffsgeschwindigkeit im glatten Wasser.
Δv	mittlere Geschwindigkeitserhöhung im Seegang.
U	Schiffsgeschwindigkeit in beliebiger Richtung mit den Komponenten u, v in x- und y-Richtung.
r	Drehgeschwindigkeit.
ψ_0	Kurswinkel, der mit Hilfe der automatischen Steueranlage eingehalten werden soll.
γ, δ	Proportionalitätsfaktoren der automatischen Steueranlage.
\bar{h}	Wellenamplitude einer regelmäßigen Welle.
λ	Wellenlänge einer regelmäßigen Welle.
ω	Kreisfrequenz.
ω_2	Begegnungsfrequenz.
α	Wellenzahl.
c	Wellengeschwindigkeit.
$S(\omega)$	Seegangsspektrum.
m_0	Fläche unter dem Seegangsspektrum.
σ	Zufallsphasenwinkel der Seegangskomponenten.
F_{xx}, F_{yy}, F_{zz}	Amplituden der hydrodynamischen Längskraft, Querkraft und des Giermomentes im regelmäßigen Seegang.
f_{xx}, f_{yy}, f_{zz}	$(\frac{A}{L})$ dimensionslose Koeffizienten der Kräfte F_{xx}, F_{yy}, F_{zz} .
A, B	Amplituden der durch die Masse m dividierten Seegangskraft bzw. Moment.

Literatur:

- [1] Grim, O.; 1951: Das Schiff in von achtern auflaufender See.
Jahrb. der Schiffbautechnischen Gesellschaft
45.
- [2] Klotter, K., 1951: Technische Schwingungslehre.
Springer-Verlag, Berlin.
- [3] Grim, O., 1963: Surging motions and Broaching Tendencies
in a Severe Irregular Sea.
Deutsche Hydrographische Zeitschrift, Bd. 16,
Heft 5.
- [4] Collatz, L., 1960: Differentialgleichungen für Ingenieure.
Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart.
- [5] Schiff, L. and Gimprich, M., 1959: Automatic Steering of
Ships by Proportional Control.
Trans. SNAME Vol. 57.
- [6] Du Cane, P. and Goodrich, G.J.; 1962: The Following Sea,
Broaching and Surging.
Roy. Inst. Nav. Arch. Quart. Trans. April,
Vol. 104.
- [7] Rydill, L.J., 1959: A Linear Theory for the Steered Motion
of Ships in Waves.
TINA Vol. 101.
- [8] Eda, H. and Crane, C.L., 1965: Steering Characteristics
of Ships in Calm Water and in Waves.
Trans. SNAME Vol. 73.

$v = 11 \frac{m}{s}$ nichtlinearer Fall

2. Lösungsart

$v = 10 \frac{m}{s}$ nichtlinearer Fall

1. Lösungsart

$$\Delta v = 5,6 \frac{m}{s}$$

$$\dot{x}_{01 \max} = 4,9 \frac{m}{s}$$

t

$$\Delta v = 15 \frac{m}{s}$$

Ergebnisse der Analogrechnung
für regelm. Seegang mit

$$A = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$\omega = 0,6 \frac{1}{s}$$

$$N = 0,1 \frac{1}{s}$$

Diagr. 2

$v = 11,05 \frac{m}{s}$ linearer Fall

$v = 10,2 \frac{m}{s}$ linearer Fall

t

$$2 \cdot \bar{x}_{01} = 9,3 \frac{m}{s}$$

$$T_{el} = 32,4 s$$

Geschw. (1 inch $\hat{=} 4 \frac{m}{s}$)

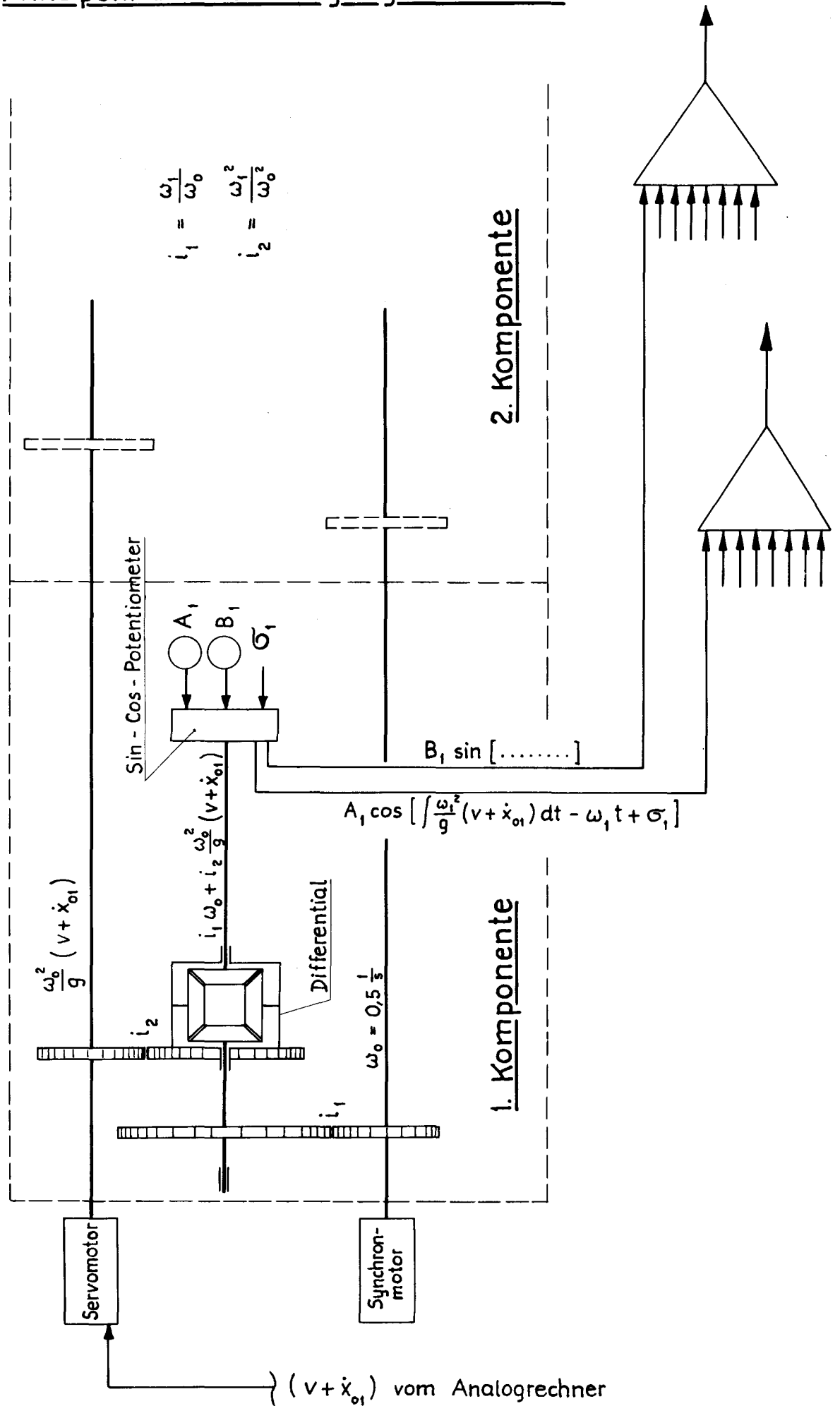
$$2 \cdot \bar{x}_{01} = 8,0 \frac{m}{s}$$

$$T_{el} = 27,8 s$$

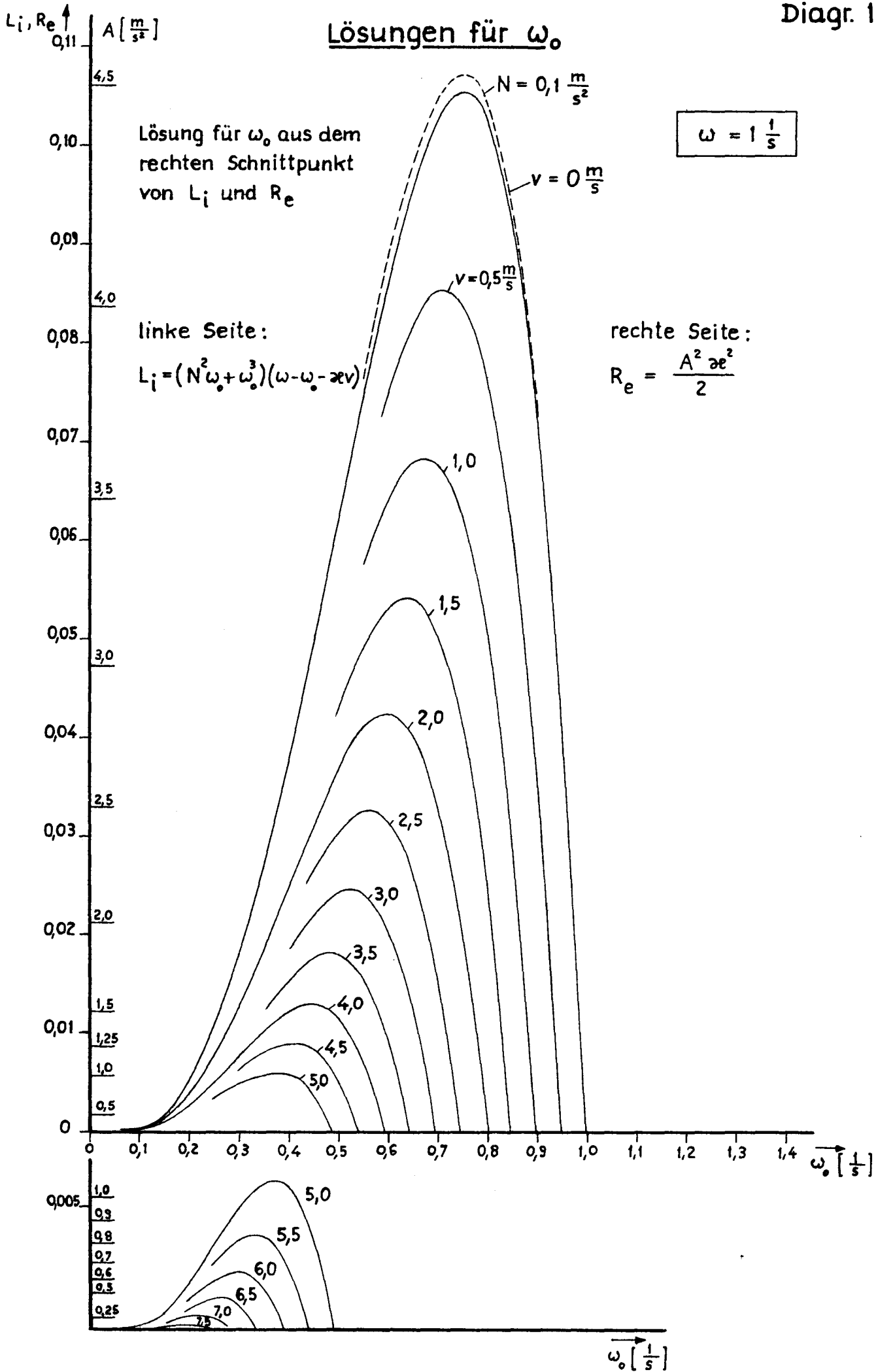
Zeit (1 inch $\hat{=} 30 s$)

