

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

IfS - Bericht Nr. 166

Theoretische und experimentelle Untersuchungen über die
Verringerung des Wellenwiderstandes gegebener Schiffs-
formen durch den Bugwulst

von

Dipl.-Ing. Alfred Kracht

Hamburg, März 1966

Vorwort

Angeregt durch die geradezu sensationellen Leistungseinsparungen, die der Bugwulst zum Beispiel bei den großen Tankern vor allem in Ballastfahrt und bei niedrigen Froudeschen Zahlen bewirkt, und aus der Überzeugung heraus, daß die lineare Theorie des Willenwiderstandes einen Teil der Erklärung dieses Phänomens liefern kann, hat mich Herr Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. G. W e i n b l u m für dieses Problem Interessiert. An dieser Stelle möchte ich ihm auch als meinem verehrten Lehrer für das Vertrauen, das er in mich gesetzt hat, und für seine wertvollen Anregungen und Hinweise zu diesem Thema danken. Herrn Dr. K. E g g e r s danke ich für die Anregungen und für die konstruktive Kritik an den mathematischen Formulierungen. Ebenso möchte ich der deutschen Forschungsgemeinschaft danken, die durch die Bereitstellung der Mittel die theoretischen und experimentellen Arbeiten ermöglicht hat.

Dem Rechenzentrum der Universität Hamburg unter der Leitung des Herrn Prof. Dr. A l b r e c h t danke ich für das Entgegenkommen in der Benutzung der elektronischen Rechenanlage TR 4, ohne deren Einsatz die umfangreichen, numerischen Rechnungen nicht denkbar gewesen wären.

Schließlich möchte ich noch der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin, unter der Leitung des Herrn Prof. Dr.-Ing. S. S c h u s t e r für die Durchführung der langwierigen Experimente danken. Besonders danke ich Herrn Dipl.-Ing. Ch. B o ë s für die Sorgfältigkeit, mit der die Modellversuche durchgeführt worden sind.

Inhaltsverzeichnis

1. Allgemeiner Teil

- 1.1. Einleitung
- 1.2. Historische Bemerkungen zum Wulstproblem

2. Theoretischer Teil

- 2.1. Hydrodynamische Grundgleichungen
 - 2.1.1. Die ideale Flüssigkeit
 - 2.1.1.1. Eigenschaften der idealen Flüssigkeit
 - 2.1.1.2. Beschränkungen der Bewegungen
- 2.2. Die Differentialgleichungen der Bewegung in der Eulerschen Schreibweise
- 2.3. Formulierung des Widerstandsproblems eines Schiffes als ein Randwertproblem
 - 2.3.1. Das Michell-Havelocksche Widerstandsintegral
- 2.4. Die Widerstandsmatrix $W_{[i,j]}^{[s,t]}(\gamma_0, K)$
 - 2.4.1. Der Aufbau der Widerstandsmatrix $W_{[i,j]}^{[s,t]}(\gamma_0, K)$
 - 2.4.2. Die Berechnung des Widerstandes mit Hilfe der W-Matrix
 - 2.4.3. Die Berechnung der Matrizelemente
- 2.5. Die Verminderung des Wellenwiderstandes
 - 2.5.1. Allgemeines
 - 2.5.2. Das Problem des minimalen Wellenwiderstandes
 - 2.5.3. Die Verringerung des Wellenwiderstandes einer gegebenen Singularitätenverteilung
 - 2.5.4. Der Aenderungswiderstand $\Delta R^+(\gamma_0)$

3. Numerischer Teil

- 3.1. Relationen zwischen Singularitätenverteilungen und Körperformen
 - 3.1.1. Die Darstellung der Schiffsoberfläche
 - 3.1.2. Die Quell-Senken-Darstellung der Schiffform
 - 3.1.3. Die Darstellung der Form des freifahrenden Wulstkörpers
 - 3.1.4. Die Singularitätendarstellung des freifahrenden Wulstkörpers
- 3.2. Schiff-Wulst-, bzw. Singularitätenkombinationen
 - 3.2.1. Die Ordnung der Wulstsingularitäten

II

- 3.2.2. Die gegenseitige Zuordnung der Größe des effektiven Wulstvolumens V_b und des Momentes m_0 der Dipolsingularität
- 3.3. Die numerische Behandlung der Typintegrale
 - 3.3.1. Die Zerlegung des Typintegrales
 - 3.3.2. Die berechneten Matrizen $U^{00}[i,j]$ für $K = 0.075$
- 3.4. Quell-Senken-Dipol-Kombinationen
 - 3.4.1. Optimale Quell-Senken-Dipol-Kombinationen
 - 3.4.1.1. Volloptimalisierte Kombinationen
 - 3.4.1.2. Teiloptimalisierte Kombinationen
 - 3.4.2. Q-S-Dipol-Kombinationen mit fixierten Dipolsingularitäten konstanten Momentes
- 4. Experimenteller Teil
 - 4.1. Allgemeines
 - 4.2.1. Das Grundmodell
 - 4.2.2. Größe, Form und Hauptparameter der Wulstkörper
 - 4.2.3. Modell-Wulst-Kombinationen
 - 4.3. Ausführung der Experimente
 - 4.4. Auswertung und Diskussion der experimentellen Ergebnisse im Vergleich mit den lineartheoretischen Resultaten
 - 4.4.1. Die Aufspaltung des gemessenen Gesamtwiderstandes
 - 4.4.2. Auftragung und Diskussion der Ergebnisse
 - 4.5. Versuche mit tiefgetauchten Doppelmodellen

Zusammenfassung

Anhang 1

Anhang 2

Anhang 3

Anhang 4

Anhang 4a

Anhang 5

Anhang 6

Figuren 1 bis 9

Diagramme 1 bis 16

Tabellen 1 bis 8

Abbildungen 1 bis 5

Literaturverzeichnis

Liste der verwendeten Symbole

| | |
|---------------------------|---|
| A | Koeffizientenmatrix der Nebenbedingungen zur Matrix a |
| a | Koeffizientenmatrix des Verteilungspolynoms in x-Richtung |
| B | Breite (m) |
| B | Koeffizientenmatrix der Nebenbedingungen zur Matrix b |
| b | Koeffizientenmatrix des Verteilungspolynoms in z-Richtung |
| C_a, C_b | Konstantenmatrizen zu den Matrizen a und b |
| C_{AF} | Beiwert der tangentialen Komponente des zähigkeitsbeding- ten Widerstandes |
| C_{AR} | Beiwert des Zusatzwiderstandes infolge Oberflächenrau- igkeit |
| C_{Fo} | Beiwert des Reibungswiderstandes der äquivalenten ebenen Platte |
| C_{PV} | Beiwert der Normalkomponente des zähigkeitsbedingten Widerstandes |
| C_R | Beiwert des Restwiderstandes |
| C_T | Beiwert des Gesamtwiderstandes |
| C_W | Beiwert des Wellenwiderstandes |
| c | Anströmgeschwindigkeit (m/sec) |
| DP | dimensionsloses Dipolmoment des diskreten Dipolpaares |
| DE | dimensionsloses Dipolmoment des diskreten Einzeldipols |
| DVP | dimensionsloses Dipolmoment der symmetrisch angeordneten vertikalen Dipolverteilung |
| DVE | dimensionsloses Dipolmoment der asymmetrisch angeordneten vertikalen Dipolverteilung |
| d | Lage der Wulstsingularität der Länge nach |
| $E_s(\gamma_0, \lambda)$ | E-Funktion |
| e | Lage der Wulstsingularität der Breite nach |
| F | Fläche (m ²) |
| $Fr = c/\sqrt{g \cdot L}$ | Froudesche Zahl |
| F | Funktion der freien Wasseroberfläche |

IV

| | |
|-------------------------------|--|
| $f(x)$ | Funktion der WL-Kontur |
| f | Lage der Wulstsingularität der Tiefe nach |
| $g = 9.81 \text{ m/sec}^2$ | Erdbeschleunigung |
| $g(z)$ | Funktion der Spantkontur |
| I | Michell-Funktion des symmetrischen Formanteiles |
| J | Michell-Funktion des asymmetrischen Formanteiles |
| K_0 | Wellenzahl ($1/m$) |
| $K = 2T/L$ | Tiefgangs-Längen-Verhältnis |
| L | Länge in (m) |
| $M_1(\gamma, x)$ | M-Funktion |
| $m(x, z)$ | Dipolverteilung ($m^4/\text{sec} \cdot m^2$) |
| $m_0 = r^3 c/2$ | Dipolmoment (m^4/sec) |
| n | Formfaktor |
| P | Amplitudenfunktion |
| p | Druck (Kp/m^2) |
| p_0 | Druck an der freien Wasseroberfläche (Kp/m^2) |
| Q | Amplitudenfunktion |
| Q | Quellstärke (m^3/sec) |
| $q(x, z)$ | Quellverteilung ($m^3/\text{sec} \cdot m^2$) |
| $q_0 = c \cdot r^2/4$ | Quellergiebigkeit (m^3/sec) |
| R | Wellenwiderstand (Kp) |
| R_{komb}^+ | dimensionsloser Wellenwiderstand der Schiff-Wulst-Kombination |
| ΔR_{ges} | gesamte Änderung des Wellenwiderstandes durch eine Wulstsingularität |
| $\Delta R^+(\gamma, d, e, f)$ | Änderungswiderstand |
| r | Radius |
| S | Spannungstensor zweiter Stufe |
| S | Funktion der benetzten Körperoberfläche |
| $S(\theta), C(\theta)$ | Amplitudenfunktionen |
| $s(\theta), c(\theta)$ | |
| S_0^m | Singularität m -ter Ordnung |
| T | Tiefgang (m) |
| t | Zeit (sec) |
| t | Steigung der Tangente an die Spantarealkurve im vorderen Lot |

- U** Potential der Massenkraft (m^2/sec^2)
Ust [i, j] Submatrix der Widerstandsmatrix
V_k Kugelvolumen
V_m Modellvolumen
V_b Wulstvolumen
V_f Verkleidungsvolumen
u, v, w, Geschwindigkeitskomponenten in x-, y- und z-Richtung
 (m/sec)
W $\begin{bmatrix} s, t \\ i, j \end{bmatrix}$ Widerstandsmatrix
W_T Gesamtwiderstand (Kp)
w₀ Wulstsingularität
x, y, z Koordinaten des kartesischen Koordinatensystems
y=f(x, z) Gleichung der Schiffsoberfläche

Indices:

- q** bezieht sich auf die Quellsingularität
w bezieht sich auf die Wulstsingularität
d bezieht sich auf die Dipolsingularität
m bezieht sich auf das Modell
b bezieht sich auf den Wulst
- α** Winkelkoordinate des Systems der Zylinderkoordinaten
α Völligkeitsgrad der Wasserlinie
r = B(α, z) Gleichung der Schiffsoberfläche in Zylinderkoordinaten
B Völligkeitsgrad des Hauptspantes
γ, γ₀ = 1/2Fr² Geschwindigkeitsparameter
ε = B/L Breiten-Längen-Verhältnis
ζ(r, α) Erhebung der freien Oberfläche
ζ dimensionslose Tiefenkoordinate
η dimensionslose Breitenkoordinate
η(ξ) Funktion der Verteilung der Länge nach

VI

| | |
|------------------------|--|
| θ | Integrationsvariable |
| ϑ | Hilfsgröße |
| Λ | Wärmeleitvermögen eines Mediums ($\text{mKp/m}\cdot\text{sec}\cdot^{\circ}\text{K}$) |
| Λ_1, Λ_2 | Lagrangesche Multiplikatoren |
| λ | Wellenlänge (m) |
| $\mu(\xi, \zeta)$ | Verteilungsfunktion der Dipolsingularitäten (Singularitäten 1. Ordnung) |
| μ_s, μ_a | symmetrische, resp. asymmetrische Verteilungsfunktion |
| ξ | dimensionslose Längenkoordinate |
| ρ | Dichte des Mediums ($\text{Kp}\cdot\text{sec}^2/\text{m}^4$) |
| $\sigma(\xi, \zeta)$ | Verteilungsfunktion der Quellsingularitäten (Singularitäten 0. Ordnung) |
| σ_s, σ_a | symmetrische, resp. asymmetrische Verteilungsfunktion |
| $\tau(\zeta)$ | Tiefenverteilung |
| ϕ | Geschwindigkeitspotential (m^2/sec) |
| φ | Störpotential (m^2/sec) |
| φ | Zylinderkoeffizient |
| ω | Hilfsgröße |

Vektoren

| | |
|---------------|--|
| \mathcal{Q} | (X, Y, Z) Massenkräfte |
| \mathcal{K} | (K_x, K_y, K_z) äußere Kräfte |
| \mathcal{N} | (n_x, n_y, n_z) Normaleneinheitsvektor |
| \mathcal{W} | (u, v, w) Geschwindigkeitsvektor |

Typintegral

| | |
|----------------------------------|---|
| $\mathcal{M}(\gamma_0, K)$ | Typintegral des Michell-Havelockschen Widerstandsintegrals |
| $\Delta\mathcal{M}(\gamma_0, K)$ | Restintegral des Michell-Havelockschen Widerstandsintegrals |

1. Allgemeiner Teil

1.1. Einleitung

Die Tatsache, daß schon immer erfolgreiche Schiffe gebaut worden sind, läßt nicht ohne weiteres den Schluß zu, alle mit dem Bau eines solchen Objektes verbundenen Probleme seien ingenieurmäßig schlechthin lösbar. Diese Ansicht ist nur bedingt richtig. Ganz allgemein gesehen besteht das Problem 'Schiff' aus einer Summe von Teilproblemen, deren Lösungen sich wieder gegenseitig beeinflussen, indem sie vielfach erst die Randbedingungen zur Auflösung eines weiteren Problems liefern. In einer geschlossenen Form - ganz abgesehen von der Schwierigkeit der Formulierung des Problems überhaupt - dürfte daher die Suche nach dem optimalen Schiff auch mit elektronischen Großrechenanlagen unter Ausnutzung der Methoden des operations research wenig erfolgversprechend sein. Die Einsicht, das Problem in seiner Geschlossenheit nicht lösen zu können, ist jedoch kein Hindernis, in den Teilgebieten nach möglichen optimalen Lösungen zu suchen, was in Einzelfällen schon zu Erfolgen geführt hat.

Unter diesen zahlreichen Problemen nimmt die Widerstandsfrage eine Zentralstellung ein, da ihre Beantwortung direkt mit dem wirtschaftlichen Betreiben eines Schiffes im Zusammenhang steht. Es ist daher nicht verwunderlich, daß das Bestreben besteht, Schiffe mit einem minimalen Widerstand zu entwerfen und bei schon gebauten Objekten durch konstruktive Maßnahmen den Widerstand nachträglich zu verringern.

Wie in anderen Zweigen der Ingenieurwissenschaften kann im Schiffbau der Bau eines Prototypes zu Studienzwecken nicht in Frage kommen. Hier müssen die Theorie und das Modellversuchswesen die für die Entwurfsarbeit nötigen Informationen liefern. Die Tatsache, daß die Theorie nicht in der Lage ist, brauchbare quantitative Angaben für den Entwurf einer Schiffsförm zu liefern, auf die die Praktiker gelegentlich hinweisen, kann nicht davon abhalten, sie selbst in ihrer stark linearisierten Form zur qualitativen Beurteilung der Zusammenhänge zwischen Form und Widerstand heranzuziehen. In diesem Sinne verwendet hat die lineare Theorie des Wellenwiderstandes, seit Wigley und Weinblum sie zu einem festen Bestandteil der Schiffstheorie gemacht haben,

schon beachtliches geleistet. Wenn auch gegenwärtig mit Erfolg an der nichtlinearen Theorie des Wellenwiderstandes gearbeitet wird, sind die lineare Theorie nach Michell-Havelock und die durch sie erzielten Resultate nicht wertlos geworden. Drei wesentliche Punkte sind es, die die Verwendung der linearen Theorie noch immer rechtfertigen:

1. Sie gibt Aufklärung über die Gründe eines gerichteten Ablaufes eines Vorganges, die phänomenologische Methoden selten oder nicht geben können.
2. Sie gibt begründet die Wahl der wichtigsten Parameter an, die auch in systematischen Modellversuchen eingeführt werden sollten.
3. Der große Versuchsaufwand rechtfertigt stets größere Bemühungen in einer Theorie, die durch die Entwicklung der Rechenautomaten sehr erleichtert werden.

Die vorliegende Arbeit hat nun das Ziel unter, der Voraussetzung der Havelockschen Approximation, die Brauchbarkeit der linearen Theorie des Wellenwiderstandes nach Michell-Havelock zur Beschreibung des Wulsteffektes besonders bei kleinen Froudeschen Zahlen zu untersuchen. Erhöhtes Augenmerk wird dabei auf die Beurteilung der Verringerung des Wellenwiderstandes einer gegebenen Schiffsform gelegt, die durch Addition von günstig gelegenen Wulstformen erzielt werden kann. An Hand von Modellversuchen wird die Aussagekraft der theoretischen Rechnungen geprüft.

Die ganz allgemein begonnene Darstellung der hydrodynamischen Grundgleichungen und deren Vereinfachung bis zur linearisierten Form soll zeigen, wie stark das Problem durch zusätzliche Annahmen abstrahiert werden muß, um überhaupt zu einer Lösung der gestellten Frage zu gelangen. Selbstverständlich liegt der Sinn dieser Arbeit nicht in der ausführlichen Ableitung der bekannten Formeln, die in der angeführten Literatur bequemer nachgelesen werden kann. Ihre kurze Darstellung und der Hinweis auf die benutzten formalen Größen und deren Definition im ersten Teil dieser Arbeit dienen zur Erleichterung der Abhandlung des Themas und zum Verständnis der gesamten Arbeit.

1.2. Historische Bemerkungen zum Wulstproblem

Gegenwärtig hat das Wulstproblem auch in der Praxis sehr stark an Aktualität gewonnen, so daß an dieser Stelle einige historische Bemerkungen eingeflochten werden sollen. Gleich zu Anfang sei bemerkt, daß der Bugwulst keine Erfindung ist, sondern sich aus dem Rammstevan der Kriegsschiffe entwickelt hat, der schon im Altertum als Waffe bekannt gewesen ist. Die Verdickung des Buges unterhalb der CWL war eine konstruktive Notwendigkeit für den Bau des Rammstevens, um die Kräfte beim Rammstoß ohne Eigenbeschädigung aufnehmen zu können. Etwaigen Einfluß auf den Widerstand des Schiffes zu nehmen, ist damit nicht beabsichtigt worden. Durch einen Zufall ist dieser Einfluß erst gegen Ende des 19. Jahrhunderts, in dem der Rammstevan, der wegen seiner beschränkten Einsatzfähigkeit lange Zeit in Vergessenheit geraten war, erneut Anwendung im Kriegsschiffbau fand, entdeckt worden.

Warum nicht schon beim Bau der rammstevanbewehrten Kriegsschiffe der günstige Effekt der Stevenverdickung entdeckt worden war, hat zwei Gründe. Der erste Grund ist der Mangel einer geeigneten Theorie über den Widerstand eines Körpers in einer strömenden Flüssigkeit, - obwohl schon Ansätze, die zwar vom heutigen Standpunkt unhaltbar sind, von Newton und Euler existierten-, sowie in der falschen Uebertragung der Ergebnisse der Modelleexperimente auf die Großausführung. Modellversuche hätten das Phänomen durchaus aufdecken können, die um die Jahrhundertwende des 18. Jahrhunderts schon sehr verbreitet und beliebt waren. Zu dieser Zeit hatte jedoch das dynamische Aehnlichkeitsprinzip, das von Newton schon entwickelt worden war, noch keinen Eingang in das Modellversuchswesen gefunden und die Fehlprognosen für die Großausführung waren so eklatant, daß selbst Scott Russel noch 1870, nachdem Keech den Fehler längst erkannt und Froude dieses Prinzip bereits in das Versuchswesen eingeführt hatte, den Modellversuch als einen armseligen und irreführenden Ersatz für den Großversuch bezeichnet hatte. Der zweite Grund liegt darin, daß die Frage nach dem Einfluß des Rammstevens auf den Widerstand und die Ausnutzung des Effektes zur Geschwindigkeitssteigerung gar nicht gestellt wurde; denn zu jener Zeit ließen sich mit der Verbesserung der Dampfkraftmaschinen und der Propulsionsorgane noch weit größere Wirkungen erzielen.

Obwohl das Wulstproblem ein Teil des Widerstandsproblems ist, soll auf die theoretischen und experimentellen Bemühungen des 17. und 18. Jahrhunderts um die Lösung der allgemeinen Widerstandsfrage von Schiffen nur so weit eingegangen werden, wie sie direkt mit dem Wulstproblem in Verbindung gebracht werden können. Ausführlich berichten hierüber Weber (43), Gawn (5), Barnaby (1) und Artsay (63).

Erst nachdem W. Froude durch die Anwendung des Ähnlichkeitsgesetzes, das er zu einem festen Prinzip des Modellversuchswesens gemacht hat, die intuitiv richtige, phänomenologische Trennung des gemessenen Gesamtwiderstandes vorgenommen hatte, konnten richtige Prognosen für eine Großausführung gestellt und sinnvoll mit der Untersuchung des Formeinflusses auf den Widerstand durch systematische Modellversuche begonnen werden. Froude schleppte zur Klärung einer Kontroverse zwischen Scott Russel, der auf Grund seiner Wellenlinientheorie ein scharfes Vorschiff vorschrieb, und Rankine, der nach seiner Stromlinientheorie einen völligen Vorsteven vorschlug, zwei Modelle, die nachträglich 'Swan' und 'Raven' genannt wurden. Die vielfach wiederholten Versuche zeigten das interessante Ergebnis, daß für niedrige Geschwindigkeiten der feine Steven ('Raven') und für höhere Geschwindigkeiten der völligere Steven ('Swan') vorteilhaft ist. Froude folgerte daraus, daß bei Geschwindigkeiten, bei denen der Wellenwiderstand überwiegt, solche Schwanenhalbsformen günstig sind, ein Ergebnis, das mit der linearen Theorie des Wellenwiderstandes vollkommen übereinstimmt.

Unter Anwendung dieser grundlegenden Erkenntnis deutete R.E. Froude als Erster die widerstandsgünstigen Eigenschaften eines im Jahre 1886 gebauten Torpedoboot-Fängers als eine Folge der wulstartigen Form des Vorstevens, die der Einbau eines Torpedorohres bedingte. Gleichzeitig betonte er, daß der Rammsteven, der noch immer verwendet wurde, einen ähnlichen günstigen Einfluß auf den Wellenwiderstand ausübt, - obwohl die Militärs den

Gefechtswert des Rammsporns stark bezweifeln. Damit war der Bugwulst als ein elementares Mittel erkannt worden, den wellenbildenden Widerstand zu reduzieren, der nun zu eigenen Versuchsreihen führt.

Während der sich aus dem Rammstegen herausgebildete Bugwulst mit seinem günstigen Effekt auf den Wellenwiderstand in Europa wieder in Vergessenheit geriet, obwohl sich auch russische Konstrukteure, wie Artsayoloff sehr darum bemüht haben, griff D.W. Taylor diese Idee erneut auf. Er rüstete 1907 ein Schiff, das Schlachtschiff 'Delaware', mit einem Bugwulst aus, eigens zur Erhöhung der Geschwindigkeit bei gleicher Leistung. Das Verdienst Taylors liegt darin, die Bedeutung des Wulstes voll erkannt zu haben. Selbst für seine berühmte systematische Modellschiffserie wählte er als Ausgangsmodell das englische Schlachtschiff 'Leviathan', dessen Rammstegen er zu einem Bugwulst umgestaltete. Als Wulstcharakteristik führte er die Querschnittsfläche im vorderen Lot ein, deren Bedeutung als Parameter für den Wulsteffekt auch nach der linearen Theorie gezeigt werden kann.

Erst jetzt wurden in vielen Ländern systematische Versuchsreihen durchgeführt, ^{um} den Einfluß des Wulstes auf den Wellenwiderstand zu klären. In den Jahren 1909 - 1920 hat O. Schlichting das Problem sehr systematisch untersucht und konnte auf empirischem Wege die Leistungsverbesserung durch einen Wulst als eine Funktion der Geschwindigkeit und seiner Größe und Lage zeigen. Das größte Programm mit 43 Modellen ist von E.F. Eggert 1921 in Washington durchgeführt worden. Weitere Experimente folgten von Bragg 1930, Thews 1932, Weinblum Wigley 1935 und Linblad 1943. Dabei haben Weinblum und Wigley als Erste das Problem gleichzeitig theoretisch nach der linearen Theorie des Wellenwiderstandes behandelt, die erst allmählich in die Schiffstheorie Eingang gefunden hatte, obwohl Michell schon 1898 sein Widerstandsintegral für schmale Schiffe bekannt gegeben hatte.

Nach dem zweiten Weltkrieg hat sich der Bugwulst als ein konstruktives Mittel zur Verbesserung einer Schiffsform bezüglich seines Widerstandsverhaltens allgemein durchgesetzt, so daß viele Schiffe noch nachträglich mit einer solchen Konstruktion versehen worden sind. Seine größte Rolle spielt der Wulst gegenwärtig im Großtankerbau. Dabei ist die konsequente Anwendung der lineartheoretischen Erkenntnisse von Weinblum und Wigley bezüglich des Wulsteffektes in der Praxis von Japan ausgegangen, als deren Initiator Inui anzusehen ist. Bei den Großtankern, die ein $\sigma > 0.80$ haben, werden bei Geschwindigkeiten von $Fr \approx 0.20$ in Ballstfahrt beachtliche Leistungersparnisse durch den Anbau eines Bugwulstes registriert (Müller(89), Acevedo(112)), so daß die Frage nach deren Ursache und quantitativer Vorhersage erneut behandelt werden muß; denn bisher galt der Wulst nach Weinblum(53) erst ab $Fr \approx 0.22$ und nach Wigley(107) erst ab $Fr \approx 0.24$ als zugkräftig. Allerdings hat Weinblum darüber hinaus in seiner Arbeit 'Theorie der Wulstschiffe' (106) die Vermutung geäußert, daß der Wulst auch bei kleineren Fr -Zahlen als 0.20 noch eine gewisse praktische Bedeutung haben kann.

Angeregt durch diese geradezu sensationellen Ergebnisse mit den Großtankern, sollte in dieser Arbeit geklärt werden, in wie weit der Wulst noch bei kleineren Froudeschen Zahlen als 0.20 für die Verringerung des wellenbildenden Widerstandes in Frage kommen kann und ob dieser Effekt die Hauptursache der Leistungsverbesserungen ist. Da die hierfür entscheidenden Versuche mit tiefgetauchten Doppelmodellen wegen des Versagens der Meßapparatur nicht geklappt haben, muß die Frage nach der Ursache der Leistungseinsparungen noch ungeklärt bleiben.

2. Theoretischer Teil

2.1. Hydrodynamische Grundgleichungen

Die zu untersuchenden Vorgänge mögen sich in einem physikalisch homogenen Medium abspielen, dessen Molekularstruktur klein gegen die Abmessungen der Strömungsdimensionen ist. Der thermodynamische Zustand dieses Mediums wird durch die Angabe der absoluten Temperatur T , des Druckes p und der Dichte ρ und dessen Bewegung durch den Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v} mit den Komponenten u, v, w beschrieben. Um die Gleichungen ableiten zu können, müssen noch die auf die Volumeneinheit bezogene innere Energie e , die Enthalpie i (oder Entropie s) des Mediums eingeführt werden. Für die thermodynamischen Zustandsgrößen genügt es, im Rahmen von Strömungsvorgängen die Unabhängigkeit nur zweier Größen von einander vorauszusetzen, wie etwa p und ρ , und alle übrigen davon abzuleiten.

Von den 5 unabhängigen Funktionen, die den Strömungsvorgang beschreiben, betreffen 3 die Bewegung des Mediums im Raume und 2 dessen thermodynamischen Zustand. Zur mathematischen Beschreibung der Vorgänge wird die Eulersche Methode benutzt, da diese den Versuchspraktiken, die z.B. Drucke und Geschwindigkeiten an den verschiedenen Orten aufmessen, am besten gerecht wird.

Die 5 abhängigen Variablen $u, v, w, p,$ und ρ sind Funktionen der Zeit t und der Ortskoordinaten des gewählten Bezugssystems, deren 5 Bestimmungsgleichungen sich aus den folgenden 3 Sätzen ableiten lassen, die in Integraldarstellung gegeben sind (Oswatitsch(26)). Zur Erklärung der 3 Sätze sei gesagt, daß sich die Vorgänge in einem Gebiet B abspielen, das von der Fläche F umgrenzt wird, deren Normaleneinheitsvektor \mathbf{n} positiv nach außen gerichtet ist.

1. Der Satz von der Erhaltung der Masse (Kontinuitätssatz):

Dieser Satz ist für Strömungsverhältnisse typisch und gibt die zeitliche Änderung der Masse in dem Gebiet B an, in dem sich Quellen der Gesamtstärke Q befinden können.

$$Q = \frac{d}{dt} \iiint_B \rho dx \cdot dy \cdot dz + \int_F \rho \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \cdot d\mathbf{f}$$

$\rho \cdot \mathbf{w}$ kann auch als Stromdichtevektor aufgefaßt werden, analog zu ρ der Massendichte (Oswatitsch(26)). Die Kontrollfläche F sei zeitlich konstant.

2. Satz von der Erhaltung des Impulses (Impulssatz): Der Satz besagt, daß die Resultierende aller auf das Gebiet B ausgeübten Kräfte eine Erhöhung der Bewegungsgröße in Krafrichtung bewirkt. Unter der Berücksichtigung der äußeren Kräfte $\hat{K} = (K_x, K_y, K_z)$, der Massenkräfte $\mathcal{Q} = (X, Y, Z)$ und der Flächenkräfte, die sich in Form eines symmetrischen Spannungstensors 2. Stufe angeben lassen, der den statischen Druck nicht mehr enthalten soll

$$S = \begin{vmatrix} -p+S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & -p+S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & -p+S_{zz} \end{vmatrix}$$

ergibt sich die Integraldarstellung zu

$$\hat{K} + \iiint_B \mathcal{Q} \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz + \int_F S \cdot \mathbf{n} \cdot df = \frac{d}{dt} \iiint_B \rho \cdot \mathbf{w} \cdot dx \cdot dy \cdot dz + \int_F \rho \cdot \mathbf{w} (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}) \cdot df.$$

Physikalisch gesehen, bedeutet $\rho \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}$ den Transport der Bewegungsgröße $\rho \cdot \mathbf{w}$ durch die Strömung und ist im Gegensatz zur Mechanik der starren Körper eine Impulsstromdichte.

3. Satz von der Erhaltung der Energie (Energiesatz): Betrachtet werden nur die mechanischen und thermischen Energieformen. Die Wärmestrahlung bleibt unberücksichtigt. Es werden alle möglichen Energien pro Zeiteinheit, die um die Leistung der Massen- und Oberflächenkräfte und um die Reibungsenergie vermehrt werden, den Änderungen der kinetischen und inneren Energie des Mediums im Gebiet B gleichgesetzt.

$$L + \iiint_B \mathcal{Q} \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz + \int_F (\mathbf{n} \cdot S) \cdot \rho \cdot df + \int_F \Lambda \cdot \mathbf{n} \cdot \text{grad} T \cdot df =$$

$$\frac{d}{dt} \iiint_B \left(\frac{1}{2} \cdot \mathbf{w}^2 + e \right) \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz + \int_F \left(\frac{1}{2} \cdot \mathbf{w}^2 + e \right) \cdot \rho \cdot (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}) \cdot df.$$

Dabei enthält L noch andere denkbare Energiezufuhren, während $\Lambda \cdot \text{grad} T$ die Energiezufuhr durch Wärmeleitung ist (Λ ist das

Wärmeleitvermögen des Mediums).

$(1/2 \cdot \rho^2 + e) \cdot \rho$ kann wieder als Energiedichte angesehen werden.

Damit sind die Grundlagen zur Beschreibung der Bewegung einer allgemeinen Strömung eines physikalisch homogenen Mediums aufgezeichnet.

Prinzipiell ist nun die Möglichkeit gegeben, die Kraft, die ein Körper in einem solchen strömenden Medium erfährt, zu berechnen. Wenn der Spannungstensor S bekannt ist, ergibt sie sich als das Integral

$$K = \int_F S \cdot n \cdot df ,$$

wobei F die von dem Medium beaufschlagte Körperoberfläche und n deren Normaleneinheitsvektor ist, der nach außen gerichtet positiv ist. Der Widerstand R soll definitionsgemäß die negative Komponente von K sein, die der Bewegungs- oder negativen Anströmungsrichtung des Körpers parallel ist.

2.1.1. Die ideale Flüssigkeit

Die geschlossene mathematische Behandlung des Widerstandsproblems eines Körpers in einer physikalisch homogenen Flüssigkeit führt auf erhebliche Schwierigkeiten. Um dennoch Lösungen zu erhalten, müssen vereinfachende Annahmen getroffen werden, die zwar keine strenge physikalische Rechtfertigung haben, jedoch die analytische Lösung des Restproblems erleichtern. Dabei ergeben sich die Annahmen aus dem Vergleich des Mediums mit der realen Flüssigkeit, in der die Bewegung ja stattfindet, und aus den Besonderheiten der Bewegung selbst, die beschrieben werden soll. Schließlich können Eigenschaften der realen Flüssigkeit, die auf das Endergebnis nur einen unbedeutenden Einfluß ausüben, unberücksichtigt bleiben.

2.1.1.1. Eigenschaften der idealen Flüssigkeit

Unter der Berücksichtigung der zu lösenden Aufgabe des Widerstandes eines Schiffes im Wasser, müssen die folgenden Annahmen bezüglich der Eigenschaften des Mediums getroffen werden.

a, Das Medium sei homogen, d.h. die Dichte der Flüssigkeit sei überall konstant oder

$$\rho = \text{const} .$$

- b, Das Medium sei isentrop. Die Annahme besagt, daß die Entropie eines Flüssigkeitsteilchens während der Bewegung zwar konstant bleibt, die einzelnen Teilchen untereinander aber verschiedene Entropien haben können.
- c, Das Medium sei inkompressibel. Diese Einschränkung kann bedenkenlos gemacht werden, da Wasser nahezu inkompressibel ist. Die zeitliche Änderung der Dichte ist Null, oder

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 .$$

- d, Das Medium sei wärmeleitungsfrei. Da Wärmezufuhr oder -abfuhr beim Widerstandsproblem eines Schiffes keine Rolle spielt, kann

$$\Lambda = 0$$

gesetzt werden.

- e, Das Medium sei isotherm. Um Schichten verschiedener Temperatur auszuschließen, wird die Forderung

$$T = \text{const}$$

auf das gesamte von dem Medium erfüllte Gebiet ausgedehnt. T ist dadurch keine unabhängige Variable mehr. Für das Widerstandsproblem bedeutet diese Bedingung keine besondere Beschränkung.

- f, Das Medium sei reibungsfrei. Nur wenn die Flüssigkeitsreibung eine untergeordnete Rolle innerhalb des Vorganges spielt, kann diese Bedingung gestellt werden, da sie völlig im Widerspruch zu einer realen Flüssigkeit steht. Diese Bedingung vereinfacht den Spannungstensor sehr, der nur noch die Normalkomponenten (Drücke) enthält, die alle gleich und Funktionen des Ortes sind. Infolge der Reibungsfreiheit findet keine Energiedissipation mehr statt. Für das Widerstandsproblem ist diese Bedingung leider eine einschneidende Beschränkung, die für die theoretische Lösung des Problems allerdings notwendig ist.

Ein Medium mit diesen Eigenschaften sei eine ideale Flüssigkeit.

2.1.1.2. Beschränkungen der Bewegung

Für den Ablauf des Bewegungsvorganges in einer idealen Flüssigkeit sind noch einige Annahmen zu treffen, die zwar nicht notwendig sind, die mathematische Behandlung des Problems jedoch erleichtern, und die für die Bewegung von Körper und Medium gelten.

- a, Die Bewegung sei stoßfrei. Unendliche Druckgradienten, die in dem Widerstandsproblem nicht vorkommen, sind ausgeschlossen.

- b, Die Bewegung sei rotationsfrei. Diese Annahme soll Wirbelbewegungen des Mediums ausschließen.
- c, Die Bewegung sei stationär. Durch den Ausschluß beschleunigter Bewegungen verschwindet die Zeit t als unabhängige Variable.

2.2. Die Differentialgleichungen der Bewegung in der Eulerschen Schreibweise

Für das isotrope, inkompressible, reibungs- und rotationsfreie mathematische Flüssigkeitsmodell können nun die Differentialgleichungen der stationären Bewegung eines Körpers in der Eulerschen Schreibweise angegeben werden. Mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes für ein Funktionentripel ergeben sich sie sich in der folgenden Form, wenn das Gebiet B so klein gemacht wird, daß der Integrand als konstant angesehen werden kann:

1. Der Kontinuitätssatz ergibt

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \operatorname{div} \mathbf{w} = 0.$$

2. Der Impulssatz ergibt

$$\mathbf{w} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{w} = -1/\rho \cdot \operatorname{grad} p + \mathcal{Q},$$

die Vektordarstellung der drei Eulerschen Bewegungsgleichungen.

Der Energiesatz ist für die Bestimmung der 4 unabhängigen Variablen u , v , w und p nicht notwendig, da er keine zusätzliche Aussage liefert, wenn keine Energiezufuhr in die Flüssigkeit stattfindet.

Besitzt nun die Massenkraft \mathcal{Q} ein Potential in der Form

$$\mathcal{Q} = - \operatorname{grad} U,$$

dann läßt sich die Eulersche Bewegungsgleichung in Richtung einer Stromlinie integrieren und ergibt die Bernoullische Gleichung für stationäre Strömungen

$$\mathbf{w}^2/2 + 1/\rho \cdot p + U = \text{const.}$$

Mit $\mathbf{w} = \operatorname{grad} \phi$ folgt, daß ein Potential ϕ existiert, das eine Lösung des Differentialgleichungssystems darstellt. Hieraus ergibt sich das Typische von Potentialströmungen, daß deren Eulersche Differentialgleichungen durch eine einzige Funktion erfüllt werden können. Ferner können Potentiale, die alle Lösungen sind, addiert werden, deren Summe wiederum eine Lösung ist.

Aus dem Kontinuitätssatz folgt für diesen Fall die Laplacesche

Differentialgleichung

$$\operatorname{div} \mathcal{W} = \operatorname{div}(\operatorname{grad} \bar{\phi}) = \Delta \bar{\phi} = 0.$$

2.3. Formulierung des Widerstandsproblems eines Schiffes als ein Randwertproblem

Mit der kurzen Darstellung der allgemeinen Differentialgleichungen der Hydrodynamik läßt sich das Problem des Schiffswiderstandes in einer idealen Flüssigkeit als ein nichtlineares Randwertproblem der Potentialtheorie formulieren. Dazu ist zu bemerken, daß ein Körper, der allseitig von einer idealen Flüssigkeit umgeben ist, keinen Widerstand erfährt, wenn er gleichförmig angeströmt oder bewegt wird. Erst die Anwesenheit einer freien Oberfläche läßt einen Widerstand infolge der Wellenbildung entstehen. Daraus ergibt sich eine mögliche Definition des Wellenwiderstandes eines Schiffes. Bleiben die Oberflächenspannungen der Flüssigkeit unberücksichtigt, dann soll im folgenden unter dem Wellenwiderstand R_w eines Schiffes diejenige Energie bezogen auf die Schiffsgeschwindigkeit c verstanden werden, die zur Aufrechterhaltung des stationären, freien Wellensystems aufgebracht werden muß. In der idealen Flüssigkeit ist R_w gleich dem Gesamtwiderstand R_t .

Um das Problem etwas übersichtlicher zu gestalten, werden noch einige Vereinfachungen eingeführt, die die Allgemeingültigkeit der Formulierungen nicht beschränken. Danach möge das Schiff weder vertrimmen noch tiefer tauchen, wenn es sich auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit bewegt. Ferner werden zur Beschreibung Zylinderkoordinaten benutzt, wie sie Fig. 1 zeigt, in denen sich die Bedeutung der Abstrahlungsbedingung besser zeigen läßt.

In dem benutzten Koordinatensystem möge sich das Schiff in die Richtung $\alpha = \pi/2 = \alpha_0$ ($\sin \alpha_0 > 0$) bewegen, wenn $\alpha = 0$ die Richtung quer zur Längsachse des Schiffes angibt und α positiv im entgegen gerichteten Uhrzeigersinn gezählt wird. In der Ebene $z = 0$ liegt die ungestörte, freie Oberfläche der Flüssigkeit, die den unteren Halbraum ganz ausfüllt.

In einer idealen Flüssigkeit besteht nun ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Druck- und der Geschwindigkeitsverteilung an einem bestimmten Ort, der durch eine Potentialfunktion analytisch ausgedrückt werden kann. Danach wird das Problem auf das Aufsuchen einer Potentialfunktion

$$\bar{\phi}(r, \alpha, z) = -c \cdot r \cdot \sin \alpha + \varphi(r, \alpha, z)$$

reduziert, die eine Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung

$$\Delta\bar{\phi} = \bar{\phi}_{rr} + 1/r \cdot \bar{\phi}_r + 1/r^2 \cdot \bar{\phi}_{\alpha\alpha} + \bar{\phi}_{zz} = 0$$

sein muß. c ist die Geschwindigkeit der Parallelströmung, dessen Potential $= c \cdot r \cdot \sin\alpha$ ebenso wie das Störpotential $\varphi(r, \alpha, z)$ eine Lösung dieser Gleichung sein muß. Für das Störpotential lautet die entsprechende Gleichung

$$\Delta\varphi = \varphi_{rr} + 1/r \cdot \varphi_r + 1/r^2 \cdot \varphi_{\alpha\alpha} + \varphi_{zz} = 0.$$

Die Lösung selbst muß nun an der stückweise gegebenen Randfläche den folgenden Randbedingungen genügen:

1. an der benetzten Körperoberfläche $S = r - \beta(\alpha, z) = 0$ der kinematischen Randbedingung an dieser Fläche

$$\text{grad}S \cdot \text{grad}\bar{\phi} = 0$$

oder

$$-\varphi_r + 1/r \cdot \varphi_\alpha \cdot \beta_\alpha + \varphi_z \cdot \beta_z = c(-\sin\alpha + 1/r \cdot \beta_\alpha \cdot \cos\alpha),$$

2. an der freien Flüssigkeitsoberfläche $F = z - \zeta(r, \alpha) = 0$, $-\zeta$ ist die Wellenerhebung, der kinematischen Randbedingung dieser Fläche

$$\text{grad}F \cdot \text{grad}\bar{\phi} = 0$$

oder

$$\varphi_r \cdot \zeta_r + 1/r^2 \cdot \varphi_\alpha \cdot \zeta_\alpha - \varphi_z = -c \cdot (\zeta_r \cdot \sin\alpha + 1/r \cdot \zeta_\alpha \cdot \cos\alpha),$$

3. an der freien Flüssigkeitsoberfläche $F = 0$ der Bernoullischen Gleichung oder der dynamischen Randbedingung dieser Fläche, $-p = p_0$ kann gleich Null gesetzt werden,

$$1/2 \cdot (\text{grad}\bar{\phi})^2 + g \cdot \zeta = c^2/2$$

oder

$$-c \cdot (\varphi_r \cdot \sin\alpha + 1/r \cdot \varphi_\alpha \cdot \cos\alpha) + 1/2 \cdot (\text{grad}\varphi)^2 + g \cdot \zeta = 0$$

(g ist die Erdbeschleunigung und p_0 der atmosphärische Druck an der ungestörten Oberfläche),

4. an der Wand eines Kontrollzylinders $r = \text{const}$ der Abstrahlungsbedingung

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\varphi_r^2 - \varphi \cdot \varphi_{rr}) \cdot r = 0$$

für den vorderen Halbraum, d.h. $\sin\alpha > 0$. Auf die Wichtigkeit der Abstrahlungsbedingung soll hier besonders hingewiesen werden, da sie in der Literatur entweder gar nicht oder nur sehr wenig betont wird. Die Begründung dieser Bedingung für den linearen Fall wird weiter unten gegeben.

5. am Zylinderboden $z = h$ oder $z \rightarrow \infty$

$$\varphi_z(r, \alpha, h) = 0$$

oder $\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi_z(r, \alpha, z) = 0.$

Die Bedingungen 4 und 5 beschreiben das Verhalten von φ im unendlichen.

Eine exakte Lösung dieser Aufgabe ist bisher noch nicht gelungen. Selbst der Existenzbeweis für eine Lösung steht noch aus. Die Schwierigkeit der Lösung ergibt sich aus der Tatsache, daß die Randbedingungen selbst nicht linear sind und ein Teil des Randes a priori unbekannt ist, wie die freie Oberfläche $F(r, \alpha, z)$ der Flüssigkeit und die von der Flüssigkeit benetzte Körperoberfläche $S(r, \alpha, z)$.

Nach dem Energiesatz läßt sich nun der Wellenwiderstand als das Integral des Energietransportes pro Zeiteinheit durch eine gedachte Fläche im Abstand r angeben:

$$R = \frac{g}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} (-\varphi_r^2 + 1/r^2 \cdot \varphi_\alpha^2 + \varphi_z^2) \cdot \sin\alpha \cdot r \cdot d\alpha \cdot dz + \frac{g}{2} \int_0^{2\pi} \zeta^2 \sin\alpha \cdot r \cdot d\alpha$$

Diese Formel ist exakt und folgt nach Eggers(4) und Wehausen(46).

Um für das Störpotential φ zu einer Lösung zu gelangen, müssen die Randbedingungen linearisiert werden. Dabei werden alle Quadrate der Störgeschwindigkeiten als klein gegen c angesehen und vernachlässigt. Ferner seien alle partiellen Ableitungen der freien Oberfläche $F(r, \alpha, z)$ und der Körperoberfläche $S(r, \alpha, z)$ so klein, daß deren Produkte mit den Störgeschwindigkeiten ebenfalls verschwinden können. Hieraus ergibt sich die Berechtigung, die Randbedingungen für die freie Oberfläche in der Ebene $z = 0$ und die der Körperoberfläche in der Ebene $\alpha = \pi/2$ zu erfüllen.

Die linearisierten Randbedingungen lauten:

1. für die Körperoberfläche

$$\varphi_r(r, \pi/2, z) = -c \cdot (-\sin\alpha + 1/r \cdot \beta_\alpha \cos\alpha)$$

2. für die freie Oberfläche

$$\varphi_z(r, \alpha, 0) = c \cdot (\zeta_r \sin\alpha + 1/r \cdot \zeta_\alpha \cos\alpha)$$

3. linearisierte Form der Bernoullischen Gleichung

$$-c \cdot (\varphi_r(r, \alpha, 0) \sin \alpha + 1/r \cdot \varphi_\alpha(r, \alpha, 0) \cos \alpha) + g \cdot \zeta = 0.$$

Die Bedingungen 4 und 5 bleiben in ihrer Form erhalten.

Mit Hilfe dieser linearisierten Bedingungen läßt sich die exakte Formel des Wellenwiderstandsintegrales in die Form

$$R = \frac{\rho g^2}{2g} \int_0^\pi (\varphi_r^2 - \varphi \cdot \varphi_{rr}) \Big|_{z=0} \sin^3 \alpha \cdot r \cdot d\alpha - \\ \varrho/2 \int_0^\pi \int_0^\infty (\varphi_r^2 - \varphi \cdot \varphi_{rr}) \sin \alpha \cdot r \cdot d\alpha \cdot dz$$

bringen. Dieser Ausdruck hat den Vorteil, nur noch Ableitungen des Potentials φ in radialer Richtung zu enthalten und läßt die Forderung erkennen, daß die vordere Kontrollfläche nur dann keinen Beitrag zum Widerstandsintegral leistet, wenn

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\varphi_r^2 - \varphi \cdot \varphi_{rr}) \cdot r = 0$$

ist.

Der Lösungsweg für das Potential φ soll hier nicht verfolgt werden. Selbst in der vereinfachten Form bereitet die Lösung noch Schwierigkeiten. In einer sehr anschaulichen Art hat Lunde(21) den Gang der Lösung beschrieben.

Im Jahre 1898 hat Michell(23) als erster ein Potential, das diesen Randbedingungen genügt, und den Ausdruck für den Wellenwiderstand eines dünnen Schiffes angegeben.

2.3.1. Das Michell-Havelocksche Widerstandsintegral

Da sich die Arbeit nur mit dem Wellenwiderstand befaßt, kann die nähere Spezifizierung weggelassen werden und sofern nicht ausdrücklich darauf hingewiesen wird, ist unter dem Widerstand stets der Wellenwiderstand nach der gegebenen Definition zu verstehen.

Im Folgenden werden die Zylinderkoordinaten wieder zugunsten der kartesischen aufgegeben. Die Fig. 2 zeigt das benutzte System der dimensionsbehafteten (x, y, z) , sowie der dimensionslosen Koordinaten (ξ, η, ζ) , wobei wider z und ζ nach unten gerichtet positiv sind, und die Flüssigkeit den unteren Halbraum

ausfüllt. Zwischen den Koordinaten bestehen die folgenden Beziehungen

$$x = L/2 \cdot \xi, \quad y = B/2 \cdot \eta \quad \text{und} \quad z = T \cdot \zeta.$$

Havelock(10) hat gezeigt, daß das Michellsche Widerstandsintegral ganz allgemein für beliebige Singularitätenverteilungen gilt. Er gibt die folgende Integraldarstellung des Widerstandes von Singularitätenverteilungen an, die zur x-, resp. ξ -Achse symmetrisch sind

$$R = 16\pi Q K_0^2 \int_0^{\pi/2} (P^2 + Q^2) \sec^3 \theta \cdot d\theta$$

mit $K_0 = g/c^2$. P und Q sind Funktionen der Verteilungsform und der Art der Singularitäten. Es ist günstig, die Verteilungsfunktionen $q(x, z)$ für die Quell- und $m(x, z)$ für die Dipolsingularitäten in eine dimensionslose Form der Art

$$q(x, z) = q_0 \cdot \sigma(\xi, \zeta)$$

$$m(x, z) = m_0 \cdot \mu(\xi, \zeta)$$

zu bringen, wobei q_0 und m_0 passend zu wählen sind. $\sigma(\xi, \zeta)$ und $\mu(\xi, \zeta)$ geben die Intensitätsverteilung an. Damit lassen sich für die Funktionen P und Q die folgenden Ausdrücke angeben:

1. für Quellsingularitäten

$$P = q_0 \int_S \sigma(\xi, \zeta) \frac{\cos(\gamma_0 (\xi \cos \theta + \epsilon \eta \sin \theta) \sec^2 \theta)}{\sin(\gamma_0 (\xi \cos \theta + \epsilon \eta \sin \theta) \sec^2 \theta)} \cdot \exp(-K_0 T \zeta \sec^2 \theta) ds$$

2. für Dipolsingularitäten

$$-P = m_0 \int_S \mu(\xi, \zeta) \frac{\sin(\gamma_0 (\xi \cos \theta + \epsilon \eta \sin \theta) \sec^2 \theta)}{\cos(\gamma_0 (\xi \cos \theta + \epsilon \eta \sin \theta) \sec^2 \theta)} \cdot \exp(-K_0 T \zeta \sec^2 \theta) \cdot K_0 \sec \theta \cdot ds$$

mit $\gamma_0 = K_0 L/2 = 1/2 \cdot Fr^2$ und $\epsilon = B/L$. S ist eine beliebige Fläche, auf der die Singularitäten liegen. In der Schiffshydrodynamik ist sie i.a. die Oberfläche oder die Mittellängsebene des Schiffes.

Selbstverständlich können neben den kontinuierlichen Verteilungen auch endliche Mengen von diskreten Singularitäten beider Arten benutzt und beliebige Kombinationen miteinander verwendet werden. Diese Möglichkeiten folgen aus der Linearität der Laplaceschen Differentialgleichung. Die Ausdrücke 1 und 2 lassen sich durch partielle Integration, bzw. Differentiation ineinander überführen, wenn $\mu(\xi, \zeta)$ an den Rändern bei $\xi = \pm 1$ und $\zeta = \pm 1$ verschwindet. Das Widerstandsintegral R ist absolut konvergent (Birkhoff(3)).

Die beliebigen Funktionen $\sigma(\xi, \zeta)$ und $\mu(\xi, \zeta)$ lassen sich nun in einen zu $\xi = 0$ symmetrischen und asymmetrischen Anteil zerlegen, so daß

$$\sigma(\xi, \zeta) = \sigma_s(\xi, \zeta) + \sigma_a(\xi, \zeta)$$

und

$$\mu(\xi, \zeta) = \mu_s(\xi, \zeta) + \mu_a(\xi, \zeta)$$

wird. Die Indices s und a beziehen auf Symmetrie, bzw. Asymmetrie. Diese Funktionen ergeben zusammen mit den P - und Q -Integralen, daß P nur den Anteil einer symmetrischen Quellverteilung, resp. den einer asymmetrischen Dipolverteilung enthält und entsprechend Q nur den Anteil einer asymmetrischen Quellverteilung, resp. den einer symmetrischen Dipolverteilung. Für den Widerstand bedeutet dies, daß es keine Interferenzwirkungen zwischen den symmetrischen und asymmetrischen Verteilungsfunktionen von Singularitäten gleicher Art gibt und daß Funktionen minimalen Widerstandes nur aus reinen symmetrischen oder asymmetrischen Singularitätenverteilungen bestehen.

2.4. Die Widerstandsmatrix $W_{i,j}^{s,t}(\gamma_0, K)$

Werden die Singularitäten nur in der Ebene $y = \eta = 0$ angeordnet und wählt man aus der unendlichen Mannigfaltigkeit der Verteilungsfunktionen Produkte der Klasse der Polynome aus, so daß σ und μ speziell in den Formen

$$\sigma(\xi, \zeta) = \sum_{\nu=1}^n a_{\nu} \xi^{\nu} \cdot \sum_{\mu=0}^m b_{\mu} \zeta^{\mu} = \eta(\xi) \cdot \tau(\zeta)$$

und

$$\mu(\xi, \zeta) = \sum_{\nu=0}^n a_{\nu} \xi^{\nu} \cdot \sum_{\mu=0}^m b_{\mu} \zeta^{\mu} = \eta(\xi) \cdot \tau(\zeta)$$

dargestellt werden können, dann lassen sich Typintegrale

$$\mathcal{W}_{ij}^{st}(\gamma_0, K) = \int_0^{\pi/2} M_i(\gamma_0, \theta) M_j(\gamma_0, \theta) E_s(\gamma_0, K, \theta) E_t(\gamma_0, K, \theta) \cdot f(\theta) d\theta$$

des Widerstandsintegrals angeben, die sich als Elemente einer Widerstandsmatrix $W \begin{bmatrix} s, t \\ i, j \end{bmatrix}(\gamma_0, K)$ auffassen lassen. K ist eine Konstante. Der Ausdruck in den eckigen Klammern gibt das Format der Matrix an, auf das an späterer Stelle noch näher eingegangen wird.

Das Typintegral unterscheidet sich dabei für die einzelnen Singularitätentypen nur in der Funktion $f(\theta)$, die für Quellsingularitäten die Größe

$$f(\theta) = \sec^3 \theta$$

und für Dipolsingularitäten die Größe

$$f(\theta) = K_0^2 \cdot \sec^5 \theta \quad (K_0 = g/c^2)$$

hat. Die M-Funktionen

$$M_i(\gamma_0, \theta) = \int_{-1}^{+1} \xi^i \cdot \frac{\sin(\gamma_0 \xi \cdot \sec \theta)}{\cos(\gamma_0 \xi \cdot \sec \theta)} \cdot d\xi$$

drücken den symmetrischen oder asymmetrischen Verteilungscharakter der Singularitätenverteilung in x -, bzw. ξ -Richtung aus, während die E-Funktionen

$$E_s(\gamma_0, \theta) = \int_0^{+1} \zeta^s \cdot \exp(-K\gamma_0 \zeta \sec^2 \theta) \cdot d\zeta,$$

die für alle Fälle und Singularitätentypen gleich sind, die Verteilungsform in z -, bzw. ζ -Richtung charakterisieren. Für diskrete Singularitäten vereinfachen sich die M- und E-Funktionen. Indem $s = i = 0$ wird, konzentriert sich die gesamte Verteilung

auf den Punkt $P(\xi, 0, \zeta)$.

Der Vorteil der Typintegrale liegt darin, daß sie für eine Polynomklasse nur einmal berechnet zu werden brauchen (Weinblum(50, 52)). Der Matrizenformalismus bietet gleich zwei Vorteile, einmal wird die Uebersichtlichkeit der folgenden Abhandlungen erhöht, und zum anderen sind Matrizen für die Bearbeitung derartiger Probleme auf elektronischen Rechenanlagen prädestiniert.

Die Uebersichtlichkeit leidet nicht, wenn neben den Verteilungen auch diskrete Singularitäten in beliebiger Kombination miteinander zugelassen werden.

2.4.1. Der Aufbau der Widerstandsmatrix $W \begin{bmatrix} s, t \\ i, j \end{bmatrix} (\gamma_0, K)$

Für $\gamma_0 = \text{const}$ und $K = \text{const}$ läßt nun das Typintegral unter Beachtung des kommutativen Gesetzes erkennen, daß die Gesamtheit aller $M_{ij}^{st}(\gamma_0, K)$ für $s = \text{const}$ und $t = \text{const}$ eine zur Hauptdiagonalen symmetrische, zweidimensionale Matrix $U^{st}[i, j]$

$$U^{st}[i, j](\gamma_0, K) = \begin{vmatrix} M_{00}^{st} & M_{01}^{st} & M_{02}^{st} & \dots & M_{0j}^{st} \\ M_{10}^{st} & M_{11}^{st} & M_{12}^{st} & \dots & M_{1j}^{st} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ M_{i0}^{st} & M_{i1}^{st} & M_{i2}^{st} & \dots & M_{ij}^{st} \end{vmatrix}$$

bildet, die das Format von i Zeilen und j Spalten hat. Dabei sind die Zeilen- und Spaltenindices mit den Exponenten der M-Funktionen identisch.

Alle $U^{st}[i, j]$ -Matrizen bilden wiederum als Submatrizen die ebenfalls zur Hauptdiagonalen symmetrische allgemeine Widerstandsmatrix $W \begin{bmatrix} s, t \\ i, j \end{bmatrix}$

$$W \begin{bmatrix} s, t \\ i, j \end{bmatrix} (\gamma_0, K) = \begin{vmatrix} U^{00}[i, j] & U^{01}[i, j] & U^{02}[i, j] & \dots & U^{0t}[i, j] \\ U^{10}[i, j] & U^{11}[i, j] & U^{12}[i, j] & \dots & U^{1t}[i, j] \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ U^{s0}[i, j] & U^{s1}[i, j] & U^{s2}[i, j] & & U^{st}[i, j] \end{vmatrix}$$

die das Format von s Zeilen und t Spalten hat. Dabei sind die Zeilen- und Spaltenindices mit den Exponenten der E-Funktionen identisch.

