

43 | 1957

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

K. Eggers und W. Wetterling

**Über die Ermittlung der
schiffsähnlichen Umströmungskörper
vorgegebener Quell-Senken-
Verteilungen mit Hilfe elektronischer
Rechenmaschinen**

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Über die Ermittlung der schiffsähnlichen Umströmungskörper vorgegebener Quell-Senken-Verteilungen mit Hilfe elektronischer Rechenmaschinen

K. Eggers und W. Wetterling

Im Rahmen allgemeiner Untersuchungen über den Wellenwiderstand von Schiffen wurden einige Rechnungen durchgeführt auf der elektronischen Rechenmaschine G 2 des M. P. Instituts für Physik in Göttingen. Neben der Diskussion der für die angewandte Hydrodynamik interessierenden Ergebnisse wird im folgenden auch die Beschreibung der mathematischen Verfahrenstechnik und der Anpassung der Aufgabenstellung an die Gegebenheiten der Maschine gebracht, soweit sie als typisch für das Arbeiten mit Rechenautomaten angesehen werden können.

Eine der Voraussetzungen der Michellschen Theorie des Wellenwiderstandes von Schiffen ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß das Geschwindigkeitspotential der Umströmung dargestellt werden kann aus einer Quellsenkenbelegung der Mittschiffsebene, die der Ableitung der Breitenkoordinate in Schiffslängsrichtung proportional ist; der Widerstand erscheint dann als quadratische Form der Intensität dieser Belegung. Diese Annahme ist aber nur berechtigt, wenn die Breitenausdehnung des Schiffes gegenüber der Länge vernachlässigt werden kann. — unter der Voraussetzung kleiner Wellenhöhen, d. h. kleiner Froudescher Zahlen, gilt die Theorie aber auch für Schiffe endlicher Dicke, wenn nur eine bessere Annäherung für den Zusammenhang zwischen Schiffsförmigkeit und äquivalenter Quellsenkenverteilung angegeben werden kann. Während sich diese nun im Falle einer vorgegebenen Form nur äußerst schwierig finden läßt, ist es relativ leicht, zu vorgegebener Verteilung den zugehörigen Umströmungskörper zu ermitteln. — zumindest solange der Einfluß der Fahrtwellen, die durch die freie Oberfläche hervorgerufen werden, vernachlässigt werden kann.

Durch Schleppversuche an so ermittelten Körpern ist es möglich, eine schärfere Analyse des reibungsbedingten Widerstandsanteils durchzuführen, etwa in der Erfassung der effektiv benetzten Oberfläche und der durch die Rechnung ermittelten lokalen Übergeschwindigkeiten für eine genauere Berechnung des tangentialen Reibungswiderstandes oder zur Überprüfung von Hypothesen über die Zähigkeitsbedingten Änderungen des Wellenbildes und des daraus resultierenden Widerstandes.

Untersuchungen dieser Art wurden bereits von Inui [1] durchgeführt; sein Verfahren wird im folgenden von einer speziellen auf sehr allgemeine Quellverteilungen ausgedehnt.

A) Herleitung des mathematischen Sachverhalts

Man geht bei der Behandlung eines Elementar-Schiffes [2] von der Länge $L = 2 \cdot l$, Breite $B = 2 \cdot b$ und vom Tiefgang T , das in einem x - y - z -Koordinatensystem liegend gedacht wird.

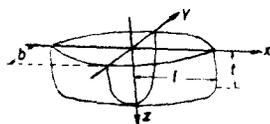


Bild 1

zunächst über zu dimensionslosen Koordinaten ξ , η , ζ für den Schiffskörper, in dem das Schiff die halbe Länge 1, den Tief-

gang $k = T/l = 2T/L$ und die halbe Breite b/l hat. Alsdann ersetzt man das Schiff durch die untere Hälfte des Umströmungskörpers, der bei der Überlagerung einer homogenen Strömung in x -Richtung und einer von einer Quell-Senkenverteilung der Intensität $m(\xi, \zeta)$ über das in der Mittschiffsebene liegende Rechteck

$$\begin{aligned} -1 &\leq \xi \leq 1 \\ -k &\leq \zeta \leq k \end{aligned} \quad (1)$$

ausgehenden Potentialströmung entsteht. Wenn dann die Gesamtergiebigkeit des Quellsystems gleich 0 ist

$$\int_{-k}^k \int_{-1}^1 m(\xi, \zeta) d\xi d\zeta = 0, \quad (2)$$

ferner Symmetrie bezüglich der horizontalen ξ -Achse besteht

$$m(\xi, -\zeta) = m(\xi, \zeta) \quad (3)$$

und außerdem etwa für $\xi > 0$ nur Quellen, für $\xi < 0$ nur Senken angenommen werden, d. h.

