

**Ein Beitrag zur
numerischen und experimentellen
Untersuchung extremer
Schiffsbewegungen**

Vom Promotionsausschuss der
Technischen Universität Hamburg–Harburg
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor–Ingenieur
genehmigte Dissertation

von
Marc-André Pick
aus Hamburg

2009

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Edwin Kreuzer
Institut für Mechanik und Meerestechnik
Technische Universität Hamburg-Harburg

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Wagner
Deutsches SOFIA Institut
Universität Stuttgart

Tag der mündlichen Prüfung: 19. September 2008

Danksagung

Eine Dissertation wie die hier vorliegende kann nur mit Hilfe der Unterstützung vieler Personen entstehen, für die ich mich an dieser Stelle sehr herzlich bedanken möchte.

Als erstes sei hier **Prof. Edwin Kreuzer** genannt, der meine Arbeit stets mit einer bemerkenswerten Geduld und einem nie versiegenden Optimismus förderte und die Leitung des Promotionsverfahrens übernahm. Ich kann mich nicht daran erinnern, dass er mir je einen Wunsch nach einem Gerät für meine Arbeit trotz der stets begrenzten Mittel endgültig versagt oder meine Streifzüge in die unterschiedlichen Bereiche der Computer-, der Netzwerk- und der Versuchstechnik eingeschränkt hat. **Prof. Jörg Wagner** danke ich für die zahlreichen Diskussionen zur Integrierten Positionsmessung und die hilfreichen Hinweise, die mich per E-Mail auch aus der Mojave-Wüste während seiner Arbeiten am SOFIA Teleskop erreicht haben. **Prof. Günter Ackermann** danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Bei meinen Kollegen am Institut **Katrin Ellermann, Henning Struck, Andreas Bockstedte** und **Daniel Dreyer** bedanke ich mich für die bis heute anhaltende Freundschaft und für die vielen hilfreichen Hinweise an meinem ersten Arbeitstag, deren Gültigkeit ich bis heute bestätigen kann. **Olgierd Zaleski, Steffen Petersen, Wulf von Karstedt, Wolfgang Sichermann, Astrid Schulze, Philip Glösmann, Thilo König, Sören Callsen, Andreas Gaull, Hanna Keitzel, Florian Stache, Eva Heesen, Michael Steidl, Cornelius Weiss, Martin Withalm, Leo Dostal** und **Amin Chabchoub** bedanke ich mich für deren Beiträge zu unserem sehr guten Betriebsklima, das meine Entscheidung, zunächst am Institut zu bleiben, maßgeblich beeinflusst hat. **Prof. Oskar Mahrenholtz, Volker Schlegel** und **Marian Markiewicz** danke ich sehr für die vielen Diskussionen und Ratschläge zu Problemen der Mechanik, der Messtechnik, der Hydrodynamik und „des großen Ganzen“.

Meinen Studien- und Diplomarbeitern sowie meinen studentischen Hilfskräften danke ich für die Umsetzung vieler Details meiner Arbeit, stellvertretend für mehr als einundzwanzig Studenten seien hier **Elvira Freitag, Rob Mestrom, Axel Hackbart** und **Werner Schrenk** genannt.

Den technischen Mitarbeitern **Wolfgang Brennecke, Riza Demir, Norbert Borngräber-Sander** und **Thilien Tieu-Schröder** danke ich für die engagierte und gewissenhafte Unterstützung bei den vielen Arbeiten an meinen Versuchsständen. Dieser Dank gebührt auch den Mitarbeitern der Forschungswerkstätten Maschinenbau und Elektrotechnik, wobei hier in ganz besonderem Maße Herr **Wolf-Rüdiger Otto** genannt werden muss, ohne den manch ein Sensor zu teurem Schrott verkommen wäre, und der bei allen Abschnitten meiner Arbeit entscheidende Hilfestellungen gegeben hat.

Ebenso möchte ich mich sehr herzlich bei Herrn **Martin Hafen** von der Firma Litef bedanken, der mir sehr aus einer scheinbar ausweglosen Situation geholfen hat.

Der größte Dank gebührt jedoch meinen Eltern und meiner Freundin Johanna, die mir in allen schwierigen Phasen den nötigen Rückhalt gegeben haben, und die dabei so manch eine schlechte Laune ertragen mussten.

Hamburg, im September 2009

Marc-André Pick

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen	VII
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	2
1.2 Stand der Forschung	4
1.3 Ziel und Aufbau der Arbeit	5
2 Systematische Kenteruntersuchungen	7
2.1 Modellbildung	8
2.1.1 Untersuchtes Beispielschiff	8
2.1.2 Starrkörpermodell	9
2.1.3 Berechnung der hydrostatischen und -dynamischen Kräfte und Mo- mente	11
2.2 Numerische Analyse	18
2.2.1 Methode der Pfadverfolgung	18
2.2.2 Implementierung	20
2.2.3 Verzweigungsuntersuchung	21
2.3 Vergleich mit Versuchsdaten	23
2.4 Ergebnisse der Kenteruntersuchungen	27
2.5 Zusammenfassung der Kenteruntersuchungen	33
3 Experimente	34
3.1 Laborumgebung	35
3.2 Versuchsschwimmkörper	36
3.2.1 Aktorik	36
3.2.2 Struktur	40
3.2.3 Antriebs- und Widerstandskräfte	41
3.3 Positionsmessung	43
3.3.1 Inertialmesseinheit	45
3.3.2 Stereokamera	51
3.3.3 Integriertes Messsystem	61
3.3.4 Ergebnisdiskussion	73
3.4 Positions- und Lageregler	78
3.4.1 Reglerstruktur	79
3.4.2 Lineares Streckenmodell	80
3.4.3 Reglerentwurf	81
3.5 Implementierung auf einem Bordrechner	85

3.5.1	Ablauf des Bordrechnerprogramms	86
3.5.2	Einschränkungen beim Embedded-System	88
3.6	Beispielmessung	88
3.7	Zusammenfassung Experimente	91
4	Modelle mit reduzierter Systemordnung	92
4.1	Methoden zur Ordnungsreduktion an Modellen zur Schiffsdynamik	93
4.1.1	A-Priori-Ordnungsreduktion	93
4.1.2	Systematische Ordnungsreduktion linearer Systeme	94
4.1.3	Systematische Ordnungsreduktion nichtlinearer Systeme	94
4.2	Karhunen-Loève-Transformation	96
4.3	Anwendung auf ein Modell der Schiffsdynamik	98
5	Zusammenfassung	107
A	Stereokamera	109
A.1	Koordinatentransformationen	109
A.1.1	Koordinatensysteme	109
A.1.2	Homogene Koordinaten	110
A.2	Kameramodell	111
A.3	Triangulation	114
B	Erläuternde Berechnungen	117
B.1	Berechnung der Kardanwinkel Θ aus einer Rotationsmatrix \mathbf{R}	117
B.2	Einträge der Jacobi-Matrizen	118
C	Varianzanalyse	119
D	Vergleich der Kalman-Filter Varianten	123
E	Embedded Implementierung	126
E.1	Vereinfachung der Systemgleichungen	126
E.2	Umstellung auf Festkommaarithmetik	127
	Literaturverzeichnis	130

Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen

Die aufgeführten Größen und Funktionen können mittelbar oder unmittelbar von der Zeit abhängen. Dieser Zusammenhang wird in der folgenden Aufstellung nicht explizit aufgeführt, sondern aus der Verwendung der Größen bzw. Funktionen ersichtlich.

Kleine lateinische Symbole

a	Vektor der gemessenen Beschleunigungen
<i>b</i>	Bildweite
\tilde{b}	Frequenzunabhängige Zusatzdämpfung (asymptotischer Wert für unendliche Frequenz)
d	Fehler der Rückprojektion
<i>d</i>	Wassertiefe, Widerstandsbeiwert
<i>e</i>	Fehler
f	Vektorfunktion des Fahrzeugmodells
<i>f</i>	Brennweite
<i>g</i>	Erdbeschleunigung, Gegenstandsweite
h	Vektorfunktion des Modelles der Kameramessung
<i>h</i>	Wellenhöhe, Erhebung des Laborgeländes über NN
h_{max}	Wellenhöhe bei der letzten stabilen Bewegung eines Pfades
h_{krit}	Kritische Wellenhöhe, die zum Kentern eines Schiffes führt
<i>i, j</i>	Indexvariablen
k	Vektor der inneren Kräfte und Momente, Vektor der Kalman-Verstärkung
<i>k</i>	Wellenzahl
<i>m</i>	Masse
m_{SK}	Masse des Versuchsschwimmkörpers
n	Normalenvektor
<i>n</i>	Motordrehzahl
<i>p</i>	Druck

p_0	Umgebungsdruck an der Wasseroberfläche
\mathbf{q}	Vektor der eingprägten Kräfte und Momente
\mathbf{r}	Ortsvektor
\mathbf{r}_{GS}	Ortsvektor vom Schwerpunkt G zum Flächenschwerpunkt von dS
s	Komplexe Frequenz, Breite eines Pixel
\mathbf{t}	Ortsvektor zum Brennpunkt einer Kamera, Vektorfunktion zur Bestimmung der Kardanwinkel aus einer Rotationsmatrix
t	Zeit
t_d	Totzeit, Latenzzeit
u	Vorwärtsgeschwindigkeit des Schiffes (Sollwert)
$\dot{\mathbf{u}}_x$	Vektor der Spantgeschwindigkeit im spantfesten KOS
$\dot{\mathbf{u}}_\xi$	Vektor der Gesamtgeschwindigkeit des Schiffes im raumfesten KOS
$\dot{\mathbf{u}}_w$	Vektor der Orbitalgeschwindigkeit des Wassers um einen Spant
\mathbf{v}	Geschwindigkeitsvektor der Strömung, Rauschvektor der Kameramesung
\mathbf{w}	Rauschvektor der IMU-Messung
\mathbf{x}	Zustandsvektor
\mathbf{y}	Vektor der Kameramessgrößen
x, y, z	Koordinatenachsen im K -System
x', y', z'	Koordinatenachsen im K' -System
x'', y'', z''	Koordinatenachsen im K'' -System
x_v	Längskoordinate des vordersten Spantes
x_h	Längskoordinate des hintersten Spantes
z	Eintauchtiefe
z_{MP}	Vertikaler Abstand des Massenmittelpunktes vom Boden

Große lateinische Symbole

C	Kostenfunktional, Übertragungsfunktion des Reglers, Kamerahauptpunkt, Störgröße
CG	Schwerpunkt
\mathbf{E}	Einheitsmatrix
E	Erwartungswert
F_A	Antriebskraft
F_W	Widerstandskraft
\mathbf{F}	Jacobi-Matrix von \mathbf{f}
\mathbf{G}	Rauscheingangsmatrix

G	Übertragungsfunktion der offenen Regelstrecke
\mathbf{H}	Jacobi-Matrix von \mathbf{h}
G	Schwerpunkt
\mathbf{I}	Trägheitstensor, Einheitsmatrix (Kalman-Filter)
\mathbf{I}_{SK}	Trägheitstensor des Versuchsschwimmkörpers
\mathbf{J}_R	Jacobi-Matrix der Rotation
\mathbf{K}	Kalman-Filtermatrix
\mathbf{K}_R	Einflussmatrix der Elementardrehungen auf die Winkelbeschleunigung
K	Koordinatensystem, Reglerverstärkung
K'	gegen K verdrehtes Koordinatensystem
K''	gegen K' verdrehtes Koordinatensystem
\mathbf{M}	Massenmatrix
M_A	Antriebsmoment
M_W	Widerstandsmoment
\mathbf{P}	Projektionsmatrix, Schätzfehlerkovarianzmatrix
P	Positionsausgangsgröße
\mathbf{Q}	Korrelationsmatrix von \mathbf{w}
\mathbf{R}	Korrelationsmatrix von \mathbf{v} , Rotationsmatrix
R_0	Durchschnittlicher Radius der Erde
\mathbf{S}	Rotationsmatrix
S	vom Wasser benetzte Rumpfoberfläche
dS	Infinitesimales Element von S
S_a	Skalenfaktorfehler der Beschleunigungssensoren
S_g	Skalenfaktorfehler der Kreiselsensoren
\mathbf{T}	Kameratransformationsmatrix, Jacobi-Matrix der Rotation
T, T_{See}	Seegangperiode, Zeitkonstante
T_{roll}	Rolleigenperiode
V	Geschwindigkeitsausgangsgröße
W	Führungsgröße
Y	Ausgangsgröße
Y_H	Hilfsmessgröße

Kleine griechische Symbole

α	Modellmaßstab, Verdrehwinkel der Wasseraustrittsöffnungen
δ	Dirac'sche δ -Funktion
δ_a	Ausrichtungsfehler der Beschleunigungssensoren

δ_g	Ausrichtungsfehler der Kreiselsensoren
ζ_a	Amplitude der regulären Welle
ζ_w	vertikale Auslenkung der freien Oberfläche
η	Dynamische Viskosität eines Mediums
κ	Korrekturwert für die Linsenverzeichnung
λ	Wellenlänge, Kontrollparameter bei der Verzweigungsanalyse
μ	Begegnungswinkel zwischen Schiff und Welle
$\tilde{\mu}$	Frequenzunabhängige Zusatzmasse (asymptotischer Wert für unendliche Frequenz)
ξ, η, ζ	verallgemeinerte Koordinaten der Translation (Längs-, Quer- und Tachbewegung)
ξ	Vektor der verallgemeinerten Koordinaten zur Beschreibung des Schiffs
ξ_R	Vektor der Kardanwinkel des Schiffs
ξ_T	Verschiebungsvektor des Schiffs
ρ	Dichte des Fluids
σ	Stichprobenvarianz
τ	Zeit
ϕ, θ, ψ	verallgemeinerte Koordinaten der Rotation (rollen, nicken, gieren)
$\hat{\phi}$	Rollwinkelamplitude
ω	Winkelgeschwindigkeitsvektor
ω_e	Winkelgeschwindigkeitsvektor der Erde
ω	Frequenz der regulären Welle

Große griechische Symbole

$\Delta \mathbf{a}$	Skalenfehler der Beschleunigungssensoren
$\Delta \Omega$	Skalenfehler der Kreiselsensoren
Θ	Gesamtdrehwinkel (Kardanwinkel)
Φ	Geschwindigkeitspotential
Φ_0	Geschwindigkeitspotential einer einfallenden ungestörten Welle
Φ_{rad}	Geschwindigkeitspotential der Abstrahlung von Wellen bei Bewegungen eines Körpers
Φ_{diff}	Geschwindigkeitspotential der Diffraktion
Ω	Vektor der gemessenen Drehgeschwindigkeit
Ω	Antriebswinkelgeschwindigkeit
Ω_e	Erddrehrate

Vorgestellte Indizes

by	Größe in Koordinaten des körperfesten Koordinatensystems
iy	Größe in Koordinaten des inertialen Koordinatensystems
ky	Größe in Koordinaten des Kamerakoordinatensystems
py	Größe in Koordinaten des Pixelkoordinatensystems der Kamera
sy	Größe in Koordinaten des Sensorkoordinatensystems der Kamera
$su\mathcal{y}$	unverzeichnete Größe in Koordinaten des Sensorkoordinatensystems
$sv\mathcal{y}$	verzeichnete Größe in Koordinaten des Sensorkoordinatensystems
$w\mathcal{y}$	Größe in Koordinaten des Weltkoordinatensystems der Kamera
$bi\mathbf{T}$	Transformation vom inertialen ins körperfeste Koordinatensystem

Schreibweisen

r	Skalare Größe
\mathbf{r}	Vektorielle Größe
\mathbf{R}	Matrix
$\tilde{\mathbf{r}}$	gemessene Größe
$\hat{\mathbf{r}}$	geschätzte Größe
$\check{\mathbf{r}}$	simulierte Größe

Kapitel 1

Einleitung

Schiffe werden bei schwerem Wetter oft bis über ihre rechnerisch ermittelten Einsatzgrenzen hinaus betrieben: Trotz immer präziser werdender Wettervorhersagen gibt es auf hoher See häufig keine Möglichkeit, den Gefahren durch Wind und Wellen zu entkommen. So treten bis heute bei Schiffen aller Größen immer wieder schwere Unglücke auf. Trotzdem konnte, obwohl der Schiffsverkehr weltweit immer stärker zunimmt, der Anteil an Totalverlusten in Bezug auf die Gesamtanzahl der weltweit in Betrieb befindlichen 35.000 Schiffe mit mehr als 100 BRT im letzten Jahrhundert um jährlich durchschnittlich 2,5% gesenkt werden, wie von Lancaster (2000) ermittelt wurde (vgl. Bild 1.1).

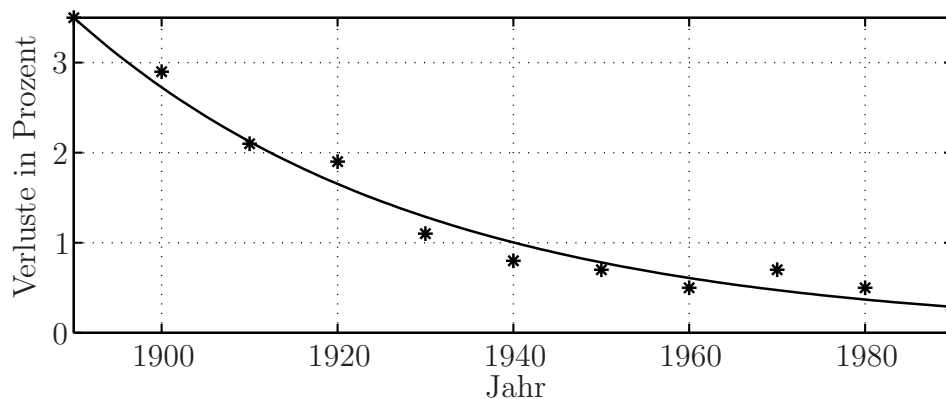


Bild 1.1: Anteil der weltweit jährlich verloren gegangenen Schiffe an der Gesamtanzahl der betriebenen Schiffe (aus: Lancaster 2000).

Dieser Erfolg war nur durch große, weltweit betriebene Anstrengungen bei der Analyse von Schiffsunglücken und daraus abgeleiteten Bau- und Betriebsvorschriften möglich. So wurde als Reaktion auf den Untergang der *Titanic* im Nordatlantik am 12. November 1913 die erste *International Convention for the Safety of Life at Sea (SOLAS)* einberufen, die international verbindliche Standards auf diesem Gebiet festlegte. 1948 wurde in Genua die *International Maritime Organization (IMO)* als eine der Sonderorganisationen der Vereinten Nationen gegründet, als deren Teil die *SOLAS* seit 1959 geführt wird (Volger 2000).

Damit die Erfolge bei der Verminderung der Anzahl an Schiffsunglücken in den nächsten Jahren anhalten, ist ein immer größerer technischer Aufwand gerade bei der Entwicklung von Entwurfs- und Analysewerkzeugen zu betreiben. Nur so kann die durch Grundlagenforschung laufend steigende Kenntnis über die physikalischen Vorgänge, die z.B. zum Kentern führen, von Anfang an in die Planung neuer Schiffe und Schiffstypen einfließen. Hier sind die schiffbautechnischen Forschungseinrichtungen gefragt, entweder selbst neue Methoden zu entwickeln oder aber Methoden aus anderen Disziplinen der Ingenieur- und Naturwissenschaften an die schiffbaulichen Belange anzupassen.

Diese Arbeit soll einen Beitrag zur Verbesserung der numerischen und experimentellen Analysemöglichkeiten extremer Schiffsbewegungen leisten. Dafür wird der Ansatz von Wendt (2000) aufgegriffen, ein mit allen sechs Freiheitsgraden modelliertes Schiff mit Hilfe der lokalen Verzweigungsanalyse auf kritische Bewegungszustände zu untersuchen. Aus diesem Vorhaben entsteht der dringende Bedarf, das nichtlineare mathematische Modell eines Schiffes in regulären Wellen stärker an die numerischen Werkzeuge der lokalen Verzweigungsanalyse anzupassen. Dies geschieht erstmalig bei einer meerestechnischen Fragestellung durch den Einsatz der Karhunen–Loève–Transformationals Grundlage für ein Ordnungsreduktionsverfahren. Durch diesen Schritt wird die Systemordnung des mathematischen Modells ohne Vernachlässigung physikalischer Effekte bei der Modellbildung reduziert, was die Analyse der nichtlinearen Dynamik stark verbessert. Auf experimenteller Seite wird eine Versuchseinrichtung entwickelt, die ggf. es ohne nennenswerte Prozesskosten ermöglicht, auf engem Raum präzise Parameterstudien an einem Versuchsschwimmkörper unter Wellenanregung durchzuführen. Damit können die aus der Verzweigungsanalyse ermittelten kritischen Bereiche von einem Rechner gesteuert automatisch validiert werden.

1.1 Problemstellung

Die IMO–Vorschrift zur Bestimmung der Stabilität intakter Schiffe und damit die Grundlage beim Entwurf von Schiffen ist der *IMO Code on Intact Stability IA874E* (IMO 2002) in der aktuellen Fassung von 2002. Hier wird die Stabilität eines Schiffsentwurfs ausschließlich auf Basis hydrostatischer Daten bestimmt, indem minimale Längen für die krängungsabhängigen Hebelarme sowie die minimale Steigung der Hebelarmkurve bei aufrechtem Schiff festgelegt werden. Bei dieser Beurteilung der Stabilität wird davon ausgegangen, dass ein im glatten Wasser statisch stabiles Schiff auch bei Seegang stabil schwimmt. Die Probleme dieser Stabilitätsbeurteilung liegen auf der Hand: Ohne die Berücksichtigung der dynamischen Eigenschaften des Schiffes und des Seegangs müssen Schiffsentwürfe entweder sehr konservativ ausgeführt werden oder der Betreiber muss ein schwer kalkulierbares Restrisiko beim Betrieb des Schiffes auf offener See in Kauf nehmen. Durch das *Severe wind and rolling criterion* der IMO sollen dynamische Aspekte ebenfalls berücksichtigt werden, indem die potentielle Energie des gekrängten Schiffes mit der kinetischen Energie des durch eine seitlich einfallende Windboe angeregten Schiffes verglichen wird. Kann die kinetische Energie durch Lageänderung des Schiffes für festgelegte Parameter aufgenommen werden, wird davon ausgegangen, dass das Schiff über ausreichende Stabilität verfügt.

Mit der Entwicklung immer modernerer Schiffsformen entstehen aber auch immer neue Probleme. Besonders Containerschiffe der letzten Generationen sind in der Regel stärker von vor- oder achterlich einfallenden Wellen betroffen, so dass für diesen Fall die *IMO*-Richtlinie *Guidance to the master for avoiding dangerous situations in following and quartering seas* entworfen wurde, in der Schiffsbesatzungen der Umgang mit solchen Gefahren beschrieben wird (vgl. *IMO* 1995). In dieser Richtlinie finden jedoch weder Wellenhöhe noch Schiffsform ihre notwendige Berücksichtigung.

Bis heute sind die physikalischen Vorgänge, die ein intaktes Schiff zum Kentern führen, nicht hinreichend bekannt, um ein allgemeingültiges Kenterkriterium unter Einbeziehung dynamischer Vorgänge definieren zu können, obwohl dies seit einigen Jahren das Ziel vieler Forschungsvorhaben ist. Ein pragmatischer Ansatz basierend auf statistischen Untersuchungen wird von Krüger u. a. (2006) verfolgt. Hier wird unter Berücksichtigung unterschiedlicher Parameter wie Seegangs-, Massenverteilungs-, Kurs- und Geometriedaten ein Kenterindex definiert, der die Sicherheit eines Schiffes beschreibt. Für eine Reihe von unterschiedlichen Schiffstypen wird der Kenterindex ermittelt. In der genannten Arbeit wird eindeutig gezeigt, dass die ermittelten Kenterindizes nicht mit der metazentrischen Höhe korreliert sind, was die Forderung nach einem realistischen dynamischen Kenterkriterium unterstreicht. Auf der Basis von Daten zu realen Kenterunfällen in der Vergangenheit wird die Leistungsfähigkeit der Methode gezeigt (Krüger/Kluwe 2007). In vorangegangenen Arbeiten zu diesem Thema (Söding 1987, Petey 1988) werden statistische Auswertungen zur Kenterhäufigkeit in Zeitbereichssimulationen durchgeführt. Schon hier wurde die Rechenzeit als signifikantes Problem der Analysen erkannt und es wird vorgeschlagen, besonders stark ausgeprägte Seegänge für die Simulationen einzusetzen. In Söding (2005) wird eine speziell entworfene Seegangssequenz präsentiert, die besonders für den Einsatz von RANS-Simulationen (Reynolds-averaged-Navier-Stokes equations) geeignet ist. Als weitere Arbeiten auf dem Gebiet der Zuverlässigkeitsuntersuchung von Schiffen unter extremen Seegangsbedingungen seien Paroka/Umeda (2006), Ayyub u. a. (2006), Parok u. a. (2006) und Steinberg u. a. (2007) angeführt. All diese Ansätze liefern dem Konstrukteur zuverlässige Hinweise auf die Kenter-sicherheit im Seegang für einen konkreten Entwurf, so dass die Auswirkungen von Änderungen der Schiffslinien auf die Schiffssicherheit entwurfsbegleitend durchgeführt werden können. Die Qualität aller bisher in *IMO*-Richtlinien festgeschriebenen Verfahren wird hier weit übertroffen.

Unabhängig von der Leistungsfähigkeit dieser Ansätze sollte das Ziel der Forschung immer sein, basierend auf rein physikalisch motivierten Modellen mit mathematischen Methoden ohne die Verwendung jeglicher Heuristik zum Ziel zu kommen. Dieser Weg ist oftmals lang, und er zeichnet sich dadurch aus, dass es während der Entwicklungsphase für den Anwender, der an der Lösung des übergeordneten Problems interessiert ist, nicht unbedingt verwertbare Zwischenergebnisse gibt. Dieser Umstand darf jedoch nicht darüber hinwegtäuschen, dass mit jedem einzelnen Zwischenschritt sehr wohl ein wertvoller Beitrag zum wissenschaftlichen Fortschritt geleistet wird. Viele Beiträge dieser Art zum Problem der Schiffstabilität sind in den letzten dreißig Jahren unter Verwendung mathematisch exakter Analysemethoden für das Stabilitätsverhalten nichtlinearer dynamischer Systeme geleistet worden. Mit diesen Werkzeugen wird der Zustandsraum nach bestimmten topologischen Eigenschaften untersucht, die Aussagen über die Stabilität des

Systems in einem bestimmten Zustand zulassen. Allen Beiträgen ist dabei gemein, dass mehr oder weniger starke Vereinfachungen bei der Modellierung getroffen werden müssen, da Topologieuntersuchungen in Zustandsräumen hoher Dimension sowohl heute als auch in absehbarer Zukunft die Grenze des vertretbaren numerischen Aufwands überschreiten. Die Untersuchungen an Modellen mit teilweise nur einem mechanischen Freiheitsgrad haben jedoch erheblich zum Verständnis der Physik der Schiffsbewegungen beigetragen und werden ständig erweitert. Der entscheidende Schritt für die Akzeptanz dieser Untersuchungen bei den Anwendern ist bislang aber noch ausgeblieben. Es muss gezeigt werden, dass die mathematisch exakten Untersuchungen bessere Ergebnisse hervorbringen als die simulationsbasierten, mit denen kritische Zustände ansatzbedingt nur zufällig gefunden werden können. Weiterhin muss durch geeignete Experimente gezeigt werden, dass die ermittelten kritischen Bereiche im Zustandsraum tatsächlich in der Realität vorhanden sind.

1.2 Stand der Forschung

Wie bereits im vorigen Abschnitt angedeutet, gibt es bei der Untersuchung des Stabilitätsverhaltens von Schiffen neben den experimentellen Methoden zwei Arten der numerischen Analyse. Die erste Herangehensweise ist der oben erwähnte pragmatische Ansatz, eine Vielzahl von Simulationen mit möglichst exakten Modellen in starken Seegängen statistisch auszuwerten und daraus Werte für die Kentersicherheit abzuleiten. Die zweite und mathematisch anspruchsvollere Herangehensweise ist die topologische Untersuchung des Zustandsraums der stark nichtlinearen Systeme, die bei geeigneter Modellbildung zu scharfen Abgrenzungen zwischen stabilen und instabilen Bereichen des Systemverhaltens führt.

Mathematische Methoden zur Analyse nichtlinearer Systeme stellen beispielsweise Kreuzer (1987), Seydel (1994), Guckenheimer/Holmes (1997) sowie Strogatz (1997) vor. Die meisten Arbeiten auf dem Gebiet der analytischen Stabilitätsanalyse beschränken sich auf Modelle mit wenigen Freiheitsgraden, mit denen nur ganz bestimmte Phänomene wie beispielsweise die Rollbewegung oder das Querschlagen berechnet werden können. Für die Untersuchungen der Rollbewegungen sind dabei die Arbeiten von Thompson (1997) und Rainey/Thompson (1991) anzuführen, in denen ein so genanntes sicheres Bassin im Zustandsraum des Systems ermittelt wird, das in keinem Fall verlassen werden kann, wenn sich das System einmal in einem Zustand innerhalb des Bassins befunden hat. Die Erosion des Bassins durch steigende Wellenhöhe und die scharfe Trennung von sicheren und unsicheren Bereichen wird anschaulich gezeigt. Ein ähnlicher Ansatz zur Bestimmung des globalen Stabilitätsverhaltens ist die Melnikov-Analyse, bei der u.a. in Bikdash u. a. (1994) und Jiang u. a. (2000) auch die stochastischen Eigenschaften des Seegangs berücksichtigt werden. In Fischer (2002) wird als Analysewerkzeug erstmals die Zellabbildungsmethode zur globalen Stabilitätsanalyse der Rollbewegung in stochastischem Seegang untersucht. Eine globale Stabilitätsanalyse für das Phänomen des Querschlagens wird von Umeda u. a. (2007) präsentiert, ebenfalls mit einem vereinfachten Modell mit nur vier Freiheitsgraden und stark reduzierter Modellierung der hydrodynamischen und hydrostatischen Kräfte und Momente.

Mit Kreuzer/Wendt (1998), Kreuzer/Wendt (2000) und Wendt (2000) wurde erstmalig ein Vorhaben vorgestellt, in dem das dynamische Verhalten eines vollständig in sechs Freiheitsgraden modellierten Schiffs in regelmäßigen Wellen auf Bifurkationen untersucht worden ist. Die Modellierung der nichtlinearen Kinematik sowie die Berechnung der hydrostatischen Kräfte wurden exakt vorgenommen. Die hydrodynamischen Kräfte wurden mit Hilfe der Streifentheorie in der Zustandsraumdarstellung nach Söding (1982) und Pereira (1988) berechnet, deren Ansatz auf der Idee von Schmiechen (1973) basiert. Das größte Problem dieser Untersuchung war die hohe Dimension des Zustandsraums des Gesamtsystems, die es nahezu unmöglich machte, eingeschwungene Zustände zu erreichen. Es wurden kritische Punkte und Kenterszenarien ermittelt, die jedoch nicht durch Experimente belegt wurden.

1.3 Ziel und Aufbau der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Weiterentwicklung systematischer Analysemethoden für die Stabilitätsuntersuchung von extremen Schiffsbewegungen. Dabei soll ein Verfahren zur Ordnungsreduktion für die vollständigen Bewegungsgleichungen eines in allen drei Dimensionen modellierten Schiffes in regelmäßigen Wellen entwickelt werden. Durch ein solches Verfahren kann die Lücke zwischen den simulationsbasierten Untersuchungen unter Verwendung vollständiger Modelle und den systematischen mathematisch exakten Untersuchungen nach lokaler und globaler Stabilität mit stark vereinfachten Modellen geschlossen werden. Bei der Vereinfachung müssen nicht wie bisher physikalische Effekte oder Bewegungsfreiheitsgrade bewusst weggelassen werden, sondern es werden durch eine geeignete Koordinatentransformation neue Zustandsgrößen definiert, die bei einer vorgegebenen Anzahl ein Maximum an Systeminformation enthalten. Neben den numerischen Fortschritten soll eine Versuchseinrichtung entwickelt werden, mit der auf kleinem Raum exakt wiederholbare Versuche mit einem ungefesselten Versuchsschwimmkörper durchgeführt werden können. Damit sollen später die in numerischen Untersuchungen ermittelten kritischen Punkte im dynamischen Verhalten des Schwimmkörpers experimentell verifiziert werden, um die Gültigkeit der Methoden zu belegen. Erstmals wäre es möglich, mit einem vollständig frei im Raum schwimmenden Modell experimentelle Verzweigungsanalysen durchzuführen.

Im folgenden Kapitel wird die systematische Untersuchung der Dynamik eines Beispielschiffes auf kritische und unkritische Bereiche basierend auf den Ansätzen von Wendt (2000) dargestellt. Änderungen am Modell und daraus resultierende Modifikationen der Analysemethoden werden erläutert, die Leistungsfähigkeit des Modells wird durch Vergleich mit Daten aus extern durchgeführten Versuchen demonstriert. Zwei unterschiedliche Kenterszenarien werden präsentiert. Eine Auswahl an Polardiagrammen, die kritische und unkritische Betriebsbereiche aufzeigen, wird vorgestellt.

Im dritten Kapitel wird die Entwicklung der Versuchseinrichtung beschrieben. Wichtige Schritte waren dabei die Konstruktion des Versuchsschwimmkörpers mit den Aktoren, die Einrichtung zum berührungsfreien Messen von Position und Lage des Körpers sowie dessen Positionsregelung. Der Kern dieses Kapitels ist dabei die Beschreibung des inte-

grierten Messsystems aus Inertialmesseinheit und Stereokamera. Diese unterschiedlichen Prinzipien wurden nach dem Vorbild der integrierten Navigation in der Luftfahrt mit einem Kalman–Filter fusioniert, dessen Umsetzung und Variationen diskutiert werden.

Im vierten Kapitel wird ein Überblick über ausgewählte Verfahren zur Ordnungsreduktion mathematischer Ersatzmodelle gegeben. Dabei steht die Anwendbarkeit auf Modelle zur Simulation von Schiffsbewegungen im Vordergrund. Am Beispiel des schon im zweiten Kapitel vorgestellten Modells eines Schiffes in regulären Wellen wird die Anwendung eines solchen Verfahrens für solche Modelle gezeigt.

Zum Abschluss der Arbeit folgt die zusammenfassende Betrachtung der einzelnen Abschnitte und Ergebnisse. Im Anhang sind die ausführliche Beschreibung der Modellierung einer Kamera sowie die Ergebnisse der Varianzanalysen von Inertialmesseinheit und Stereokamera angeführt.

Kapitel 2

Systematische Kenteruntersuchungen

Das Systemverhalten von Schiffen kann bei kleinen Wellenanregungen durch lineare Modelle beschrieben und somit die Dynamik auch hinreichend genau wiedergegeben werden. Analysen der Bewegungen und Auswirkungen von Seegangs- oder Schiffparameteränderungen können so mit geringem Aufwand vollständig durchgeführt werden. Dabei bietet es sich an, die Untersuchungen im Frequenzbereich durchzuführen, da die Fluid–Struktur–Wechselwirkung bei kleinen Bewegungen durch einen potentialtheoretischen Ansatz mit frequenzabhängigen Koeffizienten beschrieben wird.

Wachsen jedoch die Anregungen, können die Schiffsbewegungen Amplituden annehmen, bei denen die Nichtlinearitäten des Systems nicht mehr vernachlässigt werden dürfen. Das Verhalten von nichtlinearen Systemen kann ausschließlich durch Simulationen im Zeitbereich untersucht werden. Schwierigkeiten bereitet hier neben dem erhöhten Rechenaufwand die Transformation der frequenzabhängigen hydrodynamischen Koeffizienten in den Zeitbereich. Weiterhin ist die Dynamik eines nichtlinearen Systems stark von den aktuellen Systemparametern sowie von den Anfangsbedingungen abhängig, so dass zu jeder Kombination aus Anfangsbedingungen und Systemparametern eine Simulation erstellt werden müsste, um die Reaktion eines Schiffes auf alle relevanten Seegangsbedingungen bewerten zu können.

Um dieses Problem zu beheben, stehen effiziente mathematische Analyseverfahren zur Verfügung, wie sie beispielsweise bei Kreuzer (1987), Seydel (1994), Allgower/Georg (2003), Guckenheimer/Holmes (1997) oder Strogatz (1997) beschrieben werden. In dieser Arbeit wird aufbauend auf den Ansätzen von Wendt (2000) die systematische Untersuchung der Dynamik eines Beispielschiffes in regelmäßigen Wellen und die Ermittlung kritischer Bewegungsformen durchgeführt; s. Abschnitt 2.2. In Abschnitt 2.3 wird die Validierung des mathematischen Modells anhand von Versuchsdaten beschrieben und der Bedarf nach einer Versuchseinrichtung, wie sie im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde und in Abschnitt 3 beschrieben wird, deutlich gemacht. In Abschnitt 2.4 werden die Ergebnisse der systematischen Kenteruntersuchungen in Form von Diagrammen präsentiert, in denen kritische Bereiche für das Schiff abgelesen werden können. Im Abschnitt 2.5 werden die Erkenntnisse dieser Analysen abschließend zusammengefasst. Zunächst folgt aber die Modellbildung im folgenden Abschnitt 2.1.

2.1 Modellbildung

Der schwierigste Teil bei der Modellierung der Dynamik eines Schiffes im Seegang liegt bis heute in der Beschreibung der Fluid–Struktur–Wechselwirkung. Die hydrostatischen Kräfte und Momente, die auf ein Schiff wirken, können seit ca. zehn Jahren auf einem gewöhnlichen PC exakt und schnell berechnet werden, und zwar ohne Einschränkung der Geometrie des Schiffsrumpfes und dessen Lage in einem beliebig geartetem Wellenfeld. Schwierigkeiten bereitet jedoch die Berücksichtigung der Strömungseffekte, die durch die Bewegung des Schiffes durch das umgebende Wasser, welches an sich schon durch die Wellen an der Oberfläche in Bewegung ist, entstehen. Die zur Zeit einzige praktikable zur Verfügung stehende Möglichkeit, die Fluid–Struktur–Wechselwirkung unter Einbeziehung aller physikalischer Parameter und Effekte zu modellieren, ist die Finite-Volumen-Methode. Deren Anwendung ist jedoch trotz des seit vielen Jahren anhaltenden Fortschritts bei der Erhöhung der Leistungsfähigkeit von Rechnern immer noch um Größenordnungen zu rechenintensiv, als dass Schiffsbewegungen über längere Zeiträume als wenige Sekunden auf diese Weise berechnet werden könnten.

Ein weit verbreiteter Ansatz erlaubt es, durch vereinfachende Annahmen, die Strömung durch ein Potential zu beschreiben. Dieser Ansatz und die ihm zugrunde liegenden Vereinfachungen werden in Abschnitt 2.1.3 beschrieben, nachdem in Abschnitt 2.1.2 die allgemeinen Bewegungsgleichungen für ein als Starrkörper modelliertes Schiff hergeleitet werden. Im folgenden Abschnitt 2.1.1 wird aber zuvor das exemplarisch untersuchte Schiff vom Typ *C-Box* vorgestellt.

2.1.1 Untersuchtes Beispielschiff

Als Beispielschiff wird ein Entwurf für einen Mehrzweckfrachter vom Typ *C-Box* untersucht. Dieser Typ wurde von der *Flensburger-Schiffbau-Gesellschaft* entwickelt und dort in einer Serie von elf Schiffen gebaut. Die *C-Box* hat eine Tragfähigkeit von 20.500t bei einer Länge zwischen den Loten von 145,75m, einer Breite von 23,6m und einem Tiefgang von 9m. Der Rumpf der *C-Box* hat 54 Spanten, der Spantenriss ist in Bild 2.2 dargestellt. Zur Berechnung der Froude–Krylov–Kräfte wurde die Rumpfoberfläche in 3.320 viereckige Panelemente diskretisiert. Eine Seitenansicht der diskretisierten Oberfläche wird in Bild 2.1 gezeigt.

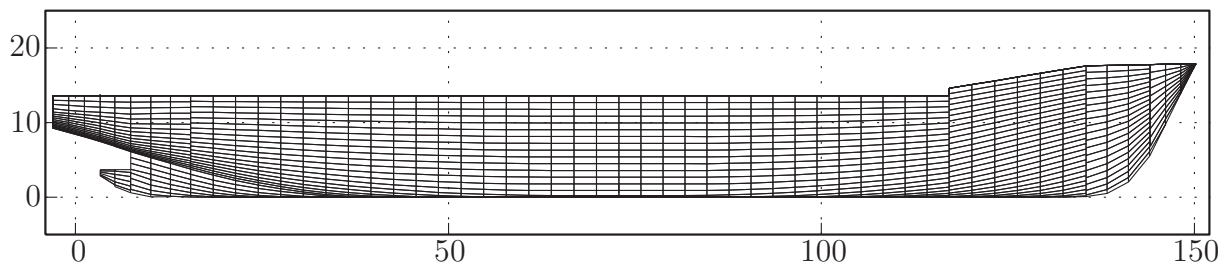


Bild 2.1: Diskretisierte Rumpfoberfläche in der Seitenansicht.

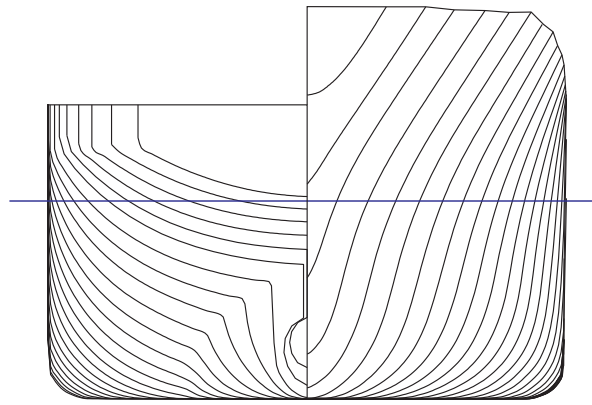


Bild 2.2: Spantenriss der untersuchten *C-Box*.

2.1.2 Starrkörpermodell

Die Modellierung der Schiffsbewegungen im Seegang erfolgt unter der Annahme eines unelastischen Schiffs durch ein Starrkörpermodell unter Verwendung der Newton–Euler–Gleichungen nach Müller/Schiehlen (1976). Die allgemeine Bewegungsgleichung lautet

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{k}(\boldsymbol{\xi}, \dot{\boldsymbol{\xi}}, t) = \mathbf{q}(\boldsymbol{\xi}, \dot{\boldsymbol{\xi}}, t), \quad (2.1)$$

wobei \mathbf{M} die Massenmatrix, \mathbf{k} der Vektor der inneren Kräfte und Momente, \mathbf{q} der Vektor der eingprägten Kräfte und Momente und $\boldsymbol{\xi}$ der Vektor der verallgemeinerten Koordinaten

$$\boldsymbol{\xi} = [\xi, \eta, \zeta, \phi, \theta, \psi]^T = [\boldsymbol{\xi}_T, \boldsymbol{\xi}_R]^T, \quad (2.2)$$

beschrieben im ortsfesten Koordinatensystem $\{0, \xi, \eta, \zeta\}$ nach Bild 2.3, ist.

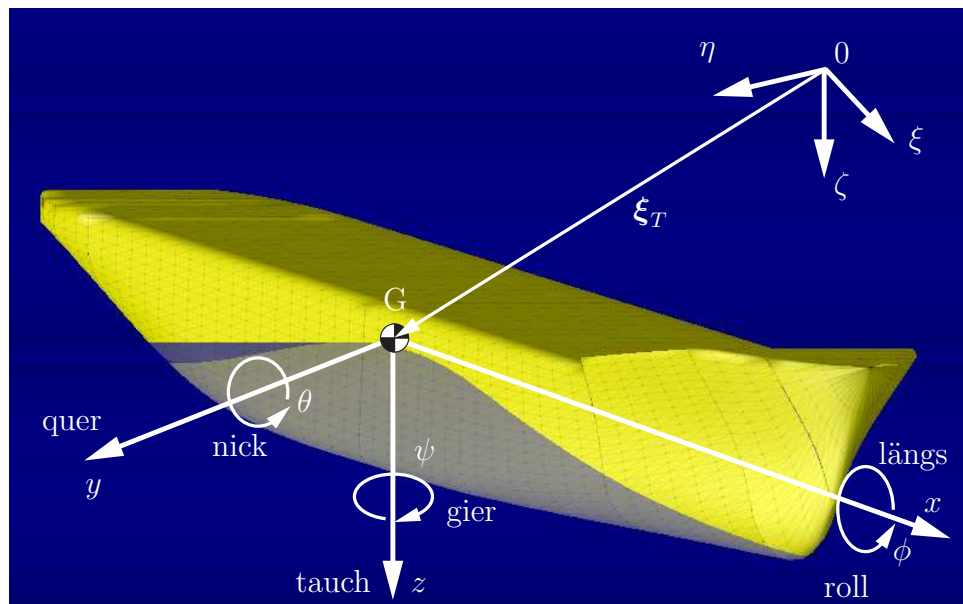


Bild 2.3: Definition der Koordinatensysteme.

Der Ursprung des ortsfesten Koordinatensystems (0KS) liegt auf der ungestörten ruhenden Wasseroberfläche. Bei Modellen zur Beschreibung von Schiffsmänövern wird

nach Perez (2005) die Orientierung des ortsfesten Koordinatensystems so vorgenommen, dass ξ nach Norden, η nach Osten und ζ nach unten zeigen.

Der Vektor ξ_R mit den Koordinaten ϕ , θ und ψ gibt dabei die Verdrehung des schiffsfesten Koordinatensystems $\{G, x, y, z\}$ (GKS) gegenüber dem ortsfesten an und stellt nach Rimrott (1989) einen Satz von Kardanwinkeln (*Gier-Nick-Roll-Winkel*) fünfter Art dar. Die Transformation vom schiffsfesten in das ortsfeste Koordinatensystem (OKS) wird dabei in dieser Reihenfolge vorgenommen:

1. Eine Drehung des GKS mit neg. Rollwinkel $-\phi$ um die x -Achse ergibt das 'KS.
2. Eine Drehung des 'KS mit neg. Nickwinkel $-\theta$ um die y' -Achse ergibt das "KS.
3. Eine Drehung des "KS mit neg. Gierwinkel $-\psi$ um die ζ -Achse ergibt das OKS.

Werden die drei einzelnen Rotationen durch Matrizen ausgedrückt, lassen sich diese durch Multiplikation zu einer Gesamtrrotationsmatrix zusammenfassen:

$${}_{0G}\mathbf{S} = \mathbf{S}_\psi \cdot \mathbf{S}_\theta \cdot \mathbf{S}_\phi = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Der Zusammenhang zwischen dem Vektor der Winkelgeschwindigkeiten ${}_{0}\omega$ im ortsfesten Koordinatensystem und den Ableitungen der Kardanwinkel wird nach Schiehlen/Eberhard (2004) durch die Jacobi-Matrix der Rotation \mathbf{J}_R ausgedrückt:

$$\begin{aligned} {}_{0}\omega &= \mathbf{J}_R \cdot \dot{\xi}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \mathbf{S}_\psi \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{S}_\psi \cdot \mathbf{S}_\theta \cdot \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \psi \cdot \cos \theta & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi \cdot \cos \theta & \cos \psi & 0 \\ -\sin \theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Der Zusammenhang zwischen dem für den Drallsatz benötigten Vektor der Winkelbeschleunigungen ${}_{0}\dot{\omega}$ im ortsfesten Koordinatensystem und den Ableitungen der Kardanwinkel lautet

$$\begin{aligned} {}_{0}\dot{\omega} &= \mathbf{J}_R \cdot \ddot{\xi}_R + \left(\frac{\partial \mathbf{J}_R \cdot \dot{\xi}_R}{\partial \xi_R} \right) \cdot \dot{\xi}_R = \mathbf{J}_R \cdot \ddot{\xi}_R + \mathbf{K}_R \cdot \dot{\xi}_R \quad \text{mit} \\ \mathbf{K}_R &= \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\phi} \cdot \cos \psi \cdot \sin \theta & -\dot{\theta} \cos \psi - \dot{\phi} \cdot \sin \psi \cdot \cos \theta \\ 0 & -\dot{\phi} \cdot \sin \psi \cdot \sin \theta & -\dot{\theta} \sin \psi + \dot{\phi} \cdot \cos \psi \cdot \cos \theta \\ 0 & -\dot{\phi} \cos \theta & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Aus dem Drallsatz folgen dann für \mathbf{k} und \mathbf{M}

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ {}_{0}\mathbf{I} \cdot \mathbf{K}_R \cdot \dot{\xi}_R + (\mathbf{J}_R \cdot \dot{\xi}_R) \times ({}_{0}\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}_R \cdot \dot{\xi}_R) \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m\mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}_{0}\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}_R \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

mit der Masse m des Schiffs und dem Trägheitstensor ${}_0\mathbf{I}$ bezüglich des Massenmittelpunktes G , angegeben im ortsfesten Koordinatensystem. Der Vektor \mathbf{q} enthält die eingepprägten Kräfte und Momente des Systems und lässt sich in folgende Kräfte- und Momentenarten aufteilen:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_g + \mathbf{q}_{hyd} + \mathbf{q}_{prop} + \mathbf{q}_{Rud} + \mathbf{q}_{sonst} . \quad (2.8)$$

Dabei bezeichnet $\mathbf{q}_g = [0 \ 0 \ m \cdot g \ 0 \ 0 \ 0]^T$ die konstante Gewichtskraft, die im Schwerpunkt auf das als Starrkörper modellierte Schiff wirkt und bezüglich diesem keine Momentenwirkung hat. Mit \mathbf{q}_{prop} werden die Propulsions- und mit \mathbf{q}_{Rud} die Ruderkräfte und -momente auf das Schiff bezeichnet, auf deren Berechnung hier nicht eingegangen wird. Mit \mathbf{q}_{sonst} seien alle sonstigen Kräfte und Momente wie zusätzliche Rolldämpfung, Längswiderstand und die Kraft aus der Längsbewegung, die nicht im potentialtheoretischen Modell für die Hydrodynamik aus Abschnitt 2.1.3 enthalten sind, zusammengefasst. Diese Kräfte und Momente werden durch Versuche oder CFD-Rechnungen ermittelt und liegen für die *C-Box* vor. Die Bestimmung der hydrostatischen und -dynamischen Kräfte \mathbf{q}_{hyd} wird in Abschnitt 2.1.3 beschrieben.

Für die Integration wird das System aus sechs Differentialgleichungen zweiter Ordnung nach Gleichung (2.1) in die Zustandsgleichung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}} \\ -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{k} + \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{q} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

überführt, die ein System aus zwölf Differentialgleichungen erster Ordnung darstellt. Der Zustandsvektor \mathbf{x} kann dabei noch um weitere Komponenten erweitert werden, sollten diese zur Beschreibung des Zustandes erforderlich sein.

Wie schon bei Wendt (2000) werden die eingepprägten Kräfte und Momente mit dem in Fortran erstellte Programm *Simbel* berechnet. Die Integration der Gleichung (2.9) wird in einem C++-Programm durchgeführt, in dem auch auch Routinen zur Verzweigungsanalyse nach Abschnitt 2.2.3 implementiert sind. Für jeden Aufruf des Integrators werden dabei der Zustandsvektor, umgerechnet auf die in *Simbel* implementierte Form, und die aktuelle Zeit an eine Koppelroutine übergeben, in der die 64bit Gleitkommazahlen des C++-Programmes in 32bit Gleitkommazahlen von *Simbel* umgewandelt werden. Diese Zahlen werden in die von *Simbel* bei der Initialisierung allokierten Speicherbereiche geschrieben und die Werte für die Kräfte und Momente nach einem Durchlauf von *Simbel* aus dem entsprechenden Speicherbereich wieder ausgelesen und zu 64bit Zahlen konvertiert.

2.1.3 Berechnung der hydrostatischen und -dynamischen Kräfte und Momente

Im Folgenden wird das durch das Programm *Simbel* implementierte Modell beschrieben, das bereits in dieser Form von Wendt (2000) vorgestellt und benutzt wurde. Einige Schwächen des hydrodynamischen Modells wurden von Markiewicz u. a. (2001) durch eine andere Beschreibung der hydrodynamischen Kräfte im Zeitbereich behoben und in *Simbel* implementiert. Die modifizierte Version von *Simbel* wurde bei der Erstellung der numerischen Untersuchungen in dieser Arbeit benutzt, weshalb auch das Modell nach

Markiewicz u. a. (2001) zusammenfassend beschrieben wird.

Die hydrostatischen und -dynamische Kräfte und Momente \mathbf{q}_{hyd} werden durch die Integration des Druckes p über die durch das Fluid benetzte Oberfläche S des Schiffes ermittelt:

$$\mathbf{q}_{hyd} = \int_S p \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{r}_{GS} \times \mathbf{n} \end{pmatrix} dS, \quad (2.10)$$

wobei die Kräfte in Normalenrichtung \mathbf{n} des infinitesimalen Flächenelements dS angreifen. Der Vektor \mathbf{r}_{GS} beschreibt die Strecke vom Schwerpunkt des Schiffes G zum Element der benetzten Oberfläche dS . Befindet sich das Schiff bei glatter Wasseroberfläche in seiner statischen Gleichgewichtslage, liegen \mathbf{q}_{hyd} und \mathbf{q}_g auf einer Wirklinie.

Mit Hilfe der Potentialtheorie kann der Druck p auf der Rumpfoberfläche berechnet werden.

Potentialströmung

Die Gleichung zur Beschreibung der Impulserhaltung einer beliebigen Strömung ist die Navier–Stokes–Gleichung

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \eta \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \nabla \rho g z \quad (2.11)$$

mit der Dichte des Fluids ρ , der dynamischen Viskosität η des Mediums und dem Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v} der Strömung. Mit p wird der Gesamtdruck an der Eintauchtiefe z bezeichnet.

Bei der Berechnung der hydrodynamischen Kräfte auf ein Schiff im Wasser wird das Wasser als inkompressibel betrachtet. Nach der Kontinuitätsgleichung muss damit das in ein Gebiet ein- und ausströmende Volumen konstant sein, so dass

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.12)$$

gilt. Für die Berechnung der Seegangslasten auf Schiffe wird nach Faltinsen (1993) die Viskosität des Wassers η vernachlässigt. Es liegt damit eine reibungs- und damit rotationsfreie Strömung vor, so dass sich Gleichung (2.11) zur Euler–Gleichung vereinfachen lässt:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla(p - \rho g z) . \quad (2.13)$$

Für eine rotationsfreie Strömung gilt nach Ansorge/Oberle (2003)

$$\text{rot } \mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{v} = 0 , \quad (2.14)$$

so dass ein Geschwindigkeitspotential Φ existiert, für das gilt

$$\mathbf{v} = \nabla \Phi = \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]^T . \quad (2.15)$$

Mit der Substitution der Geschwindigkeit \mathbf{v} nach Gleichung (2.15) wird aus der Kontinuitätsgleichung (2.12) die Laplace-Gleichung

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \nabla^2 \Phi = 0 . \quad (2.16)$$

Wird auch in der Euler-Gleichung (2.13) die Geschwindigkeit \mathbf{v} nach Gleichung (2.15) substituiert, führt die Integration längs einer Stromlinie auf die Bernoulli-Gleichung

$$p - p_0 = \underbrace{-\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\rho}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi}_{p_{dyn}} + \underbrace{\rho g z}_{p_{stat}} = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\rho}{2} |\mathbf{v}|^2 + \rho g z \quad (2.17)$$

mit der Integrationskonstanten p_0 , für die der konstante Luftdruck an der Wasseroberfläche angesetzt werden kann. Mit dieser Beziehung kann bei einem gegebenen Potential Φ der Druck p an einem beliebigen Punkt im Strömungsgebiet berechnet werden. Er setzt sich aus dem hydrostatischen Anteil p_{stat} und dem hydrodynamischen Anteil p_{dyn} zusammen. Das Potential Φ kann dabei aus einer Summe von Teilpotentialen bestehen, die unterschiedliche Einflüsse beschreiben können.

Die Gleichungen (2.15) - (2.17) gelten grundsätzlich für jedes Strömungsproblem, das sich durch ein Potential beschreiben lässt. Für spezielle Probleme wie die Beschreibung der Druckverteilung in einem Fluid mit freier Oberfläche und Wellen oder auf der Oberfläche eines getauchten Schiffsrumpfes müssen zusätzliche Randbedingungen formuliert werden, die das Potential zu erfüllen hat. Es wird dabei zwischen kinematischen Randbedingungen, die die Geschwindigkeit der Strömung an manchen Begrenzungspunkten vorgeben, und dynamischen Randbedingungen, die den Druck an manchen Begrenzungspunkten vorgeben, unterschieden. Eine dynamische Randbedingung ist für die freie Oberfläche des Fluids zu formulieren, da an jedem Punkt der Oberfläche der Druck p dem Luftdruck p_0 entsprechen muss:

$$0 = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + g z \quad \text{mit } z = \zeta_w(x, y, t). \quad (2.18)$$

Die z-Auslenkung der freien Oberfläche an der Stelle (x, y) wird dabei durch die Funktion für die lokale Wellenerhebung $\zeta_w(x, y, t)$, gemessen von der Wasserruhelinie, beschrieben. Diese Funktion hängt von der Art der Oberflächenwellen ab.

An der Wasseroberfläche gilt aber auch eine kinematische Randbedingung, die berücksichtigt, dass Fluidpartikel die Wasseroberfläche nicht durchdringen dürfen (vgl. Faltinsen 1993):

$$0 = \frac{d(z - \zeta(x, y, t))}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \zeta(x, y, t)}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta(x, y, t)}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta(x, y, t)}{\partial y} \quad \text{mit } z = \zeta_w(x, y, t) . \quad (2.19)$$

Für das Randgebiet des Bodens ($z = d$) in der Meerestiefe d gilt, dass die Geschwindigkeit der Fluidpartikel in vertikaler Richtung null sein muss:

$$0 = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad \text{mit } z = d . \quad (2.20)$$

Befindet sich ein starrer Körper im Wasser, können Fluidpartikel sich nicht durch dessen Oberfläche bewegen. Es muss daher die Geschwindigkeit der Partikel in Normalenrichtung zur lokalen Körperoberfläche genau so groß sein wie die des Körpers in Normalenrichtung:

$$\nabla\Phi \cdot \mathbf{n} = (\dot{\xi}_T + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{GS}) \cdot \mathbf{n} . \quad (2.21)$$

Das Potential, mit dem sich das Strömungsfeld um ein schwimmendes Schiff bei Wellenanregung beschreiben lässt, wird in der Regel aus drei Teilen zusammengesetzt:

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_{rad} + \Phi_{diff} . \quad (2.22)$$

Dabei wird mit Φ_0 das Potential der ungestörten Welle beschrieben, mit Φ_{rad} wird das Potential der durch die Schiffsbewegung abgestrahlten Wellen und mit Φ_{diff} das Potential der durch das Schiff gestörten Welle beschrieben. Das Potential Φ_0 hängt ausschließlich von der Wassertiefe, den Wellenparametern und der zugrunde liegenden Wellentheorie ab. In der Regel lässt es sich analytisch für das betrachtete Gebiet mit den in (2.18) - (2.20) beschriebenen Randbedingungen angeben. Für die in dieser Arbeit ausschließlich verwendeten linearen regulären Wellen für tiefes Wasser nach der Airy-Theorie gilt nach Clauss u. a. (1988) für das Potential der ungestörten Welle

$$\Phi_0 = \frac{\zeta_a g}{\omega} e^{-kz} \cos(kx - \omega t) \quad (2.23)$$

mit der Wellenzahl $k = \omega^2/g$ und der Wellenamplitude ζ_a . Mit x wird die Position in Fahrtrichtung beschrieben. Die Fluidpartikel bewegen sich bei diesem Wellentyp auf Kreisbahnen, die Beziehungen für die Partikelgeschwindigkeiten und -beschleunigungen sind bei Clauss u. a. (1988) zu finden und bereits in *Simbel* implementiert. Mit dem Wellenbegegnungswinkel μ ist die Kontur der freien Wasseroberfläche

$$\zeta_w(x,y,t) = \zeta_a \sin(k\xi \cos \mu + k\eta \sin \mu - \omega t) . \quad (2.24)$$

Froude-Krylov-Kräfte

Die Froude-Krylov-Kräfte \mathbf{q}_{FK} beschreiben die Kräfte und Momente, die auf ein Schiff wirken, das sich in einem ungestörten Wellenfeld befindet. Mit dem Potential Φ_0 der ungestörten Welle nach Gleichung (2.23) lässt sich der ortsabhängige Druck p nach Gleichung (2.17) zu

$$p = \rho \cdot g \cdot (\zeta_a \sin(k\xi \cos \mu + k\eta \sin \mu - \omega t)e^{-kz} + \zeta) \quad (2.25)$$

bestimmen. Durch Einsetzen in Gleichung (2.10) und Integration über die benetzte Rumpfoberfläche können die Froude-Krylov-Kräfte und -Momente gemeinsam mit den hydrostatischen Kräften berechnet werden. Für diese Berechnung ist die Rumpfoberfläche der C-Box in 3320 viereckige Panelelemente diskretisiert, wie es in Bild 2.1 dargestellt ist. Diese feine Oberflächendiskretisierung erlaubt eine sehr genaue Ermittlung der Kräfte.

Radiations- und Diffraktionskräfte

Die Radiationskräfte beschreiben die Kräfte und Momente, die auf ein in stillem Wasser bewegtes Schiff wirken, das aufgrund der Bewegung Wellen abstrahlt. Als

Diffractionskräfte werden die Kräfte bezeichnet, die durch das Beugen der ungestörten Welle durch das Schiff entstehen. Die Bewegungen eines Schiffs in einer harmonischen Welle ist für kleine Amplituden harmonisch. Dabei strahlt das oszillierende Schiff durch die Eigenbewegung Wellen ab, die dem Schiff Energie entziehen. Durch ein geeignetes Geschwindigkeitspotential ist es möglich, die Kräfte und Momente auf das harmonisch oszillierende Schiff infolge der abgestrahlten Wellen bei glatter Wasseroberfläche zu berechnen. Da dieses Potential für ein beliebig geformtes Schiff nicht ohne weiteres für den dreidimensionalen Fall zu bestimmen ist, wird die Streifenmethode nach Salvesen u. a. (1970) angewendet, die für schlanke Schiffe gilt. Dabei kann die Bestimmung des dreidimensionalen Potentials für das gesamte Schiff auf die Bestimmung einer Reihe von zweidimensionalen Potentialen für unterschiedliche Spanten des Schiffes reduziert werden. Das Schiff wird quasi in Streifen senkrecht zur Längsachse geschnitten, und jeder Streifen wird zunächst als ein unendlich langer Zylinder mit der jeweiligen Spantkontur als Querschnittsfläche behandelt. Für jeden dieser Körper werden die Geschwindigkeitspotentiale der für eine Reihe von Erregerfrequenzen abgestrahlten Wellen berechnet. Aus diesen Potentialen können die Kräfte und Momente auf den Zylinder für die Roll-, Drift- und Tauchbewegung ermittelt werden. Diese Kräfte können jeweils in einen beschleunigungs- und einen geschwindigkeitsabhängigen Anteil zerlegt werden. Anschließend kann für jede untersuchte Frequenz ω für jeden Spantzylinder für jeden der drei Freiheitsgrade der Ebene sowohl eine sogenannte hydrodynamische Zusatzmasse $A(\omega)$ als auch eine sogenannte hydrodynamische Zusatzdämpfung $B(\omega)$ bestimmt werden. Diese für jeden Streifen bestimmten Koeffizienten können zu einer Koeffizientenmatrix zusammengesetzt werden, die für jeden Freiheitsgrad des Schiffes außer der Vorwärtsbewegung eine Reihe von frequenzabhängigen Zusatzmassen und -dämpfungen enthält.

