

217 | Oktober 1968

## SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

K.H. Kwik

### Zur mathematischen Darstellung von Leitkopfruderprofilen

**TUHH**

*Technische Universität Hamburg-Harburg*

## Zur mathematischen Darstellung von Leitkopfruderprofilen

K.H. Kwik, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1968

© Technische Universität Hamburg-Harburg  
Schriftenreihe Schiffbau  
Schwarzenbergstraße 95c  
D-21073 Hamburg  
<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 217

Zur mathematischen Darstellung von Leitkopfruderprofilen

von

K.H. Kwik

Oktober 1968

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
A. Aufgabenstellung	1
B. Theorie und einige Beispiele	2
C. Literatur	14
Abbildungen	

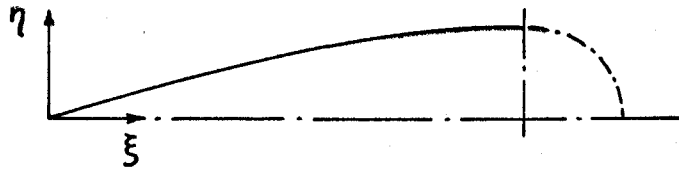
## Zur mathematischen Darstellung von Leitkopfruderprofilen

### A. Aufgabenstellung

Nach einem von Thieme angegebenen Verfahren [1] [2] [4] [5] lassen sich beliebige Ruderprofile mathematisch entwerfen und gegebene Ruderkonturen analytisch darstellen. Zahlreiche Beispiele von nach diesem Verfahren gerechneten Profilen sind in [3] zu finden. Eine gewisse Schwierigkeit bereitete jedoch noch die mathematische Darstellung einer speziellen Rudergattung, nämlich des Ruderteils von Leitkopfrudern. (Der Leitkopf läßt sich nach dem erwähnten Verfahren ohne Schwierigkeit mathematisch darstellen). Die Schwierigkeit tritt auf, wenn die Nase des beweglichen Ruderteils im Profil ein Halbkreis ist, wie z.B. bei Oertz-Rudern, oder wenn die Krümmung an der größten Profilbreite ein bestimmtes Maß überschreitet. Wird bei Profilen mit Kreisnasen ein stetiger Krümmungsverlauf über der Ruderlänge gewünscht, so geht der Nasenradius als Endbedingung in die Gleichung für den Schwanzteil hinein. Bautechnisch ist es nicht notwendig, die Nase exakt als Halbkreis zu gestalten. Es können auch Formen verwendet werden, die sich analytisch durch Polynome mit einem Wurzelglied beschreiben lassen und die eine gute Näherung des Halbkreises darstellen [6]. Der Parameter  $\frac{r}{l}$  ( $r$  = Radius der Kreisnase oder Radius der Schwanzkontur am Übergang Schwanz - Nase,  $l$  = Länge des Schwanzteils) erweist sich in beiden Fällen als zu klein, als daß man das erwähnte Verfahren zur mathematischen Darstellung des Schwanzteils anwenden kann. Würde man das Verfahren anwenden, so würde man Konturen mit Buckeln und Dellen erhalten.

Die einwandfreie mathematische Darstellung des Schwanzteils des Ruders von Leitkopfrudern ist das Ziel dieser Arbeit.

## B. Theorie und einige Beispiele



Skizze A

### 1. Die Schwanzkontur habe eine Form wie in Skizze A.

Vorgegeben seien folgende Parameter:

$$\eta_0, \eta'_0, \eta''_0, \eta_1, \eta'_1 = 0, \eta''_1,$$

wobei  $|\eta''_1| > |\eta''_0|$  ist.

(Für die Bedeutung der Symbole wird auf frühere Veröffentlichungen verwiesen).

Gefordert wird eine Kontur, die im betrachteten Bereich keinen Wendepunkt besitzt und deren zweite Ableitung kein Extremum aufweist.

Die Bedingungen für die die Kontur darstellende Funktion lauten also:

$$\begin{aligned} \eta'''_0 &\leq 0 \\ \eta''' &< 0 \quad \text{für } 0 < \xi < 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Nach dem früher mitgeteilten Verfahren wäre die Funktion das Polynom niedrigster Ordnung, welches die vorgegebenen Parameter enthält. Danach ergäbe sich ein Polynom 5. Grades, das symbolisch

$$\begin{aligned} \eta = & \eta_0 \cdot \left( \frac{5 \cdot \eta_0}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta_1 \eta'_1 \eta''_1} \right) + \eta'_0 \cdot \left( \frac{5 \cdot \eta'_0}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta_1 \eta'_1 \eta''_1} \right) + \eta''_0 \cdot \left( \frac{5 \cdot \eta''_0}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta_1 \eta'_1 \eta''_1} \right) \\ & + \eta_1 \cdot \left( \frac{5 \cdot \eta_1}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta'_1 \eta''_1} \right) + \eta'_1 \cdot \left( \frac{5 \cdot \eta'_1}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta''_1} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

lautet.

