

Kraftübertragung in Biegeschubrissen von Betonbauteilen

Vom Promotionsausschuss der
Technischen Universität Hamburg
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

Vladimir Jauk

aus

Krasnaja Poljana, Kasachstan

2025

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Günter A. Rombach

Zweiter Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Vincent Oettel

Tag der mündlichen Prüfung: 16.05.2025

DOI 10.2370/9783819104459

ORCID [Vladimir Jauk](#)

[Kraftübertragung in Biegeschubbrissen von Betonbauteilen](#) © 2025 by [Vladimir Jauk](#) is licensed under [CC BY-NC 4.0](#)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all den großartigen Menschen danken, die mich während der Entstehung dieser Dissertation und auf meinem Weg begleitet haben.

Von ganzem Herzen danke ich zunächst meinem Doktorvater, Prof. Dr.-Ing. Günter A. Rombach. Er hat mir die großartige Möglichkeit gegeben, von seiner wissenschaftlichen und fachlichen Expertise zu lernen, und mich während dieser Dissertation mit Rat und Tat begleitet. Er war stets für mich da, nahm sich Zeit für meine Fragen und Probleme und unterstützte mich mit seiner offenen und hilfsbereiten Art. Ich bin sehr dankbar für seine stetige Unterstützung und das Vertrauen, das er mir entgegengebracht hat.

Mein herzlicher Dank gilt auch meinem Zweitgutachter, Prof. Dr.-Ing. Vincent Oettel, für die sorgfältige Durchsicht der Arbeit, die wertvollen Hinweise und das Erstellen des Gutachtens. Seine Anmerkungen und sein Interesse an meiner Forschung haben wesentlich zur Qualität dieser Dissertation beigetragen.

Ganz herzlich möchte ich mich auch bei Dr. Andreas Meisel bedanken, meinem Mentor während meiner Werkstudententätigkeit bei WKC Hamburg. Seine fachliche Expertise, seine Offenheit und sein Vertrauen haben meine Entwicklung entscheidend geprägt und meinen weiteren beruflichen Weg nachhaltig beeinflusst.

Mein besonderer Dank gilt außerdem meinem ehemaligen Mathematiklehrer Dr. Benjamin Daâs, der mich bereits in der Oberstufe ermutigt hat, komplexe Fragestellungen mit Neugier und Ausdauer zu verfolgen. Er hat meinen Entdeckergeist gefördert und mich bestens auf das Studium vorbereitet.

Ebenso möchte ich mich bei meinen lieben Kollegen am Institut für Massivbau für die fachliche Unterstützung, die inspirierende Arbeitsatmosphäre und die vielen bereichernden Gespräche bedanken. Ein besonderer Dank gilt unserem Versuchsingenieur Harald Finger, der die umfangreichen Versuchsreihen mit großem Engagement durchgeführt und die Daten mit außergewöhnlicher Sorgfalt und Gewissenhaftigkeit ausgewertet hat. Seine Arbeit war ein wesentlicher Beitrag zu dieser Dissertation.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) danke ich für die finanzielle Unterstützung, ohne die dieses Projekt nicht möglich gewesen wäre.

Von Herzen danke ich meiner Familie und meinen Freunden. Ihr habt mir mit Verständnis, Unterstützung und Zuversicht zur Seite gestanden. Ihr habt mir geholfen, auch in herausfordernden Phasen nicht den Mut zu verlieren.

Mein tiefster Dank gilt meiner Ehefrau Lolita für ihre bedingungslose Unterstützung, ihr Vertrauen und die Rückendeckung in allen Lebenslagen. Ohne ihren Halt wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Kurzfassung

Zur Ermittlung der Kinematik von Biegeschubrissen sowie des Querkraftanteils aus Rissreibung wurden Versuche an einfeldrigen Betonbalken mit Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitt unter auflagenahen Einzellasten durchgeführt. Dabei wurden die Betondruckfestigkeit, der Bewehrungsgrad sowie der Größtkorndurchmesser variiert. Mithilfe der Photogrammetrie ließ sich das Verformungs- und Rissverhalten der Balken genau erfassen und die Schub- und Normalspannungen im Riss bestimmen. Dabei kamen anerkannte Rissreibungsmodelle u. a. von *Walraven*, *Gambarova* und *Li* zum Einsatz, welche die Grundlage für weitere Modelle lieferten. Es zeigte sich, dass die Rissreibung in den meisten Fällen nur einen geringen Beitrag zum Lastabtrag leistet. Eine optische und photogrammetrische Begutachtung der Rissoberflächen ergab, dass bei normalfestem Beton ein Großteil der Zuschlagskörner in der Rissebene zerbrach. Aus der ermittelten Risskinematik ergaben sich geometrisch bedingt keine Kontaktpunkte zwischen Korn und Zementmatrix.

Weitere Untersuchungen erfolgten mittels nichtlinearer FE-Simulationen. Dabei wurden u. a. die Querkrafttraganteile ermittelt. Diese lagen in gleichen Größenordnungen wie in den Versuchen. Abschließend wurden die Grundannahmen des Rissreibungsmodells von *Walraven* an einem einzigen Korn realitätsgetreu simuliert und bewertet. Es zeigten sich deutliche Differenzen zwischen der Simulation und den Vereinfachungen des Rissreibungsmodells. Es konnten verschiedene Indizien aufgezeigt werden, die darauf schließen lassen, dass die Rissreibung keinen wesentlichen Anteil am Lastabtrag der Querkraft hat. Dies gilt sowohl für Balken mit Bügelbewehrung als auch ohne.

Abstract

To investigate the kinematics of critical shear cracks and the shear force component from aggregate interlock, tests were conducted on single-span concrete beams with rectangular and T-beam cross-sections under concentrated loads close to the support. The concrete compressive strength, the reinforcement ratio and the maximum aggregate size varied in the experiments. Digital Image Correlation (DIC) was used to precisely capture the deformation and cracking behavior of the beams and allowed the determination of shear and normal stresses within the cracks. Established aggregate interlock models, such as those from *Walraven*, *Gambarova* and *Li*, were applied as a basis for further analysis. It was found that in most cases the contribution of aggregate interlock to load transfer is relatively minor. Visual and photogrammetric inspection of the crack surfaces revealed that, despite the normal-strength concrete, a considerable proportion of the aggregates fractured in the crack plane. The crack kinematics showed that there were no geometric contact points between the aggregates and the cement matrix.

Additional investigations were conducted using non-linear FE simulations. The shear force components were calculated, which were comparable in size to those observed in the tests. Finally, the basic assumptions of *Walraven's* aggregate interlock model were realistically simulated and evaluated. Significant discrepancies between the results of the FE-simulations and the simplifications of the aggregate interlock model were seen. Various indicators suggested that aggregate interlock serves a negligible role in shear force transfer, both in beams with and without shear reinforcement.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	I
Kurzfassung	III
Abstract	IV
Inhaltsverzeichnis	V
Indexverzeichnis	X
Lateinische große Buchstaben	X
Lateinische kleine Buchstaben	XI
Griechische Buchstaben	XIII
Abkürzungsverzeichnis	XVI
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Zielsetzung	1
1.3 Abgrenzung der Arbeit	2
2 Tragmechanismen beim Querkraftabtrag	3
2.1 Schubspannungen in der ungerissenen Druckzone	4
2.2 Rissreibung	5
2.3 Dübelwirkung der Längsbewehrung	7
2.3.1 Dübelwirkung der Längsbewehrung ohne Bügelbewehrung	7
2.3.2 Dübelwirkung der Längsbewehrung mit Bügelbewehrung	10
2.4 Bruchprozesszone	12
2.5 Direkte Druckstrebe	15
3 Rissreibungsmodelle	17
3.1 Zwei-Phasen-Modell nach Walraven	17
3.2 Zwei-Phasen-Modell nach Ulaga	25
3.3 Zwei-Phasen-Modell nach Guidotti	29
3.4 Raue-Risse-Modell nach Bažant und Gambarova	34
3.5 Kontakt-Dichte-Modell nach Li, Maekawa und Okamura	36

3.6	Zwei-Phasen-Modell nach dem fib Model Code 2010	41
3.7	Zwei-Phasen-Modell nach Cavagnis	42
3.8	Zwei-Phasen-Modell nach Autrup	44
3.9	Gegenüberstellung der Rissreibungsmodelle	45
4	Photogrammetrie	49
4.1	Funktionsweise	49
4.1.1	Kalibrierung	49
4.1.2	Optisches Signal.....	49
4.1.3	Formfunktion der Facetten.....	50
4.1.4	Interpolation in den Subpixelbereich.....	50
4.1.5	Matching	51
4.1.6	Triangulation.....	52
4.1.7	Post-Processing	52
4.2	Ermittlung der Risskinematik.....	53
4.3	Kontrolle des Ansatzes zur Ermittlung der Risskinematik	56
4.4	Dehnungsermittlung in der Betondruckzone.....	60
5	Experimentelle Untersuchungen der Rissreibung.....	63
5.1	Versuche zur Ermittlung des Querkraftanteils aus Rissreibung.....	63
5.1.1	Versuche von <i>Cavagnis</i>	63
5.1.2	Versuche von <i>Huber</i>	65
5.1.3	Versuche von <i>Völgyi</i>	66
5.2	Versuche von <i>Rombach</i> und <i>Jauk</i>	68
5.2.1	Mess- und Versuchsaufbau	69
5.2.2	Geometrische und mechanische Parameter der Versuchskörper.....	71
5.2.3	Zusammenstellung der wesentlichen Versuchsergebnisse	74
5.2.3.1	Rechteckbalken ohne Querkraftbewehrung B1 – B5.....	74
5.2.3.2	Plattenbalken mit Querkraftbewehrung B6 – B9	78
5.3	Risskinematik	82
5.3.1	Rechteckbalken ohne Querkraftbewehrung B1 – B5	83

5.3.2	Plattenbalken mit Querkraftbewehrung B6–B9.....	88
5.3.3	Korrelation der risskinematischen Größen	89
5.3.4	Negative Rissgleitungen	103
5.3.5	Zusammenfassung.....	104
5.4	Rechnerische Rissspannungen.....	105
5.4.1	Rechteckbalken ohne Querkraftbewehrung B1 – B5	107
5.4.2	Plattenbalken mit Querkraftbewehrung B6–B9.....	113
5.4.3	Zusammenfassung.....	117
5.5	Weitere Querkrafttraganteile für die Versuche B1 – B5.....	118
5.5.1	Druckzone	118
5.5.2	Rissreibung	120
5.5.3	Bruchprozesszone	120
5.5.4	Dübelwirkung der Längsbewehrung.....	120
5.5.5	Zusammenstellung der Querkrafttraganteile	120
5.6	Weitere Querkrafttraganteile für die Versuche B6 – B9.....	122
5.6.1	Bügelbewehrung	122
5.6.2	Dübelwirkung der Längsbewehrung.....	123
5.6.3	Zusammenfassung der Querkrafttraganteile.....	125
5.7	Rissoberflächen	126
5.7.1	Gebrochene Körner in der Rissebene	126
5.7.2	Kontaktspuren an den Zuschlagskörnern.....	129
5.7.3	Push-Off-Versuch	131
5.7.4	Photogrammetrische Messungen	133
5.7.5	Zusammenfassung.....	140
6	Numerische Simulationen der Balkenversuche	141
6.1	Materialmodelle in ATENA	141
6.1.1	Beton unter einaxialen Druckspannungen	141
6.1.2	Beton unter einaxialem Zug.....	143
6.1.3	Beton unter zweiaxialer Beanspruchung	144

6.1.4	Beton unter dreiaxialer Beanspruchung.....	145
6.1.5	Rissbandmodell.....	148
6.1.6	Tension Stiffening.....	148
6.1.7	Bewehrung	149
6.2	Simulation der Balkenversuche	150
6.2.1	Materialparameter	152
6.2.2	Validierung.....	155
6.2.3	Ermittlung der Querkrafttraganteile bei den FE-Simulationen	160
6.2.4	Anteile der Tragmechanismen	163
6.2.5	Zusammenfassung.....	166
7	FE-Simulationen an einem runden Korn	167
7.1	Modellbildung	167
7.1.1	Modellgeometrie	167
7.1.2	Materialeigenschaften	169
7.1.3	Modellierung.....	172
7.2	Modellannahmen	173
7.2.1	Nicht überprüfte Modellannahmen	173
7.2.2	Überprüfte Modellannahmen	175
7.3	Ergebnisse.....	176
7.3.1	Vertikales 2D-Modell (WalV).....	176
7.3.2	Horizontales 2D-Modell (WalH)	181
7.4	Zusammenfassung	184
8	Zusammenfassung und Ausblick	187
8.1	Zusammenfassungen	187
8.1.1	Rissreibungsmodelle	187
8.1.2	Photogrammetrie (= DIC).....	187
8.1.3	Balkenversuche ohne und mit Querkraftbewehrung	188
8.1.4	FE-Simulation der Balkenversuche	189
8.1.5	FE-Simulation des <i>Zwei-Phasen-Modells</i> an einem runden Zuschlagskorn	190

Inhaltsverzeichnis

8.2	Ausblick.....	190
	Literaturverzeichnis.....	193
Anhang A	Risskinematiken der Balken bei max. Traglast.....	204
Anhang B	Risskinematik der Balkenversuche in einzelnen Punkten.....	208
Anhang C	Bestimmtheitsmaße.....	225
Anhang D	Risskinematik des Balkens B1.2 - Punkteauswertung.....	228
Anhang E	Rissoberflächen.....	229
Anhang F	Nichtlineare FE-Simulationen der Balkenversuche.....	232
Anhang G	Querkraftverläufe nach den FE-Simulationen.....	246
Anhang H	Materialversuche Zementmörtel.....	253
Anhang I	Konvergenzwerte der Simulation des <i>Zwei-Phasen-Modells</i>	256

Indexverzeichnis

Lateinische große Buchstaben

Größe	Bezeichnung	Einheit
A_{sl}	Querschnittsfläche der Längsbewehrung	cm ²
A_t	Fläche der Rissoberfläche	mm ²
A_x	Projizierte Fläche in y -Richtung für eine Einheitsfläche	mm ²
A_y	Projizierte Fläche in x -Richtung für eine Einheitsfläche	mm ²
D	Durchmesser eines ideal kugelförmigen Korns	mm
D_2	Durchmesser der Schnittfläche eines Korns (2D)	mm
D_3	Durchmesser eines beliebigen Korns (3D)	mm
D_{max}	Durchmesser des Größtkorns einer Gesteinskörnung	mm
$D_{max,eff}$	Reduzierter Durchmesser des Größtkorns einer Gesteinskörnung für hochfeste Betone	mm
E_c	Elastizitätsmodul für Normalbeton als Tangente im Ursprung der Spannungs-Dehnungs-Linie	MPa
$E_{c,0}$	Anfänglicher Elastizitätsmodul nach DIN EN 12390-13:2013	MPa
E_{cm}	Mittlerer Elastizitätsmodul als Sekante bzw. experimentell bestimmter Wert	MPa
E_s	Elastizitätsmodul für Betonstahl	MPa
E_{sh}	Elastizitätsmodul für Betonstahl bei Plastifizierung	MPa
F	Einwirkung	kN
F_u	Maximallast	kN
G_{cm}	Mittlerer Schubmodul von Beton	MPa
G_f	Bruchenergie des Betons	N/m
I_1, J_2, J_3	Spannungsinvarianten für den dreidimensionalen Spannungszustand	[MPa] ^{1,2,3}
K	elastische Bettung / Steifigkeit	MN/m ³
R_a	Rauigkeit: Mittenrauwert	
R_p	Rauigkeit: Verhältnis der tatsächlichen Rissoberfläche zur Grundfläche (2D)	

Indexverzeichnis

R_s	Rauigkeit: Verhältnis der tatsächlichen Rissoberfläche zur Grundfläche (3D)	
V	Querkraft	kN
V_{ai}	Querkraftanteil infolge der Rissreibung	kN
V_{bpz}	Querkraftanteil aus der Bruchprozesszone	kN
V_{cc}	Querkraftanteil durch die Schubspannungen der ungerissenen Betondruckzone	kN
V_{da}	Dübelwirkung der Längsbewehrung	kN
V_E	Wert der einwirkenden Querkraft	kN
V_{ges}	Gesamtvolumen des Betons	m ³
V_R	Wert der widerstehenden Querkraft	kN
V_{s+k}	Volumen von Sand und Körnern im Beton	m ³
V_{Rd}	Bemessungswert der widerstehenden Querkraft	kN
V_{Rm}	Mittlerer Wert der widerstehenden Querkraft	kN
V_{sw}	Querkraftanteil aus der Bügelbewehrung	kN
V_u	Maximale Querkraft	kN
W_s	Arbeit zur Erzeugung eines Risses, Integral $\sigma_{ct}-\varepsilon_{ct}$ -Kurve nach der Bruchlastlast	kN

Lateinische kleine Buchstaben

Größe	Bezeichnung	Einheit
a	Abstand einer Einzellast zur Auflagermitte	m
a_v	lichter Abstand einer Lastplatte zum Auflager	m
a_{sw}	Bügelbewehrungsfläche je Längseinheit	cm ² /m
a_x	Projizierte Kontaktfläche in y -Richtung eines Kornes	mm ²
a_y	Projizierte Kontaktfläche in x -Richtung eines Kornes	mm ²
$\bar{a}_{x/y}$	mittlere Kontaktfläche der Körner in x und y	mm ²
b	Breite eines Querschnitts oder Gurtbreite eines T- oder L-Querschnitts	m
b_w	Stegbreite eines T-, I oder L-T-Querschnitts	m
b_n	Nettobreite eines Querschnitts	m
c	Kohäsion	MPa

Indexverzeichnis

d	Statische Nutzhöhe	m
d_s / d_{sw}	Durchmesser der Längs- bzw. Querkraftbewehrung	mm
e	Residuum einer Korrelation	
f_c	Einaxiale Betondruckfestigkeit	MPa
f_{cm}	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons	MPa
f_{c0}	Festigkeitsgrenze des Betons für linear-elastisches Materialverhalten	MPa
$f_{cm,cube}$	Mittelwert der Würfeldruckfestigkeit des Betons	MPa
f_{ct}	Zentrische Zugfestigkeit des Betons	MPa
f_{ctm}	Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons	MPa
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit des Betons	MPa
f_u	Bruchgrenze des Betonstahls	MPa
f_y	Streckgrenze des Betonstahls	MPa
h	Gesamthöhe eines Querschnitts	m
h_{bpz}	Länge der Bruchprozesszone parallel zur Achsrichtung	mm
k	Maßstabsfaktor bei der Querkrafttragfähigkeit	
l_{bpz}	Länge der Bruchprozesszone	mm
l_{ch}	charakteristische Länge des Betons	mm
l_{cr}	Länge eines Risses	mm
l_{da}	Länge, in welcher die Vertikalspannungen infolge der Dübelwirkung von Längsbewehrungen übertragen werden	mm
n	Anzahl	
p	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	
p_k	Anteil des Kornvolumens am Gesamtvolumen	%
r	Radius eines Zuschlagskorns	mm
r / r^2	Korrelationskoeffizient / Bestimmtheitsmaß	
r_1	unterer Grenzwert für Kornradien	mm
r_2	oberer Grenzwert für Kornradien	mm
s	Abstand der Bügel	mm
s_k	Länge des Kontakts zwischen Korn und Zementmatrix	mm

Indexverzeichnis

$s_{r,min}$	Mindestabstand von Rissen bei nichtlinearen FE-Simulationen	mm
u	Einbindetiefe eines Korns	mm
u_{inf}	Minimale Einbindetiefe, bei der punktueller Kontakt vorliegt	mm
u_{sup}	Maximale Einbindetiefe, bei der punktueller Kontakt vorliegt	mm
v	Risskinematik, schiefe Rissöffnung	mm
v_{min}	Mindestquerkrafttragfähigkeit für unbewehrte Bauteile	
v_{inf}	Minimale Risskinematik, bei der Kontakt vorliegt	mm
v_{sup}	Maximale Risskinematik, bei der kein Kontakt vorliegt	mm
w	Rissöffnung	mm
w_0	initiale Rissöffnung; Rissöffnung bevor Rissgleitung einsetzt	mm
w_1	Durchbiegung der Versuchsbalken unterhalb der Einzellast	
w_{cr}	Rissöffnung, ab der keine Zugspannung übertragen wird	mm
x	Höhe der Druckzone	m
z	Hebelarm der inneren Kräfte	m

Griechische Buchstaben

Größe	Bezeichnung	Einheit
α	Winkel des Richtungsvektors der Risskinematik (ohne w_0)	° / rad
α_0	Winkel des Richtungsvektors der Risskinematik (mit w_0)	° / rad
α_{cr}	Neigung eines Risses	°
α_s	Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Stahl und Beton	
β_r	Schubrisswinkel im Versuch	°
γ_C	Teilsicherheitsbeiwert für Beton	
γ_{xy}	Gleitung	
δ	Rissgleitung	mm
δ_{inf}	Rissgleitung beim punktuellen Kontakt zwischen Zementmatrix und Korn	mm
δ_{max}	Rissgleitung bei maximalem Kontakt zwischen Zuschlagskorn und Zementmatrix	mm
ε_1	Hauptzugdehnung des Betons	‰
ε_2	Hauptdruckdehnung des Betons	‰

Indexverzeichnis

ε_c	Dehnung des Betons	‰
ε_{c1}	Dehnung des Betons unter Maximalspannung bei nichtlinearer Schnittgrößenermittlung und Verformungsberechnungen	‰
ε_{cp}	Plastische Dehnung des Betons unter Maximalspannung	‰
ε_{ct}	Zugdehnung des Betons	‰
ε_x	Dehnung des Betons in x -Richtung	‰
ε_{xy}	Schubdehnung des Betons in der xy -Ebene	‰
ε_y	Dehnung des Betons in y -Richtung / Fließdehnung der Bew.	‰
θ	Neigungswinkel in einem Punkt der Rissoberfläche / deviatorischer Winkel um die Äquisektrix / Winkel zwischen Betondruckstreben und der rechtwinklig zur Querkraft verlaufenden Bauteilachse	rad
λ	Schubslankheit	
μ	Reibungsbeiwert	
ν	Querdehnzahl	
ξ	Hydrostatischer Spannungsinvariant	MPa
ρ	Deviatorischer Spannungsinvariant	MPa
ρ_1	Geometrisches Bewehrungsverhältnis der Längsbewehrung $= A_{sl} / (b \cdot d)$	
ρ_w	Geometrisches Bewehrungsverhältnis der Querkraftbewehrung $= A_{sw} / (b_w \cdot d)$	
$\rho_{w,min}$	Minimales Bewehrungsverhältnis der Querkraftbewehrung	
$\sigma_{1/2/3}$	Hauptspannung in 1., 2. und 3. Raumrichtung	MPa
σ_{cr}	Normalspannung im Riss	MPa
σ_m	Mittelwert der Hauptspannungen	MPa
σ_{pu}	Empirisch hergeleitete Fließspannung des Zementsteins im <i>Zwei-Phasen-Modell</i>	MPa
σ_x	Spannung im Beton in x -Richtung	MPa
σ_y	Spannung im Beton in y -Richtung	MPa
τ_{cr}	Schubspannung im Riss	MPa
τ_{xy}	Schubspannung im Beton in der xy -Ebene	MPa

ω_{sl} Mechanisches Bewehrungsverhältnis der Längsbewehrung
 = $\{A_{sl} / (b_w \cdot d)\} \cdot \{f_{u,sl} / f_{cm}\}$

ω_{sw} Mechanisches Bewehrungsverhältnis der Querkraftbewehrung
 = $\{A_{sw} / (b_w \cdot d)\} \cdot \{f_{u,sw} / f_{cm}\}$

Abkürzungsverzeichnis

bpz	Bruchprozesszone bzw. Rissprozesszone
DIC	Digital image correlation, Deutsch: Digitale Bildkorrelation. Entspricht der Photogrammetrie
DNL	Dehnungsnulllinie
EC2	DIN EN 1992-1-1:2011-01 (Eurocode 2): Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau einschl. DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01, Berlin, Beuth Verlag, 2011 [1]
FE / FEM	Finite Elemente / Finite Elemente Methode
MC10	CEB-FIB (2013): Model Code for concrete structures 2010 – Design Code. Berlin: Ernst & Sohn. [2]
Mean	Mittelwert
COV	Variationskoeffizient
RK	Risskinematik
Zustand I	Ungerissener Betonquerschnitt
Zustand II	Gerissener Betonquerschnitt

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Die Beschreibung des Querkrafttragverhaltens von Bauteilen aus Beton begann bereits am Anfang des 20. Jahrhunderts [3]. Im Laufe der folgenden Jahrzehnte entstand ein verfeinertes Verständnis des Lastabtrages. So konnten verschiedene Tragmechanismen identifiziert werden, welche die Querkräfte zu den Auflagern ableiten [4], [5]. Dabei handelt es sich um die Druckzone, die Rissreibung, die Bruchprozesszone, die Dübelwirkung der Längsbewehrung und, wenn vorhanden, die Querkraftbewehrung. Obwohl diese Querkraftanteile in der Theorie erkannt und verstanden wurden, stellt deren Quantifizierung eine große Hürde dar, da die Messung dieser Kräfte auf direkte Weise nicht möglich ist. So entstanden zwei konträre Modelltypen, wobei eine die Rissreibung und die andere die Druckzone als dominanten Tragmechanismus annimmt. Bislang konnte nicht abschließend geklärt werden, welcher der tatsächlich dominante Traganteil ist und wie diese verschiedenen Tragkomponenten untereinander interagieren.

Aus diesem Grund ist es von Bedeutung, die Tragmechanismen in Kombination miteinander zu verstehen. Die Entwicklung neuer Messmethoden kann einen Beitrag zum besseren Verständnis des Lastabtrags von Querkräften leisten [6].

1.2 Zielsetzung

Ziel dieser Forschungsarbeit ist es, den Querkraftabtrag in Stahlbetonbalken mit und ohne Bügelbewehrung theoretisch, experimentell und numerisch zu untersuchen und damit die Grundlagen für die Entwicklung genauerer Bemessungsmodelle zu liefern. Der Fokus liegt auf der Kraftübertragung in den maßgebenden Biegeschubrissen. Die Untersuchungen sollen zum besseren Verständnis des Querkraftabtrags beitragen und klären, ob die Rissreibung oder die Betondruckzone den größten Traganteil aufnimmt.

Hierzu werden Versuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken durchgeführt. Mithilfe der Photogrammetrie wird die Risskinematik kontinuierlich aufgezeichnet. Damit lässt sich das Verformungsverhalten des maßgebenden Risses bestimmen und mit vorhandenen Rissreibungsmodellen lassen sich die Querkraftanteile aus der Rissreibung quantifizieren. Zur Interpretation der Ergebnisse ist es erforderlich, die Grundlagen der Rechenansätze kritisch zu betrachten. Die Versuchsreihe wird numerisch mittels nichtlinearer FE-Simulationen unterstützt.

Alle Rissreibungsmodelle gehen davon aus, dass die Zuschlagskörner mit der Zementmatrix im Riss Kontakt haben. Um diese Annahme zu überprüfen, wird die Rissoberfläche eines Biegeschubrisses mittels Photogrammetrie vermessen und ausgewertet. Die Untersuchungen werden durch eine optische Betrachtung der Oberfläche eines Biegeschubrisses ergänzt.

Abschließend wird das bekannte *Zwei-Phasen-Modell* von *Walraven* [7] zur Beschreibung der Übertragung von Rissreibungsspannungen auf entscheidende Grundannahmen mittels nichtlinearer FE-Simulationen untersucht und bewertet. Alle genannten Punkte verfolgen das Ziel, die Kraftübertragung im Riss besser zu verstehen.

1.3 Abgrenzung der Arbeit

In dieser Forschungsarbeit wird weder das Ziel verfolgt, ein neues Modell zur Beschreibung des Querkrafttragverhaltens, noch einen Rechenansatz zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbalken zu entwickeln.

Vielmehr wird das Tragverhalten von Betonbalken unter Querkraftbeanspruchung mit dem Fokus auf die Rissreibung eingehend untersucht, wobei diverse Modelle zu deren Beschreibung zum Einsatz kommen, die einer Bewertung unterzogen werden. Die Quantifizierung der übrigen Traganteile erfolgt mithilfe bestehender Modelle.

2 Tragmechanismen beim Querkraftabtrag

Betonbauteile, die einer Belastung unterliegen, müssen durch widerstehende innere Momente und Querkräfte die eingeleiteten Lasten zu den Auflagern abtragen. Der Lastabtrag der Biegemomente ist für den Stahlbetonbau phänomenologisch geklärt und kann mit hoher Präzision quantifiziert werden. Deutlich größere Schwierigkeiten bereitet die Bestimmung des Querkrafttragverhaltens. Da Stahlbeton ein hochgradig nichtlinearer Verbundwerkstoff ist, ergibt sich beim Aufreißen eines Betonbauteils infolge der geneigten Biegeschubrisse ein komplexer Lastabtrag für die Querkräfte. Diese Problematik wird seit den 1960er Jahren intensiv untersucht [5], [8], [9].

Es wurden verschiedene Tragmechanismen identifiziert. Bei einem gerissenen Betonquerschnitt ohne Querkraftbewehrung (Bild 2-1) ergeben sich 5 Traganteile [10]. Hinzu kommt der Querkraftanteil aus der Schubbewehrung, falls diese vorhanden ist. Die bekannten Querkrafttragmechanismen sind:

- Schubspannungen in der ungerissenen Druckzone V_{cc} ,
- Kraftübertragung in Biegeschubrisse (Rissreibung) V_{ai} ,
- Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} ,
- Zugspannungsübertragung in der Bruchprozesszone V_{bpz} ,
- Lastabtrag durch eine direkte Druckstrebe zum Auflager,
- Traganteil aus der Bügelbewehrung V_{sw} (nicht dargestellt).

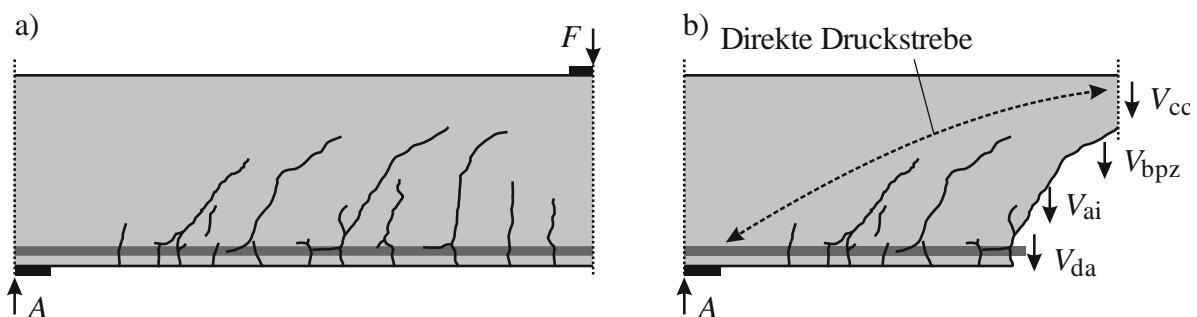


Bild 2-1 a) Balken belastet durch eine Einzellast mit Rissbild; b) Tragmechanismen der Querkraft in einem betrachteten Schnitt des Balkens

Die einzelnen Tragmechanismen nehmen in unterschiedlicher Größe am Abtrag der Querkraft teil. Eine Quantifizierung dieser ist nicht eindeutig möglich, da sie von verschiedenen Einflussparametern, wie beispielsweise dem Längsbewehrungsgrad ρ_l , der Betonfestigkeit oder dem Größtkorndurchmesser D_{max} abhängt. Aber auch die Laststellung sowie die Lastgröße und das Rissbild können auf die Aufteilung Einfluss nehmen.

Im Folgenden werden die Grundlagen der verschiedenen Tragmechanismen erläutert. Ausführliche Beschreibungen liegen u. a. in bereits veröffentlichten Dissertationen von *Latte* [11] und *Kohl* [12] vor.

2.1 Schubspannungen in der ungerissenen Druckzone

Mit zunehmender Belastung eines Betonbauteils kommt es bei der Überschreitung der Betonzugfestigkeit zum Aufreißen des Querschnitts und damit zum Übergang in den Zustand II. Unter der Voraussetzung, dass die Druckbeanspruchung des Betons gering ist ($\leq 0,4 f_{cm}$) und sich damit der Baustoff weitgehend linear-elastisch verhält sowie eine rechteckige Druckzone und eine einlagiger Zugbewehrung vorliegt, kann die Druckzonenhöhe x in guter Näherung mit der Gl. (2.1) ermittelt werden. Hierbei ist zu beachten, dass diese Formel nur für reine Biegung anwendbar ist. Die Druckzonenhöhe hängt somit allein vom Bewehrungsgehalt ρ_l und dem Verhältnis der E-Moduln E_s bzw. E_c ab.

$$x = d \cdot \left(\sqrt{(\alpha_s \rho_l)^2 + 2\alpha_s \rho_l} - \alpha_s \rho_l \right) \quad (2.1)$$

$$\text{mit: } \alpha_s = \frac{E_s}{E_c} \quad \rho_l = \frac{A_{sl}}{b \cdot d}$$

Die Annahme eines linear-elastischen Verhaltens des Betons in der Druckzone wird durch das Schubtal von *Kani* [13] bestätigt, da es beim Querkraftversagen im Regelfall nicht zur vollen Momentenausnutzung des Querschnitts kommt. Ein weiterer Aspekt ist, dass das Querkraftversagen nicht in der Nähe der Lasteinleitung initiiert wird, also nicht am Ort des maximalen Biegemomentes [8]. Durch diese Erkenntnisse ist die Annahme einer linear-elastischen Spannungsverteilung in der Betondruckzone gerechtfertigt.

Über die errechnete ungerissene Druckzone können Schubspannungen übertragen werden. *König* und *Zink* [14] setzten einen parabolischen Schubspannungsverlauf an. Sie ermittelten diese aus den Beziehungen des *Mohr*'schen Spannungskreises und fügten einige Randbedingungen hinzu (Gl. (2.2)). Die erste formulierte Annahme besagt, dass die maximale Hauptzugspannung σ_1 am selben Ort wie die maximale Schubspannung τ_{xy} auftritt und betragsmäßig der vorhandenen Betonzugfestigkeit f_{ct} entspricht. Weiterhin gilt allgemein für Bauteile, die ausschließlich senkrecht zu ihrer Bauteilachse belastet werden, dass die Spannungen σ_y in Lastrichtung negiert werden. Unter der letzten Annahme wird mit Bezugnahme des *Mohr*'schen Spannungskreises die horizontale Spannung σ_x in der Betonzugzone zu Null gesetzt.

$$\sigma_{1/2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.2)$$

$$\text{mit: } \sigma_{1/2} = \pm \tau_{xy} = f_{ct} \quad \sigma_y = 0 \quad \sigma_x = 0 \text{ in der Betonzugzone}$$

An der Oberseite eines Rechteckbalkens verlaufen die Hauptdruckspannungen parallel zum Rand (Bild 2-2), wodurch keine Schubspannungen vorhanden sein können. Bis zur Dehnungsnulllinie (DNL) nimmt die Schubspannung parabolisch zu und erreicht an dieser Stelle das Maximum. Unterhalb der DNL beginnt die Zugzone. Die Schubspannungen stellen grundsätzlich jedoch nur eine Rechengröße dar und ergeben sich aus den schiefen Hauptdruck- und Hauptzugspannungen σ_2 bzw. σ_1 , die in der Druckzone wirken (Bild 2-2).

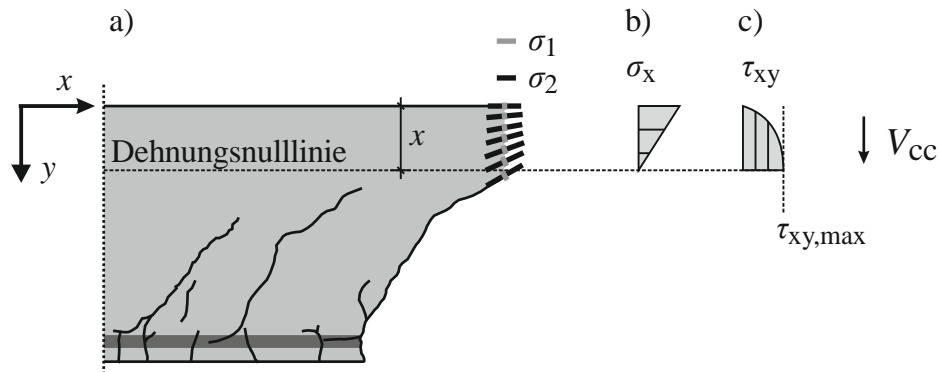


Bild 2-2 a) Schnitt durch die Druckzone mit eingezeichneten Hauptdruck- und -zugspannungen; b) Druckspannungsverlauf; c) Schubspannungsverlauf (nach [14])

Für die Berechnung des Querkrafttraganteils v_{cc} aus der Druckzone ist es notwendig, die Schubspannungen über die Druckzonenhöhe und -breite zu integrieren. Wird die Druckzonenhöhe mit der Gl. (2.1) ermittelt, so ergibt sich für einen Rechteckquerschnitt der Querkraftanteil der Betondruckzone nach *König* und *Zink* [14] aus Gl. (2.3).

$$V_{cc} = \int_0^x \int_0^b \tau_{xy}(y) dy dz = \frac{2}{3} \cdot b \cdot x \cdot f_{ct} \quad \text{mit: } \tau_{xy}(y) = -\frac{f_{ct}}{x^2} \cdot y^2 + \frac{f_{ct}}{x} \cdot y \quad (2.3)$$

In dieser Form bleibt jedoch der ungerissene Zugbereich unterhalb der Dehnungsnulllinie unberücksichtigt und liefert damit rein rechnerisch keinen Beitrag zum Querkraftabtrag über die Druckzone. Diese Formel kann daher als untere Grenze für V_{cc} angesehen werden.

Der gesamte ungerissene Querschnitt kann aber auch berücksichtigt werden, um so dem realen Tragverhalten näher zu kommen. Der Querkraftanteil der ungerissenen Betonzugzone fließt beispielsweise in die *Shear Crack Propagation Theory* von *Classen* [15] ein.

2.2 Rissreibung

Infolge der tangentialen Verschiebung der Rissoberflächen kann es zu Kontakt der Zuschlagskörner mit der Zementmatrix und damit zu einer Spannungsübertragung kommen. In der Literatur wird dies als „Rissreibung“ bzw. „Kornverzahnung“ oder im Englischen als „*aggregate interlock*“ bezeichnet. Schon Ende der 1960er Jahre veröffentlichten *Fenwick* und *Paulay* erste Erkenntnisse über diesen Tragmechanismus [5].

2.2 Rissreibung

Für die Übertragung von Schubspannungen in Rissen von Betonbalken muss eine Tangentialverschiebung der Rissufer vorhanden sein, die bei einem ausgeprägten Rissbild auftreten kann. Die Entstehung eines maßgebenden Biegeschubrisses erfolgt nach [5] in zwei Entwicklungsstufen (Bild 2-3).

