

# ZUR BESTIMMUNG BRUCHMECHANISCHER KENNWERTE AM PIEZO-AKTOR

C. Häusler<sup>a</sup>, H. Jelitto<sup>b</sup>, H. Balke<sup>a</sup>, G. A. Schneider<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Technische Universität Dresden, Institut für Festkörpermechanik, D-01062 Dresden

<sup>b</sup> Technische Universität Hamburg-Harburg, Advanced Ceramics Group, Denickestr. 15, D-21073 Hamburg

**Zusammenfassung:** Risse an oder in dünnen Metallelektroden stellen eine Ausfallursache für Piezo-Aktoren dar. Von Interesse sind daher die das stabile Risswachstum bestimmenden bruchmechanischen Parameter für den Piezokeramik-Elektroden-Grenzflächenriss. Die bruchmechanischen Parameter werden theoretisch und experimentell bestimmt. Die Messung der zu einem Rissfortschritt führenden elektrischen und mechanischen Lasten erfolgt an 4-Punkt Biegeproben. Mit Hilfe der theoretischen Lösung für das Rissspitzenfeld des verallgemeinerten ebenen elektromechanischen Problems werden die K-Faktoren definiert. Die Bestimmung der kritischen K-Faktoren erfolgt mittels numerisch berechneter Geometriefunktionen für die 4-Punkt Biegeprobe. Aus dem Risschließintegral ergibt sich der Zusammenhang zwischen den K-Faktoren und der Energiefreisetzungsrate.

**Stichwörter:** 4-Punkt Biegung, Piezo-Aktor, Grenzflächenriss, K-Faktoren, Energiefreisetzungsrate

## TO THE DETERMINATION OF CHARACTERISTIC FRACTUREMECHANICAL VALUES AT A PIEZOELECTRIC ACTUATOR

**Abstract:** Cracks at thin electrodes are a known failure mode of piezoelectric actuators. For that reason the fracture mechanical parameters determining the stable crack grow for such interfacial cracks are of interest. The fracture mechanical parameters will be determined theoretical and experimental. The measurement of the critical loads leading to crack grow are performed at 4-point bending specimens. Using the theoretical solution for the near tip crack field of the generalized two dimensional problem the intensity factors will be defined. The determination of the critical intensity factors results from numerical calculated shape functions for the 4-point bending specimen. The crack closure integral gives the connection between the intensity parameters and the energy release rate.

**Keywords:** 4-point bending, piezoelectric actuator, interfacial crack, intensity parameters, energy release rate

## Einleitung

Piezo- und ferroelektrische Keramiken werden in vielen Gebieten der Technik als Sensor- und Aktormaterial genutzt. Piezo-Aktoren bestehen dabei u.a. aus mit dünnen Metallelektroden versehenen piezokeramischen Schichten die zu einem Stapel (Multilayer-Aktoren) verbunden sind. Es ist bekannt, dass Risse an oder in den dünnen Metallelektroden eine Ausfallursache für die Piezo-Aktoren darstellen. Deswegen sollen die das stabile Risswachstum bestimmenden bruchmechanischen Parameter an dem Piezokeramik-Metallelektroden-Grenzflächenriss theoretisch und experimentell bestimmt werden.

Die Messung der zu einem Rissfortschritt führenden elektrischen und mechanischen Lasten erfolgt an 4-Punkt Biegeproben. Zur Herstellung der 4-Punkt Biegeproben werden handelsübliche Piezo-Aktoren genutzt. Die Anrisse in der Grenzfläche entstehen ausgehend von einem Kerb durch statische Belastung der Probe in einer sehr steifen Biegeapparatur. Die verwendete Biegeapparatur erlaubt ein kontrolliertes stabiles Vorantreiben der Grenzflächenrisse.

Da Keramiken spröde Materialien sind, kommt die lineare elektro-mechanische Bruchmechanik zur Anwendung. Ausgehend von der theoretischen Lösung für das Rissspitzenfeld des verallgemeinerten ebenen elektro-mechanischen Problems werden die K-Faktoren definiert. Der Zusammenhang zwischen den K-Faktoren und der Energiefreisetzungsrate folgt aus dem Risssschließintegral.