Ist darin nun

$$\eta_0^{IV} > 0 \quad \text{und} \quad \eta_1^{IV} < 0, \quad (3)$$

so werden die Bedingungen (1) durch Bedingung (4) ersetzt.

$$\eta''' < 0 \quad \text{für} \quad \xi = \xi(\eta^{IV} = 0). \quad (4)$$

Ausgedrückt durch die Koeffizienten des Polynoms lautet diese Bedingung

$$a_3 - \frac{2a_4^2}{5a_5} < 0 \quad (4a)$$

Da bei Erfüllung der Voraussetzung (3)  $a_5 < 0$  ist, lautet die Bedingung schließlich:

$$a_3 a_5 - \frac{2}{5} a_4^2 > 0 \quad (4b)$$

In allen anderen Fällen [wenn die Voraussetzung (3) nicht erfüllt ist] lauten die Bedingungen:

$$\begin{aligned} \eta_0''' &\leq 0 \\ \eta_1''' &\leq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Es seien zum Beispiel:

$$\eta_0 = 0, \quad \eta_0' = 0,25, \quad \eta_0'' = -0,1 \quad \text{und} \quad \eta_1 = \frac{1}{6}.$$

Es ergeben sich nach einer kurzen Rechnung:

$$\begin{aligned} \eta_0''' &= 0,63\bar{3}... + \eta_1'' \\ \eta_1''' &= 1,43\bar{3}... + 3\eta_1'' \\ \eta_0^{IV} &= -0,65 - \eta_1'' \\ \eta_1^{IV} &= 1,7 + 3\eta_1'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_3 &= 0,316\overline{6}... + 0,5 \eta_1'' \\a_4 &= -0,65 - \eta_1'' \\a_5 &= 0,3 + 0,5 \eta_1''\end{aligned}$$

Die Voraussetzung (3) ist erfüllt für  $\eta_1'' < -0,65$ .  
Bedingung (4b) ergibt:

$$\eta_1'' \geq -0,77$$

Für  $\eta_1'' \geq -0,65$  gelten die Bedingungen (5). Hieraus ergibt sich:

$$\eta_1'' \leq -0,63\overline{3}...$$

Das heißt, daß mit Gleichung (2) und den gegebenen Parameterwerten, die etwa denen üblicher Ruderprofile entsprechen, nur gute Ruderkonturen entworfen werden können, wenn

$$-0,77 \leq \eta_1'' \leq -0,63\overline{3}...$$

ist.

Ist die Nase des Ruderprofils ein Halbkreis, wie bei vielen Leitkopfrudern üblich, oder nur näherungsweise ein Halbkreis, so ist  $\eta_1'' = -\frac{1}{\eta_1} = -6$  und es kann Gleichung (2) nicht zur Darstellung der Kontur benutzt werden.

Um solche Konturen unter Erfüllung der Forderungen durch Polynome darstellen zu können, ist es offenbar erforderlich, den Grad des Polynoms zu erhöhen. Auf der anderen Seite wollen wir aber die Anzahl der Glieder mit hohen Exponenten möglichst klein halten, um die Gefahr der Entstehung von Oszillationen zu reduzieren.

Wir setzen also an:

$$\eta = a_0 + a_1 \xi + a_2 \xi^2 + a_3 \xi^3 + a_4 \xi^4 + a_5 \xi^5 + a_n \xi^n, \quad (6)$$

wobei  $n$  ganz und größer als 5 ist.



$a_n$  und  $n$  sind so zu bestimmen, daß das Polynom sowohl die vorgegebenen Parameter enthält als auch den gestellten Forderungen genügt.

Die Koeffizienten  $a_0$  bis  $a_5$  lassen sich als Funktionen von den vorgegebenen Parametern und von  $a_n$  und  $n$  darstellen.

Es sind im Einzelnen:

$$\begin{aligned} a_0 &= \eta_0 \\ a_1 &= \eta'_0 \\ a_2 &= 0,5 \eta''_0 \\ a_3 &= -10 \eta_0 - 6 \eta'_0 - 1,5 \eta''_0 + 10 \eta_1 + 0,5 \eta'_1 - 0,5 a_n (n-5)(n-4) \\ a_4 &= 15 \eta_0 + 8 \eta'_0 + 1,5 \eta''_0 - 15 \eta_1 - \eta'_1 + a_n (n-5)(n-3) \\ a_5 &= -6 \eta_0 - 3 \eta'_0 - 0,5 \eta''_0 + 6 \eta_1 + 0,5 \eta'_1 - 0,5 a_n (n-4)(n-3) \end{aligned} \quad (7)$$

Diese Ausdrücke in (6) eingesetzt, ergeben:

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_0 \left( \frac{5 \cdot \eta_0}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta_1 \eta'_1 \eta''_1} \right) + \eta'_0 \left( \frac{5 \cdot \eta'_0}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta_1 \eta'_1 \eta''_1} \right) + \eta''_0 \left( \frac{5 \cdot \eta''_0}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta_1 \eta'_1 \eta''_1} \right) \\ &+ \eta_1 \left( \frac{5 \cdot \eta_1}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta_1 \eta'_1 \eta''_1} \right) + \eta'_1 \left( \frac{5 \cdot \eta'_1}{\eta_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta'_0 \eta''_0 \eta_1 \eta'_1 \eta''_1} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$-0,5 a_n (n-5)(n-4) \xi^3 + a_n (n-5)(n-3) \xi^4 - 0,5 a_n (n-4)(n-3) \xi^5 + a_n \xi^n .$$

Zur Erfüllung der Forderungen sind folgende Bedingungen hinreichend:

$$\eta_0''' \leq 0$$

$$\eta_1''' \leq 0$$

$$\eta_0^{IV} \leq 0$$

(9)

$$\text{sign } \eta_0^V = \text{sign } \eta_1^V$$

Wenn man die Ausdrücke für die Ableitungen einsetzt, so erhält man:

$$20\eta_0 + 12\eta_0' + 3\eta_0'' - 20\eta_1 - \eta_1'' + a_n(n-5)(n-4) \geq 0$$

$$20\eta_0 + 8\eta_0' + \eta_0'' - 20\eta_1 - 3\eta_1'' - \frac{1}{3}a_n(n-5)(n-4)(n-3) \geq 0$$

$$15\eta_0 + 8\eta_0' + 1,5\eta_0'' - 15\eta_1 - \eta_1'' + a_n(n-5)(n-3) \leq 0$$

(9a)

$$\text{sign} [-12\eta_0 - 6\eta_0' - \eta_0'' + 12\eta_1 + \eta_1'' - a_n(n-4)(n-3)] =$$

$$\text{sign} [-12\eta_0 - 6\eta_0' - \eta_0'' + 12\eta_1 + \eta_1'' + \frac{1}{60}a_n(n^2+2n+12)(n-5)(n-4)(n-3)]$$

Es seien wie vorhin:

$$\eta_0 = 0, \quad \eta_0' = 0,25, \quad \eta_0'' = -0,1, \quad \eta_1 = \frac{1}{6}$$

und außerdem  $\eta_1'' = -\frac{1}{\eta_1} = -6$  (die Nase des Profils sei ein Halbkreis oder annähernd ein Halbkreis).