$$\begin{aligned} m(\xi, \zeta) &\geq 0 && \text{für } \xi > 0 \\ m(\xi, \zeta) &\leq 0 && \text{für } \xi < 0. \end{aligned}$$

erhält man einen vorderen Staupunkt bei

$$\xi_0 = 1 + \epsilon_0 \quad (\epsilon_0 > 0), \quad \eta = 0, \quad \zeta = 0.$$

Die von diesem Staupunkt senkrecht zur ξ -Achse ausgehenden Stromlinien treffen sich wegen (2) wieder in einem hinteren Staupunkt

$$\xi_1 = -1 - \epsilon_1 \quad (\epsilon_1 > 0), \quad \eta = 0, \quad \zeta = 0$$

und bilden einen geschlossenen Körper, der wegen (3) symmetrisch zur (ξ, η) -Ebene (Ebene der Schwimmlinie) ist. Der Schiffskörper wird dann dargestellt durch eine der beiden spiegelbildlichen Hälften des Umströmungskörpers.



Bild 2 Querschnitt ($\zeta = 0$)

Ferner ist ein solcher Umströmungskörper stets symmetrisch zur (ξ, ζ) -Ebene (Mittschiffsebene). Schließlich ist der Körper symmetrisch zur (η, ζ) -Ebene (Hauptspantebene), falls

$$m(\xi, \zeta) = -m(-\xi, \zeta)$$

ist (symmetrische Schiffe). In diesem Fall ist $\epsilon_1 = \epsilon_0$.

Die Aufgabe, zu gegebener Quellverteilung den zugehörigen Umströmungskörper zu berechnen, ist für den einfachen Fall

$$m(\xi, \zeta) = a \cdot \xi, \quad a = \text{const.}$$

von Inui behandelt worden; wir haben sie zunächst auf den Fall einer Intensitätsverteilung, die in ζ -Richtung konstant, in ξ -Richtung beliebig ist, erweitert:

$$m(\xi, \zeta) = n(\xi),$$

wobei wegen der Ersetzung gewisser Integrale über ξ durch Summen nach den Gauß'schen Quadraturformeln vorauszusetzen ist, daß die Ableitungen von $n(\xi)$ bis zu genügend hoher Ordnung existieren und so klein sind, daß diese Ersetzung sinnvoll bleibt. Das auf die Anströmgeschwindigkeit bezogene Geschwindigkeitspotential, welches der oben beschriebenen Strömung entspricht, ist im Aufpunkt (x, y, z) gegeben durch [1]

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{-k}^k \int_{-1}^1 \frac{m(\xi, \zeta) d\xi d\zeta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + y^2 + (z-\zeta)^2}} - x. \quad (4)$$

Die Stromlinien haben in jedem Punkt die Richtung des Vektors

$$-\text{grad } \Phi = - \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right\} = \{u, v, w\}.$$

Wenn also $x(s), y(s), z(s)$ die Parameterdarstellung einer solchen Stromlinie ist, erhält man diese, indem man folgendes System von Differentialgleichungen 1. Ordnung als Anfangswertaufgabe, ausgehend von einem beliebigen Punkt der Stromlinie, integriert:

$$\frac{dx(s)}{ds} = u, \quad \frac{dy(s)}{ds} = v, \quad \frac{dz(s)}{ds} = w. \quad (5)$$

Insbesondere erhält man den Umströmungskörper, wenn man diejenigen Stromlinien untersucht, die vom vorderen Staupunkt $(1 + \varepsilon_0, 0, 0)$ ausgehen, welchen man aus der Gleichung

$$u(1 + \varepsilon_0, 0, 0) = 0$$

berechnet.