Die Bestimmung der kritischen K-Faktoren erfolgt mittels Geometriefunktionen für die 4-Punkt Biegeprobe. Die Geometriefunktionen ergeben sich numerisch aus FEM-Rechnungen unter Einbeziehung der theoretischen Lösung für das Rissspitzenfeld. Aus den kritischen K-Faktoren folgt die kritische Energiefreisetzungsrate.

Zur Kontrolle der Ergebnisse dient der Vergleich der im Experiment aus Compliance-Messungen bestimmte Energiefreisetzungsrate und der mittels der K-Faktoren berechneten Energiefreisetzungsrate.

## Probenpräparation, Versuchsanordnung und Messdaten

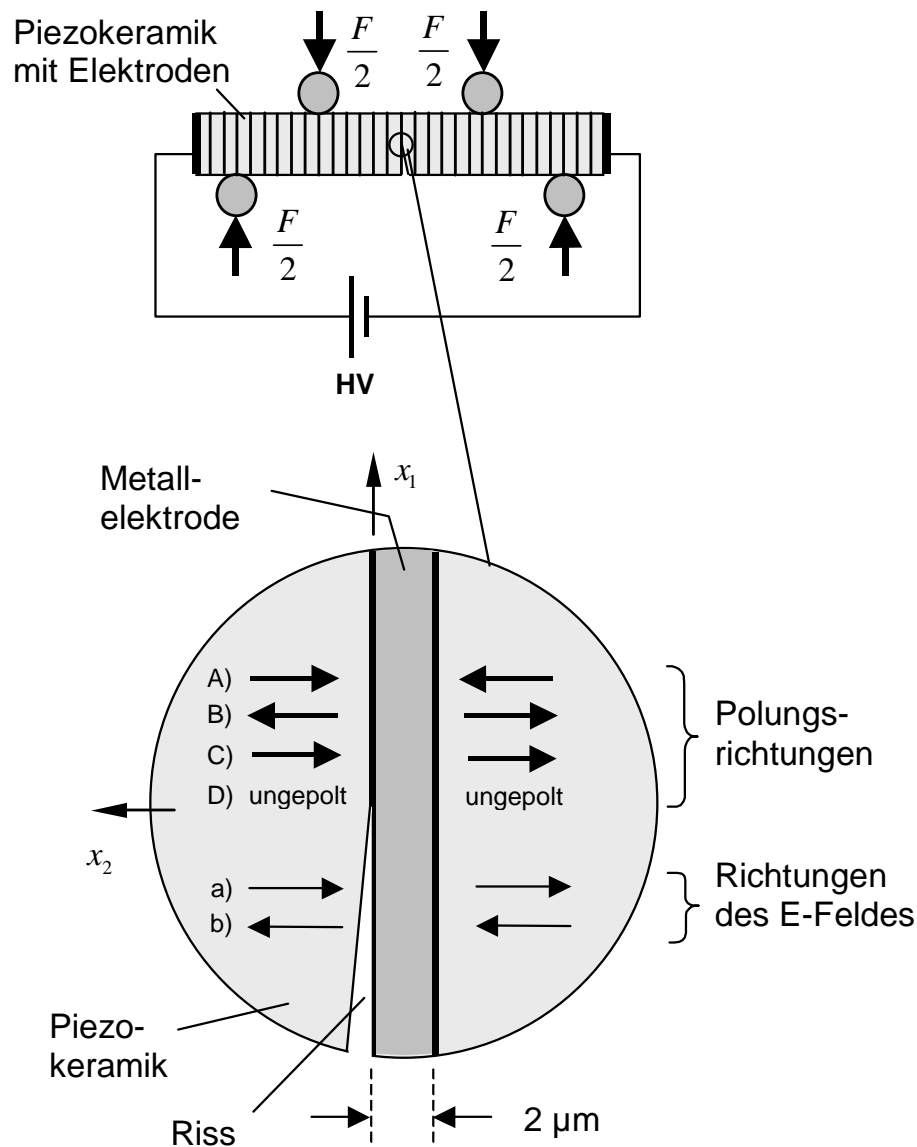
Die Präparation der 4-Punkt Biegeproben erfolgte aus Piezo-Aktoren mit zwei unterschiedlichen PZT-Materialien der Firma Bosch. Einer der Piezo-Aktoren (Typ A) war gepolt, der andere Piezo-Aktor (Typ B) ungepolt.