$a_n$  und  $n$  sind aus den Bedingungen (9a) zu ermitteln.

Nach Einsetzen der Parameterwerte in (9a) erhält man:

$$a_n(n-5)(n-4) \geq -5,36\overline{6}... \quad (10a)$$

$$a_n(n-5)(n-4)(n-3) \leq 49,7 \quad (10b)$$

$$a_n(n-5)(n-3) \leq -5,35 \quad (10c)$$

$$\text{sign} [-5,4 - a_n(n-4)(n-3)] =$$

$$\text{sign} [-5,4 + \frac{1}{60}a_n(n^2+2n+12)(n-5)(n-4)(n-3)] \quad (10d)$$

Es wird daran erinnert, daß  $n > 5$  ist.

Bedingung (10d) läßt nur folgende Schlußfolgerung zu:

$$a_n(n-4)(n-3) \geq -5,4 \quad (10d1)$$

$$\frac{1}{60} a_n(n^2+2n+12)(n-5)(n-4)(n-3) \leq 5,4 \quad (10d2)$$

Bedingung (10c) ergibt:

$$a_n < 0$$

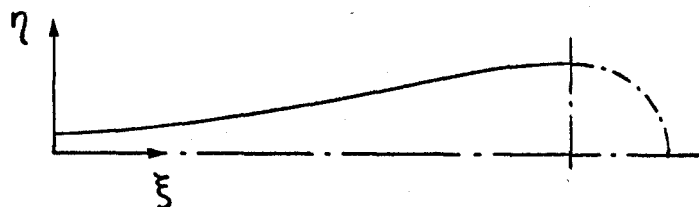
Für  $a_n < 0$  und  $n > 5$  sind die Bedingungen (10b) und (10d2) automatisch erfüllt. Die Bedingungen (10c) und (10d1) lassen sich nur erfüllen, wenn  $n \geq +112$  ist. Bedingung (10a) läßt sich gekoppelt mit Bedingung (10c) immer erfüllen.

Zwei Kombinationen von  $n$  und  $a_n$ , die die Bedingungen (10a) bis (10d) erfüllen, sind:

$$n = 150 \quad a_n = -0,0002512$$

$$n = 1000 \quad a_n = -0,0000054$$

Die Abbildungen 1 und 2 zeigen Ruderkonturen, die durch Gleichung (8) unter Benutzung der obigen Werte dargestellt werden. Abbildung 3 zeigt einen Vergleich dieser Konturen. Die Aufmaße dieser Konturen sind in Tabelle 1 niedergelegt.



Skizze B

2. Die Schwanzkontur habe eine Form wie in Skizze B.

Vorgegeben seien folgende Parameter:

$$\eta_0, \quad \eta_0' = 0, \quad \eta_0'' = 0, \quad \eta_1, \quad \eta_1' = 0, \quad \eta_1''.$$

Gefordert wird eine Kontur, die im betrachteten Intervall einen Wendepunkt besitzt und deren zweite Ableitung ein Extremum aufweist.

Mit der Annahme, daß  $\eta_0''' \neq 0$  ist, lauten die Bedingungen für die die Kontur darstellende Funktion:

$$\eta_0''' > 0 \quad (11)$$

$\eta'''$  besitzt für  $0 < \xi < 1$  eine Nullstelle.

Nach dem früher mitgeteilten Verfahren wäre die Funktion ein Polynom 5. Grades, das symbolisch

$$\eta = \eta_0 \left( \frac{5 \cdot \eta_0}{\eta_0 \eta_0' \eta_0'' \eta_1 \eta_1' \eta_1''} \right) + \eta_1 \left( \frac{5 \cdot \eta_1}{\eta_0 \eta_0' \eta_0'' \eta_1 \eta_1' \eta_1''} \right) + \eta_1'' \left( \frac{5 \cdot \eta_1''}{\eta_0 \eta_0' \eta_0'' \eta_1 \eta_1' \eta_1''} \right) \quad (12)$$

lautet. Für dieses Polynom sind die Bedingungen

$$\begin{aligned} \eta_0''' &> 0 \\ \eta_1''' &\leq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

notwendig und ausreichend zur Erfüllung der Forderungen, da hier  $\eta'''$  eine quadratische Parabel ist und bei Erfüllung der Bedingungen (13)  $\eta'''$  eine Nullstelle liefert. Ausgedrückt durch die vorgegebenen Parameter lauten die Bedingungen (13):

$$\begin{aligned} 20(\eta_0 - \eta_1) - \eta_1'' &< 0 \\ 20(\eta_0 - \eta_1) - 3\eta_1'' &\geq 0 \end{aligned} \quad (13a)$$

Es sei  $\eta_0 = 0$ . Ferner sei die Nase des Ruderprofils ein Halbkreis mit dem Radius  $r$ , d.h.  $\eta_1 = \frac{r}{l}$  und  $\eta_1'' = -\frac{1}{r}$ .  $l$  ist die Länge des Schwanzteils und gleich dem Abszissenintervall. (Dasselbe gilt, wenn die Nase nur näherungsweise ein Halbkreis ist. Dann ist  $r$  der Radius der Kontur an der Verbindungsstelle Nase - Schwanz).