Für $m(\xi, \zeta) = n(\xi)$ wird mit

$$R = \sqrt{(x-\xi)^2 + y^2 + (z-k)^2}$$

$$R' = \sqrt{(x-\xi)^2 + y^2 + (z+k)^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{1}{4\pi} \int_{-k}^k \int_{-1}^1 \frac{n(\xi) \cdot (x-\xi) d\xi d\zeta}{[(x-\xi)^2 + y^2 + (z-\zeta)^2]^{3/2}} + 1 \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{n(\xi) (x-\xi) \left(\frac{z-k}{R} - \frac{z+k}{R'} \right) d\xi + 1}{(x-\xi)^2 + y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \frac{1}{4\pi} \int_{-k}^k \int_{-1}^1 \frac{n(\xi) \cdot y d\xi d\zeta}{[(x-\xi)^2 + y^2 + (z-\zeta)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{n(\xi) y \left(\frac{z-k}{R} - \frac{z+k}{R'} \right) d\xi}{(x-\xi)^2 + y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial z} &= \frac{1}{4\pi} \int_{-k}^k \int_{-1}^1 \frac{n(\xi) (z-\xi) d\xi d\zeta}{[(x-\xi)^2 + y^2 + (z-\zeta)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 n(\xi) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) d\xi. \end{aligned} \quad (6)$$

Die Integration über ξ wurde nun unter der Verwendung der Gauß'schen Quadraturformel

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum g_i f(\xi_i)$$

ausgeführt. Es wurde die Formel mit 16 Integrationspunkten benutzt [3].

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = u &= - \sum_i \frac{g_i n(\xi_i)}{4\pi} \frac{x-\xi_i}{(x-\xi_i)^2 + y^2} \left(\frac{z-k}{R_i} - \frac{z+k}{R'_i} \right) \\ -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = v &= - \sum_i \frac{g_i n(\xi_i)}{4\pi} \frac{y}{(x-\xi_i)^2 + y^2} \left(\frac{z-k}{R_i} - \frac{z+k}{R'_i} \right) \\ -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = w &= \sum_i \frac{g_i n(\xi_i)}{4\pi} \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R'_i} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

$$R'_i = R'(\xi_i) \quad R_i = R(\xi_i)$$

Diese Gauß'schen Quadraturformeln wurden weniger wegen ihrer außerordentlichen Genauigkeit gewählt, als deswegen, weil eine solche Quadraturformel erwünscht war, bei der die Abszissen ξ_i an den Intervallenden dichter liegen als in der Intervallmitte. Man kann sich nämlich die Ersetzung der Integrale in (5) durch endliche Summen veranschaulichen als eine Ersetzung der kontinuierlichen Quellverteilung $m(\xi, \zeta) = n(\xi)$ durch eine Anordnung von „Quellstäben“ mit den Abszissen ξ_i über das Rechteck (1), für welche der Umströmungskörper exakt berechnet wird.

Es zeigt sich aber, daß dieser Körper nur dann eine in kleinen einsinnig gekrümmte, d. h. beulenfreie Oberfläche erhält, wenn dort, wo die Stromlinien in großer Nähe der Quellverteilung verlaufen, d. h. an den Körperenden, diese Quellstäbe relativ dicht angeordnet sind. Dies leuchtet ein, wenn man bedenkt, daß für die Güte der Annäherung der Formeln (6) durch (7) nicht so sehr die Kleinheit der höheren Ableitungen von $m(\xi)$, als die der vollständigen Integranden unter Berücksichtigung der Nenner maßgebend ist!

Mit den so berechneten Größen u, v, w wurde das System der Differentialgleichungen (5) nach der Methode von Runge-Kutta [4] ausgewertet. Die Wahl dieses Verfahrens bot sich schon durch seine große Genauigkeit an, auch hätte ein fortlaufendes Verfahren auf der Grundlage des Differenzenschemas, etwa nach Adams-Störmer, einen zusätzlichen Rechnungsgang für die Ermittlung von Anfangsdifferenzen erforderlich gemacht, was die Programmierung wesentlich verkompliziert hätte. Als nachteilig erwies sich bei der vorliegenden Aufgabe allerdings der Zeitverlust durch die häufige Bildung der Integrandenwerte.