Maßstab:

Prinzipskizze des Seegangssimulators

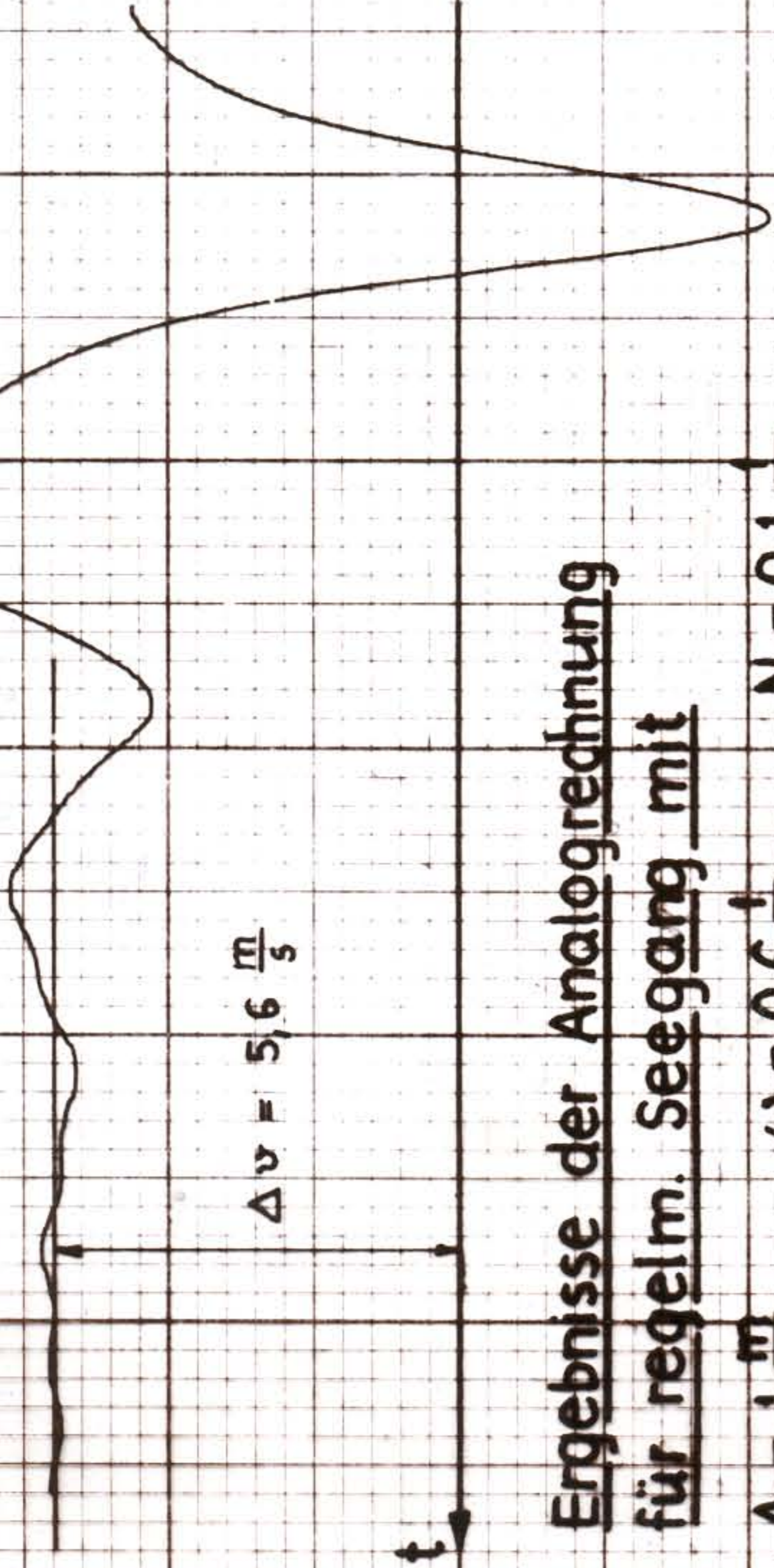


Lösungen für ω_0



$v = 11 \frac{m}{s}$ nichtlinearer Fall

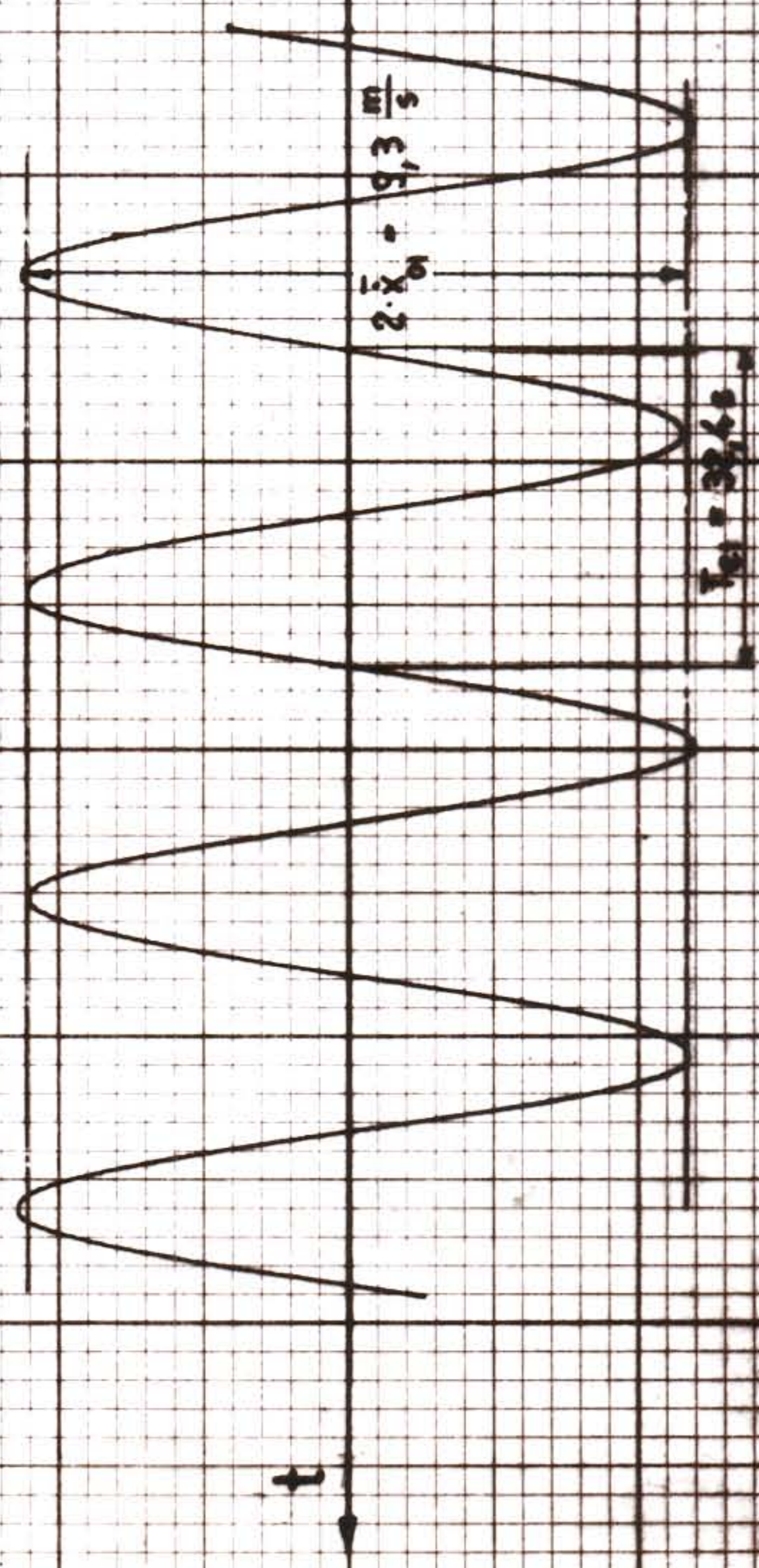
2. Lösungsart



Ergebnisse der Analogrechnung
für regelm. Seegang mit

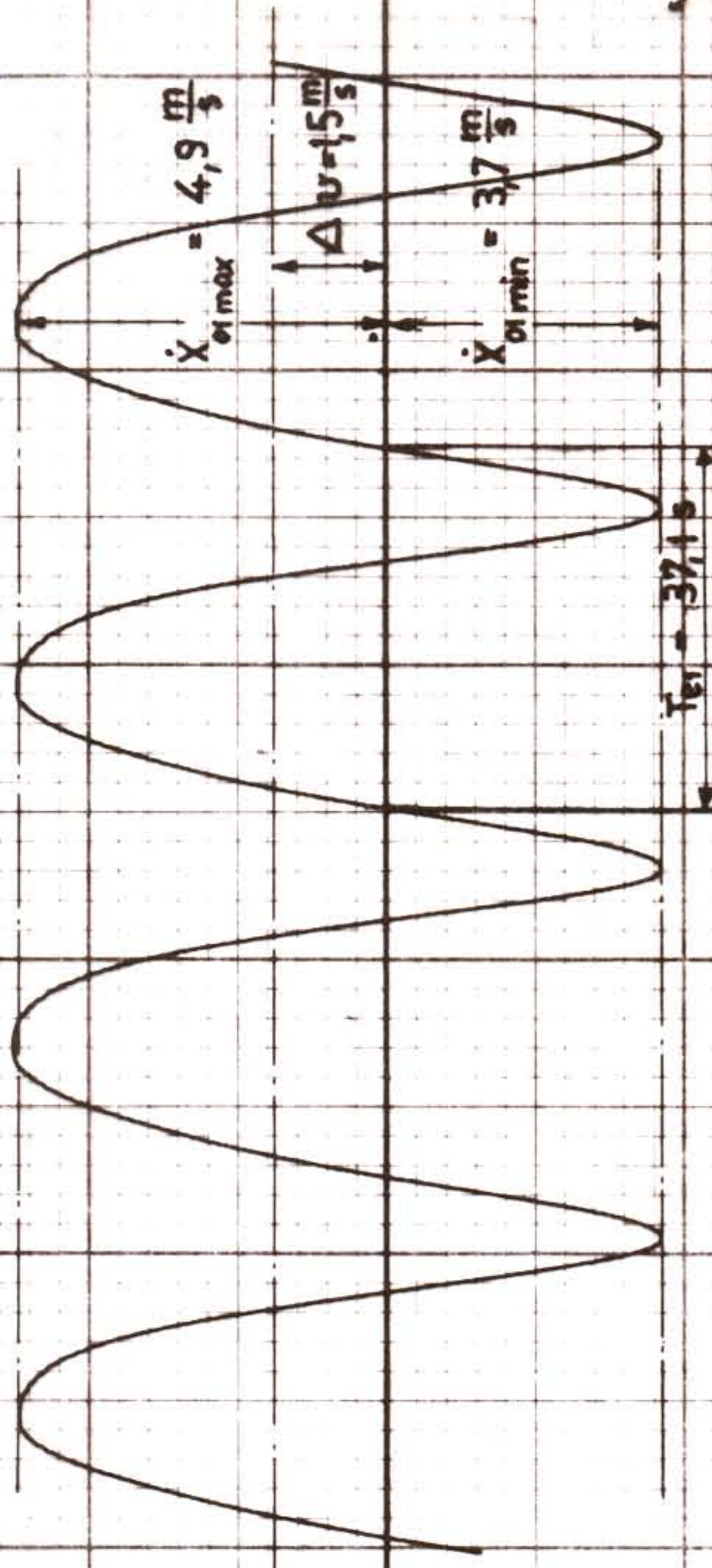