Die Bedingungen (13a) ergeben:

$$2,58 \leq \frac{1}{r} < 4,47.$$

Für  $\eta_0 \neq 0$  ( $\eta_0$  ist immer positiv) ist der größtmögliche Wert von  $\frac{1}{r}$  noch kleiner. Ein Verhältnis  $\frac{1}{r} = 5,67$  entspricht einem Dicken-Längen-Verhältnis des Profils von 0,3. Je kleiner das Dicken-Längen-Verhältnis, desto größer das Verhältnis  $\frac{1}{r}$ . Da bei den meisten Ruderprofilen das Verhältnis  $\frac{1}{r}$  größer als 4,47 angenommen werden darf, kann das Polynom (12) nicht zur Darstellung solcher Ruderkonturen benutzt werden.

Um solche Konturen unter Erfüllung der Forderungen durch Polynome darstellen zu können, müssen wir den Grad des Polynoms erhöhen. Wie unter 1. setzen wir an:

$$\eta = a_0 + a_1 \xi + a_2 \xi^2 + a_3 \xi^3 + a_4 \xi^4 + a_5 \xi^5 + a_n \xi^n \quad (6)$$

mit  $n$  ganz und größer als 5.

Die Koeffizienten  $a_0$  bis  $a_5$  lassen sich als Funktionen von den vorgegebenen Parametern und von  $a_n$  und  $n$  darstellen. Entsprechend Gleichung (8) erhalten wir mit  $\eta_0' = \eta_0'' = 0$ :

$$\eta = \eta_0 \left( \frac{5 \cdot \eta_0}{\eta_0 \eta_0' \eta_0'' \eta_1 \eta_1' \eta_1''} \right) + \eta_1 \left( \frac{5 \cdot \eta_1}{\eta_0 \eta_0' \eta_0'' \eta_1' \eta_1''} \right) + \eta_1'' \left( \frac{5 \cdot \eta_1''}{\eta_0 \eta_0' \eta_0'' \eta_1 \eta_1'} \right) \quad (14)$$

$$- 0,5a_n(n-5)(n-4)\xi^3 + a_n(n-5)(n-3)\xi^4 - 0,5a_n(n-4)(n-3)\xi^5 + a_n\xi^n .$$

Zur Erfüllung der Forderungen sind folgende Bedingungen hinreichend:

$$\begin{aligned} \eta_0''' &> 0 \\ \eta_1''' &\leq 0 \\ \text{sign } \eta_0^v &= \text{sign } \eta_1^v \end{aligned} \quad (15)$$

Setzen wir die Ausdrücke für die Ableitungen ein, so erhalten wir:

$$20(\eta_0 - \eta_1) - \eta_1'' + a_n(n-5)(n-4) < 0 \quad (15a1)$$

$$\begin{aligned} 20(\eta_0 - \eta_1) - 3\eta_1'' - \frac{1}{3}a_n(n-5)(n-4)(n-3) &\geq 0 \quad (15a2) \\ \text{sign}[-12(\eta_0 - \eta_1) + \eta_1'' - a_n(n-4)(n-3)] &= \end{aligned}$$

$$\text{sign}[-12(\eta_0 - \eta_1) + \eta_1'' + \frac{1}{60}a_n(n^2 + 2n + 12)(n-5)(n-4)(n-3)] \quad (15a3)$$

Es ist immer  $(\eta_0 - \eta_1) < 0$ .

Für größere Werte von  $\frac{1}{r}$  ( $\frac{1}{r} > 4,47$ ) ist:

$$20(\eta_0 - \eta_1) - \eta_1'' > 0$$

[vergl. Gleichung (13a)] .

Da  $n > 5$  ist, ist zur Erfüllung von Bedingung (15a1):

$$a_n < 0 .$$

Damit läßt sich Bedingung (15a2) immer erfüllen und wir brauchen uns um diese Bedingung nicht weiter zu kümmern. Bedingung (15a3) ergibt:

$$- 12(\eta_0 - \eta_1) + \eta_1'' - a_n(n-4)(n-3) \leq 0 .$$

Die Bedingungen (15a1) bis (15a3) lassen sich also für  $\frac{1}{r} > 4,47$  in folgende Form bringen:

$$20(\eta_0 - \eta_1) - \eta_1'' + a_n(n-5)(n-4) < 0$$

$$- 12(\eta_0 - \eta_1) + \eta_1'' - a_n(n-4)(n-3) \leq 0 . \quad (16)$$

Es seien:

$$\eta_0 = \frac{0,15}{6} , \quad \eta_1 = \frac{1}{6}$$

$$\text{und } \eta_1'' = - \frac{1}{\eta_1} = -6$$

(die Nase des Ruderprofils sei ein Halbkreis oder annähernd ein Halbkreis).

Die Bedingungen (16) ergeben:

$$a_n(n-5)(n-4) < -3,166\dots$$

$$a_n(n-4)(n-3) \geq -4,3 .$$

Einige Kombinationen von  $n$  und  $a_n$ , die beiden Bedingungen genügen, sind:

$n =$	11	$a_n =$	- 0,076
$n =$	14	$a_n =$	- 0,039
$n =$	28	$a_n =$	- 0,0071
$n =$	40	$a_n =$	- 0,0032
$n =$	1000	$a_n =$	- 0,00000432 .

( $n = 11$  ist der kleinstmögliche Wert, der die Bedingungen erfüllen kann).

