

363 | Januar 1978

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

O. Grim

Tauch- und Stampfbewegung 2: Bewegungen, Kräfte und Druckverteilungen

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

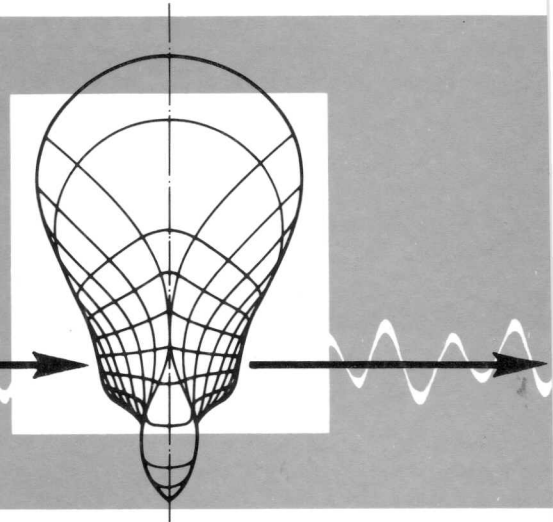
Tauch- und Stampfbewegung 2: Bewegungen, Kräfte und Druckverteilungen

O. Grim, 1. Auflage, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg,

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU
DER UNIVERSITÄT HAMBURG



Tauch- und Stampfbewegung 2:
Bewegungen, Kräfte und Druckverteilungen

O. Grim

Januar 1978

Bericht Nr. 363

Einleitung:

Die Berechnung soll insbesondere einer anschließenden F-E-M Berechnung der Spannungen in den tragenden Verbänden eines Schiffes dienen. Hierfür ist die Kenntnis der Drücke auf die benetzte Außenhaut des sich im Seegang bewegenden Schiffes notwendig.

Obwohl eine lineare Gesetzmäßigkeit für die zugrundeliegenden hydrodynamischen Vorgänge vorausgesetzt ist, wie es dem Stande der Wissenschaft entspricht, können die bekannten statistischen Methoden, die Voraussagen für das Verhalten eines Schiffes in dem natürlichen unregelmäßigen Seegang ermöglichen, nicht auf die Drücke angewandt werden. Die Berechnung der Drücke ist zunächst nur sinnvoll für ein Schiff in einer regelmäßigen, harmonischen Welle. Erst wenn daran anschließend für viele solcher Wellen die Spannungen berechnet sind, kann die statistische Methode auf die Berechnung von Spannungsverteilungen angewandt werden.

Die Linearisierung hat u.a. zur Folge, daß die Berechnungen der hydrodynamischen Vorgänge in zwei voneinander unabhängige Teile unterteilt werden können, nämlich in die Berechnung

- a) der symmetrischen Bewegungen, Kräfte und Druckverteilungen
- b) der antimetrischen Bewegungen, Kräfte und Druckverteilungen.

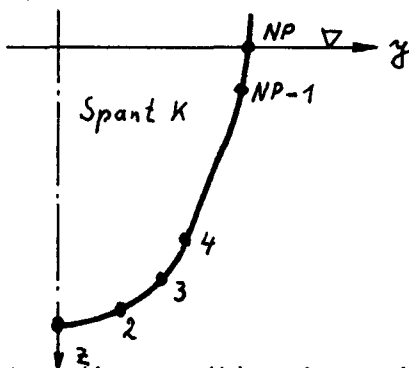
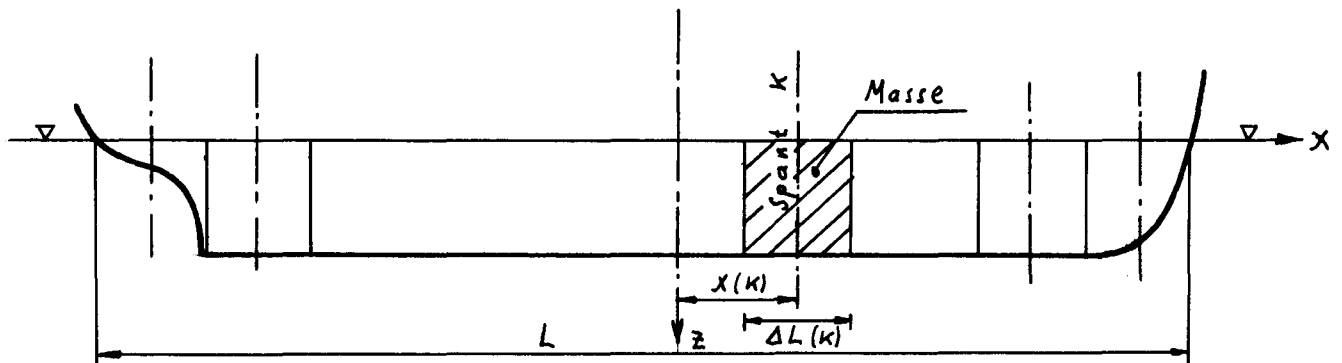
Symmetrisch bzw. antimetrisch beziehen sich hierbei auf die Symmetrieebene des Schiffes. Selbstverständlich werden durch eine schräg zum Schiff laufende Welle symmetrische und antimetrische Bewegungen und Druckverteilungen gleichzeitig erregt; sie können jedoch unabhängig voneinander berechnet und danach addiert werden. Hier wird zunächst nur die Berechnung der symmetrischen Bewegungen, Kräfte und Drücke beschrieben; sie ist - außer vielleicht für offene Schiffe - für die Belastungen der Schiffe im Seegang die wichtigere. Eine analoge Beschreibung der antimetrischen Vorgänge wird folgen.

Die symmetrischen Bewegungen des Schiffes sind die Tauch-, Stampf- und Längsbewegung, wobei die letztere ohne Bedeutung für die Belastung des Schiffes ist und daher nicht mitbehandelt wird. Für die Berechnung

der Tauch- und Stampfbewegung, der damit verbundenen Kräfte und Drücke liegt am Institut für Schiffbau der Universität Hamburg seit langem ein Programm vor, das auf den HSVA-Bericht Nr. 1090 zurückgeht und das beschrieben ist in dem IfS-Bericht Nr. 2162. Dieses Programm setzt in der vorliegenden Form Lewis-Spanten voraus und unterliegt hierdurch einigen geringfügigen Begrenzungen. Es hat sich jedoch bewährt in langen Jahren und es ist gegenüber anderen Programmen, die das gleiche Ziel verfolgen, ausgezeichnet durch eine kurze Rechenzeit. Hier wird ein Programm beschrieben, das auf ähnlichen Ansätzen beruht, das aber für beliebige geometrische Schiffsförmungen gilt und daher keinen Begrenzungen unterliegt. Es kann als Weiterentwicklung des bekannten Programmes angesehen werden.

1.) Geometrie des Schiffes und sonstige Eingabedaten.