Sind die Verteilungen in ζ -Richtung konstant ($s = t = 0$), dann ist die Widerstandsmatrix mit der ersten Submatrix U^{00} identisch, d.h.

$$W \begin{bmatrix} s, t \\ i, j \end{bmatrix} (\gamma_0, K) \equiv U^{00}[i, j] (\gamma_0, K) .$$

2.4.2. Die Berechnung des Widerstandes mit Hilfe der W-Matrix

Stehen die Widerstandsmatrizen $W \begin{bmatrix} s, t \\ i, j \end{bmatrix}$ zur Verfügung, dann läßt sich der Widerstand einer beliebigen Singularitätenverteilung in Polynomdarstellung als das Matrizenprodukt

$$R(\gamma_0, K) = \text{const} \cdot b \cdot (a * W * a^T) \cdot b^T = \text{const} \cdot a * (b \cdot W \cdot b^T) * a^T$$

angeben. Dabei bedeuten a die Koeffizientenmatrix der horizontalen und b die der vertikalen Verteilung. a^T und b^T sind die entsprechenden transponierten Matrizen. Bei allen Matrizen sind die Formate weggelassen worden.

const ist eine Konstante, die alle Dimensionsfaktoren enthält.

Interessiert nur eine Verteilungsform, dann sind a und b einzeilige Matrizen.

Die Ausführung der verschiedenen Matrizenprodukte ist im Anhang 2 näher beschrieben worden, so daß an dieser Stelle nicht darauf eingegangen zu werden braucht.

2.4.3. Die Berechnung der Matrizelemente

Für eine numerische Auswertung des Typintegrals ist die Form

$$\mathcal{M}_{ij}^{st}(\gamma_0, K) = \int_{\gamma_0}^{\infty} M_i(\gamma) M_j(\gamma) E_s(\gamma_0, K, \gamma) E_t(\gamma_0, K, \gamma) \cdot f(\gamma) \cdot d\gamma$$

mit

$$f(\gamma) = \frac{(\gamma/\gamma_0)^2}{\sqrt{(\gamma/\gamma_0)^2 - 1}}$$

geeigneter, die durch die Substitution von

$$\gamma = \gamma_0 \sec \theta$$

leicht erhalten werden kann. In dieser Form läßt sich die Polstelle des Integrals bei $\theta = \pi/2$, resp. $\gamma = \gamma_0$ besser durch die erneute Substitution von

$$\gamma = z^2 + \gamma_0$$

umgehen. Die Darstellung des Typintegrals als Funktion von γ hat noch für dessen numerische Auswertung einige Vorteile, auf die im numerischen Teil dieser Arbeit noch näher eingegangen wird.

Für die Singularitätentypen und deren Verteilungsformen müssen nun die Teilfunktionen des Typintegrals im einzelnen noch genauer präzisiert werden.

1. die Funktion $f(\gamma)$: Sie ist für alle Verteilungsformen gleich und hat für Quellsingularitäten die Form

$$f(\gamma) = \frac{\gamma^2}{\gamma_0 \sqrt{\gamma^2 - \gamma_0^2}} \quad \text{oder} \quad f(z^2 + \gamma_0) = \frac{2 \cdot (z^2 + \gamma_0)^2}{\gamma_0 \sqrt{z^2 + 2\gamma_0}}$$

für Dipolsingularitäten die Form

$$f(\gamma) = \frac{\gamma^4}{\gamma_0 \sqrt{\gamma^2 - \gamma_0^2}} \quad \text{oder} \quad f(z^2 + \gamma_0) = \frac{2 \cdot (z^2 + \gamma_0)^4}{\gamma_0 \sqrt{z^2 + 2\gamma_0}}$$

und für Kombinationen von Quell- und Dipolsingularitäten die Form

$$f(\gamma) = \frac{\gamma^3}{\gamma_0 \sqrt{\gamma^2 - \gamma_0^2}} \quad \text{oder} \quad f(z^2 + \gamma_0) = \frac{2 \cdot (z^2 + \gamma_0)^3}{\gamma_0 \sqrt{z^2 + 2\gamma_0}} .$$

2. die E-Funktion: Verbunden mit der vertikalen Verteilungsform ist sie für alle Singularitätentypen und deren horizontalen Verteilungsformen gleich und läßt sich durch eine Rekursionsformel auf ein elementar lösbares Integral der Exponentialfunktionen reduzieren.

$$\begin{aligned} E_s(\gamma_0, K, \gamma) &= \int_{-1}^{+1} \zeta^s \exp(-\vartheta \cdot \zeta) d\zeta = -\frac{\exp(-\vartheta)}{\vartheta} + \frac{s}{\vartheta} \cdot E_{s-1}(\gamma_0, K, \gamma) \\ &= -\exp(-\vartheta) \cdot \left\{ \sum_{v=0}^s \frac{s!}{(s-v)!} \cdot \frac{1}{\vartheta^{v+1}} \right\} + \frac{s!}{\vartheta^{v+1}} \end{aligned}$$

Im Falle von diskreten Singularitäten vereinfacht sich die E-Funktion zu

$$E(\gamma_0, K, \gamma, f) = \exp(-\vartheta \cdot f), \quad (\text{mit } \vartheta = K \cdot \gamma^2 / \gamma_0)$$

dabei gibt f die Lage der Singularität in ζ -Richtung an.

3. die M-Funktion: Sie drückt sowohl die Art der Singularität als auch deren horizontalen Verteilungscharakter aus und läßt sich ebenfalls mit Hilfe einer Rekursionsformel auf ein elementar lösbares Integral trigonometrischer Funktionen reduzieren.

- 3a, die M-Funktion der asymmetrischen Quell- oder Dipolverteilung

$$M_i(\gamma) = \int_{-1}^{+1} \xi^i \sin(\gamma \xi) d\xi = -\frac{\cos \gamma}{\gamma} + \frac{i}{\gamma^2} (\sin \gamma - (i-1) \cdot M_{i-2}(\gamma))$$

$$i = 2 \cdot n + 1, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$M_i(\gamma) = -M_i(\gamma) \text{ für Dipolsingularitäten.}$$

3b, die M-Funktion der symmetrischen Quell- oder Dipolverteilung

$$M_i(\gamma) = \int_{-1}^{+1} \xi^i \cos(\gamma\xi) d\xi = \frac{\sin\gamma}{\gamma} + \frac{1}{\gamma^2} (\cos\gamma - (i-1) \cdot M_{i-2}(\gamma))$$

$$i = 2 \cdot n, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Im Falle von diskreten Singularitäten vereinfacht sich die M-Funktion zu

3c, $M(\gamma, d) = \pm \sin(\gamma \cdot d)$ für asymmetrische Quellen,

$M(\gamma, d) = \mp \sin(\gamma \cdot d)$ für asymmetrische Dipole und

3d, $M(\gamma, d) = \cos(\gamma \cdot d)$

für symmetrische Quellen und Dipole. d gibt dabei die Lage der Singularität in ξ -Richtung an, die sich in dem Punkt $P(+d, 0, f)$, resp. $P(-d, 0, f)$ befinden kann.

In dem Typintegral sind beliebige Kombinationen der Ausdrücke 3a bis 3d möglich, mit Ausnahme derjenigen, die Produkte der Form $\sin \cdot \cos$ enthalten und sich auf Singularitäten der gleichen Art beziehen. Bei allen möglichen Kombinationsformen, ist allerdings auf die richtige Verwendung der passenden E-Funktion zu achten.

2.5. Die Verminderung des Wellenwiderstandes

2.5.1. Allgemeines

Innerhalb des Widerstandsproblems steht nicht nur die Frage nach der präzisen Vorhersage des Gesamtwiderstandes eines Schiffes zur Debatte, sondern auch die interessante Frage nach dessen Verminderung bei gebauten und geplanten Schiffformen. Die Reduzierung des Widerstandes und speziell des Wellenwiderstandes hat Fachleute und Laien gleichsam bewegt, sich darüber Gedanken zu machen, wie der Widerstand mit wirtschaftlich und konstruktiv vertretbaren Mitteln verringert werden kann. Eine Vielzahl von Patenten, von denen ein Beispiel im Anhang 3 zu finden ist, lassen die vielen Bemühungen erkennen, von denen die wenigsten als brauchbar angesehen werden können.

Erschöpfende Auskunft über erfolgversprechende Möglichkeiten zur Verminderung des Widerstandes kann nur eine geeignete Theorie geben, innerhalb derer die Bemühungen weniger kostspielig

als etwa Modellversuche sind. Speziell hat die lineare Theorie des Wellenwiderstandes schon zu beachtlichen Resultaten in der Frage nach der Verringerung des Wellenwiderstandes geführt.

2.5.2. Das Problem des minimalen Wellenwiderstandes

Mit Hilfe der analytischen Form des Integralausdruckes des Wellenwiderstandes einer beliebigen Singularitätenverteilung läßt sich das Minimalproblem als eine Variationsaufgabe formulieren, deren Lösung die optimale Verteilungsform ist, aus der sich dann der resultierende Umströmungskörper geringsten Wellenwiderstandes berechnen läßt. Damit triviale Lösungen ausgeschlossen sind, muß die Verteilungsfunktion noch geeigneten Grenzbedingungen unterworfen werden.

Für die Behandlung des Minimalproblems ist es günstig, nur Mittellängsbelegungen anzunehmen und das Integral in einer etwas abgewandelten, aber dimensionslosen Form darzustellen

$$R^+ = \int_{\gamma_0}^{\infty} \int_0^{+1} \int_{-1}^{+1} g(\xi, \zeta) d\xi d\zeta \cdot \int_0^{+1} \int_{-1}^{+1} g'(\xi', \zeta') d\xi' d\zeta' \cdot \cos(\gamma(\xi - \xi')) \cdot \exp(-\vartheta(\zeta + \zeta')) \cdot f(\gamma) d\gamma$$

Dabei bedeutet $g(\xi, \zeta)$, resp. $g'(\xi', \zeta')$ die Verteilungsfunktion der Singularitäten. $f(\gamma)$ hat die im Abschnitt 2.4.3. gegebene Form für die Quell-, bzw. Dipolsingularitäten.

Die Funktion $g(\xi, \zeta)$, die R^+ zu einem Minimum werden läßt, ergibt sich als Lösung der Integralgleichung 1. Ordnung

$$\int_0^{+1} \int_{-1}^{+1} g'(\xi', \zeta') d\zeta' d\xi' \cdot \int_{\gamma_0}^{\infty} \cos(\gamma(\xi - \xi')) \cdot \exp(-\vartheta(\zeta + \zeta')) \cdot f(\gamma) d\gamma = k \cdot \xi$$

mit $\vartheta = K \cdot \gamma^2 / \gamma_0$.

Der Punkt $P(\xi, \zeta)$ muß im Intervall $-1 \leq \xi \leq +1$ und $0 \leq \zeta \leq +1$ liegen und die Funktion $g(\xi, \zeta)$ für die beiden Singularitätentypen noch den folgenden Grenzbedingungen unterworfen werden:

1. für Quellsingularitäten

$$\int_{-1}^{+1} \int_0^{+1} \xi \cdot g(\xi, \zeta) d\xi d\zeta = 1$$

2. für Dipolsingularitäten

$$\int_{-1}^{+1} \int_0^{+1} g(\xi, \zeta) d\xi d\zeta = 1$$

Beide Grenzbedingungen, die zur Bestimmung der Konstanten k dienen, sorgen dafür, daß ein Körper mit einem von Null verschiedenen aber endlichen Volumen aus der Singularitätenverteilung resultiert, die ein endliches Gesamtmoment hat. Gelingt das Auffinden einer Lösung, muß als letzter Schritt noch die Körperform aus der gefundenen Singularitätenverteilung bestimmt werden.

Diese Aufgabe ist eingehend in der Literatur behandelt worden (Wehausen(45), Maruo(88)), so daß hier nur die Ergebnisse von Karp-Kotik-Lurye(18) angedeutet werden sollen, die für diese Arbeit von Bedeutung sind.

Eine allgemeine Lösung $g(\xi, \zeta)$ der Aufgabe zu finden, ist noch mit großen Schwierigkeiten verbunden, so daß zunächst auf eine veränderliche vertikale Verteilung verzichtet wird. Für eine konstante Verteilung in ζ -Richtung für $0 \leq \zeta < \infty$ vereinfacht sich die Integralgleichung, die Karp-Kotik-Lurye in der folgenden Form behandeln

$$\int_{-1}^{+1} g(\xi) \cdot Y_0(\gamma(\xi - \xi')) \cdot d\xi' = \Lambda.$$

Damit die Funktion $g(\xi)$, die hier die Bedeutung einer Dipolverteilung in horizontaler Richtung hat, als notwendige und hinreichende Bedingung R^+ , der sich hier als Widerstand einer Volumeneinheit pro Tiefgangseinheit deuten läßt, zu einem Minimum machen kann, muß sie der Grenzbedingung

$$\int_{-1}^{+1} g(\xi) \cdot d\xi = 1$$

genügen. Λ ist der Lagrangesche Multiplikator und konstant. Y_0 ist die ^{Neumannsche} ~~Bessel~~-Funktion 0. Ordnung. Ueber das Verhalten der Funktion $g(\xi)$ an den Intervallgrenzen $\xi = \pm 1$ werden keine Bedingungen gestellt. Die Ergebnisse zeigen, daß $g(\xi)$ bei $\xi = \pm 1$ gegen

unendlich geht. Da für die Lösungsfunktion $g(\xi)$ nur die Integrierbarkeit gefordert wird, die im allgemeinen leichter zu erfüllen ist als die Stetigkeit und Beschränktheit, wobei $g(\xi)$ auch Unstetigkeitsstellen und unendliche Differentialquotienten haben kann, kann die Regel B für $\mu = 0$ der Arbeit von Krein(20) zur Lösung der Integralgleichung angewandt werden.

Wehausen(45) hat als Lösungstyp die Funktion

$$\frac{1}{\pi \sqrt{1 - \xi^2}}$$

für kleine γ_0 angegeben, die die Autoren als Typ der Dipolverteilung benutzt haben. Die von ihnen berechneten Körperkonturen, die trotz der Polstellen von $g(\xi)$ bei $\xi = \pm 1$, geschlossene Körper endlichen Volumens ergeben, zeigen die typischen Eigenschaften von Optimalformen. Bei hohen Geschwindigkeiten ($Fr > 0.6$) haben die knochenförmigen Konturen ihre größte Breite an den Enden; das Volumen verlagert sich in das Stevengebiet. Hieraus folgt, daß bei kleinem γ_0 die Wellenlängen schon so groß sind, daß die Effekte schon durch Singularitäten beschrieben werden können, die in den Steven konzentriert sind. Beim Uebergang zu kleineren Froudeschen Zahlen ($Fr < 0.5$) gehen die Konturen über die Schwanenhalsformen in normale Formen über, die die größte Breite in der Mitte haben. Allen Konturen ist die unendliche Tangentensteigung bei $\xi = \pm 1/2$, den Körperenden, gemeinsam.

Lösungen für niedrige Geschwindigkeiten (große γ_0) sind von Bessho(2) angegeben worden, ohne jedoch die Körperkonturen, die zu den entsprechenden Verteilungen gehören, bestimmt zu haben.

Engt man die Klasse der Lösungsfunktionen ein, dann wird zwar die Allgemeingültigkeit der Lösungen beschränkt, der Lösungsweg aber einfacher. So hat Weinblum(51) für die Lösungsfunktionen die Funktionenklasse der Polynome vorgeschlagen und zur Lösung des Problems die Ritzsche Methode angewandt. Danach entartet die Variationsaufgabe in die Auflösung eines linearen Gleichungssystems, dessen Lösungen die unbekanntenen Koeffizienten des gewählten Polynoms sind. Nach diesem Vorschlag lassen sich auch Kombinationen von Verteilungen und diskreten Singularitäten behandeln. Der letzte Schritt ist auch hier die Bestimmung der Kör-

perkontur der Singularitätenverteilung.

Mit Hilfe der Matrizenrechnung läßt sich die Minimalaufgabe unter der Verwendung des Lagrangeschen Multiplikators Λ wie folgt lösen. Die Matrizenformate sind der Uebersichtlichkeit halber wieder weggelassen worden.

Die Funktion

$$F(a, b, \Lambda_1, \Lambda_2) = b \cdot (a * W * a^T) \cdot b^T - \Lambda_1 \cdot (A \cdot a^T - C_a) - \Lambda_2 \cdot (B \cdot b^T - C_b) = 0$$

ist so zu optimalisieren, daß unter den Nebenbedingungen

$$A \cdot a^T - C_a = 0$$

$$B \cdot b^T - C_b = 0$$

der Widerstand

$$R^+ = b \cdot (a * W * a^T) \cdot b^T$$

zu einem Minimum wird. Zur Bestimmung der unbekanntten Matrizen, ist das folgende Gleichungssystem zu lösen:

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 0 = 2 \cdot b \cdot (W * a^T) \cdot b^T - \Lambda_1 \cdot A$$

$$\frac{\partial F}{\partial b} = 0 = 2 \cdot (a * W * a^T) \cdot b^T - \Lambda_2 \cdot B$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Lambda_1} = 0 = A \cdot a^T - C_a$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Lambda_2} = 0 = B \cdot b^T - C_b$$

(Dabei ist die Differentiation der Funktion F nach den Matrizen elementweise durchzuführen).

(Ueber die Matrizenmultiplikation, siehe Anhang 2)

Als Lösung ergeben sich die gesuchten Koeffizientenmatrizen in der impliziten Form zu

$$a = A * (b \cdot W \cdot b^T)^{-1} \cdot (A * (b \cdot W \cdot b^T) * A^T)^{-1} * C_a$$

$$b = B \cdot (a * W * a^T)^{-1} \cdot (B \cdot (a * W * a^T) \cdot B^T)^{-1} \cdot C_b$$

Dabei bedeutet

- a die gesuchte Koeffizientenmatrix der horizontalen Verteilung
- b die gesuchte Koeffizientenmatrix der vertikalen Verteilung
- A die Koeffizientenmatrix der Nebenbedingungen zu a
- B die Koeffizientenmatrix der Nebenbedingungen zu b
- C_a die Konstantenmatrix der Nebenbedingungen zu a

C_b die Konstantenmatrix der Nebenbedingungen zu b

Λ_1 und Λ_2 die Matrizen der Lagrangeschen Multiplikatoren.

Die numerische Auswertung der allgemeinen Lösung für die Polynomverteilung dürfte einige Schwierigkeiten bereiten.

Auch hier ist es angebracht, analog zu Karp-Kotik-Lurye, sich zunächst mit dem Fall der in vertikaler Richtung konstanten Verteilung zu begnügen, da die Tiefenverteilung gegenüber der der horizontalen eine untergeordnete Rolle spielt. Damit vereinfacht sich das Problem wieder und wegen $b \equiv 1$ und $W \equiv U$ erhält man die einfache Lösung für die unbekannte Koeffizientenmatrix a der horizontalen Verteilung

$$a = \Lambda \cdot U^{-1} \cdot (\Lambda \cdot U \cdot A^T)^{-1} \cdot C_a$$

als optimale Lösung der Gleichung

$$F(a, \Lambda) = a \cdot U \cdot a^T - \Lambda \cdot (\Lambda \cdot a^T - C_a) = 0.$$

Prinzipiell können die Matrizen a und b auch mehrzeilig sein, d.h. verschiedene Polynomformen mit gleichen Nebenbedingungen, oder gleiche Polynome verschiedener Nebenbedingungen können gleichzeitig behandelt werden. (Sharma(39)).

Die Lösungen dieses vereinfachten Problems für Quellsingularitäten sind als Schwanenhalsformen von Weinblum(51) bekannt, deren zugehörige Körperkonturen wegen der Havelockschen Approximation alle endliche Tangentensteigungen in den Loten ($\xi = \pm 1$) haben.

2.5.3. Die Verringerung des Wellenwiderstandes einer gegebenen Singularitätenverteilung

Bringt man die vorangegangene Betrachtung mit der Suche nach einer optimalen Schiffsförm gegebenen Volumens in Beziehung, dann kann die folgende Darstellung als eine Methode zur Verringerung des Wellenwiderstandes einer gegebenen Schiffsförm angesehen werden.

In der Literatur finden sich zwei Betrachtungsweisen dieses Problems, die theoretisch identisch sind und sich nur auf dem experimentellen Sektor unterscheiden.

1. Methode: Da der Wellenwiderstand einen unmittelbar visuellen Ausdruck im Wellenbild hat, folgt die erste Betrachtungsmethode der Optimalisierung gegebener Verteilungsformen von Singularitäten als reines Interferenzproblem von Wellen. Sie wird vorwiegend von den Japanern und teilweise von Yim(108-111) bevorzugt. Definitionsgemäß ist die Auslöschung des Wellenbildes äquivalent mit der Annullierung des Wellenwiderstandes. Für die interferierenden Wellensysteme müssen daher 2 Punkte berücksichtigt werden: 1. der Anfangspunkt und 2. die Amplitude der Wellen.

Nach Havelock(11) ergibt sich die Wellenerhebung des freien Wellensystems einer mit konstanter Geschwindigkeit fortschreitenden Störung als das Integral aller sin- und cos-Elementarwellen zu

$$\zeta(\xi, \eta) = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \{S(\theta)\sin(K_0 \sec^2 \theta \cdot \omega) + C(\theta)\cos(K_0 \sec^2 \theta \cdot \omega)\} \cdot d\theta$$

($\omega = \xi \cos \theta + \eta \sin \theta$, $K_0 = g/C^2$). Dabei können $S(\theta)$ und $C(\theta)$ als Amplitudenfunktionen der sin- und cos-Anteile gedeutet werden. Es liegt nun nahe, daß ein primäres Wellensystem nur dann für alle ξ und η durch ein sekundäres ausgelöscht werden kann, wenn

$$S(\theta) - s(\theta) = 0$$

und

$$C(\theta) - c(\theta) = 0$$

als zu fordernde Bedingungen von den interferierenden Systemen erfüllt werden. ($s(\theta)$ und $c(\theta)$ mögen die Amplitudenfunktionen des Secundärwellensystems sein).

Yim(109) hat nun in sehr eindrucksvoller Weise gezeigt, daß das freie Wellensystem einer gegebenen Quellverteilung nur dann vollständig zum Verschwinden gebracht werden kann, wenn in deren Endpunkten halb unendlich lange vertikale Verteilungen von Singularitäten höherer Ordnung addiert werden. Wird die vertikale Verteilung z.B. bei $\zeta = \zeta_1$ abgebrochen, dann verbleibt ein Restwellensystem, das demjenigen der Ausgangsquelle äquivalent ist, wenn diese in der Tiefe ζ_1 angeordnet werden würde (Maruo(88)). Die Wellenerhebungen der elementaren Singularitäten sind im Anhang 4 wiedergegeben. Auf dem experimentellen Sektor innerhalb dieser Methode stützt man sich vorwiegend auf die transversalen Komponenten des Wellensystems ($\theta \approx 0$).

Für systematische Untersuchungen von Verteilungsformen ist diese Methode weniger geeignet.

2. Methode: Die zweite Betrachtungsweise geht auf das Widerstandsintegral selbst zurück. Untersucht man nur asymmetrische Quellverteilungen (Index q), dann läßt sich deren Wellenwiderstand durch die Addition einer symmetrisch oder asymmetrisch zugeordneten Wulstsingularität (Index w), deren Ordnung noch unberücksichtigt bleiben kann, nur dann zu Null machen, wenn die Ausdrücke

$$P_q^2 + 2 \cdot P_q \cdot P_w + P_w^2 = 0 \quad (\text{symmetr. Wulstanordnung})$$

bzw.

$$P_q^2 + 2 \cdot P_q \cdot P_w + (P_w^2 + Q_w^2) = 0 \quad (\text{asymmetr. Wulstanordnung})$$

im Michell-Havelockschen Widerstandsintegral zu Null gemacht werden können. Dies gelingt wiederum nur, wenn P_w und Q_w halb unendlich langen, vertikalen Verteilungen von Wulstsingularitäten in den Endpunkten der Quellverteilung entsprechen, deren Ordnung höher als die der Quellsingularität sein muß (Yim (109)).

In der Praxis spielen jedoch halb unendlich lange, vertikale Verteilungen keine Rolle, so daß R^+ nur zu einem Minimum gemacht werden kann, das im allgemeinen größer als Null sein wird. Berücksichtigt man, daß die beschränkte vertikale Verteilungsfunktion der Wulstsingularitäten P_w auch eine Funktion des Ortes ist, an dem sich diese befinden, dann läßt sich die für die Praxis bedeutungsvolle Minimalaufgabe formulieren:

"Für ein gegebenes P_q wird das nach Größe, Ordnung und Lage nach optimale w_0 gesucht, daß R^+ zu einem Minimum macht."

Dem Vorschlage von Eggers folgend, kann die Behandlung dieser Aufgabe wieder mit der Matrizenrechnung erfolgen. Werden etwa für die Verteilung der Wulstsingularitäten nur Funktionen der Form ζ^n ($n > 0$, für Dipolverteilungen) oder diskrete Singularitäten benutzt, dann ist die Matrix b konstant. Die Matrix a dagegen wird die Stärke w_0 der Wulstsingularität mit enthalten, und um dies deutlich hervorzuheben, wird diese Matrix mit (a, w_0) bezeichnet. In dieser Schreibweise ist

$$a \equiv (a, 0)$$

die Matrix der Verteilung ohne Wulstsingularität. Damit ergibt

sich das optimale w_0 als Lösung der Gleichung

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial w_0}(R^+) &= \frac{\partial}{\partial w_0} \left\{ (a, w_0) * (b \cdot W \cdot b^T) * (a, w_0)^T \right\} = \\ &= 2 \cdot \frac{\partial [(a, w_0)]}{\partial w_0} * (b \cdot W \cdot b^T) * (a, w_0)^T = 0, \end{aligned}$$

die man mit $a^{+T} = (a, 0)^T = (a, w_0)^T - w_0 \cdot \frac{\partial [(a, w_0)^T]}{\partial w_0}$ zu

$$\frac{\partial [(a, w_0)]}{\partial w_0} * (b \cdot W \cdot b^T) * (a, 0)^T - w_0 \cdot \frac{\partial [(a, w_0)]}{\partial w_0} * (b \cdot W \cdot b^T) * \frac{\partial [(a, w_0)^T]}{\partial w_0} = 0$$

umformen kann und aus der das optimale w_0 als der Quotient

$$w_0 = \frac{\frac{\partial [(a, w_0)]}{\partial w_0} * (b \cdot W \cdot b^T) * (a, 0)^T}{\frac{\partial [(a, w_0)]}{\partial w_0} * (b \cdot W \cdot b^T) * \frac{\partial [(a, w_0)^T]}{\partial w_0}}$$

folgt. Ist die Quellverteilung in vertikaler Richtung konstant, dann vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$w_0 = \frac{\frac{\partial [(a, w_0)]}{\partial w_0} \cdot U \cdot (a, 0)^T}{\frac{\partial [(a, w_0)]}{\partial w_0} \cdot U \cdot \frac{\partial [(a, w_0)^T]}{\partial w_0}}$$

Nun kann man aus dem Widerstandsintegral erkennen, daß das optimale w_0 nicht nur eine Funktion des Geschwindigkeitsparameters γ_0 ist, sondern auch noch von der Lage der Wulstsingularität abhängt. Da nur Mittellängsbelegungen untersucht werden, erscheint damit das optimale w_0 für $\gamma_0 = \text{const}$ als eine Funktion zweier Variabler, d.h.

$$w_0 = f(\xi, 0, \zeta) \text{ .}$$

Bei diskreten Wulstsingularitäten ist für $\gamma_0 = \text{const}$ und $\xi = \text{const}$ das optimale w_0 eine monotone Funktion von ζ , wie in evidenten Weise aus dem Widerstandsintegral folgt. w_0 wächst einsinnig, wenn ζ gegen unendlich geht. Da monotone Funktionen keine Extremwerte haben, kann $\zeta = f$ als Parameter eingeführt werden, wobei f die Lage der Singularität der Tiefe nach angibt. Sind γ_0 und ζ konstant, erscheint das optimale w_0 als eine mehr oder weniger stark oszillierende Funktion von ξ , die ausgeprägte Extremwerte besitzt. Leider lassen sich diese Extremwerte nicht explizit in einer so einfachen Weise für w_0 aus dem

Widerstandsintegral selbst bestimmen. Um dennoch zu einem Ziel zu gelangen, hilft nur die punktweise Berechnung des optimalen w_0 und die Anwendung eines graphischen oder numerischen Interpolationsverfahrens.

Für das optimal gelegene optimale w_0 sollen hier noch einige Bemerkungen folgen, die für die spätere numerische Auswertung von Bedeutung sind. Ist R_{qW} der Interferenzwiderstand der Singularitätenkombination und R_W der Eigenwiderstand der Wulstsingularität, dann ist die Gesamtwiderstandsänderung einer solchen Kombination

$$\Delta R_{ges}(\gamma_0) = 2q_0 \cdot w_0 \cdot R_{qW}(\gamma_0, d, f) + w_0^2 \cdot R_W(\gamma_0, d, f) .$$

Sind γ_0 und $\zeta = f$ konstant, dann erhält man nach der Minimumbedingung

$$\frac{\partial}{\partial w_0}(\Delta R_{ges}) = 0$$

das optimale w_0 zu

$$w_0 = - q_0 \cdot \frac{R_{qW}(d)}{R_W(d)} = f(d) ,$$

wobei d die Lage der Wulstsingularität der Länge nach angibt. Die maximale Gesamtwiderstandsänderung wird damit

$$\Delta R_{ges} = - q_0^2 \cdot \frac{R_{qW}^2(d)}{R_W(d)} = g(d)$$

Für die beiden Funktionen $f(d)$ und $g(d)$ folgt ganz allgemein, daß ihre Maxima nicht unbedingt an der gleichen Stelle d liegen müssen. Dies gilt für die symmetrische Wulstanordnung.

Im Falle der asymmetrischen Anordnung folgt aus dem Ausdruck

$$(P_W^2 + Q_W^2),$$

daß R_W von d unabhängig ist. Nur für diese Anordnung liegen die beiden Maxima an dem gleichen Ort.

2.5.4. Der Aenderungswiderstand $\Delta R^+(\gamma_0)$

Um die im Abschnitt 2.5.3. angestellten allgemeinen Betrachtungen auf konkrete Fälle übertragen zu können, muß noch ein Hilfsmittel gesucht werden, das geeignet ist, die passendste Wulstsingularität für eine gegebene Quellverteilung auswählen

zu können. Ein solches Hilfsmittel ist der Aenderungswiderstand $\Delta R^+(\gamma_0)$, der den Einfluß irgendeiner Aenderung einer Singularitätenverteilung auf den Wellenwiderstand zum Ausdruck bringt.

Aus dem Widerstandsintegral für allgemeine Verteilungen von Singularitäten n-ter, bzw. m-ter Ordnung, die jeweils als Exponent in $\langle \rangle$ Klammern angegeben ist,

$$R^+(\gamma_0) = \int_{\gamma_0}^{\infty} f(\gamma) \cdot \int_F S^{\langle m \rangle}(\xi, \zeta) df \cdot \int_{F'} S^{\langle n \rangle}(\xi', \zeta') df' \cdot \exp[-\vartheta(\zeta + \zeta')] \cdot$$

$$(-1)^m \cdot (-1)^n \cdot \frac{\partial^{n+m}}{(\partial \xi)^m \cdot (\partial \xi')^n} (\cos\{\gamma(\xi - \xi') + h(\gamma) \cdot (\eta - \eta')\}) \cdot d\gamma$$

mit $\vartheta = 2T/L \cdot \gamma^2 / \gamma_0$ und $h(\gamma) = B/L \cdot \gamma / \gamma_0 \cdot \sqrt{\gamma^2 - \gamma_0^2}$ folgt der Aenderungswiderstand $\Delta R^+(\gamma_0)$ als ein Element des Integrales z.B. über F' . - Hier ist zu bemerken, daß Singularitäten 0. Ordnung Quellen und solche 1. Ordnung Dipole sind (s. auch Anhang 4)-.

Wird nun

$$S^{\langle n \rangle}(\xi', \zeta') \cdot df' = S_0^{\langle n \rangle} = \text{const}$$

und $\xi' = d, \eta' = e, \zeta' = f$

gesetzt, dann erkennt man, daß der Aenderungswiderstand

$$\Delta R^+(\gamma_0) = \int_{\gamma_0}^{\infty} f(\gamma) \cdot \int_F S^{\langle m \rangle}(\xi, \zeta) df \cdot S_0^{\langle n \rangle} \cdot \exp[-\vartheta(\zeta + f)] \cdot$$

$$(-1)^m \cdot (-1)^n \cdot \frac{\partial^{n+m}}{(\partial \xi)^m \cdot (\partial d)^n} (\cos\{\gamma(\xi - d) + h(\gamma) \cdot (\eta - e)\}) \cdot d\gamma$$

außer von γ_0 noch von der Lage $P(d, e, f)$ der Aenderungssingularität $S_0^{\langle n \rangle}$ abhängt.

Die primäre Information des Aenderungswiderstandes ist sein Vorzeichen, das direkt die positive oder negative Wirkung einer solchen Aenderung angibt. Nebenbei sei bemerkt, daß $\Delta R^+(\gamma_0)$ für optimale Verteilungen Null sein muß, wenn $n = m$ ist.

Werden vorzugsweise nur Mittellängsbelegungen betrachtet, dann vereinfacht sich der Ausdruck für ΔR^+ , wegen $\eta = e = 0$

zu

$$\Delta R^+(\gamma_0) = \int_{\gamma_0}^{\infty} f(\gamma) \int_0^1 \int_{-1}^1 S^{(m)}(\xi, \zeta) d\xi d\zeta \cdot S_0^{(n)} \cdot \exp[-\vartheta(\zeta+f)] \cdot (-1)^m \cdot (-1)^n \cdot \frac{\partial^{n+m}}{(\partial \xi)^m \cdot (\partial d)^n} (\cos[\gamma(\xi-d)]) \cdot d\gamma$$

Werden für die Funktion $S^{(m)}(\xi, \zeta)$ wieder nur Polynome zugelassen, dann kann die Matrizenrechnung zur Bestimmung von $\Delta R^+(\gamma_0)$ angewandt werden. In Matrixschreibweise schreibt sich ΔR^+ als das Matrizenprodukt

$$\Delta R^+(\gamma_0) = (-1)^m \cdot (-1)^n \cdot S_0^{(m)} \cdot S_0^{(n)} \cdot \frac{\partial \langle (a, S_0^{(n)}) \rangle}{\partial S_0^{(n)}} * (b \cdot W \cdot b^T) * (a, 0)^T$$

oder für $b = 1$

$$\Delta R^+(\gamma_0) = (-1)^m \cdot (-1)^n \cdot S_0^{(m)} \cdot S_0^{(n)} \cdot \frac{\partial \langle (a, S_0^{(n)}) \rangle}{\partial S_0^{(n)}} \cdot U \cdot (a, 0)^T$$

Die Matrizen sind die gleichen, wie diejenigen des Abschnittes 2.5.2. .

3. Numerischer Teil

In dem folgenden Teil soll an Hand konkreter Fälle die Frage der Widerstandsverringering von gegebenen Schiffsformen mit Hilfe der Ergebnisse der linearen Theorie behandelt werden, aus der sich eine Beurteilung der Brauchbarkeit dieser Theorie ergibt. Dabei erscheint es sinnvoll, die anfallende numerische Arbeit auf ein notwendiges Maß herabzudrücken und sich zunächst nur auf zum Hauptspant symmetrische Schiffsformen zu beschränken, deren Widerstand im Vergleich zu asymmetrischen Formen der geringste ist, wie aus dem Michell-Havelockschen-Widerstandsintegral in evidenter Weise folgt. Nur in der Addition der Wulstformen werden neben symmetrischen auch asymmetrische Anordnungen zugelassen, um praktischen Fällen gerecht zu werden, in denen vorwiegend der Bugwulst allein Verwendung findet.

Bevor mit der eigentlichen numerischen Arbeit begonnen werden kann, muß noch auf die gegenseitige Zuordnung von Singularitätenverteilung ^{und} Körperform eingegangen werden, da das Widerstandsintegral in der abgeleiteten Form exakt nur für Singularitätenverteilungen, die allerdings beliebig sein können, gilt.

3.1. Relationen zwischen Singularitätenverteilungen und Körperformen.

Wegen einer gewissen Indeterminiertheit des Problems selbst, ist eine umkehrbar eindeutige Zuordnung von Singularitätenverteilung und Körperform kaum möglich, die durch die Anwesenheit einer freien Oberfläche noch fragwürdiger wird. Verzichtet man dagegen auf so strenge Forderungen der gegenseitigen Zuordnung, dann lassen sich zwei Wege verfolgen, eine Korrespondenz zwischen Körperform und Singularitätenverteilung zu erreichen.

Im ersten Fall ist die Singularitätenverteilung gegeben, die günstigerweise in einer Ebene angeordnet wird, aus der eine zugehörige Körperkontur durch die Lösung der Differentialgleichungen für die Stromlinien ermittelt werden kann. Die-

ses Verfahren bereitet selbst für kompliziertere Verteilungsformen unter Berücksichtigung des Einflusses einer freien Oberfläche (Kajikani (115)) mit der heutigen Leistungsfähigkeit der elektronischen Rechengerte kaum Schwierigkeiten. Allerdings ist dieser Weg speziell für die Untersuchung systematischer Schiffformen, die durch geeignete Hauptparameter gekennzeichnet sind, - besonders für Schiffformen mit Wülsten an den Enden - sehr aufwendig, da die resultierenden Umströmungskörper relativ willkürlich sind.

Im zweiten Fall ist die Körperkontur gegeben. Die zugehörige Singularitätenverteilung ergibt sich dann als Lösung der entsprechenden Integralgleichung. Obwohl dieser Weg für das vorliegende Problem geeignet ist, kann die äußerst komplizierte Lösung der Integralgleichung dadurch vermieden werden, indem die freie Oberfläche negiert und die linearisierte Form der Randbedingung 1 (Abschn. 2.3.) zur Bestimmung der zugehörigen Singularitätenverteilung herangezogen wird. Aus dieser Bedingung für das Störpotential $\varphi(x, y, z)$ folgt, daß gerade eine Quelle den nötigen Geschwindigkeitssprung im Punkte $P(x, 0, z)$ der Verteilungsebene erzeugt, oder

$$2\pi \cdot q_0 \cdot \sigma(x, z) = \varphi_y(x, 0, z) = \pm c \cdot \frac{\partial f(x, z)}{\partial x} \Big|_{P(x, 0, z)}$$

$f(x, z)$ ist die Gleichung der Körperkontur. Berücksichtigt man die Vorzeichen der y -Komponente der Geschwindigkeit und die der Steigung der Körperkontur, dann erhält man die Havelocksche Approximation für schmale Körper ($l/b \gg 1$)

$$q_0 \cdot \sigma(x, z) = - \frac{c}{2\pi} \cdot \frac{\partial f(x, z)}{\partial x}$$

Diese Beziehung zwischen der Körperkontur und der sie erzeugenden Verteilungsfunktion von Quellsingularitäten soll im Rahmen der Linearisation als umkehrbar eindeutig gelten. Sie wird umso genauer, wenn $l/b \rightarrow \infty$, d.h.

$$\frac{\partial f(x, z)}{\partial x} \rightarrow 0$$

geht. Setzt man die Approximation in das Widerstandsintegral ein, dann erhält man die Darstellung, die Michell(23) im Jahre 1898 für das Integrationsintervall $-\infty \leq x \leq +\infty$ und

$0 \leq z \leq +\infty$ angegeben hat.

Aus der Havelockschen Approximation folgt unmittelbar für die dimensionslose Darstellung der Körperoberfläche die Proportionalitätsbeziehung

$$\sigma(\xi, \zeta) \sim \frac{\partial \eta(\xi, \zeta)}{\partial \xi} .$$

Ist nun die Funktion $\eta(\xi, \zeta)$ in Form von Polynomprodukten gegeben, dann kann die eingeführte Matrixenschreibweise vollkommen beibehalten werden, da die definierten Typintegrale der Widerstandsmatrix W unverändert bleiben. Nur der Dimensionsfaktor von R^+ ändert sich.

3.1.1. Die Darstellung der Schiffsoberfläche

Die Möglichkeiten in der mathematischen Beschreibung der Schiffsoberfläche $y = f(x, z)$, die erst die Grundlage einer systematischen Forschung bildet, sind von Weinblum(56) eingehend beschrieben worden und brauchen nicht wiederholt zu werden. Aus den vielen Möglichkeiten ist es für das Studium des Wulsteffektes angebracht, analytisch einfache Ausdrücke für die Funktion $y = f(x, z)$ auszuwählen, die aber noch das Typische eines Schiffes erkennen lassen.

Die einfachste Schiffform ist das von Weinblum(56) eingeführte Elementarschiff, dessen Oberflächegleichung

$$y = f(x) \cdot g(z)$$

die Hauptmerkmale erkennen läßt, nämlich alle Wasserlinien und Spante sind affin, die Mittellängsebene ist ein Rechteck und die dimensionslose Form der Schwimmlinie stimmt mit der der Spantarealkurve überein.

Läßt man für die beiden Funktionen $f(x)$ und $g(z)$ nur die Klasse der Polynome zu und wird die dimensionslose Darstellung des Koordinatensystems der Fig. 2 gewählt, dann schreibt sich die Gleichung der Schiffsoberfläche als Produkt zweier Polynome zu

$$\eta(\xi, \zeta) = f(\xi) \cdot g(\zeta) = \sum_{\nu=0}^n a_{\nu} \cdot \xi^{\nu} \cdot \sum_{\mu=0}^m b_{\mu} \cdot \zeta^{\mu} \quad \begin{array}{l} -1 \leq \xi \leq +1 \\ 0 \leq \zeta \leq +1 \end{array}$$

Die unbekanntenen Koeffizienten lassen sich aus den folgenden Bestimmungsgleichungen ermitteln, deren Anzahl durch weitere Be-

dingungen noch vergrößert werden kann:

1. aus $f(0) = 1$ folgt $a_0 = 1$

2. aus $f(+1) = 0$ folgt $\sum_{v=0}^n a_v = 0$

3. aus $f'(+1) = -t$ folgt $\sum_{v=0}^n v \cdot a_v = -t$

4. aus $\int_{-1}^{+1} f(\xi) d\xi = \alpha$ folgt $\sum_{v=0}^n \frac{1}{v+1} \cdot a_v = \alpha$

5. aus $g(0) = 1$ folgt $b_0 = 1$

6. aus $g(1) = 0$ folgt $\sum_{\mu=0}^m b_\mu = 0$

7. aus $g'(1) = -k$ folgt $\sum_{\mu=0}^m \mu \cdot b_\mu = -k$

8. aus $\int_0^{+1} g(\zeta) d\zeta = \beta$ folgt $\sum_{\mu=0}^m \frac{1}{\mu+1} \cdot b_\mu = \beta$

Die Bedingungen 1, 2, 5 und 6 ergeben sich aus dem Verhalten der Funktionen an den Intervallgrenzen. Schreibt man die Tangentensteigung bei $\xi = \pm 1$, resp. bei $\zeta = 1$, und eine bestimmte Völligkeit der Funktionen $f(\xi)$ und $g(\zeta)$ vor, so führt dies zu den Gleichungen 3 und 7, bzw. zu 4 und 8, wobei k als Aufkimmung bezeichnet werden kann. Die Parameter α , β , t und k sind die sog. Hauptparameter der Schiffform, die zu deren mathematischen Beschreibung notwendig sind.

Im Hinblick auf Modellversuche kann bei der Auswahl der Schiffformen, die zur Verringerung der numerischen Arbeit noch etwas vereinfacht werden, nur an eine beschränkte Anzahl gedacht werden. Wie bereits erwähnt wurde, werden nur zum Hauptspant ($\xi = 0$) symmetrische Formen (v gerade) behandelt, die darüber hinaus noch senkrechte Seitenwände haben ($\mu = 0$, $\beta = 1$). (Für solche Formen ist $\alpha = \varphi$.) Die Oberflächengleichung dieser stark vereinfachten Schiffform lautet

$$\eta(\xi) = \sum_{v=0}^n a_{2v} \cdot \xi^{2v} ,$$

für die aus Uebersichtlichkeitsgründen eine Kurzschreibweise benutzt wird, die Weinblum eingeführt hat und die sowohl die

Hauptparameter als auch den Grad des verwendeten Polynoms erkennen läßt. Danach bedeutet

$$\text{Form}(2,4,6,\varphi,t)$$

eine Elementarschiffsform mit senkrechten Seitenwänden und den Hauptparametern φ und t , dessen Oberfläche durch ein Polynom 6. Grades mit nur geraden Exponenten von ξ beschrieben wird. Diese Oberflächenform wird als einzige in dieser Arbeit mit verschiedenen φ und t numerisch und mit einem φ und einem t experimentell untersucht.

Wird im Verlaufe dieser Arbeit nicht extra darauf hingewiesen, daß es sich um eine andere Schiffsform handelt, soll unter dem Begriff Schiffsform eine Elementarschiffsform der Form $(2,4,6,\varphi,t)$ verstanden werden.

3.1.2. Die Quell-Senken-Darstellung der Schiffsform

Die korrespondierende Singularitätenverteilung der zu untersuchenden Schiffsform $(2,4,6,\varphi,t)$ ergibt sich nach der Havelock'schen Approximation als eine in ζ -Richtung konstante ($\mu=0$) asymmetrische Quellverteilung der Gestalt

$$\sigma(\xi) \sim \sum_{\nu=0}^n 2\nu \cdot a_{2\nu} \cdot \xi^{2\nu-1} = \eta'(\xi) .$$

Läßt man die Bodenpartien als relativ unbedeutend außer acht, dann stellt die erzwungene Proportionalität ein breites Schiff mit flachem Boden dar. Nach dem im Abschn. 3.1. im Fall 1 ange-deuteten Verfahren würde diese Quellverteilung jedoch ein schmales Schiff mit stark im Hauptspant durchhängenden Boden als resultierenden Umströmungskörper erzeugen (Inui(17), Kajitani (115)). Auf den Fehler, der in der Berechnung des Wellenwiderstandes dieser beiden Formen entsteht, wird an späterer Stelle noch kurz eingegangen.

Zu einer numerischen Behandlung dieser Singularitätenverteilungen mit Hilfe der Matrizenrechnung muß noch erwähnt werden, daß sich die Elemente der Koeffizientenmatrizen a der beiden Funktionen $\sigma(\xi)$ und $\eta(\xi)$ um den Faktor 2ν unterscheiden.

3.1.3. Darstellung der Form des freifahrenden Wulstkörpers

Das wesentlichste Charakteristikum des Wulstes an einem Schiff

ist das der örtlichen Volumenkonzentration, das auch als eine mögliche Definition des Wulstes gelten kann.

Betrachtet man zunächst den Wulst als vom Schiff getrennt, der in diesem Zustand als freifahrender Wulstkörper bezeichnet werden soll, dann lassen sich die gleichen Methoden in der mathematischen Beschreibung der Oberfläche des Wulstkörpers anwenden, wie sie für die der Schiffform selbst gefunden wurden. Es ist jedoch naheliegend, für den Wulstkörper einfache geometrische Körper zu nehmen, die in reicher Auswahl zur Verfügung stehen und deren Oberflächengleichungen bekannt sind. Die Kugel erweist sich dabei als der geeignetste und zugleich einfachste Körper, der die Forderung der örtlichen Volumenkonzentration am besten erfüllt.

Selbstverständlich eignen sich die Umströmungskörper diskreter Singularitäten und einfacher Linienverteilungen auch als Wulstkörper, deren Oberflächengleichungen zwar nicht in allen Fällen analytisch gegeben sind, die aber mit relativ geringem Aufwand numerisch berechnet werden können. Bei diesen Formen erübrigt sich automatisch die Frage nach der gegenseitigen Zuordnung von Singularitätenverteilung und Körperform.

3.1.4. Singularitätendarstellung des freifahrenden Wulstkörpers

Da für die Wulstkörper die Bedingungen

$$\left. \frac{\partial f(x, z)}{\partial x} \right|_{x = \pm 1} \text{ klein} \quad \text{und} \quad 1/b \gg 1$$

nicht mehr gefordert werden können, ist auch die Havelocksche Approximation nicht mehr bedenkenlos anwendbar. Folglich ist auch eine Polynomdarstellung, wie sie Weinblum(106) noch benutzt, hat, nur begrenzt zur Beschreibung der Wulstoberfläche geeignet, da sie auf zwei Schwierigkeiten führt:

1. treten Polynome extrem hohen Grades auf, die auf numerisch schwer zu handhabende Typintegrale führen (s. Anhang 4a) und
2. ergeben sich für $\mu=0$ vertikal konstante Verteilungsformen der Singularitäten, die nach Abschn. 2.5.2. (s. auch Wehausen(48)) nicht optimal sind und deren entsprechende Wulstformen in der Praxis nicht angewendet werden.

Der Vorteil der Polynomdarstellung, die relativ übersichtliche Zuordnung der Volumina von Schiff und Wulst, wiegt die Nachteile nicht auf.

Im Gegensatz zu Abschn. 3.1.2. werden für den Wulst die Singularitäten vorgeschrieben und die zugehörigen Konturen gerechnet.

Um auch hier die Variationsmöglichkeiten einzuschränken, werden in erster Linie nur diskrete Singularitäten und in Einzelfällen auch einfache Linienverteilungen untersucht, die zur Beschreibung des Typischen des Wulsteffektes ausreichen dürften.

3.2. Schiff-Wulst-, bzw. Singularitätenkombinationen

Wegen der Linearität der Laplaceschen Differentialgleichung sind nun beliebige Singularitätenkombinationen möglich, so daß der Typ der Singularität für den Wulst frei wählbar ist. Dabei sei für das symmetrische Schiff die asymmetrische Quellverteilung nach der Havelockschen Approximation gegeben, das die Form $(2,4,6,\varphi,t)$ hat.

Innerhalb der Körper-, bzw. Singularitätenkombinationen muß nun die folgende Alternative betrachtet werden:

1. Der Wulst stellt verschobenes Volumen dar

$$\varphi_{\text{komb.}} = \varphi_{\text{m}} = \text{konst.},$$

resp. innerhalb der Gesamtverteilung werden Singularitäten verschoben.

Konstruktiv gesehen bedeutet diese Alternative, daß das Gesamtvolumen der Schiffform zwar konstant bleibt, die Form selbst aber ändert sich. Dabei wird Volumen aus einem widerstandsmäßig ungünstigen in ein günstiges Gebiet verschoben. Ein wertvolles Hilfsmittel, diese günstigen Verschiebungen nach Ort und Größe zu erreichen, ist der Änderungswiderstand ΔR^+ . Die konsequente Durchführung einer Volumenvariation unter dieser Bedingung führt zu einer Optimalform nach Abschnitt 2.5.2..

2. Der Wulst stellt zusätzliches Volumen dar

$$\varphi_{\text{komb.}} = \varphi_{\text{m}} + \varphi_{\text{w}},$$

resp. zur Ausgangsverteilung wird eine Wulstsingularität addiert.

Ohne die Ausgangsform zu verändern, wird nach dieser Alternative das Volumen der Schiffform um dasjenige des Wulstes vergrößert. Für die Praxis hat dieser Fall die größere Bedeutung, da viele Schiffe erst nachträglich mit einem Wulst versehen worden sind, um ihr Widerstandsverhalten zu verbessern. Sowohl die Größe als auch die Lage des Wulstes ist nicht beliebig wählbar. Optimalformen nach Abschn. 2.5.2. lassen sich damit nicht erreichen.

Die Anordnung oder die Verschiebung des Volumens oder der Wulstsingularität kann wieder unter zwei Gesichtspunkten gesehen werden.

- a, die symmetrische Anordnung oder Verschiebung: Das Wulstvolumen oder die Wulstsingularität wird symmetrisch zur Mitte angeordnet oder verschoben.
- b, die asymmetrische Anordnung oder Verschiebung: Das Wulstvolumen oder die Wulstsingularität wird nur in eine Richtung verschoben oder nur einseitig zur Mitte angeordnet.

3.2.1. Die Ordnung Wulstsingularitäten

Es ist selbstverständlich, daß als Wulstsingularitäten nur solche in Frage kommen können, mit denen der sowohl theoretische als auch praktisch größte Effekt erzielt werden kann, d.h. es sind nur solche Singularitäten angebracht, die einen negativen Änderungswiderstand $\Delta R^+(\gamma_0, d, 0, f)$ im ganzen Geschwindigkeitsintervall erzeugen. Zur Auswahl stehen Singularitäten 0. und 1. Ordnung.

1. Singularitäten 0. Ordnung, oder Quellen: Zusammen mit der gewählten Quellverteilung der Form $(2, 4, 6, \varphi, t)$ ergibt sich nach Abschn. 2.5.4. für $m=n=0$ hierfür ein Änderungswiderstand von

$$Q \cdot \Delta R^+(\gamma_0, d, 0, f) = \int_{\gamma_0}^{\infty} f(\gamma) \cdot \int_{-1}^{+1} \int_0^{\pi} \eta'(\xi) \sin(\gamma \xi) d\xi \cdot \exp(-\vartheta(\zeta+f)) d\zeta \cdot \sin(\gamma d) \cdot d\gamma .$$

Q ist eine passende Konstante, $\vartheta = 2T/L \cdot \gamma^2 / \gamma_0$.

Mit $f = 1,00$ ist $Q \cdot \Delta R^+$ für verschiedene Parameter d und für die Formen $(2, 4, 6, \varphi, 1.0)$, $(0.56 \leq \varphi \leq 0.72$ mit $\Delta\varphi = 0.04$), berechnet und in den Diagrammen 3a bis 5a graphisch dargestellt worden. Aus diesen Diagrammen ist ohne weiteres zu erkennen, daß die Quelle die Forderung, im ganzen Geschwindigkeitsbereich einen negativen Änderungswiderstand zu erzeugen, nicht erfüllt. Berücksichtigt man, daß im Falle einer Anwendung noch der Eigenwiderstand der Quelle selbst hinzukommt, der stets positiv ist, dann ist die Quelle als Wulstsingularität höchstens bis $Fr = 0.4$ geeignet. Für die asymmetrische Wulstanordnung ist die Quelle ebenfalls ungeeignet, da sie durch eine Senke irgendwie kompensiert werden muß.

2. Singularitäten 1. Ordnung, oder Dipole: Für diese Singularitätenart ergibt sich mit der gleichen Quellverteilung ein Aenderungswiderstand von

$$D \cdot \Delta R^+(\gamma_0, d, 0, f) = \int_{\gamma_0}^{\infty} f(\gamma) \cdot \int_{-1}^{+1} \int_0^1 \eta'(\xi) \sin(\gamma \xi) d\xi \cdot \exp(-\vartheta(\zeta+f)) d\zeta \cdot \gamma \cdot \cos(d\gamma) d\gamma.$$

D ist eine passende Konstante, $\vartheta = 2\pi/L_8\gamma^2/\gamma_0$.

$D \cdot \Delta R^+$ ist mit den gleichen Parametern und für die gleichen Formen berechnet und in den Diagrammen 3b bis 5b aufgezeichnet worden. Die Diagramme zeigen deutlich, daß die Dipolsingularität die Forderung erfüllt und darüber hinaus sich für jede beliebige Wulstanordnung in eleganter Weise eignet. Aus diesen Gründen wird in der weiteren Verfolgung des Wulstproblems der Dipol als Wulstsingularität verwendet.

Nach der Festlegung der Art und der Verteilungsform der Wulstsingularitäten, müssen noch einige Bemerkungen über die beschränkte Linienverteilung gemacht werden, die prinzipiell in allen drei Koordinatenrichtungen möglich ist.

1. die beschränkte Linienverteilung in ξ -Richtung ($f \neq 0$): Diese Verteilungen bleiben unberücksichtigt, da sie von der geforderten örtlichen Volumenkonzentration in Längsrichtung abweichen.
2. die beschränkte Linienverteilung in η -Richtung ($f \neq 0$): Diese Verteilungen entsprechen zwar der Forderung nach der Volumenkonzentration, werden aber aus experimentellen Gründen nicht mit behandelt. Bei so breiten Körpern ist die Gefahr der Ablösung der Strömung zu groß. (s. auch Wigley(107)).
3. die beschränkte Linienverteilung in ζ -Richtung: Diese Verteilungsform wird als einzige beschränkte Linienverteilung in der Form ζ^n ($n > 0$) benutzt und entspricht den praktischen Gegebenheiten am besten.

Innerhalb der Alternative $\varphi_{\text{komb}} = \varphi_m + \varphi_w$ werden die folgenden Anordnungen der Wulstsingularitäten untersucht:

1. die symmetrische Anordnung:

a. Dipolpaar: je ein diskreter Dipol in den Punkten $P(\underline{+d}, 0, f)$

b, vertikale Dipolverteilung ζ^n ($n > 0$): je eine Verteilung zwischen den Punkten $P(+d, 0, 0)$ und $P(+d, 0, 1.0)$.

2. die asymmetrische Anordnung:

a, Einzeldipol: ein diskreter Dipol in dem Punkt $P(+d, 0, f)$,

b, vertikale Dipolverteilung ζ^n ($n > 0$): eine Verteilung zwischen den Punkten $P(+d, 0, 0)$ und $P(+d, 0, 1.0)$.

3.2.2. Die gegenseitige Zuordnung der Größe des effektiven Wulst-
volumens V_b und des Momentes m_0 der Dipolsingularität

In der Kombination der gewählten Wulstsingularitäten 1. Ordnung des Moments m_0 mit einer Quellverteilung werden sich durch gegenseitige Induktionswirkungen Änderungen in den Konturen der resultierenden Umströmungskörper und damit in deren Volumina ergeben. Liegen die verschiedenen Singularitäten so dicht beieinander, daß ein geschlossener Körper entsteht, wie es bei den meisten Kombinationen der Fall sein wird, dann sind die Kontur- und damit die Volumenänderungen im Bereich der Wulstsingularitäten beträchtlich. Es werden daher für die Körper nominelle, das sind diejenigen der freifahrenden Körper, und effektive Volumina zu unterscheiden sein.