Wird ein Balken belastet, sodass dieser in den gerissenen Zustand II übergeht, entstehen Biegeschubrisse mit einer konstanten Rissneigung bis zum Punkt A. In diesem Punkt befindet sich die Rissspitze, um welche die Rissoberflächen rotieren. Die Risskinematik, die zu diesem Zeitpunkt vorhanden ist, besteht fast ausschließlich aus der reinen Öffnung des Risses. Die Rissgleitung tendiert gegen Null. Somit tritt in dem ersten Stadium der Rissentwicklung aufgrund der fehlenden Tangentialverschiebung kein Kontakt und damit keine Kraftübertragung auf.

Durch Erhöhung der Belastung auf den Balken wächst der Riss bis zum Punkt B an, wobei die Rissneigung abnimmt. Im oberen Rissabschnitt ergibt sich erneut eine reine Rissöffnung. Im unteren Rissabschnitt kommt zu der bereits vorhandenen Öffnung des Risses eine Kombination aus Rissöffnung und -gleitung hinzu. Aufgrund der aufgebrauchten Risskinematik können die Körner in der Rissebene mit der gegenüberliegenden Seite in Kontakt treten und Kräfte übertragen. Im Riss entstehen so Schubspannungen τ_{cr} und auch Normalspannungen σ_{cr} (Bild 2-3 b). Die zuvor beschriebene Risskinematik konnte in verschiedenen Untersuchungen bereits beobachtet werden [5], [16].

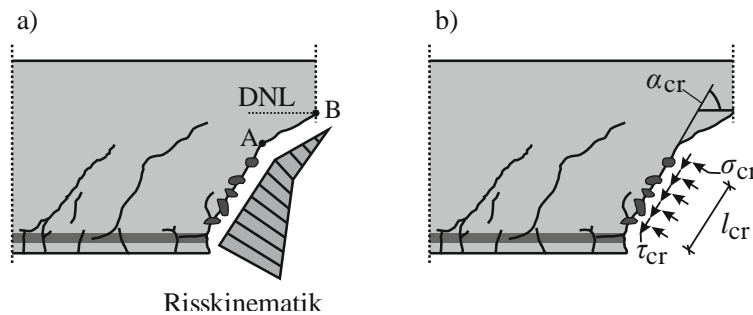


Bild 2-3 a) Risskinematik an einem Biegeschubriss bei Rissentwicklung bis zu den Punkten A und B;
 b) Schub- und Normalspannungen an der Rissoberfläche [5]

Durch eine Integration der vertikalen Anteile der beiden Spannungen lässt sich der Kraftanteil durch Rissreibung V_{ai} mit Gl. (2.4) für einen Balken mit konstanter Breite ermitteln.

$$V_{ai} = b \cdot \int_0^{l_{cr}} \tau_{cr}(l) \cdot \sin(\alpha_{cr}(l)) dl - b \cdot \int_0^{l_{cr}} \sigma_{cr}(l) \cdot \cos(\alpha_{cr}(l)) dl \quad (2.4)$$

Die beiden Spannungen σ_{cr} und τ_{cr} im Riss lassen sich an einem Betonbalken experimentell, auch durch Verwendung von Photogrammetrie, nicht direkt ermitteln, da nur die Deformationen der Rissflanken an den Balkenaußenseiten gemessen werden können. Aus diesem Grund ist es notwendig, eine Beziehung zwischen der Rissöffnung w_{cr} und -gleitung δ mit den Schub- und

Normalspannungen herzustellen. Zusätzlich müssten weitere Parameter, die für die Rissreibung relevant sind, einbezogen werden. Hierfür eignen sich Push-Off-Tests (Bild 2-4), bei denen ein Riss vorgegeben wird und verschiedene Risskinematiken aufgebracht werden. Die Spannungen im Riss ergeben sich aus den aufgetragenen Kräften. Dabei werden im Allgemeinen eine gleichförmige Spannungsverteilung und eine ebene Bruchfläche angenommen. So können zu einer definierten Risskinematik Spannungen zugeordnet und eine Beziehung zwischen diesen Größen aufgestellt werden.

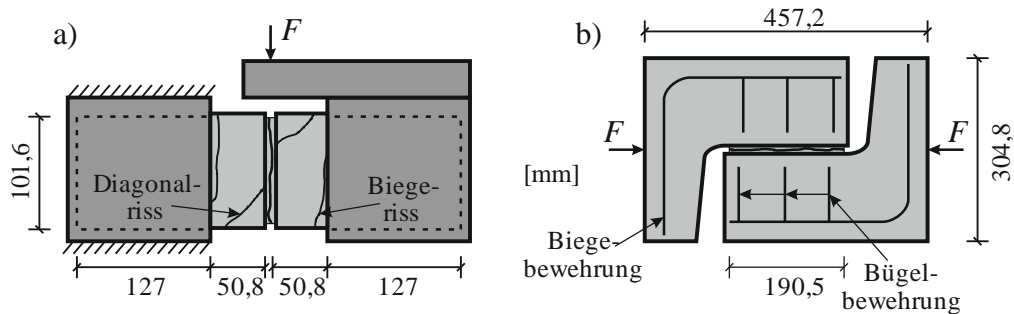


Bild 2-4 Aufbau von Push-Off-Test nach a) Fenwick und Paulay [5] und b) Paulay und Loeber [17]

Eine erste einfache und lineare Annäherung zur Ermittlung der Schubspannung im Riss konnte mittels einer Regressionsanalyse an Push-Off-Tests hergeleitet werden [5]. In den darauffolgenden Jahrzehnten folgten weitere Versuchsreihen und Modelle zur Erfassung der Spannungen in Rissen. Eine Übersicht der experimentellen Untersuchungen zur Rissreibung kann Faron [18] entnommen werden. Eine ausführliche Darstellung einer Auswahl mechanisch begründeter Modelle für die Spannungsermittlung in Rissen erfolgt in Kapitel 3.

2.3 Dübelwirkung der Längsbewehrung

Die Längsbewehrung kann nicht nur Kräfte in ihrer Stabachse, sondern auch senkrecht dazu aufnehmen. Letzteres wird als Dübelwirkung der Längsbewehrung bezeichnet. Die Voraussetzung für die Aktivierung der Dübelwirkung ist eine vertikale Verschiebung der Rissufer, welche bei einem Biegeschubriss gegeben ist. Die aufnehmbare Querkraft kann durch Bügelbewehrung gesteigert werden.

2.3.1 Dübelwirkung der Längsbewehrung ohne Bügelbewehrung

Auf der lastinduzierten Seite des Biegeschubrisses stützt sich eine Druckstrebe auf der Längsbewehrung ab. Diese überträgt die Vertikalkomponente V_{da} auf das andere Rissufer (Bild 2-5 a) und leitet die Kraft in den Beton ein (Bild 2-5 b). Entlang der Längsbewehrung treten ziehende und drückende (negative) Spannungen $\sigma_{c,z}$ auf, da die exzentrisch eingeleitete Querkraft V_{da} auch eine Momentenbeanspruchung im Beton verursacht. Im Bild 2-5 c sind die vertikalen Spannungen über die Balkenbreite aufgetragen. Diese sind an den Rändern der Bewehrung maximal und nehmen nach außen ab [19].

2.3 Dübelwirkung der Längsbewehrung

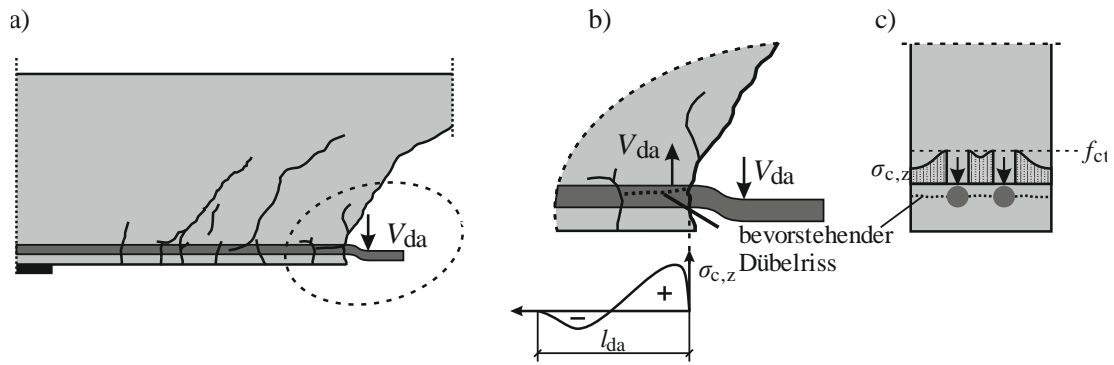


Bild 2-5 a) Balken im Biegeschubriss geschnitten; b) Dübelwirkung der Längsbewehrung mit realem Verlauf der vertikalen Spannungen über die Längsachse bzw. (c) über die Breite des Balkens [19]

Zur Beschreibung der Dübelwirkung der Längsbewehrung wird das Modell eines elastisch gebetteten Stabes verwendet [19]. Die Einleitung der Kraft V_{da} beginnt direkt am Rissufer (Bild 2-6 a, b). Die Bettungsspannungen verlaufen nahezu parabolisch (Bild 2-6 c). Drückende Spannungen werden in dem Modell berücksichtigt. Das Rechenmodell von *Vintzēleou* und *Tassios* [19] lässt das Nachbruchverhalten des Betons außer Acht. Die Entfestigung des Betons am Riss findet keine Berücksichtigung und führt zu Abweichungen zum realen Tragverhalten [20].

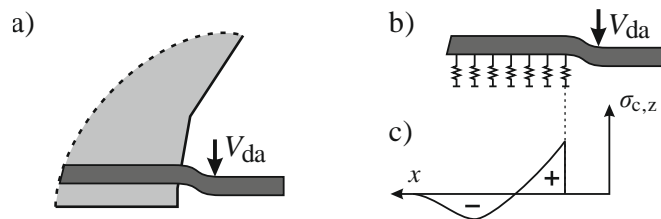


Bild 2-6 a) Längsbewehrung unter Querkraftbelastung; b) Modell der Dübelwirkung der Längsbewehrung als elastisch gebetteter Balken; c) Verlauf der vertikalen Spannungen im Beton über die Längsachse der Bewehrung [20]

Baumann und *Rüsch* [20] führten umfangreiche experimentelle Untersuchungen an Balken durch, um die Dübelwirkung der Längsbewehrung zu quantifizieren. Für eine konkrete Aussage zu diesem Querkrafttragmechanismus wurde ein spezieller Versuchsaufbau konzipiert und die möglichen Einflussparameter umfassend variiert (Bild 2-7). Aufgrund der beiden getrennten Betonkörper der Versuchsbalken konnte sichergestellt werden, dass nur die Längsbewehrung die aufgebrachte Belastung abträgt. Das Ergebnis der Untersuchungen war zum einen, dass die Länge der übertragenen vertikalen Spannungen l_{da} hauptsächlich von dem Bewehrungsdurchmesser, der Anzahl der Lagen und in geringem Maße von der Betondruckfestigkeit abhängt. Zum anderen konnte eine Formel zur Bestimmung der Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} in Abhängigkeit der wesentlichen Einflussparameter hergeleitet werden. Als Dübelkraft wurde nicht das tatsächliche Tragvermögen bis zum Versagen definiert, sondern die Kraft, die zur Rissentstehung notwendig war. Somit liefert dieses Modell eine untere Grenze für die Dübelwirkung der Längsbewehrung.

a)

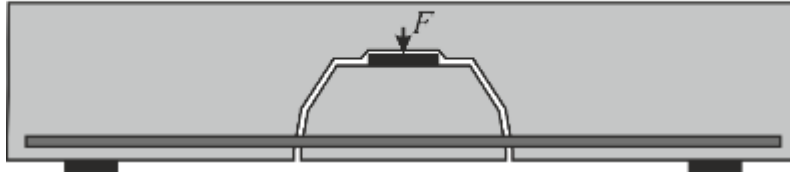


Bild 2-7 Versuchsaufbau nach *Baumann* und *Rüsch* [20] zur Bestimmung der Dübelkraft durch die Längsbewehrung für einen Balken ohne Bügelbewehrung

Die Gleichungen zur Berechnung von V_{da} nach *Baumann* und *Rüsch* [20] wurden anhand von Versuchsergebnissen kalibriert und haben aus diesem Grund einen starken empirischen Charakter. Für die Anwendung müssen die Formeln an die heutzutage üblichen Einheiten angepasst werden (Gl. (2.5)). *König* und *Zink* [14] passten die Formel für die Dübelkraft an (Gl. (2.6)). Hierbei führten sie die charakteristische Länge l_{ch} und eine Bezugslänge von 172 mm als Anpassungsfaktor ein. Die angegebenen Formeln gelten nur für eine untenliegende einlagige Längsbewehrung ohne Bügelbewehrung. *Vintzēleou* und *Tassios* [19] formulierten einen identischen Ausdruck, wobei der Vorfaktor bei 2 statt 1,968 lag.

$$l_{da} = 5,98 \cdot \frac{d_s}{\sqrt[3]{f_{cm}}} \quad (2.5)$$

mit: d_s in [mm] und f_{cm} in [MPa]

$$V_{da} = b_n \cdot d_s \cdot \frac{l_{ch}}{172mm} \cdot f_{ct} = 1,968 \cdot b_n \cdot d_s \cdot f_{cm}^{0,3} \quad (2.6)$$

mit: $b_n = b - \sum d_s$

$$l_{ch} = \frac{E_c \cdot G_f}{f_{ct}^2} = \frac{22.000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \cdot 0,0307 \cdot f_{ct}}{f_{ct}^2} = 338,5 \cdot \frac{f_{cm}^{0,3}}{f_{ct}}$$

$$E_c = 22.000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \quad \text{nach EC2 Tab. 3.1} \quad G_f = 0,0307 \cdot f_{ct}$$

Zur Berechnung der Dübelwirkung der Längsbewehrung wurden von *Millard* et al. [21] und *Autrup* et al. [22] noch weitere Ansätze veröffentlicht. Diese Modelle setzen jedoch Voraussetzungen an, die bei der vorliegenden Versuchsreihe nicht gegeben sind. So werden die Nettobreite und die Betondeckung nicht berücksichtigt. Dadurch geht die Längsrissentstehung bei Balkenversuchen nicht in die Berechnung ein.

2.3.2 Dübelwirkung der Längsbewehrung mit Bügelbewehrung

Die Dübelwirkung der Längsbewehrung für Balken mit Bügelbewehrung wurde ebenfalls durch *Baumann* und *Rüsch* [20] untersucht. Hierfür wurden weitere umfangreiche Untersuchungen durchgeführt, bei denen die Längsbewehrung, die Anzahl der Bewehrungslagen, der Bügelabstand zum Riss f sowie die Anzahl und der Durchmesser der Bügel variierten (Bild 2-8).

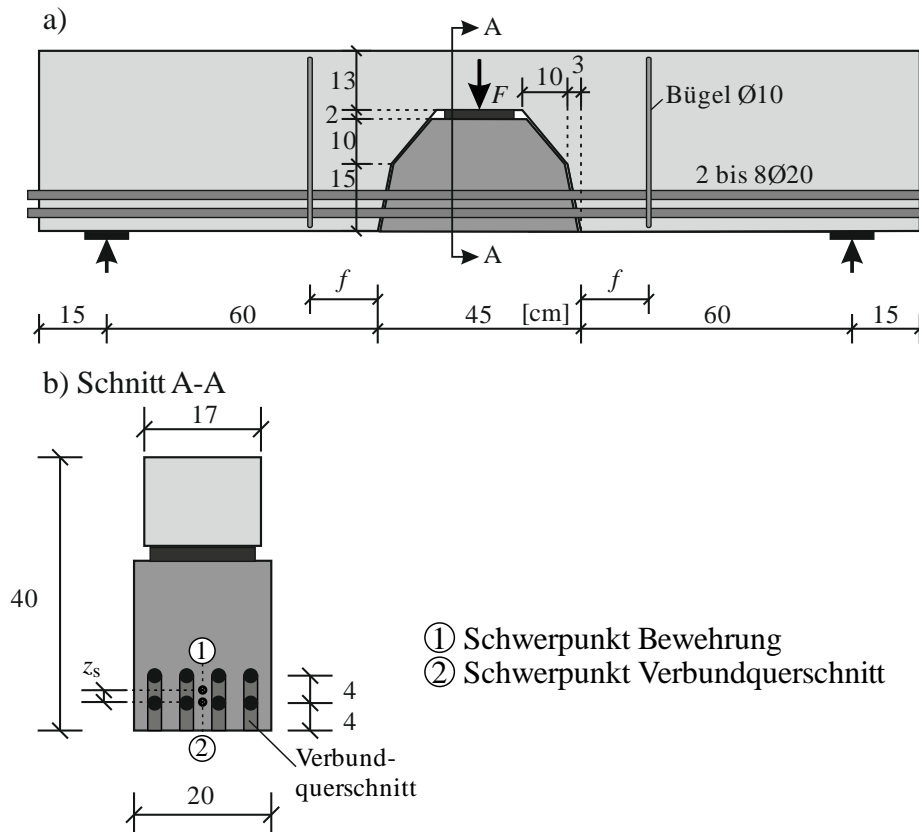


Bild 2-8 a) Versuchsaufbau nach *Baumann* und *Rüsch* [20] zur Bestimmung der Dübelwirkung der Längsbewehrung mit Bügeln; b) Querschnitt

Die Versuche ergaben, dass durch das alleinige Einlegen eines Bügels keine Zunahme der Kraft zur Entstehung eines Längsrisses entlang der Biegebewehrung messbar war. Jedoch konnte die Grenzlast durch die Variation von verschiedenen Parametern gesteigert werden. Der Verbundquerschnitt aus der Bewehrung und der darunterliegenden Betondeckung hat wesentlichen Einfluss auf die Risslast (Bild 2-8 b (2)). Dabei ist der Einfluss der Anzahl der Bewehrungslagen höher als bei der gleichen Bewehrungsfläche in einer Lage, da dies auf das Trägheitsmoment überproportional wirkt. Dadurch wurden die Risslast sowie die Steifigkeit des Systems im gerissenen Zustand erhöht. Ein weiterer Einflussparameter ist der Abstand des Bügels f zum Riss. Hierdurch wird im Wesentlichen die Steifigkeit im gerissenen Zustand erhöht, je näher der Bügel am Riss liegt. Der entwickelte Formelansatz konnte die Grenzlasten der Versuche in guter Annäherung abbilden. Bei geringen Längsrissöffnungen w_{da} kann es zu Unterschätzungen kommen, da in dem Modell von *Baumann* und *Rüsch* [20] nur der Bügel zum Lastabtrag angesetzt wird und nicht etwa noch der ungerissene Beton. Eine Erhöhung der Bügelanzahl hat ebenfalls

einen positiven Einfluss auf die Dübelkraft, wobei bis zu Längsrissbreiten w_{da} von einem Millimeter kaum Unterschiede festgestellt wurden. *Baumann* und *Rüsch* [20] wiesen darauf hin, dass große Verformungen notwendig sind, um weitere Bügel zu aktivieren.

Für die Ermittlung der Dübelkraft wird im ersten Schritt das Trägheitsmoment J_v des Verbundquerschnitts (Bild 2-8 b (2)) nach Gl. (2.7) aus der Betondeckung unterhalb der Längsbewehrung und der Biegebewehrung berechnet.

$$J_v = \frac{b_i \cdot d_i^3}{12} + \alpha_s \cdot \sum \frac{\pi \cdot (0,5d_{s,i})^4}{4} + b_i \cdot d_i \cdot z_v^2 + \alpha_s \cdot \sum A_{sl,i} \cdot z_{s,i}^2 \quad (2.7)$$

mit: $b_i = \Sigma d_s$ $\alpha_s = E_s / E_c$

d_i Abstand Querschnittsunterkante zum Schwerpunkt der obersten Bewehrungslage

z_v Abstand zwischen dem Schwerpunkt der Fläche ($b_i \cdot d_i$) und dem Schwerpunkt des Verbundquerschnitts

z_s Abstand zwischen dem Schwerpunkt der Biegebewehrung und dem Schwerpunkt des Verbundquerschnitts

Im nächsten Schritt wird der Steifigkeitsfaktor des Dübels γ nach Gl. (2.8) ermittelt. Dieser ergibt sich aus dem Trägheitsmoment des Verbundquerschnitts und des Bügelabstands zum Biegeschubriss f (Bild 2-8). Die Werte J_v und f werden in [cm] eingesetzt, wobei das Ergebnis des Steifigkeitsfaktors γ in [mm/Mp²] angegeben wird.

$$\gamma = 0,45 \cdot \frac{f^2 [cm]}{J_v [cm^4]} \quad (2.8)$$

mit: $f \triangleq$ Abstand des Bügels zum Biegeschubriss (Bild 2-8a)

Abschließend wird die Rissbreite am Längsriss benötigt. Es wird die Rissöffnung am Anfang des Biegeschubrisses im Übergang zum Längsriss gemessen. Die Dübelkraft V_{da} ergibt sich nach Gl. (2.9) aus dem Steifigkeitsfaktor γ des Verbundquerschnitts und der Rissöffnung des Längsrisses w_{da} . Es wird ein Faktor von 9,81 eingeführt, um eine Umrechnung von [Mp] in [kN] durchzuführen.

$$V_{da} [kN] = 9,81 \cdot \sqrt{\frac{w_{da} [mm]}{\gamma [mm/Mp^2]}} \quad (2.9)$$

mit: $w_{da} \triangleq$ Rissöffnung des Längsrisses

2.4 Bruchprozesszone

Die Bruchprozesszone dient zur Beschreibung des Nachbruchverhaltens des Betons unter reiner Zugbeanspruchung. Diese kann mittels eines weggesteuerten Versuches aufgezeichnet und durch ein Spannungs-Verformungs-Diagramm beschrieben werden (Bild 2-9 a und d).

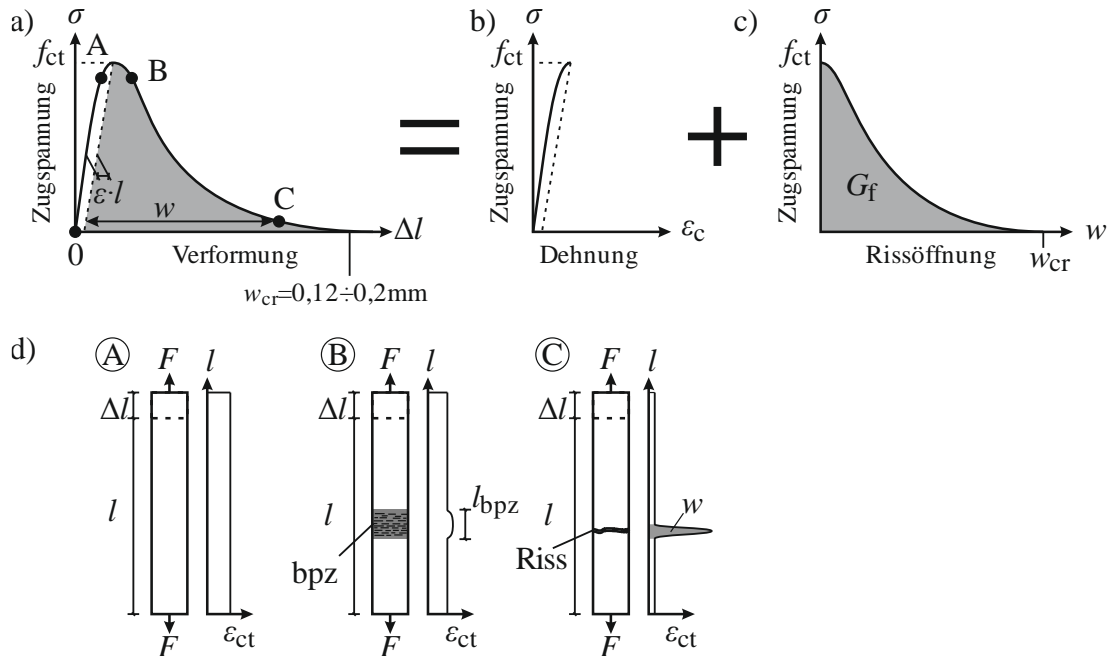


Bild 2-9 Zugverhalten von Beton: a) Zugspannungs-Verformungs-Beziehung; b) Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung bis f_{ct} ; c) Zugspannungs-Rissöffnung-Beziehung; d) Verschiedene Dehnungszustände des Betons [23]

Zu Belastungsbeginn verhält sich der Beton linear-elastisch, wie in Bild 2-9 a zwischen den Punkten 0 und A dargestellt. Die Dehnungen sind gleichmäßig über die Stablängsachse verteilt. Mit zunehmender Belastung bis zur maximalen Zugfestigkeit f_{ct} und darüber hinaus bis zum Zustand B bilden sich Mikrorisse im Betonstab, die sich mit zunehmender Belastung in einem schmalen Bereich, der Riss- bzw. Bruchprozesszone, konzentrieren. Die Länge der Bruchprozesszone l_{bpz} ergibt sich nach *Bazant* und *Pijaudier-Cabot* [24] aus Gleichung (2.10).

$$l_{bpz} = \beta \cdot l \approx \beta \cdot \frac{G_f}{W_s} \approx \beta \cdot 2,7 \cdot d_g \quad (2.10)$$

mit $\beta = 1,89$

$l \triangleq$ geringster möglicher Abstand von Rissen im Beton
in einem diskreten Modell

$W_s \triangleq$ Arbeit zur Erzeugung eines Risses

(Integral der gesamten Spannungs-Dehnung-Kurve)

Außerhalb dieser Zone verhält sich der Beton weiterhin linear-elastisch [25]. Nach *Evans* und *Marathe* [26] beginnt die Mikrorissbildung bei etwa 70 – 90 % der maximalen Zugfestigkeit f_{ct}

(Bild 2-9 d Zustand B). Nimmt die Zugbeanspruchung weiter zu, vereinigen sich die Mikrorisse zu Makrorissen. Hierdurch kommt es zu einer weiteren Konzentration der Verformungen des Betons (Bild 2-9 d Zustand B). Damit einhergehend kommt es bei der Makrorissbildung zu einem erheblichen Lastabfall. Es können weiterhin geringe Zugspannungen über den Riss übertragen werden, die mit zunehmender Rissöffnung stetig sinken und ein diskreter Riss entstanden ist (Bild 2-9 d Zustand C). Bei Erreichen einer kritischen Rissöffnung w_{cr} ist der Riss spannungsfrei. Nach Untersuchungen durch *Reinhardt* [27] tritt dies bei $w_{cr} = 0,12 \div 0,2$ mm auf. *Remmel* [28] gibt die kritische Rissöffnung mit $w_{cr} = 0,16 \div 0,18$ mm an. Auch *Hordijk* [23] hat experimentell mit $w_{cr} = 0,16$ mm einen ähnlichen Grenzwert ermittelt.

Aufgrund der starken Konzentration der Verformungen innerhalb und dem linear-elastischen Verhalten außerhalb der Bruchprozesszone ist es sinnvoll, das Nachbruchverhalten in Abhängigkeit der Rissöffnung zu beschreiben (Bild 2-9 c). Damit ist das Tragverhalten unabhängig von der Länge des Versuchskörpers [25]. Das Integral der Spannungs-Rissöffnungs-Kurve stellt die notwendige Energie dar, um einen Riss je Flächeneinheit zu erzeugen. Es handelt sich dabei um die Bruchenergie G_f . Das entfestigende Nachbruchverhalten des Betons wurde von *Hillerborg* [29] als „fiktives Rissmodell“ (engl. *fictitious crack model*) bezeichnet und beschrieben. Dieser fiktive Riss stellt die Konzentration der Verformungen bis zur vollständigen Trennung des Bauteils und dem „tatsächlichen“ Riss dar.

Das gesamte Zugtragverhalten des Betons lässt sich mit der maximalen Betonzugfestigkeit f_{ct} , dem Elastizitätsmodul E_c und der Bruchenergie G_f beschreiben. *Hillerborg et al.* [30] schlugen eine Kombination dieser Werte vor, um das Zugverhalten des Betons mit einem Wert zu klassifizieren. Sie führten die charakteristische Länge l_{ch} nach Gl. (2.11) ein. Diese Größe verhält sich proportional zu der Duktilität des Werkstoffs. Dabei ist zu erwähnen, dass es sich bei der charakteristischen Länge um einen Materialparameter handelt, der die Sprödigkeit eines Baustoffs beschreibt, und nicht um eine tatsächliche Länge.

$$l_{ch} = \frac{E_{cm} \cdot G_f}{f_{ct}^2} \quad (2.11)$$

Das beschriebene Zugverhalten des Betons für den einaxialen Belastungsfall kann auch auf komplexere Beanspruchungen, wie sie in einem Biegeschubriss von querkraftbeanspruchten Stahlbetonbalken vorliegen, angewandt werden (Bild 2-10 a). Die Zugspannungen im Bereich der Risspitze sind in Bild 2-10 b grafisch dargestellt. Beginnend oberhalb der Risspitze verhält sich der Beton linear-elastisch. Nahe der maximalen Zugspannung des Betons kommt es zur Mikrorissbildung und mit Erreichen dieser beginnt die Rissentstehung. Entlang des Risses nimmt die Rissöffnung zu und die übertragenen Zugspannungen ab. Diese Zone der abnehmenden Spannungen wird als Bruchprozesszone bezeichnet. Der Querkraftanteil aus der Bruchprozesszone

2.4 Bruchprozesszone

V_{bpz} lässt sich durch Integration der Zugspannungen und einer Transformation orthogonal zur Stabachse ermitteln (Gl. (2.12)).

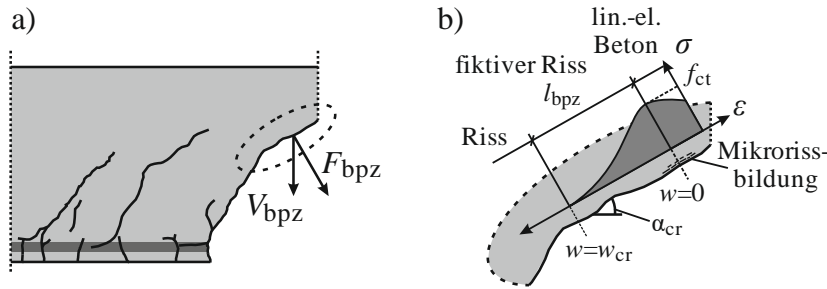


Bild 2-10 a) Schnitt im Biegeschubriss mit Markierung der Bruchprozesszone;
b) Zugspannungsverlauf innerhalb der Bruchprozesszone senkrecht zum Biegeschubriss [29]

$$V_{bpz} = b \cdot \int_{l_{cr}=0}^{l_{bpz}} \sigma_{ct}(w(l_{cr})) \cdot \cos(\alpha_{cr}(l_{cr})) dl_{cr} \quad (2.12)$$

Zur Beschreibung des Nachbruchverhaltens wurden verschiedene Modelle entwickelt, die unterschiedliche Spannungsverläufe annehmen. Die Modelle beinhalten nach *Hillerborg* lineare [30] oder bilineare Ansätze [31]. *Hordijk* [23] entwickelte eine exponentielle Beziehung zwischen der Betonzugspannung und der Rissöffnung, die er anhand von Versuchswerten kalibrierte (Gl. (2.13)). Die kritische Rissöffnung w_{cr} hängt von der Bruchenergie G_f und der Betonzugfestigkeit f_{ct} ab (Gl. (2.14)).

$$\sigma_{ct}(w) = f_{ct} \cdot \left(\left[1 + \left(c_1 \cdot \frac{w}{w_{cr}} \right)^3 \right] \cdot e^{-c_2 \cdot \frac{w}{w_{cr}}} - \frac{w}{w_{cr}} \cdot (1 + c_1^3) \cdot e^{-c_2} \right) \quad (2.13)$$

mit: $c_1 = 3; c_2 = 6,93$

$$w_{cr} = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_{ct}} \quad (2.14)$$

Die Betonzugfestigkeit nimmt im Zusammenhang mit der Bruchprozesszone eine wesentliche Rolle ein. Dieser Betonparameter wird meistens aufgrund des deutlich geringeren Aufwandes beim Versuchsaufbau mittels eines Spaltzugversuches ermittelt.

Gemäß *EC 2* [1] kann die Umrechnung von der Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ zur einaxialen Zugfestigkeit des Betons f_{ctm} mit dem Faktor 0,9 erfolgen ($f_{ctm} = \alpha_{sp} \cdot f_{ct,sp} = 0,9 \cdot f_{ct,sp}$). In neueren Untersuchungen von *Malárics et al.* wurde jedoch festgestellt, dass der Vorfaktor höher als 1,0 ist [32], [33]. Aus diesem Grund wurde im *fib Model Code 2010* [2] ein Wert von $\alpha_{sp} = 1,0$ als Umrechnungsfaktor festgelegt. Im Verlauf dieser Arbeit wird für die Umrechnung der experimentell bestimmten Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ in die einaxiale Zugfestigkeit des Betons f_{ctm} der Vorschlag von *Malárics*

[33] nach Gl. (2.15) verwendet. Dieser stellt den Stand der Forschung dar und wurde in den *fib Model Code 2010* [2] aufgenommen.

$$f_{ctm} = 1,46 \cdot f_{ct,sp}^{0,77} \quad (2.15)$$

In Bild 2-11 ist der Ansatz von *Malárics* [33] den Werten des *fib Model Code 2010* [2] gegenübergestellt. Wie man erkennt, liefert Gl. (2.15) für geringe Betongüten bis zu 46 % höhere mittlere Betonzugfestigkeiten.

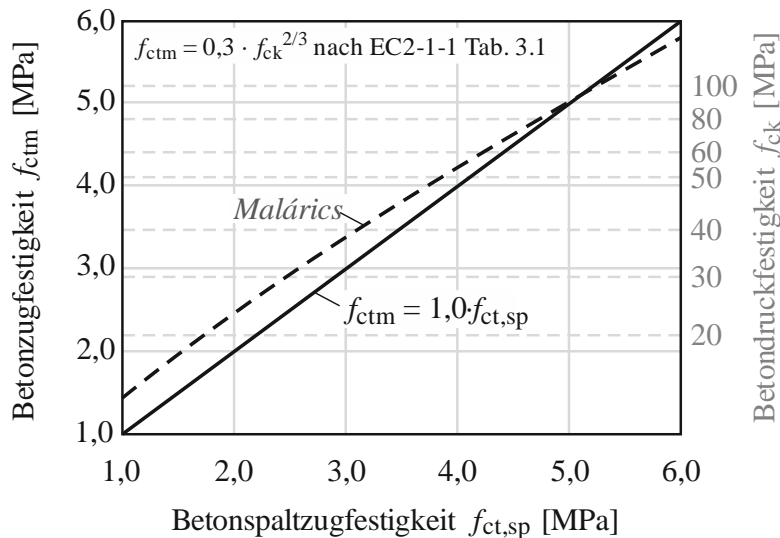


Bild 2-11 Betonzugfestigkeit f_{ctm} ermittelt mit der Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ nach *Malárics* [33] und *fib Model Code 2010* [2]

Zur Bestimmung der Länge der Bruchprozesszone l_{bpz} kann die charakteristische Länge l_{ch} herangezogen werden. Obwohl es sich hierbei um keine physikalische Länge handelt, gibt es zwischen diesen beiden Größen eine Korrelation. Aufgrund dieser Abhängigkeit beider Kenngrößen und der Kenntnis, dass l_{ch} ein Materialparameter ist, handelt es sich bei der Länge der Bruchprozesszone auch um eine konstante Größe. Diese ist unabhängig von den Bauteilabmessungen [34]. Gleichung (2.16) stellt den Ansatz nach *Hillerborg* [34] dar.

$$l_{bpz} = 0,3 \div 0,5 \cdot l_{ch} \quad (2.16)$$

2.5 Direkte Druckstrebe

Die Ausbildung einer direkten Druckstrebe – bei Einzellasten in Auflagernähe oder eines Druckbogens bei Linienlasten – kann einen wesentlichen Anteil der Querkraft direkt in das Auflager abtragen (Bild 2-12). Die Voraussetzung für diesen Tragmechanismus ist, dass die Druckstrebe nach der Rissbildung nicht umgelagert werden muss, d. h. dass diese nicht durch einen Riss geschnitten wird [35]. Eine direkte Druckstrebe kann sich demnach nur bei auflagnahen Lasten ausbilden. Dieser Tragmechanismus wurde bereits in den 60er Jahren des letzten Jahrhunderts bei Balkenversuchen von *Leonhardt* und *Walther* [8] und *Kani* [9] erkannt. Die Wirkung der direkten Druckstrebe tritt bis zu einer Schubschlankheit von etwa $a/d = 2,5 \div 3$ auf.

2.5 Direkte Druckstrebe

Bei Plattenversuchen konnte die Ausbildung einer direkten Druckstrebe bei ähnlichen Größenordnungen der Schubslankheit beobachtet werden [36], [37].

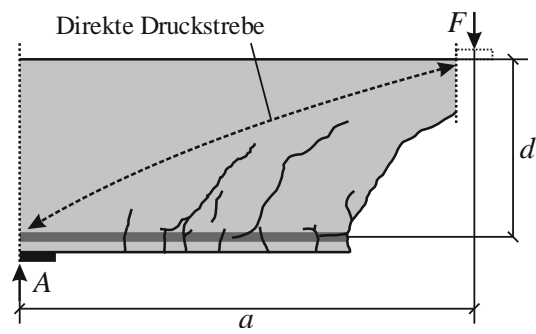


Bild 2-12 Ausbildung einer direkten Druckstrebe

3 Rissreibungsmodelle

Die Rissreibung ist im Betonbau ein zentrales Thema, denn bei den allermeisten massiven Bauteilen kann eine Rissbildung nicht ausgeschlossen werden, wobei die Rissflanken in Kontakt treten können. Dieser Tragmechanismus wird bereits seit Anfang der 1960er untersucht (s. Kap. 2.2). Um die Kraftübertragung in Rissen quantifizierbar zu machen, wurden Modelle hergeleitet, die die wesentlichen Einflussparameter berücksichtigen. Darunter fallen die Betondruckfestigkeit f_c , das Kornvolumen im Verhältnis zum Gesamtvolumen p_k , der Größtkorndurchmesser D_{\max} und die vorliegende Risskinematik. Letztere besteht aus der Rissöffnung w , der Rissgleitung δ und dem Verhältnis zwischen diesen beiden. Darüber hinaus wurden Kontaktbedingungen berücksichtigt, wodurch die Modelle einen mechanischen Ansatz erhalten. Zur Validierung und Kalibrierung dieser Modelle wurden reine Schubversuche herangezogen. Somit gingen empirische Faktoren in die Modelle ein. Eine Übersicht verschiedener Schubversuche kann *Faron* [18] entnommen werden.