$$A = 1 \frac{m}{s^2} \quad \omega = 0,6 \frac{1}{s} \quad N = 0,1 \frac{1}{s}$$

$v = 11,05 \frac{m}{s}$ linearer Fall

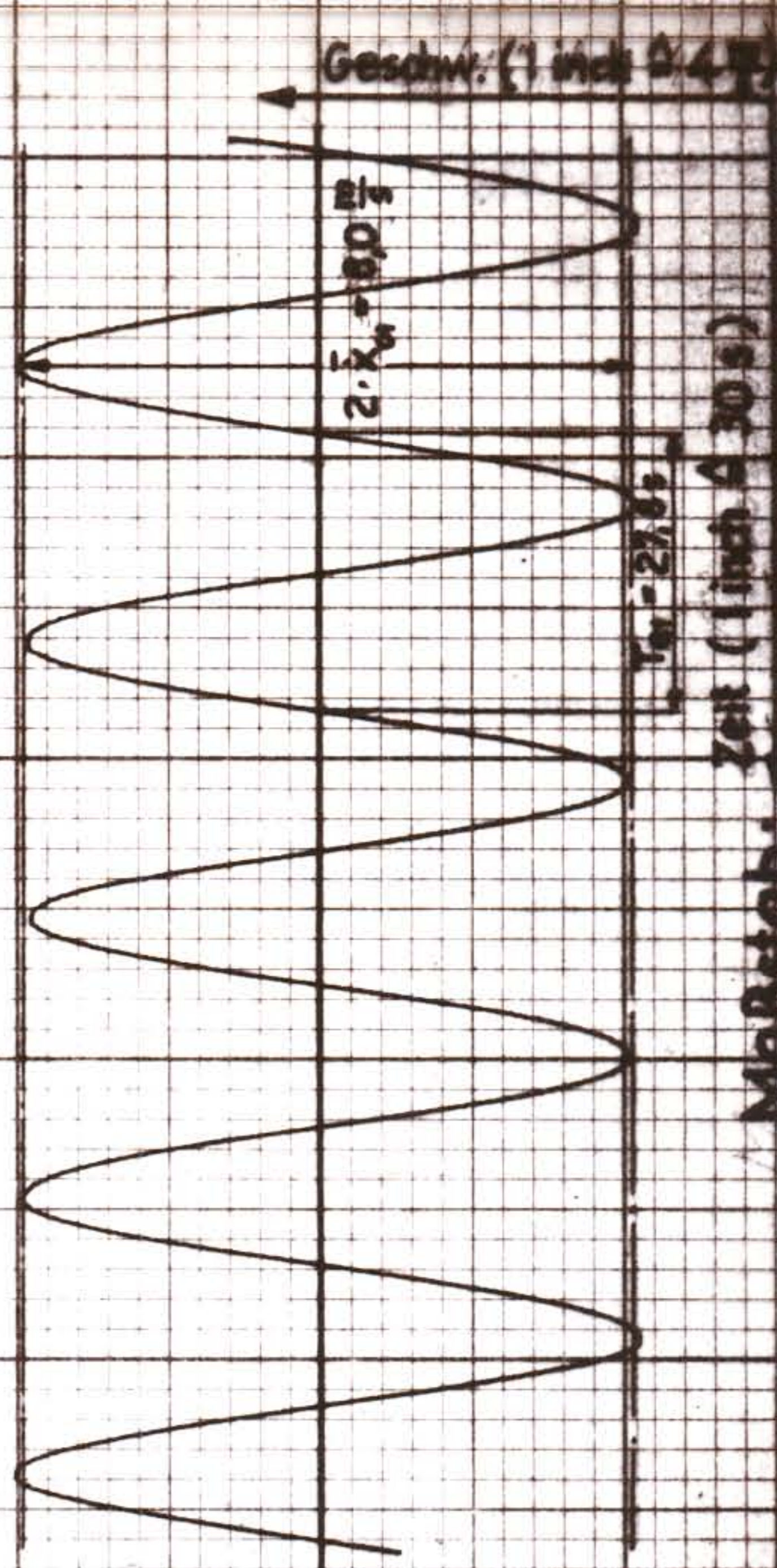


$v = 10 \frac{m}{s}$ nichtlinearer Fall

1. Lösungsart



$v = 10,2 \frac{m}{s}$ linearer Fall



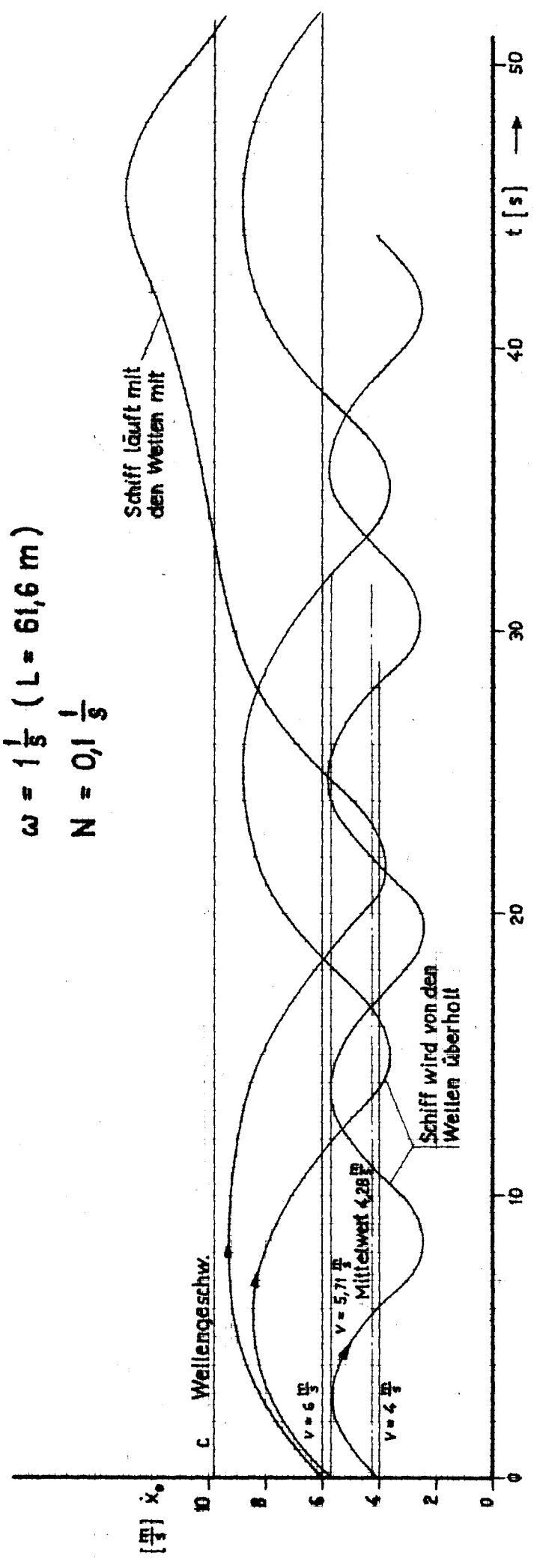
Maßstab: Zeit (1 inch = 30 s)

