

79 | September 1961

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

A. Kracht

**Einfluss aller Erhebungen am
Schiffskörper auf den
Wellenwiderstand, insbesondere
Wulst am Bug und Keil am Heck**

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Einfluss aller Erhebungen am Schiffskörper auf den Wellenwiderstand, insbesondere Wulst am Bug und Keil am Heck

A.Kracht, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1961

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Prof.Dr.-Ing.Dr.-Ing.E.h.G.Weinblum

Einfluss aller Erhebungen am Schiffskörper auf
den Wellenwidertsand, insbesondere Wulst am Bug
und Keil am Heck

von

Dipl.Ing.Alfred Kracht

September 1961.

Einleitung: Die umfangreichen theoretischen Untersuchungen über die Wirkung eines Wulstes, die im ersten Bericht (Februar 1961) zusammengestellt sind, sollen an Hand von Modellversuchen bestätigt werden. Es wurde in dem Bericht gezeigt, dass der Dipol die geeignetste theoretische Darstellungsmöglichkeit ist, ferner, dass die Wirkung des Wulstes nicht nur von seiner Grösse, sondern auch von seiner Lage abhängt. Um nicht gänzlich neue Modelle bauen zu müssen, werden für die Experimente die Modelle benutzt, die in der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau in Berlin im Auftrage des Institutes für Schiffbau gebaut wurden. Es handelt sich hier um Modelle, deren Linien sich durch Gleichungen darstellen lassen. Aus der gesamten Modellfamilie, die geschlossen untersucht wurde, wurde das für die Experimente geeignetste Modell ausgesucht. Die Experimente werden ebenfalls von der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau in Berlin durchgeführt.

Theoretische Untersuchungen für die Modellversuche

Aus den bisherigen Untersuchungen über den Bug- und Heckwulst kristallisierte sich folgendes kurzgefasstes Ergebnis heraus: In seiner Wirkung wird der Wulst theoretisch am besten durch einen Dipol dargestellt, dessen optimale Wirkung von seiner Grösse und Lage abhängt. Für die experimentelle Prüfung wurden Modelle ausgewählt, die möglichst den Voraussetzungen der Theorie entsprechen. Es handelt sich um die von der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau in Berlin nach Angaben des Institutes für Schiffbau gebauten Modelle, die folgende einheitlichen Hauptabmessungen haben:

$$L = 5,000 \text{ m}$$

$$B = 0,625 \text{ m}$$

$$T = 0,1875 \text{ m}$$

$$\beta = 0,930$$

Die Modelle sind zum Hauptspant symmetrisch. (Das Verhältnis $k = 2T/L = 0,075$ ist im Vergleich zum theoretischen Wert von $k = 0,06$ etwas grösser; der Unterschied macht sich aber kaum bemerkbar).

Um das geeignetste Modell zu finden, wurden zunächst alle Modelle hinsichtlich des optimalen Dipols (nach Lage und Grösse) untersucht. Aus dem Dipolmoment folgen dann alle übrigen Grössen. Die Rechnungen lassen sich relativ einfach und übersichtlich mit Hilfe der Matrizenrechnung auf einer elektronischen Rechenanlage durchführen. Es sind für die verschiedenen Geschwindigkeiten (γ -Werte) und für die verschiedenen Lagen des Dipols der Länge nach dessen optimale Werte berechnet worden. Aus der graphischen Darstellung der Ergebnisse wurde für jedes Modell und für jede Geschwindigkeit der optimale Dipol ermittelt. Die Diagramme 1 + 5 geben die Ergebnisse in graphischer Darstellung wieder.

Berechnung der optimalen Werte des Kugelwulstes

Die Berechnung der optimalen Werte für den Kugelwulst (resp. Dipol) werden mit Hilfe des Michellschen Widerstandsintegrals, dessen Typintegrale für die Polynomdarstellung der Dipolverteilung $m(x) = -c/2\pi \cdot y(x)$ tabelliert vorhanden sind, für die symmetrische Anordnung von Bug- und Heckwulst durchgeführt. Die Modelle haben folgende allgemeine Gestalt der Spantarealkurve

$$\eta(\xi) = 1 - a_2 \xi^2 - a_4 \xi^4 - a_6 \xi^6 \quad \text{Gl. 1}$$

Tafel 1 gibt die verschiedenen a_i der einzelnen untersuchten Modelle an.

Tafel 1

φ	a_2	a_4	a_6
0,520	+ 2,550	- 2,600	+ 1,050
0,560	+ 2,025	- 1,550	+ 0,525
0,600	+ 1,500	- 0,500	0
0,640	+ 0,975	+ 0,550	- 0,525
0,680	+ 0,450	+ 1,600	- 1,050
0,720	- 0,075	+ 2,650	- 1,575

Für das Modell mit Wulst geht Gl. 1 über in

$$\eta_{ges}(\xi) = \eta_0(\xi) + \text{Dipol} \quad \text{Gl. 2}$$

Mit Hilfe dieser formalen Schreibweise lässt sich der Wellenwiderstand berechnen, der sich folgendermassen aufteilen lässt

$$R_{ges}^* = R_o^* \pm R_{ob}^* + R_b^* \quad \text{Gl. 3}$$

Schreibt man für $\eta_0(\xi)$

$$\eta_0(\xi) = \sum_0^n a_i \cdot \xi^i \quad \text{Gl. 4}$$

dann lassen sich die einzelnen Widerstandsteile nach den Gleichungen 5 berechnen.

$$\begin{aligned}
 R_o^+ &= (\sum i \cdot a_i)^2 \cdot \mathcal{M}^{ij} \\
 R_{ob}^+ &= (\sum i \cdot a_i) \cdot \Delta\varphi \cdot 2 \cdot \mathcal{M}^{iD} \\
 R_b^+ &= (\Delta\varphi)^2 \cdot \mathcal{M}^{DD}
 \end{aligned}
 \tag{Gl.5}$$

Dabei bedeuten

R_o^+ den Wellenwiderstand des Grundmodells

R_{ob}^+ den Interferenzwiderstand zwischen Grundmodell und Wulst

R_b^+ den Eigenwiderstand des Wulstes

\mathcal{M}^{ij} die Typintegrale des Michell'schen Widerstandsintegrals

$\Delta\varphi$ die dimensionlose Dipolstärke

Die Widerstandsteile R_{ob}^+ und R_b^+ sind nun als Widerstandsänderung durch einen Wulst zusammengefasst worden:

$$\Delta R^+ = \pm R_{ob}^+ + R_b^+
 \tag{Gl.6}$$

Für die optimalen Grössen folgen aus Gl.3 und Gl.5 nach der Bedingung $\delta R^+ / \delta \Delta\varphi = 0$

$$\Delta\varphi_{opt} = \frac{(\sum i \cdot a_i) \cdot \mathcal{M}^{iD}}{\mathcal{M}^{DD}}
 \tag{Gl.7}$$

$$\Delta R_{opt}^+ = \pm (\sum i \cdot a_i) \cdot \Delta\varphi_{opt} \cdot \mathcal{M}^{iD}
 \tag{Gl.8}$$

Setzt man für das Dipolmoment

$$M_o = \frac{(1+k_x) \cdot c \cdot \bar{V}_b}{4\pi}
 \tag{Gl.9}$$

mit \bar{V}_b als Volumen des Wulstes und k_x als Koeffizienten der hydrodynamischen Masse des Volumens in x-Richtung ($k_x = 1/2$ für die Kugel), dann erhält man aus $\Delta\varphi$ das Volumen, bzw. den Kugelradius des Wulstes. Das Wulstvolumen wird zweckmässigerweise gleich auf das Modellvolumen

$$V_m = L \cdot B \cdot T \cdot \varphi \cdot \beta \quad \text{Gl.10}$$

bezogen.