1.1 Geometrie des Schiffes



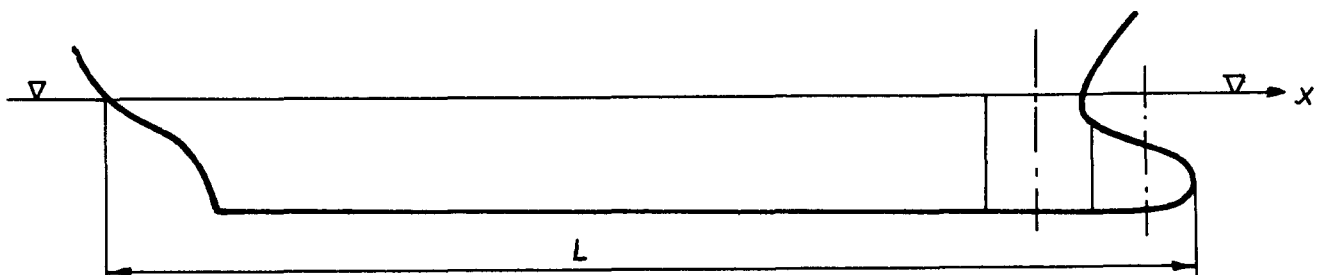
Beschrieben wird die Geometrie der im Ruhestand benetzten Schiffsoberfläche durch die Aufmaße (Koordinaten) einer ausreichenden Anzahl von Punkten auf der Schiffsoberfläche. Das Schiff wird unterteilt in (etwa gleich lange) Abschnitte und jeder Abschnitt beschrieben durch die Koordinate $x(k)$ seines mittleren Spantes, durch seine Länge $\Delta L(k)$ und durch eine ausreichende Zahl NP von Punkten auf der Kontour des mittleren Spantes. Der Koordinatenursprung kann zwar beliebig liegen, es empfiehlt sich jedoch, ihn in die Ebene der Glattwasseroberfläche und des Hauptspantes zu legen.

Wenn nur Bewegungen und Kräfte berechnet werden sollen, genügt die Unterteilung in etwa 10 Abschnitte, wenn die Druckverteilung für eine F-E-M Berechnung berechnet werden soll, ist eine feinere Unterteilung notwendig (maximal vielleicht 50 Abschnitte). Auf der Kontour eines Spantes sind NP-Punkte zu wählen, wobei NP zu mindestens 10 gewählt werden sollte. Die Punkte sollten in etwa gleichmäßig verteilt sein und die Zahl NP soll für alle Spanten gleich groß gewählt sein. Es müssen also eingegeben werden die Aufmaße von

$$K \times NP$$

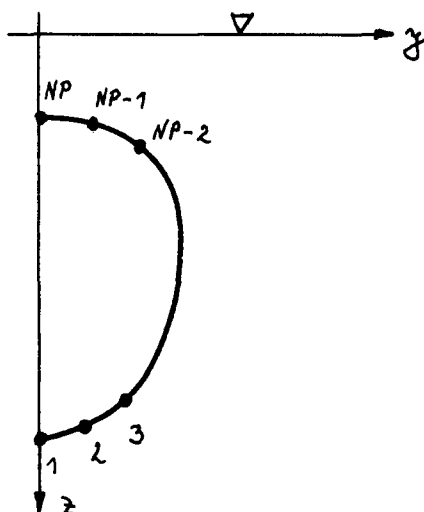
Punkten auf der Schiffsoberfläche. (K = Spantnummer).

Auch die Berücksichtigung eines Bugwulstes ist möglich. Dann zählt die Länge des Schiffes selbstverständlich auch von dem hintersten benetzten Punkt der Schiffsoberfläche bis zum vordersten.



Auch völlig unter Wasser liegende Spantprofile - wie bei einem extremen Wulstbug - sind möglich. Dann liegen auf einem derartigen Spantprofil der erste und letzte Punkt in der Symmetrieebene. Vermeiden sollte man

Profile, deren letzter Punkt NP sowohl in der Wasserlinie als in der Wasseroberfläche liegt, also durch die Koordinaten $y = 0$ und $z = 0$ beschrieben ist.



1.2 Dynamische Daten des Schiffes.

Zusätzlich ist die Verteilung der Masse von Schiff + Ladung einzugeben. Wenn nur die Bewegungen, äußeren Kräfte und Drücke berechnet werden sollen, genügt die Eingabe des Trägheitsradius IL für das Massenträgheitsmoment um die Querachse durch den Ursprung des Koordinatensystems. Wenn darüberhinaus noch innere Kräfte - Querkräfte und Biegemomente - berechnet werden sollen, ist es jedoch notwendig, die Massenverteilung genauer anzugeben, z.B. durch die Massen $m(k)$ pro Abschnitt von Schiff und Ladung.

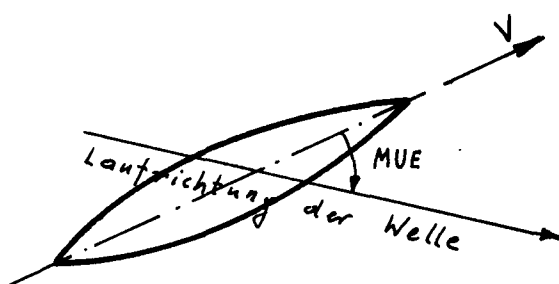
Achtung: Die gesamte Masse und ihr Schwerpunkt der Länge nach müssen übereinstimmen mit der gesamten Masse des verdrängten Wassers und ihrem Schwerpunkt der Länge nach.

1.3 Geschwindigkeit des Schiffes V

oder Froudezahl $FR = V/\sqrt{gL}$

1.4 Erregende Welle

Sie wird beschrieben und eingegeben entweder durch die Wellenlänge LW oder durch das Verhältnis Wellenlänge zu Schiffslänge LW/L sowie durch ihre Laufrichtung relativ zum Schiff MUE .



$MUE = 0^\circ$ Welle kommt von hinten und läuft mit dem Schiff

$MUE = 180^\circ$ Welle kommt von vorne und läuft dem Schiff entgegen.

Die Kreisfrequenz der Welle resultiert aus

$$W_0 = \sqrt{2 \cdot \pi \cdot GE / LW} \quad 1.4.1$$

und ihre Begegnungsfrequenz aus

$$W_E = W_0 \cdot (1 - W_0 \cdot V \cdot \cos(MUE) / GE) \quad 1.4.2$$

$\pi = 3.14\dots$

$GE = 9.81\dots$

Wellenhöhe oder Wellenamplitude werden nicht eingegeben. Da die Gesetzmäßigkeit linear ist, sind alle Amplituden der Bewegungen, Kräfte, Drücke usw. proportional der Wellenamplitude und werden mit dieser als Übertragungsfunktionen normiert.

1.5 Umrechnungen

Alle Daten werden in dimensionsloser Größe benutzt.
Alle Längen - Aufmaße x, y, z , Trägheitsradius, Wellenlänge usw. - werden dimensionslos gemacht durch Multiplizieren mit

$$WE^2 / GE \quad 1.5.1$$

und dann mit großen Symbolen bezeichnet, z.B.

$$Y = y \cdot WE^2 / GE \quad 1.5.2$$

+) Die Schiffsgeschwindigkeit wird in der folgenden dimensionslosen Form benutzt

$$VE = V \cdot WE / GE \quad 1.5.3$$

Anstelle der Masse werden dimensionslose Volumina bzw. der Masse pro Längeneinheit dimensionslose Flächen benutzt. Ebenfalls werden Kräfte, Drücke, Beschleunigungen usw. in dimensionsloser Form verwendet, die Drücke z.B. in Höhe Wassersäule dividiert durch den Weg einer Bewegung oder durch die Amplitude der erregenden Welle.

