

503 | November 1989

## SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Zaojian Zou

**Hydrodynamische Kräfte am  
manövrierenden Schiff auf flachem  
Wasser bei endlicher Froudezahl**

**TUHH**

*Technische Universität Hamburg-Harburg*

**Hydrodynamische Kräfte am manövrierenden Schiff auf flachem Wasser bei endlicher Froudezahl**

Zaojian Zou, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1989

ISBN: 3-89220-503-5

© Technische Universität Hamburg-Harburg  
Schriftenreihe Schiffbau  
Schwarzenbergstraße 95c  
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 503

Hydrodynamische Kräfte am manövrierenden Schiff  
auf flachem Wasser bei endlicher Froudezahl

von

Zaojian Zou

November 1989

## Inhalt

1	Einleitung	1
2	Darstellung des zu untersuchenden Problems	3
3	Untersuchung des Fernfeldes	4
4	Untersuchung des Nahfeldes	6
5	Anpassung des Fern- und des Nahfeldes aneinander	9
6	Numerische Berechnung der hydrodynamischen Kräfte	10
7	Ergebnisse der Berechnung und Analyse der Ergebnisse	11
8	Zusammenfassung und Bemerkung zur Weiterarbeit	18
	Danksagung	18
	Literaturverzeichnis	19
	Anhänge	
	Anhang 1	
	Beweis der Wasseroberflächenbedingungen in Bezug auf das schiffsfeste Koordinatensystem	20
	Anhang 2	
	Beweis der Grenzwerte des äußeren Potentials $\phi(x, y)$ für $y \rightarrow \pm 0$	23
	Anhang 3	
	Eine Bemerkung über das Störpotential $\phi$ im Nahfeld	25
	Anhang 4	
	Numerische Lösung der Integro-Differentialgleichung (31)	27
	Anhang 5	
	Berechnung der hydrodynamischen Koeffizienten	29
	Anhang 6	
	Berechnung der Absenkung und Vertrimmung infolge Queranströmung	31
	Symbolverzeichnis	33

## 1. Einleitung

Für große Schiffe können Gewässer wie z.B. Häfen, Flüsse, Kanäle, Schelf- und Flußmündungsgebiete häufig nicht als tiefes Wasser angesehen werden, weil die Wassertiefe das hydrodynamische Verhalten der Schiffe beeinflusst. Insbesondere kann das Manövrierverhalten in flachem Wasser ganz anders sein, nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ, weil das flache Wasser viel größere Strömungskräfte auf die Schiffe ausübt. Dies hat nicht nur einen direkten Einfluß auf die Steuerbarkeit der Schiffe, sondern es verursacht auch eine stärkere Absenkung und Vertrimmung der Schiffe; damit vergrößert sich die Bodenberührungsfahrer, und die geringere Bodenfreiheit hat einen indirekten Einfluß auf die Steuerbarkeit der Schiffe.

Im allgemeinen hat ein Schiff auf flachem Wasser eine bessere Gierstabilität und eine schlechtere Manövrierfähigkeit. Es kann jedoch vorkommen, daß ein Schiff auf tiefem und auf ziemlich flachem Wasser gierstabil ist, während es auf mäßig tiefem Wasser gierinstabil ist. Man muß deswegen von Fall zu Fall die Manöviereigenschaft auf flachem Wasser untersuchen, um die Risiken von Kollisionen und Bodenberührungen zu verringern. Deshalb sind viele theoretische und experimentelle Untersuchungen der Flachwassereinflüsse auf die Manöviereigenschaften von Schiffen durchgeführt worden.

In Hinsicht auf experimentelle Untersuchungen sei die Arbeit von Fujino [1] hervorgehoben. Mit einer PMM-Anlage hat er an zwei Schiffen unterschiedlicher Völligkeit (Mariner und Tokyo Maru) systematische Versuche bei verschiedenen Wassertiefen und verschiedenen Kanalbreiten durchgeführt und konnte so die Einflüsse von Fahrwasserbeschränkungen auf die linearen hydrodynamischen Koeffizienten in der Manövierbewegungsgleichung feststellen. Diese Versuche gelten als die vollständigsten. Sie werden häufig zu Vergleichen mit anderen experimentellen und theoretischen Untersuchungsergebnissen benutzt. Als Beispiele anderer Versuchs- bzw. Auswertungsverfahren sind die Arbeiten von Loeser [2] sowie Kleinau und Puls [3] zu erwähnen.

Da eine gründliche experimentelle Untersuchung an Großausführungen auf flachem Wasser schwierig ist, stellt der Modellversuch das zuverlässigste praktikable Untersuchungsverfahren dar. Aber neben dem großen Aufwand für die Vorbereitung und Durchführung der Versuche treten zwei Probleme auf: Erstens ist die Übertragbarkeit von Modellversuchsergebnissen auf die Großausführung wegen der Maßstabeffekte, die vermutlich noch größer als auf tiefem Wasser sind, fragwürdig. Zweitens braucht man für solche Modellversuche eine geeignete Versuchsanlage.

Deshalb wurden auch theoretische Verfahren zur Bestimmung der Einflüsse des flachen Wassers auf das Manövrierverhalten entwickelt. Dazu wurde von Newman [4] ein grundlegendes Verfahren vorgestellt. Er benutzt die Theorie des schlanken Körpers zur Berechnung der Schiffsumströmung auf flachem Wasser bei seitlicher Anströmung. Newman berücksichtigte dabei zwar die dreidimensionalen Effekte der Umströmung; er konnte aber durch das Verfahren der angepaßten asymptotischen Entwicklungen, d.h. durch Verknüpfen der Lösungen für das Fern- und das Nahfeld, die Berechnung auf zweidimensionale Strömungsprobleme zurückführen.

Die Theorie von Newman setzt eine ideale Flüssigkeit und eine unverformte Wasseroberfläche voraus. Deswegen gilt sie streng nur für den Fall  $Fn = 0$ . Drei Jahre später erweiterte Breslin [5] die Theorie für den Fall  $0 < Fn h < 1$ , worin  $Fn h$  die Tiefen-Froudezahl ist.

Fast alle bisherigen theoretischen Untersuchungen beruhten auf der Theorie von Newman, z.B. die Arbeiten von Kleinau [6],[7] und Zhao [8]. Wie oben erwähnt, setzen diese Verfahren

eine ideale Flüssigkeit voraus. Die Einflüsse der Zähigkeit werden dabei entweder völlig vernachlässigt oder näherungsweise behandelt, indem man die Integrale der zähigkeitsbedingten Kräfte nicht über die ganze Schiffslänge, sondern von der angenommenen Ablösungsstelle, z.B. der Stelle, wo der hydrodynamische Impuls oder die hydrodynamische Masse am größten ist, bis zum Vorderende des Schiffes erstreckt. Diese Vernachlässigung oder näherungsweise Behandlung der Zähigkeit ist notwendig, weil es bisher nicht gelang, die Einflüsse der Zähigkeit auf das Verhalten von Schiffen selbst auf tiefem Wasser genauer zu erfassen, obwohl Bemühungen in diese Richtung laufen. Außerdem wurde die Wasseroberfläche bei fast allen bisherigen theoretischen Untersuchungen als unverformt angenommen. Numerische Berechnungen der hydrodynamischen Kräfte am manövrierenden Schiff auf flachem Wasser unter Berücksichtigung der Verformung der Wasseroberfläche sind dem Autor nicht bekannt. Die Annahme einer ebenen Wasseroberfläche basiert auf der Voraussetzung kleiner Fahrgeschwindigkeiten und führt zu dem theoretischen Modell des Doppelkörpers. In der Tat sind aber Fälle mit  $0.4 < Fnh < 1$  häufig. Im diesen Bereich kann die Verformung der Wasseroberfläche nicht mehr vernachlässigt werden.

Wenn man ideale Flüssigkeit und unverformte Wasseroberfläche voraussetzt, bietet eine dreidimensionale theoretische Untersuchung der Manövriereigenschaften von Schiffen auf flachem Wasser keine großen Schwierigkeiten. Durch Anwendung des Spiegelungsprinzips und des Panel-Verfahrens von Hess und Smith [9] kann man schon die dreidimensionale numerische Berechnung der hydrodynamischen Kräfte am Schiff auf flachem Wasser durchführen. Hier liegt das Problem vor allem an dem großen Aufwand der Datenaufbereitung und der Rechenzeiten. Um die Rechenzeit zu verringern, wurde von Pettersen [10] eine kombinierte zwei- und dreidimensionale Methode vorgestellt. Im Bereich Mittelschiffes, wo ein *zweidimensionales* Umströmungsmodell in Spantebenen gerechtfertigt zu sein scheint, wandte er die Theorie des schlanken Körpers an. Nur am Vor- und Hinterschiff führte er ein dreidimensionales Rechenverfahren ein. Aus demselben Grunde wandte sich Leiva von Bovet [11] nach Aufstellung eines Rechenverfahrens bei vollständiger Beachtung der räumlichen Umströmung auf flachem Wasser wieder einer *einfachen* Lösung unter Annahme eines schlanken Körpers zu.

Offensichtlich sind noch viele Einflüsse des Flachwassers auf die Manövriereigenschaften von Schiffen zu untersuchen, vor allem die Verformung der Wasseroberfläche sowie die Zähigkeit und die Wirbelablösung.

Deswegen wird in dieser Arbeit versucht, die Einflüsse endlicher Froudezahl ( $0 < Fnh < 1$ ), d.h. die Wasseroberflächenverformung und die Schwimmlageänderung auf flachem Wasser bei unterkritischer Geschwindigkeit, näherungsweise zu erfassen. Wie üblich wird die Flüssigkeit als reibungsfrei angenommen. Unter der Voraussetzung eines schlanken Körpers wird nach der Methode der angepaßten asymptotischen Entwicklungen die Integro-Differentialgleichung für die Queranströmgeschwindigkeit im Nahfeld abgeleitet. Die Absenkung und Vertrimmung infolge der Fahrgeschwindigkeit und die dementsprechenden hydrodynamischen Koeffizienten in der Manövrierbewegungsgleichung des Schiffes werden berechnet. Die numerischen Ergebnisse werden mit den experimentellen und theoretischen Resultaten von Fujino [1] bzw. Zhao [8] verglichen.

## 2. Darstellung des zu untersuchenden Problems

Untersucht wird die Umströmung eines manövrierenden Schiffes auf flachem Wasser bei endlicher Froudezahl (Abb.1).

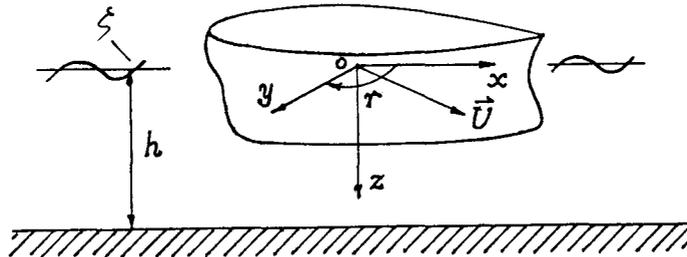


Abb.1 Schiffsfestes Koordinatensystem  $oxyz$

Annahmen:

- 1) Der Schiffsrumpf sei schlank, d.h.  $L = O(1)$ ,  $B = O(\varepsilon)$ ,  $T = O(\varepsilon)$ .
- 2) Die Wassertiefe sei konstant gleich  $h$  mit  $h = O(\varepsilon)$ .
- 3) Die Flüssigkeit sei ideal, d.h. inkompressibel und reibungsfrei.
- 4) Die Tiefen-Froudezahl  $Fnh$  sei endlich groß, jedoch  $Fnh < 1$ :

$$Fnh = \frac{u}{\sqrt{gh}} = O(1), \quad \text{folglich} \quad u = O(\sqrt{\varepsilon})$$

Die absolute Geschwindigkeit  $\vec{V}_w$  des Wassers (relativ zum Wasser in großem Abstand vom Schiff) läßt sich durch ein Störpotential  $\phi$  darstellen, nämlich,  $\vec{V}_w = \nabla\phi(x, y, z; t)$ . Das Potential  $\phi(x, y, z; t)$  erfüllt die folgenden Gleichungen:

- 1) Laplace-Gleichung:

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \tag{1}$$

- 2) Bedingung an der Schiffsoberfläche:

$$\phi_n = \vec{U} \cdot \vec{n} + \vec{\Omega} \cdot (\vec{R} \times \vec{n}) = (u - ry)n_x + (v + rx)n_y,$$

worin

$\vec{U} = u\vec{i} + v\vec{j}$ , die Geschwindigkeit des Schiffes,  
 $\vec{\Omega} = r\vec{k}$ ,  $r$ , die Drehgeschwindigkeit des Schiffes um die  $z$ -Achse,  
 $\vec{n} = n_x\vec{i} + n_y\vec{j} + n_z\vec{k}$ , der in den Rumpf hineinzeigende Einheitsnormalenvektor auf der Schiffsoberfläche,  
 $\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ,  
 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ , die Einheitsvektoren in  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -Richtung.

Die Längsgeschwindigkeit  $-ry$  infolge der Drehbewegung kann vernachlässigt werden. Dann haben wir die Randbedingung an der Schiffsoberfläche:

$$\phi_n = un_x + Vn_y, \quad (2)$$

worin  $V = v + rx$ .