In Vektorschreibweise mit $\tau = \{x, y, z\}$ und $u = \{u, v, w\}$ lautet das Differentialgleichungssystem (4)

$$\frac{d\tau}{ds} = u(\tau)$$

und die Runge-Kutta-Formeln mit ($u_i = u(\tau_i)$)

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \tau_0 + h/2 u_0 \\ \tau_2 &= \tau_0 + h/2 u_1 \\ \tau_3 &= \tau_0 + h u_2 \\ \tau_4 &= \tau_0 + h/6 (u_0 + 2u_1 + 2u_2 + u_3). \end{aligned} \quad (8)$$

Den so berechneten Punkt τ_4 nimmt man als Anfangspunkt für den nächsten Runge-Kutta-Schritt.

Als Anfangspunkt der Integration konnte nicht der vordere Staupunkt selbst genommen werden, da dort ja $u = v = w = 0$ ist. Vielmehr wurde von gewissen Punkten in der Ebene $\xi = 1$ ausgegangen. Die Lage dieser Punkte konnte aus der Größe ε_0 und einigen weiteren aus der Gestalt der Quellverteilung $m(\xi, \zeta)$ folgenden Größen dadurch befriedigend angenähert werden, daß man die dreidimensionale Strömung im Bereich $1 \leq \xi \leq 1 + \varepsilon_0$ durch die zweidimensionale ersetzte, welche sich für $k \rightarrow \infty$ aus der Relation

$$y = \int_{-1}^1 m(\xi) \vartheta d\xi \quad \text{ergibt,} \quad (9)$$

wobei $\vartheta = \arctg \left(\frac{y}{x-\xi} \right)$ den Imaginärteil von $\ln(x-\xi + iy)$ dargestellt (vgl. [1]).

Geringe Abweichungen sollten sich im Verlauf der Rechnung nicht weiter bemerkbar machen, weil der Abstand benachbarter Stromlinien, wie auch aus Bild 2 erkennbar ist, von $x = 1$ bis $x = 0$ stetig abnimmt. Als Schrittweite für das Runge-Kutta-Verfahren wurde gewählt

$$\Delta s = h = \frac{h_k}{|u_0|} \quad \text{mit} \quad |u_0| = \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + w_0^2},$$

wobei die h_k eine gespeicherte Folge von Zahlen bildeten, beispielsweise:

0,005 0,05 0,05 0,05 0,1 0,1 0,1 . . . ;
jeweils eine Zahl h_k für einen vollen Runge-Kutta-Schritt $r \rightarrow r_1$. Das hat den Vorteil, daß dann die Variable s etwa der Bogenlänge entspricht.

In

$$\begin{aligned} r_1 &= r_0 + h_k/2 \cdot \frac{|u_0|}{|u_0|} \\ r_2 &= r_0 + h_k/2 \cdot \frac{|u_1|}{|u_0|} \\ r_3 &= r_0 + h_k/2 \cdot \frac{|u_2|}{|u_0|} \\ r_4 &= r_0 + h_k/6 \cdot \frac{|u_0 + 2u_1 + 2u_2 + u_3|}{|u_0|} \end{aligned}$$

haben die Vektoren $\frac{|u_i|}{|u_0|}$ etwa die Länge 1, die Zuwachsvektoren $r_i - r_0$ etwa die Länge h_k bzw. $h_k/2$.

B) Programmierung und Rechnungsverlauf

Das Rechenprogramm wurde in folgender Weise gegliedert:

a) Eine Hauptroutine (Länge ca. 170 Maschinenbefehle), in der das Runge-Kutta-Verfahren für das vorliegende Differentialgleichungssystem programmiert war. Am Anfang dieser Routine wurden die Anfangswerte x_0, y_0, z_0 benötigt, die entweder als Anfangswerte beim Beginn der ganzen Rechnung oder als Ergebniswerte x_4, y_4, z_4 vom vorherigen Runge-Kutta-Schritt vorhanden waren. Nach Ausführung eines Runge-Kutta-Schrittes begann die Rechnung (über einen Sprungbefehl) wieder am Anfang der Hauptroutine, und der nächste Runge-Kutta-Schritt konnte ausgeführt werden. Die Rechnung wurde von Hand angehalten, wenn die Werte von x kleiner als Null wurden, da auf die zweite Hälfte des (symmetrischen) Körpers verzichtet werden konnte.