Will man in der Bestimmung der Volumina den Aufwand zur Berechnung des Umströmungskörpers aus der Q-S-Dipol-Kombination umgehen - die Havelocksche Approximation ist für die nähere Umgebung der Wulstsingularität nicht anwendbar -, dann kann man die Kontur im Bereich der größten gegenseitigen Beeinflussung der Singularitäten nach einem Vorschlag von Wigley(107) auch recht gut näherungsweise ermitteln. Danach ist die Kontur gebildet aus den beiden freifahrenden Körpern mit strakenden Uebergängen eine gute Näherungskonstruktion. Das Gesamt- oder effektive Volumen der Kombination ergibt sich dann aus der Summe der nominellen Volumina und des Verkleidungsvolumens. Als eine qualitative Bestätigung hierfür mögen die Figuren 4A bis 4D dienen, welche die Umströmungskonturen des Rankineschen Ovoides kombiniert mit einem diskreten Dipol in symmetrischer Anordnung darstellen und deren Berechnung im Anhang 5 zu finden ist. Liegt die Wulstsingularität innerhalb der Quellverteilung, dann gilt dieser Vorschlag nicht mehr (s. Fig. 4D).

Zur Spezifizierung der einzelnen Volumina muß noch gesagt werden, daß das Verkleidungsvolumen immer zum Wulstvolumen gezählt werden soll. Speziell ist:

V_m = das Modellvolumen ohne Wulst, für das sich die Unterteilung

in ein effektives und nominelles Volumen erübrigt,
 V_k - das Volumen des freifahrenden Wulstkörpers, oder das nominelle Wulstvolumen, das im Falle des diskreten Dipols mit dem Kugelvolumen (Index k) übereinstimmt,
 V_f - das Verkleidungsvolumen (f von fairing),
 $V_b = V_k + V_f$ - das gesamte, oder effektive Wulstvolumen (b von bulb).

Liegen nun keine exakten Umströmungskonturen vor, so wird in der Abschätzung des effektiven Wulstvolumens V_b das Verkleidungsvolumen V_f ein Unsicherheitsfaktor sein, der sehr stark von der relativen Lage der Dipolsingularität zur Quellverteilung abhängen wird. Diagr. 1 kann hierbei als Orientierungshilfe benutzt werden. Es stellt das effektive Wulstvolumen V_b bezogen auf V_m als Funktion der Lage des konstanten Dipols dar, der mit einem Ovoid kombiniert worden ist, und zeigt deutlich, daß $V_b = V_k + V_f$ bis auf das Doppelte des nominellen Volumens V_k des Dipols anwachsen kann.

Für die freifahrenden Wulstkörper ergeben sich nun die folgenden Formeln für die gegenseitige Zuordnung von Volumen und Dipolmoment, wobei die Volumina zweckmäßigerweise auf V_m bezogen werden.
 1. Kugel - diskreter Dipol:

$$\frac{V_k}{V_m} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3 \cdot L \cdot B \cdot T \cdot \varphi \cdot \beta}$$

Ist c die Anströmgeschwindigkeit und $m_0 = c \cdot r^3 / 2$ das Moment des diskreten Dipols, dann ergibt sich m_0 als Funktion von V_k / V_m zu

$$m_0 = \frac{3 \cdot c}{8 \cdot \pi} \cdot \frac{V_k}{V_m} \cdot L \cdot B \cdot T \cdot \varphi \cdot \beta$$

2. Der vertikal veränderliche Wulst - vertikale Dipolverteilung ζ^n ($n > 0$): Ist $r^2 = f(\zeta^n)$ und r_0 der Radius bei $\zeta = 1.0$, dann ergibt sich für den Rotationskörper um die ζ -Achse ein Volumenverhältnis von

$$\frac{V_k}{V_m} = \frac{\pi \cdot r_0^2}{4(n+1) \cdot L \cdot B \cdot \varphi \cdot \beta}$$

wenn von 0 bis 1 über ζ integriert wird. Ist $m_0 = c \cdot r^2$ das Moment des ebenen Dipols, dann ergibt sich analog zu 1.

$$m_0 = \frac{n+1}{\pi} \cdot c \cdot \frac{V_k}{V_m} \cdot L \cdot B \cdot \varphi \cdot \beta$$

Dabei ist $m_0 \cdot \zeta^n \sim f(\{r^2\}^n)$ mit $n > 0$.

Da das effektive Wulstvolumen nicht genau angegeben werden kann, müssen zwei Alternativen betrachtet und auch experimentell berücksichtigt werden.

1. $V_b = V_k$: Das effektive Wulstvolumen ist gleich dem nominellen. Die Aufteilung in Kugel- und Verkleidungsvolumen erfolgt etwa nach Diagr. 1.
2. $V_b = V_k + V_f$: Das effektive Wulstvolumen ist gleich dem nominellen Volumen vermehrt um das Verkleidungsvolumen V_f . Die Vergrößerung von V_k um V_f erfolgt etwa nach Diagr. 1.

Dadurch kann geprüft werden, ob V_f am Wulsteffekt beteiligt ist oder nicht.

3.3. Die numerische Behandlung der Typintegrale

Allgemein bestehen keine Schwierigkeiten, die Formeln, die im theoretischen Teil dieser Arbeit aufgestellt worden sind, so zu programmieren, daß die Berechnung aller Elemente der Widerstandsmatrix vollzogen werden kann. Wie schon vorher erwähnt wurde, beschränkt sich die Arbeit auf die Aufstellung nur der ersten Submatrix $U^{00}(\gamma_0, K)$. Die \mathcal{M} -Funktionen sind von Weinblum(50,52) mehrfach bestimmt worden, der die Rechnungen zuerst mit Tischrechenmaschinen und später mit elektronischen Rechenanlagen durchgeführt hat. Sie liegen im Bereich $0.18 < Fr \leq 1.0$ ($15 \leq \gamma_0 \leq 50$) tabelliert vor.

Für das Studium des Widerstandsverhaltens von Schiffen mit Wulst bei kleinen Froudeschen Zahlen mußten diese Funktionen noch für den Bereich $0.10 \leq Fr \leq 0.18$ ($15 \leq \gamma_0 \leq 50$) berechnet werden, sowie alle Interferenzfunktionen der Quell-Dipol-Kombinationen im Intervall $0.5 \leq \gamma_0 \leq 50$.

Trotz der absoluten Konvergenz der Typintegrale bereitet deren numerische Behandlung noch erhebliche Schwierigkeiten, besonders für große γ_0 . Hier treten neben Ungenauigkeiten, wenn die bisher übliche Berechnungsmethode benutzt wird, noch sehr hohe Rechenzeiten auf. Aus diesem Grunde ist das Typintegral umgeformt und zerlegt worden, um mit einem Minimum an Rechenzeit ein Maximum an Genauigkeit zu erreichen. Die hohe Genauigkeit ist von größter Wichtigkeit bei der Berechnung von Optimalformen nach Absch.2.5.2.

3.3.1. Die zerlegung des Typintegrales

Das Typintegral selbst ist in zwei Teile zerlegt worden.

Das erste Teilintegral I_1 dient zur Vermeidung der Polstelle des Integranden bei $\gamma = \gamma_0$ durch die Substitution von $\gamma = z^2 + \gamma_0$. Die obere Grenze von I_1 wird nun mit Rücksicht auf das zweite Teilintegral I_2 so gewählt, daß $\sin(z^2 + \gamma_0) = 0$ wird, die sich dadurch zu

$$\delta = \sqrt{n \cdot \pi - \gamma_0}$$

ergibt. Das zweite Teilintegral I_2 erhält dadurch eine definierte untere Grenze von

$$\delta_0 = n \cdot \pi$$

und kann auf Grund der Periodizität des Integranden bezüglich γ in eine unendliche Summe von Einzelintegralen dargestellt werden, die sich alle von 0 bis 2π erstrecken. Der Vorteil der Aufspaltung liegt in der rapiden Verkürzung der Rechenzeit, die noch für $\gamma_0 = 50$ in erträglichen Grenzen bleibt. Die Ursache dafür liegt in der Berechnung der sin/cos-Werte für das Integrationsintervall von 0 bis 2π , die für die gesamte Rechnung nur einmal ausgeführt wird, und in der Anwendung der Trapezregel als Quadraturformel, die bei genügend feiner Unterteilung des Intervalls genau genug ist.

Wird die Summation mit einer endlichen Anzahl von Gliedern ausgeführt, dann ergibt sich ein drittes Teilintegral $I_3 = \Delta \mathcal{M}(\gamma_0, K)$, das durch eine Abschätzung auf ein explizit lösbares Integral führt. $\Delta \mathcal{M}(\gamma_0, K)$ ist zum Steuern des Rechenvorganges benutzt worden, da es ein Kriterium für die Genauigkeit des Gesamtintegrals ist.

Im einzelnen besteht das Typintegral der allgemeinen Quellverteilung aus den folgenden Einzelintegralen:

$$I_1 = \int_0^{\sqrt{n \cdot \pi - \gamma_0}} M_1(z^2 + \gamma_0) \cdot M_j(z^2 + \gamma_0) \cdot E_s(z^2 + \gamma_0, K) \cdot E_t(z^2 + \gamma_0, K) \cdot f(\gamma) \cdot d\gamma$$

Die M- und E-Funktionen und $f(\gamma)$ sind schon definiert worden.

$$I_2 = \sum_{N=0}^G \int_0^{2\pi} M_1(x) \cdot M_j(x) \cdot E_s[(x + \pi(n + 2N)), \gamma_0, K] \cdot E_t[(x + \pi(n + 2N)), \gamma_0, K] \cdot f(x) \cdot dx$$

mit

$$f(x) = \frac{(x + \pi[n + 2N])^2}{\gamma_0 \sqrt{(x + \pi(n + 2N))^2 - \gamma_0^2}} \quad (n \leq 1; (n \cdot \pi)^2 > \gamma_0^2),$$

und

$$M_i(x) = -\text{sign}(\cos n\pi) \cdot \frac{\cos x}{x + \pi(n+2N)} + \frac{1}{(x + \pi(n+2N))^2} (\text{sign}(\cos n\pi) \cdot \sin x - (i-1) \cdot M_{i-2}(x)).$$

Für die Dipolsingularitäten ergeben sich besondere M-Funktionen der Form

$$M_d(x, d) = \text{sign}(\cos n\pi) \cdot (x + \pi(n+2N)) \cdot [\cos(x(1 \pm p)) \cdot \cos(p\pi(n+2N)) \pm \sin(x(1 \mp p)) \cdot \sin(p\pi(n+2N))]$$

mit $d = 1 \pm p$ und $0 \leq p \leq 1.0$.

Die E-Funktionen bleiben unverändert, nur statt γ ist $x + \pi(n+2N)$ als neue Variable einzuführen.

Wird die obere Grenze G der Summe von I_2 so groß gewählt, daß γ_0 klein gegen γ ist, dann lassen sich zunächst die M- und E-Funktionen und $f(\gamma)$ in einfache Ausdrücke überführen, die lösbar Integrale für $\Delta \mathcal{M}(\gamma_0, K)$ ergeben, dabei wird $\Delta \mathcal{M}$ vom Grad des Polynoms unabhängig (Weinblum(50)).

1. $M(\gamma) \sim \pm 1/\gamma$, $M_d(\gamma) \leq \pm \gamma$
2. $E_s(\gamma, \gamma_0, K) = \frac{s!}{(K \cdot \gamma^2 / \gamma_0)^{s+1}}$, $E_d(\gamma, \gamma_0, K) = 0$
3. $f(\gamma) = \gamma / \gamma_0$ ($\gamma \gg \gamma_0$)

Als verschiedene Lösungen für $\Delta \mathcal{M}$ ergeben sich :

1. für die Quellverteilung allein mit $s = 0$

$$\Delta \mathcal{M}(\gamma_0, K) = 1/2 \cdot \int_{\delta}^{\infty} \frac{\gamma_0 d\gamma}{K^2 \gamma^5} = \frac{\gamma_0}{8K^2} \cdot \frac{1}{(\pi(n+2G))^4}$$

2. $\Delta \mathcal{M}(\gamma_0, K) = 0$ sowohl für den Interferenzterm des diskreten Dipols mit der Quellverteilung als auch für diesen allein.
3. für die vertikale Dipolverteilung ζ^n ($n > 0$) allein:

$$\Delta \mathcal{M}(\gamma_0, K) = \frac{1}{2} \int_{\delta}^{\infty} \left[\frac{n!}{(K \cdot \gamma^2 / \gamma_0)^{n+1}} \right]^2 \frac{\gamma^3 d\gamma}{\gamma_0} = \frac{\gamma_0^{2n+1} \cdot (n!)^2}{8 \cdot K^{2n+2} \cdot n} \cdot \frac{1}{(\pi(n+2G))^{4n}}$$

mit $\delta = \pi(n+2G)$.

4. für die Interferenzterme der vertikalen Dipolverteilung mit der Quellverteilung:

$$\Delta \mathcal{M}(\gamma_0, K) = \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_0^{n+1} \cdot n!}{(2n+2) \cdot K^{n+2}} \cdot \frac{1}{(\pi(n+2G))^{4n}}$$

Der Faktor $1/2$ vor den Integralen deutet an, daß die Fläche nur zur Hälfte von dem Integranden eingenommen wird, da $M(\gamma)$ zwischen $\pm 1/\gamma$ oszilliert.

- 3.3.2. Die berechneten Matrizen $U^{00}[i, j]$ für $K = 0.075$.

Für den Geschwindigkeitsbereich $0.10 \leq Fr \leq 0.42$ und den Parameter $K = 0.075$ sind die U -Matrizen auf der TR4 des Rechenzentrums der Universität Hamburg mit Hilfe eines ALGOL-Programms berechnet worden. Sie liegen sowohl in Tabellenform, als auch in Lochkarten gestanzt vor und können für beliebige Singularitätenkombinationen benutzt werden. Wegen des Umfangs des Tabellenwerkes, werden in dieser Arbeit nur einige Beispiele in den Tabellen 1 bis 4 wiedergegeben.

1. die \mathcal{M}_{ij}^{00} -Funktionen der Quellverteilung: Für die Exponenten

$$i = j = 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9$$

sind die 28 Kombinationen (mit Wiederholung) der 7 Elemente der 2. Klasse berechnet worden. (Beispiele, siehe die Tabellen 1A bis 4A).

2. die \mathcal{M}_{iD}^{sn} -Funktionen der vertikalen Dipolverteilung $\zeta^n (n > 0)$:

Für die Exponenten

$$s = 0, n \text{ sowie}$$

$$i = 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9 \text{ und } i = D$$

sind die 8 Kombinationen der vertikalen Verteilung n -ten Grades mit

$$n = 1, 2, 3,$$

die sich zwischen den Punkten $P(+d, 0, 0)$ und $P(+d, 0, 1)$ mit

$$d = 0.95, 1.00, 1.05$$

befindet, berechnet worden. (Beispiele, siehe die Tabellen 1A bis 4A).

3. die \mathcal{M}_{iD}^{00} -Funktionen des diskreten Dipols: Für die Exponenten

$$i = 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9 \text{ und } i = D$$

sind die 8 Kombinationen des diskreten Dipols, der sich in dem Punkt $P(d, 0, f)$ mit

$$d = 0.90, 0.95, 1.00, 1.05, 1.10$$

und

$$f = 0.85, 1.00, 1.25$$

befindet, berechnet worden. (Beispiele siehe die Tabellen 1B bis 4B).

Als Erklärung zu den Tabellen 1 bis 4 sei hinzugefügt: In der symmetrischen Anordnung sind in den \mathcal{M}_{iD} -Funktionen für $i = D$ der vertikalen Verteilung ($\mathcal{M}_{DD} = MDV$) und des diskreten Dipols ($\mathcal{M}_{DD} = MDD$) die Eigeninterferenzterme mit enthalten. In den \mathcal{M}_{DD} -Funktionen der asymmetrischen Anordnung, die von d , der Lage der Länge nach, unabhängig sind, sind bei denen der vertikalen Verteilung die Exponenten n in Klammern angegeben ($MD(n, \text{Grades})$) und bei denen des diskreten Dipols die Lage f der Tiefe nach ($MDD(f)$).

Die Tabellen geben nur die Elemente der halben Matrix wieder, die im Falle einer Benutzung durch

$$\mathcal{M}_{ij}^{00} = \mathcal{M}_{ji}^{00}$$

erst ergänzt werden muß. Zur Aufstellung der vollständigen Matrix mit den Elementen der Wulstsingularitäten geben die \mathcal{M}_{iD} -Funktionen jeweils die entsprechende Zeile, resp. Spalte, dieser Matrix wieder, die für die gewählte Q-S-Dipol-Kombination hinzugefügt werden muß.

3.4. Quell-Senken-Dipol-Kombinationen

Mit Hilfe der bekannten Widerstandsmatrizen lassen sich nun im Rahmen der Einschränkungen beliebige Q-S-Dipol-Kombinationen dahingehend behandeln, daß für gegebene Wulstsingularitäten der Stärke w_0 und konstanter Q-S-Verteilung die Wellenwiderstände R_{komb} , oder die optimalen Stärken w_0 der Wulstsingularitäten, die R_{komb} auf ein Minimum reduzieren, bestimmt werden können. In allen Fällen ist es zweckmäßig, sowohl den Wellenwiderstand als auch die Singularitätenstärken passend dimensionslos zu machen.

In der linearen Theorie wird im allgemeinen der Wellenwiderstand mit dem Faktor

$$\frac{1}{\frac{80g \cdot B^2 \cdot T^2}{\pi \cdot L}}$$

dimensionslos gemacht und mit R^+ bezeichnet. In den weiteren Rechnungen wird es darüber hinaus aber besser sein, die Widerstände R_{komb}^+ der Kombinationen auf den Widerstand R_m^+ der Q-S-Verteilung zu beziehen. Dadurch werden die Diagramme übersichtlicher und kleiner und lassen die Verbesserung einer Kombination gegenüber der Form ohne Wulst sofort erkennen.

Da für die Wulstsingularitäten nur Dipole verwendet werden, lassen sich die Dimensionsfaktoren, mit denen die Dipolmomente geeignet dimensionslos gemacht werden können, direkt aus dem Widerstandsintegral ableiten, das für alle untersuchten Fälle die folgende detaillierte Form hat, wenn für die Q-S-Darstellung des Schiffskörpers die Havelocksche Approximation benutzt wird:

$$R = \frac{32\pi Qg}{c^2 \cdot L} \int_{\gamma_0}^{\infty} (I^2 + J^2) \cdot f(\gamma) d\gamma$$

mit

$$I_q = - \frac{c}{2\pi} \cdot B \cdot T \iint_{00}^{11} \eta'(\xi, \zeta) \sin(\gamma\xi) \exp(-\theta\zeta) d\xi d\zeta$$

für die Q-S-Verteilung (Index q)

$$J_q = 0$$

$$I_d = + \frac{2m_0}{L} \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma d) \cdot \exp(-\theta f)$$

für den diskreten Dipol (Index d)

$$J_d = - \frac{2m_0}{L} \cdot \gamma \cdot \sin(\gamma d) \cdot \exp(-\theta f)$$

$$I_d = + \frac{2Tm_0}{L} \int_0^1 \zeta^n \cdot \exp(-\theta\zeta) d\zeta \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma d)$$

für die vertikale Dipolverteilung

$$J_d = - \frac{2Tm_0}{L} \int_0^1 \zeta^n \cdot \exp(-\theta\zeta) d\zeta \cdot \gamma \cdot \sin(\gamma d)$$

ζ^n ($n > 0$)
(Index d)

Der Ausdruck $(I^2 + J^2)$ ergibt nun die Dimensionsfaktoren für die zwei Arten der Anordnung der Dipolsingularitäten, wobei aus Gründen der Vereinfachung die dimensionslosen Dipolmomente, aus denen sich nach Abschnitt 3.2.2. die Volumenverhältnisse der freifahrenden Wulstkörper errechnen lassen, in der Symbolik der ALGOL-Programme geschrieben werden.

1. die symmetrische Anordnung: Aus der Gleichung

$$I^2 = (I_q + I_d)^2 = \left(\frac{c}{2\pi} \cdot B \cdot T\right)^2 \cdot (I_q^+ + 2 \cdot DP \cdot I_d^+)^2$$

ergibt sich für den diskreten Dipol (DP - Dipolpaar)

$$DP = \frac{2\pi}{c} \cdot \frac{4 \cdot m_0}{L \cdot B \cdot T}, \quad \text{mit} \quad \frac{2V_h}{V_m} = \frac{2}{3} \cdot \frac{DP}{\varphi \cdot \beta}$$

und analog für die vertikale Dipolverteilung

$$DVP = \frac{2\pi}{c} \cdot \frac{4 \cdot m_0}{L \cdot B} \quad \text{mit} \quad \frac{2V_h}{V_m} = \frac{1}{4(n+1)} \cdot \frac{DVP}{\varphi \cdot \beta}.$$

2. die asymmetrische Anordnung: Aus der Gleichung

$$I^2 + J^2 = (I_q + I_d)^2 + J_d^2 = \left(\frac{1}{2\pi} \cdot B \cdot T\right)^2 \left((I_q^+ + DE \cdot I_d^+)^2 + (DE \cdot J_d^+)^2 \right)$$

ergibt sich für den diskreten Dipol (DE - Einzeldipol)

$$DE = \frac{2\pi}{c} \cdot \frac{2m_0}{L \cdot B \cdot T} \quad \text{mit} \quad \frac{2V_h}{V_m} = \frac{2}{3} \cdot \frac{DE}{\varphi \cdot \beta}$$

und analog für die vertikale Dipolverteilung

$$DVE = \frac{2\pi}{c} \cdot \frac{2m_0}{L \cdot B} \quad \text{mit} \quad \frac{V_h}{V_m} = \frac{1}{4(n+1)} \cdot \frac{DVE}{\varphi \cdot \beta}.$$

3.4.1. Optimale Quell-Senken-Dipol-Kombinationen

Die interessanteste Aufgabe besteht nun darin, eine gegebene Quell-Senken-Verteilung durch die Addition einer Dipolsingularität so zu verbessern, daß der Wellenwiderstand der Kombination

R_{komb}^+ nicht größer als derjenige der Verteilung allein R_m^+ ist.

Mathematisch formuliert bedeutet dieser Sachverhalt, daß

$$R_{\text{komb}}^+(\gamma_0) = (a, m_0) \cdot U \cdot (a, m_0)^T \leq R_m^+(\gamma_0) = (a, 0) \cdot U \cdot (a, 0)^T$$

ist. Dabei verhalten sich die dimensionslosen Volumina der resultierenden Umströmungskörper wie folgt

$$\varphi_m = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} (a, 0) \cdot (\xi)^T d\xi \leq \varphi_{\text{komb}} = \varphi_m + \varphi_w = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} (a, \varphi_w) \cdot (\xi)^T d\xi,$$

wenn die Havelocksche Approximation angewandt wird, φ_w das entsprechende dimensionslose Volumen des Wulstes ist und die Matrizen die folgenden Elemente haben:

$$(a, \varphi_w)[1, n] = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, \varphi_w)$$

$$\text{und } (\xi)[1, n] = (\xi^0, \xi^1, \xi^2, \dots, \xi^{n-1}, 1).$$

Innerhalb dieser Voraussetzungen soll unter einer optimalen Quell-Senken-Dipol-Kombination diejenige Anordnung verstanden werden, die bei

$$Fr = \text{const} (\gamma_0 = \text{const}) \text{ und } K = 2T/L = \text{const}$$

eine maximale Reduktion des Wellenwiderstandes der Kombination um

$$\Delta R_{\text{ges}}^+ = -m_0 \left\{ 2 \cdot (a, 0) \cdot U \cdot \frac{\partial}{\partial m_0} \{ (a, m_0)^T \} - m_0 \left[\frac{\partial}{\partial m_0} \{ (a, m_0) \} \cdot U \cdot \frac{\partial}{\partial m_0} \{ (a, m_0)^T \} \right] \right\}$$

($m_0 \geq 0$) erzeugt. Das bedeutet die größt mögliche spektrale Auslöschung des gesamten freien Wellensystems der Q-S-Verteilung durch Interferenz mit dem Wellensystem der Dipolsingularität.

Nun wird ΔR_{ges}^+ sowohl für die vertikale Dipolverteilung ζ^n ($n > 0$), als auch für den diskreten Dipol eine zwei- bzw. dreiparametrische Funktion (für den diskreten Dipol kommt f als dritter Parameter hinzu) der beiden Variablen m_0 und d sein, m.a.W.

$$\Delta R_{\text{ges}}^+ = f(m_0, d).$$

Daraus resultieren für die Optimalisierung selbst die beiden folgenden Möglichkeiten:

1. Die volloptimalisierte Kombination: Innerhalb dieser Kombination ist ΔR_{ges}^+ nach den beiden Variablen m_0 und d zu opti-

malisieren, d.h.

$$d(\Delta R_{ges}^+) = \frac{\partial f}{\partial m_0} \cdot dm_0 + \frac{\partial f}{\partial d} \cdot dd = 0$$

(Fr, K und f sind konstant).

2. Die teiloptimalisierte Kombination: Ist eine der beiden Variablen noch zusätzlich konstant, dann läßt sich die Kombination nur noch nach einer Variablen, m_0 oder d , optimalisieren, deren Optimalwert sich aus der Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial m_0} (\Delta R_{ges}^+) = 0 \quad (\text{mit } d = \text{const})$$

oder

$$\frac{\partial}{\partial d} (\Delta R_{ges}^+) = 0 \quad (\text{mit } m_0 = \text{const})$$

ergibt.

Nun muß noch die wichtige Frage beantwortet werden, ob alle Q-S-Verteilungen optimalisiert werden können, oder nicht. Diese Frage kann sowohl für die Voll- als auch für die Teiloptimalisierbarkeit im vollen Umfang bejaht werden. Der ausführliche Beweis hierzu ist im Anhang 1 zu finden, dessen Ergebnis soweit verallgemeinert werden kann, daß jede Singularitätenverteilung

p-ter Ordnung

durch eine additive Wulstsingularität

(p+1)-ter Ordnung

in ihrem Wellenwiderstandsverhalten mindestens in dem Bereich

$$\sqrt{(n-1) \cdot (n-2)} = \sqrt{m \cdot (m-1)} \leq \gamma_0 \leq \infty$$

volloptimalisierbar ist, wenn n der Grad des Polynoms der Spantarealkurve, bzw. m der Grad des Polynoms der Q-S-Verteilung ist.

Aus dem Beweis ergibt sich noch ein weiteres, sehr interessantes Ergebnis. Da bei den einfachen Polynomen

$$\eta(\xi) = 1 - \xi^n$$

die Steigung im vorderen Lot ($\xi = +1$)

$$t = -n$$

ist, folgt aus dem γ_0 -Intervall, daß Formen mit

$$t \rightarrow \infty$$

nicht mehr verbessert werden können. Hieraus erhellt die große Bedeutung der Tangentensteigung der Spantarealkurve im vorderen Lot für das Wellenwiderstandsverhalten eines Schiffes, die nur zu Recht von Taylor(103) als Hauptparameter der Form eingeführt worden ist und auf die Weinblum in fast allen seinen Arbeiten hinweist. Weiter folgt, daß die Optimalformen nach Weinblum(51) kaum nennenswert mit

einem Dipolwulst zu beeinflussen sein dürften.

Für die Praxis bedeutet diese Aussage der linearen Theorie des Wellenwiderstandes, daß ein optimal ausgelegter Wulst in Form des konzentrierten Volumens am Schiff stets eine Verringerung des Wellenwiderstandes bis zu den kleinsten Froudeschen Zahlen bewirkt, für die er ausgelegt sein muß und beidene die Wellenbildung noch eine praktische Bedeutung hat.

3.4.1.1. Volloptimalisierte Kombinationen

Die in dieser Arbeit numerisch untersuchte, beschränkte Klasse von Polynomen der Form

$$(2,4,6, \varphi_m, t) \text{ mit } 0.56 \leq \varphi_m \leq 0.72, 0 \leq t \leq 1 \text{ und } K = 0.075$$

lassen sich für alle γ_0 aus dem Intervall

$$1 \leq \gamma_0 \leq \infty$$

voll optimalisieren (vergl. Diagr. 3b bis 5b). Dieses rein numerische Resultat, welches das Ergebnis des Anhangs 1 noch unterstützt, wurde ebenfalls mit Hilfe eines ALGOL-Programms nach den im zweiten Teil dieser Arbeit geschilderten Methoden erzielt. Intensiver wurden dabei die Formen mit $t = 1.0$ behandelt, deren Rechenergebnisse in übersichtlicher Form in den Diagrammen 6 und 7 graphisch dargestellt worden sind und noch eingehend diskutiert werden sollen. Wegen des großen Rechen- und Zeichenaufwandes sind nur Q-S-Dipol-Kombinationen mit diskreten Dipolen untersucht worden. Die weiteren Resultate werden zeigen, daß diese Beschränkung keinen Einfluß auf die allgemeinen Aussagen hat.

Zu den Diagrammen sind noch die folgenden allgemeinen Erläuterungen voranzustellen. In allen Fällen tritt die Froudesche Zahl als unabhängige Variable auf, die geläufiger ist als γ_0 . Sowohl das effektive Wulstvolumen V_k , das in allen Diagrammen dargestellt ist und dem Volumen des Körpers der freifahrenden Dipolsingularität optimalen Momentes entspricht, als auch der Widerstand R_{komb}^+ sind auf die entsprechenden Größen des Modells ohne Wulst bezogen. Die Auftragung läßt in dieser Form sofort den relativen Nutzen eines Wulstes in der entsprechenden Anordnung erkennen. Das dargestellte Volumen ist immer das Gesamtvolumen der zugehörigen Anordnung, das im symmetrischen Fall halbiert und auf den vorderen und hinteren Wulstkörper verteilt werden muß. Ueber die Größe des effektiven Volumens V_b geben die Diagramme keine Auskunft.

Mit dem Ausdruck 'maximales Volumenverhältnis' soll angedeutet werden, daß das Verhältnis V_k/V_m eine oberste Schranke für das Volumen V_k ergibt, die weder theoretisch noch praktisch überschritten werden sollte. Da die Werte ohnehin sehr groß sind, wird eine Ueberschreitung in der Praxis kaum vorkommen.

1. Das maximale Volumenverhältnis V_k/V_m : Hierzu gehören die Diagramme 6a und 7a. Sie zeigen deutlich die beträchtliche Zunahme der Wulstvolumina ab $Fr \approx 0.25$, die bei $Fr = 0.40$ schon 15 % des Modellvolumens erreicht haben. Weiter läßt sich die hinreichend bekannte Tatsache erkennen, daß Formen, die von sich aus schon einen geringen Wellenwiderstand haben, auch nur in einem geringen Maße durch einen Wulst verbessert werden können. Wie Diagr. 6a für die Form(2,4,6,0.56,1) im Bereich $0.22 \leq Fr \leq 0.35$ zeigt, ist in diesen Fällen das Wulstvolumen sehr gering. Unter $Fr = 0.20$ sind keine so großen Unterschiede in den maximalen Volumina der verschiedenen Formen mehr vorhanden.

Der Parameter f wirkt sich in evidenter Weise auf die Vergrößerung des Volumens V_k aus (Diagr. 7a). Je größer f wird, desto größer muß V_k werden, um den gleichen Effekt zu erzielen. Die Abhängigkeit von f ist monoton.

2. Die optimale Lage der Dipolsingularität der Länge nach (d_{opt}): Aus dem Diagr. 3 und aus dem Anhang 1 folgt, daß eine Dipolsingularität am wirksamsten ist, wenn sie sich im Bereich der Enden der Q-S-Verteilung befindet, der auf Grund der Havelockschen Approximation mit dem der Schiffsenden gleichbedeutend ist (s. auch Yim(109)). Im Diagr. 6c und 7a sind daher nur die Bereiche des Vor- und Hinterstevens wiedergegeben worden, aus denen sich eine optimale Lage von etwa $0.95 \leq d_{opt} \leq 1.00$ für fast alle Formen im untersuchten Geschwindigkeitsbereich ergibt. Die Ergebnisse des Einzeldipols oszillieren deshalb so stark, weil im Gegensatz zum Dipolpaar ein Eigeninterferenzterm fehlt.

Der Parameter f wirkt sich auf die optimale Lage der diskreten Dipole nur unbedeutend aus (Diagr. 7a und 7b).

3. Das optimale Widerstandsverhältnis R_{komb}^+/R_m^+ : Hierzu gehören die Diagramme 6b bis 8b, in denen der Gesamtwiderstand der Kombination sofort in % des Widerstandes der Ausgangsform ohne Wulst abgelesen werden kann. Bei kleinen Geschwindigkeiten, bei

denen der Wellenwiderstand kaum eine Rolle spielt, täuscht dieses Verhältnis etwas und es ist ein wenig Vorsicht geboten. Ueber den absoluten Betrag von R_{komb}^+ geben die Diagramme keine Auskunft. Interessant ist der äußerst gute Erfolg, der mit einem Wulst in dem Bereich $0.18 < Fr < 0.35$ erzielt werden kann (Diagr. 6b), wobei φ_m sogar eine untergeordnete Rolle spielt. Selbst wenn die reale Flüssigkeit die starken Oszillationen nicht mitmacht, dürfte auch im Experiment in diesem Bereich der größte Effekt zu erzielen sein.

Ferner bestätigen die Diagramme die Regel 2 von Wigley(107)- je schlechter die Wellenbildung der Schiffsförm, desto größer der Erfolg mit einem Wulst-, besonders gut von der Form(2,4,6, 0.72,1) im Bereich des 2. Buckels ($Fr \approx 0.32$) der Widerstandskurve. Im Gegensatz dazu verhält sich die Form(2,4,6,0.56,1), die in diesem Gebiet kaum, auch nicht mit den größten Wülsten, verbessert werden kann (Diagr. 6a).

Der Einfluß von f ist gering (Diagr. 7b). Im übrigen gelten die gleichen Bemerkungen wie zu Punkt 1.

Zusammenfassend ergeben die Diagramme 6 und 7 den nach Größe und Lage optimalen Wulst, der sowohl in symmetrischer als auch in asymmetrischer Anordnung die größtmögliche spektrale Auslöschung des Wellensystems des Ausgangsmodells durch die Addition seines eigenen Systems bewirkt.

Aehnliche Ergebnisse lassen sich auch mit einer vertikalen Dipolverteilung ζ^n ($n > 0$) erreichen. Als Parameter f , der sich in einer ähnlichen Weise wie beim diskreten Dipol auswirken würde, könnte das Integrationsintervall $0 \leq \zeta \leq f$ ($f > 0$) genommen werden. Dieser Gedanke ist jedoch nicht weiter verfolgt worden.

3.4.1.2. Teiloptimalisierte Kombinationen

Unter den teiloptimalisierten Kombinationen hat der Fall

$$\frac{\partial}{\partial m_0}(\Delta R_{\text{ges}}^+) = 0 \quad (\text{mit } d = \text{const})$$

die größere Bedeutung und nimmt daher in dieser Arbeit auch den größten Raum ein.

1. Das maximale Volumenverhältnis V_k/V_m : Hierzu gehören die Diagramme 8a bis 11a, die die Faustregel von Weinblum(106),- das Wulstvolumen der asymmetrischen Anordnung ist etwa die Hälfte desjenigen der symmetrischen-, gut erkennen lassen. Darüber

hinaus enthalten diese Diagramme im Vergleich zu 6a und 7a keine weiteren, wesentlich neuen Aspekte. Nur für die vertikale Dipolverteilung ζ^n ($n > 0$) ergibt sich als wichtigstes Resultat, daß mit ihr keine solchen profilierten Ergebnisse wie mit dem diskreten Dipol erreicht werden können (Diagr. 8a in Verbindung mit 8b). Interessant dabei ist, daß der Effekt mit wachsendem Exponent n zunimmt. Dieses Ergebnis ist nicht unerwartet, sondern typisch für das Problem der Widerstandsverringerng, das immer mit einer Verschiebung der Singularitäten aus der Umgebung der freien Oberfläche so tief wie möglich verbunden ist (Wehausen(48)). Die konsequente Verlagerung der gesamten Wulstsingularitäten in die Intervallgrenzen bei ($\zeta=1$) führt zum diskreten Dipol in diesem Punkt. (Eine horizontale Verteilung würde sich ganz analog verhalten (s. Anhang 4a).)

Für die Konstruktion eines Wulstes ergibt sich daraus, daß dessen Volumen so tief und so konzentriert wie möglich angeordnet werden sollte.

Die mathematisch strenge Durchführung der Optimalisierung kann für einige Parameter d zu negativen Wulstvolumina, resp. Dipolmomenten, führen (s. Diagr. 10a). Solche Fälle haben allerdings nur akademischen Wert und zeigen, daß eine Teiloptimalisierung bei kleinen Froudeschen Zahlen nur für $d \rightarrow 1.0$ sinnvoll ist (vergl. Diagr. 6c).

Die Abhängigkeit von dem Parameter f der Kombinationen mit diskreten Dipolen ist ähnlich wie diejenige der Diagr. 6 bis 7 (vergl. Abschn. 3.4.1.1.).

2. Das optimale Widerstandsverhältnis $R_{\text{komb}}^+ / R_m^+$: Die Diagramme 8b bis 11b liefern ebenfalls keine weiteren Aussagen zu den allgemeinen Resultaten, außer daß auch die zweite Faustregel von Weinblum(106), - die Widerstandsverringerng mit einem asymmetrischen Wulst beträgt etwa die Hälfte derjenigen der symmetrischen Anordnung-, gut bestätigt wird. Im einzelnen demonstrieren sie den Einfluß der verschiedenen Parameter d , f , φ auf das Widerstandsverhältnis, auf dessen ausführliche Diskussion verzichtet werden kann.

3.4.2. Q-S-Dipol-Kombinationen mit fixierten Dipolsingularitäten konstanten Momentes

Die zweitwichtigste Frage, die nach der Lösung der Optimalaufgabe beantwortet werden muß, ist das Verhalten des Wellenwider-

standes einer Q-S-Dipol-Kombination mit einer festgehaltenen Dipol-singularität konstanten Momentes m_0 , d.h.

$$R_{\text{komb}}^+ = f(\text{Fr}) \quad (\text{K, } f, d \text{ und } m_0 \text{ sind konstant}).$$

Dieser Fall entspricht der praktischen Ausführung einer Singularitätenkombination, eines Schiffes mit einem nach Größe und Lage konstanten Wulst.

In dem Diagramm 12 sind mehrere Widerstandsverhältnisse von Q-S-Dipol-Kombinationen als Funktionen der Froudeschen Zahl aufgetragen worden. Als Wulstsingularität wurde eine vertikale Dipolverteilung 2. Grades (ζ^2) in symmetrischer Anordnung gewählt, die für die angegebenen Fr-Zahlen und für $d = \pm 1.00$ teilloptimalisiert sind. Der eigentliche Kurvenparameter ist das dimensionslose Dipolmoment DVP (s. Abschn. 3.4.), dessen Größe jedoch unanschaulich ist; und daher die Froudesche Zahl als Parameter erscheint, bei der DVP sein Optimum, bzw. R_{komb}^+ sein Minimum hat.

Wie zu erwarten war, beginnt die Kombination mit wachsender Froudescher Zahl erst ab etwa $\text{Fr} = 0.85 \cdot \text{Fr}_{\text{opt}}$ in ihrem Widerstandsverhalten besser als die Ausgangsform zu werden. Mit steigender Fr-Zahl erreicht $R_{\text{komb}}^+ / R_{\text{m}}^+$ zunächst sein Minimum bei Fr_{opt} und nähert sich dann wieder dem Werte 1.00, wenn Fr gegen unendlich geht, bleibt aber stets kleiner als 1.00.

Dieses Ergebnis gilt allgemein für alle Wulstsingularitäten, deren Ordnung um 1 höher ist, als die der Singularitätenverteilung der Form, wie auch durch das Diagr. 12a bestätigt wird. Dieses Diagramm zeigt das analoge Verhalten des diskreten Dipols in symmetrischer als auch in asymmetrischer Anordnung, der bei $\text{Fr} = 0.20$ für verschiedene d teilloptimal ist. Aus dieser Darstellung ergibt sich noch einmal sehr deutlich, daß bei der besten Kombination (volloptimal) der Dipol innerhalb der Quellverteilung liegt ($d = 0.95$).

Dieses charakteristische Verhalten der Widerstandskurve der Kombination im Vergleich zum Widerstand des Schiffes ohne Wulst läßt sich auch experimentell bestätigen, wie im Teil 4 dieser Arbeit gezeigt werden wird (s. auch O. Schlichting(96)).

4. Experimenteller Teil

4.1. Allgemeines

Inwieweit die vorangegangenen lineartheoretischen Betrachtungen auch brauchbare Prognosen für die Praxis liefern, kann nur an Hand von Experimenten geprüft werden. Nun wird aber eine experimentelle Beweisführung immer dann umstritten sein, wenn sich die Voraussetzungen der Theorie im Experiment nicht erfüllen lassen, was leider allzuoft der Fall ist. So zwingt die Benutzung einer realen Flüssigkeit als Versuchsmedium zur Aufgabe der Voraussetzungen nach Abschn.2.1.1.

Da in einer realen Flüssigkeit nur eine Gesamtwiderstandskraft gemessen werden kann, die alle Anteile und Wechselwirkungsterme enthält, welche aus den verschiedenen Eigenschaften dieser Flüssigkeit resultieren, muß zur Interpretation der experimentell gewonnenen Resultate eine Arbeitshypothese herangezogen werden, welche die verschiedenen Terme entweder nach physikalischen Ursachen oder nach phänomenologischen Gesichtspunkten hinreichend zu trennen vermag.

Als eine solche Arbeitshypothese wird in dieser Arbeit die Froudesche Methode benutzt, deren verbesserte Form aus dem gemessenen Gesamtwiderstand durch Subtraktion eines im wesentlichen Zähigkeitsbedingten Widerstandsanteiles einen Restterm ergibt, der mit dem theoretischen Wellenwiderstand verglichen werden kann. Es sei hier noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen, daß der so gewonnene Restwiderstand weder mit dem im Abschn.2.1. definierten Wellenwiderstand noch mit der Energie des freien Wellensystems der realen Flüssigkeit identisch ist (Birkhoff(3), Sharma(38)).

Da praktische Gesichtspunkte erst in zweiter Linie eine Rolle spielen, genügt zunächst ein Grundmodell, um die Effekte im Experiment zu studieren. Dieses Modell ist aus finanziellen Gründen nur mit zwei Wulstformen und nur unter dem Aspekt

$$\varphi_{\text{komb}} = \varphi_m + \varphi_w$$

des Abschn.3.2. sowohl in symmetrischer-als auch in asymmetrischer Anordnung kombiniert worden. Bei der Auswahl des Modells lag es nahe, ein solches zu wählen, dessen zu erwartender Wellenwiderstand auch bei niedrigen Froudeschen Zahlen noch groß genug ist, so daß die Effekte deutlich hervortreten und gut gemessen werden können. Die Wulstkörper sind so dimensioniert, daß sie in der Nähe

von $Fr = 0.20$ ihre optimale Wirkung zeigen.

4.2.1. Das Grundmodell

Der Verfasser war in der glücklichen Lage, bei der Auswahl des Grundmodells auf eine Modellserie zurückgreifen zu können, die auf Grund eines anderen Forschungsvorhabens (Weinblum et alii(118)) schon existierte. Es liegt auch nichts Verwerfliches darin, aus dieser Serie den schlechtesten Vertreter für die Experimente auszuwählen. Nach den Ergebnissen der gen. Arbeit ergab sich die

$$\text{Form}(2,4,6,0.72,1.0)$$

als ein geeignetes Grundmodell, deren Spantarealkurve die Gleichung

$$\eta(\xi) = 1 + 0.075 \cdot \xi^2 - 2.65 \cdot \xi^4 + 1.575 \cdot \xi^6$$

hat.

Das Modell, das als Paraffinmodell mit der Nr. 1781 in der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin, existierte, hat die folgenden Hauptanmessungen

| | |
|---------------------------|--|
| $L = 5.0000 \text{ m}$ | $\varphi = \varphi_h = \varphi_v = 0.72$ |
| $B = 0.6250 \text{ m}$ | $\beta = 0.93$ |
| $T = 0.1875 \text{ m}$ | $D/T = 3.3333$ |
| $V = 0.39234 \text{ m}^3$ | $L/B = 8.0000$ |
| $S = 3.68600 \text{ m}^2$ | |

Die Aufmaße des Modells sind in Tabelle 5 zusammengestellt.

Im Gegensatz zu dem Elementarschiff der Rechnung (Abschn.3.1.1), dessen $\beta = 1.0$ ist, hat das ausgeführte Modell infolge der Abrundung der Kimm -ein Zugeständnis an die reale Flüssigkeit- eine Hauptspantvölligkeit von $\beta = 0.93$. B/T , L/B , φ und β sind durchaus in der Praxis übliche Hauptparameter.

Das kleinere β des realen Modells ist kaum als eine Fehlerquelle in den Resultaten anzusehen, da die Bodenpartien im Bereich kleiner Froudescher Zahlen -wegen des exponentiellen Abklingfaktors in ζ -Richtung- nur einen unbedeutenden Beitrag zum Widerstandsintegral leisten (s. $Q \cdot \Delta R^+(\gamma_0)$ für $f \rightarrow 1.0$).

4.2.2. Form und Hauptparameter der Wulstkörper

Neben der Beantwortung der Frage nach der optimalen Wirksamkeit des Wulstes bei kleinen Fr -Zahlen, muß noch das Problem der Größe

des effektiven Wulstvolumens V_b gelöst werden, da in den V_k/V_m -Diagrammen nur das nominelle Volumen V_k abgelesen werden kann.

Die Unkenntnis in der Bemessung des effektiven Wulstvolumens erschwert etwas die richtige Zuordnung der gewählten Wulstkörper zu einer bestimmten Fr-Zahl, die dann dem Optimalfall entspricht. Daher ist bei der Auswahl der Wulstkörper, deren Hauptdaten in der Tabelle 6 zusammengefaßt sind, zunächst rein intuitiv vorgegangen worden.

1. Die Form der Wulstkörper: Aus versuchstechnischen Gründen sind die Wulstkörper rotationssymmetrischer Art, die so, ohne ihre Form zu ändern, beliebig an dem Grundmodell angebracht werden können. Dabei dürften die Abweichungen von der wahren, der effektiven Umströmungskontur kaum die Wirkung beeinflussen. Für die Konturen der Wulstkörper selbst sind zwei Formen -die Wulstform I und die Wulstform II (Fig. 6, Abb. 1 und 2)- ausgesucht worden, die beide in Fahrtrichtung von einer Halbkugel abgeschlossen werden, die auch dann mit der wirklichen Umströmungskontur des Dipols recht gut übereinstimmt, wenn sich dieser in der Nähe einer Quellverteilung befindet (s. Fig. 4A bis 4D). Die auslaufende Kontur ist im Falle der Wulstform I stromlinienförmig ausgebildet worden und paßt sich somit der Modellkontur gut an (s. auch Regel 4 und 5 nach Wigley(107)). Die Wulstform II dagegen läuft kegelförmig aus, wobei der Kegel die Kugel bei $\alpha = 120^\circ$ (gemessen vom vorderen Staupunkt der Kugel) durchdringt. Der entstehende Knick ist ausgerundet worden (Fig. 6). Durch diese weitgehende Kugelgestalt entspricht die Wulstform II der Forderung nach der örtlichen Volumenkonzentration am besten.

Im Falle der symmetrischen Anordnung haben die entsprechenden hinteren Wulstkörper noch einen kurzen Auslauf in Anströmungsrichtung, um zu starke Ablösungserscheinungen zu vermeiden (s. auch Kumano(75))(Fig. 6). Im Gegensatz zur Definition des Wulstes als örtlich konzentriertes Volumen und zur Regel 5 von Wigley(107) mußte die Länge der Wulstkörper mit Rücksicht auf eine gute Befestigung an dem Paraffinmodell mit zwei Spantentfernungen festgelegt werden.

2. Die Aufteilung der Volumina: Wie schon erwähnt worden ist, wird das nominelle Wulstvolumen aus Diagr. 6a zu gleichen Teilen auf den vorderen und hinteren Wulstkörper verteilt, wenn es sich um die symmetrische Anordnung handelt. Die beiden Wulstkörper I und II

sind nun so gewählt worden, daß mit ihnen das Problem des effektiven Wulstvolumens geklärt werden kann (Alternative 1 und 2 des Abschn. 3.2.2.). Aus diesem Grunde entspricht das nominelle Wulstvolumen V_k der Wulstform I dem effektiven Wulstvolumen V_b der Wulstform II (s. Tab. 6). Im übrigen sind innerhalb der Wulstkörper selbst die Kugel- und Verkleidungsvolumina in Anlehnung an Diagr. 1 immer so dimensioniert worden, daß $V_f \leq V_k$ wird, wenn sich der Wulstkörper am Modell befindet (s. Tab. 7).

3. Die Parameter des Wulstkörpers: Da der Wulstkörper endliche geometrische Abmessungen hat, ist es nicht selbstverständlich, daß das Wulstzentrum, das mit dem Ort des diskreten Dipols identisch ist, im Kugelmittelpunkt liegen muß, wenn mit Dipol und Wulst der gleiche Effekt erzielt werden soll. Es ist ebenso wahrscheinlich, daß das effektive Wulstzentrum der Ort des Druckminimums ist, das sich etwa nach Riegels(32) oder Maruhn(23) bestimmen ließe. Im freifahrenden Zustand treten diese Schwierigkeiten nicht auf. Ohne diese Frage hier jedoch weiter zu verfolgen, wird als Wulstzentrum der Kugelmittelpunkt des Wulstkörpers angenommen. Zur eindeutigen Charakterisierung des Wulstes nach Größe und Lage genügen die folgenden drei Hauptparameter:

- a, V_b/V_m - das Verhältnis des effektiven Wulstvolumens zum Modellvolumen,
- b, d - die Lage des Zentrums der Länge nach und
- c, f - die Lage des Zentrums der Tiefe nach.

Auf Grund des Abschn. 3.2.2. entsprechen die gewählten Wulstkörper den folgenden Optimalfällen, deren Hauptparameter und optimale Fr-Zahlen nach den Diagrammen 6 bestimmt worden sind:

| | $2V_b/V_m$ | d:L/2 | | f:T | Fr _{opt} | |
|--------------------|------------|-------|-------|-----------|-------------------|---------------|
| | | symm | asymm | | | |
| Wulstform I 3.30% | ± 0.96 | - | | 1.00/1.25 | ~ 0.23 | Alternative 1 |
| Wulstform II 1.34% | ± 0.97 | +0.99 | | 1.00 | ~ 0.18 | |
| Wulstform I 1.58% | ± 0.94 | - | | 1.00/1.25 | ~ 0.19 | Alternative 2 |
| Wulstform II 0.60% | ± 1.00 | +1.00 | | 1.00 | ~ 0.15 | |

4.2.3. Modell-Wulst-Kombinationen

Bei allen Modell-Wulst-Kombinationen liegen die Rotationskörper auf einer gemeinsamen Achse, die parallel zur CWL ist und sich in

der Mittellängsebene befindet (s. Fig. 6 und Abb. 1 und 2). Fig. 7 zeigt alle Kombinationen der beiden Wulstformen mit dem Grundmodell, die bis auf die Fälle 4 und 5 auch experimentell untersucht worden sind. Die Wulstform II ist auch in asymmetrischer Anordnung getestet worden. Tabelle 7 enthält die Hauptparameter dazu, in der zusätzlich noch die Änderungen der benetzten Oberfläche durch den Wulst angegeben ist.

Auf Grund der Bedingung

$$\varphi_{\text{komb}} = \varphi_m + \varphi_w$$

haben alle Kombinationen den gleichen Tiefgang $T = 0.1875$ m, die so ausgelegt sind, daß sie die Optimalfälle enthalten.

4.3. Die Ausführung der Experimente

Auf eine nähere Erläuterung des Meßverfahrens und der Meßapparatur kann verzichtet werden, da diese eingehend in der Arbeit von Weinblum et alii(118) beschrieben worden sind. Hinzuzufügen ist nur, daß die vorderen Wulstkörper einen eigenen Turbulenzerzeuger (Stolperdraht) bei $\alpha = 60^\circ$ erhalten haben (gemessen vom vorderen Staupunkt der Kugel). Mit dieser Maßnahme sollte sichergestellt werden, daß die Grenzschicht der Wulstkörper auch bei den niedrigen Geschwindigkeiten turbulent ist. Die Reynolds-Zahlen der beiden Wulstkörper lagen in den Bereichen

$$0.5 \cdot 10^5 \leq Re_d \leq 2.5 \cdot 10^5 \quad (\text{bezogen auf den Kugeldurchmesser } d)$$

oder
$$0.3 \cdot 10^6 \leq Re_l \leq 1.3 \cdot 10^6 \quad (\text{bezogen auf die Länge } l \text{ des Wulstkörpers}).$$

Die Zahlen lassen erkennen, daß auf ein Turbulenzerzeuger nicht verzichtet werden kann. Der Stolperdraht hatte einen Durchmesser von 1 mm.

Das Modell, das frei trimmen und tauchen konnte, wurde am Schleppwagen geradeaus geführt.

Gemessen wurden der Gesamtwiderstand W_T [Kp], die Wagenschwindigkeit v [m/sec], welche von den kleinen Pendelbewegungen des Modells abgesehen mit der Modellgeschwindigkeit gleichgesetzt werden kann, und durch eine fotografische Aufnahme das Wellenprofil in der Nähe des Vorstevens vor dem Modell (nur für die Wulstform II) und an der Schiffsaußenhaut (s. Abb. 3 bis 7). Auf die Messung von Trimm und Tauchung ist verzichtet worden, da das Mo-

dell bei so niedrigen Geschwindigkeiten kaum vertrimmt und die parallele Tiefertauchung für das vorliegende Problem keine Rolle spielt. Die Meßdaten sind in den Tabellen 8a bis 8b zusammengefaßt worden.

4.4. Auswertung und Diskussion der experimentellen Ergebnisse im Vergleich mit den lineartheoretischen Resultaten

Um den Einfluß der absoluten Größen der Flüssigkeit und des Maßsystems in der Auswertung der Versuchsergebnisse weitgehendst auszuschalten, werden alle dynamischen Größen auf

$$q/2 \cdot v^2 \cdot S$$

bezogen und die so erhaltenen Beiwerte nach der internationalen Konvention mit C bezeichnet. Dabei ist S eine Bezugsfläche, die mit der benetzten Modelloberfläche bei $Fr = 0$ identisch sein soll, v die Wagen-, bzw. die Modellgeschwindigkeit und q die Dichte des Wassers. Auf eine nähere Begründung, die aus der Dimensionsanalyse folgt, kann verzichtet werden. Sie findet sich in sehr ausführlicher Form bei Weber(43).

Da die Experimente nicht hintereinander ausgeführt werden konnten und die Temperatur des Tankwassers zeitlichen Schwankungen unterliegt, sind alle Ergebnisse auf 15° Celsius normiert worden. Bei dieser Temperatur beträgt $q = 101.88$ [$\text{sec}^2 \cdot \text{Kp}/\text{m}^4$].

4.4.1. Die Aufspaltung des gemessenen Gesamtwiderstandes

Auf die Schwierigkeiten einer befriedigenden Analyse des gemessenen Gesamtwiderstandes soll hier nicht näher eingegangen werden (Birkhoff et alii(3), Sharma(38)). Um jedoch eine genaue Vorstellung davon zu geben, was für Größen miteinander verglichen werden sollen, muß kurz auf die Zerlegung des Gesamtwiderstandes in Einzelterme nach der Froudeschen Methode eingegangen werden.

Man kann sich den Gesamtwiderstandsbeiwert

$$C_T = C_{F_0} + C_{PV} + C_{AF} + C_{AR} + C_R$$

aus den Anteilen

C_{F_0} - Reibungswiderstandsbeiwert der äquivalenten ebenen Platte,

C_{PV} - Beiwert des Zähigkeitsbedingten Druckwiderstandes,

C_{AF} - Beiwert des tangentialen Zähigkeitswiderstandes

C_{AR} - Beiwert des Zusatzwiderstandes infolge der Oberflächenrauhigkeit und

C_R - Beiwert des Restwiderstandes

zusammengesetzt denken (Weinblum et alii(118)). Obwohl C_R im wesentlichen nur noch durch die Wellenbildung des Modells verursacht wird, ist die Bezeichnung C_W nicht gewählt worden, um in der Diskussion eine Verwechslung mit dem lineartheoretischen Beiwert C_W zu vermeiden. Darüber hinaus ist C_R , der sich als Differenz ergibt, sachgemäßer. Eine Erläuterung der übrigen Komponenten, die ausführlich von Sharma(38) behandelt worden sind, kann unterbleiben.

Wenn die einzelnen Komponenten des Gesamtwiderstandsbeiwertes entweder einzeln oder als Summe bekannt sind, dann erhält man C_R als Differenz zu

$$C_R = C_T - \{C_{F_0} + C_{PV} + C_{AF} + C_{AR}\} .$$

Davon kann C_{F_0} aus halbempirischen Gleichungen berechnet werden, von denen die S c h o e n h e r r s c h e Formel

$$\sqrt{C_{F_0}} = 0.242 / \log(\text{Re} \cdot C_{F_0})$$

in dieser Arbeit benutzt worden ist. Der Beiwert C_{AR} kann für Modelle wegfallen, da sie als hydraulisch glatt gelten können. Es bleiben noch C_{PV} und C_{AF} übrig, die nicht getrennt zu werden brauchen und deren Summe $C_{PV} + C_{AF}$ auf zwei Arten bestimmbar ist:

a, experimentell mit Hilfe eines tiefgetauchten Doppellmodells, für das $C_R \rightarrow 0$ geht und

$$C_{PV} + C_{AF} = C_T - C_{F_0}$$

ist;

b, empirisch; Unter der Voraussetzung, daß C_{PV} und C_{AF} reine Funktionen der Reynold'schen Zahl sind, kann ihre Summe als Teil des Reibungsbeiwertes C_{F_0} bemessen und so durch einen Formfaktor n berücksichtigt werden, m.a.W.

$$C_{PV} + C_{AF} = n \cdot C_{F_0}$$

(Granville(7)). In erster Näherung wird n eine Konstante sein, die nur noch von der Schiff'sform abhängt.

Nach der skizzenhaften Darstellung ergibt sich C_R mit Hilfe der empirischen Bestimmung von $C_{PV} + C_{AF}$ zu

$$C_R = C_T - (1+n) \cdot C_{F_0} \circ$$

Alle Ergebnisse des Grundmodells und der Modell-Wulst-Kombinationen sind nach dieser Formel mit einem Formfaktor

$$n = 0.205$$

ausgewertet worden, der ebenfalls der Arbeit von Weinblum et alia (118) entnommen werden konnte.

4.4.2. Auftragung und Diskussion der Ergebnisse

Der so gewonnene Restwiderstandsbeiwert

$$C_R = C_T - 1.205 \cdot C_{F_0}$$

ist als Funktion der Froudeschen Zahl in den Diagrammen 13 bis 14 graphisch dargestellt worden, in denen die zugehörige Modell-Wulst-Kombination in skizzierter Form mit angegeben ist. Gleichzeitig ist der lineartheoretische Beiwert C_W eingezeichnet worden, um die Diskussion zu erleichtern.