Sollen große Schiffsbewegungen untersucht werden, muss dieser Ansatz erweitert werden. Eine Möglichkeit dafür, die auch in *Simbel* implementiert ist, wird in Söding (1987) angegeben. Die Berücksichtigung großer Lagewinkel und Wellenhöhen erfolgt zum einen dadurch, dass die Zusatzmassen- und dämpfungen für jeden Spant für unterschiedliche Tauch- und Rollzustände berechnet werden. Zum anderen wird die Berechnung der Radiations- und Diffractionskräfte nach der Methode der relativen Spantbewegung zwischen den Fluidpartikeln der ungestörten Welle und dem jeweiligen Spant in einem gekoppelten Ansatz durchgeführt. Die Koeffizienten für die Zusatzmassen und -dämpfungen der einzelnen Streifen werden nicht zu einer Gesamtkoeffizientenmatrix zusammengefasst, sondern die Berechnung der Kräfte und Momente wird streifenweise vorgenommen.

Große nichtlineare Bewegungen können in der Regel nicht im Frequenzbereich untersucht werden. Für die Berechnung der Radiations- und Diffractionskräfte im Zeitbereich gibt es im wesentlichen zwei Ansätze, die im folgenden kurz beschrieben werden. Der in *Simbel* implementierte Ansatz zur Berechnung der Radiations- und Diffractionskräfte wurde von Schmiechen (1973) entwickelt und in Schmiechen (1974) für die Berechnung von Schiffskollisionen eingesetzt. Dabei werden die Übertragungsfunktionen, die durch die frequenzabhängigen Zusatzmassen und -dämpfungen für einen Spant in einem Tauchzustand definiert werden, durch gebrochenrationale Polynome nachgebildet. Diese Polynome können mit der inversen Laplace-Transformation in den Zeitbereich transformiert werden. Dabei werden zusätzliche Differentialgleichungen und neue Zustandsgrößen in

die Zustandsgleichung nach (2.9) eingeführt. Aus diesem Grund wird dieser Ansatz auch Zustandsmodell genannt. Je besser die Polynomansätze die Zusatzmassen und -dämpfungen wiedergeben, desto besser gelingt die Beschreibung des Systems im Zeitbereich. Dabei muss jedoch bedacht werden, dass für jeden Streifen drei Polynome bestimmt werden müssen, und zwar jeweils eins für die Seitwärts-, Tauch- und Rollbewegung der Querschnittsfläche. Werden zur Reduzierung des numerischen Aufwands nur zwei Koeffizienten pro Polynom wie in *Simbel* für den hier untersuchten Fall eingesetzt, ist die Approximation der Zusatzmassen und -dämpfungen nicht immer zutreffend. Trotzdem werden bei 41 Streifen und drei Übertragungsfunktionen pro Streifen 246 zusätzliche Zustandsgrößen eingeführt.

Ein weiteres Problem in der Implementierung des Zustandsmodells in *Simbel* liegt in der Behandlung der für unterschiedliche Tauchzustände berechneten Polynomkoeffizienten. Hier wird in jedem Zeitschritt der Integration überprüft, welche dieser Tauchzustände dem aktuellen am nächsten kommen, und zwischen diesen werden die Koeffizienten interpoliert. Damit wird in jedem Zeitschritt das Zustandsmodell verändert. Aus diesem Grund, und wegen der hohen Systemordnung des Zustandsmodells, ist es fast unmöglich, für dieses System wirklich periodische Bewegungen zu finden. Um dieses Problem zu beheben, wird in Markiewicz u. a. (2001) eine eigenständige Variante von *Simbel* beschrieben, in der das Zustandsmodell durch den Ansatz von Cummins (1962) ersetzt worden ist. Für die Behandlung instationärer Strömungen mit Vorwärtsgeschwindigkeit und die streifenweise Auswertung wurde dieser Ansatz erweitert. Nach Cummins wird die Vorgeschichte der Strömung im Zeitbereich durch Gedächtnis- oder Faltungsintegrale beschrieben, so dass keine weiteren Zustandsgrößen im System benötigt werden. Der erhöhte Speicherbedarf fällt heutzutage nicht mehr ins Gewicht.

Bei der Streifenmethode werden die Kräfte und Momente, die auf das Schiff wirken, streifenweise pro Spant berechnet und über alle Streifen integriert. Dabei hat jeder Streifen drei Freiheitsgrade der Ebene: Quer-, Tauch- und Rollbewegung. In *Simbel* werden daher die hydrodynamischen Größen bezüglich eines ebenen spantfesten Koordinatensystems beschrieben. Die Transformationsmatrix \mathbf{W} dient dabei zur Berechnung des Geschwindigkeitsvektors $\dot{\mathbf{u}}_x$ im spantfesten Koordinatensystem aus dem Geschwindigkeitsvektor des gesamten Schiffes $\dot{\mathbf{u}}_\xi$ im raumfesten Koordinatensystem. Mit Hilfe der nach Söding (1982) zu berechnenden Orbitalgeschwindigkeit des einen Spant umgebenden Wassers $\dot{\mathbf{u}}_w$ wird die Relativgeschwindigkeit zwischen Spant und Wasser berechnet, so dass mit dem Prinzip der relativen Spantgeschwindigkeiten das gekoppelte Radiations- und Diffraktionsproblem behandelt wird. Die Berechnung der räumlichen Kraft- und Momentenwirkung der hydrodynamischen Kräfte und Momente eines einzelnen Streifens auf das gesamte Schiff wird durch die Transformationsmatrix \mathcal{V} beschrieben.

Mit den Längskoordinaten des hintersten und des vordersten Spantes x_h und x_v , den Matrizen $\underline{\mathcal{K}}$ und $\underline{\mathcal{L}}$ mit den Impulsantwortfunktionen \mathcal{K}_{jk} und \mathcal{L}_{jk} für den aktuellen Streifen für die unterschiedlichen Tauchungen j und Rollwinkel k und dem Vektor der frequenzunabhängigen Zusatzmassen des aktuellen Spantes $\tilde{\underline{\mu}}$ lassen sich die Beziehungen für die hydrodynamischen Kräfte- und Momente im körperfesten Koordinatensystem angeben, wobei drei unterschiedliche Anteile identifiziert werden können:

Der beschleunigungsabhängige Anteil

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_B \\ \mathbf{M}_B \end{pmatrix} = - \left[\int_{x_h}^{x_v} \mathcal{V}(x) \tilde{\underline{\mu}}(x) \mathbf{W}(x) dx \right] \ddot{\mathbf{u}}_\xi, \quad (2.26)$$

der instationäre von der Vorwärtsgeschwindigkeit explizit unabhängige Anteil

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{M}_1 \end{pmatrix} &= - \int_{x_h}^{x_v} \mathcal{V}(x) \tilde{\underline{\mu}} \left(\dot{\mathbf{W}} \dot{\mathbf{u}}_\xi - \ddot{\mathbf{u}}_w \right) dx \\ &\quad - \int_{x_h}^{x_v} \mathcal{V}(x) \int_0^t \underline{\mathcal{K}}(x, t - \tau) \{ \mathbf{W}(x) \dot{\mathbf{u}}_\xi(\tau) - \dot{\mathbf{u}}_w(\tau) \} d\tau dx, \end{aligned} \quad (2.27)$$

und der explizit von der Vorwärtsgeschwindigkeit u abhängige Anteil

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{M}_2 \end{pmatrix} &= u \left\{ \mathcal{V}(x_v) \tilde{\underline{\mu}}(x_v) [\mathbf{W}(x_v) \dot{\mathbf{u}}_\xi - \dot{\mathbf{u}}_w] - \mathcal{V}(x_h) \tilde{\underline{\mu}}(x_h) [\mathbf{W}(x_h) \dot{\mathbf{u}}_\xi - \dot{\mathbf{u}}_w] \right. \\ &\quad + \mathcal{V}(x_v) \int_0^t \underline{\mathcal{L}}(x_v, t - \tau) [\mathbf{W}(x_v) \dot{\mathbf{u}}_\xi(\tau) - \dot{\mathbf{u}}_w(\tau)] d\tau \\ &\quad - \mathcal{V}(x_h) \int_0^t \underline{\mathcal{L}}(x_h, t - \tau) [\mathbf{W}(x_h) \dot{\mathbf{u}}_\xi(\tau) - \dot{\mathbf{u}}_w(\tau)] d\tau \\ &\quad \left. - \int_{x_h}^{x_v} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \left[\tilde{\underline{\mu}}(x) [\mathbf{W}(x) \dot{\mathbf{u}}_\xi - \dot{\mathbf{u}}_w] + \int_0^t \underline{\mathcal{L}}(x, t - \tau) [\mathbf{W}(x) \dot{\mathbf{u}}_\xi - \dot{\mathbf{u}}_w] d\tau \right] dx \right\}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Nach Ogilvie (1964) werden die Impulsantwortfunktionen aus den frequenzabhängigen Zusatzmassen und -dämpfungen durch eine inverse Cosinus-Fourier-Transformation für jeden Spant $x = x_\ell$ berechnet:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{jk}(x_\ell, t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[B_{jk}(\omega) - \tilde{b}_{jk} \right]_{|x=x_\ell} \cos \omega t d\omega, \\ \mathcal{L}_{jk}(x_\ell, t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[A_{jk}(\omega) - \tilde{\mu}_{jk} \right]_{|x=x_\ell} \cos \omega t d\omega, \end{aligned} \quad (2.29)$$

mit den frequenzunabhängigen hydrodynamischen Zusatzmassen $\tilde{\mu}_{jk}$ und Zusatzdämpfungen \tilde{b}_{jk} , die den asymptotischen Werten $A(\infty)$ und $B(\infty)$ bei $\omega \rightarrow \infty$ entsprechen.

Gegen das Umschalten zwischen den für die unterschiedlichen Tauchzustände berechneten Impulsantwortfunktionen ist physikalisch nichts einzuwenden, da die Vorgeschichte durch das Umschalten nicht beeinflusst wird. In Markiewicz u. a. (2001) wird durch ausführliche numerische Tests belegt, dass die Transformation in den Zeitbereich nach Cummins zu besseren Simulationsergebnissen als die ursprüngliche Version mit dem Zustandsmodell führt.

2.2 Numerische Analyse

Das Ziel der hier beschriebenen numerischen Analyse ist das Ermitteln von kritischen Betriebsbereichen eines Beispielschiffes in regelmäßigen Wellen in Abhängigkeit von der Veränderung wichtiger Systemparameter. Dies sind beispielsweise die Vorwärtsgeschwindigkeit des Schiffes sowie die Seegangsbedingungen charakterisiert durch Wellenlänge, Begegnungswinkel und Wellenhöhe. Dabei wird auf den Ansätzen von Wendt (2000) aufgebaut, in denen das Kentern als Konsequenz auf eine oder mehrere Verzweigungen im Bewegungsverhalten eines Schiffes dargestellt wird (vgl. Kreuzer/Wendt 2000, Pick u. a. 2005). Auf dieser Grundlage können leistungsfähige numerische Werkzeuge zur lokalen Verzweigungsanalyse wie die Pfadverfolgungsmethode eingesetzt werden, die in Abschnitt 2.2.1 kurz erläutert wird und mit welcher Verzweigungsstellen in dynamischen Systemen in Abhängigkeit eines Kontrollparameters λ ermittelt werden. Jede Verzweigungsstelle stellt einen kritischen Punkt für den Betrieb des Schiffes dar. Stellvertretend für eine Vielzahl allgemein zugänglicher Programme zu diesem Problem seien die Pakete *AUTO* von Doedel u. a. (2001) und *BIFPACK* von Seydel (1999) aufgeführt. In Abschnitt 2.2.2 wird beschrieben, weshalb diese Programme hier nicht zum Einsatz kommen können und welcher Weg statt dessen beschrrieben wird. In Abschnitt 2.2.3 wird die hier durchgeführte Verzweigungsuntersuchungen beschrieben.

2.2.1 Methode der Pfadverfolgung

Die Bewegungsgleichungen für ein frei schwimmendes Schiff im Seegang weisen eine Vielzahl von Parametern auf, durch die das System charakterisiert wird. Anders als bei linearen Systemen können minimale Änderungen an einem oder mehreren Parametern bei nichtlinearen Systemen dazu führen, dass sich das Systemverhalten signifikant verändert. Dieses Phänomen ist am Problem des parametrischen Rollens von Schiffen bereits von Grim (1952) experimentell und von Paulling/Rosenberg (1959) theoretisch untersucht worden, weit bevor die Theorie der Nichtlinearen Dynamik entwickelt worden ist. Mit den aus den Arbeiten von Guckenheimer/Holmes (1997) und vielen anderen Mathematikern, Physikern und Ingenieuren gewonnenen Erkenntnissen über nichtlineare Phänomene und deren Analyse spricht man heute beim Eintreten des parametrischen Rollens nach einer kleinen Parameteränderung von einer Verzweigung im Bewegungsverhalten, die eine Periodenverdoppelung der Rollbewegung hervorbringt. Solche Verzweigungsphänomene lassen sich auch bei anderen meerestechnischen Fragestellungen beobachten. Sehr prägnant wird bei Ellermann (2003) das Verzweigungsverhalten von verankerten Kranschiffen unter Wellenanregung beschrieben. Ebenso wie die Periodenverdopplung beim Eintreten des parametrischen Rollens kann auch der gekenterte Zustand eines Schiffes nach Kreuzer/Wendt (2000) als Bewegungsform nach einem Verzweigungspunkt interpretiert werden, so dass die Untersuchung eines Schiffes hinsichtlich der Kenterunsicherheit auf eine Verzweigungsanalyse hinausläuft.

Für eine systematische Analyse des Einflusses eines oder mehrerer Parameter λ auf das asymptotische Systemverhalten für $t \rightarrow \infty$ bietet sich die Methode der Pfadverfolgung an, die z.B. bei Seydel (1999) oder Allgower/Georg (2003) umfassend beschrieben ist. Für gewöhnlich schwingt sich ein System nach einer transienten Phase auf einen gleichbleibenden oder sich periodisch wiederholenden Zustand ein. Dieser Zustand, der

die Trajektorien anzieht, wird Attraktor genannt. Jeder Attraktor hat sein Einzugsgebiet, die Menge von Anfangsbedingungen, die das System für $t \rightarrow \infty$ auf diese Lösung führen. Bei linearen Systemen ist der Attraktor von den Anfangsbedingungen unabhängig. Nichtlineare Systeme haben dagegen oft sogar mehrere koexistierende Attraktoren. Welcher asymptotische Attraktor erreicht wird, hängt dann von den Anfangsbedingungen ab.

Für ein wie hier untersuchtes Schiff, das in regelmäßigen Wellen fährt, ist dieser Attraktor in der Regel eine periodische Lösung, für die gilt

$$\mathbf{x}(t + T) = \mathbf{x}(t), \quad (2.30)$$

wobei $T > 0$ die Periodendauer der Anregung, also des Seegangs ist. Damit lässt sich die folgende algebraische nichtlineare Vektorfunktion \mathbf{H} definieren:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}(t + T) - \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} . \quad (2.31)$$

Das Gleichungssystem zu dieser Funktion ist, da es den sogenannten Kontrollparameter λ enthält, der ein physikalischer Systemparameter oder ein beliebiger mathematischer Ausdruck in Abhängigkeit von anderen Systemparametern sein kann, unterbestimmt. Es kann aber durch Pfadverfolgung gelöst werden.

Normalerweise besteht ein stetiger Zusammenhang zwischen λ und dem Attraktor bzw. den Amplituden von \mathbf{x} . Befindet sich das System jedoch in der Nähe einer Verzweigungsstelle, können theoretisch sprunghafte Amplituden- oder Periodenänderungen aufgrund kleinster Parameteränderungen auftreten.

Das Vorgehen bei der Pfadverfolgung ist in Bild 2.4 dargestellt. Aufgetragen ist eine Pfadkurve für die Amplitude $\hat{\phi}$ der Zustandsgröße ϕ über dem Kontrollparameter λ . Ausgehend von einem Punkt auf dem Lösungspfad, der für einen Startwert für λ durch Simulation gefunden wird, wird λ erhöht. Für den Bereich, in dem die Amplitude der periodischen Lösung stetig von λ abhängt, kann die neue periodische Lösung relativ gut aufgrund des bisherigen Verlaufs der Pfadkurve geschätzt werden. Ein übliches Schätzverfahren ist der Tangentenprädiktor, hier durch eine blaue Tangente dargestellt.

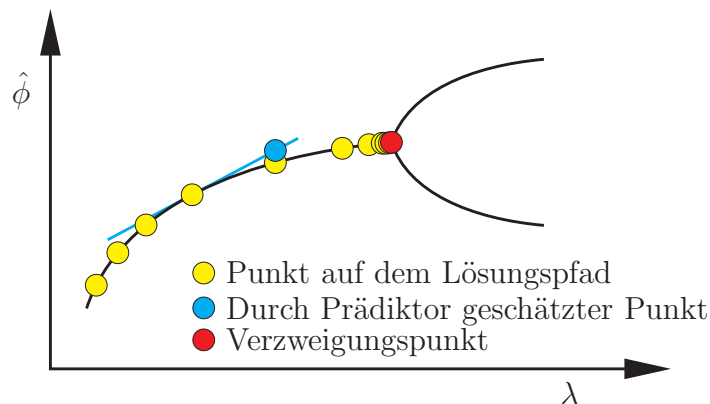


Bild 2.4: Prinzip der Pfadverfolgung.

Diese Tangente zur Bestimmung eines neuen Wertes für $\hat{\phi}$ wird für alle Zustandsgrößen bestimmt und der geschätzte Wert berechnet. Ausgehend von dem geschätzten Zustand des in λ veränderten Systems wird durch Anwendung eines Korrektorschrittes die neue periodische Lösung oder der neue Attraktor bestimmt. Dies geschieht häufig durch Ausführen der Quasi-Newton-Iteration.

Es bietet sich an, die Veränderung von λ durch eine automatische Schrittweitensteuerung vorzunehmen, die in Abhängigkeit von einem Stabilitätsmaß der periodischen Lösung die Abstände zwischen zwei Werten berechnet. Ausgedehnte, stetige Bereiche werden somit schnell durchschritten, während in der Nähe einer Verzweigung die Schrittweite reduziert wird. Kontrollmechanismen verhindern, dass eine Verzweigungsstelle übersprungen wird.

2.2.2 Implementierung

Durch die im Vergleich zur Arbeit von Wendt (2000) geänderte Zeitbereichsbeschreibung der hydrodynamischen Kräfte und Momente mussten die Routinen zur Pfadverfolgung neu erstellt werden. Die Vorgeschichte der Strömung wird nicht mehr durch ein Zustandsmodell nach Schmiechen (1973) beschrieben, sondern mit Gedächtnis- oder Faltungsintegralen. Das so entstehende Integro-Differentialgleichungssystem hat dabei einige Besonderheiten, die bei der Implementierung zu beachten sind.

Für ein System aus Integro-Differentialgleichungen ist es nicht zulässig, nach einer Änderung von λ einfach einen Zustand zu schätzen, wie es zuvor beschrieben wurde. Der Vorgeschichtseinfluss der Strömung, der in den Faltungsintegralen gespeichert ist, würde nicht mehr stimmen. Das gleiche gilt in diesem Fall für den Korrektorschritt. Integro-Differentialgleichungssysteme müssen immer einer kontinuierlichen Behandlung entlang der Zeitachse unterzogen werden, damit die Strömungsgeschichte adäquat berücksichtigt wird.

In Freitag (2003) wird anhand von Beispielsystemen mit Gedächtnisfunktion untersucht, in wieweit sich diese durch einen erweiterten Prädiktor mitschätzen lassen. Ebenso wurde ein erweiterter Korrektoralgorithmus untersucht. Als Ergebnis wurde vorgeschlagen, dass der beste Kompromiss für den Prädiktorschritt ein Prädiktor nullter Ordnung ist, um die Vorgeschichte der Strömung nicht unzulässig zu stören. Als nach derzeitigem Stand einzig möglicher Korrektor kommt für solche Systeme die Simulation über eine vollständige Periode mit anschließender Auswertung von Gleichung (2.30) infrage. Bei Anwendung dieses Korrektors entfällt die Stabilitätsüberprüfung der ermittelten Lösung, da sich mit diesem Prinzip ausschließlich stabile Lösungen ermitteln lassen.

Verfügbare und getestete allgemein zugängliche Programme zur Verzweigungsanalyse wie *AUTO* von Doedel u. a. (2001) oder *BIFPACK* von Seydel (1999) können auf Systeme aus Integro-Differentialgleichungen aus den oben genannten Gründen nicht angewendet werden. Die Anwendung dieser Programme verbietet sich aber auch aus dem Umstand, dass die Berechnung der Kräfte und Momente auf das untersuchte Schiff in einer Co-Simulation mit dem Schiffsdynamikprogramm *Simbel* geschieht. Solche Besonderheiten sind in Standardprogrammen ebenfalls nicht möglich.

2.2.3 Verzweigungsuntersuchung

Für die Verzweigungsanalyse wurden mit dem in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Pfadverfolgungsprogramm Untersuchungen für verschiedene Begegnungswinkel μ und Vorwärtsgeschwindigkeiten u durchgeführt, bei denen die Wellenhöhe h als Kontrollparameter λ verwendet wurde. Ein Beispieldiagramm für dabei ermittelte Pfade zeigt das Bild 2.5. Die Berechnungen wurden gestoppt, sobald der Rollwinkel während der Simulation einen Wert von über 70° erreicht hat, da das Schiff damit als gekentert angesehen wurde.

In Bild 2.5 sind drei grundlegend verschiedene Kurvenverläufe sichtbar: Für $\mu = 0^\circ$ und $\mu = 10^\circ$ bleibt die Rollwinkelamplitude der eingeschwingenden periodischen Bewegungen über einem großen Bereich der Wellenhöhe konstant, bis sich ein fast senkrechter Anstieg der Rollwinkelamplitude ausbildet. Für Begegnungswinkel von mehr als 60° ist zu erkennen, dass die Zunahme der Rollwinkelamplitude bei steigender Wellenhöhe in weiten Abschnitten fast linear verläuft, bis kurz vor dem Kentern eine Art Sättigung erreicht wird. Auffällig für die Kurven für $\mu = 20^\circ$, $\mu = 30^\circ$ und $\mu = 40^\circ$ ist, dass eine steigende Wellenhöhe in diesem Winkelbereich ab einem gewissen Punkt zu einer Reduzierung der Rollwinkelamplitude führt. Aus der Anschauung heraus wäre zu erwarten, dass eine steigende Wellenhöhe die Rollbewegung eines Schiffes verstärken müsste. Auf die Kenterursache bezogen bedeutet dieses Erkenntnis, dass das untersuchte Schiff nicht wegen eines zu groß gewordenen Rollwinkels gekentert ist, sondern dass sich sein qualitatives Bewegungsverhalten geändert hat.

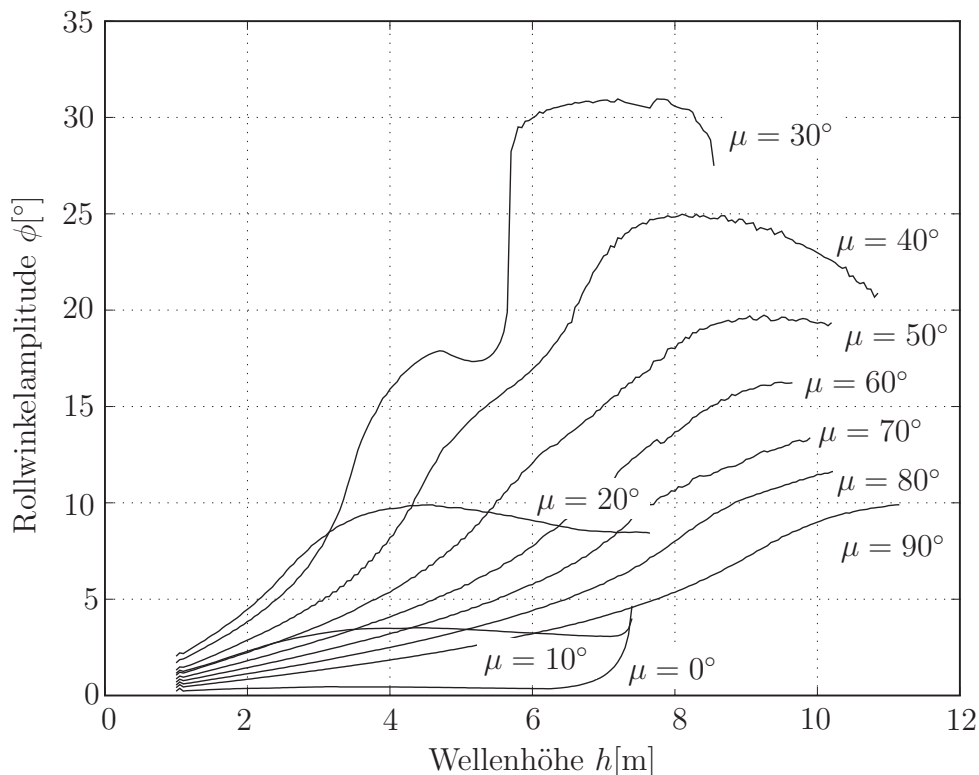


Bild 2.5: Untersuchte Pfade mit der Wellenhöhe h als Kontrollparameter bei verschiedenen Begegnungswinkeln μ .

Bild 2.6 zeigt für $\mu = 10^\circ$ und $\mu = 30^\circ$ das Verhalten des Schiffes, wenn aus einer stabilen periodischen Bewegung heraus die Wellenhöhe h um 5cm erhöht wird. Dabei ist zu sehen, dass der Übergang von der stabilen Bewegung zum Kentern bei den beiden aufgeführten Beispielen grundsätzlich verschieden ist, es werden also zwei unterschiedliche Kenter Szenarien gezeigt.

Beim ersten Szenario wird das Erwartete beobachtet: Die Amplitude des Rollwinkels steigt kontinuierlich, bis das Schiff kentert. Beim zweiten Szenario mit $\mu = 30^\circ$ führt die kleine Steigerung der Wellenhöhe zu einem deutlichen Abklingen der Rollbewegung. Eine Periodendauer vor dem Kentern des Schiffes ist im Zeitverlauf zu sehen, dass das Schiff für kurze Zeit im gekrängten Zustand verharrt und dabei eintaucht. Dieses Verhalten, und nicht primär ein hoher Rollwinkel, leitet den Kentervorgang ein.

Die beiden hier beschriebenen grundsätzlich unterschiedlichen Kentermechanismen werden noch besser in den Phasendiagrammen der Rollbewegung in den Bildern 2.7 und 2.8 deutlich. Während sich im linken Bild für $\mu = 10^\circ$ die Rollbewegung ausgehend vom vormals stabilen periodischen Orbit in der Mitte des Diagramms spiralförmig aufschaukelt bis das Schiff aufgrund fehlender Rückstellkräfte kentern muss, kontrahiert der vormals stabile periodische Orbit im rechten Bild für $\mu = 30^\circ$ in einer spiralförmigen Weise. Plötzlich ändert sich die Spiralbewegung, und das Schiff kentert innerhalb einer Seegangperiode.

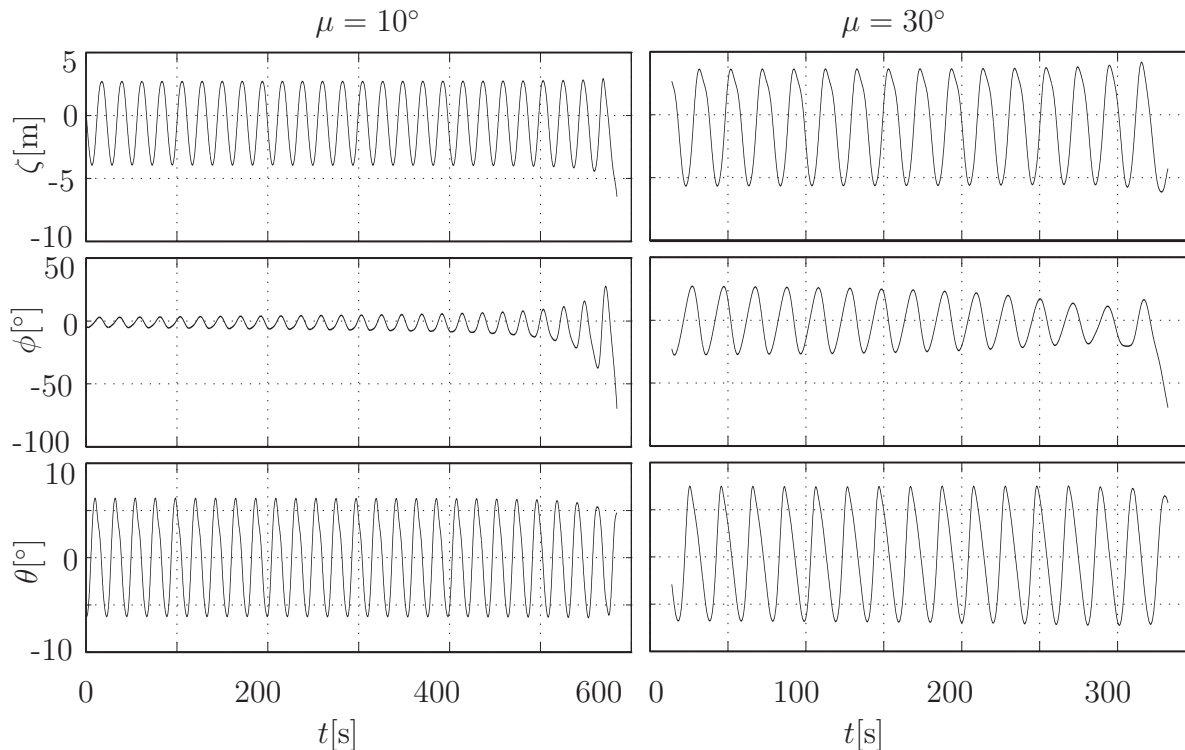


Bild 2.6: Zeitverlauf von Tauch-, Roll- und Stampfbewegung vor dem Kentern bei $\mu = 10^\circ$ und $\mu = 30^\circ$.

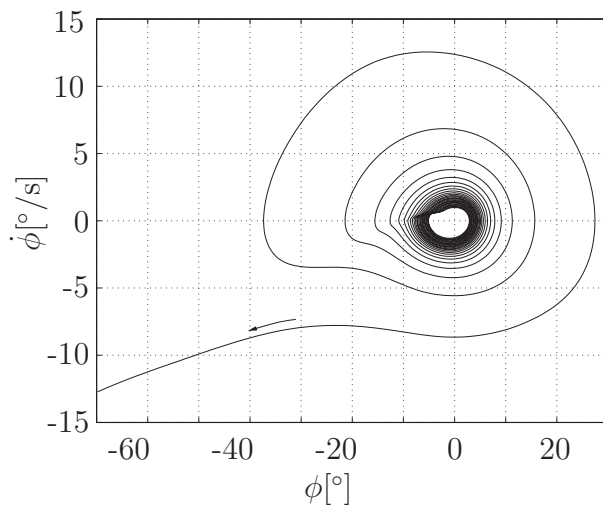


Bild 2.7: Phasenportrait der Rollbewegung vor dem Kentern bei $\mu = 10^\circ$.

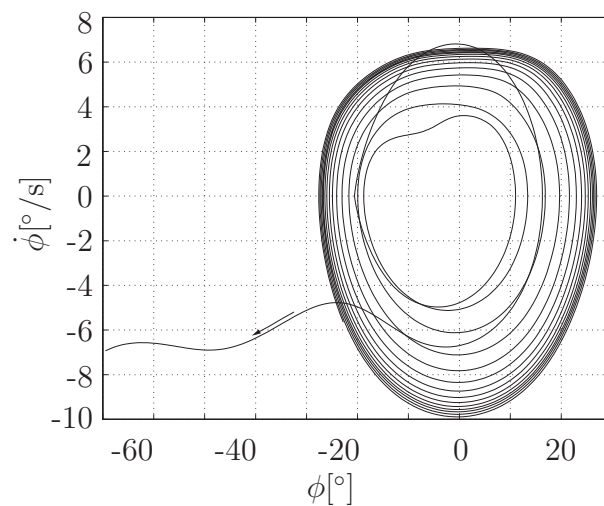


Bild 2.8: Phasenportrait der Rollbewegung vor dem Kentern bei $\mu = 30^\circ$.

Die hier aufgeführten Beispiele stehen nur exemplarisch für eine große Anzahl unterschiedlicher Berechnungen und die Möglichkeiten zur Untersuchung des Bewegungsverhalten von Schiffen, die sich mit der Verzweigungsanalyse bieten. Die ausführliche Darstellung der Ergebnisse und die Darstellung kritischer Parameterbereiche wird in Abschnitt 2.4 vorgenommen.

2.3 Vergleich mit Versuchsdaten

Im Rahmen des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung geförderten nationalen Forschungsvorhaben *Roll-S* zur Verbesserung der Schiffs- und Ladungssicherheit bei großen Rollwinkeln im Seegang wurden im Teilprojekt *TUB-KENSTSE* der TU Berlin Modellversuche im Wellenkanal der *HSVA* durchgeführt (Clauss/Hennig 2002). Es wurden u.a. grundlegende Versuche mit der hier untersuchten und in Abschnitt 2.1.1 beschriebenen *C-Box* als freifahrendem Modell in regelmäßigen Wellen unter konstanten Kurswinkeln gefahren. Diese Versuchsdaten dienen zur Validierung des mathematischen Modells aus Abschnitt 3.2, das den numerischen Kenteruntersuchungen aus Abschnitt 2.2 zugrunde liegt.

Damit die Versuchsdaten mit den Simulationsergebnissen für die im Versuch eingestellten Parameter Seegangperiode T bzw. Wellenlänge λ , Begegnungswinkel μ und Wellenhöhe h verglichen werden können, müssen sie zunächst in den Großmaßstab der Simulation transformiert werden. Der Maßstab des *C-Box* Versuchsmodells ist 1:29. Unter Konstanthaltung der Froude-Zahlen für Versuch und Simulation ergeben sich mit $\alpha = 29$ folgende Umrechnungsbeziehungen:

$$\begin{aligned}
\text{Zeiten:} \quad t, T &= \sqrt{\alpha} \cdot t_{mod}, \sqrt{\alpha} \cdot T_{mod} , \\
\text{Geschwindigkeiten:} \quad u, v, w &= \sqrt{\alpha} \cdot u_{mod}, \sqrt{\alpha} \cdot v_{mod}, \sqrt{\alpha} \cdot w_{mod} , \\
&\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta} = \sqrt{\alpha} \cdot \dot{\xi}_{mod}, \sqrt{\alpha} \cdot \dot{\eta}_{mod}, \sqrt{\alpha} \cdot \dot{\zeta}_{mod} , \\
\text{Längen:} \quad x, y, z, \lambda &= \alpha \cdot x_{mod}, \alpha \cdot y_{mod}, \alpha \cdot z_{mod}, \alpha \cdot \lambda_{mod} , \\
&\xi, \eta, \zeta = \alpha \cdot \xi_{mod}, \alpha \cdot \eta_{mod}, \alpha \cdot \zeta_{mod} , \\
\text{Winkelgeschwindigkeiten:} \quad \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi} &= \frac{\dot{\phi}_{mod}}{\sqrt{\alpha}}, \frac{\dot{\theta}_{mod}}{\sqrt{\alpha}}, \frac{\dot{\psi}_{mod}}{\sqrt{\alpha}} , \\
\text{Winkel:} \quad \phi, \theta, \psi &= \phi_{mod}, \theta_{mod}, \psi_{mod} .
\end{aligned}$$

Für eine Validierung der in Abschnitt 2.4 gezeigten Ergebnisse aus den in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Verzweigungsanalysen sind die durchgeführten Versuche allerdings nicht geeignet. Hier wird der Parameterraum gezielt nach Verzweigungen abgesucht, die auf eine hohe Kentergefahr in der Nähe solcher Stellen schließen lassen. Diese Stellen lassen sich experimentell nur sehr schwer und in einer sehr große Anzahl von Versuchsdurchläufen nachweisen, da die Parameter, unter denen solche Verzweigungen auftreten, sehr genau getroffen werden müssen. An dieser Stelle wird der Bedarf nach einer Möglichkeit deutlich, dass kostengünstig und automatisiert diese Verzweigungsstellen ganz gezielt im Experiment ermittelt werden können. Eine solche Versuchseinrichtung ist im Rahmen dieser Arbeit entwickelt worden und wird in Kapitel 3 beschrieben.

Um das der Untersuchung zugrunde liegende numerische Modell nach Abschnitt 3.2 zu validieren, sind im Folgenden die Versuche der Nummern HSVA0045, HSVA0046 und HSVA0048 aus Clauss/Hennig (2002) herangezogen worden. Die Wellenlänge betrug $\lambda_{mod} = 4 \text{ m}$ oder $\lambda = 116 \text{ m}$, die Wellenamplitude betrug $\xi_{mod} = 0,15 \text{ m}$ oder $\xi = 4,35 \text{ m}$, der Kurswinkel betrug $\mu_{mod} = \mu = 175^\circ$. Die Vorwärtsgeschwindigkeit in Versuch 45 betrug $u_{mod} = 1,64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ oder $u = 8,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, in Versuch 46 betrug sie $u_{mod} = 1,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ oder $u = 6,68 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und in Versuch 48 $u_{mod} = 0,63 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ oder $u = 3,39 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

In den Bildern 2.9 und 2.10 werden die Zeitverläufe der Tauch-, Roll- und Stampfbewegungen gezeigt. Bild 2.9 enthält dabei die für den Versuch HSVA0045 gemessenen Werte, Bild 2.10 die berechneten. Bemerkenswert ist, dass nach dem Abklingen der transienten Vorgänge im Versuch die Bewegungen der Stampf- und der Tauchbewegung in beiden Diagrammen nahezu identisch aussehen. Lediglich die Rollbewegung ist in der Rechnung viel schwächer ausgeprägt. Die Ursache hierfür ist in den Modellen zur Rolldämpfung zu suchen. Eine für die Analyse dynamischer Vorgänge besser geeignete Darstellung als ein Zeitverlauf wird in den Bildern 2.11 bis 2.16 mit dem Phasendiagramm gezeigt. Hier ist durch qualitativen Vergleich der Diagramme die Ähnlichkeit zwischen Versuchs- und Simulationsdaten eindeutig festzustellen. Lediglich die Rollamplitude bei der berechneten Bewegung ist wie erwähnt geringer als im Versuch, und die Schiffe sind im statischen Gleichgewicht zu unterschiedlichen Seiten gekrängt.

Als Ergebnis dieses Vergleiches lässt sich festhalten, dass das vorgestellte Modell sehr brauchbare Ergebnisse bei der Beschreibung der Schiffsbewegungen im Seegang liefert.

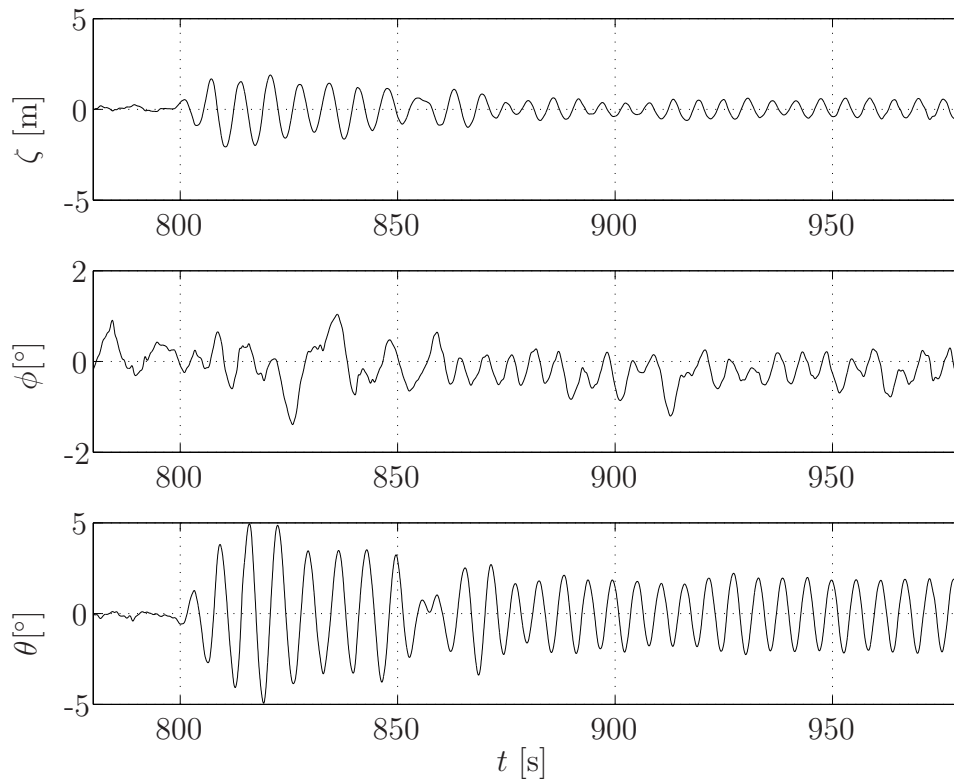


Bild 2.9: Zeitverläufe von Tauch-, Roll- und Stampfbewegung aus Versuch HSVA0045.

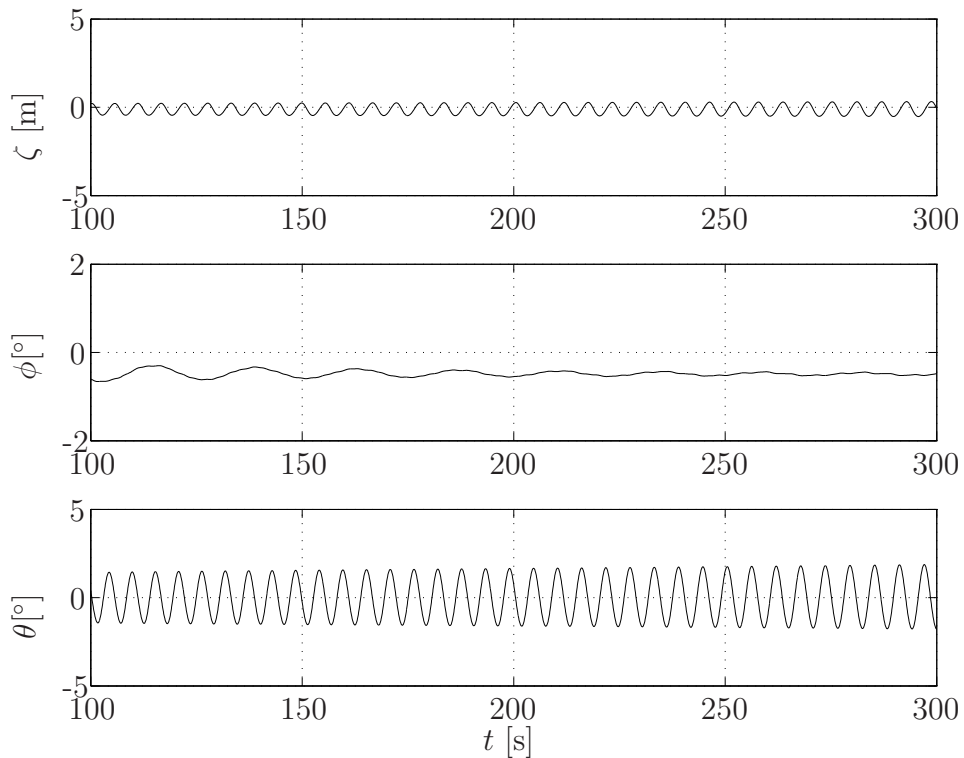


Bild 2.10: Berechnete Zeitverläufe von Tauch-, Roll- und Stampfbewegung nach Versuch HSVA0045.

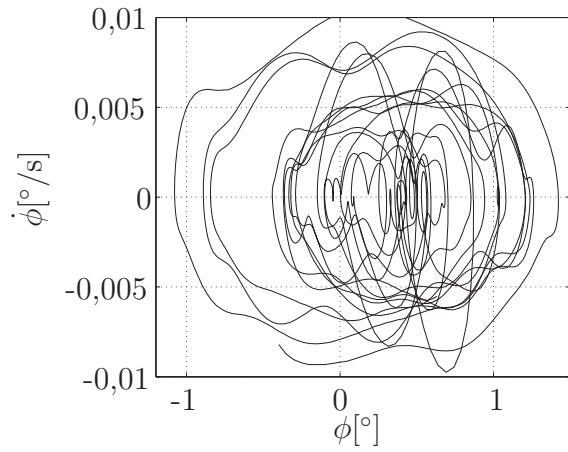


Bild 2.11: Phasendiagramm der Rollbewegung aus Versuch HSVA0048.

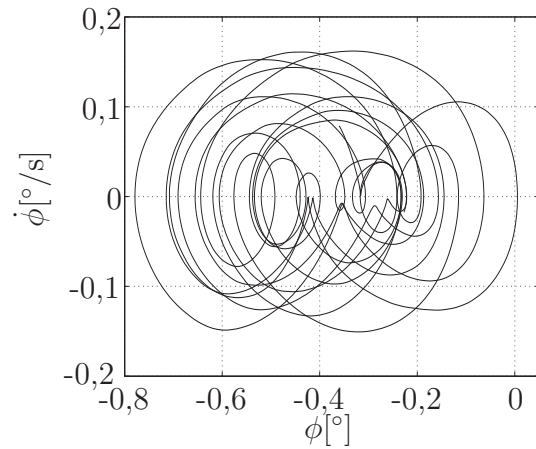


Bild 2.12: Berechnetes Phasendiagramm nach Versuch HSVA0048.

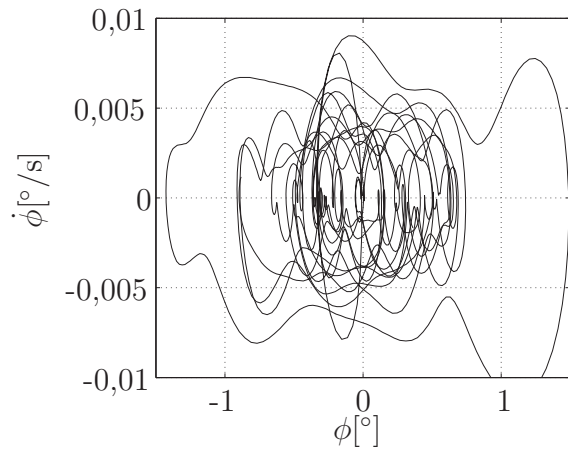


Bild 2.13: Phasendiagramm der Rollbewegung aus Versuch HSVA0046.

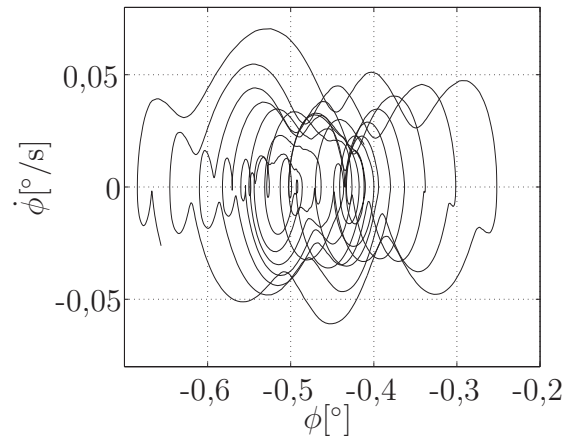


Bild 2.14: Berechnetes Phasendiagramm nach Versuch HSVA0046.

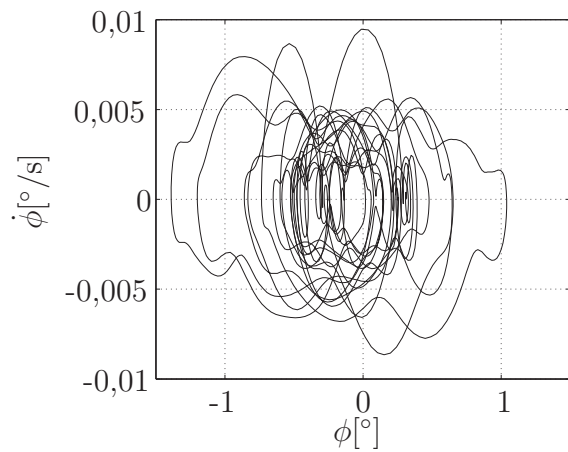


Bild 2.15: Phasendiagramm der Rollbewegung aus Versuch HSVA0045.

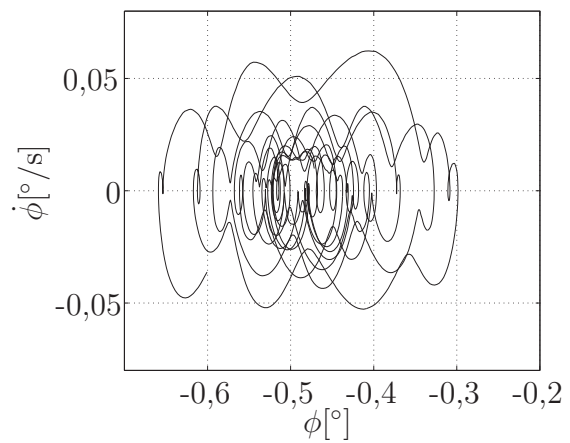


Bild 2.16: Berechnetes Phasendiagramm nach Versuch HSVA0045.

2.4 Ergebnisse der Kenteruntersuchungen

Im Abschnitt 2.2.3 ist das Prinzip zur Bestimmung von lokalen Verzweigungen und den damit verbundenen kritischen Systemzuständen beschrieben. Die Ergebnisse der Analysen mit dem wie zuvor beschriebenen validierten Modell werden hier anhand von vier Untersuchungen exemplarisch dargestellt. In diesen Untersuchungen wurden kritische Systemzustände bei unterschiedlichen Seegangsbedingungen bestimmt. In der ersten Untersuchung wurde für jede Rechnung die Seegangsperiode T_{See} so eingestellt, dass die Begegnungsfrequenz zwischen Schiff und Welle der Rolleigenfrequenz des Schiffes entspricht. Bei der zweiten Untersuchung entspricht die Begegnungsfrequenz der halben Rolleigenfrequenz, so dass die für die Anregung des parametrischen Rollens wichtige 2:1-Resonanz vorliegt. Weiterhin werden feste typische Seegangsperioden von $T_{See} = 10\text{s}$ und $T_{See} = 12\text{s}$ untersucht.

Als Kontrollparameter λ wird in jeder Rechnung die Wellenhöhe h gewählt. Dabei werden die Vorwärtsgeschwindigkeit und der Begegnungswinkel μ zur Welle konstant gehalten. Es wird für diese Bedingungen für ein λ eine periodische Bewegung des Schiffes ermittelt. Ausgehend von dieser Bewegung wird λ leicht verändert und die dazu passende periodische Bewegung bestimmt. Die Amplituden der Rollwinkel ϕ jeder periodischen Bewegung werden über λ graphisch aufgetragen, so dass sich ein sogenannter Pfad ausbildet, der das Systemverhalten in Abhängigkeit vom Parameter λ darstellt. Die auf diese Weise für alle Begegnungswinkel ermittelten Pfade werden zur Visualisierung der Ergebnisse in einem dreidimensionalen Diagramm dargestellt, wie es in Bild 2.17 gezeigt ist. Dabei werden die Rollwinkelamplituden $\hat{\phi}$ über h und μ aufgetragen, so dass die einzelnen Pfade nebeneinander aufgereiht erscheinen. Durch die einzelnen Punkte wird eine räumlich gewölbte Fläche definiert, die durch kubische Interpolation zwischen den Stützstellen gewonnen wird. In Bild 2.17 wird eine solche Fläche beispielhaft für die Untersuchung der kritischen Punkte für die Vorwärtsgeschwindigkeit $u = 1\text{ m/s}$ bei der Seegangsbedingung $T_{See} = T_{roll}$ dargestellt. Die Begegnungswinkel werden im Raster von 15° vorgegeben, so dass für jede Vorwärtsgeschwindigkeit 24 Pfade ermittelt werden müssen.

Jeder Pfad endet bei einer bestimmten Wellenhöhe h_{max} . Ein Endpunkt markiert dabei die Rollwinkelamplitude $\hat{\phi}$ der letzten möglichen periodischen Schiffsbewegung, bevor eine Erhöhung von λ zu einer Verzweigungsstelle oder einem kritischen Punkt im Sinne der Schiffstabilität, also zum Kentern, führt.

Während in der dreidimensionalen Darstellung in Bild 2.17 die Veränderung der Rollwinkelamplituden mit steigender Wellenhöhe bis zum kritischen Punkt gut erkennbar ist, ist für die Darstellung der kritischen Punkte in Abhängigkeit von μ und h die Draufsicht auf das Diagramm besser geeignet, s. Bild 2.18. Hier heben sich die kritischen Punkte deutlich als Linie vom Bildhintergrund ab. Die Rollwinkelamplituden werden in dieser Darstellung durch die Farbschattierung kenntlich gemacht.

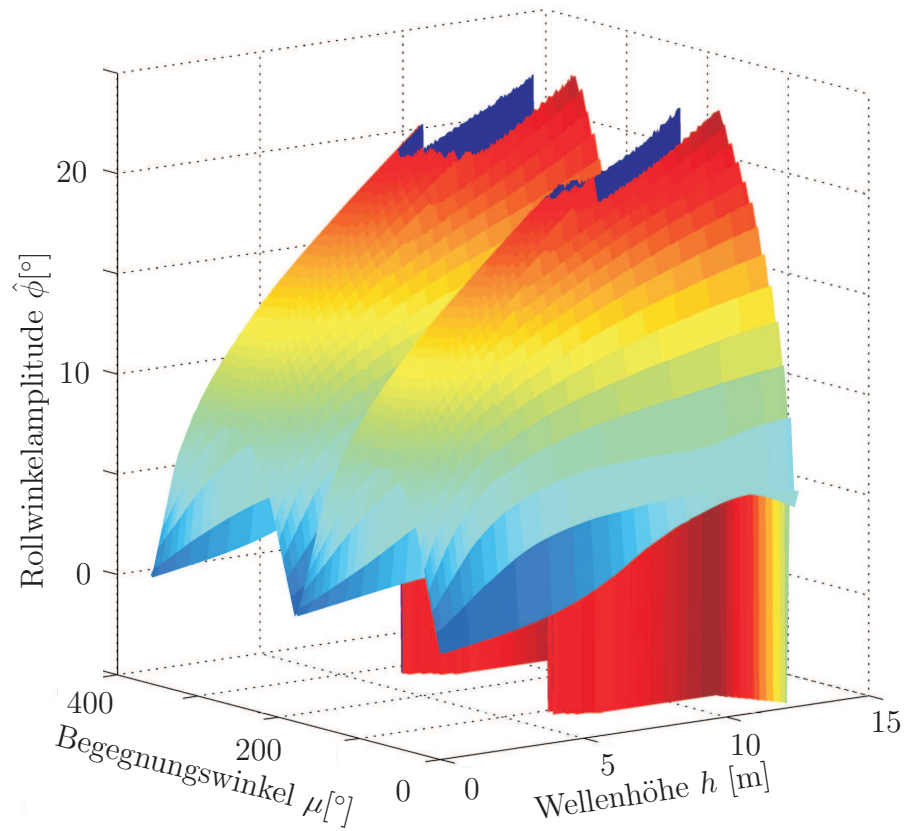


Bild 2.17: Darstellung der ermittelten Pfade für $u = 1$ m/s und $T_{See} = T_{roll}$.

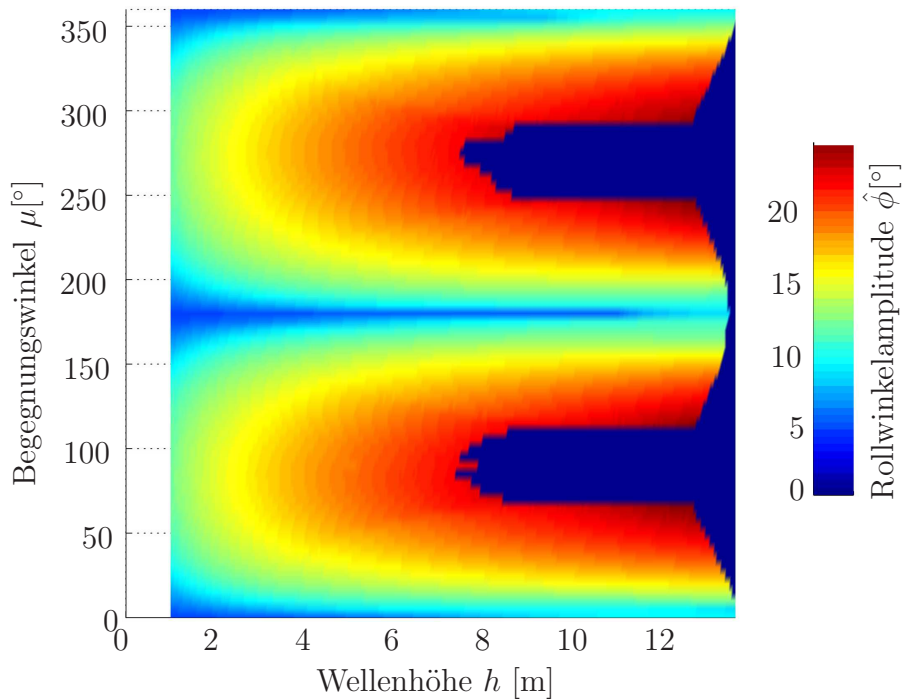


Bild 2.18: Darstellung der ermittelten Pfade für $u = 1$ m/s und $T_{See} = T_{roll}$ in der Draufsicht entlang der Achse für die Rollwinkelamplitude.

Erwartungsgemäß erträgt das Schiff bei einer Anregung mit der Rolleigenfrequenz hohe Wellen von vorne ($\mu = 180^\circ$) und von hinten ($\mu = 0^\circ$) und erreicht bis zur Wellenhöhe vor dem Kentern nur geringe Rollwinkelamplituden von weniger als 10° . Bei den Wellen von der Seite ($\mu = 90^\circ$ bzw. 270°) kentert das Schiff schon bei einer Wellenhöhe von weniger als 8m anstelle von mehr als 12m und vollzieht Rollbewegungen mit Amplituden von mehr als 20° . In Bild 2.18 sind kleine Asymmetrien bezüglich der 180° -Symmetrielinie erkennbar. Theoretisch sollte es für das Seegangsverhalten keinen Unterschied machen, ob die Wellen von back- oder von steuerbord kommen. Kleine numerische Asymmetrien im Netz des Schiffes dürften allerdings ausreichen, um diese kleinen Abweichungen hervorzurufen. Dieses Verhalten wurde im Vorfeld durch Symmetrietests bestätigt, bei denen identische Anregungsfälle bei Wellen von links und von rechts untersucht wurden. Daher wurden für alle Untersuchungen die Begegnungswinkel von 0° bis 345° berechnet. Diese Diagramme wurden für unterschiedliche Vorwärtsgeschwindigkeiten von $u = 1\text{m/s}$ bis $u = 9\text{m/s}$ ermittelt.

Bei der Bestimmung kritischer Systemzustände ist das Kentern das wesentliche Kriterium. Es soll daher ein Diagramm geschaffen werden, in dem für eine bestimmte Seegangsbedingung die gerade noch zulässige Wellenhöhe h_{max} in Abhängigkeit von der Vorwärtsgeschwindigkeit u und vom Begegnungswinkel μ abgelesen werden kann. Ein solches Diagramm für die Seegangsbedingung $T_{See} = T_{roll}$ zeigt Bild 2.19. Jeder Gitterpunkt markiert einen Pfad, und die Wellenhöhen h_{max} am Endpunkt eines jeden Pfades sind durch eine entsprechende Farbschattierung gekennzeichnet. Im Prinzip wird die Kante der kritischen Punkte aus Bild 2.18 im Raum um 90° um die μ -Achse gedreht und dann zu einem Kreis gebogen, dessen Radius in dem Diagramm die Geschwindigkeit angibt, die den Berechnungen dieser Linie zugrunde lag. Die Punkte aller Kreise sind Teil einer Fläche, die durch kubische Interpolation bestimmt werden kann, so dass für beliebige Parameterkombinationen die kritischen Wellenhöhen abgelesen werden können.

Das Diagramm in Bild 2.19 zeigt, dass unter den hier vorherrschenden Seegangsbedingungen im Prinzip alle Begegnungswinkel, außer denen im $60^\circ - 100^\circ$, bzw. $260^\circ - 300^\circ$ -Sektor, als unkritisch einzustufen sind. Der kritische Bereich für Wellen von der Seite bei niedrigen Geschwindigkeiten ist auf die dort vorhandene niedrige (geschwindigkeitsabhängige) Potentialdämpfung zurückzuführen. Der kritische Bereich bei achterlichen Wellen und hoher Vorwärtsgeschwindigkeit ist nur theoretischer Art, da die Seegangsbedingung $T_{See} = T_{roll}$ hier für realistische Seegangsperioden nicht zu erfüllen ist.

Das Ergebnis des Diagramms von Bild 2.19 war aus der Anschauung zu erwarten und dient als Beleg für die Richtigkeit des in dieser Arbeit beschriebenen Ansatzes.

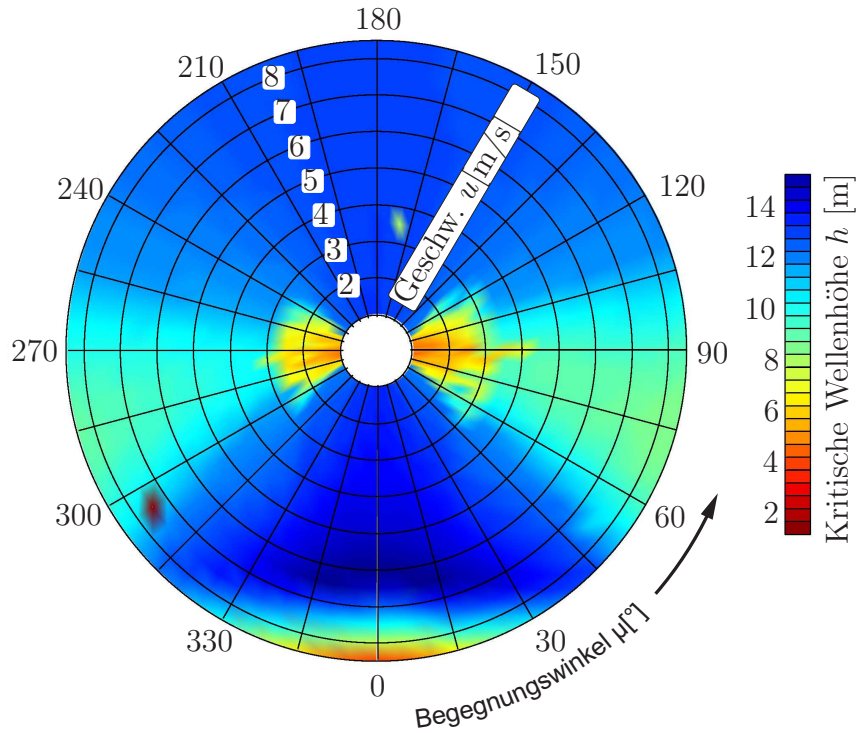


Bild 2.19: Kritische Wellenhöhen h in Abhängigkeit vom Kurs zur Welle μ und der Vorwärtsgeschwindigkeit u für $T_{See} = T_{roll}$.