Nun ist $\Delta\varphi$ gleich

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi \cdot M_0}{c \cdot L \cdot B \cdot T} \quad \text{Gl.11}$$

Damit ergeben sich die gesuchten Werte zu

$$\frac{V_b}{V_m} = \frac{\Delta\varphi}{\varphi \beta \cdot (1+k_x)} \quad \text{Gl.12}$$

$$r_{opt} = a \cdot \sqrt[3]{\Delta\varphi_{opt}}$$

mit

$$a = \sqrt[3]{\frac{3L \cdot B \cdot T}{4\pi(1+k_x)}} \quad \text{Gl.13}$$

Fasst man nun die Terme $\sum i \cdot a_i$, M^{id} und M^{dp} als Matrizen auf, dann lassen sich die Berechnungen in einem Zuge durchführen.

Es sind folgende Werte für die einzelnen Modelle berechnet worden:

1. $\Delta\varphi_{opt}$
2. $\sqrt[3]{\Delta\varphi_{opt}}$
3. ΔR_{opt}^+

Aus diesen Grössen wurden die optimalen Werte des Wulstes ermittelt und in den folgenden Diagrammen graphisch dargestellt.

1. Optimaler Kugelradius: Diagramm 1 zeigt den optimalen mit $1/\sqrt[3]{\frac{L \cdot B \cdot T}{2\pi}}$ dimensionslos gemachten Kugelradius aufgetragen in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Es zeigt sich, dass mit Ausnahme des Bereiches $3,5 < \gamma < 7,5$ die Radien nur wenig vom Parameter φ abhängen. Gerade in diesem Bereich wird der Wulst bevorzugt verwendet ($0,36 > Fr > 0,26$). Ferner folgt noch aus der Darstellung, dass für $\varphi \leq 0,52$ ein Wulst praktisch wertlos ist.

2. Das Verhältnis des Wulstvolumens zum Modellvolumen: Da die Wirkung des Wulstes entscheidend von der lokalen Volumenkonzentration abhängt, ist dieses Verhältnis zur Charakterisierung des Wulsteffektes sehr geeignet. Aus diesem Diagramm folgt unmittelbar das maximal mögliche Volumen eines Wulstes in % des Modellvolumens. In triviale Weise wächst das Verhältnis mit wachsendem φ .

3. Optimale Lage der Länge nach: Diagramm 3 enthält die graphisch ermittelte optimale Lage des Dipols der Länge nach in % der Modelllänge. Es zeigt sich deutlich, dass in diesen Fällen das Wulstzentrum vorwiegend hinter dem vorderen resp. vor dem hinteren Lot liegt.

4. Optimale Widerstandsänderung ΔR_{opt}^T : Diagramm 4 und 5 zeigen ΔR_{opt}^T in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Aus Diagramm 4 ist ersichtlich, dass ab $\gamma_0 = 3$ der Wellenwiderstand um mehr als 80% verringert werden kann.

Modellversuche

Nach dem Studium der Verhältnisse über die Wirkung eines Wulstes, der theoretisch durch einen Dipol dargestellt wird, erschien das Modell mit $\varphi = 0,68$ das geeignetste zu sein. Hier treten die Effekte bezüglich Größe und Lage des Dipols besonders hervor. Leider ist das Modell, das die Nummer 1782 der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau Berlin hat, bei den Messfahrten ohne Wulst zu Bruch gegangen. Es ist deshalb das Modell mit $\varphi = 0,72$ (Nr. 1781) gewählt worden. Bei diesem Modell sind die theoretischen Effekte ebenfalls sehr deutlich, und es lässt auch im Modellversuch auf gute Resultate hoffen. Nur wird mit einigen Schwierigkeiten bei Geschwindigkeiten von $Fr \geq 0,3$ zu rechnen sein, wenn der optimale Wulst angebracht ist. Ein Modell mit kleinerem φ zu wählen schien nicht ratsam, da die Deutlichkeit der Effekte abnimmt. Die Durchführung der Modellversuche und der Bau des Modells erfolgten nach Inui(2), Kumano(3) und Wigley(5). Entgegen der Theorie hat der Wulstkörper keine Kugelgestalt, sondern ist

als stromlinienförmiger Rotationskörper ausgebildet worden, wobei nur die Volumengleichheit zwischen Kugel und Rotationskörper gefordert wurde. Die Abweichung von der Theorie ist ein Zugeständnis an die reale Flüssigkeit, um zu starke und störende Ablösungserscheinungen zu vermeiden. Der vordere Wulstkörper hat in Fahrtrichtung als Abschluss eine Halbkugel (analog Wigley(5), Kumano(3) und Takahei(4)) und der hintere ist stromlinienförmig abgeschlossen worden (analog Kumano(3)). Die leichte Störung der Symmetrie wurde in Kauf genommen. Abbildung 1 zeigt die Anordnung der beiden Wulstkörper, sowie ihre Erzeugende. Da die theoretischen Berechnungen als optimale Tiefenlage des Wulstzentrums die Basis angibt, ergab sich notgedrungen ein Durchhängen der Mittschiffsebene an den Enden. Diese Erscheinung wird kaum einen schlechten Einfluss auf die Messungen ausüben, zumal die Modelle von Kumano(3) und Takahei(4) ähnlich an den Enden durchhängen. Genaue Aussagen über die Richtigkeit der Konstruktion können nicht gemacht werden, da fast keine Beispiele derart vorhanden sind. Als Konstruktionsgeschwindigkeit wurde $\gamma_0 = 7,5$ ($Fr = 0,26$) gewählt. Der Gedanke war, die Geschwindigkeit wegen des grossen Schärfegrades ϕ von 0,72 nicht zu gross zu wählen, andererseits aber, um noch gut sichtbare Effekte zu erzielen, nicht zu klein ausfallen zu lassen. $\gamma_0 = 7,5$ liegt gerade im Anstieg zum zweiten Maximum der Widerstandskurve. Für diese Geschwindigkeit und für das Modell 1781 wurde der optimale Wulst nach Lage und Grösse ausgewählt. Die optimale Grösse beträgt 3,6 % des Modellvolumens, während die optimale Lage des Wulstzentrums bei 2,5 % von L hinter dem vorderen resp. vor dem hinteren Lot liegt. Um nun diese theoretische Aussage zu überprüfen, wird der Wulst in drei Lagen der Länge nach angeordnet und untersucht. Dabei soll die Lage des Wulstzentrums bei 2,5 % vor dem vorderen resp. hinter dem hinteren Lot sogar eine Verschlechterung des gesamten Wellenwiderstandes bringen. Diagramm 7 zeigt die Widerstandsänderung des Modells infolge eines Wulstes von 3,6 % des Modellvolumens optimal ausgelegt für $\gamma_0 = 7,5$ in Abhängig-

keit von der Geschwindigkeit. ΔR_{opt}^+ ist für die drei Lagen der Länge nach berechnet und aufgetragen worden.

Eine Variation im Volumen wird indirekt dadurch gemacht, dass mehrere Geschwindigkeiten um $\gamma_0 = 7,5$ geschleppt werden. Dabei muss sich zeigen, dass ab $\gamma_0 = 11$ ($Fr = 0,215$) alle Wulstformen schlechter als das Modell ohne Wulst sind. Der Grund hierfür liegt im zu grossen Wulstvolumen, das im optimalen Fall für diese Geschwindigkeit weniger als 2 % des Modellvolumens beträgt. Nach der Theorie muss der Wellenwiderstand im Optimalfall zu 90 % verschwinden (Diagramm 4).