Ein Ueberblick der Diagramme zeigt, daß die Resultate der linearen Theorie und der Experimente qualitativ recht gut übereinstimmen. Daß die experimentell gewonnenen Kurven den starken Oszillationen der lineartheoretischen nicht folgen, bedeutet keine Wertminderung. Betrachtet man einen mittleren Wert der C_W -Kurve, dann sieht man, vor allem in Diagr. 14, daß für kleine Fr-Zahlen die beiden Kurven fast parallel zueinander verlaufen.

Der Vergleich der Grundform mit den Modell-Wulst-Kombinationen demonstriert in plausibler Weise, daß alle Kombinationen zuerst um ein Vielfaches schlechter als die Grundform sind. Der Unterschied wird jedoch mit wachsender Fr-Zahl immer geringer, bis sich die Verhältnisse zugunsten der Kombination ändern.

1. Ergebnisse mit der Wulstform I (Diagr. 13 und 15):

Nach Abschn. 4.2.2. soll die gewählte Wulstform entweder für $Fr = 0.23$ oder für $Fr = 0.19$ (je nach Alternative) bei einer Lage im Punkte $P(\pm 0.95, 0, 1.0)$ optimal sein. Der Optimalfall wird lineartheoretisch durch den Fall d des Diagr. 13a repräsentiert. Zusammen mit dem Diagr. 15 läßt sich aber leicht erkennen, daß be-

zöglich der Widerstandsverringering die optimalen Parameter der Wulstform I vom Experiment nicht bestätigt werden. Hiernach ist der Fall f der Optimalfall, der im Vergleich zu allen übrigen Kombinationen bei $Fr = 0.26$ die beste Wirkung zeigt. Dieses experimentelle Resultat bedeutet für die Lage des Wulstes eine Verschiebung des Zentrums um 2.5% L weiter nach vorn als es die Theorie nach der Methode 2 des Abschn. 2.5.3. angibt. Dieses Problem muß noch etwas näher erörtert werden, wozu die Arbeiten von Inui(75) und Takahei(98) hinzugezogen werden sollen.

Beide Autoren gehen in der Anordnung des Wulstes der Länge nach von den freien Wellensystemen der zu kombinierenden Körper aus und fordern, daß sich die Wellenerhebungen der Einzelsysteme gegenseitig aufheben, d.h.

$$\zeta_m(x, \theta) + \zeta_w(x, \theta) \rightarrow 0 .$$

(Methode 1 des Abschn. 2.5.3.). Im Optimalfall wird eine Phasendifferenz von $\vartheta(\theta) = \lambda_m(\theta)/2$ gefordert, wenn $\lambda_m(\theta)$ die Wellenlänge des Wellensystems des Modells ist (s. Anhang 4). Aus dem Widerstandsintegral (Abschn. 2.3.1.) folgt, daß die Bedeutung der Wellenkomponenten für $|\theta| > 0$ am Wellenwiderstand mit $\cos^3 \theta$ abnimmt, wenn $\theta \rightarrow \pi/2$ geht. Inui und Takahei ziehen daraus den Schluß, daß für die Bemessung der Lage der Länge nach die Wellenkomponente mit $\theta = 0$ die wichtigste ist und dimensionieren danach ihre Modellwulst-Kombinationen. Im Vergleich zum Experiment ergeben sich dann halbempirische Korrekturfaktoren für die Lage des effektiven Wulstzentrums der Länge nach, das am Ort des diskreten Dipols liegen soll, welche in der Berechnung des lineartheoretischen Wellenwiderstandes der Kombination benutzt werden. Mit Hilfe des Experimentes werden Theorie und Messung so in Übereinstimmung gebracht. Als optimale Lage der Länge nach geben die Autoren etwa den Bereich $1.0 \leq d \leq \lambda_m/2L$ an, d.h. der Wulst liegt immer vor dem Vorsteven. Analog werden die Schlüsse für den Heckwulst gezogen. Vergleicht man hierzu die Fig. 8 mit der Fig. 9, die beide zwar für $Fr = 0.18$ gelten qualitativ aber auch für höhere Fr-Zahlen richtig bleiben, so zeigt sich, daß diese Verschiebung des Wellensystems des Wulstes relativ zu demjenigen des Modells sowohl theoretisch als auch experimentell quantitativ mit $d \approx 1.025$ richtig wiedergegeben wird. Hier stimmen Theorie und Messung auffallend gut überein.

Soweit diese Erklärungen auch plausibel erscheinen, ist eine gewisse Skepsis doch angebracht. Handelt es sich bei den Ausführungen bezüglich der Methode 1 um die Auslöschung nur einer Komponente (für $\theta = 0$) der interferierenden Wellensysteme, so verlangt das Widerstandsintegral (Methode 2) die spektrale Auslöschung des gesamten Systems des Grundmodells. Um hier volle Klarheit zu schaffen, sind Experimente mit tiefgetauchten Doppelmodellen notwendig. Damit kann $C_{PV} + C_{AF}$ bestimmt und ein realistischerer Wert für C_R gewonnen werden. Da nur in erster Näherung n konstant ist, wird sich dadurch auch die optimale Fr-Zahl in die Richtung kleinerer Fr-Zahlen verschieben.

Der Einfluß des Parameters f auf das Verhalten des Restwiderstandsbeiwertes C_R wird im Sinne der Theorie von dem Experiment bestätigt. Nach Diagr. 15 ist der Fall g ($d = \pm 1.00$, $f = 1.25$) nicht so gut wie der Fall f ($d = \pm 1.00$, $f = 1.00$) unter der Voraussetzung des konstanten Wulstvolumens V_b , wie auch nach Diagr. 11a und 11b zu erwarten war.

2. Ergebnisse mit der Wulstform II (Diagr. 14 und 16):

Diese Wulstform soll je nach Alternative für $Fr = 0.18$ oder $Fr = 0.15$ bei einer Lage im Punkte $P(\pm 1.00, 0, 1.00)$, resp. $P(+1.00, 0, 1.00)$ für die asymmetrische Anordnung, optimal sein.

Die Diagramme 14 zeigen sehr deutlich das parallele Verhalten der experimentellen und des mittleren Wertes der theoretischen Kurven, besonders deutlich für den Fall 2. An Hand dieser Ergebnisse drängt sich geradezu die Vermutung auf, daß der Formeinfluß der Kombinationen nicht richtig durch den konstanten Formfaktor $n = 0.205$ erfaßt worden ist. Vielmehr wird sich das n der Kombination in sehr unterschiedlicher Weise für die verschiedenen Fälle ändern. Würde man den Formeinfluß der Kombination in ähnlicher Art wie für das Modell nach Granville(7) erfassen, dann ließe sich C_R der Modell-Wulst-Kombination wie folgt bestimmen

$$C_R = C_T - (1+n \cdot n_{\text{komb}}) \cdot C_{F_0} \circ$$

n_{komb} ist dann der Zusatzformfaktor, der die Interferenzerscheinungen in den zähigkeitsbedingten Widerstandsanteilen von Mehrkörpersystemen berücksichtigt und wahrscheinlich auch ein negatives Vorzeichen haben kann (s. Hoerner(14), p. 8 - 2), allerdings

muß für das Gesamtsystem

$$n + n_{\text{komb}} > 0$$

gelten. Ob dieses nur eine Vermutung ist oder nicht kann nur durch Versuche mit tiefgetauchten Doppelmodellen der verschiedenen Modell-Wulst-Kombinationen entschieden werden.

Die Frage nach dem effektiven Wulstvolumen, deren Klärung durch den Vergleich der Ergebnisse der beiden Wulstformen I und II möglich ist, muß leider so lange unbeantwortet bleiben, bis die Doppelmodellversuche ausgeführt worden sind. Aus diesem Grunde ist auch eine befriedigende Klärung des gesamten Fragenkomplexes nicht möglich und allzu frühe Interpretationsversuche würden nur spekulativer Art sein.

4.5. Versuche mit tiefgetauchten Doppelmodellen

Die Gesamtheit der theoretischen und experimentellen Resultate, sowie die Schwierigkeit in der Aufspaltung des gemessenen Gesamtwiderstandes des Ueberwassermodellversuches machten Experimente mit tiefgetauchten Doppelmodellen unumgänglich. Um jedoch nicht zu viele Kombinationen untersuchen zu müssen, wurden an Hand der Diagr. 14a und 14c zwei markante Fälle, der Fall 1 und der Fall 3, ausgewählt, die sowohl in symmetrischer als auch in asymmetrischer Anordnung geschleppt werden sollen.

Da die Versuche z.Z. noch andauern, muß der experimentelle Teil fragmentarisch bleiben. Eventuelle Schlußfolgerungen mit einigen Teilresultaten können verfrüht sein und sollen daher ganz unterbleiben. Sobald die Experimente abgeschlossen sind, werden die Resultate im Zusammenhang mit dem Teil 4 der vorliegenden Arbeit veröffentlicht.

Ebenfalls aus Gründen der Unvollständigkeit der Resultate wird eine vergleichende Betrachtung der wertvollen Experimente von Eggert(71/72), Bragg(65), Weinblum(106) und Wigley(107) noch so lange aufgeschoben bis die gesamten Meßergebnisse vorliegen.

Zusammenfassung

In einem historischen Abriss über die Entwicklung des Bugwulstes konnte gezeigt werden, daß ein Erfinder nicht existiert. Der Bugwulst hat sich aus dem Rammstegen der stählernen Kriegsschiffe des 19. Jahrhunderts entwickelt. Die Entdeckung des Wulsteffektes selbst war ein Zufall.

Es werden die theoretischen Grundlagen und die lineartheoretische Lösung des Widerstandsproblems eines Schiffes in einer idealen Flüssigkeit erörtert. Die Randbedingungen sind um die Abstrahlungsbedingung

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\varphi_r^2 - \varphi \cdot \varphi_{rr}) \cdot r = 0$$

erweitert worden, die in der Literatur nur ungenügend oder gar nicht gewertet wird.

Das allgemeine Problem der Widerstandsverringering wird betrachtet und auf die vorliegende Aufgabe, der Verringerung des Wellenwiderstandes gegebener Schiffssformen, ausgedehnt. Von den beiden Betrachtungsmethoden, die theoretisch identisch sind, sich in der praktischen Anwendung jedoch unterscheiden, wird die Methode 2, welche die spektrale Auslöschung des gesamten freien Wellensystems des Modells betrachtet, zur Dimensionierung von Mehrkörperkombinationen benutzt.

Der Aenderungswiderstand $\Delta R^+(\gamma_0)$ wird definiert, der das Auffinden der geeigneten Wulstsingularität für jede Singularitätenverteilung gestattet und mit dem darüber hinaus der Einfluß einer Oberflächenänderung auf den Wellenwiderstand untersucht werden kann, was experimentell oft sehr schwer zu erreichen ist. Die besten Wirkungen werden mit Wulstsingularitäten erzielt, deren Ordnung um 1 Grad höher ist als derjenige der zu verbessernden Singularitätenverteilung.

Auf Grund der Verwendung der Klasse der Polynome als Verteilungsfunktionen der Singularitäten lassen sich Widerstandsmatrizen aufbauen, deren Anwendung in der Berechnung des Wellenwiderstandes konkreter Verteilungsformen unter der Beachtung der verschiedenen Matrizenmultiplikationen von großem Vorteil ist. Die Berechnung der Typintegrale der Matrizenelemente, deren Genauigkeit von größter Bedeutung in der Bestimmung von Optimalformen ist, wird nach einer verbesserten Methode ausgeführt. Das Integral wird anders aufgespalten und dadurch der elektronischen Rechenanlage besser

angepaßt. Es werden genauere Resultate erzielt als mit den bisher verwandten Quadraturformeln.

Als konkrete Fälle werden Elementarschiffe behandelt, deren Sigularitätenverteilung sich nach der Havelockschen Approximation als eine Quell-Senken-Verteilung ergibt. Auf Grund des Aenderungswiderstandes ist hierfür der Dipol die geeignetste Wulstsingularität. Polynomdarstellungen des Wulstes analog zu der des Schiffes scheiden wegen der schwierigen, numerischen Handhabung der Typintegrale aus. Es ist mathematisch bewiesen worden, daß alle Q-S-Verteilungen durch einen Dipol mindestens in dem Bereich

$$\sqrt{(n-1)(n-2)} \leq \gamma_0 \leq \infty$$

(n ist der Grad des Polynoms der Spantarealkurve) in ihrem Widerstandsverhalten verbessert werden können, der für die untersuchten Elementarschiffe auf Grund der numerischen Resultate auf

$$1.0 \leq \gamma_0 \leq \infty$$

erweitert angegeben werden kann.

Unter der Bedingung

$$\varphi_{\text{komb}} = \varphi_m + \varphi_w$$

werden Q-S-Dipol-Kombinationen in symmetrischer und asymmetrischer Anordnung numerisch untersucht, die sich in voll- und teiloptimalisierte Kombinationen unterteilen lassen. Wichtig ist, daß innerhalb der Optimalisierung das Dipolmoment endlich bleibt. In der Berechnung der zugehörigen Wulstvolumina der Q-S-Dipol-Kombinationen ergab sich die Notwendigkeit, das Volumen in ein effektives und in ein nominelles Wulstvolumen zu unterscheiden.

An Hand von Modellversuchen ist die Aussagekraft der lineartheoretischen Resultate geprüft worden. Um den zähigkeitsbedingten Druckwiderstand der Modell-Wulst-Kombination richtig zu erfassen, werden Experimente mit tiefgetauchten Doppelmodellen ausgeführt.

Alle lineartheoretischen und experimentellen Ergebnisse sind in Tabellen zusammengefaßt oder in Diagrammen graphisch aufgetragen worden.

Auf eine eingehende, vergleichende Analyse aller Resultate mußte noch verzichtet werden, da die Versuche mit den tiefgetauchten Doppelmodellen noch andauern.

Anhang 1

Im folgenden soll gezeigt werden, daß jede Quellverteilung in ihrem Wellenwiderstandsverhalten durch eine additive Dipol-singularität bis zu den kleinsten Froudeschen Zahlen verbessert werden kann, zumindest für den Fall des unendlichen Tiefgangs.

Für die Beweisführung genügt es, nur asymmetrische, aber beliebige, in ζ -Richtung konstante Verteilungsformen mit einem symmetrisch angeordneten diskreten Dipol, der sich in dem Punkt $P(\pm 1, 0, 1)$ befindet, zu untersuchen und zu zeigen, daß der Aenderungswiderstand dieser Quell-Dipol-Kombination

$$\Delta R^+(\gamma_0, d, 0, f) < 0 \quad (d = \pm 1.00 \text{ und } f = 1.00)$$

gemacht werden kann und zwar für alle γ_0 aus dem Intervall

$$I_0^- \leq \gamma_0 \leq \infty$$

Die untere Grenze $I_0^- > 0$ wird an späterer Stelle noch genauer angegeben.

Als allgemeine Form der in ζ -Richtung konstanten Quellverteilung kann

$$\sigma(\xi) = n \cdot \xi^{n-1} = n \cdot \xi^m \quad (m = n-1, n > 0 \text{ und gerade})$$

gelten, die nach der Havelockschen Approximation auf Spantarealkurven der Art

$$\eta(\xi) = 1 - \xi^n \quad (n > 0)$$

führt, die als allgemein genug angesehen werden können. Mit der Funktion $\eta(\xi)$ lassen sich Polynome aufbauen, die eine im Intervall

$$0 \leq \xi \leq 1$$

stetige Funktion beliebig genau approximieren (Satz von Weierstraß).

Der Aenderungswiderstand lautet in allgemeiner Form

$$\Delta R_m^+(\gamma_0, d, 0, f) = 2nD \int_{\gamma_0}^{\infty} f(\gamma) \int_0^1 \int_0^1 \xi^m (-1) \frac{\partial}{\partial d} \{ \cos[\gamma(\xi-d)] \} d\xi \cdot \exp[-\vartheta(\xi+f)] d\zeta \cdot d\gamma$$

mit $\vartheta = 2T/L \cdot \gamma^2 / \gamma_0$. D enthält alle Dimensionsfaktoren. Die Ausführung der partiellen Differentiation nach d und der Integration

über ζ ergibt für ΔR_m^+

$$\Delta R_m^+(\gamma_0, d, 0, f) = 2nD \int_{\gamma_0}^{\infty} f(\gamma) \int_0^1 \xi^m \sin[\gamma(\xi-d)] d\xi \cdot \gamma \frac{1-e^{-\vartheta}}{\vartheta} \cdot e^{-\vartheta f} d\gamma$$

Als erste Vereinfachung wird nun für $f = 1.00$

$$e^{-\vartheta} \cdot \frac{1 - e^{-\vartheta}}{\vartheta} \approx \frac{e^{-\vartheta}}{\vartheta}$$

eingeführt, die keine Einschränkung bedeutet und einer über den unendlichen Tiefgang ($0 \leq \zeta \leq \infty$) konstanten Quellverteilung mit einem diskreten Dipol im Punkte $P(\pm d, 0, 1)$ entspricht. Die Auflösung von $\sin[\gamma(\xi-d)]$ nach den Additionstheoremen und die explizite Lösung des Integrals

$$\int_0^1 \xi^m \sin(\gamma \xi) d\xi = - \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{1}{\gamma^{k+1}} \cdot \cos\left(\gamma + \frac{k\pi}{2}\right)$$

führen auf den folgenden Ausdruck

$$\Delta R_m^+(\gamma_0, d, 0, 1) = - 2nD \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \int_{\gamma_0}^{\infty} f(\gamma) \cdot \frac{e^{-\vartheta}}{\vartheta \gamma^k} \cdot \frac{1}{2} \{ \cos[\alpha(\gamma)] + \cos[\beta(\gamma)] \} d\gamma$$

wobei $\alpha(\gamma) = \gamma(1+d) + \frac{k\pi}{2}$ und $\beta(\gamma) = \gamma(1-d) + \frac{k\pi}{2}$ ist.

Die Funktion

$$F(\gamma) = \frac{e^{-a\gamma^2}}{K \cdot \gamma^k \sqrt{\gamma^2 - \gamma_0^2}} \quad (a = K/\gamma_0, K = 2T/L)$$

wird durch die Substitution $z^2 + \gamma_0 = \gamma$ in die Funktion

$$F(z^2 + \gamma_0) = \frac{2 \cdot e^{-a(z^2 + \gamma_0)^2}}{K(z^2 + \gamma_0)^k \sqrt{z^2 + 2\gamma_0}} \quad (0 \leq z \leq \infty, dz = d\gamma)$$

übergeführt, die keine Polstelle mehr hat. Eine explizite Integration über z ist nun mit der Funktion $F(z^2 + \gamma_0)$ nicht durchführbar. Die zweite Vereinfachung wird sich daher darauf beziehen, für $F(z^2 + \gamma_0)$ eine Ersatzfunktion $G(z^2 + \gamma_0)$ zu finden, die zwar wesentlich schwächer abklingen wird, dafür aber auf lösbare Integrale führt, deren Summe über k größer als Null sein muß, wenn

$\Delta R_m^+(\gamma_0) < 0$ sein soll. Da der Anfangsbereich des Integranden den Hauptbeitrag zum Integral leistet, werden aus dem Verhalten der Funktion

$$\cos[\alpha(z^2 + \gamma_0)] + \cos[\beta(z^2 + \gamma_0)]$$

in der Nähe von $z \geq 0$ zwei Ersatzfunktionen $G(z^2 + \gamma_0)$ resultieren, die beide untersucht werden müssen und deren Auswahl sich etwa nach der Funktion $\text{sign}[\cos(2\gamma_0 + \pi/2)]$ richten wird. Im einzelnen werden die beiden folgenden Ersatzfunktionen zu unterscheiden sein:

1. Wenn $\text{sign}[\cos(2\gamma_0 + \pi/2)] > 0$, dann wird für $F(z^2 + \gamma_0)$

$$G_1(z^2 + \gamma_0) = \frac{2 \cdot e^{-a(z^2 + \gamma_0)}}{K \cdot \gamma_0^k \cdot \sqrt{2\gamma_0}}$$

zu nehmen sein, wobei im ganzen Intervall $0 \leq z \leq \infty$

$$F(z^2 + \gamma_0) \leq G_1(z^2 + \gamma_0)$$

ist.

2. Wenn $\text{sign}[\cos(2\gamma_0 + \pi/2)] < 0$, dann wird für $F(z^2 + \gamma_0)$

$$G_2(z^2 + \gamma_0) = \frac{2z \cdot e^{-a(z^2 + \gamma_0)}}{K \cdot \gamma_0^k \cdot \sqrt{2\gamma_0}}$$

zu nehmen sein, wobei

$$F(z^2 + \gamma_0) > G_2(z^2 + \gamma_0) \quad \text{für } 0 \leq z < Z$$

$$\text{und} \quad F(z^2 + \gamma_0) \leq G_2(z^2 + \gamma_0) \quad \text{für } Z \leq z \leq \infty$$

ist.

$$(\text{Mit } Z \approx + \sqrt{-\gamma_0 + \sqrt{\gamma_0^2 + 2\gamma_0 \cdot \exp(-2K)}} \quad \text{für } k = 0)$$

Mit beiden Funktionen werden zur Bestimmung von ΔR_m^+ die Integrationen ausgeführt.

1. Der Aenderungswiderstand mit der Funktion $G_1(z^2 + \gamma_0)$:

$$\Delta R_m^+(\gamma_0, d, 0, 1) = - \frac{2nD \cdot e^{-a\gamma_0}}{K \cdot \sqrt{2\gamma_0}} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)! \gamma_0^k} \cdot \int_0^{\infty} e^{-az^2} \{ \cos[\alpha(z)] + \cos[\beta(z)] \} dz$$

$$\text{mit } \alpha(z) = z^2 b + b\gamma_0 + \frac{k\pi}{2} \quad \text{und} \quad \beta(z) = cz^2 + c\gamma_0 + \frac{k\pi}{2}$$

($b=1+d$ und $c=1-d$). Die Ausführung der Integration über z führt zu

$$\Delta R_m^+ = -C \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{1}{\gamma_0^k} \cdot \left\{ \frac{1}{4\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\arctg\frac{b}{a} + b\gamma_0 + k\pi/2\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{4\sqrt{a^2+c^2}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\arctg\frac{c}{a} + c\gamma_0 + k\pi/2\right) \right\}$$

(C steht für den gesamten Faktor vor dem Σ -Zeichen und ist stets positiv). Setzt man $d=1$, dann wird $b=2$ und $c=0$, und wendet man das Additionstheorem des \cos auf das erste Glied der Summe an, dann ergibt sich der folgende Ausdruck

$$\Delta R_m^+(\gamma_0, 1, 0, 1) = -C \cdot \left\{ \frac{\cos\left(\frac{1}{2}\arctg\frac{2}{a} + 2\gamma_0\right)}{4\sqrt{4+a^2}} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{1}{\gamma_0^k} \cdot \cos k\pi/2 \right. \\ \left. - \frac{\sin\left(\frac{1}{2}\arctg\frac{2}{a} + 2\gamma_0\right)}{4\sqrt{4+a^2}} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{1}{\gamma_0^k} \cdot \sin k\pi/2 \right. \\ \left. + \frac{1}{4\sqrt{a^2}} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{1}{\gamma_0^k} \cdot \cos k\pi/2 \right\}$$

Die Summen mit $\cos k\pi/2$ stellen alternierende Reihen der Art

$$a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots \quad \begin{array}{l} + a_m \quad \text{für gerades } m/2 \\ - a_m \quad \text{für ungerades } m/2 \end{array}$$

dar, deren Absolutbeträge $|a_k|$ dann eine monoton fallende Folge bilden, wenn

$$\gamma_0 \geq \sqrt{m(m-1)} \quad (a_0 = 1)$$

ist. Diese Reihen sind nach dem Leibnizschen Kriterium für alternierende Reihen konvergent und haben stets eine positive Gesamtsumme, denn wegen

$$|a_k| \geq |a_{k+2}|$$

ist für alle $m/2$

$$\text{sign} \Sigma_m = \text{sign}\{(a_0 - a_2) + (a_4 - a_6) + (a_8 - a_{10}) + \dots + a_m + (a_{m-2} - a_m)\} = +1.$$

Das gleiche gilt für die Summe mit $\sin k\pi/2$, die mit

$$\gamma_0 \geq \sqrt{m(m-1)}$$

auf eine Reihe der Art

$$a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + \dots \begin{cases} + a_m & \text{für ungerades } \frac{m+1}{2} \\ - a_m & \text{für gerades } \frac{m+1}{2} \end{cases}$$

führt, deren Absolutbeträge $|a_k|$ ebenfalls eine monoton fallende Folge bilden. Nach der gleichen Schlußweise wie oben gilt für die Gesamtsumme dieser Reihe

$$\text{sign} \Sigma_m = +1.$$

Nun muß noch der Gesamtbetrag der drei Terme von ΔR_m^+ abgeschätzt werden. Zu diesem Zweck vergleicht man die beiden Summen

$$\Sigma \dots \cos k\pi/2 = 1 - \frac{m(m-1)}{\gamma_0^2} + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{\gamma_0^4} - + \dots$$

und

$$\begin{aligned} \Sigma \dots \sin k\pi/2 &= \frac{m}{\gamma_0} - \frac{m(m-1)(m-2)}{\gamma_0^3} + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{\gamma_0^5} - + \dots = \\ &= \frac{m}{\gamma_0} \left\{ 1 - \frac{(m-1)(m-2)}{\gamma_0^2} + \frac{(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{\gamma_0^4} - + \dots \right\} \end{aligned}$$

miteinander und setzt

$$\gamma_0/m \cdot \Sigma \dots \sin k\pi/2 \approx \Sigma \dots \cos k\pi/2.$$

Damit erhält man für ΔR_m^+ den einfachen Ausdruck

$$\Delta R_m^+(\gamma_0, 1, 0, 1) \approx -C \cdot \left\{ \frac{1}{4\sqrt{4+a^2}} \left(\cos \alpha - \frac{m}{\gamma_0} \sin \alpha \right) + \frac{1}{4\sqrt{a^2}} \right\}$$

mit $\alpha = \frac{1}{2} \arctg \frac{2}{a} + 2\gamma_0$, wenn in der Konstanten C die $\Sigma \dots \cos k\pi/2$, deren Endsumme positiv ist, mit enthalten ist. Damit der {}-Ausdruck nicht negativ wird, muß

$$\left| \frac{1}{4\sqrt{4+a^2}} \left(\cos \alpha - \frac{m}{\gamma_0} \sin \alpha \right) \right| < \left| \frac{1}{4\sqrt{a^2}} \right|$$

sein. Auch für die ungünstigsten Fälle, die bei

$$\alpha = 7\pi/4 + 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

liegen, ist stets

$$\left| -\frac{1}{4\sqrt{4+a^2}}(\cos\alpha + \frac{m}{\gamma_0}\sin\alpha) \right| < \left| \frac{1}{4\sqrt{a^2}} \right| \quad (a = K/\gamma_0),$$

wenn $K \leq 1$ und $\gamma_0 \geq \sqrt{m(m-1)} > K$, denn dann ist $m/\gamma_0 \approx 1$ und $\cos\alpha + \sin\alpha \approx -\sqrt{2}$ und die Ungleichung wird

$$\left| -1 \right| < \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \right| \quad (a < 1).$$

Für $\gamma_0 \rightarrow \infty$ ist die Ungleichung immer erfüllt, da

$$a = K/\gamma_0 \rightarrow 0 \quad \text{und ebenso } m/\gamma_0 \rightarrow 0$$

und

$$\left| \frac{\cos\alpha}{\sqrt{2}} \right| < \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \right| \rightarrow \infty.$$

Damit ist gezeigt worden, daß für diesen Fall

$$\Delta R_m^+(\gamma_0, 1, 0, 1) < 0$$

für $\sqrt{m(m-1)} \leq \gamma_0 \leq \infty$.

2. Der Änderungswiderstand mit der Funktion $G_2(z^2 + \gamma_0)$:

In der Funktion $G_2(z^2 + \gamma_0)$ kann die Substitution von $\gamma = z^2 + \gamma_0$ wieder rückgängig gemacht werden und ΔR_m^+ wird

$$\Delta R_m^+(\gamma_0, d, 0, 1) = -\frac{nD}{K\sqrt{2}\gamma_0} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{1}{\gamma_0^k} \cdot \int_{\gamma_0}^{\infty} e^{-a\gamma} \{ \cos(b\gamma + \frac{k\pi}{2}) + \cos(c\gamma + \frac{k\pi}{2}) \} d\gamma$$

Die Ausführung der Integration führt auf den Ausdruck

$$\Delta R_m^+ = -\frac{C}{2} \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{1}{\gamma_0^k} \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \cos A + \frac{1}{\sqrt{a^2+c^2}} \cdot \cos B \right\}$$

wobei $A = b\gamma_0 + k\pi/2 + \arccos(a/\sqrt{a^2+b^2})$ und

$$B = c\gamma_0 + k\pi/2 + \arcsin(-c/\sqrt{a^2+c^2}).$$

Wird auch hier $d = 1$ ($b=2$ und $c=0$) gesetzt und das Additionstheorem des \cos angewandt, dann erhält man den Ausdruck

$$\Delta R_m^+ = -\frac{C}{2} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{1}{\gamma_0^k} \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{4+a^2}} [\cos(2\gamma_0 + k) \cdot \cos k\pi/2 - \sin(2\gamma_0 + k) \cdot \sin k\pi/2] + \frac{1}{a} \cdot \cos \frac{k\pi}{2} \right\}$$

wobei $\kappa = \arccos \left(\frac{a}{\sqrt{4+a^2}} \right)$ ist.

Der so gewonnene Ausdruck ist demjenigen, der unter Punkt 1 erhalten worden, sehr ähnlich und läßt demnach die gleiche Schlußweise zu, die zu demselben Resultat führt.

Nun muß noch gezeigt werden, daß der Beweis auch für Polynome der Form

$$\eta(\xi) = \sum_{v=0}^N c_v \cdot \xi^v, \quad ,$$

gilt, die nach der Havelockschen Approximation auf Quell-Verteilungen der Form

$$\sigma(\xi) = \sum_{v=0}^N v \cdot c_v \cdot \xi^{v-1} = \sum_{\mu=1}^M a_\mu \cdot \xi^\mu$$

führt.

Der Aenderungswiderstand für diese Formen ist in Matrixschreibweise nach Abschn. 2.5.3.

$$\Delta R^+(\gamma_0) = -C \cdot \frac{\partial \left\{ \frac{(a, m_0)}{m_0} \right\}}{\partial m_0} \cdot U^{00} [i+1, j+1] \cdot (a, 0)^T$$

Die positive Konstante C enthält wieder alle Dimensionsfaktoren. Das Format der diagonalsymmetrischen Submatrix ist um je eine Zeile und eine Spalte vergrößert worden, in denen die \mathcal{M}_{1D} -Funktionen der Quell-Dipol-Kombinationen stehen (s. Tabellen 1B bis 4B). (Der Index D zeigt an, daß es sich hierbei um diskrete Dipole als Wulstsingularitäten handelt.)

Multipliziert man das Matrizenprodukt aus, dann ergibt sich

$$\Delta R^+(\gamma_0) = -C \cdot \{ \mathcal{M}_{1D}^{00} \cdot a_1 + \mathcal{M}_{2D}^{00} \cdot a_2 + \dots + \mathcal{M}_{MD}^{00} \cdot a_m \}.$$

Mit Hilfe der Rekursionsformel für die M-Funktionen (s. Abschn. 2.4.3.) läßt sich für die \mathcal{M} -Funktionen erkennen, daß für $f = 1.00$ und $d = 1.00$

$$|\mathcal{M}_{1D}^{00}| \geq |\mathcal{M}_{2D}^{00}| \geq \dots \geq |\mathcal{M}_{MD}^{00}|$$

ist (s. auch Tabellen 1B bis 4B). Das Vorzeichen dieser Funktionen ist für diesen Fall negativ, wie oben gezeigt worden ist; denn die \mathcal{M} -Funktionen stimmen mit den Aenderungswiderständen der Formen

$$\eta(\xi) = 1 - \xi^n$$

überein.

Wählt man nun $\gamma_0 \geq \sqrt{M}$, dann folgt aus der Rekursionsformel der M-Funktionen, daß der Term

$$-\frac{\cos(\gamma)}{\gamma}$$

den Hauptbeitrag zum Widerstandsintegral liefert, da der Einfluß der übrigen Terme mit

$$1/\gamma^p \quad (2 \leq p \leq M)$$

abnimmt. Der Aenderungswiderstand wird somit

$$\Delta R^+(\gamma_0) \geq -c \cdot \int_{\gamma_0}^{\infty} \left\{ -\frac{\cos(\gamma)}{\gamma} \right\} \cdot F(\gamma) \cdot d\gamma \cdot \sum_{\mu=1}^M a_{\mu} .$$

Nun ist aber nach Abschn. 3.1.1.

$$\sum_{\mu=1}^M a_{\mu} = -t$$

wobei t die Steigung der Spantarealkurventangente im Punkt $\xi = +1$ ist. Da das Integral mindestens in dem Bereich

$$\sqrt{M \cdot (M-1)} = \sqrt{(N-1) \cdot (N-2)} \leq \gamma_0 \leq \infty$$

einen negativen Wert hat wird

$$\Delta R^+(\gamma_0) < 0 \quad . \quad (q. e. d.)$$

Damit ist gezeigt worden, daß jede Quellverteilung, die durch ein Polynom m-ten Grades approximiert werden kann, durch einen additiven, diskreten Dipol im Punkte $P(+1, 0, 1)$ in ihrem Widerstandsverhalten verbessert werden kann. Die Verbesserung ist in dem gesamten Intervall

$$\Gamma_0 \leq \gamma_0 \leq \infty$$

möglich, wobei

$$\Gamma_0 = \sqrt{m \cdot (m-1)}$$

vom Grad des verwendeten Polynoms abhängt.

(Gröbner+Hofreiter(8), Ryshik-Gradstein(33), Grüss(112)).

Anhang 2

Bei einer Matrix $a[\mu, \nu]$ möge μ die Zahl der Zeilen und ν die der Spalten angeben. Die Größen μ und ν , ^{die} in den eckigen Klammern stehen, beschreiben das Format der Matrix. Das Produkt aus zwei Matrizen $a[1, \nu]$ und $b[\nu, 1]$ ist bekanntlich der folgende Summenausdruck (Zurmühl(62))

$$P = a[1, \nu] \cdot b[\nu, 1] = \sum_{n=1}^{\nu} a[1, n] \cdot b[n, 1] =$$

$$= a[1, 1] \cdot b[1, 1] + a[1, 2] \cdot b[2, 1] + \dots + a[1, \nu] \cdot b[\nu, 1]$$

Voraussetzung: Die Spaltenzahl von a muß gleich der Zeilenzahl von b sein.

Ergebnis: Die Ergebnismatrix hat das Format $[1, 1]$.

Enthält die Matrix b an Stelle der einzelnen Elemente Matrizen der Form $c^{\nu 1}[1, \mu] = b[\nu, 1]$ (Submatrizen), deren Indices $\nu 1$ mit dem Format von b identisch sind, dann lassen sich zwei Produkte aus a und b formulieren.

1. Produkt

$$P = a[1, \nu] \cdot b[\nu, 1] = \sum_{n=1}^{\nu} a[1, n] \cdot b[n, 1] = \sum_{n=1}^{\nu} a[1, n] \cdot c^{n1}[\mu, 1] =$$

$$= a[1, 1] \cdot c^{11}[\mu, 1] + a[1, 2] \cdot c^{21}[\mu, 1] + \dots + a[1, \nu] \cdot c^{\nu 1}[\mu, 1] .$$

Voraussetzung: Die Spaltenzahl von a muß gleich der Zeilenzahl von b sein.

Ergebnis: Die Ergebnismatrix hat das Format der Matrix $c^{\nu 1}$.

2. Produkt

$$P = a[1, \nu] * b[\nu, 1] = \langle a[1, \nu] \cdot c^{11}[\mu, 1], a[1, \nu] \cdot c^{21}[\mu, 1], \dots, \\ \dots, a[1, \nu] \cdot c^{\nu 1}[\mu, 1] \rangle .$$

Die Produkte $a \cdot c^{\nu 1}$ sind normale Matrizenprodukte, wie sie oben beschrieben worden sind.

Voraussetzung: Die Spaltenzahl von a muß gleich der Zeilenzahl von $c^{\nu 1}$ sein.

Ergebnis: Die Ergebnismatrix hat das Format der Matrix b .

Die Matrizenprodukte der Widerstandsrechnung:

Für den allgemeinen Fall der gleichzeitigen Bearbeitung von p verschiedenen Längs- und q verschiedenen Tiefenverteilungsformen

Anhang 3

Patentschrift 1 097 844 (Ausgabetag 13.7.1961)

'Bugform für Schiffe, auch mit Bugwulst, insbesondere für Tanker und Frachtschiffe'

Patentiert für Cantieri Riuniti dell'Adriatico S.p.A.
(Triest, Italien)

Die Erfindung bezieht sich auf die Bugform von Schiffen, die durch Ausschneiden der Ueberwasserform des Vorschiffes im Bereich der Bugwelle so geändert wird, daß sich diese nicht mehr voll ausbilden kann. Die Skizze, die als Fig. 1 dem Patent direkt entnommen wurde, zeigt die konstruktiven Änderungen.

Der Erfinder geht davon aus, daß ein bloßes Wegschneiden der Ueberwasserform genügt, um den nötigen Effekt zu erzielen. Abgesehen von Trimmgründen und evtl. ästhetischen Gesichtspunkten, die auch heute noch im Schiffbau eine Rolle spielen, genügt diese Maßnahme allein nicht, da der wesentliche Anteil des Wellenwiderstandes vom Unterwasserschiff herrührt. Die Form des Unterwasserschiffes bleibt jedoch unverändert.

Gedacht ist die Erfindung für Schiffe mit $\delta \geq 0.65$.

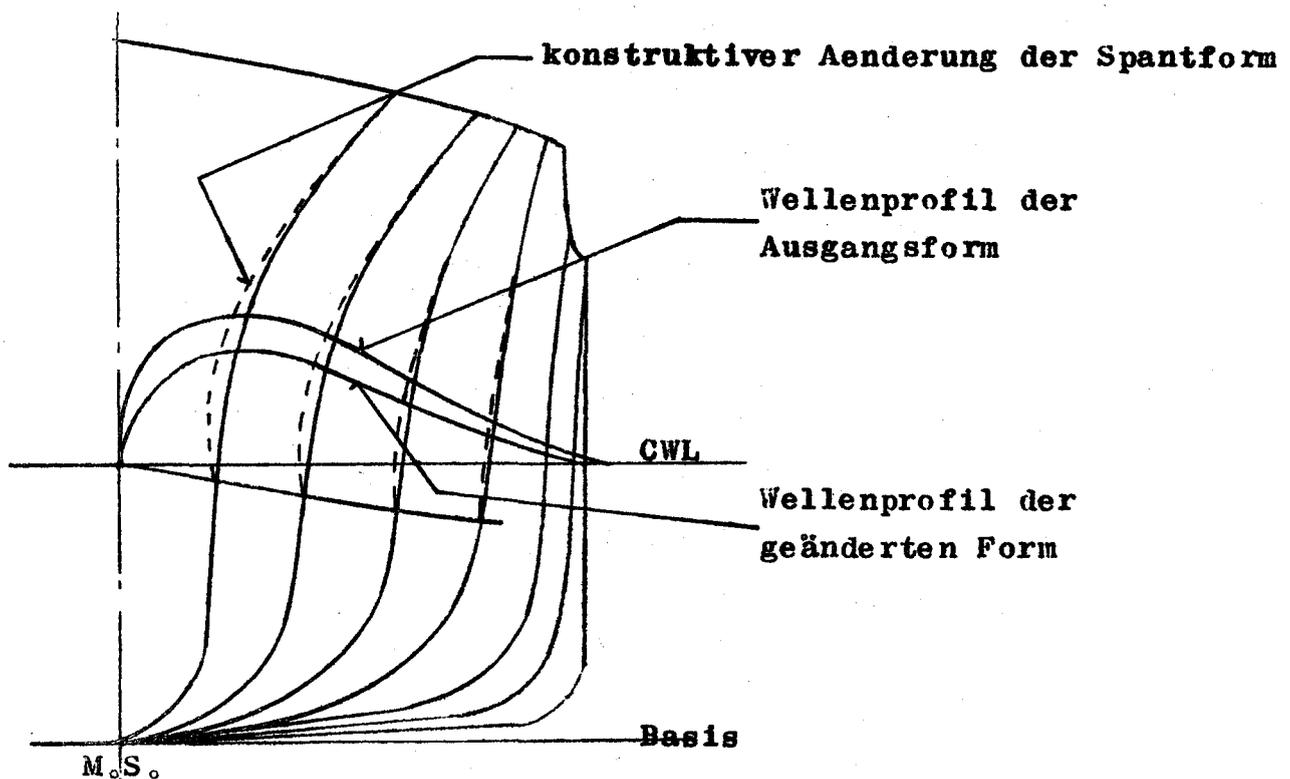


Fig.1 des Patentes

Anhang 4

Nach Havelock(11) und Yim(109) erzeugen die elementaren, diskreten Singularitäten, die sich in dem Punkt $P(0,0,f)$ befinden mögen, ein freies Wellensystem mit den folgenden Wellenerhebungen:

1. die Singularität 0. Ordnung oder die Quelle der Stärke q :

$$\zeta(\xi, \eta) \sim \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} C(\theta) \cdot \cos(K_0 \omega \cdot \sec^2 \theta) \cdot d\theta$$

2. die Singularität 1. Ordnung oder der Dipol mit dem Moment m :

$$\zeta(\xi, \eta) \sim - \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} S(\theta) \cdot \sin(K_0 \omega \cdot \sec^2 \theta) \cdot d\theta$$

3. die Singularität 2. Ordnung oder der Quadrupol der Stärke Λ :

$$\zeta(\xi, \eta) \sim - \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} C(\theta) \cdot \cos(K_0 \omega \cdot \sec^2 \theta) \cdot d\theta$$

mit $\omega = \xi \cdot \cos \theta + \eta \cdot \sin \theta$ und $C(\theta)$ und $S(\theta)$ als Amplitudenfunktionen.

Die Wellenerhebung des freien Wellensystems der Form(2,4,6,0.72, 1.0) ergibt sich für $\theta = 0$, resp. $y = \eta = 0$, nach den Umformungen der Abschnitte 2.4.3. und 3.4. unter Verwendung der Havelockschen Approximation (s. auch Inui(16)) zu:

$$\zeta(\xi, 0) = - Q \cdot \int_{\gamma_0}^{\infty} \int_{\xi}^1 \frac{\partial}{\partial \xi'} (\eta(\xi')) \cdot \sin(\gamma \xi) \cdot (1 - e^{-\gamma \xi}) \cdot f(\gamma) \cdot d\xi' \cdot d\gamma$$

mit $Q = \frac{4 \cdot B}{\pi \cdot T}$ und $f(\gamma) = 1 / \sqrt{\gamma^2 - \gamma_0^2}$.

Entsprechend ergibt sich für die freifahrende Kugel (Dipol), deren Mittelpunkt sich in dem Punkt $P(0,0,f)$ befindet, mit dem Radius r bezogen auf den Tiefgang des Modells der Form(2,4,6,0.72,1.0)

$$\zeta(\xi, 0) = + D \cdot \int_{\gamma_0}^{\infty} \sin(\gamma \xi) \cdot \exp(-\gamma f) \cdot \gamma^3 / \gamma_0 \cdot f(\gamma) \cdot d\gamma$$

mit $D = 16 \cdot (r/T)^3 \cdot (T/L)^2$.

Die Wellenkonturen für die benutzte Form des Elementarschiffes und der Kugel sind für $Fr = 0.18$ in der Fig. 8 graphisch dargestellt.

Anhang 4a

Prinzipiell ist gegen die Berechnung der \mathcal{M} -Funktionen extrem hoher Potenzen nichts einzuwenden, die nach der Rekursionsformel mathematisch exakt ist. Die numerischen Schwierigkeiten sind allerdings beträchtlich, da das Integral

$$M_i(\gamma) = \int_0^{+1} \xi^i \cdot \sin(\gamma\xi) d\xi$$

mit wachsendem i schlechter konvergiert. Sind die Singularitäten etwa in der Nähe von $\xi = +1$ konzentriert, dann läßt sich auf Grund eines Vorschlages von Weinblum(106) für

$$\sin(\gamma\xi) = \sin[\{1-(1-\xi)\}\gamma]$$

schreiben. Die Verwendung des Additionstheorems für den \sin und die Reihenentwicklung der Funktionen $\sin\{\gamma(1-\xi)\}$ und $\cos\{\gamma(1-\xi)\}$ führen zu der Formel

$$M_i(\gamma) = \sin\gamma \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\gamma^{2(n-1)}}{\prod_{m=1}^{2n-1} (i+m)} - \cos\gamma \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\gamma^{2n-1}}{\prod_{m=1}^{2n} (i+m)}$$

(Ryshik-Gradstein(33)). Obwohl auch diese Formel exakt ist, zeigt sie doch die erheblichen, numerischen Schwierigkeiten; denn für konstantes γ und i konvergieren die Reihen erst ab

$$\gamma \leq \prod_{m=1}^N (i+m).$$

Sie sind dann aber absolut konvergent.

Die Funktion $M_i(\gamma)$ zeigt also zunächst ein divergierendes Verhalten, konvergiert aber stets absolut gegen Null, wenn $\gamma \rightarrow \infty$ geht. Für eine numerische Auswertung müssen demnach für $i = \text{const}$ aber wachsendes γ stets weitere Glieder der Reihen hinzugenommen werden. Danach kann die Behauptung von Weinblum(106), daß die Reihen für $\sin\{\gamma(1-\xi)\}$, resp. $\cos\{\gamma(1-\xi)\}$, für nicht zu große γ schnell abgebrochen werden können, dann nicht mehr aufrechterhalten werden, wenn die \mathcal{M} -Funktionen berechnet werden sollen.

Z.B. divergiert die Teilreihe

$$\cos\{\gamma(1-\xi)\} \approx 1/(i+1) \cdot [1 - \gamma^2/(i+2)(i+3)];$$

denn für

$$\gamma \geq \pm \sqrt{(i+2)(i+3)} \quad \text{wird} \quad 1 \leq \left| \gamma^2/(i+2)(i+3) \right|$$

Damit geht auch das Integral

$$\mathcal{M}_i(\gamma) = \int_{\gamma_0}^{\infty} \{M_i(\gamma)\}^2 \cdot F(\gamma) \cdot d\gamma$$

gegen unendlich, denn $F(\gamma)$ geht zwar wie γ^{-3} gegen Null, $\{M_i(\gamma)\}^2$ aber wie γ^{+4} gegen unendlich.

Eine mathematisch bessere Möglichkeit ist die Konzentration der gesamten Singularitäten in einem Punkt, etwa $P(+1,0,1)$, die dann in eine diskrete Singularität übergehen, oder in zur ξ -Achse senkrechte Linienverteilungen, deren M-Funktion für die Quellsingularität

$$M_q(\gamma) = \sin \gamma$$

lautet, die numerisch besser behandelt werden kann. Die Abschätzung des Volumens ist allerdings nicht mehr so einfach.

Anhang 5

Prinzipiell ist die Berechnung des Umströmungskörpers einer Quell-Dipol-Kombination möglich, die über die Volumenverhältnisse die richtige Auskunft geben würde. Da diese aufwendigen Rechnungen durch die Anwendung der Havelockschen Approximation unterbleiben, aber trotzdem eine Vorstellung von der Volumenverteilung notwendig ist, wurden die Verhältnisse an dem einfachen Fall des Rankineschen Ovoides studiert, das mit einem symmetrisch und asymmetrisch angeordneten Dipol versehen worden ist.

Die Singularitäten, Quelle (q), Senke ($-q$) und Dipol (m), liegen auf einer Achse und sind unendlich tiefgetaucht. Die Entfernung zwischen Quelle und Senke bleibt konstant, während die Lage des Dipols auf der Achse veränderlich ist. Diese Singularitätenkombination wird mit der Geschwindigkeit c angeströmt. Nach Milne-Thomson (p.411) ergibt sich eine Stromfunktion ψ von

$$\psi = \frac{1}{2}cr_0^2 \cdot \sin^2\theta + q(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) - m\left(\frac{r^2}{r_3} + \frac{r^2}{r_4}\right),$$

wenn das Koordinatensystem der Fig. 3 benutzt wird. Dabei bedeuten:

$$\begin{aligned} r &= r_0 \sin\theta \\ x + a &= r_1 \cos\theta_1 & x - a &= r_2 \cos\theta_2 \\ r_1 &= \sqrt{(x+a)^2 + r^2} & r_2 &= \sqrt{(x-a)^2 + r^2} \\ r_3 &= \sqrt{(x-d)^2 + r^2} & r_4 &= \sqrt{(x+d)^2 + r^2} \end{aligned}$$

Die Quellsingularitäten befinden sich in den Punkten $P(\pm a, 0)$ und die Dipole in $P(\pm d, 0)$. Wird x mit a und r mit b , der halben Breite des ungestörten Ovoides, dimensionslos gemacht, ergibt sich

$$\begin{aligned} \varrho_1 &= \sqrt{(\xi+1)^2 + \alpha^2 \varrho^2} & \varrho_2 &= \sqrt{(\xi+1)^2 + \alpha^2 \varrho^2} \\ \varrho_3 &= \sqrt{(\xi+\vartheta)^2 + \alpha^2 \varrho^2} & \varrho_4 &= \sqrt{(\xi+\vartheta)^2 + \alpha^2 \varrho^2} \\ \xi + 1 &= \varrho_1 \cos\theta_1 & \xi - 1 &= \varrho_2 \cos\theta_2 \end{aligned}$$

mit $\alpha = b/a$ und $\vartheta = d/a$.

Die Quellstärke ergibt sich aus der Bedingung, daß das Ovoid so breit sein soll, wie der Halbkörper im unendlichen, der durch

eine Quelle in Parallelströmung erzeugt wird, zu

$$q = \frac{cb^2}{4} \cdot \sqrt{1 + \alpha^2} .$$

Mit dem Dipolmoment

$$m = \frac{R^3 c}{2}$$

erhält man die Körperkontur des Rotationskörpers aus der Stromfunktion nach der Bedingung

$$\psi = 0$$

zu

$$0 = 2q^2 + \sqrt{1+\alpha^2} \left(\frac{\xi-1}{Q_2} + \frac{\xi+1}{Q_1} \right) - 2(R/b)^3 \cdot \alpha^3 \cdot Q^2 \left(1/Q_3^3 + 1/Q_4^3 \right) .$$

Für den asymmetrischen Fall fällt das Glied $1/Q_4^3$ weg.

Die Bedingung

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0$$

liefert die Staupunkte, die sich aus der Gleichung

$$1 - \alpha^2 \sqrt{1+\alpha^2} \cdot \frac{\xi}{(\xi^2-1)^2} - (R/b)^3 \cdot \alpha^3 \left[\frac{1}{\pm(\xi-\vartheta)^3} + \frac{1}{\pm(\xi+\vartheta)^3} \right] = 0$$

ergeben. Ist $\vartheta > 1/2a + R/b$ (1 ist die Länge des ungestörten Ovoides), dann hat die Gleichung 6 Lösungen, d.h. es entstehen 3 getrennte Körper. Die Fig. 4A bis D geben für die symmetrische Anordnung die Konturen der verschiedenen Rotationskörper wieder. In dem Diagramm 1, das die Volumenverhältnisse zeigt, ist das Verhältnis

$$\frac{V_{ges} - V_{ovoid}}{V_{ovoid}}$$

als Funktion von $\vartheta = d/a$ aufgetragen.

Anhang 6

Die allgemeine Form der M-Funktion der Dipolsingularität für den Wulst ist

$$M_d(\gamma, d) = \gamma \cdot \cos(d\gamma).$$

d gibt die Lage der Singularität der Länge nach an und ist mit L/2 dimensionslos gemacht.

Wegen der Reduktion des 2. Teilintegrals I_2 auf das Intervall von 0 bis 2π und aus rechentechnischen Gründen muß der Ausdruck $\cos(d\gamma)$ umgeformt werden. Wird erst die Substitution

$$\gamma = x + \pi(n+2N) \quad (n \text{ positiv und ganz})$$

und dann die Transformation $d = 1 \mp p$ durchgeführt, dann ergibt sich

$$M_d(\gamma, d) = (x + \pi(n+2N)) \cdot \cos((1 \mp p)(x + \pi(n+2N))).$$

Der cos kann nun mit Hilfe des Additionstheorems zerlegt werden in

$$\cos((1 \mp p)x + (1 \mp p)(\pi(n+2N))) = \cos((1 \mp p)x) \cdot \cos A - \sin((1 \mp p)x) \cdot \sin A$$

mit

$$\cos A = \cos(\pi(n+2N)) \cdot \cos(\mp p\pi(n+2N)) - \sin(\pi(n+2N)) \cdot \sin(\mp p\pi(n+2N))$$

$$\sin A = \sin(\pi(n+2N)) \cdot \cos(\mp p\pi(n+2N)) + \cos(\pi(n+2N)) \cdot \sin(\mp p\pi(n+2N))$$

Voraussetzungsgemäß war $\sin(\pi(n+2N)) = 0$, damit wird

$$\cos A = \text{sign}(\cos n\pi) \cdot \cos(p\pi(n+2N))$$

$$\sin A = - \text{sign}(\cos n\pi) \cdot \sin(\mp p\pi(n+2N))$$

und die M-Funktion bekommt die einfache Gestalt

$$M_d(\gamma, d) = (x + \pi(n+2N)) \cdot \text{sign}(\cos n\pi) \cos(x(1 \mp p)) \cdot \cos(p\pi(n+2N)) \pm \\ \pm \sin(x(1 \mp p)) \cdot \sin(p\pi(n+2N))$$

Die Funktionen $\sin/\cos(x(1 \mp p))$ werden nur einmal bestimmt, während die $\sin/\cos(p\pi(n+2N))$ - Werte für jedes N neu berechnet werden müssen.

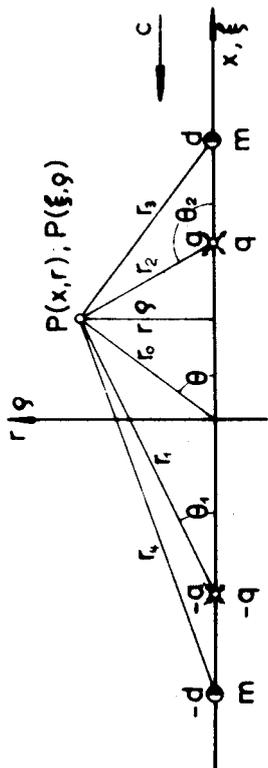


Fig. 3

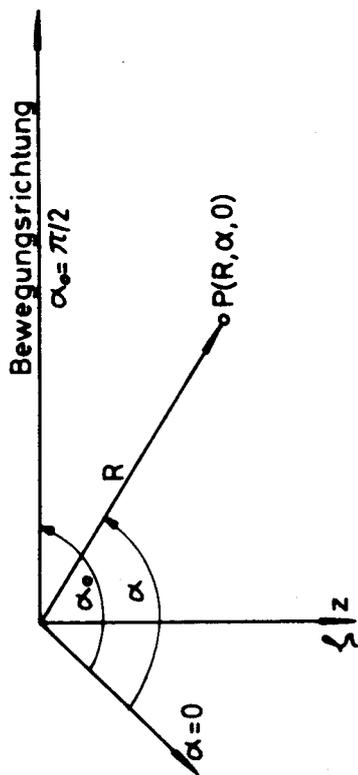


Fig. 1 Das System der Zylinderkoordinaten

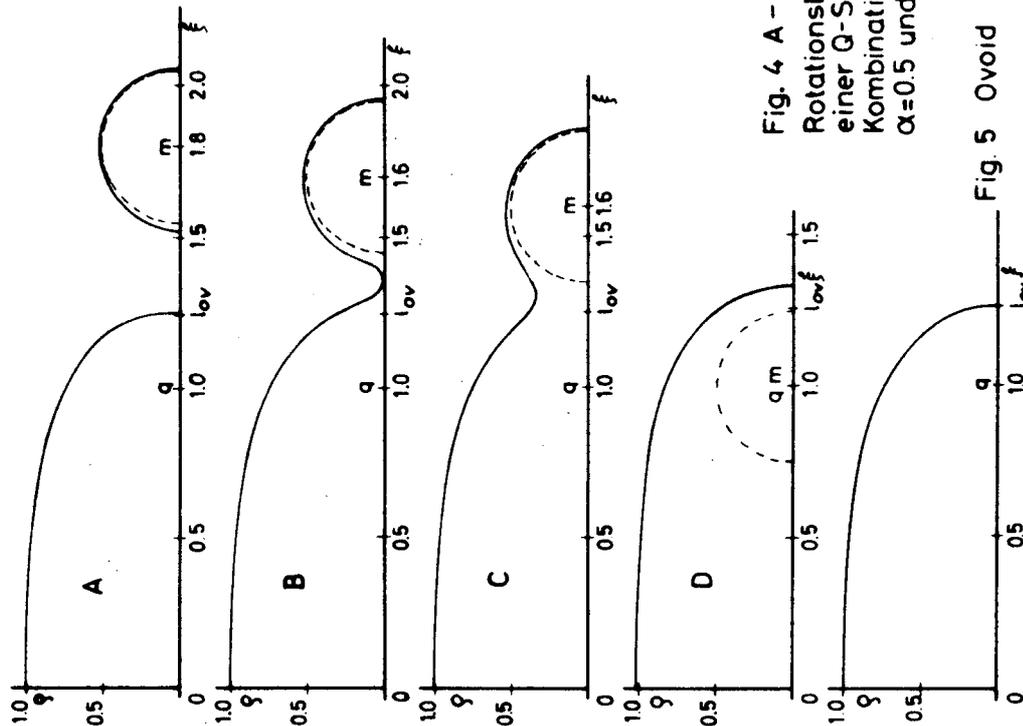


Fig. 4 A - D
Rotationskörper
einer G-S-Dipol-
Kombination mit
 $\alpha=0.5$ und $R/b=0.5$

Fig. 5 Ovoid

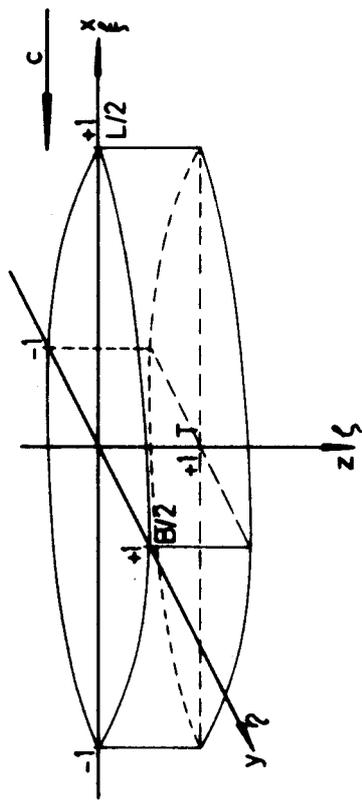


Fig. 2 Das System der kartesischen Koordinaten

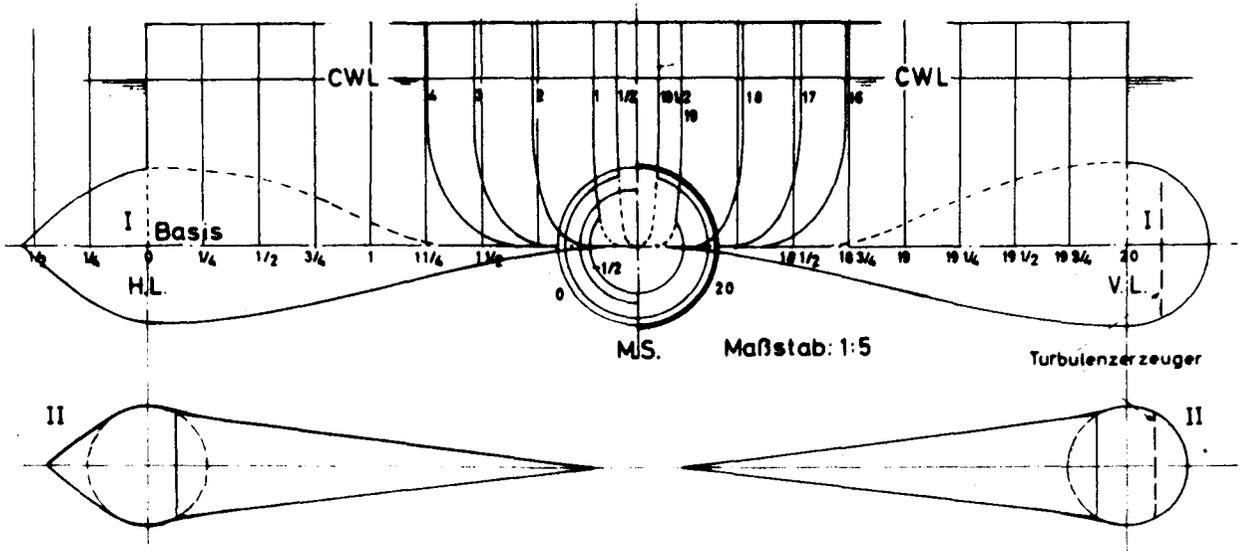
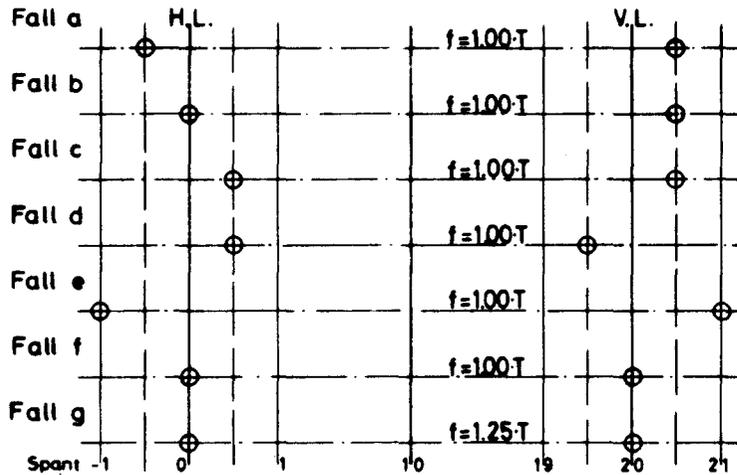


Fig. 6 Teil des Spantenrisses des Modells 1781 und die rotationssymmetrischen Wulstkörper I und II.