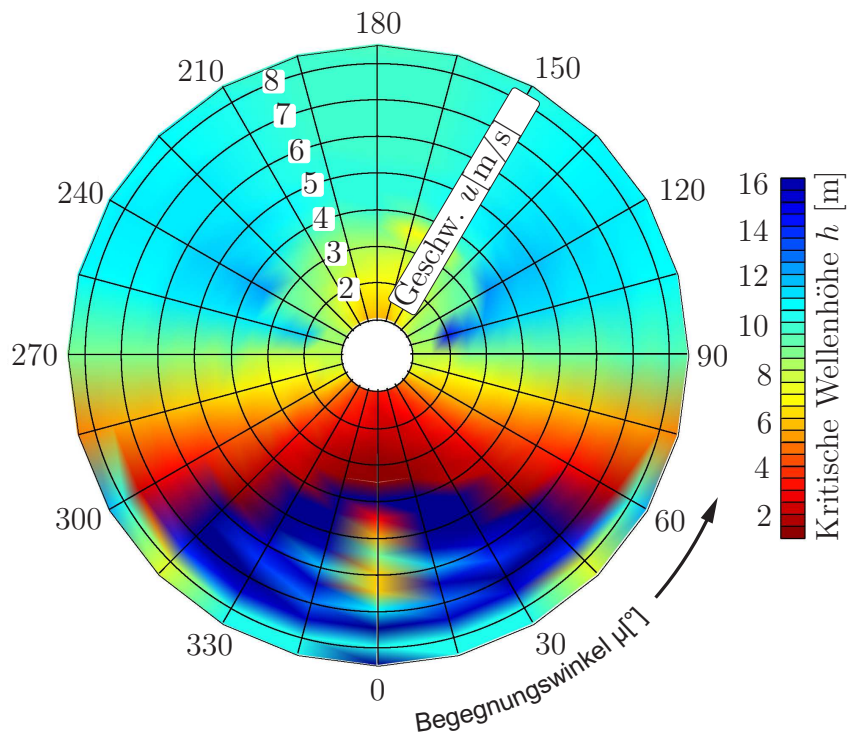


Bild 2.20: Kritische Wellenhöhen h in Abhängigkeit vom Kurs zur Welle μ und der Vorwärtsgeschwindigkeit u für $T_{See} = 0,5 T_{roll}$.

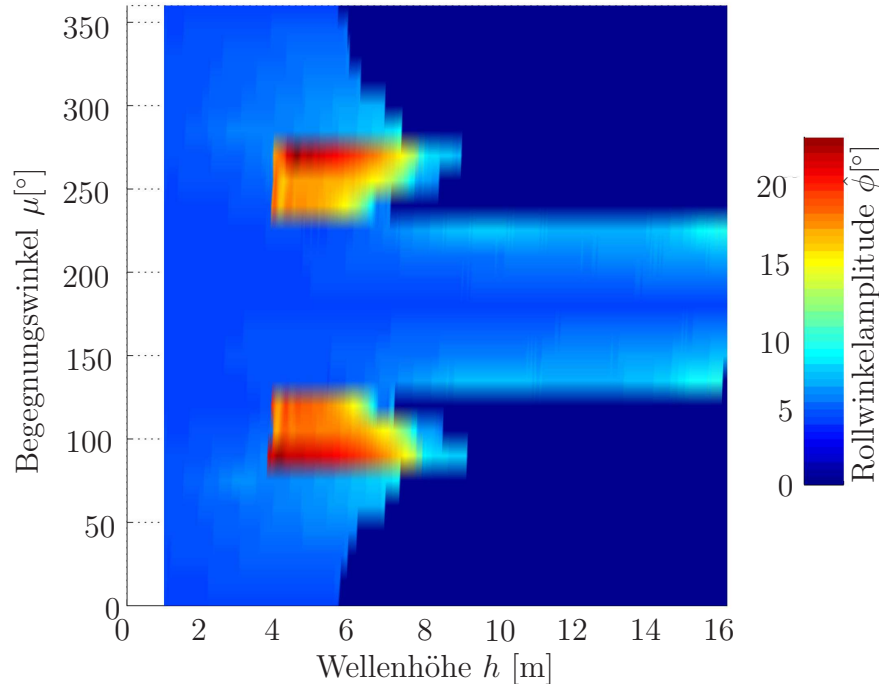


Bild 2.21: Darstellung der ermittelten Pfade für $u=1$ m/s und $T_{See} = 10$ s in der Draufsicht.

Bild 2.20 zeigt die kritischen Wellenhöhen für die Seegangsbedingung $T_{See} = 0,5T_{roll}$. In diesem Diagramm ist zu erkennen, dass kritische und unkritische Bereiche im Achteraussektor sehr dicht beieinander liegen. Wellen von vorne sind bei niedriger Vorwärtsgeschwindigkeit gefährlicher als bei höherer. Wellen von der Seite bringen das Schiff bei gleichen Wellenhöhen zum Kentern wie in Bild 2.19. Der Unterschied zwischen dem Schiffsverhalten bei diesen beiden Seegangsbedingungen ist hier klar zu erkennen. Während das Schiff bei seitlichen Wellen immer zu großen Rollbewegungen angeregt wird, geschieht dies bei Wellen von vorne oder von hinten nur bei der Erfüllung der 2:1-Resonanzbedingung für parametererregte Rollbewegungen. Auch dieses physikalische Phänomen wird durch die vorgestellte Untersuchungsmethode wiedergegeben.

Bild 2.21 zeigt das in Abschnitt 2.2.3 beschriebene Phänomen, dass unter speziellen Umständen die Rollwinkelamplituden $\hat{\phi}$ mit steigender Wellenhöhe h auch wieder abnehmen können und der Kentervorgang aus einer Bewegung mit relativ schwachen Rollschwingungen heraus eingeleitet wird.

Die Bilder 2.22 und 2.23 zeigen die kritischen Wellenhöhen für $T_{See} = 10$ s, bzw. $T_{See} = 12$ s. Hier ist zu erkennen, dass die längeren Wellen gemäß Bild 2.23 eigentlich nur im Voraussektor bei mittleren Geschwindigkeiten gefährlich sind, während die kürzeren Wellen gemäß Bild 2.22 im Voraussektor völlig ungefährlich sind, solange die Vorwärtsgeschwindigkeit nicht zu gering ist. Bei geringen Vorwärtsgeschwindigkeiten ist auch der Achteraussektor gefährlich.

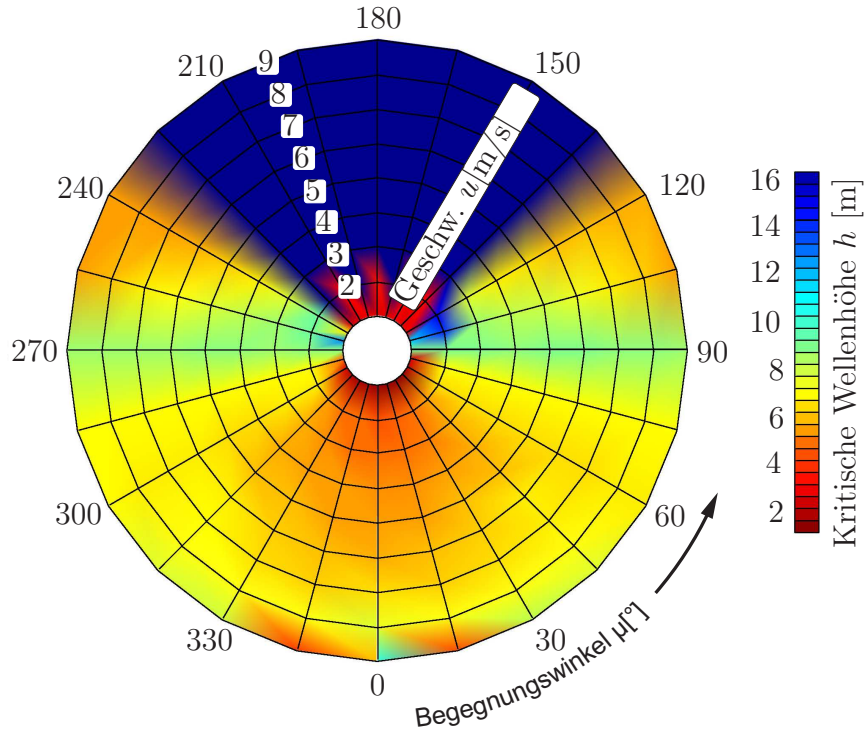


Bild 2.22: Kritische Wellenhöhen h in Abhängigkeit vom Kurs zur Welle μ und der Vorwärtsgeschwindigkeit u für $T_{See} = 10$ s.

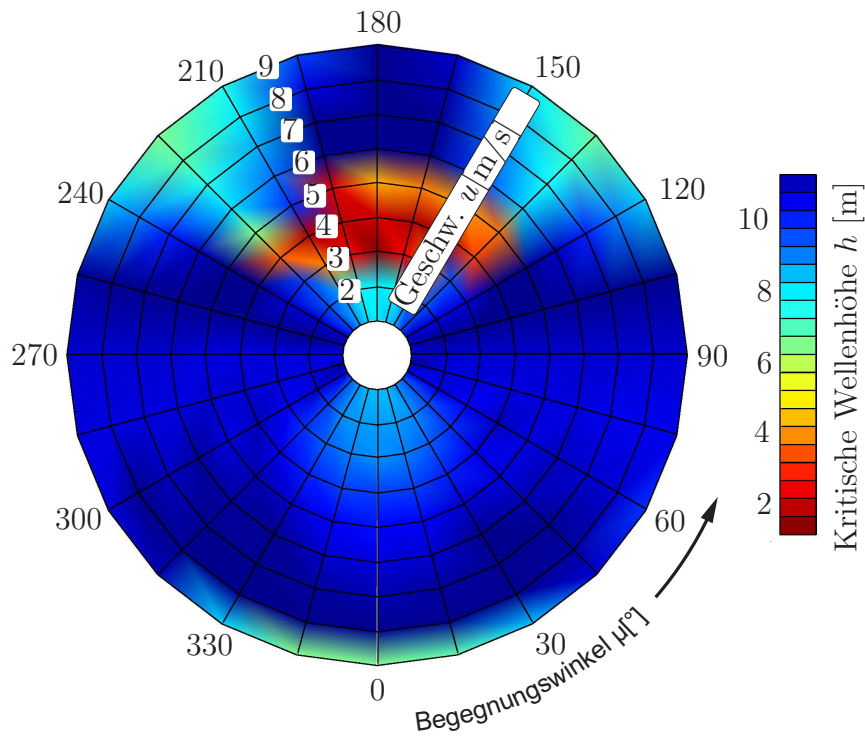


Bild 2.23: Kritische Wellenhöhen h in Abhängigkeit vom Kurs zur Welle μ und der Vorwärtsgeschwindigkeit u für $T_{See} = 12$ s.

2.5 Zusammenfassung der Kenteruntersuchungen

In diesem Kapitel wurde dargestellt, wie mit Hilfe der numerischen Verzweigungsanalyse systematisch kritische Bereiche im Bewegungsverhalten eines Beispielschiffes in regelmäßigen Wellen untersucht werden können. In Abschnitt 2.1 wird die Modellbildung zur mathematischen Beschreibung der Bewegungen eines Schiffes in regelmäßigen Wellen beschrieben. Die eingepägten Kräfte und Momente auf das Schiff werden mit dem Unterprogramm Simbel berechnet, das in jedem Integrationsschritt der Simulation aus dem Simulationsprogramm aufgerufen wird. Um die Probleme von Wendt (2000) zu vermeiden, auf deren Arbeit diese Untersuchung aufbaut, wurde die Beschreibung der Seegangslasten im Zeitbereich in Simbel modifiziert. Dieser Schritt brachte zwar bessere Simulationsergebnisse und konnte die Anzahl der Zustandsvariablen von ursprünglich mehr als 200 auf vierzehn reduzieren, führte allerdings zur Beschreibung der Vorgeschichte der Strömung Gedächtnisintegrale in die Bewegungsgleichungen ein. Diesem Umstand sollte mit einer Weiterentwicklung der Pfadverfolgungsmethode in Abschnitt 2.2 begegnet werden. Als nachteilig erwies sich hier allerdings eine stark erhöhte Ausführungsgeschwindigkeit. Die Analyse läuft auch auf modernen Rechnern sehr langsam, und Pfade instabiler Bewegungen, die zu bisher unentdeckten stabilen Bewegungsformen führen können, sind daher bislang noch nicht untersucht worden.

Trotzdem wurden zwei unterschiedliche Kenterszenarien ermittelt und beschrieben. Die Ergebnisse der numerischen Verzweigungsuntersuchungen sind in Form von Polardiagrammen in Abschnitt 2.4 graphisch dargestellt. Die Ergebnisse decken sich gut mit den Erfahrungen, so dass die prinzipielle Tauglichkeit des Analyseverfahrens gezeigt ist. In Abschnitt 2.3 wurden Versuchsdaten, die von Clauss/Hennig (2002) für ein Modell des untersuchten Beispielschiffes gemessen wurden, zur Validierung des mathematischen Modells mit Simulationsdaten verglichen. Eine sehr brauchbare Übereinstimmung wurde festgestellt. Die Methode zur Bestimmung kritischer Bereiche, die hier vorgestellt wird, lässt sich allerdings durch die wenigen vorhandenen experimentell bestimmten Zeitverläufe zu vorgegebenen Systemparametern nicht überprüfen.

Kapitel 3

Experimente

Eine Verzweigungsstelle im Bewegungsverhalten zeichnet sich dadurch aus, dass minimale Änderungen der Systemparameter eine vormals stabile periodische Bewegung instabil machen, was entweder zu einer anderen periodischen Bewegung, häufig wie beim Rollen mit doppelter Periodendauer, oder zu chaotischem Verhalten führt. Das Finden einer Parameterkombination an so einer Übergangsstelle erfordert in einem langwierigen iterativen Prozess sehr viel Zeit und Geduld. Eine seriöse Abschätzung der Dauer und der damit verbundenen Kosten für Versuche in kommerziellen Schiffbau-Versuchsanstalten ist dabei praktisch ausgeschlossen. Dennoch werden Daten aus Modellversuchen, die zur Validierung numerischer Verzweigungsanalysen herangezogen werden können, dringend benötigt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher eine neuartige Versuchseinrichtung entwickelt, die in Pick u. a. (2007) vorgestellt worden ist. Mit ihr können unter vertretbarem Aufwand kritische Zustände im Bewegungsverhalten eines Schwimmkörpers in einem kleinen Modellwellenkanal von 15m Länge und 1,6m Breite gezielt eingestellt werden. Aufgrund der beengten Verhältnisse werden diese Versuche mit einem Schwimmkörper ohne Vorwärtsgeschwindigkeit durchgeführt. Sie beeinflusst zwar das Verhalten durch Widerstand und Einfluss auf die Potentialdämpfung, ändert aber nichts am grundlegenden Verhalten des Körpers in den Wellen, so dass diese Einschränkung kein genereller Nachteil ist.

Das Modell soll sich in einem Bereich von $1,5\text{m} \times 1\text{m}$ frei bewegen können und mit einer Einrichtung zur dynamischen Positionierung versehen sein, mit der die Position und der Lagewinkel um die Gierachse eingestellt werden können. Für den Positionsregler und die spätere Auswertung der Bewegungsdaten des Modells ist es erforderlich, die Position des Modells berührungslos mit einer Genauigkeit von unter einem Millimeter bestimmen zu können. Die geforderte Genauigkeit der Lagewinkelmessung soll bei weniger als einem Zehntel Grad liegen. Diese Anforderungen werden durch den Einsatz eines integrierten Bewegungsmesssystems aus Stereokamera und Inertialmesseinheit erfüllt.

In Abschnitt 3.1 werden der Modellwellenkanal und die Laborinfrastruktur beschrieben, in Abschnitt 3.2 folgt die Beschreibung des entwickelten Versuchsschwimmkörpers. Das Positions- und Lagemesssystem wird in Abschnitt 3.3 erläutert. Die Entwicklung und Implementierung der Regelung des Modells wird in den Abschnitten 3.4–3.5 dargestellt, in Abschnitt 3.6 wird anhand von ausgewählten Versuchsdaten die Leistungsfähigkeit der Versuchseinrichtung demonstriert.

3.1 Laborumgebung

Die Experimente wurden in dem Modellwellenkanal des Instituts für Mechanik und Meerestechnik an der Technischen Universität Hamburg–Harburg durchgeführt. Der Wellenkanal hat die Maße $15\text{m} \times 1,6\text{m}$ bei einer Wassertiefe von einem Meter. Durch eine Wellenklappe am einen Ende des Kanals werden regelmäßige Schwerewellen erzeugt. Am anderen Ende des Wellenkanals befindet sich ein künstlicher Strand. Der Strand verhindert eine Reflektion und die daraus resultierende Überlagerung der Wellen. Die Wellenklappe wird elektromechanisch über eine Kugelumlaufspindel von einem bürstenlosen DC–Servomotor mit einer mechanischen Leistung von maximal 4kW angetrieben. Die Regelung der Klappenposition erfolgt dabei durch einen Echtzeitrechner (Labview Realtime) mit eingebautem Motioncontroller. Im Echtzeitrechner wird die Auslenkung der Spindel 100 mal pro Sekunde vorausberechnet und die Daten werden an den Prozessor des Motioncontrollers übergeben. Dieser berechnet eine Trajektorie, auf der die obere Kante der Wellenklappe geführt wird. Mit dieser Ausstattung können im Rahmen der mechanischen Einschränkungen beliebige Klappenbewegungen mit hoher Präzision und Dynamik erzeugt werden. Die Software auf dem Motioncontroller bietet eine Netzwerkschnittstelle zu einem Prozessrechner, so dass die Klappenbewegungen vollautomatisch während der Versuche eingestellt werden können.

Eine Stereokamera zur Aufzeichnung der Bewegung des Schwimmkörpers ist über eine Halterung an der Wand der Versuchshalle mittig über dem Wellenkanal angebracht. Durch diesen von der Struktur des Wellenkanals entkoppelten Aufbau ist gewährleistet, dass die Halterung durch die Bewegung der Wellenklappe und die Wellen nicht zu unzulässigen Schwingungen angeregt wird. Eine Übertragung der Schwingungen auf die Wand ist nicht zu befürchten, da der gesamte Wellenkanal auf Gummielementen schwingungsisoliert aufgestellt ist. In Bild 3.1 ist der Versuchsaufbau dargestellt.

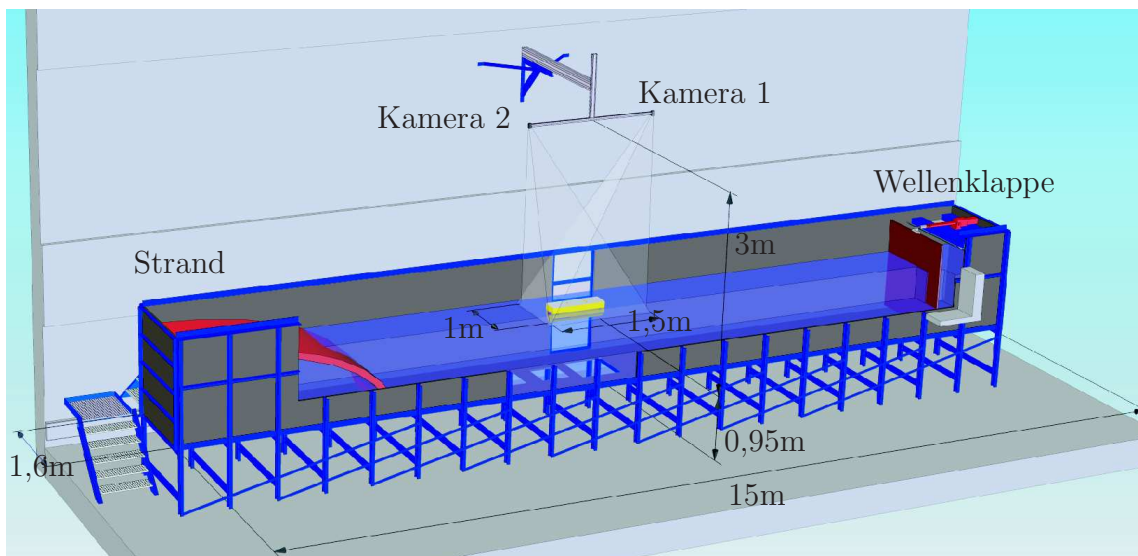


Bild 3.1: Laborumgebung mit Wellenkanal, Stereokamera und Versuchsschwimmkörper.

3.2 Versuchsschwimmkörper

Das Ziel bei der Konstruktion des Versuchsschwimmkörpers war die Entwicklung eines Versuchsträgers, der klein genug ist, um sich frei im vorhandenen Wellenkanal zu bewegen. Gleichzeitig musste der Innenraum des Körpers groß genug sein, um die Aktoren für das dynamische Positioniersystem, eine Inertialmesseinheit wie bei der Trägheitsnavigation und eine ausreichende Anzahl von Akkumulatoren für die Stromversorgung aufzunehmen. Daraus wurde die Vorgabe abgeleitet, dass die maximalen äußeren Abmessungen 1m in der Länge und 25cm in der Breite nicht überschreiten sollten. Ein Schnitt durch den Versuchsschwimmkörper ist in Bild 3.2 dargestellt. Die Einbaulagen der sechs Aktoren, die Inertialmesseinheit und die optischen Marker auf dem Deckel zur Positionsmessung mit der Stereokamera sind entsprechend gekennzeichnet. In Abschnitt 3.2.1 werden die eingesetzten Aktoren beschrieben und das Antriebskonzept diskutiert. In Abschnitt 3.2.2 wird die konstruktive Umsetzung und in Abschnitt 3.2.3 die Bestimmung der Antriebs- und der Widerstandskräfte des Versuchsschwimmkörpers erläutert.

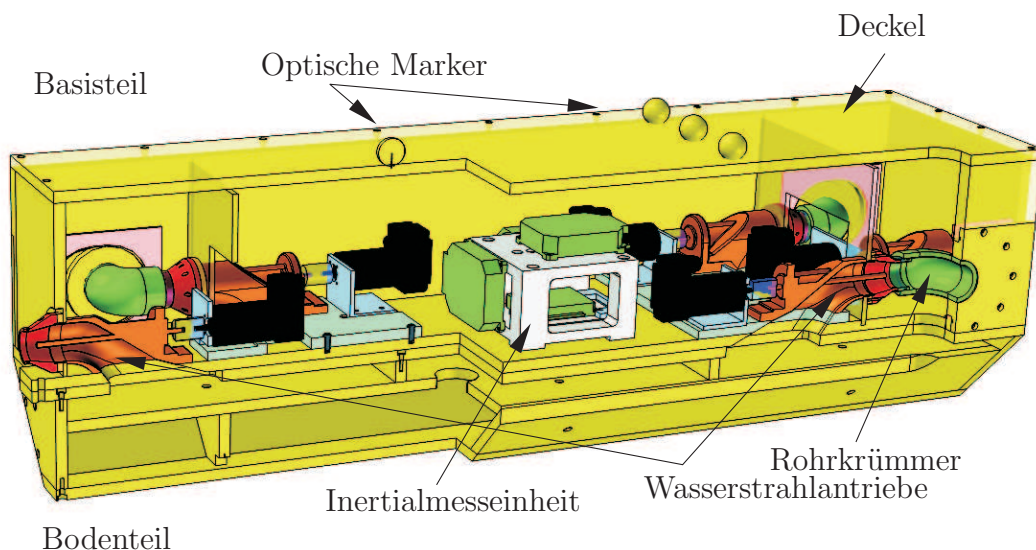


Bild 3.2: Schwimmkörper mit Antrieben, optischen Markern und Inertialmesseinheit.

3.2.1 Aktorik

Die Aktoren des Versuchsschwimmkörpers sollen den Körper in die Lage versetzen, gezielte Vorwärts-, Seitwärts- und Gierbewegungen (x , y , ψ , vgl. Bild 2.3) durchführen zu können. Bei der Auswahl des Antriebskonzepts gibt es verschiedene Aspekte zu berücksichtigen, die zunächst erläutert werden, bevor die ausgeführte Variante beschrieben wird.

Üblicherweise werden Schiffe durch den Schub eines oder mehrerer Propeller am Heck in Längsrichtung angetrieben. Der Kurs des Schiffs wird durch ein oder mehrere Ruder hinter dem Propeller beeinflusst. Da Ruder prinzipbedingt nur in einem kleinen Winkelbereich wirken können, kann ein Schiff nur auf einem Wendekreis drehen, dessen Durchmesser einige Schiffslängen beträgt. Abhilfe schafft hier die Kombination aus Propeller und Ruder, die so genannte Propellergondel. In diesem Fall befindet sich der

Propeller in einer Gondel, die unter dem Rumpf, um 360° um die Hochachse drehbar, angebracht ist. Der Motor ist bei neueren Ausführungen oft als elektrischer Antrieb in die Gondel integriert: Man spricht hier von Pod-Drives. Alternativ befindet sich der Motor im Maschinenraum, wobei dann das Antriebsmoment mit Hilfe von Winkelgetrieben und Transmissionswellen auf den Propeller übertragen wird. Bei solchen Anordnungen kann der Schubvektor frei um die Hochachse gedreht werden, was in ausgesprochen guten Manövriereigenschaften resultiert. Der Einsatz dieser Systeme bei großen Schiffen ist relativ neu, das größte derzeit gebaute Schiff mit dieser Antriebsart ist die *Queen Mary II* (ITTC 2005). Sollen konventionell mit festem Propeller und klassischem Ruder betriebene Schiffe auf engem Raum manövriert werden, kommen Querstrahlruder zum Einsatz. Querstrahlruder bestehen aus einer Röhre, die quer durch das Schiff von einer Bordwand zur anderen verläuft und in der ein Impeller befestigt ist. Wird dieser Impeller in die eine oder die andere Richtung gedreht, strömt Wasser durch die Röhre und erzeugt an ihrem ausströmenden Ende eine Schubkraft, die das Schiff zur Seite drückt. Querstrahlruder werden als Bug- und Heckstrahlruder ausgeführt.

Pettersen/Fossen (2000) sowie Pettersen/Nijmeijer (2001) beschreiben Experimente mit einem Schiffsmodell, das mit jeweils zwei Propellergondeln an Bug und Heck ausgestattet ist (siehe Bild 3.3) und hervorragende Manövriereigenschaften hat. Da die Gondeln unter dem Schiffsboden angebracht sind, ragen gerade die vorderen Antriebsgondeln weit in das Wasser hinein. Ist der Schubvektor der Propeller quer zur Schiffslängsrichtung gerichtet, wie links in Bild 3.4 dargestellt, wird das Modell aufgrund des großen vertikalen Abstands zum Massenmittelpunkt zu starken Rollbewegungen angeregt, und zwar bei Bewegungen aus der Ruhelage.

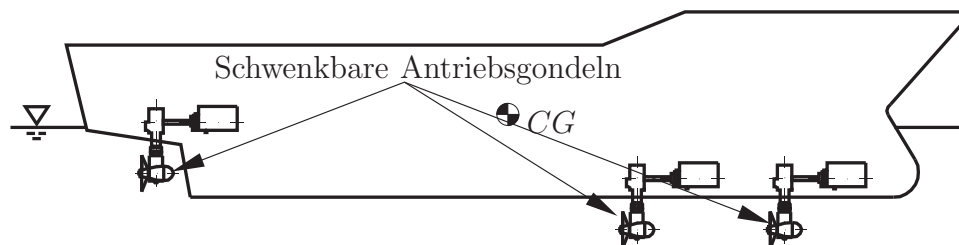


Bild 3.3: Antriebsprinzip des in Pettersen/Fossen (2000) sowie Pettersen/Nijmeijer (2001) verwendeten Versuchsmodells.

Die Bewegungen um die Rollachse ϕ und um die Nickachse θ und die Untersuchung der Anregung dieser Bewegungen durch Wellen bei extremen Schiffsbewegungen ist jedoch der Hauptgegenstand der zukünftig mit der hier entwickelten Einrichtung durchgeführten Untersuchungen. Daher müssen Anregungen dieser Bewegungen durch die Aktoren weitestmöglich vermieden werden, weshalb dieses bewährte Konzept hier nicht zum Einsatz kommen kann. Ein Querstrahlruder im klassischen Sinne, rechts in Bild 3.4 eingezeichnet, kann ebenfalls nicht verwendet werden, da bei diesem Prinzip nur aufgrund der Schubrichtung zwischen Ansaug- oder Auslassseite unterschieden werden kann. Bei hoch liegendem Schwerpunkt des Schiffs müsste die Auslassöffnung ebenfalls hoch liegen, was dann jedoch automatisch auch für die Einlassöffnung gilt. Bei großen Rollbewegungen ist eine hoch liegende Öffnung nicht zum Ansaugen des Wassers geeignet, da die Gefahr besteht, dass sie aus dem Wasser austauchen könnte.

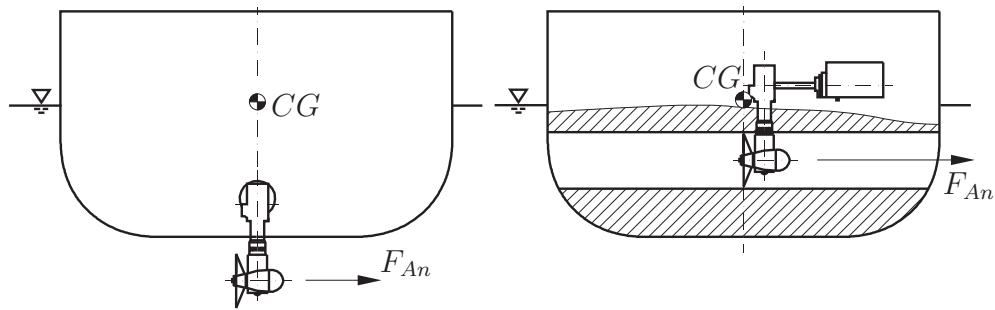


Bild 3.4: Prinzip des querverrichteten Antriebs durch eine Propellergondel und ein Querstrahlruder.

Mit Hilfe von sechs voneinander unabhängigen Wasserstrahlantrieben konnte eine Antriebslösung konstruiert werden, bei der die Schubkraftwirkungslinien der seitlichen Aktoren bestmöglich an die vertikale Lage des Massenmittelpunkts angepasst werden können. Wasserstrahlantriebe bestehen aus einem Tunnel, einem Impeller und einer Schubdüse, in der eine Art stehende Beschaukelung angebracht ist, die den Drall des ausströmenden Wassers in zusätzlichen Schub umsetzt. Das Wasser wird hier vom Schiffsboden angesaugt und nicht wie bei einem Querstrahlruder von der Seite. Einen Schnitt durch einen Wasserstrahlantrieb zeigt Bild 3.5. Wasserstrahlantriebe können ausschließlich Schubkräfte in eine Richtung erzeugen, so dass für die geforderten Bewegungsmöglichkeiten sechs solcher Antriebe verwendet werden müssen. Eingesetzt werden Antriebe der Firma *Kehrer Modellbau Berlin* vom Typ *33-mm-KEHRER-Jet*, der für Antriebsleistungen von bis zu 650W bei einer Drehzahl von $n_{max} = 20.000\text{U}/\text{min}$ für schnelle Modellrennboote ausgelegt ist.

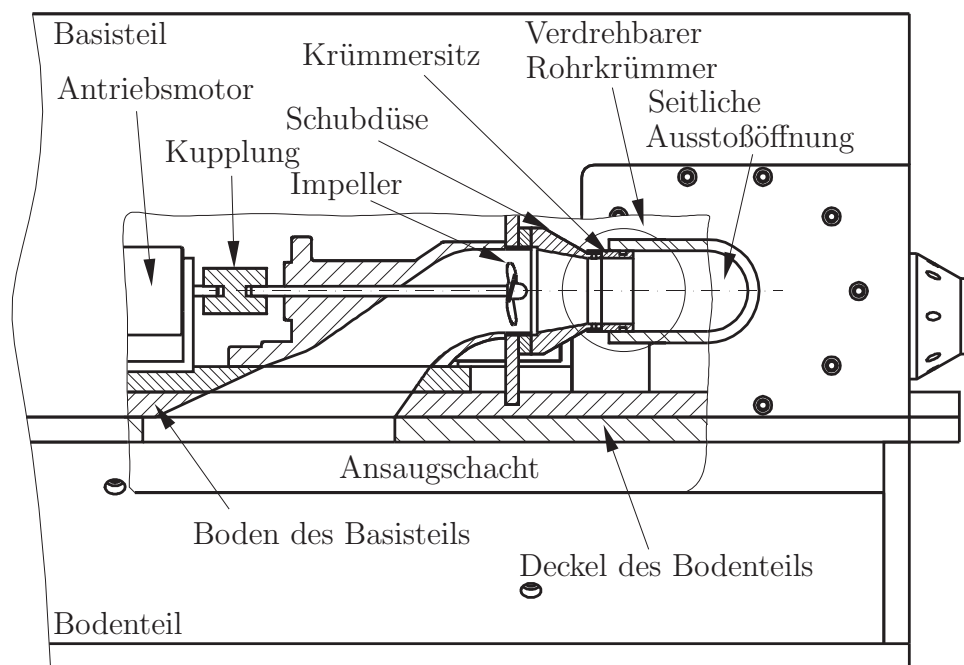


Bild 3.5: Schnitt durch einen seitlichen Wasserstrahlantrieb.

Die Antriebe in Längsrichtung des Versuchsschwimmkörpers sind auf der Symmetrielinie so angeordnet, dass die Schubdüsen direkt an der Bug- und Heckwand des Schwimmkörpers befestigt werden können. Hier spielt der vertikale Abstand zwischen Schubkraftwirkungslinie und Massenmittelpunkt keine große Rolle, da Widerstand und Trägheitsmoment bei der Nickbewegung um ein Vielfaches höher liegen als bei der Rollbewegung. Werden die Wasserstrahlantriebe für die Seitwärtsbewegung parallel zu denen für die Längsbewegung angeordnet, lässt sich das Modell sehr viel schmaler konstruieren, als wenn sie in Schubkraftrichtung montiert würden. Dieser Vorteil wird durch einen Schubkraftverlust erkauft, da jeder Wasserstrahl um 90° in Richtung der Seitenwand durch einen Rohrkrümmer umgelenkt werden muss. Hier wird aber der große Vorteil bei der Anwendung von Wasserstrahlantrieben für die Schuberzeugung in Querichtung deutlich: Durch Drehen der auf den Auslass des Wasserstrahlantriebs gesteckten Rohrkrümmer um die Propellerachse (gezeigt in Bild 3.5), kann der durch den Krümmer seitlich austretende Wasserstrahl leicht nach oben oder nach unten gelenkt werden. Durch diese Verdrehmöglichkeit kann die Richtung der seitlichen Schubkräfte optimal an die endgültige Schwerpunktslage (bzw. Tauchtiefe, wegen des Querwiderstands) angepasst werden. In Bild 3.6 wird gezeigt, wie durch einen geeigneten Verdrehwinkel α des Rohrkrümmers eine vertikale Verschiebung des Massenmittelpunkts Δz_{MP} ausgeglichen werden kann. Dieser Verdrehwinkel muss jedoch schon bei der Fertigung berücksichtigt werden, da die Bohrungen der Flanschdeckel, die von den Rohrkrümmern durchstoßen werden, für die Aufnahme der Krümmer unter einem speziellen Winkel gefräst werden müssen. Der mit dem Flanschdeckel verklebte Krümmer wird bei der Montage durch die ovale Öffnung in der Seitenwand geführt und bei anliegendem Flanschdeckel auf den Krümmersitz geschoben. Die Kontaktflächen zwischen Krümmer und Krümmersitz und Flanschdeckel und Bordwand sind mit O-Ringen abzudichten, so dass die Flanschdeckel mit den Krümmern in kurzer Zeit durch einen Satz mit anderen Neigungswinkeln α getauscht werden können, wenn sich durch Änderung der Ausrüstung oder Umballastierung die vertikale Lage des Massenmittelpunktes z_{MP} ändert.

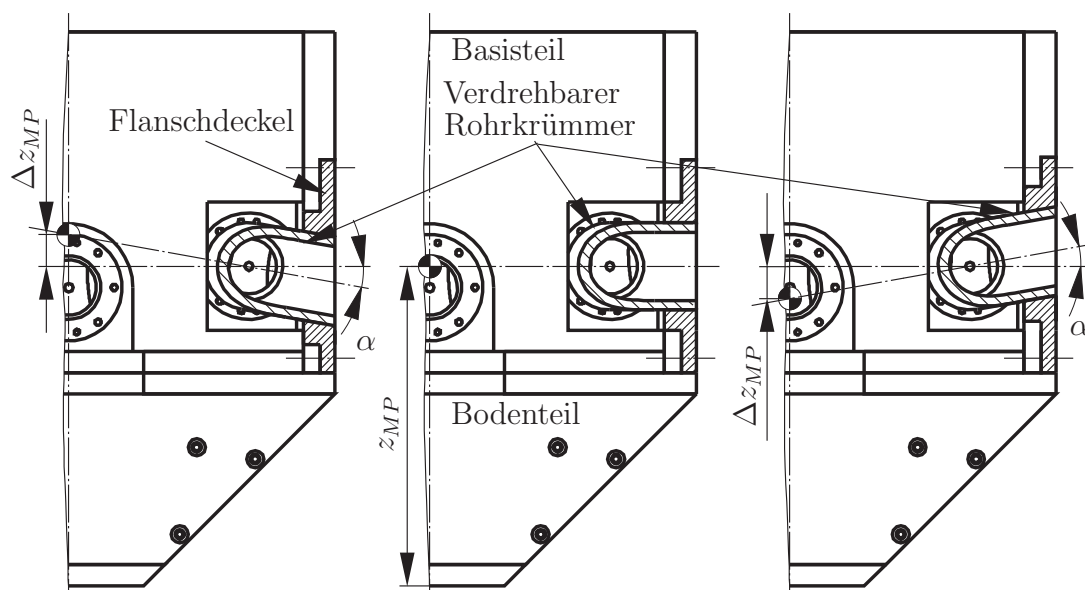


Bild 3.6: Möglichkeiten der verdrehten Einbaulage der seitlichen Rohrkrümmer.

Die Wasserstrahlantriebe werden von je einem bürstenlosen DC-Servomotor der Firma *Dr. Fritz Faulhaber GmbH & Co. KG* vom Typ 3564 K 024 B CS angetrieben. In die Antriebsmotoren integriert ist jeweils ein Motioncontroller, der hier als Drehzahlregler betrieben wird und somit den Schub eines jeden Wasserstrahlantriebs regelt. Die Drehzahl kann im Bereich von 5 U/min bis 12000 U/min in Schritten von 1 U/min geregelt werden. Diese Antriebe sind vergleichsweise teuer. Dafür sind sie durch den integrierten Motioncontroller mit einer exakten Drehzahlregelung mit integrierter Rückführung über Hallsensoren ausgestattet, so dass im hier wichtigen unteren Drehzahlbereich eine gleichmäßige Drehbewegung mit hoher Drehzahlgenauigkeit erreicht wird. Dies ist z.B. bei Flugmodellen nicht erforderlich, da der Propellerschub nur im oberen Drehzahlbereich leicht verändert wird. Ein weiterer Vorteil dieser Industrieantriebe ist deren thermisches Verhalten. Während Motoren aus dem Flugmodellbau im Propellerstrom mit ausreichender Kühlluft versorgt werden, müsste in einem Schiffsmodell mit Wasser gekühlt werden. Bei den beschriebenen *Faulhaber*motoren ist eine solche Kühlung nicht notwendig. Die Drehzahlsollwerte werden digital über eine Schnittstelle nach RS-232 an die Antriebe übermittelt.

3.2.2 Struktur

Die Struktur des Versuchsschwimmkörpers ist im Rahmen einer Bachelor-Arbeit (Schrenk 2004) konstruiert worden. Hierbei wurden die Vorgaben bezüglich der Abmessungen und der zu verwendenden Antriebe aus Abschnitt 3.2.1 konstruktiv so umgesetzt, dass auch im Sinne der Fertigung und der Montage eine sehr sachgerechte Lösung gelang. Der Versuchsschwimmkörper ist vollständig aus PVC-Plattenhalbzeugen gefertigt. Im Gegensatz zu Holz lassen sich diese Platten verzugsfrei bearbeiten, so dass auch Passungen oder Dichtflächen spanend mit den Methoden der Metallbearbeitung hergestellt werden können. Ein weiterer Vorteil im Vergleich zur Verwendung von Holz als Werkstoff ist die Beständigkeit gegen Wasser, ohne dass das Material konserviert werden muss. Nachteilig ist lediglich die höhere Dichte. Aus Gründen der Herstellbarkeit und der Einfachheit der numerischen Modellierung wurde eine einfache geometrische Form für den Versuchskörper gewählt. Das Ziel der Analysen soll nicht die exakte Untersuchung eines speziellen Schiffstyps sein, dessen Rumpfform möglicherweise bestimmte Phänomene verstärkt. Vielmehr sollen charakteristische Bewegungsformen identifiziert und mit numerischen Analysen verglichen werden.

Die Konstruktion besteht aus dem kastenförmigen Basisteil, in dem sämtliche Antriebsteile und andere Ausrüstungsgegenstände untergebracht sind, und einem mit zwei Schrauben zu befestigenden aufgesetzten Bodenteil. Hierdurch besteht die Möglichkeit, verschiedene Geometrien der Körperunterseite zu untersuchen. Die äußeren Abmessungen betragen $0,95\text{m} \times 0,25\text{m} \times 0,35\text{m}$ (LxBxH) und erfüllen somit die gestellten Forderungen. In der Mitte des Basisteils ist ausreichend Platz für die Unterbringung der Inertialmesseinheit vorhanden. Auf dem Deckel sind die Identifizierungsmerkmale für die automatische Bildauswertung der Stereokamera angebracht. Hinter den Rohrkrümmern für die seitlichen Wasserstrahlantriebe ist ausreichend Platz für die Unterbringung von jeweils sechs Monozellen-Batterien, die mit einer Kapazität von je 10Ah und zu zwanzig Stück in Reihe geschaltet das 24V-Bordnetz zur Speisung der Antriebe bilden.

Zusammen mit allen wesentlichen Einbauteilen ergeben sich aus dem 3D-CAD Modell die folgenden Werte für die mechanischen Daten des Versuchsschwimmkörpers

$$m_{SK} = 36,8\text{kg}, \quad z_{MP} = 153\text{mm} \quad \text{und} \quad \mathbf{I}_{SK} = \begin{pmatrix} 8,76 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,56 & 0,79 \\ 0,00 & 0,79 & 8,60 \end{pmatrix} \text{kg m}^2,$$

wobei die Höhe des Massenmittelpunkts z_{MP} vom Boden des Schwimmkörpers gemessen ist.

3.2.3 Antriebs- und Widerstandskräfte

Die Antriebs- und Widerstandskräfte, die auf den Schwimmkörper wirken, wurden in Vorversuchen bestimmt. Letztere sind im Folgenden beschrieben.

Kennlinien der Aktoren

Die Beziehung zwischen den Antriebskräften der Längs- und Quer-Bewegungen und der Drehzahl der Antriebsmotoren wird mit einer Kennlinie für jede Bewegungsrichtung dargestellt. Dies gilt auch für die Beziehung zwischen dem Antriebsmoment der Gier-Bewegung und den entsprechenden Motordrehzahlen. Die Kennlinien wurden experimentell bestimmt und sind in Bild 3.7 dargestellt. Die Kennlinien der beiden Antriebe an Bug und Heck des Schwimmkörpers für die Längsbewegungsrichtung wurden mittels eines Kraftsensors gemessen, der direkt über der Wasseroberfläche mit einer Hilfsvorrichtung am Wellenkanal befestigt war. Über einen Draht direkt oberhalb der Ausstoßöffnung des zu vermessenden Antriebs wurde der Schwimmkörper mit dem Kraftsensor verbunden. Der Antriebsmotor wurde mit verschiedenen Drehzahlen im Bereich von $n = 0 - 8000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$ so angesteuert, dass der Schwimmkörper mit $u = 0$ am Kraftsensor zog. Die mit dem Kraftsensor gemessene Zugkraft befand sich dann mit der Schubkraft des Wasserstrahlantriebs im Gleichgewicht. Die Messungen der Antriebe an Bug und Heck zeigten hierbei annähernd identische Ergebnisse, weshalb für beide Antriebe hier dieselbe Kennlinie verwendet wird.

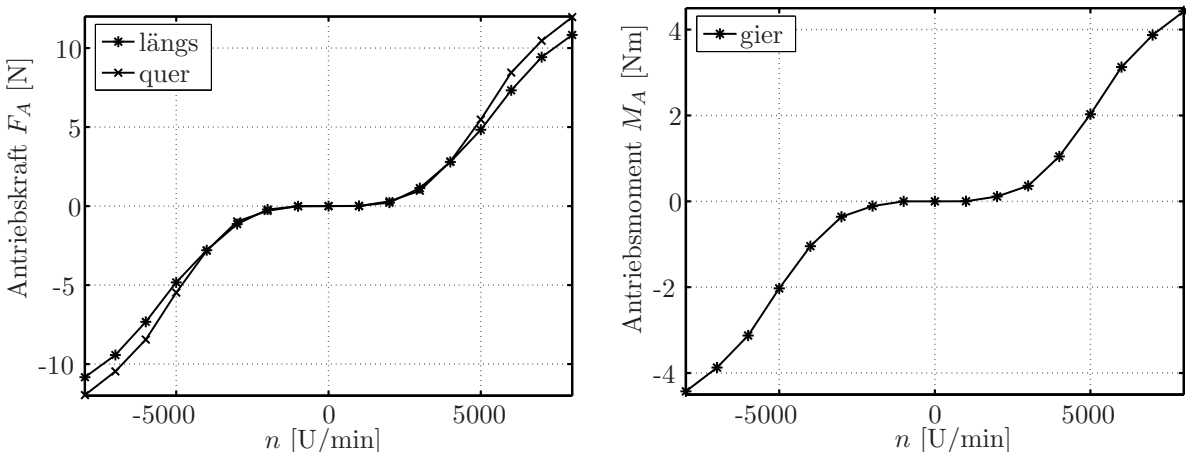


Bild 3.7: Kennlinien der Wasserstrahlantriebe.

Für die Kennlinienermittlung der vier Motoren an den Seiten des Schwimmkörpers wurde ein zusätzlicher Kraftsensor im Abstand der seitlichen Antriebe neben dem vorhandenen Kraftsensor montiert. Die beiden Motoren der für die jeweilige Bewegungsrichtung zuständigen Antriebe wurden mit derselben Drehzahl betrieben, so dass die Antriebskraft beider Antriebe bei $v = 0$ durch je einen Kraftsensor gemessen wurden. Auch hier kann durch den geringen Unterschied der Ergebnisse für beide Seiten eine Kennlinie gemeinsam genutzt werden. Für die Ermittlung der Antriebskraft speziell in der Querbewegungsrichtung wurden die Kraftsensoren mit je einem Draht oberhalb der seitlichen Ausstoßöffnungen mit dem Schwimmkörper verbunden. Die Summe aus beiden Zugkräften ist die Antriebskraft in der Querbewegungsrichtung. Für die Ermittlung des Antriebsmoments in der Gierbewegungsrichtung wurden die Kraftsensoren so ausgerichtet, dass der Schwimmkörper jeweils mit der dem laufenden Antrieb gegenüberliegenden Ausstoßöffnung gegen einen Kraftsensor drückte. Das Antriebsmoment um die Gierachse lässt sich aus den durch die Kraftsensoren gemessenen Kräften und dem Abstand zwischen den Sensoren berechnen. Damit die Kennfelder Gültigkeit über den ganzen Drehzahlbereich haben, wurde zwischen den einzelnen Messwerten linear interpoliert.

Widerstand

Die Abhängigkeit der Widerstandskräfte der translatorischen Längs- und Querbewegungen von den jeweiligen Geschwindigkeiten wurde durch Messungen der Widerstandskräfte bei verschiedenen Geschwindigkeiten des Versuchsschwimmkörpers ermittelt. Dabei wurde der Schwimmkörper mit einem Schleppwagen durch den Wellenkanal gezogen. Der Schleppwagen bewegt sich auf Schienen auf dem Rand des Wellenkanals und wird über einen Zahnriemen durch einen ortsfesten Servomotor angetrieben. Für die Messung in Längsrichtung war wie bei der Messung der Antriebskräfte ein Kraftsensor am Schleppwagen befestigt, mit dem der Schwimmkörper über einen Draht verbunden ist. Bei konstanter Geschwindigkeit befinden sich die Zugkraft zwischen Schleppwagen und Schwimmkörper und die Widerstandskraft aufgrund der Fahrt durch das Wasser im Gleichgewicht, so dass die Widerstandskraft mit dem Kraftsensor gemessen wird. Bei der Messung der Widerstandskraft des Wassers in Querrichtung wurden ebenfalls zwei Kraftsensoren verwendet. Der Schwimmkörper wurde in beiden Ausrichtungen mit Geschwindigkeiten von $v = 0,1 - 0,63 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ durch den Wellenkanal gezogen.

Für die Messung des Widerstandsmoments in Gierrichtung drückte der Schwimmkörper wie bei der Messung des Antriebsmoments gegen die Kraftsensoren. Die Sensorhalterung wurde in der Mitte zwischen den beiden Sensoren an einem Rundschalttisch aus der CNC-Bearbeitung, der über ein *Harmonic-Drive* Getriebe durch einen Servomotor angetrieben wurde, befestigt. Bei einer konstanten Winkelgeschwindigkeit Ω befindet sich das Widerstandsmoment durch die Drehung des Körpers um die eigene Hochachse mit dem Kräftepaar aus den beiden zwischen Sensor und Körperwand wirkenden Druckkräften im Gleichgewicht, so dass aus den gemessenen Druckkräften und dem Abstand zwischen den Sensoren das Widerstandsmoment für eine konstante Winkelgeschwindigkeit Ω berechnet werden kann. Die Messergebnisse für die drei Widerstandsmessungen sind in Bild 3.8 dargestellt. Die hier ermittelten Werte werden ausschließlich für die Auslegung der Positionsregler verwendet und daher nicht in die einzelnen Widerstandskomponenten zerlegt.

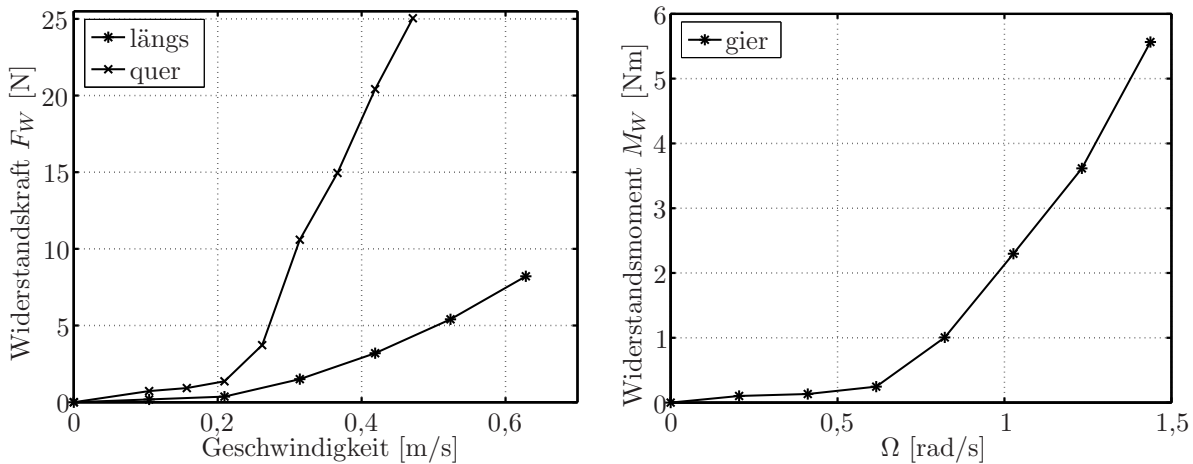


Bild 3.8: Messergebnisse der Widerstandsbestimmung.

3.3 Positionsmessung

Die Bestimmung der Position und der Winkellage eines starren Körpers im Raum ist keine triviale Aufgabe, für die es bis heute kein universell einsetzbares Messverfahren gibt. Im einfachen Fall ist der Körper in Ruhe und die Position kann mit Messgeräten bezüglich eines vorher definierten Bezugspunkts in allen Raumrichtungen bestimmt werden. Je nach geforderter Genauigkeit können die Messgeräte vom einfachen Gliedermaßstab über eine hochpräzisen 3D-Koordinatenmessmaschine bei kleinen und mittleren Körpern bis hin zu Verfahren der Geodäsie bei großen Ausdehnungen reichen. Ist es möglich, den Körper über vorgespannte Seile oder Gelenkarme mit dem Bezugssystem zu verbinden, kann aus der Längenänderung der Seile oder der Winkeländerung in den Gelenken des Arms bei einer Bewegung des Körpers dessen Position und Winkellage bestimmt werden, wie in Hoffmann (2004) beschrieben ist. Man spricht hier von einer kinematischen Kopplung des Körpers mit der Umgebung und es wird ein Modell dieser Kopplung benötigt, um aus den Messungen von Seillänge oder Gelenkverdrehwinkel die Position des Körpers zu berechnen. In Hoang (2007) wird z.B. die Positions- und Lagemessung eines Unterwasserroboters vorgestellt. Der Roboter ist durch einen Gelenkarm, dessen sechs Gelenke mit Winkelsensoren ausgestattet sind, mit der Wand eines Wasserbeckens verbunden. Die in der Arbeit angegebene Genauigkeit liegt mit ca. 6,5 mm oberhalb der für die Experimente in der vorliegenden Arbeit geforderten Genauigkeit von 1 mm. Der Ansatz, eine solche Messung mit Hilfe von Seilzugsensoren herzustellen, wurde von Mestrom (2004) verfolgt. Hier wurden an Bug und Heck eines Schwimmkörpers die Seilenden von jeweils drei Seilzugsensoren befestigt. Gemessen wurden damit die Abstände vom ortsfest montierten Sensorgehäuse zum gemeinsamen Befestigungspunkt am Schwimmkörper. Aus den drei gemessenen Seillängen konnte der Schnittpunkt der drei Kugeln mit den Seillängen als Radius um die Sensorgehäuse bestimmt werden. Dabei stellte sich heraus, dass neben dem elektrischen Rauschen die Seile zu Schwingungen neigten. Kleinste Schwankungen der ermittelten Seillänge hatten erhebliche Auswirkungen auf die Lage des gemeinsamen Seilschnittpunkts, so dass eine Genauigkeit im Raum von bestenfalls $\pm 3\text{mm}$ erreicht wurde. Neben diesen Nachteilen sind die Rückstellkräfte der Seilzugsensoren zu nennen, die unerwünschte Kräfte auf den Schwimmkörper ausüben, weshalb dieses Konzept nicht weiter verfolgt wurde.

Ungleich schwieriger wird die Positionsbestimmung, wenn sich der Körper völlig frei von Bindungen im Raum bewegen soll. Dies ist erforderlich, wenn besonders schnelle Bewegungen zuzulassen sind oder das Experiment durch die äußeren Kräfte des Messsystems unzulässig gestört wird. In Klingbeil (2006) wird ein Ultraschallmesssystem zur Positions- und Lageerkennung beschrieben, das dem Verfahren der Satellitennavigation ähnelt (Wagner 2003). Hier werden die Laufzeiten von Schallwellen von räumlich verteilten Sendern zum Empfänger auf dem zu untersuchenden Körper bestimmt und daraus die Abstände zwischen den präzise vermessenen Sendern zum Körper berechnet. Aus diesen Daten lässt sich bei ausreichender Anzahl an Schallquellen (mindestens drei) die Position im Raum bestimmen. Für die Lageerkennung im Raum werden weitere Empfänger benötigt, die über den Körper verteilt werden (ebenfalls mindestens drei). Dieses System ist anfällig für Reflektionen des Schalls an Wänden, weshalb es am Wellenkanal nicht verwendet werden kann. Der größte Nachteil jedoch ist die für diese Aufgabe ungenügende Messgenauigkeit von ca. 10mm.

Wesentlich genauere Ergebnisse liefert dagegen ein Laser-Tracker, dessen Einsatz in der Positionierung und Ausrichtung von Flugzeugrumpfteilen bei der Flugzeugfertigung in Wollnack (2002) beschrieben ist. Hier wird von einem fest montierten Ort ein Laserstrahl auf einen bestimmten Punkt des zu untersuchenden Körpers gerichtet und mit Hilfe eines Laserinterferometers der Abstand zum Objekt mit einer Genauigkeit von wenigen Mikrometern bestimmt. Wird der Körper bewegt, wird der Laserstrahl durch einen in zwei Achsen beweglichen Spiegel dem Objekt nachgeführt, was als *Tracken der Position* bezeichnet wird. Handelsübliche Lasertracker kosten derzeit allerdings mehr als 100.000 Euro, weshalb dieses Messverfahren hier nicht zum Einsatz kommen kann. Der Hersteller *Leica* gibt für sein Produkt *AT 901-B* eine Genauigkeit für die Positionsmessung von $\pm 15\mu\text{m} + 6\mu\text{m}/\text{m}$ an (Leica 2008). Die Genauigkeit der Winkel, die mit einem speziellen auf dem Körper zu montierenden Reflektor gemessen werden können, wird mit 0,14 arcsec angegeben. Mit diesem Modell können 3000 Messungen pro Sekunde durchgeführt werden, so dass auch schnell bewegte Körper zuverlässig vermessen werden können.

Die Stereokamera ist ein anderes optisches Messgerät, das sehr viel preiswerter als ein Laser-Tracker ist. Ist es möglich, das Messvolumen auf einen Bereich von einem Quadratmeter bei einer Tiefe von zwei bis drei Dezimetern einzuschränken, können Position und Lage eines Körpers mit deutlichen Abstrichen bei der Häufigkeit der Messungen mit einer vergleichbaren Genauigkeit bestimmt werden. Für die hier durchgeführten Messungen wurde ein Verfahren mit einer Stereokamera entwickelt. Dieses wird in Abschnitt 3.3.2 ausführlich beschrieben.

Jedes optische Messverfahren hat zur Bedingung, dass ein Sichtkontakt zum zu vermessenden Körper von einem oder mehreren Sensoren aus besteht. Ist diese Voraussetzung nicht gegeben, kann nur noch ein mitgeführtes Messsystem eingesetzt werden, mit dem ohne ortsfeste Referenzpunkte Position und Lage im Raum bestimmt werden können. Die Möglichkeit hierfür bietet eine Inertialmesseinheit, deren Technologie seit den 1940er Jahren zunächst in Raketen und U-Booten, später dann in Flugzeugen eingesetzt wurde. Die Sensoren für eine solche Inertialmesseinheit (IMU für engl. *Inertial Measurement*

Unit) wurden im Rahmen dieser Arbeit beschafft und damit eine an die spezifischen Verhältnisse des Schwimmkörpers angepasste IMU aufgebaut. Das Verfahren wird in Abschnitt 3.3.1 beschrieben.

Die Stereokamera und die IMU selbst sind nur bedingt für den alleinigen Einsatz zum Bestimmen von Position und Lage eines Körpers geeignet. Die Vorzüge beider Systeme lassen sich jedoch in einem integrierten Bewegungs-Messsystem kombinieren. Erst dieser Schritt führte zu einer Lösung der anfangs gestellten Messaufgabe und ist in Abschnitt 3.3.3 beschrieben.

3.3.1 Inertialmesseinheit

Die Inertialmesseinheit wurde eigens für dieses Projekt aufgebaut und ist in Bild 3.9 gezeigt. Die Preise für am Markt verfügbare Systeme dieser Genauigkeitsklasse (tactical

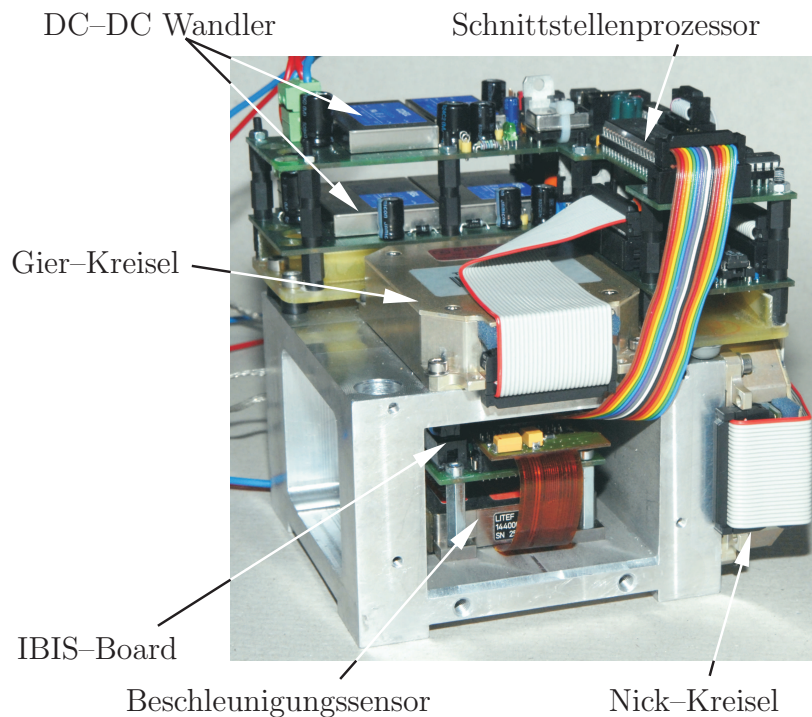


Bild 3.9: Entwickelte Inertialmesseinheit.

grade) beginnen bei 60.000,00 € und sind damit sehr hoch. Preiswertere IMUs basieren auf mikro-elektro-mechanischen Kreiselensoren (MEMS), deren Genauigkeit immer noch um zwei bis drei Größenordnungen unter der von faseroptischen Kreiseln, wie sie hier zum Einsatz kommen, liegt. Ein großer Nachteil von kommerziell verfügbaren IMUs ist die Gebundenheit an feste Schnittstellen, die vom Hersteller vorgeben sind. Des Weiteren besteht keine Möglichkeit, Einfluss auf die Fehlermodelle der Sensoren zu nehmen bzw. Sensorfehler während der Verwendung in einem integrierten Messsystem zu kompensieren, wie es bei modernen Algorithmen häufig getan wird (Wagner 2003, Wendel 2003).

Sensoren

Als Messgeber für die IMU werden Luftfahrtsensoren der Firma *Litef* eingesetzt. Dabei werden zur Bestimmung der Körperbewegungen drei faseroptische Kreisel und drei Beschleunigungsmesser paarweise um 90° gegeneinander versetzt auf einem Aluminiumblock, der aus einem Stück gefertigt wurde, verschraubt. Bei der Sensormontage ist darauf zu achten, dass die Achsen der Kreisel exakt parallel zu den Achsen des jeweilig zugeordneten Beschleunigungssensors ausgerichtet sind. Durch zweimalige Integration der Beschleunigungssignale und einfache Integration der Winkelgeschwindigkeitssignale lassen sich Lage und Position des Körpers bestimmen. Ein Datenblattauszug für die IMU-Sensoren ist in Tabelle 3.1 aufgeführt.

Tabelle 3.1: Auszug aus dem Datenblatt der IMU-Sensoren.