Geschwindigkeitsverlauf über der Zeit

für regelm. Seegang $A = 1 \frac{m}{s}$ ($\frac{\lambda}{T} = 1$; $\frac{\lambda}{\lambda} = \frac{1}{20}$)

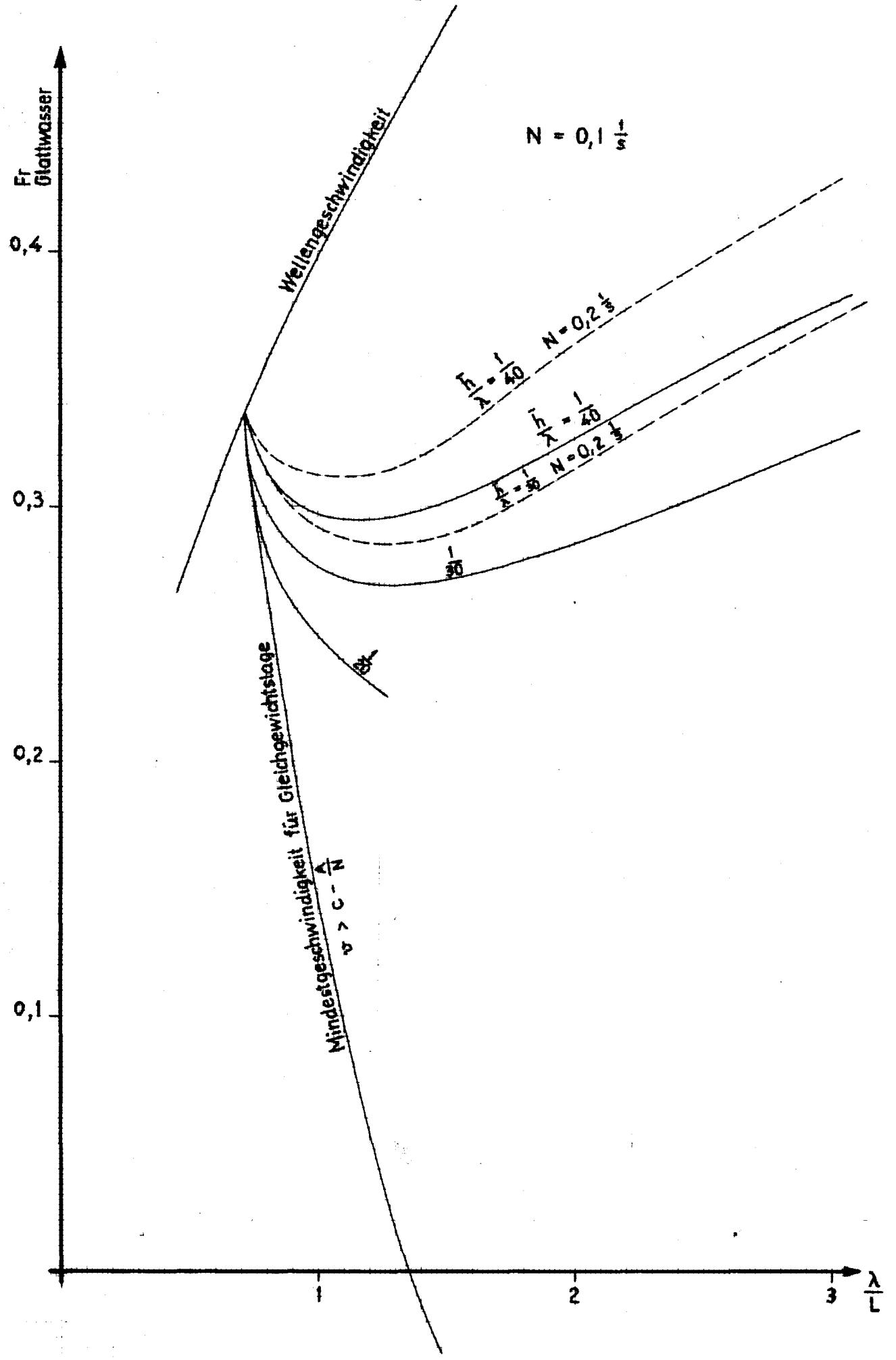
$\omega = 1 \frac{1}{s}$ ($L = 61,6 \text{ m}$)

$N = 0,1 \frac{1}{s}$

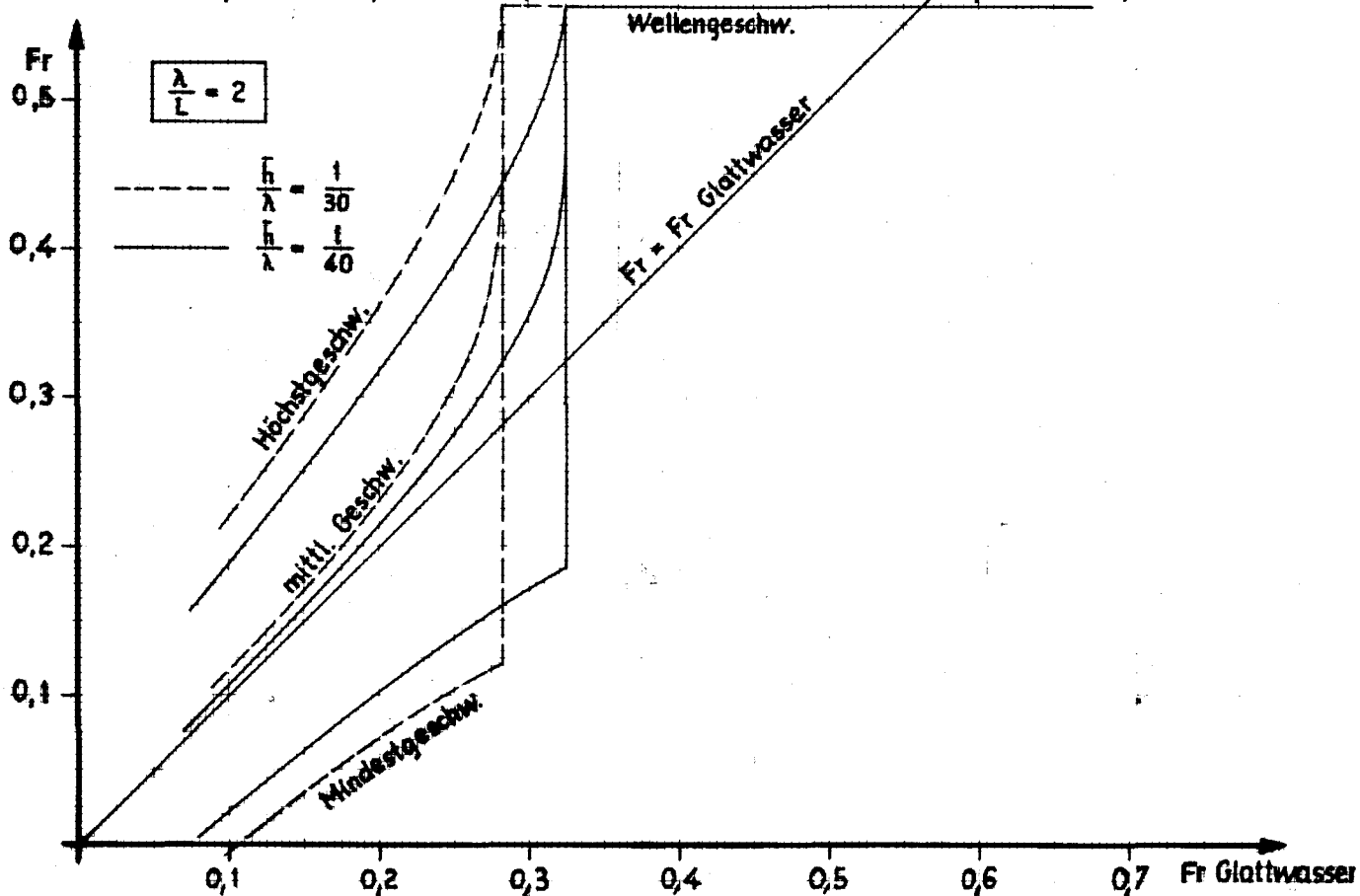
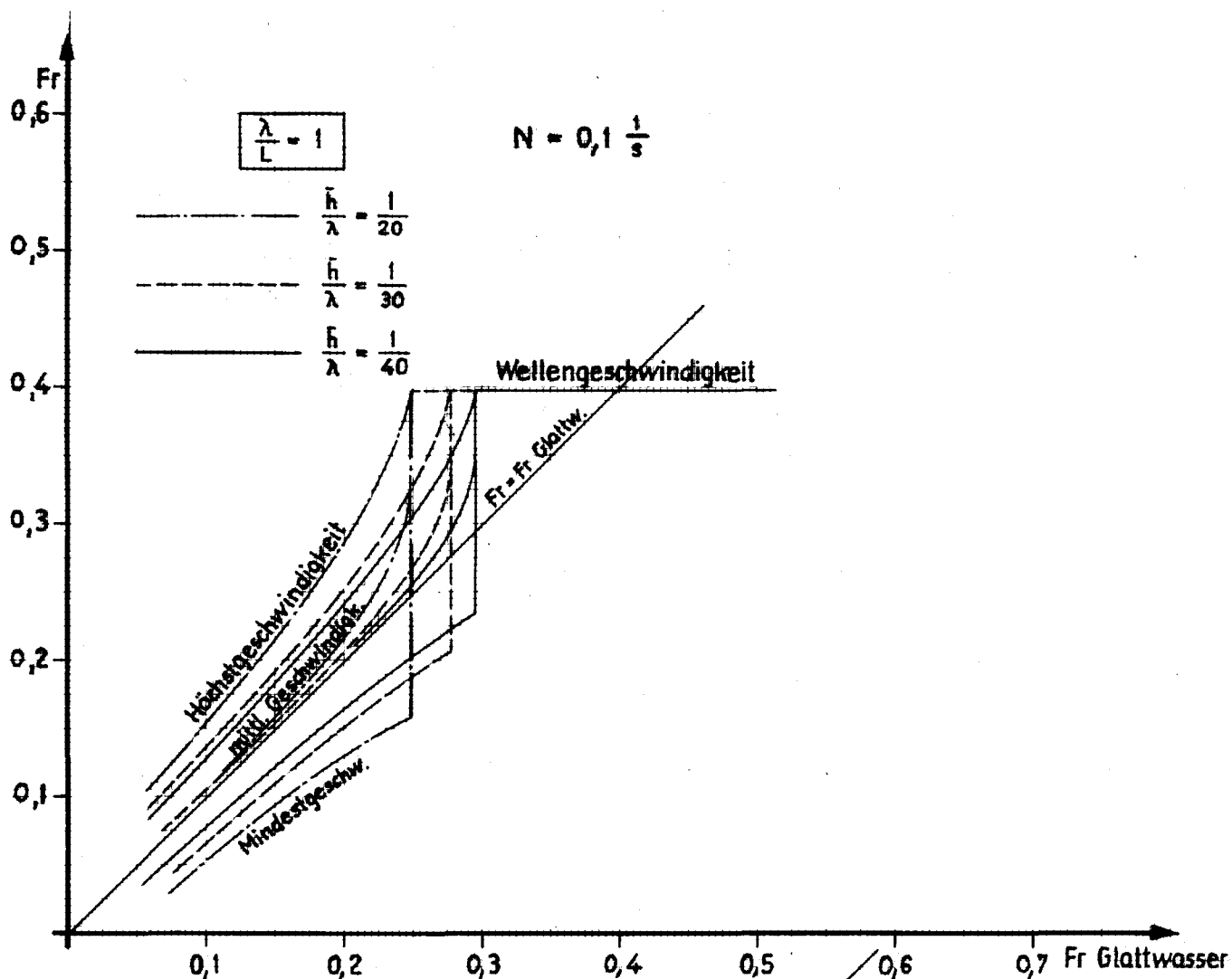