3.1) Kinematische Wasseroberflächenbedingung: (Beweis siehe Anhang 1)

$$-\zeta_t + (u - ry)\zeta_x + (v + rx)\zeta_y - \phi_x\zeta_x - \phi_y\zeta_y + \phi_z = 0 \quad \text{bei } z = \zeta(x, y; t).$$

Wenn die Strömung relativ zu dem schiffsfesten Koordinatensystem stationär ist, ist  $\zeta_t = 0$ . Wir haben:

$$(u - ry - \phi_x)\zeta_x + (v + rx - \phi_y)\zeta_y + \phi_z = 0 \quad \text{bei } z = \zeta(x, y). \quad (3)$$

3.2) Dynamische Wasseroberflächenbedingung: (Beweis siehe Anhang 1)

$$\phi_t - (u - ry)\phi_x - (v + rx)\phi_y + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) - g\zeta = 0 \quad \text{bei } z = \zeta(x, y; t).$$

Für die stationäre Strömung in Bezug auf das schiffsfeste Koordinatensystem haben wir:

$$-2(u - ry)\phi_x - 2(v + rx)\phi_y + (\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) = 2g\zeta \quad \text{bei } z = \zeta(x, y). \quad (4)$$

4) Bedingung am Wasserboden:

$$\phi_z = 0 \quad \text{bei } z = h. \quad (5)$$

5) Bedingung in großem Abstand vom Schiff:

$$\lim_{x^2 + y^2 \rightarrow \infty} \nabla\phi = 0 \quad (6)$$

Dieses Strömungsproblem läßt sich durch Anwendung der Methode der angepaßten asymptotischen Entwicklungen näherungsweise lösen.

### 3. Untersuchung des Fernfeldes

Im Fernfeld haben wir:

$$x, y = O(1); z = O(\varepsilon), z = \varepsilon z'; h = O(\varepsilon), h = \varepsilon h'$$

worin  $z'$  und  $h'$  unabhängig von  $\varepsilon$  sind.

Setzen wir

$$\phi = \varepsilon\phi^{(1)} + \varepsilon^2\phi^{(2)} + \varepsilon^3\phi^{(3)} + \dots \quad (7)$$

in Gleichung (1) ein, so erhalten wir

$$\varepsilon\phi_{xx}^{(1)} + \varepsilon^2\phi_{xx}^{(2)} + \dots + \varepsilon\phi_{yy}^{(1)} + \varepsilon^2\phi_{yy}^{(2)} + \dots + \frac{1}{\varepsilon}\phi_{z'z'}^{(1)} + \phi_{z'z'}^{(2)} + \varepsilon\phi_{z'z'}^{(3)} + \dots = 0.$$

Daraus ergeben sich:

$$\phi_{z'z'}^{(1)} = 0. \quad (8)$$

$$\phi_{z'z'}^{(2)} = 0. \quad (9)$$

$$\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)} + \phi_{z'z'}^{(3)} = 0. \quad (10)$$

Da  $\phi_{z'z'}^{(1)} = 0$ , haben wir

$$\phi_{z'}^{(1)} = f_1(x, y) \quad (11)$$

$$\phi^{(1)} = f_1(x, y) \cdot z' + f_2(x, y) \quad (12)$$

Setzen wir (7) in (5) ein, so erhalten wir

$$\phi_{z'}^{(1)} + \varepsilon \phi_{z'}^{(2)} + \varepsilon^2 \phi_{z'}^{(3)} + \dots = 0 \quad \text{bei } z' = h'$$

$$\text{d.h.} \quad \phi_{z'}^{(1)} = 0, \quad \phi_{z'}^{(2)} = 0, \quad \phi_{z'}^{(3)} = 0, \quad \dots \quad \text{bei } z' = h'. \quad (13)$$

(11) und (13) zusammen besagen  $f_1(x, y) = 0$ .

Deshalb ergibt sich aus (12):

$$\phi^{(1)} = f_2(x, y) = \phi^{(1)}(x, y)$$

Entsprechend beweist man

$$\phi^{(2)} = \phi^{(2)}(x, y).$$

Aus (10) ergibt sich

$$\phi_{z'z'}^{(3)} = -(\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)}).$$

Folglich haben wir

$$\phi_{z'}^{(3)} = -(\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)})z' + f_3(x, y). \quad (14)$$

(13) und (14) zusammen besagen,

$$f_3(x, y) = (\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)})h'.$$

Deshalb,

$$\phi_{z'}^{(3)} = (\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)})(h' - z'). \quad (15)$$

Nun setzen wir (7) in (4) ein; dabei nehmen wir an:

$$u = \varepsilon^{0.5} \tilde{u}, \quad V = \varepsilon u = \varepsilon^{1.5} \tilde{V}, \quad v = \varepsilon^{1.5} \tilde{v}, \quad r = \varepsilon^{1.5} \tilde{r}$$

worin  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{V}$ ,  $\tilde{v}$  und  $\tilde{r}$  unabhängig von  $\varepsilon$  sind.

So erhalten wir

$$\begin{aligned} 2g\zeta &= -2(\tilde{u}\varepsilon^{0.5} - \tilde{r}y\varepsilon^{1.5})(\varepsilon\phi_x^{(1)} + \varepsilon^2\phi_x^{(2)} + \dots) - 2\tilde{V}\varepsilon^{1.5}(\varepsilon\phi_y^{(1)} + \varepsilon^2\phi_y^{(2)} + \dots) \\ &\quad + (\varepsilon\phi_x^{(1)} + \varepsilon^2\phi_x^{(2)} + \dots)^2 + (\varepsilon\phi_y^{(1)} + \varepsilon^2\phi_y^{(2)} + \dots)^2 + (\varepsilon^2\phi_{z'}^{(3)} + \dots)^2 \\ &= -2\tilde{u}\phi_x^{(1)}\varepsilon^{1.5} + O(\varepsilon^2). \end{aligned}$$

$$\zeta = \frac{1}{2g}(-2\tilde{u}\phi_x^{(1)}\varepsilon^{1.5} + \dots). \quad (16)$$

Setzen wir (7), (15) und (16) in (3) ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned}
\varepsilon^2 \phi_{z'}^{(3)} + \dots &= \varepsilon^2 (\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)}) (h' - \zeta') + \dots \\
&= \varepsilon^2 (\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)}) (h' - \frac{\zeta}{\varepsilon}) + \dots \\
&= \varepsilon^2 (\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)}) [h' - \frac{1}{2g} (-2\tilde{u} \phi_x^{(1)} \varepsilon^{0.5} + \dots)] + \dots \\
&= -(\tilde{u} \varepsilon^{0.5} - \tilde{r} y \varepsilon^{1.5} - \varepsilon \phi_x^{(1)} - \dots) \frac{1}{2g} (-2\tilde{u} \phi_{xx}^{(1)} \varepsilon^{1.5} + \dots) \\
&\quad - (\tilde{V} \varepsilon^{1.5} - \varepsilon \phi_y^{(1)} - \dots) \frac{1}{2g} (-2\tilde{u} \phi_{xy}^{(1)} \varepsilon^{1.5} + \dots)
\end{aligned}$$

folglich,

$$\begin{aligned}
&\varepsilon^2 (\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)}) (h' + \frac{1}{g} \tilde{u} \phi_x^{(1)} \varepsilon^{0.5} + \dots) + \dots \\
&= (\tilde{u} \varepsilon^{0.5} - \tilde{r} y \varepsilon^{1.5} - \varepsilon \phi_x^{(1)} - \dots) (\frac{\tilde{u}}{g} \phi_{xx}^{(1)} \varepsilon^{1.5} + \dots) \\
&\quad + (\tilde{V} \varepsilon^{1.5} - \varepsilon \phi_y^{(1)} - \dots) (\frac{\tilde{u}}{g} \phi_{xy}^{(1)} \varepsilon^{1.5} + \dots).
\end{aligned}$$

Aus den Gliedern proportional  $\varepsilon^2$  ergibt sich dann

$$(\phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)}) h' = \frac{(\tilde{u})^2}{g} \phi_{xx}^{(1)}$$

oder

$$(1 - Fnh^2) \phi_{xx}^{(1)} + \phi_{yy}^{(1)} = 0, \quad (17)$$

worin

$$Fnh^2 = \frac{(\tilde{u})^2}{gh'} = \frac{u^2}{gh}.$$

Für  $Fnh < 1$  erhalten wir zur ersten Näherung als Lösung für  $\phi$  im Fernfeld:

$$\phi(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \log[(x - \xi)^2 + (1 - Fnh^2)y^2] d\xi + \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi) \arctan \frac{\sqrt{1 - Fnh^2} y}{x - \xi} d\xi$$

Die unbekanntenen Funktionen  $F(x)$  und  $G(x)$  sind durch Anpassung an das Nahfeld zu bestimmen. Dazu brauchen wir den Grenzwert des Potentials für den Fall  $y \rightarrow \pm 0$ , nämlich

$$\begin{aligned}
\lim_{y \rightarrow \pm 0} \phi(x, y) &\doteq \phi(x, \pm 0) + y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \phi_y(x, y) \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} 2F(\xi) \log |x - \xi| d\xi + \pi \operatorname{sign}(y) \int_x^{+\infty} G(\xi) d\xi \\
&\quad + 2\pi F(x) \sqrt{1 - Fnh^2} |y| + y \sqrt{1 - Fnh^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G(\xi)}{x - \xi} d\xi \quad (18)
\end{aligned}$$

(Beweis siehe Anhang 2)

#### 4. Untersuchung des Nahfeldes

Im Nahfeld haben wir

$x = O(1)$ ;  $y, z = O(\varepsilon)$ ,  $y = \varepsilon\bar{y}$ ,  $z = \varepsilon z'$ ;  $h = O(\varepsilon)$ ,  $h = \varepsilon h'$   
 worin  $\bar{y}$ ,  $z'$  und  $h'$  unabhängig von  $\varepsilon$  sind.

Um einen richtigen Ansatz für  $\phi$  im Nahfeld zu finden, betrachten wir zuerst die Körper-  
 bedingung:

$$\phi_n = \phi_x n_x + \phi_y n_y + \phi_z n_z = u n_x + V n_y \quad (2)$$

Da  $\phi_x = O(\phi)$ ;  $\phi_y, \phi_z = O(\varepsilon^{-1}\phi)$   
 $n_x = O(\varepsilon)$ ;  $n_y, n_z = O(1)$   
 $u = O(\varepsilon^{0.5})$ ,  $V = O(\varepsilon^{1.5})$   
 $u n_x, V n_y = O(\varepsilon^{1.5})$   
 $\phi_x n_x = O(\phi\varepsilon)$ ;  $\phi_y n_y, \phi_z n_z = O(\varepsilon^{-1}\phi)$ ;  $\phi_x n_x \ll \phi_y n_y, \phi_z n_z$

so haben wir

$$\phi_y n_y + \phi_z n_z = u n_x + V n_y.$$

Daraus ergibt sich

$$\phi = O(\varepsilon^{2.5}).$$

Deshalb können wir den folgenden Ansatz für  $\phi$  im Nahfeld machen [12]:

$$\phi = \varepsilon^{2.5}\varphi^{(1)} + \varepsilon^{3.5}\varphi^{(2)} + \dots \quad (19)$$

Setzen wir (19) in (1) ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} \varphi_{\bar{y}\bar{y}}^{(1)} + \varphi_{z'z'}^{(1)} &= 0 \\ \varphi_{\bar{y}\bar{y}}^{(2)} + \varphi_{z'z'}^{(2)} &= 0. \end{aligned}$$

Das bedeutet,  $\varphi^{(1)}$  und  $\varphi^{(2)}$  erfüllen die zweidimensionale Laplace-Gleichung in den Spant-  
 ebenen  $x=\text{konstant}$ .