Im Folgenden werden anerkannte Modelle zur Beschreibung der Spannungsübertragung in Rissen vorgestellt. Dazu zählen das *Zwei-Phasen-Modell*, das *Raue-Risse-Modell* und das *Kontakt-Dichte-Modell*. Diese Rechenansätze unterscheiden sich deutlich in ihrer Herleitung und den zugrunde liegenden Annahmen voneinander. Am Ende des Kapitels erfolgt ein Vergleich aller Modelle mit den Versuchswerten einiger Schubversuche.

Die Programmierung der Rissreibungsmodelle erfolgte mit MATLAB [38]. Die entwickelten Skripte wurden durch Vergleich mit den veröffentlichten Spannungs-Verformungs-Diagrammen verifiziert.

3.1 Zwei-Phasen-Modell nach Walraven

Walraven führte eine umfangreiche Versuchsreihe durch, in der bewehrte und unbewehrte Schubkörper getestet wurden [39] (Bild 3-1). Anschließend entwickelte er ein mechanisch begründetes Modell zur Berechnung der Spannungsübertragung in Rissen [40], [41]. Dieses Modell wird als *Zwei-Phasen-Modell* bezeichnet, da es an die Zusammensetzung des Betons, bestehend aus Zementmatrix und Zuschlagskorn, angelehnt ist.

Walraven erkannte zu Anfang, dass ein Zusammenhang zwischen den risskinematischen Größen w , δ und den übertragenen Spannungen σ_{cr} , τ_{cr} vorliegen muss. Ausgehend von dieser Erkenntnis leitete *Walraven* einen Formelapparat für ein einzelnes kugelförmiges Zuschlagskorn her. Mithilfe stochastischer Berechnungen konnte er von der Kraftübertragung am einzelnen Korn auf die Kraftübertragung einer Rissoberfläche schließen. Im Folgenden wird die Herleitung auf die wesentlichen Aspekte reduziert.

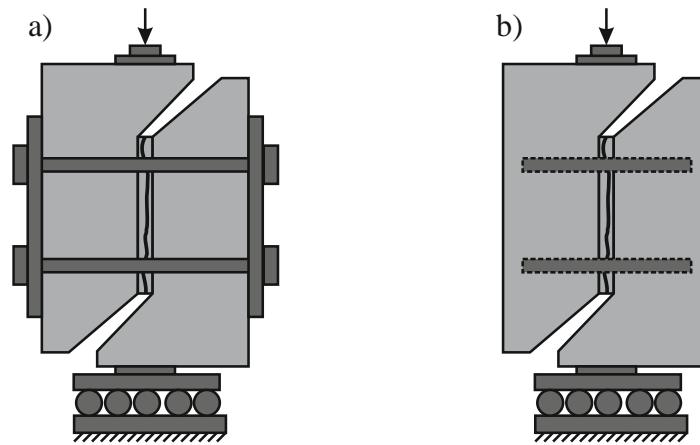


Bild 3-1 Schubversuche von *Walraven* mit a) externer Vorspannung und b) eingelegten Biegeln [41]

Annahmen des *Zwei-Phasen-Modells*

Die Rissentstehung, der Rissverlauf und die Rissoberfläche sind beim Beton mit großen Unregelmäßigkeiten verbunden. Trotzdem lässt sich mit sinnvollen Vereinfachungen ein allgemein anwendbares Modell herleiten. Hierfür hat *Walraven* begründete Annahmen getroffen:

1. Die unregelmäßigen Formen der Zuschlagskörner werden als starre Kugeln idealisiert.
2. Die Ermittlung der Kräfte erfolgt in einem Schnitt durch den Beton (2D-Korn).
3. Die Herleitung der Gleichungen erfolgt am einzelnen Korn, wodurch gegenseitige Einflussnahme unberücksichtigt bleibt.
4. Die unterschiedlichen Einbindetiefen der im Riss liegenden Körner treten mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf.
5. Körner mit einem Durchmesser kleiner 0,25 mm werden bei der Herleitung für die Spannungsübertragung nicht berücksichtigt.
6. Die Mikrorauigkeit durch die Zuschlagskörner gilt als dominierender Traganteil bei der Rissreibung, weil die Rissoberfläche als eben angenommen wird.
7. Die Zementmatrix ist als homogenes, rein plastisches Kontinuum idealisiert.
8. Kräfte senkrecht zur Wirkung der Rissreibung heben sich gegenseitig auf und werden nicht berücksichtigt.

Um von der Kraftermittlung am einzelnen Korn (2. Annahme) zu einer allgemeinen Beschreibung der Rissreibung zu gelangen, nutzte *Walraven* einen probabilistischen Ansatz, indem er eine zufällige Verteilung der Korndurchmesser annahm. Weiterhin wurde die Annahme getroffen, dass die unterschiedlichen Einbindetiefen der Körner mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten.

Materialverhalten

Zur Beschreibung der Kraftübertragung musste eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die Materialien festgelegt werden. Da die Steifigkeiten der Zuschlagskörner im normalfesten Beton deutlich höher sind als die des Zementsteins, wurden die Körner als starre Kugeln idealisiert. Die

Zementmatrix ist hingegen ein elastisch-plastisches Material. Durch Kräfteinfluss verhält es sich nur in geringem Maße elastisch, ansonsten liegt plastisches Materialverhalten vor. Daher wird vereinfachend ein starr-plastisches Materialverhalten zur Spannungsübertragung angesetzt. Daraus ergibt sich, dass bei Kontakt die empirisch hergeleitete Fließspannung der Zementmatrix σ_{pu} sofort wirkt.

Spannungsübertragung im Riss

Walraven leitete sein Modell an einem einzelnen Korn her, wofür er ein Kräftegleichgewicht aufstellte. Dafür wurde die Kontaktfläche zwischen den Zuschlagskörnern und der Zementmatrix bestimmt. Dies erfolgte durch die Reduktion des Problems von einem dreidimensionalen zu einem zweidimensionalen Zustand (Bild 3-2 a, b). Unter der Annahme, dass die Kräfte in positive und negative z -Richtung gleichmäßig verteilt sind, ist die Summe der Kräfte null. Mit dieser Prämisse kann die Betrachtung auf eine ebene Scheibe in der xy -Ebene mit der Dicke $,1'$ beschränkt werden, an der alle Kräfte innerhalb der Schnittebene wirken. Es liegt somit ein ebener Dehnungszustand vor.

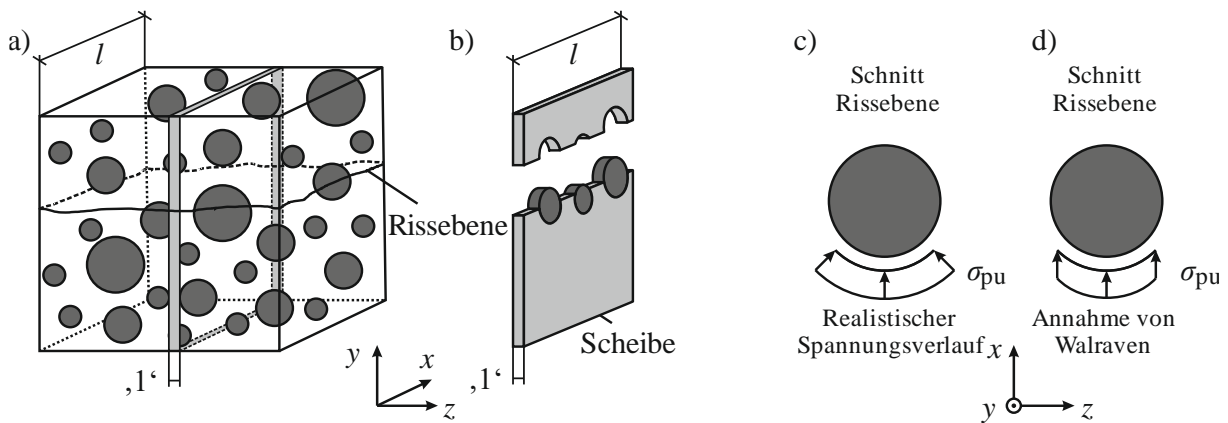


Bild 3-2 a) Gerissener Betonkörper mit Kugeln als Zuschlagskörner; b) Betonscheibe; c) realistischer Spannungsverlauf bei ideal-plastischem Materialverhalten; d) Vereinfachte Spannungsverteilung nach *Walraven* [41] – Verformungen der Rissoberflächen in x -Richtung

Hierbei wird jedoch vernachlässigt, dass die Kräfte in z -Richtung zwar in der Summe Null ergeben, jedoch an der Scheibe Kräfte anteilig in z -Richtung wirken können (Bild 3-2 c). Damit werden die Kräfte in x - und y -Richtung überschätzt, abhängig davon wie weit die geschnittene Scheibe vom Mittelpunkt des Kornes entfernt ist. Demnach liegt die Annahme vor, dass auf der gesamten Kontaktfläche am Korn die Fließspannung der Zementmatrix σ_{pu} in der xy -Ebene auftritt (Bild 3-2 d).

Die Zementmatrix wird durch eine Rissöffnung w und -gleitung δ relativ zum Korn verschoben, wodurch die Kräfte in den beiden Hauptrichtungen F_x und F_y entsprechend des globalen Koordinatensystems übertragen werden (Bild 3-3 a). Liegt Kontakt zwischen den beiden Phasen vor, so kommt es im Bereich der projizierten Flächen a_x und a_y zu plastischen Verformungen der Zementmatrix, wobei die schraffierte Fläche „verschwindet“. Die Projektionen lassen sich durch

die geometrischen Randbedingungen am Korn berechnen. An der Kontaktfläche wirken die Normal- und Schubspannungen, die mit den äußeren Lasten im Gleichgewicht stehen (Bild 3-3 b). Die Normalspannung auf das Zuschlagskorn entspricht der Fließspannung σ_{pu} und die Schubspannung ergibt sich beim Ansatz einer *Coulomb*'schen Reibung mit dem Reibungsbeiwert μ nach Gl. (3.1).

$$\tau_{pu} = \mu \cdot \sigma_{pu} \quad (3.1)$$

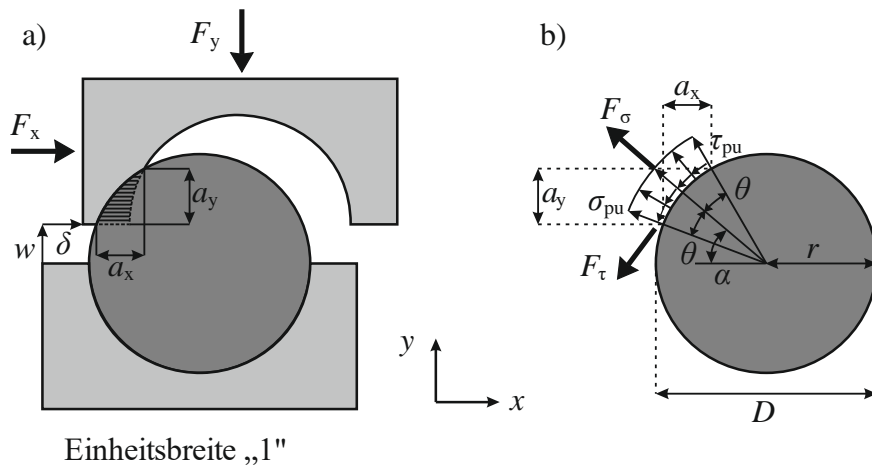


Bild 3-3 a) Kontaktfläche zwischen einem Zuschlagskorn und der Zementmatrix
b) Einwirkende Kräfte und Spannungen an der Kontaktfläche zwischen den beiden Phasen [41]

Anhand der aufgetragenen Kräfte und Spannungen kann ein Kräftegleichgewicht gebildet werden (Gln. (3.2) und (3.3)). Hier werden die Normal- und Schubspannung, die auf das Korn wirken, in globale Koordinaten transformiert.

$$F_y = \sigma_{pu} \cdot (a_x - \mu \cdot a_y) \quad (3.2)$$

$$F_x = \sigma_{pu} \cdot (a_y + \mu \cdot a_x) \quad (3.3)$$

Die Fließspannung des Zementsteins σ_{pu} und der Reibungsbeiwert μ wurden anhand von Versuchsergebnissen empirisch ermittelt (Gln. (3.17) und (3.18)).

Summe der Kontaktflächen

Walraven stellte seine Gleichung zur Spannungsübertragung in Abhängigkeit der Kontaktflächen auf. So berechnete er die projizierten Flächen an einem einzelnen Korn. Dabei werden drei Fälle unterschieden, da zuerst eine initiale Rissöffnung w_0 angenommen wird und daraufhin die Rissgleitung δ folgt (Bild 3-4). Die Rissöffnung bleibt konstant. Im ersten Fall entsteht der Riss und öffnet sich, wobei noch kein Kontakt zwischen Zuschlagskorn und Zementmatrix vorliegt. Der zweite Fall beschreibt den ersten und den wachsenden Kontakt. Mit zunehmender Rissgleitung wachsen die Projektionsflächen bis zu einem kritischen, maximalen Wert an. Dieser ist erreicht,

wenn die Zementmatrix in Kontakt mit dem höchsten Punkt des idealisierten Korns kommt (3. Fall). Ab dieser kritischen Rissgleitung bleiben die projizierten Flächen a_x und a_y unverändert.

Die Berechnung der Projektionsflächen ist nur für einen Zustand gültig. Die Belastungshistorie und damit die bereits bestehenden plastischen Verformungen der Zementmatrix werden hierbei nicht berücksichtigt. Unterschiedliche Lastschritte werden unabhängig voneinander berechnet, sodass die bereits verformte Zementmatrix beim Krafttransfer nicht einbezogen wird.

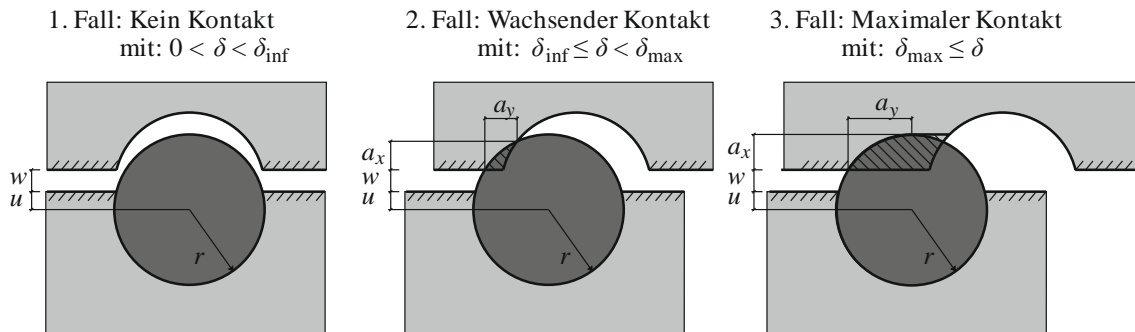


Bild 3-4 Drei Fälle des Kontakts nach Walraven [41]

Mit den Projektionsflächen an einem Korn wurde mithilfe einer Kornverteilung nach der *Fuller*-Kurve ein probabilistischer Ansatz für die Berechnung der Gesamtheit der Kontaktflächen A_x und A_y aufgestellt. Dafür wurde die Summe der mittleren am wahrscheinlichsten vorkommenden Kontaktflächen \bar{a}_x bzw. \bar{a}_y gebildet (Gl (3.4)).

$$A_{x/y} = \sum \bar{a}_{x/y} \quad (3.4)$$

mit: $\bar{a}_{x/y} \triangleq$ mittlere Kontaktfläche der Körner in x - und y -Richtung

Es werden abhängig von der Risskinematik zwei Fälle unterschieden, die sich aus den zuvor beschriebenen Kontaktfällen ergeben.

Im Fall A ist die Rissgleitung δ geringer als die Rissöffnung w . Wenn diese Risskinematik vorliegt, trifft der Fall des „wachsenden Kontakts“ für alle Korndurchmesser zu. Demnach muss nur ein Integral gelöst werden und es kann die gesamte Projektionsfläche für eine Einheitsrissfläche ermittelt werden (Gln. (3.5) und (3.6)). Die Integrationsgrenzen werden durch die Körner, die zur Kraftübertragung beitragen, bestimmt, wobei die untere Grenze abhängig von der Risskinematik ist.

Der Fall B beschreibt den umgekehrten Fall, in dem die Rissgleitung δ höhere Werte als die Rissöffnung w aufweist. An den einzelnen Körnern liegt dann entweder der anwachsende oder der maximale Kontakt vor. Diese sind bei der Ermittlung der Kontaktfläche zu berücksichtigen, indem zwei Integrale gelöst werden (Gln. (3.7) und (3.8)). Der jeweils erste Term berücksichtigt die

größeren Körner, bei denen ein anwachsender Kontakt vorliegt. Der zweite Term erfasst die kleineren Körner, die bereits den Maximalkontakt aufweisen.

Fall A: $\delta \leq w$

$$A_y = p_k \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \int_{\frac{w^2 + \delta^2}{\delta}}^{D_{\max}} F(D) \cdot G_1(\delta, w, D) dD \quad (3.5)$$

$$A_x = p_k \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \int_{\frac{w^2 + \delta^2}{\delta}}^{D_{\max}} F(D) \cdot G_2(\delta, w, D) dD \quad (3.6)$$

Fall B: $\delta > w$

$$A_y = p_k \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \left(\int_{\frac{w^2 + \delta^2}{w}}^{D_{\max}} F(D) \cdot G_1(\delta, w, D) dD + \int_{\frac{w^2 + \delta^2}{2w}}^w F(D) \cdot G_3(\delta, w, D) dD \right) \quad (3.7)$$

$$A_x = p_k \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \left(\int_{\frac{w^2 + \delta^2}{w} + 0,0001}^{D_{\max}} F(D) \cdot G_2(\delta, w, D) dD + \int_{\frac{w^2 + \delta^2}{2w}}^w F(D) \cdot G_4(\delta, w, D) dD \right) \quad (3.8)$$

Die zuvor beschriebenen Berechnungen der Projektionsflächen enthalten F - und G -Funktionen. Die G -Funktionen (Gln. (3.9) – (3.12)) beschreiben die geometrischen Umstände bei einer vorliegenden Risskinematik für einen bestimmten Korndurchmesser D . In G_1 und G_2 ist noch die maximale Einbindetiefe u_{inf} der Körner zu berücksichtigen (Gl. (3.14)). Dieser Wert zeigt an, wie tief ein Korn in die Zementmatrix eingebettet sein kann, sodass nur noch punktueller Kontakt zu der gegenüberliegenden Zementmatrix vorliegt. Abschließend muss in die Berechnung die Kornverteilung einbezogen werden. Die F -Funktion berücksichtigt die Kornverteilung, welche mit einer Taylorreihe hergeleitet wurde (Gl. (3.13)).

$$G_1(\delta, w, D) = \frac{1}{D^3} \cdot \left(\sqrt{D^2 - (w^2 + \delta^2)} \frac{\delta}{\sqrt{w^2 + \delta^2}} \cdot u_{\text{inf}} - w \cdot u_{\text{inf}} - u_{\text{inf}}^2 \right) \quad (3.9)$$

$$G_2(\delta, w, D) = \frac{1}{D^3} \left[\left(\delta - \sqrt{D^2 - (w^2 + \delta^2)} \cdot \frac{w}{\sqrt{w^2 + \delta^2}} \right) \cdot u_{\text{inf}} \right. \\ \left. + (w + u_{\text{inf}}) \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - (w + u_{\text{inf}})^2} - w \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - w^2} \right. \\ \left. + \frac{D^2}{4} \cdot \arcsin\left(2 \cdot \frac{w + u_{\text{inf}}}{D}\right) - \frac{D^2}{4} \cdot \arcsin\left(2 \cdot \frac{w}{D}\right) \right] \quad (3.10)$$

$$G_3(\delta, w, D) = \frac{1}{D^3} \cdot \left(\frac{D}{2} - w\right)^2 \quad (3.11)$$

$$G_4(\delta, w, D) = \frac{1}{D^3} \cdot \left(\frac{\pi}{8} \cdot D - w \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - w^2} - \frac{D^2}{4} \cdot \arcsin\left(\frac{2w}{D}\right)\right) \quad (3.12)$$

$$F(x) = 0,532 \cdot (x)^{0,5} - 0,212 \cdot (x)^4 - 0,072 \cdot (x)^6 - 0,036 \cdot (x)^8 - 0,025 \cdot (x)^{10} \quad (3.13)$$

mit: $x = D/D_{\text{max}}$

$$u_{\text{inf}}(w, \delta, D) = \frac{0,5 \cdot \sqrt{w^2 \cdot (w^2 + \delta^2)^2 - (w^2 + \delta^2) \cdot \left[(w^2 + \delta^2)^2 - \delta^2 \cdot D^2 \right]}}{w^2 + \delta^2} - \frac{w}{2} \quad (3.14)$$

Die Gl. (3.8) stellt in Bezug auf die untere Integrationsgrenze eine Besonderheit dar, da diese marginal erhöht werden muss. Dies liegt daran, dass die Funktion G_2 für die ursprüngliche Integrationsgrenze ohne die geringfügige Erhöhung in einigen Fällen nicht lösbar ist, wodurch sich fehlerhafte Werte ergeben (Bild 3-5). Das Problem entsteht durch die Wurzel des zweiten Terms. Darüber hinaus kann es bei einigen Kombinationen der Rissöffnung und -gleitung zu negativen Ausdrücken kommen. Durch eine geringe Erhöhung der unteren Integrationsgrenze wird dieser Umstand umgangen, ohne dass ein wesentlicher Einfluss auf das Endergebnis entsteht.

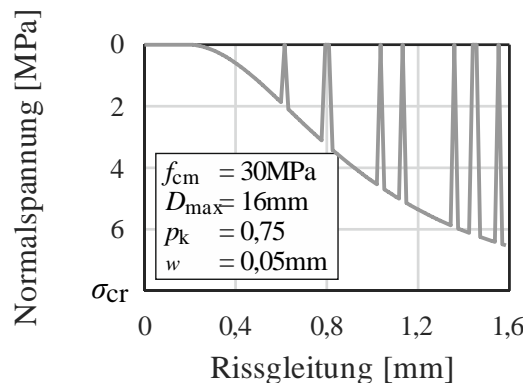


Bild 3-5 Normalspannungsverlauf in Abhängigkeit von der Rissgleitung ohne Anpassung der unteren Integrationsgrenze in Gl. (3.8)

Nachdem die Summe der Kontaktflächen berechnet wurde, ist es möglich, die Rissspannungen, die auf einer Einheitsfläche wirken, zu berechnen (Gln. (3.15) und (3.16)).

$$\sigma_{cr} = \sigma_{pu} \cdot (A_x - \mu \cdot A_y) \quad (3.15)$$

$$\tau_{cr} = \sigma_{pu} \cdot (A_y + \mu \cdot A_x) \quad (3.16)$$

Im letzten Schritt wurden der Rissreibungsbeiwert μ und die Fließspannung der Zementmatrix σ_{pu} an Versuchswerten kalibriert. Aufgrund eines Fehlers bei der Herleitung der F -Funktion kam es zu einer Korrektur, in der auch die beiden empirischen Werte μ und σ_{pu} nochmals angepasst wurden (Gln. (3.17) und (3.18)) [7]. In Gleichung (3.18) geht die Würfeldruckfestigkeit des Betons ein. Diese ergibt sich nach *Schnell* und *Lock* [42] aus der Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} geteilt durch 0,8.

$$\mu = 0,4 \quad (3.17)$$

$$\sigma_{pu} = 6,39 \cdot f_{c,cube}^{0,56} \quad (3.18)$$

mit: $f_{c,cube} = \frac{f_{cm}}{0,8}$ [42]

Das Ergebnis der gemittelten projizierten Flächen der Gln. (3.5) – (3.8) wird nun in die Gln. (3.15) und (3.16) eingesetzt, um die Spannungen senkrecht und parallel zur Rissebene berechnen und grafisch darstellen zu können (Bild 3-6). Die Integration erfolgt aufgrund des hohen Komplexitätsgrades der Funktionen numerisch in 100 Schritten, wodurch eine ausreichende Genauigkeit erzielt wird. Die Formeln wurden beispielhaft für einen Größtkorndurchmesser $D_{max} = 16$ mm und einen Kornanteil am Gesamtvolumen $p_k = 0,75$ ausgewertet. Die gestrichelten Graphen zeigen die Normalspannung σ_{cr} und Schubspannung τ_{cr} bei konstanter Rissöffnung, wie sie auch von *Walraven* angegeben wurden. Die durchgezogenen Graphen geben die Werte für τ_{cr} und σ_{cr} mit einem konstanten Verhältnis zwischen der Rissöffnung und -gleitung wieder. Zusätzlich wurde eine initiale Rissöffnung von $w_0 = 0,025$ mm angenommen. Es fällt auf, dass die Schubspannung deutlich höher als die Normalspannung ist. Dies hängt mit den Kontaktflächen zusammen, wie in Bild 3-3 gezeigt. Die projizierte Fläche in Bewegungsrichtung ist in der Regel größer als senkrecht dazu.

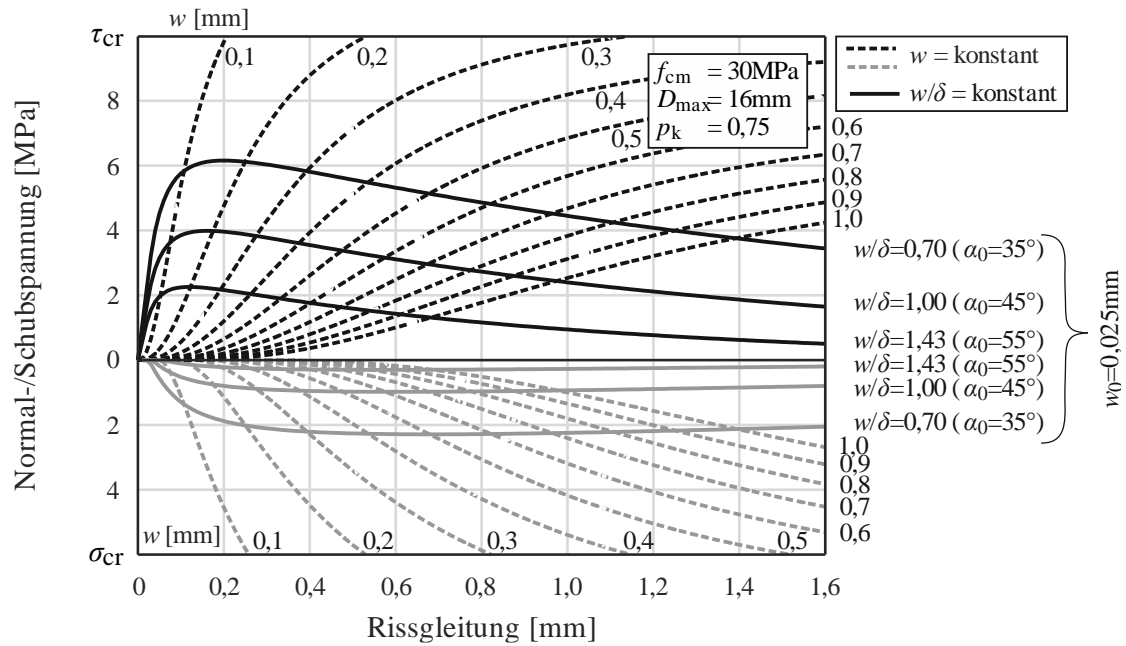


Bild 3-6 Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} in Abhängigkeit von der Rissgleitung δ auf einer Einheitsfläche von 1 mm^2 und w/δ für $w_0 = 0,025 \text{ mm}$

Abschließend wird darauf hingewiesen, dass zwischen der Dissertation von *Walraven* [41] und seiner späteren Veröffentlichung [7] Diskrepanzen bestehen. Diese wurden von *Faron* [18] aufgezeigt.

3.2 Zwei-Phasen-Modell nach Ulaga

Die grundsätzlichen Annahmen des *Zwei-Phasen-Modells* nach *Ulaga* [43] stimmen mit denen von *Walraven* überein, die im Kapitel 3.1 aufgelistet sind. Es wurden jedoch einige Anpassungen durch *Ulaga* vorgenommen, die im weiteren Verlauf beschrieben werden.

Materialverhalten

Ulaga nimmt für das Materialverhalten ebenfalls ein starr-ideal plastisches Materialverhalten an. Die plastische Verformung der Zementmatrix wird bei der Herleitung der Kontaktfläche berücksichtigt (Bild 3-7). Eine Anfangsrissbreite w_0 wird nicht berücksichtigt. Die maximal übertragbare Normalspannung σ_{pu} (Gl. (3.19)) und Schubspannung τ_{pu} (Gl. (3.20)) im Riss ermittelt *Ulaga* an einem Spannungskreis.

$$\sigma_{pu} = \frac{f_{cm}}{\mu^2 + 1} \tag{3.19}$$

$$\tau_{pu} = \mu \cdot \sigma_{pu} = \mu \cdot \frac{f_{cm}}{\mu^2 + 1} \tag{3.20}$$

Kräftegleichgewicht am Korn

Wie beim ursprünglichen Modell von *Walraven* wirken auch hier die Spannungen parallel und senkrecht zu der kreisrunden Kontaktfläche zwischen dem Korn und der Zementmatrix. Aus den Spannungen lassen sich in Abhängigkeit vom Korndurchmesser D und dem Kontaktwinkel φ die lokalen Kräfte auf das Korn ermitteln (Gln. (3.21) und (3.22)). Diese lokalen Kräfte können in globale Koordinaten umgerechnet werden (Gln. (3.23) und (3.24)).

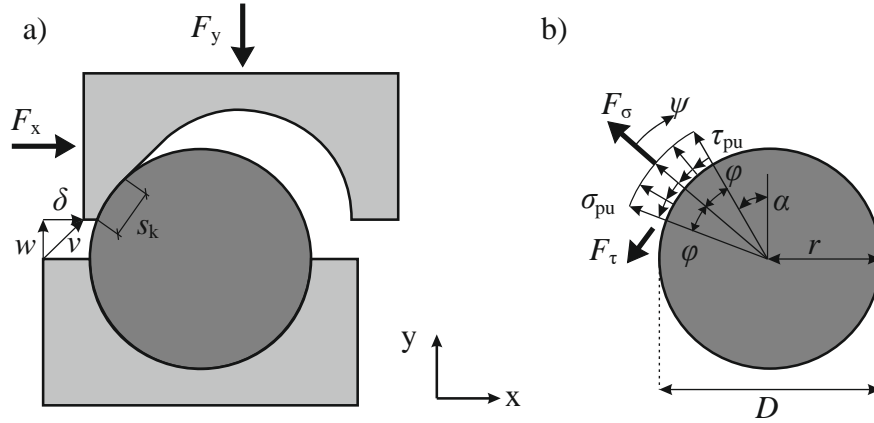


Bild 3-7 Kräftegleichgewicht am einzelnen Korn nach *Ulaga* [43]

$$F_{\sigma} = \int_{-\varphi}^{\varphi} \frac{D}{2} \cdot \cos \psi \cdot \sigma_{pu} d\psi + \int_{-\varphi}^{\varphi} \frac{D}{2} \cdot \sin \psi \cdot \tau_{pu} d\psi = D \cdot \sigma_{pu} \cdot \sin \varphi \quad (3.21)$$

$$F_{\tau} = \int_{-\varphi}^{\varphi} \frac{D}{2} \cdot \cos \psi \cdot \tau_{pu} d\psi + \int_{-\varphi}^{\varphi} \frac{D}{2} \cdot \sin \psi \cdot \sigma_{pu} d\psi = D \cdot \tau_{pu} \cdot \sin \varphi \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} F_x(\varphi) &= F_{\sigma} \cdot \sin(\alpha + \varphi) + F_{\tau} \cdot \cos(\alpha + \varphi) \\ &= D \cdot \sigma_{pu} \cdot \sin \varphi \cdot (\sin(\alpha + \varphi) + \mu \cdot \cos(\alpha + \varphi)) \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} F_y(\varphi) &= F_{\sigma} \cdot \cos(\alpha + \varphi) - F_{\tau} \cdot \sin(\alpha + \varphi) \\ &= D \cdot \sigma_{pu} \cdot \sin \varphi \cdot (\cos(\alpha + \varphi) - \mu \cdot \sin(\alpha + \varphi)) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Mittlerer Kontaktwinkel

Beim Beitrag eines Kornes zur Spannungsübertragung nimmt *Ulaga* einen anderen Ansatz als *Walraven* an. Zum einen wird davon ausgegangen, dass die Rissöffnung und -gleitung simultan auftreten, was als schiefe Rissöffnung bezeichnet wird. Diese wird durch einen Richtungsvektor $v = w/\delta$ mit der Neigung α beschrieben (Bild 3-8). Zum anderen setzt *Ulaga* nicht wie *Walraven* die projizierten Kontaktflächen a_x und a_y (Bild 3-3), sondern die Kontaktlänge s_k zwischen der Zementmatrix und dem Korn an. Außerdem wird die plastisch verformte Zementmatrix berücksichtigt und damit die Belastungsgeschichte.

Mit diesen Annahmen wurden die Phasen des Kontakts definiert (Bild 3-8). Der 1. Fall beschreibt das Entstehen des Risses, wobei noch keine Risskinematik vorliegt. Tritt eine Rissöffnung und -gleitung auf, beginnt der 2. Fall des Kontakts. Dieser ist so lange gültig, bis punktueller Kontakt vorliegt, der durch die maximale Länge des Vektors v_{sup} definiert ist. Wird dieser Wert überschritten, tritt der 3. Fall ein. Es liegt kein Kontakt zwischen dem Korn und der Zementmatrix vor. Damit ist keine Spannungsübertragung vorhanden.

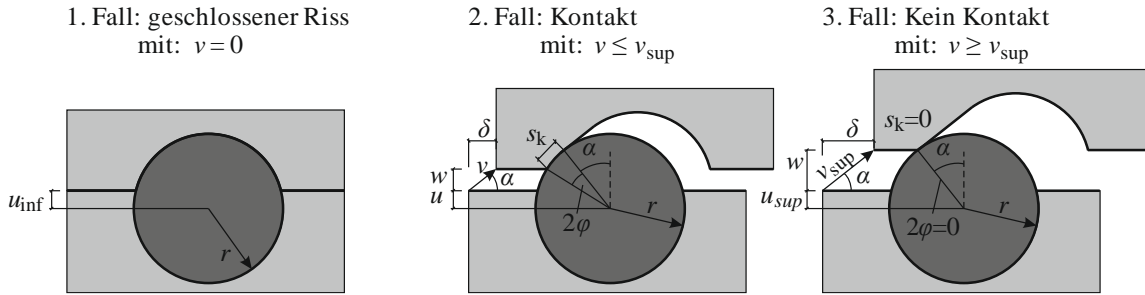


Bild 3-8 Drei Fälle des Kontakts nach *Ulag* [43]

Aus den voranstehenden Erläuterungen ist alleinig der 2. Fall von Interesse, da im 1. Fall keine Verformung und im 3. Fall kein Kontakt vorliegt. Darüber hinaus ist keine Fallunterscheidung wie bei *Walraven* erforderlich, da die Rissgleitung und -öffnung simultan wachsen und das Verhältnis als konstant angenommen wird. Damit lässt sich der Kontaktwinkel aus der Geometrie bestimmen (Gl. (3.25)).

$$\varphi(u) = \frac{1}{2} \cdot \arcsin \left(\sqrt{1 - \left(2 \cdot \frac{w+u}{D} \right)^2} \cdot \cos \alpha - \left(2 \cdot \frac{w+u}{D} \right) \cdot \sin \alpha \right) \quad (3.25)$$

Wird dieser Ausdruck über die möglichen Einbindetiefen von u_{inf} bis u_{sup} integriert und mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion p nach Gl. (3.27) multipliziert, so kann der mittlere Kontaktwinkel nach Gl. (3.26) für beliebige Korndurchmesser D ermittelt werden. Die Funktion p beschreibt die auftretende Wahrscheinlichkeit der Einbindetiefe u für ein Korn mit dem Radius r , die bereits in der Herleitung von *Walraven* eingeführt wurde [7], [41]. Die Berechnung für die maximale Einbindetiefe u_{sup} wurde durch den Term $(-w)$ ergänzt und weicht von *Ulagas* Formel ab, denn dieser Wert hängt zwangsläufig von der Risskinematik ab ([43], Gl. (4.20)). Dies wird in *Guidottis* Modellherleitung [44] (Gl. (3.35)) ersichtlich, in dem dieser Term berücksichtigt wird.

$$\bar{\varphi}(D) = p(u) \cdot \int_{u_{inf}}^{u_{sup}} \varphi(u) du \quad (3.26)$$

$$p(u) = \frac{1}{r} = \frac{2}{D} \quad (3.27)$$

$$\text{mit: } u_{\text{sup}} = \frac{D}{2} \cdot \cos \alpha + (-w) \quad u_{\text{inf}} = 0$$

Summe der Spannungsübertragung

Abschließend werden die Rissreibungsspannungen innerhalb der Einheitsfläche berechnet. Hierfür ist es erforderlich, die Integrationsgrenzen zu definieren. Diese ergeben sich aus den minimalen und maximalen Korngrößen, die bei der Spannungsübertragung mitwirken. Das Maximum entspricht dem Größtkorndurchmesser D_{max} . Das Minimum wird ermittelt, indem der Ausdruck für den Kontaktwinkel nach dem Korndurchmesser umgestellt wird (Gl. (3.28)). Die Einbindetiefe wird hierbei zu Null gesetzt und die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion p der Zuschlagskörner einbezogen.

$$\varphi(D) = 0 \rightarrow D_{\text{min}} = 2 \cdot w \cdot \sqrt{1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{2 \cdot w}{\cos \alpha} \quad (3.28)$$

Die Berechnung der mittleren Spannungen erfolgt identisch zu dem Vorgehen von *Walraven*. Es wird aus der Multiplikation der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion und den mittleren Kräften an einem Korn das Integral über die Korndurchmesser gebildet, die einen Beitrag zur Kraftübertragung leisten. Damit ergeben sich für die übertragenen Rissspannungen die Gln. (3.29) und (3.30). Die F -Funktion und damit die Kornverteilung entsprechen der Gl. (3.13).

$$\sigma_{cr} = \frac{4 \cdot p_k}{\pi} \cdot \int_{D_{\text{min}}}^{D_{\text{max}}} \frac{F(D)}{D^2} F_y \cdot \{\bar{\varphi}(D)\} dD \quad (3.29)$$

$$\tau_{cr} = \frac{4 \cdot p_k}{\pi} \cdot \int_{D_{\text{min}}}^{D_{\text{max}}} \frac{F(D)}{D^2} F_x (\bar{\varphi}(D)) dD \quad (3.30)$$

Die übertragenen Rissspannungen können für vorgegebene Werte (f_{cm} , p_k , α) grafisch dargestellt werden. In Bild 3-9 sind die Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} über die Risskinematik v aufgetragen. Durch die bereits erläuterte Anpassung der maximalen Einbindetiefe für ein Korn u_{sup} kommt es zu deutlichen Abweichungen der übertragenen Riss Schubspannungen im Vergleich zu den Spannungen mit der Integrationsgrenze nach *Ulaga*. Der Einfluss auf die Normalspannungen im Riss ist untergeordnet.