Durchführung der Versuche

Das Volumen von 3,6 % des Modellvolumens für den Wulst wurde zu je der Hälfte auf den vorderen und hinteren Wulstkörper verteilt. Für die rotationssymmetrischen Wulstkörper ergeben sich folgende Abmessungen der Erzeugenden, wobei das Zentrum an der dicksten Stelle liegt.

vorderer Körper

Spt.	r (cm)
18	0,20
18,25	1,06
18,5	2,23
18,75	3,60
19	5,10
19,25	6,500
19,5	7,70
19,75	8,59
20	9,00 (Zentrum)
Radius	9,00 cm
gesamte Länge	59 cm
V	= 6650 cm ³
O	= 2060 cm ²

hinterer Körper

Spt.	r (cm)
-0,5	1,50
-0,25	6,40
(Zentrum) 0	8,60
0,25	8,55
0,50	7,70
0,75	6,50
1	5,10
1,25	3,60
1,5	2,23
1,75	1,06
2	0,20
gesamte Länge	64 cm
V	= 6650 cm ³
O	= 2060 cm ²

Im Vergleich zum Grundmodell ergeben sich für die 3 Lagen des Wulstes folgende Kenngrößen (Abb.2)

Spant	3.Lage:Zentrum im		2.Lage:Zentrum im		1.Lage:Zentrum im	
	vorn	hint.	vorn	hint.	vorn	hint.
$\bar{V}_b \text{ cm}^3$	5050	5050	5810	5990	6330	6330
$\bar{V}_b / \bar{V}_m \%$	1,29	1,29	1,48	1,53	1,61	1,61
$O_b \text{ cm}^2$	960	960	1260	1260	1620	1620
$O_b / O_m \%$	2,61	2,61	3,42	3,42	4,40	4,40

Die vorliegende Konstruktion erreicht zwar nur 2,6 % des Modellvolumens im Optimalfall (3. Lage); diese Verringerung des Volumens verfälscht kaum die Effekte, denn ΔR_{opt}^+ hängt quadratisch von $\Delta \varphi$ ab. Eine Änderung von $\Delta \varphi$ um 30 % ändert ΔR_{opt}^+ kaum.

Es sind folgende Kombinationen in Auftrag gegeben worden:

1. hinterer Körper mit dem Zentrum im Spant - 0,5
vorderer Körper mit dem Zentrum im Spant 20,5
2. hinterer Körper mit dem Zentrum im Spant 0
vorderer Körper mit dem Zentrum im Spant 20,5
3. hinterer Körper mit dem Zentrum im Spant + 0,5
vorderer Körper mit dem Zentrum im Spant 20,5
4. hinterer Körper mit dem Zentrum im Spant + 0,5
vorderer Körper mit dem Zentrum im Spant 19,5

Die beiden unsymmetrischen Anordnungen 2 und 3 sind ein Zugeständnis an die reale Flüssigkeit, und sollen die Behauptung Inuis bestätigen, dass infolge der Zähigkeit der Flüssigkeit das Zentrum des hinteren Wulstkörpers in Fahrtrichtung aus der symmetrischen Anordnung verschoben ist, um eine praktische optimale Wirkung mit zwei Wulstkörpern zu erzielen.

Für jede Anordnung werden sieben Geschwindigkeiten wie folgt gefahren

- | | | |
|---------------|---------------|------------------------------------|
| 1. Fr = 0,293 | 2. Fr = 0,271 | 3. Fr = 0,259 ($\gamma_0 = 7,5$) |
| 4. Fr = 0,242 | 5. Fr = 0,228 | 6. Fr = 0,212 |
| | | 7. Fr = 0,182 |

Vergleich mit den jüngsten japanischen Experimenten

Abbildung 3 gibt die Spantarealkurve der Modelle wieder, die Takahei(4) und Kumano(3) bei ihren Experimenten benutzten. Entgegen den hier vorliegenden theoretischen Berechnungen haben die Wulstkörper vorn und hinten zusammen ein Volumen von 7,35 % bzw. 6,08 % ,Werte wie sie für den Schärfegrad von $\varphi = 0,65$ und für $\gamma_0 = 7,5$ sehr gross erscheinen. Ferner liegt die optimale Lage des Wulstzentrums der Länge nach bei 2,5 % der Modelllänge vor dem vorderen resp.hinter dem hinteren Lot. Allerdings handelt es sich hierbei um aus der Dipolverteilung errechnete Modelle, bei denen die Ergebnisse durchaus anders geartet sein können. Leider muss erwähnt werden, dass das sog. 'wellenlose Schiff', das einen vorderen und hinteren Wulst besitzt, durch Probieren mit dem hinteren Wulst entstand. Hierfür konnte die Theorie (nach Kumano (3)) keinen brauchbaren Hinweis für die praktische Ausbildung eines 'wellenlosen Schiffes' geben.

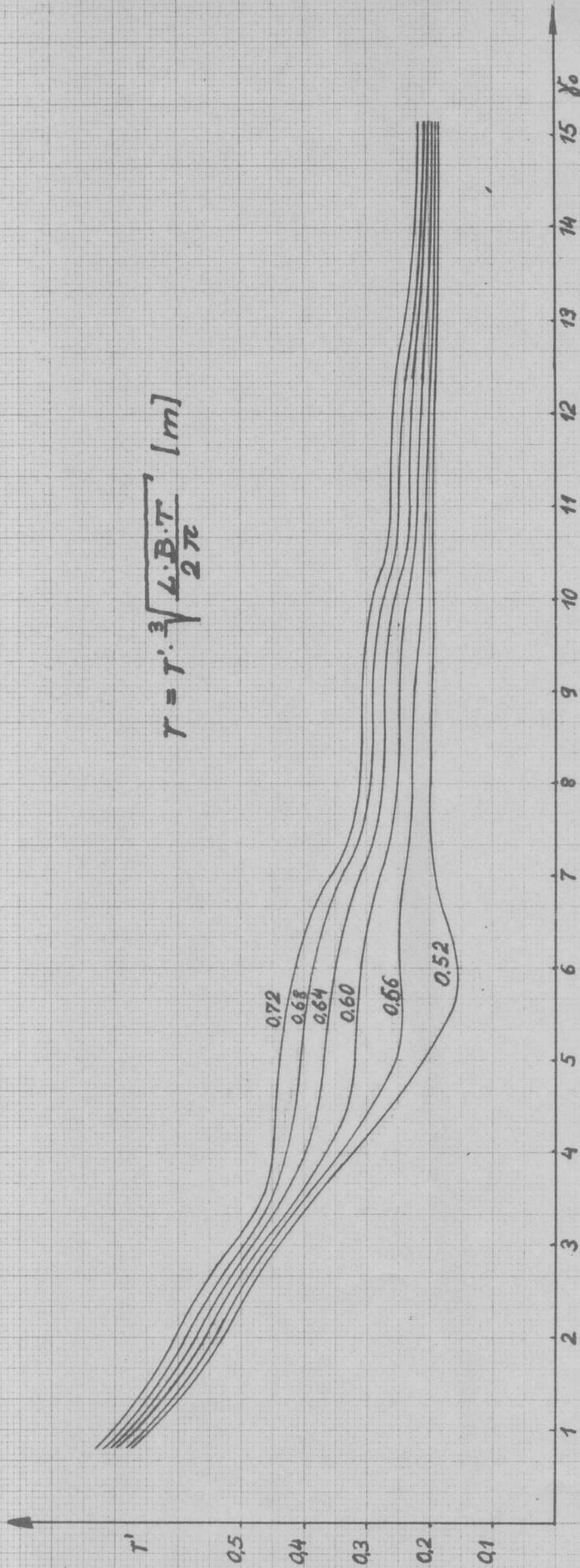
Die Modelle von Inui (2) hatten einen maximalen Bugwulst von 0,325 % der Gesamtverdrängung. Allerdings handelte es sich um Supertankermodelle mit einem $\delta = 0,80$. Da hier noch andere Gesichtspunkte eine Rolle spielten, erscheint die Wulstgrösse bei $\gamma_0 = 12$ gerechtfertigt.

Die sorgfältige Untersuchung der Versuchsergebnisse von Lindblad (1) mit nur einem Bugwulst von maximal 1,4 % des Gesamtvolumens und einem $\varphi = 0,60$ bestätigt schon die mit dem Dipol gemachten Aussagen.

Es kann gesagt werden, dass für die Wirkung des Wulstes in der Praxis die lokale Konzentration von Deplacement die entscheidende Rolle spielt.