Grenzen für „Mitgenommen-Werden“

Diagr. 5

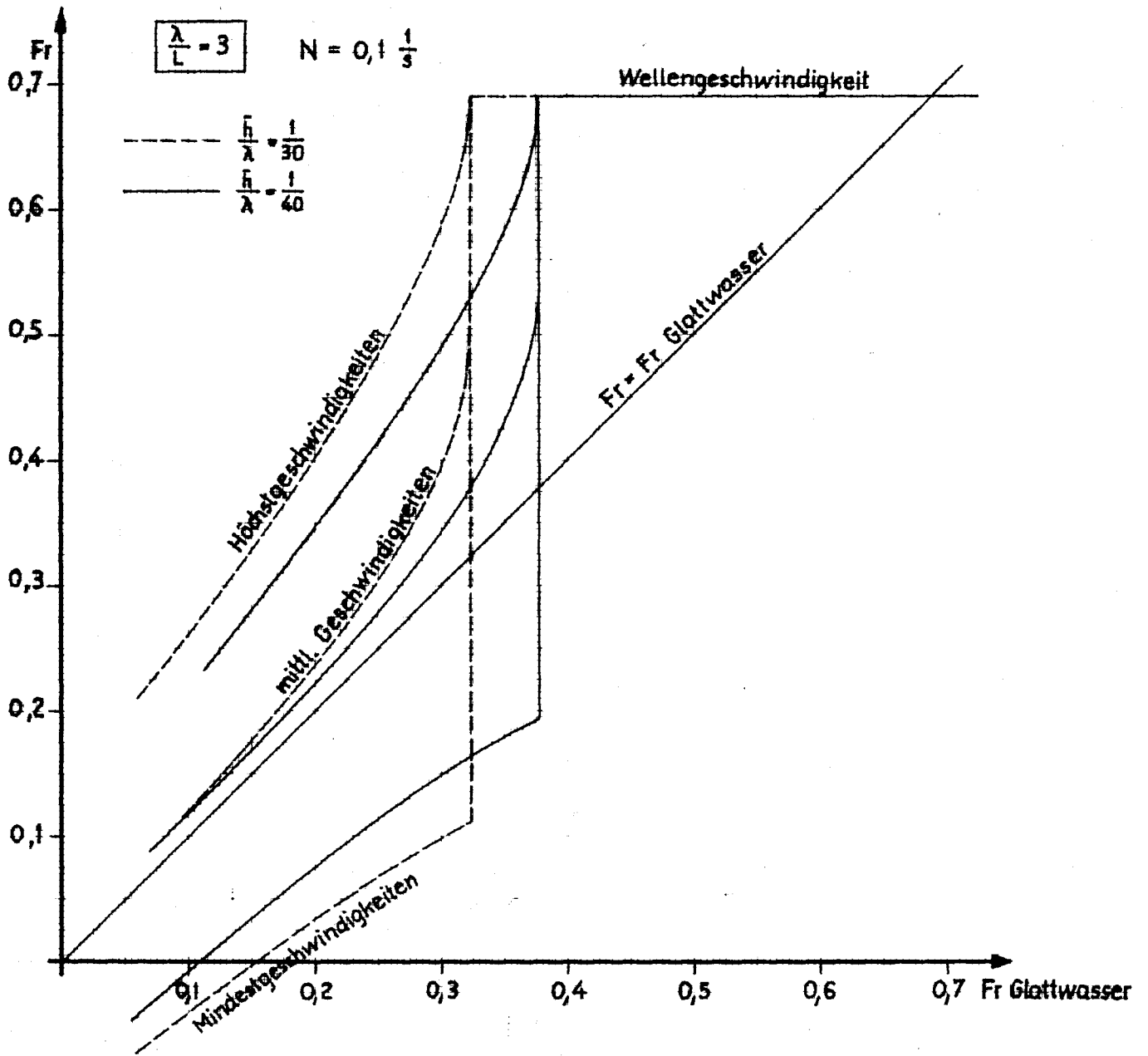


Geschwindigkeiten im regelmäßigen Seegang

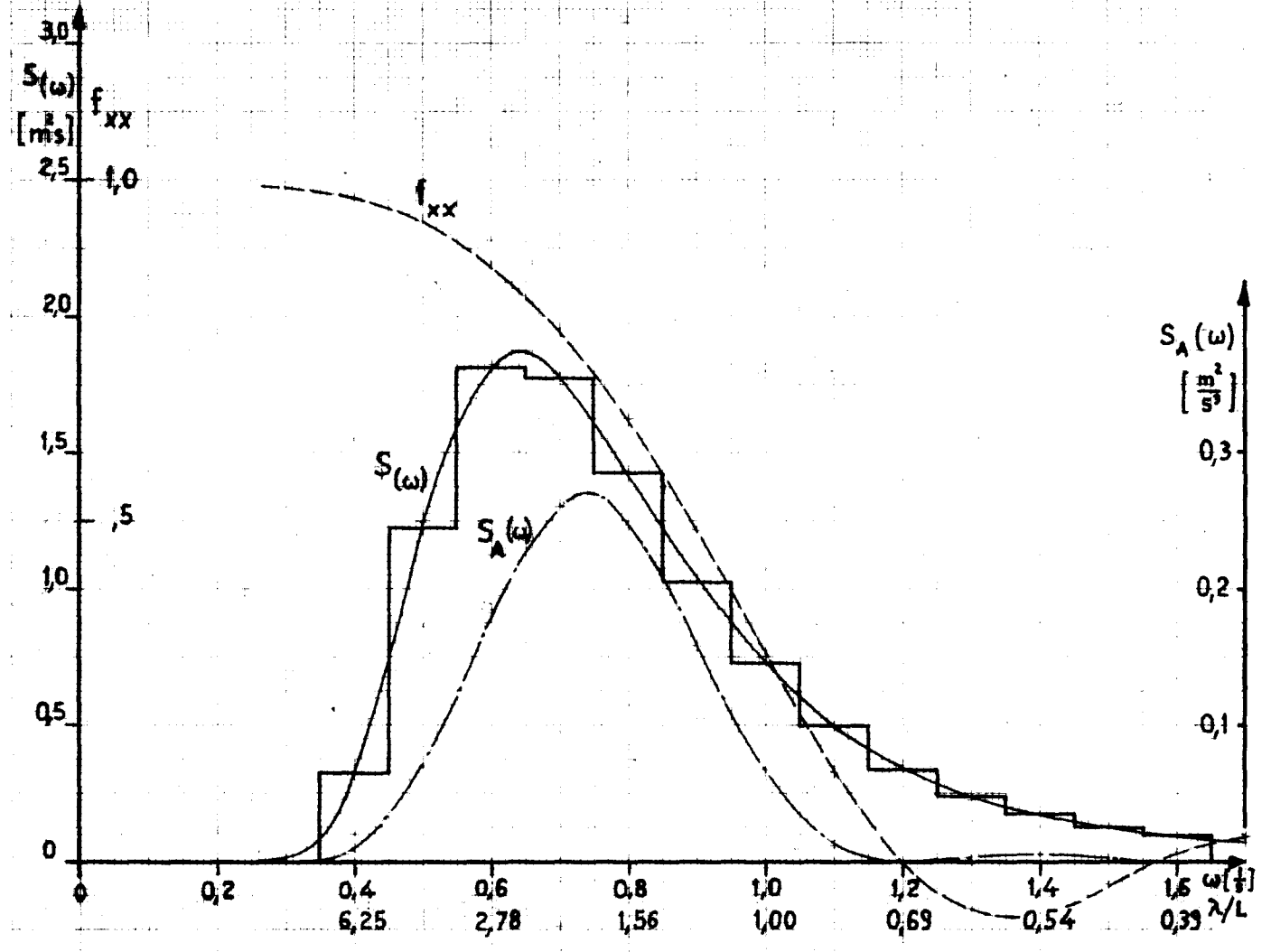


Geschwindigkeiten im regelmäßigen Seegang

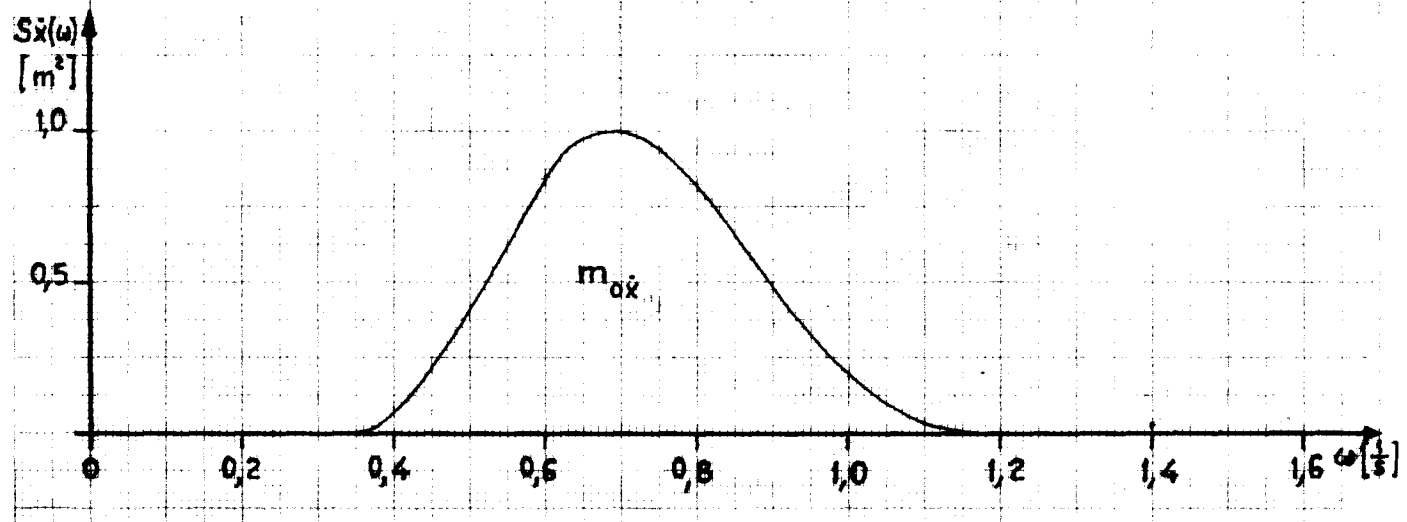
Diagr. 7