Nun setzen wir (19) in (4) ein:

$$\begin{aligned} 2g\zeta &= -2(\bar{u}\varepsilon^{0.5} - \bar{r}\bar{y}\varepsilon^{2.5})(\varepsilon^{2.5}\varphi_x^{(1)} + \varepsilon^{3.5}\varphi_x^{(2)} + \dots) - 2\bar{V}\varepsilon^{1.5}(\varepsilon^{1.5}\varphi_{\bar{y}}^{(1)} + \varepsilon^{2.5}\varphi_{\bar{y}}^{(2)} + \dots) \\ &\quad + (\varepsilon^{2.5}\varphi_x^{(1)} + \varepsilon^{3.5}\varphi_x^{(2)} + \dots)^2 + (\varepsilon^{1.5}\varphi_{\bar{y}}^{(1)} + \varepsilon^{2.5}\varphi_{\bar{y}}^{(2)} + \dots)^2 + (\varepsilon^{1.5}\varphi_{z'}^{(1)} + \varepsilon^{2.5}\varphi_{z'}^{(2)} + \dots)^2 \\ &= -2\bar{u}\varphi_x^{(1)}\varepsilon^3 - 2\bar{V}\varphi_{\bar{y}}^{(1)}\varepsilon^3 + (\varphi_{\bar{y}}^{(1)})^2\varepsilon^3 + (\varphi_{z'}^{(1)})^2\varepsilon^3 + \dots, \end{aligned}$$

folglich,

$$\zeta = \frac{1}{2g}[-2\bar{u}\varphi_x^{(1)} - 2\bar{V}\varphi_{\bar{y}}^{(1)} + (\varphi_{\bar{y}}^{(1)})^2 + (\varphi_{z'}^{(1)})^2]\varepsilon^3 + \dots \quad \text{bei } z = \zeta. \quad (20)$$

Setzen wir (19) und (20) in (3) ein, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} &\varepsilon^{1.5}\varphi_{z'}^{(1)} + \varepsilon^{2.5}\varphi_{z'}^{(2)} + \dots \\ &= -(\bar{u}\varepsilon^{0.5} - \bar{r}\bar{y}\varepsilon^{2.5} - \varepsilon^{2.5}\varphi_x^{(1)} - \dots)\frac{\varepsilon^3}{2g}[-2\bar{u}\varphi_{xx}^{(1)} - 2(\bar{V}\varphi_{\bar{y}}^{(1)})_x + (\varphi_{\bar{y}}^{(1)})_x^2 + (\varphi_{z'}^{(1)})_x^2] \\ &\quad - (\bar{V}\varepsilon^{1.5} - \varphi_{\bar{y}}^{(1)}\varepsilon^{1.5} - \dots)\frac{\varepsilon^2}{2g}[-2\bar{u}\varphi_{x\bar{y}}^{(1)} - 2\bar{V}\varphi_{\bar{y}\bar{y}}^{(1)} + (\varphi_{\bar{y}}^{(1)})_{\bar{y}}^2 + (\varphi_{z'}^{(1)})_{\bar{y}}^2] \\ &\quad + \dots \quad \text{bei } z' = \zeta'. \end{aligned} \quad (21)$$

Entwickeln wir (21) in eine Taylor-Reihe um  $z' = 0$ ,  
z.B.

$$\begin{aligned}\varphi_{z'}^{(1)} &= \varphi_{z'}^{(1)}(x, \bar{y}, z') \\ &= \varphi_{z'}^{(1)}(x, \bar{y}, 0) + \zeta' \varphi_{z'z'}^{(1)}(x, \bar{y}, 0) + \dots \\ &= \varphi_{z'}^{(1)}(x, \bar{y}, 0) + \frac{\zeta}{\varepsilon} \varphi_{z'z'}^{(1)}(x, \bar{y}, 0) + \dots \\ &= \varphi_{z'}^{(1)}(x, \bar{y}, 0) + O(\varepsilon^2)\end{aligned}$$

ebenso,

$$\begin{aligned}\varphi_{z'}^{(2)} &= \varphi_{z'}^{(2)}(x, \bar{y}, 0) + O(\varepsilon^2) \\ \varphi_x^{(1)} &= \varphi_x^{(1)}(x, \bar{y}, 0) + O(\varepsilon^2) \\ &\vdots\end{aligned}$$

so ergeben sich aus (21) die Randbedingungen

$$\begin{aligned}\varphi_{z'}^{(1)} &= 0 & \text{und} \\ \varphi_{z'}^{(2)} &= 0 & \text{bei } z' = 0.\end{aligned}$$

Das bedeutet, bis zur zweiten Näherung läßt sich die Wasseroberfläche in der ungestörten Lage  $z = 0$  ansetzen (Siehe auch Anhang 3), so daß das Spiegelungsprinzip angewandt werden kann. Die Schiffsumströmung im Nahfeld entspricht daher der Strömung um einen Doppelkörper zwischen zwei parallelen Wänden [13]. Der Abstand zwischen den Wänden ist  $2h$ .

Das innere Störpotential erster Ordnung läßt sich durch den Ansatz

$$\varphi = u\phi_1 + Vy + \phi_2 \quad (22)$$

ersetzen, wobei  $\phi_1$  die Störung durch die Längsgeschwindigkeit  $u = 1$  und  $\phi_2$  das Potential ist, dessen Gradient die Geschwindigkeit des Wassers relativ zum Schiffsquerschnitt infolge Queranströmung ist.

Setzen wir (22) in die Laplace-Gleichung und in die Randbedingung an der Schiffsoberfläche ein, so erhalten wir:

$$\begin{aligned}\phi_{1yy} + \phi_{1zz} &= 0 \\ \text{mit } \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial N} \right|_{\Sigma B} &= n_x & \text{und} \\ \phi_{2yy} + \phi_{2zz} &= 0 \\ \text{mit } \left. \frac{\partial \phi_2}{\partial N} \right|_{\Sigma B} &= 0\end{aligned}$$

worin  $\vec{N}$  der Einheitsnormalenvektor auf der Spantkontur  $\Sigma B$  ist.

Für  $\phi_1$  und  $\phi_2$  brauchen wir im Moment nicht die vollständigen Lösungen zu suchen, denn wir interessieren uns nur für den Grenzfall  $y \rightarrow \pm\infty$ .

Für Längsumströmung fand Tuck [14] die folgende Lösung für  $\phi_1$ :

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} u\phi_1 = f(x) - \frac{u}{2h} \left( \frac{dS}{dx} \right) |y|,$$

worin  $S(x)$  die Spantfläche des Schiffes ist.

Für Querumströmung hat Newman [4] die Lösung für  $\phi_2$  angegeben:

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} \phi_2 = -V^*(x) (y \pm C)$$

worin  $C(x)$  der Versperrungskoeffizient ist.

Also,

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} \varphi = f(x) - \frac{u}{2h} \left( \frac{dS}{dx} \right) |y| + Vy - V^*(x) (y + C \cdot \text{sign}(y)). \quad (23)$$

Die unbekanntenen Funktionen  $f(x)$  und  $V^*(x)$  sind durch Anpassung des Fern- und des Nahfeldes aneinander zu bestimmen.

## 5. Anpassung des Fern- und des Nahfeldes aneinander

Für die Anpassung setzen wir an:

$$\lim_{y \rightarrow \pm 0} \phi = \lim_{y \rightarrow \pm\infty} \varphi$$

Mit (18) und (23) folgt daraus:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} 2F(\xi) \log |x - \xi| d\xi + \pi \text{sign}(y) \int_x^{+\infty} G(\xi) d\xi \\ & + 2\pi F(x) \sqrt{1 - Fn h^2} |y| + y \sqrt{1 - Fn h^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G(\xi)}{x - \xi} d\xi \\ & = f(x) - \frac{u}{2h} \left( \frac{dS}{dx} \right) |y| + Vy - V^*(x) (y + C \cdot \text{sign}(y)) \end{aligned}$$

Daraus ergeben sich:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} 2F(\xi) \log |x - \xi| d\xi \quad (24)$$

$$2\pi F(x) \sqrt{1 - Fn h^2} = -\frac{u}{2h} \left( \frac{dS}{dx} \right) \quad (25)$$

$$V - V^* = \sqrt{1 - Fn h^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G(\xi)}{x - \xi} d\xi \quad (26)$$

$$-V^* C = \pi \int_x^{+\infty} G(\xi) d\xi \quad (27)$$

Aus (25) ergibt sich die Quellverteilung:

$$F(x) = \frac{-u S_x}{4\pi h \sqrt{1 - Fn h^2}} \quad (28)$$

Nach Einsetzen der Gleichung (28) in (24) haben wir:

$$\begin{aligned} f(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-u S_\xi}{2\pi h \sqrt{1 - Fn h^2}} \log |x - \xi| d\xi \\ &= \int_L \frac{-u S_\xi}{2\pi h \sqrt{1 - Fn h^2}} \log |x - \xi| d\xi \end{aligned} \quad (29)$$

Aus (27) ergibt sich

$$(V^*C)_x = \pi G(x).$$

Die Wirbelverteilung ist dann

$$G(x) = \frac{1}{\pi}(V^*C)_x. \quad (30)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (30) in (26) erhalten wir dann die Integro-Differentialgleichung für die unbekannte Quergeschwindigkeit  $V^*(x)$  am Außenrand des Nahfeldes:

$$\begin{aligned} V - V^* &= \frac{\sqrt{1 - Fn h^2}}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(V^*C)_\xi}{x - \xi} d\xi \\ &= \frac{\sqrt{1 - Fn h^2}}{\pi} \int_L \frac{(V^*C)_\xi}{x - \xi} d\xi \end{aligned} \quad (31)$$

Die Gleichung (31) entspricht der Gleichung (14) von Breslin [5]. Wenn  $Fn h = 0$  ist, entspricht (31) der Gleichung (4.19) von Newman [4].

## 6. Numerische Berechnung der hydrodynamischen Kräfte

Offensichtlich entsprechen die Gleichungen (24) und (25) der Längsumströmung, während die Gleichungen (26) und (27) der Querumströmung entsprechen. Die Längsumströmung ruft eine Absenkung und eine Vertrimmung des Schiffes hervor, verursacht aber keine Querkräfte und kein Drehmoment um die  $z$ -Achse, weil die Umströmung zur  $xz$ -Ebene symmetrisch ist. Dagegen verursacht die Querumströmung nicht nur eine Querkraft und ein Drehmoment, sie bewirkt gleichzeitig auch eine Absenkung und eine Vertrimmung des Schiffes.

Für Längsumströmung hat Tuck [14] die Abtriebskraft und das Trimmoment ermittelt:

$$\begin{aligned} F &= -\frac{\rho g Fn h^2}{2\pi\sqrt{1 - Fn h^2}} \int_L \int_L B_x(x) S_\xi(\xi) \log|x - \xi| d\xi dx \\ M &= \frac{\rho g Fn h^2}{2\pi\sqrt{1 - Fn h^2}} \int_L \int_L (xB(x))_x S_\xi(\xi) \log|x - \xi| d\xi dx \end{aligned}$$

Daraus lassen sich die Absenkung und die Vertrimmung infolge der Längsumströmung berechnen:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{F}{\rho g A_w} = -\frac{Fn h^2}{2\pi A_w \sqrt{1 - Fn h^2}} \int_L \int_L B_x(x) S_\xi(\xi) \log|x - \xi| d\xi dx \\ \vartheta &= \frac{M}{\rho g \nabla GM_L} = \frac{Fn h^2}{2\pi \nabla GM_L \sqrt{1 - Fn h^2}} \int_L \int_L (xB(x))_x S_\xi(\xi) \log|x - \xi| d\xi dx \end{aligned}$$

Um die Querkraft und das Drehmoment, die Abtriebskraft und das Trimmoment infolge Querumströmung zu bestimmen, müssen wir zuerst die Gleichung (31) lösen, nämlich,

$$V^* + \frac{\sqrt{1 - Fn h^2}}{\pi} \int_L \frac{(V^*C)_\xi}{x - \xi} d\xi = V \quad (31)$$

Der Versperrungskoeffizient  $C(x)$  läßt sich mit Singularitätenmethoden (z.B. Zhao [8]) numerisch berechnen. Danach kann man aus (31), z.B. nach dem Finite-Elemente-Verfahren [8],  $V^*(x)$  berechnen (siehe Anhang 4).

Die Querkraft  $Y$  und das Drehmoment  $N$  infolge Querumströmung folgen dann aus dem Impulssatz:

$$\begin{aligned} dY &= -\left(\frac{\partial}{\partial t} - u\frac{\partial}{\partial x}\right)[\mu_y \cdot (v + rx)] dx \\ Y &= \int_L \left(u\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t}\right)[\mu_y \cdot (v + rx)] dx \\ N &= \int_L x\left(u\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t}\right)[\mu_y \cdot (v + rx)] dx \end{aligned}$$

Hierin ist  $\mu_y(x)$  die Verteilung der zweidimensionalen hydrodynamischen Masse für Querbeschleunigung. Newman [4] hat dafür angegeben:

$$\mu_y(x) = -\rho S + 2\rho h C \frac{V^*}{V}$$

Daraus kann man die hydrodynamischen Koeffizienten berechnen (siehe Anhang 5).

Aus der Anströmgeschwindigkeit  $V^*$  lassen sich das Potential  $\phi_2$  und die Druckverteilung auf dem Schiffsquerschnitt infolge der Querumströmung mit einer Singularitätenmethode ermitteln. Damit ist eine numerische Berechnung der Abtriebskraft und des Trimmomentes sowie der Absenkung und Vertrimmung infolge Querumströmung möglich (siehe Anhang 6,  $\phi_2 = -V^*y + \phi$ ). Im Prinzip sind auch die Querkraft  $Y$  und das Drehmoment  $N$  auf diese Weise zu berechnen. Aber hier machen wir von dieser Methode keinen Gebrauch.

## 7. Ergebnisse der Berechnung und Analyse der Ergebnisse

Als Beispiel wurde ein schlankes Schiff (Mariner) gewählt. Die Berechnung wurde für zwei Fahrgeschwindigkeiten ( $Fn = 0.0905, 0.155$ ) durchgeführt.