Die Abbildungen 4, 5 und 6 zeigen drei Ruderkonturen, die durch Gleichung (14) [oder auch Gleichung (8) mit  $\eta_0' = \eta_0'' = 0$ ] unter Benutzung der obigen Werte für  $n = 28, 40$  und  $1000$  dargestellt werden. Abbildung 7 zeigt einen Vergleich dieser Konturen. Die Aufmaße der Konturen sind ebenfalls in Tabelle 1 zu finden.



$\frac{x}{l}$	$\frac{y}{l}$				
	$n = 28$ $a_n = -0,0071$ Abb. 4	$n = 40$ $a_n = -0,0032$ Abb. 5	$n = 1000$ $a_n = -0,00000432$ Abb. 6	$n = 150$ $a_n = -0,0002512$ Abb. 1	$n = 1000$ $a_n = -0,0000054$ Abb. 2
0,0	0,0250	0,0250	0,0250	0	0
0,1	0,0254	0,0254	0,0255	0,0245	0,0245
0,2	0,0276	0,0280	0,0288	0,0478	0,0479
0,3	0,0334	0,0344	0,0367	0,0698	0,0702
0,4	0,0435	0,0456	0,0501	0,0903	0,0911
0,5	0,0585	0,0617	0,0689	0,1090	0,1105
0,6	0,0778	0,0821	0,0918	0,1258	0,1280
0,7	0,1008	0,1056	0,1167	0,1404	0,1431
0,8	0,1261	0,1302	0,1405	0,1523	0,1551
0,9	0,1510	0,1528	0,1589	0,1613	0,1633
1,0	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667
	Berechnet aus Gleichung (8)		Berechnet aus Gleichung (8)		
	mit $\eta_0 = 0,0250$ $\eta_0' = 0$ $\eta_0'' = 0$ $\eta_1 = 0,166...$ $\eta_1'' = -6$		mit $\eta_0 = 0$ $\eta_0' = 0,25$ $\eta_0'' = -0,10$ $\eta_1 = 0,166...$ $\eta_1'' = -6$		

Tabelle 1. Aufmaße der Ruderprofile

C. Literatur

- [1] Thieme, H.: Systematik für Ruder- und Propellerprofile.  
Schiff und Hafen, Mai 1952
- [2] Thieme, H.: Über Grundlagen für den mathematischen  
Linienriß eines Frachtschiffes.  
Schiffstechnik 1956, S. 288-299
- [3] Thieme, H.: Zur Formgebung von Schiffsrudern.  
Jahrbuch der STG, 1962, S. 381-422
- [4] Kwik, K.H.: Grundlagen zur Darstellung der Profilform  
von Schiffsrudern.  
Schiff und Hafen, 1962, S. 853-859
- [5] Kwik, K.H.: Anwendungsbeispiele zur Darstellung der  
Profilform von Schiffsrudern.  
Schiff und Hafen, 1964, S. 1111-1118
- [6] Kwik, K.H.: Darstellung des Kreises durch Polynome.  
IfS-Bericht Nr. 115, Hamburg 1962.