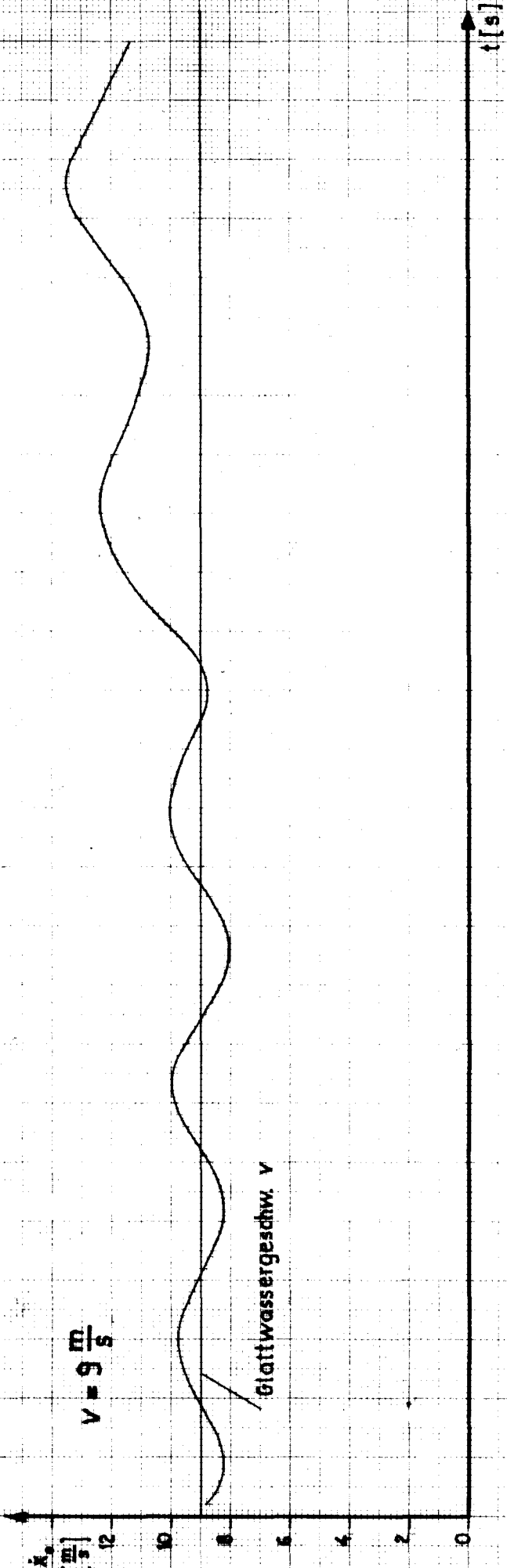
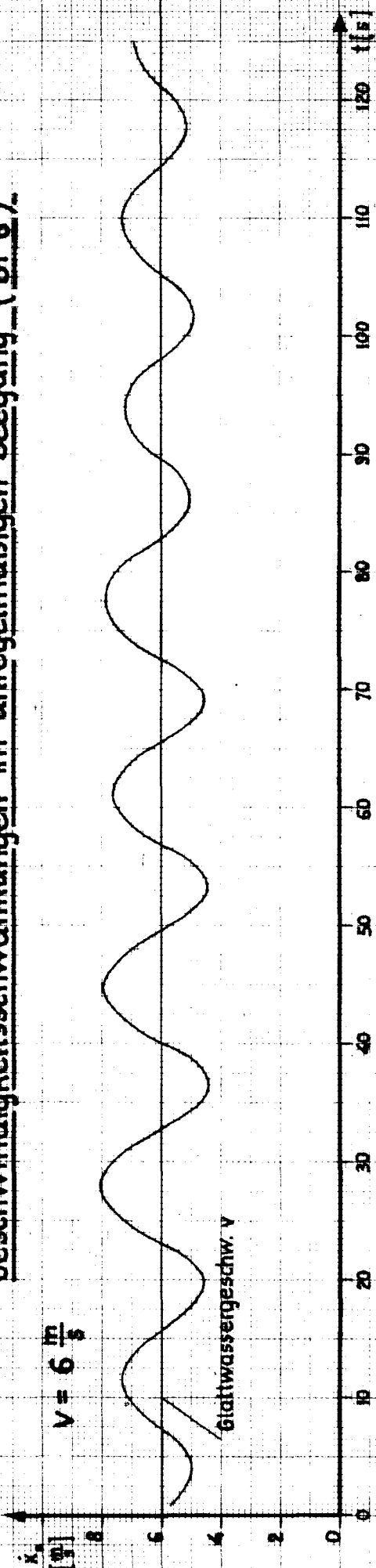
Seegangsspektrum für Bf 6 ($12,6 \frac{m}{s}$) und Spektrum der Längsbeschleunigung für ein Schiff mit $L = 61,6 m$



Spektrum der Längsgeschwindigkeit für Bf 6 berechnet nach der linearen Bewegungsgleichung