b) In der Hauptroutine wurden an 4 Stellen die Funktionswerte $u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z)$ benötigt. Diese wurden in einer Subroutine (Länge: 64 Befehle) hergestellt. Über Sprungbefehle ging die Rechnung während eines Runge-Kutta-Schrittes also viermal auf diese Subroutine über, um dann an deren Ende wieder in die Hauptroutine zurückzuspringen.

c) Schließlich mußte bei der Bildung von u, v, w in der Subroutine (jeweils 32mal) und bei der Bildung von $|u| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ in der Hauptroutine die Quadratwurzel gebildet werden. Da das Wurzelziehen nicht als selbständiger Befehl in die G 2 eingebaut ist, mußte es als weitere Subroutine (Länge: 27 Befehle) programmiert werden, und zwar wurde das bekannte Iterationsverfahren

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right) \quad \text{für } x = \sqrt{a}$$

verwendet.

An Rechenzeit wurde für einen Runge-Kutta-Schritt ca. 9 Min. benötigt. Für eine Stromlinie waren 8—10 Schritte erforderlich. Es wurde 16stellig gerechnet.

Bei den ersten beiden der berechneten Körper wurden 5, beim letzten 4 Stromlinien dargestellt. Auf die Erfassung der Kiellinien wurde trotz der Vereinfachungen in den Formeln (6) verzichtet, da hier im Anfangsbereich sehr kleine Zahlen in den Nennern von (7) aufgetreten wären, die Rechenanlage G 2 aber als Maschine mit ‚festem Komma‘ für alle aufzunehmenden Zahlen nur einen Betrag kleiner als 8 zuläßt. Dieser Forderung hätte nur genügt werden können, durch Einführung neuer, gestreckter Koordinaten für das Anfangsstück in einem Zusatzprogramm, was die Übersichtlichkeit des Programms verschlechtert hätte.

Das Rechenprogramm und die Zahlenwerte der darin auftretenden Konstanten wurden in verschlüsselter Form auf einen Fernschreibstreifen geschrieben, der vor Beginn der Rechnung von der Maschine zur Aufnahme dieser Daten in die Speicherplätze abgetastet wurde. Während der Rechnung wurden außer den Koordinaten der Stromlinien nach jedem Runge-Kutta-Schritt noch eine Folge weiterer Zwischenwerte ausgedrückt, z. B. die Werte der Strömungsgeschwindigkeiten, um eine gewisse Kontrolle über den stetigen Verlauf der Rechnung zu gewährleisten.

Ein Anhalt für die Genauigkeit in der Wahl der Anfangspunkte der Stromlinien ergab sich aus dem strakenden Verlauf des aus diesen Linien gewonnenen Linienrisses des Umströmungskörpers. Eine schärfere Kontrolle der erzielten Genauigkeit ließe sich durch Wiederholung der Rechnung mit anderer Schrittweite oder nach einer anderen Quadraturformel gewinnen.

Von den drei behandelten Körpern wurde der erste bereits vorher von Inui berechnet [1]. Er führte nur 7 Runge-Kutta-Schritte durch und verwendete für die Rechnung vermutlich gewöhnliche Tischrechenmaschinen, führt aber die Integration nicht nach Quadraturformeln, sondern exakt durch, was durch die Wahl der besonders einfachen Quellverteilung noch ohne größere Komplizierungen möglich ist. Seine uns zeichnerisch vorliegenden Ergebnisse zeigen nur geringfügige Abweichungen von unseren.

Bei der Durchführung dieser Arbeiten hat sich die G 2 dank ihres sehr flexiblen Befehlscodes (Sprungbefehle, Entscheidungsbefehle, Adressenänderungen) als sehr geeignet zur Bewältigung eines derart umfangreichen Problems erwiesen. Andererseits mußten doch im Interesse einer übersichtlichen Programmgestaltung andere Wege beschritten werden als bei der Verwendung von Tischrechenmaschinen, da eine Verkürzung des Programms auf Kosten einer Erhöhung der Anzahl der Rechenoperationen bei der großen Rechengeschwindigkeit fast immer wünschenswert erschien.