Das Präparieren der Biegeproben aus den Aktoren gestaltet sich sehr aufwendig. Die passiven Bereiche am Rand der Aktoren müssen entfernt werden, damit für das Experiment Proben mit bereichsweise homogenen Materialeigenschaften vorliegen. Dazu sind die Proben aus dem aktiven Bereich der Aktoren herauszuarbeiten. Das Vorliegen bereichsweiser homogener Materialeigenschaften ist eine wesentliche Voraussetzung für die theoretische Modellierung der Bruchversuche.

Während bei reinen PZT-Proben nach dem Sägen der Stäbchen das Polieren einer Längsseite für die mikroskopische Beobachtung des Risswachstums genügt, müssen bei den Aktor-Stäbchen stets alle vier Längsseiten geschliffen und poliert werden, da infolge des Sägens das Metall der Elektroden an den Seitenflächen des Aktors verschmiert wird. Beim Anlegen von elektrischer Hochspannung würden die verschmierten Elektroden Feldinhomogenitäten bzw. elektrische Überschlüge erzeugen.

Ein weiteres Problem stellt die Identifikation der Polungsrichtung der Piezokeramiken an der Elektrode mit dem Grenzflächenriss dar. Bei den A-Typ-Aktoren wurden daher während der Probenpräparation stets zwei innere Elektroden an denen die Polung der Piezokeramik bekannt ist mit Vickers-Eindrücken gekennzeichnet, um nach dem kontrollierten Risswachstum durch Abzählen der Elektroden entscheiden zu können, ob der Riss in der Grenzfläche einer Plus- oder einer Minus-Elektrode lief (Variante A und B in Abb. 1).

Aufgrund der von der Firma Bosch zur Verfügung gestellten Aktoren ergeben sich vielfältige Möglichkeiten der geometrischen Anordnung von Polarisations- und Feldrichtung. Ein Teil der ungepoltten B-Typ-Aktoren wurde längs unter 47,5 kV bei einer Temperatur von 80°C in einer Richtung gepolt (Variante C in Abbildung 1).



**Abbildung 1:** Schematische Skizze der Versuchsanordnung

Die Erzeugung des Anrisses erfolgte ausgehend von einem Kerb in der 4-Punkt Biege-Apparatur. Allerdings ist beim Aktortyp A die Bruchzähigkeit innerhalb der Grenzfläche so gering, dass die in der Probe enthaltene elastische Energie ausreicht, die Probe unkontrolliert zu brechen, sobald der Anriss die Grenzfläche erreicht. Selbst eine theoretisch unendlich steife Apparatur würde nicht ausreichen, um den Übergang des Anrisses vom PZT-Vollmaterial in die Grenzfläche kontrolliert durchführen zu können. Deswegen wurde der Aktortyp A mit einem 1 mm starken Stahlblech verstärkt und zusätzlich der Anriss durch gezielte Vickerseindrücke auf der Probenoberfläche in die Grenzfläche gezwungen. Diese Maßnahmen ermöglichten einen kontrollierten Übergang des Anrisses in die Grenzfläche.

Für das Experiment wurde das Stahlblech wieder entfernt, so dass anschließend der Riss normal und kontrolliert in der Grenzfläche lief.

Die aus dem Experiment gewonnen Messdaten (Kraft, Durchbiegung, Risslänge, elektrische Spannung, elektrische Ladung) im Moment des stabilen Rissfortschritts ermöglichen die Bestimmung der kritischen Energiefreisetzungsrate  $G_c$ . Diese kann direkt aus dem Experiment über die mechanischen und piezoelektrischen Compliance sowie einer piezoelektrischen Compliance (diese Enthält den Einfluss der Kopplung von mechanischen und elektrischen Feldern) bestimmt werden. Die Berechnung der mechanischen und piezoelektrischen Compliance wurde mit einem Modulationsverfahren realisiert, das dem der Lock-in Technik ähnlich ist. Eine detaillierte Beschreibung des experimentellen Verfahrens ist in [1] gegeben. In [1] sind auch die erforderlichen Korrekturen der Messdaten aufgrund von apparativen Effekten, wie zum Beispiel der endlichen Compliance der 4-Punkt-Biegeapparatur, beschrieben.