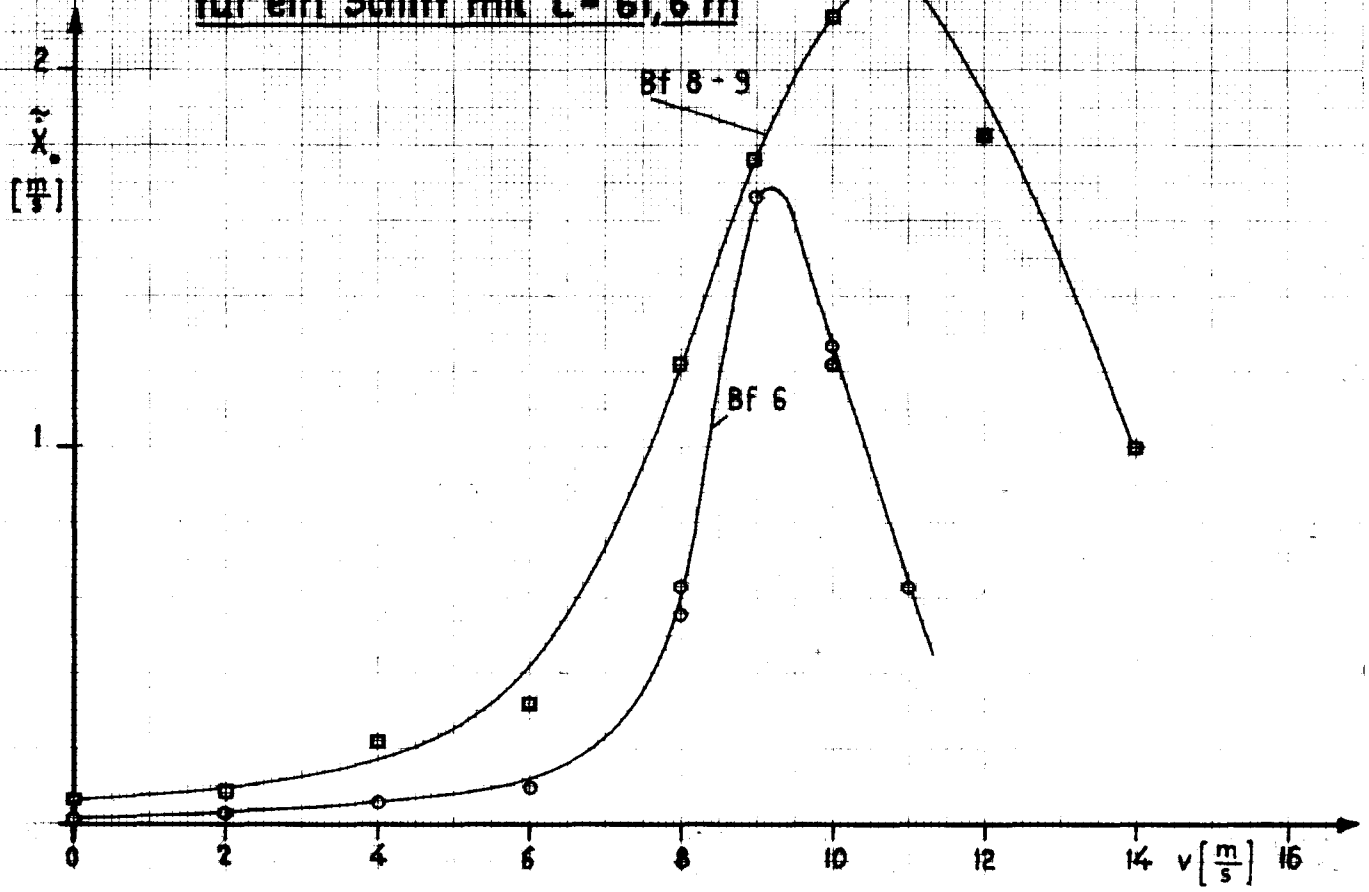


Geschwindigkeitsschwankungen im unregelmäßigen Seegang (Bf 6).

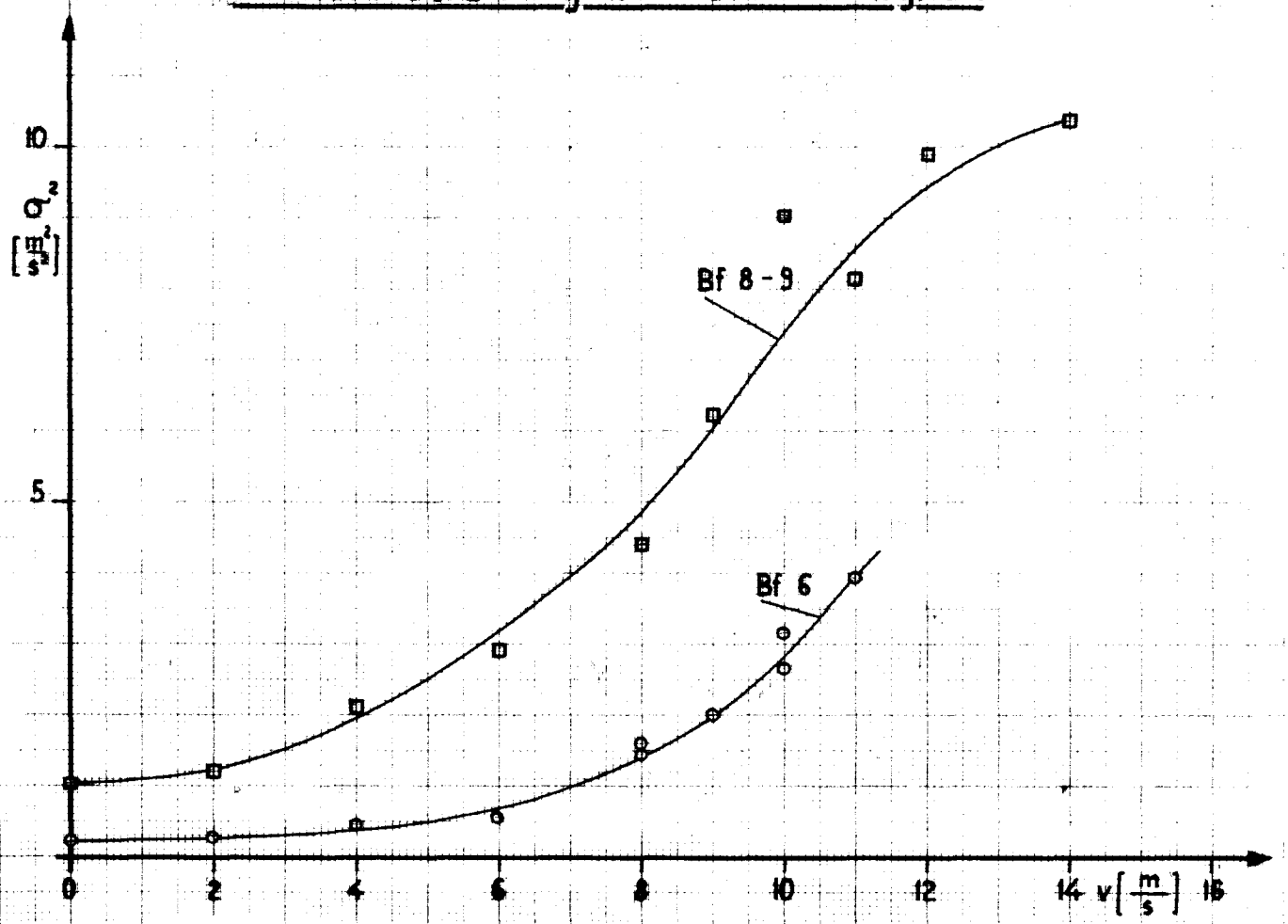


Mittlere Geschwindigkeitserhöhung
für ein Schiff mit $L = 61,6$ m

Diagr. 10

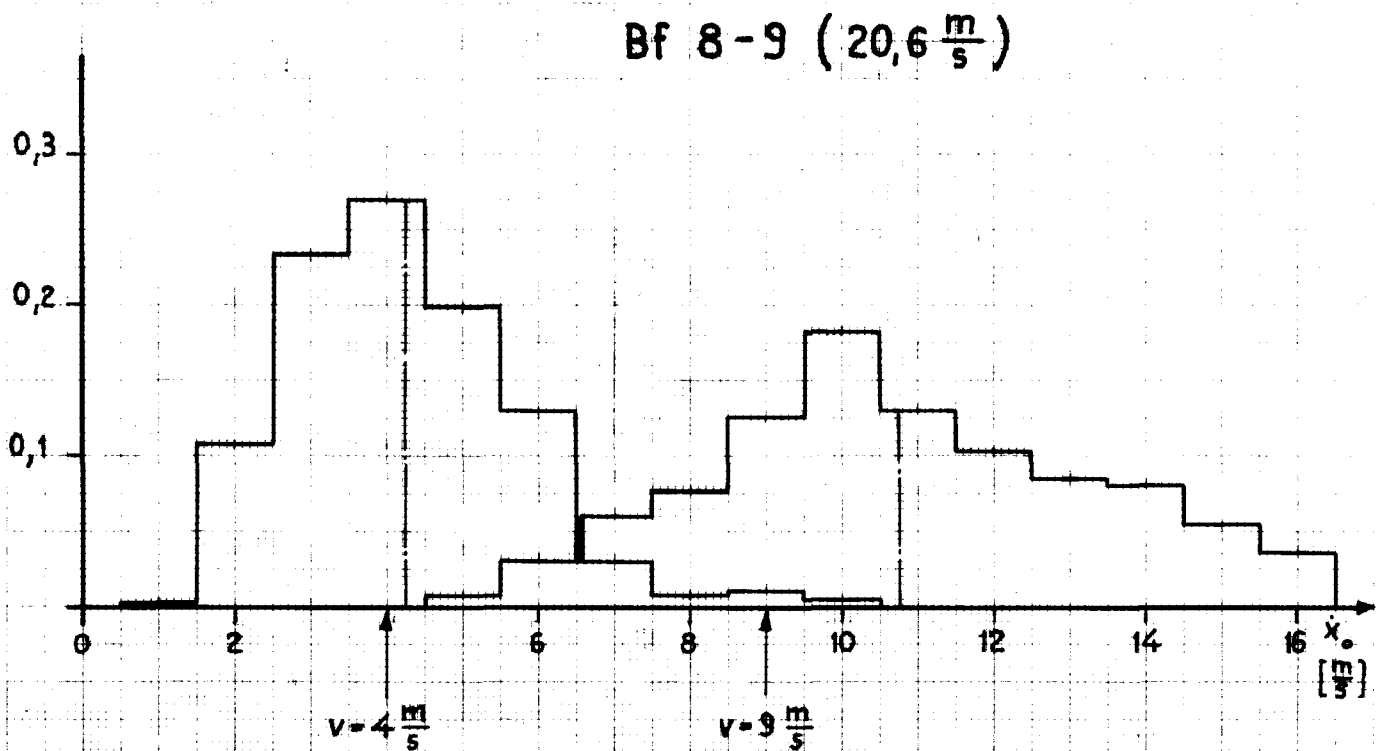
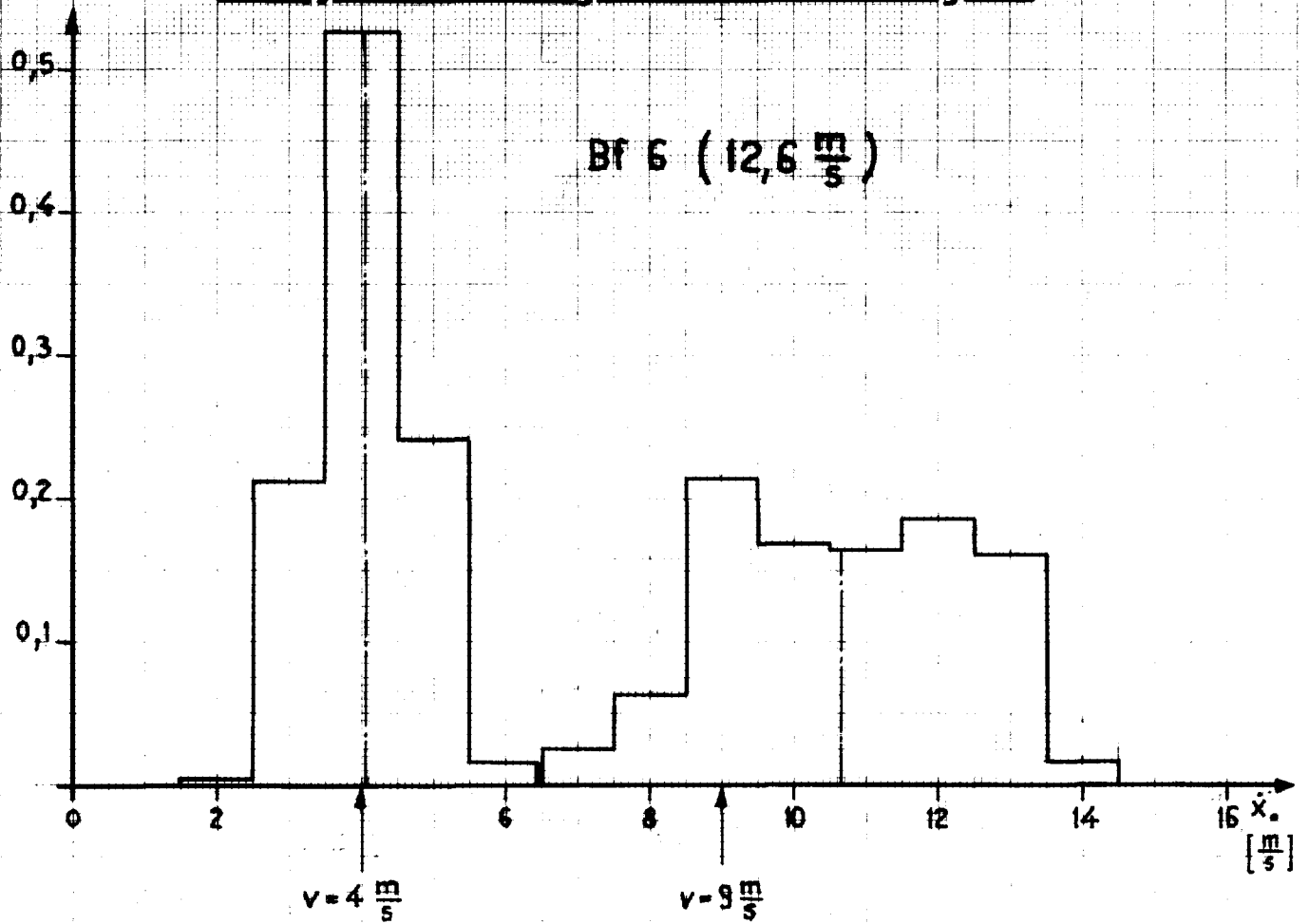