(a) Kreisel.		(b) Dreiachs-Beschleunigungssensor.	
Hersteller:	LITEF GmbH	Hersteller:	LITEF GmbH
Typ:	μ FORS6U	Typ:	B-290S Triade
Messbereich:	$\pm 327,68^\circ/\text{s}$	Messbereich:	$\pm 5\text{g}$
Digit. Auflösung:	24bit	Digit. Auflösung:	16bit
Rauschen:	$\pm 0,15^\circ/\sqrt{\text{h}}$	Bias:	$\pm 1,5\text{mg}$
Bias:	$\pm 3^\circ/\text{h}$	Produktnummer:	144748-0000-000 RevA
Produktnummer:	141360-4606-000	Seriennummer:	2550
Seriennummern:	1191, 1192, 1193		

Kommunikation

Das Triggern der Kreisel und die Übertragung der Daten wird über jeweils eine Verbindung nach RS-232 ausgeführt. Die drei Beschleunigungssensoren sind zu einem einzelnen Sensormodul (Triade) zusammengefasst. Dieses wird über einen speziellen in der Luftfahrt gebräuchlichen synchronen Sensorbus angesprochen (IBIS-Protokoll). Der IBIS-Master wird durch einen Mikroprozessor nachgebildet, der im vorgegebenen IBIS-Takt ca. 228 Mal pro Sekunde eine Messung auslöst und die Daten über eine Verbindung nach RS-232 überträgt. Die Daten aller sechs Sensoren werden von einem Schnittstellenprozessor aufgenommen, weiterverarbeitet und als Block von 30 Bytes pro Messung über eine eigene Verbindung nach RS-232 zum Messrechner übertragen. Dabei werden durch den Schnittstellenprozessor synchron zu den Messungen der Triade die Kreisel getriggert. Der Prozessor ist ein Achtkernprozessor, so dass für jeden der fünf verwendeten RS-232 Verbindungen ein Prozessorkern zur Verfügung steht. Durch die Verarbeitung der Sensordaten im Schnittstellenprozessor entsteht eine Latenzzeit von einer Zyklusdauer, also ungefähr 4,3ms.

Kalibrierung

Die IMU wurde auf einem Zweiachsdrehtisch der Firma *Acutronic* vom Typ *DC 246.38* an der Universität Stuttgart im Inertiallabor des *Instituts für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen* kalibriert. Den Messaufbau mit dem Drehtisch und der IMU sowie der Orientierung des North–East–Down Koordinatensystems zeigt Bild 3.10. Der Drehtisch ist in der Nullstellung beider Drehachsen exakt auf dieses System ausgerichtet. Die horizontale Achse verläuft genau in Ost–West-Richtung und die zweite Achse exakt von oben nach unten. Der Drehtisch ist damit waagrecht ausgerichtet, und in seiner Nulllage sind die Befestigungsbohrungen in Nord–Süd-Richtung positioniert. Damit der Drehtisch eine möglichst hohe Rundlaufgenauigkeit hat, müssen beide Achsen durch Gegengewichte vor einer Messung statisch ausgewuchtet werden.

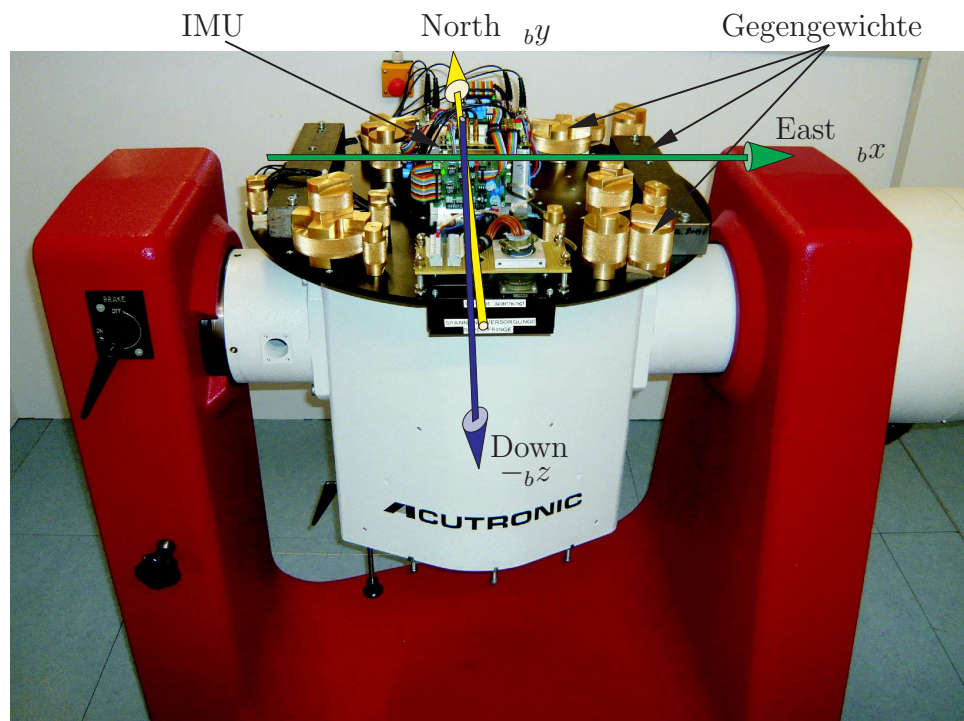


Bild 3.10: Kalibrierung der IMU auf einem Zweiachsdrehtisch *Acutronic DC 246.38* mit Definition des North–East–Down (NED) Koordinatensystems.

Die Testprozedur zum Kalibrieren der Beschleunigungssensoren ist in der Vorschrift IEEE Std 1293 (1999) bzw. IEEE Std 952 (1998) für die Kreisel festgelegt. Ausführliche Beschreibungen hierzu befinden sich in Rogers (2003) und Teltschik (2007), so dass hier nur sehr kurz auf die Prozedur eingegangen wird.

Die Sensorfehler werden durch ein lineares Sensorfehlermodell modelliert. Die Fehler setzen sich aus den statischen Nullpunktsfehlern (Bias) $\Delta \mathbf{a}$ und $\Delta \boldsymbol{\Omega}$, den Skalenfaktorfehlern S_a und S_g sowie den Ausrichtungsfehlern δ_a und δ_g zusammen. Da die Ausrichtungsfehler mit unter 1° klein sind, werden sie im Fehlermodell linearisiert. Eine Temperaturbetrachtung muss für die hier verwendeten Sensoren nicht vorgenommen werden, da die Sensordaten intern temperaturkompensiert werden. Alle weiteren Fehler, vor allem die

zufälligen, werden durch die Terme ${}_b\mathbf{w}_a$ und ${}_b\mathbf{w}_g$ beschrieben. Zusammengefasst kann damit das Sensorfehlermodell für den dreiachsigen Beschleunigungssensor und für die drei Kreisel mit folgender Beziehung angegeben werden:

$${}_b\tilde{\mathbf{a}}_P = \begin{pmatrix} 1 + S_{ax} & -\delta\psi_{ay} & \delta\theta_{az} \\ \delta\psi_{ax} & 1 + S_{ay} & -\delta\phi_{az} \\ -\delta\theta_{ax} & \delta\phi_{ay} & 1 + S_{az} \end{pmatrix} \cdot {}_b\mathbf{a}_P + {}_b\Delta\mathbf{a} + {}_b\mathbf{w}_a \quad \text{und} \quad (3.1)$$

$${}_b\tilde{\boldsymbol{\Omega}} = \begin{pmatrix} 1 + S_{g\phi} & -\delta\psi_{g\theta} & \delta\theta_{g\psi} \\ \delta\psi_{g\phi} & 1 + S_{g\theta} & -\delta\phi_{g\psi} \\ -\delta\theta_{g\phi} & \delta\phi_{g\theta} & 1 + S_{g\psi} \end{pmatrix} \cdot {}_b\boldsymbol{\omega} + {}_b\Delta\boldsymbol{\Omega} + {}_b\mathbf{w}_g \quad . \quad (3.2)$$

Die Parameter für das Fehlermodell des Beschleunigungssensors werden in statischen Messungen durch Auswertung der gemessenen Erdbeschleunigung bestimmt. Befindet sich die sensitive Achse eines Beschleunigungssensors parallel zum Vektor der Erdbeschleunigung, ist der Einfluss einer kleinen Achsfehlstellung sehr gering. Daher können in jeweils einer Messung in Richtung und entgegen der Richtung des Vektors der Erdbeschleunigung die statischen Offsets ${}_b\Delta\mathbf{a}$ und die Skalenfaktorfehler S_a einer Sensorachse bestimmt werden. Mit Hilfe der Messwerte der senkrecht zur Richtung des Vektors der Erdbeschleunigung ausgerichteten Sensoren lassen sich die Ausrichtungsfehler bestimmen, so dass mit neun jeweils um 90° zueinander verdrehten Messungen mit der Auswertetabelle 3.2 in Anlehnung an Teltschik (2007) sämtliche Parameter des Fehlermodells für die Beschleunigungssensoren bestimmt werden können. Erst wenn Beschleunigungen von einigen Vielfachen von g gemessen werden sollen, ist ein Test in einer Zentrifuge notwendig.

Die Parameter für das Fehlermodell der Kreiselsensoren wurden auf ähnliche Weise bestimmt, allerdings sind neben drei statischen Messungen auch drei dynamische Messungen erforderlich. Nacheinander wird jeweils eine Kreiselachse lotrecht ausgerichtet und eine statische Messung ausgeführt. Hier geht es darum, die Komponenten der Erddrehrate zu bestimmen. Bei Kreiseln dieser Genauigkeitsklasse kann die Erddrehrate nur als zeitlicher Mittelwert über einige Minuten Messdauer bestimmt werden, weil das Rauschen in der gleichen Größenordnung liegt. Dementsprechend lang muss die Messdauer gewählt werden. Die Erddrehrate beträgt im Labor auf $\varphi = 53^\circ 27' 32,5''$ nördlicher Breite

$$\boldsymbol{\omega}_e = \begin{pmatrix} \Omega_e \cos(\varphi) \\ 0 \\ -\Omega_e \sin(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8,955 \\ 0 \\ -12,084 \end{pmatrix} \text{ }^\circ/\text{h} \quad (3.3)$$

mit $\Omega_e = 15,041^\circ/\text{h}$ nach dem Erdmodell WGS-84 (Wendel 2007). Die Skalenfaktorfehler lassen sich in Messungen mit Drehungen um die Hochachse der IMU bestimmen. Hier bietet es sich an, den gesamten Messbereich in 20 Stufen zu durchfahren, um auch einen Eindruck von den Linearitätsfehlern der gemessenen Winkelgeschwindigkeiten zu erhalten. Der Skalenfaktorfehler für die lotrechte Achse wird direkt aus den Abweichungen

Tabelle 3.2: Berechnung der Parameter für das Fehlermodell des Beschleunigungssensors aus den Daten von neun statischen Messungen.

Nr.	Achswinkel [°]	Orientierung x, y, z	Offset	Skalenfaktorfehler	Ausrichtungsfehler
1	90/90	DES	${}_b\Delta a_x = \frac{\tilde{a}_{x2} + \tilde{a}_{x1}}{2}$	$S_{ax} = \frac{\tilde{a}_{x2} - \tilde{a}_{x1}}{2g} - 1$	$\delta\psi_{ax} = \frac{\tilde{a}_{y2} - \tilde{a}_{y1}}{2g}$
2	270/90	UWS			$-\delta\theta_{ax} = \frac{\tilde{a}_{z2} - \tilde{a}_{z3}}{2g}$
3	270/270	DWN			
4	180/270	WDS	${}_b\Delta a_y = \frac{\tilde{a}_{y5} + \tilde{a}_{y4}}{2}$	$S_{ay} = \frac{\tilde{a}_{y5} - \tilde{a}_{y4}}{2g} - 1$	$-\delta\psi_{ay} = \frac{\tilde{a}_{x5} - \tilde{a}_{x4}}{2g}$
5	0/90	EUS			$\delta\phi_{ay} = \frac{\tilde{a}_{z5} - \tilde{a}_{z6}}{2g}$
6	0/270	EDN			
7	180/180	WND	${}_b\Delta a_z = \frac{\tilde{a}_{z8} + \tilde{a}_{z7}}{2}$	$S_{az} = \frac{\tilde{a}_{z8} - \tilde{a}_{z7}}{2g} - 1$	$\delta\theta_{az} = \frac{\tilde{a}_{x8} - \tilde{a}_{x7}}{2g}$
8	0/0	ENU			$-\delta\phi_{az} = \frac{\tilde{a}_{y8} - \tilde{a}_{y9}}{2g}$
9	0/180	ESD			

zwischen Achsdrehzahl und gemessener Drehzahl errechnet. Die Ausrichtungsfehler für die anderen Kreisel können ebenfalls direkt aus den Messdaten bestimmt werden.

Die zeitliche Veränderung der Offsets und der Skalenfaktorfehler wurde nicht untersucht, auch nicht die Variation dieser Fehler zwischen längeren Phasen der Nichtbenutzung. Für die Erfassung dieser Fehler ist eine über einen längeren Zeitraum dauernde Untersuchung notwendig, die den Rahmen der vorliegenden Arbeit gesprengt hätte.

Systematische Fehler

Ein großes Problem bei der Berechnung der Position aus den Beschleunigungssignalen ist die Drift der Messwerte vor allem durch Mittelpunktswabweichungen der Sensoren. Dabei spielen in der Regel die statischen Offset-Werte der Sensoren, die für einen begrenzten Zeitraum relativ genau in Kalibriermessungen ermittelt werden können, eine geringere Rolle als Ausrichtungsfehler der IMU zum ortsfesten Koordinatensystem. Die Beschleunigungssensoren müssen in Navigationssystemen auch statische Beschleunigungen erfassen, was bedeutet, dass sie die Erdbeschleunigung detektieren. Diese liegt um Größenordnungen höher als die Starrkörperbeschleunigung bei gewöhnlichen Bewegungen und muss daher von den Messwerten vor der Integration abgezogen werden. Hier kommt folgendes Problem zum Tragen: Der Erdbeschleunigungsvektor wird im ortsfesten Koordinatensystem (im Labor) beschrieben, die Messungen werden bei der hier verwendeten „Strap-Down“-IMU bezüglich eines körperfesten Koordinatensystems vorgenommen. Sind diese Koordinatensysteme bei der Initialisierung nicht exakt gegeneinander ausgerichtet, ergeben sich Fehler bei der Subtraktion der Erdbeschleunigung, die größer sein können als die mechanische Beschleunigung, die es zu messen gilt. In Tabelle 3.3 wird gezeigt, wie sich eine falsche Ausrichtung der Koordinatensysteme zueinander auf den Messfehler der

Beschleunigungssensoren und den Längenfehler nach einstündiger Integration auswirkt. Selbst wenn die Beschleunigungen in dieser Größenordnung von den hier verwendeten Sensoren nicht mehr aufgelöst werden können, schlagen sie sich im zeitlichen Mittel nieder und gehen daher direkt in die Integration über die Zeit ein. Aus diesem Grund ist es sehr wichtig, möglichst präzise Kreisel zu verwenden, deren Drift und Variation der Skalenfehler über die geplante Messzeit möglichst gering ist.

Tabelle 3.3: Positionsfehler durch Ausrichtungsfehler.

Ausrichtungsfehler	Messfehler	Positionsfehler nach einer Sekunde	nach einer Stunde
1°	17,5 mg	85mm	1100km
1 arcmin	0,3 mg	1,5mm	19km
1 arcsec	0,005 mg	0,025mm	0,317km

Zufällige Fehler

Zur Bestimmung der zufälligen Fehler der IMU-Sensoren wurde eine Ruhemessung der IMU im Wellenkanal bei einer zufällig eingenommenen ruhenden Position über 438s oder 100.000 Werte durchgeführt. Dabei wurden die Werte für die Stichprobenvarianzen aller sechs Sensoren ermittelt. Die Diagramme sind im Anhang C, Bild C.1 dargestellt. In Tabelle 3.4 sind die Werte für die Varianzen angegeben.

Tabelle 3.4: Die Stichprobenvarianzen σ^2 einer Ruhemessung mit der Inertialmesseinheit.

	Stichprobenvarianz σ^2
Drehrate $\tilde{\omega}_\phi$:	$\sigma_{\tilde{\omega}_\phi}^2 = 4,594 \cdot 10^{-7} \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}$
Drehrate $\tilde{\omega}_\theta$:	$\sigma_{\tilde{\omega}_\theta}^2 = 2,578 \cdot 10^{-7} \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}$
Drehrate $\tilde{\omega}_\psi$:	$\sigma_{\tilde{\omega}_\psi}^2 = 2,944 \cdot 10^{-7} \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}$
Beschleunigung \tilde{a}_x :	$\sigma_{\tilde{a}_x}^2 = 7,631 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^4}$
Beschleunigung \tilde{a}_y :	$\sigma_{\tilde{a}_y}^2 = 5,622 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^4}$
Beschleunigung \tilde{a}_z :	$\sigma_{\tilde{a}_z}^2 = 4,777 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^4}$

3.3.2 Stereokamera

Bei optischen Messverfahren mit Kameras werden mit einer oder mehreren Kameras Bilder aufgenommen und mit einem Bildauswertungsprogramm bestimmte Bildmerkmale, z.B. Kanten, Ecken oder Flächen, erkannt sowie deren Position und Lage in einer vordefinierten zweidimensionalen Ebene bestimmt. Mit großen Einschränkungen in der Genauigkeit lassen sich so Position und Lage eines Körpers im Raum aus der Messung mit einer einzelnen Kamera berechnen (Hees 2005). Bei höheren Ansprüchen an die Genauigkeit, besonders auch entlang der optischen Achse einer Kamera (die Tiefeninformation), muss ein System aus mehreren Kameras verwendet werden (Hartley/Zisserman 2000). Falls eine sehr schnelle Auswertung einer kompletten Szene erwünscht ist (z.B. für die autonome Navigation durch eine unbekannte Umgebung, Lietmann (2002)), kann durch Überlagerung der Einzelbilder bei einem achsparallelen Stereokamerasystem die Entfernung jedes Bildpunktes festgestellt werden (Hötter 2002). Ist das Messvolumen wie in diesem Fall begrenzt und die Kamera ortsfest montiert, können Genauigkeit und Auswertgeschwindigkeit gesteigert werden, indem nicht die gesamte Szene rekonstruiert und nach variablen Merkmalen abgesucht wird. Stattdessen muss für diesen Fall ein definiertes Merkmal fest mit dem zu vermessenden Objekt verbunden sein, das in jedem Bewegungszustand vollständig von beiden Kameras erfasst wird. Für die Positionsbestimmung ist ein punktförmiges Merkmal ausreichend, da die drei räumlichen Koordinaten eines einzigen Merkmals direkt mit der Position des tragenden Körpers in Beziehung gesetzt werden können. Soll jedoch auch die Winkellage des Körpers bestimmt werden, muss das Merkmal mindestens drei eindeutig identifizierbare Untermerkmale an genau bekannten Positionen im Merkmal haben. Zwei Untermerkmale reichen dafür nicht aus, da aufgrund des konstanten Abstands zwischen den Untermerkmalen nur fünf statt zwei mal drei unabhängige Koordinaten ermittelt werden können. Die Punkte des Merkmals werden in den Einzelbildern zueinander in Beziehung gesetzt und durch ein Triangulationsverfahren Position und Lage des Merkmals im Raum bestimmt.

Entwurf der optischen Merkmale

Ideal punktförmige Merkmale lassen sich zum einen nicht realisieren und sind zum anderen nicht durch eine Kamera messbar. Ein sehr gut geeignetes ausgedehntes Bildmerkmal ist ein Kreis, wobei als Bildmerkmal die Abbildung des räumlichen Merkmals auf die Bildebene bezeichnet wird. Der Mittelpunkt lässt sich im Gegensatz zu dem anderer geometrischer Formen sehr einfach identifizieren. Um einen Kreis als projiziertes Bildmerkmal unabhängig vom Betrachtungswinkel mit den selben Mittelpunktskoordinaten zu erhalten, wird eine Kugel als räumliches Merkmal verwendet, wenn der Kugeldurchmesser klein im Verhältnis zum Abstand zwischen Kugel und Kamera ist. Dies steht im Gegensatz zu der Forderung, die Genauigkeit der Mittelpunkterkennung zu erhöhen, indem mit einem größeren Merkmal mehr Pixel auf der Sensorfläche in die Messung einbezogen werden können. Nach Simulationen unterschiedlicher Merkmale wurde eines aus vier Kugeln, die einen Durchmesser von 25,4mm bei einem ungefähren Abstand zu den Kameras von 3m haben, entworfen. Das Bildmerkmal mit einem Durchmesser von ungefähr 20 Pixel kann hinreichend genau vermessen werden und der Abstand zu den Kameras ist groß genug, so dass die projizierte Fläche nicht messbar von der eines Kreises abweicht.

Für die robuste Erkennung eines Merkmals innerhalb eines Kamerabilds ist neben einer gut identifizierbaren Geometrie der Helligkeitsunterschied zwischen dem Merkmal und dem Rest des Bildes von großer Bedeutung. Je intensiver das vom Merkmal abgestrahlte oder reflektierte Licht ist, desto kürzer kann die Belichtungszeit und desto kleiner die Blende gewählt werden. In manchen Fällen, z.B. bei der Verwendung von Infrarotlicht, kann der Rest der Szene durch geeignete Filter vollständig vor der Kamera verdeckt werden, was die Identifikation stark erleichtert. Aufgrund der zahlreichen Reflektionen an der Wasseroberfläche und an den Seitenwänden des Wellenkanals ist es nur sehr schwer möglich, eine geeignete Beleuchtung der gesamten Szene für die Verwendung passiver Merkmale mit den Eigenschaften einer Ulbricht'schen Kugel zu installieren. Daher werden die Kugeln von innen mit je einer 5W Hochleistungs-LED beleuchtet. Nach vielen Experimenten mit unterschiedlichen LEDs und Diffusern und unter Einbeziehung der in Semburg (2005) beschriebenen Erfahrungen werden die Kugeln aus mit sehr kleinen Glaskugeln als Streukörper versetztem *Polyester Gießharz GTS* der Firma *Vosschemie* gegossen. Nach dem Aushärten in der Gießform wird die Oberfläche der Kugel mit Schleifpapier aufgeraut. Das Ergebnis ist eine matt und homogen leuchtende Kugel, die auch bei Kippwinkeln bis 45° keine relevanten Helligkeitsunterschiede aufweist. Fertigungsbedingt ist die Kugel am unteren Ende 3mm tief im Schwimmkörperdeckel in einer Zentriermulde versenkt. Die Dichtigkeit des Schwimmkörpers an den Öffnungen für die Leuchtdioden ist durch das Aufkleben der Kugeln in den Versenkungen gewährleistet. Auch die versenkte Kugel wird bei einem Betrachtungswinkel von 45° von der Kamera als Kreis erkannt.

Bei der Anordnung der Kugeln zu einem Merkmal (d.h. charakteristischem Muster) ist darauf zu achten, dass sie im Bild unabhängig von der Lage des Merkmals im Raum eindeutig einem Punkt im Merkmal zugeordnet werden können. Dies kann dadurch erreicht werden, dass sie unterschiedliche Durchmesser haben. Da der Durchmesser im Bild jedoch stark mit dem Abstand zur Kamera variiert, müssen sich die Durchmesser sehr stark voneinander unterscheiden. Außerdem müssten drei Formen zum Gießen der Kugeln hergestellt und die Intensität der einzelnen LEDs auf die Größe der verwendeten Kugel angepaßt werden, damit die Bildmerkmale alle gleich hell erscheinen. Eine weitere Möglichkeit wäre, pro Belichtung immer nur eine Kugel leuchten zu lassen und jedes Bild aus drei Einzelbildern zusammensetzen. Dieses Vorgehen hat den Nachteil, dass dann die Frequenz der Kameramessung nur noch bei einem Drittel der möglichen Frequenz läge und bei einem bewegten Objekt die einzelnen Aufnahmen nicht mehr zueinander passen würden. Ein anderer Ausweg aus dem Problem der Merkmalszuordnung ist die Verwendung einer vierten Kugel, mit deren Hilfe das Merkmal eine Form erhält, in der jede Kugel eindeutig zu identifizieren ist.

Werden drei Kugeln in dichten Abständen auf einer Linie angeordnet und die vierte weit von den anderen entfernt, können die Kugeln mit einem einfachen Algorithmus in beiden Kamerabildern eindeutig identifiziert werden. Das verwendete T-förmige Merkmal ist in Bild 3.11 gezeigt, und die einzelnen Kugeln sind wie in den Auswerterroutinen numeriert. Auf dem Bild sind drei weitere, unbeleuchtete Kugeln zu erkennen. Diese wurden zu Testzwecken bei der Entwicklung des Merkmals benötigt und bleiben unbeleuchtet.

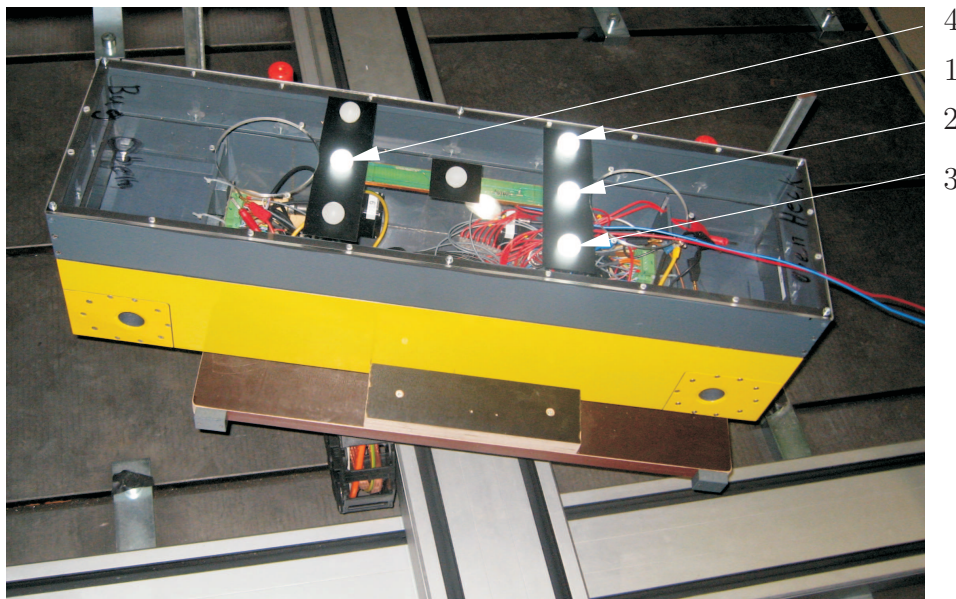


Bild 3.11: Anordnung der beleuchteten Merkmale auf dem Schwimmkörper.

Aufbau der Kamera

Die verwendete Stereokamera wurde im Rahmen einer Bachelor-Arbeit ausgelegt (Hackbarth 2007). Nur ein solches Vorgehen stellt eine genaue Kenntnis über die Entstehung der Messfehler sicher und ermöglicht eine optimale Gestaltung der Schnittstellen zu den restlichen Systemkomponenten. Als Zielvorgabe beim Aufbau der Kamera wurde ein Messvolumen von $1,5\text{m} \times 1\text{m}$ bei einer Auflösung von unter einem Millimeter in der Sensorebene festgelegt. Es werden zwei Industriekameras der Firma *Basler AG* und die dazu passenden Objektive der Firma *Schneider Kreuznach* verwendet (siehe Tabelle 3.5).

Tabelle 3.5: Auszug aus dem Datenblatt der verwendeten Kameras und Objektive.

(a) Kameras.

Hersteller:	Basler AG
Typ:	A641f
CCD-Sensor:	Sony ICX274AL $\frac{1}{2}$ "
Videoausgang:	IEEE 1394a
Auflösung:	$1624\text{px} \times 1236\text{px}$
Pixelgröße:	$4,4\mu\text{m} \times 4,4\mu\text{m}$
Bildfrequenz:	max. 14,1Hz
Graustufen:	8bit/px
Seriennummern:	20606580, 20508801

(b) Objektive.

Hersteller:	Schneider Kreuznach
Serie:	CINEGON
Typ:	CM120BK-Compact CNG 1,4/12-0515
Min. Blende:	1,4
Brennweite:	12mm

Die Kameras sind über je einen IEEE 1394a Kanal mit einem Auswerte-PC verbunden, so dass die Bilddaten mit einer Übertragungsrate von maximal 400Mbit/s an den PC übertragen werden können. Die Kameras sind auf einer Aluminiumtraverse in einem Abstand von 1,8m zueinander fest verschraubt und so ausgerichtet, dass von beiden Kameras dieselbe Szene bei einem Abstand von ca. 3m abgebildet wird. Die Traverse wird mit einer Halterung über dem Wellenkanal verschraubt (Bild 3.1). Einen identischen Halter gibt es an der Kalibrierstelle, so dass die einmal montierte Traverse mit den Kameras dort kalibriert und dann über dem Wellenkanal angeschraubt werden kann.

Elektronische Bildauswertung

Mit einem Bilderkennungsprogramm werden die Koordinaten der aufgenommenen Kreise für beide Kamerabilder bestimmt. Dieses Programm ist in National Instruments LabVIEW unter Verwendung der *Vision Toolbox* geschrieben und bestimmt die Koordinaten in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird die Szene, dargestellt in Bild 3.12(a), von den Kameras aufgenommen und die entstandenen Graustufenbilder (Bild 3.12(b)) an den Auswerte-PC geschickt. Auf diese Bilder wird ein Kantenerkennungsalgorithmus angewendet. Dadurch werden alle Kanten zwischen schwarzen und weißen Bereichen hervorgehoben, wohingegen homogene Grauf Flächen abgedunkelt werden (Bild 3.12(c)). Die Kontur der Kanten wird analysiert und mit der eines Kreises verglichen. Hat die Kante mit einer definierten Genauigkeit die Kontur eines Kreises und liegt dieser im vorgegebenen Durchmesserintervall, werden der Mittelpunkt und der Radius dieses Kreises berechnet (Bild 3.12(d)).

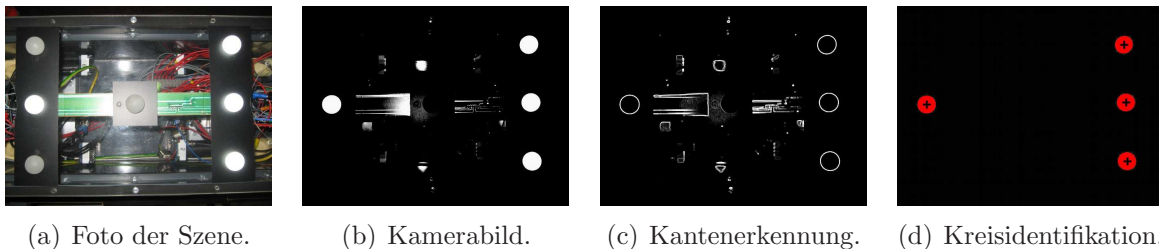


Bild 3.12: Die Abfolge der Bildverarbeitungsschritte zur Kreiserkennung.

Im zweiten Schritt wird jeder Kreis in jedem Bild einzeln behandelt. Für die erweiterte Kreiskantenerkennung werden in den Kamerabildern um jeden zuvor ermittelten Kreismittelpunkt zwei Begrenzungskreise gelegt, von denen einer innerhalb und einer außerhalb des Kreismerkmals liegt. Vom inneren Kreis werden radiale Suchstrahlen zum äußeren Kreis gelegt, auf denen ein definierter Grauwert, der den Übergang vom Bildhintergrund zu einem beleuchteten Merkmal definiert, gesucht wird (vgl. Bild 3.13).

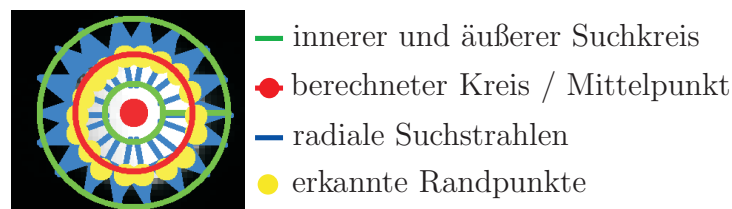


Bild 3.13: Die Veranschaulichung der erweiterten Kreiskantenerkennung.

Wird der Grauwert auf einem Strahl überschritten, wird zwischen diesem Bildpunkt und dem davor linear interpoliert und der so berechnete Punkt als ein Randpunkt des Kreises gespeichert. Dadurch lässt sich die Auflösung der Kamera auf ein Vielfaches der physikalischen Pixelgenauigkeit des Sensors steigern. Dieses Verfahren wird für jeden Strahl wiederholt. Mittelpunkt und Durchmesser des Kreises werden mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate aus den gespeicherten Randpunkten berechnet.

Sortieren der Bildmerkmale

Nachdem die Kreismittelpunkte für jedes Bild in Pixelkoordinaten der jeweiligen Kamera bestimmt wurden, müssen die Punkte, wie oben angegeben, entsprechend der Numerierung aus Bild 3.11 sortiert werden. Zuerst wird hierfür jeder der vier Punkte einmal aus der Punktmenge entfernt. Von den restlichen drei Punkten werden zwei miteinander verbunden und die Distanz der durch die zwei Punkte laufenden Geraden zum dritten berechnet. Die drei Punkte, welche den minimalen Abstand zu einer Geraden haben, sind als die drei Punkte 1, 2, 3 in Bild 3.11 identifiziert. Der aus der Punktmenge entfernte Punkt ist somit eindeutig als der Punkt am Fuß des \mathbf{T} festgelegt (Punkt 4). Von den restlichen drei Punkten wird der mittlere bestimmt, indem die Summe des Abstands zu den anderen beiden berechnet wird. Der Punkt mit dem minimalen Abstand zu den anderen ist somit der mittlere (Punkt 2). Die Sortierung der beiden verbleibenden Punkte gibt an, ob das Merkmal kopfüber oder aufrecht orientiert ist. Da die Kamera das Merkmal von der Unterseite nicht erkennen kann und ein solcher Verdrehwinkel des Schwimmkörpers ausgeschlossen ist, muss die Orientierung des Merkmals aufrecht sein. Die Punkte werden so sortiert, dass das Kreuzprodukt von $P_2\vec{P}_1 \times P_2\vec{P}_4$ (Bild 3.11) eine positive z -Komponente erhält. Dafür wird einer der beiden Punkte als Punkt 1 angenommen und das Kreuzprodukt gebildet. Ist die z -Komponente positiv, wird dieser Punkt als Punkt 1 übernommen, der andere wird Punkt 2. Andernfalls werden die Punkte vertauscht.

Berechnung der 3D-Koordinaten

Die mathematische Beschreibung der Umrechnung von Welt- auf Pixelkoordinaten erfolgt durch ein Kameramodell. Kameramodelle können praktisch beliebig komplex werden, je nachdem, welche störenden Einflüsse wie Linsen- und Ausrichtungsfehler in welcher Form modelliert werden. Das Kameramodell für diese Anwendung berücksichtigt die Linsenfehler mit einem Polynomansatz zweiter Ordnung, der die Abweichungen durch Linsenverzeichnung approximiert. Das Kameramodell und die verwendeten Koordinatensysteme Weltkoordinatensystem (WKS), Kamerakoordinatensystem (KKS), Sensorkoordinatensystem (SKS) und Pixelkoordinatensystem (BKS) werden ausführlich in Anhang A.1 beschrieben. In Bild 3.14 wird der Ablauf der einzelnen Transformationsschritte angegeben, wobei die Transformationen jeweils in der Richtung vom WKS zum BKS definiert werden. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, dass bei der Projektion vom dreidimensionalen Raum auf die Bildebene Informationen verloren gehen und die entsprechende Projektionsmatrix singulär ist. Die Rücktransformation wird dann durch Fusion der Daten beider Kameras durch Triangulation vorgenommen. In Bild 3.14 ist durch kleine Pfeilspitzen angedeutet, welche Transformationen sich invertieren lassen.

diesem Fall anzuwendende Kostenfunktional

$$C({}_p\hat{\mathbf{r}}_1, {}_p\hat{\mathbf{r}}_2) = \|{}_p\mathbf{r}_1 - {}_p\hat{\mathbf{r}}_1\|^2 + \|{}_p\mathbf{r}_2 - {}_p\hat{\mathbf{r}}_2\|^2 \quad (3.5)$$

minimiert die Summe der quadrierten Distanz zwischen den geschätzten Positionen ${}_p\hat{\mathbf{r}}_{1/2}$ und den gemessenen Positionen ${}_p\mathbf{r}_{1/2}$, jeweils dargestellt in den Sensorkoordinatensystemen der linken bzw. rechten Kamera. Mit diesen Verfahren ist auch ein rechnerischer Nachweis der Varianz der ausgewerteten dreidimensionalen Koordinaten möglich. Das Problem an iterativen Verfahren ist jedoch neben der benötigten Rechenleistung die unbekannt Anzahl an Iterationsschritten und folglich eine unbekannt Laufzeit, was den Einsatz unter Echtzeitbedingungen einschränkt. Ein deterministisch laufender Algorithmus wird im Anhang A.3 beschrieben. Zusätzlich zu dem Ansatz des Kostenfunktionals (3.5) wird hier noch durch Gewichtung berücksichtigt, welche Kamera dichter an der Szene ist und daher eine bessere Auflösung liefert.

Kamerakalibrierung

In Anhang A.2 ist ein Kameramodell mit sechzehn physikalischen Größen als Parametern (neun Einträge der Rotationsmatrix, drei Einträge des Verschiebungsvektors, die Brennweite der Linse, Verzeichnungsfaktor κ und die beiden Koordinaten des Kamerahauptpunktes) angegeben. Jeder der Parameter muss experimentell durch Kalibriermessungen ermittelt werden, selbst wenn einige Werte von vornherein bekannt sind. Ein weit verbreitetes Kalibrierverfahren für ein Kameramodell mit einem Polynomansatz zweiter Ordnung für die Linsenverzeichnung ist das Verfahren nach Lenz, das in Tsai (1987) und Lenz (1987) beschrieben ist. Hierbei werden mindestens zwanzig im WKS exakt vermessene Referenzpunkte von den Kameras aufgenommen und per Ausgleichsrechnung die Modellparameter bestimmt. Das Besondere an diesem Verfahren ist, dass die Referenzpunkte auch in einer Ebene liegen dürfen, solange die Sensorebene nicht parallel zu dieser Ebene ist. Diese Eigenschaft des Verfahrens ist für die in dieser Arbeit behandelte Problemstellung sehr günstig. Eine XY-Verfahreinheit, auf der der Schwimmkörper den geforderten Messbereich von $1,5\text{m} \times 1\text{m}$ durchfahren kann, ist als Kalibriervorrichtung ausreichend, auf eine vertikale Achse kann verzichtet werden.

Mit diesen Vorgaben wurde eine Kalibriervorrichtung gebaut, die aus einer XY-Verfahreinheit besteht, mit der Punkte auf einer Fläche von $2\text{m} \times 1,5\text{m}$ bei einer Lagegenauigkeit von ca. $0,05\text{ mm}$ rechnergesteuert angefahren werden. Über der Verfahreinheit wurde die Kameratraverse wie über dem Wellenkanal angebracht. Das Schwimmkörpermodell wurde an Referenzpunkten positioniert (Bild 3.11), und an jeder Referenzposition wurden zehn Bilder eines beleuchteten Kugelmerkmals auf dem Deckel des Körpers aufgenommen, der Kugelmittelpunkt bestimmt und aus den zehn Werten der Durchschnitt gebildet. Die Pixelkoordinaten beider Kameras zusammen mit den bekannten Weltkoordinaten wurden gespeichert und am Ende der Messungen einem Programm zugeführt, das den Algorithmus von Lenz ausführte. Auf diese Weise wurde die Kalibrierung mit dem Originalmerkmal und der gesamten nachgeschalteten Auswertekette durchgeführt.

Bei dem Verfahren nach Lenz (1987) muss die Lage des Kamerahauptpunktes möglichst exakt bekannt sein. Als Kamerahauptpunkt wird der Schnittpunkt der optischen Achse der Kamera mit der Sensorfläche bezeichnet, welcher idealerweise in der Mitte des Sensors liegt. Dieser Wert ist außer bei speziell vermessenen Kameras nicht vom Hersteller erhältlich. Die Einbautoleranzen des Sensors sind in beiden Richtungen mit $\pm 0,5\text{mm}$ spezifiziert, was in Pixeln ausgedrückt einer Toleranz von $\pm 113\text{px}$ entspricht. Aus diesem Grund wurde ein Verfahren entwickelt, mit dem die unbekannt Koordinaten der Kamerahauptpunkte beider Kameras bestimmt werden können. Dafür wurde die gesamte Kalibrierprozedur nach Lenz mit verschiedenen vorher festgelegten Hauptpunktskoordinaten ausgewertet, und der mittlere Fehler aller Kalibrierpunkte

$$e = f(C_{1x}, C_{1y}, C_{2x}, C_{2y}) = \sum_i \left\| (\mathbf{r}_i^{SOLL} - \mathbf{r}_i^{IST}) \right\| \quad (3.6)$$

zu jeder Kombination aus Hauptpunktskoordinaten bestimmt. Dieses Verfahren wurde in engeren Bereichen um die neuen Hauptpunktskoordinaten mehrfach wiederholt, um so ein globales Minimum ausfindig zu machen.

Die Fehler der Kalibriermessung über dem gesamten Messvolumen sind in Bild 3.15 graphisch dargestellt. Hier liegt der mittlere Abstand der ermittelten zu den vorgegebenen Punkten auf der Verfahrenseinheit bei $0,27\text{ mm}$. Es wird hiermit gezeigt, dass die selbstgesteckten Vorgaben an die Stereokamera von einer Messgenauigkeit von unter 1mm weit übertroffen werden.

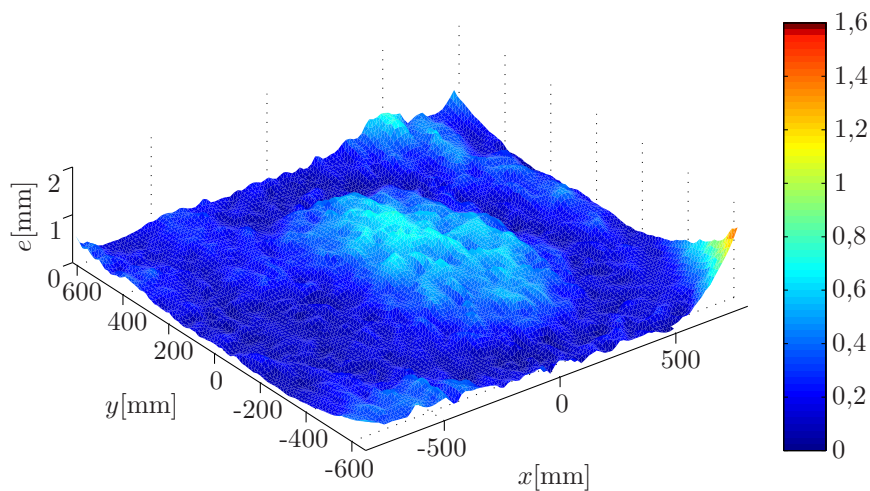


Bild 3.15: Der Mittelwert des Fehlers in der Kalibrierebene beträgt mit korrigiertem Kamerahauptpunkt $0,27\text{mm}$.

Synchronisation

Ein beim Aufbau einer Stereokamera zum Vermessen bewegter Objekte unbedingt zu beachtender Punkt ist, dass beide Kameras die Belichtung im exakt gleichen Zeitpunkt auslösen müssen. Die verwendeten Kameras verfügen über Signaleingänge für eine externe Flankentriggerung. Mit dieser können beide Kameras zeitgleich durch eine steigende Flanke am Eingang ausgelöst werden. Um eine bestmögliche Synchronität zwischen den IMU- und den Kameramessungen zu erhalten, müssen die Kameras von Bord des Schwimmkörpers im von der IMU vorgegeben zeitlichen Raster getriggert werden (jede achtzehnte IMU-Messung). Dies geschieht über eine Infrarotstrecke zwischen Versuchskörper und Kamera, über die zum Triggerzeitpunkt für die Dauer zwischen zwei IMU-Messungen (IMU-Frame) ein 38kHz Rechtecksignal gesendet wird. Zu diesem Zweck sind in einem der runden Verschlüsse am Deckel des Schwimmkörpers fünf um 30° gegeneinander geneigte Infrarot-LEDs eingelassen. Das ausgesendete Signal wird von einem zwischen den beiden Kameras befestigten IR-Empfänger empfangen, der nach einer Gesamtverzögerung von $400\mu\text{s}$ die Kameras triggert. Die zufälligen Schwankungen um den Mittelwert zwischen einzelnen Triggerflanken liegen bei weniger als $50\mu\text{s}$, sind aber für beide Kameras gleich und damit vernachlässigbar.

Nach der Belichtung werden die Daten automatisch von den Kameras zum Auswerte-PC gesendet. Nach dem Eintreffen der Daten werden die Koordinaten des Merkmals mit Hilfe der zuvor beschriebenen Bildauswertung bestimmt. Die Daten werden zum Schwimmkörper gesendet und die nächste Kameramessung wird abgewartet. Diese Auswertung wird auf einem Windows-PC vorgenommen und ist damit vom Echtzeitprogramm für die Positionsbestimmung hardwaretechnisch entkoppelt. Wie im weiteren Verlauf der Arbeit beschrieben wird, wird der Verzögerung zwischen der Kameramessung und dem Eintreffen der ausgewerteten Bilddaten durch spezielle Maßnahmen begegnet.

Die Übertragung und Auswertung der Kameradaten von vollständigen Bildern dauert 150-200ms, was zum einen die Kameramessrate begrenzt, und zum anderen für eine hohe Latenzzeit zwischen der Kameraaufnahme und der Ankunft der ausgewerteten Daten sorgt. Grenzt man den Bildbereich auf dem Sensor vor jeder Messung auf einen Teilbereich ein, in dem sich der Schwimmkörper basierend auf zurückliegenden Messungen aufhalten wird, verringert sich sowohl die Übertragungszeit der Bilder an den Rechner als auch die Merkmalerkennung deutlich, so dass die Zeit von der Kameramessung bis zum Eintreffen der Messdaten auf ungefähr 60ms ohne Einschränkung der Genauigkeit verkürzt wird.

Zufällige Fehler

Zur Bestimmung der zufälligen Fehler der Stereokamera wurde eine Ruhemessung mit dem Schwimmkörper im Wellenkanal bei einer zufällig eingenommenen ruhenden Position über 438s oder 4.000 Werte durchgeführt. Dabei wurden die Werte für die Stichprobenvarianzen der sechs Koordinaten der Schwimmkörperposition und -lage sowie für die Sensorrohdaten ermittelt. Die Histogramme für die ermittelten Position- und Lagewerte sind in Bild C.2 gezeigt, die Histogramme für die Sensorrohdaten sind in Bild C.3 zu sehen. Gestrichelt ist der Bereich abgegrenzt, der 67% aller Werte einschließt. In Blau ist eine Kurve für normalverteilte Werte mit dem selben Erwartungswert und dem selben 67%-Bereich (1σ) zum Vergleich eingezeichnet.

Deutlich ist beim Vergleich der Diagramme in den Bildern C.2 und Bild C.3 zu erkennen, dass die zu den Rohdaten gehörenden Verteilungsfunktionen bis auf wenige Ausnahmen fast ideal denen einer Normalverteilung entsprechen, was bei den ausgewerteten Positions- und Lagedaten nicht der Fall ist. Die starke Abweichung von der Normalverteilung liegt u.a. darin begründet, dass bei den per Triangulation gewonnenen Daten zu den zufälligen Sensorfehlern systematische Fehler kommen. Die ermittelten Fehler in Bild C.3 entsprechen eher den physikalischen Fehlern des Sensors, abgesehen von den Methoden der Bildverarbeitung und dem Modell der Linsenverzeichnung.

In den Tabellen 3.6 und 3.7 sind die Werte für die ermittelten Stichprobenvarianzen angegeben.

Tabelle 3.6: Die Stichprobenvarianzen σ^2 der Positions- und Lagedaten einer Ruhemesung des Stereokamerasystems.

	Stichprobenvarianz σ^2
x -Richtung:	$\sigma_x^2 = 2,701 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$
y -Richtung:	$\sigma_y^2 = 4,634 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$
z -Richtung:	$\sigma_z^2 = 5,833 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$
Winkel ϕ :	$\sigma_\phi^2 = 1,338 \cdot 10^{-6} \text{ rad}^2$
Winkel θ :	$\sigma_\theta^2 = 3,245 \cdot 10^{-7} \text{ rad}^2$
Winkel ψ :	$\sigma_\psi^2 = 2,849 \cdot 10^{-8} \text{ rad}^2$

Tabelle 3.7: Die Stichprobenvarianzen σ^2 der Sensorrohdaten einer Ruhemesung des Stereokamerasystems.

Punkt	Kamera 1		Kamera 2	
	$\sigma_x^2 [\text{m}^2]$	$\sigma_y^2 [\text{m}^2]$	$\sigma_x^2 [\text{m}^2]$	$\sigma_y^2 [\text{m}^2]$
P1	$8,233 \cdot 10^{-14}$	$9,67 \cdot 10^{-14}$	$5,491 \cdot 10^{-14}$	$5,521 \cdot 10^{-14}$
P2	$4,026 \cdot 10^{-14}$	$3,5 \cdot 10^{-14}$	$3,4 \cdot 10^{-14}$	$7,657 \cdot 10^{-14}$
P3	$1,077 \cdot 10^{-13}$	$1,341 \cdot 10^{-13}$	$5,317 \cdot 10^{-14}$	$4,155 \cdot 10^{-14}$
P4	$8,926 \cdot 10^{-14}$	$2,478 \cdot 10^{-14}$	$2,62 \cdot 10^{-14}$	$4,516 \cdot 10^{-14}$

3.3.3 Integriertes Messsystem

In Abschnitt 3.3.2 wurde angedeutet, dass eine Stereokamera mit den hier verwendeten Prinzipien trotz ihrer überragenden Genauigkeit, der Messung in raumfesten Koordinaten und der prinzipbedingten sehr hohen Langzeitstabilität nicht unmittelbar als Rückführung für den Positionsregler geeignet ist. Zum einen ist die verhältnismäßig niedrige Frequenz der Messungen von ca. 10Hz bei Wellenanregungsfrequenzen von bis zu 2Hz für einen stabilen Betrieb mit einem PID-Regler zu niedrig. Das Hauptproblem beim Einsatz der Stereokamera aber ist, dass die Signale erst nach einer Zeit von mehr als 60ms zur Verfügung stehen. Diese Zeit wird benötigt, um die Bilder von den Kameras an den PC zu übertragen und auszuwerten.

Das Problem, viel zu selten und zu nicht planbaren Zeitpunkten Positionsbestimmungen durchführen zu können, hatten die Seefahrer viele tausend Jahre lang (vgl. Freiesleben 1978). Der Sternenhimmel war nicht immer sichtbar und diente ohne mathematische Hilfsmittel nur der groben Orientierung. Selbst mit den Erfindungen in der Entdeckerzeit (Quadrant, Oktant, Sextant) zur Bestimmung des Zeniths von Himmelskörpern und aufwendigen astronomischen Berechnungsverfahren wie die Galileis oder Tobias Mayers zur Beobachtung der Jupitermonde konnte zwar endlich die geographische Breite und Länge bestimmt werden, aber nur selten dann, wenn die Informationen gebraucht wurden. Der Rechenaufwand zur Auswertung der Messdaten war enorm. Auch geübte Navigatoren oder Astronomen benötigten für eine Positionsbestimmung ggf. mehrere Stunden. Daher betreiben die Menschen schon seit vielen hundert Jahren bei Seefahrten außerhalb der ihnen bekannten Küstenreviere neben der astronomischen Standortbestimmung die so genannte Koppelnavigation. Ausgehend von einer bekannten Position wird die Geschwindigkeit durch das Wasser beispielsweise mit einem Handlog oder Staurohr gemessen und unter Berücksichtigung des Kurses über der Zeit integriert. Da durch Strömungen, Drift und Wellen die Geschwindigkeit durch das Wasser nie der Geschwindigkeit über Grund entspricht, wird die auf diese Weise inkrementell ermittelte Position mit fortschreitender Zeit immer unsicherer. Werden die astronomischen Positionsbestimmungen aber häufig genug durchgeführt und zur Korrektur hinzugezogen, reicht die Genauigkeit der mit Hilfe der Koppelnavigation geschätzten Positionen aus, um zwischen zwei korrigierten Positionsbestimmungen zu wissen, wo man sich in etwa befindet.

Dieses Navigationsprinzip, Positionsdaten zweier völlig unterschiedlicher Messarten miteinander zu verbinden, wird als *Integrierte Navigation* bezeichnet. Für Navigationsprobleme im erdnahen Bereich in Flugzeugen, auf Schiffen oder an Land wird seit zwanzig Jahren auch im zivilen Bereich die astronomische Navigation durch Verfahren auf der Basis von Satellitensystemen wie das GPS oder das GLONASS ersetzt, deren Daten an jedem Punkt der Erde verfügbar sind. Die im GPS-Empfänger ermittelten Positionsdaten unterliegen jedoch Streuungen von mehreren Metern, die bei dynamischen Messungen nicht durch Langzeitmessungen mit Mittelwertbildung korrigiert werden können, und sind ungefähr einmal pro Sekunde verfügbar. Gerade für die Lageregelung von Luftfahrzeugen oder bei der Stabilisierung von Schiffen ist die Häufigkeit und Genauigkeit der Daten damit nicht ausreichend, so dass auch im GPS-Zeitalter immer noch auf das Prinzip der Koppelnavigation zurückgegriffen wird. Zusätzlich zur Messung der Geschwindigkeit relativ zum

umgebenden Medium kommen Inertialmeseinheiten (IMUs) zum Einsatz, mit denen die Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten des Fahrzeuges bestimmt werden. Aus diesen Inertialdaten werden wie schon erwähnt durch ein- bzw. zweifache Integration die Positionsdaten berechnet. Die in Abschnitt 3.3.1 beschriebene IMU ist aus Sensoren der *tactical grade*-Klasse aufgebaut, die in modernen militärischen Lenkflugkörpern eingesetzt werden.

Funktionsprinzip

Das Prinzip der Sensorfusion für die integrierte Navigation ist in Bild 3.16 dargestellt. Das reale System (z.B. ein Fahrzeug) wird durch äußere Kräfte und Momente zu Bewegungen angeregt und nimmt den Bewegungszustand \mathbf{x} an. Mit einem geeigneten Verfahren, mit einem GPS-Empfänger oder in diesem Fall dem Kamerasystem, werden Lage und Position des Körpers \mathbf{y} als $\tilde{\mathbf{y}}$ gemessen. Ob \mathbf{y} oder $\tilde{\mathbf{y}}$ direkt die Positions- und Lagedaten in Koordinaten des ortsfesten Referenzsystems, Rohdaten des Messsystems oder Zwischengrößen enthalten, hängt von der Tiefe der Integration der Messverfahren ab. Die Vor- und Nachteile der Verwendung verschiedener Integrationstiefen werden ausführlich in Wagner (2003) und Wendel (2003) beschrieben und sind auch hier Gegenstand der Untersuchungen. Die Funktion $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ beschreibt das Modell des Messsystems und gibt die Umrechnung der Zustandsgrößen \mathbf{x} in die Größen von \mathbf{y} an, die mit einem idealen Messsystem gemessen würden. Werden in \mathbf{y} Position und Lage des Systems direkt durch die Positions- und Lagedaten angegeben, kopiert die Funktion $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ lediglich die Einträge aus dem Zustandsvektor. Werden Position und Lage allerdings durch Sensorrohdaten in \mathbf{y} beschrieben, kann die Funktion $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ je nach Sensormodell einen beachtlichen Umfang annehmen. Die realen Messdaten $\tilde{\mathbf{y}}$ sind mit den Messfehlern \mathbf{v} beaufschlagt.

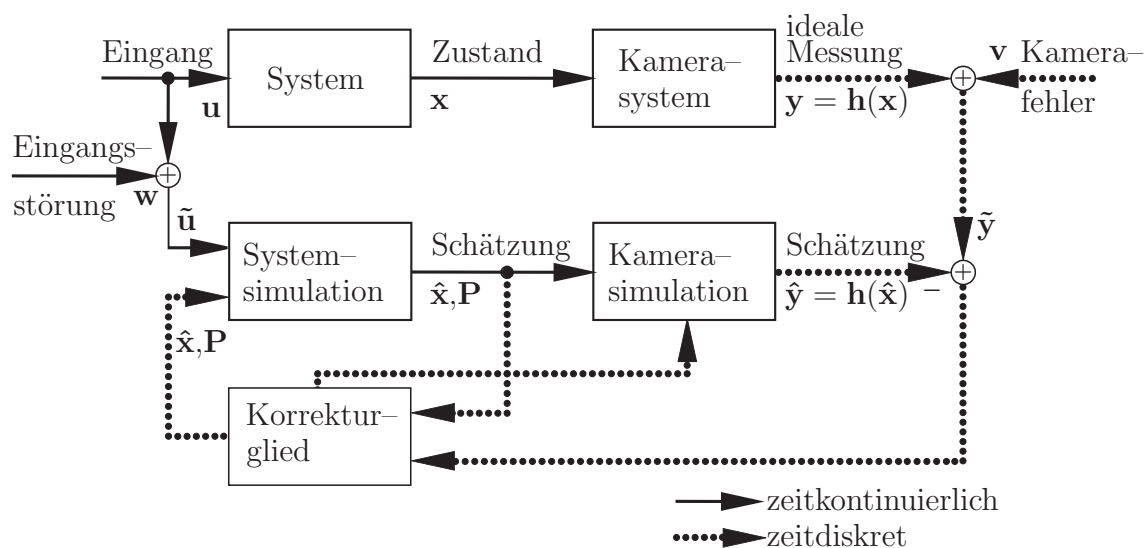


Bild 3.16: Das Funktionsschema des erweiterten kontinuierlich-diskreten Kalman-Filters.

Da die gemessenen Werte $\tilde{\mathbf{y}}$, wie anfangs beschrieben, nicht häufig genug und wegen der Auswertung nur stark verzögert zur Verfügung stehen, wird der Zustand \mathbf{x} für die Berechnung der Reglerückführung und für die spätere Auswertung häufiger und in Echtzeit als $\hat{\mathbf{x}}$ geschätzt: Die aus der Anregung des Systems resultierenden Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten \mathbf{u} können direkt durch die in Abschnitt 3.3.1 beschriebene Inertialmesseinheit in körperfesten Koordinaten gemessen werden ($\tilde{\mathbf{u}}$). Die Messung $\tilde{\mathbf{u}}$ unterscheidet sich von den realen Größen \mathbf{u} durch die Eingangsstörungen \mathbf{w} :

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} + \mathbf{w} . \quad (3.7)$$

Diese Daten dienen einem mathematischen Modell \mathbf{f} der nichtlinearen Kinematik des Körpers als Eingangsgröße, so dass der Zustand \mathbf{x} des Körpers ohne Kenntnis der Kameramessung $\tilde{\mathbf{y}}$ simuliert werden kann:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t)) . \quad (3.8)$$

Das Ergebnis dieser Simulation ist der simulierte Zustand $\check{\mathbf{x}}$. Wird das System vollständig mit exakten Werten für alle Parameter durch \mathbf{f} beschrieben, und sind die Störungen \mathbf{w} Null, ist der simulierte Zustand $\check{\mathbf{x}}$ der gesuchte Zustand \mathbf{x} . Mit der Rauscheingangsmatrix \mathbf{G} wird die Wirkung der als klein angenommenen Sensorfehler \mathbf{w} auf das Modell \mathbf{f} beschrieben. Zusammen mit der Gleichung (3.7) kann die Systemgleichung (3.8) in

$$\dot{\check{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{f}(\check{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) + \mathbf{G}(\check{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) \cdot \mathbf{w}(t) \quad (3.9)$$

überführt werden, wenn \mathbf{G} für jeden Zeitschritt neu berechnet wird:

$$\mathbf{G}(\check{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) = \frac{\partial \mathbf{f}(\check{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t))}{\partial \mathbf{u}(t)} . \quad (3.10)$$

Mit den Ergebnissen der Kameramessungen \mathbf{y} bzw. $\tilde{\mathbf{y}}$ stehen weitere Informationen über den Zustand des Systems zur Verfügung, die unabhängig von der Simulation und den Inertialmessungen $\tilde{\mathbf{u}}$ gewonnen werden. Mit der Funktion $\mathbf{h}(\check{\mathbf{x}})$ wird die Messung $\tilde{\mathbf{y}}$ simuliert, die eine ideale Kamera vom System mit dem simulierten Zustand $\check{\mathbf{x}}$ aufnehmen würde. Die Differenz aus den Messdaten $\tilde{\mathbf{y}}$ und den simulierten Daten $\check{\mathbf{y}}$ ist ein kombiniertes Maß für die Fehler beider Bestimmungsformen. Gelingt es, durch ein geeignetes Verfahren aus diesen Fehlern Korrekturwerte für die Simulation abzuleiten, ist das Problem der fehlenden Langzeitstabilität der Inertialmessungen und der fehlenden Geschwindigkeit der Kameramessungen durch eine Fusion oder Integration beider Ansätze zu einem integrierten Messverfahren gelöst.

Kalman-Filter

Eine nachweislich optimale Lösung dieses Problems bietet der 1960 von Rudolf Kalman entwickelte und nach ihm benannte Filteralgorithmus, das *Kalman-Filter* (Farrell/Barth 1998). Das Kalman-Filter ist ein stochastischer Zustandsschätzer für dynamische Systeme, das bis heute in vielen Bereichen der Technik und besonders seit dem Einzug in das *Apollo-Programm* 1967 in der Navigation zur Sensordatenfusion eingesetzt wird. Wurde es anfangs als lineares Filter für zeitdiskrete Systeme entwickelt, sind mit

der Zeit viele daraus abgeleitete Algorithmen für unterschiedliche Problemstellungen aus diesem Prinzip entstanden. Insbesondere das *Erweiterte Kalman-Filter* (EKF), bei dem die Systemgleichungen durch Taylor-Näherungen erster Ordnung approximiert werden, hat sich als Zustandsschätzer für nichtlineare Systeme durchgesetzt. Inzwischen geht man mit fortschreitender Rechenkapazität immer mehr zu vollständigen nichtlinearen Modellen der Systemdynamik über, die im Zeitbereich integriert werden. Diese Variante des Kalman-Filters wird als *Erweitertes kontinuierlich-diskretes Kalman-Filter* bezeichnet und kommt in dieser Arbeit zum Einsatz.

Der bis hier gesuchte Ansatz zur Kompensation des Fehlerterms in Gleichung (3.9) ist, den simulierten Zustand $\tilde{\mathbf{x}}$ mit Hilfe der Kameramessung um die Einflüsse der Fehler \mathbf{w} zu korrigieren. Dieser korrigierte Zustand wird als geschätzter Zustand $\hat{\mathbf{x}}$ bezeichnet:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t)) + \mathbf{K}(\hat{\mathbf{x}}(t), t) \cdot (\tilde{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t))) \quad . \quad (3.11)$$

Dabei ist $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t))$ wie oben beschrieben die simulierte ideale Kameramessung des geschätzten Zustandes $\hat{\mathbf{x}}$. Die Differenz aus der simulierten Messung $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t))$ und der realen fehlerbehafteten Messung $\tilde{\mathbf{y}}$ wird mit der Filtermatrix \mathbf{K} gewichtet und korrigiert den Fehler des simulierten Zustandes $\tilde{\mathbf{x}}$ auf den geschätzten Zustand $\hat{\mathbf{x}}$. Die Simulation des Systemverhaltens $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t))$ wird dabei mit jeder Messung der IMU, also 228 mal pro Sekunde (Abschnitt 3.3.1), mit einer Latenzzeit von einem Messframe durchgeführt und liefert dem Regler Messwerte, deren Dynamik für die gestellte Aufgabe ausreichend ist. Die Korrektur der Simulation wird nach jeder Kameramessung durchgeführt, in der Regel zu jeder achtzehnten IMU-Messung. Auf diese Weise können die Probleme bei der Kameramessung, geringe Messfrequenz und hohe Latenzzeit, mit Hilfe eines Kalman-Filters und der IMU-Messungen kompensiert werden. Die Behandlung der Latenzzeit der Kamerasignale wird am Ende dieses Abschnittes erläutert.