Literaturverzeichnis

- 1 Lindblad, A. 'Further Experiments with Bulbous Bows'
Publication of the Swedish State Ship-
building Experimental Tank (1948)
- 2 Inui, T. 'Wave Profile Measurements on the Wave-
Making Characteristics of the Bulbous
Bow' (japan.)
(japanische Veröffentlichung 1961)
3. Kumano, M. 'A Study on the Waveless Stern' I
(japan.)
(japanische Veröffentlichung 1961)
4. Takahei, T. 'A Study on the Waveless Bow' I
(japan.)
(japanische Veröffentlichung 1961)
5. Wigley, W.C.S. 'The Theorie of the Bulbous Bow and its
Practical Application'
Transactions of the North-East Coast
Institution of Engineers and Ship-
builders (1935 + 36)



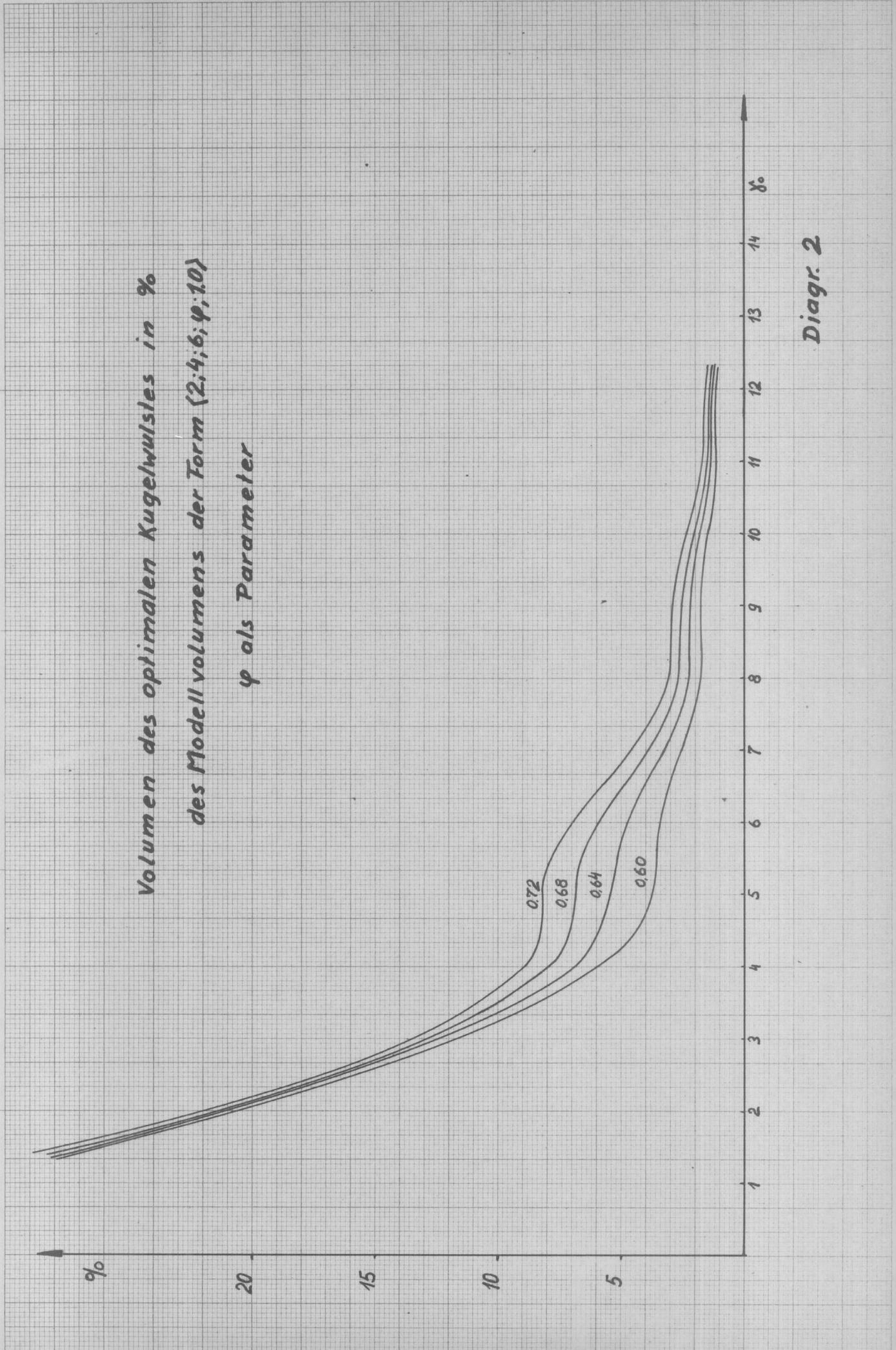
$$r = r' \cdot \sqrt[3]{\frac{L \cdot B \cdot T}{2\pi}} \quad [m]$$

Dimensionsloser optimaler Radius r' des Kugelwulstes
 der Form $\langle 2; 4; 6; \varphi; 10 \rangle$
 φ als Parameter

Diagr. 1

Volumen des optimalen Kugelwulstes in %
des Modellvolumens der Form (2;4;6; φ ;10)