Daneben kann die Energiefreisetzungsrate aus dem Risssschließintegral berechnet werden, in welches die dem jeweiligen betrachteten Randwertproblem zugeordneten K-Faktoren eingehen. Mit Hilfe der kritischen Energiefreisetzungsrate, die für Grenzflächenrisse im Allgemeinen vom jeweiligen Beanspruchungszustand an der Rissspitze (ausgedrückt durch die K-Faktoren) abhängt, kann ein Bruchkriterium in der Form

$$G = G_c(K_1, K_2, \dots) \quad (1)$$

angegeben werden.

Die gleichzeitige Bestimmung der Energiefreisetzungsrate direkt aus dem Experiment und über die K-Faktoren mit Hilfe des Risssschließintegrals dient als Kontrolle der Ergebnisse.

Die Definition der K-Faktoren und die aus dem Risssschließintegral folgende Beziehung zwischen K-Faktoren und Energiefreisetzungsrate wird im Folgenden angegeben.

### **Rissspitzenfelder, K-Faktoren und Energiefreisetzungsrate**

Da Keramiken spröde Materialien sind, kommt die lineare elektro-elastische Bruchmechanik zur Anwendung. Ebenso wie in der klassischen Bruchmechanik ist es möglich, eine allgemeine Lösung für die elektrischen und mechanischen Felder an der Rissspitze anzugeben. Dabei wird ein verallgemeinerter ebener Zustand für die physikalischen Felder in der Nähe der Rissspitze vorausgesetzt. Das heißt, die Fel-

der hängen nur von den Koordinaten in der Ebene senkrecht zur Rissfront ab. Unter dieser Voraussetzung lassen sich die Rissspitzenfelder mittels funktionentheoretischer Lösungsmethoden zum Beispiel auf der Grundlage des verallgemeinerten Strohformalismus herleiten [2].

Die singulären Terme in der Lösung für die Rissspitzenfelder enthalten die K-Faktoren. Je nach betrachtetem Randwertproblem können die singulären Terme die übliche  $1/\sqrt{r}$ -Singularität aufweisen oder von dieser Abweichen, wobei oszillierende Singularitäten oder stärkere Singularitäten als  $1/\sqrt{r}$  möglich sind. Daneben sind die K-Faktoren elektrischer und mechanischer Natur und können im Allgemeinen nicht mehr den üblichen Rissöffnungsmodi zugeordnet werden.

Zur Herleitung der Rissspitzenfelder für den Piezokeramik-Metallelektroden-Grenzflächenriss wird der sogenannte Modifizierte Strohformalismus [3,4,5] genutzt. Außerdem werden die mechanischen Eigenschaften der Metallelektrode vernachlässigt, was aufgrund ihrer im Vergleich zur Höhe der piezokeramischen Schichten geringen Dicke gerechtfertigt ist (2µm im Vergleich zu 90µm). Weiterhin wird angenommen, dass der Grenzflächenriss nur auf einer Seite der Elektrode wächst. (Diese Annahme wurde im Nachhinein durch die Bruchversuche bestätigt.)

Bezüglich der elektrischen Randbedingungen an den Rissflanken werden zwei Varianten unterschieden. Für den sogenannten durchlässigen Riss wird angenommen, dass die elektrischen Felder durch den vorhandenen Riss nicht gestört werden. Für die elektrischen Randbedingungen an den Rissflanken sind Übergangsbedingungen zu formulieren. Speziell ist das elektrische Potential über den Riss hinweg stetig. Dagegen stellt der sogenannte undurchlässige Riss eine Hindernis für die elektrischen Felder dar. An der Rissflanke auf welcher die Elektrode delaminiert wird die dielektrische Verschiebung Null gesetzt.

Mit Hilfe der Rissspitzenfelder lassen sich die den Rissproblemen zugeordneten Feldintensitätsparameter (K-Faktoren) definieren. Für den durchlässigen Grenzflächenriss existieren drei voneinander unabhängige K-Faktoren die durch die mechanischen Spannungen im Ligament bzw. durch die mechanischen Verschiebungen der Rissflanken festgelegt sind. Da der Riss als elektrisch durchlässig betrachtet wird, kann das elektrische Feld ungehindert durch den Riss hindurch. Ein elektrisches Feld kann die K-Faktoren (und damit einen eventuellen Rissfortschritt) nur indirekt über die piezoelektrische Kopplung beeinflussen, wobei hier die Bauteilgeometrie (bzw. die Probengeometrie), die Polungsrichtung der Piezokeramik und eventuelle elektrische Feldinhomogenitäten eine entscheidende Rolle spielen.