Falls das hier beschriebene Verfahren weiter ausgebaut werden sollte, wird man versuchen, allgemeine Quellverteilungen $m(\xi, \zeta)$ statt der speziellen $n(\xi)$ zugrunde zu legen. In diesem Falle müßte man, da andernfalls etwa schon bei $m(\xi, \zeta) = m_1(\xi) m_2(\zeta)$ mit einfachem $m_2(\zeta)$, etwa $m_2(\zeta) = |\zeta|$ die Ausdrücke für u, v, w sehr kompliziert und für die Behandlung auf der elektronischen Rechenmaschine ungeeignet würden, auch die Integrale über ζ nach einer Quadraturformel durch Summen ersetzen. In diesem Falle wären dann allerdings im Verlauf der Rechnung noch wesentlich mehr Wurzeln zu ziehen als bisher. Da das Wurzelziehen auch schon bei dem bisherigen Verfahren den größten Teil der Rechenzeit beanspruchte, wäre zu überlegen, wie diese Operation zeitlich so kurz wie möglich gestaltet werden kann, wobei vor allem die Möglichkeit gegeben ist, durch geschicktere Wahl des Anfangswertes für die Iteration einige Schritte einzusparen.

C) Diskussion der Ergebnisse

Für unsere Rechnungen wurden Quellverteilungen vom Typ

$$[\quad (2-t) \quad]$$

untersucht; nach der Michellschen Theorie entsprechen diesen Wasserliniengleichungen

$$y = \varepsilon \left[1 - \xi^2 + \frac{2-t}{2} (\xi^4 - \xi^2) \right]$$

in denen ε das Verhältnis der Breite zur Länge, t den Taylor'schen Eintrittswinkel der Spantflächenkurve darstellt.

Die folgenden Parameter wurden gewählt:

	t	ε	k
erstes Schiff	2	0,2	0,2
zweites Schiff	1	0,195	0,1
drittes Schiff	0	0,244	0,1