Zuerst wurde nach dem Verfahren von Tuck [14] die Absenkung und Vertrimmung infolge Längsumströmung berechnet und dadurch eine neue Schwimmlage bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abb.2 aufgetragen. Theoretisch kann man auch die Absenkung und Vertrimmung infolge Querumströmung berechnen. In Tabelle 1-1 und Tabelle 1-2 sind die Ergebnisse einer Beispielrechnung angegeben. Wie diese Tabellen zeigen, ist die Absenkung infolge der Querumströmung viel kleiner als die infolge der Längsumströmung; die Vertrimmung infolge der Querumströmung ist zwar von derselben Größenordnung wie die infolge der Längsumströmung, alle beide sind aber sehr klein. Deswegen wurden die Absenkung und die Vertrimmung infolge Querumströmung der Vereinfachung halber bei den folgenden Berechnungen vernachlässigt.

Danach wurden die linearen hydrodynamischen Koeffizienten in der Bewegungsgleichung des manövrierenden Schiffes für verschiedene Verhältnisse  $h/T$  berechnet. Die Zähigkeit wurde dadurch näherungsweise berücksichtigt, daß die Integrale der Querkräfte infolge stationärer Bewegungen von der angenommenen Ablösungsstelle, d.h. der Stelle, wo der hydrodynamische Impuls am größten ist, bis zum Vorderende des Schiffes erstreckt wurden. In Tabelle 2-1 und Tabelle 2-2 sind die Ergebnisse aufgetragen. In Abb.3 bis Abb.14 sind die Ergebnisse jeweils bezogen auf die Werte für tiefes Wasser aufgezeichnet (Darin stehen die Indizes  $h$  für flaches Wasser und  $0$  für tiefes Wasser). Zum Vergleich sind auch andere theoretische und experimentelle Ergebnisse angegeben.

Die Ergebnisse zeigen:

- Für die kleine und große Fahrgeschwindigkeit stimmen die berechneten hydrodynamischen Massen und hydrodynamischen Massenträgheitsmomente recht gut mit den experimentellen Ergebnissen überein.
- Die berechneten hydrodynamischen Koeffizienten infolge stationärer Bewegungen sind im allgemeinen auch zufriedenstellend. Große Abweichungen zwischen den berechneten und experimentellen Ergebnissen treten erst bei sehr flachem Wasser auf. Dies könnte vielleicht darauf beruhen, daß bei sehr flachem Wasser die Verformung der Wasseroberfläche und die Einflüsse der Zähigkeit sehr groß werden.
- Es zeigt sich, daß die endliche Froudezahl für die kleinere Fahrgeschwindigkeit bei Berechnung der hydrodynamischen Koeffizienten keine merkbare Einflüsse hat. Aber für die größere Fahrgeschwindigkeit muß man die Einflüsse der endlichen Froudezahl berücksichtigen.

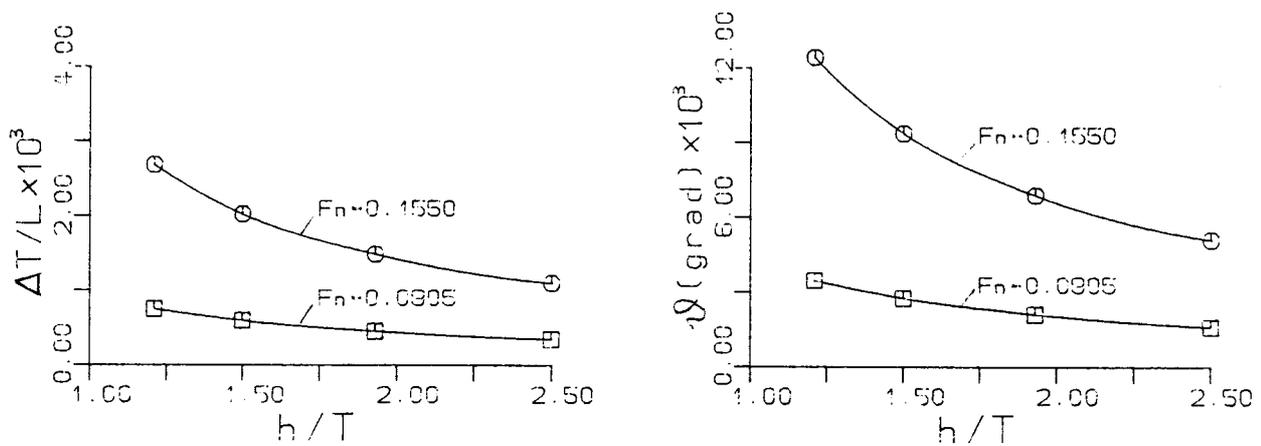


Abb.2 Absenkung und Vertrimmung des Mariner-Schiffes infolge Längsanströmung in Abhängigkeit von der Wassertiefe

Tabelle 1-1 Absenkung und Vertrimmung des Mariner-Schiffes infolge Längsumströmung und Querumströmung auf flachem Wasser (Berechnung für  $F_n = 0.0905$ )

$h/T$		1.21	1.50	1.93	2.50
$\Delta T/L$ $\times 10^3$	$\beta = 0, r' = 0$	0.747	0.593	0.454	0.347
	$\beta = 5^\circ, r' = 0$	0.933	0.714	0.546	0.424
	$\beta = 0, r' = 0.334$	0.868	0.684	0.532	0.417
$\vartheta$ (grad) $\times 10^3$	$\beta = 0, r' = 0$	3.465	2.750	2.106	1.607
	$\beta = 5^\circ, r' = 0$	-0.156	-0.836	-1.187	-1.518
	$\beta = 0, r' = 0.334$	4.563	1.133	-0.422	-1.384

Tabelle 1-2 Absenkung und Vertrimmung des Mariner-Schiffes infolge Längsumströmung und Querumströmung auf flachem Wasser (Berechnung für  $F_n = 0.155$ )

$h/T$		1.21	1.50	1.93	2.50
$\Delta T/L$ $\times 10^3$	$\beta = 0, r' = 0$	2.681	2.021	1.485	1.101
	$\beta = 5^\circ, r' = 0$	3.356	2.409	1.766	1.335
	$\beta = 0, r' = 0.195$	2.828	2.121	1.566	1.174
$\vartheta$ (grad) $\times 10^3$	$\beta = 0, r' = 0$	12.432	9.370	6.887	5.107
	$\beta = 5^\circ, r' = 0$	3.314	-1.418	-2.994	-4.191
	$\beta = 0, r' = 0.195$	15.817	7.962	4.369	2.104

Tabelle 2-1 Dimensionslose hydrodynamische Koeffizienten  
auf flachem und tiefem Wasser  
(Mariner-Schiff für  $F_n = 0.0905$ )

$h/T$		1.21	1.50	1.93	2.50	$\infty$
$F_n h$		0.3826	0.3437	0.3030	0.2662	0
$Y'_v \times 10^3$	(1)	-86.900	-29.800	-18.700	-15.000	-14.600
	(2)	-32.794	-20.300	-15.380	-12.872	-9.774
	(3)	-27.128	-17.672	-13.312	-11.160	-9.187
$N'_v \times 10^3$	(1)	-12.500	-8.670	-6.250	-4.520	-3.530
	(2)	-10.425	-6.736	-5.105	-4.328	-3.637
	(3)	-11.420	-7.468	-5.629	-4.820	-3.768
$(m' - Y'_v) \times 10^3$	(1)	32.400	23.500	19.700	18.200	15.600
	(2)	30.932	22.380	18.810	17.120	15.491
	(3)					
$Y'_\delta \times 10^3$	(1)	-24.400	-15.500	-11.700	-10.200	-7.600
	(2)	-22.844	-14.292	-10.723	-9.032	-7.403
	(3)					
$Y'_r \times 10^3$	(1)	11.642	5.452	3.892	3.832	3.172
	(2)	5.324	4.078	3.648	3.494	3.510
	(3)	6.091	4.297	3.562	3.162	2.980
$N'_r \times 10^3$	(1)	-6.320	-3.230	-2.620	-2.300	-2.280
	(2)	-2.106	-1.817	-1.703	-1.668	-1.718
	(3)	-3.986	-3.014	-2.516	-2.390	-2.316
$(I'_{zz} - N'_r) \times 10^3$	(1)	1.320	1.200	1.100	1.040	1.030
	(2)	1.286	1.042	0.941	0.900	0.886
	(3)					
$N'_\ddagger \times 10^3$	(1)	-0.930	-0.810	-0.710	-0.650	-0.640
	(2)	-0.913	-0.669	-0.568	-0.527	-0.513
	(3)					

- (1) Experimente von Fujino [1]
- (2) Berechnung der vorliegenden Arbeit
- (3) Berechnung von Zhao [8] unter Annahme  $F_n = 0$ .

Tabelle 2-2 Dimensionslose hydrodynamische Koeffizienten  
auf flachem und tiefem Wasser  
(Mariner-Schiff für  $Fn = 0.155$ )

$h/T$		1.21	1.50	1.93	2.50	$\infty$
$Fn h$		0.6553	0.5886	0.5189	0.4559	0
$Y'_v \times 10^3$	(1)		-52.500	-24.500	-17.400	-13.800
	(2)	-44.436	-23.699	-15.939	-14.148	-11.102
	(3)	-29.310	-19.166	-14.117	-11.613	-9.734
$N'_v \times 10^3$	(1)		-11.970	-7.140	-5.210	-3.570
	(2)	-13.580	-7.654	-5.501	-4.534	-3.618
	(3)	-9.448	-6.377	-4.930	-4.226	-3.576
$Y'_s \times 10^3$	(1)		-22.900	-12.900	-11.100	-8.100
	(2)	-30.453	-16.425	-11.493	-9.544	-7.503
	(3)	-20.561	-13.511	-10.257	-8.602	-7.167
$Y'_r \times 10^3$	(1)		2.622	2.382	3.662	2.822
	(2)	8.355	4.610	3.924	3.665	3.549
	(3)	4.851	3.881	3.536	3.421	3.496
$N'_r \times 10^3$	(1)		-3.170	-2.530	-2.220	-2.140
	(2)	-3.110	-2.016	-1.824	-1.741	-1.737
	(3)	-1.963	-1.740	-1.660	-1.649	-1.717
$N'_s \times 10^3$	(1)		-0.700	-0.620	-0.570	-0.500
	(2)	-1.210	-0.773	-0.618	-0.556	-0.519
	(3)	-0.823	-0.630	-0.547	-0.513	-0.510

- (1) Experimente von Fujino [1]
- (2) Berechnung der vorliegenden Arbeit
- (3) Berechnung der vorliegenden Arbeit unter Annahme  $Fn = 0$ . Diese Werte können mit Zeile (3) der Tabelle 2-1 verglichen werden.

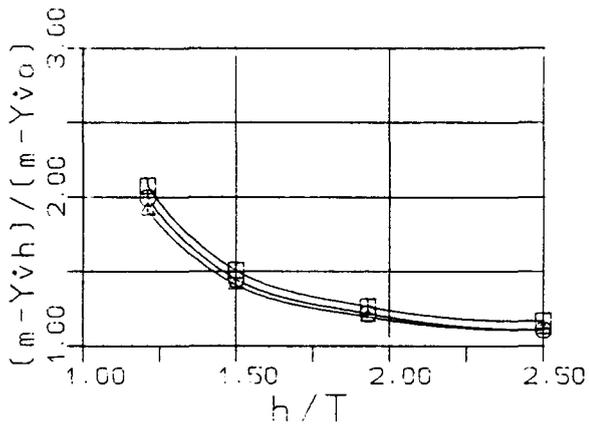


Abb.3 Einfluß von Flachwasser auf  $(m - Y_v h)$  ( $Fn = 0.0905$ )

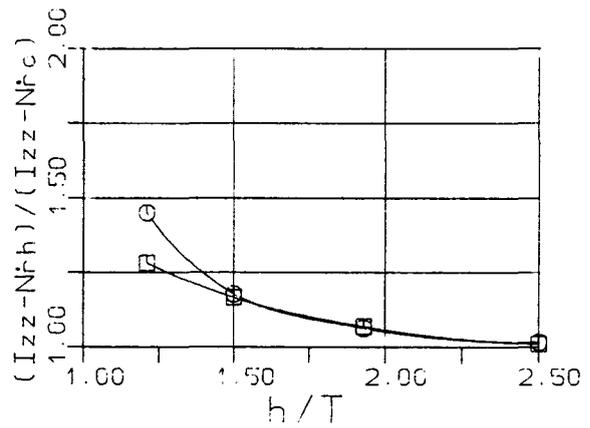


Abb.4 Einfluß von Flachwasser auf  $(I_{zz} - N_r h)$  ( $Fn = 0.0905$ )

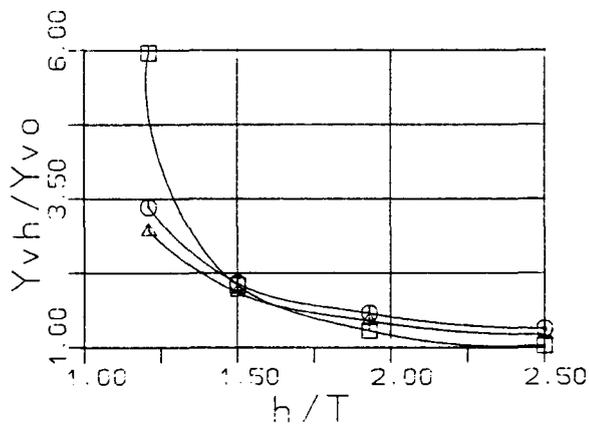


Abb.5 Einfluß von Flachwasser auf  $Y_v$  ( $Fn = 0.0905$ )