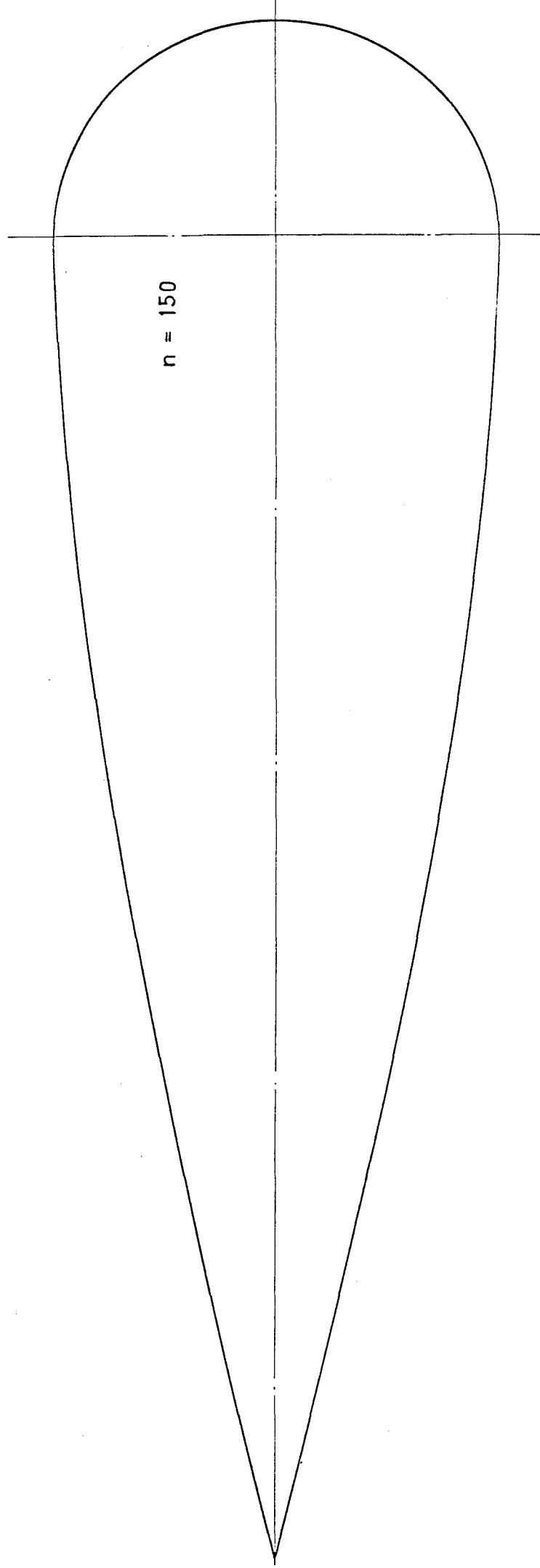


Abb. 1 Ruderprofil

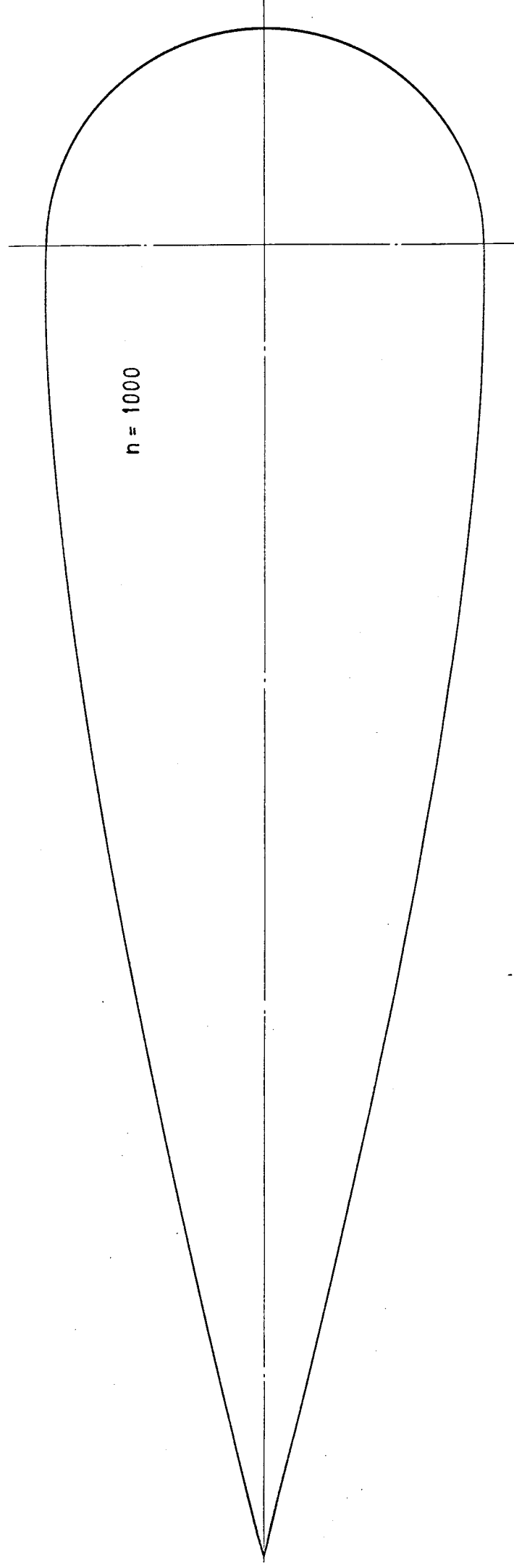


Abb. 2 Ruderprofil

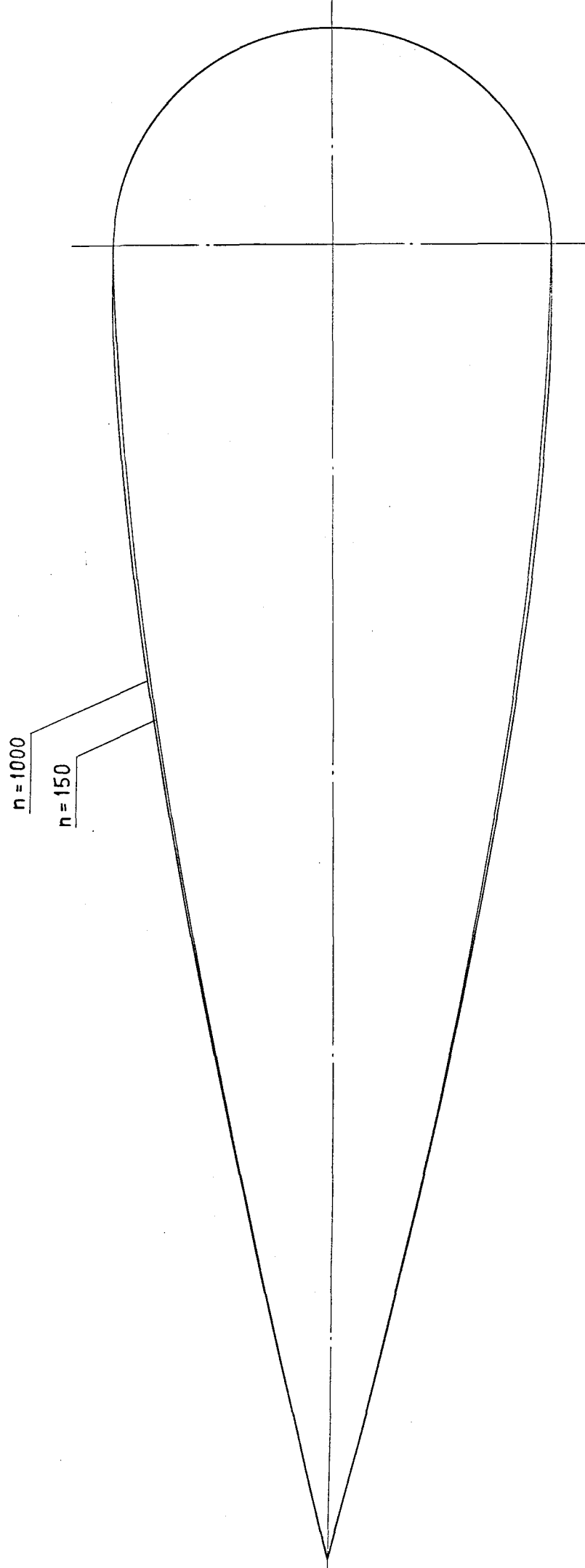