Wulstform I: nur symmetrische Anordnung (Dipolpaar)



Wulstform II: symmetr. und asymmetr. Anordnung (Dipolpaar und Einzeldipol)

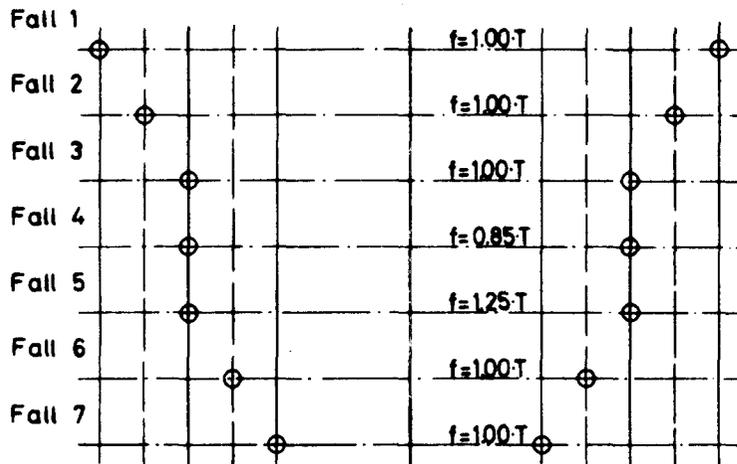


Fig. 7 Lage der Wulstzentren, resp. Dipolsingularitäten der verschiedenen Versuchsreihen.

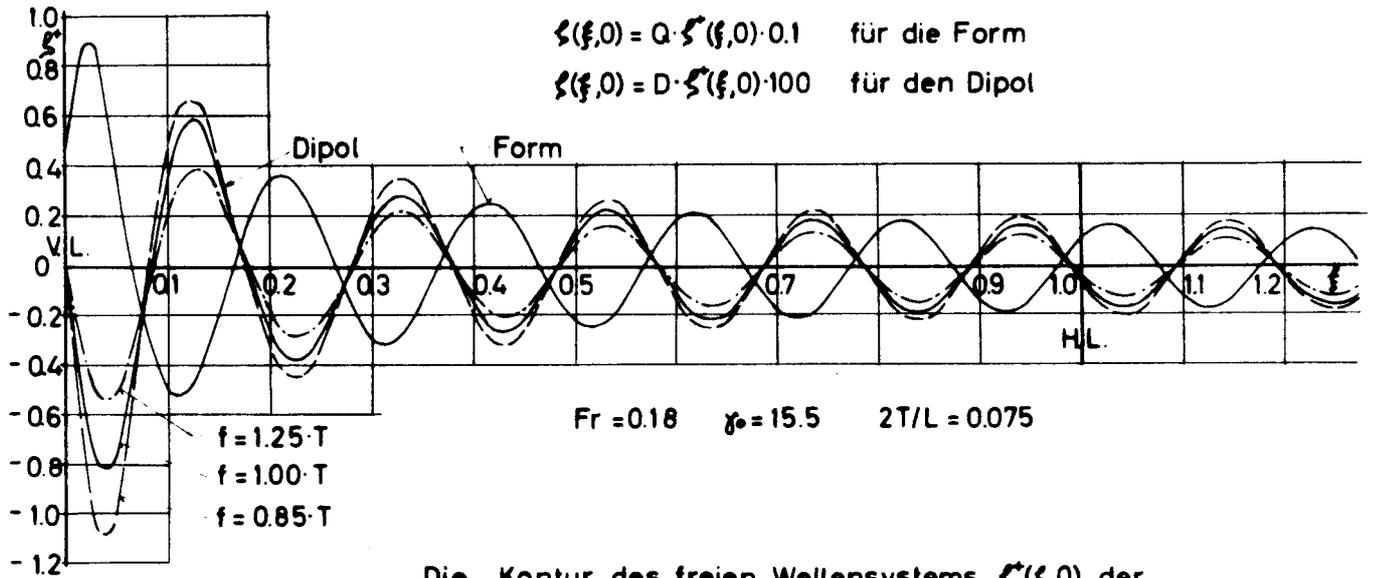


Fig. 8

Die Kontur des freien Wellensystems $\xi(x,0)$ der Form(2,4,6,0.72,1,0) und des Dipols $m_0(0,0,f)$

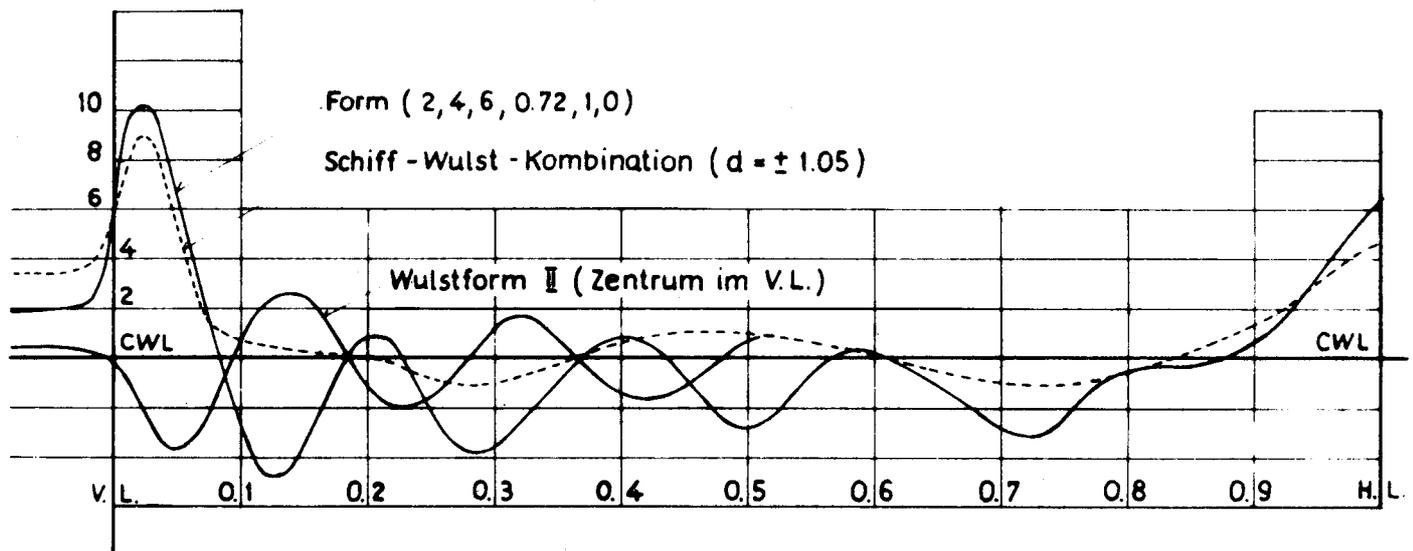
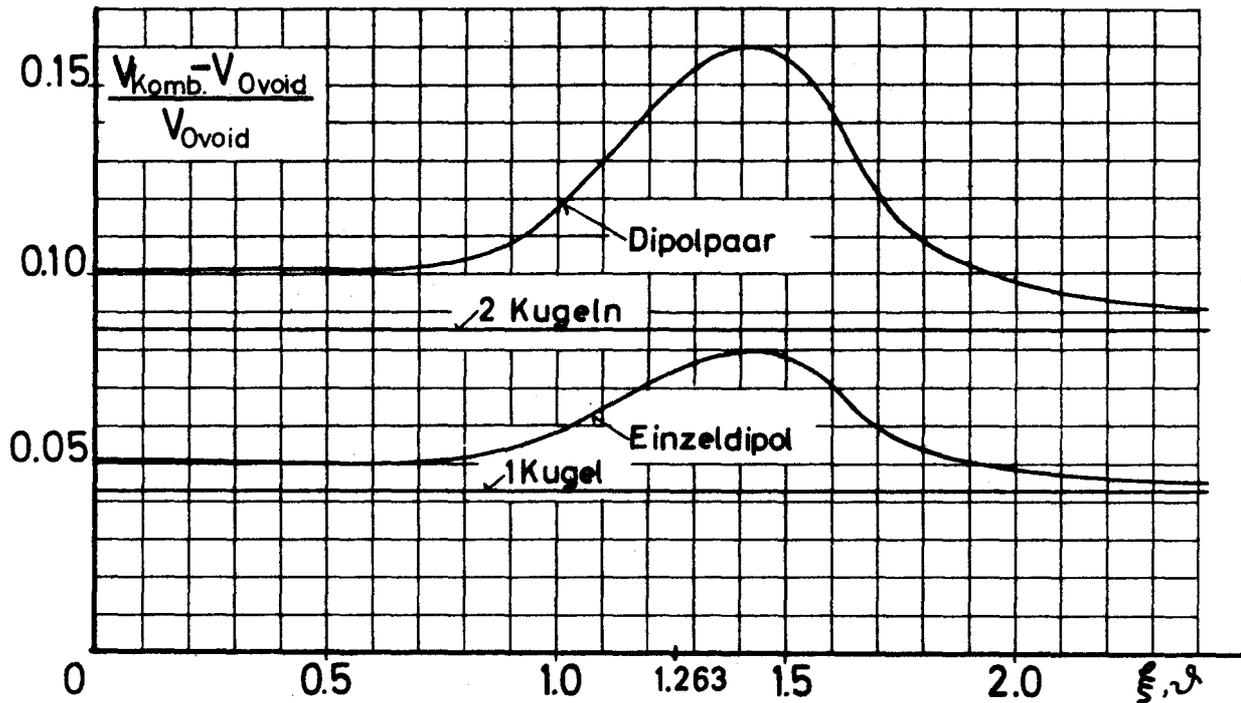
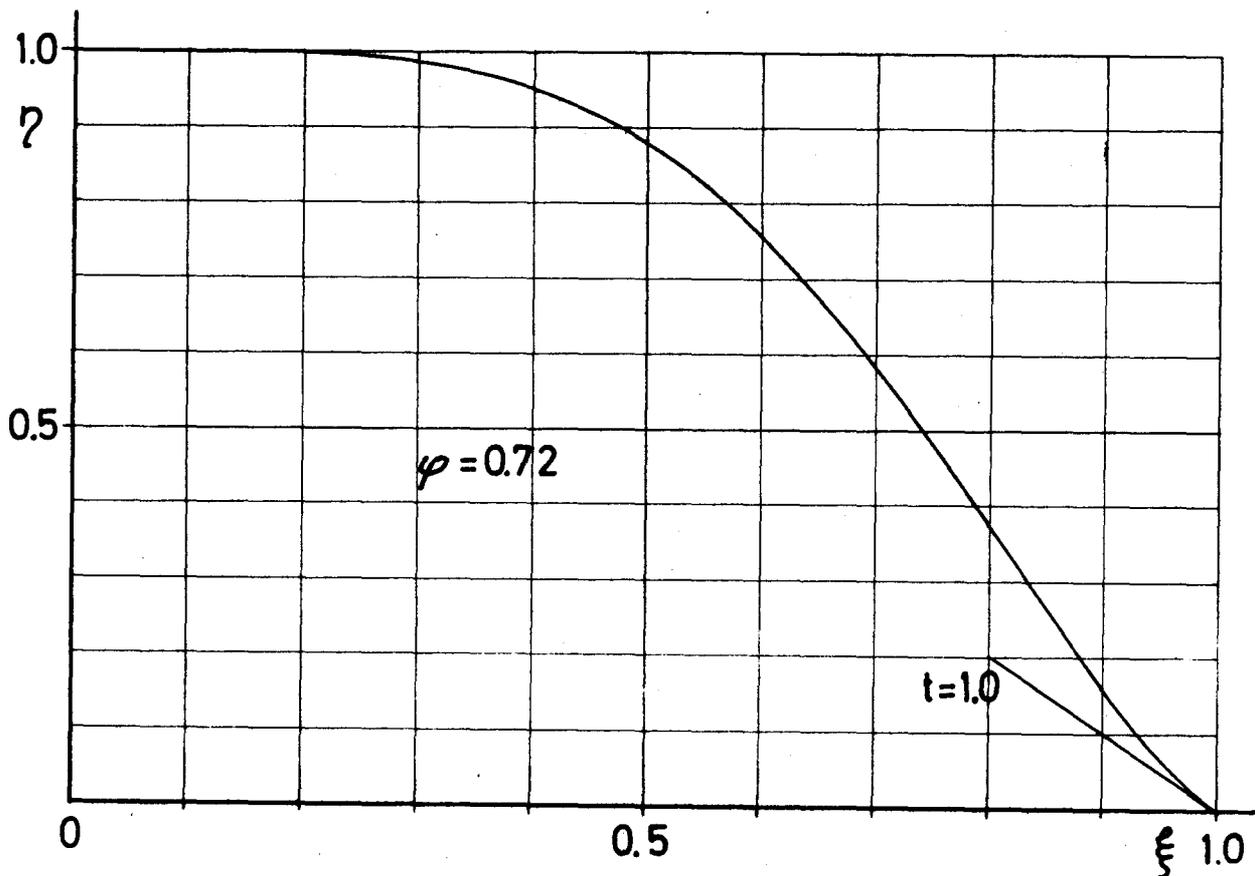


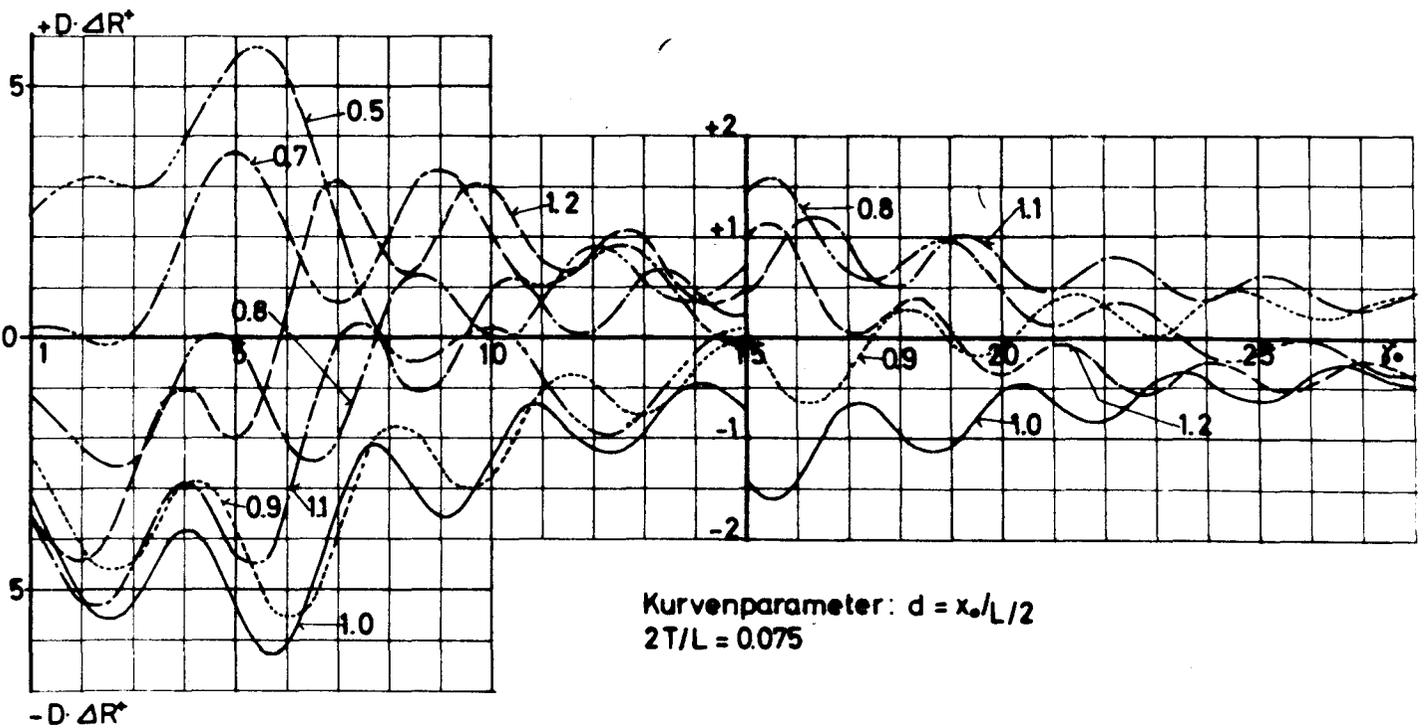
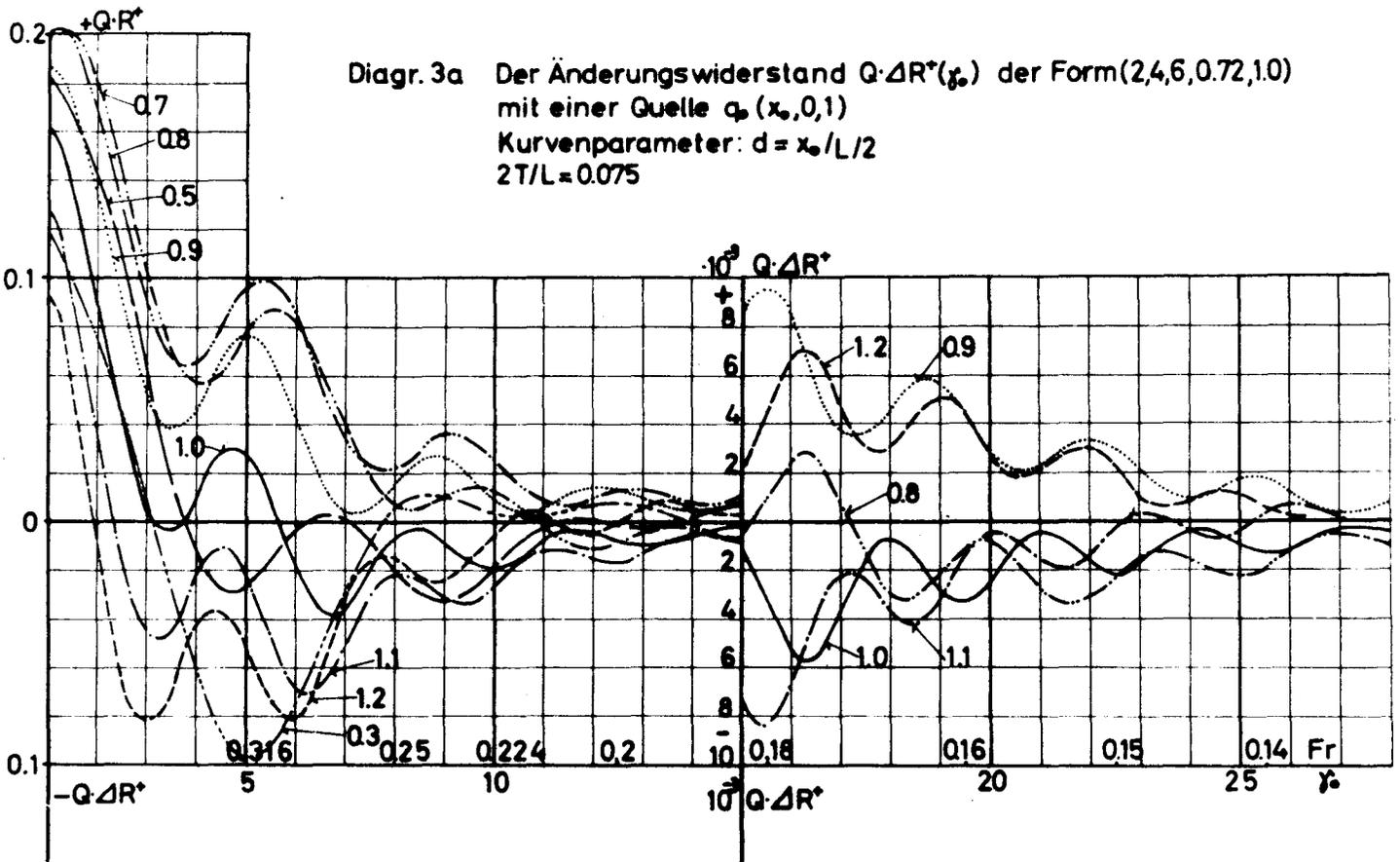
Fig. 9 Vergleich der Wellenkonturen der Schiffsförm (2, 4, 6, 0.72, 1, 0), der Wulstförm II und der Schiff - Wulst - Kombination bei $Fr \approx 0.18$ (nach den Fotos der Abb. 3 ÷ 5).



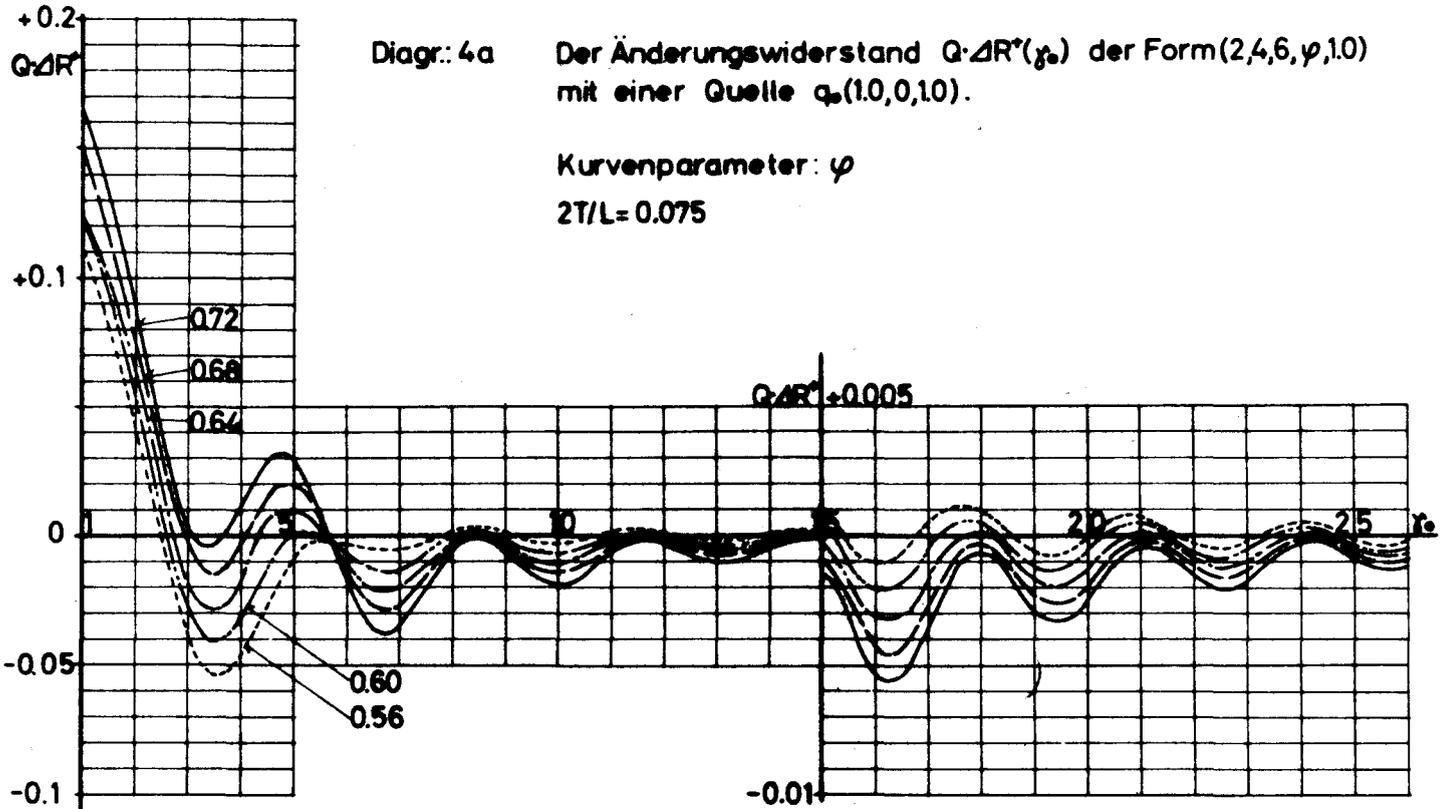
Diagr. 1 Volumenänderung des Ovoides durch einen Einzeldipol bzw. durch ein Dipolpaar bezogen auf das Volumen des Ovoides als Funktion der Dipollage ξ, η .
 Ovoid: Quelle q bei $\xi=1.0$, Staupkt. bei $\xi=1.263$.



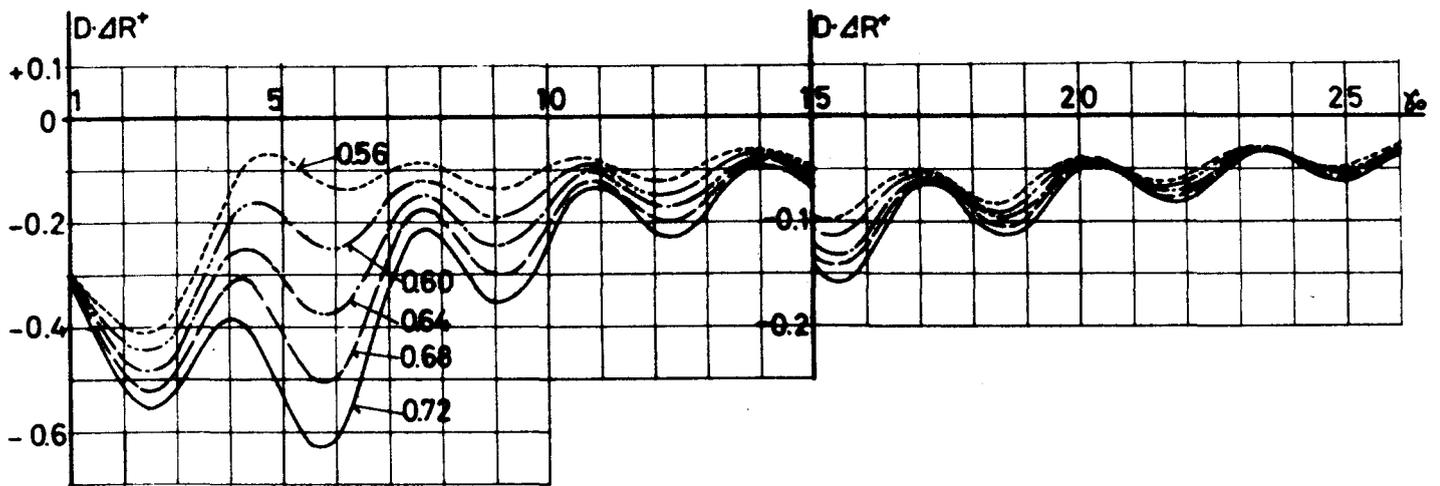
Diagr. 2 Spantarealkurve der Form $(2, 4, 6, 0.72, 1.0)$
 $\eta(\xi) = 1 + 0.075\xi^2 - 2.650\xi^4 + 1.575\xi^6$

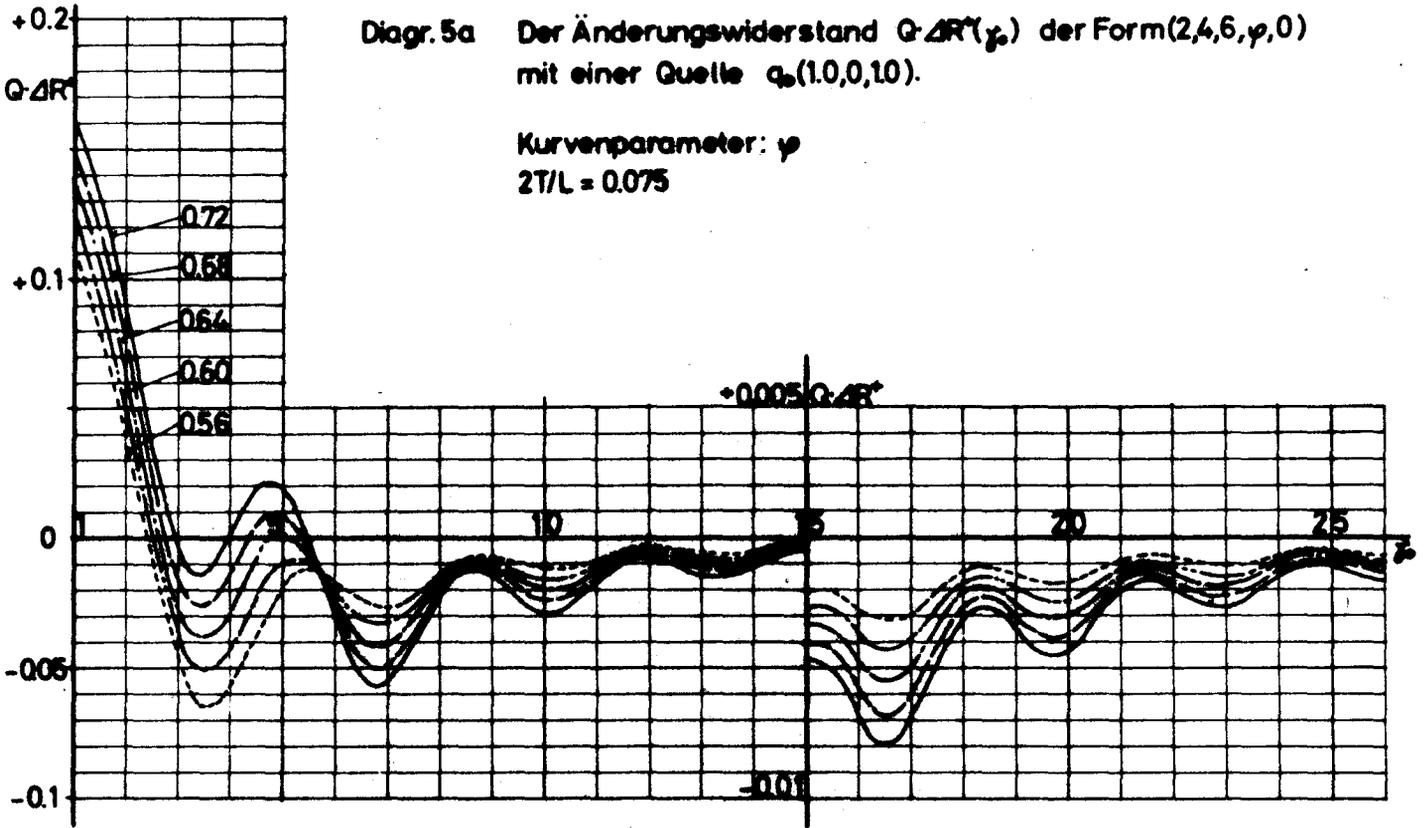


Diagr. 3b Der Änderungswiderstand $D \cdot \Delta R^*(\gamma_0)$ der Form (2,4,6,0.72,1,0) mit einem Dipol $m_0(x_0, 0, 1)$

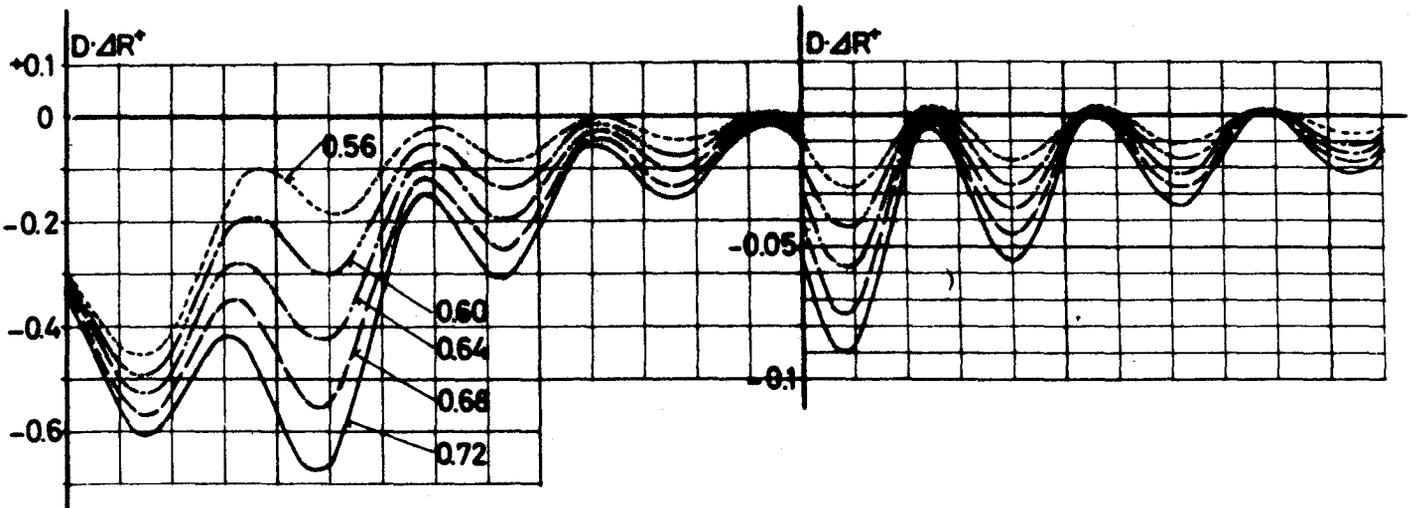


Kurvenparameter: φ
 $2T/L = 0.075$

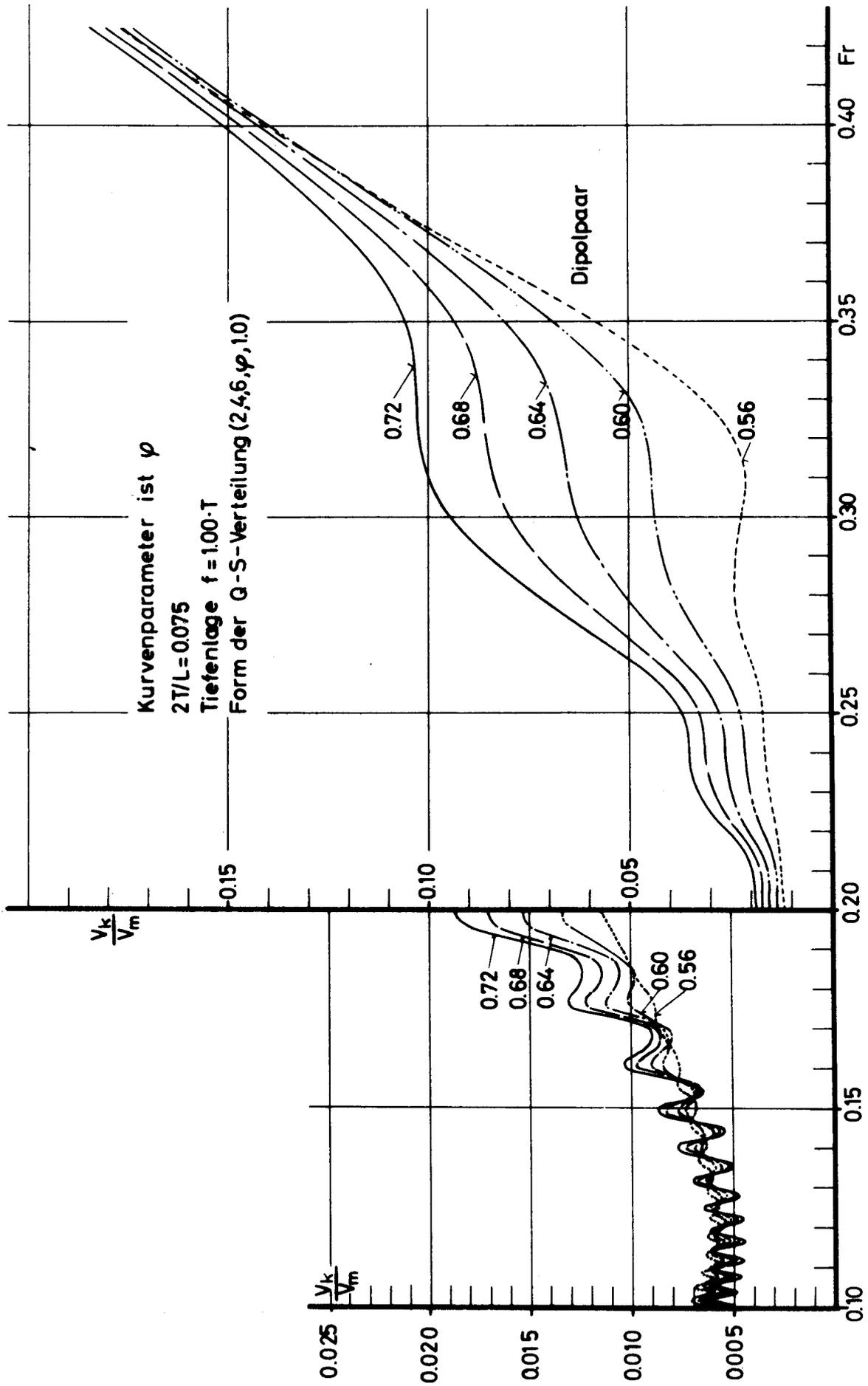




Kurvenparameter: φ
 $2T/L = 0.075$

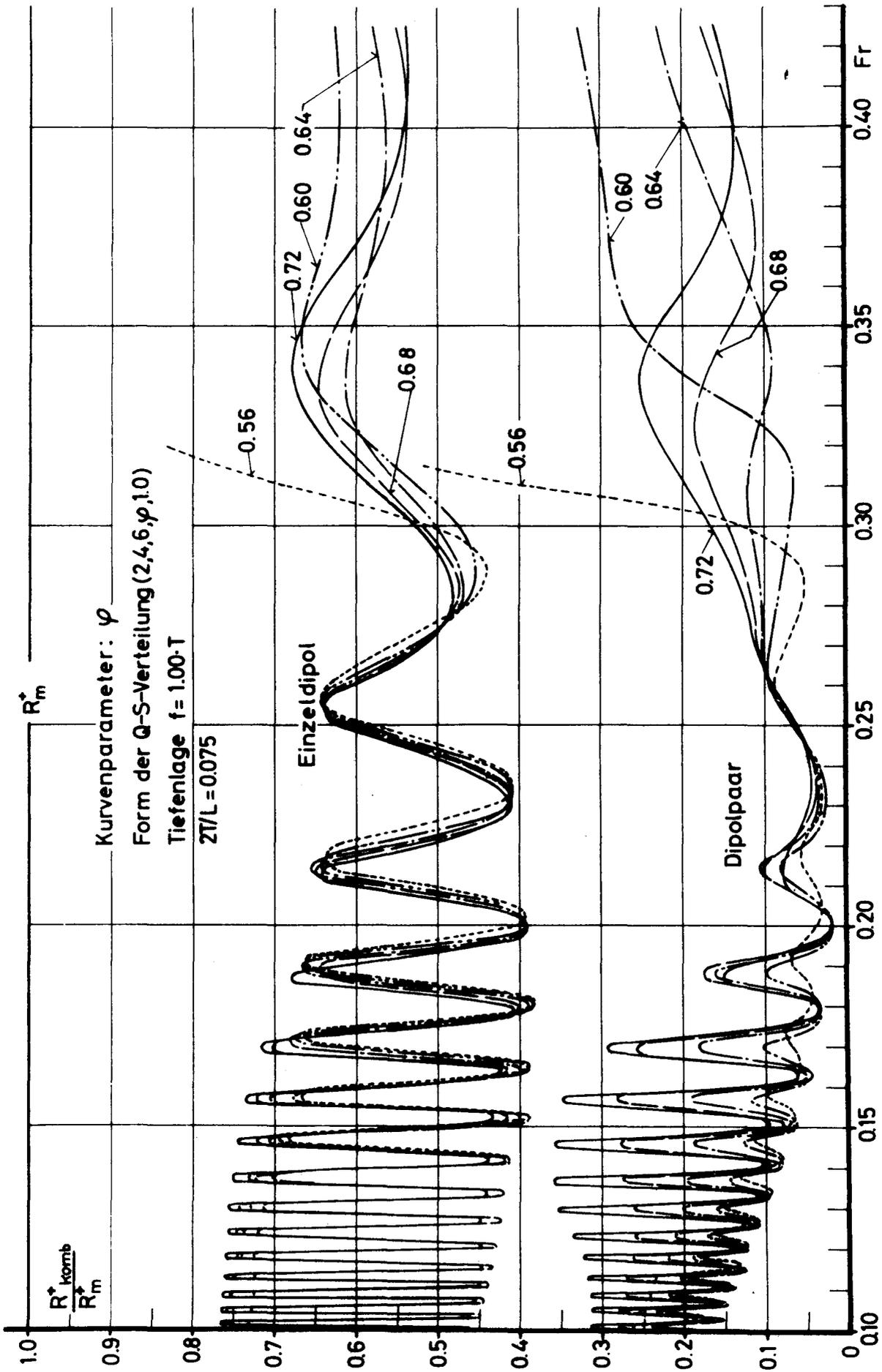


Diagr. 5b Der Änderungswiderstand $D \cdot \Delta R^*(\varphi)$ der Form $(2,4,6,\varphi,0)$ mit einem Dipol $m_0(1,0,0,1,0)$.

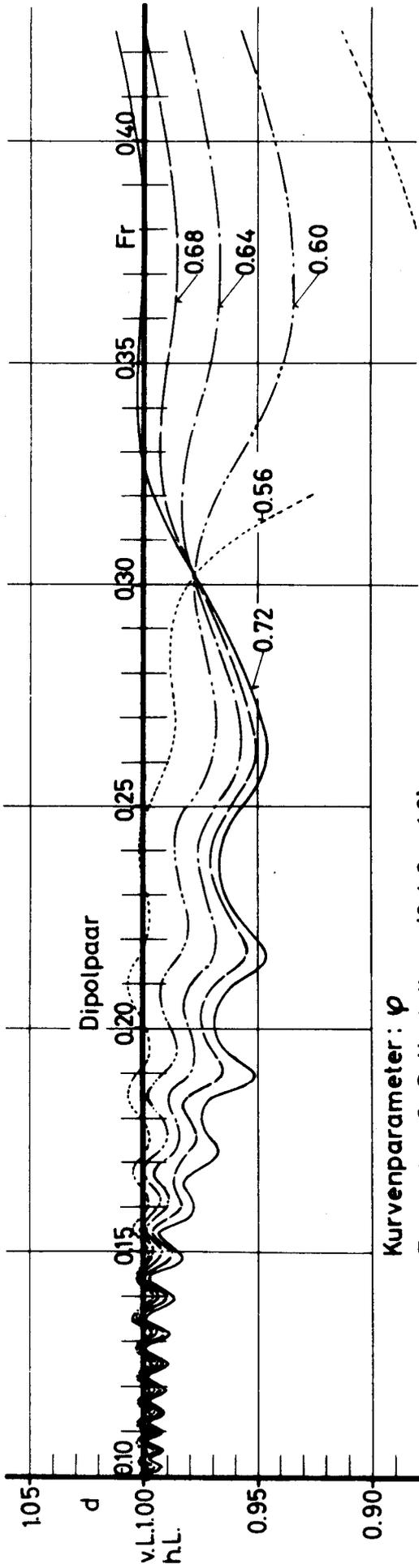


Das maximale Volumenverhältnis V_k/V_m einer G-S-Dipol-Kombination als Funktion der Froudeschen Zahl.

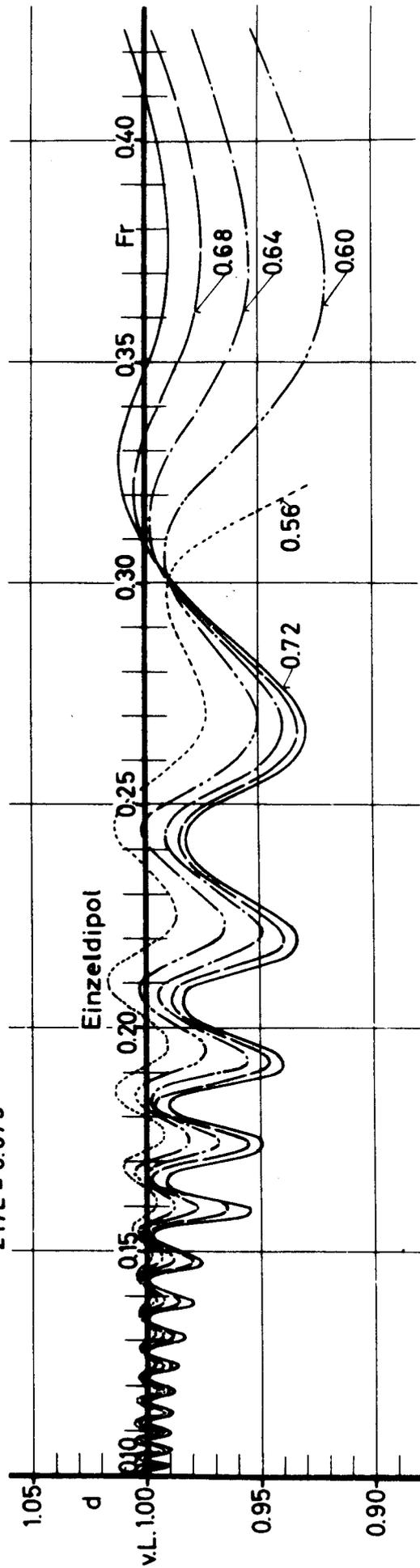
Diagr. 6a



Diagr.6b Das optimale Verhältnis des Wellenwiderstandes einer Q-S-Dipol-Kombination zum Wellenwiderstand der Q-S-Verteilung allein als Funktion der Froudeschen Zahl.

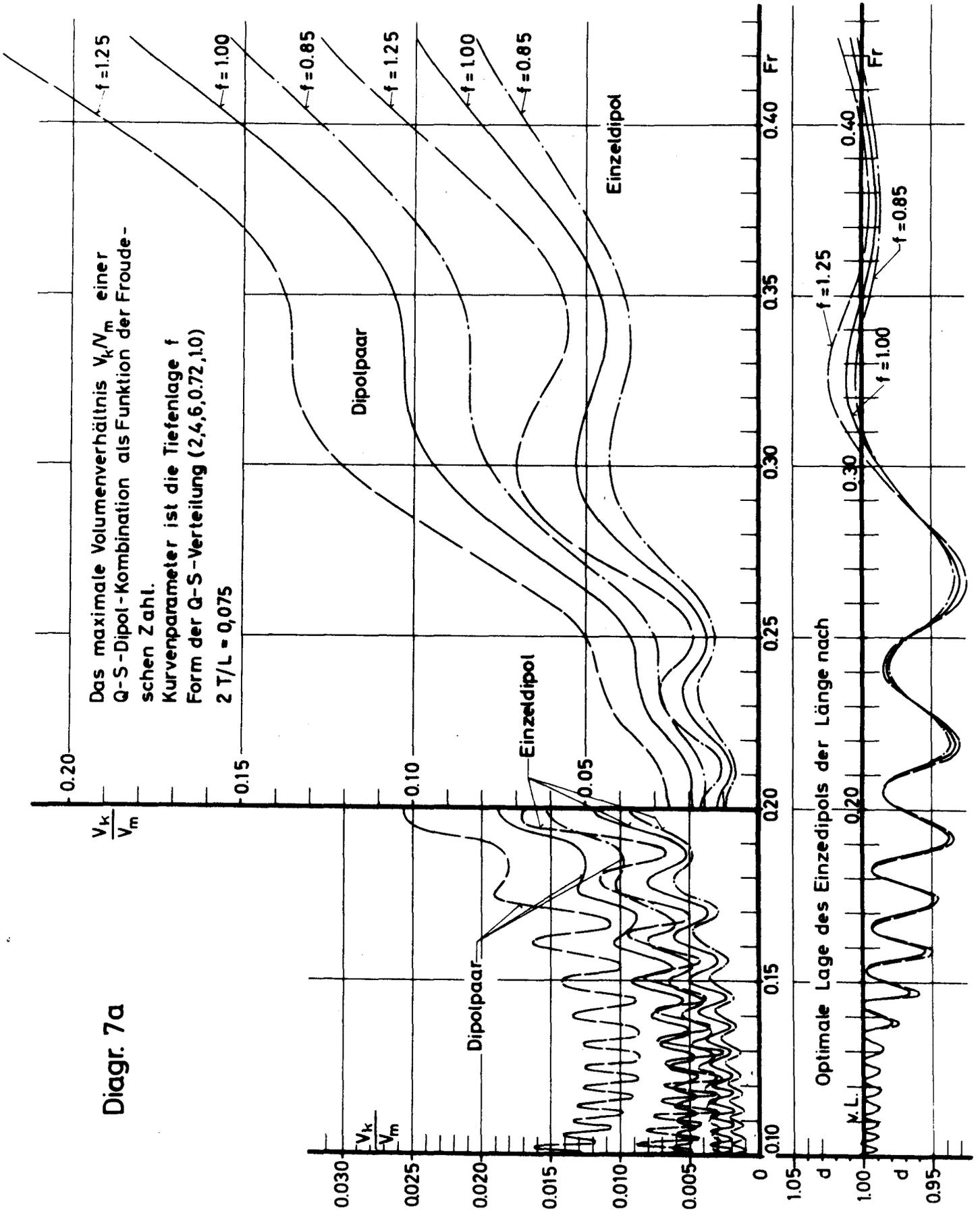


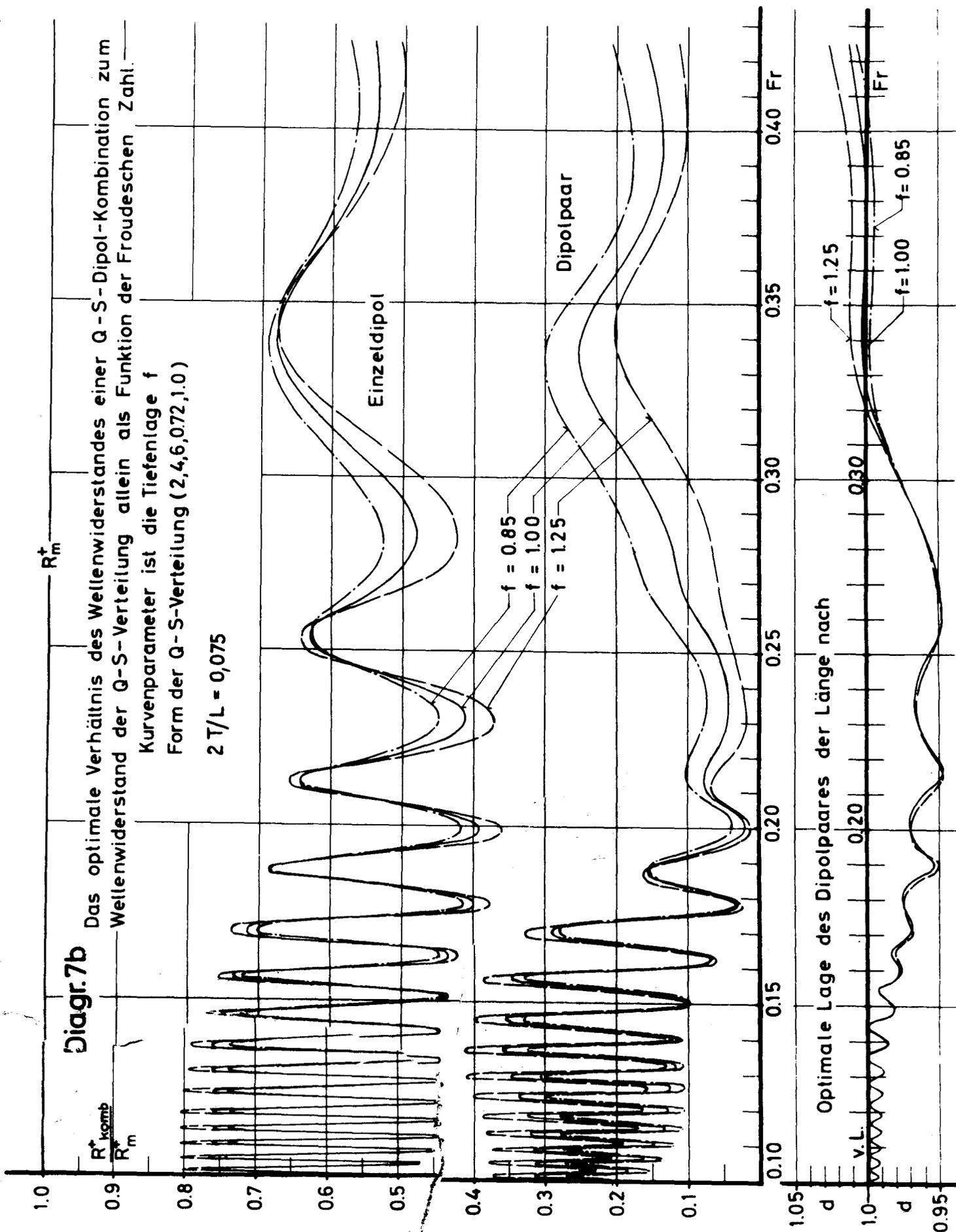
Kurvenparameter: φ
Form der Q-S-Verteilung (2,4,6,1.0)
Tiefenlage $f=1.00 \cdot T$
 $2T/L = 0.075$



Diagr.6c
Die optimale Lage der Wulstsingularitäten der Länge nach bezogen auf $L/2$.