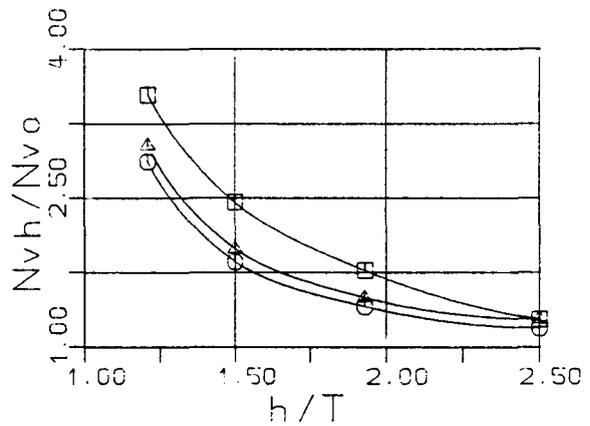


Abb.6 Einfluß von Flachwasser auf  $N_v$  ( $Fn = 0.0905$ )

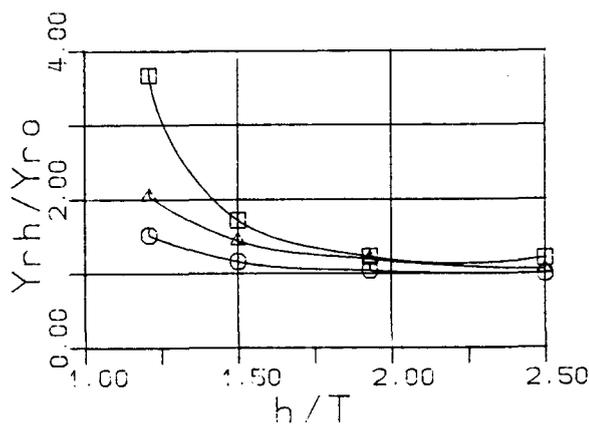


Abb.7 Einfluß von Flachwasser auf  $Y_r$  ( $Fn = 0.0905$ )

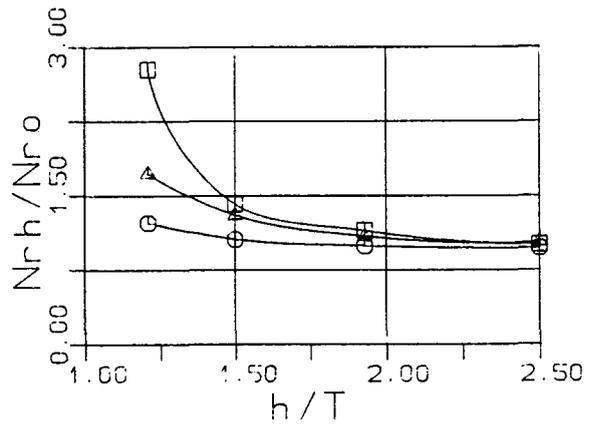


Abb.8 Einfluß von Flachwasser auf  $N_r$  ( $Fn = 0.0905$ )

- : Experimente von Fujino [1]
- : Berechnung der vorliegenden Arbeit
- △ : Berechnung von Zhao [8] unter Annahme  $Fn = 0$

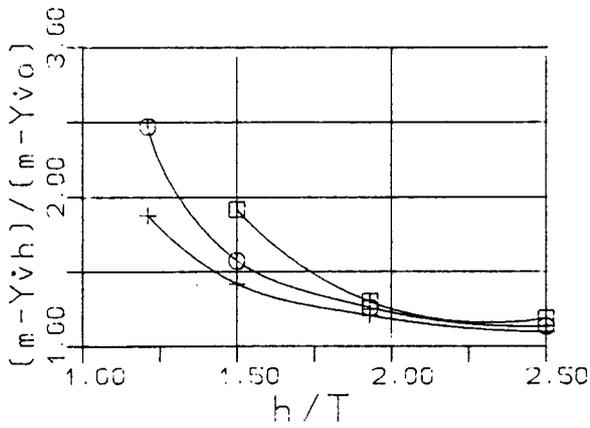


Abb.9 Einfluß von Flachwasser auf  $(m - Y_v)$  ( $F_n = 0.1550$ )

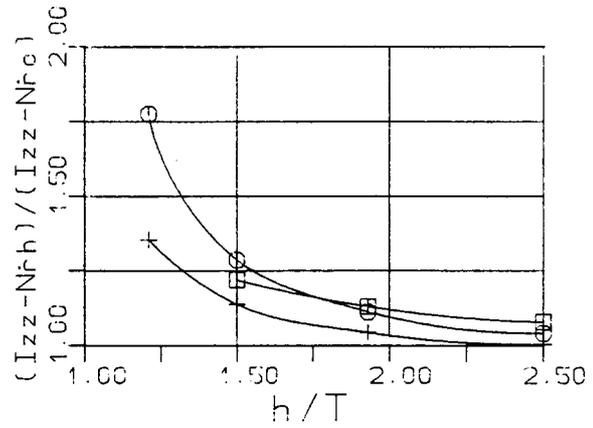


Abb.10 Einfluß von Flachwasser auf  $(I_{zz} - N_r)$  ( $F_n = 0.1550$ )

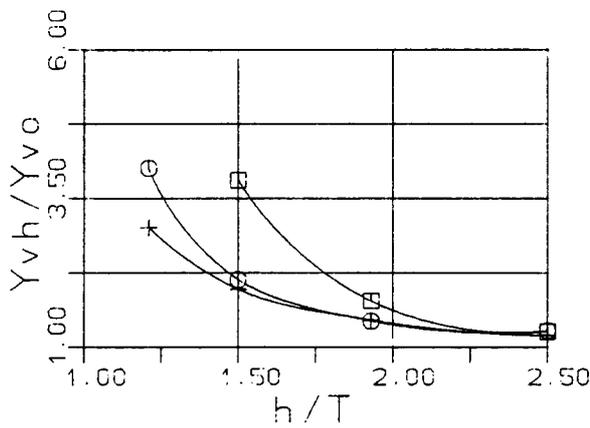


Abb.11 Einfluß von Flachwasser auf  $Y_v$  ( $F_n = 0.1550$ )

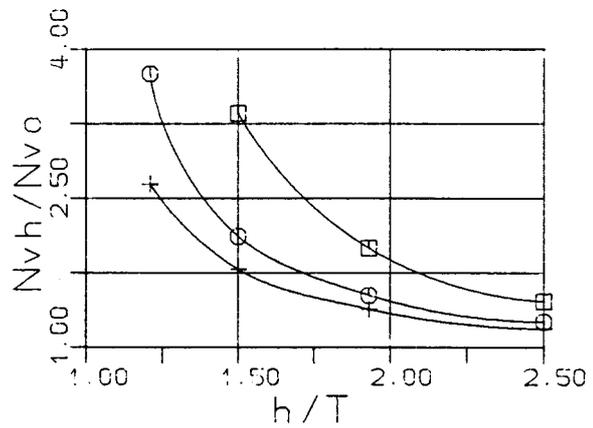


Abb.12 Einfluß von Flachwasser auf  $N_v$  ( $F_n = 0.1550$ )

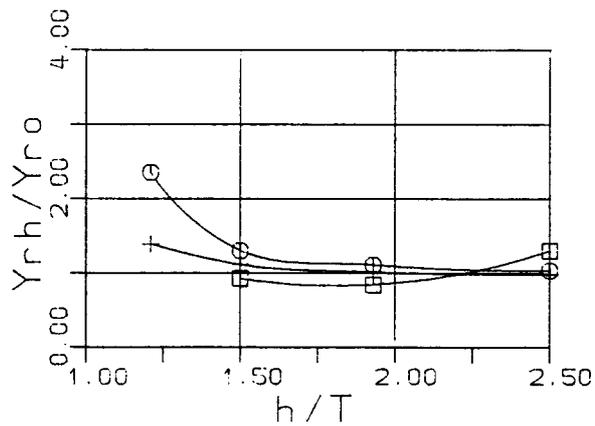


Abb.13 Einfluß von Flachwasser auf  $Y_r$  ( $F_n = 0.1550$ )

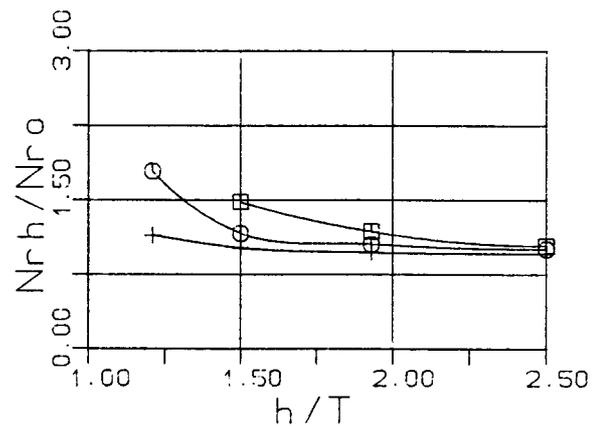


Abb.14 Einfluß von Flachwasser auf  $N_r$  ( $F_n = 0.1550$ )

- : Experimente von Fujino [1]
- ⊙ : Berechnung der vorliegenden Arbeit
- + : Berechnung der vorliegenden Arbeit unter Annahme  $F_n = 0$

## 8. Zusammenfassung und Bemerkung zur Weiterarbeit

Die Einflüsse des Flachwassers auf das Manövrierverhalten von Schiffen sind vom Blickpunkt der Kollisions- und Bodenberührungsfahrer gesehen besonders wichtig. Deswegen ist eine genaue Untersuchung zur Erfassung dieser Einflüsse erforderlich.

Fast alle bisherigen theoretischen Untersuchungen beruhen auf der Theorie von Newman; die Wasseroberfläche wird als unverformt angenommen. Die Ergebnisse haben aber gezeigt, daß bei sehr flachem Wasser die Verformung der Wasseroberfläche selbst für übliche Fahrgeschwindigkeiten nicht mehr vernachlässigt werden darf.

Aus diesem Grunde wird in der vorliegenden Arbeit versucht, die hydrodynamischen Kräfte am manövrierenden Schiff auf flachem Wasser unter Berücksichtigung der Einflüsse endlicher Froudezahl zu berechnen. Durch Anwendung der Methode der angepaßten asymptotischen Entwicklungen wird die Integro-Differentialgleichung für die Queranströmungsgeschwindigkeit unter Berücksichtigung der Verformung der Wasseroberfläche abgeleitet. Nach diesem theoretischen Modell werden dann die Absenkung und Vertrimmung sowie die dementsprechenden hydrodynamischen Koeffizienten berechnet. Die Ergebnisse sind zufriedenstellend und zeigen im gewissen Sinne Hinweise auf die Weiterarbeit.

Das von dieser Arbeit vorgestellte Verfahren basiert auf der Theorie des schlanken Körpers. Es berücksichtigt zwar die dreidimensionalen Effekte, ist aber eigentlich ein zweidimensionales Verfahren. Die Voraussetzung eines schlanken Körpers führt zu der Schlußfolgerung, daß die Wasseroberfläche im Nahfeld in der ersten Näherung als feste Wand anzusehen ist; diese Schlußfolgerung ist aber bei sehr flachem Wasser ungenau, da die Verformung der Wasseroberfläche in der Schiffsnähe dann sehr groß ist. Außerdem ist bekannt, daß an beiden Enden des Schiffes die Theorie des schlanken Körpers nicht gilt; dort ist also eine Berücksichtigung dreidimensionaler Umströmung erforderlich. Deswegen ist ein dreidimensionales Verfahren, z.B. mit der Panel-Methode, zu entwickeln. Die moderne Rechnentechnik macht es möglich, eine dreidimensionale Berechnung unter Berücksichtigung der Wasseroberflächenverformung und der Schwimmplatzänderung durchzuführen. Mühsam zu lösen sind allerdings die mit gesteuerten Bewegungen verbundenen Probleme wie z.B. Zirkulation bzw. unsymmetrische Umströmung.

Außerdem werden die Einflüsse der Zähigkeit in dieser Arbeit wie üblich nur näherungsweise behandelt, nämlich, die Integrale der hydrodynamischen Kräfte infolge stationärer Bewegungen werden von der angenommenen Ablösungsstelle bis zum Vorderende des Schiffes erstreckt. Es ist aber sehr wahrscheinlich, daß die Einflüsse der Zähigkeit bei Berechnung der hydrodynamischen Kräfte am manövrierenden Schiff auf flachem Wasser eine sehr große Rolle spielen. Man sollte deswegen die Einflüsse der Zähigkeit so genau wie theoretisch möglich untersuchen. Als erster Schritt kann man unter Annahme einer reibungsfreien Flüssigkeit die dreidimensionale Ablösung und die mit der Ablösung vorkommenden Wirbel bei der Berechnung mit berücksichtigen.

### Danksagung

Herrn Prof. Söding danke ich sehr herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit und die wertvollen Hinweise sowie die richtungsweisenden Diskussionen.

Außerdem danke ich Frau Dr. Y.X. Zhao für die Daten vom Schiff Mariner und andere Hilfe am Anfang dieser Arbeit.