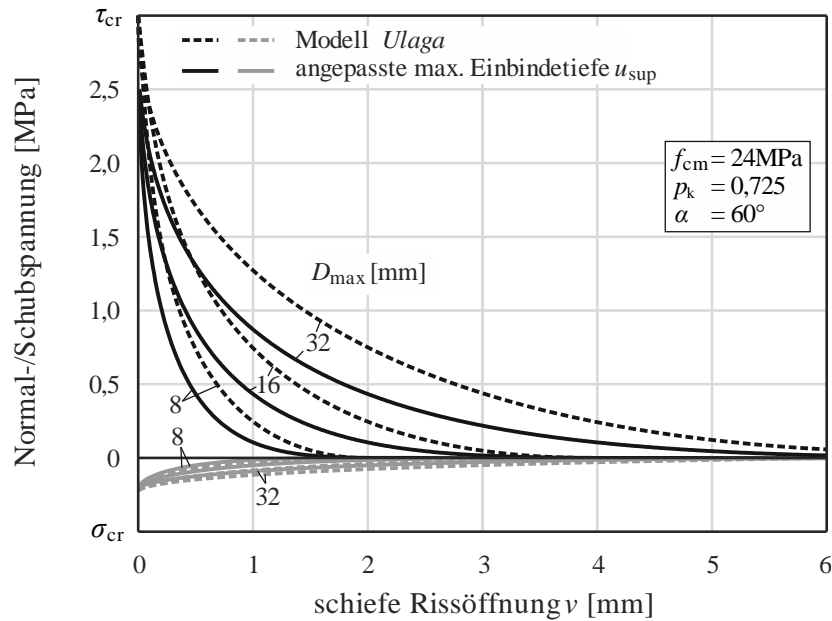


Bild 3-9 Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} in Abhängigkeit von der schiefen Rissöffnung $v = w/\delta$ und des Korndurchmessers für $\alpha = 60^\circ$. Vergleich des Ansatzes von *Ulaga* [43] mit und ohne Anpassung der maximalen Einbindtiefe u_{sup} (Gl. (3.27)) für die Größtkorndurchmesser D_{max} von 8, 16 und 32 mm

3.3 Zwei-Phasen-Modell nach Guidotti

Auch das Modell von *Guidotti* [44] baut auf dem ursprünglichen *Zwei-Phasen-Modell* auf und beruht damit auf den Grundannahmen, die *Walraven* getroffen hatte. Das verwendete Materialverhalten und auch der probabilistische Ansatz bleiben bestehen. Es wird aber, wie bei *Ulaga* [43], die Belastungsgeschichte überarbeitet, indem die plastischen Verformungen der Zementmatrix bei der Berechnung der Kontaktfläche einbezogen werden. Zusätzlich zu der simultanen Rissöffnung und -gleitung wird das Modell um eine initiale Rissöffnung w_0 erweitert. Diese wird explizit bei der Herleitung berücksichtigt. Das Kräftegleichgewicht am Korn ist ebenfalls identisch zu der Herleitung von *Walraven*, weshalb darauf nachfolgend nicht näher eingegangen wird.

Kontaktfläche eines beliebigen Kornes

Guidotti [44] definiert bei der Herleitung seines Modells sieben Kontaktfälle. Diese lassen sich auf vier wesentliche Fälle des Kontakts von Körnern zur Zementmatrix reduzieren. (Bild 3-10). Hierbei werden die Fälle des Erst- und Letztkontakts sowie der Separationsphase, bei der kein Kontakt mehr zwischen den beiden Phasen vorliegt, gestrichen.

1. Fall: Initiale Rissöffnung

Die erste Phase beschreibt die Rissbildung. Hierbei entsteht eine initiale Rissöffnung w_0 . Während dieser Phase tritt keine Rissgleitung auf, weshalb keine Kontaktpunkte zwischen der Zementmatrix und dem Zuschlagskorn vorhanden sind.

2. Fall: Zunehmender Kontakt

Nachdem die initiale Rissöffnung w_0 erreicht ist, beginnt eine schiefe Rissöffnung unter einem Winkel α_0 , in der die Rissöffnung und -gleitung simultan stattfinden. Die zweite Phase beginnt, sobald die schiefe Rissöffnung v_{inf} zu einem punktuellen Kontakt führt. Ab diesem Zeitpunkt nimmt die Kontaktfläche mit zunehmender Risskinematik zu.

3. Fall: Maximaler Kontakt

Da *Guidotti*, wie auch *Uлага* [43], die plastische Verformung der Zementmatrix berücksichtigen, sind mit der schiefen Rissöffnung v_{max} auch die maximalen Kontaktflächen a_x und a_y erreicht. Unter diesen Randbedingungen überträgt das Korn die maximalen Kräfte.

4. Fall: Abnehmender Kontakt

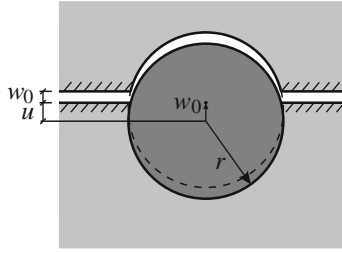
Sobald der maximale Kontakt erreicht wurde, nimmt mit zunehmender Risskinematik die Kontaktfläche ab. Die vierte Phase ist abgeschlossen, wenn nur noch punktueller Kontakt vorliegt, also die schiefe Rissöffnung v_{sup} erreicht ist. Ab diesem Punkt ist keine Kraftübertragung über das Korn mehr möglich.

Aus den beschriebenen Kontaktfällen und der angesetzten Risskinematik von *Guidotti* kann, wie auch bei *Walraven*, eine Fallunterscheidung vorgenommen werden. Der Fall A stellt den zunehmenden Kontakt dar, der zwischen dem zweiten und dritten Kontaktfall liegt. Dieser tritt ein, wenn die Risskinematik über der initialen Rissöffnung liegt. Der Fall B bezieht den abnehmenden Kontakt zusätzlich zu dem Fall A ein, der zwischen dem dritten und vierten Kontaktfall eingeordnet werden kann. Dieser liegt vor, wenn die Größe der Risskinematik die initiale Rissöffnung übersteigt.

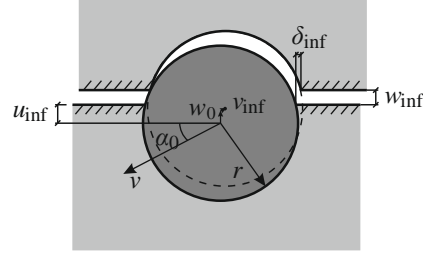
Die Zuschlagskörner müssen nach den beschriebenen Fällen des zunehmenden und abnehmenden Kontakts eingeteilt werden. Dafür werden die Grenzwerte D_1 , D_2 und D_3 aus den geometrischen Randbedingungen hergeleitet (Gln. (3.31), (3.32) und (3.33)).

3 Rissreibungsmodelle

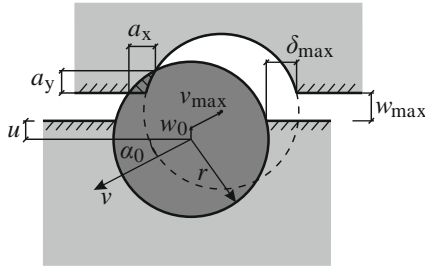
1. Fall: Initiale Rissöffnung
mit: w_0



2. Fall: Zunehmender Kontakt
mit: $v = v_{inf}$



3. Fall: Maximaler Kontakt
mit: $v = v_{max}$



4. Fall: Abnehmender Kontakt
mit: $v = v_{sup}$

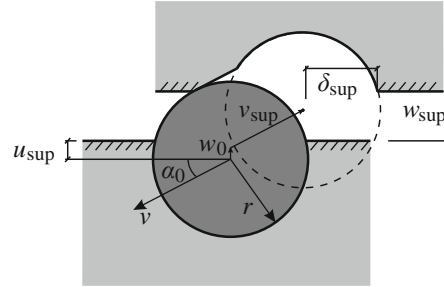


Bild 3-10 Die 4 Fälle der Risskinematik nach *Guidotti* [44]

$$D_1 = \frac{w^2 + \delta^2}{\delta} \leq D_{\max} \quad (3.31)$$

$$D_2 = \frac{w^2 + \delta^2}{w \cdot \cos \alpha_0 - \delta \cdot \sin \alpha_0} \leq D_{\max} \quad (3.32)$$

$$D_3 = 2 \cdot \frac{\delta \cdot \tan \alpha_0 + w_0}{\cos \alpha_0} \leq D_{\max} \quad (3.33)$$

Des Weiteren werden noch die Grenzwerte für die Einbindetiefen der Körner benötigt. Diese werden in zwei Fällen unterschieden. Im ersten Fall wird der zunehmende Kontakt berücksichtigt, wobei es sich um punktuellen Erstkontakt handelt (Gl. (3.34)). Diese Gleichung entspricht der Gl. (3.14) nach *Walraven*, konnte jedoch vereinfacht werden. Im zweiten Fall wird der abnehmende Kontakt betrachtet, bei dem der punktuelle Letztkontakt ermittelt wird (Gl. (3.35)). Bei der Gl. (3.35) für die maximale Einbindetiefe u_{sup} handelt es sich um die korrigierte Form des Ansatzes nach *Uлага*.

$$u_{inf} = \frac{1}{2} \cdot \left(\delta \cdot \sqrt{\frac{D^2 - w^2 - \delta^2}{w^2 + \delta^2}} - w \right) \quad (3.34)$$

$$u_{\text{sup}} = \frac{D}{2} \cdot \cos \alpha_0 - w \quad (3.35)$$

Summe der Kontaktflächen innerhalb der Rissebene

Im letzten Schritt wird die Gesamtheit der Flächen in x - und y -Richtung für alle Korndurchmesser ermittelt. Dafür wird die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit der mittleren Kontaktfläche eines Kornes über alle möglichen Korngrößen integriert. Die Fallunterscheidung erfolgt durch den Fall A, bei dem die schiefe Rissöffnung kleiner als die initiale Rissöffnung w_0 ist und nur zunehmender Kontakt vorhanden ist (Gln. (3.36) und (3.37)). Im Fall B liegt eine Kombination von zunehmendem und abnehmendem Kontakt vor. Die Unterteilung der Körner in die entsprechenden Kontaktfälle erfolgt in Abhängigkeit der Korndurchmesser (Gln. (3.38) und (3.39)). Die F -Funktion nach *Guidotti* (Gl. (3.44)) weist im Vergleich zum Ansatz von *Walraven* (Gl. (3.13)) zusätzliche Faktoren auf.

Fall A: $v < w_0$

$$A_y = p_k \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \int_{D_1}^{D_{\max}} F(D) \cdot G_1(\delta, w, D) dD \quad (3.36)$$

$$A_x = p_k \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \int_{D_1}^{D_{\max}} F(D) \cdot G_2(\delta, w, D) dD \quad (3.37)$$

Fall B: $v > w_0$

$$A_y = p_k \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \left(\int_{D_2}^{D_{\max}} F(D) \cdot G_1(\delta, w, D) dD + \int_{D_3}^{D_2} F(D) \cdot G_3(\delta, w, D) dD \right) \quad (3.38)$$

$$A_x = p_k \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \left(\int_{D_2}^{D_{\max}} F(D) \cdot G_2(\delta, w, D) dD + \int_{D_3}^{D_2} F(D) \cdot G_4(\delta, w, D) dD \right) \quad (3.39)$$

Mit:

$$G_1(\delta, w, D) = \frac{1}{D^3} \cdot \left(\delta \cdot u_{\text{inf}} \cdot \sqrt{\frac{D^2}{w^2 + \delta^2} - 1} - w \cdot u_{\text{inf}} - u_{\text{inf}}^2 \right) \quad (3.40)$$

$$G_2(\delta, w, D) = \frac{1}{D^3} \left[\left(\delta - \sqrt{D^2 - (w^2 + \delta^2)} \cdot \frac{w}{\sqrt{w^2 + \delta^2}} \right) \cdot u_{\text{inf}} \right. \\ \left. + (w + u_{\text{inf}}) \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - (w + u_{\text{inf}})^2} - w \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - w^2} \right. \\ \left. + \frac{D^2}{4} \cdot \arcsin\left(2 \cdot \frac{w + u_{\text{inf}}}{D}\right) - \frac{D^2}{4} \cdot \arcsin\left(2 \cdot \frac{w}{D}\right) \right] \quad (3.41)$$

$$G_3(\delta, w, D) = \frac{1}{D^3} \cdot \left(\frac{D}{2} \cdot \cos \alpha_0 - w \right)^2 \quad (3.42)$$

$$G_4(\delta, w, D) = \frac{1}{D^3} \cdot \left(\frac{D^2}{4} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \left\{ \alpha_0 + \arcsin\left(\frac{2 \cdot w}{D}\right) \right\} + \cos \alpha_0 \cdot \sin \alpha_0 \right] \right. \\ \left. - D \cdot \sin \alpha_0 \cdot \left(\frac{D}{2} \cdot \cos \alpha_0 - w \right) - w \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - w^2} \right) \quad (3.43)$$

$$F(D) = 0,53916 \cdot x^{0,5} - 0,21429 \cdot x^4 - 0,06818 \cdot x^6 - 0,0375 \cdot x^8 - 0,02467 \cdot x^{10} \\ - 0,01783 \cdot x^{12} - 0,01367 \cdot x^{14} - 0,01092 \cdot x^{16} - 0,00337 \cdot x^{18} \quad (3.44)$$

mit: $x = \frac{D}{D_{\text{max}}}$

Es zeigt sich, dass die F -Funktion von *Guidotti* nicht gänzlich mit dem Ansatz von *Walraven* (Gl. (3.13)) übereinstimmt. Es wurden mehr Faktoren bei der Taylorreihe ermittelt, deren Einfluss aber für den Bereich $0 < D < 0,8 \cdot D_{\text{max}}$ vernachlässigbar ist (Bild 3-11). Für Körner oberhalb von $0,8 \cdot D_{\text{max}}$ steigt der Einfluss deutlich an, wonach der Ansatz von *Guidotti* genauer ist.

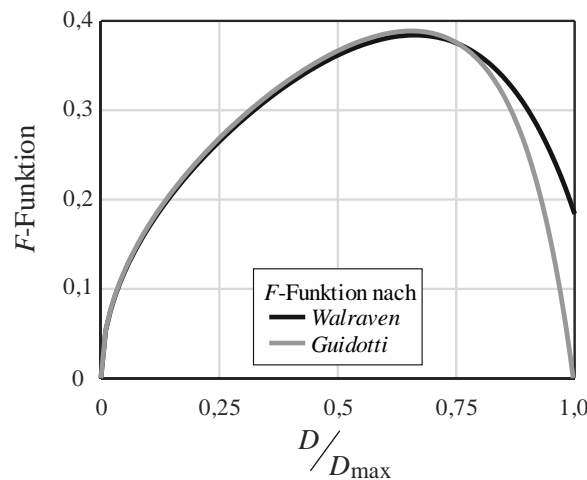


Bild 3-11 Vergleich der F -Funktionen nach *Walraven* und *Guidotti*

Nachdem die Kontaktflächen ermittelt wurden, können die Rissspannungen tangential und orthogonal zur Rissfläche (Gln. (3.45) und (3.46)) berechnet und grafisch dargestellt werden (Bild 3-12). Für die Materialparameter μ und σ_{pu} (Gln. (3.17) und (3.18)) sowie den Anteil des Kornvolumens p_k werden die Werte von *Walraven* verwendet.

$$\sigma_{cr} = \sigma_{pu} \cdot (A_x - \mu \cdot A_y) \quad (3.45)$$

$$\tau_{cr} = \sigma_{pu} \cdot (A_y + \mu \cdot A_x) \quad (3.46)$$

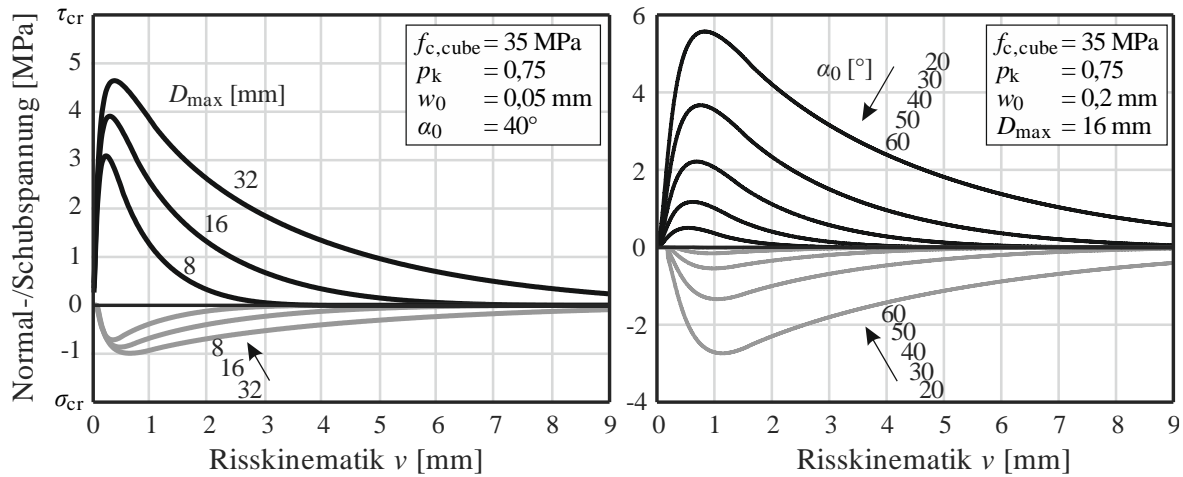


Bild 3-12 Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} in Abhängigkeit von der Risskinematik v für verschiedene Größtkorndurchmesser D_{max} (links) und Verformungsrichtungen α_0 (rechts)

3.4 Raue-Risse-Modell nach Bažant und Gambarova

Ein weiteres Modell zur Beschreibung der Übertragung von Spannungen in Rissen entwickelten *Bažant* und *Gambarova* [45] mit dem *Raue-Risse-Modell* (original: „*Rough Crack Model*“). Hierin wurde zwischen der Risskinematik und den übertragenen Spannungen ein Zusammenhang angenommen, wie schon zuvor von *Walraven*. Die Idee des Ansatzes basiert auf einem Zahnmodell (Bild 3-13 b), das die reale Rissoberfläche idealisiert (Bild 3-13 a). Hierbei handelt es sich um eine einfache Rissmorphologie, an der bestimmte Eigenschaften eines Risses hergeleitet werden können. Die Zähne weisen ein linear-elastisches Materialverhalten auf. Deren Steifigkeit wird in Abhängigkeit von der Zahngeometrie bestimmt. Für eine allgemeine unregelmäßige Rissoberfläche können gewichtete Summen der Spannungsverläufe gebildet werden, sodass sich die Risskinematik-Spannungs-Beziehung in einem Diagramm darstellen lässt (Bild 3-13 c). Den Quellen konnte jedoch nicht entnommen werden, ob bei der Herleitung mechanische Ansätze verwendet wurden oder ob reine Empirie als Grundlage genutzt wurde.

Bei der Herleitung des *Raue-Risse-Modells* wurden Eigenschaften aufgestellt, die für Risse allgemein gelten und als Grundannahmen verstanden werden können. Diese beschreiben das

Verhalten der Risse bei Variation der Rissöffnung oder -gleitung. Sie setzen Grenzwerte, um Singularitäten und unrealistische Spannungswerte zu vermeiden.

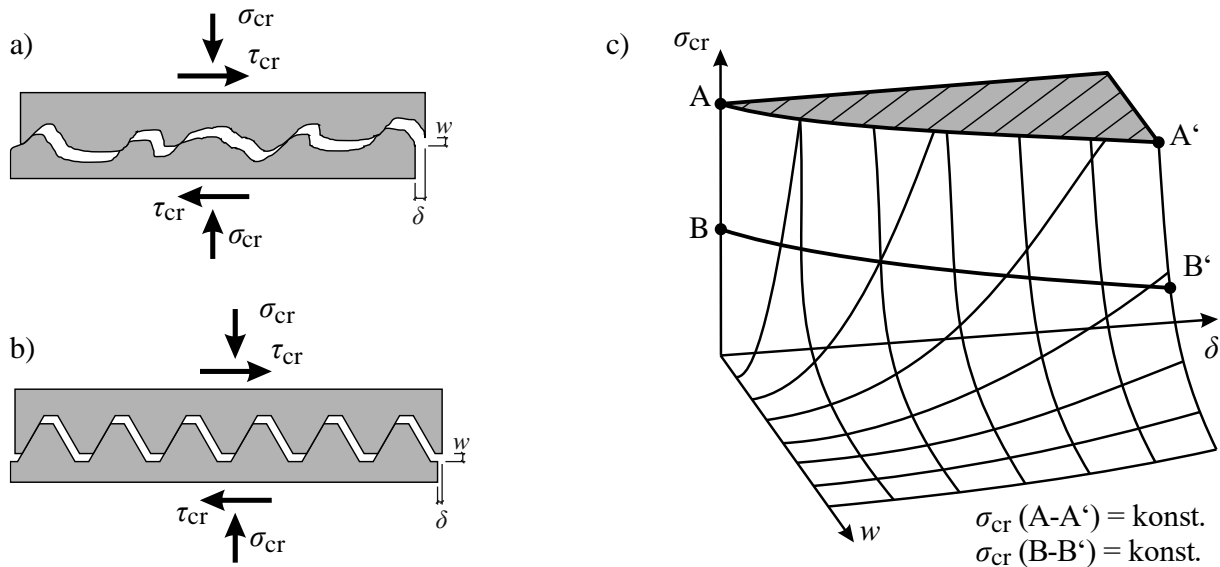


Bild 3-13 a) Realer Rissverlauf; b) Morphologie des *Raue-Risse-Modells*; c) Risskinematik-Spannungs-Beziehung für einen allgemeinen unregelmäßigen Riss [45]

In einer späteren Veröffentlichung von *Gambarova und Karakoç* [46] kam es zu einer Überarbeitung und Optimierung der Berechnung der Rissspannungen, da eine größere Anzahl von Versuchen einbezogen wurde [17], [47], [48]. Die Grundannahmen des Modells [45] blieben bestehen. *Gambarova* änderte jedoch das Modell von einem Zahn- zu einem Kugelmodell, wobei das Korn in die Zementmatrix eingebunden ist. Im Folgenden bleibt die Bezeichnung des *Raue-Risse-Modells* bestehen. *Gambarova* orientierte sich an dem Modell von *Walraven*. Des Weiteren wurde ein probabilistischer Ansatz hinzugefügt, indem die Kornverteilung bei der Spannungsermittlung berücksichtigt wurde.

Aus diesen Beschreibungen und zusätzlichen Versuchsergebnissen konnte ein Formelapparat entwickelt werden, der an verschiedenen Schubversuchen kalibriert wurde. Dabei wurden die Formeln zur Berechnung der Spannungen (Gln. (3.47) und (3.48)) in Abhängigkeit des Verhältnisses der Rissgleitung zur Rissöffnung erstellt. Die maximal übertragbare Schubspannung wird durch eine Asymptote mit der Größe τ_u beschrieben. Der Wert τ_0 ist die Schubspannung, die bei einem geschlossenen Riss übertragbar ist. Die Herleitung der Formeln wurde von *Gambarova* und *Bažant* nicht dokumentiert.

Das optimierte *Raue-Risse-Modell* von *Gambarova* wurde grafisch für verschiedene Kombinationen der Risskinematik ausgewertet und die Rissspannungen in Abhängigkeit der Rissgleitung dargestellt (Bild 3-14).

$$\sigma_{cr} = -a_1 \cdot a_2 \cdot \frac{\delta \cdot \tau_{cr}}{(w^2 + \delta^2)^p} \quad (3.47)$$

$$\tau_{cr} = \tau_u \cdot \frac{\delta}{w} \cdot \frac{a_3 + a_4 \cdot \left| \frac{\delta}{w} \right|^3}{1 + a_4 \cdot \left(\frac{\delta}{w} \right)^4} \quad (3.48)$$

mit: $\tau_u = \tau_0 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{2 \cdot w}{D_{\max}}} \right)$ $\tau_0 = 0,25 \div 0,30 \cdot f_c$

$p = 0,25$ $a_1 \cdot a_2 = 0,62$

$$a_3 = \frac{2,45 \text{ N/mm}^2}{\tau_0} \quad a_4 = 2,44 \cdot \left(1 - \frac{4 \text{ N/mm}^2}{\tau_0} \right)$$

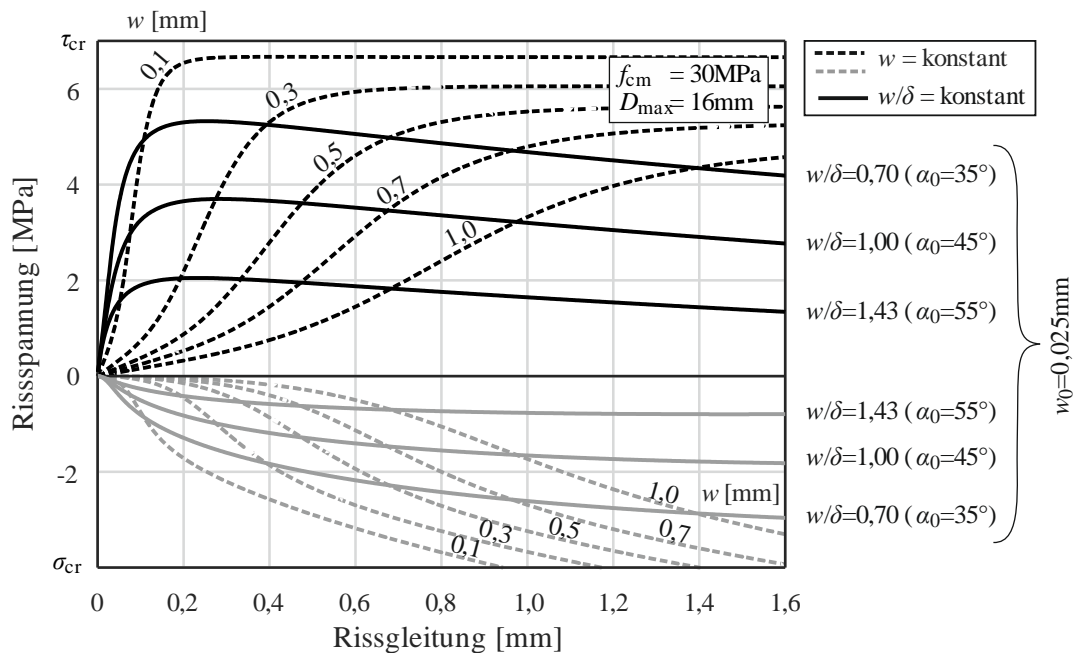


Bild 3-14 Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} in Abhängigkeit von der Rissgleitung δ des Raue-Risse-Modells nach Gambarova [46]

3.5 Kontakt-Dichte-Modell nach Li, Maekawa und Okamura

Li et al. [49] entwickelten das *Kontakt-Dichte-Modell* zur Beschreibung der übertragenen Spannungen in einem Riss. Die Grundidee dieses Ansatzes ist, die Anzahl und Neigung der Kontaktpunkte mittels stochastischer Verteilungen abzuschätzen und damit die Spannungsübertragung bei vorliegender Risskinematik zu ermitteln.

An einem realen Rissverlauf lassen sich die Neigungen θ der Rissoberfläche ermitteln (Bild 3-15). Die Oberflächenneigung kann als Dichtefunktion beschrieben werden, aus der sich die Kontaktflächen ergeben, die zur Spannungsübertragung beitragen.

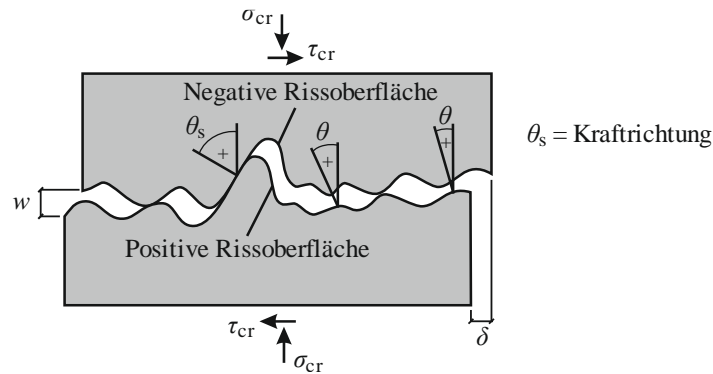


Bild 3-15 Rissoberfläche mit Definition der Neigungen des Rissverlaufs [49]

Grundannahmen des Modells

Bei der Herleitung des Modells wurden nachstehende Annahmen getroffen.

Geometrie der Rissoberfläche

Für die Übertragung von Spannungen sind die Oberflächenbeschaffenheit bzw. die Rauigkeit von besonderer Bedeutung. Die Rauigkeit kann mithilfe der Dichtefunktion beschrieben werden, wobei der Bezug zur Einheitsfläche hergestellt wird. Demnach ergibt sich die tatsächliche Rissoberfläche A_t zu:

$$A_t = \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Omega(\theta) \cdot \cos \theta d\theta \right)^{-1} \quad (3.49)$$

Richtung der Rissspannungen

Treten die positive und negative Rissoberfläche in Kontakt, so werden senkrecht zu der Kontaktfläche Kräfte übertragen (Bild 3-15). Auf der einen Seite wird mit zunehmender Kraftübertragung die Rissoberfläche plastisch verformt. Hierdurch ändert sich die Richtung der Kraft. Auf der anderen Seite wird die Krafttrichtung durch die Reibung an den Kontaktflächen beeinflusst und ändert diese. Nach Meinung von *Li et al.* handelt es sich bei den Richtungsänderungen der beiden genannten Einflüsse um gegensätzliche Größen. Es wird daher angenommen, dass sich diese gegenseitig aufheben und im Gleichgewicht stehen (Gl. (3.50)).

$$\theta_s = \theta \quad (3.50)$$

Diese Annahme bedeutet, dass die Richtung der Kontaktkraftresultierenden der aufgebrachtten Normal- und Schubkraft gleichgerichtet ist und sich diese während der Belastung nicht wesentlich

ändert. Dies konnten *Li et al.* durch Schubversuche bestätigen, bei denen die Rissöffnung konstant gehalten wurde.

Kontaktdichtefunktion

Der namensgebende Ansatz für das *Kontakt-Dichte-Modell* geht auf die Dichtefunktion der Oberflächenneigungen des Risses zurück. *Li et al.* nahmen eine Korrelation zwischen den Neigungen θ und der Rauigkeit der Rissoberflächen mit den Kontaktflächen zur Spannungsübertragung an. Die Oberflächenneigungsdichte wurde für unterschiedliche Korndurchmesser an Rissoberflächen von Spaltzugversuchen ermittelt. Zur Vereinfachung erfolgte die Messung der Neigungen in einem Schnitt der Rissoberfläche. Daraus ließen sich Kontaktdichtefunktionen $\Omega(\theta)$ für die Rissoberflächenneigung erstellen (Bild 3-16 a). Diese sollten durch eine Funktion approximiert werden. Aus realen Dichtegraphen konnte festgestellt werden, dass kein wesentlicher Einfluss des Größtkorndurchmessers auf den Verlauf oder die Amplitude der Dichtefunktionen vorhanden war. So entschlossen sich *Li et al.* einen einfachen Ansatz in Form einer trigonometrischen Funktion zu wählen, bei der der Größtkorndurchmesser außer Acht gelassen wurde (Gl. (3.51), Bild 3-16 a). Hierbei konnten vor allem bei flachen Neigungen erhebliche Differenzen festgestellt werden. Eine Begründung hierfür kann der geringe Beitrag zum Spannungstransfer in flachen Rissabschnitten sein. Von *Li et al.* wurde dies jedoch nicht aufgeklärt. Die Dichtefunktion besitzt ihre Gültigkeit für normalfeste Betone bis zu einer Festigkeit von 50 MPa.

$$\Omega(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \cos(\theta) \quad \text{für } f_{cm} \leq 50 \text{ MPa} \quad (3.51)$$

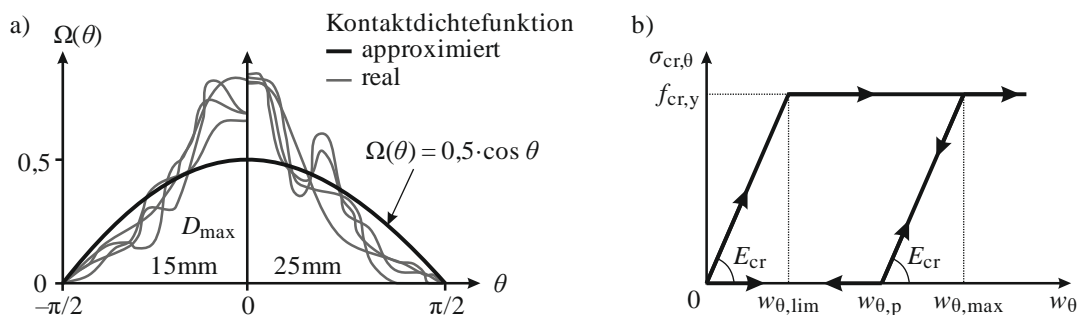


Bild 3-16 a) Kontaktdichtefunktion und b) elasto-plastisches Materialverhalten nach *Li et al.* [49]

Mit der Dichtefunktion ist es möglich, die tatsächliche Rissoberfläche (Gl. (3.49)) in Bezug auf eine Einheitsfläche bzw. Projektionsfläche zu bestimmen (Gl. (3.52)).

$$\begin{aligned}
 A_t &= \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Omega(\theta) \cdot \cos \theta d\theta \right)^{-1} = \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \cdot \cos(\theta) \cdot \cos \theta d\theta \right)^{-1} = 2 \cdot \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(\theta) d\theta \right)^{-1} \\
 &= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} \right)^{-1} = \frac{4}{\pi} = 1,27
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

Die Berechnung des Verhältnisses der tatsächlichen zur projizierten Rissoberfläche stellt eine grobe Schätzung dar, wobei in einer weiteren Versuchsreihe von *Tirassa et al.* [50] ähnliche Werte gemessen wurden. Bei diesen Messungen wurde eine Abhängigkeit von A_t vom Größtkorndurchmesser festgestellt. Weiterhin wurde die Empfehlung zur Einbeziehung der Betondruckfestigkeit abgegeben. Der Größtkorndurchmesser wird an dieser Stelle nicht in die Berechnung einbezogen, jedoch wird dieser an anderer Stelle berücksichtigt. Des Weiteren besitzt der Anteil des Kornvolumens am Gesamtvolumen ebenfalls Einfluss auf die Oberflächenrauigkeit im Riss [51].

Materialverhalten

Das Materialverhalten des Betons wird als elasto-plastisch angenommen. Dabei wird die Spannung in Abhängigkeit der lokalen Druckverformung w_θ (hier: Verformung anstatt Rissöffnung) ermittelt (Bild 3-16 b). Letztere wird als dominanter Parameter angenommen, weshalb die lokale Rissgleitung δ_θ vernachlässigt wird. Die Anwendung des Materialverhaltens im *Kontakt-Dichte-Modell* erfolgt auf Mikroebene an den Kontaktflächen. Liegen positive Druckverformungen vor, verhält sich der Beton bis zu einer definierten Grenzverformung $w_{\theta,lim}$ linear-elastisch. Nachdem diese überschritten wird, beginnt das ideal-plastische Materialverhalten der Zementmatrix. Bei Entlastung verhält sich die Zementmatrix bis zur Rissbreite $w_{\theta,p}$ elastisch, wobei die plastische Verformung irreversibel ist (Bild 3-16 b). Liegen für die Druckverformung negative Werte (öffnend) vor, sind keine Rissspannungen vorhanden (Gl. (3.53)).

$$\sigma_{cr,\theta}(\theta) = \begin{cases} E_{cr} \cdot (w_\theta - w_{\theta,p}) \leq f_{cr,y} & \text{für } w_\theta \geq w_{\theta,p} \\ 0 & \text{für } w_\theta < w_{\theta,p} \end{cases} \tag{3.53}$$

$$\text{mit: } w_{\theta,p} = \begin{cases} w_{\theta,max} - w_{\theta,lim} & \text{für } w_{\theta,max} > w_{\theta,lim} \\ 0 & \text{für } w_{\theta,max} \leq w_{\theta,lim} \end{cases}$$

$$f_{cr,y} = E_{cr} \cdot w_{\theta,lim}$$

$w_{\theta,max} \triangleq$ Maximale Druckverformung orthogonal zur Oberflächenneigung θ

In diesem Materialmodell sind der Elastizitätsmodul der Betonmatrix $E_{cr} (= E_c)$, die elastische Grenzverformung $w_{\theta,lim}$ und die Fließspannung der Betonmatrix $f_{cr,y}$ Materialkonstanten.