φ als Parameter

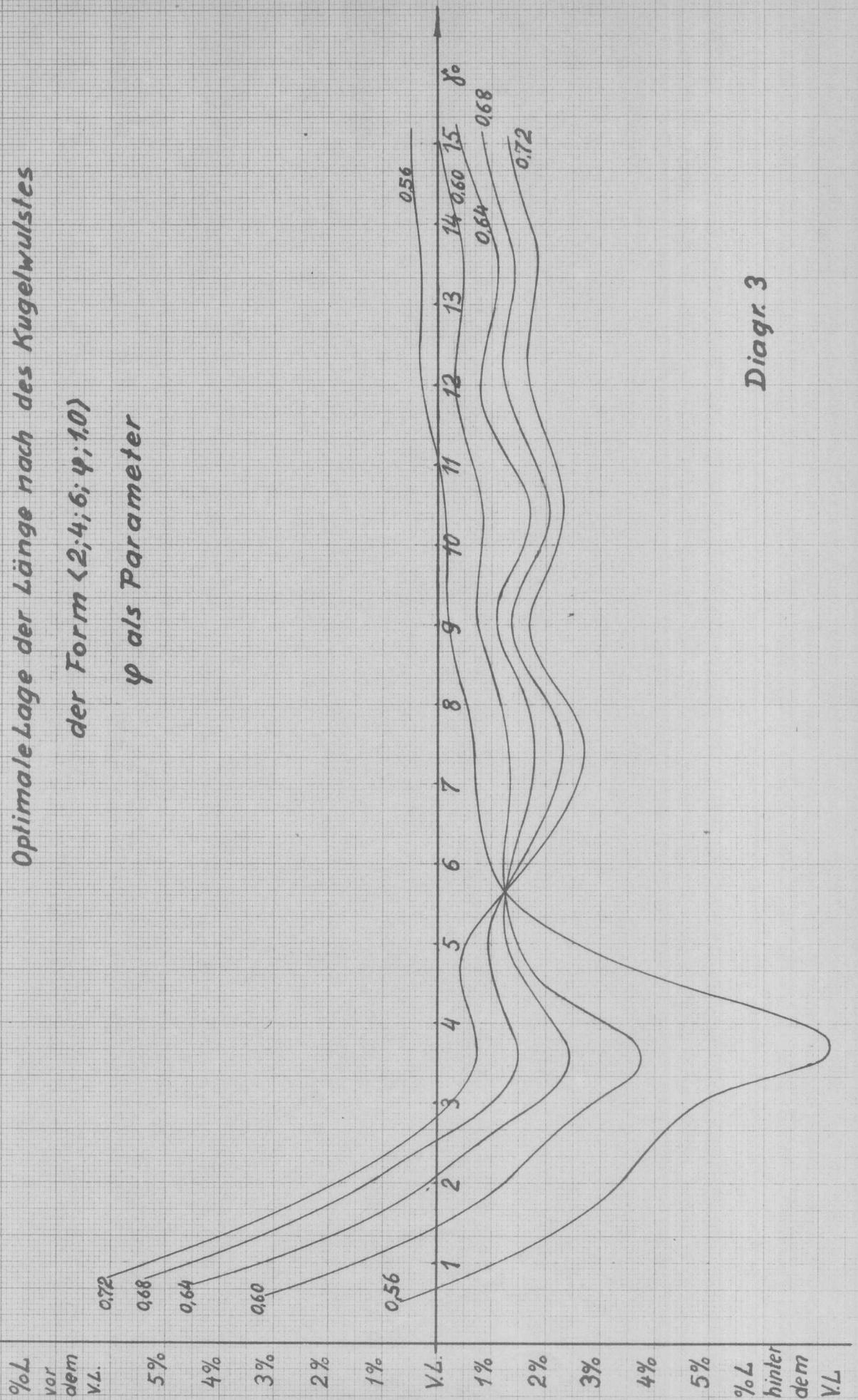


Diagr. 2

Optimale Lage der Länge nach des Kugelwulstes

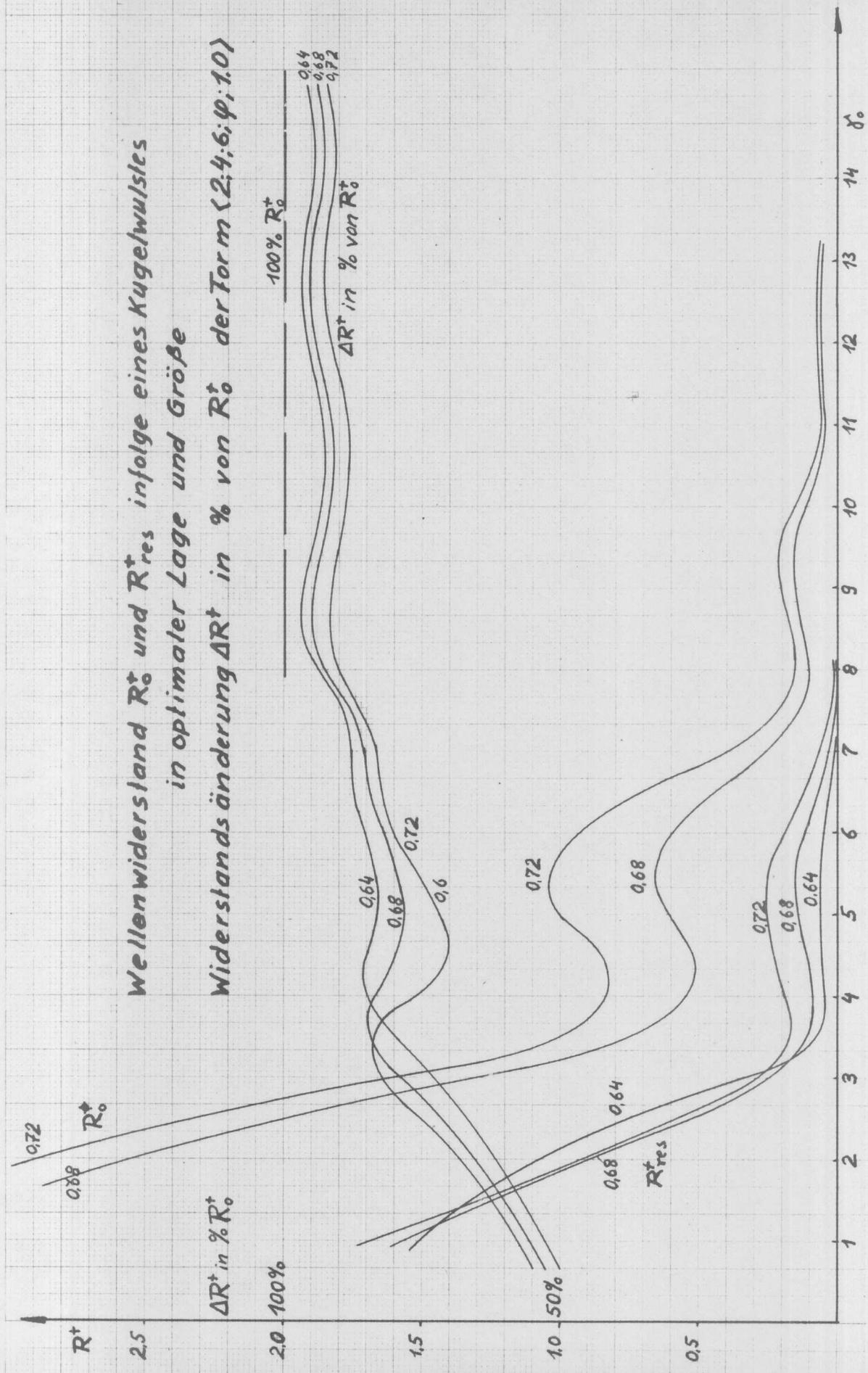
der Form $\langle 2; 4; 6; \varphi; 10 \rangle$

φ als Parameter



Diagr. 3

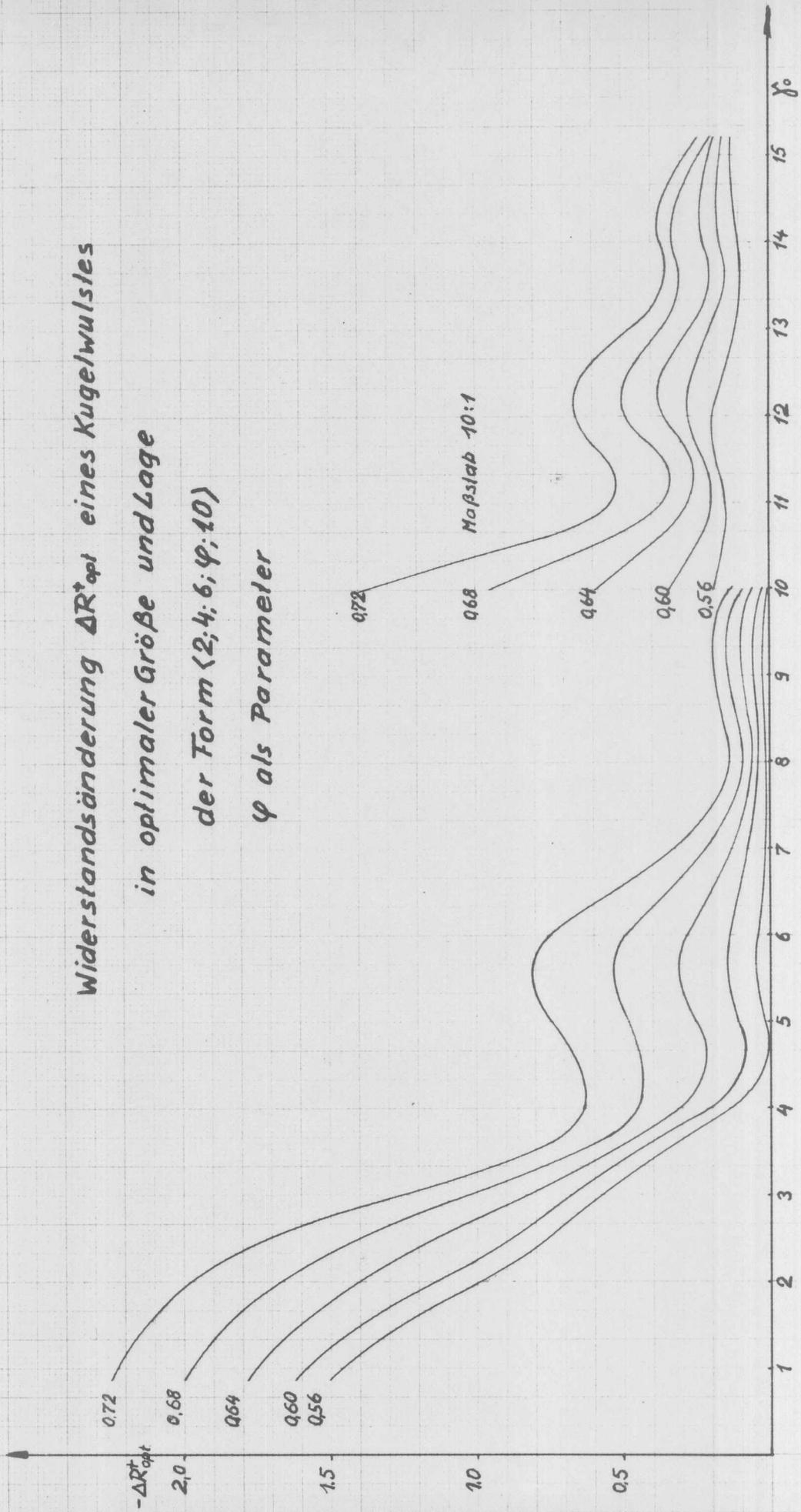




Wellenwiderstand R_0^+ und R_{res}^+ infolge eines Kugelwulstes
 in optimaler Lage und Größe
 Widerstandsänderung ΔR^+ in % von R_0^+ der Form $\langle 2; 4; 6; \varphi; 1.0 \rangle$