Zunächst werden aus den geometrischen Daten einige integrale Daten und zusätzliche Daten berechnet:

Das Verhältnis halbe Profilbreite durch Profiltiefgang

$$HLEW = Y(NP) / Z(1) \quad 1.5.4$$

Die Projektionen und Mittelpunkte der Profilabschnitte (s.1.1) für

$$\begin{aligned} DY(I) &= Y(I+1) - Y(I) \\ DZ(I) &= Z(I+1) - Z(I) \end{aligned} \quad I = 1 \text{ bis } NP - 1 :$$

und danach 1.5.5

$$\begin{aligned} Y(I) &= (Y(I+1) + Y(I)) / 2 \\ Z(I) &= (Z(I+1) + Z(I)) / 2 \end{aligned}$$

D.h. die Koordinaten der ursprünglich vorgegebenen Punkte werden überschrieben bis auf den Punkt NP.

Ferner wird berechnet :

+) Unter Punkt 2 wird die Berechnung der erregenden Kräfte (Problem b) jedoch immer mit Koordinaten ausgeführt, die mit W_0 dimensionslos gemacht sind. Später unter Punkt 3 bis 5 werden so dimensionslos gemachte Koordinaten durch ein hochgestelltes 0 gekennzeichnet.

Der Inhalt der Profilfläche

$$FL = -2 \sum_{I=1}^{NP-1} Y(I) \cdot DZ(I) \quad 1.5.6$$

Und es wird aus den Koordinaten (1.5.5) der Punkt herausgesucht, an dem die Querkoordinate ihr Maximum erreicht

$$Y_{MAX} = Y(IM) \quad 1.5.8$$

und diese Punktnummer IM genannt.

Eventuell ist die Simpsonregel anstelle der Trapezregel beim Summieren anzuwenden, hier wie bei allen weiteren Summenbildungen.

2.) Das zweidimensionale hydrodynamische Problem

Dies ist das Kernstück des ganzen Programmsystems. Es müssen für jeden einzelnen Spant (jedes Profil) zwei zweidimensionale Probleme bearbeitet werden:

- a) eines für die harmonische Tauchbewegung (Translationsbewegung in lotrechter Richtung) in sonst ruhigem Wasser,
- b) ein weiteres für einen festgehaltenen Körper in der erregenden Welle, wobei dieses zweite Problem unabhängig von der tatsächlichen Schiffsgeschwindigkeit nur für die Schiffsgeschwindigkeit Null bearbeitet wird; d.h. dafür ist $W_E = W_0$ (siehe 1.4.2, 1.5.1 usf.).

Die folgende Beschreibung gilt wieder nur für ein Profil. Eventuell notwendige Indizierungen mit der Spantnummer sind unter Punkt 2 nicht mitgeschrieben.

2.1 Abriß des Ganges der Berechnung

- 2.1.1 Für jedes der beiden erwähnten Probleme a) und b) muß eine komplexe Potentialfunktion

$$\Phi(Y, Z) + i \psi(Y, Z) \quad 2.1.1$$

gefunden werden, die außer der Kontinuitätsbedingung die erforderlichen Randbedingungen erfüllt. Multiplikationen mit der Zeitfunktion

$$EXP(i \cdot WE \cdot t) \quad 2.1.2$$

sind hier und bei allen weiteren von der Zeit abhängigen Größen weggelassen.

Die Potentialfunktion $\phi(Y, z)$, die Stromfunktion $\psi(Y, z)$ sowie alle folgenden daraus abgeleiteten Größen sind komplex.

2.1.2 Zwei Randbedingungen müssen erfüllt werden:

2.1.2.1 Die Randbedingung an der Profilkontour

$$\psi(Y, z) = \begin{matrix} Y & \text{für Problem a)} \\ \text{oder} & \\ \int EXP(-z) \cdot [\cos(Y \cdot \sin(MUE)) \cdot DY - \sin(MUE) \cdot \sin(Y \cdot \sin(MUE)) \cdot Dz] & \text{für Problem b)} \end{matrix} \quad 2.1.3$$

wobei im letzten Fall die Integration über die Profilkontour von dem Punkt Null (Mitte) bis zu dem Aufpunkt auf der Profilkontour, für den die auf der linken Seite stehende Stromfunktion gilt, auszuführen ist. Die Geschwindigkeit der Tauchbewegung bzw. die Orbitalgeschwindigkeit in der Welle sind gleich Eins gesetzt.

2.1.2.2 Die Randbedingung an der freien Wasseroberfläche außerhalb der Profilkontour

$$\phi(Y, 0) + \phi_z(Y, 0) = 0 \quad 2.1.4$$

2.1.3 Die Drücke können direkt aus dem Potential bestimmt werden

$$P(Y, z) = -\phi(Y, z) \quad 2.1.5$$

2.1.4 Die Kraft in vertikaler Richtung wird durch Integration über die Profilkontour bestimmt

$$K = \int P \cdot DY \quad 2.1.6$$

2.2 Das komplexe Potential (s.2.1.1)

wird angesetzt als Summe von Teilpotentialen, die durch Singularitäten im Inneren der Profilkontour erzeugt sind:

$$\phi + i\psi = \sum_{I=1}^{NPz} (BK(2 \cdot I - 1) + i BK(2 \cdot I)) \cdot (POT(I) + i STF(I))$$

$$\Phi + i\psi = \sum_{I=1}^{NP-1} (BK(2.I-1) + i.BK(2.I)). (POT(I) + i.STF(I)) \quad 2.2.1$$

Φ ist das resultierende Strömungspotential

ψ ist die resultierende Stromfunktion

BK sind unbekannte Faktoren

POT und STF sind Teilpotentiale und -stromfunktionen.

I bezeichnet den Typ dieser Funktionen

J wird im Folgenden die Punktnummer am Profilrand bezeichnen, d.h. die Mittelpunkte der Profilabschnitte von $J = 1$ bis $NP - 1$ und zusätzlich den letzten Punkt NP , wie das durch 1.5.5 festgelegt ist.

Die Teilpotentiale und -stromfunktionen erfüllen die Kontinuitätsbedingung und alle oben genannten Randbedingungen außer der Bedingung 2.1.3 am Profilrand. Sie werden schon im Ansatz etwas der Profilform angepaßt. Nach der Wahl dieser Funktionen werden die Unbekannten aus der Randbedingung 2.1.3 bestimmt werden müssen.

Die Teilpotentiale und -stromfunktionen werden nur für die Punkte J auf dem Profilrand gebraucht. Sie müßten hierfür durch die Indices I und J gekennzeichnet sein. Hier kann jedoch kaum ein Mißverständnis entstehen, wenn zunächst der Index J zur Kennzeichnung dieser Funktionen ebenso wie zur Kennzeichnung der Koordinaten Y und Z der Punkte, für die diese Funktionen gelten, weggelassen wird im Interesse einer einfacheren, transparenteren Darstellung.