Diagr. 7a

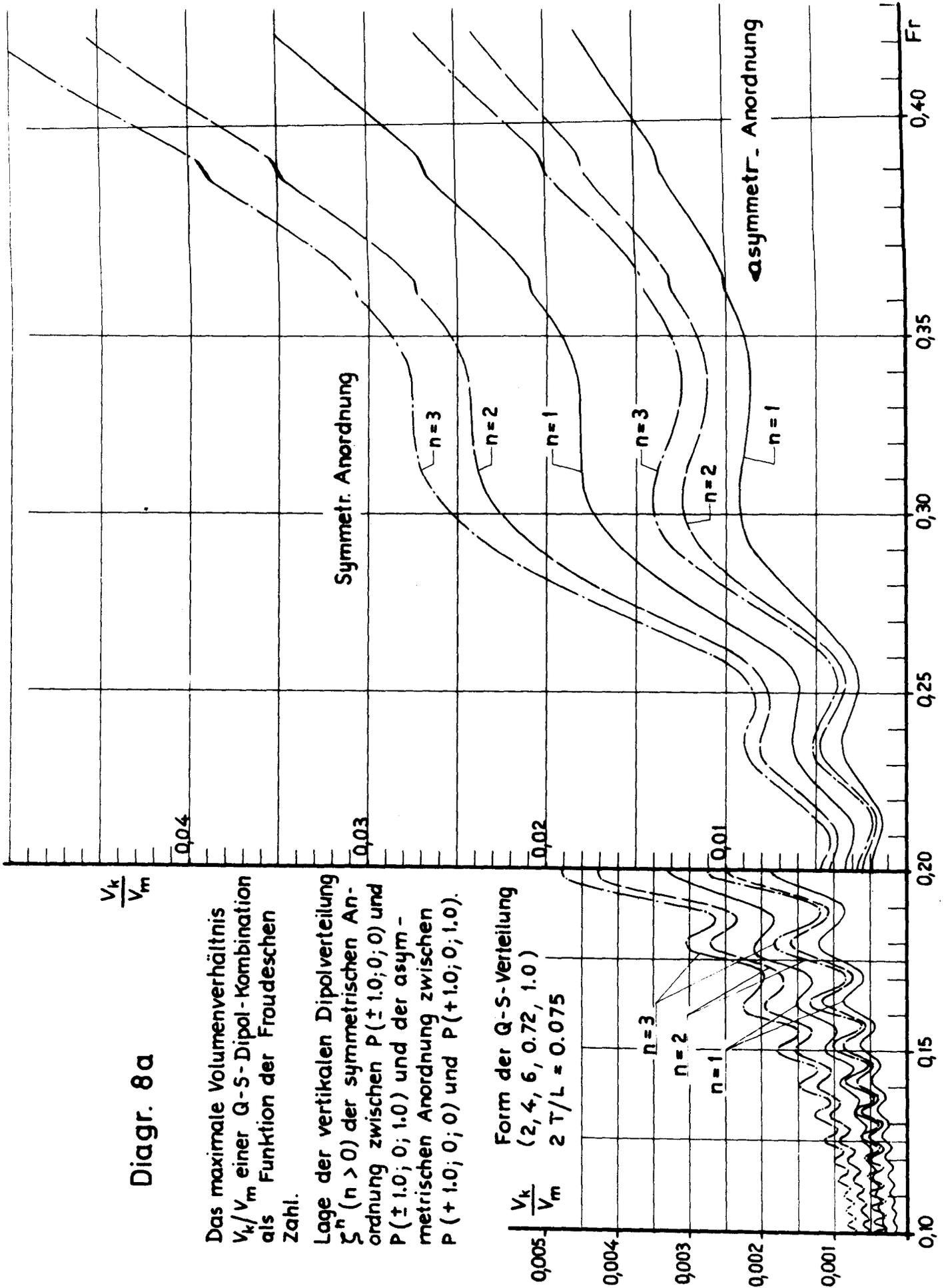


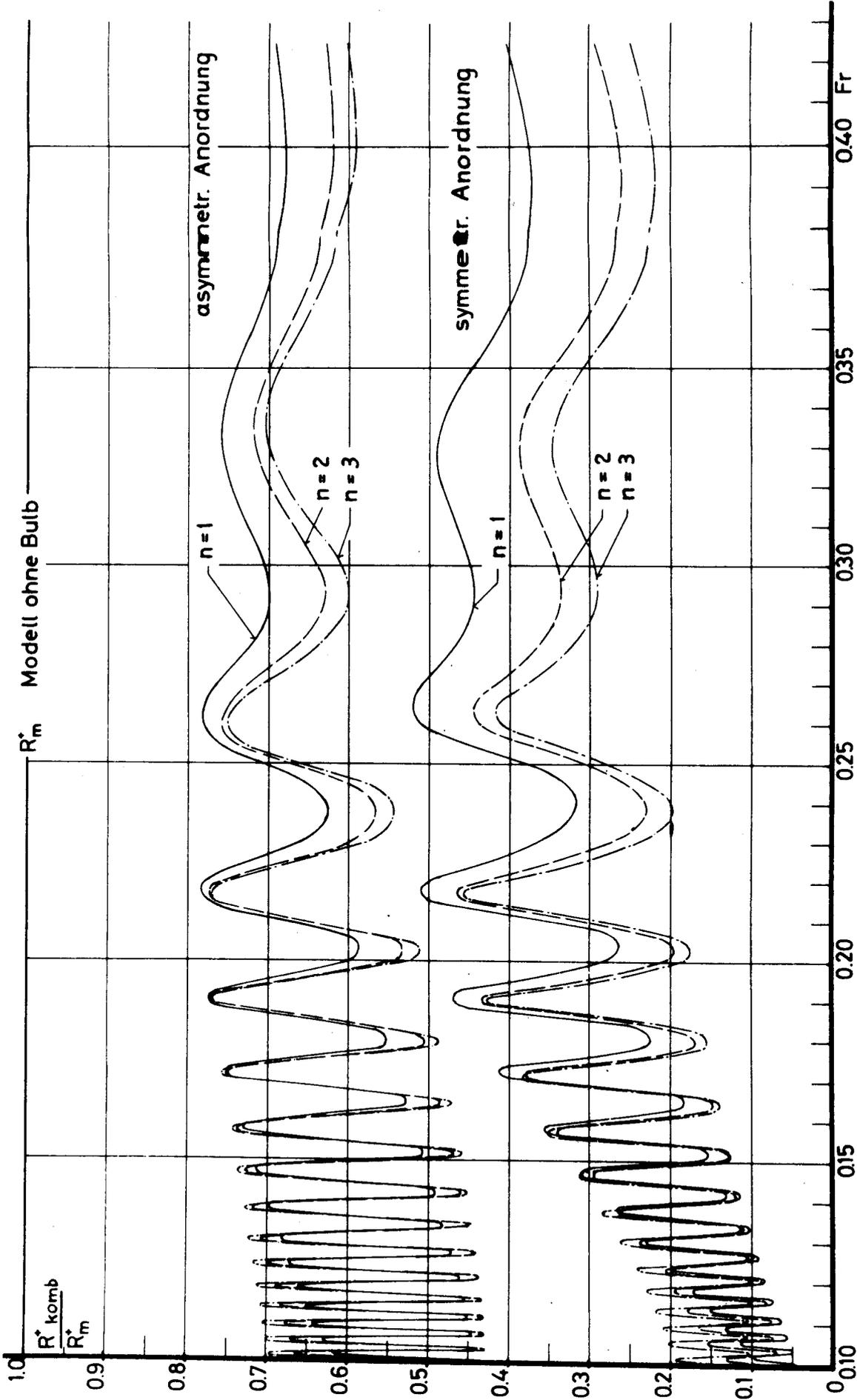


Diagr. 8a

Das maximale Volumenverhältnis V_k/V_m einer Q-S-Dipol-Kombination als Funktion der Froudeschen Zahl.

Lage der vertikalen Dipolverteilung Σ^n ($n > 0$) der symmetrischen Anordnung zwischen $P(\pm 1.0; 0; 0)$ und $P(\pm 1.0; 0; 1.0)$ und der asymmetrischen Anordnung zwischen $P(+1.0; 0; 0)$ und $P(+1.0; 0; 1.0)$.





Diagr. 8b

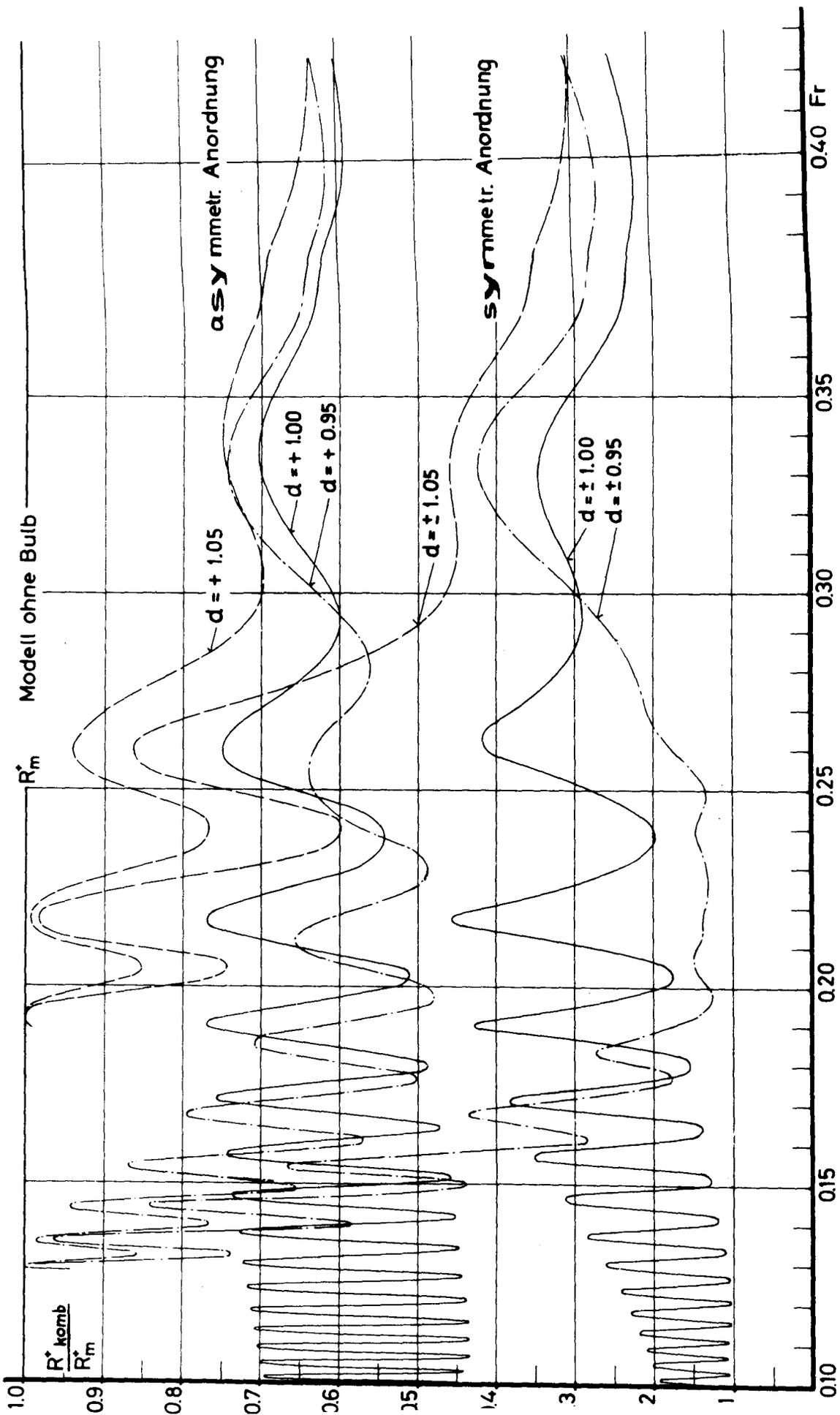
Das optimale Verhältnis der Wellenwiderstände einer Q-S-Dipol-Kombination

zum Wellenwiderstand der Q-S-Verteilung allein als Funktion der Froudeschen Zahl

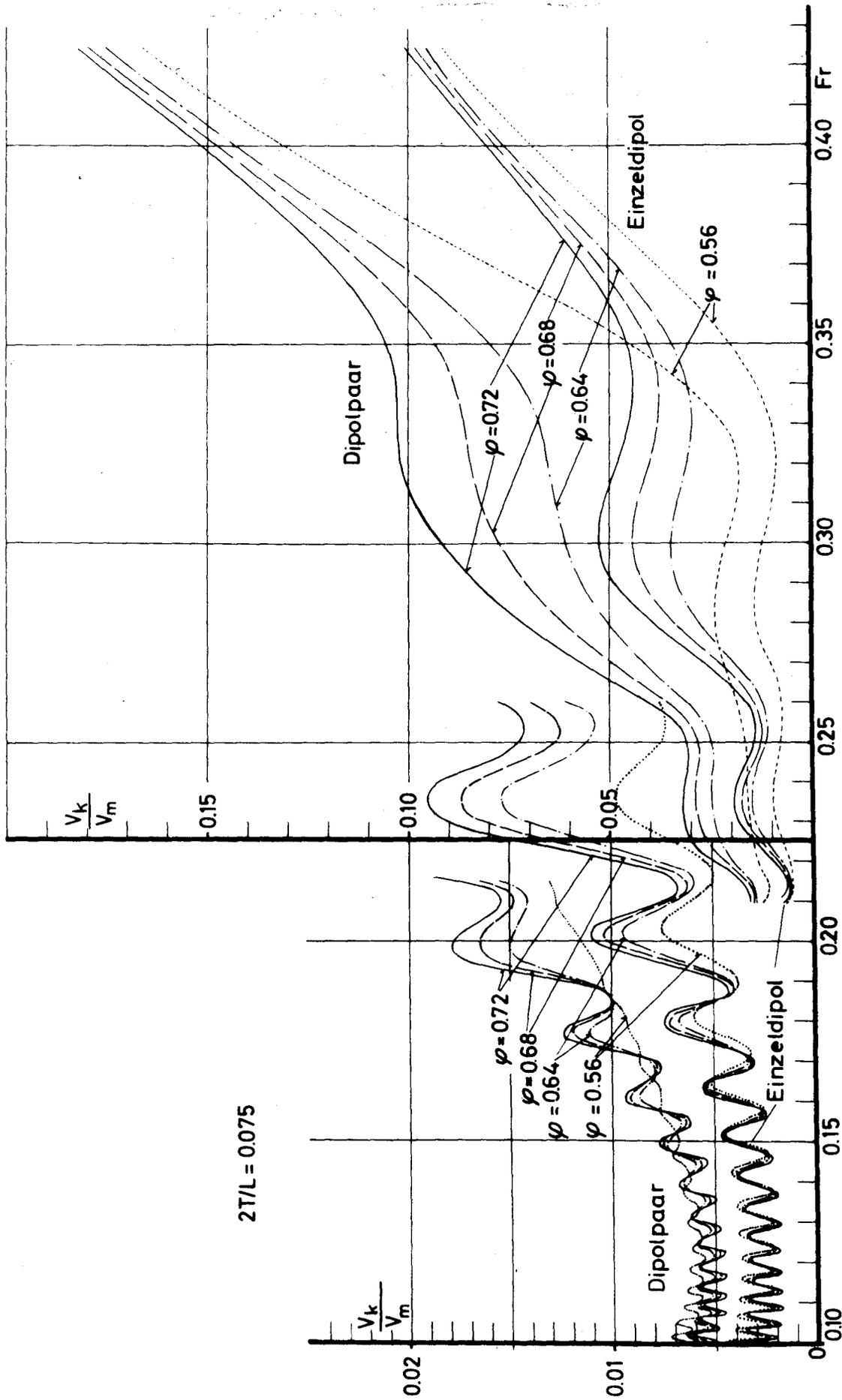
Lage der vertikalen Dipol-Verteilung ζ^n ($n > 0$) symmetr. Anordnung zwischen $P(\pm 1; 0; 0)$ und $P(\pm 1; 0; 0)$ asymmetr. Anordnung zwischen $P(+1, 0, 0)$ und $P(+1, 0, 0)$

Form der Q-S-Verteilung (2, 4, 6, 0.72, 1.0)

$2 T/L = 0.075$



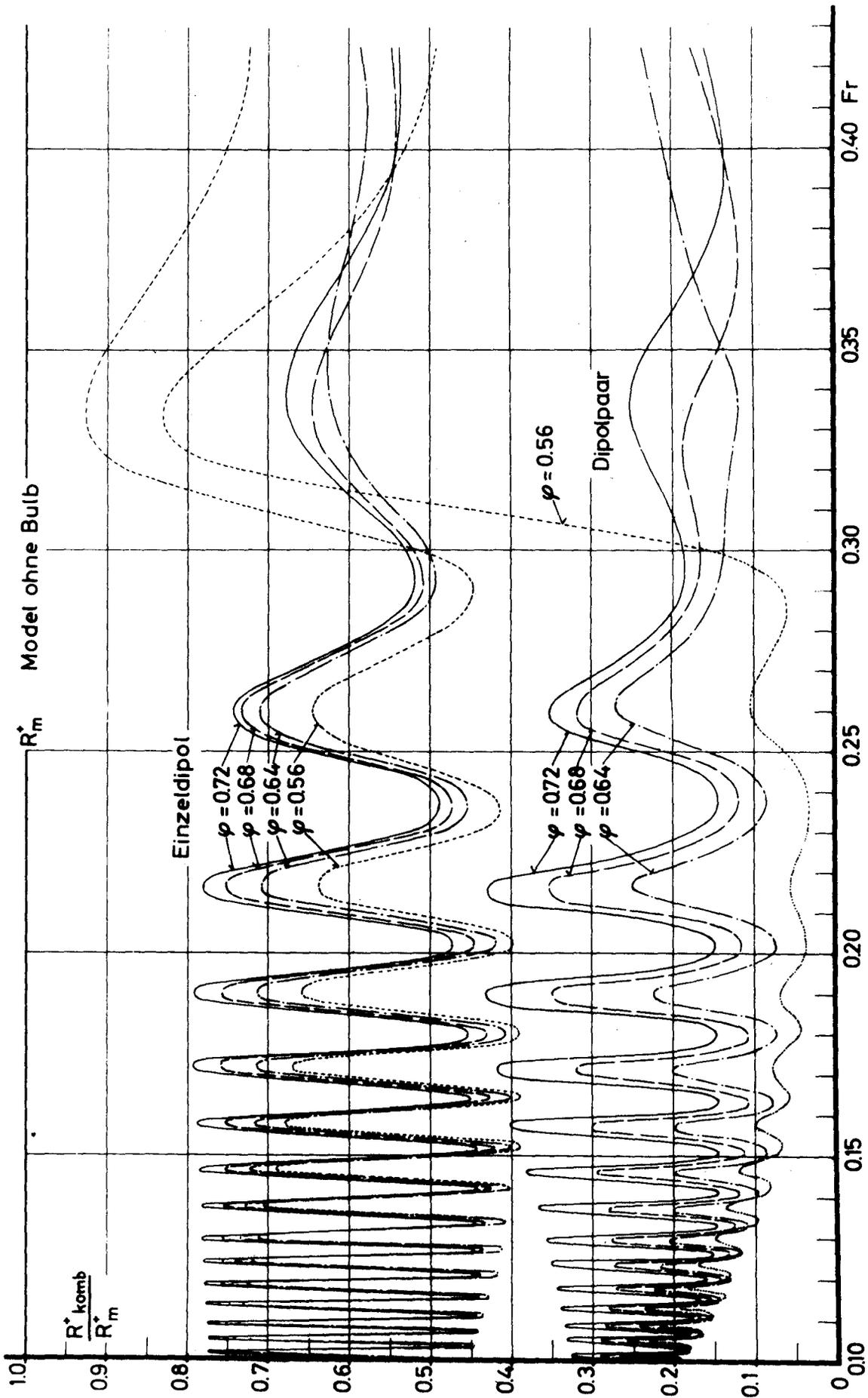
Diagr. 8c Das optimale Verhältnis des Wellenwiderstandes einer Q-S-Verteilung kombiniert mit einer vertikalen Dipol-Verteilung 3. Grades als Funktion der Froudeschen Zahl. Lage der vertikalen Dipol-Vert.: ξ^3 symmetr. Anordnung zwischen $P(\pm d; 0; 1.0)$ und $P(\pm d; 0; 1.0)$ asymmetr. Anordnung zwischen $P(+d; 0; 0)$ und $P(+d; 0; 1.0)$
 Form der Q-S-Verteilung (2,4,6,0,72,10)
 $2 T/L = 0.075$



Das maximale Volumenverhältnis V_k/V_m einer Q-S-Dipol-Kombination als Funktion der Froudeschen Zahl.

Diagr. 9a

Lage des Einzeldipols (+100,0,1,00)
 Lage des Dipolpaares ($\pm 100,0,1,00$)
 Form der Q-S-Verteilung (2,4,6, φ ,1,0)
 $2 T/L = 0.075$



Das optimale Verhältnis der Wellenwiderstände einer Q-S-Dipol-Kombination und einer Q-S-Verteilung als Funktion der Froudeschen Zahl.

Diagr. 9b

- Lage des Einzeldipols (+1,00,0,1,00)
- Lage des Dipolpaares (+100,0,1,00)
- Form der Q-S-Verteilung (2,4,6,φ,1,0)
- 2T/L = 0,075

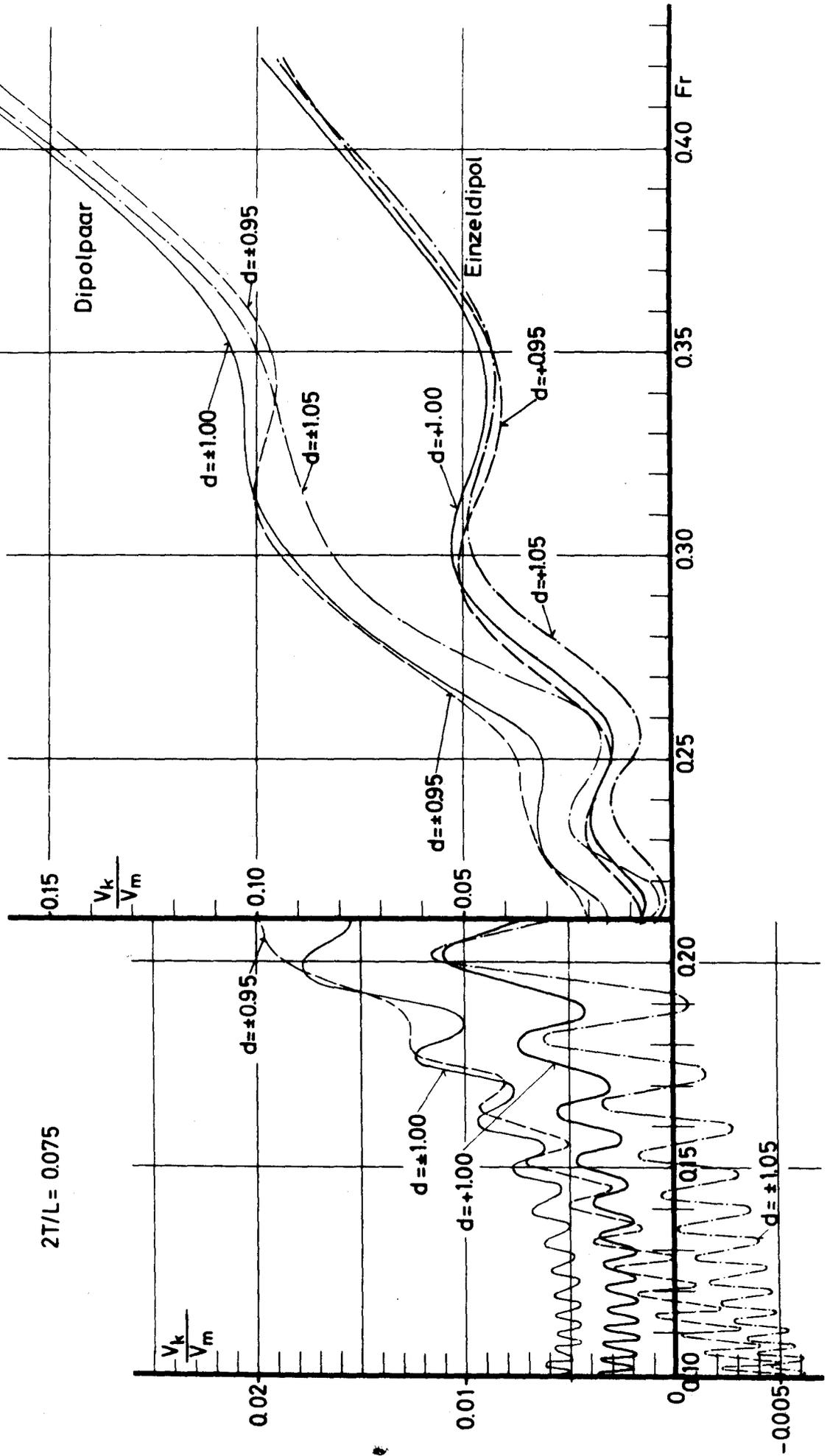
Diagr. 10a

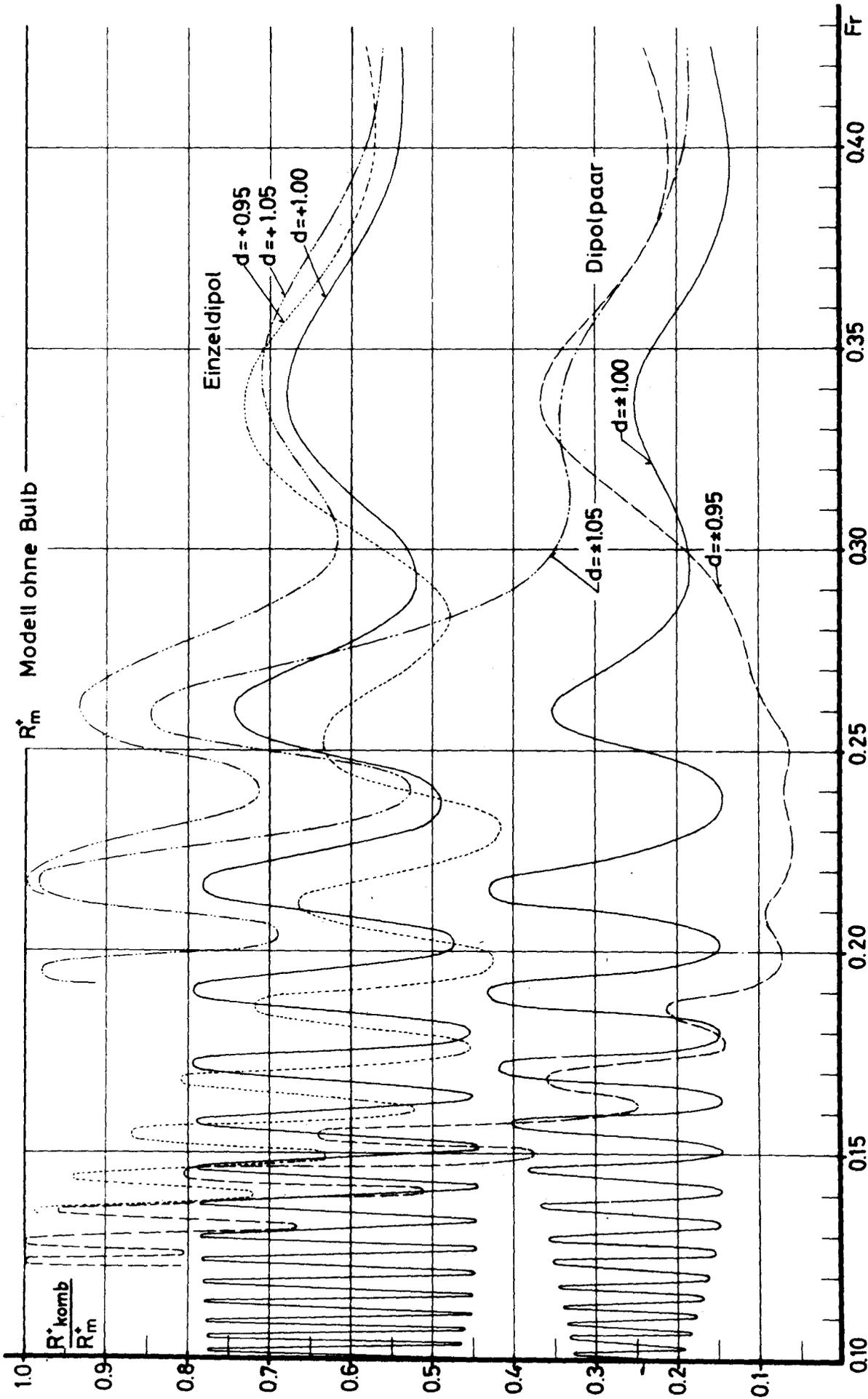
Das maximale Volumenverhältnis V_k/V_m einer Quell-Senken-Dipol-Kombination als Funktion der Froudeschen Zahl

Lage des Einzeldipols (+d,0,1,0)

Lage des Dipolpaares ($\pm d,0,1,0$)

Form der Q-S-Verteilung (2,4,6,0,72,1,0)

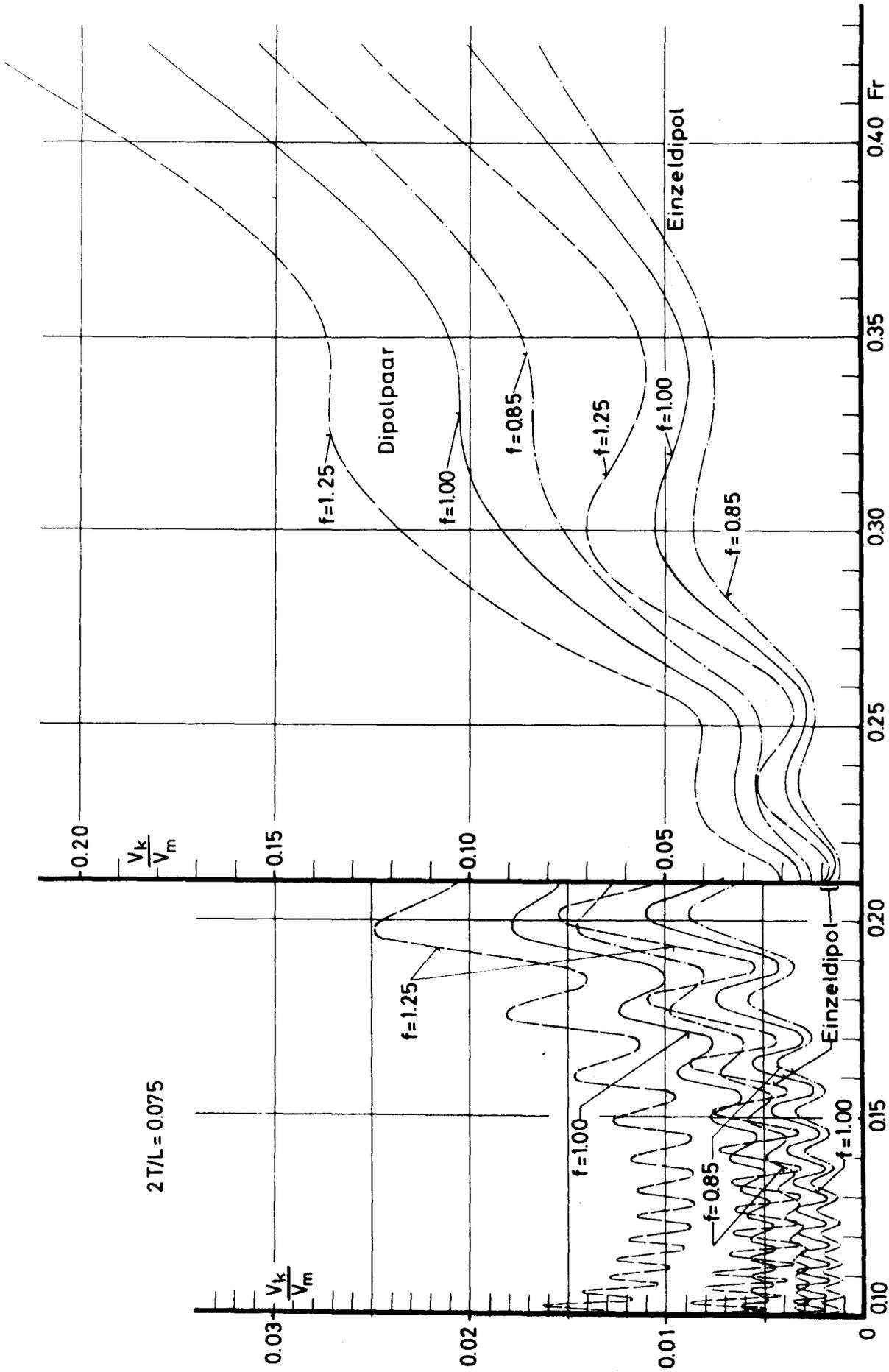




Das optimale Verhältnis des Wellenwiderstandes einer Quell-Senken-Dipol-Kombination zum Wellenwiderstand der Q-S-Verteilung allein als Funktion der Froudeschen Zahl.

Diagr.10b

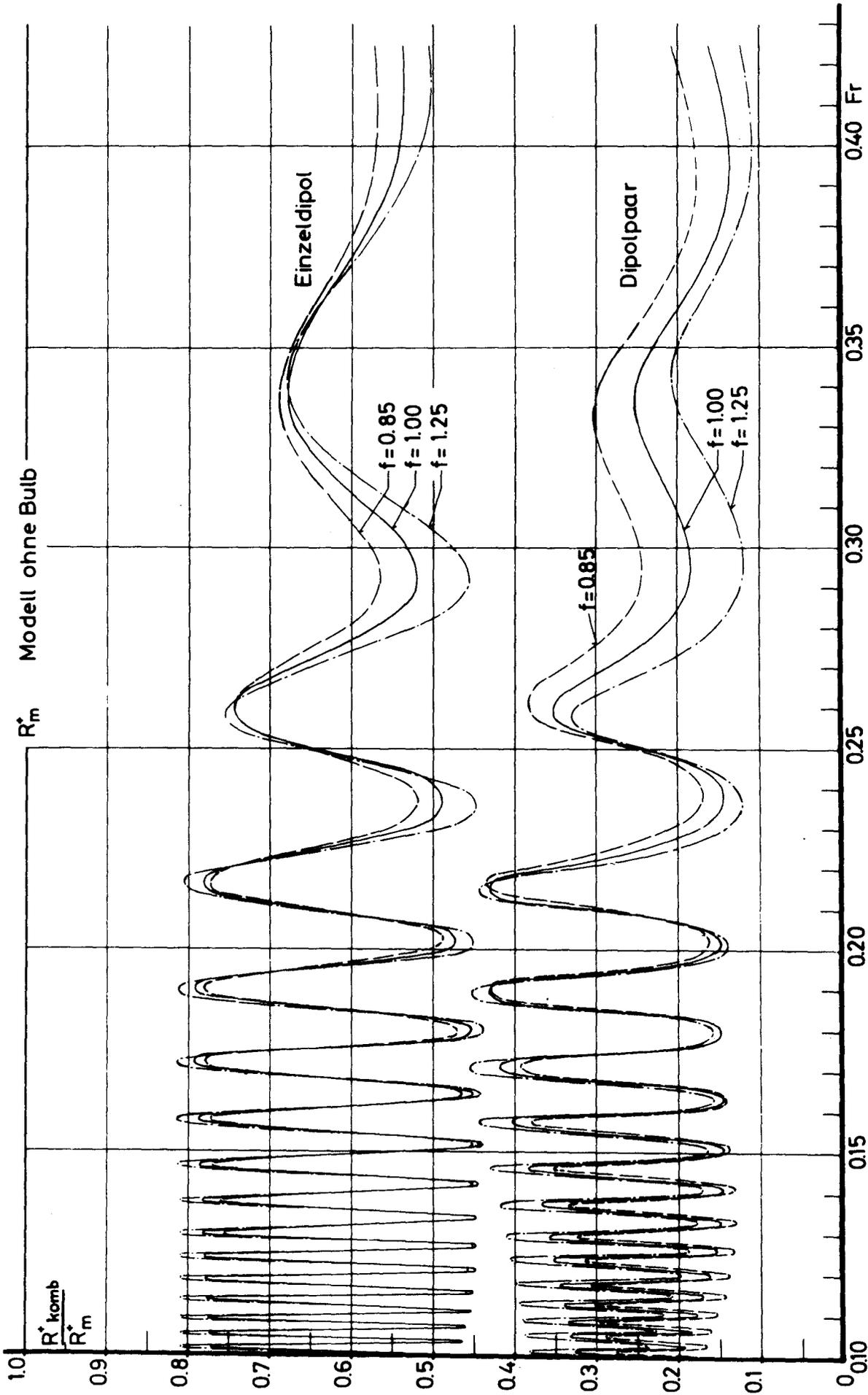
Lage des Einzeldipols (+d,0,1,0)
 Lage des Dipolpaares ($\pm d,0,1,0$)
 Form der Q-S-Verteilung (2,4,6,0.72,1,0)
 $2T/L = 0.075$



Das maximale Volumenverhältnis V_k/V_m einer Quell-Senken - Dipol-Kombination als Funktion der Froudeschen Zahl.

Diagr.11a

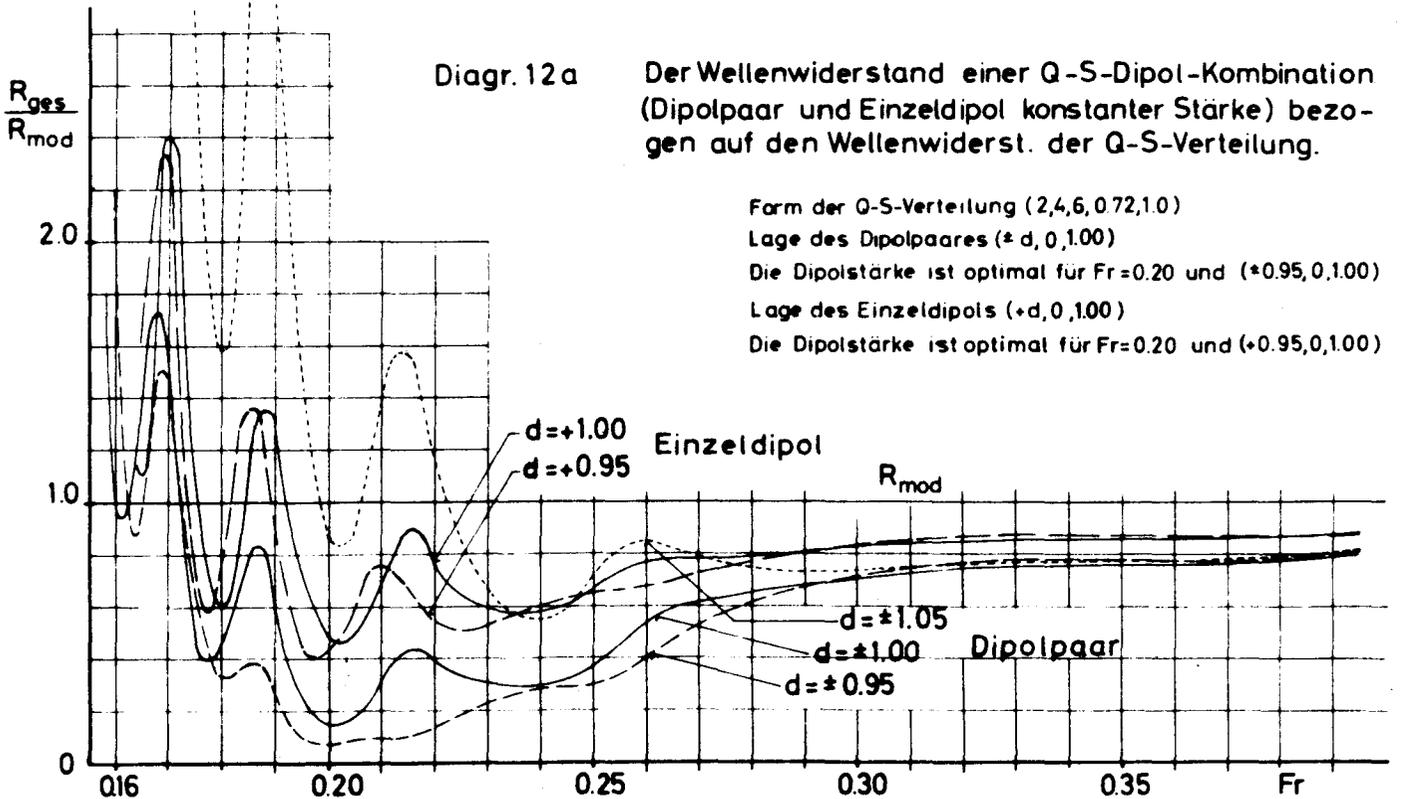
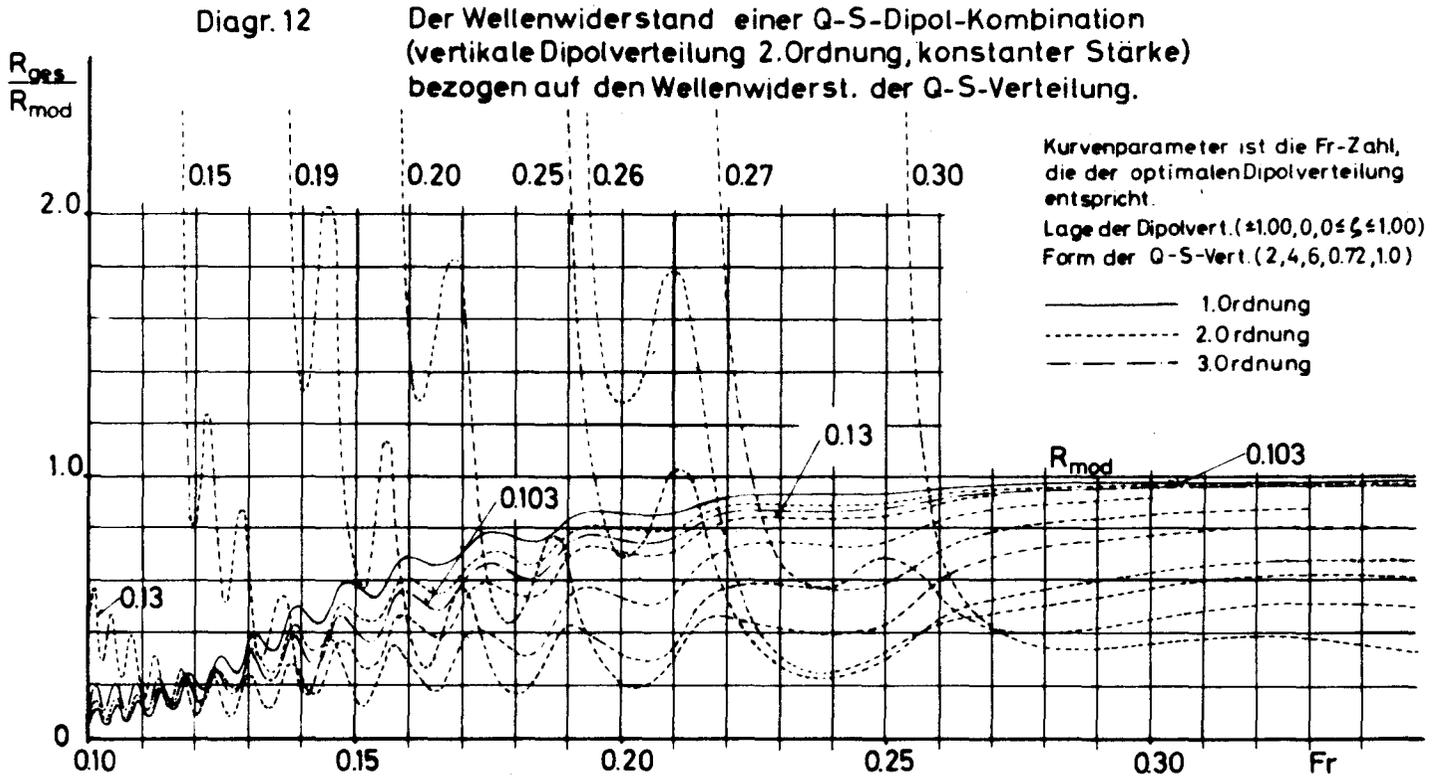
Lage des Einzeldipols ($\pm 1.00, 0, f$)
 Lage des Dipolpaares ($\pm 1.00, 0, f$)
 Form der Q-S-Verteilung (2,4,6,0,72,1,0)
 $2 T/L = 0.075$

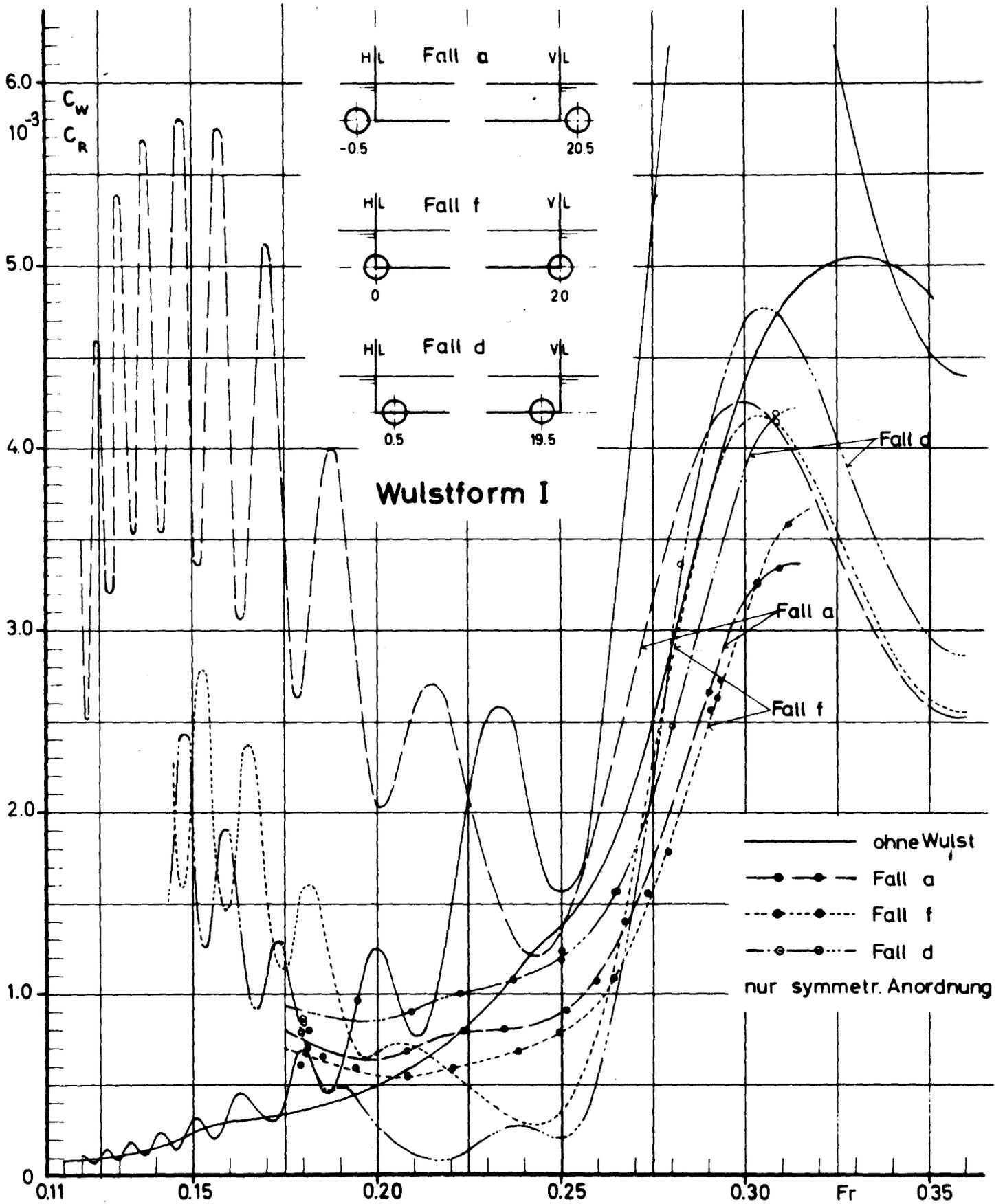


Das optimale Verhältnis der Wellenwiderstände einer Q-S-Dipol-Kombination und einer Q-S-Verteilung als Funktion der Froudeschen Zahl.

Diagr. 11b

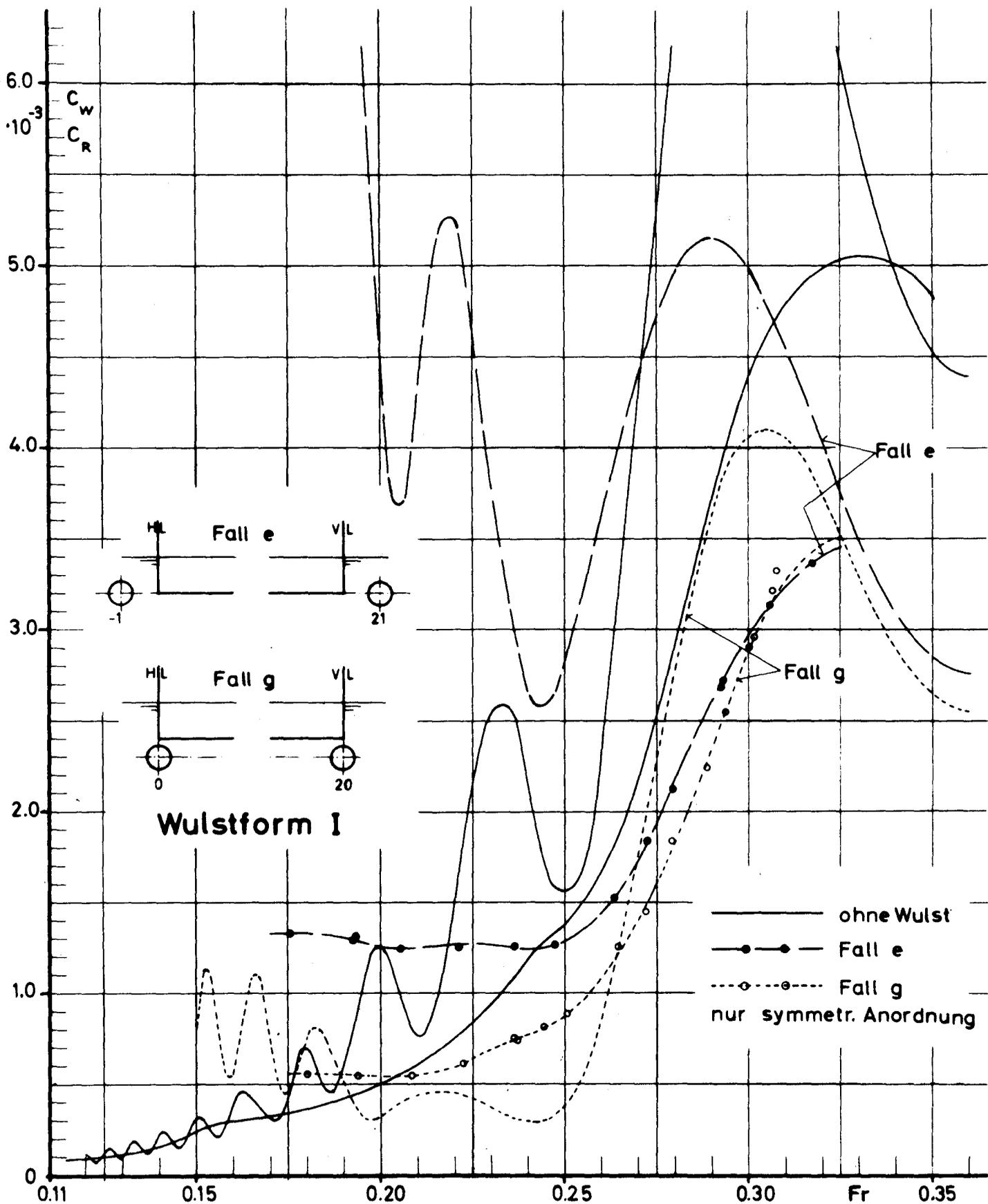
Lage des Einzeldipols (+100,0,f)
 Lage des Dipolpaares ($\pm 100,0,f$)
 Form der Q-S-Verteilung (2,4,6,0,72,1,0)
 $2T/L = 0.075$





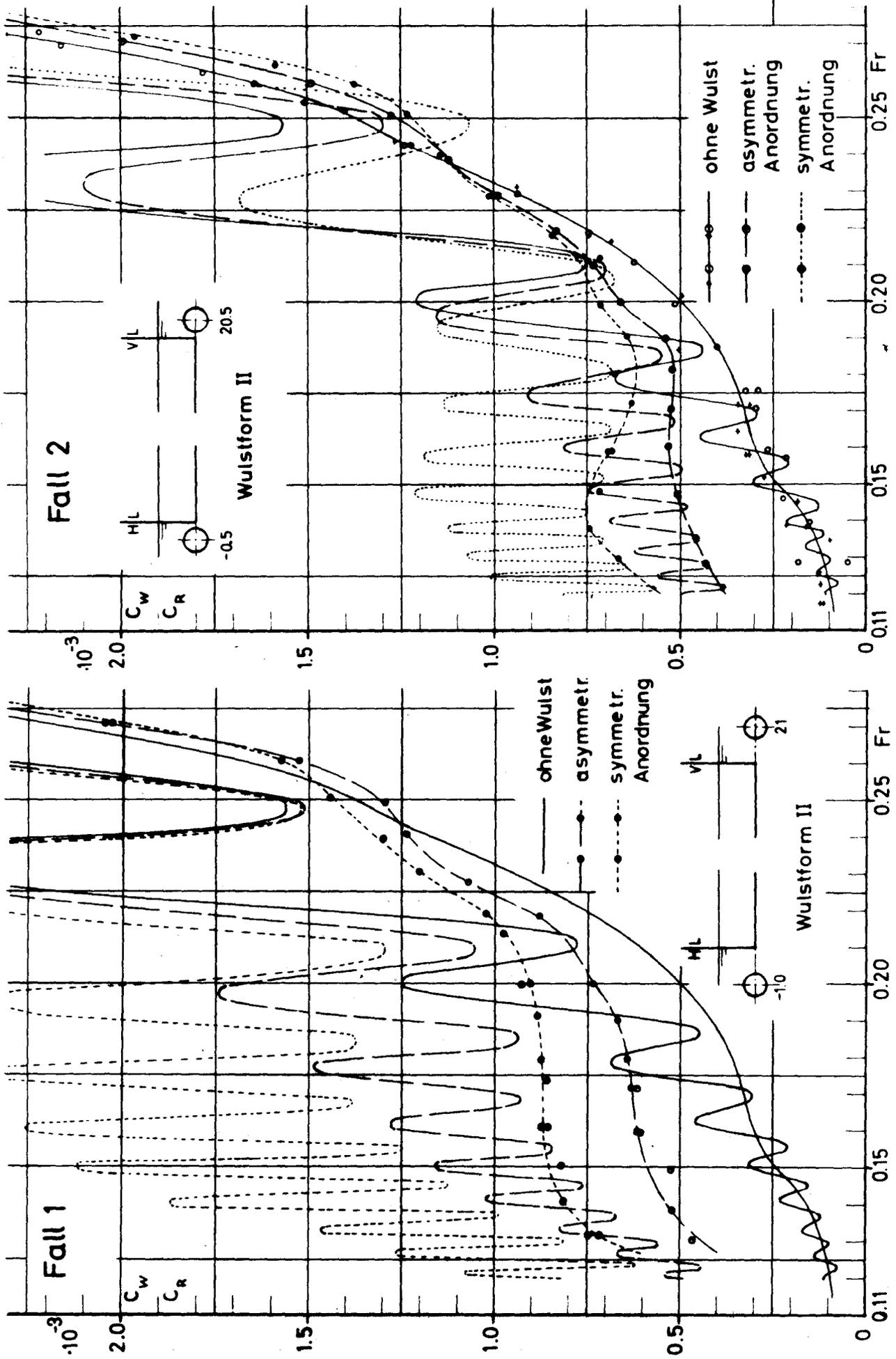
Diagr.13a Vergleich der theoretischen und experimentellen Resultate

(Auswertung nach Schoenherr, Form faktor $n = 0.205$)



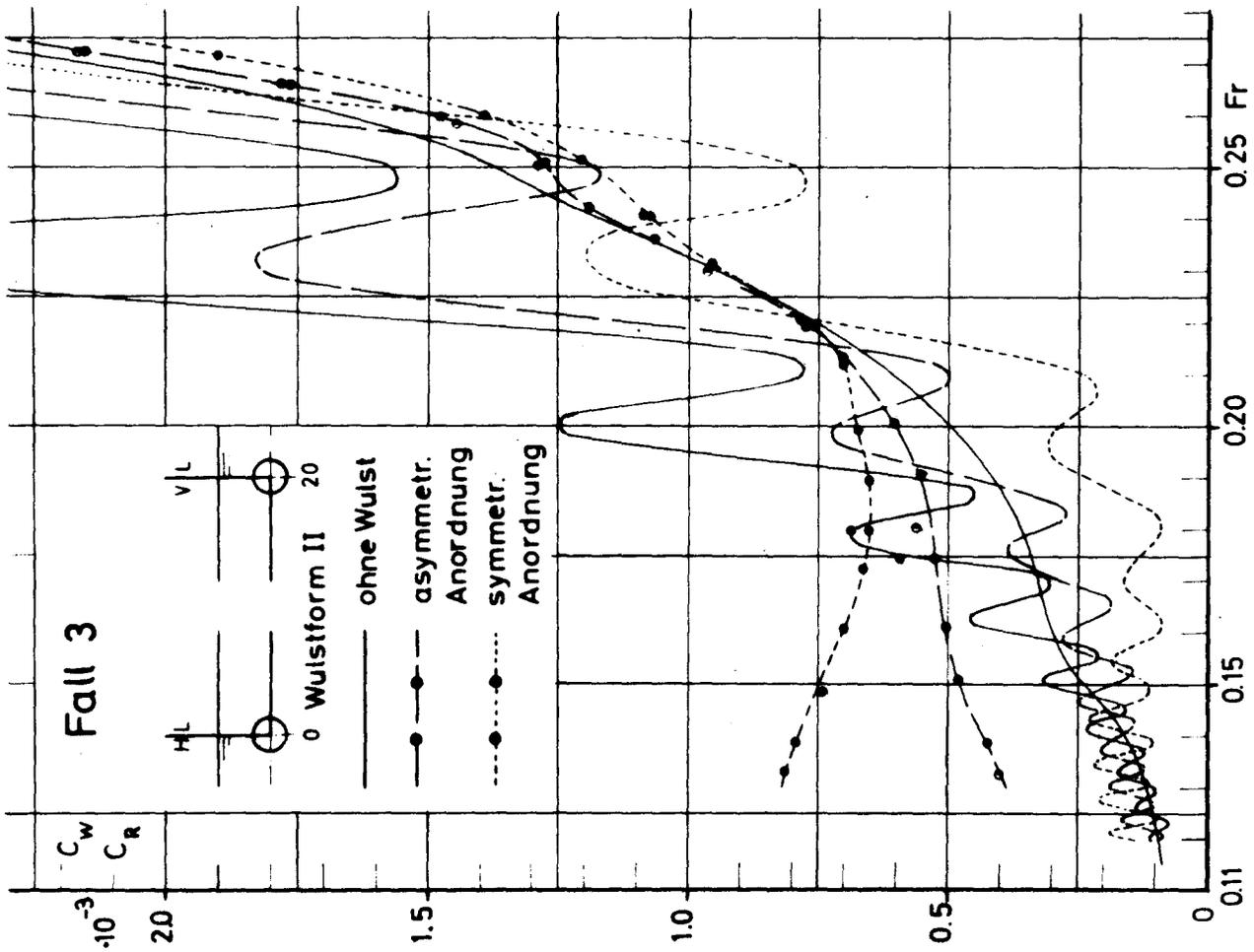
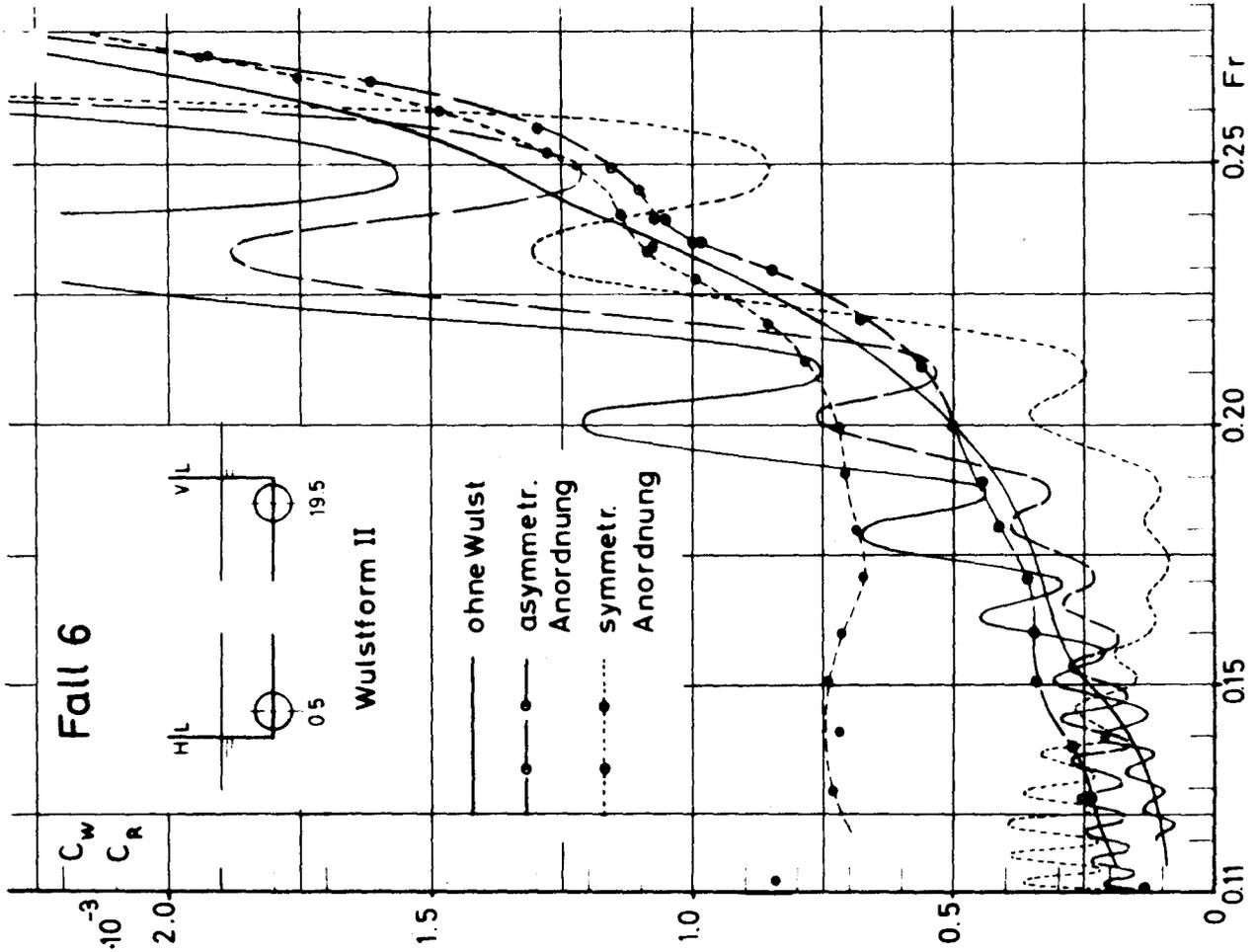
Diagr.13b Vergleich der theoretischen und experimentellen Resultate