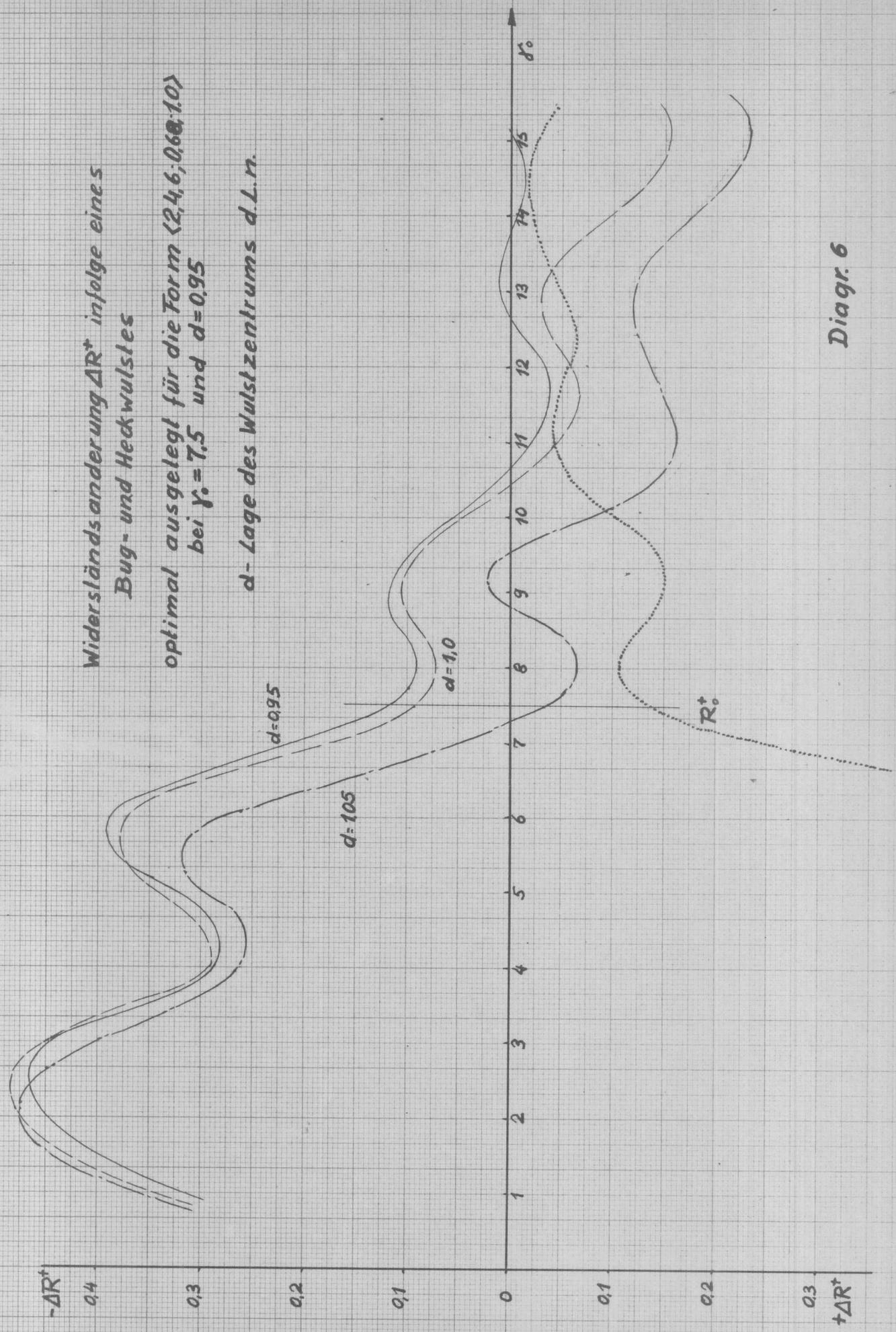
Diagr. 4

Widerstandsänderung ΔR^*_{opt} eines Kugelwulstes
 in optimaler Größe und Lage
 der Form $(2; 4; 6; \varphi; 10)$
 φ als Parameter



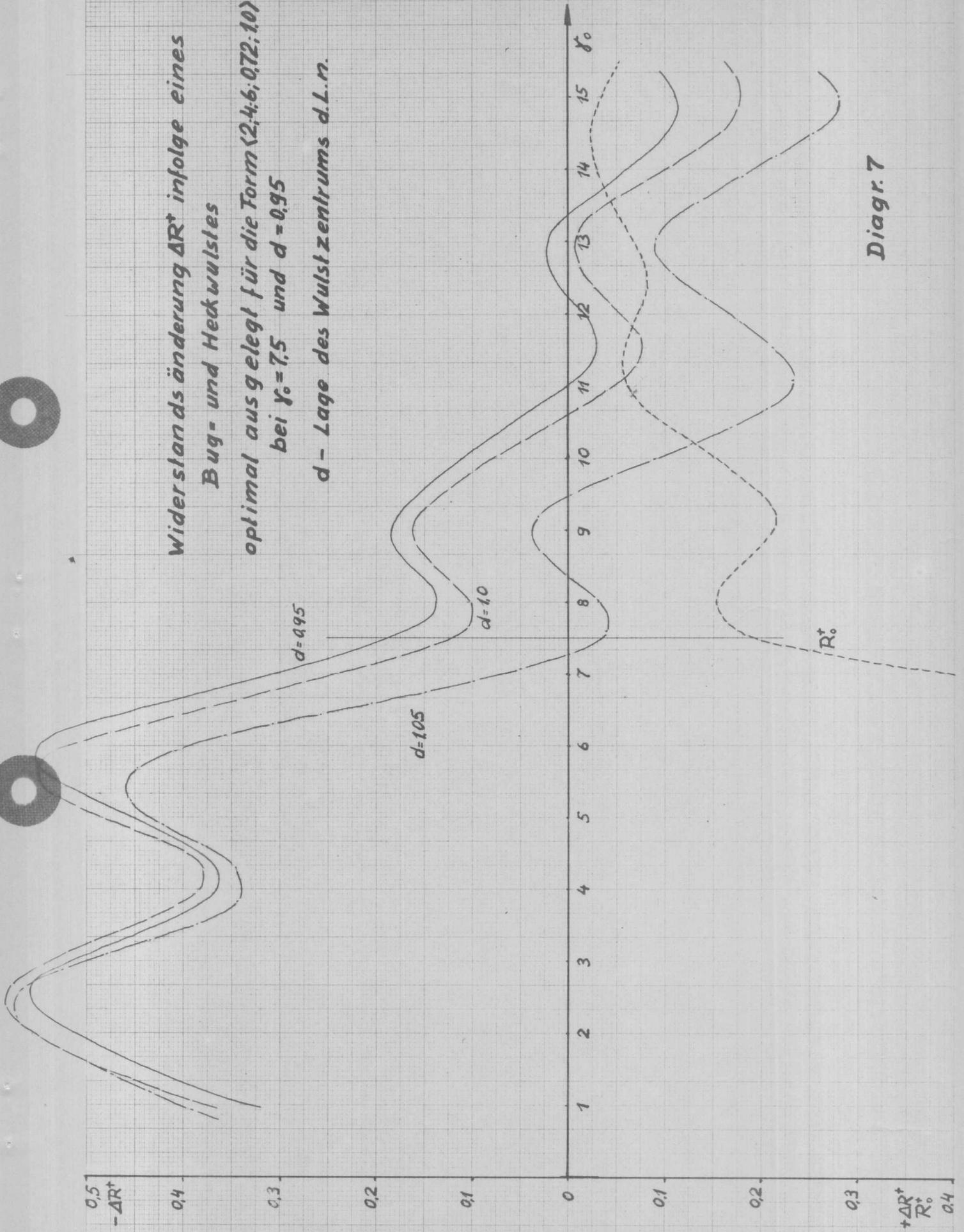
Diagr. 5

Widerstandsänderung ΔR^* infolge eines Bug- und Heckwulstes
 optimal ausgelegt für die Form $\langle 2,4,6,0,60,10 \rangle$
 bei $\gamma_0 = 7,5$ und $d = 0,95$
 d - Lage des Wulstzentrums d.L.n.