Effektiver Kontaktanteil

Der effektive Kontaktanteil $K(w)$ hängt im Wesentlichen von zwei Parametern ab. Zum einen von der Rauigkeit der Rissoberfläche und damit vom Größtkorndurchmesser D_{\max} , denn dadurch besteht erst die Möglichkeit von Kontakt. Zum anderen von der Rissöffnung, denn mit zunehmender Rissöffnung nimmt die Anzahl möglicher Kontakte ab. Diese Einflussparameter wurden zur Berechnung des effektiven Kontaktanteils in Gl. (3.54) einbezogen und durch eine Exponentialfunktion approximiert.

$$K(w) = 1 - e^{-1 - \frac{0,5 \cdot D_{\max}}{w}} \geq 0 \quad (3.54)$$

Berechnung der Spannungsübertragung

Unter Berücksichtigung der vorgestellten Grundannahmen erfolgt die Berechnung der Spannungsübertragung, indem die Spannungen an den Kontaktflächen über die lokalen Oberflächenneigungswinkel integriert werden. Die Ergebnisse der Integration sind die Normal- und Schubspannung im Riss (Gln. (3.55) und (3.56), Bild 3-17). Anders als bei den bisherigen Modellen ist an diesem keine Reduzierung der Rissspannungen mit zunehmender Rissöffnung im relevanten Bereich zu verzeichnen. Die Spannungsreduzierung tritt bei deutlich höherer Risskinematik auf, die nicht dargestellt ist.

$$\sigma_{cr} = g \cdot \left(\begin{array}{l} \frac{-\delta \cdot \sin^3 \beta + w \cdot \cos^3 \beta}{3} - w \cdot \sin \beta + \frac{\delta^2 + 2 \cdot w^2}{3 \cdot \sqrt{w^2 + \delta^2}} \\ + w_{\lim} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) \end{array} \right) \quad (3.55)$$

$$\tau_{cr} = g \cdot \left(\frac{\delta \cdot \sin^3 \beta + w \cdot \cos^3 \beta}{3} - \frac{\delta \cdot w}{3 \cdot \sqrt{w^2 + \delta^2}} + 0,5 \cdot w_{\lim} \cdot \cos^2 \beta \right) \quad (3.56)$$

mit: $g = 0,5 \cdot A_t \cdot E_{cr} \cdot K(w)$

$$A_t \cdot E_{cr} = 436 \cdot f_{cm}^{1/3}$$

$$\beta = \begin{cases} \arcsin \left(\frac{w_{\lim} \cdot \delta + w \cdot \sqrt{w^2 + \delta^2} - w_{\lim}^2}{w^2 + \delta^2} \right) & \delta \geq w_{\lim} \\ \frac{\pi}{2} & \delta < w_{\lim} \end{cases} \quad w_{\lim} = 0,04 \text{ mm}$$

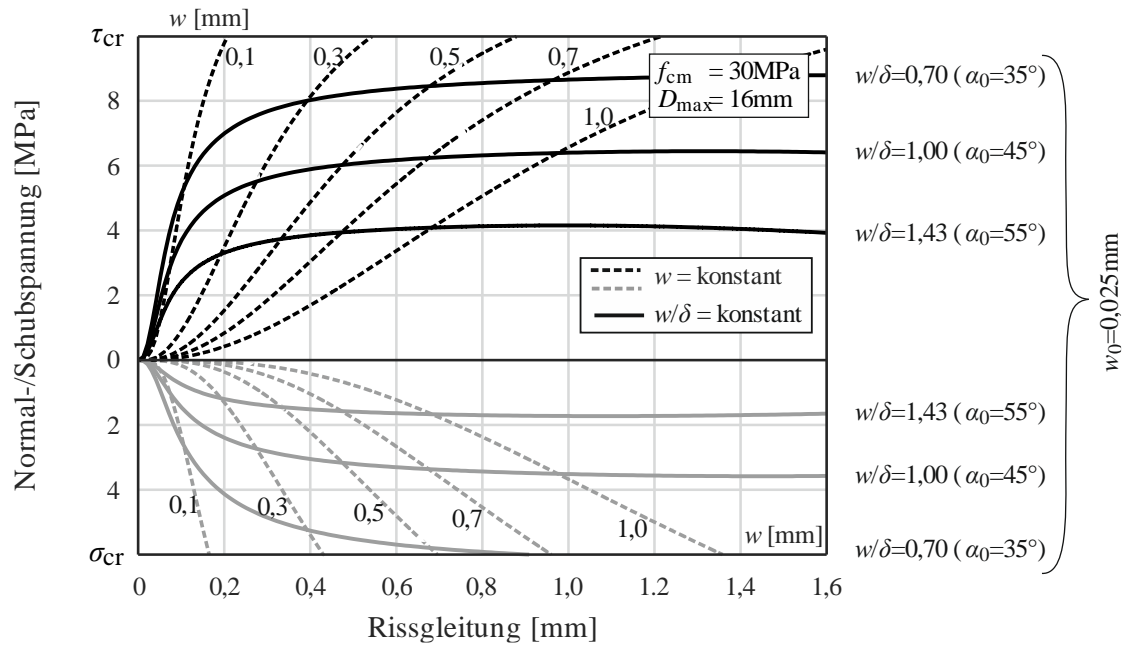


Bild 3-17 Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} in Abhängigkeit von der Rissgleitung δ des *Kontakt-Dichte-Modells* nach Li et al. [49]

3.6 Zwei-Phasen-Modell nach dem fib Model Code 2010

Im *fib Model Code 2010* [2] sind die vereinfachten Formeln des *Zwei-Phasen-Modells* nach Walraven enthalten. Walraven und Reinhardt [47] haben zu ihrer komplexen Berechnung der Rissreibungsspannungen vereinfachte linearisierte Formeln (Gln. (3.57) und (3.58)) entwickelt, die im *MC10* [2] mit angepassten Konstanten übernommen wurden (Bild 3-18). Nach Walraven [7] besitzen diese Formeln für Größtkorndurchmesser von 16 mm bis 32 mm Gültigkeit.

$$\sigma_{cr} = C_f \cdot \left(-0,06 \cdot f_c + \delta \cdot \left[1,35 \cdot w^{-0,63} + f_{cm} \cdot \left(0,242 \cdot w^{-0,55} - 0,19 \right) \right] \right) \quad (3.57)$$

$$\tau_{cr} = C_f \cdot \left(-0,04 \cdot f_c + \delta \cdot \left[1,8 \cdot w^{-0,8} + f_{cm} \cdot \left(0,292 \cdot w^{-0,7} - 0,25 \right) \right] \right) \quad (3.58)$$

mit: $C_f = 1,0$, wenn die Körner nicht brechen

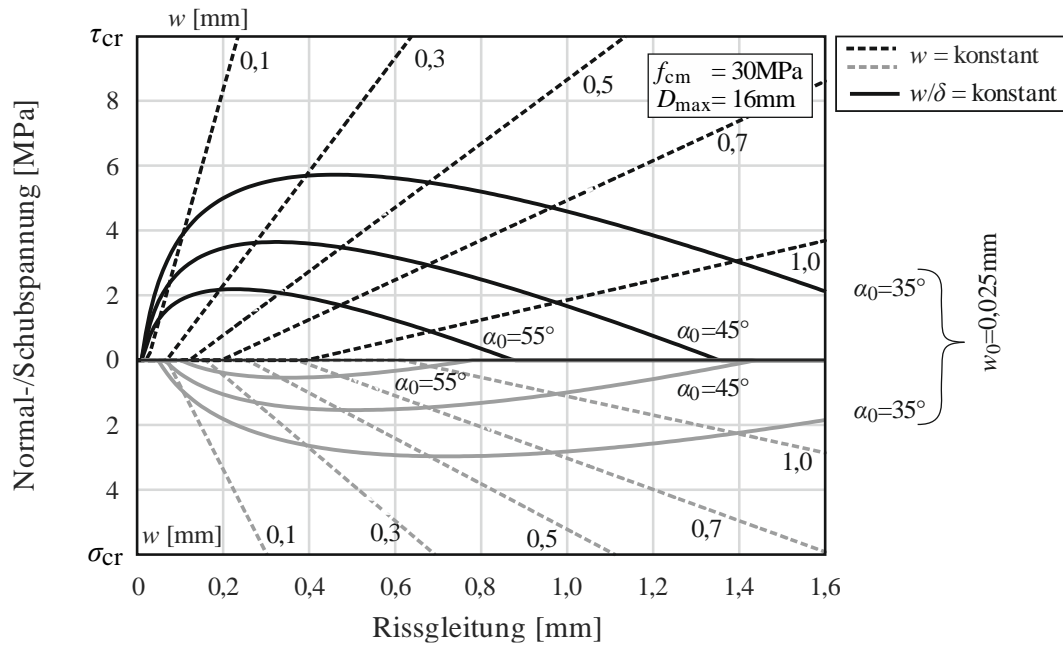


Bild 3-18 Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} in Abhängigkeit von der Rissgleitung δ des vereinfachten *Zwei-Phasen-Modells* gemäß des MC10 [2]

3.7 Zwei-Phasen-Modell nach Cavagnis

Einen weiteren vereinfachten Ansatz zum *Zwei-Phasen-Modell* entwickelten Cavagnis et al. [52] basierend auf dem Ansatz von Walraven. Durch die Vereinfachung sollte der Aufwand der numerischen Integration umgangen und eine geschlossene Lösung angeboten werden. Die Kalibrierung der Formeln erfolgte für schiefe Rissöffnungen, wobei eine Initialrissöffnung berücksichtigt wurde, wie auch nach Guidotti [44]. In dem Formelansatz wurden zwei Erkenntnisse umgesetzt. Die Annahme eines planaren Risses im *Zwei-Phasen-Modell* entspricht nicht der Realität, weshalb eine konstante Erhöhung des Größtkorndurchmessers eingeführt wurde. Des Weiteren wird ein Grenzwert für D_{max} eingeführt, da Körner in hochfesten Betonen brechen und ab einer gewissen Größe keinen weiteren Beitrag zur Rissreibung mehr leisten [53]. Eine weitere Besonderheit im Vergleich zu anderen Modellen ist die Berücksichtigung der Restzugfestigkeit des Betons σ_{res} und damit die Spannungsübertragung in der Bruchprozesszone (Gln. (3.59) und (3.60)). Cavagnis et al. weisen darauf hin, dass ihr Formelansatz unter der Voraussetzung kalibriert wurde, dass eine Initialrissöffnung w_0 und eine schiefe Rissöffnung ν vorliegen. Demnach erfolgte sehr wahrscheinlich eine empirische Ermittlung der Formeln, da keine Herleitung durch Cavagnis et al. veröffentlicht wurde.

In einer späteren Analyse wurde den Gleichungen ein Vorfaktor λ_R durch Tirassa et al. hinzugefügt, der anhand von Push-Off-Tests bestimmt wurde [50]. Hierdurch wird die Rauigkeit der Rissoberfläche bei der Spannungsübertragung einbezogen. Eine Aussage über die Rauigkeit einer Rissoberfläche ist mit einer zweidimensionalen (R_p -) oder einer dreidimensionalen (R_s -) Betrachtung möglich. Beide R -Werte entsprechen dem Verhältnis der tatsächlichen Rissoberfläche zur Grundfläche. In die Berechnung des Rauigkeitsvorfaktors geht die

zweidimensionale Rauigkeit ein, für die jedoch keine Formel zur Verfügung gestellt wurde. Der dreidimensionale Rauigkeitswert der Rissoberfläche R_s (Gl. (3.61)) lässt sich durch die Näherung nach *Huber* [16] ermitteln. Da in der Versuchsserie von *Tirassa et al.* [50] beide Rauigkeitswerte angegeben wurden und zwischen diesen beiden eine starke Korrelation vorlag, wurden diese für eine Auswertung genutzt. Es wurde ein konstanter Zusammenhang angenommen, woraus sich ein Median des Verhältnisses der Rauigkeitswerte \tilde{R} von 1,074 ergab. Damit konnte eine einfache Annäherung für die zweidimensionale Rauigkeit R_p mit Gl. (3.62) genutzt werden.

Die grafische Auswertung der Rissspannungen nach *Cavagnis et al.* (Bild 3-19) wird aus Gründen der Vergleichbarkeit ohne rissübergreifende Zugspannungen σ_{res} dargestellt.

$$\sigma_{cr} = \sigma_{res} - \lambda_R \cdot \sqrt{f_{cm}} \cdot \frac{400 \cdot \bar{\delta}^{7/3}}{(40 \cdot \bar{w})^{3+40\bar{\delta}}} \quad (3.59)$$

$$\tau_{cr} = \lambda_R \cdot \sqrt{f_{cm}} \cdot \frac{35 \cdot \bar{\delta}^{4/3}}{(40 \cdot \bar{w})^{1,8+40\bar{\delta}}} \quad (3.60)$$

mit:
$$\sigma_{res} = f_{ctm} \cdot \left(1 - \left(\frac{w}{w_{cr}} \right)^{0,31} \right) \geq 0$$

$$\bar{\delta} = \frac{\delta}{d_{dg}} \quad \bar{w} = \frac{w}{d_{dg}} \quad w_{cr} = G_f / f_{ct}$$

$$G_f = 0,073 \cdot f_c^{0,18} \quad \text{nach fib Model Code 2010 [2]}$$

$$d_{dg} = \min \begin{cases} 40 \text{ mm}; 16 \text{ mm} + D_{\max} & \text{für } f_{cm} \leq 60 \text{ MPa} \\ 40 \text{ mm}; 16 \text{ mm} + D_{\max} \cdot (60 / f_{cm})^2 & \text{für } f_{cm} > 60 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\lambda_R = \left(\frac{R_p}{R_{p,ref}} \right)^4 \leq 3 \quad R_{p,ref} = 1,10$$

$$R_s = \frac{\sum A_i}{\sum A_0} = \frac{2}{f_{cm}^{1/8}} \quad (3.61)$$

mit: $A_i \triangleq$ tatsächliche Rissoberfläche
 $A_0 \triangleq$ projizierte Rissoberfläche

$$R = \sum \frac{R_{s,i} / R_{p,i}}{i} = 1,074 \rightarrow R_p = \frac{R_s}{1,074} \quad (3.62)$$

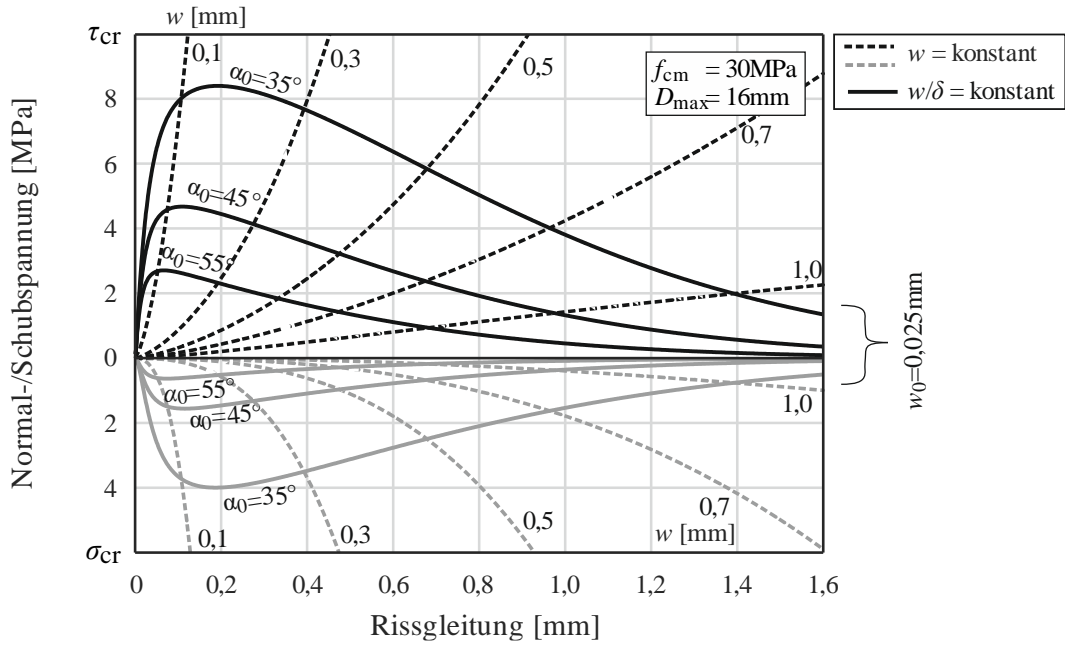


Bild 3-19 Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} in Abhängigkeit von der Rissgleitung δ des vereinfachten *Zwei-Phasen-Modells* nach Cavagnis et al. [52]

3.8 Zwei-Phasen-Modell nach Autrup

Einen weiteren Ansatz für die Ermittlung der Rissspannungen liefern *Autrup* et al. [54]. Sie stellten fest, dass *Walravens* Modell die Spannungen im Nachbruchverhalten überschätzte. Diese Erkenntnis gewannen sie durch den Vergleich des Modells mit den Schubversuchen von *Jacobsen* et al. [55]. Zur besseren Abbildung der Rissspannungen nach dem Peak nutzten *Autrup* et al. den Ansatz von *Cavagnis* et al. [52] und modifizierten diesen (Gln. (3.63) und (3.64), Bild 3-20).

$$\sigma_{cr} = \sigma_{res} - f_{cm}^{0,6} \cdot \frac{2500 \cdot \bar{\delta}^{2,3}}{\frac{0,6mm}{d_{dg}} + (100 \cdot \bar{w})^{3+75 \cdot \bar{\delta}}} < f_{cm} \quad (3.63)$$

$$\tau_{cr} = f_{cm}^{0,6} \cdot \frac{64 \cdot \bar{\delta}^{1,3}}{\frac{0,6mm}{d_{dg}} + (100 \cdot \bar{w})^{2,3+75 \cdot \bar{\delta}}} < \frac{f_{cm}}{2} \quad (3.64)$$

mit:
$$\sigma_{res} = f_{cm} \cdot \left(\left[1 + \left(3 \cdot \frac{w}{w_{cr}} \right)^3 \right] \cdot e^{-6,93 \cdot \frac{w}{w_{cr}}} - 0,0274 \cdot \frac{w}{w_{cr}} \right) \geq 0$$

$$w_{cr} = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_{cm}} \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{d_{dg}} \quad \bar{w} = \frac{w}{d_{dg}}$$

$$d_{dg} = 32 \text{ mm} + D_{max} \quad \text{für } f_{cm} \leq 60 \text{ MPa}$$

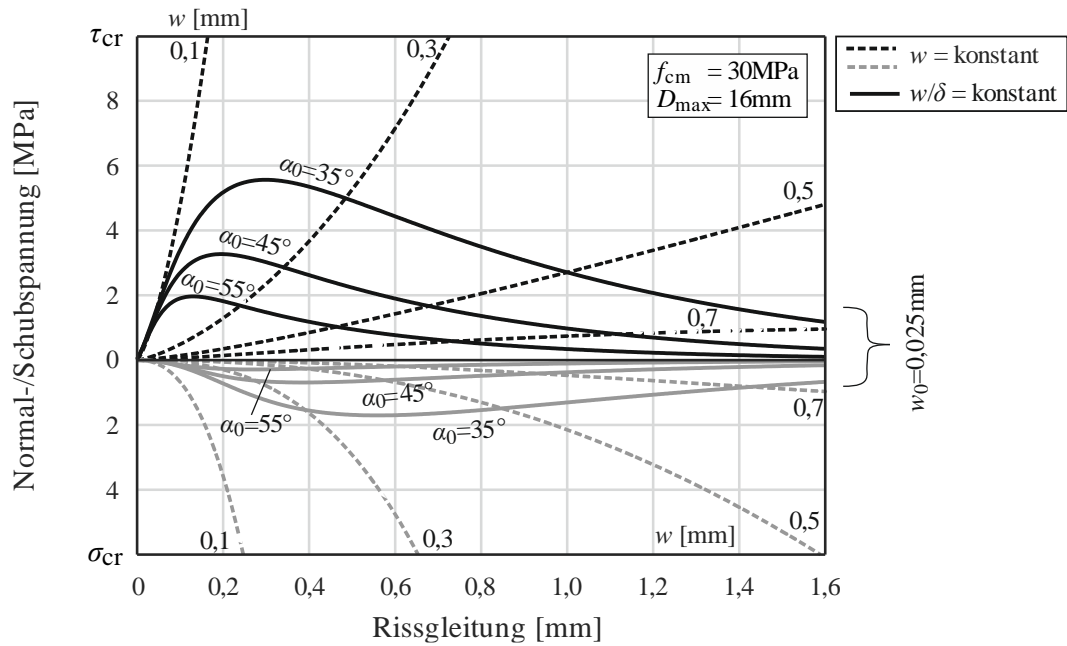


Bild 3-20 Rissspannungen σ_{cr} und τ_{cr} in Abhängigkeit von der Rissgleitung δ des vereinfachten *Zwei-Phasen-Modells* nach Autrup et al. [54]

3.9 Gegenüberstellung der Rissreibungsmodelle

Die in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Rissreibungsmodelle sollen im Folgenden miteinander verglichen werden. Hierfür werden je zwei Schubversuche von *Jacobsen* et al. [55] und von *Tirassa* et al. [50] herangezogen. Diese wurden für den Vergleich gewählt, da sie keine dominanten sekundären Risse aufwiesen, welche auf eine Verkantung einzelner Körner hindeuten. Die Rissreibungsmodelle setzen eine gleichmäßige Spannungsübertragung in der Rissfläche an.

Beide Testreihen weisen identische Versuchskörper und Belastungsarten auf (Bild 3-21). Die Schubversuche von *Jacobsen* et al. besaßen eine Rissfläche von $A_{cr} = 40 \times 75 \text{ mm}^2$. Der Größtkorndurchmesser D_{max} lag bei 8 mm und die Betonfestigkeit f_{cm} wurde mit 41 MPa angegeben. Die initiale Rissöffnung w_0 betrug 0,025 mm. Die aufgebrachte Risskinematik wurde durch den Winkel der Bewegungsrichtung α_0 vorgegeben. In einem Versuch lag der Winkel bei $\alpha_0 = 45^\circ$ und in dem anderen Versuch bei 55° . Die Schubversuche von *Tirassa* besaßen eine Rissfläche A_{cr} von $51 \times 19 \text{ mm}^2$ bzw. $51 \times 19,5 \text{ mm}^2$. Alle weiteren relevanten Versuchsparameter können den Diagrammen entnommen werden (Bild 3-22, Bild 3-23).

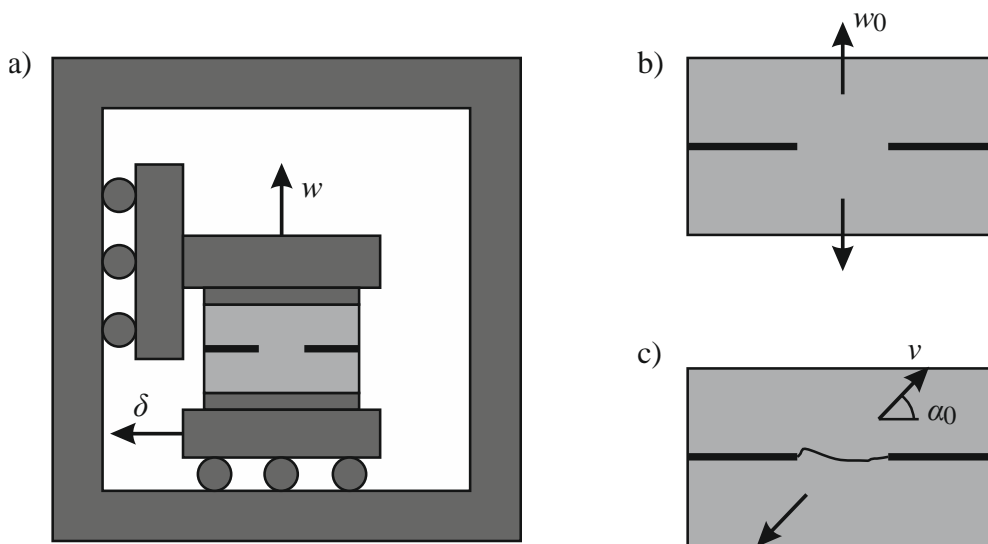


Bild 3-21 a) Versuchsskizze von *Jacobsen* et al. mit einem steifen Rahmen und zweiachsender Verformung; b) Initialrissöffnung des Versuchskörpers; c) schiefe Rissöffnung des Versuchskörpers [55]

Der erste Vergleich erfolgt grafisch für die Tests von *Jacobsen* et al. in Bild 3-22. Um die Schubspannungsverläufe für kleine Rissgleitungen deutlicher zu machen, ist jeweils eine Grafik mit $\delta \leq 0,2$ mm dargestellt. Die linken Diagramme zeigen die Spannungsübertragungen für $\alpha_0 = 45^\circ$, die rechten Diagramme für $\alpha_0 = 55^\circ$.

Das Modell nach *Li* [49] (grüne Linie in Bild 3-22) zeigt bei beiden Versuchen eine deutliche Überschätzung der übertragenen Schub- als auch Normalspannungen. Die Modelle von *Gambarova* und des *MC10* weisen ein duktileres Tragverhalten auf, das in den Versuchen nicht aufgetreten war. Dadurch wird das Nachbruchverhalten deutlich überschätzt. In Bezug auf die Normalspannungen werden die Maximalwerte stark überschätzt. Die Modelle nach *Walraven*, *Ulag* und *Cavagnis* bilden die Schubspannungsverläufe der Versuche besser ab. Jedoch wird entweder die Maximalspannung oder das Nachbruchverhalten nicht adäquat wiedergegeben. Bei der Normalspannung σ_{cr} zeigt nur das Modell nach *Ulag* zufriedenstellende Ergebnisse. Die Modelle nach *Walraven* und *Cavagnis* überschätzen die übertragenen Normalspannungen und zeigen ein übermäßig duktileres Verhalten. Die Modelle nach *Guidotti* [44] und *Astrup* [54] bilden die Versuchswerte am besten ab. Die maximale Schubspannung als auch das Nachbruchverhalten können mit guter Übereinstimmung abgebildet werden (Bild 3-22 a und d). Die Normalspannungen σ_{cr} des ersten Versuchs können von beiden Modellen zufriedenstellend abgebildet werden (Bild 3-22 c). Beim zweiten Versuch zeigt nur das Modell von *Astrup* ausreichende Genauigkeit (Bild 3-22 f). Das Modell von *Guidotti* unterschätzt die Normalspannungen in diesem Fall.

3 Rissreibungsmodelle

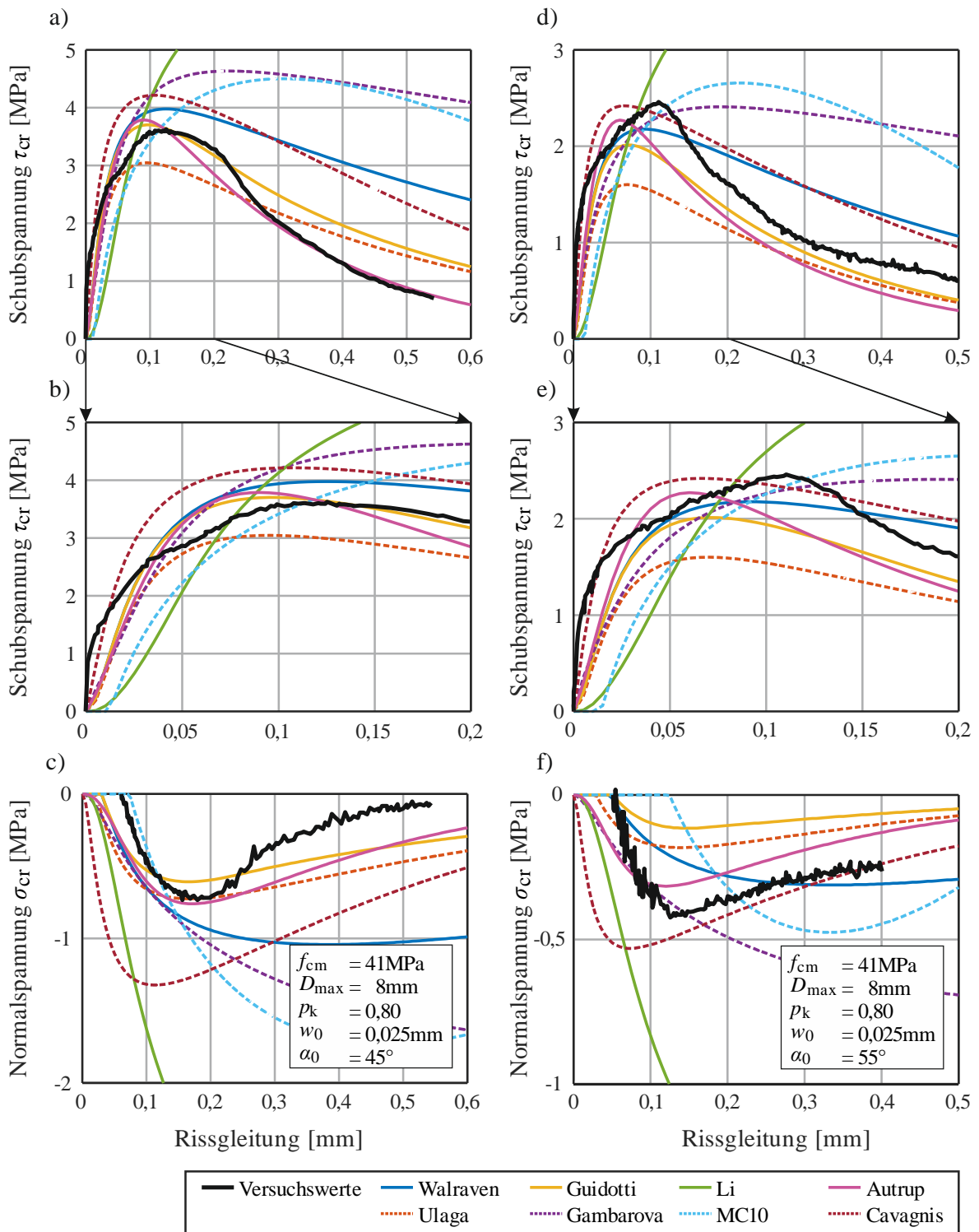


Bild 3-22 Schubversuche von *Jacobsen et al.* [55] mit der Gegenüberstellung der Rissreibungsmodelle;
 a) Schubspannung für $\alpha_0 = 45^\circ$; b) Schubspannung für $\alpha_0 = 45^\circ$; c) Normalspannung für $\alpha_0 = 45^\circ$;
 d) Schubspannung für $\alpha_0 = 55^\circ$; e) Schubspannung für $\alpha_0 = 55^\circ$; f) Normalspannung für $\alpha_0 = 55^\circ$

3.9 Gegenüberstellung der Rissreibungsmodelle

Die ausgewählten Schubversuche von *Tirassa et al.* wiesen identische Spannungsverläufe wie von *Jacobsen et al.* auf. An den Versuchen Nr. 021601 und 071401 wurden die Schubspannungen durch alle Modelle überschätzt (Bild 3-23 a und c). Jedoch können die *Zwei-Phasen-Modelle* den Schubspannungsverlauf qualitativ abbilden. Die Modelle nach *Gambarova*, *Li* und *MC10* überschätzen die Werte stärker und weisen keine Ähnlichkeiten zu realen Versuchswerten auf.

Bei den übertragenen Normalspannungen sind die Unterschiede deutlicher (Bild 3-23 b und d). Hier gibt es auch bei den *Zwei-Phasen-Modellen* signifikante Abweichungen zu den Versuchswerten. So überschätzen sowohl das Ursprungsmodell von *Walraven* als auch das vereinfachte Modell von *Cavagnis* die Normalspannungen σ_{cr} erheblich.

Die Gegenüberstellung des Rissreibungsmodells mit den Versuchswerten (Bild 3-23) ergibt, dass die Modelle von *Guidotti* und *Autrup* die besten Ergebnisse erzielen.

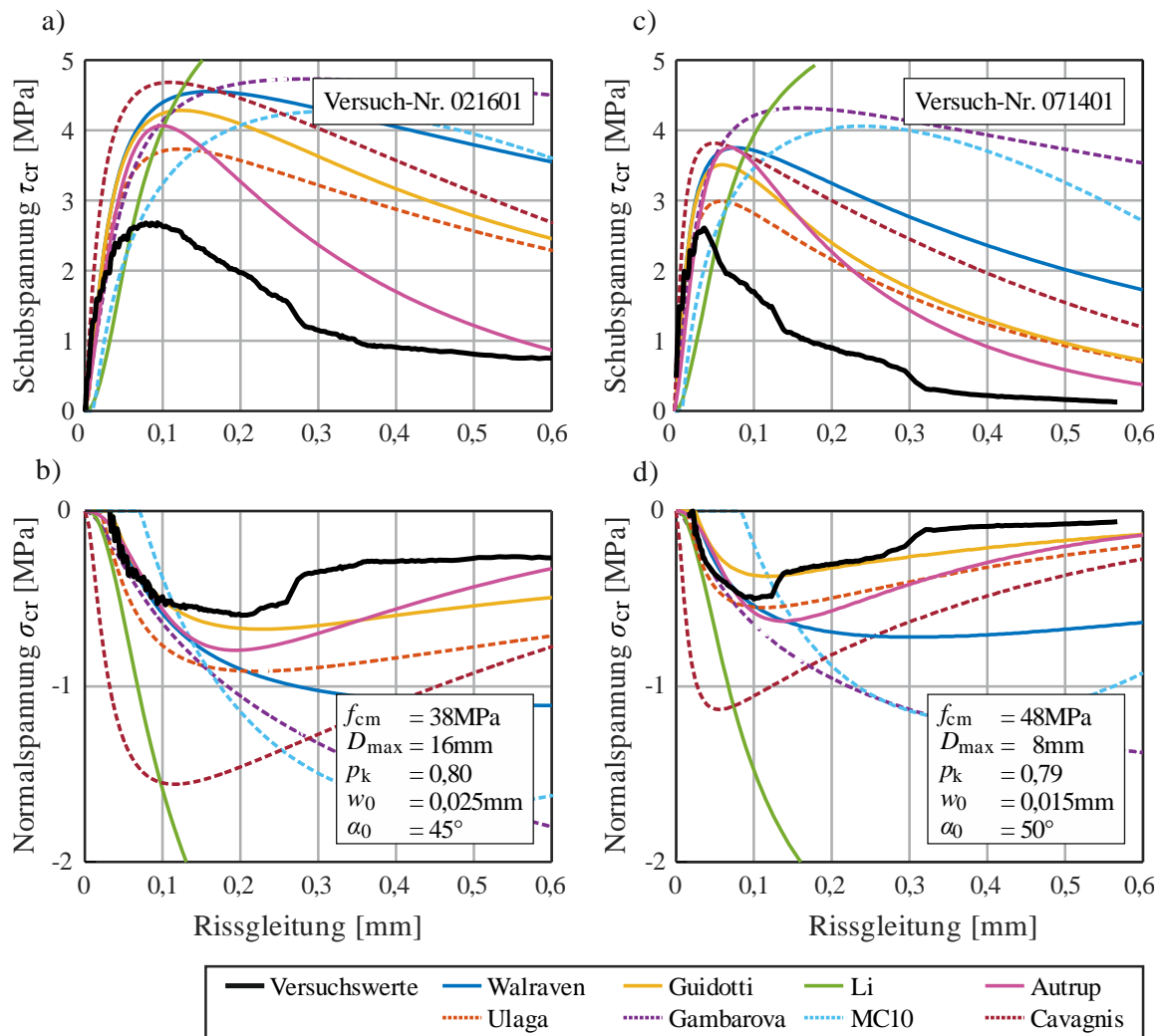


Bild 3-23 Schubversuche nach *Tirassa et al.* [50] mit der Gegenüberstellung der Rissreibungsmodelle;

a) Schubspannung zu Versuch Nr. 021601; b) Normalspannung zu Versuch Nr. 021601

c) Schubspannung zu Versuch Nr. 071401; d) Normalspannung zu Versuch Nr. 071401

4 Photogrammetrie

Die Photogrammetrie, bzw. Nahbereichsphotogrammetrie [56], ist eine Methode der 3D-Vermessung, bei der hochauflösende digitale Bilder aus kurzer Distanz aufgenommen werden. Daraus lassen sich präzise 3D-Modelle von Objekten oder Landschaften anfertigen. Die Photogrammetrie wird in dieser Forschungsarbeit dazu genutzt, um die Verformungen der Oberfläche der Betonbalken und insbesondere die Risskinematiken zu bestimmen. Die Funktionsweise und die Anwendungen werden in den folgenden Kapiteln erläutert.

Zur Anwendung kommt das photogrammetrische Messsystem „ARAMIS Adjustable 12M“ der Fa. GOM [57], [58]. Für die Aufnahme von dreidimensionalen Messpunkten werden zwei Kameras benötigt. Jede besitzt eine Auflösung von $4096 \times 3000 = 12$ Megapixel und eine Brennweite von 12 mm. Die Pixelgröße der Kamera beträgt $3,45 \mu\text{m}$. Die Verarbeitung der Messdaten erfolgt mit der Software *GOM Inspect Professional* Version 2020 (Hotfix 6, Rev. 144376). Mit dieser sind maximale Bildraten von 25 fps (= frames per second) bei Vollbildern und 100 fps bei Teilbildern möglich.

4.1 Funktionsweise

4.1.1 Kalibrierung

Der Prozess der Nahbereichsphotogrammetrie beginnt typischerweise mit der Montage der beiden Kameras auf zwei Stativen oder einem anderen stabilen Objekt. Daraufhin muss das Kamerasystem kalibriert werden [59]. Dies erfolgt durch die Einstellung der intrinsischen und extrinsischen Parameter. Die intrinsischen Parameter stellen einen Bezug zwischen einem Kamerabild und dem Messobjekt her. Darunter fallen u. a. das Kamerazentrum, die Brennweite, die Linseneigenschaften und Verzeichnungen (=Verzerrungen). Diese sind meist durch die Wahl einer Kamera vordefiniert. Die extrinsischen Parameter setzen die beiden vorhandenen Kameras zueinander in Beziehung, indem die Position und der Winkel zueinander ermittelt werden (Bild 4-1 a). Des Weiteren wird in diesem Prozess der Abstand zum Messobjekt und damit das Messvolumen eingerichtet.

4.1.2 Optisches Signal

Die Ermittlung präziser Messergebnisse benötigt ein eindeutiges optisches Signal [57]. Um dies zu erreichen, wird auf der Messoberfläche ein stochastisches Muster aufgebracht, das aus einer zufälligen Anordnung von schwarzen Punkten auf weißem Untergrund besteht (Bild 4-1 b). Nach der Kalibrierung werden die Kameras auf das zu vermessende Objekt ausgerichtet. Eine Referenzmessung wird durchgeführt, wobei es notwendig ist, dass sich die Bilder der einzelnen Kameras überlappen. Hierdurch werden die korrekte Identifizierung und Verknüpfung eines Messpunktes im Raum durch die Software ermöglicht. Das von den Kameras aufgenommene Muster wird in der Nachbearbeitung in quadratische Facetten unterteilt, deren Größe und Abstand

durch den Anwender definiert werden. Damit lassen sich die Messpunktdichte, die Genauigkeit und die Berechnungsgeschwindigkeit steuern (Bild 4-1 c). Der Messpunkt liegt im Zentrum der Facette.

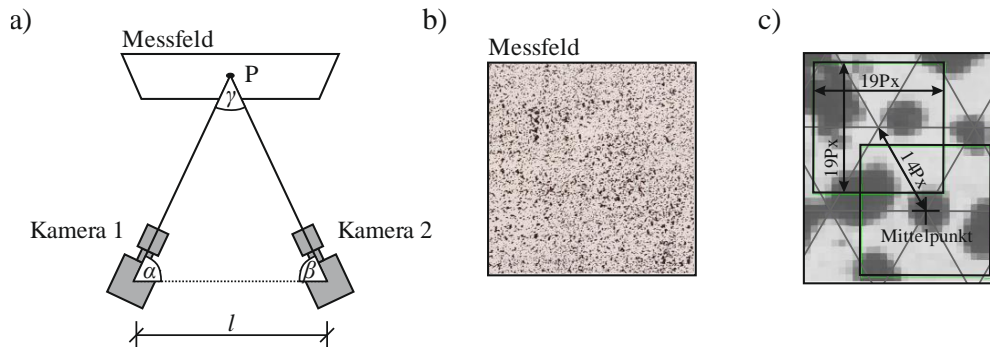


Bild 4-1 a) Kameraanordnung; b) Stochastisches Muster des Messfeldes; c) Facetten und trianguliertes Netz einer photogrammetrischen Messung [57]

4.1.3 Formfunktion der Facetten

Damit die Verformung zwischen den Messpunkten bestimmt werden kann, muss ein mathematischer Zusammenhang zwischen den Facetten zu unterschiedlichen Belastungsstufen beschrieben werden. Dies erfolgt durch sogenannte Formfunktionen, die die Verformungen und Verzerrungen abbilden können, wie es auch bei der Finite Elemente Methode angewandt wird. Am häufigsten wird für diesen Fall die affine Formfunktion verwendet [59]. Diese ist in der Lage, die Verformungen zwischen den Facetten zu beschreiben, und ist die einfachste Variante, wodurch der Rechenaufwand sehr gering ausfällt. Es handelt sich hierbei um eine lineare Funktion, daher können nur lineare Verformungsgradienten und lineare Oberflächenformen dargestellt werden.