Beim undurchlässigen Grenzflächenriss gibt es vier voneinander unabhängige K-Faktoren die durch die mechanischen Spannungen und die dielektrische Verschiebung im Ligament bzw. durch die mechanischen Verschiebungen der Rissflanken und den Sprung des elektrischen Potentials über die Rissflanken hinweg festgelegt sind. Ein elektrisches Feld hat einen direkten Einfluss auf die K-Faktoren. Falls der Grenzflächenriss undurchlässig ist, sollte daher im Experiment auch ein entsprechender Einfluss des elektrischen Feldes auf den Rissfortschritt zu beobachten sein. Diese Beobachtung wurde jedoch in den bisherigen Experimenten nicht gemacht, was auf einen durchlässigen bzw. teildurchlässigen Riss schließen lässt.

Beispielhaft sollen an dieser Stelle die Rissspitzenfelder für den durchlässigen Riss angegeben werden. Bezüglich der Herleitung und der Rissspitzenfelder für den undurchlässigen Riss sei auf [5] verwiesen.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{21} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^3 t_k \mathbf{w}_k = \sum_{k=1}^3 \frac{x_1^{i\lambda_k}}{\sqrt{2\pi x_1}} (K_k + K_{k1}x_1 + \dots) \mathbf{w}_k \quad \text{und} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = (\mathbf{H}_{33} + \bar{\mathbf{H}}_{33}) \sqrt{\frac{-x_1}{2\pi}} \sum_{k=1}^3 \frac{-x_1}{\cosh \lambda_k \pi} \left( \frac{K_k}{1+i2\lambda_k} + \frac{K_{k1}}{3+i2\lambda_k} x_1 - \dots \right) \quad (3)$$

Die Gleichung (2) wird zur Definition der K-Faktoren ( $K_k, k=1,2,3$ ) genutzt.

$$K_k = \lim_{x_1 \rightarrow 0} t_k \frac{\sqrt{2\pi x_1}}{x_1^{i\lambda_k}} \quad (4)$$

Die Größen  $\sigma_{ij}$  und  $u_i$  ( $i, j=1,2,3$ ) bezeichnen die mechanischen Spannungen und die mechanischen Verschiebungen. Mit  $t_k$  werden die Koordinaten des Spannungsvektors im Raum der Vektoren  $\mathbf{w}_k$  gekennzeichnet. Die Vektoren  $\mathbf{w}_k$  charakterisieren die Rissöffnungsmodi und die  $\lambda_k$  geben die zu dem jeweiligen Rissöffnungsmodus zugehörigen Typ der Singularität an. In der positiv definiten (3,3)-Matrix  $\mathbf{H}_{33}$  spiegeln sich die mechanischen, elektrischen und piezoelektrischen Eigenschaften der Piezokeramik wieder.

Die analytischen Lösungen (2) und (3) lassen erkennen, dass die Bestimmung der Feldintensitätsfaktoren mit Hilfe numerischer Lösungen durch eine lineare Extrapolation geeignet gewählter Feldgrößen erfolgen kann. Dabei gibt es zwei Wege der Extrapolation: ein Weg ist die Extrapolation geeignet gewählter Kombinationen von Ligamentgrößen (mechanische Spannungen und zusätzlich die dielektrische Verschiebung für den undurchlässigen Riss) und der andere Weg enthält die Extrapolation von Flankensprunggrößen (Rissuferverschiebungen und zusätzlich der Sprung des elektrischen Potentials für den undurchlässigen Riss). Für den durchlässigen Riss ergibt sich

$$K_k + K_{k1}x_1 + \dots = \frac{\sqrt{2\pi x_1}}{x_1^{i\lambda_k}} \frac{\mathbf{w}_n^T \mathbf{H}_{33}}{\mathbf{w}_n^T \mathbf{H}_{33} \mathbf{w}_k} \begin{bmatrix} \sigma_{21} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad (5)$$

$$K_k + \frac{1+i2\lambda_k}{3+i2\lambda} K_{k1}x_1 + \dots = \frac{(1+i2\lambda_k) \cosh \lambda_k \pi}{-x_1^{i\lambda_k}} \sqrt{\frac{2\pi}{-x_1}} \frac{\mathbf{w}_n^T}{\mathbf{w}_n^T (\mathbf{H}_{33} + \bar{\mathbf{H}}_{33}) \mathbf{w}_k} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Hierbei wurden die Orthogonalitätsbeziehungen  $\mathbf{w}_n^T \mathbf{H}_{33} \mathbf{w}_k \neq 0$  bzw.  $\mathbf{w}_n^T \bar{\mathbf{H}}_{33} \mathbf{w}_k \neq 0$  (nur für  $\lambda_k + \lambda_n = 0$ ) ausgenutzt.