Diagr. 6

Widerstandsänderung ΔR^+ infolge eines
 Bug- und Heckwulstes
 optimal ausgelegt für die Form (2,4;6;0,72;10)
 bei $\gamma_0 = 7,5$ und $d = 0,95$
 d - Lage des Wulstzentrums d.L.n.



Diagr. 7

**Modell 1781 mit vorderem und hinterem Wulstkörper
ausgelegt für $\gamma_0 = 7.5$**

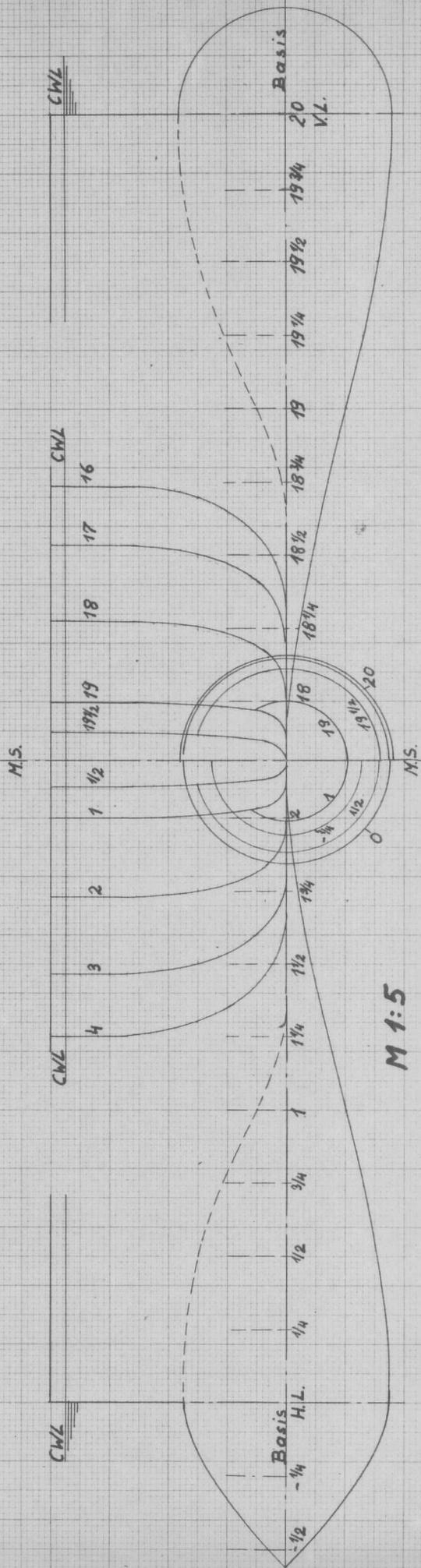
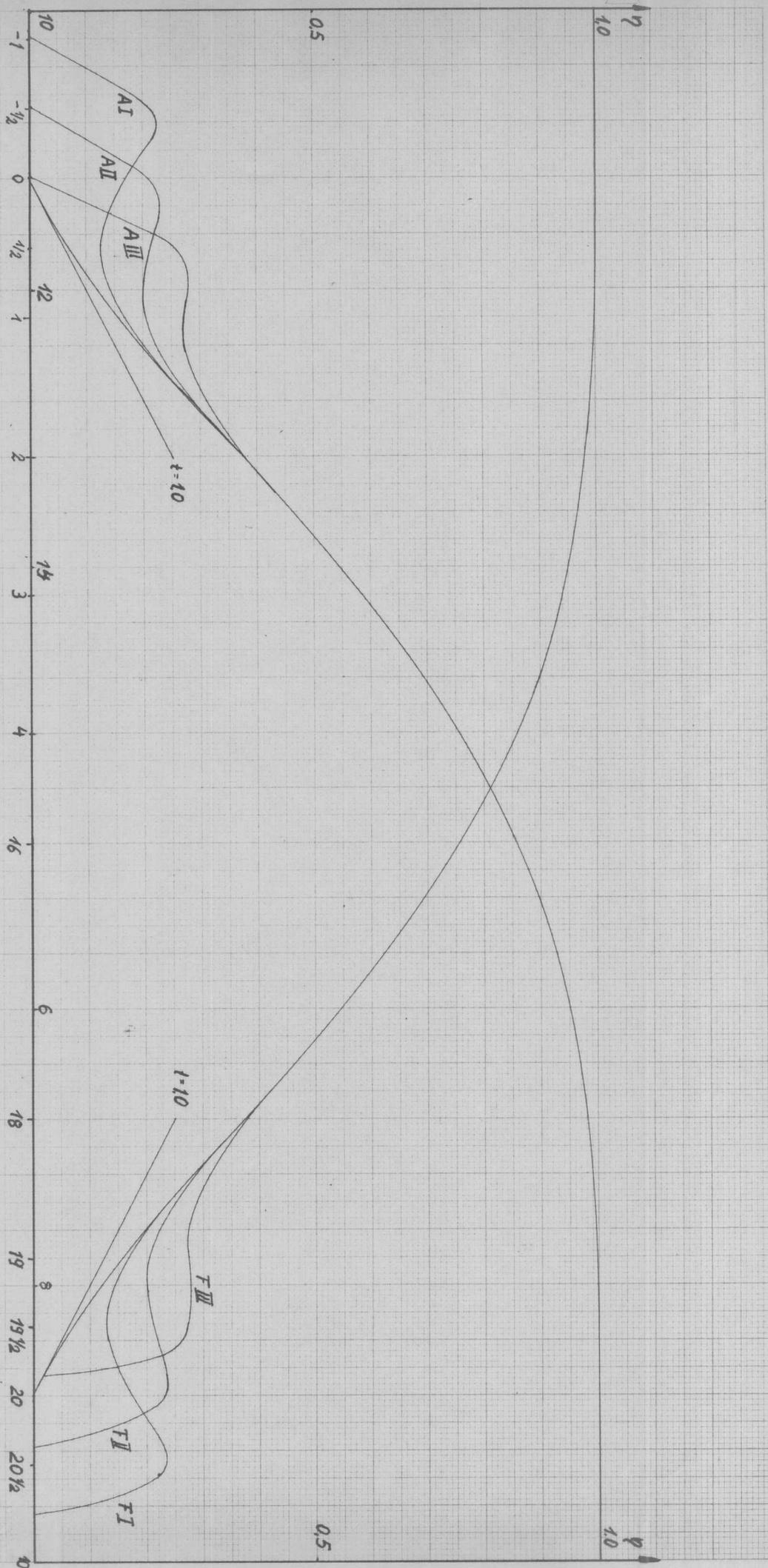