## Literaturverzeichnis

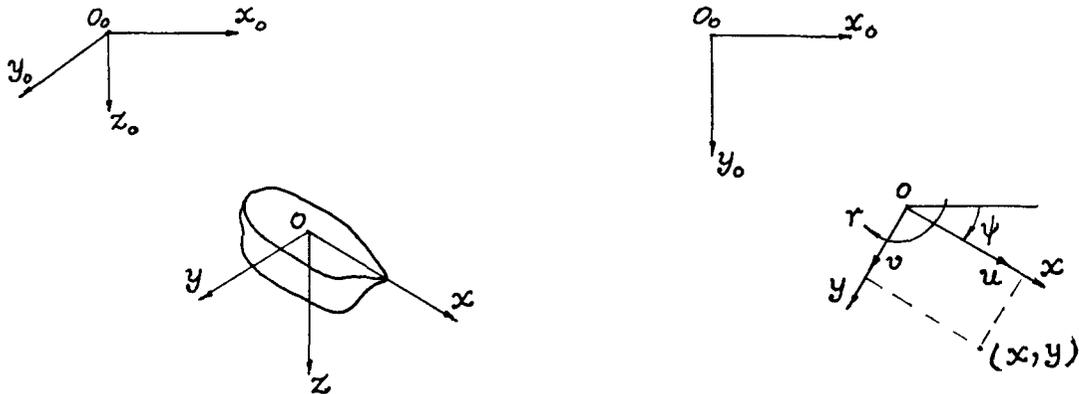
- [1] Fujino, M. *Experimental Studies on Ship Manoeuvrability in Restricted Waters, Part 1.* Int. Shipb. Progress, 15, 1968, pp.279-301
- [2] Loeser, D.L. *Determination of Maneuvering Properties in Shallow Water by Impulse Response Techniques.* Jour. Ship Research, Vol.26, No.1, March 1982, pp.1-15
- [3] Kleinau, D. und Puls, D. *Experimentelle Methoden zum Einfluß von Flachwasser auf die Steuerbarkeit von Schiffen.* Schiffbauforschung, 22, 1983,3, S.147-154
- [4] Newman, J.N. *Lateral Motion of a Slender Body between Two Parallel Walls.* Jour. Fluid Mech. Vol.39, 1969, Part 1, pp.97-115
- [5] Breslin, J.P. *Theory for the First-Order Gravitational Effects on Ship Forces and Moments in Shallow Water.* Jour. Hydronautics, Vol.6, No.2, July 1972, pp.110-111
- [6] Kleinau, D. *Hydrodynamische Masse und hydrodynamisches Massenträgheitsmoment von Schiffen bei endlicher Wassertiefe.* Schiffbauforschung, 20, 1981,4, S.247-256
- [7] Kleinau, D. *Querkraft und Giermoment infolge Schiebewinkel und Bahnkrümmung bei beschränkter Wassertiefe.* Schiffbauforschung, 22, 1983,3 S.155-160
- [8] Zhao, Y.X. *Berechnung von Manövrierbewegungen auf flachem Wasser* Schiffstechnik, Band 33, Heft 3, Sept. 1986, S.131-184
- [9] Hess, J.L. and Smith, A.M.O. *Calculation of Nonlifting Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Bodies.* Jour. Ship Research, Vol.8, No.9, 1964, pp.22-44
- [10] Pettersen, B. *Calculation of Potential Flow about Three-Dimensional Bodies in Shallow Water with Particular Application to Ship Maneuvering.* Jour. Ship Research, Vol.26, No.3, Sept. 1982, pp.149-165
- [11] Leiva von Bovet, G. *Tiefgangs- und Trimmwinkeländerungen von Schiffen unter Berücksichtigung endlicher Wassertiefe und Einfluß auf die Steuerbarkeit.* Schiffbauforschung, 24, 1985,1, S.3-11
- [12] Tuck, E.O. *A systematic asymptotic expansion procedure for slender ships.* Jour. Ship Research, Vol.8, No.1, June 1964, pp.15-23
- [13] Newman, J.N. *Marine Hydrodynamics, Chapter 7.8 Slender Bodies in Shallow Water* The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1977, P.376
- [14] Tuck, E.O. *Shallow-water flows past slender bodies.* Jour. Fluid Mech. Vol.26, Part 1, 1966, pp.81-95

## Anhang 1

### Beweis der Wasseroberflächenbedingungen in Bezug auf das schiffsfeste Koordinatensystem

Wir haben zwei Koordinatensysteme (siehe Bild):

das erdfeste Koordinatensystem  $o_0 x_0 y_0 z_0$ ,  
das schiffsfeste Koordinatensystem  $oxyz$ .



Der Zusammenhang zwischen den beiden Koordinatensystemen lautet:

$$\begin{aligned} x_0 &= \int_0^t (u \cos \psi - v \sin \psi) d\tau + x \cos \psi - y \sin \psi \\ y_0 &= \int_0^t (u \sin \psi + v \cos \psi) d\tau + x \sin \psi + y \cos \psi \\ z_0 &= z \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} x &= x_0 \cos \psi(t) + y_0 \sin \psi(t) - \cos \psi(t) \int_0^t [u(\tau) \cos \psi(\tau) - v(\tau) \sin \psi(\tau)] d\tau \\ &\quad - \sin \psi(t) \int_0^t [u(\tau) \sin \psi(\tau) + v(\tau) \cos \psi(\tau)] d\tau \\ y &= -x_0 \sin \psi(t) + y_0 \cos \psi(t) + \sin \psi(t) \int_0^t [u(\tau) \cos \psi(\tau) - v(\tau) \sin \psi(\tau)] d\tau \\ &\quad - \cos \psi(t) \int_0^t [u(\tau) \sin \psi(\tau) + v(\tau) \cos \psi(\tau)] d\tau \\ z &= z_0 \end{aligned}$$

Daraus ergeben sich

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= \dot{\psi} y - u = r y - u \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= -\dot{\psi} x - v = -r x - v \\ \frac{\partial z}{\partial t} &= 0. \end{aligned}$$

Das Störpotential sei

im erdfesten Koordinatensystem:  $\hat{\phi}(x_0, y_0, z_0; t)$

im schiffsfesten Koordinatensystem:  $\phi(x, y, z; t)$

$$\hat{\phi}(x_0, y_0, z_0; t) = \phi(x, y, z; t).$$

Die Gleichung der Wasseroberfläche sei

$$\text{im erdfesten Koordinatensystem: } \hat{F}(x_0, y_0, z_0; t) = z_0 - \hat{\zeta}(x_0, y_0; t) = 0$$

$$\text{im schiffsfesten Koordinatensystem: } F(x, y, z; t) = z - \zeta(x, y; t) = 0$$

$$\hat{F}(x_0, y_0, z_0; t) = F(x, y, z; t), \quad \hat{\zeta}(x_0, y_0; t) = \zeta(x, y; t).$$

In Bezug auf das erdfeste Koordinatensystem haben wir die kinematische Wasseroberflächenbedingung

$$\frac{D\hat{F}}{Dt} = \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} + \nabla \hat{\phi} \cdot \nabla \hat{F} = 0 \quad \text{bei } z_0 = \hat{\zeta}(x_0, y_0; t)$$

und die dynamische Wasseroberflächenbedingung

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \hat{\phi})^2 - g\hat{\zeta} = 0 \quad \text{bei } z_0 = \hat{\zeta}(x_0, y_0; t).$$

Da

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} &= \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \\ &= -\zeta_t + (-\zeta_x)(ry - u) + (-\zeta_y)(-rx - v) \\ &= -\zeta_t + (u - ry)\zeta_x + (v + rx)\zeta_y \end{aligned}$$

und wie auf Seite 22 gezeigt ist, gilt

$$\begin{aligned} \nabla \hat{\phi} \cdot \nabla \hat{F} &= \nabla \phi \cdot \nabla F \\ &= \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial z} \\ &= \phi_x(-\zeta_x) + \phi_y(-\zeta_y) + \phi_z, \end{aligned}$$

haben wir die kinematische Wasseroberflächenbedingung in Bezug auf das schiffsfeste Koordinatensystem:

$$-\zeta_t + (u - ry)\zeta_x + (v + rx)\zeta_y - \phi_x \zeta_x - \phi_y \zeta_y + \phi_z = 0 \quad \text{bei } z = \zeta(x, y; t).$$

Da

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} &= \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \\ &= \phi_t + \phi_x(ry - u) + \phi_y(-rx - v) \\ &= \phi_t - (u - ry)\phi_x - (v + rx)\phi_y \\ (\nabla \hat{\phi})^2 &= (\nabla \phi)^2 = \phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2, \end{aligned}$$

haben wir die dynamische Wasseroberflächenbedingung in Bezug auf das schiffsfeste Koordinatensystem:

$$\phi_t - (u - ry)\phi_x - (v + rx)\phi_y + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) - g\zeta = 0 \quad \text{bei } z = \zeta(x, y; t).$$

(Beweis-Ende)

Beweis der Gleichung  $\nabla\hat{\phi} \cdot \nabla\hat{F} = \nabla\phi \cdot \nabla F$

$$\begin{aligned}
 \nabla\phi \cdot \nabla F &= \frac{\partial\phi}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_i} \\
 &= \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x_{0j}} \frac{\partial x_{0j}}{\partial x_i} \frac{\partial\hat{F}}{\partial x_{0k}} \frac{\partial x_{0k}}{\partial x_i} = \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x_{0j}} \frac{\partial\hat{F}}{\partial x_{0k}} \frac{\partial x_{0j}}{\partial x_i} \frac{\partial x_{0k}}{\partial x_i} \\
 &= \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x_{0j}} \frac{\partial\hat{F}}{\partial x_{0k}} \hat{\beta}_{ji} \hat{\beta}_{ki} = \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x_{0j}} \frac{\partial\hat{F}}{\partial x_{0k}} \beta_{ij} \beta_{ik} \\
 &= \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x_{0j}} \frac{\partial\hat{F}}{\partial x_{0k}} \delta_{jk} = \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x_{0j}} \frac{\partial\hat{F}}{\partial x_{0j}} = \nabla\hat{\phi} \cdot \nabla\hat{F}
 \end{aligned}$$

worin  $\hat{\beta}_{ji}$ : die Projektion des Einheitsvektors in Richtung  $j$ -Achse im erdfesten Koordinatensystem auf die  $i$ -Achse im schiffsfesten Koordinatensystem  
 $\beta_{ij}$ : die Projektion des Einheitsvektors in Richtung  $i$ -Achse im schiffsfesten Koordinatensystem auf die  $j$ -Achse im erdfesten Koordinatensystem

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, 3$$

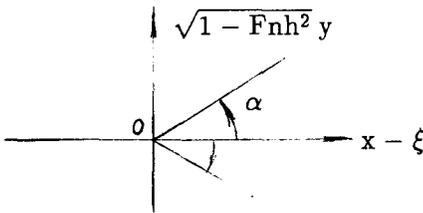
Ebenso kann man beweisen:

$$(\nabla\hat{\phi})^2 = \nabla\hat{\phi} \cdot \nabla\hat{\phi} = \nabla\phi \cdot \nabla\phi = (\nabla\phi)^2 = \phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2$$

## Anhang 2

Beweis der Grenzwerte des äußeren Potentials  $\phi(x, y)$  für  $y \rightarrow \pm 0$

$$\begin{aligned}\phi(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \log[(x - \xi)^2 + (1 - Fn h^2)y^2] d\xi + \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi) \arctan \frac{\sqrt{1 - Fn h^2} y}{x - \xi} d\xi \\ \lim_{y \rightarrow \pm 0} \phi(x, y) &\doteq \phi(x, \pm 0) + y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \phi_y(x, y) \\ I_1 &= \lim_{y \rightarrow \pm 0} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \log[(x - \xi)^2 + (1 - Fn h^2)y^2] d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} 2F(\xi) \log|x - \xi| d\xi \\ I_2 &= \lim_{y \rightarrow \pm 0} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi) \arctan \frac{\sqrt{1 - Fn h^2} y}{x - \xi} d\xi\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{Wenn } x - \xi > 0, y \rightarrow +0: \alpha &\rightarrow 0 \\ y \rightarrow -0: \alpha &\rightarrow 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Wenn } x - \xi < 0, y \rightarrow +0: \alpha &\rightarrow \pi \\ y \rightarrow -0: \alpha &\rightarrow -\pi\end{aligned}$$

Deswegen

$$I_2 = \int_x^{+\infty} G(\xi) \pi \operatorname{sign}(y) d\xi = \pi \operatorname{sign}(y) \int_x^{+\infty} G(\xi) d\xi$$

$$\begin{aligned}I_3 &= y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \log[(x - \xi)^2 + (1 - Fn h^2)y^2] d\xi \\ &= 2\sqrt{1 - Fn h^2} y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \frac{\sqrt{1 - Fn h^2} y}{(x - \xi)^2 + (1 - Fn h^2)y^2} d\xi \\ &= 2\sqrt{1 - Fn h^2} y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \int_{-\infty}^{+\infty} -F(\xi) d\left(\arctan \frac{x - \xi}{\sqrt{1 - Fn h^2} y}\right) \\ &= 2\sqrt{1 - Fn h^2} y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \left[ -F(\xi) \arctan \frac{x - \xi}{\sqrt{1 - Fn h^2} y} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \arctan \frac{x - \xi}{\sqrt{1 - Fn h^2} y} dF(\xi) \right]\end{aligned}$$