4.1.4 Interpolation in den Subpixelbereich

Ein wesentlicher Vorteil der Photogrammetrie besteht darin, dass Ergebnisse im Subpixelbereich der Kamera möglich sind [60]. Bei der Interpolation im Subpixelbereich wird die Position von Punkten zwischen den diskreten Pixeln interpoliert, um eine genauere Positionsbestimmung zu ermöglichen. Die aufgezeichneten Kamerapixel einer Facette (Bild 4-2 a) werden als Grauwertverteilung dargestellt, so ergibt sich für jeden Pixel ein Grauwert (Bild 4-2 b). Eine Interpolation der Grauwertverteilung ermöglicht es, die Zwischenwerte der Pixel anzunähern. Dafür sind verschiedene Ansätze möglich, darunter bilineare, bikubische oder Spline-basierte Funktionen [57]. Diese Approximationsfunktionen nutzen die Informationen der umliegenden Pixel, um die Position eines Punkts genauer zu bestimmen (Bild 4-2 c). Die Grauwerte dienen dabei als Stützstellen für die Interpolation. Auf diese Weise entsteht innerhalb eines Pixels eine Grauwertverteilung, die nicht konstant ist. Durch die Interpolation können feinere Details erfasst werden, die bei einer diskreten Rasterdarstellung möglicherweise verloren gehen würden. Denn hierdurch werden zwischen den Stützstellen Grauwerte hinzugefügt. Beim Matching der Facetten ermöglicht die Interpolation im Subpixelbereich bei der Photogrammetrie eine höhere Genauigkeit

und bessere Erfassung feiner Details, indem sie die begrenzte diskrete Rasterauflösung der Bilder überwindet.

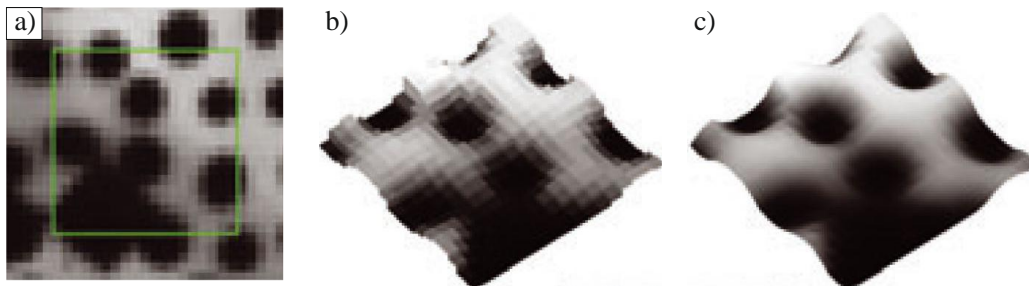


Bild 4-2 a) Stochastisches Muster mit Facette; b) gemessene Grauwertverteilung der Facette; c) interpolierte Grauwertverteilung der Facette [60]

4.1.5 Matching

Das Wiederfinden einer aufgenommenen Facette im anderen Kamerabild oder auch im verformten Zustand wird als Matching bezeichnet [57], [60]. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten. Zum einen kann die Kreuzkorrelation verwendet werden, bei der nach der maximalen Korrelation zwischen zwei Facetten gesucht wird. Hieraus entstand der Begriff der digitalen Bildkorrelation [60]. Zum anderen kann man die Summe der quadrierten Grauwertdifferenzen ermitteln, wobei nach der Differenz derselben Facette in unterschiedlichen Belastungsstufen und damit nach dem minimalen Wert gesucht wird. Führt man eine Normierung in beiden Fällen durch, so lassen sich Helligkeits- und Kontrastveränderungen berücksichtigen, die ansonsten Einfluss auf die Facetten hätten (Gln. (4.1) und (4.2)). In *GOM Inspect Professional* [57] werden zusätzlich zur Lösungsfindung die Grauwertgradienten in den Facetten einbezogen.

Normierte Kreuzkorrelation (NKK)

$$\chi_{NKK}^2 = \frac{\sum_{Pixel} F \cdot G}{\sqrt{\sum_{Pixel} F^2 \cdot \sum_{Pixel} G^2}} \quad (4.1)$$

Normierte Summe der quadrierten Differenzen (NSQD)

$$\chi_{NSQD}^2 = \sum \left(\frac{\sum_{Pixel} F \cdot G}{\sum_{Pixel} G^2} \cdot G - F \right)^2 \quad (4.2)$$

- mit: F Grauwertverteilung der Referenzfacette
 G Grauwertverteilung der deformierten Facette
 χ Min/Max-Funktion

4.1.6 Triangulation

Damit aus den aufgezeichneten Bildern ein dreidimensionales Modell erzeugt werden kann, wird die Methode der Triangulation verwendet [57]. Hierfür werden nun die intrinsischen und extrinsischen Parameter genutzt (s. Kap. 4.1.1). Die intrinsischen Parameter werden für die Projektion eines Pixels der Kamera im Raum verwendet, wodurch sich allerdings die Verformung in der 3. Raumebene bzw. die Entfernung zwischen Kamera und Messfläche nicht bestimmen lässt. Durch die Nutzung einer zweiten Kamera und der Berücksichtigung der extrinsischen Parameter kann mit den beiden Projektionen der Kameras die Entfernung berechnet werden [61]. Zwischen der Facette und den Kameras werden Geraden gebildet. Der Schnittpunkt definiert die Koordinaten eines Punktes im Raum (Bild 4-3). Die Anwendung von zwei Kameras und die Durchführung der Triangulation ermöglichen die Erzeugung von dreidimensionalen Messpunkten und damit auch die Bestimmung der Verformungen im Raum. Unter perfekten Bedingungen schneiden sich die Geraden auf der Oberfläche des zu vermessenden Objekts. In der praktischen Anwendung erschweren die Umgebungsbedingungen, wie Lichtverhältnisse oder ein instabiler Stand, die Triangulation, weshalb sich die beiden Geraden im Regelfall nicht schneiden [61]. In diesem Fall wird die Position der Facette geändert, bis sich ein Minimum zwischen Messpunkt und den Beobachtungsstrahlen ergibt. Diese Korrektur wird als Einschneideabweichung oder auch Triangulationsfehler bezeichnet [57], [61]. Bei gutem Muster und Kalibrierung sollte demnach die Abweichung weit unter einem Pixel liegen. Aus diesen Messpunkten wird abschließend ein trianguliertes Netz erzeugt.

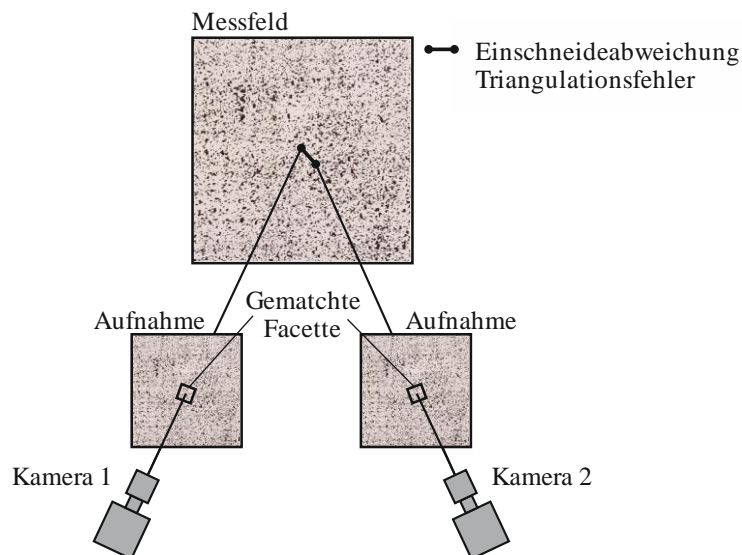


Bild 4-3 Facettenmatching für die Triangulation [61]

4.1.7 Post-Processing

Abschließend folgt in der Photogrammetrie das Post-Processing bzw. die Auswertung der Messdaten. Grundsätzlich werden in der Photogrammetrie Verformungen gemessen und die Dehnungen programmintern aus diesen berechnet. Wie zuvor geschildert, liegen die

Messungenauigkeiten bei guten Ausgangsbedingungen unterhalb eines Pixels, inbegriffen des Messrauschens. Somit ist dieser Einfluss auf die Verformungen sehr gering. Bei Dehnungen wirkt sich das Messrauschen stärker aus, da hierbei die Ableitungen der Verformungen eingehen. Die technische Dehnung ε (Gl. (4.3)) wird ermittelt, indem die berechnete Längenänderung Δl auf die ursprüngliche Länge l_0 bezogen wird [57]. Die Dehnungen entsprechen somit der Steigung der Längenänderungsfunktion. Diese wird durch einzelne Messpunkte erzeugt. Daraus resultiert, dass das Messrauschen erhöhten Einfluss auf die Dehnungen besitzt, wenn nur benachbarte Punkte zur Berechnung einbezogen werden (Bild 4-4 schwarze Gerade). Zur Reduzierung des Messrauschens können weitere Punkte berücksichtigt werden, die eine Glättung der Dehnungen zur Folge haben (Bild 4-4 graue Gerade). In beiden Fällen werden die mittleren Dehnungen des definierten Bereichs durch die Punkte ausgegeben. Es wird also ein virtueller Dehnungsmesser erzeugt. Ein Kompromiss zwischen der Darstellung von Dehnungsgradienten und dem Filtern des Messrauschens ist obligatorisch [61].

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (4.3)$$

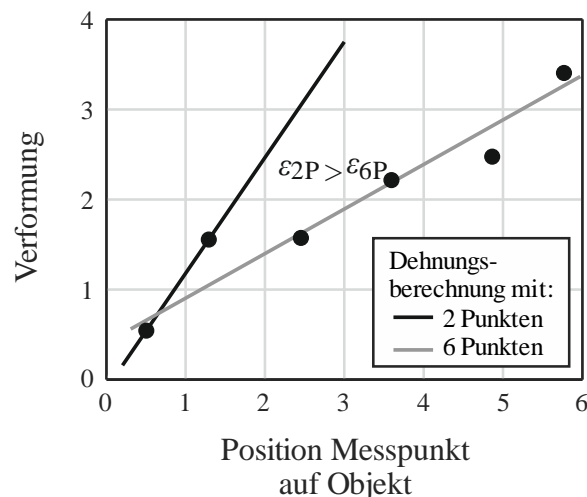


Bild 4-4 Dehnungsberechnung anhand von 2 und 6 Punkten [61]

4.2 Ermittlung der Risskinematik

Die Photogrammetrie liefert aus den aufgezeichneten Messungen als Ergebnis ein umfangreiches Verformungsfeld in einem definierten Bereich. Die genaue Position und der Verlauf eines Risses müssen vorab nicht bekannt sein, sondern nur der Bereich, in dem der Riss entsteht. Dieser sollte durch das stochastische Muster abgedeckt sein und für zuverlässige Ergebnisse nahe des Bildzentrums liegen. Daher stellt die Messmethode der digitalen Bildkorrelation einen erheblichen Vorteil im Vergleich zu beispielsweise lokalen Rissaufnehmern dar. Die aufgezeichneten Verformungsdaten des Balkens werden genutzt, um die Verformungen eines Risses zu ermitteln und auszuwerten.

Die verwendeten Parameter für die Facetten entsprechen näherungsweise den empfohlenen Standardwerten. Für die Facettengröße wurden 19 Pixel (Standard) und für den Messpunkt Abstand 14 Pixel (Standard = 16 Pixel) gewählt. Bei Untersuchungen zum Einfluss dieser Einstellungen auf die Genauigkeit der Verformungen der Messpunkte konnte kein nennenswerter Einfluss beobachtet werden (s. Kap. 4.1.7, [61]). Da es sich bei der Risskinematik um Verformungen und nicht um Dehnungen (s. Kap. 0) handelt, wurde sich an den Standardwerten orientiert.

Um die Risskinematik zu berechnen, werden in der Auswertung zwei Kurven (K_1 und K_2) mittels einer Splinefunktion auf beiden Seiten eines Risses definiert (Bild 4-5 a). Die Kurven sollen den Rissverlauf näherungsweise wiedergeben, wobei Glättungen den Riss in manchen Abschnitten vereinfachen. Der Messpunktbereich oberhalb des Risses der Kurve K_1 wird fixiert, was in *GOM Inspect Professional* [57] durch eine Starrkörperverschiebungskorrektur erfolgt. Es wird ein Bereich von Messpunkten ausgewählt, die den „Starrkörper“ bilden. Hierbei handelt es sich um eine Idealisierung und keinen realen Starrkörper. Die Verformungskorrektur erfolgt nämlich über eine Mittelung aller ausgewählten Messpunkte. Es ist daher sinnvoll, den Starrkörperbereich so zu wählen, dass innerhalb des definierten Gebietes die Verformungen zwischen den Messpunkten gegen Null gehen (Bild 4-5 a). Diese Bedingung trifft auf die ungerissenen Betonbereiche zwischen den Rissen, also die „Betonzähne“, und oberhalb des Versagensbereichs zu. Damit ergeben sich für die Kurve K_1 nur Verformungen innerhalb des Starrkörpers, die im Vergleich zu den Verformungen durch den Riss vernachlässigbar sind. Die Kurve K_2 nimmt jegliche Rissverformungen auf. Mit der Starrkörperbewegungskorrektur kann die Auswertung mit den globalen Messwerten erfolgen, denn der definierte Starrkörper wird am globalen Koordinatensystem ausgerichtet (Bild 4-5 b). Der Abstand der Kurven zum Riss wird so gewählt, dass lokale Verformungen am Riss der betrachteten Oberfläche das Messergebnis nicht beeinflussen. Hierdurch soll sichergestellt werden, dass lokale Deformationen nicht auf die gesamte Balkenbreite extrapoliert werden und so Einfluss auf die Auswertung der Risskinematik nehmen. Für die Rechteckbalken ohne Bügel (B1 – B5) wurden die Kurven im Abstand von etwa 7 – 10 mm zum Riss angeordnet. Bei den bügelbewehrten Plattenbalken (B6 – B9) betrug der Abstand ca. 15 mm. Bei diesen war der Einflussbereich an den Rissen bei hohen Belastungsstufen deutlich größer als bei den unverbügelten Versuchskörpern.

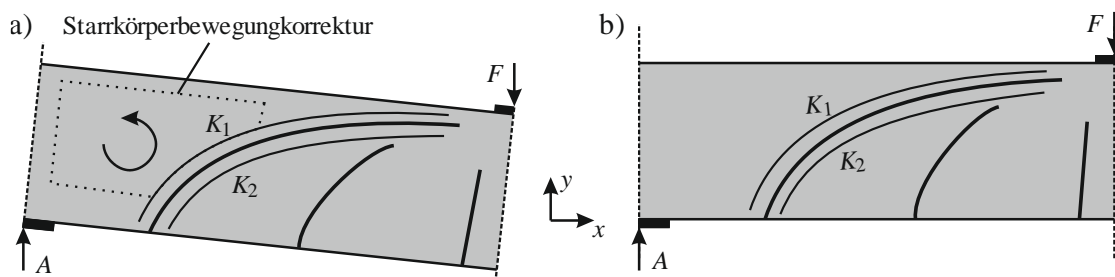


Bild 4-5 a) Verformter Balken mit den definierten Kurven K_1 und K_2 , als auch dem Bereich zur Starrkörperkorrektur; b) korrigierter Balken (ausgerichtet am globalen Koordinatensystem)

Die Messpunkte der Kurven wurden zu Anfang zwar über Splines definiert, jedoch werden diese für die weitere Auswertung durch lineare Verbindungen der Messpunkte ersetzt. Die Anzahl der Messpunkte zwischen den Kurven K_1 und K_2 stimmt nicht überein und sie liegen nicht auf einer Orthogonalen zur Rissebene. Sie sind auch nicht vollkommen parallel zueinander. Daher erfolgt im ersten Schritt der Auswertung eine Paarung der Messpunkte der einzelnen Kurven. Die Messpunkte der Kurve K_1 werden als Referenz verwendet. Für jeden Punkt i wird eine Gerade g ermittelt, die den gemittelten Riss mit der Neigung γ_i im rechten Winkel schneidet. Die gemittelte Rissneigung γ_i (Gl. (4.4)) wird durch den Mittelwert der Neigungen zu den anliegenden Messpunkten ermittelt. Zu dieser Geraden g wird der Messpunkt der Kurve K_2 mit dem geringsten Abstand ermittelt und mit dem Messpunkt der Kurve K_1 gepaart.

$$\gamma_i(P_{i,1,t_0}) = \frac{\alpha_{i-1} + \alpha_i}{2} \quad (4.4)$$

$\left. \begin{array}{l} \text{Zeitpunkt der Aufnahme (Lastschritt)} \\ \text{Punkt liegt auf der Kurve } K_1 \text{ bzw. } K_2 \\ \text{Nummer des Punktes} \end{array} \right\}$

Bild 4-6 erläutert die Berechnung der Risskinematik für den Punkt $P_{i,1,t_0}$. Zunächst werden im unbelasteten Zustand die Abstände l_x und l_y zwischen den Punkten $P_{i,1,t_0}$ und $P_{i,2,t_0}$ aus den globalen Koordinaten ermittelt. Wie zuvor erwähnt werden die Messpunkte auf der Kurve K_1 fixiert, sodass unter der Belastung nur Verschiebungen der Punkte von K_2 möglich sind. Die Verschiebung der einzelnen Punkte wird durch den Verformungsvektor u beschrieben, der aus den globalen Verformungsanteilen dx und dy besteht. Anschließend wird die Rissneigung γ_i am Messpunkt $P_{i,1,t_1}$ bestimmt. Mit diesem ist die Transformation der Verschiebungsgrößen in die gesuchten lokalen Verformungen, bestehend aus Rissöffnung w und Rissgleitung δ , möglich (Bild 4-6, $P_{i,2,t_1}$).

Die Rissöffnung und -gleitung (Gl. (4.5)) sind die Grundlage für die Übertragung von Spannungen im Riss und dienen auch als Eingabeparameter für die Rissreibungsmodelle. Identische Ansätze zur Berechnung der Risskinematik wurden bereits durch andere Autoren veröffentlicht [16], [54], [62].

$$\begin{pmatrix} w \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \gamma_i & -\cos \gamma_i \\ -\cos \gamma_i & -\sin \gamma_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

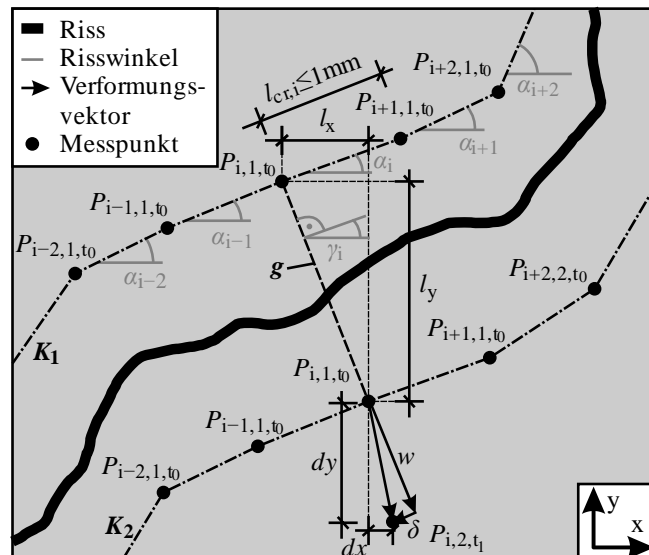
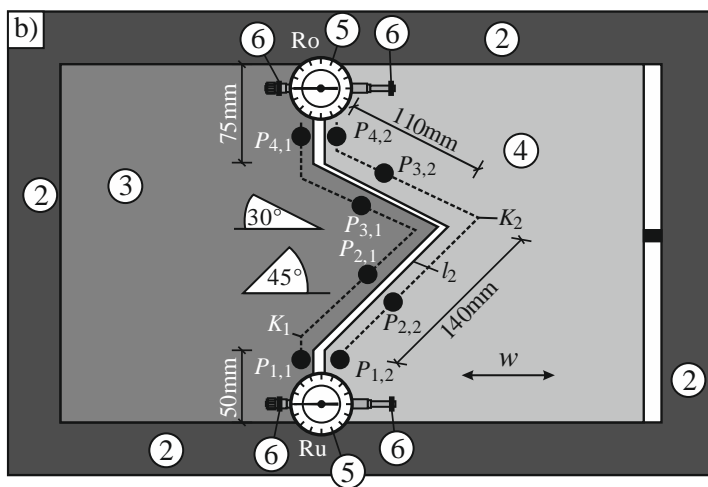
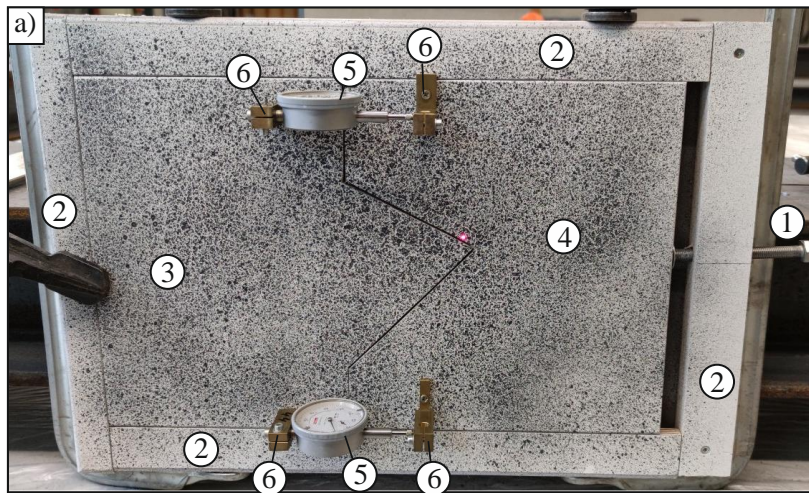


Bild 4-6 Verformung definierter Messpunkte durch Öffnung w und Gleitung δ eines Risses

4.3 Kontrolle des Ansatzes zur Ermittlung der Rissskinematik

Das zuvor erläuterte Vorgehen zur Bestimmung der Rissskinematik wurde einer Kontrolle unterzogen, um die Messungen der Photogrammetrie und die Auswertung in MATLAB zu überprüfen. Hierfür wurde ein Versuchsaufbau aus Holz konzipiert, wobei ein multilinearer Riss vorgegeben wurde. Die Rissflanken wurden durch zwei Scheiben simuliert und in einen Rahmen eingebunden, sodass nur horizontale Verschiebungen einer Scheibe auftreten konnten. Die andere Scheibe wurde fest mit dem Rahmen verbunden. Der Rissverlauf kann in vier Bereiche eingeteilt werden. Zwei vertikale Rissabschnitte mit jeweils 90° und zwei geneigte Rissabschnitte mit 45° und 150° ausgehend von der Horizontalen. Ein Abgleich der Verformungsmessung in *GOM Inspect Professional* [57] erfolgte mit Messuhren, die an der Ober- und Unterseite der Scheiben befestigt wurden. Diese weisen eine Messgenauigkeit von $1/100$ mm auf. Die Verschiebung der Scheibe erfolgte über eine Schraube, mit der gut kontrollierbare Verformungen umgesetzt werden konnten (Bild 4-7).

Die beiden Messuhren (R_o und R_u) zeichnen die Verformungen am oberen und unteren Rand der Scheibe auf. Mit der Photogrammetrie werden, wie zuvor erläutert, links und rechts vom Riss die Kurven K_1 und K_2 gesetzt, die mit dem MATLAB-Skript ausgewertet werden. Zum Vergleich werden die Rissskinematiken an ausgewählten Punktepaaren ($P_1 - P_4$) anhand der gemessenen Werte der Messuhren berechnet. Für die Punktepaare P_2 und P_3 wird die Verschiebung über die Höhe aus den mit R_o und R_u bestimmten Horizontalverformungen interpoliert. Diese Punkte liegen in etwa an den Drittelpunkten zwischen unterem und oberem Rahmen. Es werden die Verformungen für die Punktepaare angegeben.



Legende

- 1) Schraube für Verformungen
 - 2) Rahmen
 - 3) Fixierte Scheibe
 - 4) Verschiebliche Scheibe
 - 5) Messuhr
 - 6) Festhaltung
- 3 & 4 mit stochastischem Muster

Bild 4-7 a) Versuchsaufbau für die Messung der Rissöffnung und -gleitung unter definierten und kontrollierbaren Bedingungen; b) Plan des Versuchsaufbaus mit eingetragenen Messpunkten und -kurven

Die Messergebnisse der analogen Messungen und der Photogrammetrie sind für unterschiedliche Verformungsschritte in Tabelle 4-1 und Tabelle 4-2 aufgelistet. Der vorletzte Verformungsschritt ist in Bild 4-8 durch die MATLAB-Auswertung grafisch dargestellt. Für den Vergleich zwischen den analogen und digitalen Messungen ist der Verformungsvektor v (Gl. (4.6)) heranzuziehen, da es zu einer Verkantung und daraus folgend zu einer Verdrehung der Scheibe kam.

$$v = \sqrt{w^2 + \delta^2} \tag{4.6}$$

Zwischen den Werten der Messuhren (R_u und R_o) und der Auswertung in *GOM Inspect Professional* (P_1 und P_4) liegen die Differenzen unterhalb von 0,023 mm (Tabelle 4-1 Laststufe 3). Bei den Rechenwerten von P_2 und P_3 treten zwar beim Vergleich der Rissöffnung und -gleitung deutlich größere Abweichungen auf. Beim Vergleich der Verformungsvektoren können diese jedoch auf maximal 0,023 mm beziffert werden (Tabelle 4-2 Laststufe 3). Die mittlere Abweichung liegt bei 0,010 mm.

4.3 Kontrolle des Ansatzes zur Ermittlung der Risskinematik

Tabelle 4-1 Messergebnisse zu unterschiedlichen Verformungsschritten der Punktepaare P_1 und P_4 der Messuhren (Ro, Ru) und der Photogrammetrie (Einheit: mm/100)

Last- stufe	Messuhren		<i>GOM Inspect Professional</i>					
	Ru	Ro	P_1			P_4		
	v	v	w	δ	v	w	δ	v
1	1	0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1
2	7	5	5,5	-0,3	5,5	4,7	0,4	4,7
3	19	21	16,7	-2,8	16,9	18,6	-2,3	18,7
4	36	40	34,0	-4,9	34,4	38,1	-4,2	38,3
5	57	60	54,8	-4,6	55,0	58,5	-4,2	58,7
6	74	80	73,2	-6,0	73,4	78,5	-5,5	78,7
7	93	100	92,3	-7,3	92,6	99,0	-6,8	99,2

Tabelle 4-2 Messergebnisse zu unterschiedlichen Verformungsschritten der Punktepaare P_2 und P_3 der Rechenwerte aus den Messuhren und der Photogrammetrie (Einheit: mm/100)

Last- stufe	Rechenwerte aus Messuhren						<i>GOM Inspect Professional</i>					
	P_2			P_3			P_2			P_3		
	w	δ	v	w	δ	v	w	δ	v	w	δ	v
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1	-0,1	0,0	0,1
2	4,0	-4,0	5,7	3,2	5,5	6,4	3,5	-4,1	5,4	2,4	4,2	4,8
3	13,9	-13,9	19,7	10,2	17,6	20,3	10,5	-13,9	17,4	10,7	14,8	18,3
4	26,4	-26,4	37,3	19,4	33,5	38,7	22,1	-27,7	35,4	21,6	30,5	37,4
5	41,0	-41,0	58,0	29,5	51,1	59,0	37,0	-42,3	56,2	31,8	48,2	57,7
6	53,7	-53,7	75,6	39,0	67,5	78,0	49,6	-56,4	75,1	42,7	64,9	77,7
7	67,4	-67,4	95,3	48,9	84,6	97,7	62,6	-70,8	94,5	53,5	81,8	97,7

Durch eine grafische Darstellung der Risskinematik entlang des Risses von Ru (unten) nach Ro (oben) in Bild 4-8 können die geringen Abweichungen aufgezeigt werden. Die vorliegenden Differenzen können durch den ungeeigneten Messaufbau aus Holz erklärt werden. Darauf folgend wurde eine weitere Messung mit einem Modell aus Metall durchgeführt.

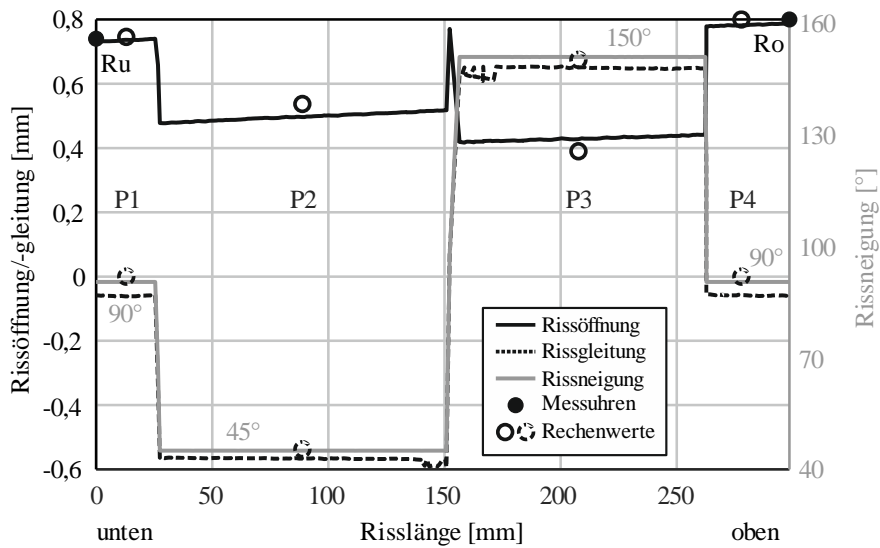


Bild 4-8 Öffnung, Gleitung und Neigung des definierten Risses (K_1 und K_2) über die Risslänge

Der neue Messaufbau sah identisch zum vorherigen aus, wurde jedoch in deutlich kleinerem Maßstab ausgeführt. Aus diesem Grund wurden in *GOM Inspect Professional* diskrete Messpunkte statt eines stochastischen Musters verwendet. Es wurde ein Prüfkörper in einer Schiene horizontal in 0,05 mm Schritten bis zu 0,5 mm verschoben. Die Verformungen wurden über eine Messschraube aufgebracht, die eine Genauigkeit von 1 μm aufwies (Bild 4-9). Die Messergebnisse sind in Tabelle 4-3 zusammengestellt. Zwischen der gemessenen und der mit *GOM Inspect Professional* ermittelten Verformung kam es zu Abweichungen im niedrigen einstelligen μm -Bereich.

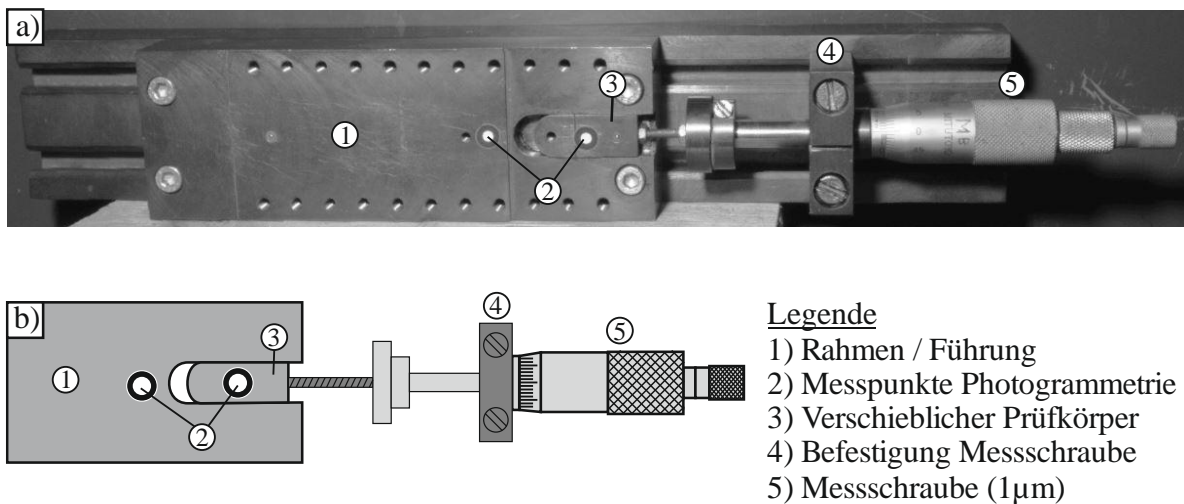


Bild 4-9 Messaufbau zur Genauigkeitsüberprüfung der Photogrammetrie

Insgesamt ergaben sich in beiden Versuchsdurchläufen gute bis sehr gute Übereinstimmungen der Photogrammetrie mit den analog gemessenen Werten. Und auch das MATLAB-Skript zur Ermittlung der risskinematischen Größen und Rissneigungen lieferte die erwarteten Ergebnisse und ist für die Querkraftbalkenversuche geeignet.

4.4 Dehnungsermittlung in der Betondruckzone

Tabelle 4-3 Zusammenfassung der Messergebnisse der Verformungsmessung zu Bild 4-9

Verformung [μm]	<i>GOM Inspect Professional</i> [μm]	Delta [μm]
0,0	-2,4	2,4
50,0	47,4	2,6
100,0	95,7	4,3
150,0	148,2	1,8
200,0	197,4	2,6
250,0	247,8	2,2
300,0	299,3	0,7
350,0	346,1	3,9
400,0	397,8	2,2
450,0	448,2	1,8
500,0	497,9	2,1

4.4 Dehnungsermittlung in der Betondruckzone

Für die Ermittlung von Dehnungen in der Betondruckzone sind abweichende Facetteneinstellungen im Vergleich zur Ermittlung der Risskinematik erforderlich, da es mit den Standardwerten (s. Bild 4-11 b) zu sehr starken Streuungen aufgrund des Messrauschens und/oder lokaler Steifigkeitsunterschiede durch die Zuschlagskörner kam. Dadurch sind keine zuverlässigen Aussagen der Dehnungen möglich. Aus diesem Grund erfolgt eine Optimierung der Facetteneinstellungen für die Messung valider Druckdehnungen, woraus sich in einer nachfolgenden Berechnung die Gleitungen im Beton ermitteln lassen. Diese sollen dann für die Berechnung des Querkraftanteils in der Druckzone dienen (s. Kap. 5.5.1).

Für die Ermittlung geeigneter Einstellungen wurden in *GOM Inspect Professional* vertikale Messkurven definiert, die an den Dehnungsmessstreifen auf der Balkenoberseite enden (Bild 4-10 a, s. Kap. 5.2). Entlang dieser Kurven werden die Betondehnungen in Balkenlängsrichtung ausgegeben (Bild 4-10 b). Für eine geeignete Facetteneinstellung wurde diese so weit erhöht, bis sich ein näherungsweise linearer Dehnungsverlauf ergab, der auch theoretisch vorhergesagt wird. Die Dehnungen in x -Richtung wurden daraufhin bis zur Oberkante des Balkens extrapoliert und mit dem Messwert der DMS verglichen.

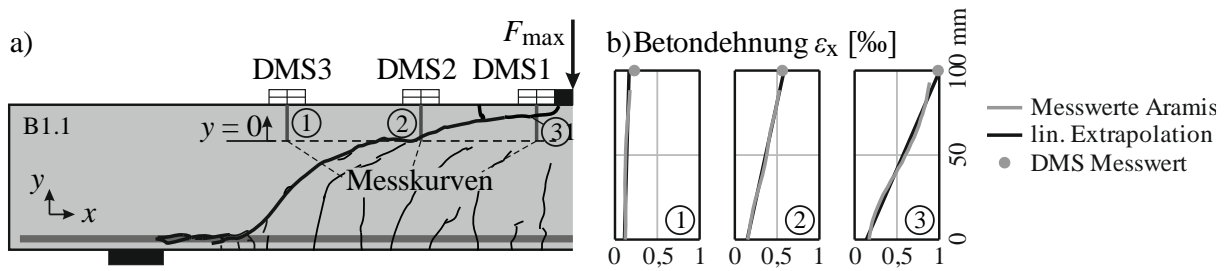


Bild 4-10 a) Position der Dehnungsmessstreifen (DMS) und der Messkurven in *GOM Inspect Professional*; b) Messwerte der Kurven aus *GOM Inspect Professional*

Mit einer Facettengröße von 25 Pixeln, einem Messpunktabstand von 25 Pixeln und bei einem Dehnungstensor-Umgebungsbereich von 4 wurden die geforderten Bedingungen erfüllt. Für die Umrechnung der Pixelgröße der Aufnahmen in metrische Einheiten kann kein pauschaler Umrechnungsfaktor angegeben werden, da der Abstand der Kameras zum Messobjekt und der Abstand der Pixel zum Bildzentrum Einfluss haben. Daher werden die Messwerte der Pixel in der Druckzone angegeben, die den 25 Pixeln entsprechen. Eine Übersicht der Messwerte und der Anzahl der Facetten über die Druckzone kann der Tabelle 4-4 entnommen werden.

Tabelle 4-4 Übersicht der Facettengröße und Anzahl der Facetten in der Druckzone zur Ermittlung des Spannungsverlaufs

Balken-Nr.	B1.1	B1.2	B2.1	B2.2	B3.1	B3.2	B4.1	B4.2	B5.1	B5.2
25 Px in [mm]	7,6	7,2	7,2	6,7	3,7	4,2	4,6	4,4	4,4	4,8
Facettenanzahl in der Druckzone	26	25	12	13	12	14	10	13	16	11

Beim Dehnungstensor-Umgebungsbereich handelt es sich um den Abstand der benachbarten Messpunkte, die für die Dehnungsberechnung herangezogen werden. Durch Erhöhung dieses Wertes werden weiter entfernte Messpunkte bei der Dehnungsermittlung einbezogen, wodurch der Einfluss des Messrauschens reduziert wird [61]. Diese oben genannten Facetteneinstellungen werden als geeignet angesehen, denn in der Druckzone werden näherungsweise lineare Dehnungsverläufe erwartet. In Bild 4-11 sind die Dehnungsfelder im unbelasteten Zustand des Balkens B1.1 für unterschiedliche Parameter dargestellt. Bei Verwendung der Facetteneinstellungen, wie bei der Ermittlung der Risskinematik, ist im gesamten Dehnungsfeld das Messrauschen sehr dominant. In den meisten Bereichen wird eine Hauptzugdehnung ϵ_1 von über 0,1 % berechnet (Bild 4-11 b, rote Bereiche). Weiterhin kommt es zu großen lokalen Dehnungsänderungen. Durch die Erhöhung der Facetteneinstellungen lässt sich der Einfluss des Messrauschens auf die Dehnungen reduzieren. Im Bild 4-11 a sind die Dehnungen mit den erhöhten Messpunkteinstellungen dargestellt. Die Hauptzugdehnungen liegen im relevanten Bereich (Bildzentrum) bei max. 0,04 % und überschreiten nur am linken und rechten Rand 0,1 %.