(Auswertung nach Schoenherr, Formfaktor $n = 0.205$)



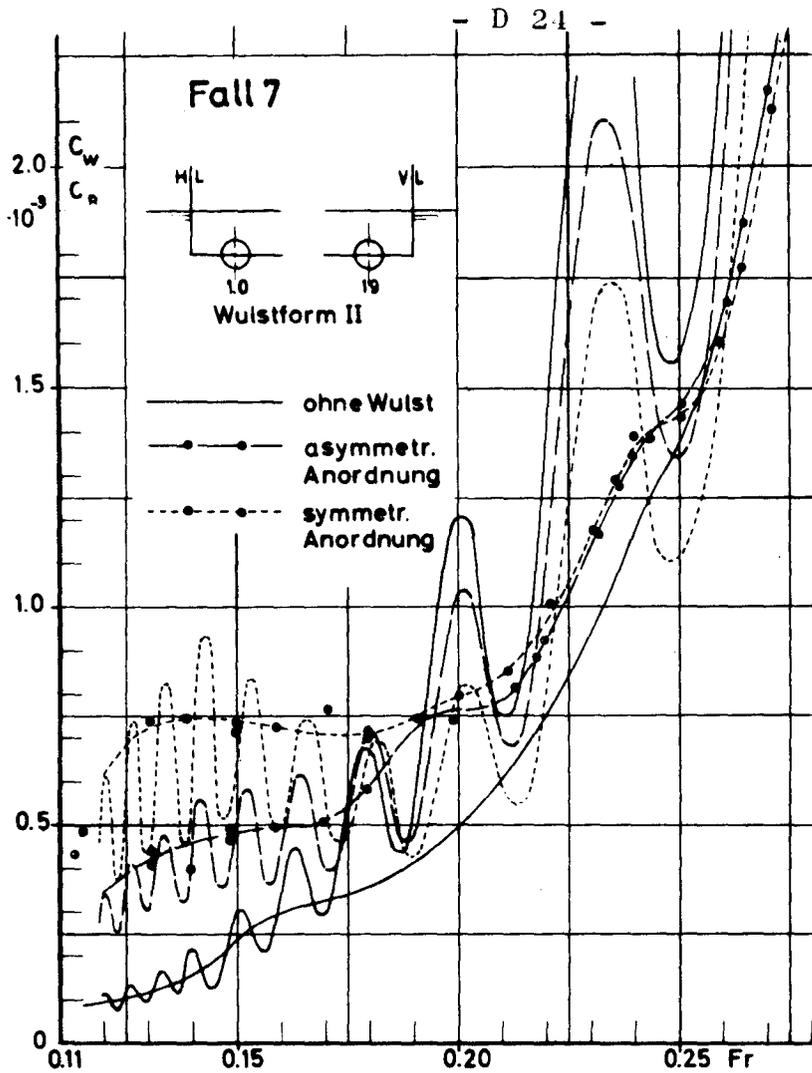
Diagr.14a Vergleich der theoretischen und experimentellen Resultate

Diagr.14b Vergleich der theoretischen und experimentellen Resultate



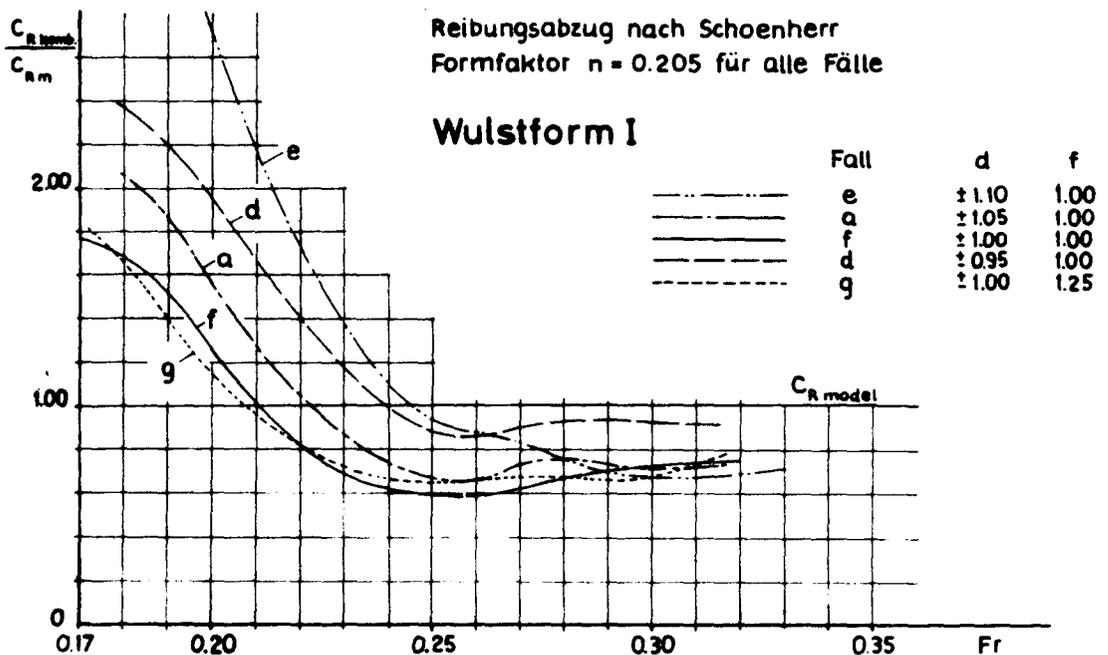
Diagr.14d Vergleich der theoretischen und experimentellen Resultate

Diagr.14c Vergleich der theoretischen und experimentellen Resultate



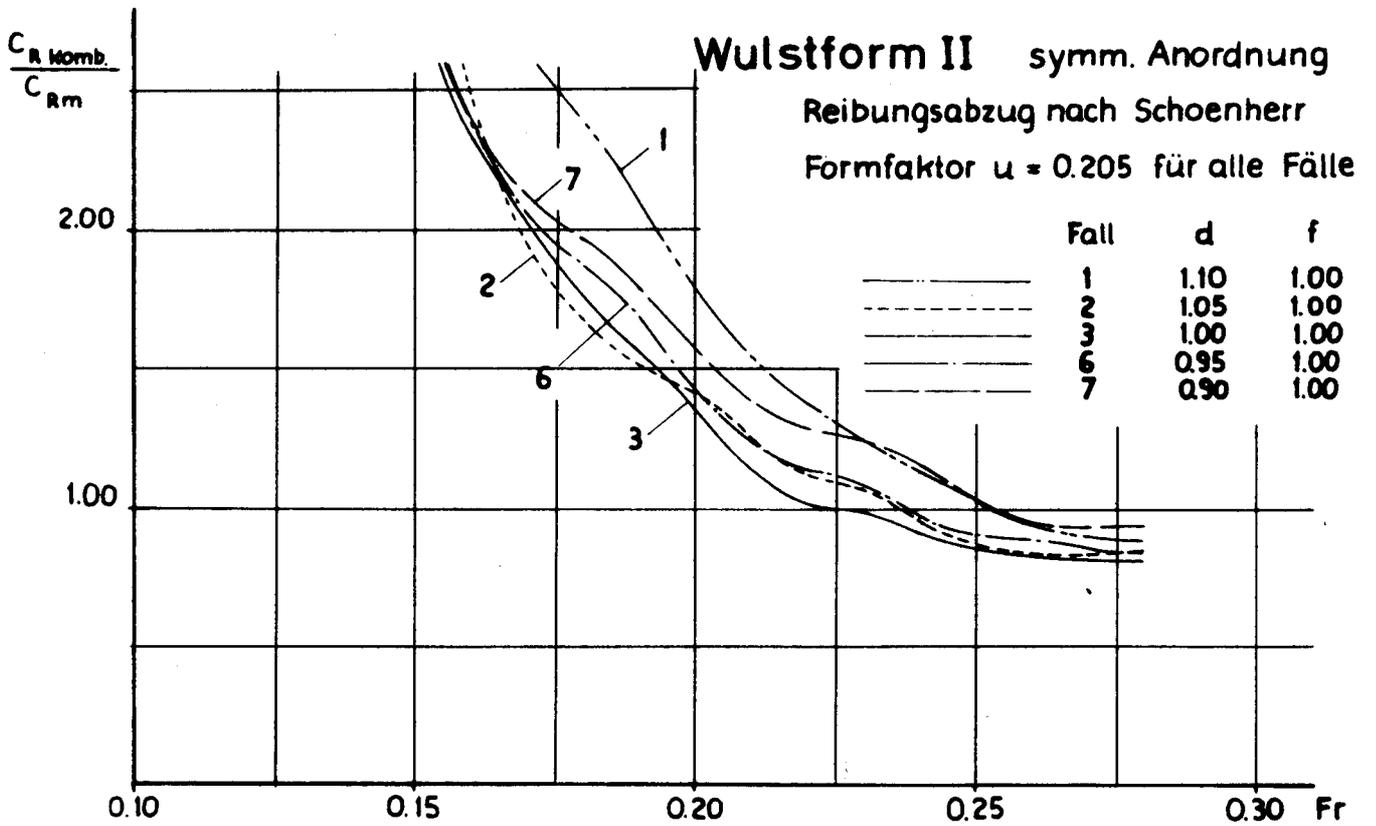
Diagr.14e Vergleich der theoretischen und experimentellen Resultate

(Auswertung nach Schoenherr, Formfaktor $n = 0.205$)



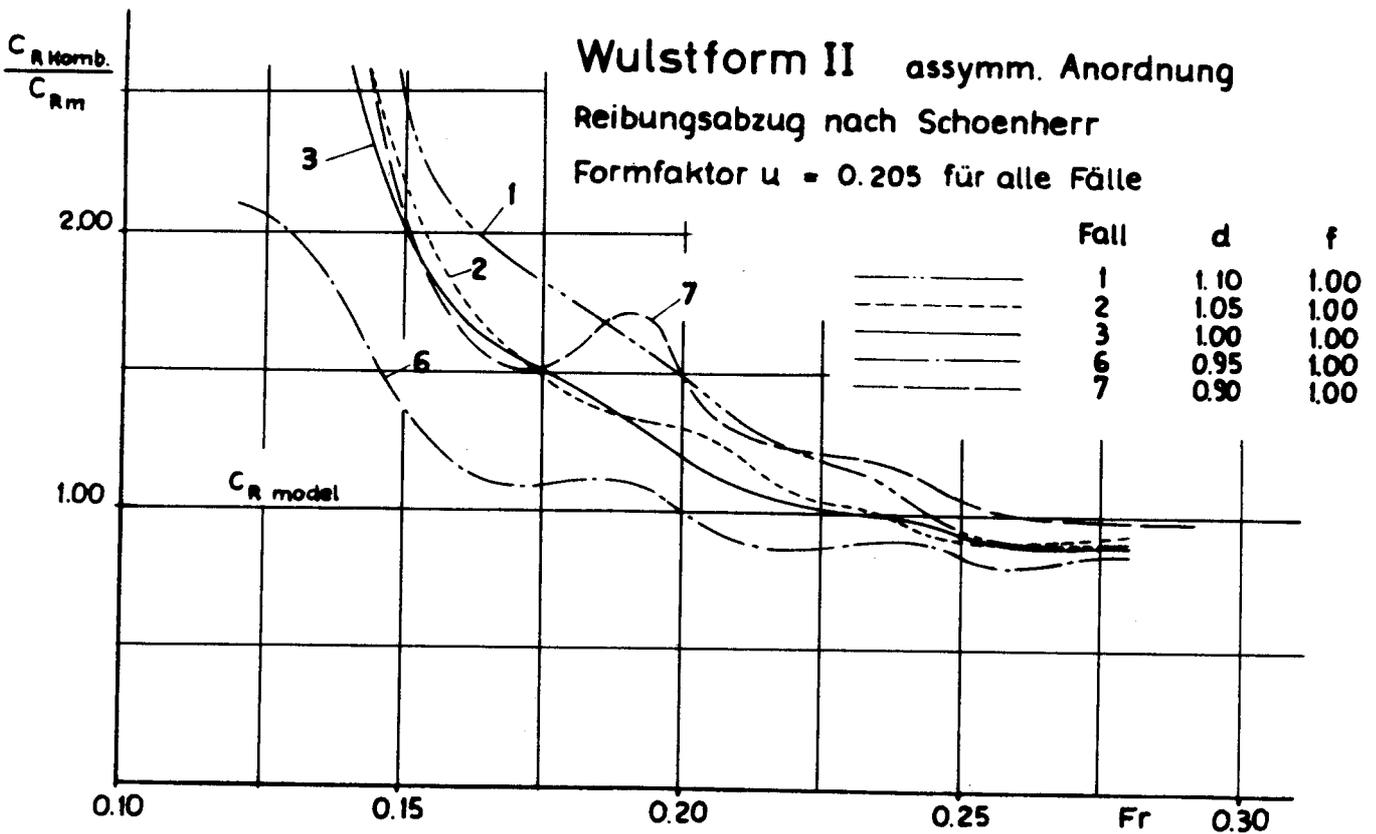
Diagr. 15

Das Verhältnis der C_R -Beiwerte der Modell-Wulst-Kombination und des Grundmodells



Diagr. 16 a

Das Verhältnis der C_R - Beiwerte der Modell - Wulst - Kombinationen und des Grundmodells



Diagr. 16 b

Das Verhältnis der C_R - Beiwerte der Modell - Wulst - Kombinationen und des Grundmodells

MIJ-FUNKTIONEN FUER KLEINE FROUESCHE ZAHLEN

M00=+1.0434238\$-3 M01=+3.3377100\$-4 M02=+3.3495360\$-4 M03=+3.3677782\$-4
 M05=+3.3899844\$-4 M07=+3.4041439\$-4 M09=+3.4101947\$-4 M11=+5.4506235\$-4
 M12=+5.4460884\$-4 M13=+5.4345344\$-4 M15=+5.4041242\$-4 M17=+5.3597480\$-4
 M19=+5.3019939\$-4 M22=+5.4426711\$-4 M23=+5.4322646\$-4 M25=+5.4041182\$-4
 M27=+5.3619868\$-4 M29=+5.3064411\$-4 M33=+5.4230595\$-4 M35=+5.3972811\$-4
 M37=+5.3575180\$-4 M39=+5.3043224\$-4 M55=+5.3761924\$-4 M57=+5.3411398\$-4
 M59=+5.2926381\$-4 M77=+5.3108573\$-4 M79=+5.2671469\$-4 M99=+5.2282859\$-4

MID-INTERFERENZFUNKTIONEN MIT EINER VERIKALEN DIPOLVERTEILUNG
SYMMETRISCHE ANORDNUNGLAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

MOV=+2.0794685\$-1 M1V=+2.7366603\$-1 M2V=+2.7436788\$-1 M3V=+2.7477406\$-1
 M5V=+2.7512688\$-1 M7V=+2.7472306\$-1 M9V=+2.7357401\$-1 MDV=+1.8654023\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

MOV=+7.7560911\$-2 M1V=+1.0673990\$-1 M2V=+1.0709173\$-1 M3V=+1.0732085\$-1
 M5V=+1.0760019\$-1 M7V=+1.0757684\$-1 M9V=+1.0725499\$-1 MDV=+2.6150332\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

MOV=+3.9945727\$-2 M1V=+5.6859110\$-2 M2V=+5.7067169\$-2 M3V=+5.7206992\$-2
 M5V=+5.7391468\$-2 M7V=+5.7411855\$-2 M9V=+5.7270331\$-2 MDV=+7.4825173

LAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

MOV=-2.1324555\$-1 M1V=-3.4235300\$-1 M2V=-3.4200073\$-1 M3V=-3.4121528\$-1
 M5V=-3.3918626\$-1 M7V=-3.3628903\$-1 M9V=-3.3256103\$-1 MDV=+2.1532260\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

MOV=-7.2419979\$-2 M1V=-1.2873016\$-1 M2V=-1.2858801\$-1 M3V=-1.2826579\$-1
 M5V=-1.2744768\$-1 M7V=-1.2628531\$-1 M9V=-1.2479401\$-1 MDV=+3.1520759\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

MOV=-3.5822715\$-2 M1V=-6.8093568\$-2 M2V=-6.8015919\$-2 M3V=-6.7837856\$-2
 M5V=-6.7390405\$-2 M7V=-6.6756441\$-2 M9V=-6.5944408\$-2 MDV=+9.2230752

LAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

MOV=+1.4521521\$-1 M1V=+2.8476886\$-1 M2V=+2.8346609\$-1 M3V=+2.8174673\$-1
 M5V=+2.7797113\$-1 M7V=+2.7348252\$-1 M9V=+2.6833298\$-1 MDV=+2.0004102\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

MOV=+5.0936676\$-2 M1V=+1.1134709\$-1 M2V=+1.1075161\$-1 M3V=+1.0998224\$-1
 M5V=+1.0831689\$-1 M7V=+1.0636809\$-1 M9V=+1.0415763\$-1 MDV=+2.8579871\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

MOV=+2.4976460\$-2 M1V=+5.9429548\$-2 M2V=+5.9088323\$-2 M3V=+5.8650112\$-2
 M5V=+5.7707909\$-2 M7V=+5.6612438\$-2 M9V=+5.5375778\$-2 MDV=+8.2495398

ASYMMETRISCHE ANORDNUNG

MD(1.ORD)=+3.6956414\$+2 MD(2.ORD)=+5.1508200\$+1 MD(3.ORD)=+1.4677127\$+1

TABELLE 1 A

FR = 0.100 2T/L = 0.075

(DIE ZAHLEN HINTER DEM \$-ZEICHEN GEBEN DIE ZEHNERPOTENZ AN.)

MID-INTERFERENZFUNKTIONEN EINES DISKRETEN DIPOLS
SYMMETRISCHE ANORDNUNG

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 0.85 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=-8.2397382\$-2 M1D=-6.7875243\$-2 M2D=-6.9011846\$-2 M3D=-7.0121470\$-2
M5D=-7.2163774\$-2 M7D=-7.3985508\$-2 M9D=-7.5573932\$-2 MDD=+2.8982784\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=+8.6709340\$-2 M1D=+1.3247377\$-1 M2D=+1.3301762\$-1 M3D=+1.3338937\$-1
M5D=+1.3391277\$-1 M7D=+1.3404211\$-1 M9D=+1.3378253\$-1 MDD=+4.3291643\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-7.3745777\$-2 M1D=-1.5928976\$-1 M2D=-1.5910063\$-1 M3D=-1.5865681\$-1
M5D=-1.5756080\$-1 M7D=-1.5601468\$-1 M9D=-1.5403935\$-1 MDD=+5.5213092\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=+4.8492263\$-2 M1D=+1.3901112\$-1 M2D=+1.3814344\$-1 M3D=+1.3703037\$-1
M5D=+1.3465863\$-1 M7D=+1.3191954\$-1 M9D=+1.2884305\$-1 MDD=+4.8270024\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-1.8460616\$-2 M1D=-7.8754383\$-2 M2D=-7.7441192\$-2 M3D=-7.5978269\$-2
M5D=-7.3001473\$-2 M7D=-6.9851374\$-2 M9D=-6.6558067\$-2 MDD=+3.3022530\$+1

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 1.00 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=-4.2591873\$-2 M1D=-3.4989977\$-2 M2D=-3.5604055\$-2 M3D=-3.6203836\$-2
M5D=-3.7310558\$-2 M7D=-3.8301139\$-2 M9D=-3.9168656\$-2 MDD=+8.1536926

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=+4.4194872\$-2 M1D=+7.0787067\$-2 M2D=+7.1081615\$-2 M3D=+7.1280112\$-2
M5D=+7.1561049\$-2 M7D=+7.1628940\$-2 M9D=+7.1486666\$-2 MDD=+1.2824472\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-3.6717574\$-2 M1D=-8.5655478\$-2 M2D=-8.5553011\$-2 M3D=-8.5308222\$-2
M5D=-8.4709224\$-2 M7D=-8.3865606\$-2 M9D=-8.2788832\$-2 MDD=+1.6649050\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=+2.2996689\$-2 M1D=+7.4425007\$-2 M2D=+7.3955225\$-2 M3D=+7.3348763\$-2
M5D=+7.2060783\$-2 M7D=+7.0573932\$-2 M9D=+6.8904525\$-2 MDD=+1.4348268\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-7.0906698\$-3 M1D=-4.1058137\$-2 M2D=-4.0349229\$-2 M3D=-3.9557898\$-2
M5D=-3.7951718\$-2 M7D=-3.6254379\$-2 M9D=-3.4482112\$-2 MDD=+9.4121747

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 1.25 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=-1.4444189\$-2 M1D=-1.1903895\$-2 M2D=-1.2123285\$-2 M3D=-1.2337459\$-2
M5D=-1.2733652\$-2 M7D=-1.3089249\$-2 M9D=-1.3401765\$-2 MDD=+1.0243396

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=+1.4654556\$-2 M1D=+2.5391598\$-2 M2D=+2.5496975\$-2 M3D=+2.5565683\$-2
M5D=+2.5662565\$-2 M7D=+2.5681966\$-2 M9D=+2.5625011\$-2 MDD=+1.7463227

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-1.1722071\$-2 M1D=-3.0997098\$-2 M2D=-3.0960006\$-2 M3D=-3.0868621\$-2
M5D=-3.0647831\$-2 M7D=-3.0337370\$-2 M9D=-2.9941489\$-2 MDD=+2.3207843

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=+6.7301064\$-3 M1D=+2.6758636\$-2 M2D=+2.6589903\$-2 M3D=+2.6369330\$-2
M5D=+2.5902792\$-2 M7D=+2.5363707\$-2 M9D=+2.4758037\$-2 MDD=+1.9564318

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-1.1510543\$-3 M1D=-1.4192584\$-2 M2D=-1.3939183\$-2 M3D=-1.3655080\$-2
M5D=-1.3080312\$-2 M7D=-1.2473588\$-2 M9D=-1.1840731\$-2 MDD=+1.2035559

ASYMMETRISCHE ANORDNUNG

MDD(0.85)=8.4192023\$1 MDD(1.00)=2.4769967\$1 MDD(1.25)=3.3320084

TABELLE 1 B

FR = 0.100 2T/L = 0.075

(DIE ZAHLEN HINTER DEM \$-ZEICHEN GEBEN DIE ZEHNERPOTENZ AN.)

MIJ-FUNKTIONEN FUER KLEINE FROUESCHE ZAHLEN

M00=+1.5950767\$-2 M01=+5.9473775\$-3 M02=+5.7496331\$-3 M03=+5.5975657\$-3
 M05=+5.1785143\$-3 M07=+4.7118666\$-3 M09=+4.2223662\$-3 M11=+4.3836190\$-3
 M12=+4.3265903\$-3 M13=+4.2689289\$-3 M15=+4.1026362\$-3 M17=+3.8938008\$-3
 M19=+3.6544972\$-3 M22=+4.2765639\$-3 M23=+4.2250665\$-3 M25=+4.0724025\$-3
 M27=+3.8770825\$-3 M29=+3.6506301\$-3 M33=+4.1791915\$-3 M35=+4.0387979\$-3
 M37=+3.8557212\$-3 M39=+3.6409902\$-3 M55=+3.9259170\$-3 M57=+3.7707817\$-3
 M59=+3.5832331\$-3 M77=+3.6445406\$-3 M79=+3.4855665\$-3 M99=+3.3552631\$-3

MID-INTERFERENZFUNKTIONEN MIT EINER VERIKALEN DIPOLVERTEILUNG
SYMMETRISCHE ANORDNUNGLAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

M0V=-8.7823592\$-1 M1V=-3.2241332\$-1 M2V=-2.8694163\$-1 M3V=-2.5444854\$-1
 M5V=-1.8304218\$-1 M7V=-1.1113736\$-1 M9V=-4.1666259\$-2 MDV=+2.1387129\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

M0V=-5.0963692\$-1 M1V=-1.9695646\$-1 M2V=-1.7824655\$-1 M3V=-1.6120281\$-1
 M5V=-1.2341549\$-1 M7V=-8.5190534\$-2 M9V=-4.8126375\$-2 MDV=+5.4467426\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

M0V=-3.4845261\$-1 M1V=-1.3684194\$-1 M2V=-1.2463126\$-1 M3V=-1.1354628\$-1
 M5V=-8.8845249\$-2 M7V=-6.3796366\$-2 M9V=-3.9461885\$-2 MDV=+2.2814583\$+1

LAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

M0V=-1.2289064 M1V=-9.3694415\$-1 M2V=-9.2516637\$-1 M3V=-9.1303062\$-1
 M5V=-8.7858746\$-1 M7V=-8.3543810\$-1 M9V=-7.8600466\$-1 MDV=+2.0540222\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

M0V=-6.4153290\$-1 M1V=-4.7431025\$-1 M2V=-4.6774011\$-1 M3V=-4.6107540\$-1
 M5V=-4.4225024\$-1 M7V=-4.1884190\$-1 M9V=-3.9217964\$-1 MDV=+5.1921562\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

M0V=-4.1898187\$-1 M1V=-3.0459706\$-1 M2V=-3.0016931\$-1 M3V=-2.9571644\$-1
 M5V=-2.8316999\$-1 M7V=-2.6763229\$-1 M9V=-2.4999043\$-1 MDV=+2.1688144\$+1

LAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

M0V=+2.0620439\$-1 M1V=-7.1784024\$-2 M2V=-9.7586218\$-2 M3V=-1.2100477\$-1
 M5V=-1.6738413\$-1 M7V=-2.0938601\$-1 M9V=-2.4587475\$-1 MDV=+1.6447545\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

M0V=+1.0118851\$-1 M1V=-5.2693697\$-2 M2V=-6.5926147\$-2 M3V=-7.7830908\$-2
 M5V=-1.0140937\$-1 M7V=-1.2262427\$-1 M9V=-1.4088650\$-1 MDV=+3.8706915\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

M0V=+6.5109343\$-2 M1V=-3.8019713\$-2 M2V=-4.6512932\$-2 M3V=-5.4115243\$-2
 M5V=-6.9178278\$-2 M7V=-8.2686114\$-2 M9V=-9.4258132\$-2 MDV=+1.5564210\$+1

ASYMMETRISCHE ANORDNUNG

MD(1.ORD)=+3.8982715\$+2 MD(2.ORD)=+9.6956978\$+1 MD(3.ORD)=+4.0153221\$+1

TABELLE 2 A

FR = 0.150 2T/L = 0.075

(DIE ZAHLEN HINTER DEM \$-ZEICHEN GEBEN DIE ZEHNERPOTENZ AN.)

MID-INTERFERENZFUNKTIONEN EINES DISKRETEN DIPOLS
 SYMMETRISCHE ANORDNUNG

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 0.85 * T$
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$
 MOD=+3.3761711\$-1 M1D=+5.7235453\$-1 M2D=+5.8403321\$-1 M3D=+5.9237674\$-1
 M5D=+6.0473500\$-1 M7D=+6.0912222\$-1 M9D=+6.0586338\$-1 MDD=+1.5641916\$+2
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$
 MOD=-1.2364768 M1D=-4.9211728\$-1 M2D=-4.5131829\$-1 M3D=-4.1447467\$-1
 M5D=-3.3176886\$-1 M7D=-2.4760830\$-1 M9D=-1.6563312\$-1 MDD=+2.5398888\$+2
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$
 MOD=-1.4081241 M1D=-9.9962968\$-1 M2D=-9.8414131\$-1 M3D=-9.6875120\$-1
 M5D=-9.2553282\$-1 M7D=-8.7231282\$-1 M9D=-8.1215034\$-1 MDD=+2.4077900\$+2
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$
 MOD=+2.1883044\$-1 M1D=-1.3883204\$-1 M2D=-1.6651469\$-1 M3D=-1.9110808\$-1
 M5D=-2.3988379\$-1 M7D=-2.8342707\$-1 M9D=-3.2048563\$-1 MDD=+1.6374847\$+2
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$
 MOD=+1.5901542 M1D=+8.9999765\$-1 M2D=+8.6876634\$-1 M3D=+8.4000716\$-1
 M5D=+7.6994660\$-1 M7D=+6.9321873\$-1 M9D=+6.1362873\$-1 MDD=+2.6759961\$+2

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 1.00 * T$
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$
 MOD=+2.2762960\$-1 M1D=+4.0289339\$-1 M2D=+4.1165137\$-1 M3D=+4.1797477\$-1
 M5D=+4.2752201\$-1 M7D=+4.3130103\$-1 M9D=+4.2954113\$-1 MDD=+7.9939388\$+1
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$
 MOD=-9.5775742\$-1 M1D=-3.8142716\$-1 M2D=-3.5141026\$-1 M3D=-3.2445881\$-1
 M5D=-2.6351174\$-1 M7D=-2.0128790\$-1 M9D=-1.4052570\$-1 MDD=+1.3867230\$+2
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$
 MOD=-1.0515925 M1D=-7.2872767\$-1 M2D=-7.1678736\$-1 M3D=-7.0507517\$-1
 M5D=-6.7227643\$-1 M7D=-6.3211387\$-1 M9D=-5.8690636\$-1 MDD=+1.3143364\$+2
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$
 MOD=+1.6803384\$-1 M1D=-1.0353944\$-1 M2D=-1.2338322\$-1 M3D=-1.4089281\$-1
 M5D=-1.7568292\$-1 M7D=-2.0665270\$-1 M9D=-2.3289793\$-1 MDD=+8.4221448\$+1
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$
 MOD=+1.1950426 M1D=+6.5816060\$-1 M2D=+6.3437376\$-1 M3D=+6.1260497\$-1
 M5D=+5.5957563\$-1 M7D=+5.0165304\$-1 M9D=+4.4171696\$-1 MDD=+1.4710101\$+2

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 1.25 * T$
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$
 MOD=+1.2199881\$-1 M1D=+2.2917106\$-1 M2D=+2.3452248\$-1 M3D=+2.3842535\$-1
 M5D=+2.4442138\$-1 M7D=+2.4701492\$-1 M9D=+2.4634000\$-1 MDD=+2.7403914\$+1
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$
 MOD=-6.2400976\$-1 M1D=-2.4773863\$-1 M2D=-2.2950169\$-1 M3D=-2.1326960\$-1
 M5D=-1.7615909\$-1 M7D=-1.3808759\$-1 M9D=-1.0077036\$-1 MDD=+5.2580520\$+1
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$
 MOD=-6.5645347\$-1 M1D=-4.3863570\$-1 M2D=-4.3087540\$-1 M3D=-4.2340500\$-1
 M5D=-4.0255615\$-1 M7D=-3.7722800\$-1 M9D=-3.4889018\$-1 MDD=+4.9996176\$+1
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$
 MOD=+1.0932582\$-1 M1D=-6.2333463\$-2 M2D=-7.3912436\$-2 M3D=-8.4029519\$-2
 M5D=-1.0419666\$-1 M7D=-1.2208962\$-1 M9D=-1.3717551\$-1 MDD=+2.9140707\$+1
 LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$
 MOD=+7.5056974\$-1 M1D=+3.9758411\$-1 M2D=+3.8250250\$-1 M3D=+3.6882979\$-1
 M5D=+3.3546956\$-1 M7D=+2.9913479\$-1 M9D=+2.6164216\$-1 MDD=+5.6367630\$+1

ASYMMETRISCHE ANORDNUNG

MDD(0.85)=4.4044362\$2 MDD(1.00)=2.3715779\$2 MDD(1.25)=8.8271691\$1

TABELLE 2 B

FR = 0.150 2T/L = 0.075

(DIE ZAHLEN HINTER DEM \$-ZEICHEN GEBEN DIE ZEHNERPOTENZ AN.)

MIJ-FUNKTIONEN FUER KLEINE FROUESCHE ZAHLEN

M00=+2.9732607\$-2 M01=+9.3866780\$-3 M02=+9.5173112\$-3 M03=+9.8909865\$-3
 M05=+1.0074718\$-2 M07=+9.9194278\$-3 M09=+9.4825398\$-3 M11=+1.8567690\$-2
 M12=+1.8365791\$-2 M13=+1.7732425\$-2 M15=+1.6246366\$-2 M17=+1.4376304\$-2
 M19=+1.2447838\$-2 M22=+1.8206431\$-2 M23=+1.7626341\$-2 M25=+1.6236193\$-2
 M27=+1.4451158\$-2 M29=+1.2589504\$-2 M33=+1.7130253\$-2 M35=+1.5893657\$-2
 M37=+1.4257366\$-2 M39=+1.2521743\$-2 M55=+1.4949090\$-2 M57=+1.3606297\$-2
 M59=+1.2128218\$-2 M77=+1.2573057\$-2 M79=+1.1377414\$-2 M99=+1.0447363\$-2

MID-INTERFERENZFUNKTIONEN MIT EINER VERIKALEN DIPOLVERTEILUNG
SYMMETRISCHE ANORDNUNGLAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

M0V=-3.3001612\$-1 M1V=-1.1017416 M2V=-1.0412392 M3V=-9.4908716\$-1
 M5V=-7.6397598\$-1 M7V=-5.7107159\$-1 M9V=-3.9452181\$-1 MDV=+1.4943903\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

M0V=-1.8046790\$-1 M1V=-6.5603352\$-1 M2V=-6.2215707\$-1 M3V=-5.6905646\$-1
 M5V=-4.6250983\$-1 M7V=-3.5103978\$-1 M9V=-2.4902786\$-1 MDV=+4.4502164\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

M0V=-1.1847834\$-1 M1V=-4.5840739\$-1 M2V=-4.3540758\$-1 M3V=-3.9877502\$-1
 M5V=-3.2533062\$-1 M7V=-2.4833208\$-1 M9V=-1.7786900\$-1 MDV=+2.0526975\$+1

LAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

M0V=-9.7529357\$-1 M1V=-1.5882285 M2V=-1.5690787 M3V=-1.5189016
 M5V=-1.3991996 M7V=-1.2493416 M9V=-1.0938397 MDV=+1.4848135\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

M0V=-5.1264185\$-1 M1V=-8.9021672\$-1 M2V=-8.7890340\$-1 M3V=-8.4889778\$-1
 M5V=-7.7803143\$-1 M7V=-6.8975234\$-1 M9V=-5.9871148\$-1 MDV=+4.4206903\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

M0V=-3.3718811\$-1 M1V=-6.0719833\$-1 M2V=-5.9929515\$-1 M3V=-5.7818574\$-1
 M5V=-5.2860345\$-1 M7V=-4.6700027\$-1 M9V=-4.0367459\$-1 MDV=+2.0396726\$+1

LAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

M0V=-7.6120455\$-1 M1V=-1.0003251 M2V=-1.0321507 M3V=-1.0469724
 M5V=-1.0518171 M7V=-1.0215948 M9V=-9.6987312\$-1 MDV=+1.2747357\$+2

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

M0V=-4.4187578\$-1 M1V=-5.8870160\$-1 M2V=-6.0546646\$-1 M3V=-6.1195019\$-1
 M5V=-6.1055331\$-1 M7V=-5.8878447\$-1 M9V=-5.5492453\$-1 MDV=+3.6354706\$+1

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

M0V=-3.0359811\$-1 M1V=-4.0861926\$-1 M2V=-4.1961076\$-1 M3V=-4.2332691\$-1
 M5V=-4.2085228\$-1 M7V=-4.0429345\$-1 M9V=-3.7953355\$-1 MDV=+1.6417371\$+1

ASYMMETRISCHE ANORDNUNG

MD(1.ORD)=+2.6677399\$+2 MD(2.ORD)=+7.7045410\$+1 MD(3.ORD)=+3.5006059\$+1

TABELLE 3 A

FR = 0.200 2T/L = 0.075

(DIE ZAHLEN HINTER DEM \$-ZEICHEN GEBEN DIE ZEHNERPOTENZ AN.)

MID-INTERFERENZFUNKTIONEN EINES DISKRETEN DIPOLS
 SYMMETRISCHE ANORDNUNG

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 0.85 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=+7.0054636\$-1 M1D=-3.8240014\$-1 M2D=-2.9593429\$-1 M3D=-1.7707313\$-1
 M5D=+3.3772066\$-2 M7D=+2.2367112\$-1 M9D=+3.7303644\$-1 MDD=+2.0409341\$+2

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=-3.9530956\$-1 M1D=-1.6827891 M2D=-1.6012426 M3D=-1.4685770
 M5D=-1.2029098 M7D=-9.2364273\$-1 M9D=-6.6809231\$-1 MDD=+2.6258830\$+2

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-1.1474685 M1D=-2.1708799 M2D=-2.1418056 M3D=-2.0634314
 M5D=-1.8806408 M7D=-1.6542956 M9D=-1.4225778 MDD=+2.6108853\$+2

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=-1.0883394 M1D=-1.4867172 M2D=-1.5238489 M3D=-1.5337756
 M5D=-1.5178284 M7D=-1.4508085 M9D=-1.3548191 MDD=+2.0457701\$+2

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-3.9635590\$-1 M1D=-4.0223668\$-2 M2D=-1.1638997\$-1 M3D=-1.9842567\$-1
 M5D=-3.3654407\$-1 M7D=-4.4291212\$-1 M9D=-5.1465470\$-1 MDD=+1.7093864\$+2

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 1.00 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=+5.6485967\$-1 M1D=-3.7281536\$-1 M2D=-3.0295014\$-1 M3D=-2.0500380\$-1
 M5D=-3.1060079\$-2 M7D=+1.2678831\$-1 M9D=+2.5187099\$-1 MDD=+1.3152192\$+2

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=-2.8118662\$-1 M1D=-1.4054371 M2D=-1.3399101 M3D=-1.2303698
 M5D=-1.0114415 M7D=-7.8052291\$-1 M9D=-5.6914456\$-1 MDD=+1.7593500\$+2

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-8.7729067\$-1 M1D=-1.7750242 M2D=-1.7506516 M3D=-1.6839688
 M5D=-1.5299352 M7D=-1.3399660 M9D=-1.1464217 MDD=+1.7532698\$+2

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=-8.7411602\$-1 M1D=-1.2275238 M2D=-1.2556336 M3D=-1.2603240
 M5D=-1.2405664 M7D=-1.1788596 M9D=-1.0942239 MDD=+1.3275911\$+2

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-3.7209097\$-1 M1D=-6.8037277\$-2 M2D=-1.2880810\$-1 M3D=-1.9436310\$-1
 M5D=-3.0355795\$-1 M7D=-3.8631135\$-1 M9D=-4.4062540\$-1 MDD=+1.0696963\$+2

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 1.25 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=+4.0718460\$-1 M1D=-3.2813337\$-1 M2D=-2.7863304\$-1 M3D=-2.0710393\$-1
 M5D=-7.9877543\$-2 M7D=+3.6859865\$-2 M9D=+1.3034229\$-1 MDD=+6.6770060\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=-1.5577826\$-1 M1D=-1.0502245 M2D=-1.0039385 M3D=-9.2332520\$-1
 M5D=-7.6269832\$-1 M7D=-5.9240337\$-1 M9D=-4.3638224\$-1 MDD=+9.4806937\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-5.7148456\$-1 M1D=-1.2922954 M2D=-1.2740230 M3D=-1.2228327
 M5D=-1.1062215 M7D=-9.6319199\$-1 M9D=-8.1842218\$-1 MDD=+9.4978517\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=-6.1194654\$-1 M1D=-9.0232633\$-1 M2D=-9.2038867\$-1 M3D=-9.2012268\$-1
 M5D=-8.9876430\$-1 M7D=-8.4687866\$-1 M9D=-7.7926542\$-1 MDD=+6.8456352\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-3.1167662\$-1 M1D=-7.9690410\$-2 M2D=-1.2192871\$-1 M3D=-1.6758036\$-1
 M5D=-2.4242878\$-1 M7D=-2.9778986\$-1 M9D=-3.3260949\$-1 MDD=+5.1911631\$+1

ASYMMETRISCHE ANORDNUNG

MDD(0.95)=4.3951853\$2 MDD(1.00)=2.8769320\$2 MDD(1.25)=1.4999718\$2

TABELLE 3 B

FR = 0.200 2T/L = 0.075

(DIE ZAHLEN HINTER DEM \$-ZEICHEN GEBEN DIE ZEHNERPOTENZ AN.)

MIJ-FUNKTIONEN FUER KLEINE FROUESCHE ZAHLEN

M00=+8.4974397\$-1 M01=+3.2440304\$-1 M02=+1.5304014\$-1 M03=+7.9700427\$-2
 M05=+2.1989646\$-2 M07=+1.5672910\$-3 M09=-7.1299651\$-3 M11=+2.0262787\$-1
 M12=+1.4081725\$-1 M13=+1.0411962\$-1 M15=+6.3787403\$-2 M17=+4.3027551\$-2
 M19=+3.0900330\$-2 M22=+1.1774177\$-1 M23=+9.7741117\$-2 M25=+6.9532772\$-2
 M27=+5.1998781\$-2 M29=+4.0552391\$-2 M33=+8.6484852\$-2 M35=+6.6289855\$-2
 M37=+5.1906604\$-2 M39=+4.1843106\$-2 M55=+5.5218525\$-2 M57=+4.5421914\$-2
 M59=+3.7888778\$-2 M77=+3.8449907\$-2 M79=+3.2708992\$-2 M99=+2.8201312\$-2

MID-INTERFERENZFUNKTIONEN MIT EINER VERIKALEN DIPOLVERTEILUNG
SYMMETRISCHE ANORDNUNGLAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

MOV=-2.5817587 M1V=-1.7949798 M2V=-1.2889399 M3V=-9.4409184\$-1
 M5V=-5.2315093\$-1 M7V=-2.9214376\$-1 M9V=-1.5647380\$-1 MDV=+3.1539257\$+1

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

MOV=-1.6028790 M1V=-1.0869834 M2V=-7.6417879\$-1 M3V=-5.4961298\$-1
 M5V=-2.9552586\$-1 M7V=-1.6102717\$-1 M9V=-8.4360685\$-2 MDV=+9.7073496

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

MOV=-1.1576282 M1V=-7.7395208\$-1 M2V=-5.3763960\$-1 M3V=-3.8271980\$-1
 M5V=-2.0223345\$-1 M7V=-1.0848610\$-1 M9V=-5.5856726\$-2 MDV=+4.6227523

LAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

MOV=-2.5417724 M1V=-1.9623788 M2V=-1.5553382 M3V=-1.2582038
 M5V=-8.6416348\$-1 M7V=-6.2395178\$-1 M9V=-4.6799756\$-1 MDV=+3.1212316\$+1

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

MOV=-1.5529172 M1V=-1.1682412 M2V=-9.0491686\$-1 M3V=-7.1723412\$-1
 M5V=-4.7559147\$-1 M7V=-3.3335719\$-1 M9V=-2.4367438\$-1 MDV=+9.5671484

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

MOV=-1.1142544 M1V=-8.2640623\$-1 M2V=-6.3231888\$-1 M3V=-4.9583358\$-1
 M5V=-3.2292455\$-1 M7V=-2.2303099\$-1 M9V=-1.6098826\$-1 MDV=+4.5455700

LAGE DER DIPOLVERTEILUNG DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

VERTEILUNG 1. ORDNUNG

MOV=-2.2481782 M1V=-1.8789559 M2V=-1.5853895 M3V=-1.3543559
 M5V=-1.0238241 M7V=-8.0527462\$-1 M9V=-6.5365121\$-1 MDV=+3.0836503\$+1

VERTEILUNG 2. ORDNUNG

MOV=-1.3828836 M1V=-1.1311086 M2V=-9.3620334\$-1 M3V=-7.8628842\$-1
 M5V=-5.7761132\$-1 M7V=-4.4388918\$-1 M9V=-3.5345730\$-1 MDV=+9.4058344

VERTEILUNG 3. ORDNUNG

MOV=-9.9368948\$-1 M1V=-8.0285957\$-1 M2V=-6.5744383\$-1 M3V=-5.4706206\$-1
 M5V=-3.9577642\$-1 M7V=-3.0050423\$-1 M9V=-2.3696209\$-1 MDV=+4.4567175

ASYMMETRISCHE ANORDNUNG

MD(1.ORD)=+6.0984492\$+1 MD(2.ORD)=+1.8511786\$+1 MD(3.ORD)=+8.7467702

TABELLE 4 A

FR = 0.400 2T/L = 0.075

(DIE ZAHLEN HINTER DEM \$-ZEICHEN GEBEN DIE ZEHNERPOTENZ AN.)

MID-INTERFERENZFUNKTIONEN EINES DISKRETEN DIPOLS
 SYMMETRISCHE ANORDNUNG

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 0.85 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=-4.3927653 M1D=-2.5177021 M2D=-1.4754331 M3D=-8.5172767\$-1
 M5D=-2.0694767\$-1 M7D=+7.5061772\$-2 M9D=+2.0565516\$-1 MDD=+6.2941470\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=-4.4406623 M1D=-2.9194812 M2D=-1.9985075 M3D=-1.4043662
 M5D=-7.2560874\$-1 M7D=-3.8112798\$-1 M9D=-1.9132667\$-1 MDD=+6.2022931\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-4.2448312 M1D=-3.0962304 M2D=-2.3340962 M3D=-1.8063702
 M5D=-1.1505980 M7D=-7.8030857\$-1 M9D=-5.5456353\$-1 MDD=+6.0815217\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=-3.7889824 M1D=-3.0173284 M2D=-2.4387344 M3D=-2.0060155
 M5D=-1.4237462 M7D=-1.0648222 M9D=-8.2955078\$-1 MDD=+5.9424084\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-3.0981068 M1D=-2.6931245 M2D=-2.3085565 M3D=-1.9885890
 M5D=-1.5175390 M7D=-1.2017801 M9D=-9.8178408\$-1 MDD=+5.7968957\$+1

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 1.00 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=-4.1347406 M1D=-2.3022432 M2D=-1.3240847 M3D=-7.5513161\$-1
 M5D=-1.8297155\$-1 M7D=+6.0461789\$-2 M9D=+1.7104380\$-1 MDD=+4.7441360\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=-4.1196129 M1D=-2.6238204 M2D=-1.7541503 M3D=-1.2095133
 M5D=-6.0586323\$-1 M7D=-3.0886787\$-1 M9D=-1.4883599\$-1 MDD=+4.6580795\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-3.9048623 M1D=-2.7623404 M2D=-2.0345834 M3D=-1.5457854
 M5D=-9.5731877\$-1 M7D=-6.3558753\$-1 M9D=-4.4389246\$-1 MDD=+4.5447416\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=-3.4807998 M1D=-2.6956733 M2D=-2.1327260 M3D=-1.7249673
 M5D=-1.1940566 M7D=-8.7738571\$-1 M9D=-6.7456142\$-1 MDD=+4.4140425\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-2.8664162 M1D=-2.4303861 M2D=-2.0434965 M3D=-1.7335620
 M5D=-1.2934020 M7D=-1.0082705 M9D=-8.1425173\$-1 MDD=+4.2772572\$+1

LAGE DES DIPOLS DER TIEFE NACH $F = 1.25 * T$

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.90 * L/2$

MOD=-3.7758669 M1D=-2.0088311 M2D=-1.1223062 M3D=-6.2759329\$-1
 M5D=-1.4913137\$-1 M7D=+4.6736814\$-2 M9D=+1.3333883\$-1 MDD=+3.2324595\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 0.95 * L/2$

MOD=-3.6983643 M1D=-2.2408851 M2D=-1.4455798 M3D=-9.6894776\$-1
 M5D=-4.6306815\$-1 M7D=-2.2485647\$-1 M9D=-1.0046277\$-1 MDD=+3.1550312\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.00 * L/2$

MOD=-3.4686004 M1D=-2.3364511 M2D=-1.6608812 M3D=-1.2274310
 M5D=-7.2896663\$-1 M7D=-4.6868525\$-1 M9D=-3.1853043\$-1 MDD=+3.0530302\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.05 * L/2$

MOD=-3.0836111 M1D=-2.2815689 M2D=-1.7462713 M3D=-1.3768418
 M5D=-9.1836728\$-1 M7D=-6.5748751\$-1 M9D=-4.9575399\$-1 MDD=+2.9352841\$+1

LAGE DES DIPOLS DER LAENGE NACH $D = 1.10 * L/2$

MOD=-2.5573189 M1D=-2.0797104 M2D=-1.6963935 M3D=-1.4060140
 M5D=-1.0145272 M7D=-7.7301680\$-1 M9D=-6.1403672\$-1 MDD=+2.8119533\$+1

ASYMMETRISCHE ANORDNUNG

MDD(0.85)=1.1621411\$2 MDD(1.00)=8.5737199\$1 MDD(1.25)=5.6302894\$1

TABELLE 4 B

FR = 0.400 2T/L = 0.075

(DIE ZAHLEN HINTER DEM \$-ZEICHEN GEBEN DIE ZEHNERPOTENZ AN.)