Abb. 3 Vergleich der in Abb. 1 und 2 dargestellten Ruderkonturen

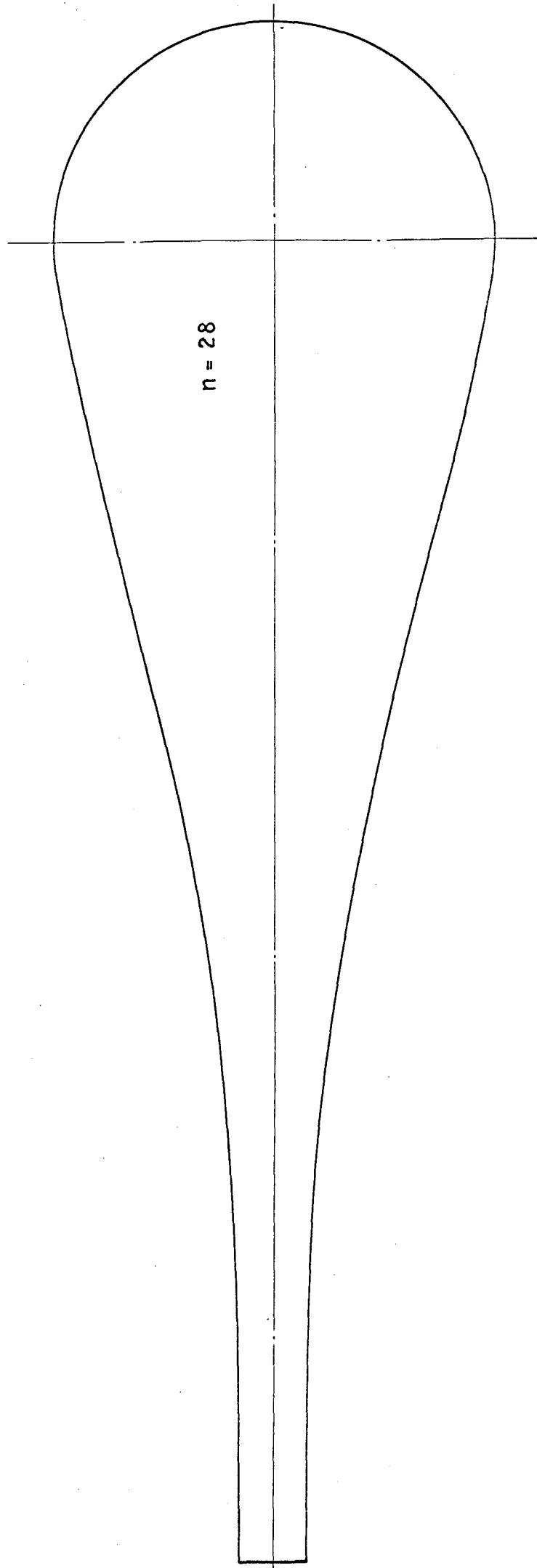


Abb. 4 Ruderprofil

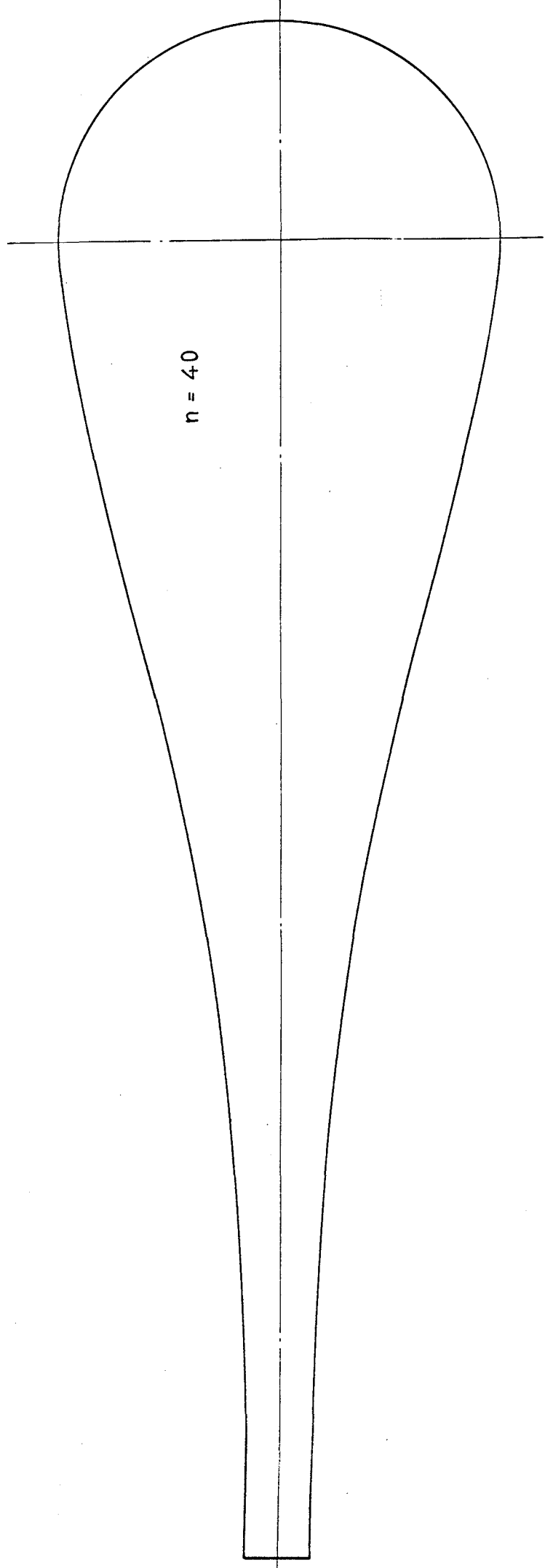


Abb. 5 Ruderprofil