Als Grundlage für die Berechnung der Filtermatrix \mathbf{K} werden die Störungen \mathbf{w} und \mathbf{v} als mittelwertfreie, normalverteilte und weiße Rauschprozesse angenommen, vgl. (3.12), (3.13) und (3.14). Sie sollen zeitlich und untereinander unkorreliert sein (Gelb u. a. 1989):

$$E[\mathbf{w}(t)] = \mathbf{0} \quad , \quad E[\mathbf{v}(t)] = \mathbf{0} \quad , \quad E[\mathbf{w}(t)\mathbf{v}^T(\tau)] = \mathbf{0} \quad , \quad (3.12)$$

$$E[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(\tau)] = \mathbf{Q}(t)\delta(t - \tau) \quad , \quad (3.13)$$

$$E[\mathbf{v}(t)\mathbf{v}^T(\tau)] = \mathbf{R}(t)\delta(t - \tau) \quad . \quad (3.14)$$

Die Delta-Distribution $\delta(t - \tau)$ beschreibt die zeitliche Unkorreliertheit des Signals (weißes Rauschen), $\mathbf{Q}\delta(t - \tau)$ ist die Kovarianzmatrix der IMU-Fehler \mathbf{w} , und $\mathbf{R}\delta(t - \tau)$ ist die Kovarianzmatrix der Kamerafehler \mathbf{v} . In Vorversuchen werden die Varianzen der IMU-Messung $\tilde{\mathbf{u}}$ und der Kamera-Messung $\tilde{\mathbf{y}}$ bestimmt. Die Werte mit den Diagrammen der Häufigkeitsverteilungen sind in Anhang C angegeben.

Als Maß für die Genauigkeit der Zustandsschätzung wird die Kovarianzmatrix \mathbf{P} des Schätzfehlers eingeführt:

$$\mathbf{P} = E \left[(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t))^T \right] \quad . \quad (3.15)$$

Dabei wird \mathbf{P} zusammen mit $\hat{\mathbf{x}}$ durch numerische Integration im Zeitbereich mit dem Runge–Kutta Verfahren vierter Ordnung bestimmt und ist durch die folgende Differentialgleichung beschrieben, wobei die Abhängigkeit der Größen von der Zeit der Übersichtlichkeit halber ab hier nicht mehr mit angegeben wird:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}}) , \quad (3.16)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}})\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{F}^T(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}}) + \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}})\mathbf{Q}\mathbf{G}^T(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}}) . \quad (3.17)$$

Dabei werden die Einträge des Zustandsvektors und der Schätzfehlerkovarianzmatrix zu einem Gesamtsystem zusammengefaßt. Weiter sind \mathbf{F} und \mathbf{H} die Jacobi–Matrizen von \mathbf{f} und \mathbf{h} , die in jedem Zeitschritt neu bestimmt werden:

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}}) = \frac{\partial \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} , \quad (3.18)$$

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} . \quad (3.19)$$

Die Filtermatrix \mathbf{K} in (3.11) ist durch

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}\mathbf{H}^T \cdot (\mathbf{H}\mathbf{P}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (3.20)$$

definiert und wird für jede Kameramessung neu bestimmt. Es ist zu erkennen, dass bei $\mathbf{R} \ll \mathbf{P}$, also dann, wenn die Kameramessung sehr viel zuverlässiger ist als der geschätzte Zustand, die Werte von \mathbf{K} größer werden. Das bedeutet, dass bei hoher Zuverlässigkeit der Kameradaten die Differenz $(\tilde{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t)))$ in Gleichung (3.11), die den Unterschied zwischen simulierten Kameradaten und den gemessenen Werten angibt, hoch gewichtet wird und den geschätzten Zustandsvektor stärker beeinflusst. Ist die Zuverlässigkeit der Schätzung bei stark verrauschten Kameradaten größer, $\mathbf{R} \gg \mathbf{P}$, fällt die Korrektur des Zustandes in Gleichung (3.11) schwächer aus. In jedem Fall liegt die geschätzte Position nach der Zustandskorrektur bei einem stabilen Filterverhalten immer zwischen dem durch Simulation geschätzten und dem von der Kamera gemessenen Wert. Neben dem Zustandsvektor wird auch die Schätzfehlerkovarianzmatrix bei jeder Kameramessung korrigiert:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}\mathbf{R}\mathbf{K}^T + (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{P}(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})^T . \quad (3.21)$$

Wie auch in Wagner (2003) wird hier aus numerischen Gründen die *Joseph*-Form gewählt. Hier wird zudem die Korrektur in Gleichung (3.11) sequentiell vorgenommen, wodurch die Matrixinvertierung in Gleichung (3.20) vermieden wird. Ein weiterer Vorteil der sequentiellen Verarbeitung kommt zum Tragen, wenn die Messdaten $\tilde{\mathbf{y}}$ nicht zu einem gemeinsamen Zeitpunkt vorliegen oder wenn die Anzahl der zur Verfügung stehenden Daten nicht konstant ist. Die Korrektur des geschätzten Zustands $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \cdot (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}))$ sowie die Korrektur der Schätzfehlerkovarianzmatrix wird für jedes Element \tilde{y}_j von $\tilde{\mathbf{y}}$ einmal durchgeführt. Für jeden Schritt ist anstelle von \mathbf{K} ein Vektor \mathbf{k}_j zu bestimmen:

$$\mathbf{k}_j = \frac{\mathbf{P}\mathbf{H}_j^T}{\mathbf{H}_j\mathbf{P}\mathbf{H}_j^T + R_{jj}} , \quad (3.22)$$

wobei \mathbf{H}_j die j -te Zeile von \mathbf{H} ist. Gleichung (3.21) lautet in sequentieller Schreibweise

$$\mathbf{P} = \mathbf{k}_j \mathbf{R}_{jj} \mathbf{k}_j^T + (\mathbf{I} - \mathbf{k}_j \mathbf{H}_j) \mathbf{P} (\mathbf{I} - \mathbf{k}_j \mathbf{H}_j)^T . \quad (3.23)$$

Definition der Zustandsgrößen

Der Zustandsvektor wird in Anlehnung an die Fachliteratur zur Inertialnavigation wie z.B. Farrell/Barth (1998), Titterton/Weston (2004) oder Wagner (2003) definiert. Im Gegensatz zu Anwendungen in der Luft- und Raumfahrttechnik kann das im Wellenkanal definierte Koordinatensystem als raumfest und inertial angesehen werden. Die Kreismessungen werden um die Erddrehrate kompensiert, die über dem Gebiet des Wellenkanals als konstant angenommen wird. Die gleiche Annahme gilt auch für den Vektor der Erdbeschleunigung.

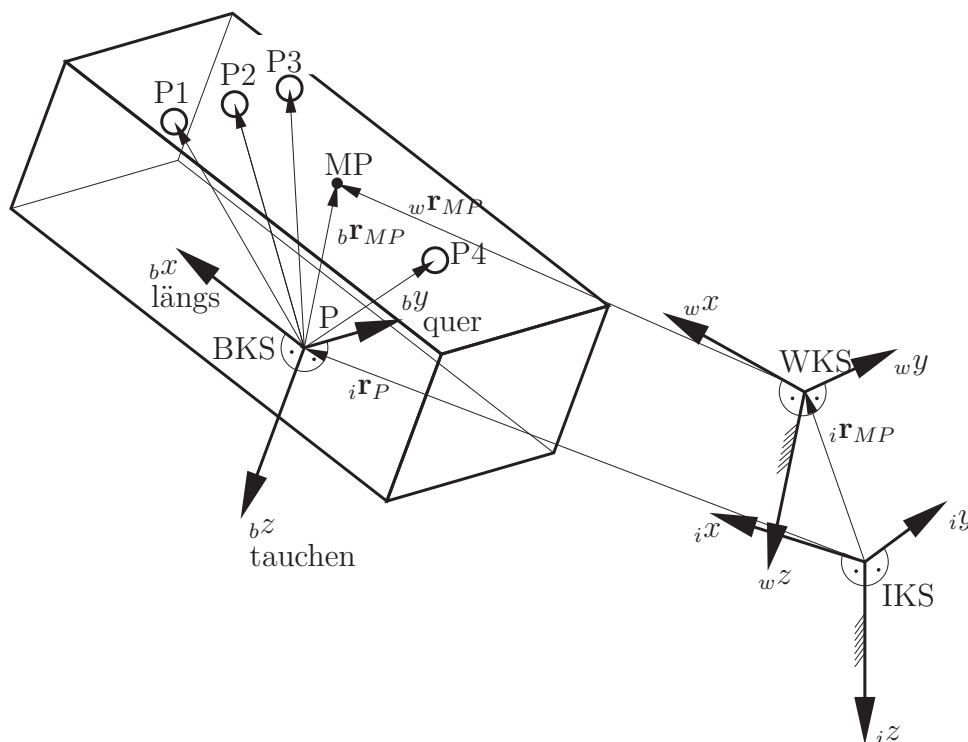


Bild 3.17: Lage der verwendeten Koordinatensystem zueinander.

Die Beschreibung des Systems erfolgt mit Hilfe dreier Koordinatensysteme, deren Lage zueinander in Bild 3.17 dargestellt ist, dem ortsfesten Weltkoordinatensystem (WKS), dem körperfesten Koordinatensystem (BKS) und dem Inertialsystem (IKS). Bei der Arbeit mit dem Stereokamerasystem werden alle Größen im ortsfesten Weltkoordinatensystem angegeben. Auf dessen Ursprung und Orientierung bezieht sich auch die Kalibrierung der Kameras. Dieses Koordinatensystem ist durch die Lage der Kameratraverse vorgegeben und liegt weitestgehend mittig vom Wellenkanal mit dem Ursprung vertikal auf der Höhe der leuchtenden Kugeln auf dem Schwimmkörperdeckel. Die wz -Achse zeigt dabei nach

unten, und die ${}_w x$ -Achse zeigt in Richtung der Wellenklappe, die in Bild 3.1 gezeigt ist. Als Position des Schwimmkörpers wird vom Kamerasystem der Vektor ${}_w \mathbf{r}_{MP}$ zur Mitte des Merkmals MP angegeben. Die Sensoren der IMU sind entlang der körperfesten Koordinatenachsen ausgerichtet, so dass die Messungen der IMU direkt im körperfesten Koordinatensystem (BKS) angegeben werden können. Der Mittelpunkt des BKS liegt im Schnittpunkt P der sensitiven Achsen der Beschleunigungssensoren, welcher auf der xz -Symmetrieebene liegt. In der Nullposition des Schwimmkörpers zeigt die ${}_b z$ -Achse senkrecht nach unten, und die ${}_b x$ -Achse zeigt parallel zu den Wellenkanalwänden in Richtung der Wellenklappe. Dabei liegt der Mittelpunkt des Merkmals MP im Ursprung des WKS. Das körperfeste Koordinatensystem BKS ist in dieser Position deckungsgleich auf dem inertialen Koordinatensystem IKS. Der Ursprung des WKS ist damit um ${}_i \mathbf{r}_{MP} = [0,008\text{m} \ 0,0\text{m} \ -0,225\text{m}]^T$ aus dem Ursprung des IKS verschoben. Das WKS ist zudem um wenige Grad gegenüber dem IKS verdreht, da sich die Kameratraverse nicht so exakt über dem Wellenkanal ausrichten läßt. Diese Verdrehung um die kleinen Winkel ${}_i \phi_w$, ${}_i \theta_w$ und ${}_i \psi_w$ wird durch die Transformationsmatrix ${}_{iw} \mathbf{R}$ beschrieben, die nach Gleichung (3.26) berechnet wird.

Der Zustandsvektor wird im inertialen Koordinatensystem IKS definiert:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \text{Position} \\ \text{Geschwindigkeit} \\ \text{Winkellage} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p = {}_i \mathbf{r}_P \\ \mathbf{x}_v = {}_i \dot{\mathbf{r}}_P \\ \mathbf{x}_\Theta = {}_i \Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_i x & {}_i y & {}_i z \end{bmatrix}^T \\ \begin{bmatrix} {}_i \dot{x} & {}_i \dot{y} & {}_i \dot{z} \end{bmatrix}^T \\ \begin{bmatrix} {}_i \phi & {}_i \theta & {}_i \psi \end{bmatrix}^T \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Der Eingangsvektor \mathbf{u} setzt sich aus den in körperfesten Koordinaten durch die IMU bestimmten Winkelgeschwindigkeiten und Beschleunigungen im Messpunkt P der IMU zusammen:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \text{Beschleunigung} \\ \text{Winkelgeschwindigkeit} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_b \tilde{\mathbf{a}}_P \\ {}_b \tilde{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Simulationsmodell für den Schwimmkörper $\mathbf{f}(\mathbf{x})$

Aus Bild 3.16 und den Gleichungen (3.11) und (3.25) folgen, dass der geschätzte Zustand $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}})$ durch eine Simulation der Kinematik des Schwimmkörpers mit den IMU-Messungen als Eingangsgrößen bestimmt wird. Dafür ist in $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}})$ die entsprechende nichtlineare kinematische Bewegungsgleichung des Schwimmkörpers enthalten.

Zunächst müssen die im körperfesten Koordinatensystem BKS ermittelten Größen der IMU durch geeignete Koordinatentransformationen in das inertielle Koordinatensystem IKS überführt werden. Die Verdrehung des BKS zum IKS wird nach Rimrott (1989) durch einen Satz Kardanwinkel fünfter Art (*Gier-Nick-Roll-Winkel*) beschrieben. Die einzelnen Rotationen werden dabei in dieser Reihenfolge durchgeführt:

1. Eine Drehung des BKS mit Rollwinkel $-\phi$ um die x_b -Achse ergibt das 'KS.
2. Eine Drehung des 'KS mit Nickwinkel $-\theta$ um die y' -Achse ergibt das "KS.
3. Eine Drehung des "KS mit Gierwinkel $-\psi$ um die z_i -Achse ergibt das IKS.

Werden die drei einzelnen Rotationen durch Matrizen ausgedrückt, lassen sich diese durch Multiplikation zu einer Gesamttrotationsmatrix zusammenfassen:

$${}_{ib}\mathbf{R} = \mathbf{R}_\psi \cdot \mathbf{R}_\theta \cdot \mathbf{R}_\phi = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Nach Schiehlen/Eberhard (2004) läßt sich der Winkelgeschwindigkeitsvektor des Körpers $\boldsymbol{\omega}_B$ aus den Ableitungen der Kardanwinkel berechnen:

$$\begin{aligned} {}_b\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_\phi^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_\phi^T \cdot \mathbf{R}_\theta^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \cdot \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cdot \cos \phi \end{bmatrix}}_{{}_{bi}\mathbf{T}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Als durch Messung bekannte Größe liegt hier der Winkelgeschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{\omega}$ vor, so dass zur Bestimmung der Kardanwinkelableitungen die Matrix aus Gleichung (3.27) invertiert werden muss:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = {}_{bi}\mathbf{T}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \cdot \sin \phi & \tan \theta \cdot \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix}}_{{}_{ib}\mathbf{T}} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Die Matrix ${}_{ib}\mathbf{T}$ kann bei $\theta = \pm 90^\circ$ aufgrund des Tangens und der Division durch den Cosinus singularär werden. Für Schiffe oder Schiffmodelle kann dieser Fall ausgeschlossen werden. In der Literatur zu integrierten Navigationssystemen wie Wagner (2003) oder Wendel (2007) wird der allgemeine Fall behandelt, weshalb dort Quaternionen anstelle von Kardanwinkeln zur Beschreibung der Drehungen verwendet werden.

Die kinematische Bewegungsgleichung für das System lautet

$${}_i\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} {}_i\dot{\mathbf{r}}_P \\ {}_i\ddot{\mathbf{r}}_P \\ {}_i\dot{\boldsymbol{\Theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_i\dot{\mathbf{r}}_P \\ {}_{ib}\mathbf{R}({}_i\boldsymbol{\Theta}) \cdot {}_b\tilde{\mathbf{a}}_P - 2({}_i\boldsymbol{\omega}_e \times {}_i\dot{\mathbf{r}}_P) + {}_i\mathbf{g}_l \\ {}_{ib}\mathbf{T}({}_i\boldsymbol{\Theta}) \cdot {}_b\tilde{\boldsymbol{\omega}}_B - {}_i\boldsymbol{\omega}_e \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Für die IMU-Messwerte ${}_b\tilde{\mathbf{a}}_P$ und ${}_b\tilde{\boldsymbol{\omega}}_B$ werden hier die bereits nach Gleichung (3.1) und (3.2) um die statischen durch Kalibrierung ermittelten Fehler bereinigten Messwerte eingesetzt, so dass die gemessenen Werte neben den physikalischen Beschleunigungen oder Winkelgeschwindigkeiten noch die zufälligen Messfehler enthalten, wie es in Gleichung (3.7) angegeben ist.

Die Erddrehrate ${}^i\boldsymbol{\omega}_e$ liegt in der Größenordnung des Rauschens der Kreisel und wirkt sich daher im zeitlichen Mittel auf die Messwerte aus, was im Modell kompensiert wird. Hierbei ist die Ausrichtung der Versuchshalle und damit des inertialen Koordinatensystems IKS zur geographischen Nordrichtung zu beachten, welche ca. $163,5^\circ$ beträgt. Der Vektor der Erddrehrate beträgt daher im IKS

$${}^i\boldsymbol{\omega}_e = \begin{pmatrix} \Omega_e \cos(\varphi) \cos(163,5^\circ) \\ \Omega_e \cos(\varphi) \sin(163,5^\circ) \\ -\Omega_e \sin(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8,58659 \\ 2,54346 \\ -12,08441 \end{pmatrix} \text{ }^\circ/\text{h} . \quad (3.30)$$

Der Vektor der lokalen Erdbeschleunigung wird für dieses Experiment als konstant betrachtet und errechnet sich nach dem WGS-84 Modell der Erde (Wendel 2007) zu

$${}^i\mathbf{g}_l = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g_0(1 + g_1 \sin^2(\varphi) + g_2 \sin^2(2\varphi)) \left(\frac{R_0}{R_0-h}\right)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9,813892 \end{pmatrix} \text{ m/s}^2 , \quad (3.31)$$

mit den Parametern $g_0 = 9,780318\text{m/s}^2$, $g_1 = 5,3024 \cdot 10^{-3}\text{m/s}^2$, $g_2 = 5,9 \cdot 10^{-6}\text{m/s}^2$, $R_0 = 6.371.000,8\text{m}$, der Höhe des Laborgeländes von $h = 25\text{m}$ und der nördlichen Breite von $\varphi = 53^\circ 27' 32,5''$. Die Kompensation der IMU-Messwerte um die lokale Erdbeschleunigung ist notwendig, da die Messung der Beschleunigungen in Wirklichkeit die Messung der Kraft ist, die aufgrund der zu bestimmenden Beschleunigung auf eine durch eine Feder gefesselte Hilfsmasse im Sensor wirkt. Ist der Sensor im Schwerkraftfeld der Erde in Ruhe, detektiert der Sensor die Gewichtskraft der Masse und ermittelt eine Beschleunigung in Lotrichtung von ${}^b\tilde{\mathbf{a}}_z = -1g$, obwohl der Körper überhaupt nicht beschleunigt wird. Im freien Fall dagegen, wenn der Körper wirklich mit ${}^b\mathbf{a}_z = 1g$ beschleunigt wird, heben sich die Gewichtskraft und die Kraftwirkung der Beschleunigung gegenseitig auf, so dass hier in der Schwerelosigkeit ${}^b\tilde{\mathbf{a}}_z = 0$ gemessen wird.

Die Jacobi-Matrix \mathbf{F} für die Funktion zur Bewegungssimulation \mathbf{f} lautet

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & \mathbf{I} & & & & \mathbf{0} \\ & 0 & 2\omega_{e_z} & 0 & F_{47} & F_{48} & F_{49} \\ \mathbf{0} & -2\omega_{e_z} & 0 & 2\omega_{e_x} & F_{57} & F_{58} & F_{59} \\ & 0 & -2\omega_{e_x} & 0 & F_{67} & F_{68} & 0 \\ & & & & F_{77} & F_{78} & 0 \\ \mathbf{0} & & \mathbf{0} & & F_{87} & 0 & 0 \\ & & & & F_{97} & F_{98} & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 9} . \quad (3.32)$$

Die Matrixeinträge F_{ij} sind hier der Übersichtlichkeit halber weggelassen und werden ausführlich in Anhang B.2 angegeben.

Die Matrix \mathbf{G} wird nach Gleichung (3.10) durch die partielle Ableitung der Zustandsgleichung $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ nach dem Vektor der Messgrößen \mathbf{u} berechnet:

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ {}_{ib}\mathbf{R}({}_i\hat{\Theta}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}_{ib}\mathbf{T}({}_i\hat{\Theta}) \end{bmatrix}_{6 \times 9}. \quad (3.33)$$

Simulationsmodelle für die Kameramessung $\mathbf{h}(\mathbf{x})$

Abhängig von der Auswahl der Größen des Stützvektors \mathbf{y} werden unterschiedliche Tiefen der Integration der Einzelsysteme erreicht. Im einfachen Fall werden die Positions- und Lagekoordinaten aus der Stereokameramessung durch Triangulation berechnet und bilden zusammen den Stützvektor. Die Simulation dieser Daten entspricht im Wesentlichen den geschätzten Werten, so dass das Modell in diesem Fall sehr einfach ist. In diesem Fall bilden die Stereokamera und die Bildauswertung eine eigenständige Einheit, über deren inneren Aufbau sowie deren Parameter nichts bekannt sein muss, es werden nur die ausgegebenen Werte weiterverarbeitet. Dieses System wird als schwach integriert (Loosely Coupled) bezeichnet.

Eine andere Möglichkeit für die Zusammensetzung des Stützvektors ist die Verwendung der 2D-Koordinaten der einzelnen Merkmale im Bildkoordinatensystem der einzelnen Kameras. In diesem Fall müssen diese Werte ausgehend vom geschätzten Zustand des Schwimmkörpers simuliert werden. Dies erhöht den Rechenaufwand des Korrekturschrittes beachtlich. Wie im weiteren Verlauf dieser Arbeit jedoch gezeigt wird, wirkt sich diese Variante genauigkeitssteigernd aus, da die Projektion des Kameramerkmals auf den zweidimensionalen Bildsensor eindeutig berechnet werden kann, nicht aber die Rekonstruktion der dreidimensionalen Szene aus den Einzelbildern. In diesem Fall müssen alle extrinsischen Parameter der Kameras sowie die Brennweiten der Linsen für die Simulation bekannt sein. Dieses System wird als hoch integriert (Tightly Coupled) bezeichnet.

Variante 1: Loosely Coupled

Das Ergebnis der Stereokameramessung bei dieser Variante ist die Lage des Schwimmkörpers ${}_w\hat{\Theta}$ und die Position ${}_w\tilde{\mathbf{r}}_{MP}$ des Mittelpunktes MP des Kameramerkmals auf dem Deckel des Schwimmkörpers, beschrieben im Weltkoordinatensystem WKS der Stereokamera. Bei der Kamerasimulation müssen daher die geschätzte Position ${}_i\hat{\mathbf{r}}_P$ und die geschätzte Lage ${}_i\hat{\Theta}$ auf die entsprechenden Größen des Stereokamerasystems umgerechnet werden:

$$\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} {}_w\hat{\Theta} \\ {}_w\hat{\mathbf{r}}_{MP} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{t}({}_{wi}\mathbf{R} \cdot {}_{ib}\mathbf{R}({}_i\hat{\Theta})) \\ {}_{wi}\mathbf{R} \cdot ({}_i\hat{\mathbf{r}}_P + {}_{ib}\mathbf{R}({}_i\hat{\Theta}) \cdot {}_{ib}\mathbf{r}_{MP} - {}_i\mathbf{r}_{MP}) \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$

wobei $\mathbf{t}(\mathbf{R}) = [\phi, \theta, \psi]^T$ eine Funktion zur Berechnung der Kardanwinkel aus einer Rotationsmatrix \mathbf{R} darstellt, die in Anhang B.1 definiert ist.

Für den vorliegenden Fall einer sehr kleinen Verdrehung des WKS gegenüber dem IKS ist die Jacobi-Matrix der Kamerasimulationsfunktion

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ {}_{wi}\mathbf{R} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{6 \times 9}. \quad (3.35)$$

Dieser Ansatz hat den Vorteil, dass mit der Verwendung der Positions- und Lagedaten des Stereokamerasystems eine gute Überprüfbarkeit der Filterfunktion gewährleistet ist. Weiter sind die Kamerasimulationsfunktion \mathbf{h} und deren Jacobi-Matrix \mathbf{H} sehr einfach zu bestimmen. Es gibt für jeden mechanischen Freiheitsgrad exakt eine Messgröße, die vom Kamerasystem ermittelt wird, was zu einer hohen Stabilität des Filters führt. Nachteilig ist an diesem Ansatz, dass zur Bestimmung der 3D-Daten sämtliche Leuchtkörper von jeder Kamera zu jedem Zeitpunkt erkannt werden müssen. Weiterhin ist ungünstig, dass zur Modellierung der Kamerafehler nicht die physikalischen Sensorfehler herangezogen werden können, so dass die Fehler miteinander korreliert sind. Damit ist die Bedingung (3.14) zur Konstruktion der Kalman-Rückführung, dass die Fehler aus weißem Rauschen bestehen müssen, nicht erfüllt. Ein weiterer großer Nachteil ist, dass durch ein Triangulationsverfahren die an sich irreversible Projektion der Kameras einer dreidimensionalen Szene auf einen zweidimensionalen Bildsensor invertiert wird. Diese Invertierung ist spürbar fehlerbehaftet, was sich besonders bei der Bestimmung von Roll- und Nickwinkeln auswirkt.

Variante 2: Tightly Coupled

Eine wesentlich bessere Variante als die beschriebene ist es daher, die zweidimensionalen Kamerakoordinaten der Bildmerkmale als Kameramessdaten $\tilde{\mathbf{y}}$ zu verwenden. In diesem Fall wird durch die Kamerasimulation die Projektion der Leuchtkörper auf die Sensorfläche der Kameras simuliert. Das verwendete Kameramodell wird ausführlich in Anhang A beschrieben. Es bietet sich dabei an, die um die Linsenverzeichnung korrigierten Sensordaten zu benutzen, da es dann sehr viel leichter fällt, die partiellen Ableitungen für die Bestimmung der Jacobi-Matrix \mathbf{H} zu ermitteln. Vier Leuchtkörper werden auf zwei Kamerasensoren jeweils in der x - und in der y -Richtung abgebildet. Es stehen damit sechzehn unabhängig voneinander ermittelte Kameramessdaten als Information zur Verfügung. Der Vektor der Kameramessdaten wird in dieser Variante als

$${}_{su}\tilde{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} {}_{su1}\tilde{x}_{P1} & {}_{su1}\tilde{x}_{P2} & {}_{su1}\tilde{x}_{P3} & {}_{su1}\tilde{x}_{P4} & {}_{su1}\tilde{y}_{P1} & {}_{su1}\tilde{y}_{P2} & {}_{su1}\tilde{y}_{P3} & {}_{su1}\tilde{y}_{P4} \\ {}_{su2}\tilde{x}_{P1} & {}_{su2}\tilde{x}_{P2} & {}_{su2}\tilde{x}_{P3} & {}_{su2}\tilde{x}_{P4} & {}_{su2}\tilde{y}_{P1} & {}_{su2}\tilde{y}_{P2} & {}_{su2}\tilde{y}_{P3} & {}_{su2}\tilde{y}_{P4} \end{bmatrix}^T \quad (3.36)$$

definiert. Die Lage der Leuchtkörper P1, P2, P3 und P4 ist in Bild 3.17 zu sehen und wird im körperfesten Koordinatensystem BKS definiert (alle Werte in [m]):

$${}_{b}\mathbf{r}_{P1} = \begin{pmatrix} 0,152 \\ -0,08 \\ -0,225 \end{pmatrix}, {}_{b}\mathbf{r}_{P2} = \begin{pmatrix} 0,152 \\ 0,0 \\ -0,225 \end{pmatrix}, {}_{b}\mathbf{r}_{P3} = \begin{pmatrix} 0,152 \\ 0,08 \\ -0,225 \end{pmatrix}, {}_{b}\mathbf{r}_{P4} = \begin{pmatrix} -0,118 \\ 0,0 \\ -0,225 \end{pmatrix}.$$

Zunächst werden die Ortsvektoren zu den Leuchtkörpermittelpunkten vom BKS in das Kamerakoordinatensystem KKS transformiert, was am Beispiel des Vektors ${}_b\mathbf{r}_{P1}$ durchgeführt wird:

$${}_{k1}\hat{\mathbf{r}}_{P1} = {}_{k1w}\mathbf{R} \cdot \left({}_{wi}\mathbf{R} \cdot ({}_i\mathbf{R}({}_i\hat{\Theta}) \cdot {}_b\mathbf{r}_{P1} + {}_i\hat{\mathbf{r}}_P - {}_i\mathbf{r}_{MP}) - {}_w\mathbf{t}_{K1} \right) \quad (3.37)$$

für Kamera 1 und

$${}_{k2}\hat{\mathbf{r}}_{P1} = {}_{k2w}\mathbf{R} \cdot \left({}_{wi}\mathbf{R} \cdot ({}_i\mathbf{R}({}_i\hat{\Theta}) \cdot {}_b\mathbf{r}_{P1} + {}_i\hat{\mathbf{r}}_P - {}_i\mathbf{r}_{MP}) - {}_w\mathbf{t}_{K2} \right) \quad (3.38)$$

für Kamera 2. Die Beziehungen für die übrigen drei Punkte sind identisch. Nach Gleichung (A.10) führen die Beziehungen

$${}_{su1}\hat{x}_{P1} = b_1 \frac{{}_{k1}\hat{x}_{P1}}{{}_{k1}\hat{z}_{P1}}, \quad {}_{su1}\hat{y}_{P1} = b_1 \frac{{}_{k1}\hat{y}_{P1}}{{}_{k1}\hat{z}_{P1}} \quad (3.39)$$

$${}_{su2}\hat{x}_{P1} = b_2 \frac{{}_{k2}\hat{x}_{P1}}{{}_{k2}\hat{z}_{P1}}, \quad {}_{su2}\hat{y}_{P1} = b_2 \frac{{}_{k2}\hat{y}_{P1}}{{}_{k2}\hat{z}_{P1}} \quad (3.40)$$

zu den gesuchten Werten des Vektors ${}_{su}\hat{\mathbf{y}}$ der simulierten unverzeichneten Kameramessdaten.

Die Berechnung der Kamerasimulation \mathbf{h} in Variante 2 ist sehr viel aufwendiger als in Variante 1. Das gilt besonders für die Berechnung der Jacobi-Matrix \mathbf{H} . Beide Varianten wurden zunächst in MATLAB entworfen und danach in C++ implementiert. Auf dem Echtzeit-PC sind die unterschiedlichen Laufzeiten der Programme im zweistelligen Mikroskundenbereich messbar, sie sind aber weit von einer den Echtzeitbetrieb verhindernden Größe entfernt.

Schätzung von Systemparametern

Auf die Schätzung von Systemparametern wie der Sensornullpunktfehler durch Erweiterung des Zustandsvektors um diese Größen wurde verzichtet. Nachauswertungen mit realen Messdaten brachten keine nennenswerten Verbesserungen. Für wichtiger als die Online-Schätzung der IMU-Sensorfehler oder der statischen Verdrehwinkel zwischen Kamera WKS und dem IKS wird hier die Entwicklung eines geeigneten Initialisierungsprogramms erachtet, mit dem in einer etwa halbstündigen Phase aus Ruhe und zufälligen Bewegungen des Schwimmkörpers die Sensorfehler zur Initialisierungszeit bestimmt werden. Dafür könnte ein spezielles Kalman-Filter entwickelt werden.

Zukünftig wäre eine Untersuchung interessant, in wie weit sich die extrinsischen Kameraparameter (Verschiebung und Verdrehung des Kamerakoordinatensystems zum Inertialsystem) durch ein Kalman-Filter schätzen lassen. Diese bräuchte nicht online zu geschehen, sondern könnte nach jeder Messung mit den aufgezeichneten Rohdaten durchgeführt werden, so dass die Genauigkeit dieser konstanten Werte mit jedem Versuch steigen würde. Möglicherweise könnte auf diese Weise die im Vorwege durchzuführende Kalibrierung der Kameras auf die intrinsischen Parameter (Linsenbrennweite, Lage des Kamerahauptpunktes, Verzeichnung) beschränkt bleiben und sich der Versuchsaufbau im Betrieb automatisch selbst kalibrieren.

Totzeitkompensation der Kameramessung

Tritt bei der Stützmessung eine Zeitverzögerung während der Auswertung oder der Datenübertragung auf (also nachdem der Zustand erfasst wurde), muss von dem EKF berücksichtigt werden, dass diese Werte vor einer gewissen Zeit t_d gemessen wurden. Würde diese Totzeit nicht berücksichtigt werden und zeitlich nicht korrespondierende Stützwerte $\mathbf{y}(t - t_d)$ mit der simulierten Stützung $\hat{\mathbf{y}}(t)$ verglichen werden, könnte das EKF vor allem bei dynamischen Systemen instabil werden.

Eine einfache Möglichkeit zur Berücksichtigung der Totzeit ist die Verzögerung der Eingangsdaten $\mathbf{u}(t - t_d)$. In diesem Fall wären auch die geschätzten Zustände $\hat{\mathbf{x}}(t - t_d)$ verzögert. Da das EKF hier als Rückführungsgröße für den Positionsregler verwendet wird, ist diese Verschiebung nicht zulässig. Stattdessen werden zwischen einer Kameramessung, die an Bord des Schwimmkörpers getriggert wird, und dem Eintreffen der Kameradaten über die Funkstrecke beim Prozessor sämtliche auflaufenden IMU-Daten und der aktuelle Systemzustand im Zeitpunkt der Kameramessung in einem Puffer zwischengespeichert. Nach der nächsten IMU-Messung wird nun vor der Zustandsschätzung mit den neuen IMU-Daten der Systemzustand auf den Zustand zum Zeitpunkt der Kameramessung zurückgesetzt, der Korrekturschritt durchgeführt, und anschließend sämtliche Schätzungen für die Datensätze im Puffer für den korrigierten Systemzustand wiederholt, bis die aktuelle Messung an der Reihe ist. Hier liegt der hohe Bedarf an Rechenleistung des Kalman-Filters begründet, da in einem einzigen Frame eine Stützmessung verarbeitet werden muss sowie, je nach Latenzzeit, bis zu zwanzig Schätzerschritte zu berechnen sind.

3.3.4 Ergebnisdiskussion

Zur Bewertung der Genauigkeit des entwickelten integrierten Messsystems wurde beispielhaft Messung im Wellenkanal ohne Positionsregelung und ohne Wellenanregung über 70.000 Werte durchgeführt, was einer Zeitdauer von fünf Minuten entsprach. Das Modell wurde dabei von Hand zu Bewegungen angestoßen. Mit den aufgenommenen Rohdaten wurden auf einem PC verschiedene Filtervarianten durchgerechnet und die Ergebnisse miteinander verglichen. Als Bewertung für die Abweichung der vom Kalman-Filter geschätzten Position und Lage wird nachfolgend der Betrag angesetzt, mit dem ein Korrekturschritt den geschätzten Zustand korrigieren musste. Zu diesen Differenzen werden die relativen Summenwahrscheinlichkeiten in Bild 3.18 für die genaueste Variante des Filters graphisch dargestellt. Im Anhang zeigen die Bilder D.1-D.5 die Auswirkung von Modifikationen auf die Messfehlerverteilung. Die Frequenz der Kameramessungen lag in diesem Versuch bei neun Messungen pro Sekunde, was einer Triggerung bei jeder 25. IMU-Messung entspricht.

Die besten Ergebnisse werden erzielt, wenn als Kameramessdaten \mathbf{y} die Kamerarohdaten von allen vier Leuchtmerkmalen zur Verfügung stehen. Dies entspricht sechzehn unabhängig voneinander gemessenen Daten, die mit den in $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ simulierten Daten verglichen werden können. Die relativen Summenwahrscheinlichkeiten für diesen Fall sind in Bild 3.18 aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Schätzung der Längsbewegung größere Streuungen aufweist als die anderen. Sie liegt mit $\pm 0,2\text{mm}$ Abweichungen in 80% aller Fälle aber immer noch in einem sehr guten Bereich. Die Abweichungen der

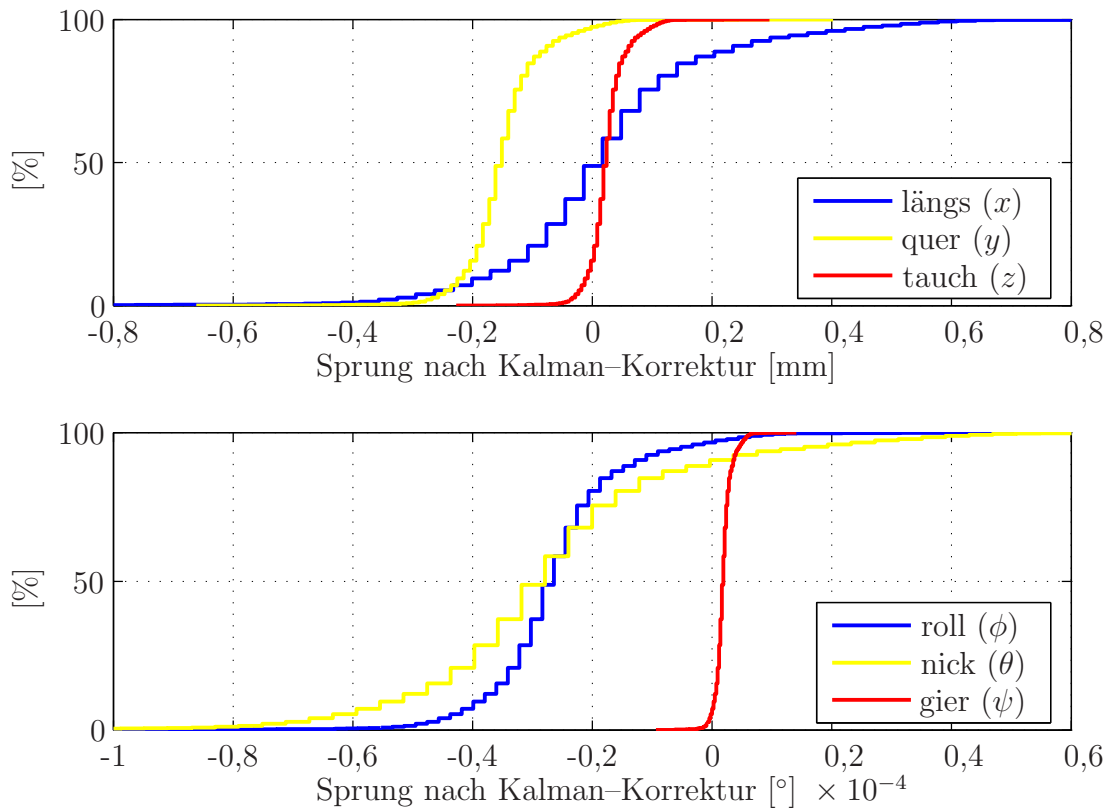


Bild 3.18: Relative Summenhäufigkeit der Kalman-Korrekturschritte als Maß für die Schätzgüte. Als Kameramessgrößen dienen 16 Kamerarohdaten, jede Kameramessung wird zur Korrektur genutzt.

Schätzungen der Querbewegung streuen kaum, verteilen sich jedoch nicht um die Null. Die Ursache hierfür ist eine ständig zu niedrige Beschleunigung in Seitenrichtung, die auf einen minimalen Ausrichtungsfehler des Kamerakoordinatensystems zum Inertialsystem oder einer sehr kleinen Verschiebung des Sensornullpunktfehlers zum Kalibrierwert zurückzuführen sein könnte. Durch weitere Kalibrier- und Ausrichtmaßnahmen könnte der Mittelwert dieser Abweichung weiter reduziert werden. Sehr gut wird die Genauigkeit der Tauchbewegung geschätzt. Die Genauigkeiten der Winkelschätzungen variieren auch, aber dies in einem Bereich, der gut vernachlässigt werden kann.

In Bild D.1 ist zu erkennen, wie es sich auf die Schätzfehler auswirkt, wenn nur die Kameradaten von einer Leuchtkugel vorliegen. Die Auswirkung auf die Höhe und die Verteilung der Schätzfehler ist erstaunlich gering, so dass der Verzicht auf die übrigen Leuchtkugeln sehr wohl in Erwägung gezogen werden sollte. Die Bildauswertung vereinfacht sich stark, das Zuordnen der berechneten Koordinaten zu den Punkten im Merkmal entfällt. Die Anzahl der Korrekturschritte würde auf ein Viertel reduziert. Der einzige wirkliche Nachteil wäre hier jedoch, dass keine 3D-Kameradaten zur Funktionskontrolle mehr zur Verfügung stünden. Diese Daten sind häufig sehr hilfreich bei der Bewertung der Schätzgüte. In Bild D.2 ist dargestellt, wie es sich auf die Schätzfehler auswirkt, wenn nur eine Kameramessung für alle vier Merkmale zur Verfügung steht. Die Werte verschlechtern sich zwar, aber auch dies in ein einem Bereich, der durchaus zu akzeptieren

ist, so dass das Einsparen einer Kamera durchaus eine sinnvolle Option ist. Über längere Zeiträume betrachtet ist jedoch damit zu rechnen, dass sich das Ergebnis verschlechtert, umso mehr, wenn der Schwimmkörper nur eine geringe Dynamik in bestimmten Freiheitsgraden aufweist.

In Bild 3.19 ist jeder der gemessenen Zeitverläufe in einem ausgewählten Ausschnitt gezeigt. Die blauen Sterne markieren hier die Stereokameramessung des jeweiligen Schwimmkörperfreiheitsgrades (Errechnet durch Triangulation der Kameraauswertung). Die rote Linie ist der geschätzte Verlauf ohne Totzeit, er enthält in der Zeit zwischen Kameramessung und dem Eintreffen der Daten die nach der Korrektur berechneten Daten. In den Daten für die Längsbewegung ist gut zu erkennen, dass die rote Linie zeitgleich mit den Kameramessungen in Richtung des Kameramesswertes korrigiert wird. Die weitere, blaue Linie dagegen zeigt die Daten, bei denen der Zeitraum zwischen der Kameramessung und dem Eintreffen der Daten weitergeschätzt wurde. Die Korrektur ist hier erst verzögert hinter der Kameramessung möglich. Bei den Winkelsignalen ist die blaue Linie nicht mit eingezeichnet, da ein Unterschied in diesem Maßstab nicht sichtbar ist. Bei dieser Darstellung ist zu ergänzen, dass die durch einen Stern gekennzeichneten Kameradaten nicht die Daten sind, die zur Berechnung der Kalmankorrektur herangezogen wurden. Hierfür wurden in der gezeigten Auswertung die Kamerarohdaten verwendet, die sich aber in dem Diagramm nicht darstellen lassen.

Gut zu erkennen ist allerdings, wie insbesondere bei den Winkelsignalen die Kameradaten durch die IMU-Messungen geglättet werden. Im Signal für die Längsbewegung ist am rechten Rand sehr gut der Einfluss der Korrekturen sichtbar. Schon aus dem Diagramm für die Fehlerverteilung in Bild 3.18 war abzulesen, dass die Werte dieser Bewegung am stärksten korrigiert werden müssen. In gepunkteten blauen Linien über und unter den Kurven der Schätzwerte ist das Band des geschätzten Fehlers aus der Schätzfehlercovarianzmatrix aufgetragen. Diese Kurven sind für die Winkelsignale weggelassen worden, da der Abstand von der durchgezogenen Linie nicht erkennbar ist. Auffällig ist, dass der geschätzte Fehler für die Tauchbewegung größer ist als für die Längs- und Querbewegung. Die Ursache dafür liegt darin begründet, dass dies die für die Kameras am ungünstigsten zu beobachtende Achse ist.

In Bild 3.20 wird gezeigt, wie sich das Herabsetzen der Messfrequenz der Kamera auf die Genauigkeit der Schätzung auswirkt. Hier ist deutlich zu erkennen, dass die Schätzdaten der translatorischen Freiheitsgrade in nicht unerheblichem Maße korrigiert werden müssen. Gut zu sehen ist, dass der Schlauch um die durchgezogenen Linien mit längeren Intervallen zwischen den Korrekturen größer wird. Die Fehlerverteilung zu dieser Messung zeigt Bild D.3. Die Werte unterscheiden sich von denen aus Bild 3.18 z.T. um eine Größenordnung.

In Bild D.5 ist dargestellt, wie die Fehler für die Variante der Kameramessung verteilt sind, in der die Schwimmkörperfreiheitsgrade direkt als Messdaten vorliegen. Auch hier ist die Genauigkeit um mindestens eine Größenordnung niedriger als für die vorher diskutierte Variante, was eindeutig gegen die Berechnung der Position des Schwimmkörpers aus den Kameradaten durch Triangulation spricht.

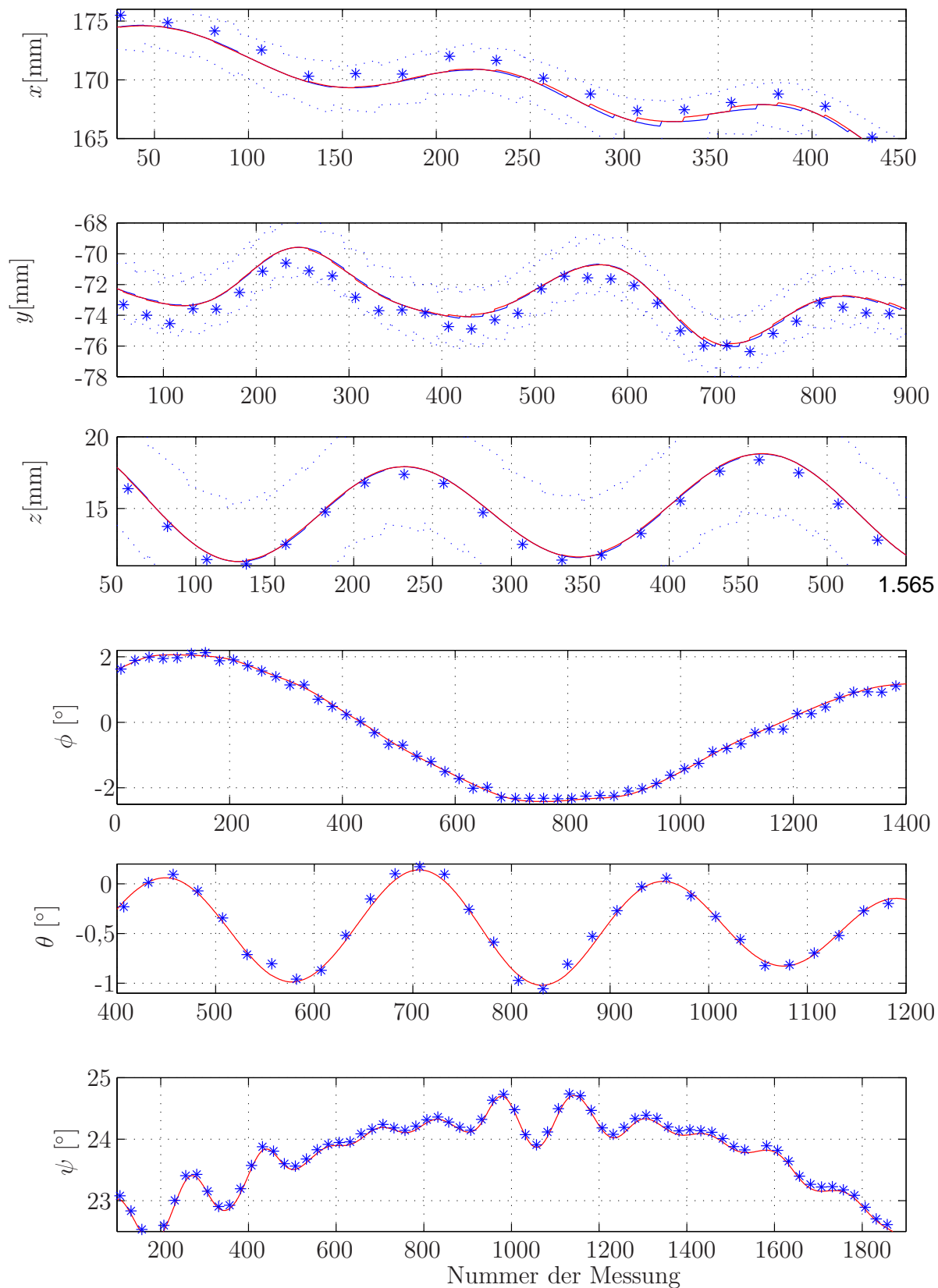


Bild 3.19: Ausgewählte Bereiche der gemessenen Schwimmkörperbewegungen. Als Kameramessgrößen dienen 16 Kamerarohdaten; zu jeder Kameramessung erfolgt eine Kalman-Korrektur.

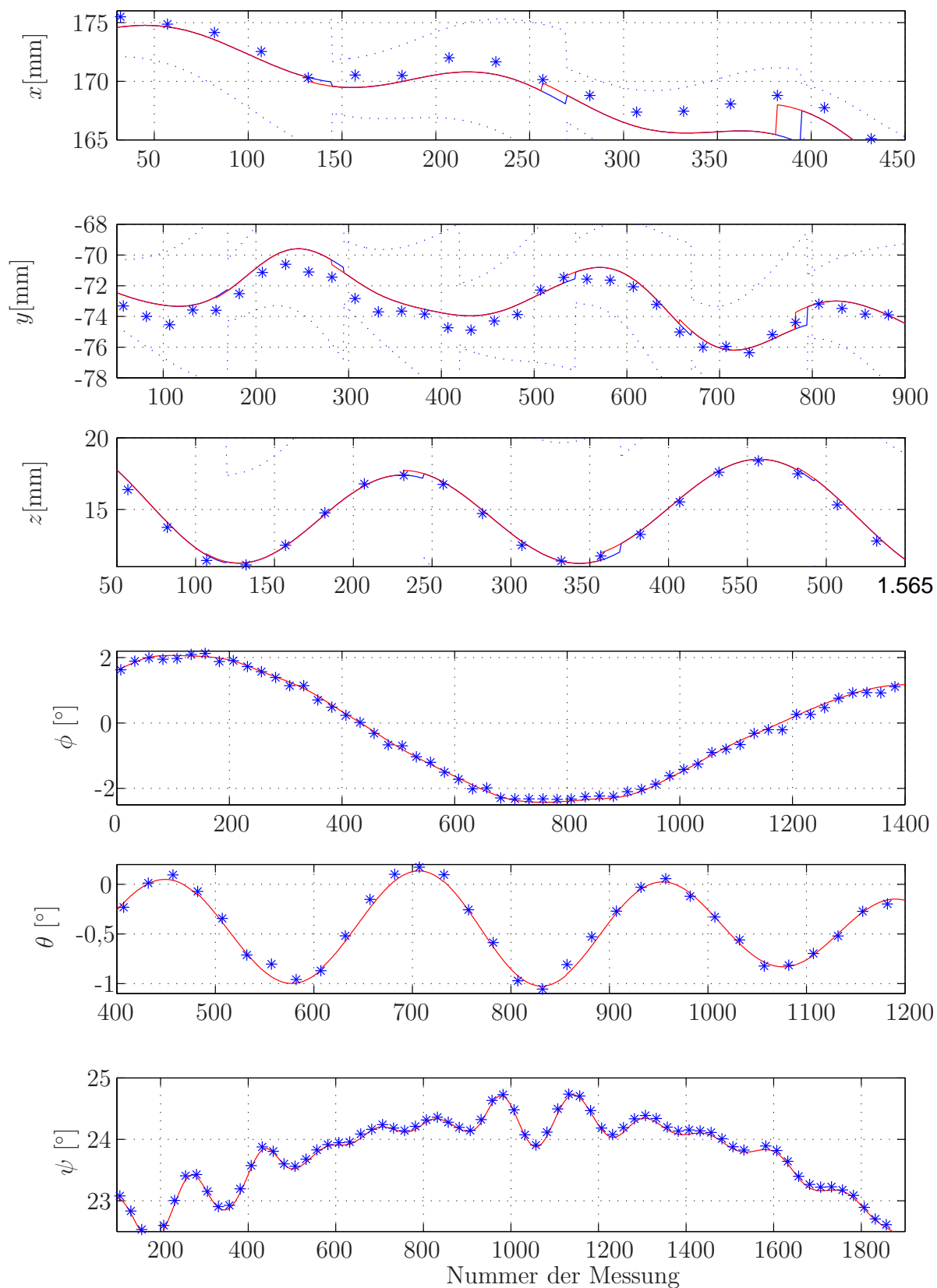


Bild 3.20: Ausgewählte Bereiche der gemessenen Schwimmkörperbewegungen. Als Kameramessgrößen dienen 16 Kamerarohdaten; zu jeder fünften Kameramessung erfolgt eine Kalman-Korrektur.

3.4 Positions- und Lageregler

Nach Fossen (1994) gliedert sich die Theorie der Regelung von Schiffsbewegungen in zwei Bereiche, die sich in ihrer Dynamik stark voneinander unterscheiden. Der erste Bereich ist die Regelung von niederfrequenten Bewegungen, was der Positionierung oder Bewegung entlang einer vordefinierten Trajektorie entspricht (Fahrzeugführung). Der zweite Bereich ist die Regelung der Bewegungen im höherfrequenten Bereich der Wellenanregung. Regelungen dieser zweiten Art kommen bei der Rollstabilisierung von Schiffen oder der Hubkompensation von Objekten in Brandungsgebieten zum Einsatz. Diese beiden Regelungsbereiche werden jedoch nicht immer getrennt voneinander betrachtet. Bei der Entwicklung von Autopiloten werden die Ruder des Schiffs für das Kurshalten und für die gleichzeitige Rollstabilisierung verwendet Perez (2005). Durch die Regelung müssen in diesem Fall beide Frequenzgebiete erfasst werden. Moderne Regelungen für Schiffsbewegungen basieren nach Strand (1999) auf nichtlinearen Reglern, die ein mathematisches Modell der Wellenanregungen enthalten, um eine optimale Erfüllung der Regelaufgabe zu erreichen.

Das Ziel der hier beschriebenen Entwicklung ist nicht die Weiterentwicklung von Reglern, wie sie für die Kurshaltung oder die Positionierung von Schiffen eingesetzt werden. Dort sind die Systeme häufig unteraktuiert, so dass spezielle Strategien verwendet werden müssen. Für den hier betrachteten voll aktuierten Versuchsschwimmkörper ist eine Positionsregelung durch lineare Reglerstrukturen ohne Modell der Wellenanregung entworfen worden. Lineare Reglerstrukturen wie PID-Regler haben sich seit vielen Jahrzehnten als Standard etabliert und werden aufgrund ihrer hohen Zuverlässigkeit bis heute in allen Bereichen der Technik genutzt. Die ersten mit Hilfe dieser Strukturen erzeugten Positionsregelungen, so genannte Nachlauf- oder Servoregelungen, wurden nach Gassmann (2003) im zweiten Weltkrieg für Steuerungs- und Richtaufgaben von Waffensystemen genutzt. Heute werden Positionsregelungen dieser Art häufig bei Industrierobotern eingesetzt (Papiernik 1994).

Um mit den linearen Reglerstrukturen brauchbare Ergebnisse erzielen zu können, werden die Regelkreise digital mit einer hohen Taktfrequenz betrieben, was voraussetzt, dass vom Messsystem entsprechend häufig eine präzise Signalrückführung geliefert wird. Weiterhin ist es erforderlich, dass die verwendeten Aktoren schnell genug reagieren und in ihrer Eigendynamik um ein Vielfaches schneller als die Dynamik der Regelstrecke sind. Diese Voraussetzungen sind im vorliegenden Fall erfüllt, die Wasserstrahlantriebe sind hochdynamisch und bauen innerhalb weniger Zehntel Sekunden den vollen Schub auf. Die Positionsmessung liefert 228 Mal in der Sekunde einen vollen Zustandsvektor mit einer Latenz von einem Messwert an den Regler. In Abschnitt 3.4.1 wird die Struktur des hier implementierten Reglers, in 3.4.2 das vereinfachte lineare Modell der Regelstrecke und in Abschnitt 3.4.3 der Reglerentwurf beschrieben.

3.4.1 Reglerstruktur

Bei Isermann (2008) wird für die Bahnsteuerung von Werkzeugmaschinen die Kaskadenregelung als Standard angeführt. Die Kaskadenregelung ist eine Weiterführung eines Standardregelkreises unter Berücksichtigung einer oder mehrerer Hilfsmessgrößen Y_H . Durch die Aufteilung der Regelstrecke

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

entstehen zwei einander überlagerte Regelkreise, wie Bild 3.21 zeigt.

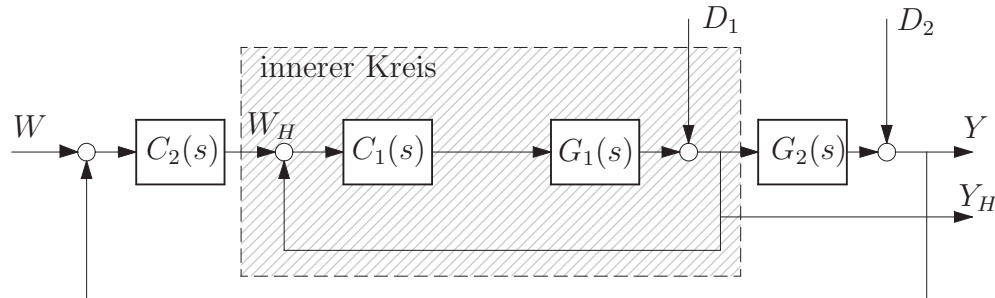


Bild 3.21: Blockschaltbild für eine Kaskadenregelung.

Der innere Regelkreis besteht aus dem Regler C_1 und der Regelstrecke G_1 . Den Sollwert W_H für den inneren Regelkreis liefert der Regler C_2 des äußeren Regelkreises. Die Regelstrecke für den Regler C_2 ist die Regelstrecke G_2 in Reihenschaltung mit dem inneren Regelkreis. Der innere Regelkreis muss die Störung D_1 so weit ausregeln, dass sie keinen wesentlichen Einfluss auf den äußeren Regelkreis hat. Der äußere Regler wird dann auf ein gutes Führungsverhalten ausgelegt. Im Falle der klassischen Bahnsteuerung wird ein dreifach kaskadierter Regler verwendet, bei dem der äußere Regelkreis der Positionsregler ist, der den Geschwindigkeitssollwert für den mittleren Geschwindigkeitsregelkreis liefert. Dieser regelt die Geschwindigkeit als Hilfsmessgröße und erzeugt den Beschleunigungs- oder Kraftsollwert für den inneren Beschleunigungs- oder Kraftregelkreis. Jeder dieser Einzelregler ist üblicherweise als einfacher linearer PID-Regler ausgelegt.

Im linearen Modell sind die zu regelnden Längs-, Quer- und Gierbewegungen voneinander unabhängig. Durch die Gestaltung der Aktoren sind diese Bewegungen, anders als bei einem konventionellen Schiffsantrieb, auch unabhängig voneinander ansteuerbar, wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben worden ist. Lediglich für die Quer- und die Gierbewegung müssen die Schubkräfte der seitlichen Aktoren einander linear überlagert werden. Aus diesem Grund wird für jede Bewegungsrichtung jeweils ein Kaskadenregler für die Bahnsteuerung (in diesem Fall dem Halten einer Position) entworfen und appliziert. Der Reglerentwurf wird dabei für einen zweistufigen Regler mit dem Positionsregler als äußerem Regelkreis und dem Geschwindigkeitsregler als innerem Kreis durchgeführt. Der Kraftregler ist durch die Verwendung von drehzahlgeregelten Elektromotoren bereits vorhanden. Die Beziehung zwischen Schubkraft und Motordrehzahl ist in den Diagrammen aus Bild 3.7 angegeben. Die nichtlinearen Kennlinien werden dabei im Regler hinterlegt, so dass die vom Geschwindigkeitsregler ermittelte Sollbeschleunigung mit Hilfe des Streckenmodells in eine Sollkraft und dann mit Hilfe der Antriebskennlinien direkt als

Drehzahlswert an die Antriebsmotoren ausgegeben wird. Die Drehzahlregelung der Antriebsmotoren in deren internen Motion-Controllern wiederum wird auch durch einen zweistufigen Kaskadenregler übernommen, der aus dem äußeren Drehzahlregler und dem inneren Drehmoment- oder Stromregler aufgebaut ist. Im Grunde genommen liegt hier insgesamt eine vierstufige Kaskadenregelung vor, von der aber nur die beiden äußeren Kaskadenstufen noch umgesetzt werden mussten.