Abb. 1



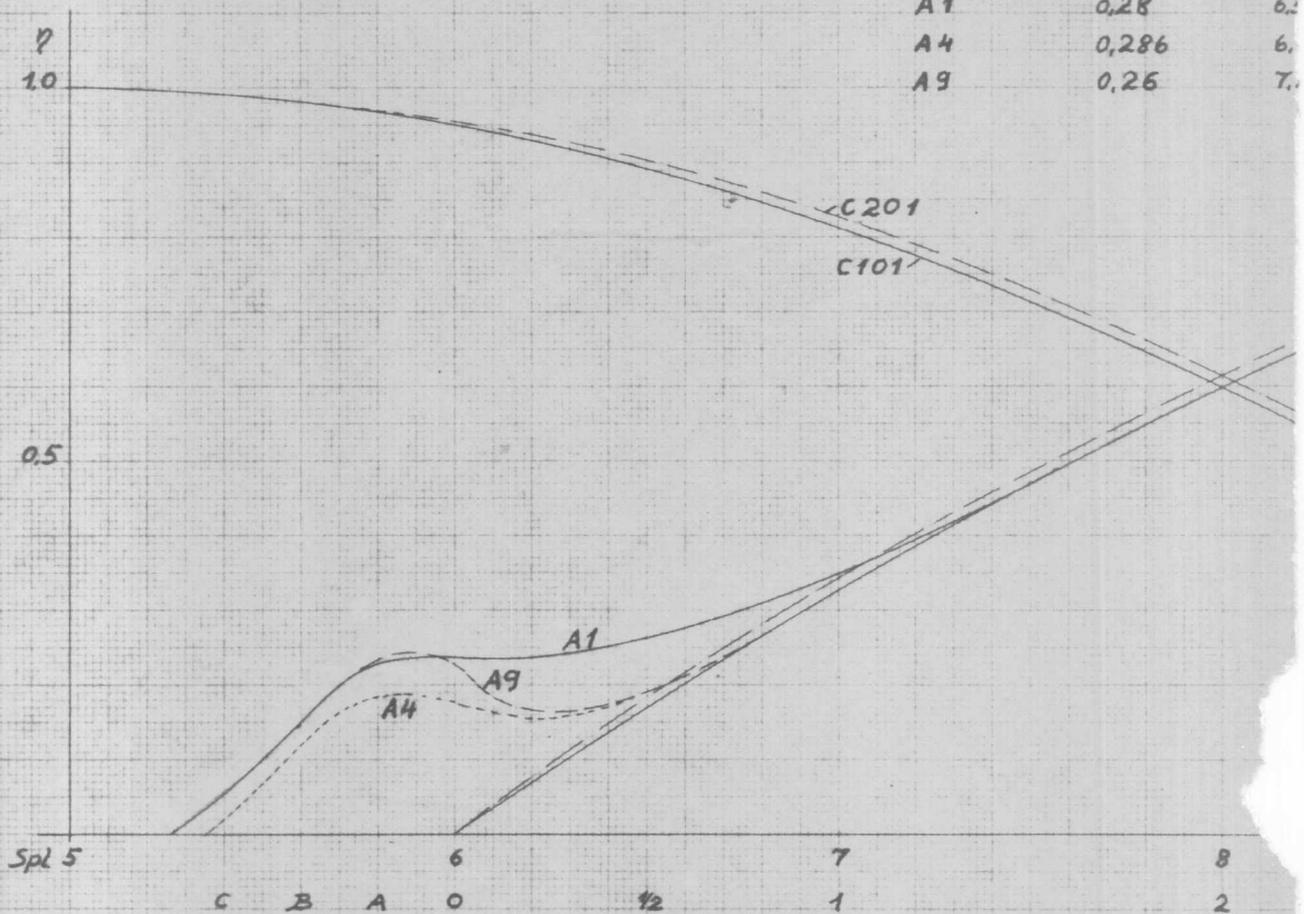
Spantarealkurve der Form (2;4;6;0.72.10)
 und der Wulstformen für $\gamma_0 = 7.5$ in den

3 Logen der Länge nach

Abb. 2

Konstruktionsgeschw.

Form	Fr.	Y ₀
C101	0,26	7,5
C201	0,28	6,5
F1	0,25	8,0
F2	0,267	7,0
A1	0,28	6,2
A4	0,286	6,1
A9	0,26	7,1

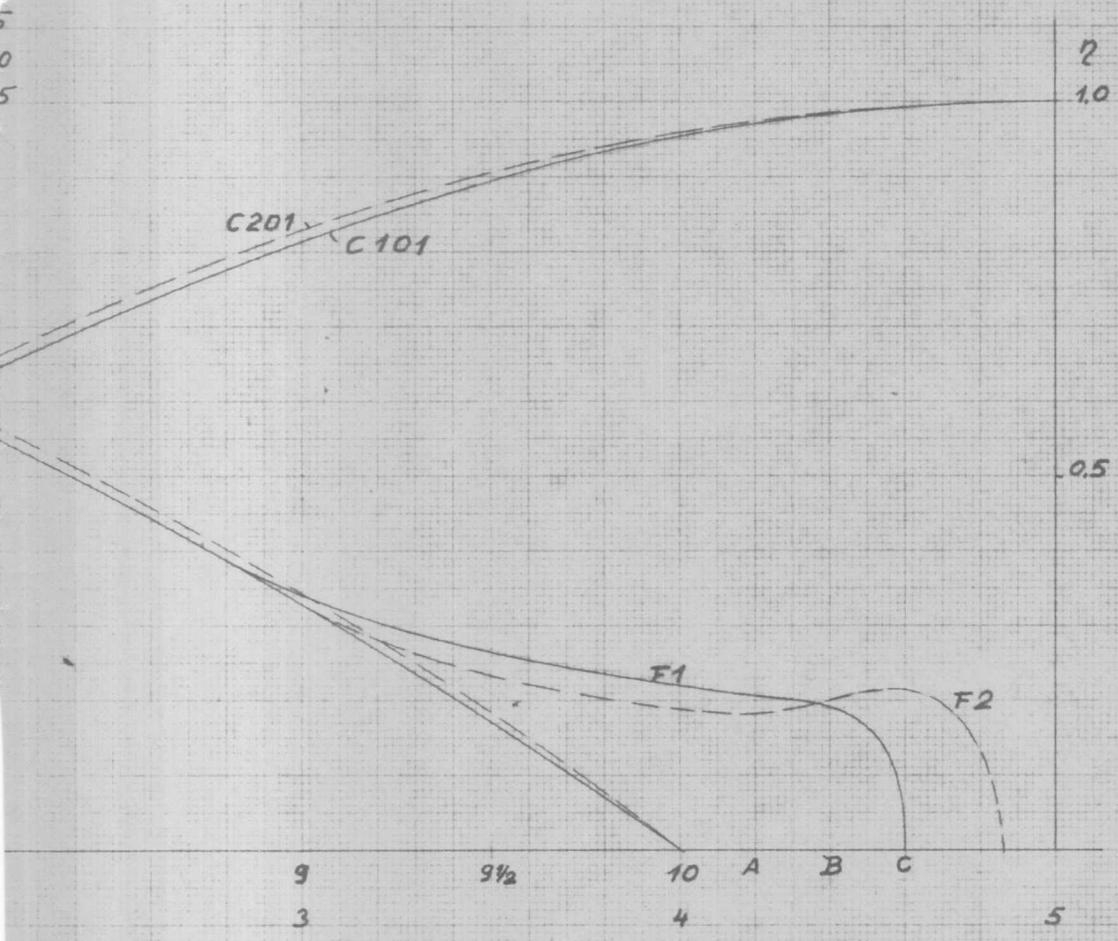


Spontarealkurven der von Kumano un
und die entsprechenden vo
Wulstformen

C201 Verteilung der Q-S-Singulari

C101 Verteilung der Q-S-Singulari

indigkeiten



d Takahei untersuchten Formen
 rderen und hinteren

läten $m(\xi) = 0,6 \sin\left[\frac{\pi}{2}(1-\xi)\right]$ $\varphi \approx 0,655$ vornKörper
 läten $m(\xi) = 0,4 \sin\left[\frac{\pi}{2}(1-\xi)\right]$ $\varphi \approx 0,645$ vom Körper

Abb. 3