4.4 Dehnungsermittlung in der Betondruckzone

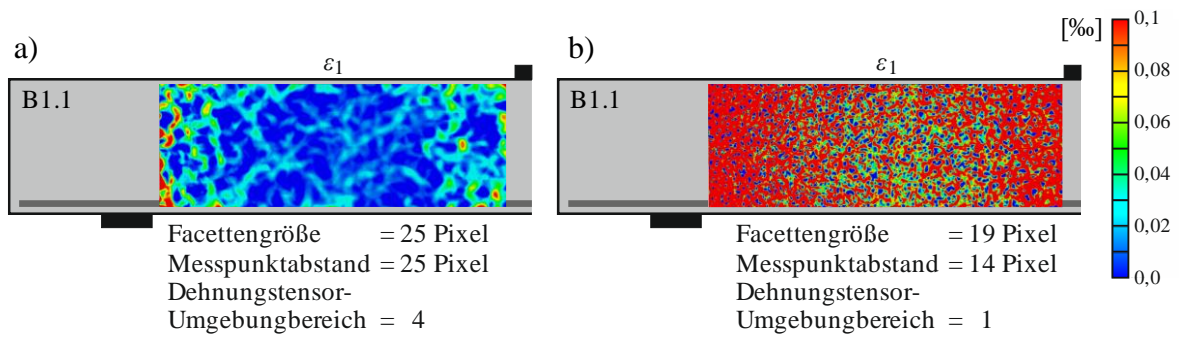


Bild 4-11 Hauptzugdehnungsfeld des Balkens B1.1 im unbelasteten Zustand mit: a) angepassten Facetteneinstellungen; b) Facetteneinstellungen für die Ermittlung der Risskinematik

5 Experimentelle Untersuchungen der Rissreibung

Zunächst werden publizierte Versuche an Stahlbetonbalken, bei welchen die Risskinematik ermittelt wurde, erläutert. Im Kapitel 5.2 wird dann auf die Versuchsreihe von *Rombach* und *Jauk* [63] näher eingegangen.

5.1 Versuche zur Ermittlung des Querkraftanteils aus Rissreibung

Die Kraftübertragung durch Rissreibung in querkraftbeanspruchten Bauteilen wurde bereits in diversen Versuchsreihen untersucht, wobei die Photogrammetrie zum Einsatz kam. Es werden einige ausgewählte Forschungsarbeiten mit ihren Versuchsreihen, Auswertungen zur Risskinematik und Erkenntnissen vorgestellt. Dabei wird nur auf einzelne Versuche einer Publikation näher eingegangen. Für eine vollständige Analyse der Versuche sei an dieser Stelle auf die zitierten Quellen verwiesen.

5.1.1 Versuche von *Cavagnis*

Cavagnis et al. [52], [64], [65] führten eine Versuchsreihe von 13 Einfeldträgern mit unterschiedlichen Randbedingungen und Belastungsarten durch. Die Belastung erfolgte von unten, weshalb die Auflager auf der Oberseite angebracht und in der massiven Spannbetonplatte rückverankert wurden (Bild 5-1 a). *Cavagnis* et al. testeten Einfeldträger unter Gleichlast mit und ohne einseitige Einspannung (Bild 5-1 b und c). Des Weiteren wurden Versuche mit Kragträgern unter Gleichlast und einer Einzellast am Balkenende durchgeführt (Bild 5-1 d und e). Der Einspanngrad und die Schubslankheit variierten zwischen den Versuchen.

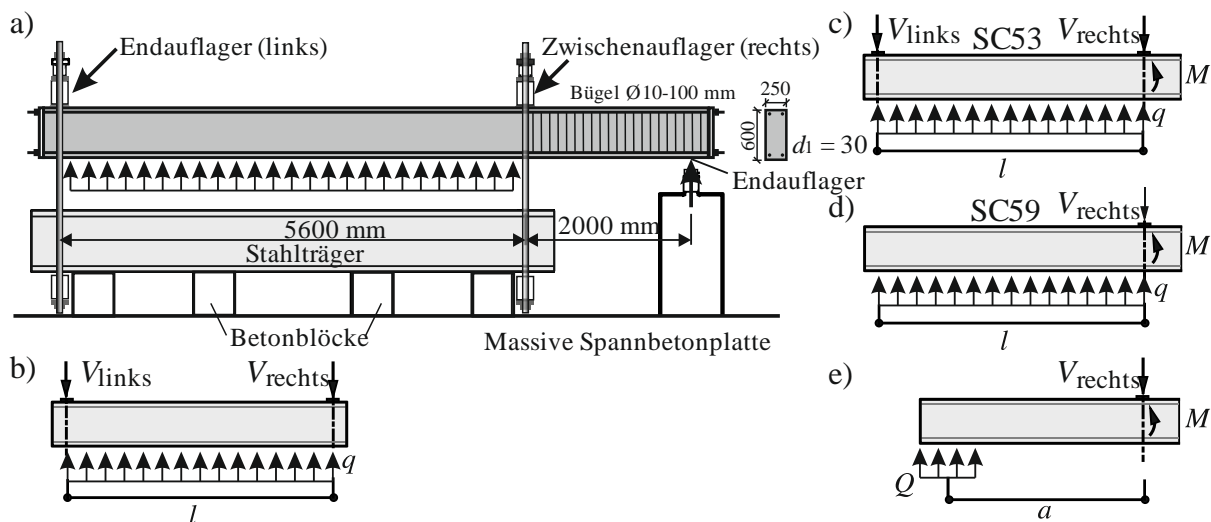


Bild 5-1 Versuche von *Cavagnis* et al. [64], [65]: a) allgemeiner Versuchsaufbau; b) Einfeldträger unter Gleichlast; c) Einfeldträger einseitig eingespannt unter Gleichlast; d) Kragarm unter Gleichlast; e) Kragarm unter Einzellast

Es werden die risskinematischen Ergebnisse der Versuche SC53 (Bild 5-1 c) und SC59 (Bild 5-1 d) näher beschrieben. Alle weiteren Resultate der Versuchsreihe von *Cavagnis* et al. können [64] oder [66] entnommen werden.

5.1 Versuche zur Ermittlung des Querkraftanteils aus Rissreibung

SC53 ist ein unter Gleichlast belasteter Einfeldträger mit einseitiger Einspannung. Die Aufbringung der Verformung auf den Balken erfolgt in drei Stufen und wird für etwa drei Stunden konstant gehalten (Bild 5-2 a). Am Ende der zweiten Belastungsstufe bei $0,92 \cdot V_u$ verläuft der maßgebende Biegeschubriss nahezu über die gesamte Höhe. Die Risskinematik weist zu diesem Zeitpunkt überwiegende Rissöffnungen auf. Zwischen der zweiten und dritten Belastungsstufe kommt es zu einem Lastabfall bis $0,843 \cdot V_u$. Die Rissgleitung nimmt deutlich stärker zu. Bei Aufbringung der dritten Laststufe bleiben die Richtungsvektoren der Risskinematik unverändert. Währenddessen kommt es zum Versagen des Balkens.

Bei dem Versuchsbalken SC59 handelt es sich um einen unter Gleichlast belasteten Kragarm. Es wurden sechs Belastungsstufen bis zum Bruch aufgebracht. Zwischen den einzelnen Stufen wurde für ca. 5 – 10 Minuten die aufgebrachte Verformung konstant gehalten (Bild 5-2 b). Die Last nahm nur geringfügig ab. Bis $0,953 \cdot V_u$ lag fast ausschließlich eine Öffnung des Biegeschubrisses vor. Daraufhin nahm die Risslänge kontinuierlich zu und der Richtungsvektor der Kinematik ebenfalls. Die additive Darstellung der Vektoren ergab eine Kurve.

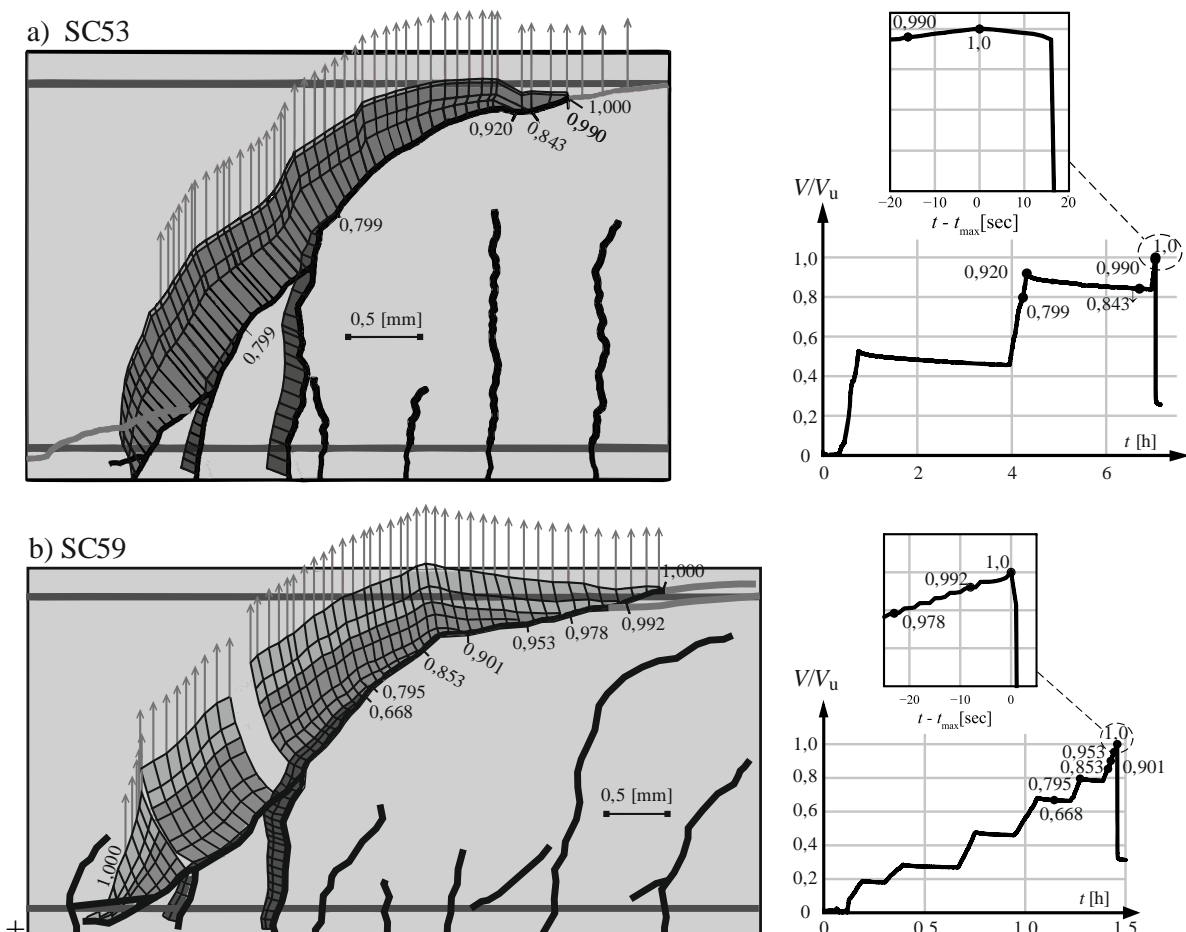


Bild 5-2 Ergebnisse der Risskinematik von Cavagnis et al. [64] zu: a) Balken SC59; b) Balken SC53

Wesentliche Erkenntnisse von Cavagnis

1. Für die Untersuchung von Rissspannungen sollte nicht das Rissbild nach dem Versagen, sondern das Rissbild vor und während des Versagens betrachtet werden.
2. Biegerisse besitzen einen wesentlichen Einfluss auf die Querkrafttragfähigkeit (Ort, Neigung, Rissöffnung). Die Neigung der Biegerisse wird durch die Querkraft beeinflusst.
3. Die Rissreibung hängt von der Rissgeometrie und -kinematik ab (vertikale obere Abschnitte tragen größere Teile der Querkraft). Die Übertragung von Schubspannungen τ_{cr} kann durch die Entstehung neuer Risse, die vom bestehenden Riss ausgehen, zur Reduzierung der übertragbaren Schubspannungen führen.

5.1.2 Versuche von Huber

Huber [16] führte eine Versuchsreihe mit zehn Einfeldträgern unter einer Einzellast durch, die unterschiedliche Betonfestigkeiten und -zusammensetzungen aufwiesen. Bei der Mehrheit der Balken wurde selbstverdichtender Beton (SVB, englisch: SCC) eingesetzt. Der Versuchsaufbau, die Querschnittsgeometrie, die Bewehrungsanordnung und die Schubschlankheit a/d waren bei allen Versuchen gleich (Bild 5-3). Es wurde das photogrammetrische Messsystem ARAMIS [57] verwendet.

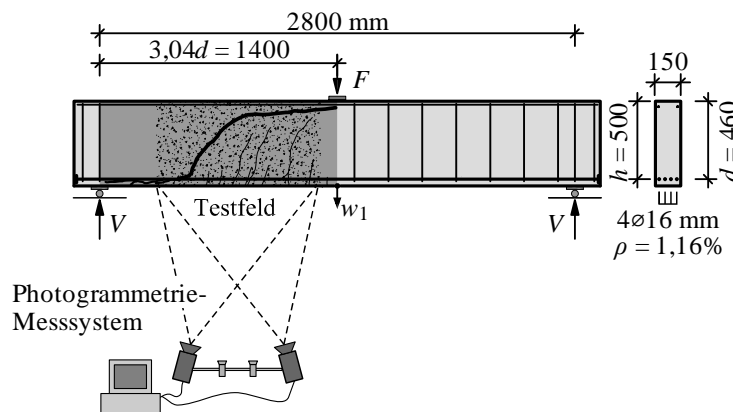


Bild 5-3 Versuchsaufbau von Huber [16]

Die Auswertung der Risskinematik wurde für die Maximallast, das letzte vom Messsystem aufgenommene Bild und in einigen Fällen für interessante Laststufen ausgewertet (Bild 5-4). Es zeigt sich, dass die Richtungsvektoren in allen Versuchen eine hohe Parallelität aufweisen. Die Ausprägung ist zwischen den Versuchen jedoch höchst unterschiedlich, selbst zwischen identischen Betonzusammensetzungen. Bei den Versuchen mit selbstverdichtendem Beton SCC340-52.5-B1 ($f_{cm} = 51,0$ MPa) sticht dies besonders hervor, da bei diesem Test breite Risse entstanden. Dabei konnte nach einem geringen Lastabfall die Last erneut gesteigert werden, wodurch sich auch die Maximallast veränderte. Die Balken NC300-52.5-B1 und -B2 sowie SCC380-52.5-B1 zeigten einen gekrümmten Verlauf bei der gesamtheitlichen Betrachtung der Rissvektoren.

5.1 Versuche zur Ermittlung des Querkraftanteils aus Rissreibung

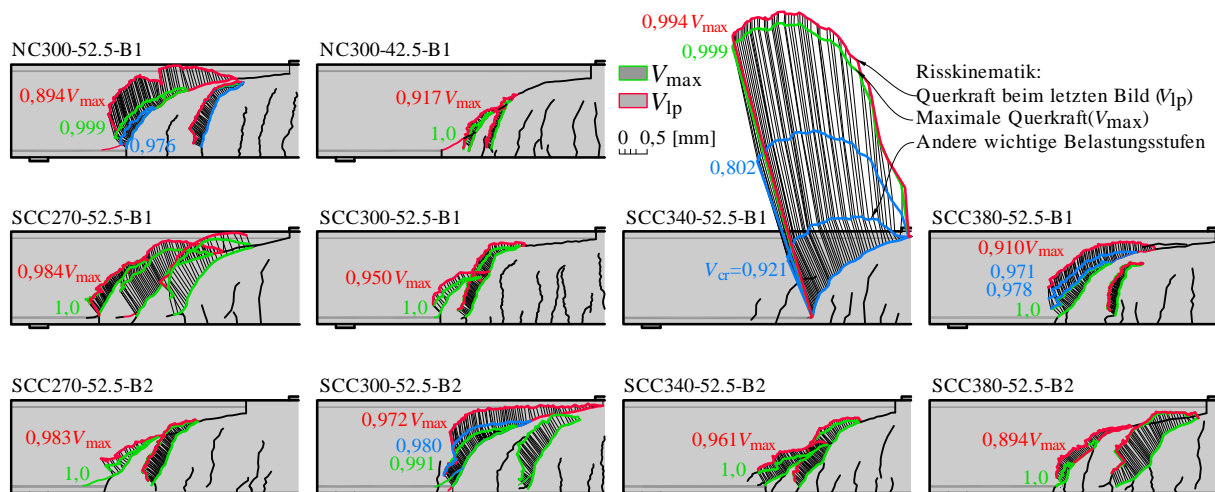


Bild 5-4 Ergebnisse der risskinematischen Auswertung der Versuche von *Huber* [16]

Wesentliche Erkenntnisse von *Huber* [16]

1. Bei allen Versuchen war die Rissöffnung größer als die -gleitung. Das Verhältnis zwischen diesen beiden Größen hängt wesentlich von den Rissneigungen ab.
2. Es können unkritische Schubrisse nahe der Lasteinleitung und unterhalb der direkten Druckstrebe (Verbindung zwischen Lasteinleitung und Auflager) entstehen, die nicht zum Versagen der Balken führen, wie z. B. SCC270-52.5-B1 (s. Bild 5-4). Der kritische bzw. maßgebende Biegeschubriss entstand meist mittig zwischen Lasteinleitung und Auflager.
3. Findet an einem unkritischen Biegeschubriss eine ausgeprägte Rotation statt, so wird eine Zunahme der Öffnung an anderen Rissen unterbunden.
4. Für die Entstehung der Rissgleitung ist ein ausgeprägter Biegeschubriss mit flachen Neigungen im oberen Bereich des Balkens oder auch ein Dübellängsriss notwendig. Rissgleitungen treten geometrisch bedingt auf und sind umso höher, je steiler ein Rissabschnitt ist.

5.1.3 Versuche von *Völgyi*

Völgyi und *Windisch* [67] untersuchten die Risskinematik an sechs rechteckigen Einfeldbalken unter einer Einzellast. Aufgrund der Balkenlänge konnte jeder Träger zweimal getestet werden. Die Besonderheit dieser Testreihe bestand in dem vorgegebenen Riss (Bild 5-5). Hierzu wurde entweder eine Plastikscheibe vor der Betonage eingelegt oder 5 mm tiefe Einschnitte seitlich in den Balken (Bild 5-5 Querschnitte) geschnitten. Durch die Plastikscheibe konnte kein Kontakt zwischen den Rissflächen auftreten, wonach die Kraftübertragung durch Rissreibung ausgeschlossen werden konnte. Die Einschnitte machten den Kontakt der Rissflächen möglich, gaben jedoch den Rissverlauf vor, wodurch eine Vergleichbarkeit zu den Versuchen mit den Plastikscheiben möglich war.

5 Experimentelle Untersuchungen der Rissreibung

Die Balken wiesen mit einer Ausnahme Querkraftbewehrung auf. Im Mittelteil waren Bügel $\text{Ø}8\text{-}65$ angeordnet. An den Außenbereichen besaßen vier Balken $\text{Ø}4\text{-}65$ und einer $\text{Ø}5\text{-}65$.

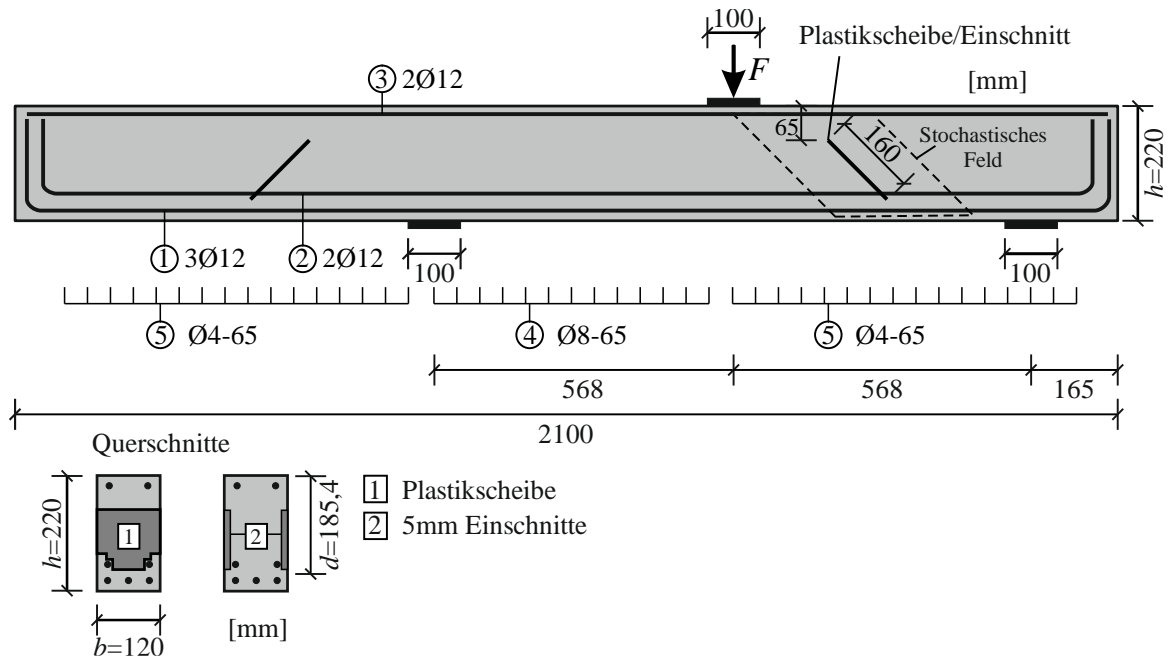


Bild 5-5 Versuchsaufbau der Versuchsreihe von Völgyi und Windisch [67]

Völgyi erläuterte die risskinematische Auswertung seiner Versuchsreihe am Beispiel des in Bild 5-5 skizzierten Balkens mit einem Einschnitt. Es handelte sich um einen querkraftbewehrten Balken, dessen Risskinematik er als typisch bezeichnete. Beidseitig des Versagensrisses wurden Punkte festgelegt, wobei der untere als Basis- bzw. Fixpunkt galt und der obere „betrachtete Punkt“ beweglich war (Bild 5-6).

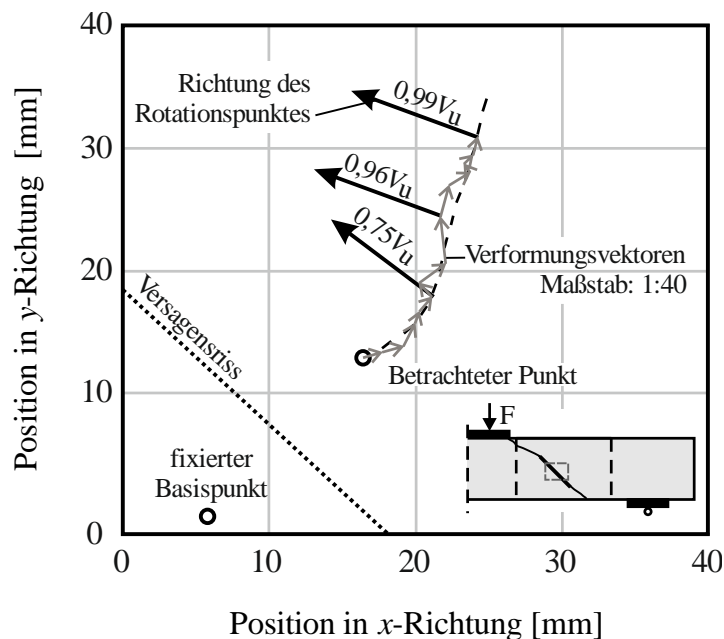


Bild 5-6 Vergrößerte Risskinematik des Versuchs A1.1-1 zwischen den Rissoberflächen am Versagensriss zu unterschiedlichen Laststufen [67]

Bis zu einer Belastung von über $0,75 \cdot V_u$ handelte es sich bei der Risskinematik um eine orthogonale Verformung des Versagensrisses. Daraufhin begann eine Rotation der Rissufer zueinander und es stellte sich ein gekrümmter Verlauf der Richtungsvektoren bis $0,96 \cdot V_u$ ein. Abschließend folgte eine konstant schiefe Rissöffnung.

Wesentliche Erkenntnisse von Völgyi und Windisch [67]

1. Die Lage der Risse hing erheblich von der Verteilung der Zugfestigkeiten des Betons im Balken ab. Durch die Vorgabe der Risse konnte die Variabilität der Rissverläufe und der Traglasten reduziert werden.
2. Die Risskinematik bestand anfangs aus reiner Rissöffnung und zeigte im weiteren Verlauf einen dominanten rotierenden Charakter. Das Rotationszentrum befand sich dabei nahe der Risspitze.
3. Die Risskinematik bei den Balkenversuchen unterschied sich grundlegend von reinen Schubversuchen, wie sie beispielsweise *Walraven* [39] durchführte. In der Zugzone sind die Spannungen aus Reibung nicht bedeutend. Jedoch werden die Rissreibungskräfte in der Druckzone oder bei starken Verschiebungen von Rissflächen gegeneinander signifikant. Dabei handelt es sich aber um einen anderen Tragmechanismus, da die Rissflächen Druckspannungen übertragen und sich nicht öffnen.

5.2 Versuche von Rombach und Jauk

In der Versuchsreihe *Rombach* und *Jauk* [63] wurden fünf Rechteckbalken ohne Querkraftbewehrung und vier Plattenbalken mit Bügeln untersucht. Das wesentliche Ziel war es, die risskinematischen Größen zu ermitteln, die die Eingangsparameter für die Rissreibungsmodelle darstellen. Dafür wurden photogrammetrische Messungen durchgeführt. Die Rissöffnungen und -gleitungen im maßgebenden Biegeschubriss (Versagensriss) wurden entsprechend Kapitel 4.2 bestimmt. Bei Balken ohne Querkraftbewehrung handelte es sich dabei um einen Biegeschubriss. Dieser wies die größte Rissöffnung auf und entwickelte Längsrisse, die sich in Richtung der Einzellast und entlang der Längsbewehrung zum Auflager ausbreiteten. Die Plattenbalken mit Querkraftbewehrung wiesen diesen typischen Biegeschubriss nur bedingt auf. Es entstanden überwiegend Schubrisse, die sich durch eine näherungsweise konstante Rissneigung auszeichneten. Als maßgebender Riss wurde bei diesen Versuchen der Riss mit der größten Rissöffnung definiert, von dem auch Längsrisse ausgingen.

Bei den Versuchen wurden diverse Größen variiert:

- die Querschnittsgeometrie,
- die Betondruckfestigkeit,
- der Größtkorndurchmesser,
- die Längs- und Querbewehrungsgehalte.

5.2.1 Mess- und Versuchsaufbau

Die Darstellung des Versuchs- und Messaufbaus erfolgt beispielhaft am Balken B2.1 (Bild 5-7). Auf der Vorderseite war das stochastische Muster zwischen der Lasteinleitung und dem nahen Auflager aufgebracht (Bild 5-7 a). Dieses wurde vom photogrammetrischen Kamerasystem aufgezeichnet. Zur Verbesserung der Lichtverhältnisse und Steigerung des Kontrasts des Musters wurden spezielle LED-Strahler eingesetzt. Bild 5-7 b zeigt die Rückseite und den Versuchsaufbau. Für alle übrigen Balken galten die Aufbauten analog. Die einzige Abweichung lag bei den Trägern mit Plattenbalkenquerschnitt in der zusätzlichen Bügelbewehrung im Steg und einer Längs- und Querbewehrung (Stäbe) in der Platte. Auf die Darstellung dieser Bewehrung wird verzichtet und auf den Versuchsbericht verwiesen [63].



Bild 5-7 Versuchsaufbau am Beispiel des Balkens B2.1: a) Vorderseite mit photogrammetrischem Messsystem; b) Rückseite

Die Einfeldbalken wurden exzentrisch mit einer Einzellast belastet. Auf diese Weise konnte der Versagensbereich besser eingegrenzt werden, was für die photogrammetrische Messung wichtig ist. Zur Lastverteilung wurden an den Lagern und bei der konzentrierten Last Stahlplatten angeordnet. Die Schubslankheit a/d betrug ca. 3. Mit diesem Lastabstand konnte die Ausbildung einer direkten Druckstrebe weitestgehend vermieden werden. Die Balken wurden in Überlänge hergestellt. Somit konnten je Träger zwei Versuche ausgeführt werden. Beim zweiten Versuch lag der Versagensbereich des ersten Durchlaufs außerhalb des Feldes und hatte somit keinen Einfluss. Die Rissbildung des ersten Versuchsdurchlaufs wirkte sich nur unwesentlich auf den zweiten Durchlauf aus. Eine Ausnahme stellten die flachen Rechteckbalken B3 – B5 dar. Diese wurden nicht in Überlänge hergestellt. Für den zweiten Durchlauf wurde bei diesen Versuchen im Bereich des Versagensbereichs externe vorgespannte Querkraftbewehrung angeordnet [63]. Diese hatte lediglich einen geringen Einfluss auf die Systemsteifigkeit.

Bild 5-8 zeigt den Schal- und Bewehrungsplan für die Versuche B1 und B6 sowie den Versuchs- und Messaufbau. Die übrigen Pläne und Aufbauten der Versuchsbalken können dem Versuchsbericht entnommen werden [63].

Die Messung der Kraft F erfolgte durch eine Kraftmessdose, welche an der Presse befestigt war. Die Verformungen unterhalb der Last w_1 und in Balkenmitte w_2 wurden durch induktive Wegaufnehmer gemessen. Des Weiteren wurden die Verformungen der Auflager aufgezeichnet. Diese wiesen sehr geringe Werte auf. Somit hatten sie keinen Einfluss auf die Ergebnisse. Auf der Balkenoberseite wurden zwischen der Lasteinleitung und dem Festlager 3 DMS zur Messung der Betondehnungen angeordnet (Bild 5-8). Die DMS-Streifen besaßen eine Länge von jeweils 10 cm, über welche die Dehnungen gemittelt wurden. Im Messaufbau ist jeweils der Mittelpunkt der DMS angegeben. Der DMS1 befand sich direkt am Rand der Lastplatte (Bild 5-8). DMS2 und DMS3 lagen im Abstand von $1,0 \cdot d$ bzw. $2,0 \cdot d$.

Die Dehnungsmessung der Bewehrung erfolgt zum einen punktuell mittels DMS unterhalb der Einzellast, wo die Beanspruchung der Bewehrung maximal war. Wie bei der Betondehnungsmessung besaß auch der DMS-basierte Wegaufnehmer (Typ DD1) eine Länge von 10 cm. Die gemessenen Dehnungen wurden über diese Länge gemittelt bzw. es wurde nur ein Wert ausgegeben. Zum anderen wurde die Dehnung der Längsbewehrung quasi-kontinuierlich (in Abständen von 0,65 mm) über die gesamte Stablänge gemessen. Hierfür wurde eine ummantelte Glasfaser in eine Nut an der unten liegenden Seite der Bewehrungsstäbe angeklebt. Bei den Plattenbalken (B6 – B9) wurden an drei Bügeln zwischen der Lasteinleitung und dem Auflager umlaufend Glasfasern angebracht [63].

Die Risskinematik wurde mit dem photogrammetrischen Messsystem *ARAMIS* ermittelt. Die Anwendung erfolgt im Schubfeld zwischen der Lasteinleitung und dem Festlager. Die Ränder der Stahlplatten und die Ober- und Unterseite der Balken dienten als Begrenzung für das stochastische Muster (Bild 5-8).

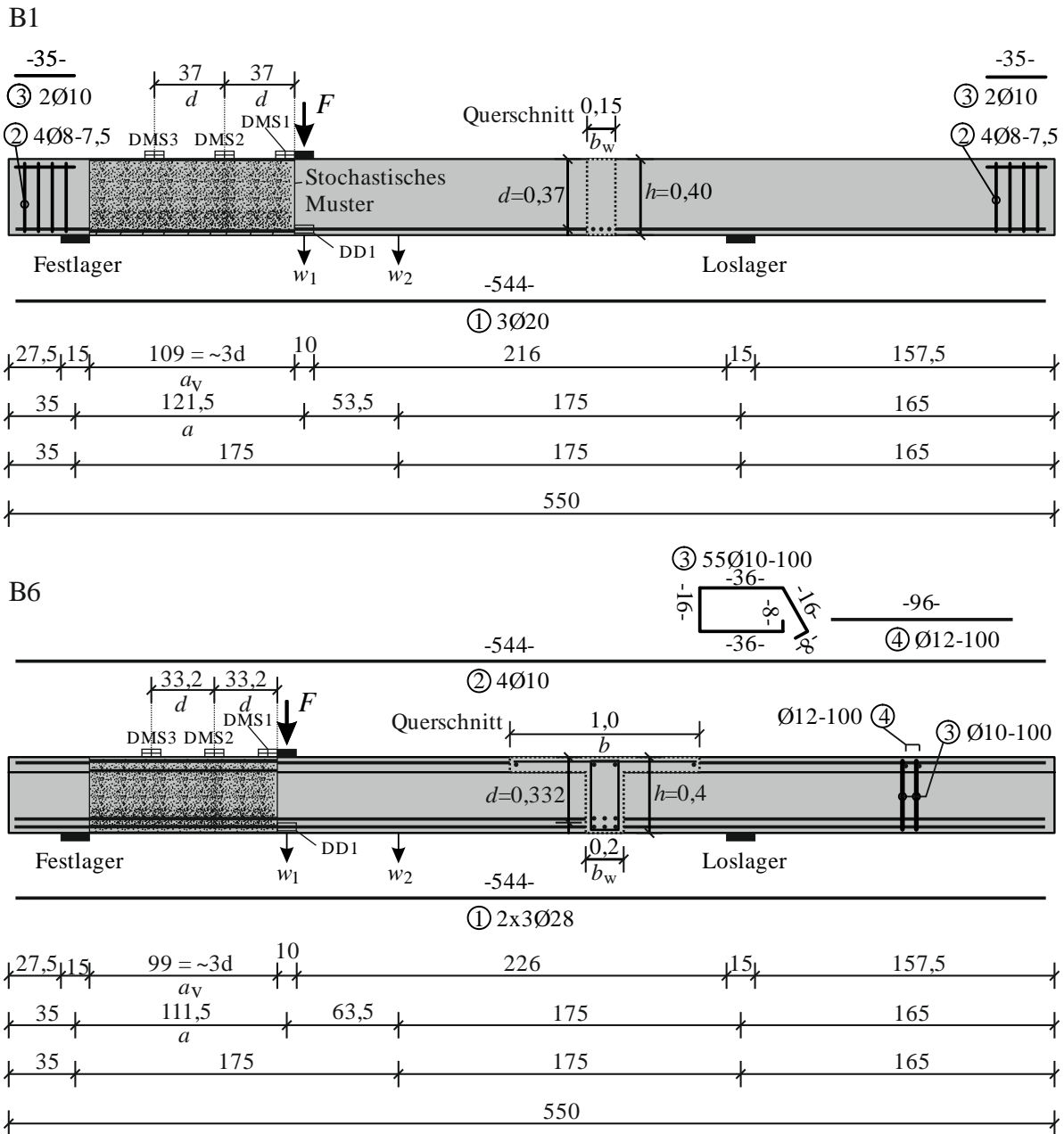


Bild 5-8 Schal- und Bewehrungsplan, Mess- und Versuchsaufbau: Rechteckbalken B1; Plattenbalken B6 [63]

5.2.2 Geometrische und mechanische Parameter der Versuchskörper

Die geometrischen und mechanischen Größen aller Versuchsbalken sind in Tabelle 5-1 für die Rechteckbalken ohne Querkraftbewehrung und in Tabelle 5-2 für die Plattenbalken mit Bügelbewehrung zusammengefasst. Die Kennwerte des Betons (f_{cm} , $f_{ct,sp}$, E_{cm}) und der Bewehrung ($f_{u,sl}$, $f_{u,sw}$) wurden experimentell an Probezylindern bzw. Stahlstäben entsprechend den geltenden Normen bestimmt. Die Bruchenergie G_f wurde nach den RILEM-Empfehlungen [68] ermittelt.