Mittlere Streuung der Geschwindigkeit



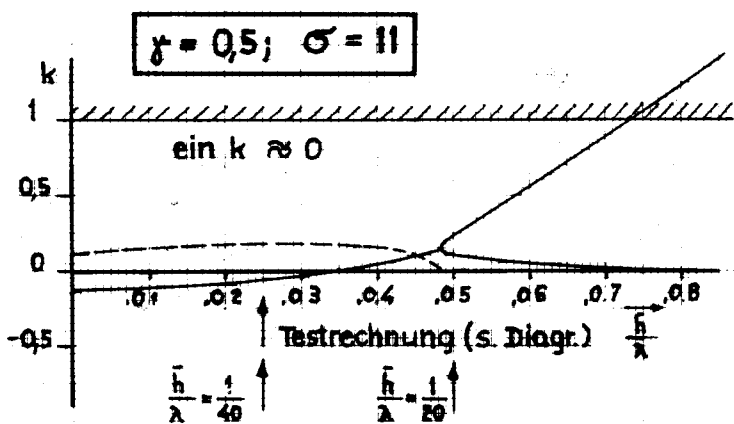
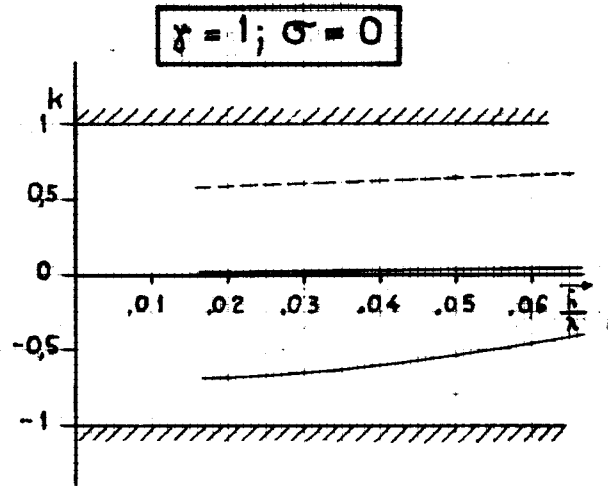
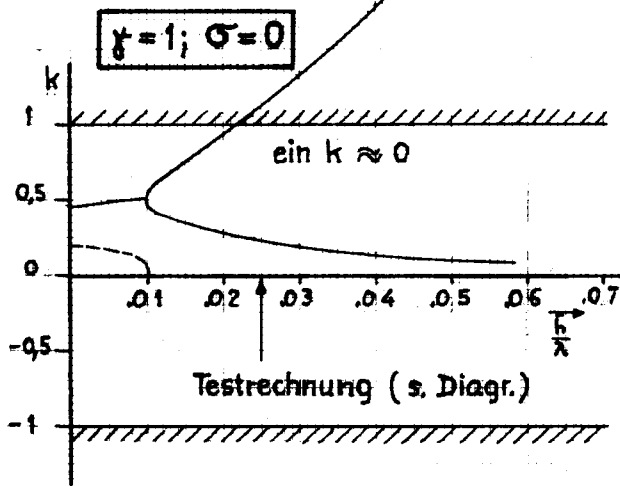
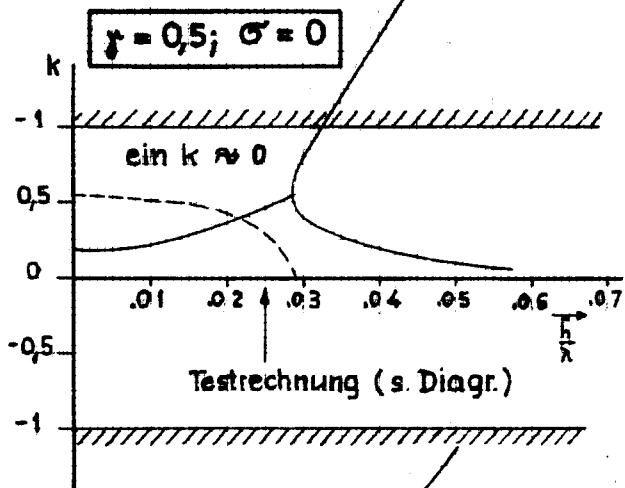
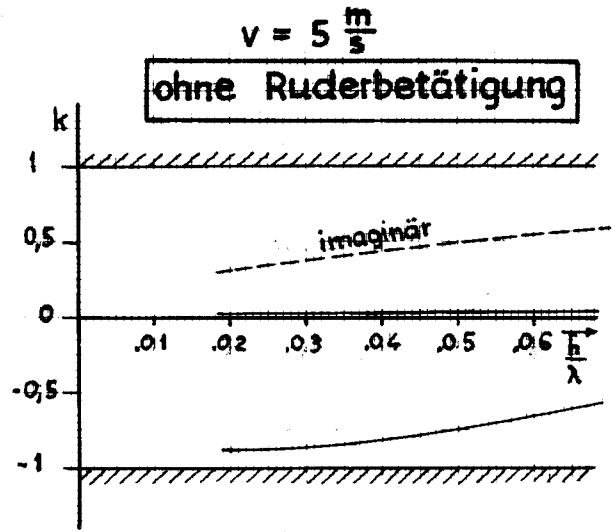
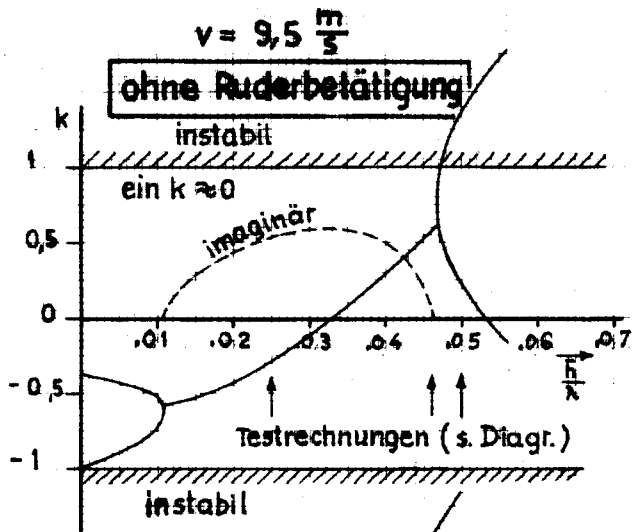
Häufigkeitsverteilungen der Geschwindigkeit

Diagr. 11



Stabilitätsindex k für die Gierbewegung

Diagr. 12



Verlauf des Gierwinkels über der Zeit für verschiedene stabile und instabile Fälle

Diagr. 1)