Da

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

wenn  $y > 0$ ,

$$\begin{aligned}\lim_{y \rightarrow +0} &\left[ -F(\xi) \arctan \frac{x - \xi}{\sqrt{1 - Fn h^2} y} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \arctan \frac{x - \xi}{\sqrt{1 - Fn h^2} y} dF(\xi) \right] \\ &= -F(+\infty)\left(-\frac{\pi}{2}\right) + F(-\infty)\left(\frac{\pi}{2}\right) + \int_{-\infty}^x \frac{\pi}{2} dF(\xi) + \int_x^{+\infty} \left(-\frac{\pi}{2}\right) dF(\xi) \\ &= [F(+\infty) + F(-\infty)]\frac{\pi}{2} + [F(x) - F(-\infty)]\frac{\pi}{2} - [F(+\infty) - F(x)]\frac{\pi}{2} \\ &= \pi F(x),\end{aligned}$$

wenn  $y < 0$ ,

$$\begin{aligned}
& \lim_{y \rightarrow -0} \left[ -F(\xi) \arctan \frac{x - \xi}{\sqrt{1 - Fnh^2} y} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \arctan \frac{x - \xi}{\sqrt{1 - Fnh^2} y} dF(\xi) \right] \\
&= -F(+\infty) \left( \frac{\pi}{2} \right) + F(-\infty) \left( -\frac{\pi}{2} \right) + \int_{-\infty}^x \left( -\frac{\pi}{2} \right) dF(\xi) + \int_x^{+\infty} \frac{\pi}{2} dF(\xi) \\
&= [F(+\infty) + F(-\infty)] \left( -\frac{\pi}{2} \right) + [F(x) - F(-\infty)] \left( -\frac{\pi}{2} \right) + [F(+\infty) - F(x)] \frac{\pi}{2} \\
&= -\pi F(x)
\end{aligned}$$

Deswegen  $I_3 = 2\sqrt{1 - Fnh^2} y F(x) \pi \operatorname{sign}(y) = 2\pi F(x) \sqrt{1 - Fnh^2} |y|$

$$\begin{aligned}
I_4 &= y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi) \arctan \frac{\sqrt{1 - Fnh^2} y}{x - \xi} d\xi \\
&= y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi) \frac{\frac{\sqrt{1 - Fnh^2}}{x - \xi}}{1 + \frac{(1 - Fnh^2)y^2}{(x - \xi)^2}} d\xi \\
&= y \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi) \frac{\sqrt{1 - Fnh^2}}{x - \xi} d\xi \\
&= y \sqrt{1 - Fnh^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G(\xi)}{x - \xi} d\xi
\end{aligned}$$

Wir haben dann:

$$\begin{aligned}
\lim_{y \rightarrow \pm 0} \phi(x, y) &\doteq \phi(x, \pm 0) + y \lim_{y \rightarrow \pm 0} \phi_y(x, y) \\
&= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} 2F(\xi) \log |x - \xi| d\xi + \pi \operatorname{sign}(y) \int_x^{+\infty} G(\xi) d\xi \\
&\quad + 2\pi F(x) \sqrt{1 - Fnh^2} |y| + y \sqrt{1 - Fnh^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G(\xi)}{x - \xi} d\xi
\end{aligned}$$

(Beweis-Ende)

### Anhang 3

Eine Bemerkung über das Störpotential  $\phi$  im Nahfeld

Die Randbedingung an der Schiffsoberfläche lautet:

$$\phi_n = \phi_x n_x + \phi_y n_y + \phi_z n_z = u n_x + V n_y$$

Da  $\phi_x = O(\phi)$ ;  $\phi_y, \phi_z = O(\varepsilon^{-1}\phi)$   
 $n_x = O(\varepsilon)$ ;  $n_y, n_z = O(1)$   
 $\phi_x n_x = O(\phi\varepsilon)$ ;  $\phi_y n_y, \phi_z n_z = O(\varepsilon^{-1}\phi)$   
 $\phi_x n_x \ll \phi_y n_y, \phi_z n_z$

kann man hier  $\phi_x n_x$  weglassen.

So haben wir die Bedingung an der Schiffsoberfläche:

$$\phi_y n_y + \phi_z n_z = u n_x + V n_y$$

Machen wir Ansatz

$$\phi = \phi_A + \phi_S$$

worin  $\phi_S$ : symmetrischer Anteil des Potentials  
 $\phi_A$ : antisymmetrischer Anteil des Potentials,  
so erhalten wir

$$\begin{aligned}\phi_{S_y} n_y + \phi_{S_z} n_z &= u n_x \\ \phi_{A_y} n_y + \phi_{A_z} n_z &= V n_y.\end{aligned}$$

Da  $u = O(\varepsilon^{0.5})$ ,  $n_x = O(\varepsilon)$ ;  $n_y, n_z = O(1)$   
ergeben sich

$$\begin{aligned}\phi_{S_y}, \phi_{S_z} &= O(\varepsilon^{1.5}) \\ \phi_{A_y}, \phi_{A_z} &= O(V),\end{aligned}$$

folglich,

$$\begin{aligned}\phi_S &= O(\varepsilon^{2.5}) \\ \phi_A &= O(\varepsilon V),\end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}\phi_S &= u(\varepsilon^2 \varphi_S^{(1)} + \varepsilon^3 \varphi_S^{(2)} + \dots) \\ \phi_A &= V(\varepsilon \varphi_A^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_A^{(2)} + \dots).\end{aligned}$$

1) Für  $V = \varepsilon u = \varepsilon^{1.5} \bar{V}$  erhalten wir

$$\phi_A = O(\varepsilon^{2.5})$$

also,  $\phi_A$  ist von derselben Größenordnung wie  $\phi_S$ .

Wir haben

$$\begin{aligned}\phi_{S_z}^{(1)} = 0, \phi_{S_z}^{(2)} = 0 & \quad \text{bei } z = 0 \text{ (siehe Tuck [14])} \\ \phi_{A_z}^{(1)} = 0, \phi_{A_z}^{(2)} = 0 & \quad \text{bei } z = 0 \text{ (wie Tuck).}\end{aligned}$$

Folglich,

$$\phi_z^{(1)} = 0, \phi_z^{(2)} = 0 \quad \text{bei } z = 0.$$

In diesem Fall läßt sich die ungestörte Wasseroberfläche bei  $z = 0$  als feste Wand ansehen.

2) Für  $V = \varepsilon \tilde{V}$  erhalten wir

$$\phi_A = O(\varepsilon^2)$$

also,  $\phi_A$  ist von größerer Größenordnung als  $\phi_S$ .

Wir haben

$$\phi_{S_z}^{(1)} = 0, \phi_{S_z}^{(2)} = 0 \quad \text{bei } z = 0$$

$$\phi_{Az}^{(1)} = 0, \phi_{Az}^{(2)} \neq 0 \quad \text{bei } z = 0.$$

Folglich,

$$\phi_z^{(1)} = 0, \phi_z^{(2)} \neq 0 \quad \text{bei } z = 0.$$

Das zeigt: wenn die Quergeschwindigkeit  $V$  relativ größer ist ( $V = O(\varepsilon)$ ), kann die Wasseroberfläche bei  $z = 0$  nicht als feste Wand angesehen werden.

In diesem Fall herrscht durch die Fläche  $z = 0$  eine Strömung  $\phi_z^{(2)} = \phi_{Az}^{(2)}$ .

## Anhang 4

Numerische Lösung der Integro-Differentialgleichung (31)

$$V^* + \frac{\sqrt{1 - Fn h^2}}{\pi} \int_L \frac{(V^* C)_\xi}{x - \xi} d\xi = V$$

Siehe [8], durch Ansätze

$$\begin{aligned} V^* C &= \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(x) \\ C &= \sum_{i=1}^N c_i f_i(x) \end{aligned}$$

worin  $N$  die Anzahl der Spante und  $f_i(x)$  die sog. Dach-Funktionen sind:

$$f_i(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x < x_{i-1}, x > x_{i+1} \\ \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, & \text{für } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}}, & \text{für } x_i \leq x \leq x_{i+1} \end{cases}$$

wird (31) umgeformt zu

$$\frac{1}{C} \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(x) + \frac{\sqrt{1 - Fn h^2}}{\pi} \int_L \frac{(\sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(\xi))_\xi}{x - \xi} d\xi = V(x) \quad (4a - 1)$$

Multipliziert man (4a - 1) mit  $f_k(x)$  und integriert sie über  $(x_{k-1}, x_{k+1})$ , so erhält man das lineare Gleichungssystem für die unbekanntenen Konstanten  $\alpha_i$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \alpha_i \left[ \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} \frac{1}{C(x)} f_i(x) f_k(x) dx + \frac{\sqrt{1 - Fn h^2}}{\pi} \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} \int_L \frac{(f_i(\xi))_\xi f_k(x)}{x - \xi} d\xi dx \right] \\ = \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} V(x) f_k(x) dx \quad k = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (4a - 2)$$

Aus (4a - 2) kann man  $\alpha_i$  berechnen, dann ergeben sich  $V^*(x)$ :

$$V^*(x) = \frac{1}{C(x)} \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(x)$$

$$\text{oder} \quad V^*(x_i) = \frac{\alpha_i}{c_i} \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Praktisch löst man die Gleichung (31) mit zwei rechten Seiten, nämlich  $V = v$  für reine Driftbewegung und  $V = rx$  für reine Drehbewegung. Man erhält jeweils:

$$V^* + \frac{\sqrt{1 - Fn h^2}}{\pi} \int_L \frac{(V^* C)_\xi}{x - \xi} d\xi = v$$

und

$$V^* + \frac{\sqrt{1 - Fn h^2}}{\pi} \int_L \frac{(V^* C)_\xi}{x - \xi} d\xi = rx$$

Setzt man an:

$$V^{*(v)} = \frac{V^*}{v}$$

und

$$V^{*(r)} = \frac{V^*}{\frac{L}{2}r}$$

dann erhält man:

$$V^{*(v)} + \frac{\sqrt{1 - Fn^2 h^2}}{\pi} \int_L \frac{(V^{*(v)} C)_\xi}{x - \xi} d\xi = 1$$

und

$$V^{*(r)} + \frac{\sqrt{1 - Fn^2 h^2}}{\pi} \int_L \frac{(V^{*(r)} C)_\xi}{x - \xi} d\xi = \frac{2x}{L}$$

Daraus lassen sich  $V^{*(v)}$  und  $V^{*(r)}$  berechnen.

Die hydrodynamische Masse entsprechend reiner Driftbewegung und reiner Drehbewegung ist nach Newman [4]:

$$\begin{aligned}\mu_y^{(v)}(x) &= -\rho S + 2\rho h C V^{*(v)} \\ \mu_y^{(r)}(x) &= -\rho S + 2\rho h C V^{*(r)} \frac{L}{2x}.\end{aligned}$$

## Anhang 5

### Berechnung der hydrodynamischen Koeffizienten

Die hydrodynamische Querkraft und das hydrodynamische Drehmoment lauten:

$$Y = \int_L \left( u \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \right) [\mu_y \cdot (v + rx)] dx$$

$$N = \int_L x \left( u \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \right) [\mu_y \cdot (v + rx)] dx$$

worin  $u(t), v(t)$ , die Komponenten der Geschwindigkeit des Schiffes in  $x$ - bzw.  $y$ -Richtung  
 $r(t)$ , die Drehgeschwindigkeit des Schiffes um die  $z$ -Achse  
 $\mu_y(x)$ , die Verteilung der zweidimensionalen hydrodynamischen Masse für Querbeschleunigung