Das erste Teilpotential (Typ $I = 1$) ist ein Strahlungspotential, das abwandernde Wellen beinhaltet. Es werden 3 Versionen gewählt:

Für HLEW (s. 1.5.4) größer als 1 :

$$POT(I) = \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-kz}}{k-1+i\mu} \cdot (\cos(k(Y+YM)) + \cos(k(Y-YM))) dk \quad 2.2.2$$

$$STF(I) = \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-kz}}{k-1+i\mu} \cdot (\sin(k(Y+YM)) + \sin(k(Y-YM))) dk$$

Für HLEW kleiner als 1 und $Y(NP)/Y_{MAX}$ (s. 1.5.8) größer als 0.5:

$$POT(I) = \frac{1}{4} \cdot \ln\left(\frac{Y^2 + (z+zM)^2}{Y^2 + (z-ZM)^2}\right) + \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(z+zM)}}{k-1+i\mu} \cdot \cos(kY) dk \quad 2.2.3$$

$$STF(I) = \frac{1}{2} \cdot \text{ARCTAN}\left(\frac{(z+zM)/Y}{1}\right) - \frac{1}{2} \cdot \text{ARCTAN}\left(\frac{(z-ZM)/Y}{1}\right) + \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(z+zM)}}{k-1+i\mu} \cdot \sin(kY) dk$$

wobei bei negativem Argument der Winkel im 4. Quadranten liegen muß.

Für HLEW kleiner als 1 und $Y(NP)/Y \text{ MAX}$ kleiner als 0.5 (Wulstprofile):

$$POT(I) = \frac{1}{2} \cdot (z+zM)/(Y^2+(z+zM)^2) - \frac{1}{2} (z-zM)/(Y^2+(z-zM)^2) + \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-K(z+zM)}}{K-1+i\mu} \cdot \cos(KY) dK \quad 2.2.4$$

$$STF(I) = \frac{1}{2} \cdot Y \cdot (1/(Y^2+(z+zM)^2) - 1/(Y^2+(z-zM)^2)) + \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-K(z+zM)}}{K-1+i\mu} \cdot \sin(KY) dK$$

Die Integrale sind komplex und daher auch die Potentiale und Stromfunktionen. Ihre Berechnung wird in einem Unterprogramm erfolgen (s. 2.3).

Diese Strahlungspotentiale sind verursacht durch periodische Singularitäten und zwar die

- der ersten Version durch Punktquellen in $Y = \pm YM$ und $Z = 0$
- der zweiten Version durch Punktquellen in $Y = 0$ und $Z = \pm ZM$
- der dritten Version durch Punktdipole in $Y = 0$ und $Z = \pm ZM$.

Die Koordinaten der Singularitäten YM bzw. ZM werden später diskutiert werden.

Die höheren Teilpotentiale und -stromfunktionen ($I = 2$ bis NPZ) betragen:

$$POT(I) = \sum_{j=1}^2 (\cos(2 \cdot AL(j)) / R(j)^2 - \sin(AL(j)) / R(j)) \quad 2.2.5$$

$$STF(I) = \sum_{j=1}^2 (-\sin(2 \cdot AL(j)) / R(j)^2 - \cos(AL(j)) / R(j))$$

wobei für die Winkel AL und die Radien R zwei Versionen gewählt werden:

Für HLEW größer als 1 :

$$AL(j) = ARCTAN(z / (Y - (2 \cdot j - 3) \cdot YMM)) \quad 2.2.6$$

$$R(j) = ((Y - (2 \cdot j - 3) \cdot YMM)^2 + z^2)^{1/2}$$

wobei bei negativem Argument der Winkel AL im 2. Quadranten liegen muß.

Für HLEW kleiner als 1 :

$$AL(j) = ARCTAN(z - (2 \cdot j - 3) \cdot ZMM) / Y \quad 2.2.7$$

$$R(j) = (Y^2 + (z - (2 \cdot j - 3) \cdot ZMM)^2)^{1/2}$$

wobei bei negativem Argument AL im 4. Quadranten liegen muß.

Diese höheren Potentialtypen sind verursacht durch periodische Multipole. Die Typen unterscheiden sich nur durch die Koordinaten dieser Multipole :

$$Y_{MM} = (I-2) \cdot Y(NP) / (NP^2-1)$$

oder wenn $Y(NP) / Y_{MAX}$ grösser als 0.5 ist : 2.2.8

$$Z_{MM} = (I-2) \cdot Z(1) / (NP^2-1)$$

sonst

$$Z_{MM} = Z(NP) + (I-1) \cdot (Z(1) - Z(NP)) / NP^2$$

Es wird daran erinnert, daß alle Potentiale, Stromfunktionen, Koordinaten Y und Z sowie Winkel AL und Radien R durch den Index J - die Punktnummer - gekennzeichnet sein müssen.

2.3 Die Integrale in den Strahlungspotentialen 2.2.2. werden durch Reihen gelöst

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-kz} \cos(kY)}{k-1+i\mu} dk = FIR(Y, z) + i FII(Y, z) \quad 2.3.1$$

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-kz} \sin(kY)}{k-1+i\mu} dk = PSIR(Y, z) + i PSII(Y, z)$$

Die imaginären Teile betragen

$$FII(Y, z) = -PI \cdot EXP(-z) \cdot COS(Y) \quad 2.3.2$$

$$PSII(Y, z) = -PI \cdot EXP(-z) \cdot SIN(Y)$$

Die reellen Teile werden durch Reihen berechnet und zwar wenn $\sqrt{Y^2+z^2}$ kleiner als 7 ist durch

$$FIR(Y, z) = EXP(-z) \cdot (BD \cdot COS(Y) - BE \cdot SIN(Y))$$

$$PSIR(Y, z) = EXP(-z) \cdot (BE \cdot COS(Y) + BD \cdot SIN(Y)) \quad 2.3.3.$$

und

$$BD = -LN(EUL \cdot \sqrt{Y^2+z^2}) - \sum_{n=1}^N \frac{(Y^2+z^2)^{\frac{n}{2}}}{n \cdot n!} \cdot \cos(n\varphi)$$

$$BE = \varphi + \sum_{n=1}^N \frac{(Y^2+z^2)^{\frac{n}{2}}}{n \cdot n!} \cdot \sin(n\varphi)$$

wenn $\sqrt{Y^2+z^2}$ größer als 7 ist gilt

$$FIR(Y, z) = BD - PI \cdot EXP(-z) \cdot \sin(Y) \cdot SIGN(Y)$$

$$PSIR(Y, z) = BE + PI \cdot EXP(-z) \cdot \cos(Y) \cdot SIGN(Y)$$

mit $\varphi = ARCTAN(Y/Z)$ im 1. oder 4. Quadranten

und $EUL = \text{Euler'sche Zahl} = 1.781 \dots$

und

$$BD = - \sum_{n=1}^6 \frac{(n-1)!}{(Y^2 + Z^2)^{n/2}} \cdot \cos(n \cdot \varphi) \quad 2.3.4$$

$$BE = - \sum_{n=1}^6 \frac{(n-1)!}{(Y^2 + Z^2)^{n/2}} \cdot \sin(n \cdot \varphi)$$

φ wie oben

Die Reihen über n konvergieren im ersten Fall und sind dann etwa bis

$$\frac{(Y^2 + Z^2)^{\frac{n-1}{2}}}{n \cdot n!} < 0.001 \quad 2.3.5$$

zu entwickeln.