Da die Matrix  $\mathbf{H}_{33}$  positiv definit ist, gilt  $\lambda_1 = -\lambda_2 = \lambda$  ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ) und  $\lambda_3 = 0$ . Außerdem gilt  $K_2 = \bar{K}_1$  und  $\mathbf{w}_2 = \bar{\mathbf{w}}_1$ , wobei der Querstrich die konjugiert komplexe Größe angibt.

Für eine Polung der Piezokeramik in der  $(x_1, x_2)$ -Ebene ist weiterhin  $\mathbf{w}_3^T = [0 \ 0 \ 1]$  und  $K_3$  entspricht dem Modus III K-Faktor.

Aus dem Rissschließintegral

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \int_0^{\Delta a} \left[ \sigma_{21}(x_1) \ \sigma_{22}(x_1) \ \sigma_{23}(x_1) \right] \begin{bmatrix} u_1(\Delta a + x_1) \\ u_2(\Delta a + x_1) \\ u_3(\Delta a + x_1) \end{bmatrix} dx_1 \quad (7)$$

folgt der Zusammenhang zwischen den K-Faktoren und der Energiefreisetzungsrate, wobei die Rissspitzenfelder entsprechend den Gleichungen (2) und (3) einzusetzen sind [5]. (Mit  $\Delta a$  ist die Rissverlängerung gekennzeichnet.)

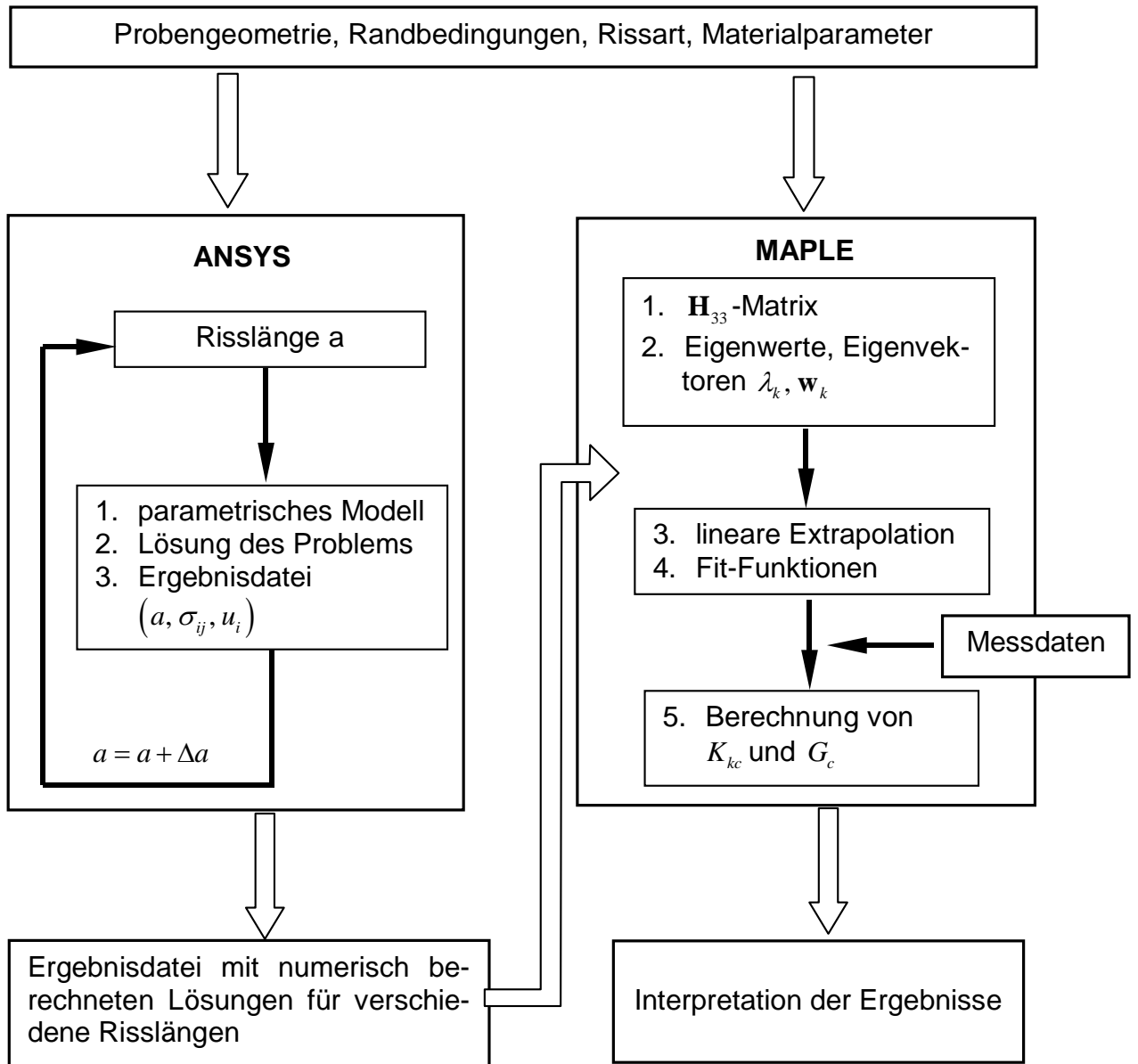
$$G = \frac{\mathbf{w}_1^T (\mathbf{H}_{33} + \bar{\mathbf{H}}_{33}) \bar{\mathbf{w}}_1 K_1 \bar{K}_1}{4 \cosh^2 \lambda \pi} + \frac{\mathbf{w}_3^T (\mathbf{H}_{33} + \bar{\mathbf{H}}_{33}) \mathbf{w}_3 K_3^2}{8} \quad (8)$$