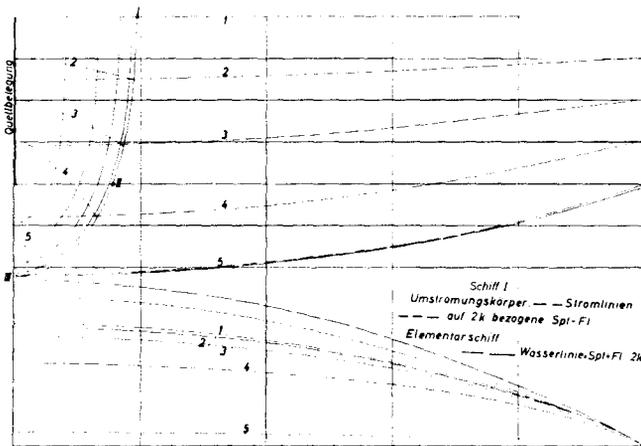


Bild 3

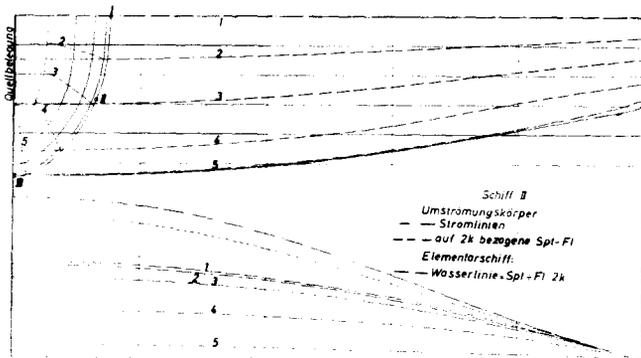


Bild 4

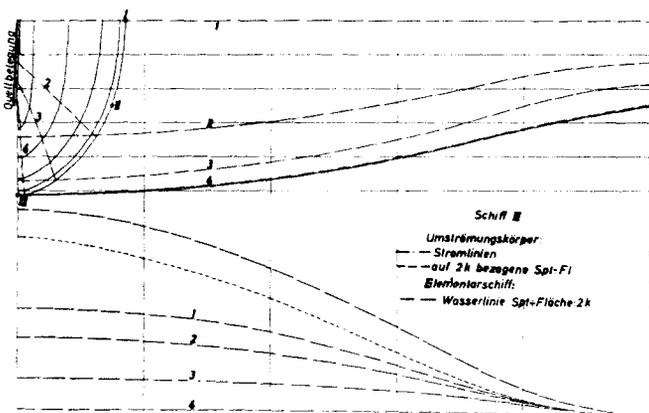


Bild 5

Die ausgestrahten Linienrisse der gewonnenen Körper sind in den Abbildungen 3 bis 5 dargestellt, wobei zur Raumsparnis die Maße in Schiffsängsrichtung auf $3/4$ verkürzt sind. Gleichzeitig sind die Wasserlinien der prismatischen halbe Länge bezogener Tiefgang ist dabei gleich k , der Tiefenerstreckung der Verteilung. Diese Wasserlinien können deshalb auch als Ordinaten der durch kL geteilten Spantflächenkurven dieser Schiffe angesehen werden; zum Vergleich sind die auf dieselbe Größe bezogenen Spantflächen der Umströmungskörper dargestellt. Das Verhältnis der Flächen unter diesen Kurven, d. h. das Verhältnis der Volumina der Körper, entspricht dem der scheinbaren Masse des Umströmungskörpers in Längsrichtung zu der Masse der von ihm verdrängten Flüssigkeit. Der Quellsenkenverteilung gleichwertig ist nämlich eine Dipolverteilung proportional der Breitenkoordinate auf der Mittschiffsebene; die scheinbare Masse eines aus Dipolen erzeugten Körpers entspricht aber dem Integral der Dipolstärken. [5] [6].

Für Rotationsellipsoide ist bekannt, daß dieses Verhältnis mit der auf die Anströmung bezogenen Strömungsgeschwindigkeit im Hauptspant identisch ist [7]; diese ist auch für allgemeine Ellipsoide längs der Hauptspantkontur konstant. [8].

Für unsere Körper ergab die Rechnung folgende Werte

		1. Schiff	2. Schiff	3. Schiff
Über- geschwindig- keiten im Hauptspant, bezogen auf Anströmung	Wasserlinie $z = 0$ (Punkt I)	1,07364	1,05574	1,07972
	Wasserlinie $z = k$ (Punkt II)	1,06408	1,05061	1,07473
	Kiellinie $y = 0$ (Punkt III)	1,05226	1,04296	1,06057
Quotient der scheinbaren Masse	$1 + k_x$	1,115	1,122	1,250
Wert bei entspr. Ellipsoid (aus [8])	$1 + k_x$	1,06	1,04	1,04

Die Massenkoeffizienten liegen beträchtlich höher als die von Ellipsoiden gleicher Proportionen, insbesondere beim dritten Schiff mit spitzem Eintritt ($t = 0$); dies steht im Einklang mit Betrachtungen von Taylor [6]. — Das Abfallen der Übergeschwindigkeiten gegen die Kiellinie erscheint plausibel, wenn man bedenkt, daß der gleiche Geschwindigkeitspotential-Sprung zwischen Staupunkt und Hauptspant hier auf einem längeren Weg erreicht wird.

Die Linienrisse lassen erkennen, daß die für den Wellenwiderstand in erster Linie maßgebende Verteilung des Displacements der Länge nach, wie sie in den Spantflächenkurven zum Ausdruck kommt, bei Schiffen der hier auftretenden Breiten-Längenverhältnisse offenbar nicht mehr der Verteilung der Dipolintensität auf der Mittschiffsebene propor-