3.4.2 Lineares Streckenmodell

Aus Abschnitt 3.4.1 ergibt sich die Vereinfachung, dass drei entkoppelte Regelkreise zur Regelung der drei Schwimmkörperfreiheitsgrade zum Einsatz kommen sollen. Für den Entwurf der linearen Regler wird jeweils eine lineare Übertragungsfunktion benötigt, die die Beziehung zwischen der Eingangsgröße, der entsprechenden Antriebskraft F_{Ai} bzw. dem Antriebsmoment M_{Ai} , und der Ausgangsgröße, der Position p_i des Schwimmkörpers, herstellt. Die Motoren des Schwimmkörpers müssen mit einem Drehzahlswert angesteuert werden. Der nichtlineare Zusammenhang zwischen den Antriebskräften in Längs- und Quer- sowie dem Antriebsmoment in Gier-Richtung und den entsprechenden Motordrehzahlen ist in Abschnitt 3.2.1 in den Diagrammen des Bildes 3.7 angegeben. Dieser nichtlineare Zusammenhang ist als hinterlegtes Kennfeld Teil des Regelgesetzes, so dass diese Nichtlinearität bei dem Reglerentwurf nicht mit berücksichtigt werden muss. Nach Impuls- und Drallsatz in linearisierter Form gilt für die Bewegung des Körpers in den drei zu regelnden Körperfriheitsgraden

$$\begin{aligned} m_{SK} \cdot \ddot{x} + F_{Wx}(\dot{x}) &= F_{Ax} \quad , \\ m_{SK} \cdot \ddot{y} + F_{Wy}(\dot{y}) &= F_{Ay} \quad \text{und} \\ I_{SKzz} \cdot \dot{\omega}_z + M_{W\psi}(\omega_z) &= M_{A\psi} \end{aligned} \quad (3.41)$$

mit den Antriebskräften F_{Ax} , F_{Ay} in den Bewegungsrichtungen und dem Antriebsmoment $M_{A\psi}$ um die Gierachse für den vorliegenden Fall, dass es keinerlei Rückstellkräfte in diesen Freiheitsgraden gibt. Die richtungs- und geschwindigkeitsabhängigen Widerstandskräfte $F_{Wx}(\dot{x})$, $F_{Wy}(\dot{y})$ und das Widerstandsmoment $M_{W\psi}(\omega_z)$ wurden experimentell ermittelt. Die Werte sind als Kennlinie in Bild 3.8 angegeben. Da der Regler des Versuchsschwimmkörpers für das Halten einer bestimmten Position und Lage ausgelegt wird, ist es hier nicht notwendig, die nichtlinearen Zusammenhänge in den Kennlinien aus Bild 3.8 zu berücksichtigen. Dies würde zu adaptiven Achsenreglern mit von den Geschwindigkeiten abhängigen Reglerkonstanten führen, einer Erweiterung, die bei Bedarf vollzogen werden kann. Für die geschwindigkeitsabhängigen Widerstandskräfte werden daher die linearen Ausdrücke $F_{Wx}(\dot{x}) = d_x \dot{x}$, $F_{Wy}(\dot{y}) = d_y \dot{y}$ und $M_{W\psi}(\omega_z) = d_\psi \dot{\psi}$ eingeführt. Aus den Diagrammen ergeben sich für Bewegungen mit sehr niedrigen Geschwindigkeiten diese Konstanten zu

$$d_x = 1,743 \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \quad , \quad d_y = 6,52 \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \quad \text{und} \quad d_\psi = 0,3832 \text{Ns} \quad . \quad (3.42)$$

Durch die Anwendung der Laplace-Transformation lassen sich nun die Übertragungsfunktionen mit

$$\begin{aligned}
 G_x(s) &= \frac{P_x(s)}{F_{Ax}(s)} = \frac{\frac{1}{m_{SK}}}{s^2 + \frac{d_x}{m_{SK}} \cdot s} = \frac{\frac{1}{d_x}}{s \left(\frac{m_{SK}}{d_x} \cdot s + 1 \right)} , \\
 G_y(s) &= \frac{P_y(s)}{F_{Ay}(s)} = \frac{\frac{1}{m_{SK}}}{s^2 + \frac{d_y}{m_{SK}} \cdot s} = \frac{\frac{1}{d_y}}{s \left(\frac{m_{SK}}{d_y} \cdot s + 1 \right)} \quad \text{und} \quad (3.43) \\
 G_\psi(s) &= \frac{P_\psi(s)}{M_{A\psi}(s)} = \frac{\frac{1}{I_{SKzz}}}{s^2 + \frac{d_\psi}{I_{SKzz}} \cdot s} = \frac{\frac{1}{d_\psi}}{s \left(\frac{I_{SKzz}}{d_\psi} \cdot s + 1 \right)}
 \end{aligned}$$

angeben. Werden die Zahlenwerte eingesetzt, ergeben sich daraus

$$\begin{aligned}
 G_x(s) &= \frac{P_x(s)}{F_{Ax}(s)} = \frac{0,584}{s(21,1s + 1)} , \\
 G_y(s) &= \frac{P_y(s)}{F_{Ay}(s)} = \frac{0,153}{s(5,64s + 1)} \quad \text{und} \quad (3.44) \\
 G_\psi(s) &= \frac{P_\psi(s)}{M_{A\psi}(s)} = \frac{2,6}{s(5,87s + 1)} .
 \end{aligned}$$

3.4.3 Reglerentwurf

Die Übertragungsfunktionen (3.43) der einzelnen Regelstrecken des Systems haben bis auf Parametervariationen die gleiche Struktur:

$$G_i(s) = \frac{P_i}{F_{A_i}} = \frac{K_i}{s(sT_i + 1)} .$$

Dabei ist K_i die statische Verstärkung und T_i die Zeitkonstante der jeweiligen Regelstrecke. Die Regelung wird, wie in Abschnitt 3.4.1 beschrieben, in einer Nachlaufregelung, einer Spezialform der Kaskadenstruktur mit der Geschwindigkeit v_i als zusätzlicher Messgröße, entworfen. Die Übertragungsfunktion des Systems mit der Antriebskraft F_{A_i} als Eingangs- und der Position P_i als Ausgangsgröße wird in zwei Übertragungsfunktionen aufgeteilt:

$$G_i(s) = G_{1_i}(s) \cdot G_{2_i}(s) , \quad \text{mit} \quad (3.45)$$

$$G_{1_i}(s) = \frac{V_i}{F_{A_i}} = \frac{K_i}{T_i s + 1} \quad \text{und} \quad G_{2_i}(s) = \frac{P_i}{V_i} = \frac{1}{s} , \quad (3.46)$$

was der Reglerstruktur in Bild 3.21 entspricht.

Die Regler C_i in der Kaskadenstruktur werden von innen nach außen mit dem Wurzelortskurvenverfahren entworfen. Die Reglerparameter für C_1 werden für die Regelstrecke G_1 bestimmt, und der Regler C_2 steuert den geschlossenen inneren Regelkreis in Reihenschaltung mit der äußeren Regelstrecke G_2 .

Entwurf des inneren Regelkreises

Der innere Regelkreis mit der Regelstrecke

$$G_{1_i}(s) = \frac{V_i}{F_{A_i}} = \frac{K_i}{T_i s + 1} \quad (3.47)$$

wird durch einen PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$C_{1_i}(s) = K_{C_{1_i}} \left(1 + \frac{1}{T_{I_i} s} \right) = K_{C_{1_i}} \left(\frac{s + \frac{1}{T_{I_i}}}{s} \right) \quad (3.48)$$

geregelt. Im Zeitbereich wird das Übertragungsverhalten des Reglers mit der momentanen Regelabweichung $e_{1_i}(t)$ durch die Differentialgleichung

$$v_i(t) = K_{C_{1_i}} e_{1_i}(t) + \frac{K_{C_{1_i}}}{T_{I_i}} \int e_{1_i}(t) dt \quad (3.49)$$

beschrieben und ist in dem in Bild 3.22 gezeigten Blockdiagramm enthalten.

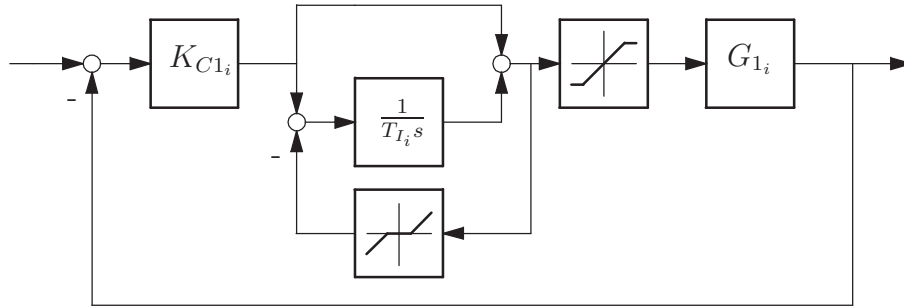


Bild 3.22: Innerer Regelkreis.

Die Übertragungsfunktion des Reglers C_{1_i} mit der Verstärkung $K_{C_{1_i}}$ hat eine Polstelle bei $s = 0$ und eine Nullstelle bei $s = \frac{1}{T_{I_i}}$. Die Nullstelle des Reglers wird so gewählt, dass sie mit der Polstelle der Regelstrecke identisch ist und diese kompensiert:

$$T_{I_i} = T_i \quad . \quad (3.50)$$

Wird die Polstelle der Regelstrecke durch Ungenauigkeiten im Streckenmodell oder im Regler nicht exakt durch die Nullstelle des Reglers kompensiert, ist dies nach Lunze (2003) für die Dynamik des Regelkreises unschädlich, solange es sich dabei um eine stabile Polstelle handelt. Die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Kreises ergibt sich mit der Polstellenkompensation zu

$$G_{W_{1_i}}(s) = \frac{1}{s\bar{T}_i + 1} \quad \text{mit} \quad \bar{T}_i = \frac{T_i}{K_i K_{C_{1_i}}} \quad . \quad (3.51)$$

Die Zeitkonstante des geschlossenen Regelkreises kann direkt durch die Verstärkung $K_{C_{1_i}}$ des Reglers festgelegt werden. Die Verstärkung wird durch das Wurzelortskurvenverfahren anhand der Beruhigungszeit $t_{5\%}$ bestimmt. Bei Regelkreisen mit einem dominierenden Pol \bar{s} ist die Beruhigungszeit der Sprungantwort durch

$$t_{5\%} \approx \frac{3}{\bar{s}} = 3\bar{T}_i \quad (3.52)$$

gegeben. Für die inneren Kreise wird eine Beruhigungszeit von $t_{5\%} = 1,4 \dots 1,7s$ gefordert.

Die Stellgrößenbeschränkung aufgrund der physikalisch begrenzten Antriebskräfte wird durch eine Sättigungskennlinie berücksichtigt. Die Stellgrößenbeschränkung hat eine verzögernde Wirkung auf die Dynamik des Regelkreises. Ist in dem Regler ein Integrierglied vorhanden, kann es nach Gassmann (2001) zum Wind-Up Effekt kommen, was zu einem starken Überschwingen der Ausgangsgröße führt: Wird bei einer großen Regelabweichung die Begrenzung der Stellgröße überschritten, kann die Ausgangsgröße dem Sollwert nur langsam nachgeführt werden. Am Eingang des Integrierglieds liegt über längere Zeit eine große Regelabweichung an, wodurch die Stellgröße dauernd zunimmt. Verschwindet die Regelabweichung, kann das Integrierglied nicht sofort darauf reagieren, da die hohe geforderte Stellgröße erst wieder langsam abgebaut werden muss. Um dieses Phänomen zu vermeiden, wird die Regelabweichung am Eingang des Integrierglieds bei einer Überschreitung der Stellgrößenbeschränkung durch die Rückführung der Stellgröße verringert. In Bild 3.22 ist diese Rückführung durch eine Totzone mit den gleichen Grenzen wie die Stellgrößenbeschränkung realisiert. So wird nur der Betrag zurückgeführt, um den die Stellgrößenbeschränkung überschritten wird.

Entwurf des äußeren Regelkreises

Der äußere Regelkreis mit der Regelstrecke

$$G(s) = \frac{P_i}{F_{A_i}} = G_{W1_i}(s) \cdot G_{2_i}(s) = \frac{1}{s(s\bar{T}_i + 1)} \quad (3.53)$$

wird durch einen PD-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$C_{2_i}(s) = K_{C2_i}(1 + T_{D_i}s) \quad (3.54)$$

geregelt. Im Zeitbereich wird das Übertragungsverhalten des Reglers bei einer Regelabweichung $e_{2_i}(t)$ durch die Differentialgleichung

$$P_i(t) = K_{C2_i}e_{2_i}(t) + K_{C2_i}T_{D_i}\dot{e}_{2_i}(t) \quad (3.55)$$

beschrieben. Mit dem gewählten Regler entsteht ein Regelkreis, wie er in Bild 3.23 gezeigt wird.

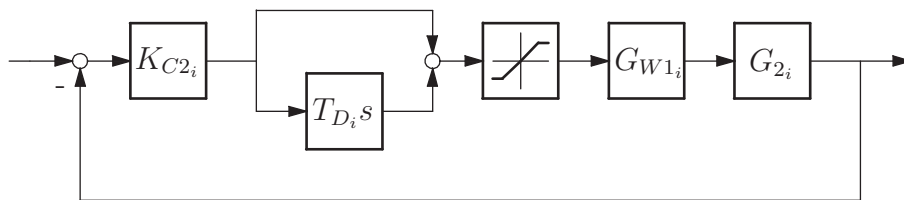


Bild 3.23: Äußerer Regelkreis.

Durch die Übertragungsfunktion des Reglers C_{2_i} mit der Verstärkung K_{C2_i} und einer Nullstelle $s = \frac{1}{T_{D_i}}$ ergibt sich die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Kreises zu

$$G_{W2_i}(s) = K_{C2_i} \frac{(1 + T_{D_i}s)}{s^2\bar{T}_i + s(1 + K_{C2_i}T_{D_i}) + K_{C2_i}} \quad (3.56)$$

Die Führungsübertragungsfunktion beschreibt ein System zweiter Ordnung und weist ein dominierendes Polpaar auf. Die Werte für $K_{C_{2i}}$ und T_{D_i} werden durch das Wurzelortskurvenverfahren bestimmt. Für die äußeren Regelkreise wird dabei eine Überschwingweite von $M_p = 0 \dots 0,2$ und eine Beruhigungszeit von $t_{2\%} = 1,6 \dots 2,6$ s der Sprungantwort gefordert. Durch diese Dynamikanforderungen ergibt sich das in Bild 3.24 gezeigte Gebiet für die Pole des geschlossenen Regelkreises.

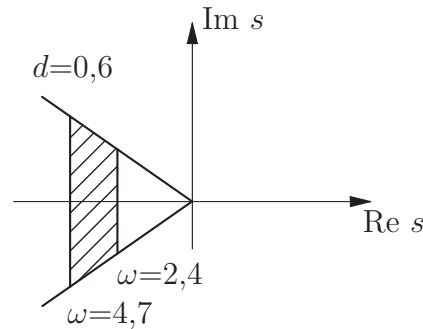


Bild 3.24: Polgebiet.

Die Stellgröße des Reglers C_{2i} , die den Sollwert für den Regler des inneren Kreises darstellt, wird durch die höchste in der Modellbildung getestete Geschwindigkeit bzw. Winkelgeschwindigkeit begrenzt.

Bestimmung der Reglerparameter anhand der Wurzelortskurve

Die dargestellte Ermittlung der Reglerparameter durch das Wurzelortskurvenverfahren wird noch exemplarisch an der Bewegung in x -Richtung gezeigt. Die Übertragungsfunktion des inneren Regelkreises lautet

$$G_{1x}(s) = \frac{V_x}{F_{Ax}} = \frac{0,584}{s(21,1s + 1)} \quad (3.57)$$

Damit die Polstelle der Regelstrecke kompensiert wird, wird $T_{I_x} = 21,1$ gewählt. Mit einer Verstärkung von $K_{C_{1i}} = 74$ hat der innere Regelkreis eine Beruhigungszeit von $t_{5\%} = 1,46$ s. Damit ist der Regler C_{1i} komplett beschrieben und die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen inneren Regelkreises ergibt sich zu

$$G_{W_{1x}}(s) = \frac{1}{0,488s + 1} \quad (3.58)$$

Die Übertragungsfunktion des äußeren Kreises ist durch

$$G(s) = \frac{P_x}{F_{Ax}} = G_{W_{1x}}(s) \cdot G_{2x}(s) = \frac{1}{s(0,488s + 1)} \quad (3.59)$$

gegeben. Die Übertragungsfunktion hat zwei Polstellen bei $s = 0$ und $s = 2,05$. Um die Polstellen in das gewünschte Gebiet aus Bild 3.24 zu bringen, wird die Nullstelle des Reglers C_{2x} bei $s = 2,5$ gesetzt. Daraus folgt $T_{D_x} = 0,4$ mit einer Verstärkung von $K_{C_{2x}} = 3$. Für den geschlossenen Kreis ergeben sich damit eine Eigenfrequenz von $\omega_n = 2,48 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ und eine Dämpfung von $d = 0,91$.

Die ermittelten Reglerparameter für alle Bewegungsrichtungen sind in Tabelle 3.8 aufgeführt. Dabei wurden die Verstärkungen in der y -Richtung nach der theoretischen Entwicklung bei einem Test im Wellenkanal etwas gesenkt, um die Drehung ψ um die z -Achse bei der Überlagerung stärker zu gewichten und somit einen ruhigeren Lauf zu gewährleisten. Der ausführliche Reglerentwurf und auch die experimentelle Bestimmung der Widerstands- und Antriebskennlinien sind bei Modrow (2007) nachzulesen.

Tabelle 3.8: Reglerparameter

Bewegungsrichtung	innerer Kreis		äußerer Kreis	
	K_{C1_i}	T_{I_i}	K_{C2_i}	T_{D_i}
x	74	21,1	3	0,4
y	10	5,64	0,5	1
ψ	4	5,87	2	0,5

3.5 Implementierung auf einem Bordrechner

Die zuvor beschriebenen Kalman-Filter und Positionsregler wurden zunächst mit Hilfe der Computersoftware MATLAB entworfen. Die Systemgleichungen wurden mit der MATLAB Symbolmanipulationssoftware für die weitere Codegenerierung symbolisch aufgestellt und zusammengefasst. Die Abstimmung der Modellparameter sowie die Untersuchung der unterschiedlichen Filter, die in Abschnitt 3.3.3 ausführlich beschrieben sind, erfolgte durch Nachauswertungen von in Versuchen gespeicherten Sensorrohdaten mit den MATLAB Programmen. Die Tests im Schwimmkörper erfolgten mit einem Echtzeitprogramm, das mit LabVIEW Realtime erstellt worden ist und das auf einem PC unter dem LabVIEW Echtzeitbetriebssystem ausgeführt wurde. Um eine hohe Ausführungsgeschwindigkeit in Echtzeit trotz der umfangreichen numerischen Operationen zu gewährleisten, sind nur die Kommunikationsroutinen, das Zeitmanagement, die Datenspeicherung und der Regler in LabVIEW implementiert. Das Kalman-Filter ist vollständig in C++ geschrieben und wird als dynamische Bibliothek vom LabVIEW Programm aufgerufen. Die Rechenzeiten zwischen zwei IMU-Messungen liegen bei einem PC mit einem Intel Quadcoreprozessor (2,66GHz) bei reiner Zustandsschätzung bei $20\mu\text{s}$. Im Falle der Kalman-Korrektur mit anschließender Kompensation der Totzeit des Kamerasignals beträgt die Rechenzeit ca. $300\mu\text{s}$. Diese Zeitangaben gelten für die genauere und um ein Vielfaches rechenaufwendigere vorgestellte Variante des Kalman-Filters, bei der die Kamerarohdaten als Stützgröße $\tilde{\mathbf{y}}$ verwendet werden. Zum Betrieb dieser Konfiguration werden drei zweiadrige Signalkabel zwischen dem Echtzeit-PC und dem Schwimmkörper benötigt: Eine Empfangsleitung für die Signale der IMU, eine Sendeleitung für die Sollgeschwindigkeiten der Motoren und eine Leitung zur Ansteuerung der Infrarot-Kameratriggerung und der Beleuchtung der Leuchtmerkmale auf dem Deckel des Schwimmkörpers. Diese Signalkabel sind sehr dünn und flexibel und behindern den Schwimmkörper kaum in der Ausführung der Bewegungen.

Zur Einhaltung des gesteckten Projektziels, einen vollständig kabellosen Betrieb des Schwimmkörpers zu erreichen, bietet es sich zunächst an, die verbleibenden Steuerkabel durch Funkstrecken zu ersetzen. Versuche mit unterschiedlichen am Markt verfügbaren Technologien zur schnellen drahtlosen Übertragung von ASCII-Daten wie Bluetooth oder W-LAN zeigten jedoch, dass die paketgebundene Datenübertragung auf der einen Seite zwar hohe Durchsatzraten ermöglicht, auf der anderen Seite jedoch erst in unregelmäßigen Abständen Datenpakete ausgesendet werden. Latenzzeiten zwischen dem Senden der Daten und dem Empfang von bis zu 40ms bei Bluetooth und 12ms bei W-LAN lassen bei einer Zeitspanne von 4,4ms zwischen zwei IMU-Messungen diese Technologie nicht zu. Statt dessen muss das Echtzeitprogramm mit Kalman-Filter und Regler an Bord des Schwimmkörpers ausgeführt werden. Bei dieser sog. Embedded-Lösung müssen nur Daten vom Kamerarechner zum Schwimmkörper übertragen werden. Da bei dieser Übertragung ohnehin eine Totzeitkompensation vorgenommen wird (Abschnitt 3.3.3), wirkt sich die durch die Funkstrecke zusätzlich eingebrachte Verzögerung beim Signalempfang nicht schädlich auf das Gesamtsystem aus.

Die gewählte Embedded-Plattform zum Betrieb des Bordrechners ist ein 32bit mit 600MHz getakteter digitaler Signalprozessor (DSP) mit integriertem Mikrocontroller vom Typ *Blackfin BF-537* von der Firma *Analog Devices* mit zwei UARTs für je eine serielle Schnittstelle nach RS-232. Über die eine Schnittstelle werden die IMU-Daten, 31Bytes bei 115200 kbit/s, eingelesen und die vom Regler berechneten Drehzahlsollwerte an die Motoren ausgegeben. Über die andere Schnittstelle wird die Verbindung zum Kamerarechner an Land hergestellt. Diese wird statt über ein Kabel transparent über eine W-LAN-Strecke geführt.

3.5.1 Ablauf des Bordrechnerprogramms

Im Bordrechner sind das in Abschnitt 3.3.3 beschriebene Kalman-Filter sowie der in Abschnitt 3.4 beschriebene Positionsregler implementiert. Mit jedem Eintreffen von IMU-Messdaten wird das Bordrechnerprogramm einmal durchlaufen, werden Daten ein- und ausgegeben und wird auf den nächsten Satz IMU-Daten gewartet. Für jeden Durchlauf oder Frame steht die Zeit zwischen zwei IMU-Messungen, also ca. 4,4ms, zur Verfügung. Die Kameras hingegen werden extern über ein Infrarotsignal von Bord aus getriggert, und nach der abgeschlossenen Bildverarbeitung werden die Kameramessdaten $\tilde{\mathbf{y}}$ wie erwähnt an den Bordrechner übertragen.

In Bild 3.25 wird die Arbeitsweise des Bordrechners schematisch gezeigt, wobei für jeden Funktionsblock eine Zeile vorgesehen ist. In der ersten Zeile ist die Datenübertragung von der IMU in jedem Frame dargestellt. Mit der Ankunft der IMU-Daten beginnt der nächste Frame, und das Programm im Bordrechner wird parallel zum Eingang des nächsten IMU-Datensatzes ausgeführt. Der erste Schritt nach dem Dateneingang ist immer zuerst die Schätzung des aktuellen Zustandes $\hat{\mathbf{x}}$ nach den Gleichungen (3.16) und (3.17), was in der zweiten Zeile dargestellt ist. Zu jedem dritten Frame werden die Berechnungen für den Geschwindigkeitsregler (Zeile 3) und zu jedem neunten Frame für den Positionsregler (Zeile 4) durchgeführt.

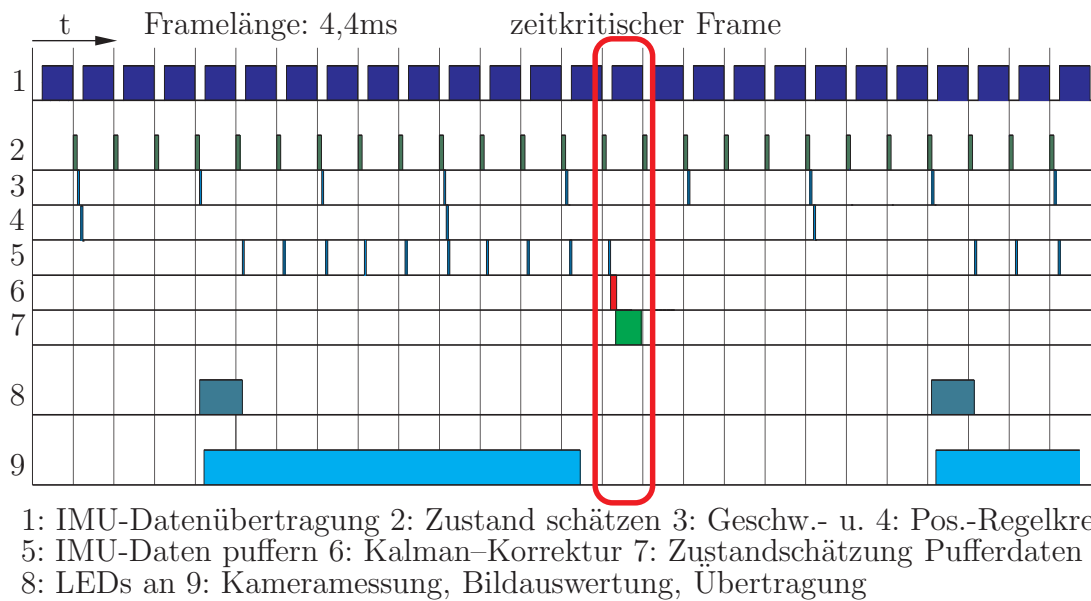


Bild 3.25: Timing-Diagramm des dynamischen Positioniersystems.

Zum Triggern der Kameras wird über einen digitalen Ausgang des Bordrechners ein Rechteckgenerator eingeschaltet, der fünf Infrarot-LEDs mit einer Frequenz von 38kHz für die Dauer eines Frames lang blitzen lässt. Dieses Signal wird von einem Empfänger auf der Kamerahalterung registriert, und die Kameras werden mit einer Verzögerung von durchschnittlich 0,4ms ausgelöst. Gleichzeitig werden die LEDs unter den Leuchtkörpern (s. Bild 3.11) für eine Framedauer eingeschaltet. Bei einem Gesamtstrom von ca. 5A würden die LEDs bei dauerhafter Beleuchtung zu viel Energie benötigen, die unnötig in Wärme umgesetzt würde. Dieser Vorgang ist in der achten Zeile dargestellt. Quasi zeitgleich mit dem Triggersignal wird die Kameramessung ausgelöst (1ms), danach werden die Bilddaten zum PC übertragen, die Bilder ausgewertet und die Daten $\tilde{\mathbf{y}}$ an den Bordrechner übertragen. Dieser Vorgang dauert ca. 50-60ms und ist in der neunten Zeile aufgetragen.

Nach Abschnitt 3.3.3 kann ausschließlich der geschätzte Zustand $\hat{\mathbf{x}}$ zum Zeitpunkt der Kameramessung mit den empfangenen Kameramessdaten $\tilde{\mathbf{y}}$ nach Gleichung (3.11) korrigiert werden, da das Filter andernfalls instabil werden könnte. Bei einer offline-Filterberechnung müssen lediglich die Zeitachsen der Kameradaten und der IMU-Daten gegeneinander verschoben werden, um die Latenzzeit der Kameradaten auszugleichen. Das Filter in dieser Anwendung wird jedoch online in Echtzeit ausgeführt, da es den Positions- und Lagereglern als Rückführung dient. Zur Überbrückung der Latenzzeit von ca. 60ms wird, wie schon erwähnt, auf der Basis des alten Zustands einfach weitergeschätzt, bis die ausgewerteten Kameradaten vorliegen. Parallel dazu werden der Zustand $\hat{\mathbf{x}}$ und die Schätzfehlerkovarianzmatrix $\hat{\mathbf{P}}$ für den Zeitpunkt der Kameramessung zwischengespeichert, ebenso wie alle danach eintreffenden IMU-Datensätze. Dies ist in Zeile 1 und 5 angedeutet. In dem Frame, in dem die neuen Kameramessdaten vollständig vorliegen, wird der gespeicherte Zustand nach Gleichung (3.11) korrigiert (Zeile 6). Die Änderung des Zustandes in der Zeit zwischen der Kameramessung und dem Eintreffen der Daten wird ausgehend vom neu korrigierten Zustand zum Zeitpunkt der Kameramessung sequentiell durch Schätzung mit den gepufferten IMU-Daten

nach Gleichung (3.16) neu berechnet, s. Zeile 7. Je nach dem, wie stark verzögert die Kameramessdaten im Bordrechner zur Verfügung stehen, können es zehn bis fünfzehn Frames sein, die es innerhalb eines einzigen Frames aufzuarbeiten gilt. Daher ist dieser Frame auch der zeitkritische Frame, der die Echtzeitfähigkeit des Systems bestimmt.

3.5.2 Einschränkungen beim Embedded-System

Die Leistungsfähigkeit des ausgewählten Blackfin-Prozessors, der nicht über eine Gleitkommaarithmetik verfügt, ist bei weitem nicht so hoch wie die eines PCs mit Quadcore-Prozessor, wie er für die Ausführung des Bordrechnerprogrammes auf einem Echtzeit-PC an Land zum Einsatz kam. Aus Platz-, Abwärme- und Stromverbrauchsgründen kann solch ein leistungsfähiges System jedoch nicht batteriegespeist an Bord des Schwimmkörpers betrieben werden. Auf dem Embedded-System konnte daher nur die numerisch einfachere Variante des Kalman-Filters implementiert werden, bei der die vom Kamerarechner durch Triangulation bestimmten Positions- und Lagedaten den gemessenen Stützvektor $\tilde{\mathbf{y}}$ bilden. Für diesen Fall sind durch symbolische Auswertung der Systemgleichungen umfangreiche Vereinfachungen möglich, die zur Effizienzsteigerung durchgeführt werden mussten. Diese sind im Anhang E ausführlich beschrieben. Hier findet sich auch eine Beschreibung, durch welche Modifikationen der für Gleitkommaarithmetik erstellte Code in Code für Festkommaarithmetik umgewandelt werden konnte.

3.6 Beispielmessung

Ein Beispiel für das gezielte experimentelle Auffinden einer qualitativen Änderung des Bewegungsverhaltens soll abschließend die Leistungsfähigkeit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Versuchseinrichtung demonstrieren.

Die Frequenz der Wellen beträgt $\omega_w = 1,0\text{Hz}$, die Wellen kommen direkt von vorn (der Sollwert des Gierwinkel beträgt $\psi_{soll} = 0^\circ$). Die Wellenhöhe liegt bei 0,07m, wie aus dem Zeitverlauf der Tauchbewegung im Diagramm von Bild 3.26 zu entnehmen ist. Die Funktion der Regelkreise ist in den ersten zwei Dritteln des gezeigten Ausschnittes gut erkennbar, es liegt nahezu ein eingeschwungener Zustand vor. Die Gierbewegungen liegen bei $\pm 0,5^\circ$, was bei Wellen dieser Höhe ein sehr gutes Ausregeln von Störungen zeigt. In Körperlängsrichtung führt der Schwimmkörper Driftbewegungen von $\pm 5\text{cm}$ um die Sollposition $x_{soll} = 0,2\text{m}$ aus. Die Kräfte der Wellen auf den Körper in Wellenrichtung sind hoch, und bei einer weiteren Steigerung der Reglerverstärkung kann der Regelkreis instabil werden. Daher wird diese langsame Bewegung in den Wellen toleriert. Quer zu den Wellen ist die Amplitude der Bewegung kleiner als $\pm 2\text{cm}$, was ebenfalls auf ein gutes und stabiles Regelverhalten schließen lässt.

Bei der Betrachtung des Zeitverlaufs der Rollbewegung ist zu erkennen, dass die Rollwinkelamplitude bei wenigen Grad liegt. Die Wasserstrahlantriebe mit Ausstoßöffnung quer zur Schiffslängsrichtung haben also keinen erkennbaren Einfluss auf die Rollbewegung, so dass sich das Antriebskonzept aus Abschnitt 3.2.1 bewährt hat.

Nach einer sehr kleinen Erhöhung der Wellenamplitude nach $T=75s$ baut sich plötzlich eine Rollbewegung des Schwimmkörpers auf. Im Zeitverlauf der Rollbewegung ist zu erkennen, dass deren Frequenz der halben Wellenfrequenz entspricht. Nach Überschreitung des kritischen Rollwinkels von 30° wird der Versuch abgebrochen, und der Schwimmkörper wird von Hand beruhigt. Diese Phase ist hier nicht mehr gezeigt.

Eine kleine Erhöhung des Wellenklappenausschlags hat bereits bewirkt, dass der anfangs stabil und ohne Rollbewegung schwimmende Versuchsschwimmkörper diese Bewegungsform verlassen hat und zu parametrischem Rollen angeregt wird, ohne dass eine äußere Störung auf den Schwimmkörper eingewirkt hat. In diesem Zustand des parametrischen Rollens sind die Regler nicht mehr in der Lage, den Schwimmkörper zu stabilisieren. Sowohl der Gierwinkel als auch die Position entfernen sich deutlich von den Sollwerten.

Damit ist gezeigt, dass qualitative Änderungen im Bewegungsverhalten eines frei schwimmenden Körpers experimentell bestimmt werden können. Weiterhin kann mit den Versuchsdaten aus diesem Beispiel die Relevanz der Arbeit von Munif/Umeda (2006) bestätigt werden, in der durch numerische Analysen gezeigt wird, dass Schiffe ohne wesentliche Veränderung der metazentrischen Höhe beim Durchfahren hoher Wellen entgegen vieler Meinungen sehr wohl zu parametrischem Rollen angeregt werden können. Dieses Phänomen ist durch die in der Literatur häufig beschriebenen Ersatzmodellen mit einem mechanischen Freiheitsgrad nicht nachweisbar. Der von Munif/Umeda (2006) durch Untersuchungen in einem vollständigen Modell ermittelte Mechanismus für die Anregung liegt in nichtlinearen Kopplungen der Tauch- und Stampfbewegungen.

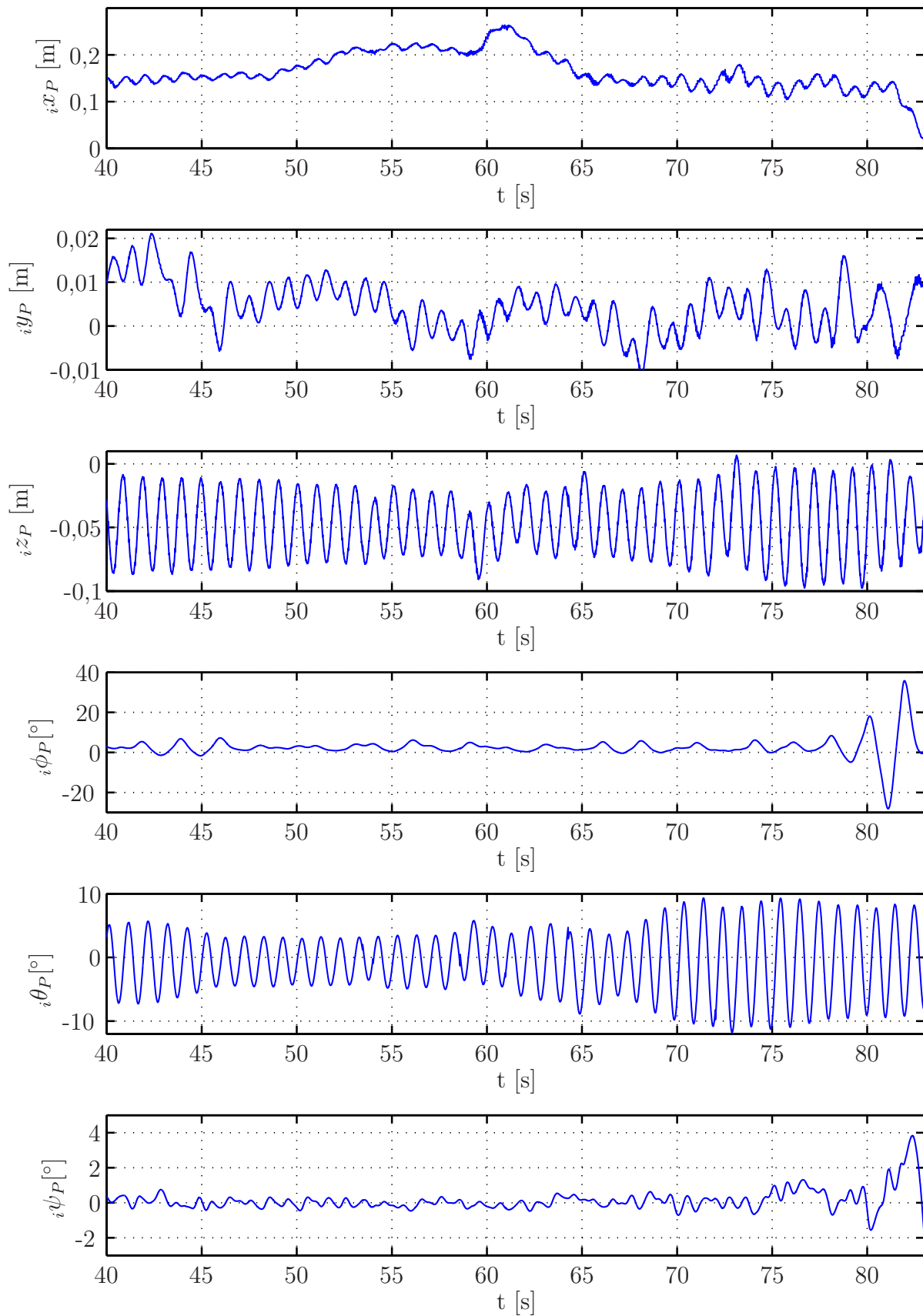


Bild 3.26: Bewegung unter Wellenanregung mit 1,0Hz.

3.7 Zusammenfassung Experimente

In diesem Kapitel wurde die Entwicklung einer Versuchseinrichtung beschrieben, die vornehmlich dem Auffinden von Verzweigungsstellen im Bewegungsverhalten eines frei in Wellen schwimmenden Versuchsschwimmkörpers dienen soll. Damit diese Versuche im Modellwellenkanal des Instituts für Mechanik und Meerestechnik an der TU Hamburg–Harburg durchgeführt werden können, sind nur Versuche ohne Vorwärtsgeschwindigkeit möglich: Der Körper muss durch ein dynamisches Positioniersystem, das den Schwimmkörper nicht zu Rollbewegungen anregen darf, an seiner Position gehalten werden.

In Abschnitt 3.2 wurde der Versuchsschwimmkörper mit Aktorik und der strukturellen Auslegung beschrieben. Die anspruchsvollste Aufgabe beim Aufbau der Experimente war die Entwicklung des integrierten Positions- und Lagemesssystems, das durch ein *erweitertes kontinuierlich–diskretes Kalman–Filter* mit vollständig nichtlinearem Modell die Messdaten einer Stereokamera über dem Wellenkanal und die Daten einer Inertialen Messeinheit an Bord des Schwimmkörpers in Echtzeit miteinander verbindet. Die Leistungsfähigkeit des Messsystems wurde an Beispielen demonstriert. Bemerkenswert hierbei war, dass es bei einer geeigneten Implementierung des Filters nahezu keine Auswirkung auf die Genauigkeit der Messungen hat, ob das vollständige optische Merkmal mit einer oder zwei Kameras bzw. ob eine einzige Kugel des Merkmals oder das vollständige Merkmal mit zwei Kameras gemessen werden.

Der Entwurf des Positions- und Lagereglers wird in Abschnitt 3.4 beschrieben, auf die Implementierung des Systems auf dem Bordrechner des Schwimmkörpers wird kurz in Abschnitt 3.5 eingegangen. In Abschnitt 3.6 wird beispielhaft mit den Daten einer Messung demonstriert, dass die Regelkreise auch bei großen Wellenanregungen stabil sind, und dass mit der Versuchseinrichtung qualitative Änderungen im Bewegungsverhalten des Versuchsschwimmkörpers experimentell ermittelt werden können.

Kapitel 4

Modelle mit reduzierter Systemordnung

Jede mathematische Analyse physikalischer oder technischer Vorgänge erfordert ein Ersatzmodell des physikalischen Systems. Dabei müssen die Modelle umso aufwendiger formuliert sein, je präziser die Analyse werden muss. Weist das System Nichtlinearitäten auf und soll das Modell über lange Simulationszeiträume ohne einen vorher definierten Arbeitspunkt Gültigkeit haben, müssen auch diejenigen physikalischen Effekte bei der Modellierung berücksichtigt werden, die bei Überschlagsrechnungen oder linearen Analysen vernachlässigt würden. Gegen zu umfangreiche Modelle spricht allerdings neben dem Aufwand bei der Modellbildung, dass die Kosten der numerischen Analyse mit steigender Systemordnung sehr groß werden können. So ist beispielsweise die Zellabbildungsmethode (vgl. Guder 2001, Gaull/Kreuzer 2007) ein hervorragendes Analyseverfahren zur Bestimmung der globalen Stabilität von nichtlinearen dynamischen Systemen. Allerdings kommt diese Methode aber schon bei einer Systemordnung von zwei mechanischen Freiheitsgraden an die Grenzen der aktuell verfügbaren Rechenkapazitäten, so dass sie bislang nur bei sehr einfachen Systemen oder stark vereinfachten Modellen zum Einsatz kommen kann.

Ähnliche Schwierigkeiten tauchen bei der Verzweigungsanalyse eines vollständig modellierten Schiffes auf (Abschnitt 2.2). Die Beschreibung der Radiations- und Diffraktionskräfte im Zeitbereich wird entweder mit dem Zustandsmodell nach Schmiechen (1973) oder durch Faltungsintegrale nach Cummins (1962) vorgenommen. Beide Ansätze führen zu erheblichen Problemen. Beim Zustandsmodell werden zur Beschreibung der Strömungsvorgeschichte bei dem hier untersuchten Schiff 246 zusätzliche Freiheitsgrade eingeführt. Für eine Verzweigungsanalyse, deren zugrunde liegender Pfadverfolgungsalgorithmus periodische Bewegungen des Systems errechnet, ist diese Systemordnung bei weitem zu hoch. Es hat sich gezeigt, dass es sehr schwierig war, wirklich periodische Bewegungen über alle Zustandsgrößen zu erhalten. In Abschnitt 2.2.2 wurden die Schwierigkeiten beschrieben, die die Faltungsintegrale für die Verzweigungsanalyse mit sich bringen. Die Analyse ist zwar möglich und konnte erfolgreich durchgeführt werden, allerdings ist die Ausführungsgeschwindigkeit weit hinter den Erwartungen zurückgeblieben.

In diesem Kapitel wird ein Verfahren beschrieben, mit dem die Ordnung eines in sechs Freiheitsgraden modellierten Schiffes unter Einbeziehung des vollständigen potentialtheo-

retischen Strömungsmodells auf Basis der Streifenmethode systematisch reduziert wird. Mit Hilfe so vereinfachter Modelle reduziert sich der numerische Aufwand für eine Simulation, so dass Verzweigungsanalysen eines solchen Modells in der Zukunft an Effizienz gewinnen werden (Pick u. a. (2008)).

4.1 Methoden zur Ordnungsreduktion an Modellen zur Schiffsdynamik

Bevor auf die Anwendung reduzierter Modell eingegangen wird, soll in diesem Abschnitt ein kurzer Überblick über die Möglichkeiten gegeben werden, mathematische Modelle zur Schiffsdynamik mit reduzierter Systemordnung zu erstellen.

4.1.1 A-Priori-Ordnungsreduktion

Viel beachtete Arbeiten, in denen die Rollbewegung von Schiffen im Seegang untersucht worden ist, sind Grim (1952) und Paulling/Rosenberg (1959). Hier wird das Modell eines Schiffes im Seegang auf einen Einmassenschwinger reduziert, der eine sich periodisch ändernde Steifigkeit aufweist (Mathieu-Gleichung). Die variierende Steifigkeit bildet die metazentrische Höhe ab, die sich bei einer Fahrt des Schiffes durch ein Wellenfeld periodisch vom Maximum im Wellental bis zum Minimum auf dem Wellenberg verändert. Das Rückstellmoment der Rollbewegung ist direkt von der metazentrischen Höhe abhängig, so dass mit diesem einfachen Modell aufwendige Untersuchungen zu parametererregten Rollbewegungen, dem so genannten „parametrischen Rollen“, gemacht werden konnten. Hier werden a priori alle mechanischen Freiheitsgrade außer der Rollbewegung nicht modelliert, ebenso wenig werden der hydrostatische Auftrieb und die Dämpfung durch entsprechende physikalische Modelle beschrieben.

In Spyrou/Thompson (2000) wird ein Überblick über aktuelle Analysen zur Schiffsdynamik unter Anwendung von Untersuchungswerkzeugen aus dem Gebiet der nichtlinearen Dynamik gegeben. Auch hier kommen reduzierte Ersatzmodelle zum Einsatz, die mit zwei, drei oder vier Freiheitsgraden die Dynamik eines Schiffes beschreiben sollen. Gerade bei Systemen mit Nichtlinearitäten besteht jedoch die Gefahr, dass bei zu großer Vereinfachung bei der Modellbildung bedeutende Effekte in der Simulation nicht abgebildet werden können. So wird in der Arbeit von Munif/Umeda (2006) beschrieben, dass bei Modellversuchen mit einem Modell eines Fischtrawlers im Wellenkanal unerwartet parametrisch erregte Rollbewegungen aufgetreten sind. Der Rumpf des Modells hat keine ausladenden Bug- oder Heckpartien, so dass die in Paulling/Rosenberg (1959) beschriebene parametrische Anregung der Rollbewegung durch periodische Schwankungen der metazentrischen Höhe bei der Fahrt durch ein Wellenfeld nur unmerklich ist und für das Auftreten der extremen Rollbewegungen nicht verantwortlich gemacht werden kann. Eine numerische Analyse mit einem klassischen Einfreiheitsgradmodell zur Untersuchung des parametrischen Rollens von Schiffen verstärkte diese Annahme erwartungsgemäß: Zustände, in denen parametrisches Rollen auftrat, konnten durch die Rechnungen nicht ermittelt werden. Erst in einer Simulation mit einem Programm, das die Schiffsbewegungen in sechs Freiheitsgraden beschreibt, konnten die Beobachtungen aus dem Versuch numerisch bestätigt werden.

4.1.2 Systematische Ordnungsreduktion linearer Systeme

Im Gegensatz zur A-Priori-Ordnungsreduktion wird bei einer systematischen Ordnungsreduktion die Modellbildung zunächst so umfangreich wie nötig vorgenommen, ohne von vornherein wesentliche physikalische Eigenschaften des Systems zu vernachlässigen. Anschließend wird das Modell so umstrukturiert, dass nur die für das Langzeitverhalten wesentlichen Teile des Modells erhalten bleiben. Hierbei wird jedoch nicht die Dominanz einzelner physikalischer Effekte bewertet, sondern beispielsweise der Energieanteil der Bewegung, die durch einen bestimmten Teil des Modells beschrieben wird.

Ein gängiges Verfahren zur Ordnungsreduktion eines linearen Systems der Ordnung n vom Typ

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \quad (4.1)$$

ist die modale Ordnungsreduktion. Hier wird durch Anwenden der Modaltransformation die Systemmatrix \mathbf{A} auf Diagonalgestalt gebracht, so dass das Modell in n voneinander unabhängige Gleichungen überführt wird:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{x}}. \quad (4.2)$$

Im Zustandsvektor $\hat{\mathbf{x}}$ stehen dann nicht mehr die n verallgemeinerten Koordinaten x_i des Systems, sondern n modale Koordinaten \hat{x}_i , die in der Regel keine physikalische Bedeutung haben. Durch die Auswahl von m der n Gleichungen zur weiteren Analyse des Systems wird das Ausgangssystem der Ordnung n auf ein System der Ordnung m reduziert. Im Bereich der Schwingungsanalyse werden im reduzierten System in der Regel diejenigen Eigenformen berücksichtigt, deren Eigenwerte die betragsmäßig kleinsten Realteile haben, da hier die Dämpfung am geringsten ist und diese Moden das Systemverhalten am stärksten beeinflussen. In Litz (1979) wird ein Dominanzmaß vorgestellt, mit dessen Hilfe nicht nur auf die Dämpfung der Eigenformen geachtet wird, sondern zusätzlich berücksichtigt wird, in wie weit die Eigenformen Einfluss auf das Übertragungsverhalten des reduzierten Systems nehmen. Gerade für regelungstechnische Aufgaben ist die Möglichkeit, Modelle hoher Systemordnung auf ein Modell niedriger Ordnung zu reduzieren, von großer Bedeutung, da häufig nur eine einzige Mode geregelt werden kann. Würde hier versucht werden, das Verhalten der wichtigsten physikalischen Größe zu regeln, wäre das Ergebnis weitaus schlechter. In Antoulas (2005) werden zahlreiche weitere Ordnungsreduktionsverfahren für lineare Systeme unterschiedlichster Systemordnung hergeleitet, die besonders im Hinblick auf die Anwendung in der Regelungstechnik entwickelt worden sind.

4.1.3 Systematische Ordnungsreduktion nichtlinearer Systeme

Die im vorigen Abschnitt erwähnten und vor allen Dingen in Antoulas (2005) zusammengestellten Verfahren sind für nichtlineare Systeme nicht anwendbar. Für nichtlineare Systeme gibt es keine konstante Systemmatrix \mathbf{A} wie in (4.1). Die Ableitungen der verallgemeinerten Koordinaten werden zu einer Vektorfunktion $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ zusammengefasst, in der

die Systemparameter und die Zustandsgrößen durch in der Regel nichtlineare Funktionen miteinander verknüpft sind:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}). \quad (4.3)$$

Damit existieren keine Eigenformen wie bei linearen Systemen, die direkt aus dem Modell gewonnen werden können und damit auch keine Modaltransformation, mit deren Hilfe die einzelnen Gleichungen voneinander entkoppelt werden können.

Dies gilt speziell für Modelle zur Berechnung der Schiffsdynamik unter Verwendung der Streifenmethode. Bei den Modellen zur Berechnung extremer Schiffsbewegungen wird die Kinematik aufgrund der großen auftretenden Winkelamplituden nichtlinear beschrieben, wodurch sich auch bei der Berechnung der hydrostatischen Kräfte und Momente nichtlineare Zusammenhänge ergeben. Hierfür wird der Rumpf des Schiffes in Oberflächenpaneele unterteilt, für die der Druck abhängig von der aktuellen Lage zu den Wellen berechnet wird. Je nach Anzahl der Paneele werden solche Berechnungen iterativ programmiert, das Aufstellen einer Systemmatrix ist hier somit nicht sinnvoll. Auch die streifenweise ermittelten Kräfte- und Momente der Potentialdämpfung können selbst in der Formulierung nach Schmiechen (1973) in einem Zustandsmodell nicht zu einer Systemmatrix zusammengefasst werden, da zur Berechnung großer Schiffsbewegungen die Koeffizienten des Zustandsmodells nach Söding (1987) in jedem Berechnungsschritt in Abhängigkeit vom Rollwinkel und von der Tauchung variieren. Ein System dieser Art kann mathematisch nicht geschlossen beschrieben werden, was neben den vorhandenen Nichtlinearitäten aus der Kinematikbeschreibung ein weiteres Problem darstellt, das die Anwendung der für lineare Systeme entwickelten Ordnungsreduktionsverfahren ausschließt.

Ein Ausweg für dieses Problem wird unter anderem von Meyer (2002) bei der Berechnung der Lasten auf eine Windkraftanlage bei turbulenter Anströmung beschrieben. Zum einen musste das nichtlineare Strukturmodell der Rotorblätter reduziert und zum anderen ein einfaches Modell für die durch eine Simulation berechnete turbulente Anströmung generiert werden. Der gewählte Ansatz ist eine Projektion des hochdimensionalen Zustandsraumes des Systems auf einen niedrigdimensionalen Unterraum. Dieser Unterraum zeichnet sich dadurch aus, dass die Dynamik des Systems, die einen Großteil der kinetischen Energie enthält, alleine auf diesen Unterraum abgebildet werden kann. Dabei wird der Zustandsvektor der Zustandsgleichung (2.9) einer Koordinatentransformation

$$\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{x}_m = \sum_{j=1}^m \mathbf{v}_j u_j(t) = \mathbf{V}_m \mathbf{u}(t) \quad (4.4)$$

mit der Matrix $\mathbf{V}_m = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m]$, die aus linear unabhängigen Spaltenvektoren \mathbf{v}_i aufgebaut ist, unterzogen. Damit wird ein Unterraum $\mathcal{V}_m = \text{span}\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m\}$ der Dimension m definiert, dem \mathbf{u} angehört. Dieser Unterraum ist der Ansatzraum für das reduzierte Modell. Wird dieser Ansatz in die Zustandsgleichung $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ eingesetzt, ergibt sich ein Residuum $\boldsymbol{\rho}$, das in der Regel nicht Null ist:

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{V}_m \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{f}(\mathbf{V}_m \mathbf{u}) . \quad (4.5)$$

Anschließend wird das Residuum auf einen Testraum projiziert, der bei der Methode nach Bubnov–Galerkin für eine orthonormale Basis dem Ansatzraum identisch ist. Nach der

Galerkin-Bedingung wird gefordert, dass das auf den Testraum projizierte Residuum Null sein muss:

$$\mathbf{V}_m^T \mathbf{V}_m \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{V}_m^T \mathbf{f}(\mathbf{V}_m \mathbf{u}) = \mathbf{0}. \quad (4.6)$$

Bei einer orthonormalen Basis ist dies automatisch gegeben, da jeder Basisvektor senkrecht auf jedem anderen steht. Das Residuum, bestehend aus gewichteten Basisvektoren, steht damit senkrecht auf dem Testraum, so dass die Projektion zu Null werden muss.

Entscheidend für den Erfolg der Ordnungsreduktion ist die Wahl des Ansatzraumes. Für lineare Systeme wird in der Regel ein modaler Ansatz gewählt. In manchen Fällen kommt für ein nichtlineares System der modale Ansatz des um den Arbeitspunkt linearisierten Systems infrage. Man nimmt dann aber in Kauf, dass die Ansatzfunktionen nur in der Nähe des Arbeitspunktes gültig sind.

Der in Meyer (2002) verwendete Ansatzraum ist eine Karhunen-Loève-Basis, die nach Antoulas (2005) die derzeit einzige bekannte Möglichkeit ist, Ansatzfunktionen für nichtlineare Problemstellungen zu erhalten. Hier werden anstelle der Eigenvektoren des linearisierten Systems charakteristische Funktionen aus Simulations- oder Messdaten berechnet. Diese charakteristischen Funktionen haben für ein nichtlineares System die gleiche Bedeutung wie die Eigenformen für ein lineares System. In Glösmann (2007) wird gezeigt, dass die für ein lineares System errechneten charakteristischen Funktionen mit den Eigenformen des Systems übereinstimmen. In Cohrs (2008) wird die Leistungsfähigkeit des Verfahrens an einem einfachen Ersatzmodell für einen Bohrstrang demonstriert.

Die Bestimmung der charakteristischen Funktionen mit Hilfe der Karhunen-Loève-Transformation ist ein wesentlicher Punkt bei der Ordnungsreduktion nichtlinearer Systeme, weshalb im nächsten Abschnitt besonders darauf eingegangen wird.

4.2 Karhunen-Loève-Transformation

Die Karhunen-Loève-Transformation ist ein Verfahren zur Transformation mittelwertfreier stochastischer Daten $x(t, z)$ auf eine orthonormale Basis \mathbf{V} . Nach Holmes u. a. (1996) ist die Approximation dieser Daten durch die Karhunen-Loève-Transformation im zeitlichen Mittel optimal; t beschreibt dabei die Zeitabhängigkeit, z ist in diesem Fall eine Zählvariable für die Nummer des Datenvektors ($1 \leq z \leq n$). Bei gemessenen Werten steht z für die Nummer der Messstelle, bei Simulationsdaten, wie im vorliegenden Fall, für die Position der verallgemeinerten Koordinate im Zustandsvektor. Sowohl Simulations- als auch Messdaten liegen als zeitlich diskrete Signale vor, so dass an dieser Stelle nur auf deren Behandlung eingegangen wird. Die allgemeine Darstellung kann u.a. bei Lumley (1970) nachgelesen werden.

Der große Nutzen in der Anwendung der Karhunen-Loève-Transformation besteht in der Möglichkeit, auch ohne ein lineares Systemmodell eine der modalen Basis ähnliche Basis aus charakteristischen Funktionen zu bestimmen. Auf diese Weise ist es z.B. möglich, alleine aus Messdaten, also ohne ein mathematisches Modell, einen deterministischen Regler zur Schwingungsreduktion eines Bohrstranges zu entwickeln

(Kust (1998), Struck (2004)). Die Messdaten müssen lediglich vor der Bestimmung der Karhunen–Loève–Basis um den Mittelwert $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n]^T$ bereinigt werden.

Anstelle von Messdaten können auch Daten simulierter Zeitverläufe zur Bestimmung der Karhunen–Loève–Basis herangezogen werden. Auf diese Weise gelingt es, auch für ein nichtlineares Modell oder ein Modell, dessen Struktur sich nicht in einer geschlossenen mathematischen Form aufschreiben lässt, eine Basis aus charakteristischen Funktionen zu bestimmen. Letzteres trifft im Falle des verwendeten und in Abschnitt 2.1.3 beschriebenen Modells zur Berechnung der Bewegung von Schiffen im Seegang zu. Aus dieser Basis wird ein Unterraum gewählt, auf den die Dynamik des Systems projiziert wird, so dass auch für solche unstrukturierten Modelle eine Ordnungsreduktion durchgeführt werden kann.

Die n Mess- oder Simulationsgrößen werden in p Vektoren \mathbf{x}_k für die berechneten oder gemessenen p diskreten Zeitpunkte gespeichert. Nach Sirovich (1987) wird die gesuchte Basis \mathbf{V} der Ordnung n berechnet, indem das Eigenwertproblem für die Kovarianzmatrix \mathbf{C} mit

$$\mathbf{C} = \sum_{k=1}^p (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}})^T \quad (4.7)$$

für alle n Eigenwerte λ_i und Eigenvektoren \mathbf{v}_i gelöst wird:

$$(\mathbf{C} - \lambda_i \mathbf{E}) \cdot \mathbf{v}_i = 0. \quad (4.8)$$

Die normierten Eigenvektoren \mathbf{v}_i der Länge n bilden die Spalten der $n \times n$ Matrix \mathbf{V} , die gesuchte Basis ist bestimmt worden. Die Kovarianzmatrix \mathbf{C} ist per Definition symmetrisch, so dass die Eigenvektoren orthogonal zueinander sind. Durch die Normierung der Eigenvektoren ist \mathbf{V} eine Orthonormalbasis, so dass $\mathbf{V}^T \cdot \mathbf{V} = \mathbf{E}$ gilt. Die Transformation der simulierten oder gemessenen Zeitverläufe $\mathbf{x}(t)$ auf die neuen Koordinaten $\mathbf{u}(t)$ erfolgt mit dem Vektor der Mittelwerte des Datenensembles $\bar{\mathbf{x}}$ somit nach

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{V}^T \cdot (\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}), \quad (4.9)$$

die Rücktransformation ist entsprechend auszuführen.

Damit sind alle Voraussetzungen für eine Galerkin–Projektion auf einen m –dimensionalen Unterraum nach Abschnitt 4.1.3 erfüllt. Dabei ist anzumerken, dass die Werte der bei der Bestimmung der Karhunen–Loève–Basis ermittelten Eigenwerte dem Anteil der kinetischen Energie entsprechen, den die durch die jeweils zugehörige charakteristische Funktion beschriebene Bewegung des Systems an der gesamten kinetischen Energie hat. Der Energieanteil einer charakteristischen Funktion korreliert mit dem Informationsgehalt der Funktion, so dass eine Kennzahl zur Auswahl der m Basisvektoren des gesuchten Unterraums vorhanden ist. Werden die Eigenvektoren \mathbf{v}_i nach ihren zugehörigen Eigenwerten in absteigender Reihenfolge sortiert, wird jede Untermenge der ersten $m < n$ Vektoren die Bewegung optimal bezüglich der kinetischen Energie darstellen. Nach Struck (2004) gibt es keine andere Basis aus m Vektoren, mit denen die Bewegung des Systems bezüglich der kinetischen Energie besser beschrieben werden kann.

4.3 Anwendung auf ein Modell der Schiffsdynamik

Von den beiden in Abschnitt 2.1.3 beschriebenen Möglichkeiten, die Radiations- und Diffraktionskräfte im Zeitbereich zu berechnen, kommt für eine projektionsbasierte Ordnungsreduktion nur das Zustandsmodell infrage. Während bei der Faltungsintegraldarstellung nach Cummins (1962) insgesamt nur die zwölf Zustandsgrößen der sechs Starrkörperfreiheitsgrade vorhanden sind und der Einfluss der Vorgeschichte der Strömung in den Faltungsintegralen gespeichert ist, wird im Zustandsmodell der Vektor der verallgemeinerten Koordinaten um 246 Zustandsgrößen erweitert, in denen die Vorgeschichtseinflüsse der Strömung berücksichtigt sind. Diese Darstellung lässt sich mit Hilfe einer geeigneten Basis \mathbf{V} auf einen Unterraum niedrigerer Systemordnung projizieren. Die Basis wird, wie es im vorigen Abschnitt beschrieben wurde, mit Hilfe der Karhunen–Loève–Transformation aus einem Ensemble von Simulationsdaten gewonnen.

Eine Besonderheit bei der Untersuchung von Modellen zur Schiffsdynamik ist die Tatsache, dass drei der sechs Starrkörperfreiheitsgrade keine definierte Gleichgewichtslage haben: Das gilt für die Vorwärts-, die Seitwärts- und die Gierbewegung. Besonders problematisch ist hierbei die Gierbewegung, da sich mit dem Gierwinkel die Anregungsfrequenz der Wellen ändert. Diese Probleme wurden im Rahmen dieser Untersuchung dadurch umgangen, dass wie bei Wendt (2000) eine Zwangsführung des Gierwinkels implementiert wurde. Es hat sich weiterhin als sehr vorteilhaft hinsichtlich der Langzeitstabilität und der Rechengeschwindigkeit ergeben, die zwölf Starrkörperzustände nicht in die Ordnungsreduktion zu integrieren. Es wurden also nur die 246 zusätzlichen Freiheitsgrade des Zustandsmodells einer Ordnungsreduktion unterworfen. Käme hier nicht die Erweiterung durch Söding (1987) für große Winkelamplituden zum Einsatz, bei der die Parameter des Zustandsmodells in Abhängigkeit vom Roll- und Tauchzustand der einzelnen Streifen variiert werden, ergäbe sich an dieser Stelle ein lineares Teilmodell. Die Ordnungsreduktion könnte in Form einer Modaltransformation und durch anschließendes Abschneiden von nicht dominanten Moden durchgeführt werden. Da sich das Teilmodell aber permanent ändert, wird es für die Ordnungsreduktion wie ein nichtlineares Modell behandelt, und die Basis wird aus Simulationsdaten als Karhunen–Loève–Basis erstellt.

Ein Problem bei der Berechnung der Kovarianzmatrix \mathbf{C} ist die Tatsache, dass sich die Wertebereiche der einzelnen Zustandsgrößen um mehrere Größenordnungen unterscheiden. Es muss also zwingend eine Normierung der Simulationsdaten jeder Zustandsgröße erfolgen, da sonst die Bewegungen einzelner Zustandsgrößen zu stark in die Berechnung der charakteristischen Funktionen eingehen. Die Berechnung der Kovarianzmatrix \mathbf{C} erfolgt hier daher nach der Beziehung

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}_R \left(\sum_{k=1}^p (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}})^T \right) \mathbf{D}_R^T, \quad (4.10)$$

wobei \mathbf{D}_R die Diagonalmatrix der reziproken absoluten Maxima der einzelnen Vektoren der simulierten Zustandsgrößen \mathbf{x}_i ist. Mit \mathbf{D} wird im Folgenden die Diagonalmatrix der absoluten Maxima bezeichnet. Daraus ergibt sich für die Koordinatentransformationen in

diesem Fall

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{V}^T \cdot (\mathbf{D}_R(\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}})), \quad (4.11)$$

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{V}^T \cdot (\mathbf{D}_R(\dot{\mathbf{x}}(t))), \quad (4.12)$$

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{u}(t) + \bar{\mathbf{x}}, \quad (4.13)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{V} \cdot \dot{\mathbf{u}}(t). \quad (4.14)$$

Abschließend werden die Ergebnisse einer Untersuchung mit einem in der Systemordnung reduzierten Modell vorgestellt. Untersucht wurde das Beispielschiff aus Abschnitt 2.1. Die Parameter für die Analyse lauten für die Wellenhöhe $h = 2\text{m}$, die Seegangsfrequenz $\omega = 0,53\text{rad/s}$, die Richtung der Wellen $\mu = 5^\circ$ und für die Vorwärtsgeschwindigkeit $u = 8.581\text{m/s}$.

In Bild 4.2 sind die ersten sechs charakteristischen Funktionen abgebildet. Anders als bei Modellen aus der Strukturmechanik stellen die verallgemeinerten Koordinaten keine geometrischen Größen dar sondern die Zustandsgrößen des hydrodynamischen Modells zur Beschreibung der Fluid–Struktur Interaktion zwischen Schiff und umgebendem Wasser. Damit entfällt die Interpretierbarkeit und die physikalische Bedeutung der charakteristischen Funktionen.