## Auswertung der Experimente

Die aus den Experimenten gewonnene Datenmenge ist sehr groß. Infolge des möglichen stabilen Vorantreibens des Grenzflächenrisses können für eine Probe bis zu ca. 80 Messpunkte vorliegen. Die numerische Berechnung der K-Faktoren mittels der Methode der finiten Elemente (FEM) für die einzelnen Messpunkte würde jeweils ein FE-Modell mit entsprechender Risslänge und zugehöriger kritischer Belastung erfordern. Aus den Ergebnissen wären dann mit Hilfe der im vorigen Abschnitt beschriebenen Extrapolationsmethode die K-Faktoren zu ermitteln. Dieses Vorgehen ist aber mit einem inakzeptabel hohen Rechenaufwand verbunden. Deswegen werden nur für ganz bestimmte Risslängen bei einer Einheitskraft bzw. bei einer elektrischen Einheitsspannung die entsprechenden K-Faktoren berechnet. Die numerischen Ergebnisse dieser Rechnungen dienen als Stützstellen für Fit-Funktionen, die den funktionalen Zusammenhang zwischen Risslänge, Belastung und K-Faktor für die jeweils betrachtete 4-Punkt Biegeprobe wiedergeben. Eine geeignete Normierung der Fit-Funktionen liefert die Geometriefunktionen für die 4-Punkt Biegeprobe.

Aus dem Superpositionsprinzip (lineare Theorie) ergeben sich die K-Faktoren für die in den Experimenten gemessenen Wertepaare aus Risslänge und zugehöriger kritischer mechanischer und elektrischer Last.

Die Umsetzung des eben beschriebenen Vorgehens zur Bestimmung der K-Faktoren (und der Energiefreisetzungsrate) erfolgte in [6]. Dabei wurde das FE-System Ansys und die Formelmanipulationssoftware Maple genutzt. Das Vorgehen in [6] wird aus Abbildung 2 ersichtlich.



**Abbildung 2:** Schema zur Auswertung der Experimente

### Ausblick

Zusammenfassend ist festzustellen, dass ein experimenteller und theoretischer Standpunkt erarbeitet wurde, von dem aus es möglich ist, die Frage nach dem Bruchkriterium von Rissen unter elektro-mechanischer Last in dem Verbundsystem Piezokeramik, Elektrode, Piezokeramik zu klären. Ausgehend von diesem Standpunkt kann zukünftig die Bestimmung eines Bruchkriteriums für die Piezokeramik-Elektroden-Grenzflächenrisse und die detaillierte Untersuchung verschiedener experimentell beobachteter Phänomene erfolgen.