Im zweiten Fall sind die Reihen semikonvergent und müssen bei $n = 6$ abgebrochen werden.

2.4 Das lineare Gleichungssystem

zur Bestimmung der Koeffizienten BK der Teilpotentiale

(s. 2.2.1) resultiert aus der Randbedingung am Profilrand (s. 2.1.3)

Das Gleichungssystem besteht selbstverständlich aus 2 x NPZ Gleichungen (NPZ = 6 wenn NP = 10).

Vor der Formulierung des Gleichungssystems wird das Strahlungspotential (2.2.2, 2.2.3 oder 2.2.4) der Randbedingung so gut wie möglich angepaßt, d.h. es werden die Koordinaten YM oder ZM der Singularitäten so bestimmt, daß schon durch dieses eine Potential der Fehler in der Erfüllung der Randbedingung so klein wie möglich wird :

$$\sum_{j=1}^{NP} (Y(j) - (BK^*(1) + i BK^*(2)) \cdot STF(1, j))^2 = \text{Minimum} \quad 2.4.1$$

Diese Forderung führt zu vorläufigen Koeffizienten $BK^*(1)$ und $BK^*(2)$ wobei bedacht werden muß, daß die Stromfunktion des Typs I = 1 komplex ist

$$STF(1, j) = STFR(1, j) + i \cdot STFI(1, j) \quad 2.4.2$$

Dies führt auf

$$BK^x(1) = \sum_{j=1}^{NP} (Y(j) \cdot STFR(1, j)) / \sum_{j=1}^{NP} (STFR(1, j)^2 + STFI(1, j)^2) \quad 2.4.3$$

$$BK^x(2) = -\sum_{j=1}^{NP} (Y(j) \cdot STFI(1, j)) / \sum_{j=1}^{NP} (STFR(1, j)^2 + STFI(1, j)^2)$$

Damit kann nun die Summe 2.4.1 berechnet werden, die so klein wie möglich sein soll. Dieser Rechenprozeß (2.4.3 und danach 2.4.1) wird nacheinander für verschiedene Koordinaten YM oder ZM im Strahlungspotential ausgeführt und zwar für

$$YM = (JJ-1) \cdot Y(NP) / NP \quad 2.4.4$$

oder

$$ZM = Z(1) - \frac{JJ-1}{NP} \cdot (Z(1) - Z(NP))$$

und JJ = 1, 2, 3 bis die Summe 2.4.1 nicht mehr kleiner sondern größer wird, wobei JJ selbstverständlich nicht größer als NP werden darf und wird.

Damit sind die optimalen Lagen der Singularitäten und das optimale Strahlungspotential bestimmt.

Nun gilt es, die Summe

$$\sum_{j=1}^{NP} \left[Y(j) - \sum_{I=1}^{NP} ((BK(2, I-1) + i \cdot BK(2, I)) \cdot STF(I, j)) \right]^2 \quad 2.4.5$$

zu einem Minimum zu machen. Die Stromfunktion STF (I, J) ist zwar nur für den ersten Typ I = 1 komplex sonst reell. Trotzdem wird hier einer einfacheren Darstellung wegen, für alle Typen eine komplexe Stromfunktion geschrieben :

$$STF(I, j) = STFR(I, j) + i \cdot STFI(I, j) \quad 2.4.6$$

Das ergibt das Gleichungssystem

$$\{G\} \cdot \{BK\} = \{GR\} \quad 2.4.7$$

mit

$$\{G\} = \left\{ \begin{array}{cccc} G(1,1) & G(1,2) & \dots & \dots & G(1, 2.NP_2) \\ G(2,1) & G(2,2) & \dots & \dots & G(2, 2.NP_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G(2.NP_2,1) & G(2.NP_2,2) & \dots & \dots & G(2.NP_2, 2.NP_2) \end{array} \right\} \quad 2.4.8$$

$$\{BK\} = \left\{ \begin{array}{c} BK(1) \\ BK(2) \\ \vdots \\ BK(2.NP_2) \end{array} \right\}; \quad GR = \left\{ \begin{array}{c} GR(1) \\ GR(2) \\ \vdots \\ GR(2.NP_2) \end{array} \right\}$$

$$G(2.I-1, 2.II-1) = -G(2.I, 2.II) = \sum_{j=1}^{NP} (STFR(I,j) \cdot STFR(II,j) + STFI(I,j) \cdot STFI(II,j)) \quad 2.4.9$$

$$G(2.I-1, 2.II) = G(2.I, 2.II-1) = \sum_{j=1}^{NP} (STFI(I,j) \cdot STFR(II,j) - STFI(II,j) \cdot STFR(I,j))$$

$$GR(2.I-1) = \sum_{j=1}^{NP} (Y(j) \cdot STFR(I,j))$$

$$GR(2.I) = \sum_{j=1}^{NP} (Y(j) \cdot STFI(I,j))$$

Damit ist das Gleichungssystem formuliert. Die Koeffizienten BK können bestimmt werden und damit ist das hydrodynamische Problem gelöst.

Dies gilt zunächst für das Problem a). Für das Problem b) ist anstelle der Begegnungsfrequenz WE die Wellenfrequenz W0 in alle Rechenoperationen einzusetzen (d.h. diese Berechnung ist nur für die Geschwindigkeit V = 0 auszuführen). Sonst bleibt die linke Seite des Gleichungssystems 2.4.7 unverändert. Auf der rechten Seite - der Matrix GR - und ebenfalls in 2.4.1 und 2.4.3 ist jedoch entsprechend der veränderten Randbedingung 2.1.3 Y(J) zu ersetzen durch

$$\int_0^{P_{max}(z)} \text{EXP}(-z) \cdot [\cos(Y \cdot \sin(MUE)) \cdot DY - \sin(MUE) \cdot \sin(Y \cdot \sin(MUE)) \cdot DZ]$$

oder in ausreichender Näherung durch

$$\frac{1}{2} \text{EXP}(-z(j)) \cdot \cos(Y(j) \cdot \sin(MUE)) \cdot DY(j) + \sum_{M=1}^{j-1} \text{EXP}(-z(M)) \cdot \cos(Y(M) \cdot \sin(MUE)) \cdot DY(M) \quad 2.4.10$$

bzw. für den ersten Punkt J = 1 durch

$$\frac{1}{2} \cdot \text{EXP}(-z(1)) \cdot [\cos(Y(1) \cdot \sin(MUE)) \cdot DY(1) - \sin(MUE) \cdot \sin(Y(1) \cdot \sin(MUE)) \cdot DZ(1)]$$

2.5 Der hydrodynamische Druck

Kann für die beiden Probleme nach Auflösung des Gleichungssystems berechnet werden (s. 2.1.5; 2.2.1)

$$PR(J) = - \sum_{I=1}^{NP2} (BK(2,I-1) * POTR(I,J) - BK(2,I) * POTI(I,J)) \quad 2.5.1$$

$$PI(J) = - \sum_{I=1}^{NP2} (BK(2,I-1) * POTI(I,J) + BK(2,I) * POTR(I,J))$$

Das sind Real- und Imaginärteil des Druckes an dem Punkt J der Profilkontour (s. 1.5.5) POTR und POTI sind Real- und Imaginärteil der Teilpotentiale vom Typ I (s.2.2.1 bis 2.2.4) an dem Punkt J. Imaginäre-POTI existieren nur für den Typ I = 1 (s. 2.3.2). Die Koeffizienten BK sind aus dem Gleichungssystem zu bestimmen.