Im Bild 4.1 ist der Anteil der durch die ersten m charakteristischen Funktionen beschriebenen Bewegungsenergie des untersuchten Systems dargestellt. Auffällig ist, dass schon die ersten fünf Funktionen mehr als 95% der Systeminformationen enthalten. Hierbei muss jedoch berücksichtigt werden, dass hier lediglich die zur Modellreduktion herangezogenen Größen des Zustandsmodells zur Beschreibung der Hydrodynamik aufgetragen sind. Die zwölf Zustandsgrößen der Starrkörperbewegung des Schiffes müssen hier addiert werden. Mit der Betrachtung des Graphen wird deutlich, dass ein ca. 50 Freiheitsgrade (12 Starrkörperfreiheitsgrade und 38 Größen des Zustandsmodells) umfassendes Modell das Gesamtsystem nahezu vollständig beschreiben kann. Dies wird durch die Simulationen mit reduzierten Modellen unterschiedlicher Ordnung leider nicht ganz bestätigt. In Bild 4.3 sind für einen untersuchten Zeitraum von 1500s die fünf relevanten Starrkörperfreiheitsgrade des Schiffes (ψ wird zwangsgeführt) für das vollständige Modell in Blau und für ein reduziertes Modell der Ordnung 60 (12 Starrkörperfreiheitsgrade und 48 Größen des Zustandsmodells) gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Übereinstimmung der Verläufe zwischen beiden Modelle nahezu vollständig ist. Dies bestätigen auch die Diagramme des Bildes 4.4, in dem exemplarisch die Verläufe der Zustandsgrößen 121 bis 126 dargestellt sind.

Wird die Systemordnung von hier an weiter abgesenkt, macht sich ein Anstieg in der Rechenzeit bemerkbar, und die Abweichungen zwischen den Zeitverläufen, die mit dem vollständigen und dem reduzierten Modell berechnet wurden, werden größer. Bei einer Systemordnung von 47, also $m = 35$ Größen des Zustandsmodells, wird das System instabil, und die Rechnungen brechen nach einer Integrationsdauer von ca. 578s ab. Die Zeitverläufe für die Berechnung mit dieser Systemordnung sind in den Bildern 4.5 und 4.6 dargestellt. Deutlich sind die von Anfang an merkbaren Abweichungen der Verläufe und das Aufschwingen des reduzierten Modells sichtbar. Nach Bild 4.1 hätte man erwartet, dass die Systemordnung deutlich weiter abgesenkt werden kann, bevor sich

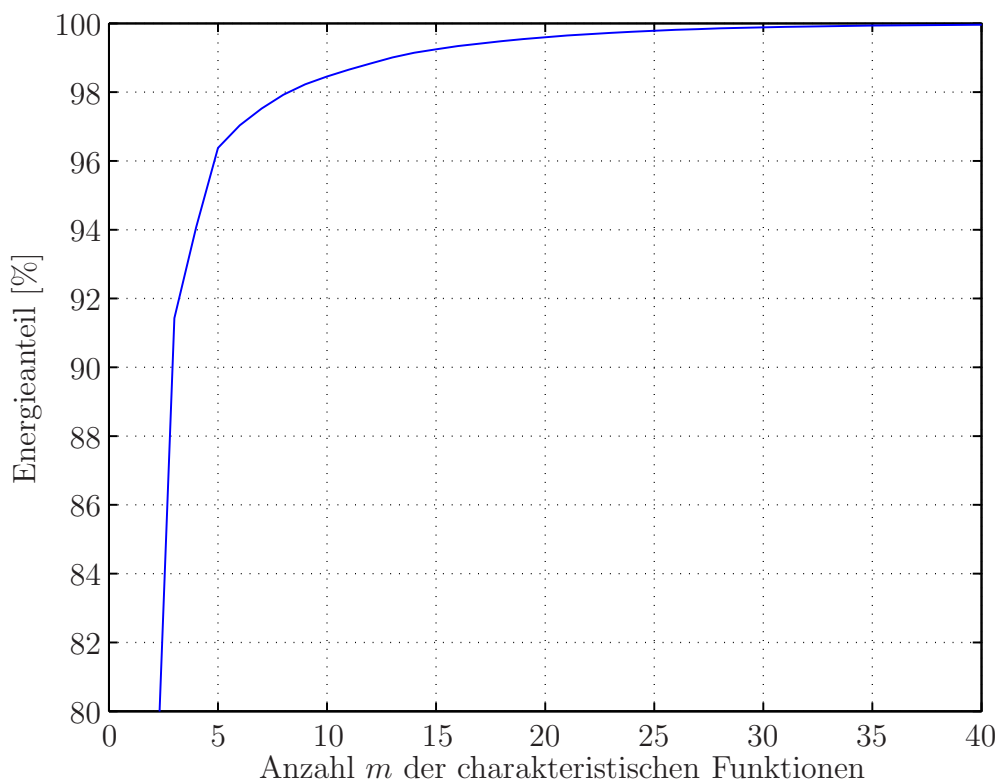


Bild 4.1: Energieanteil der ersten 40 charakteristischen Funktionen.

die Ergebnisse merklich verschlechtern. Hier kommt aber wieder die besondere Struktur des Systems zum Tragen, dass es drei Zustandsgrößen mit indifferentem Gleichgewicht gibt, deren Lage sich aber direkt auf die Anregung des Systems (diese Größen bestimmen die Lage des Schiffes im Wellenfeld) auswirkt. Selbst, wenn der Informationsgehalt des reduzierten Systems schon mit wenigen charakteristischen Funktionen sehr hoch sein kann gehen mit der Projektion des Modells auf einen niedrigdimensionalen Unterraum Informationen verloren. Dies trifft besonders auf die statische Gleichgewichtslage des Systems zu, die sich mit jeder reduzierten Größe verschiebt. Um diesen Umstand zu beheben, gibt es sowohl für die Modellreduktion linearer als auch nichtlinearer Systeme verschiedene Ansätze, die u.a. in Antoulas (2005) oder Meyer (2002) beschrieben sind. Leider lassen sich diese Verfahren nicht auf ein Modell dieser Struktur anwenden, für das es keine geschlossene mathematische Darstellung gibt.

In den Bildern 4.7 und 4.8 wird dargestellt, wie sich die Ordnungsreduktion auf die Anzahl der Integrationsschritte und der Rechenzeit der Simulation auswirkt. Dabei ist zu erkennen, dass die Anzahl der Integrationsschritte mit dem Absenken der Systemordnung leicht ansteigt. Dieser Umstand ist so nicht zu erwarten gewesen und deckt sich nicht mit Untersuchungen an anderen Systemen wie von Cohrs (2008). Auch hier sind die speziellen Eigenschaften des Systems für das Verhalten verantwortlich. Da jedoch in jedem Integrationsschritt die Koordinatentransformationen in beide Richtungen durchgeführt werden müssen, verringert sich an dieser Stelle der Rechenaufwand mit sinkender Systemordnung erheblich. Daher nimmt die benötigte Rechenzeit mit sinkender Ordnung ab.

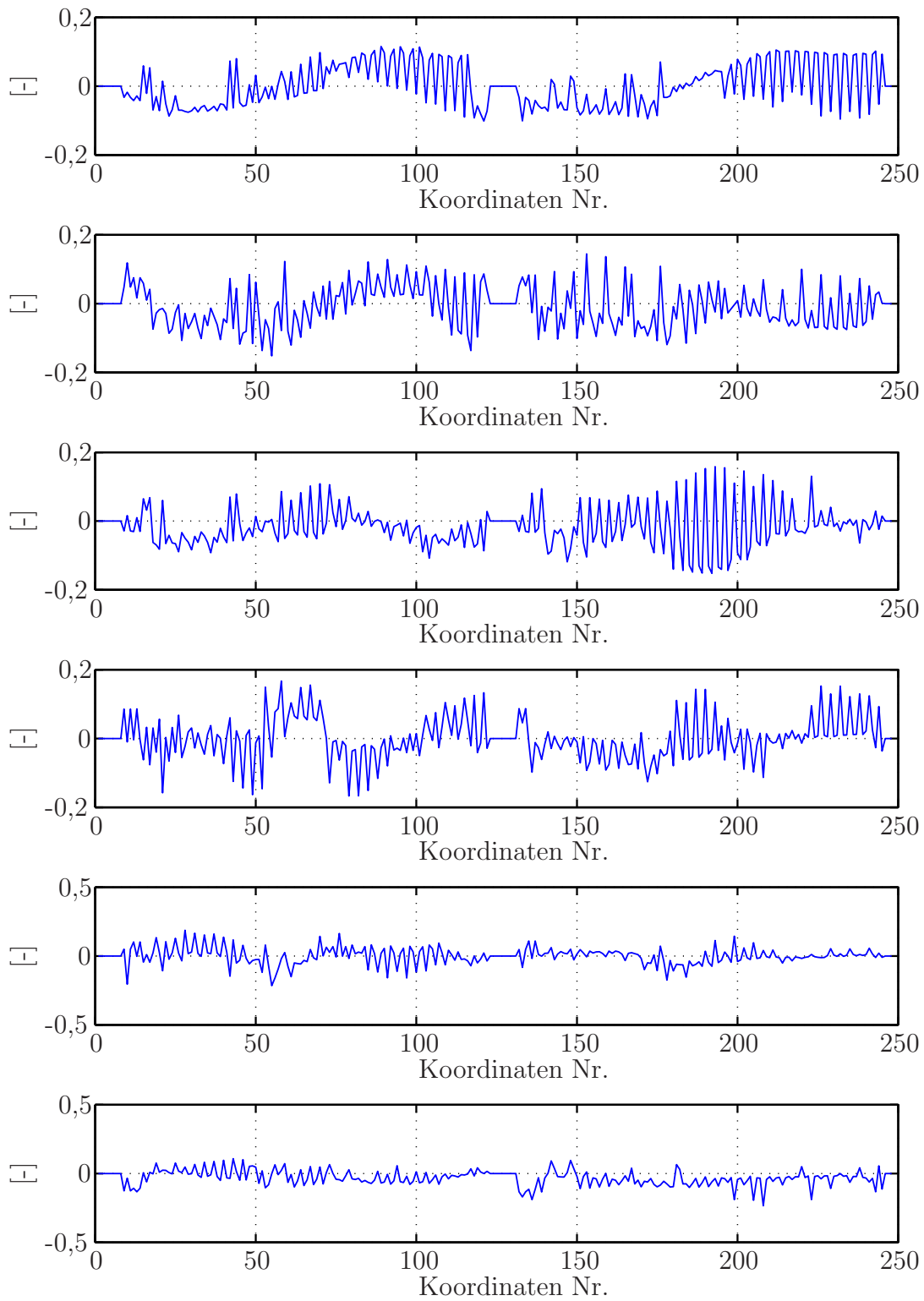


Bild 4.2: 1. bis 6. Charakteristische Funktion.

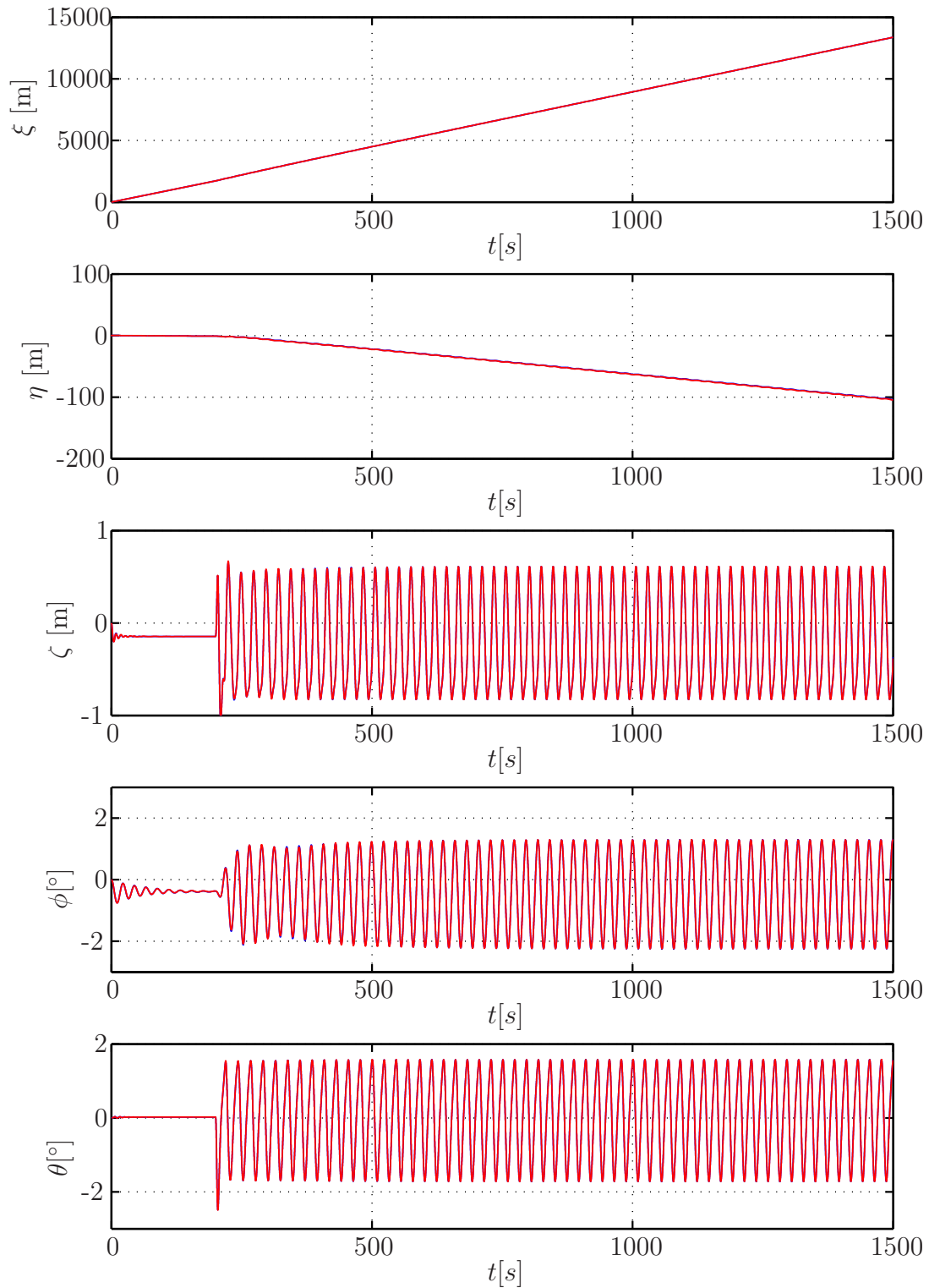


Bild 4.3: Vergleich der Zeitverläufe der Starrkörperfreiheitsgrade zwischen vollständigem und auf 60 Freiheitsgrade reduziertem Modell. Die Verläufe des reduzierten Modells sind rot dargestellt.

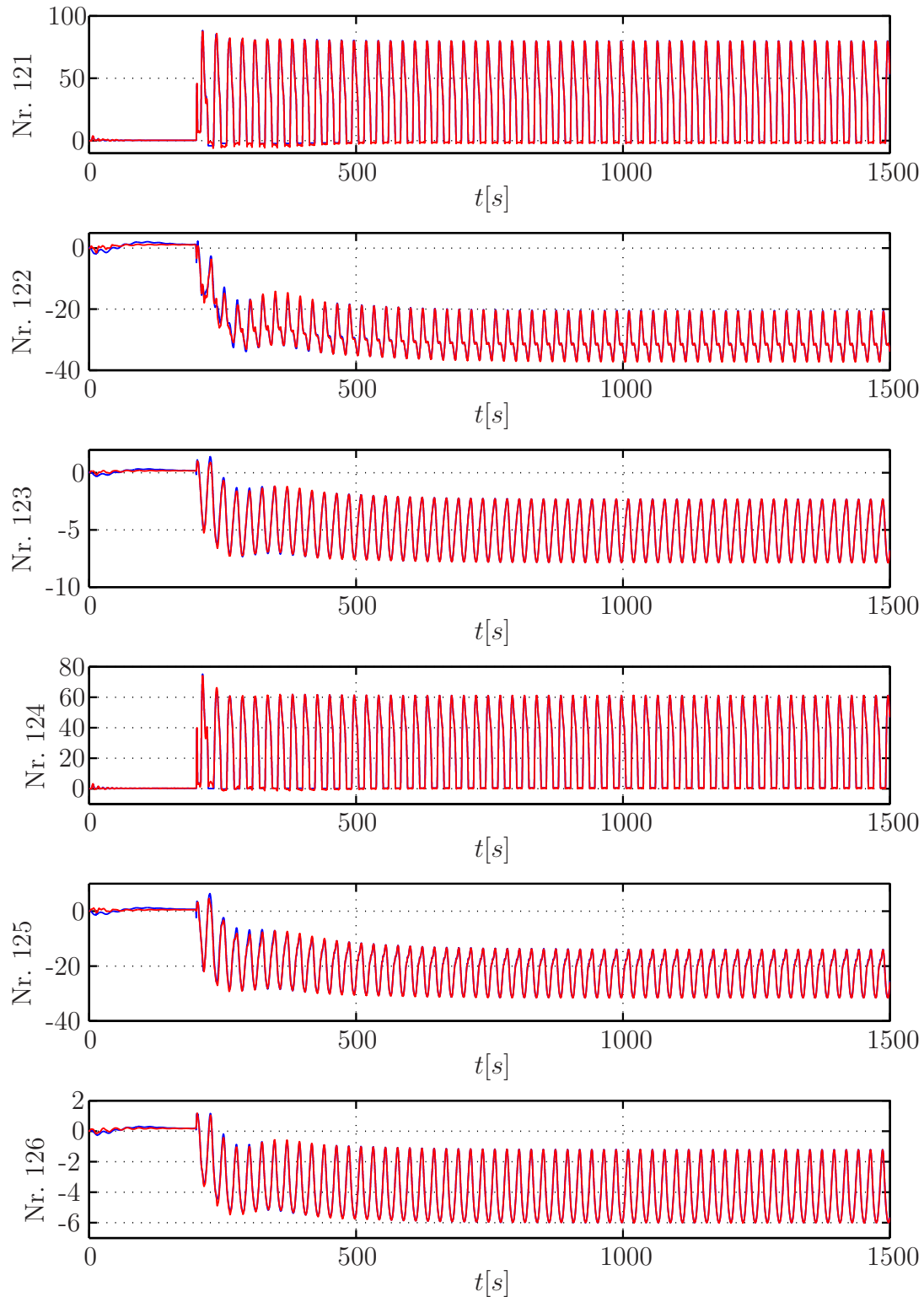


Bild 4.4: Vergleich der Zeitverläufe der Zustandsgrößen 121–126 des Zustandsmodells zwischen vollständigem und auf 60 Freiheitsgrade reduziertem Modell. Die Verläufe des reduzierten Modells sind rot dargestellt.

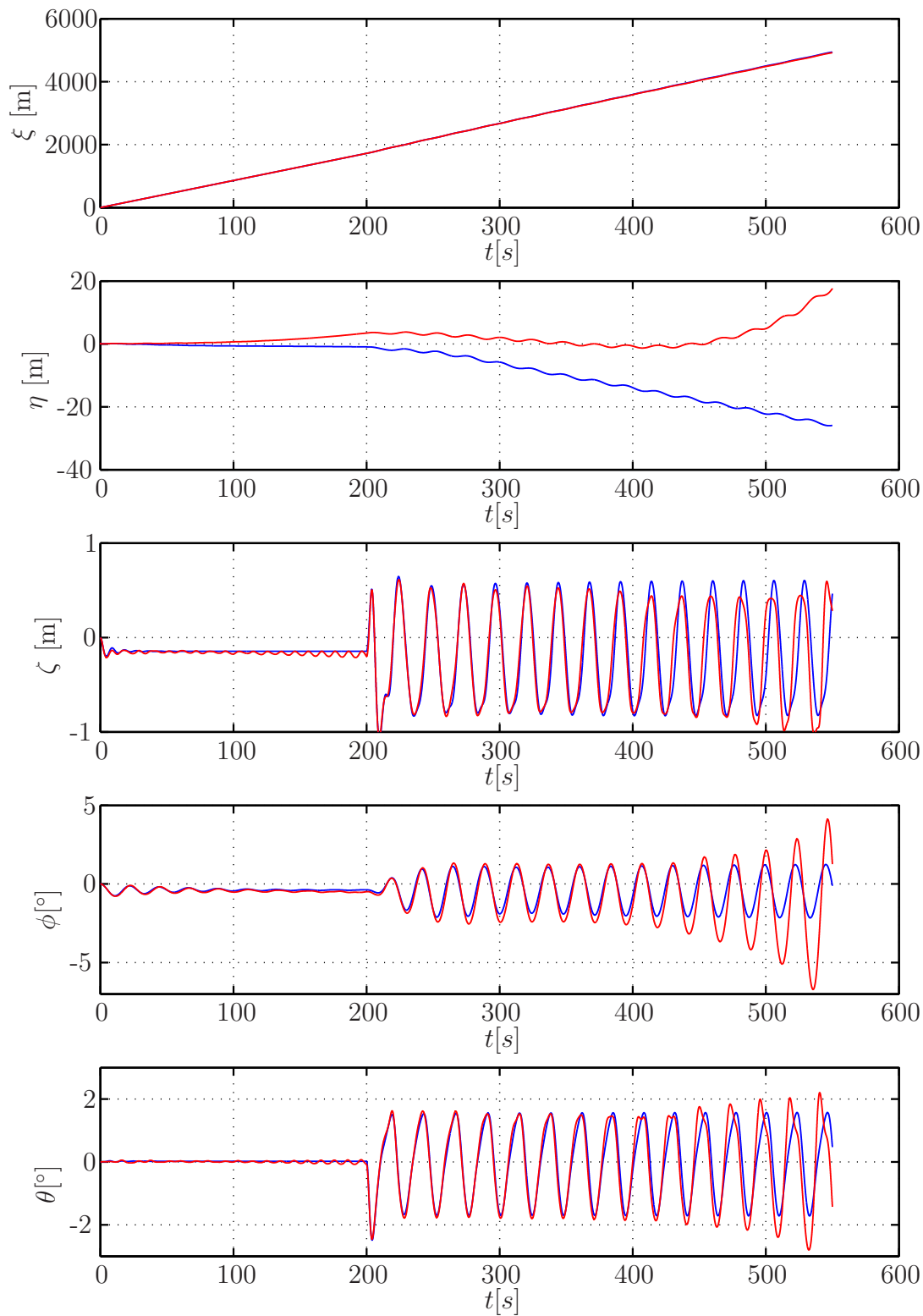


Bild 4.5: Vergleich der Zeitverläufe der Starrkörperfreiheitsgrade zwischen vollständigem und auf 47 Freiheitsgrade reduziertem Modell. Die Verläufe des reduzierten Modells sind rot dargestellt.

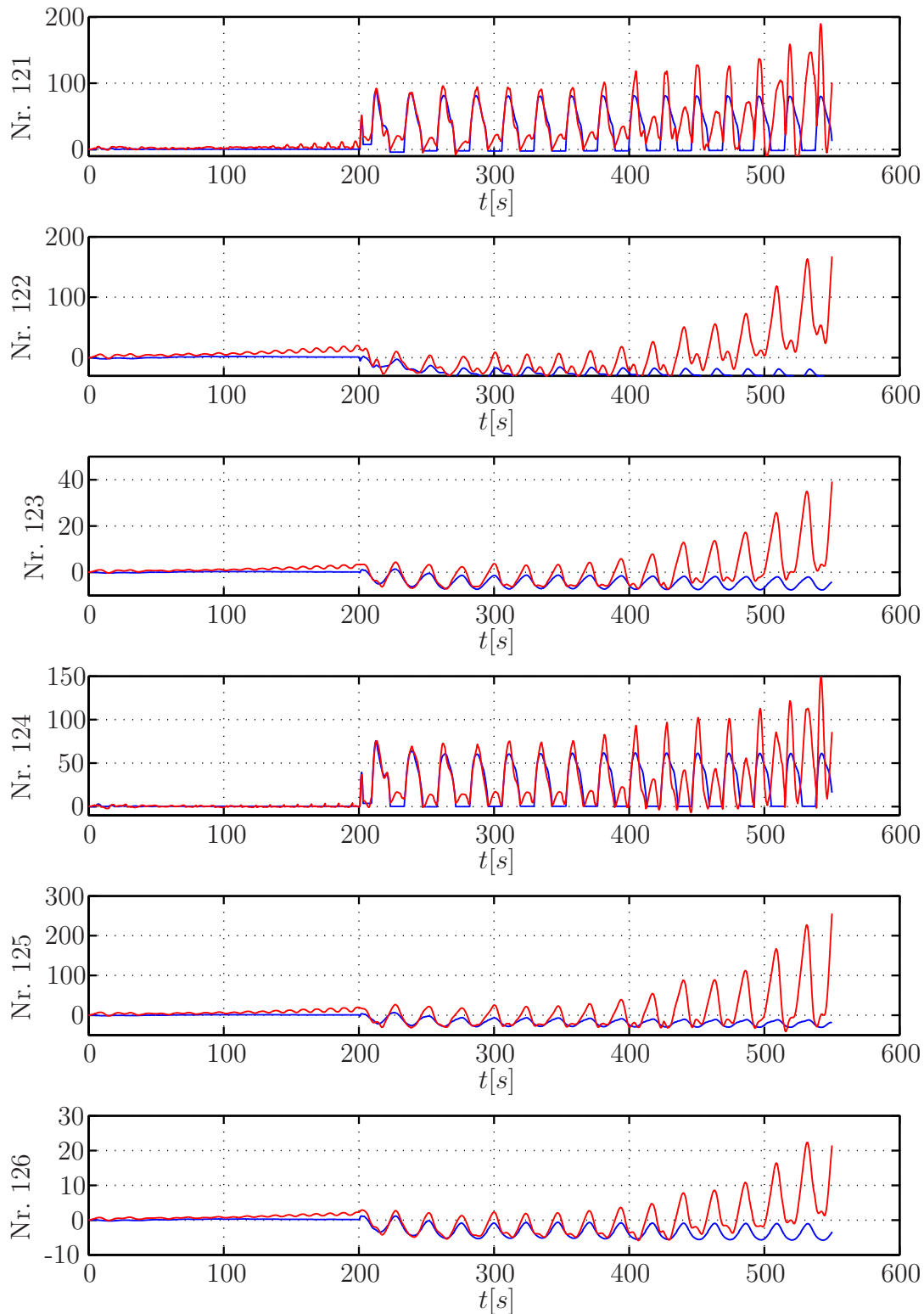


Bild 4.6: Vergleich der Zeitverläufe der Zustandsgrößen 121–126 des Zustandsmodells zwischen vollständigem und auf 47 Freiheitsgrade reduziertem Modell. Die Verläufe des reduzierten Modells sind rot dargestellt.

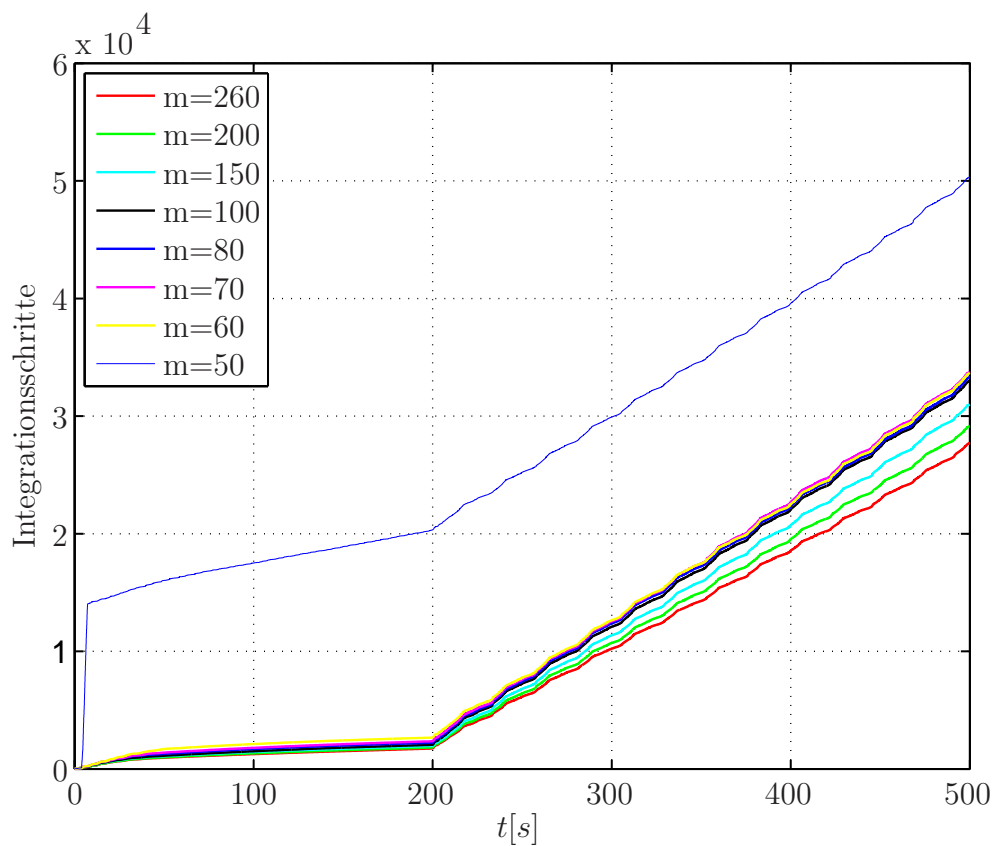


Bild 4.7: Benötigte Integrationschritte in Abhängigkeit von der Systemordnung.

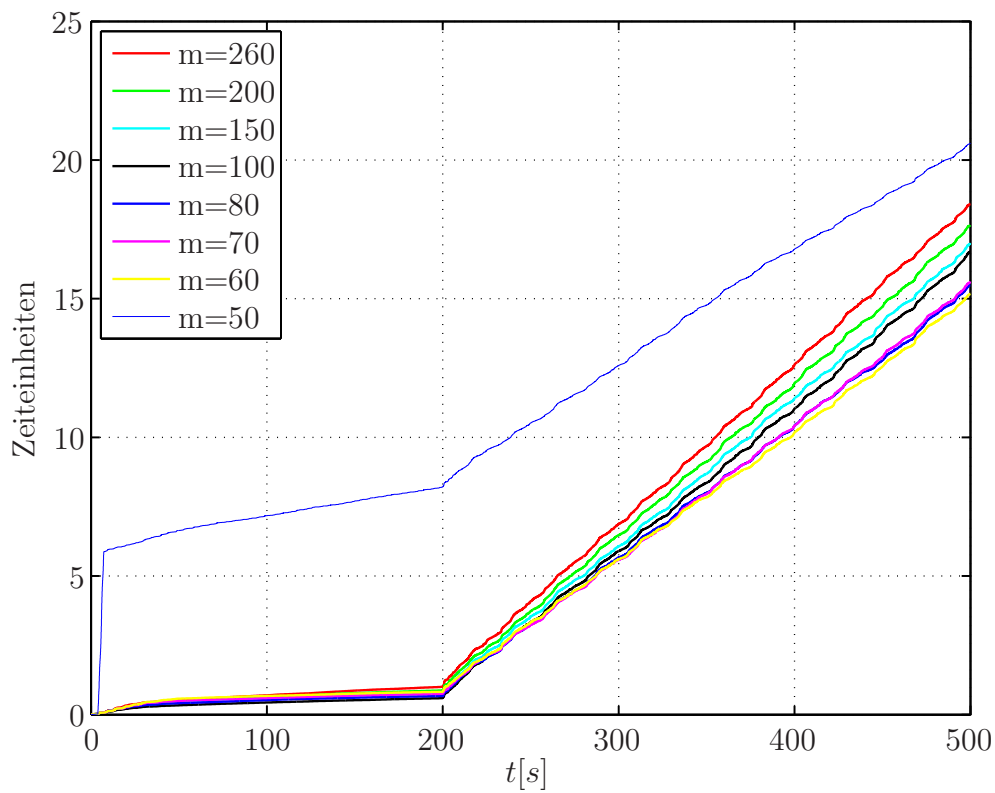


Bild 4.8: Benötigte Rechenzeit in Abhängigkeit von der Systemordnung.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Nachdem der Anteil der jährlich verunglückten Schiffe an der Gesamtanzahl der sich in Betrieb befindlichen Schiffe in den letzten hundert Jahren aufgrund des technischen Fortschritts und einer verbesserten Ausbildung der Besatzungen immer weiter reduziert werden konnte, bleibt das Kentern eines der letzten großen Probleme auf dem Weg zu einem sicheren Schiff. Trotz jahrzehntelanger intensiver weltweiter Forschung auf dem Gebiet der Schiffsdynamik und deren mathematischer Beschreibung ist es bis heute nicht gelungen, hinreichend zuverlässige Kriterien zur Verhinderung von Kentervorgängen zu entwickeln, die beim Bau oder Betrieb eines Schiffs zu beachten wären.

Die numerische Verzweigungsanalyse hat sich als ein gut geeignetes Werkzeug erwiesen, um das Bewegungsverhalten von Schiffen systematisch auf kritische Bereiche zu untersuchen. Mit dieser Methode wurden zwei unterschiedliche Kenterszenarien ermittelt und beschrieben. Die Ergebnisse der numerischen Verzweigungsuntersuchungen wurden in Form von Polardiagrammen dargestellt, in denen kritische und sichere Betriebsbereiche des untersuchten Schiffs in Abhängigkeit der wesentlichen Systemparameter abgebildet sind.

Im Modell zur Beschreibung der Schiffsdynamik wird die Strömungsvorgeschichte bei der Berechnung der Fluid–Struktur–Wechselwirkung durch Gedächtnisintegrale modelliert. Diese Darstellung hält im Vergleich zum Zustandsmodell die Systemordnung niedrig, machte aber eine Weiterentwicklung der Methode zur Pfadverfolgung notwendig. Das Resultat der Entwicklung blieb aber hinter den Erwartungen hinsichtlich der Ausführungsgeschwindigkeit des zugrunde liegenden Algorithmus zurück, so dass in dieser Arbeit ein gänzlich neuer Ansatz erarbeitet wurde, wie das Problem zukünftig behoben werden kann.

Die Entwicklung numerischer Analyseverfahren geht immer Hand in Hand mit experimentellen Verifizierungen der Methoden. Um diese Möglichkeit auch bei der Erstellung von Werkzeugen zur Verzweigungsanalyse im Bewegungsverhalten frei fahrender Schiffe zu erhalten, wurde in dieser Arbeit eine Versuchseinrichtung entwickelt, die vornehmlich dem Auffinden von qualitativen Änderungen im Bewegungsverhalten eines frei in Wellen schwimmenden Versuchsschwimmkörpers dienen soll. Die Versuche können auf beengtem Raum in einem Modellwellenkanal kostengünstig durchgeführt werden. Ein für diese Aufgabe geeigneter dynamisch in der Kanalmitte positionierter frei schwimmender Versuchsschwimmkörper wurde in dieser Arbeit aufgebaut. Dabei war die größte Her-

ausforderung die Entwicklung eines berührungslosen in drei Raumrichtungen messenden Positions- und Lagemesssystems, das eine Genauigkeit von unter einem 1mm bezogen auf die erfasste Fläche von 1,5x1m bei einer Messfrequenz von mehr als 100Hz haben sollte. Diese anspruchsvolle Aufgabe wurde durch einen integrierten Ansatz gelöst. Mit Hilfe eines *erweiterten kontinuierlich-diskreten Kalman-Filters* mit vollständig nichtlinearem Modell wurden die Messdaten einer Stereokamera über dem Wellenkanal mit den Daten einer Inertialen Messeinheit an Bord des Schwimmkörpers in Echtzeit miteinander verbunden. Die Messfrequenz des Gesamtsystems wird dabei von der Frequenz der Inertialen Messeinheit bestimmt und liegt bei 228Hz, was ausreichend schnell für die Positionsregelung ist. Die Langzeitstabilität wird von den Ungenauigkeiten der Stereokamera bestimmt, welche über das gesamte Messvolumen gemittelt bei weniger als einem halben Millimeter liegt. Es wurde gezeigt, dass mit dieser Versuchseinrichtung qualitative Änderungen im Bewegungsverhalten des Versuchsschwimmkörpers experimentell ermittelt werden können.

Der mit dieser Arbeit geleistete Fortschritt liegt in der Verbesserung der numerischen und experimentellen Analysemöglichkeiten extremer Schiffsbewegungen. Durch das vorgestellte Ordnungsreduktionsverfahren lassen sich Schwierigkeiten bei der Verzweigungsanalyse eines in allen sechs Freiheitsgraden modellierten Schiffes vermeiden, die bisher auf anderem Wege nicht gelöst werden konnten. Es ist daher davon auszugehen, dass die Entwicklung der lokalen Verzweigungsanalyse nun auch auf dem Gebiet der Dynamik vollständig modellierter Schiffe gut vorangehen wird, so dass sie bald einen festen Platz bei den Methoden zur Bewertung der Schiffssicherheit einnehmen wird. Unterstützt wird dieser Weg durch die in dieser Arbeit entwickelte Versuchseinrichtung, die es ohne nennenswerte Prozesskosten ermöglicht, auf engem Raum präzise Parameterstudien an einem Versuchsschwimmkörper unter Wellenanregung durchzuführen. Damit können experimentelle Verzweigungsanalysen durchgeführt werden, durch die sich die numerische Methode verifizieren und ggf. auch weiter verbessern lässt.

Anhang A

Stereokamera

Da bereits in vielen Arbeiten zum Thema Photometrie die Zusammenhänge bei der Transformation von Pixel- auf Weltkoordinaten, der Triangulation und der Kamerakalibrierung beschrieben sind, wird dieses Thema ausführlich im Anhang präsentiert.

A.1 Koordinatentransformationen

Die Beschreibung der Koordinatentransformationen wird in der Literatur stets in der Richtung von den Weltkoordinaten hin zu den Pixelkoordinaten vorgenommen. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, dass bei der Projektion vom dreidimensionalen Raum auf die Bildebene Informationen verloren gehen und die entsprechende Projektionsmatrix singulär ist. Die Rücktransformation wird dann durch Fusion der Daten beider Kameras durch Triangulation vorgenommen.

A.1.1 Koordinatensysteme

Zunächst werden die in der elektronischen Bildverarbeitung üblichen Koordinatensysteme definiert. Die benutzten Koordinatensysteme sind das Weltkoordinatensystem (WKS), das Kamerakoordinatensystem (KKS), das Sensorkoordinatensystem (SKS) und das Pixelkoordinatensystem (BKS), welche in Bild A.1 dargestellt sind.

Die Lage und Position des Weltkoordinatensystems wird durch den Anwendungsfall bestimmt oder auf diesen angepasst. Hier wird die gesamte Szene beschrieben und auch die Ausgabegrößen müssen in diesem Koordinatensystem angegeben werden. In diesem Fall liegt der Ursprung des WKS auf der Wasseroberfläche mittig vom Messvolumen. Die z_w -Achse wird, wie in der Schiffsdynamik üblich, nach unten definiert, die x_w -Achse in Richtung der Wellenklappe.

Das Kamerakoordinatensystem ist durch das Projektionszentrum und die optische Achse der Kamera festgelegt. Letztere beschreibt seine z_k -Achse, dessen Richtung die Blickrichtung der Kamera ist. Der Ursprung des KKS wird durch den Mittelpunkt der Linse, das so genannte Projektionszentrum, festgelegt, durch den näherungsweise alle Projektionsstrahlen verlaufen. Die x_k - und y_k -Achsen verlaufen parallel zu den Kanten des Sensors.

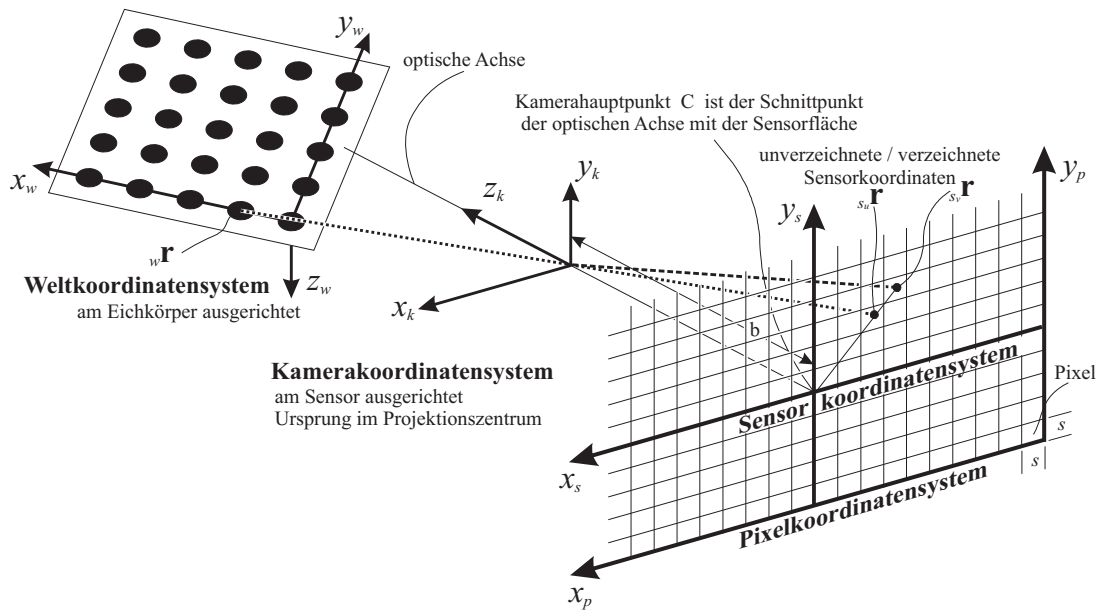


Bild A.1: Definition der verwendeten Koordinatensysteme.

Senkrecht auf der optischen Achse ist im Abstand der Linsenbrennweite b in negativer z_k -Richtung das Sensorkoordinatensystem festgelegt. Physikalisch betrachtet ist die x_s - y_s -Ebene die Sensoroberfläche des Bildwandlers, dargestellt in der Einheit [mm]. Der Ursprung des SKS ist der Schnittpunkt der optischen Achse mit der Sensorfläche.

Durch den Bildwandler ist das Pixelkoordinatensystem vorgegeben. In jedem Bildpunkt ([px] – Pixel, aus dem Englischen *Picture Element*) des Sensors wird ein mittlerer Grauwert des projizierten Raumelements gespeichert. Der Kamerahauptpunkt C legt den Ursprung des SKS fest. Weiterhin findet eine Skalierung von [mm] auf [px] statt. Der Kamerahauptpunkt ist als Schnittpunkt der optischen Achse mit der Sensorfläche definiert. Dieser Punkt liegt idealerweise in der Mitte des Sensors und kann nur durch Versuchsrechnungen im Rahmen des Kalibrierprozesses bestimmt werden.

A.1.2 Homogene Koordinaten

Nach Marsh (1999) lassen sich mit homogenen Koordinaten Translationen, Rotationen, Projektionen, Skalierungen und Scherungen durch eine einzige Matrixoperation ausdrücken.

Die Vektoren werden um eine Dimension w erweitert, die sich definitionsgemäß immer zu 1 ergeben muss:

$$\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T \rightarrow \begin{bmatrix} x & y & z & w=1 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{A.1})$$

Wird durch eine Operation dieser Vektor so verändert, dass $w \neq 1$ ist, muss dieser mit $\frac{1}{w}$ skaliert werden. Mit dieser Vereinbarung lassen sich die im Folgenden benötigten affinen Transformationen durch einfache vierdimensionale Matrizen berechnen.

Soll ein Vektor mit der Matrix \mathbf{R} rotiert und danach um den Vektor \mathbf{t} verschoben werden, gilt die folgende Darstellung mit homogenen Koordinaten:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Rotationen und Translationen verändern nicht die Skalierung von Vektoren, deshalb bleibt die vierte Dimension w unverändert.

Der letzte Eintrag der unteren Zeile der allgemeinen homogenen Transformationsmatrix bewirkt eine globale Skalierung, die übrigen eine Projektion bezüglich der jeweiligen Koordinatenachse. Das folgende Beispiel zeigt eine Projektion mit dem Ursprung als Projektionszentrum und der Projektionsebene im Abstand b senkrecht auf der z -Achse:

$$\lambda \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/b & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \cdot x/z \\ b \cdot y/z \\ b \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Gehen der Projektion andere Transformationen voraus oder folgen welche, so kann die Matrix \mathbf{P} durch rechts- oder linksseitige Multiplikation mit deren Transformationsmatrizen modifiziert werden.

Die Projektion hat, wie am Rangabfall der Matrix \mathbf{P} zu erkennen ist, einen Informationsverlust zur Folge. Im Beispiel ist die z -Koordinate nach der Projektion konstant. Werden alle nachfolgenden Transformationen in dieser projizierten Ebene durchgeführt, so kann die neue z -Koordinate bei der weiteren Berechnung weggelassen werden, und es kann mit dem Vektor $\begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix}^T$ weitergerechnet werden.

A.2 Kameramodell

Bei einer Aufnahme mit einer Kamera werden die durch die Linse einfallenden Lichtstrahlen der Umgebung auf eine zweidimensionale Sensorfläche projiziert. Die Helligkeitsinformationen der einzelnen Bildpunkte werden als digitales Kamerabild gespeichert. Für die Rekonstruktion einer dreidimensionalen Szene muss dieser Prozeß rückwärts durchlaufen werden. Dafür wird ein vereinfachtes Kameramodell entwickelt, das anschließend invertiert werden kann.

Der erste Schritt für die Modellierung der Kamera ist die Transformation der in Weltkoordinaten beschriebenen Punkte in das Kamerakoordinatensystem. Mit der Rotationsmatrix

$${}_{wk}\mathbf{R} = \begin{bmatrix} {}_w\mathbf{e}_{k,x} & {}_w\mathbf{e}_{k,y} & {}_w\mathbf{e}_{k,z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

und Gleichung (A.2) lässt sich Gleichung (A.6) in homogenen Koordinaten ausdrücken:

$${}^w\mathbf{r} = {}^{wk}\mathbf{R} \cdot {}^k\mathbf{r} + {}^w\mathbf{t}_k, \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{bmatrix} {}^k\mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} {}^{wk}\mathbf{R} & {}^w\mathbf{t}_k \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}^{-1}}_{{}^{kw}\mathbf{T}} \cdot \begin{bmatrix} {}^w\mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

mit der Ursprungskoordinate ${}^w\mathbf{t}_k = [t_x \ t_y \ t_z]^T$ und den Einheitsvektoren ${}^w\mathbf{e}_{k,x/y/z}$ des KKS.

Im einfachsten Fall wird ein Lochkameranmodell angenommen. Bei einer Lochkamera verlaufen alle Projektionsstrahlen durch das Projektionszentrum und werden scharf abgebildet. Im Gegensatz dazu projiziert eine ideale dünne Linse parallel zur optischen Achse einfallende Strahlen bildseitig durch den Fokus. Strahlen, die durch den Fokus (vor der Linse) einfallen, werden auf Parallelen zur optischen Achse, wie in Bild A.2 skizziert ist, projiziert.

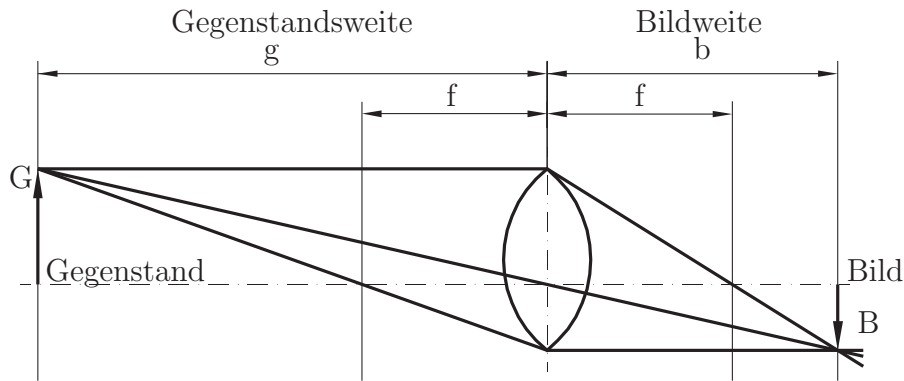


Bild A.2: Die Linsenabbildung einer idealen Linse.

Die vom Punkt G ausgehenden Strahlen bündeln sich deshalb erst im Abstand b vom Projektionszentrum. Das hat zur Folge, dass bei fest eingestellter Bildweite b nur Gegenstände in einem bestimmten Abstand scharf auf den Sensor abgebildet werden. Je weiter die Blende geschlossen wird, desto größer wird die Tiefenschärfe und das Kameramodell nähert sich dem der Lochkamera an.

Berechnen lässt sich die Bildweite mit der folgenden Abbildungsgleichung (A.8):

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f} \quad \text{bzw.} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{b}{g} = \frac{B}{G}. \quad (\text{A.9})$$

Befindet sich der Gegenstand in der Nähe der fokussierten Ebene, lässt sich mit den folgenden Gleichungen die Projektionsoperation berechnen:

$$s_u x = b \cdot \frac{kx}{kz}, \quad s_u y = b \cdot \frac{ky}{kz}. \quad (\text{A.10})$$

Kombiniert man diese Gleichung mit (A.4), lässt sich die Projektionsmatrix ${}_{sk}\mathbf{P}$ bestimmen:

$$\lambda \cdot \begin{bmatrix} s_u r'_x \\ s_u r'_y \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{{}_{sk}\mathbf{P}} \cdot \begin{bmatrix} k r_x \\ k r_y \\ k r_z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.11})$$

$$s_u \mathbf{r} = \frac{1}{k r_z} \cdot s_u \mathbf{r}' . \quad (\text{A.12})$$

Durch die hier beschriebenen linearen Abbildungen werden Punkte aus dem Weltkoordinatensystem in das Sensorkoordinatensystem transformiert. Diese Abbildung ist nur für ideale Linsen gültig. Die Abbildung einer realen Linse ist eine nichtlineare Transformation und führt zu einer radialsymmetrischen tonnen- oder kissenförmigen Verzeichnung (s. Bild A.3).

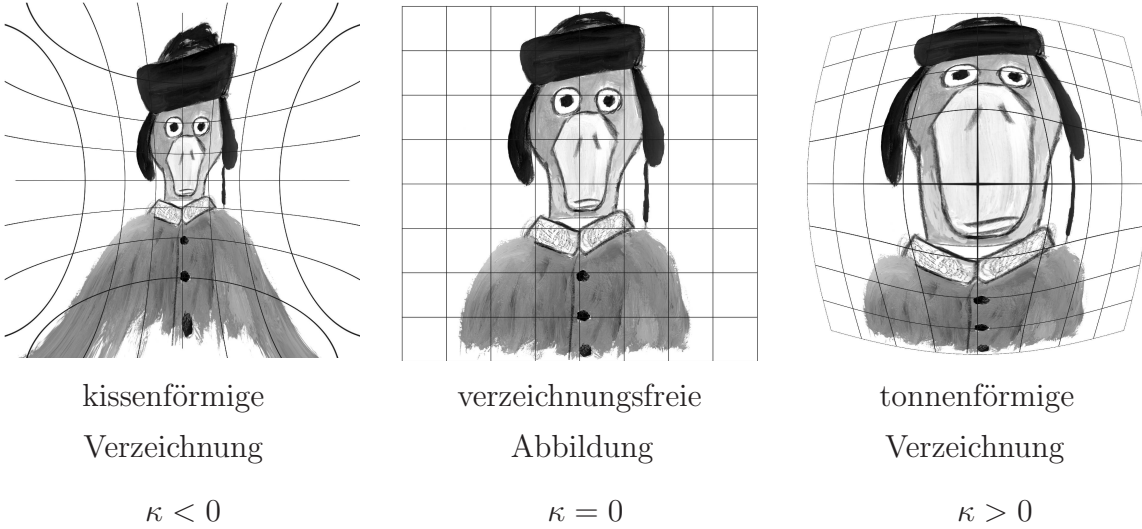


Bild A.3: Geometrische Verzeichnung eines Bildmotivs aus Patoso/Drente (2007) durch Brennweiteneinfluss.

Die ideale Abbildung führt zu *unverzeichneten* Punkten im Sensorkoordinatensystem $s_u \mathbf{r}$. Erst durch Berücksichtigung der Verzeichnung werden diese Punkte durch eine nichtlineare Transformation in *verzeichnete* Punkte im Sensorkoordinatensystem $s_v \mathbf{r}$ überführt, die je nach Linsenmodell mehr oder weniger exakt den von der Kamera gemessenen Punkten entsprechen. Ein möglicher Ansatz zur Beschreibung der Verzeichnung ist ein Polynom zweiten Grades. Die Verzeichnung wird dann durch eine mit dem Quadrat des Abstands vom Kamerahauptpunkt zunehmenden Verschiebung der Punkte angenähert. Der Faktor κ ist ein Gewichtungsfaktor, der während des Kalbrierfahrens bestimmt wird. Damit lassen sich die unverzeichneten Sensorkoordinaten der idealen Linsenprojektion in die verzeichneten Sensorkoordinaten umrechnen:

$$s_v \mathbf{r} = \frac{2 \cdot s_u \mathbf{r}}{1 + (1 - 4\kappa \cdot \|s_u \mathbf{r}\|^2)^{\frac{1}{2}}} . \quad (\text{A.13})$$

Die inverse Abbildung von (A.13) lässt sich nach Scharfenberg (2006) folgendermaßen berechnen:

$${}_{s_u}\mathbf{r} = \frac{{}_{s_v}\mathbf{r}}{1 + \kappa \cdot \left\| {}_{s_v}\mathbf{r} \right\|^2}. \quad (\text{A.14})$$

Der Bildwandler digitalisiert das auf den Sensor projizierte Bild und rastert es in Bildpunkte der Seitenlänge s . Der Kamerahauptpunkt C gibt den Schnittpunkt der optischen Achse mit der Sensorfläche in Pixeln an. Mit den Abmessungen und der Auflösung der CCD-Sensoren lässt sich das Sensor- in das Pixelkoordinatensystem mit der Transformationsmatrix ${}_{ps}\mathbf{T}$ umwandeln. Durch diese Transformation werden die Größen zunächst von der Einheit Millimeter auf Pixel (Pixelbreite s) skaliert und danach um die Koordinaten des Kamerahauptpunkts C verschoben. Sollen die Transformationsgleichungen

$${}^p r_x = \frac{1}{s} \cdot {}_{s_v} r_x + C_x \quad \text{und} \quad (\text{A.15})$$

$${}^p r_y = \frac{1}{s} \cdot {}_{s_v} r_y + C_y \quad (\text{A.16})$$

mit homogenen Koordinaten dargestellt werden, folgt mit Gleichung (A.2):

$$\begin{bmatrix} {}^p \mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 & C_x \\ 0 & \frac{1}{s} & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{{}_{ps}\mathbf{T}} \cdot \begin{bmatrix} {}_{s_v} \mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Alle Transformationsschritte hintereinander ausgeführt modellieren die Abbildung der realen Kamera hinreichend genau. Bild 3.14 veranschaulicht, wie die Transformationsschritte von links nach rechts durchgeführt werden. In der Literatur wird zwischen extrinsischen (externen) und intrinsischen (internen) Kameraparametern unterschieden. Wird der Aufbau eines Stereokamerasystems verändert, so ändern sich nur die extrinsischen Parameter, die in den Matrizen ${}_{kw}\mathbf{T}_1$ und ${}_{kw}\mathbf{T}_2$ (A.6) enthalten sind. Die kameraspezifischen intrinsischen Daten sind in den Matrizen ${}_{sk}\mathbf{P}$, ${}_{ps}\mathbf{T}$ und der Verzeichnungsabbildung gespeichert (vgl. A.12, A.17 und A.14).

A.3 Triangulation

Die Kameramessungen sollen in Echtzeit bei ca. 10 Hz ablaufen und der Computer hat neben der Triangulationsberechnung auch noch die Bildverarbeitung nach Abschnitt 3.3.2 durchzuführen. Deshalb wurde im Rahmen einer Bachelor-Arbeit (Hackbarth 2007) ein Verfahren entwickelt, das weder aus iterativen Algorithmen, noch aus überbestimmten Gleichungssystemen besteht. Es werden ausschließlich lineare reguläre Gleichungssysteme dritter Ordnung gelöst. Bei solchen Systemen ist die Rechenzeit nahezu unabhängig von den Daten, was ein wichtiges Kriterium bei der Überprüfung der Echtzeitfähigkeit ist.

Bei der Erstellung des Algorithmus wird angenommen, dass in beiden Kamerabildern jeweils ein Punkt erkannt wird. Diese Punkte in Pixelkoordinaten werden zuerst mit

${}_{ps}\mathbf{T}_{1/2}^{-1}$ (A.17) in das Sensorkoordinatensystem transformiert. Danach wird der Einfluss der Verzerrung durch Anwenden von Gleichung (A.14) aus den Punkten entfernt. Die Rückprojektionsstrahlen beider Punkte werden von der Sensorfläche durch das Projektionszentrum der Linse in den Raum fortgesetzt. Diese beiden Strahlen lassen sich mit dem Sensorabstand b vom Projektionszentrum und den Sensorkoordinaten der Punkte wie folgt beschreiben:

Die Transformationsmatrix ${}_{wk}\mathbf{T}_n$ wird mit der Rotationsmatrix ${}_{wk}\mathbf{R}_n$ und dem Translationsvektor ${}_{w}\mathbf{t}_n$ für beide Kameras $n = 1, 2$ dargestellt:

$${}_{wk}\mathbf{T}_n = {}_{kw}\mathbf{T}_n^{-1} = \begin{bmatrix} \text{Rotationsmatrix} & \text{Translationsvektor} \\ \underbrace{{}_{wk}\mathbf{R}_n} & \underbrace{{}_{w}\mathbf{t}_n} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

Damit lassen sich die Rückprojektionsstrahlen vom Kamerakoordinatensystem

$${}_{kn}\mathbf{r}_{\lambda_n} = \lambda_n \cdot \begin{bmatrix} s_n r_x \\ s_n r_y \\ b_n \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

in das Weltkoordinatensystem umrechnen:

$${}_{w}\mathbf{r}_{\lambda_n} = \lambda_n \cdot {}_{wk}\mathbf{R}_n \cdot \begin{bmatrix} s_n r_x \\ s_n r_y \\ b_n \end{bmatrix} + {}_{w}\mathbf{t}_n = \lambda_n \cdot \mathbf{a}_n + {}_{w}\mathbf{t}_n. \quad (\text{A.20})$$

Die Rückprojektionsstrahlen liegen in der Regel, wie in Bild A.4 angedeutet ist, windschief im Raum und schneiden sich daher nicht. Der minimale Abstand zweier Geraden

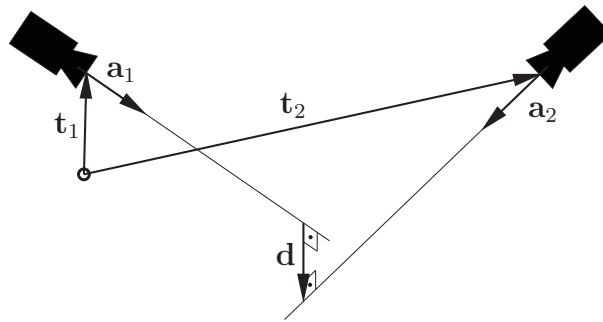


Bild A.4: Die Rückprojektionsstrahlen liegen in der Regel windschief im Raum.

im Raum ist der Vektor \mathbf{d} , der senkrecht auf beiden Geraden steht:

$$\mathbf{d} = \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2. \quad (\text{A.21})$$

Die Länge dieses Vektors ist ein Maß für den relativen Fehler, der bei der Rückprojektion aufgetreten ist (Rückprojektionsfehler). Aus geometrischen Überlegungen wird mit

Gleichung (A.20) und Bild A.4 klar, dass

$$\mathbf{r}_{\lambda_1} - \mathbf{r}_{\lambda_2} = \lambda_3 \cdot \mathbf{d} , \quad (\text{A.22})$$

$$\lambda_1 \cdot \mathbf{a}_1 - \lambda_2 \cdot \mathbf{a}_2 - \lambda_3 \cdot \mathbf{d} = \mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_1 , \quad (\text{A.23})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_1 \text{ und} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{d} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_1 \right) . \quad (\text{A.25})$$

Die zu invertierende Matrix ist eine 3×3 Matrix und lässt sich somit analytisch invertieren. Setzt man das λ_n in Gleichung (A.20) ein, so erhält man für $n = 1,2$ die zueinander dichtesten Punkte auf den Projektionsstrahlen. Auf der Strecke zwischen diesen beiden Punkten befindet sich der rekonstruierte Punkt im Raum:

$$\mathbf{r}_{opt} = \frac{1}{2} \left(\lambda_1 \cdot \mathbf{a}_1 + \mathbf{t}_1 + \lambda_2 \cdot \mathbf{a}_2 + \mathbf{t}_2 + \underbrace{\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 + \lambda_1} \cdot \lambda_3 \cdot \mathbf{d}}_{\text{Gewichtungsterm}} \right) . \quad (\text{A.26})$$

Werden Objekte in einer Ebene in geringem Abstand zur Kamera gemessen, so teilt sich dieselbe Anzahl der Bildpunkte auf einen kleineren Messbereich auf. Die absolute Auflösung im Kamerakoordinatensystem ist also antiproportional zum Abstand der Messpunkte. Deshalb wird der Gewichtungsterm zu Gleichung (A.26) hinzugefügt, so dass der Messwert der entfernteren Kamera geringer gewichtet wird. Das in Hartley/Zisserman (2000) erwähnte Kostenfunktional (s. Gleichung (3.5)) wird dadurch berücksichtigt.

Anhang B

Erläuternde Berechnungen

B.1 Berechnung der Kardanwinkel Θ aus einer Rotationsmatrix \mathbf{R}

Soll eine Koordinatentransformation, die durch eine Rotations- oder Richtungs-cosinusmatrix \mathbf{R} beschrieben wird, als eine Folge von Drehungen um die drei Kardanwinkel der fünften Art ϕ , θ und ψ nach Gleichung (3.26) interpretiert werden, bekommen die Matrixeinträge von \mathbf{R} folgende Bedeutung:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & -\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

Die Kardan-Winkel lassen sich durch die Funktion

$$\mathbf{t}(\mathbf{R}) = \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arctan\left(\frac{R_{32}}{R_{33}}\right) \\ \arcsin(-R_{31}) \\ \arctan\left(\frac{R_{21}}{R_{11}}\right) \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

berechnen, solange der Winkel θ kleiner ist als 90° , da andernfalls eine Singularität auftritt. Dieser Fall ist für Schiffsbewegungen ausgeschlossen, so dass die Beziehungen ohne Einschränkungen hier angewandt werden können.