Eine erste Auswertungen experimenteller Daten liegt bereits vor, jedoch sind die erzielten Ergebnisse noch vorläufiger Natur. Insbesondere weicht die direkt aus dem Experiment bestimmte Energiefreisetzungsrate noch zu stark von der aus den K-



Faktoren bestimmten Energiefreisetzungsrate ab. Der Grund für diese Abweichung konnte noch nicht bestimmt werden. Mögliche Fehlerursache ist die Voraussetzung eines ebenen Verzerrungszustands im gesamten FE-Modell anstatt nur in der Umgebung der Riss Spitze. Eine weitere Ursache könnten Abweichungen der im Modell genutzten Materialparameter von den tatsächlichen Materialparametern sein. Deswegen sollen hier nur einige noch zu bearbeitende Punkte stichpunktartig aufgelistet werden. Die Veröffentlichung von Ergebnissen muss in nachfolgenden Arbeiten erfolgen.

- Bessere Anpassung des finiten Element-Modells an die Versuche, eventuell durch kombinierte 2D/3D Rechnungen, um einen Übergangsbereich vom ebenen Spannungszustand zum ebenen Verzerrungszustand festlegen zu können.
- Studium des Einflusses der Materialparameter auf die Genauigkeit der berechneten Energiefreisetzungsrate und Nachgiebigkeiten. Das Aktormaterial weist andere Materialparameter auf als das Bulkmaterial, was mit den unterschiedlichen Herstellungsprozessen für das Bulkmaterial und den Piezo-Aktor sowie den daraus resultierenden unterschiedlichen Porositäten der Materialien zu erklären ist. Die Zuverlässigkeit von Experimenten und Modellierung sowie die daraus gewonnenen Resultate sollen getestet werden.
- Einfluss der piezoelektrischen Koppelfaktoren auf das Bruchkriterium.
- Modifikation der Vier-Punkt-Biegeapparatur um beliebige Mixed-Mode-Beanspruchungen erzeugen zu können.
- Formulierung eines Bruchkriteriums in Form einer von sogenannten Mixed-Mode-Winkeln abhängigen Energiefreisetzungsrate [4, 7].

## Danksagung

Wir danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des Projektes „Rissausbreitung in Grenzflächen zwischen Piezokeramiken und Metallelektroden bei elektromechanischer Belastung: Experimente und Modellierung“.

## Literatur

- [1] H. Jelitto, F. Felten und G. A. Schneider: Experimenteller Aufbau zur Messung der Energiefreisetzungsrate für Risswachstum in PZT unter elektromechanischer Last, Berichtsband zur 37. Tagung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, TU Hamburg-Harburg, 22./23. Febr. 2005.
- [2] Z. Suo, C.-M. Kuo, D. M. Barnett, J. R. Willis: Fracture mechanics for piezoelectric ceramics, J. Mech. Phys. Solids, 4:739-765, 1992.
- [3] C. Häusler und H. Balke: Der Grenzflächenriss zwischen einer Piezokeramik und einem Leiter, in: P. Haupt et al. (Hrsg.): Beiträge zur Modellierung und Identifikation, Berichte des Instituts für Mechanik Bd.1, Universität Gesamthochschule Kassel, Seiten 57-66, 2001.

- [4] C. Häusler, C.-F. Gao und H. Balke: Collinear and periodic electrode-ceramic interfacial cracks in piezoelectric bimetals, J. Appl. Mech., **71**(4):486-492, 2004.
- [5] C. Häusler und H. Balke: Full form of the near Tipp field for the interface crack between a piezoelectric material and a thin electrode. Mat. Science Forum, akzeptiert zur Veröffentlichung, 2005.
- [6] P. Neumeister: Berechnung der bruchmechanischen Beanspruchungsparameter für Grenzflächenrisse zwischen Piezokeramiken und Metallelektroden unter elektromechanischer Last, Diplomarbeit TU Dresden, 2004.
- [7] J. W. Hutchinson und Z. Suo: Mixed Mode Cracking in Layered Materials, in: Advances in Applied Mechanics, Vol. 29, 1992.