Um für das zweite Problem, das Problem b.) (s. Punkt 2), das nur für die Fahrgeschwindigkeit Null zu behandeln ist, den Gesamtdruck zu bekommen, muß zu dem nach 2.5.1 berechneten reellen Teil noch der Druck in der ungestörten Welle addiert werden

$$PR(J) + EXP(-Z(J)) * COS(Y(J) * SIN(MUE)) \quad 2.5.2$$

wobei Z und Y hier ebenfalls mit W0 dimensionslos gemacht sind (s.1.5.1). Diese Drücke sind dimensionslos und zwar in Höhe Wassersäule durch Bewegungsamplitude oder Amplitude der erregenden Welle.

2.6 Die hydrodynamischen Kräfte

werden durch Integration über die Profilkontour erhalten

$$KR = 2 * \sum_{J=1}^{NP-1} PR(J) * DY(J) \quad 2.6.1$$

$$KI = 2 * \sum_{J=1}^{NP-1} PI(J) * DY(J)$$

Diese Kräfte sind dimensionslos ausgedrückt und zwar sind sie normiert mit

$$RO * GE^2 / \left\langle \begin{array}{l} WE^2 \\ \text{bzw. } W0^2 \end{array} \right\rangle * \text{Bewegungsamplitude oder} \quad 2.6.2$$

Amplitude der erregenden Welle

Sie eignen sich ebenso wie die Drücke gut zu einer Kontrolle der bis dahin ausgeführten Berechnungen.

Im Falle des Problems a) stellen sie die hydrodynamische Trägheits- und Dämpfungskraft dar und eignen sich gut zur Kontrolle der bisher beschriebenen Rechenoperationen.

$$m'' = \frac{\lambda}{R \cdot \gamma(NP)^2 \cdot P} = -KR \times \lambda / (P \times \gamma(NP)^2) \quad 2.6.3$$

stellt nämlich den Koeffizienten der hydrodynamischen Masse dar. (Bei einem unter Wasser liegenden Profil $\gamma(NP) = 0$ muß man eine andere Länge benutzen (bei einem Kreis z.B. den Radius)) und

$$\sqrt{KI} \quad 2.6.4$$

stellt das Amplitudenverhältnis der dissipierten Wellen dar.

Im Falle des Problems b) erhält man Real- und Imaginärteil der erregenden Kraft. Für die späteren Rechnungen ist es erforderlich, diesen Realteil zu unterteilen in einen Teil der durch den Druck in der ungestörten Welle und in einen zweiten Teil, der durch die Störung verursacht ist. Darauf wird noch zurückgekommen werden.

3.) Die Bewegungsgleichungen für das ganze Schiff

können nur formuliert werden:

$$A_{zz} \ddot{z}_0 + B_{zz} \dot{z}_0 + C_{zz} z_0 + A_{z\theta} \ddot{\theta} + B_{z\theta} \dot{\theta} + C_{z\theta} \theta = F_{z\theta} e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad 3.1$$

$$A_{\theta z} \ddot{z}_0 + B_{\theta z} \dot{z}_0 + C_{\theta z} z_0 + A_{\theta\theta} \ddot{\theta} + B_{\theta\theta} \dot{\theta} + C_{\theta\theta} \theta = M_{\theta z} e^{i \cdot \omega \cdot t}$$

z_0 und θ sind die gesuchten Bewegungen des Schiffes - die Tauch- und Stampfbewegung. Ihre Amplituden sind komplex

$$z_{0A} = zR + i zI \quad 3.2$$

$$\theta_A = \theta R + i \theta I$$

Physikalische Bedeutung kommt selbstverständlich nur den reellen Teilen der Produkte dieser komplexen Amplituden mit der Zeitfunktion zu. Die Koeffizienten A bis C auf den linken Seiten sind reell, die Amplituden der erregenden Kräfte auf den rechten Seiten sind komplex

Werden in den Bewegungsgleichungen die Zeitfunktionen weggelassen, die oben eingeführten dimensionslosen Bezeichnungen benutzt und die Gleichungen nach reellen und imaginären Gliedern unterteilt, resultieren 4 Gleichungen:

$$(-A_{z\bar{z}} + C_{z\bar{z}}) \cdot ZR - B_{z\bar{z}} \cdot ZI + (-A_{z\theta} + C_{z\theta}) \cdot DETR - B_{z\theta} \cdot DETI = FR$$

$$B_{z\bar{z}} \cdot ZR + (-A_{z\bar{z}} + C_{z\bar{z}}) \cdot ZI + B_{z\theta} \cdot DETR + (-A_{z\theta} + C_{z\theta}) \cdot DETI = FI \quad 3.4$$

$$(-A_{\theta\bar{z}} + C_{\theta\bar{z}}) \cdot ZR - B_{\theta\bar{z}} \cdot ZI + (-A_{\theta\theta} + C_{\theta\theta}) \cdot DETR - B_{\theta\theta} \cdot DETI = MR$$

$$B_{\theta\bar{z}} \cdot ZR + (-A_{\theta\bar{z}} + C_{\theta\bar{z}}) \cdot ZI + B_{\theta\theta} \cdot DETR + (-A_{\theta\theta} + C_{\theta\theta}) \cdot DETI = MI$$

+)

Hieraus werden die Komponenten der Amplituden der Bewegungen ZR, ZI, DETR, DETI bestimmt.

Die Koeffizienten auf den linken Seiten ergeben sich durch Integrationen über die Schiffslänge bzw. durch Summen über die Anzahl der Spanten. Zunächst die Koeffizienten der linken Seiten:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \int_L a_{ij} \cdot dx = \sum_{K=1}^{SP} a_{ij}(K) \cdot \Delta L(K) \\ B_{ij} &= \sum_{K=1}^{SP} b_{ij}(K) \cdot \Delta L(K) \\ C_{ij} &= \sum_{K=1}^{SP} c_{ij}(K) \cdot \Delta L(K) \end{aligned} \quad 3.5$$

$\frac{i}{j} = z, \theta; \quad \Delta L(K)$ Länge eines durch den Spant K repräsentierten Schiffsabschnittes (s. 1.1)

Natürlich kann in 3.5 wie bei allen Summenbildungen ein genaueres Integrationsverfahren gewählt werden.

+) Die Koeffizienten in 3.1 und 3.4 sind quantitativ nicht identisch.

Die Integranden werden dimensionslos ausgedrückt und zwar durch

KR und KI (s. 2.6.1)	soweit hydrodynamische
2 x Y(NP)	soweit hydrostatische
FL oder MA	soweit Trägheitskräfte erfaßt werden müssen.