B.2 Einträge der Jacobi–Matrizen

$$\begin{aligned}
F_{47} &= b\tilde{a}_y (\sin({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\phi}) + \cos({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi})) \\
&\quad + b\tilde{a}_z (\sin({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\phi}) - \cos({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi})) \\
F_{57} &= b\tilde{a}_y (\sin({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi}) - \cos({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\phi})) \\
&\quad - b\tilde{a}_z (\cos({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\phi}) + \sin({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi})) \\
F_{67} &= b\tilde{a}_y \cos({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi}) - b\tilde{a}_z \cos({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi}) \\
F_{48} &= -b\tilde{a}_x \cos({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) + b\tilde{a}_y \cos({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi}) + b\tilde{a}_z \cos({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi}) \\
F_{58} &= -b\tilde{a}_x \sin({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) + b\tilde{a}_y \sin({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi}) + b\tilde{a}_z \sin({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi}) \\
F_{68} &= -b\tilde{a}_x \cos({}_i\hat{\theta}) - b\tilde{a}_y \sin({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi}) - b\tilde{a}_z \sin({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi}) \\
F_{49} &= -b\tilde{a}_x \sin({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\theta}) - b\tilde{a}_y (\cos({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\phi}) + \sin({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi})) \\
&\quad + b\tilde{a}_z (\cos({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\phi}) - \sin({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi})) \\
F_{59} &= b\tilde{a}_x \cos({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\theta}) + b\tilde{a}_y (\cos({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi}) - \sin({}_i\hat{\psi}) \cos({}_i\hat{\phi})) \\
&\quad + b\tilde{a}_z (\sin({}_i\hat{\psi}) * \sin(phi) + \cos({}_i\hat{\psi}) \sin({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi})) \\
F_{77} &= b\tilde{\omega}_y \tan({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi}) - b\tilde{\omega}_z \tan({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi}) \\
F_{87} &= -b\tilde{\omega}_y \sin({}_i\hat{\phi}) - b\tilde{\omega}_z \cos({}_i\hat{\phi}) \\
F_{97} &= \frac{b\tilde{\omega}_y \cos({}_i\hat{\phi}) - b\tilde{\omega}_z \sin({}_i\hat{\phi})}{\cos({}_i\hat{\theta})} \\
F_{78} &= \frac{b\tilde{\omega}_y \sin({}_i\hat{\phi}) + b\tilde{\omega}_z \cos({}_i\hat{\phi})}{\cos^2({}_i\hat{\theta})} \\
F_{98} &= \frac{b\tilde{\omega}_y \sin({}_i\hat{\theta}) \sin({}_i\hat{\phi}) + b\tilde{\omega}_z \sin({}_i\hat{\theta}) \cos({}_i\hat{\phi})}{\cos^2({}_i\hat{\theta})}
\end{aligned}$$

Anhang C

Varianzanalyse

Befindet sich der Versuchsschwimmkörper in einer Ruhelage, schwanken die gemessenen Werte um einen von der Ruhelage abhängigen Mittelwert. Dieser Fehler wird als zufälliger Fehler bezeichnet, dessen Wahrscheinlichkeitsdichte sich im Idealfall bei einer vorliegenden Normalverteilung durch die Gauß'sche Glockenkurve approximieren lässt.

Bei einer Ruhemessung mit dem Schwimmkörper im Wellenkanal wurden in 438s 100.000 IMU-Messwerte und 4.000 Kameramesswerte aufgenommen. Die Werte wurden um den jeweiligen positions- und lageabhängigen Mittelwert bereinigt und die Wahrscheinlichkeitsverteilungen berechnet. Zusätzlich zu den realen Daten ist als Kurve die aus den ermittelten Standardabweichungen berechnete Glockenkurve dargestellt, so dass aus einem Blick auf die Diagramme sichtbar wird, wie gut oder schlecht die zufälligen Sensormessfehler normalverteilt sind. In Bild C.1 sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die zufälligen Sensormessfehler der IMU dargestellt. Die Daten der Kameramessung wurden auf zwei Weisen ausgewertet: In Bild C.2 sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die zufälligen Fehler der aus den Kameramessdaten berechneten Position und Lage dargestellt, in Bild C.3 sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die zufälligen Fehler der Kameramessdaten in x - und y -Richtung in Koordinaten des Sensorkoordinatensystems für die Leuchtpunkte P1, P2, P3 und P4 und für beide Kameras dargestellt.

Es fällt auf, dass die zufälligen Sensorfehler der Kreisel, in den Diagrammen auf der linken Seite in Bild C.1 dargestellt, annähernd ideal normalverteilt sind. Das trifft auf die Diagramme der Beschleunigungssensoren auf der rechten Seite nicht zu. Hier wird deutlich, dass die Kreiselwerte in einer Breite von 24bit ausgegeben werden, die Werte aus der Beschleunigungsmessung nur in einer Breite von 16bit. Bei einem Messbereich von $\pm 5g$ beträgt das LSB schon $0,15mg$, was je nach Sensor einem Fünftel oder einem Sechstel der ermittelten Standardabweichung entspricht.

Die Fehler der Kamera sind sowohl für die ausgewerteten Positions und Lagedaten in Bild C.2 als auch für die Rohdaten in Bild C.3 einigermaßen normalverteilt. Hier liegt die Standardabweichung, sehr gut erkennbar in der Auswertung der Rohdaten, mehr als ein Zehntel unterhalb der physikalischen Pixelgröße von $4,4\mu m$, was auf die Methode der Bestimmung der Kreismittelpunkte, beschrieben in Abschnitt 3.3.2, zurückzuführen ist.

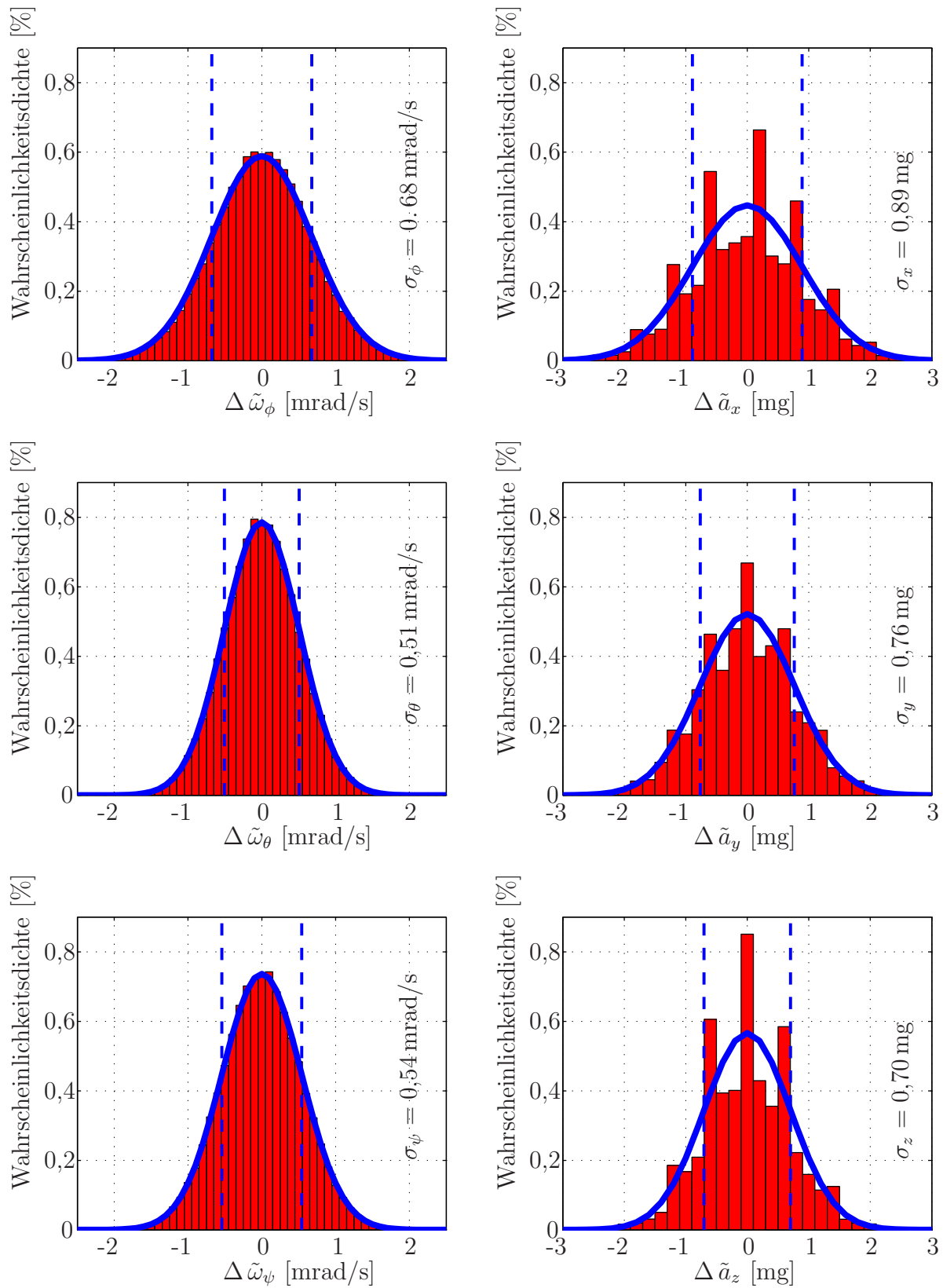


Bild C.1: Die Häufigkeitsverteilungen des Messrauschens der IMU-Sensoren bei einer Ruhemessung im Wellenkanal.

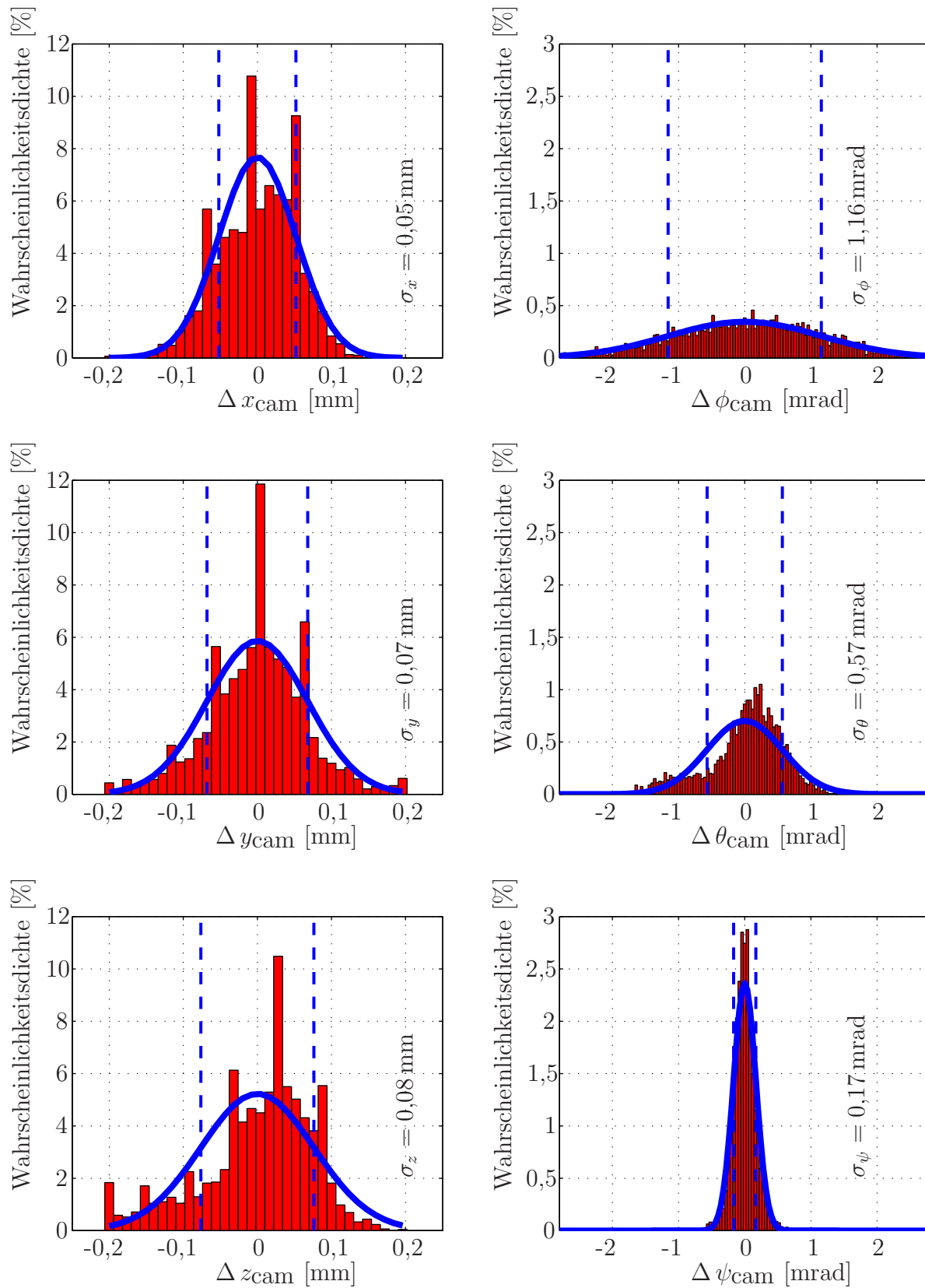


Bild C.2: Die Häufigkeitsverteilungen des Messrauschens der mit der Stereokamera ermittelten Position und Lage des Schwimmkörpers bei einer Ruhemessung im Wellenkanal.

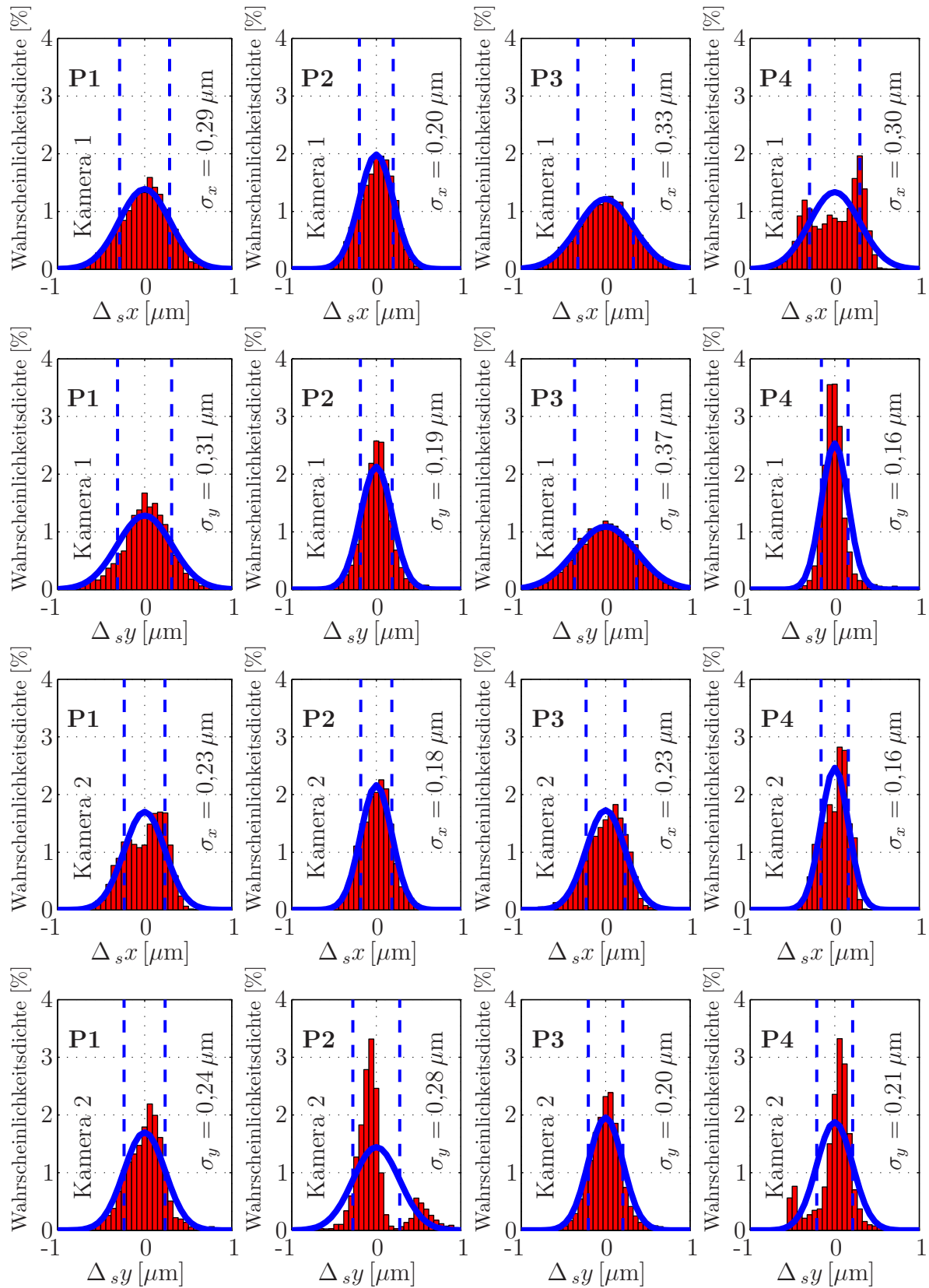


Bild C.3: Die Häufigkeitsverteilungen des Kameramessrauschens der Sensorrohdaten.

Anhang D

Vergleich der Kalman–Filter Varianten

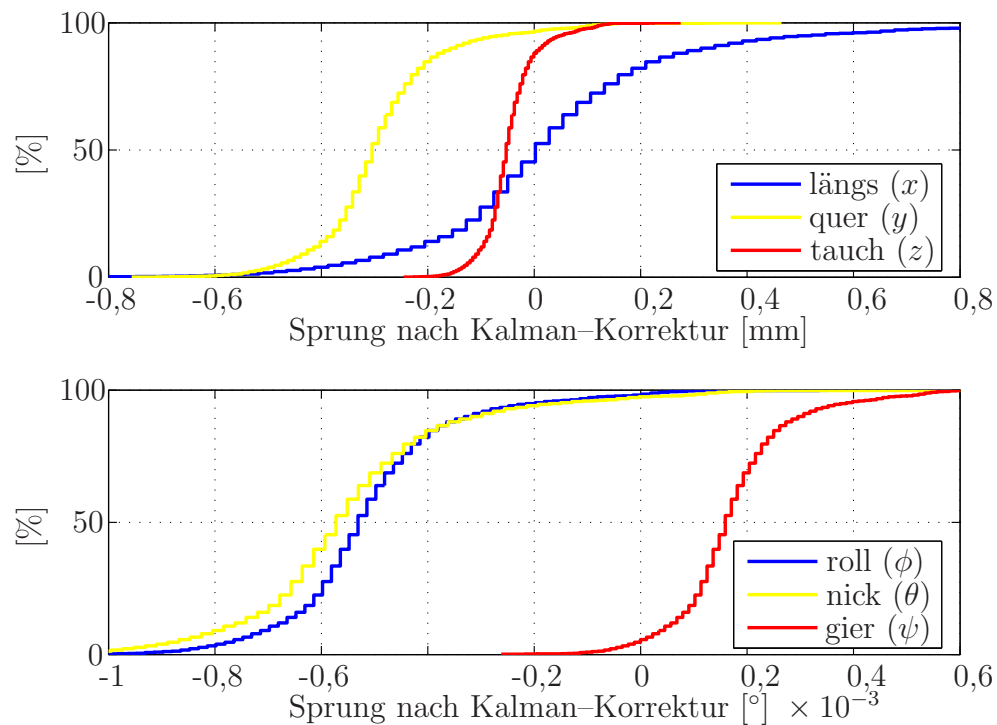


Bild D.1: Relative Summenhäufigkeit der Kalman-Korrekturschritte als Maß für die Schätzgüte. Als Kameramessgrößen dienen 4 Kamerarohdaten von einer Kugel; zu jeder Kameramessung erfolgt eine Kalman-Korrektur.

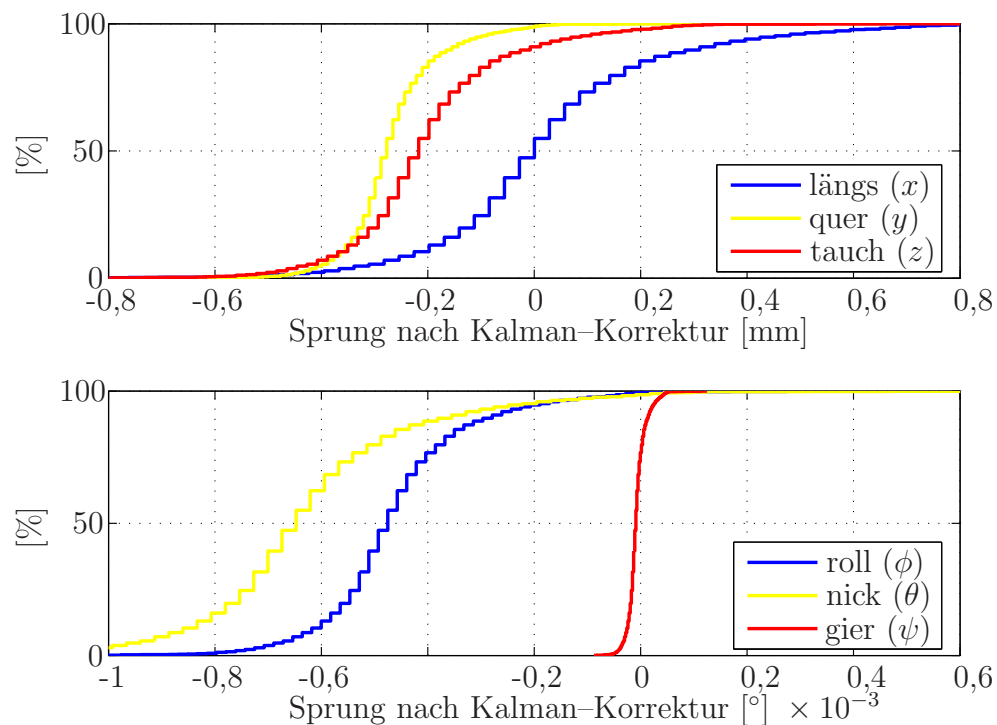


Bild D.2: Relative Summenhäufigkeit der Kalman-Korrekturschritte als Maß für die Schätzgüte. Als Kameramessgrößen dienen 8 Kamerarohdaten von einer Kamera; zu jeder Kameramessung erfolgt eine Kalman-Korrektur.

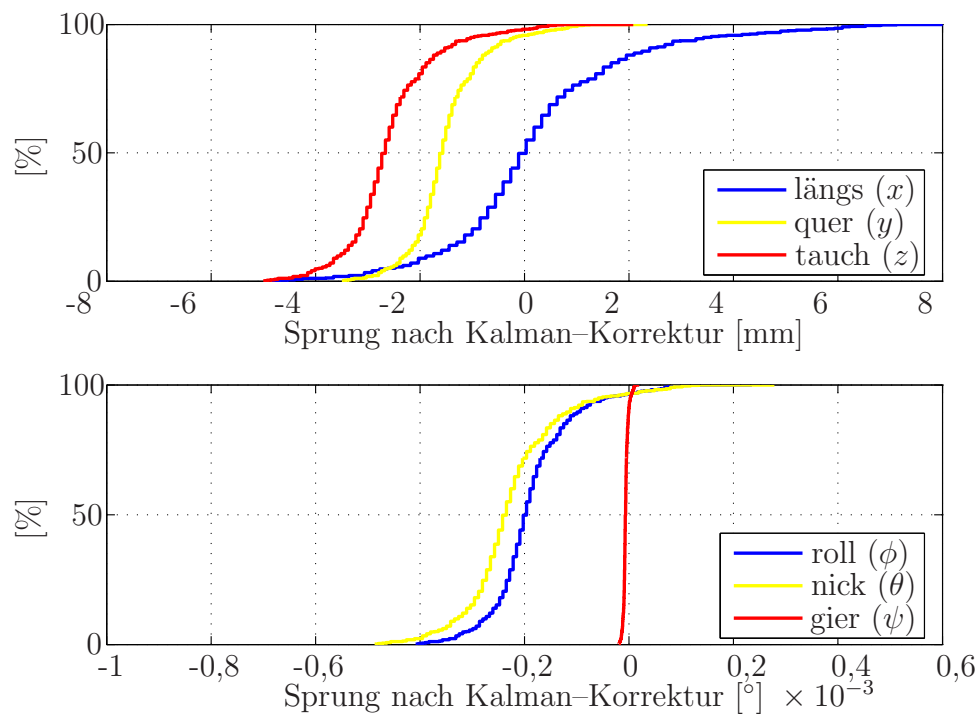


Bild D.3: Relative Summenhäufigkeit der Kalman-Korrekturschritte als Maß für die Schätzgüte. Als Kameramessgrößen dienen 16 Kamerarohdaten; zu jeder fünften Kameramessung erfolgt eine Kalman-Korrektur.

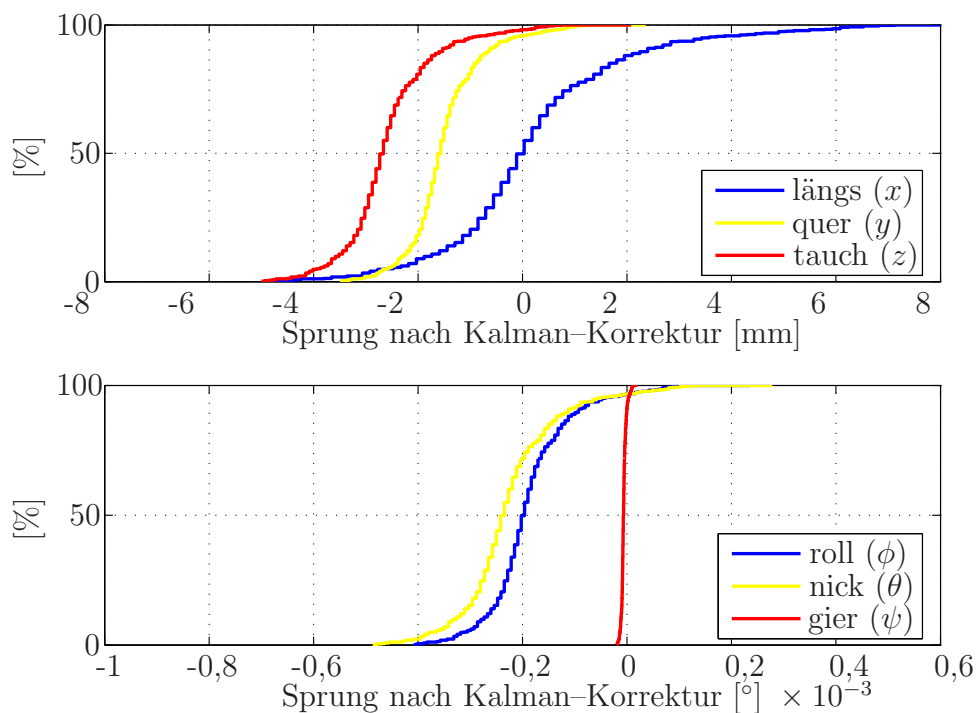


Bild D.4: Relative Summenhäufigkeit der Kalman-Korrekturschritte als Maß für die Schätzgüte. Als Kameramessgrößen dienen 4 Kamerarohdaten von einer Kugel; zu jeder fünften Kameramessung erfolgt eine Kalman-Korrektur.

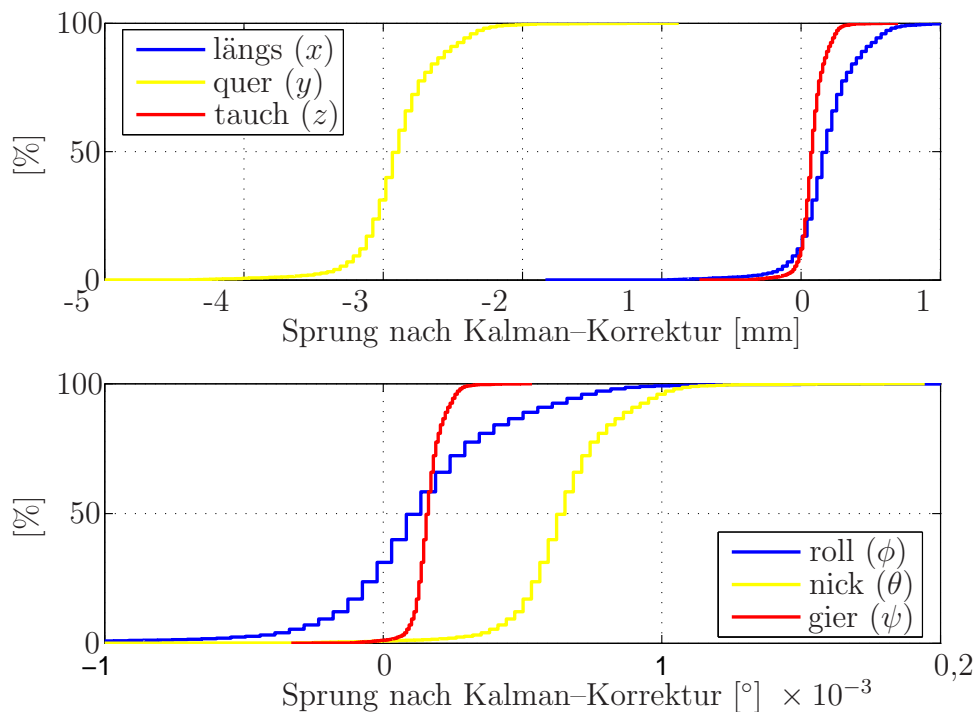


Bild D.5: Relative Summenhäufigkeit der Kalman-Korrekturschritte als Maß für die Schätzgüte. Als Kameramessgrößen dienen die verallgemeinerten Koordinaten; zu jeder Kameramessung erfolgt eine Kalman-Korrektur.

Anhang E

Embedded Implementierung

E.1 Vereinfachung der Systemgleichungen

Die Implementierung der Gleichungen (3.17), (3.22) und (3.23) ist in der angegebenen Matrixschreibweise zwar einfach umzusetzen, sie führt jedoch zu langen Programmlaufzeiten. Aus diesem Grund wurde die Anzahl der Rechenoperationen, die in jeder dieser Gleichungen beschrieben werden, durch Anwenden einfacher Grundoperationen des Matrixkalküls und unter Ausnutzung der Informationen über die Matrixstrukturen im Vorwege reduziert.

In Gleichung (3.17), $\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{F}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T$, sind die Matrizen \mathbf{F} und \mathbf{P} von der Dimension 9x9, so dass zur Berechnung eines Matrixproduktes 729 Multiplikationen und 648 Additionen durchgeführt werden. Hierbei sind \mathbf{G} von der Dimension 6x9 und \mathbf{Q} von der Dimension 6x6, so dass für die Berechnung des Matrixproduktes $\mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T$ 810 Multiplikationen und 675 Additionen ausgeführt werden. Gleichung (3.17) wird im Laufe der Integration nach dem Runge-Kutta Verfahren vierter Ordnung vier mal pro Zeitschritt ausgewertet. In Gleichung (3.32) wird deutlich, dass \mathbf{F} viele Nullen und einige Einsen enthält. Wird diese Matrix von links an die vollbesetzte Matrix \mathbf{P} multipliziert, entspricht dies je einer Multiplikation der 3x3 Submatrizen \mathbf{F}_{23} und \mathbf{F}_{33} mit einer aus den letzten drei Zeilen von \mathbf{P} gebildeten Submatrix. Hier wird nun also eine 6x3 Matrix mit einer 3x9 Matrix multipliziert, was 162 Multiplikationen und 108 Additionen entspricht. Die 3x3 Einheitssubmatrix oben in der Mitte von \mathbf{F} sorgt dafür, dass bei einer Multiplikation mit \mathbf{P} die mittleren drei Zeilen von \mathbf{P} die ersten drei Zeilen des Matrixproduktes werden. Es müssen hier also noch neben den arithmetischen Operationen 27 Werte kopiert werden. Durch Ausnutzung der speziellen Matrixstruktur können die 1458 Additionen und ebenso vielen Multiplikationen zu 324 Multiplikationen, 378 Additionen und 54 mal Wertekopieren verringert werden. Da \mathbf{Q} eine Diagonalmatrix ist und \mathbf{G} nach Gleichung (3.33) viele Nullen enthält, lässt sich das Matrixprodukt $\mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T$ mit nur 72 Multiplikationen und 36 Additionen implementieren. Damit sinkt der numerische Aufwand bei der Auswertung von Gleichung (3.17) auf ein Fünftel des ursprünglichen.

Auch bei der Kalman-Korrektur lässt sich viel Rechenzeit einsparen, insbesondere dann, wenn als Kameramessdaten $\tilde{\mathbf{y}}$ die Position und Lage des Schwimmkörpers angegeben werden und nicht die Sensorrohdaten. Die konstante Drehungsmatrix ${}_{wi}\mathbf{R}$ ist aufgrund

der sehr kleinen Winkel wie eine Einheitsmatrix zu betrachten, so dass die Matrix \mathbf{H} ausschließlich Nullen und Einsen enthält. Die Berechnung des Korrekturvektors \mathbf{k}_j , die für jeden der gemessenen Stützwerte j durchgeführt werden muss, erfolgt nach Gleichung (3.22) und lautet $\mathbf{k}_j = \mathbf{P}\mathbf{H}_j^T \cdot (\mathbf{H}_j\mathbf{P}\mathbf{H}_j^T + R_{jj})^{-1}$. Dabei bezeichnet \mathbf{H}_j die j -te Zeile der Matrix \mathbf{H} und R_{jj} das j -te Diagonalelement der Matrix \mathbf{R} . Mit den speziellen Eigenschaften von \mathbf{H} reduziert sich die Berechnung von \mathbf{k}_j zu

$$\mathbf{k}_j = \frac{\mathbf{P}_j}{P_{jj} + R_{jj}}. \quad (\text{E.1})$$

Die Auswertung der Gleichung erfordert keinen hohen Rechenaufwand, drückt aber auch die Schwächen dieses Ansatzes aus: Wenn eine Messgröße nicht zur Verfügung steht, wird die Koordinate des Zustandsvektors nicht korrigiert. Jeder Eintrag der Sensorrohdaten hängt dagegen von allen Zustandsgrößen ab, so dass bei Ausfall einer Kamera oder einer verminderten Anzahl von Messwerten noch gute Ergebnisse bei den Korrekturen erzielt werden können.

Die korrigierte Schätzfehlerkovarianzmatrix wird nach Gleichung (3.23) für jeden Messwert j : $\mathbf{P} = \mathbf{k}_j R_{jj} \mathbf{k}_j^T + (\mathbf{I} - \mathbf{k}_j \mathbf{H}_j) \mathbf{P} (\mathbf{I} - \mathbf{k}_j \mathbf{H}_j)^T$ berechnet. Der Term $\mathbf{k}_j R_{jj} \mathbf{k}_j^T$ lässt sich mit 90 Multiplikationen implementieren, es ist ein sogenanntes dyadisches Produkt. Der Term $(\mathbf{I} - \mathbf{k}_j \mathbf{H}_j) \mathbf{P} (\mathbf{I} - \mathbf{k}_j \mathbf{H}_j)^T$ erfordert 1548 Multiplikationen und 1539 Additionen. Er kann durch Ausmultiplizieren und Umstellen umgeschrieben werden, so dass Gleichung (3.23) zu

$$\mathbf{P} = \mathbf{k}_j R_{jj} \mathbf{k}_j^T + \mathbf{P} - (\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j) \mathbf{P} - \mathbf{P} (\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j)^T + (\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j) \mathbf{P} (\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j)^T \quad (\text{E.2})$$

wird und sich der Rechenaufwand drastisch reduziert. Aufgrund der günstigen Struktur von \mathbf{H} wird das dyadische Produkt $\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j$ zu einer 9×9 Matrix, die nur aus Nullen besteht und in der j -ten Spalte den \mathbf{k}_j -Vektor stehen hat. Das Matrixprodukt $(\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j) \mathbf{P}$ kann daher auch als dyadisches Produkt aus \mathbf{k}_j und der j -ten Zeile von \mathbf{P} berechnet werden. Dies sind 81 Multiplikationen. Das gleiche gilt für den Term $\mathbf{P} (\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j)^T$. Hier wird das dyadische Produkt aus der j -ten Spalte von \mathbf{P} und \mathbf{k}_j gebildet. Zur Berechnung von $(\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j) \mathbf{P} (\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j)^T$ liegt der erste Teil $(\mathbf{k}_j \mathbf{H}_j) \mathbf{P}$ bereits vor. Es muss lediglich noch das dyadische Produkt aus dessen j -ter Spalte und dem \mathbf{k}_j -Vektor gebildet werden, was erneut in 81 Multiplikationen erfolgt. Anstelle von 1548 Multiplikationen und 1539 Additionen wird diese Form der Gleichung unter Ausnutzung aller nützlichen Struktureigenschaften der Matrizen mit nur 324 Multiplikationen und 324 Additionen berechnet, was ein Aufwand von nicht einmal einem Viertel entspricht.

E.2 Umstellung auf Festkommaarithmetik

Die Software für den Embedded-Bordrechner ist in C++ geschrieben und mit der Entwicklungsumgebung *ADSP++* von *Analog Devices* programmiert und kompiliert worden. Da dem verwendeten Blackfin-Prozessor eine Gleitkommaarithmetik fehlt, müssen hier aus Geschwindigkeitsgründen alle Werte als Festkommawerte gespeichert und verarbeitet werden. Bei der Umstellung von Gleitkomma- auf Festkommawerte sind einige Skalierungen notwendig, um die beschränkten Wertebereiche der Festkommazahlen optimal auszunutzen. Während der Implementierung hat sich herausgestellt, dass

ausschließlich 32bit Zahlen verwendet werden können, die einen Wertebereich von $\pm 10^9$ darstellen können. Diese Genauigkeit ist zwar nicht für die Endwerte erforderlich, wohl aber während der Berechnungen, z.B. den Integrationen. Kleine Inkremente werden sonst möglicherweise gar nicht erfaßt, was zu großen Langzeitfehlern führen kann. Zur Vereinfachung der Programmierung gibt es den vorzeichenbehafteten 32bit *Fractional* Datentyp, der den Wertebereich einer 32bit Ganzzahl auf den Wertebereich zwischen -1 und 1 abbildet. Durch eine geeignete Transformation müssen daher sämtliche in SI Einheiten beschriebenen Daten auf diesen eingeschränkten Wertebereich transformiert werden.

Der Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$ und dessen Ableitung $\dot{\mathbf{x}}(t)$ werden in den folgenden Einheiten beschrieben:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} [\text{m}] \\ [\text{m}] \\ [\text{m}] \\ [\text{m/s}] \\ [\text{m/s}] \\ [\text{m/s}] \\ [\text{rad}] \\ [\text{rad}] \\ [\text{rad}] \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} [\text{m/s}] \\ [\text{m/s}] \\ [\text{m/s}] \\ [\text{m/s}^2] \\ [\text{m/s}^2] \\ [\text{m/s}^2] \\ [\text{rad/s}] \\ [\text{rad/s}] \\ [\text{rad/s}] \end{bmatrix}. \quad (\text{E.3})$$

Die Werte des Zustandsvektors werden wie folgt beschränkt: Der von der Stereokamera abgedeckte Bereich liegt bei $1,5 \times 1,0\text{m}$. Die Positionsdaten können daher unskaliert belassen werden. Die Lagewinkel ϕ und θ bleiben unter $\pm 45^\circ$, ψ ist unbeschränkt. Hier wird der Bereich von $[-\pi \dots \pi]$ auf den Wertebereich der Variablen skaliert. Tritt ein Überlauf in ψ auf, entspricht dies dem Übergang des Winkels von 180° auf -180° und ist unkritisch. Der Messbereich der Beschleunigungssensoren ist mit $\pm 5g$ angegeben. Diese hohen Beschleunigungen treten in dieser Anwendung nicht auf, weshalb der Wertebereich der auftretenden Beschleunigungen auf $\pm 16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beschränkt wird. Skaliert man nun die in Sekunden angegebene Zeit mit 4, kann man ohne neu skalieren zu müssen die Beschleunigung zwei mal nach der Zeit integrieren und man erhält unmittelbar die richtige Einheit bei der Position. Konsequenterweise wird daher die Geschwindigkeit auf einen Bereich von $\pm 4\text{m/s}$ beschränkt. Die Kreisel haben einen Messbereich von $\pm 327,68^\circ/\text{s}$ oder ungefähr $\pm \pi/\text{s}$. Hier wird im Sinne der Einheitenkonsistenz der Wertebereich auf $\pm 4\text{rad/s}$ ausgedehnt. Hierdurch erhält das Produkt aus Länge [m] und Winkelgeschwindigkeit automatisch die richtige Dimension [m/s], ohne dass nach der Multiplikation skaliert werden muss. Mit den hier angegebenen Wertebereichen werden im auf Eins normierten Variablenraum die üblichen Operationen unter Beibehaltung der Verhältnisse und Einheiten durchgeführt. Lediglich bei Berechnungen mit Winkeln muss um den Faktor π korrigiert werden.

Der Code ist weitestgehend frei von Divisionen. An den Stellen, an denen Divisionen auftreten, werden diese mit emulierten float-Operationen ausgeführt. Überläufe durch zu kleine Nenner sind nur an sehr wenigen Stellen zu erwarten. Hier wird die Divisionsoperation an letzter Stelle ausgeführt, da der Betrag des Zählers eines Bruchs mit jeder Multiplikation mit einer Zahl zwischen -1 und 1 kleiner wird.

Schwierigkeiten bei der Portierung des Codes auf die Ganzzahlarithmetik haben sich bei der Berechnung der Kovarianzmatrizen \mathbf{P} , \mathbf{Q} und \mathbf{R} ergeben. Die Varianzen der verwendeten Sensoren unterscheiden sich um bis zu fünf Größenordnungen, so dass hier die unterschiedlichen Matrixeinträge gesondert skaliert werden mussten, damit die Werte noch mit 32bit-Zahlen ausgedrückt werden können.

Literaturverzeichnis

Allgower/Georg 2003

ALLGOWER, E. L. ; GEORG, K.: *Introduction to Numerical Continuation Methods*. U.S. : Society for Industrial & Applied Mathematics, 2003

Ansorge/Oberle 2003

ANSORGE, R. ; OBERLE, H. J.: *Mathematik für Ingenieure 2*. 3. Aufl. Weinheim: Wiley-VCH, 2003

Antoulas 2005

ANTOULAS, A.C. ; SMITH, Ralph C. (Hrsg.): *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems (Advances in Design and Control)*. Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005 (Advances in Design and Control)

Ayyub u. a. 2006

AYYUB, B. M. ; KAMINSKIY, M. ; ALMAN, P. R. ; EAGLE, A. ; CAMPBELL, B. L. ; THOMAS, W. L.: The Probability of the Dynamic Capsizing of Vessels. In: *Journal of Ship Research* 50 (2006), December, Nr. 4, S. 289–310

Bikdash u. a. 1994

BIKDASH, M. ; BALACHANDRAN, B. ; NAYFEH, A.: Melnikov Analysis for a Ship with a General Roll-Damping Model. In: *Nonlinear Dynamics* 6 (1994), S. 101 – 124

Clauss u. a. 1988

CLAUSS, G. ; LEHMANN, E. ; ÖSTERGAARD, C.: *Meerestechnische Konstruktionen*. Berlin : Springer-Verlag, 1988

Clauss/Hennig 2002

CLAUSS, G. F. ; HENNIG, J.: Schlussbericht zum Teilprojekt TUB-KENSTSE — Computergesteuerte Kenterversuche in hohen Wellengruppen im BMBF-F&E-Verbundvorhaben ROLL-S / TU Berlin. 2002. – Forschungsbericht

Cohrs 2008

COHRS, S.: *Untersuchungen zur Karhunen-Loève Transformation und ihre Anwendung zur Modellordnungsreduktion*, Technische Universität Hamburg-Harburg, Diplomarbeit, 2008

Cummins 1962

CUMMINS, W. E.: The Impulse Response Function and Ship Motions. In: *Schiffstechnik* 9 (1962), Nr. 47, S. 101–109

Doedel u. a. 2001

DOEDEL, E.J. ; PAFFENROTH, R.C. ; CHAMPNEYS, A.R. ; FAIRGRIEVE, T.F. ; KUZNETSOV, Y.A. ; SANDSTEDTE, B. ; WANG, X.: *AUTO 2000: Continuation and Bifurcation Software for Ordinary Differential Equations*. Pasadena, CA : California Institute of Technology, 2001

Ellermann 2003

ELLERMANN, K.: *Verzweigungsuntersuchungen meeres technischer Systeme*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 11, Nr. 318, Düsseldorf : VDI Verlag, 2003

Faltinsen 1993

FALTINSEN, O. M.: *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*. Cambridge Univ Press, 1993 (Cambridge Ocean Technology Series)

Farrell/Barth 1998

FARRELL, J. ; BARTH, M.: *The Global Positioning System and Inertial Navigation*. New York/...: McGraw-Hill, 1998

Fischer 2002

FISCHER, J.: *Cell Mapping for Randomly Perturbed Systems — Robustness Analysis of Dynamical Systems*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 18, Nr. 273, Düsseldorf : VDI Verlag, 2002

Fossen 1994

FOSSEN, T. I.: *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. 1. John Wiley and Sons, 1994

Freiesleben 1978

FREIESLEBEN, H. C.: *Geschichte der Navigation*. 2nd. Wiesbaden : F. Steiner Verlag, 1978

Freitag 2003

FREITAG, E.: Ein Beitrag zur Pfadverfolgung dynamischer Systeme mit Gedächtnisfunktionen / Technische Universität Hamburg-Harburg, Arbeitsbereich Mechanik und Meerestechnik. 2003. – Kleine Studienarbeit

Gassmann 2001

GASSMANN, H.: *Regelungstechnik, Ein praxisorientiertes Lehrbuch*. 2. Verlag Harri Deutsch, 2001

Gassmann 2003

GASSMANN, H.: *Theorie der Regelungstechnik*. 2. Verlag Harri Deutsch, 2003

Gaull/Kreuzer 2007

GAULL, A. ; KREUZER, E.: Cell Mapping Applied to Random Dynamical Systems. In: HU, H.Y. (Hrsg.) ; KREUZER, E. (Hrsg.): *IUTAM Symposium on Dynamics and Control of Nonlinear Systems with Uncertainty. Proceedings of the IUTAM Symposium held in Nanjing, China, Sept. 18-22, 2006*. Berlin/... : Springer, 2007, S. 65–76

Gelb u. a. 1989

GELB, A. ; JR., J. F. K. ; JR., R. A. N. ; PRICE, C. F. ; JR, A. A. S. ; GELB, A. (Hrsg.): *Applied Optimal Estimation*. 11th. Cambridge, MA, London : The M.I.T. Press, 1989

Glösmann 2007

GLÖSMANN, P.: *Monitoring nichtlinearer Rad/Schiene-Systeme mit der Karhunen-Loeve-Transformation*. Aachen : Shaker Verlag, 2007

Grim 1952

GRIM, O.: Rollschwingungen, Stabilität und Sicherheit im Seegang. In: *Schiffstechnik* 1 (1952), S. 10–21

Guckenheimer/Holmes 1997

GUCKENHEIMER, J. ; HOLMES, P.: *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*. 5th. New York : Springer-Verlag, 1997

Guder 2001

GUDER, R.: *Adaptive Zellabbildung*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 18, Nr. 264, Düsseldorf : VDI Verlag, 2001

Hackbarth 2007

HACKBARTH, A.: *Analyse und praktische Umsetzung eines integrierten Positionsmesssystems für frei schwimmende Strukturen*, Technische Universität Hamburg-Harburg, Bachelor-Arbeit, 2007

Hartley/Zisserman 2000

HARTLEY, R. ; ZISSERMAN, A.: *Multiple View Geometry in Computer Vision*. 2. Aufl. Cambridge/...: Cambridge University Press, 2000

Hees 2005

HEES, M.: *Design and Setup of an Integrated Position Measurement System*, Mechanik und Meerestechnik, Technische Universität Hamburg-Harburg, Große Studienarbeit, 2005

Hoang 2007

HOANG, N. Q.: *Zur Modellierung und Regelung ferngesteuerter Unterwasserfahrzeuge*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 624, Düsseldorf : VDI Verlag, 2007

Hoffmann 2004

HOFFMANN, J.: *Handbuch der Messtechnik*. München/...: Hanser, 2004

Holmes u. a. 1996

HOLMES, P. ; LUMLEY, J.L. ; BERKOOZ, G.: *Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry*. Cambridge : Cambridge University Press, 1996

Hötter 2002

HÖTTER, M.: *Stereobasierte Videosensorik zur Hinderniserkennung für fahrerlose Transportsysteme*. Fachhochschule Hannover. 2002

IEEE Std 1293 1999

IEEE STD 1293: IEEE standard specification format guide and test procedure for linear, single-axis, nongyroscopic accelerometers. In: *IEEE Std 1293-1998* (1999)

IEEE Std 952 1998

IEEE STD 952: IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros. In: *IEEE Std 952-1997* (1998)

IMO 1995

IMO (Hrsg.): *Guidance to the master for avoiding dangerous situations in following and quartering seas*. London : International Maritime Organization, 1995 (IMO publication)

IMO 2002

IMO (Hrsg.): *Code on intact stability for all types of ships covered by IMO instruments : resolution A.749(18) as amended by resolution MSC.75(69)*. 2nd. London : International Maritime Organization, 2002 (IMO publication)

Isermann 2008

ISERMANN, R.: *Mechatronische Systeme*. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 2008

ITTC 2005

ITTC: The Specialist Committee on Azimuthing Podded Propulsion, Final Report and Recommendations to the 24th ITTC. In: *Proceedings of the 24th ITTC*, 2005

Jiang u. a. 2000

JIANG, C. ; TROESCH, A.W. ; SHAW, S.W.: Capsize criteria for ship models with memory-dependent hydrodynamics and random excitation. In: *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, Theme Issue: The Nonlinear Dynamics of Ships* 358 (2000), S. 1761–1791

Klingbeil 2006

KLINGBEIL, L.: *Entwicklung eines modularen und skalierbaren Sensorsystems zur Erfassung von Position und Orientierung bewegter Objekte*. Bonn, Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Dissertation, 2006

Kreuzer 1987

KREUZER, E.: *Numerische Untersuchung nichtlinearer dynamischer Systeme*. Berlin/... : Springer-Verlag, 1987

Kreuzer/Wendt 1998

KREUZER, E. ; WENDT, M.: Stabilität von Schiffsbewegungen. In: *Z. Angew. Math. und Mech.* (1998), S. 561–562

Kreuzer/Wendt 2000

KREUZER, E. ; WENDT, M.: Capsizing Analysis Using Advanced Hydrodynamic Modelling. In: *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, Theme Issue: The Nonlinear Dynamics of Ships* (2000), S. 1835–1851

Krüger u. a. 2006

KRÜGER, S. ; HINRICHS, R. ; KLUWE, F. ; BILLERBEK, H.: Towards the Development of dynamic Stability Criteria. In: *Hansa* 10 (2006)

Krüger/Kluwe 2007

KRÜGER, S. ; KLUWE, F.: Dynamic Stability Criteria Based on the Simulation of Full Scale Accidents. In: *10th Int. Symposium on Practical Design of Ships and Other Floating Structures*. Houston, Texas, October 1-5, 2007

Kust 1998

KUST, O.: *Selbsterregte Drehschwingungen in schlanken Torsionssträngen. Nichtlineare Dynamik und Regelung*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 11, Nr. 270, Düsseldorf : VDI Verlag, 1998

Lancaster 2000

LANCASTER, J. ; 2ND. (Hrsg.): *Engineering Catastrophes*. Cambridge, England : Abington Publishing, 2000

Leica 2008

LEICA: *PCMM Systemspezifikationen, Leica Absolute Tracker und Leica T-Produkte*. 2008

Lenz 1987

LENZ, R.: Linsenfehlerkorrigierte Eichung von Halbleiterkameras mit Standardobjektiven für hochgenaue 3D-Messungen in Echtzeit. In: *Informatik Fachberichte* Bd. 149, 1987, S. 212–216

Lietmann 2002

LIETMANN, T.: *Visuelle Regelung zur autonomen Navigation einer nichtholonomen Plattform*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 933, Düsseldorf : VDI Verlag GmbH, 2002

Litz 1979

LITZ, L.: *Reduktion der Ordnung linearer Zustandsraummodelle mittels modaler Verfahren*. Stuttgart : Hochschulverlag, 1979

Lumley 1970

LUMLEY, J.L.: *Stochastic Tools in Turbulence*. New York : Academic Press, 1970

Lunze 2003

LUNZE, J.: *Regelungstechnik*. Bd. 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelkreise. 4. Springer-Verlag, 2003

Markiewicz u. a. 2001

MARKIEWICZ, M. ; WENDT, M. ; KREUZER, E.: 1. Zwischenbericht zum Teilprojekt SyDyS (Systematisierung von Dynamikuntersuchungen extremer Schiffsbewegungen) im BMBF-Verbundvorhaben ROLL-S / Technische Universität Hamburg–Harburg. Hamburg, 2001. – Forschungsbericht

Marsh 1999

MARSH, D.: *Applied Geometry for Computer Graphics and CAD*. London/...: Springer, 1999

Mestrom 2004

MESTROM, R.: *Design of a Dynamic Positioning System for a Floating Body*, Mechanik und Meerestechnik, Technische Universität Hamburg-Harburg, Große Studienarbeit, 2004

Meyer 2002

MEYER, M.: *Reduktionsmethoden zur Simulation des aeroelastischen Verhaltens von Windkraftanlagen*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 2002

Müller/Schiehlen 1976

MÜLLER, P.C. ; SCHIEHLEN, W.O.: *Lineare Schwingungen*. Wiesbaden : Akademische Verlagsgesellschaft, 1976

Modrow 2007

MODROW, N.: *Reglerentwurf- und Implementierung zur Positionsregelung eines schwimmenden Körpers unter Wellenanregung*, Technische Universität Hamburg-Harburg, Kleine Studienarbeit, 2007

Munif/Umeda 2006

MUNIF, A. ; UMEDA, N.: Numerical prediction on parametric roll resonance for a ship having no significant wave-induced change in hydrostatically-obtained metacentric height. In: *International Shipbuilding Progress* 53 (2006), S. 183–203

Ogilvie 1964

OGILVIE, T. F.: Recent Progress toward the Understanding and Prediction of Ship Motions / Massachusetts Institute of Technology. 1964. – Forschungsbericht

Papiernik 1994

PAPIERNIK, W.: Digitale Servoantriebe für CNC-gesteuerte Werkzeugmaschinen und Industrieroboter / Siemens AG. 1994. – Forschungsbericht

Parok u. a. 2006

PAROK, D. ; OHKURA, Y. ; UMEDA, N.: Analytical Prediction of Capsizing Probability of a Ship in Beam Wind and Waves. In: *Journal of Ship Research* 50 (2006), June, Nr. 2, S. 187–195

Paroka/Umeda 2006

PAROKA, D. ; UMEDA, N.: Capsizing Probability Prediction for a Large Passenger Ship in Irregular Beam Wind and Waves: Comparison of Analytical and Numerical Methods. In: *Journal of Ship Research* 50 (2006), December, Nr. 4, S. 371–377

Patoso/Drente 2007

PATOSO, C.G. ; DRENTE, W.W.H.: *Kopf hoch, Norbert!* Birmingham, München, Ismaning : King of Fools publishing Ltd., 2007

Paulling/Rosenberg 1959

PAULLING, J. R. ; ROSENBERG, R. M.: On Unstable Ship Motions Resulting From Nonlinear Coupling. In: *Journal of Ship Research* 3 (1959), S. 36–46

Pereira 1988

PEREIRA, R.: Simulation nichtlinearer Seegangslasten. In: *Schiffstechnik* 35 (1988), S. 173 – 193

Perez 2005

PEREZ, T.: *Ship Motion Control*. London: Springer, 2005

Petey 1988

PETEY, F.: Ermittlung der Kentersicherheit leerer Schiffe im Seegang. In: *Schiffstechnik* 35 (1988), S. 155–172

Pettersen/Fossen 2000

PETTERSEN, K. Y. ; FOSSEN, T. I.: Underactuated Dynamic Positioning of a Ship — Experimental Results. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 8 (2000), Nr. 5, S. 856–863

Pettersen/Nijmeijer 2001

PETTERSEN, K. Y. ; NIJMEIJER, H.: Underactuated Ship Tracking Control: Theory and Experiments. In: *International Journal of Control* 74 (2001), Nr. 14, S. 1435–1446 (12). – URL <http://www.tandf.co.uk/journals>

Pick u. a. 2007

PICK, M.-A. ; KREUZER, E. ; WAGNER, J.: Dynamic positioning of a floating structure. In: *PAMM-Proc. in Appl. Math. Mech.* Bd. 7. Weinheim : WILEY-VCH Verlag GmbH & Co., 2007, S. 4130021–4130022

Pick u. a. 2005

PICK, M.-A. ; MARKIEWICZ, M. ; KREUZER, E.: Bifurcation Analysis in Ship Dynamics. In: CAMPEN, D.H. van (Hrsg.) ; LAZURKO, M.D. (Hrsg.) ; OEVER, W.P.J.M. van den (Hrsg.): *Proc. of the ENOC-2005 (Eindhoven, Netherlands, August 7 – 12, 2005)*. Eindhoven, 2005, S. 1769 – 1775

Pick u. a. 2008

PICK, M.-A. ; MARKIEWICZ, M. ; KREUZER, E.: A Method for the Model Reduction of a Wave-excited Floating Body. In: KREUZER, E. (Hrsg.): *IUTAM Symposium on Fluid-Structure Interaction in Ocean Engineering. Proc. of the IUTAM Symposium (Hamburg, Germany, July 23-26, 2007)*. Berlin/... : Springer, 2008, S. 179–190

Rainey/Thompson 1991

RAINEY, R. C. T. ; THOMPSON, J. M. T.: The Transient Capsize Diagram — A New Method of Quantifying Stability in Waves. In: *Journal of Ship Research* 35 (1991), März, Nr. 1, S. 58–62

Rimrott 1989

RIMROTT, F.P.J.: *Introductory Attitude Dynamics*. New York : Springer-Verlag, 1989

Rogers 2003

ROGERS, R. M. ; SCHETZ, Joseph A. (Hrsg.): *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*. 2nd. Reston, Virginia : American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. (AIAA), 2003 (Education Series)

Salvesen u. a. 1970

SALVESEN, N. ; TUCK, E.O. ; FALTINSEN, O.: Ship Motions and Sea Loads. In: *Transactions of the Soc. of Naval Architects and Marine Engineers* (1970), S. 250 – 287

Scharfenberg 2006

SCHARFENBERG, H.: *Stereo-Vision*. Vorlesungsskript, Hochschule Darmstadt. 2006

Schiehlen/Eberhard 2004

SCHIEHLEN, W. ; EBERHARD, P.: *Technische Dynamik*. 2nd. Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden : B. G. Teubner Verlag, 2004

Schmiechen 1973

SCHMIECHEN, M.: *On state space models and their application to hydromechanic systems*. University of Tokyo, 1973 (NAUT Report 5002)

Schmiechen 1974

SCHMIECHEN, M.: Zur Kollisionsdynamik von Schiffen. In: *Jahrbuch der Schiffbau-technischen Gesellschaft* (1974), Nr. 68, S. 357 – 372

Schrenk 2004

SCHRENK, W.: Design of a Floating Device as an Experimental Setup for a Dynamic Positioning System / Technische Universität Hamburg-Harburg, Arbeitsbereich Mechanik und Meerestechnik. 2004. – Bachelor-Arbeit

Semburg 2005

SEMBURG, B.: *Entwicklung und Test eines transparenten Diffusors mit hoher Effizienz*, Universität Wuppertal, Projektpraktikum, 2005

Seydel 1994

SEYDEL, R.: *From Equilibrium to Chaos: Practical Bifurcation and Stability Analysis*. 2nd. New York : Springer-Verlag, 1994

Seydel 1999

SEYDEL, R.: *BIFPACK: A program package for continuation, bifurcation and stability analysis*. 3.3. Ulm : Universität Ulm, 1999

Sirovich 1987

SIROVICH, L.: Turbulence and the dynamics of coherent structures I - III. In: *Quarterly of Applied Mathematics* 45 (1987), S. 561–590

Söding 1982

SÖDING, H.: Leckstabilität im Seegang / Institut für Schiffbau der Universität Hamburg. 1982 (429). – Bericht

Söding 1987

SÖDING, H.: Ermittlung der Kentergefahr aus Bewegungssimulationen. In: *Schiffstechnik* 25 (1987), S. 146–159

Söding 1987

SÖDING, H.: Simulation der Bewegungen intakter und leerer Schiffe. In: *Sicherheit von Schiffen gegen Sinken und Kentern*, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, 1987

Söding 2005

SÖDING, H.: Design waves for maximum ship loads. In: *Ship Technology Research* 52 (2005), S. 148

Spyrou/Thompson 2000

SPYROU, K. J. ; THOMPSON, J.M.T.: The nonlinear dynamics of ship motions: a field overview and some recent developments. In: *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, Theme Issue: The Nonlinear Dynamics of Ships* (2000)

Steinberg u. a. 2007

STEINBERG, R. ; STAMBAUGH, K.I ; EISELE, A. ; LEADBETTER, R.: Estimating probability of capsize for operator guidance. In: *International Shipbuilding Progress* 54 (2007), S. 191–205

Strand 1999

STRAND, J. P.: Nonlinear Position Control Systems Design for Marine Vessels / Department of Engineering Cybernetics, Norwegian Institute of Technology, Trondheim. 1999. – Forschungsbericht

Strogatz 1997

STROGATZ, S. H.: *Nonlinear Dynamics and Chaos*. 7th. Addison–Wesley, 1997

Struck 2004

STRUCK, H.: *Modellierung, Simulation und aktive Dämpfung selbsterregter Schwingungen eines gekümmten Torsionsstranges*. Aachen : Shaker Verlag, 2004

Teltschik 2007

TELTSCHIK, A.: *Entwurf und Realisierung eines Inertialnavigationssystems für hochdynamische und stark vibrierende Umgebungen*. Karlsruhe, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2007

Thompson 1997

THOMPSON, J.M.T.: Designing Against Capsize in Beam Seas: Recent Advances and New Insights. In: *Appl. Mech. Rev.* 50 (1997), May, Nr. 5, S. 307 – 325. – American Society of Mechanical Engineers

Titterton/Weston 2004

TITTERTON, D.H. ; WESTON, J.L. ; ZARCHAN, P. (Hrsg.): *Progress in Astronautics and Aeronautics*. Bd. 207: *Strapdown Inertial Navigation Technology*. 2nd. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2004

Tsai 1987

TSAI, R.: A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. In: *IEEE Journal of Robotics and Automation* Bd. RA-3, August 1987, S. 323–244

Umeda u. a. 2007

UMEDA, N. ; HORI, M. ; HASHIMOTO, H.: Theoretical prediction of broaching in the light of local and global bifurcation analyses. In: *International Shipbuilding Progress* 54 (2007), S. 269–281

Volger 2000

VOLGER, H. (Hrsg.): *Lexikon der Vereinten Nationen*. München, Wien : Oldenbourg Verlag, 2000

Wagner 2003

WAGNER, J.: *Zur Verallgemeinerung integrierter Navigationssysteme auf räumlich verteilte Sensoren und flexible Fahrzeugstrukturen*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 1008, Düsseldorf : VDI Verlag GmbH, 2003

Wendel 2003

WENDEL, J.: *Entwurfs- und Analysemethoden Integrierter Navigationssysteme*. Karlsruhe, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2003

Wendel 2007

WENDEL, J.: *Integrierte Navigationssysteme*. München, Wien : Oldenbourg Verlag, 2007

Wendt 2000

WENDT, M.: *Zur nichtlinearen Dynamik des Kenterns intakter Schiffe im Seegang*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 433, Düsseldorf : VDI Verlag, 2000

Wollnack 2002

WOLLNACK, J.: Positions- und Orientierungsbestimmung auf der Basis von Positionsinformationen. In: *Technisches Messen* 6 (2002), S. 308–316

Lebenslauf

Zur Person

Name Marc-André Pick
Staatsangehörigkeit deutsch
geboren am 23. Februar 1975 in Hamburg

Schulbildung

1981–1985 Grundschule, Heist
1985–1994 Ludwig-Meyn-Gymnasium, Uetersen
1994 Abitur

Grundwehrdienst

1994–1995 Marinefliegergeschwader 5 Kiel-Holtenau
als Fluggerätemechaniker Gast

Studium

1995–2001 Studium des Maschinenbaus
Technische Universität Hamburg-Harburg
2001 Diplom

Beruf

2001–2008 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für
Mechanik und Meerestechnik, TU Hamburg-Harburg
seit 2008 Oberingenieur am Institut für Mechanik und Meerestechnik,
TU Hamburg-Harburg