Daraus folgt

$$Y = uv \int_L \frac{\partial}{\partial x} \mu_y(x) dx + ur \int_L x \frac{\partial}{\partial x} \mu_y(x) dx + ur \int_L \mu_y(x) dx$$

$$- \dot{v} \int_L \mu_y(x) dx - \dot{r} \int_L x \mu_y(x) dx$$

$$= Y_v v + Y_r r + Y_{\dot{v}} \dot{v} + Y_{\dot{r}} \dot{r}$$

$$N = uv \int_L x \frac{\partial}{\partial x} \mu_y(x) dx + ur \int_L x^2 \frac{\partial}{\partial x} \mu_y(x) dx + ur \int_L x \mu_y(x) dx$$

$$- \dot{v} \int_L x \mu_y(x) dx - \dot{r} \int_L x^2 \mu_y(x) dx$$

$$= N_v v + N_r r + N_{\dot{v}} \dot{v} + N_{\dot{r}} \dot{r}$$

Aus der Definitionen der hydrodynamischen Koeffizienten erhalten wir

$$Y_v = \frac{\partial Y}{\partial v} = u \int_L \frac{\partial}{\partial x} \mu_y^{(v)}(x) dx$$

$$Y_r = \frac{\partial Y}{\partial r} = u \int_L x \frac{\partial}{\partial x} \mu_y^{(r)}(x) dx + u \int_L \mu_y^{(r)}(x) dx$$

$$Y_{\dot{v}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{v}} = - \int_L \mu_y^{(v)}(x) dx$$

$$Y_{\dot{r}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{r}} = - \int_L x \mu_y^{(r)}(x) dx$$

$$N_v = \frac{\partial N}{\partial v} = u \int_L x \frac{\partial}{\partial x} \mu_y^{(v)}(x) dx$$

$$N_r = \frac{\partial N}{\partial r} = u \int_L x^2 \frac{\partial}{\partial x} \mu_y^{(r)}(x) dx + u \int_L x \mu_y^{(r)}(x) dx$$

$$N_{\dot{v}} = \frac{\partial N}{\partial \dot{v}} = - \int_L x \mu_y^{(v)}(x) dx$$

$$N_{\dot{r}} = \frac{\partial N}{\partial \dot{r}} = - \int_L x^2 \mu_y^{(r)}(x) dx$$

worin

$$\mu_y^{(v)}(x) = -\rho S(x) + 2\rho h C(x) V^{*(v)}(x)$$

$$\mu_y^{(r)}(x) = -\rho S(x) + 2\rho h C(x) V^{*(r)}(x) \frac{L}{2x}.$$

$V^{*(v)}(x)$ , die Queranströmgeschwindigkeit entsprechend der Driftgeschwindigkeit  $v$   
 $V^{*(r)}(x)$ , die Queranströmgeschwindigkeit entsprechend der Drehgeschwindigkeit  $r$ .  
 (siehe auch Anhang 4)

Um die Einflüsse der Zähigkeit näherungsweise zu berücksichtigen, werden für die Kraft und das Moment infolge stationärer Bewegungen nicht über die ganze Schiffslänge, sondern von einer angenommenen Ablösungsstelle (z.B. der Stelle, wo die hydrodynamische Masse oder der hydrodynamische Impuls am größten ist) bis zum Vorderende des Schiffes integriert. Dagegen werden die Integrale für die Kraft und das Moment infolge Beschleunigungen über die ganze Schiffslänge erstreckt.

So erhalten wir unter Annahme  $\mu_y^{(v)}(L/2) = \mu_y^{(r)}(L/2) = 0$ :

$$\begin{aligned}
 Y_v &= u \int_{x_m^{(v)}}^{\frac{L}{2}} \frac{\partial}{\partial x} \mu_y^{(v)}(x) dx = -u \mu_y^{(v)}(x_m^{(v)}) \\
 Y_r &= u \int_{x_m^{(r)}}^{\frac{L}{2}} x \frac{\partial}{\partial x} \mu_y^{(r)}(x) dx + u \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \mu_y^{(r)}(x) dx \\
 &= u[-x_m^{(r)} \mu_y^{(r)}(x_m^{(r)}) + \int_{-\frac{L}{2}}^{x_m^{(r)}} \mu_y^{(r)}(x) dx] \\
 Y_{\dot{v}} &= - \int_L \mu_y^{(v)}(x) dx \\
 Y_{\dot{r}} &= - \int_L x \mu_y^{(r)}(x) dx \\
 N_v &= u \int_{x_m^{(v)}}^{\frac{L}{2}} x \frac{\partial}{\partial x} \mu_y^{(v)}(x) dx = u[-x_m^{(v)} \mu_y^{(v)}(x_m^{(v)}) - \int_{x_m^{(v)}}^{\frac{L}{2}} \mu_y^{(v)}(x) dx] \\
 N_r &= u \int_{x_m^{(r)}}^{\frac{L}{2}} x^2 \frac{\partial}{\partial x} \mu_y^{(r)}(x) dx + u \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x \mu_y^{(r)}(x) dx \\
 &= u[-(x_m^{(r)})^2 \mu_y^{(r)}(x_m^{(r)}) - \int_{x_m^{(r)}}^{\frac{L}{2}} x \mu_y^{(r)}(x) dx + \int_{-\frac{L}{2}}^{x_m^{(r)}} x \mu_y^{(r)}(x) dx] \\
 N_{\dot{v}} &= - \int_L x \mu_y^{(v)}(x) dx \\
 N_{\dot{r}} &= - \int_L x^2 \mu_y^{(r)}(x) dx
 \end{aligned}$$

worin  $x_m$  die angenommene Ablösungsstelle ist, z.B. die Stelle, wo der hydrodynamische Impuls am größten ist:

$$\begin{aligned}
 x_m^{(v)} &= \max_x (v \mu_y^{(v)}(x)) \\
 x_m^{(r)} &= \max_x (r x \mu_y^{(r)}(x))
 \end{aligned}$$

## Anhang 6

### Berechnung der Absenkung und Vertrimmung infolge Queranströmung

Der hydrodynamische Druck infolge Queranströmung sei

$$p_H = -\rho[(-u + rx)\phi_x + (-v - rx)\phi_y] - \frac{1}{2}\rho|\nabla\phi|^2$$

worin  $\phi = \phi(x; y, z)$  das Störpotential infolge Queranströmung ist. Sie läßt sich mit Singularitätenmethoden (z.B. Zhao [8]) numerisch berechnen.

Der lineare Anteil sei

$$\begin{aligned} p_H &= -\rho[-u\phi_x + (-v - rx)\phi_y] \\ &= \rho[u\phi_x + (v + rx)\phi_y]. \end{aligned}$$

Die Abtriebskraft ist

$$\begin{aligned} F &= -\iint_{S_B} p_H n_z dS \\ &= -\rho \iint_{S_B} [u\phi_x + (v + rx)\phi_y] n_z dS \\ &= -\rho \int_L \int_B [u\phi_x + (v + rx)\phi_y] dx dy \\ &= -\rho \left\{ \int_L [u \int_B \phi_x dy] dx + \int_L [(v + rx) \int_B \phi_y dy] dx \right\}. \end{aligned}$$

Da  $\phi(x; y, z) = -\phi(x; -y, z)$  und  $\phi_x(x; y, z) = -\phi_x(x; -y, z)$ , erhalten wir

$$\begin{aligned} \int_B \phi_x dy &= \int_{-\frac{B(x)}{2}}^{\frac{B(x)}{2}} \phi_x dy = 0 \\ \int_B \phi_y dy &= \int_{-\frac{B(x)}{2}}^{\frac{B(x)}{2}} \frac{\partial\phi}{\partial y} dy = \phi(x; B(x)/2, 0) - \phi(x; -B(x)/2, 0) = 2\phi(x; B(x)/2, 0). \end{aligned}$$

Deshalb

$$F = -\rho \int_L (v + rx) 2\phi dx.$$

Da  $u = U \cos \beta$ ,  $v = -U \sin \beta$  für kleinen Driftwinkel  $\beta$  erhalten wir

$$u \doteq U, \quad v \doteq -U\beta \doteq -u\beta.$$

Folglich

$$\begin{aligned} F &= -\rho \int_L (-u\beta + r \frac{L}{u} \frac{x}{L} u) 2\phi dx \\ &= -2\rho u \int_L (-\beta + r' \frac{x}{L}) \phi dx \end{aligned}$$

worin  $r' = r \frac{L}{u}$  die dimensionslose Drehgeschwindigkeit ist.

Wir erhalten die Absenkung infolge Queranströmung:

$$\Delta T = \frac{F}{\rho g A_w} = -\frac{2u}{g A_w} \int_L (-\beta + r' \frac{x}{L}) \phi dx$$

Ebenso können wir die Vertrimmung bestimmen.

Das Vertrimmmoment ist

$$\begin{aligned}
 M &= \iint_{S_B} (x - x_w) p_H n_z dS \\
 &= \rho \iint_{S_B} (x - x_w) [u \phi_x + (v + rx) \phi_y] n_z dS \\
 &= \rho \int_L \int_B (x - x_w) [u \phi_x + (v + rx) \phi_y] dx dy \\
 &= \rho \int_L (x - x_w) (v + rx) 2\phi dx \\
 &= 2\rho u \int_L (x - x_w) \left(-\beta + r' \frac{x}{L}\right) \phi dx
 \end{aligned}$$

Wir erhalten die Vertrimmung infolge Queranströmung:

$$\vartheta = \frac{M}{\rho g \nabla \overline{GM}_L} = \frac{2uL}{g \nabla \overline{GM}_L} \int_L \frac{x - x_w}{L} \left(-\beta + r' \frac{x}{L}\right) \phi dx$$

## Symbolverzeichnis

$A_w$	Wasserlinienfläche
$B$	Breite des Schiffes
$C$	Versperrungskoeffizient
$F$	Abtriebskraft
$Fn$	Froudezahl, $Fn = u/\sqrt{gL}$
$Fnh$	Tiefen-Froudezahl, $Fnh = u/\sqrt{gh}$
$g$	Erdbeschleunigung
$\overline{GM}_L$	Längenmetazentrische Höhe des Schiffes
$h$	Wassertiefe
$I_{zz}$	Massenträgheitsmoment des Schiffes um die $z$ -Achse
$I'_{zz}$	Dimensionsloses Massenträgheitsmoment, $I'_{zz} = I_{zz}/\frac{1}{2}\rho L^5$
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	Einheitsvektoren in $x$ -, $y$ -, $z$ -Richtung
$L$	Länge des Schiffes
$M$	Vertrimmoment
$m$	Masse des Schiffes
$m'$	Dimensionslose Masse, $m' = m/\frac{1}{2}\rho L^3$
$N$	Drehmoment um die $z$ -Achse
$N_v, N_{\dot{v}}, N_r, N_{\dot{r}}$	Hydrodynamische Koeffizienten $N_v = \frac{\partial N}{\partial v}$ , $N_{\dot{v}} = \frac{\partial N}{\partial \dot{v}}$ , $N_r = \frac{\partial N}{\partial r}$ , $N_{\dot{r}} = \frac{\partial N}{\partial \dot{r}}$
$N'_v, N'_{\dot{v}}, N'_r, N'_{\dot{r}}$	Dimensionslose hydrodynamische Koeffizienten $N'_v = N_v/\frac{1}{2}\rho L^3 u$ , $N'_{\dot{v}} = N_{\dot{v}}/\frac{1}{2}\rho L^4$ , $N'_r = N_r/\frac{1}{2}\rho L^4 u$ , $N'_{\dot{r}} = N_{\dot{r}}/\frac{1}{2}\rho L^5$
$\vec{n}$	Einheitsnormalenvektor auf der Schiffsoberfläche
$n_x, n_y, n_z$	Komponenten des Einheitsnormalenvektors $\vec{n}$ in $x$ -, $y$ -, $z$ -Richtung
$p_H$	Hydrodynamischer Druck
$r$	Drehgeschwindigkeit des Schiffes um die $z$ -Achse, $r = \dot{\psi}$
$r'$	Dimensionslose Drehgeschwindigkeit, $r' = rL/u$
$S$	Spantfläche des Schiffes
$S_B$	Schiffsoberfläche
$T$	Tiefgang des Schiffes
$t$	Zeit
$\vec{U}$	Schiffsgeschwindigkeit
$U$	Betrag von $\vec{U}$ , $U =  \vec{U} $

$u, v$	Komponenten der Schiffsgeschwindigkeit $\vec{U}$ in $x$ -, $y$ -Richtung $u = U \cos \beta$ , $v = -U \sin \beta$ Für kleinen Driftwinkel $\beta$ : $u \doteq U$ , $v \doteq -U\beta \doteq -u\beta$
$V$	Quergeschwindigkeit des Spants an der Stelle $x$ , $V = v + rx$
$V^*$	Queranströmgeschwindigkeit relativ zum Spant an der Stelle $x$
$x, y, z$	Schiffsfestes Koordinatensystem
$x_0, y_0, z_0$	Erdfestes Koordinatensystem
$x_w$	Längenkoordinate des Zentrums der Wasserlinienfläche
$Y$	Querkraft
$Y_v, Y_{\dot{v}}, Y_r, Y_{\dot{r}}$	Hydrodynamische Koeffizienten $Y_v = \frac{\partial Y}{\partial v}$ , $Y_{\dot{v}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{v}}$ , $Y_r = \frac{\partial Y}{\partial r}$ , $Y_{\dot{r}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{r}}$
$Y'_v, Y'_{\dot{v}}, Y'_r, Y'_{\dot{r}}$	Dimensionslose hydrodynamische Koeffizienten $Y'_v = Y_v / \frac{1}{2} \rho L^2 u$ , $Y'_{\dot{v}} = Y_{\dot{v}} / \frac{1}{2} \rho L^3$ , $Y'_r = Y_r / \frac{1}{2} \rho L^3 u$ , $Y'_{\dot{r}} = Y_{\dot{r}} / \frac{1}{2} \rho L^4$
$\beta$	Driftwinkel
$\psi$	Kurswinkel
$\zeta$	Wellenerhebung
$\rho$	Dichte des Wassers
$\nabla$	Verdrängungsvolumen
$\phi$	Störpotential, allgemein
$\varphi$	Störpotential im Nahfeld
$\Delta T$	Absenkung
$\vartheta$	Vertrimmung
$\mu_y$	Verteilung der hydrodynamischen Masse für Querbeschleunigung

Anmerkung:

Die übrigen Symbole und Bezeichnungen werden im Text direkt erläutert.