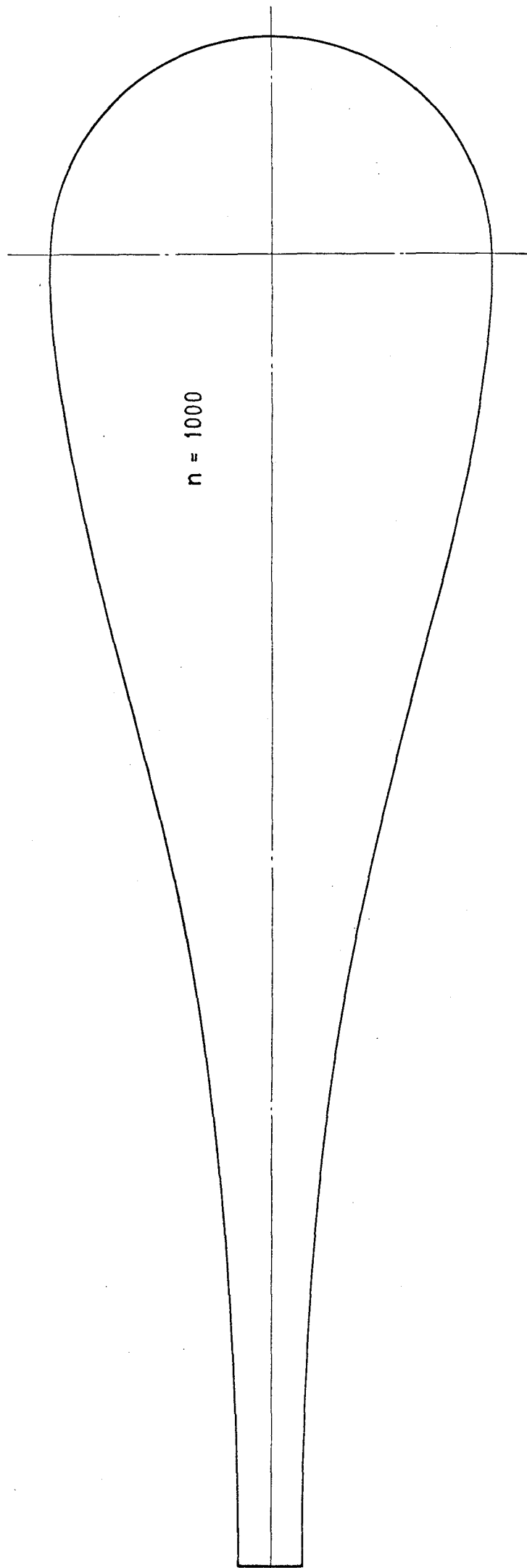


Abb. 6 Ruderprofil



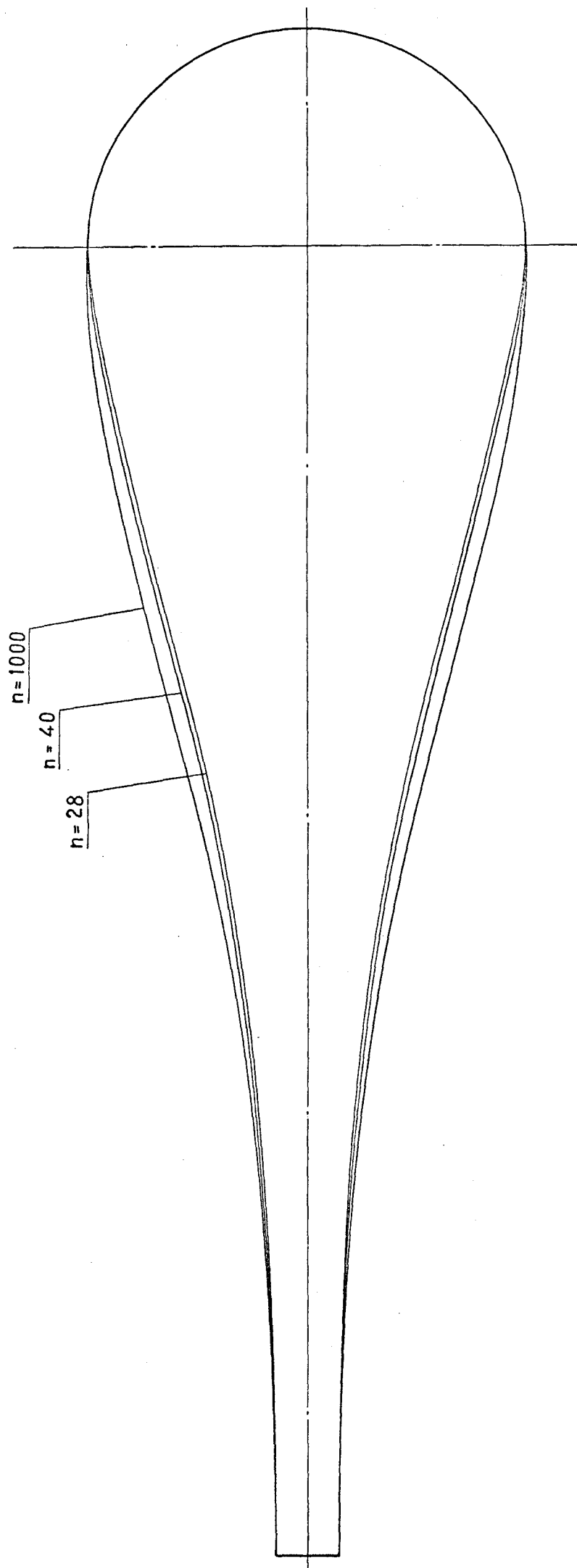


Abb. 7 Vergleich der in Abb. 4, 5 und 6 dargestellten Ruderkonturen