Modell Nr. 1781 1/2 Aufmaße des Modells in [m]

Modell Nr. 1781

$y = y_v = y_h = 0,72$

| Spt. | Σ | WL 8 usw. | WL 7 | WL 6 | WL 5 | WL 4 | WL 3 | WL 2 | WL 1,5 | WL 1,0 | WL 0,5 | WL 0 |
|------|----------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 10 | 0 | 0,3125 | 0,3123 | 0,3101 | 0,3051 | 0,2972 | 0,2856 | 0,2689 | 0,2578 | 0,2438 | 0,2243 | 0,1743 |
| 9 | 0,1 | 0,3125 | 0,3123 | 0,3101 | 0,3051 | 0,2972 | 0,2856 | 0,2689 | 0,2578 | 0,2438 | 0,2243 | 0,1743 |
| 8 | 0,2 | 0,3122 | 0,3120 | 0,3098 | 0,3048 | 0,2969 | 0,2853 | 0,2686 | 0,2575 | 0,2435 | 0,2240 | 0,1741 |
| 7 | 0,3 | 0,3083 | 0,3081 | 0,3059 | 0,3010 | 0,2932 | 0,2817 | 0,2652 | 0,2543 | 0,2405 | 0,2212 | 0,1719 |
| 6 | 0,4 | 0,2971 | 0,2969 | 0,2948 | 0,2900 | 0,2822 | 0,2715 | 0,2556 | 0,2451 | 0,2318 | 0,2132 | 0,1657 |
| 5 | 0,5 | 0,2743 | 0,2741 | 0,2722 | 0,2678 | 0,2609 | 0,2507 | 0,2360 | 0,2263 | 0,2140 | 0,1969 | 0,1530 |
| 4 | 0,6 | 0,2366 | 0,2364 | 0,2347 | 0,2310 | 0,2250 | 0,2162 | 0,2036 | 0,1952 | 0,1846 | 0,1698 | 0,1319 |
| 3 | 0,7 | 0,1831 | 0,1830 | 0,1817 | 0,1788 | 0,1741 | 0,1673 | 0,1575 | 0,1510 | 0,1428 | 0,1314 | 0,1021 |
| 2 | 0,8 | 0,1173 | 0,1172 | 0,1164 | 0,1146 | 0,1118 | 0,1076 | 0,1015 | 0,0977 | 0,0927 | 0,0839 | 0,0540 |
| 1 | 0,9 | 0,0497 | 0,0497 | 0,0493 | 0,0487 | 0,0476 | 0,0459 | 0,0436 | 0,0422 | 0,0402 | 0,0354 | 0,0121 |
| 0,5 | 0,95 | 0,0209 | 0,0209 | 0,0208 | 0,0205 | 0,0201 | 0,0194 | 0,0185 | 0,0181 | 0,0173 | 0,0145 | 0,0030 |
| 0 | 1,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$

Kimradius = 0,1382 m Vorstevradius = 0,020 m Vorstevabrundung = 0,001 m

Tabelle 5

Wulstform I

| | vorderer Wulstkörper | hinterer Wulstkörper |
|-----------------|-------------------------|-------------------------|
| Nasenradius | 0.090 m | (0.086 m) |
| Gesamte Länge | 0.590 m | 0.640 m |
| Volumina | | |
| 1. Gesamt V_b | 6650 cm ³ | 6650 cm ³ |
| 2. Kugel V_k | 3100 cm ³ | 2700 cm ³ |
| 3. Verkl. V_f | 3550 cm ³ | 3950 cm ³ |
| 4. V_b/V_m | 0.017 | 0.017 |
| Oberfläche | | |
| 1. S_b | 2060 cm ² | 2060 cm ² |
| 2. S_b/S_m | 0.056 | 0.056 |

Wulstform II

| | vorderer Wulstkörper | hinterer Wulstkörper |
|-----------------|-------------------------|-------------------------|
| Kugelradius | 0.065 m | 0.065 m |
| Gesamte Länge | 0.565 m | 0.610 m |
| Volumina | | |
| 1. Gesamt V_b | 2600 cm ³ | 2680 cm ³ |
| 2. Kugel V_k | 1150 cm ³ | 1150 cm ³ |
| 3. Verkl. V_f | 1450 cm ³ | 1530 cm ³ |
| 4. V_b/V_m | 0.0067 | 0.0067 |
| Oberfläche | | |
| 1. S_b | 1483 cm ² | 1488 cm ² |
| 2. S_b/S_m | 0.0403 | 0.0404 |

Tabelle 6: Hauptdaten der freifahrenden Wulstkörper

| Fall | hinterer Wulstkörper | | | | | | vorderer Wulstkörper | | | | | | gesamt | | |
|------|----------------------|------|------------------------|----------------|------------------------|----------------|----------------------|------|------------------------|----------------|------------------------|----------------|--------|----------------|----------------|
| | d | Spt | V_b cm^3 | V_b/V_m % | S_b cm^2 | S_b/S_m % | d | Spt | V_b cm^3 | V_b/V_m % | S_b cm^2 | S_b/S_m % | f | V_b/V_m % | S_b/S_m % |
| a | -1.05 | -1/2 | 6314 | 1.61 | 1620 | 4.40 | +1.05 | 20.5 | 6314 | 1.61 | 1620 | 4.40 | 1.00 | 3.22 | 8.80 |
| b | -1.00 | 0 | 5770 | 1.47 | 1260 | 3.40 | +1.05 | 20.5 | 6314 | 1.61 | 1620 | 4.40 | 1.00 | 3.08 | 7.80 |
| c | -0.95 | 1/2 | 4930 | 1.26 | 960 | 2.61 | +1.05 | 20.5 | 6314 | 1.61 | 1620 | 4.40 | 1.00 | 2.87 | 7.01 |
| d | -0.95 | 1/2 | 4930 | 1.26 | 960 | 2.61 | +0.95 | 19.5 | 4970 | 1.27 | 960 | 2.61 | 1.00 | 2.53 | 5.22 |
| e | -1.10 | -1 | 6570 | 1.68 | 1880 | 5.25 | +1.10 | 21 | 6570 | 1.68 | 1880 | 5.25 | 1.00 | 3.36 | 10.50 |
| f | -1.00 | 0 | 5770 | 1.47 | 1260 | 3.42 | +1.00 | 20 | 5770 | 1.47 | 1260 | 3.42 | 1.00 | 2.94 | 6.84 |
| g | -1.00 | 0 | 6500 | 1.66 | 2060 | 5.60 | +1.00 | 20 | 6500 | 1.66 | 2060 | 5.60 | 1.25 | 3.22 | 11.20 |
| 1 | -1.10 | -1 | 2630 | 0.67 | 1410 | 3.83 | +1.10 | 21 | 2550 | 0.65 | 1405 | 3.81 | 1.00 | 1.32 | 7.64 |
| 2 | -1.05 | -1/2 | 2507 | 0.64 | 1318 | 3.58 | +1.05 | 20.5 | 2425 | 0.62 | 1313 | 3.57 | 1.00 | 1.26 | 7.15 |
| 3 | -1.00 | 0 | 2253 | 0.57 | 1153 | 3.13 | +1.00 | 20 | 2173 | 0.55 | 1148 | 3.12 | 1.00 | 1.13 | 6.25 |
| 4 | -1.00 | 0 | 1862 | 0.47 | 650 | 1.76 | +1.00 | 20 | 1782 | 0.45 | 650 | 1.76 | 0.85 | 0.92 | 3.52 |
| 5 | -1.00 | 0 | 2670 | 0.68 | 1671 | 4.55 | +1.00 | 20 | 2590 | 0.66 | 1666 | 4.53 | 1.25 | 1.34 | 9.08 |
| 6 | -0.95 | 1/2 | 1855 | 0.47 | 1088 | 2.95 | +0.95 | 19.5 | 1810 | 0.46 | 1083 | 2.94 | 1.00 | 0.93 | 5.89 |
| 7 | -0.90 | 1 | 1510 | 0.39 | 900 | 2.44 | +0.90 | 19 | 1534 | 0.39 | 900 | 2.44 | 1.00 | 0.78 | 4.88 |

Tabelle 7: Volumina und Oberflächen der Wulstkörper am Modell

GRUNDMODELL 1781
TW = 18.1 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 0.18.1 | 0.0 |
| 0.902 | 0.630 |
| 0.902 | 0.650 |
| 0.979 | 0.750 |
| 1.025 | 0.830 |
| 1.104 | 0.950 |
| 1.116 | 0.980 |
| 1.195 | 1.120 |
| 1.230 | 1.190 |
| 1.230 | 1.180 |
| 1.315 | 1.370 |
| 1.395 | 1.570 |
| 1.477 | 1.790 |
| 1.532 | 1.970 |
| 1.608 | 2.250 |
| 1.700 | 2.660 |
| 1.700 | 2.650 |
| 1.765 | 2.950 |
| 1.780 | 3.060 |
| 1.820 | 3.270 |
| 1.840 | 3.430 |
| 1.890 | 3.860 |
| 1.900 | 3.950 |

TW = 17.0 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 0.061 | 0.012 |
| 0.191 | 0.030 |
| 0.303 | 0.082 |
| 0.407 | 0.144 |
| 0.515 | 0.232 |
| 0.630 | 0.338 |
| 0.753 | 0.462 |
| 0.872 | 0.602 |
| 0.947 | 0.715 |
| 1.152 | 1.064 |
| 1.307 | 1.362 |
| 1.515 | 1.910 |
| 1.707 | 2.710 |
| 1.910 | 4.050 |
| 2.089 | 6.380 |
| 2.260 | 8.170 |
| 2.441 | 9.350 |
| 0.562 | 0.272 |
| 0.752 | 0.462 |
| 0.971 | 0.754 |
| 1.107 | 0.984 |
| 0.139 | 0.018 |
| 0.248 | 0.054 |
| 0.361 | 0.112 |
| 0.455 | 0.182 |
| 0.597 | 0.305 |
| 0.697 | 0.394 |
| 0.812 | 0.532 |
| 0.897 | 0.644 |
| 1.107 | 0.982 |
| 1.203 | 1.152 |
| 1.410 | 1.600 |
| 1.620 | 2.290 |
| 1.814 | 3.260 |
| 1.995 | 5.120 |
| 2.021 | 7.700 |
| 2.380 | 9.020 |
| 0.444 | 0.172 |
| 0.661 | 0.366 |
| 0.858 | 0.588 |
| 1.065 | 0.906 |
| 1.201 | 1.140 |

FALL A
TW = 14.8 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 1.274 | 1.560 |
| 1.457 | 1.950 |
| 1.298 | 1.565 |
| 1.642 | 2.505 |
| 1.872 | 3.620 |
| 2.169 | 6.645 |
| 1.274 | 1.560 |
| 1.457 | 1.950 |
| 1.298 | 1.565 |
| 1.642 | 2.505 |
| 1.872 | 3.620 |
| 2.169 | 6.645 |
| 1.817 | 3.200 |
| 1.268 | 1.510 |
| 1.567 | 2.290 |
| 1.762 | 2.925 |
| 2.032 | 5.285 |
| 1.817 | 3.200 |
| 1.268 | 1.510 |
| 1.567 | 2.290 |
| 1.762 | 2.925 |
| 2.032 | 5.285 |

FALL B
TW = 14.5 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 1.276 | 1.550 |
| 1.594 | 2.350 |
| 1.699 | 2.670 |
| 1.810 | 3.140 |
| 2.008 | 4.990 |
| 2.151 | 6.540 |
| 2.050 | 5.400 |
| 1.486 | 2.030 |
| 1.592 | 2.340 |
| 1.687 | 2.660 |
| 1.893 | 3.750 |
| 2.008 | 4.980 |
| 2.151 | 6.530 |

FALL C
TW = 14.4 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 1.252 | 1.500 |
| 1.474 | 2.050 |
| 1.670 | 2.640 |
| 1.903 | 3.870 |
| 2.160 | 6.940 |
| 1.378 | 1.800 |
| 1.576 | 2.350 |
| 1.784 | 3.090 |
| 2.025 | 5.270 |
| 2.103 | 6.300 |

FALL D
TW = 14.6 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 1.261 | 1.500 |
| 1.259 | 1.490 |
| 1.466 | 2.000 |
| 1.660 | 2.620 |
| 1.858 | 3.570 |
| 1.963 | 4.650 |
| 2.052 | 5.800 |
| 1.753 | 2.970 |
| 1.263 | 1.500 |
| 1.362 | 1.770 |
| 1.558 | 2.290 |
| 1.754 | 3.000 |
| 1.853 | 3.550 |
| 1.258 | 1.470 |
| 2.162 | 7.150 |
| 2.158 | 7.150 |

FALL E
TW = 18.0 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 1.231 | 1.630 |
| 1.438 | 2.140 |
| 1.656 | 2.800 |
| 1.848 | 3.630 |
| 2.051 | 5.430 |
| 2.053 | 5.470 |
| 1.354 | 1.940 |
| 1.349 | 1.920 |
| 1.550 | 2.470 |
| 1.736 | 3.060 |
| 1.956 | 4.510 |
| 2.142 | 6.320 |
| 2.222 | 7.020 |
| 1.908 | 4.090 |

FALL F
TW = 17.8 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 1.255 | 1.410 |
| 1.459 | 1.840 |
| 1.670 | 2.440 |
| 1.850 | 3.220 |
| 2.052 | 5.220 |
| 2.185 | 6.800 |
| 2.038 | 5.100 |
| 1.354 | 1.620 |
| 1.545 | 2.070 |
| 1.749 | 2.720 |
| 1.956 | 4.120 |
| 2.056 | 5.320 |
| 2.129 | 6.170 |
| 1.917 | 3.800 |

FALL G
TW = 16.2 GRAD C

| V (M/S) | W (KG) |
|---------|--------|
| 1.260 | 1.450 |
| 1.460 | 1.900 |
| 1.655 | 2.510 |
| 1.854 | 3.440 |
| 2.059 | 5.350 |
| 1.907 | 3.800 |
| 1.660 | 2.520 |
| 2.110 | 5.970 |
| 2.020 | 4.890 |
| 2.146 | 6.430 |
| 1.358 | 1.660 |
| 1.557 | 2.170 |
| 1.756 | 2.890 |
| 1.956 | 4.290 |
| 2.153 | 6.550 |
| 1.715 | 2.720 |
| 2.021 | 4.900 |
| 2.153 | 4.500 |
| 2.103 | 5.890 |

Tabelle Sa

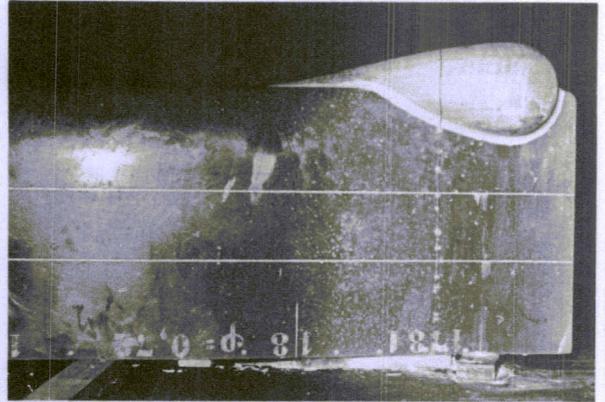
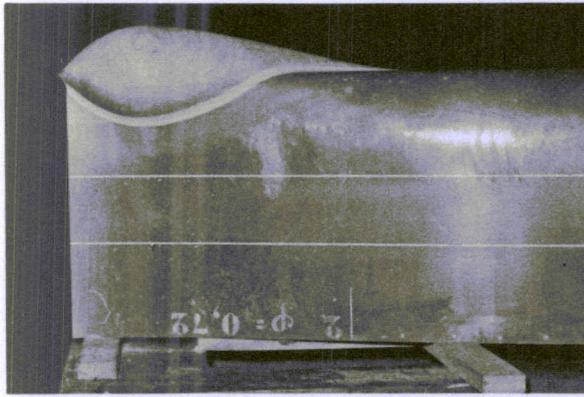
Ergebnisse der Modellversuche

Grundmodell (Modell Nr. 1781 der VWS, Berlin)

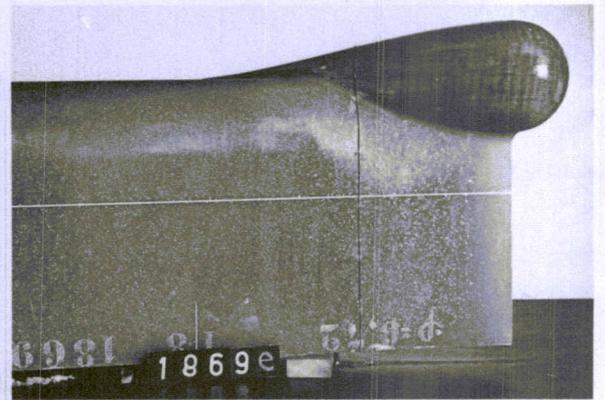
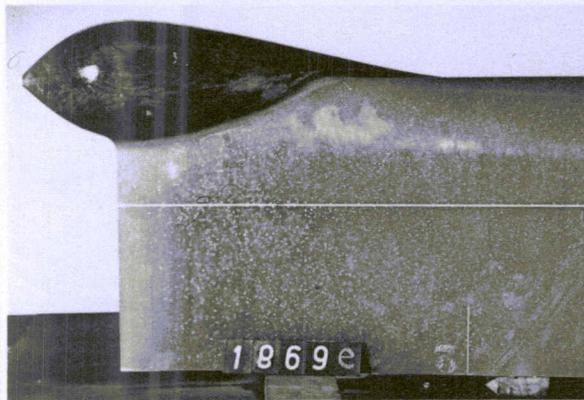
Modell - Wulst - Kombinationen mit der

Wulstform I

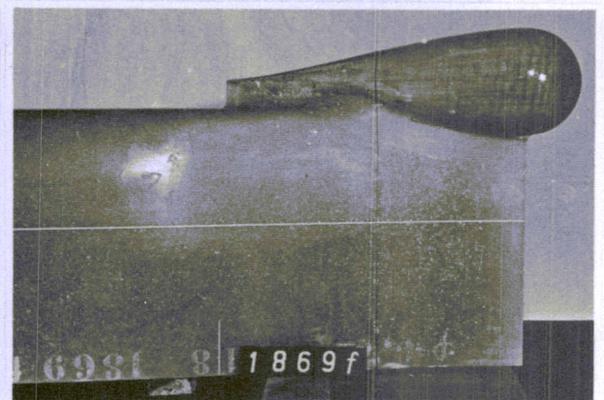
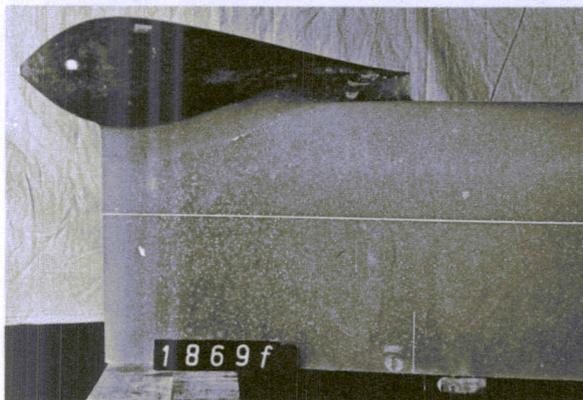
(Trim und Tauchung sind z. T. weggelassen)



Wulstform I: Fall d

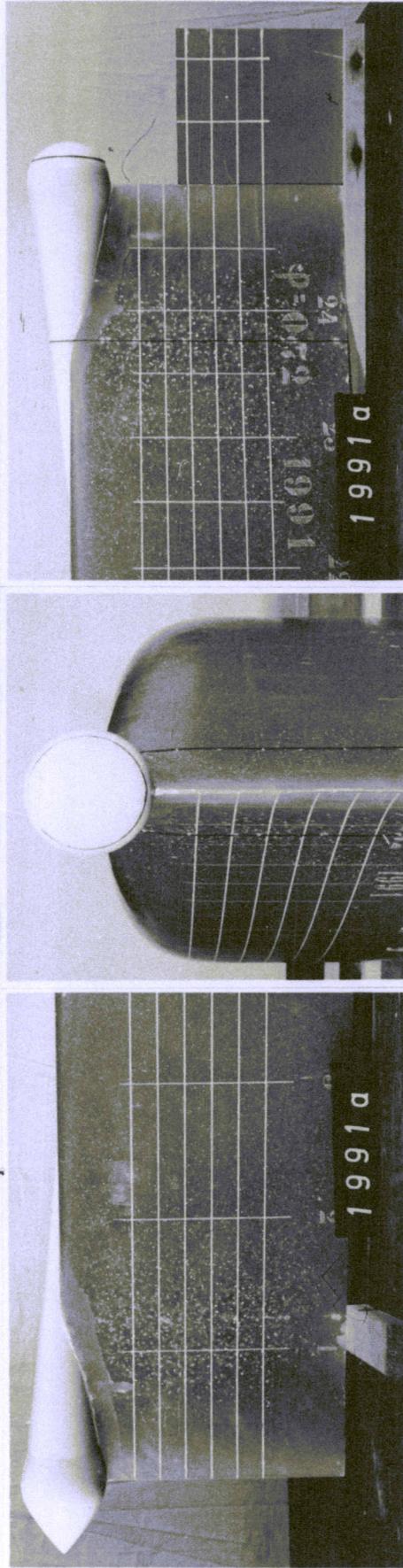


Wulstform I: Fall f

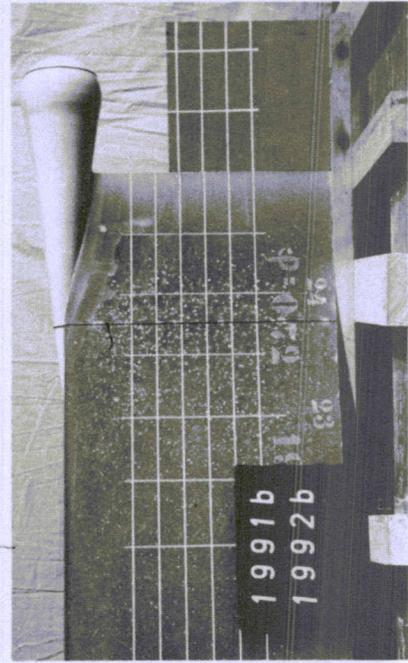


Wulstform I: Fall g

Abb. 1 Die Wulstkörper am Modell der untersuchten Fälle d, f und g.



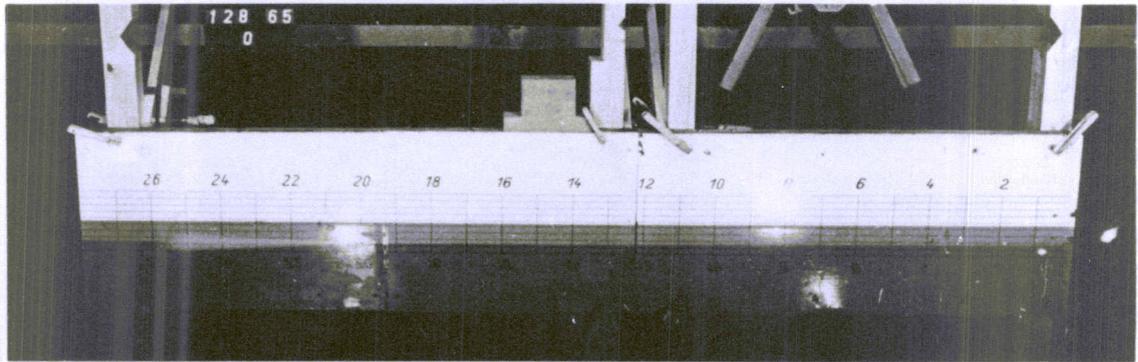
Wulstform II: Fall 3



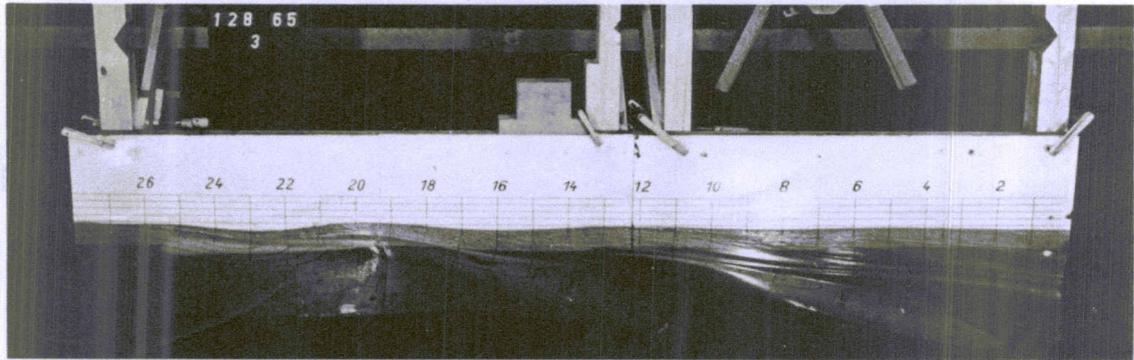
Wulstform II: Fall 2

Abb. 2 Die Wulstkörper am Modell der untersuchten Fälle 2 und 3

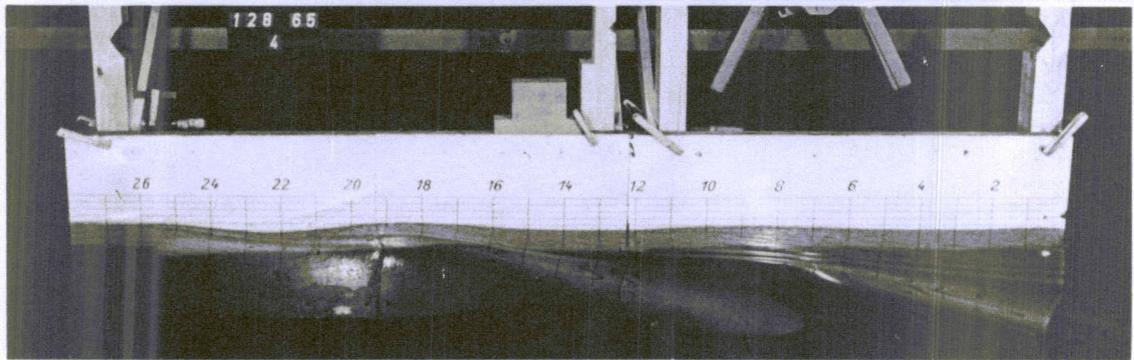
-Ab 3-



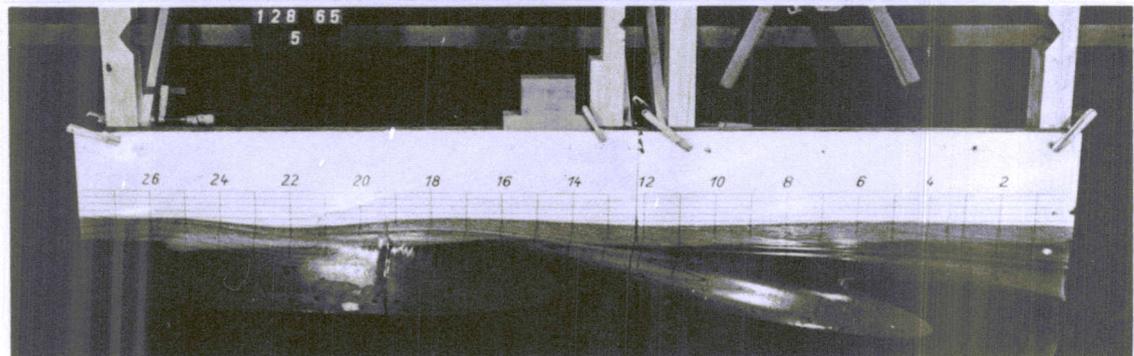
$v = 0$ m/sec (Rasterabstand 10×2 cm, oberste Linie des Rasters liegt 28 cm über der Achse des Wulstkörpers II)



$v = 1.104$ m/sec $Fr = 0.1577$ (bez. auf L)



$v = 1.242$ m/sec $Fr = 0.1775$ (bez. auf L)



$v = 1.367$ m/sec $Fr = 0.1954$ (bez. auf L)

Abb. 3 Das Wellenbild der Wulstform II. Lage des Wulstzentrums der Tiefe nach $f = 1.00 \cdot T$. (Das Zentrum befindet bei Pos.Nr. 25.)

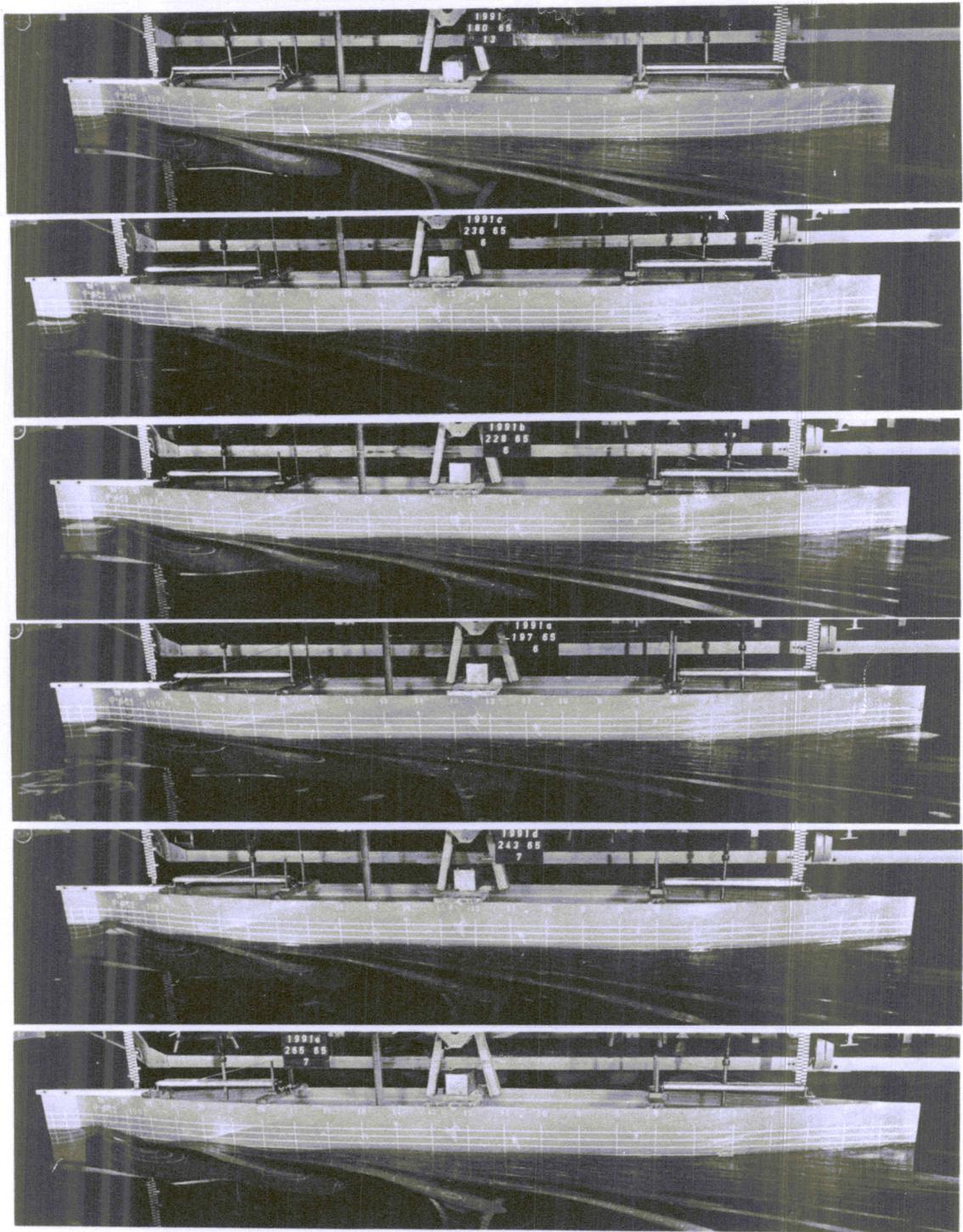


Abb. 4 Wulstform II: Wellenfotos der symm. Schiff-Wulst-Kombination

Lage der Tiefe nach $f = 1.00 \cdot T$. Geschwindigkeit und
Lage der Länge nach der Fotos von oben nach unten:

v: 1.230 1.256 1.261 1.260 1.260 1.259 m/sec $Fr \approx 0.18$

d: ohne $+1.10$ $+1.05$ $+1.00$ $+0.95$ $+0.90$ L/2

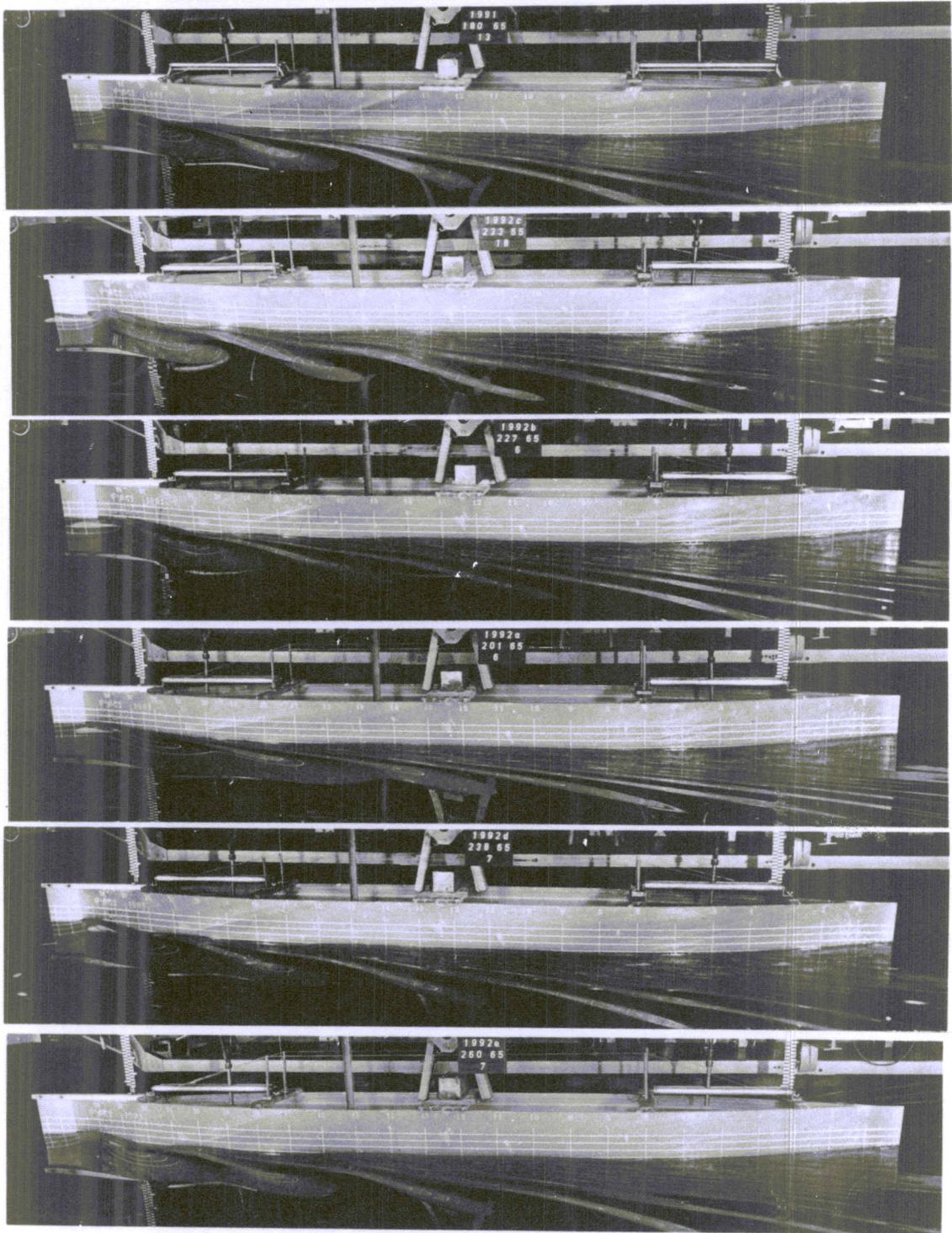


Abb. 5 Wulstform II: Wellenfotos der asym. Schiff-Wulst-Kombination
Lage der Tiefe nach $f = 1.00 \cdot T$. Geschwindigkeit und
Lage der Länge nach der Fotos von oben nach unten:
v: 1.230 1.267 1.260 1.262 1.265 1.257 m/sec $Fr \approx 0.18$
d: ohne +1.10 +1.05 +1.00 +0.95 +0.90 L/2



Abb. 6 Wulstform I: Wellenfotos der symm. Schiff-Wulst-Kombination
Geschwindigkeit und Lage der Länge und Tiefe nach der
Fotos von oben nach unten:

| | | | | | | | | |
|----|-------|------------|------------|------------|------------|------------|-------|--------------------|
| v: | 1.615 | 1.656 | 1.642 | 1.670 | 1.660 | 1.655 | m/sec | $Fr \approx 0.235$ |
| d: | ohne | ± 1.10 | ± 1.05 | ± 1.00 | ± 0.95 | ± 1.00 | L/2 | |
| f: | ohne | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.25 | T | |

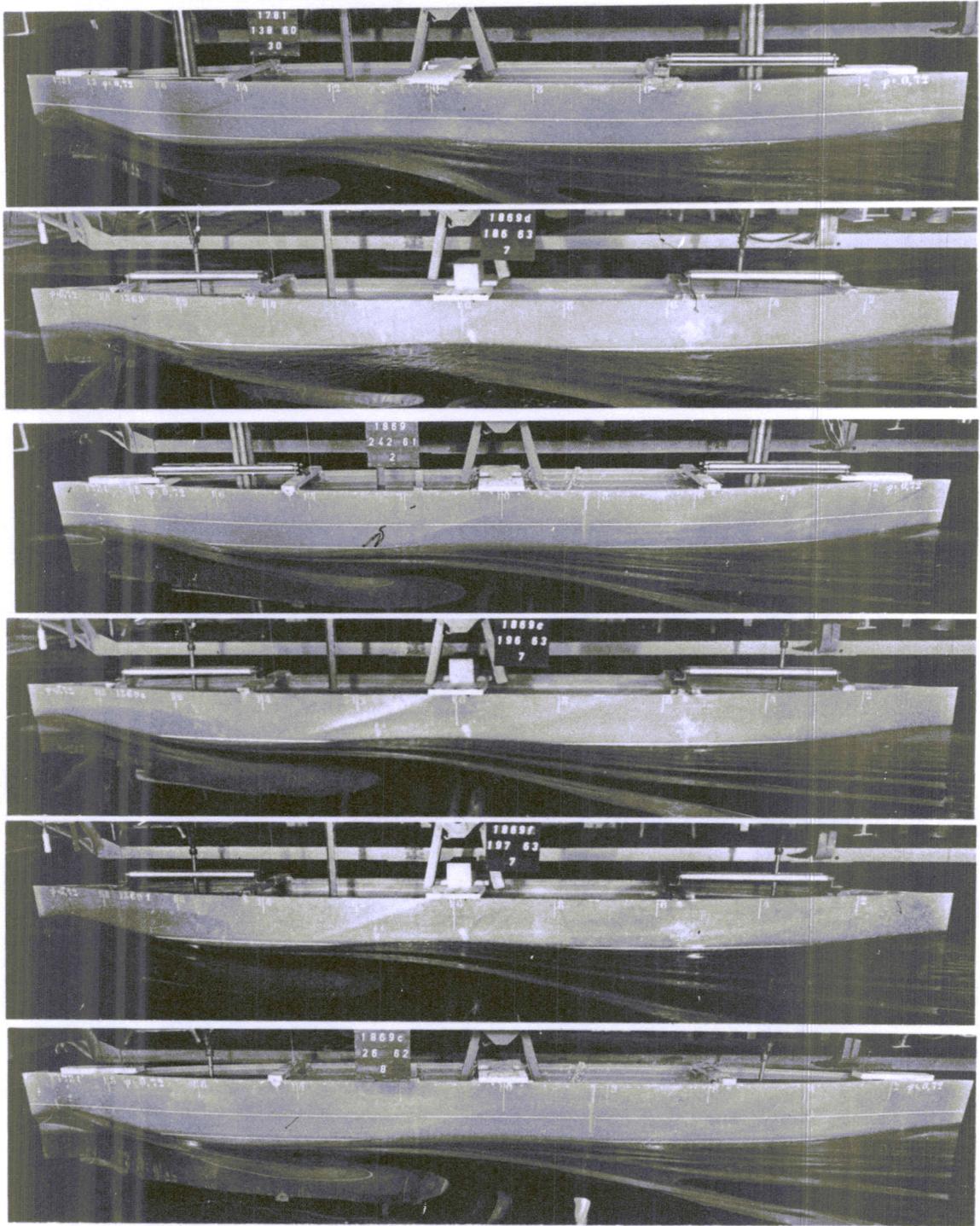
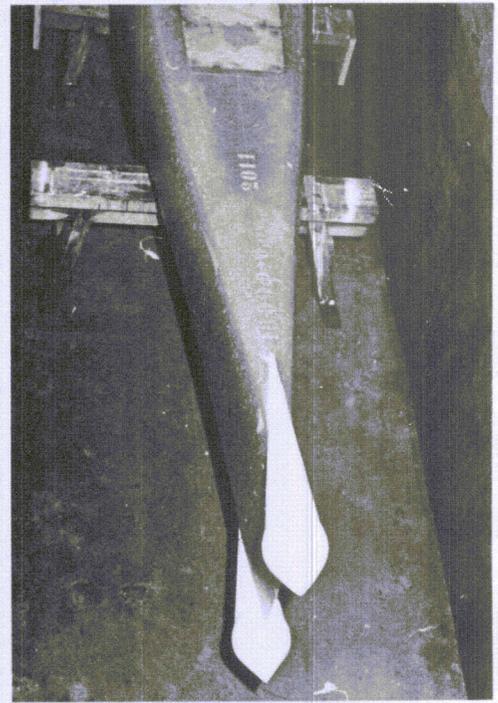
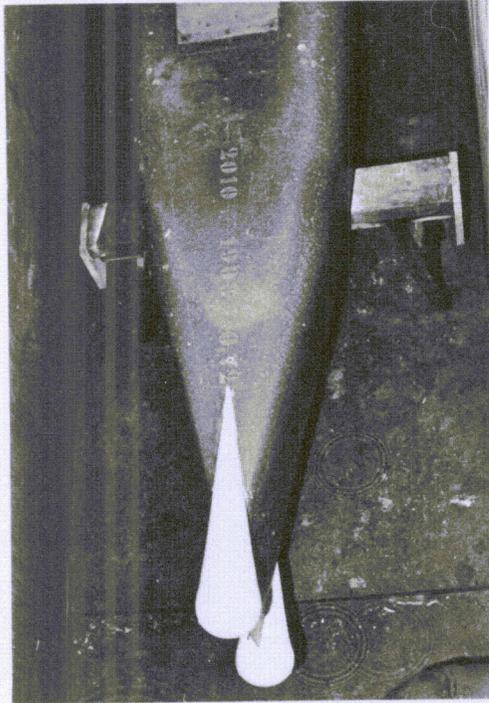


Abb. 7 Wulstform I: Wellenfotos der symm. Schiff-Wulst-Kombination
Geschwindigkeit und Lage der Länge und Tiefe nach der
Fotos von oben nach unten:

| | | | | | | | | |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| v: | 1.814 | 1.848 | 1.817 | 1.850 | 1.858 | 1.854 | m/sec | $Fr \approx 0.260$ |
| d: | ohne | +1.10 | +1.05 | +1.00 | +0.95 | +1.00 | L/2 | |
| f: | ohne | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.25 | T | |



Wulstform II

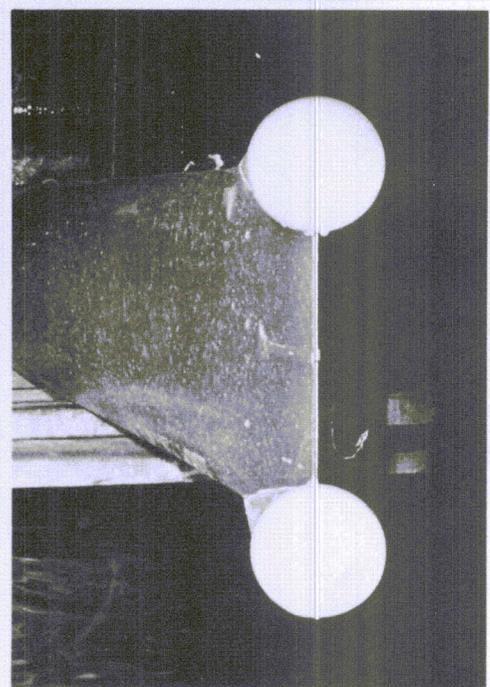
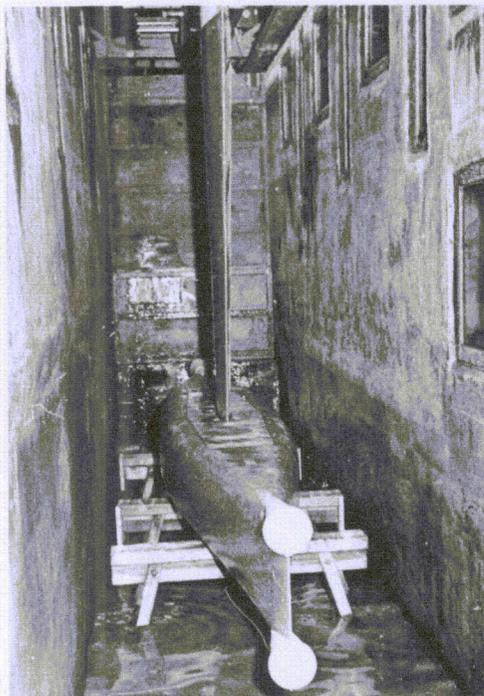
vordere Wulstkörper

hintere Wulstkörper

$$\varphi_v = 0.72$$

$$\varphi_{ges} = 0.64$$

$$\varphi_h = 0.56$$



Doppelmodell am Schwert

vordere Wulstkörper

b. 8 Wulstform II: Doppelmodell mit Wulstkörpern in der symmetrischen Anordnung ($d = 1.00$, $f = 1.00$)

- /1/ Barnaby, K.C.: The Institution of Naval Architects 1860-1960. An Historical Survey of the Institution's Transactions and Activities over 100 Years. RINA 1960 (Royal Inst. of Nav. Arch.).
- /2/ Bessho: Wave-Free-Distributions on their Applications. International Seminar on Theoretical Wave Resistance. Ann Arbor 1963.
- /3/ Birkhoff, G., B.V. Korvin-Kroukovsky, J. Kolik: Theory of the Wave Resistance of Ships. Transact. SNAME, Vol. 62, 1954.
- /4/ Eggers, K.: Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines Schiffmodells durch Analyse seines Wellensystems. Schiffstechnik Bd. 9, 1962, Heft 46.
- /5/ Gawn, R.W.L.: Historical Notes and Investigations at the Admiralty Experiment Works, Torquay. TINA 1941, Vol. 83 c.p. 80).
- /6/ Ginsburg, I.P.: Zur Theorie der Schiffswellen und des Wellenwiderstandes. Serie der Math. Naturwissenschaften, Nr. 42 (1939), S. 129.
- /7/ Granville, P.S.: The Viscous Distance of Surface Vessels and the Skin Friction of Flat Plates. The Shipbuilders and Marine Engine-Builder. April 1957, p. 259
- /8/ Gröbner-Hofreiter: Integraltafel (1. und 2. Teil). Springer-Verlag 1949.

- /9/ Havelock, T.H.: The Wave Pattern of a Doublet in a Stream. Proc. Roy. Soc. Series A, Vol.121, (Dec.1928)
- /10/ Havelock, T.H.: The Theory of the Wave Resistance. Proc. Roy. Soc. Series A, Vol.138, (1932)
- /11/ Havelock, T.H.: The Calculation of Wave Resistance. Proc. Roy. Soc. Series A, Vol.144, (1934).
- /12/ Havelock, T.H.: Wave Resistance. Proc. Roy. Soc. Series A, Vol. 118, (Dec. 1927).
- /13/ Havelock, T.H.: Ship Waves: The Calculation of Wave Profiles. Proc. Roy. Soc. Series A, Vol. 125.
- /14/ Hoerner, S.F.: Fluid-Dynamic Drag. 1958. Theoretical, Experimental and Statistical Information.
- /15/ Horn, F.: Theorie des Schiffes. Auerbach u.Hort, Handbuch der Mechanik V. Springer-Verlag 1935, S. 553.
- /16/ Inui, T.: Wave-Making Resistance of Ships. Transactions SNAME, 1962, Vol.70.
- /17/ Inui, T.: Study on Wave-Making Resistance of Ships. Society of Naval Architects of Japan. 60th Anniversary Series, Vol.2, 1957.
- /18/ Karp, S., J. Kotik und J.Lurye: On the Problem of Minimum Wave Resistance for Struts and Strut-Like Dipole Distributions. III.Symposium on Naval Hydrodynamics. Scheveningen, Sept.1960.

- /18a/ Kostjukow, A.A.: Theorie der Schiffswellen und des Wellenwiderstandes. (russ.) Sudpromgis (1959).
- /19/ Kotik, J.: Some Aspects of the Problem of Minimum Wave-Making. Int. Seminar on Theoretical Wave-Resistance. Ann Arbor 1963.
- /20/ Krein, M.G.: Über eine neue Methode der Lösung linearer Integralgleichungen der ersten und zweiten Art. (russ.) Dokladi Akademii Nauk SSSR 1955.
- /21/ Laute, W.: Untersuchungen über Druck- und Strömungsverlauf an einem Schiffsmodell. STG-Jahrbuch 1933, 34. Bd., S. 403 ff.
- /22/ Lunde, J.K.: On the Linearized Theory of Wave Resistance for Displacement Ships in Steady and Accelerated Motion. Skipsmodelltanken Meddelelse Nr. 5, 1951.
- /23/ Maruhn, K.: Druckverteilungsrechnungen an elliptischen Rumpfen und in ihrem Außenraum. DVL-Bericht, Jahrbuch 1941 der Deutschen Luftfahrtforschung. S. 135.
- /24/ Michell The Wave Resistance of a Ship. Philosophical Magazine, Vol. 145, (1898), S.1.
- /25/ Michelsen, F.C.: Expressions for the Evaluation of Wave-Resistance for Polynomial Centerplane Singularity Distributions. Int. Seminar on Theoretical Wave Resistance. Ann Arbor 1963.
- /26/ Milne-Thomson, L.M.: Theoretical Hydrodynamics. 1949.

- /27/ Oswatitsch, K.: Physikalische Grundlagen der Strömungslehre. Handbuch der Physik Bd.VIII/1 - S. Flügge. Springer-Verlag 1959.
- /28/ Pien, C.P.: Theoretical and Experimental Study of Wave-Making Resistance of Ships. Int. Seminar on Theoretical Wave Resistance. Ann Arbor 1963.
- /29/ Pien, C.P.: The Application on Wave-Making Resistance Theory to the Design of Ship Hulls with Low Total Resistance. 5. Symposium on Naval Hydrodynamics Bergen 1964.
- /31/ Riegels, Fr.W.: Aerodynamische Profile. Verlag H. Oldenbourg, München 1958.
- /32/ Riegels, Fr.W.: Die Strömung um schlanke, fast drehsymmetrische Körper. Mitteilungen aus dem Max-Planck-Inst. f. Strömungsforschung, Nr. 5, Göttingen, 1952.
- /33/ Ryshik-Gradstein: Tafeln, Σ, Π, \int Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- /34/ Saunders, Harold, E.: Hydrodynamics in Ship Design. Vol. I and Vol. II .
- /35/ Schlichting, M.: Grenzschichttheorie. Verlag G. Braun, Karlsruhe.
- /36/ Schlichting, O.: Über die hydrodynamischen Grundlagen des Proudeshen Verfahrens zur Bestimmung des Schiffswiderstandes und dessen technische Durchführung. STG Jahrbuch 45. Bd., 1951.

- /37/ Serrin, James: Mathematical Principles of Classical Fluid
Handbuch der Physik. Bd. VIII/1, Springer-
Verlag 1959.
- /38/ Sharma, S.D.: Untersuchungen über den Zähigkeits- und Wel-
lenwiderstand mit besonderer Berücksichtigung
ihrer Wechselwirkung. Institutsbericht J.G.S.
Nr. 138.
- /39/ Sharma, S.D.: Über Dipolverteilungen für getauchte Rotations-
körper geringsten Wellenwiderstandes. Instituts-
bericht Nr. 105/Schiffstechnik Bd.9/1962.
- /40/ Sisow, V.G.: Zur Theorie des Wellenwiderstandes eines Schif-
fes auf stillem Wasser. Iswestija Akad.Nauk SSSR,
1961, Nr.1, S.75-85.
- /41/ Timman, R., G. Vossers: A Solution of the Minimum Wave Resistance
Problem. III. Symposium on Naval Hydrodynamics,
Scheveningen, Sept. 1960.
- /42/ Vossers, G.: Wave Resistance of Slender Ships. Schiffstechnik
Bd. 9, 1962, Heft 46.
- /43/ Weber, Moritz: Das allgemeine Ähnlichkeitsprinzip der Physik.
STG Jahrbuch Bd. 31/ S.274.
- /44/ Weber, Moritz: Der Schiffswiderstand vom Standpunkt der Ähnlich-
keitsmechanik geschichtlich-kritisch dargestellt
unter besonderer Würdigung der Verdienste Fried-
rich Reechs, des Schöpfers der Hauptmodellgesetze
des Schiffbaus. STG Jahrbuch Bd.43, 1942, S.183.

- /45/ Wehausen, J.V.: Wave Resistance of Thin Ships. Naval Hydrodynamics Publication No.515, 1957.
- /46/ Wehausen, J.V.; E.V. Laitone: Surface Waves. Handbuch der Physik Bd. IX, Strömungsmechanik III, Springer-Verlag 1960, S.446.
- /47/ Wehausen, J.V.; H. Schulze: Vorlesungen über ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Wasserwellen. Wintersemester 1960/61, Hamburg. Lecture Notes for NA 241 A-B Ship-Hydrodynamics, 1959/60, Berkeley, Cal./USA.
- /48/ Wehausen, J.V., Webster: Schiffe geringsten Widerstandes mit vorgegebenem Hinterschiff. Schiffstechnik Bd.9, 1962.
- /49/ Wehausen, J.V.: An Approach to Thin-Ship Theory. Int.Seminar on Theoretical Wave Resistance. Ann Arbor 1963.
- /50/ Weinblum, G.: Anwendung der Michellschen Widerstandstheorie. STG Jahrbuch 1930, Bd. 31, S. 389 ff.
- /51/ Weinblum, G.: Schiffe geringsten Widerstandes. Jahrbuch der STG, 1957, Bd. 51, S. 175.
- /52/ Weinblum, G.: A Systematic Evaluation of Michell's Integral. TDMB-Report, Nr. 886.
- /53/ Weinblum, G.: Schiffsform und Widerstand. Mitteilungen der Preußischen Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau, Berlin.

- /54/ Weinblum, G.: Application of Wave Resistance Theory to Problems of Ship Design. Transact. of the Inst. of Engineers and Shipbuilders in Scotland. 1959.
- /55/ Weinblum, G.: Widerstandsuntersuchungen an Achiffen. ZAMM, Bd. 15, Heft 6, Dez. 1935, S. 382.
- /56/ Weinblum, G.: Analysis of Wave Resistance. DTMB-Report No. 710, Sept. 1950.
- /57/ Weinblum, G.: Beitrag zur Ausbildung von Schiffsförmn. Vd. I. Bd. 76, Nr. 47, 19. Nov. 1932, S. 1149.
- /58/ Weinblum, G.: Schiffsförm und Wellenwiderstand. STG Jahrbuch 1932, Bd. 33.
- /59/ Weinblum, G.: Die analytisch Ausbildung von Schiffsförmn. ZAMM, Bd. 15, Heft 4, Juli 1935, S. 205.
- /60/ Wieghardt, K.: Messungen im Strömungsfeld an zwei Hinterschiffsmödmn. Schiffstechnik Bd. 4, Heft 20 1957, S. 78 ff.
- /61/ Wigley, W.C.S.: Ship Wave Resistance. Transact. of the North-East-Coast Institution of Engineers and Shipbuilders, 1930-31, Vol. 47.
- /62/ Zurmühl, R.: Matrizen - Eine Darstellung für Ingenieure. Springer-Verlag 1958.

- /72/ Eggert, E.F.: Form Resistance Experiments. Transact. SNAME Vol.No.62, 1935.
Further Form Resistance Experiments. Transact. SNAME Vol.No.47, 1939.
- /73/ Gerritsma, J., W. Beukelman, W.: The Influence of a Bulbous Bow on the Motions and the Propulsion in Longitudinal Waves. Int. Shipb. Progr.10, 1963, p.148-158.
- /74/ Inui, T.: Wave Profile Measurements on the Wave-Making Characteristics of Bulbous Bow. (japan). (Japan. Veröffentlichung 1961).
- /75/ Inui, T., Takahei, Kumano: Wave Profile Measurements on the Wave-Making Characteristics of the Bulbous Bow. (japan.) Zosen Kiokai No.108, Dec.1960, p. 39 ff., J.BSRA No.16, 1961, 17654.
- /76/ Inui, T., Takahei: Wave Cancelling Effects of the Waveless Bulb on the High-Speed Passenger Coaster. "Kurenai Maru", part I.
- /77/ Inui, T., Shigemitsu, M. and K.Kai: Wave Cancelling Effects of the Waveless Bulb on the High-Speed Passenger Coaster. "Kurenai Maru", part II. Zosen Kiokai No.110, Dec. 1961, p.91-104. Mar. Eng. Shipb. Abstr. 25, 1962, p. 161. J.BSRA No.17, 1962, 18523
- /78/ Inui, T., Takahei: Wave Cancelling Effects of the Waveless Bulb on the High-Speed Passenger Coaster. "Kurenai Maru", part III. Zosen Kiokai 110, Dec. 1961, p.105-118. Mar.Eng.Shipb.Abstr.25 1962, p.161. J.NSRA No.17, 1962, 18524.

- /79/ Inui, T., Takahei: Model Resistance and Propulsion Experiments. (japan.) Zosen Kiokai, No.110, Dec. 1961, p. 75-89. J.BSRA No.17, 1962, 18522. Mar.Eng.+Shipb.Abstr. No.25, 1962 p. 161.
- /80/ Inui, T., Hisashikajitani: NON-Bulbous Hull Forms Derived from Source Distribution on the Vertical Rectangular Plane. Report Aug. 1963. Int Seminar on Theoretical Wave Resistance at the University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- /81/ Iwola, Tatsugo: On the Wave-Making Resistance for High-Speed Vessels. (japan.) Zosen Kiokai No.110, 1961, p. 129-143, 569.
- /82/ Johnson, N.V.: Bulbous Bows on Trawlers. Int. Shipb. Progress No.3, 1956, p.641-658.
- /83/ Johnson, N.V.: Further Tests with Bulbous Bow on Trawlers. Int.Shipb.Progr. No.5, Nov. 1958, p. 522-529. Nav.Arch.+Marine Eng. No.81, 1958, p.263-266.
- /84/ Kazuo Ochi: Model Experiments on the Effect of a Bulbous Bow on Ship Slamming. DTMB-Report No. 1360, Oct. 1960.
- /85/ Kumano, M.: A Study on the Waveless Stern, I.(jap.) 1961. A Study of the Waveless Stern, part II, III, (japan.) Zosen Kiokai No.109 June 1961, p.87, Zosen Kiokai No.110, Dec. 1961, p.159. J.BSRA No.17, 1962, 17979, 18533.

- /86/ Lindblad, A.: Further Experiments with Bulbous Bows. Publication of the Swedish State Shipbuilding Experimental Tank, 1948.
- /87/ Martin, M., J. White: Analysis of Ship Forms to Minimise Wave-Making Resistance. Stevens Inst. of Technology. Report 845, May 1961.
- /88/ Maruo, Hajime: Problems Relating to the Ship Form of Minimum Wave Resistance. Report, Presented at the V. Symposium on Naval Hydrodynamics Sponsored by ONR at Bergern, Sept. 1964.
- /89/ Müller, B.: Einige Erfahrungen mit Bugwulstschiffen. Schiff und Hafen, Heft 1, 1965.
- /90/ Nitzki, L., J. Alsen, R. Brenke: Einige weitere Untersuchungen im Zusammenhang mit der Anwendung der A.G. "Weser" - Hinterschiffsform. Schiff und Hafen, Heft 2, 1962, 14. Jahrg.
- /91/ Nitzki, L.: Resistance and Propulsion of High-Powered Single-Screw Vessels. European Shipbuilding No. 3, 1959.
- /92/ Nobutatsu, Y.: Fishing Boat of the Waveless Hull Form. Int. Sem. on Theoretical Wave Resistance. Ann Arbor, Michigan, 1963.
- /93/ Paul, R., Van Mater, Jr.: Preliminary Evaluation of a Large-Bulb-Ship for High-Speed Operation in Smooth Water and in Rough Seas. Rep. No. 834, May 1964 Davidson Laboratory.

- /94/ Pifer, B.C.: A Preliminary Report on the Effect of a Bow Dome on the Seakeeping Qualities of "Forrest Sherman" class. DTMB-Report No. 1526, 1961.
- /95/ Reiji Tsunoda-Kyoshi Kasahara-Katsuyoshi Takekuma: A High-Speed Cargo Liner Design Based upon the "With-Bulb" Waveless Concept. Aug. 1963. International Seminar on Theoretical Wave Resistance at the University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- /96/ Schlichting, O.: Arbeiten der Marineversuchsanstalt bezüglich Entwicklung von Schiffformen in den Jahren 1909 bis 1920. STG Jahrbuch 1953. Bd. 47, S. 97 ff.
- /97/ Schmidt-Stiebith, H.: Systematische Erfassung von örtlich am Schiff anzubringende Stau- bzw. Unterdruck erzeugende Elemente zwecks Verringerung der Wellenhöhe und damit des Wellenwiderstandes. Schiff und Hafen Nr. 12, 1960, S. 746-755.
- /98/ Takahei, T.: A Study of the Waveless Bow. Int.Soc.Nav.Arch. Japan, No.109, 1961, June, p.73. J.BSRA No.17, 1962, 17978.
- /99/ Takezawa, S.: Destroyer Forms. Report Aug. 1963. Internat. Seminar on Theoretical Wave Resistance at the University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- /100/ Takezawa, S.: An Application of the Waveless Theory to the Design of a Destroyer Form. Report Aug. 1963. Internat. Seminar on Theoretical Wave Resistance at the Univ.of Michigan, Ann Arbor, Mich

- /101/ Takezawa, S.: A Study on the Large Bulbous Bow of a High-Speed Displacement Ship. Part I: "Resistance in Still Water". Zosen Kiokai No.110, Dec. 1961, p. 145 ff. J.BSRA No.14, 1962, 18526.
- /102/ Takezawa, S.: A Study on the Large Bulbous Bow of a High-Speed Displacement Ship. Part II: "Performance in Waves". Zosen Kiokai, No.110, 1962, p. 19 ff. J.BSRA No.17, 1962, 19084.
- /103/ Taylor, D.W.: Speed and Power of Ships. US-Government Printing Office Washington 1943.
- /104/ Taylor, D.W.: Influence of the Bulbous Bow on Resistance. Marine Engineering and Shipping Age, Sept. 1923.
- /105/ Tratschuk, G.N.: Formeln zur Berechnung des Widerstandes von Nischen und Öffnungen im Schiffskörper (russ. Sudostroennie, 25 Okt.1959, S. 9-13.
- /106/ Weinblum, G.: Theorie der Wulstschiffe.
- /107/ Wigley, W.C.S.: The Theory of the Bulbous Bow and its Practical Application. Transactions of the North-East-Coast. Institution of Engineers and Shipbuilders, 1935/36, Vd.52, p.
- /108/ Yim, B.: Analysis of the Bulbous Bow and Simple Ships. Technical Report No.117, Aug.1962, Hydronautics, inc.

- /109/ Yim, B.: On Ships with Zero and Small Wave Resistance.
Technical Report No.117 - 4, June, Hydronautics, 1963
- /110/ Yim, B.: Minimum Wave Resistance of Bulbous Ships
Technical Report No.117 - 3, Oct., Hydronautics, 1963
- /111/ Yim, B.: Some Recent Developments in Theory of Bulbous Ships
Technical Report No.117 - 6, Aug., Hydronautics, 1964
- /112/ Grüss, G.: Differential- und Integralrechnung
Akademische Verlagsgesellschaft Leipzig (1953)
- /113/ Acevedo, M.L.: La eficacia del moderno bulbo de proa
Report Canal de Experiencias Hidrodinamicas,
Madrid, Sept. 1965
- /114/ Kajitani, H. : The second Order Treatment of Ship Surface
Condition (Japan.)
Soc. of Naval Arch. of Japan, Nov. 1965
- /115/ van Lammeren, W.P.A., Wahab, R.: Research on Bulbous Bow Ships
T.N.O. Report 74S Part I, Oct. 1965
- /116/ van Lammeren, W.P.A., Muntjerwerf, J.J.: Research on Bulbous
Bow Ships Part II - Still Water Performance of a
24.000dtw Bulkcarrier with a Large Bulbous Bow
Int. Shpb. Progress Dec. 1965
- /117/ Laskey, N.V., Campbell, G.T.R.: The Design of Hull Forms for
Super tankers and Bulk Carriers
Marine Technology Nr. 1, 1966
- /118/ Weinblum, G., Schuster, S., Boes, Ch., Bhattacharyya: Unter-
suchungen über den Widerstand einer systematisch
entwickelten Modellfamilie
STG Jahrbuch 1962
- /119/ Weinblum, G.: Rechnerische Entwicklung von Schiffsförmern
Mitteilung der Preuß. Versuchsanstalt für Wasser-
Erd- und Schiffbau, Berlin
- /120/ Yim, B.: Analysis of Spherical Bulbs on a Ship Bow
Technical Report No.117 - 8, Oct., 1965, Hydronautics
- /121/ Ward, L.W.: Experimental Determination of Ship Wave Resis-
tance from the Wave Pattern
Report of Webb Inst. of Naval Arch.
Glenn Cove, L.I. New York