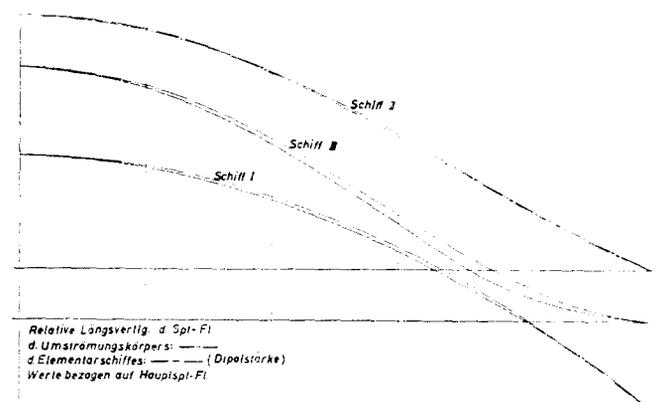


Bild 6

tional ist, welche durch die Wasserlinie des Elementarschiffs repräsentiert wird. Letztere nimmt in der Umgebung des Hauptspants relativ nicht so schnell ab, ihr Schwerpunkt liegt dem Hauptspant näher als der Deplacementschwerpunkt des Vorschiffs, wie insbesondere in Bild 6 zu erkennen ist. — Bei Rotationsellipsoiden besteht eine geometrische Ähnlichkeit zwischen der Spantflächenkurve und der Verteilung der Dipolintensität, beides sind Parabeln; da sich die erste bis zum vorderen Staupunkt, die zweite aber nur bis zum vorderen Brennpunkt erstreckt, liegt auch hier der Deplacementschwerpunkt mit zunehmender Breite weiter vorn.

Es darf erwartet werden, daß der nach den Michellschen Ansätzen errechnete Wellenwiderstand dem gefundenen Umströmungskörper besser entspricht als dem bisher den Singularitäten zugeordnetem Elementarschiff. Für das Schiff II soll dies in Kürze durch Modellversuche geprüft werden, wobei Trimm und dynamische Tauchung weitgehend ausgeschaltet werden sollen.

Bevor aus unseren Berechnungen für nur drei Körper allgemeinere Schlußfolgerungen gezogen werden können, scheint die Untersuchung einer Reihe weiterer Formen dringend erforderlich, wodurch dann auch letzte Zweifel an der ordnungsgemäßen Programmübersetzung und Funktion der G 2 eliminiert werden könnten. Für die Formen geringsten Widerstandes aber

zeichnet sich schon jetzt die Notwendigkeit ab, zu den als optimal errechneten Quellsenkenverteilungen auch die im Charakter leicht abweichenden Spantflächen der Umströmungskörper endlicher Dicke mit zu ermitteln.

Die hier dargestellten Untersuchungen wurden durch eine Zuwendung der Deutschen Forschungsgemeinschaft ermöglicht, wofür die Verfasser hier ihren Dank aussprechen möchten. Herrn Prof. Dr. L. Biermann, Göttingen, danken wir für die Bereitstellung der G 2.

Schrifttum

- [1] Inui: A New Theory of Wave-Making Resistance, Based on the Exact Conditions on the Surface of Ships. Journal of Zōsen Kyōkai, Tōkyō, Bd. 82.
- [2] Weinblum: Forschungshefte für Schiffstechnik, Heft 18, Oktober 1956.
- [3] Lowan, Davids and Levenson: Bull. Am. Math. Soc. 48 p. 735.
- [4] Collatz: Numerische Behandlung von Differentialgleichungen. Springer-Verlag 1955.
- [5] Amtsberg: STG-Jahrbuch 1937.
- [6] Taylor, G. J.: Proceedings of the Royal Society 1928, Bd. 120.
- [7] Lamb: Hydrodynamics.
- [8] Maruhn: Jahrbuch der Luftfahrtforschung 1941.

(Eingegangen am 26. Juli 1957)

Berichtigung

Im Beitrag „Einfaches Verfahren zur Bestimmung der Kurve der flutbaren Längen“ von E. J. Scheel in Heft 23 ist Tabelle 2a auf S. 216 wie folgt zu berichtigen: Im Kopf der Tabelle über der zweiten Zahlenkolonne muß stehen Σ statt f .

Im Beitrag „Beitrag zur Analyse des Propellerkraftfeldes“ von S. Schuster und E. A. Walinski ist auf S. 201 linke Spalte hinter der vorletzten Spalte einzufügen: „... verteilung eines Großtankers (Schiff III) mit der orthodoxen ...“