2 x Y(NP) ist die Breite eines Spantes in der Wasserlinie

FL die Fläche eines Spantes (s. 1.5.6)

MA die Masse pro Längeneinheit eines Schiffsabschnittes
(dimensionslos durch Multiplizieren dieser Masse mit $WE^4 / (GE^2 \times RO)$)

Es gilt MA(K) für den Spant K, wenn die Massenverteilung bekannt ist, sonst FL(K). Selbstverständlich muß gelten

$$\sum_{K=1}^{SP} MA(K) \cdot \Delta L(K) = \sum_{K=1}^{SP} FL(K) \cdot \Delta L(K) \quad 3.6$$

und

$$\sum_{K=1}^{SP} X(K) \cdot MA(K) \cdot \Delta L(K) = \sum_{K=1}^{SP} X(K) \cdot FL(K) \cdot \Delta L(K)$$

D.h. die gesamte Schiffsmasse muß mit der verdrängten Wassermasse identisch sein und die Lagen der Schwerpunkte in Längsrichtung dieser beiden Massen müssen ebenfalls identisch sein (s.1.2).

Es wird die gewöhnliche Streifenmethode ⁺⁾ benutzt für die Bestimmung der Integranden a bis c in 3.5.

$$\begin{aligned} a_{zz}(K) &= FL(K) - KR(1,K) \text{ oder } = MA(K) - KR(1,K) \\ b_{zz}(K) &= KI(1,K) + VE \cdot \Delta KR(1,K) / \Delta X(K) \\ c_{zz}(K) &= 2 \cdot Y(NP) \end{aligned} \quad 3.7$$

wobei K die Spantnummer bezeichnet und der Index 1 in KR und KI, daß die Werte des Problems a) von Punkt 2.) gelten (s. 2.6.1).

VE ist die Geschwindigkeit des Schiffes (s. 1.5.3).

⁺⁾ Korvin-Kronkorsky, B.V. und W.R.Jacobs: Pitching and Heaving Motions of a Ship in Regular Waves. Transactions Society of Naval Architects and Marine Engineers 1957.

$Y(NP, K)$ die halbe Breite des Spantprofils K in der Wasserlinie.

Wenn das Profil ganz unter Wasser liegt, gilt $c_{zz}(K) = 0$.

Der Differenzenquotient in 3.7

$$\Delta KR(1, K) / \Delta X(K) \quad 3.8$$

kann - außer für die Endspanten - wie folgt gebildet werden

$$(KR(1, K+1) - KR(1, K-1)) / (\Delta L(K) + (\Delta L(K+1) + \Delta L(K-1))/2) \quad 3.9$$

Für die Endspanten muß man wählen

für $K=1$;

$$2 \cdot KR(1, 1) / \Delta L(1) \quad 3.10$$

und für

$$K=SP; \quad - 2 \cdot KR(1, SP) / \Delta L(SP)$$

Ähnliche Differenzenquotienten werden im Folgenden noch erscheinen, sie sind dann in analoger Weise zu bilden. Für ein Schiff mit Spiegelheck sollte der Differenzenquotient für $K=1$ - d.h. für den hintersten Spant - gleich Null gesetzt werden.

Für die weiteren Integranden gilt:

$$a_{z\theta}(K) = X(K) \cdot a_{zz}(K)$$

$$b_{z\theta}(K) = X(K) \cdot b_{zz}(K) + 2 \cdot VE \cdot KR(1, K)$$

$$c_{z\theta}(K) = X(K) \cdot c_{zz}(K) - YE \cdot b_{zz}(K) \quad 3.11$$

$$a_{\theta z}(K) = X(K) \cdot a_{zz}(K)$$

$$b_{\theta z}(K) = X(K) \cdot b_{zz}(K)$$

$$c_{\theta z}(K) = X(K) \cdot c_{zz}(K)$$

$$a_{\theta\theta}(K) = X(K) \cdot a_{z\theta}(K)$$

$$b_{\theta\theta}(K) = X(K) \cdot b_{z\theta}(K)$$

$$c_{\theta\theta}(K) = X(K) \cdot c_{z\theta}(K)$$

Wenn die Massenverteilung des Schiffes nicht bekannt, der Trägheitsradius IL (dimensionslos) des Trägheitsmomentes um die Querachse aber gegeben ist, ist für $A_{\theta\theta}$ anstelle des nach obiger Anweisung zu berechnenden Wertes zu setzen:

$$A_{\theta\theta} = IL^2 \cdot \sum_{k=1}^{SP} FL(k) \cdot \Delta L(k) - \sum_{k=1}^{SP} X(k)^2 \cdot KR(1,k) \cdot \Delta L(k) \quad 3.12$$

Für die rechten Seiten der Bewegungsgleichungen

$$FR, FI, MR, MI$$

gilt eine analoge Methode

$$\begin{aligned} FR &= \sum_{k=1}^{SP} f_R(k) \cdot \Delta L(k) \\ FI &= \sum_{k=1}^{SP} f_I(k) \cdot \Delta L(k) \\ MR &= \sum_{k=1}^{SP} X(k) \cdot f_R(k) \cdot \Delta L(k) \\ MI &= \sum_{k=1}^{SP} X(k) \cdot f_I(k) \cdot \Delta L(k) \end{aligned} \quad 3.13$$

mit

$$f_R(k) = f_{z_R}(k) \cdot \cos(X^\circ(k) \cdot \cos(MUE)) + f_{z_I}(k) \cdot \sin(X^\circ(k) \cdot \cos(MUE)) \quad 3.14$$

$$f_I(k) = f_{z_I}(k) \cdot \cos(X^\circ(k) \cdot \cos(MUE)) - f_{z_R}(k) \cdot \sin(X^\circ(k) \cdot \cos(MUE))$$

wobei MUE den Winkel zwischen den Laufrichtungen von Schiff und Welle (s.1.4) und $X^\circ(k)$ die mit der Kreisfunktion WO dimensionslos gemachte Koordinate X bezeichnet; $X(k)$ und $\Delta L(k)$ in 3.13 wie in 3.11 sind jedoch mit WE dimensionslos gemacht.

$$f_{zR}(K) = KR(3, K) \cdot (W_0/W_E)^2$$

$$f_{zI}(K) = (KI(2, K) + (W_E/W_0) \cdot VE \cdot \Delta KR(2, K) / \Delta X(K)) \cdot (W_0/W_E)^2 \quad 3.16$$

Der Index 2 in KR und KI bezeichnet, daß die nach 2.6.1 aber für das Problem b) und für VE=0 berechneten hydrodynamischen Kräfte einzusetzen sind. Der Index 3 bezeichnet, daß zu der Kraft KR(2,k) noch die aus dem ungestörten Druck in der Welle resultierende Kraft zu addieren ist.

$$KR(3, K) = KR(2, K) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{NP-1} \exp(-z^0(j, K)) \cdot \cos(\gamma^0(j, K)) \cdot \sin(MVE) \cdot \frac{DY^0(j, K)}{3.17}$$

wobei hier wie oben für x^0 und für das ganze Problem b) die Koordinaten mit W_0 dimensionslos gemacht sind. ⁺⁾

Damit sind alle Koeffizienten der Bewegungsgleichungen (3.4) bekannt und diese können gelöst werden. Es sind damit bekannt:

$$\begin{aligned} \text{die Tauchbewegung} \quad & \ddot{z}_R + i \ddot{z}_I \\ \text{die Stampfbewegung} \quad & DETR + i DETI \end{aligned} \quad 3.18$$

sowie die Vertikalbewegung eines beliebigen Spantes K

$$\ddot{z}_R + i \ddot{z}_I + X(K) \cdot (DETR + i DETI) \quad 3.19$$

4. Die inneren Kräfte

in einem beliebigen Querschnitt des Schiffskörpers können als Nächstes berechnet werden - falls das gewünscht ist. Für die Berechnung der Drücke auf die Außenhaut ist das nicht erforderlich.

Z.B. die Querkraft Q(K) in dem Spantquerschnitt K oder besser in dem Spantquerschnitt, der zwischen den Spanten K und K + 1 liegt:

⁺⁾ Hier - unter Punkt 3 sind die mit W_0 dimensionslos gemachten Koordinaten durch ein hochgestelltes 0 gekennzeichnet.

Hierzu werden anstelle der Koeffizienten A bis C und F in der ersten Bewegungsgleichung (3.4) neue Koeffizienten A^X bis C^X und F^X gebildet, die sich von A bis C und F nur dadurch unterscheiden, daß die Integrationen in 3.5 und 3.13 nicht über die ganze Schiffslänge sondern nur bis zu dem Spant K geführt werden, also z.B. anstelle von

$$A_{ij} = \sum_{\kappa=1}^{SP} a_{ij}(\kappa) \cdot \Delta L(\kappa) \quad 4.1$$

wird

$$A_{ij}^X = \sum_{m=1}^{m=K} a_{ij}(m) \cdot \Delta L(m)$$

gebildet. Damit wird die Restkraft im Spant K - das ist die Querkraft - analog der ersten Bewegungsgleichung bestimmt

$$Q(K) = (FR^X + iFI^X) - (-A_{zz}^X + C_{zz}^X + iB_{zz}^X) \cdot (zR + izI) - \\ - (-A_{z\theta}^X + C_{z\theta}^X + iB_{z\theta}^X) \cdot (DETR + iDETI) \quad 4.2$$

Selbstverständlich ist das eine Gleichung mit komplexen Größen und es resultiert daher auch eine komplexe Amplitude der Querkraft.

Das Biegemoment resultiert in analoger Weise, nur müssen statt der Werte mit einem Stern Koeffizienten mit zwei Sternen gebildet werden, die dadurch entstehen, daß die Glieder mit dem Abstand

$$X(s) - X(m)$$

multipliziert werden, wobei $X(s)$ die Längenkoordinate der Schnittstelle zwischen K und K + 1 ist, also $X(s) = (X(K) + X(K+1)) / 2$

$$A_{ij}^{XX} = \sum_{m=1}^{m=K} (X(s) - X(m)) \cdot a_{ij}'(m) \cdot \Delta L(m) \quad 4.3$$

$$\text{und } MB(K) = (FR^{XX} - FI^{XX}) - (-A_{zz}^{XX} + C_{zz}^{XX} + iB_{zz}^{XX}) \cdot (zR + izI) - \\ - (-A_{z\theta}^{XX} + C_{z\theta}^{XX} + iB_{z\theta}^{XX}) \cdot (DETR + iDETI) \quad 4.4$$

Die tatsächlichen dimensionsbehafteten Schnittkräfte resultieren aus diesen dimensionslosen Werten durch multiplizieren mit

$$RO \cdot GE^3 \cdot WA / WE^4 \quad 4.5$$

bzw. mit

$$RO \cdot GE^4 \cdot WA / WE^6$$

wobei diese Faktoren selbstverständlich dimensionsbehaftet sind, ferner

RO = Dichte des Wassers

GE = Erdbeschleunigung

WA = Wellenamplitude

5. Der resultierende Druck

auf die Außenhaut des fahrenden und durch eine Welle zu Bewegungen erregten Schiffes kann nun endlich bestimmt werden. Er ist natürlich auch komplex und beträgt:

$$\text{mit } P_{II}(2, j, k) = P_I(2, j, k) + \frac{WE}{W_0} \cdot VE \cdot \frac{\Delta PR(2, j, k)}{\Delta X(k)} \quad 5.1$$

$$\text{und } P_{II}(1, j, k) = P_I(1, j, k) + VE \cdot \frac{\Delta PR(1, j, k)}{\Delta X(k)}$$

$$PRES(j, k) =$$

$$\begin{aligned} & (PR(3, j, k) + i P_{II}(2, j, k)) \cdot \exp(i \cdot X^\circ(k) \cdot \cos(\mu_{UE})) - \\ & - (Z_R + i Z_I + X(k) \cdot (DETR + i DETI)) \cdot (1 + PR(1, j, k) + i P_{II}(1, j, k)) - \\ & - VE \cdot (DETR + i DETI) \cdot (2 \cdot i \cdot PR(1, j, k) - P_{II}(1, j, k)) \end{aligned} \quad 5.2$$

Dieser Druck ist dimensionslos und zwar in Höhe Wassersäule dividiert durch die Amplitude der erregenden Welle.

Der Index K bedeutet die Spantnummer, der Index J die Punktnummer (auf dem Spant K s.1.5.5), der Index 1, daß es sich um den hydrodynamischen Druck für das Problem a) der Index 2, daß es sich um den hydrodynamischen Druck für das Problem b), beide nach 2.5.1 berechnet, handelt und der Index 3, daß es sich um den Druck für das Problem b) nach 2.5.2 handelt.

Schwierigkeiten bereiten die Differenzenquotienten

$$\Delta PR / \Delta X \quad 5.3$$

Hierfür ist nur eine grobe Näherung möglich, die voraussetzt, daß für alle Spanten eine gleich große Zahl von Punkten NP auf der Spantkontour gewählt wird. Dann erscheint die Näherung möglich

$$\frac{\Delta PR(2, j, k)}{\Delta X(k)} \approx \frac{PR(2, j, k+1) - PR(2, j, k-1)}{(\Delta L(k) + (\Delta L(k+1) + \Delta L(k-1))/2)} \quad 5.4$$

und eine analoge Näherung an den Schiffsenden (s. 3.8 bis 3.10).

Eine physikalische Bedeutung kommt selbstverständlich nur dem reellen Teil des Produktes aus Druck 5.2 und Zeitfunktion

$$E X P (i \times W E \times t)$$

zu, d.h.

$$R e (P R E S (J, K), E X P (i \cdot W E \cdot t)) =$$

5.5

$$P R E S R (J, K) \cdot C O S (W E \cdot t) - P R E S I (J, K) \cdot S I N (W E \cdot t)$$

wobei für die Ordinate der erregenden Welle am Hauptspant bzw. am Ursprung des Koordinatensystems gilt

$$C O S (W E \cdot t)$$

5.6

und durch 5.5 und 5.6 die zeitliche Zuordnung vom Druck zur erregenden Welle eindeutig sichergestellt ist.

Die Drücke an den Punkten in der Wasserlinie, d.h. für $J = NP$, (außer natürlich an ganz unter Wasser liegenden Querschnitten) stellen zugleich die Relativbewegung zwischen Schiff und Wasseroberfläche dar, wobei eine der benutzten Methode entsprechende Deformation der Wasseroberfläche infolge der hydrodynamischen Vorgänge mit eingerechnet ist.