5.2 Versuche von Rombach und Jauk

Tabelle 5-1 Zusammenfassung der geometrischen und mechanischen Größen der Rechteckbalken [63]

	B1	B2	B3	B4	B5
b_w [m]	0,15	0,15	0,45	0,45	0,45
h [m]	0,40	0,40	0,20	0,20	0,20
d [m]	0,37	0,37	0,17	0,17	0,17
a [m]	1,215	1,215	0,615	0,615	0,615
a/d [-]	3,28	3,28	3,62	3,62	3,62
a_v [m]	1,09	1,09	0,49	0,49	0,49
a_v/d [-]	2,95	2,95	2,88	2,88	2,88
c_v [cm]	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
D_{max} [mm]	16	8	16	8	16
f_{cm} [MPa]	45,6	33,7	43,1	40,4	52,0
$f_{ct,sp}$ [MPa]	3,55	3,16	3,35	3,53	4,34
f_{ct}^1 [MPa]	3,87	3,54	3,70	3,86	4,52
E_{cm} [MPa]	28.290	23.353	27.670	26.127	30.060
G_f [N/m]	102,1	76,4	95,3	75,3	139,7
$f_{u,sl}$ [MPa]	648,1	648,1	648,1	648,1	648,1
A_{sl} [cm ²]	3Ø20 9,42	3Ø20 9,42	6Ø20 18,80	5Ø20 15,70	5Ø20 15,70
ρ [%o]	16,97	16,97	24,58	20,52	20,52
ω_{sl} [-]	0,24	0,33	0,37	0,33	0,26

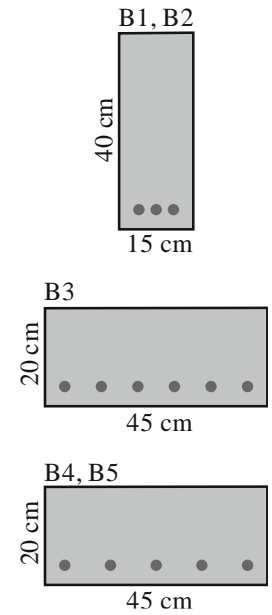
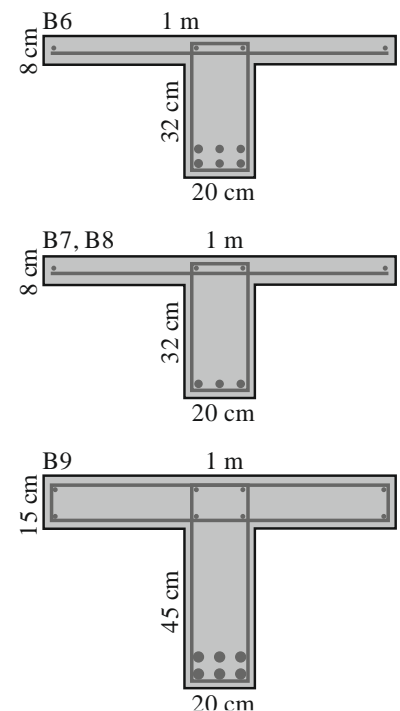


Tabelle 5-2 Zusammenfassung der geometrischen und mechanischen Größen der Plattenbalken mit Bügeln [63]

	B6	B7	B8	B9
b_{Fl} [m]	1,0	1,0	1,0	1,0
b_w [m]	0,2	0,2	0,2	0,2
h [m]	0,4	0,4	0,4	0,6
d [m]	0,332	0,362	0,362	0,532
a [m]	1,115	1,215	1,215	1,71
a/d [-]	3,36	3,36	3,36	3,21
a_v [m]	0,99	1,09	1,09	1,585
a_v/d [-]	2,98	3,01	3,01	2,98
c_v [cm]	2,0	2,0	2,0	2,0
D_{max} [mm]	16	16	8	16
f_{cm} [MPa]	43,1	43,1	38,0	45,6
$f_{ct,sp}$ [MPa]	3,35	3,35	3,17	3,55



5 Experimentelle Untersuchungen der Rissreibung

$f_{ct}^{1)}$ [MPa]	3,87	3,54	3,70	3,86	
E_{cm} [MPa]	27.670	27.670	25.217	28.290	
G_f [N/m]	95,3	95,3	75,3	102,1	
$f_{u,sw}$ [MPa]	612,7	629,2	629,2	612,7	
a_{sw} [cm ² /m]	Ø10-100 15,71	Ø8-300 3,33	Ø8-300 3,33	Ø10-180 8,78	
ρ_w [‰]	7,86	1,67	1,67	4,39	
ω_{sw} [-]	0,11	0,02	0,03	0,06	
$f_{u,sl}$ [MPa]	673,8	648,1	648,1	651,1	
A_{sl} [cm ²]	6Ø28 36,9	3Ø20 9,42	3Ø20 9,42	6Ø28 36,9	
$\rho^{2)}$ [‰]	11,11	2,60	2,60	6,94	1) f_{ct} nach <i>Malárics</i> [33]
ω_{sl} [-]	0,17	0,04	0,04	0,10	2) $\rho_1 = A_{sl}/(b_{Fl} \cdot d)$

Ein wichtiger Parameter, der für die Berechnung der Rissreibung in den *Zwei-Phasen-Modellen* benötigt wird, ist der Korngehalt p_k des Betons, welcher sich aus dem Volumenverhältnis des Zuschlages (Sand und Kies) zum Gesamtvolumen ergibt. Dafür werden die Dichten ρ der einzelnen Bestandteile benötigt (Tabelle 5-3, letzte Spalte), woraus sich das Volumen ($V = m/\rho$) berechnen lässt. Der Parameter p_k ist für die Bestimmung der stochastischen Verteilung der Körner notwendig. Als mittleren Wert für den Korngehalt wählte *Walraven* $p_k = 0,75$ [7]. In weiteren *Zwei-Phasen-Modellen* von *Ulaga* [43] und *Guidotti* [44] wurde dieser Wert übernommen. Die Tabelle 5-3 zeigt die Betonzusammensetzungen und gibt die Korngehalte an. Diese weisen zwar geringe Abweichungen zum Mittelwert nach *Walraven* auf, wobei jedoch das gesamte Volumen des Sandes angesetzt wird. Aufgrund geringerer errechneter Korngehalte und der Berücksichtigung des gesamten Sandvolumens wird als Korngehalt p_k für die Berechnung der Rissreibungskräfte ein Wert von 0,75 verwendet.

5.2 Versuche von Rombach und Jauk

Tabelle 5-3 Betonzusammensetzung der Versuchskörper [63]

	B2, B4, B8 (CEM II/A-LL 42,5 N)	B5 (CEM II/A-LL 42,5 N)	B1, B3, B6, B7, B9 (CEM III/A 42,5 N)	Dichte ρ [kg/m ³]
Beton	EH ¹⁾ I	EH ¹⁾ II	TB ²⁾ I, TB ²⁾ II	
Wasser	214,0 kg	193,4 kg	174 kg	1000
Zement	334,4 kg	362,6 kg	300 kg	3000
w/z	0,64	0,53	0,58	
Sand 0/2	898,3 kg	629,5 kg	882,2 kg	1500
Kies 2/8	851,6 kg	96,5 kg	367,6 kg	1700
Kies 8/16	0 kg	964,7 kg	588,2 kg	1700
Fließmittel	1,59 l	2,2 l	1,35 l	
Kornvolumen V_{s+k}	1,1 m ³	1,044 m ³	1,15 m ³	
Gesamtvolumen V_{ges}	1,427 m ³	1,36 m ³	1,425 m ³	
$p_k = V_{s+k}/V_{ges}$	0,771	0,768	0,807	

1) Eigene Herstellung 2) Transportbeton

5.2.3 Zusammenstellung der wesentlichen Versuchsergebnisse

Die Ergebnisse der umfangreichen Messungen werden nachfolgend erläutert, wobei sich dies nur auf die relevanten Daten beschränkt. Die gesamten Messergebnisse können dem ausführlichen Versuchsbericht [63] entnommen werden.

5.2.3.1 Rechteckbalken ohne Querkraftbewehrung B1 – B5

Die unverbügelten Balken wiesen in allen Versuchsdurchläufen das typische Querkraftversagen auf. Dieses konnte zum einen am finalen Rissbild identifiziert werden (Bild 5-9). Das Querkraftversagen zeichnete sich durch einen ausgeprägten Biegeschubriss aus. Dieser durchtrennte den Querschnitt in der Regel komplett. Des Weiteren wurde die Biegebewehrung durch einen Längsriss vom übrigen Betonkörper abgelöst. Zum anderen entstanden die genannten Versagensrisse plötzlich, wodurch es zu einem starken Lastabfall kam. Die Beschreibung des Versagensmechanismus trifft auf alle Balkenversuche zu.

Rissbilder

Mit Beginn der Belastung und dem folgenden Übergang in den gerissenen Zustand entwickelten sich vertikale Biegerisse. Bei Steigerung der Last nahmen die Risslängen zu. In den Auflagerbereichen mit geringer Momentenbelastung neigten sich die Risse in Richtung der Lasteinleitung. Die kurzen Biegerisse entwickelten sich somit zu Biegeschubrissen. Mit zunehmender Belastung nahm die Risslänge zu und die Rissneigung weiter ab. Der relevante

Biegeschubriss initiierte das Versagen des Balkens, als dieser die Biegedruckzone erreichte. Daraufhin entwickelte sich der stark ausgeprägte Biegeschubriss geradewegs auf die Lastplatte zu. Mit zunehmender Risslänge nahm die Einschnürung der Druckzone zu. Damit einhergehend kam es zum Ausknicken der Biegedruckzone im Abstand von etwa $1 \cdot d \div 2 \cdot d$ vom Rand der Lastplatte. Dieser Mechanismus wird durch den vertikalen Trennriss oberhalb des Versagensrisses deutlich. Gleichzeitig versagte die Druckzone auch an der Lasteinleitung, indem sich der Biegeschubriss bis direkt an die Lastplatte ausbreitete.

Simultan zum Rissfortschritt in der Druckzone entwickelte sich ein Längsriss entlang der Biegezugbewehrung. Dabei handelte es sich um einen Dübelriss, der sich ausgehend von einem Biegeschubriss entwickelte. Dies ist ebenfalls charakteristisch für ein Biegeschubversagen. Der typische Versagensriss, ausgelöst durch Querkraft, verläuft demnach von der Druckzone über den gesamten Querschnitt und endet entlang der Biegebewehrung. Es ergibt sich ein S-förmiger Verlauf des Versagensrisses. Bei den durchgeführten Versuchen traten die Versagensrisse im Abstand $< d$ vom Auflager auf (Bild 5-9).

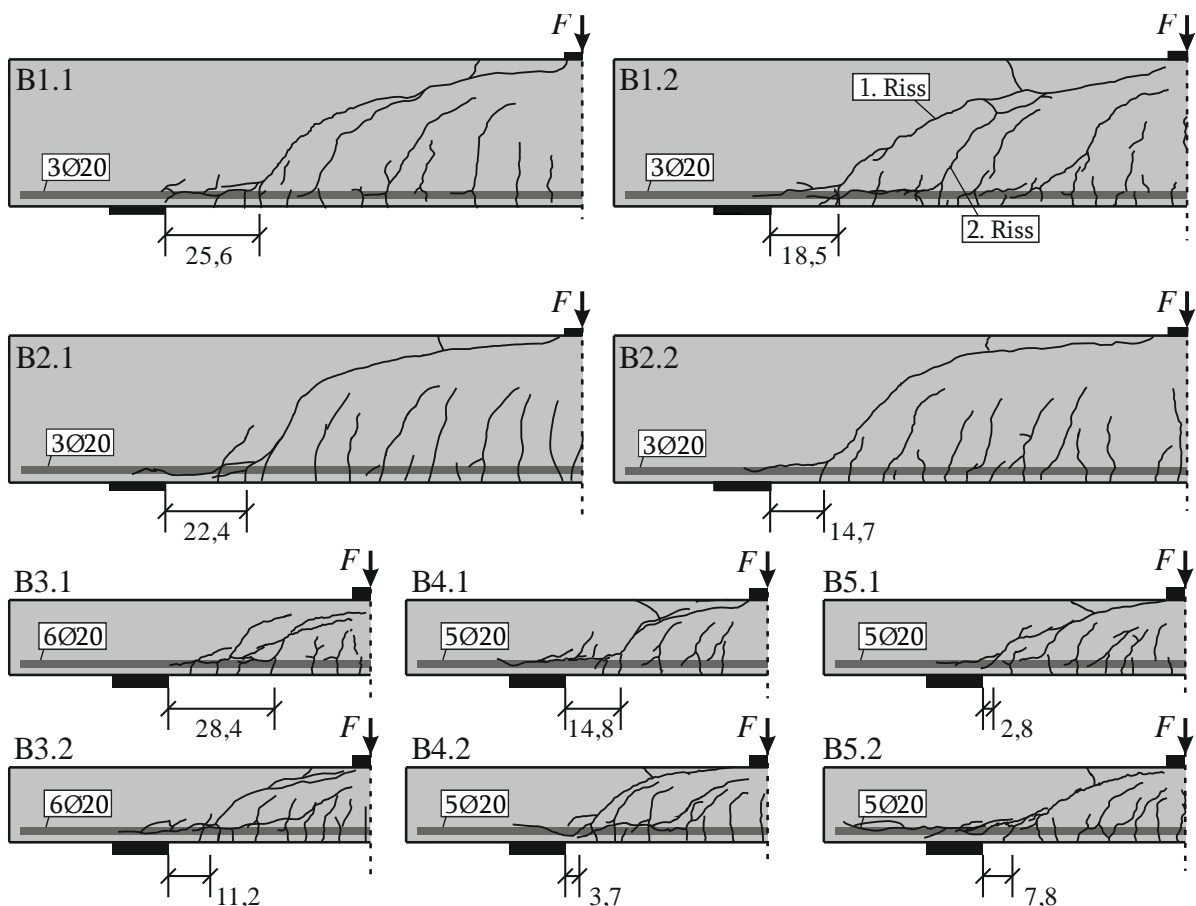


Bild 5-9 Rissbilder nach dem Versagen der Balken B1 – B5 [63]

Die einzige Ausnahme zu den vorangegangenen Erläuterungen stellte der Versuch B3.1 dar. Bei diesem entwickelte sich ein maßgebender Biegeschubriss nahe der Lasteinleitung. In diesem Fall war der Abstand der Auflagerplatte zum Ursprung des Biegeschubrisses mit 28,4 cm deutlich

größer als die statische Nutzhöhe d . Der ausgebildete Biegeschubriss verlief unterhalb der Lasteinleitungsplatte, wodurch die Druckzone nur geringfügig eingeschnürt wurde. Die Druckzone blieb demnach nahezu in Gänze erhalten und tragfähig. Es handelte sich um ein besonderes Rissbild, da die Druckzone nicht wesentlich eingeschnürt war und der Riss den Querschnitt nicht durchtrennte. Daraufhin war eine weitere Steigerung der Belastung möglich, wobei ein weiterer Biegeschubriss entstand. Bevor sich dieser vollständig ausbilden konnte, wurde der Versuch abgebrochen, da das Nachbruchverhalten nicht im Mittelpunkt der Untersuchungen stand.

Lastverformungskurven

Die Lastverformungskurven (Bild 5-10) wiesen Charakteristika eines Querkraftversagens auf. Während der Belastungsphase begann bereits unter geringen Einwirkungen von etwa 10 kN für alle Balken B1 – B5 das Aufreißen des Querschnitts und damit der Übergang in den Zustand II. Im weiteren Belastungsverlauf nahm die Steifigkeit der Balken nur geringfügig ab. Die F - w_1 -Kurven weisen eine nahezu konstante Steigung auf. Mit dem Erreichen der Maximallast kam es zu einem schlagartigen Lastabfall in verschiedenen Größenordnungen. Hierbei traten die zuvor beschriebenen Versagensrisse auf. Das Querkraftversagen erfolgte ohne Vorankündigung und spröde. Eine Besonderheit der Lastverformungskurven zwischen den Querschnitten der hohen (B1, B2) und der flachen (B3 – B5) Balken sind die deutlichen Differenzen des Lastabfalls. Ausreißer waren innerhalb der Versuche nicht vorhanden.

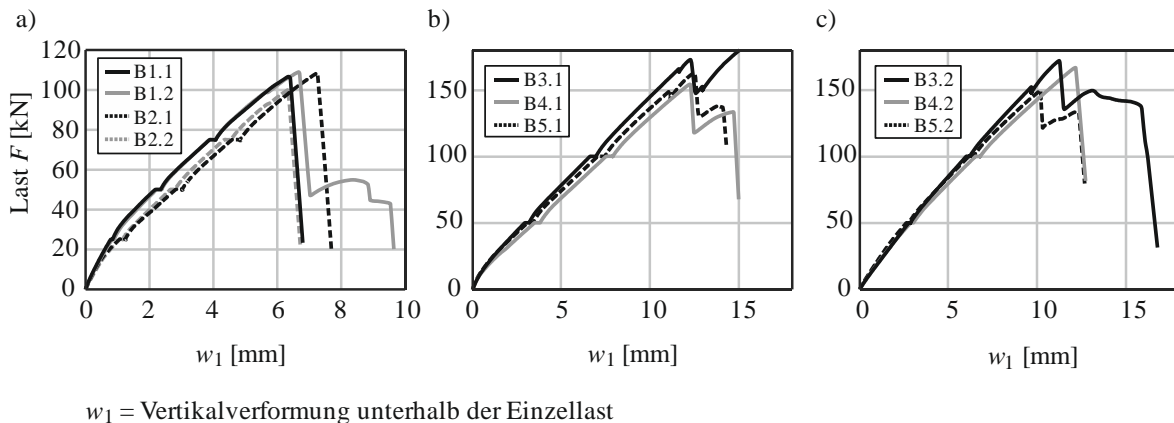


Bild 5-10 Lastverformungskurven der Versuche: a) B1, B2; b) B3.1, B4.1, B5.1; c) B3.2, B4.2, B5.2 [63]

Versagenslasten und normierte Lastverformungskurven

Zur Vergleichbarkeit der Versuche untereinander ist eine Normierung der Versuchswerte sinnvoll. Dafür wird die Gleichung für die Ermittlung der rechnerischen Querkrafttragfähigkeit nach EC2 [1] herangezogen (Gl. (5.1)). Da es sich um die Auswertung von Versuchen handelt, wird der Vorfaktor $C_{Rk,c}$ ohne Sicherheitsbeiwert gemäß EC2 [1] zu 0,18 gesetzt. Auf die normativen Begrenzungen des Maßstabsfaktors k (≤ 2) und des Längsbewehrungsgrades ρ_l ($\leq 0,02$) wird verzichtet. Somit lässt sich die bezogene Querkrafttragfähigkeit v_u nach Gl. (5.2) ermitteln. Die wesentlichen Größen und die Tragfähigkeiten sind in Tabelle 5-4 zusammengefasst. Es ergibt sich

5 Experimentelle Untersuchungen der Rissreibung

bei allen Versuchen ein nahezu identischer Wert für die normierte Querkrafttragfähigkeit v_u . Die statistische Auswertung der Versuche ergibt einen Mittelwert von 1,005 mit einem sehr geringen Variationskoeffizienten von 0,059 unter der Annahme einer Normalverteilung.

$$V_{Rm,c} = C_{Rk,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cm})^{1/3} \cdot b_w \cdot d \quad (EC2, \text{Gl. 6.2a}) \quad (5.1)$$

$$\text{mit: } C_{Rk,c} = 0,18 \quad k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d[\text{mm}]}}$$

$$v_u = \frac{V_u}{V_{Rm,c}} \quad (V_u \text{ ist die maximale Querkraft in den Versuchen}) \quad (5.2)$$

Tabelle 5-4 Querkrafttragfähigkeiten der Versuchsbalken B1 – B5

Test	d [m]	b_w [m]	k	D_{\max} [mm]	f_{cm} [MPa]	A_{st} [cm ²]	ρ_l [%]	F_u [kN]	V_u [kN]	$V_{Rm,c}$ [kN]	v_u [-]
B1.1	0,37	0,15	1,74	16	45,6	9,42	1,7	106,7	69,7	73,8	0,944
B1.2	0,37	0,15	1,74	16	45,6	9,42	1,7	109,0	71,2	73,8	0,965
B2.1	0,37	0,15	1,74	8	33,7	9,42	1,7	108,4	70,8	66,7	1,061
B2.2	0,37	0,15	1,74	8	33,7	9,42	1,7	100,0	65,3	66,7	0,979
B3.1	0,17	0,45	2,08	16	43,1	18,8	2,5	172,8	142,4	135,8	1,048
B3.2	0,17	0,45	2,08	16	43,1	18,8	2,5	172,0	141,8	135,8	1,044
B4.1	0,17	0,45	2,08	8	40,4	15,7	2,1	154,2	127,1	125,2	1,015
B4.2	0,17	0,45	2,08	8	40,4	15,7	2,1	166,8	137,5	125,2	1,098
B5.1	0,17	0,45	2,08	16	52,0	15,7	2,1	162,7	134,1	136,2	0,985
B5.2	0,17	0,45	2,08	16	52,0	15,7	2,1	149,7	123,4	136,2	0,906
Mean										1,005	
COV										0,059	

Die Normierung der Lastverformungskurven mit dem Normenansatz Gl. (5.1) zeigt mit den Versuchswerten eine überaus hohe Übereinstimmung (Bild 5-11). Es werden die wesentlichen Einflussparameter, wie Betonfestigkeit, Bewehrungsgrad und Querschnittsabmessungen, zutreffend erfasst. Unberücksichtigt bleiben nach der Normierung das Rissbild bzw. die

Rissentwicklung und der Größtkorndurchmesser D_{\max} . Diese sollten aufgrund der zum Teil ausgeprägten Biegeschubrisse zu Unterschieden bei den normierten Lastverformungskurven führen, wenn die Querkraft wesentlich durch die Rissreibung abgetragen würde. In Bild 5-11 zeigt sich dies aber nicht. Die normierten Last-Verformungskurven mit unterschiedlichen Betonfestigkeiten und Größtkorndurchmessern liegen nahezu übereinander.

Daraus kann auch geschlussfolgert werden, dass der Einfluss der Risse im Allgemeinen eine untergeordnete Rolle beim Lastabtrag spielt. Denn unter der Annahme, dass ein erheblicher Anteil der Querkraft über die Rissreibung übertragen würde, müssten sich die unterschiedlichen Größtkorndurchmesser in den Kraftverformungskurven widerspiegeln, was nicht der Fall ist. Denn um identische Querkraftanteile aus Rissreibung in beiden Versuchen zu erhalten, wären bspw. bei dem Versuch B2 mit $D_{\max} = 8 \text{ mm}$ deutlich höhere Risskinematiken als bei B1 mit $D_{\max} = 16 \text{ mm}$ erforderlich. Dies würde zu größeren Bauteilverformungen führen. An den normierten Kraftverformungskurven ist Gegenteiliges zu beobachten. Bei den Versuchen B3.2 und B4.2 kamen ebenfalls unterschiedliche Größtkorndurchmesser ($D_{\max} = 16 \text{ mm}$ bzw. 8 mm) zum Einsatz. Die Lastverformungskurven liegen jedoch exakt übereinander. Es ist also nicht das zu erwartende Tragverhalten aufgetreten. Die Versuche B5 weichen von den übrigen ab, da es bei diesem Balken zu starken Schwindrissen gekommen war.

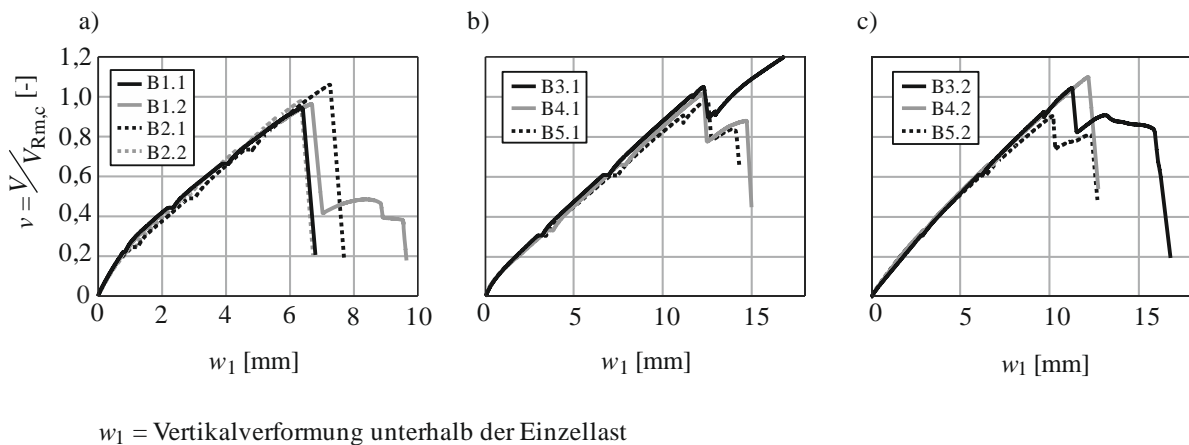


Bild 5-11 Normierte Lastverformungskurven der Versuche: a) B1, B2; b) B3.1 – B5.1; c) B3.2 – B5.2 [63]

5.2.3.2 Plattenbalken mit Querkraftbewehrung B6 – B9

Die querkraftbewehrten Plattenbalken wiesen u. a. auf Grund der vorhandenen Bügelbewehrung ein unterschiedliches Tragverhalten zu den unbewehrten Rechteckbalken B1 – B5 auf. Es konnten ebenfalls Unterschiede durch die differierenden Eingangsparameter festgestellt werden. Diese lagen vornehmlich in den Rissbildern (Bild 5-12).

Rissneigungen

Die Balken B6 und B9 waren stark längs- und bügelbewehrt ($A_{sl} = 2 \times 3 \text{ } \varnothing 28$; $a_{sw} = \varnothing 10-100$ bzw. $\varnothing 10-180$). Hierdurch trat eine starke Schubrissebildung auf. Zu Belastungsbeginn entstanden in

regelmäßigen Abständen Biegerisse. Bei B6 lagen deren Abstände bei etwa 10 cm, was dem Bügelabstand entsprach. Dies ist verständlich, da an den Positionen der Bügel der Querschnitt geschwächt ist und vorzugsweise aufreißt. Beim Balken B9 war dies etwas anders. Es entstanden sowohl Biegerisse an den Bügeln als auch dazwischen. Dies lag an dem größeren Bügelabstand von $s = 18$ cm. Dieser reichte aus, um die Spannungen von der Längsbewehrung in den Beton zu übertragen und den Querschnitt auch zwischen den Bügeln zum Aufreißen zu bringen. Bei den Balken B7 und B8 mit $s = 300$ mm war es identisch. Zwischen den Bügeln entstanden ein bis zwei Biegerisse. Von diesen ausgehend entwickelten sich oberhalb der Biegebewehrung geneigte Schubrisse. Dabei scheint es keinen großen Unterschied zu machen, ob der Abstand der Oberkante der obersten Biegebewehrung zur Unterkante des Querschnitts groß (B6 und B9 mit $10,6 \text{ cm} = 2 + 1 + 2,8 + 2 + 2,8 = c_v + \varnothing_{\text{Bü}} + \varnothing_{\text{sl}} + 2 + \varnothing_{\text{sl}}$) oder geringer (B7 und B8 mit $4,8 \text{ cm} = 2 + 0,8 + 2 = c_v + \varnothing_{\text{Bü}} + \varnothing_{\text{sl}}$) war.

In den meisten Fällen waren die Schubrisse im Steg dominant, wodurch sich entstandene Biegerisse zum Teil wieder schlossen. Die Schubrisse besaßen über die Steghöhe eine nahezu konstante Rissneigung (Bild 5-12). Erst nahe dem Flansch flachten einige der Schubrisse ab und verliefen weitestgehend horizontal unterhalb des Flansches. Bei den Versuchen B7 und B8 war das Verbinden von Schubrisse zu erkennen.

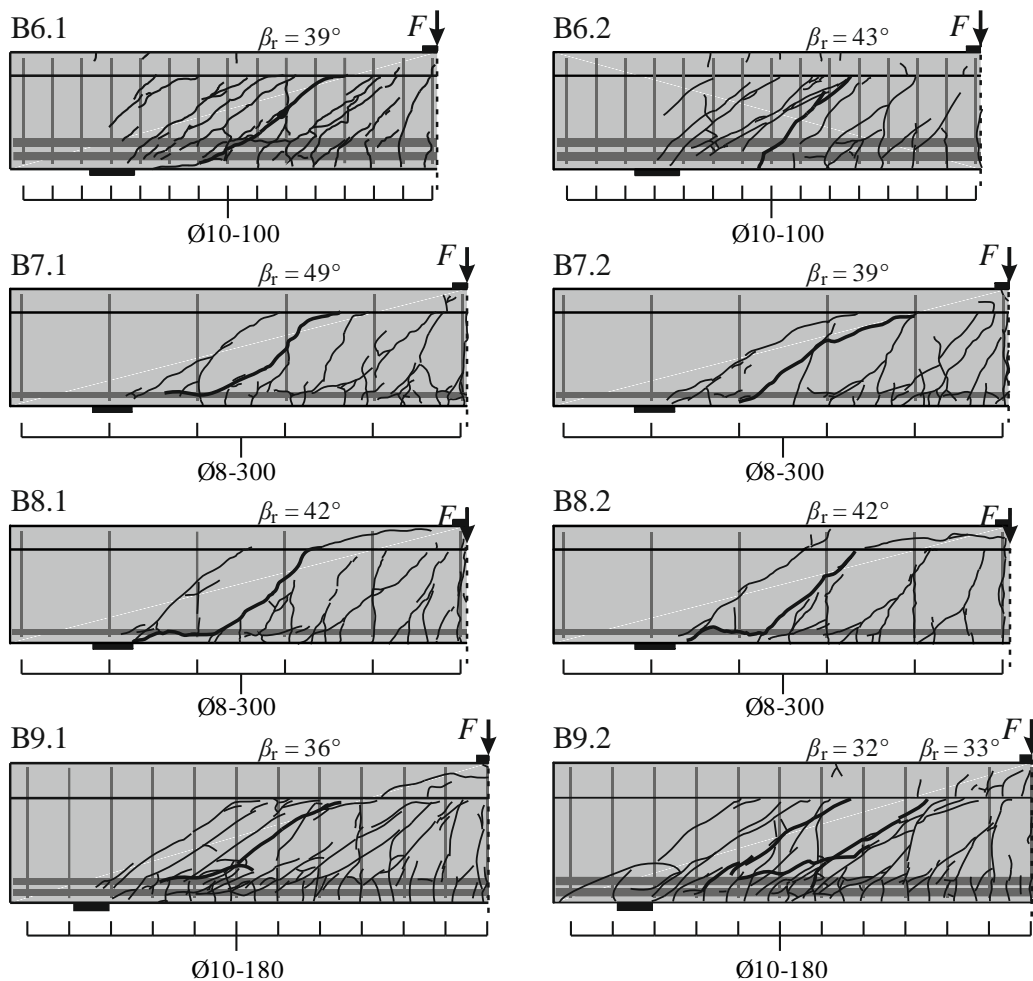


Bild 5-12 Rissbilder der Balken B6 – B9 [63]

Die Neigung der Schubrisse wurde zum einen durch den Bügelbewehrungsgrad beeinflusst. Die stark bügelbewehrten Balken B6 und B9 ($\rho_{sw} = 7,86 \text{ ‰}$ bzw. $4,39 \text{ ‰}$) wiesen im Durchschnitt geringere Rissneigungen auf als die Versuchskörper B7 und B8 ($\rho_{sw} = 1,67 \text{ ‰}$). Zum anderen hatte der Abstand der Risse zur Lasteinleitung Einfluss auf deren Neigung. Die Schubrisse nahe der Lasteinleitung besaßen einen steileren Verlauf als die Risse nahe dem Auflager.

Versagensarten

Bei den Versuchen lagen unterschiedliche Ursachen für das Versagen vor. Die Rissbilder kurz vor der Maximallast sind in Bild 5-12 skizziert.

Der Balken B6 wies sowohl einen hohen Bügel- als auch einen hohen Längsbewehrungsgrad auf ($\rho_{sw} = 7,86 \text{ ‰}$, $\rho_{sl} = 11,11 \text{ ‰}$). Die Spannung in der Bügelbewehrung war in den Schubrisen bei Maximallast größer und zwischen den Rissen geringer als die Fließspannung f_{sy} (siehe 6.2.2). Die Längsbewehrung erreichte die Fließspannung hingegen nicht und verhielt sich daher bis zum Versagen linear-elastisch. Dadurch wurde die Öffnung der Risse begrenzt. Nahe der Maximallast begann jedoch die Öffnung des maßgebenden Schubrisses und damit das Versagen (Bild 5-12, B6.1). Im zweiten Versuchsdurchlauf B6.2 versagte die Betondruckstrebe, indem der Beton außerhalb der Bügel abplatzte.

Die Versuche B7.1 und B7.2 wurden nicht bis zum Versagen, sondern nur bis zum Erreichen der Fließspannung der Längsbewehrung $f_{y,sl}$ belastet, da das Nachbruchverhalten nicht im Fokus der Forschung lag. Daraufhin wurden weitere Versuchsdurchläufe mit zyklischer Belastung durchgeführt. Diese begannen mit einer Erstbelastung von 230 kN, was ca. 97 % der mittleren Fließkraft des Balkens $F_{y,m} = 236,7 \text{ kN}$ entspricht (Tabelle 5-5). Darauf wurden zehn sinusförmige Lastzyklen zwischen 5 kN und 225 kN aufgebracht. Nachdem der Balken noch tragfähig war, erfolgte eine statische, verformungsgesteuerte Belastung [63]. Unter diesem Belastungsfall wurde das risskinematische Verhalten untersucht und die Auswertung der photogrammetrischen Messungen mit der der Rissaufnehmer abgeglichen. Es ergaben sich sehr gute Übereinstimmungen [63]. Aber auch in den zyklischen Belastungsfällen wurden die beiden Balkenversuche B7.1 und B7.2 nicht bis zum Versagen belastet, da mit einem Bügelversagen zu rechnen war. Es lagen nämlich sehr große Rissöffnungen von bis zu 3 mm vor. Die Spannungen in der Bügel- als auch in der Längsbewehrung waren bereits im Fließbereich. Dieses Versagen trat bei den Versuchen B8.1 und B8.2 ebenfalls auf (Bild 5-13 b).

Die Versuche zu B9.1 und B9.2 wiesen Versagensmechanismen auf, die den Versuchen B6 ähnelten. Bei B9.1 kam es zum Versagen der Betondruckstrebe. Im Bereich der Längsbewehrung platzte der Beton ab. Simultan kam es zum Entstehen von Längsrissen entlang der Bewehrung. Das Bauteilversagen zeichnete sich durch den sukzessiven Lastabfall aus. Damit einhergehend kam es zur Öffnung des maßgebenden Schubrisses. Dieser breitete sich bis in den Flansch aus und sorgte damit für einen Lastabfall (Bild 5-12, B9.1). Bei B9.2 sah das Rissbild nahezu identisch aus. Das

Versagensbild wich jedoch ab. Die maßgebenden Schubrisse öffneten sich und entlang der Längsbewehrung bildete sich ein Riss. Es ergab sich ein duktileres Bauteilverhalten als beim Versuch B9.1. Das Versagen und der Lastabfall kamen durch den ausgeprägten Längsriss zustande. Dieser verlief bis über das Auflager hinweg.

Lastverformungskurven und Versagenslasten

Das Versagen und die Lastverformungskurven der Versuche wurden im vorangegangenen Abschnitt beschrieben. Nachfolgend werden diese grafisch dargestellt und näher erläutert (Bild 5-13).

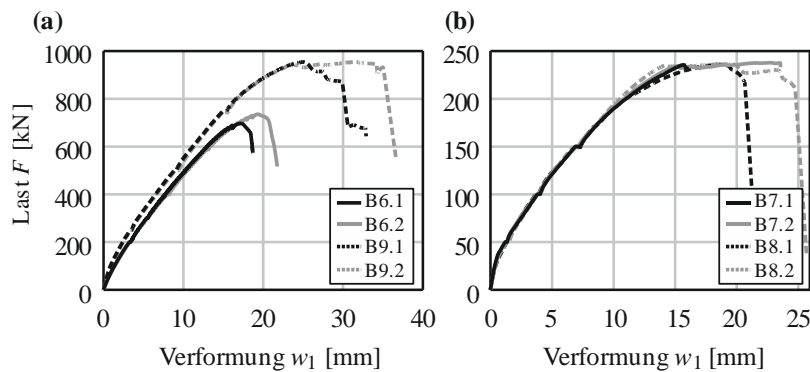


Bild 5-13 Lastverformungskurven der Versuche: a) B6.1, B6.2, B9.1, B9.2; b) B7.1, B7.2, B8.1, B8.2 [63]

Zur besseren Vergleichbarkeit der Versuche untereinander werden die Versagenslasten mit den rechnerischen Tragfähigkeiten nach *EC2* normiert (Gl. (5.3)). Dabei werden nicht die Bemessungswerte f_{cd} bzw. f_{ywd} , sondern die mittleren, experimentell bestimmten Festigkeiten angesetzt. Die bezogene Querkraft v_u ergibt sich nach Gl. (5.4).

$$V_{Rm,s} = (A_{sw}/s_w) \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (EC2, \text{Gl. 6.8}) \quad (5.3)$$

$$v_u = \frac{V_u}{V_{Rm,s}} \quad (5.4)$$

$$1,0 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2 + 1,4 \cdot \sigma_{cp} / f_{cd}}{1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed}} \leq 3,0 \quad (EC2, \text{Gl. 6.7aDE}) \quad (5.5)$$

$$\text{mit: } V_{Rd,cc} = c \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \left(1 - 1,2 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) \cdot b_w \cdot z \quad (EC2, \text{Gl. 6.7bDE})$$

Die rechnerischen Traglasten nach *EC2* mit Mittelwerten sind in der Tabelle 5-5 aufgelistet. Es zeigt sich, dass die Berechnungen zu deutlich konservativeren Ergebnissen führen. Dies kann auf den alleinigen Lastabtrag durch die Bügel zurückgeführt werden. Alle weiteren Traganteile werden außer Acht gelassen. Als Druckstrebenwinkel wird der maximal zugelassene Winkel nach *EC2* NA

Die Kurven (K_1 und K_2) wurden seitlich der Rissflanken definiert. Als tiefster Punkt der risskinematischen Untersuchung wird der Schnittpunkt der Biegeschubrisse und der Längsrisse auf Höhe der Biegebewehrung gewählt. Der Endpunkt ist durch die Ausprägung des Risses in der letzten relevanten Laststufe definiert. Außerhalb dieses Untersuchungsbereiches sind die Risskinematiken für die Übertragung von Rissspannungen nicht bedeutsam. Bei den verbügelten Plattenbalken wird der Definitionsbereich des auszuwertenden Risses identisch formuliert und endet unterhalb der Platte.

Die Auswertung der Risskinematiken erfolgte im Allgemeinen bis zur Maximallast F_u bzw. bis ca. $0,995 \cdot V_u$. Die darauffolgenden Laststufen sind für die Untersuchungen nicht relevant, da mit dem Erreichen der Maximallast das instabile Risswachstum begann. Die Last nahm mit zunehmendem Risswachstum allmählich ab, bis es zum Versagen der Versuchsbalken kam. Dies war möglich, da die Versuche weggesteuert durchgeführt wurden. Diese Art der Belastung existiert unter realen Bedingungen jedoch nur selten. Aus diesem Grund ist das Verhalten der Versuchsträger bis kurz vor dem Erreichen der Maximallast von Bedeutung. Der Nachbruchbereich ist nur bei statisch unbestimmten Konstruktionen wichtig, da es bei Steifigkeitsänderungen zu Lastumlagerungen kommen kann.

Risskinematik

Die Risskinematik wird mit vektoriell Verformungsvektoren dargestellt, welche die Verformungen der Rissufer visualisieren. Der Ursprung der Vektoren befindet sich an den betrachteten Biegeschubrisse (Bild 5-9 und Bild 5-12). Die Richtung und Länge der Vektoren entsprechen der Risskinematik zwischen der betrachteten Laststufe und der vorherigen. Die Verformungsänderungen werden somit additiv dargestellt. Die Trennung der Vektoren der einzelnen Laststufen erfolgt durch schwarze Grenzlinien.

Die Risskinematik wird erst ab einer Rissöffnung von 0,01 mm ermittelt.

5.3.1 Rechteckbalken ohne Querkraftbewehrung B1 – B5

Bild 5-14 a – j zeigt die Risskinematik der Balkenversuche B1 bis B5. Die Laststufen sind tabellarisch in Bild 5-14 k aufgelistet. Für die hohen Rechteckbalken B1 und B2 ($h/b = 0,40 / 0,15$ m) ergaben sich ab 91,4 % der Maximallast F_u (Bild 5-14 a – d), bei den flachen, plattenartigen Rechteckbalken B3, B4 und B5 ($h/b = 0,20 / 0,45$ m) ab 68,6 % der Maximallast relevante Risskinematiken (Bild 5-14 e – j).

Für die Risse *B* bis *D* aller Versuche sind mit dem Erreichen der ersten Laststufe die Risskinematiken fast komplett ausgebildet (Bild 5-14). Die weitere Belastung der Balken führt in der Regel zu keinem oder nur geringem Zuwachs. Diesbezüglich liegen zwei Ausnahmen mit dem Riss *B* beim Versuch B5.2 sowie dem Riss *A* beim Versuch B3.1 vor (Bild 5-14 e, j).

5.3 Risskinematik

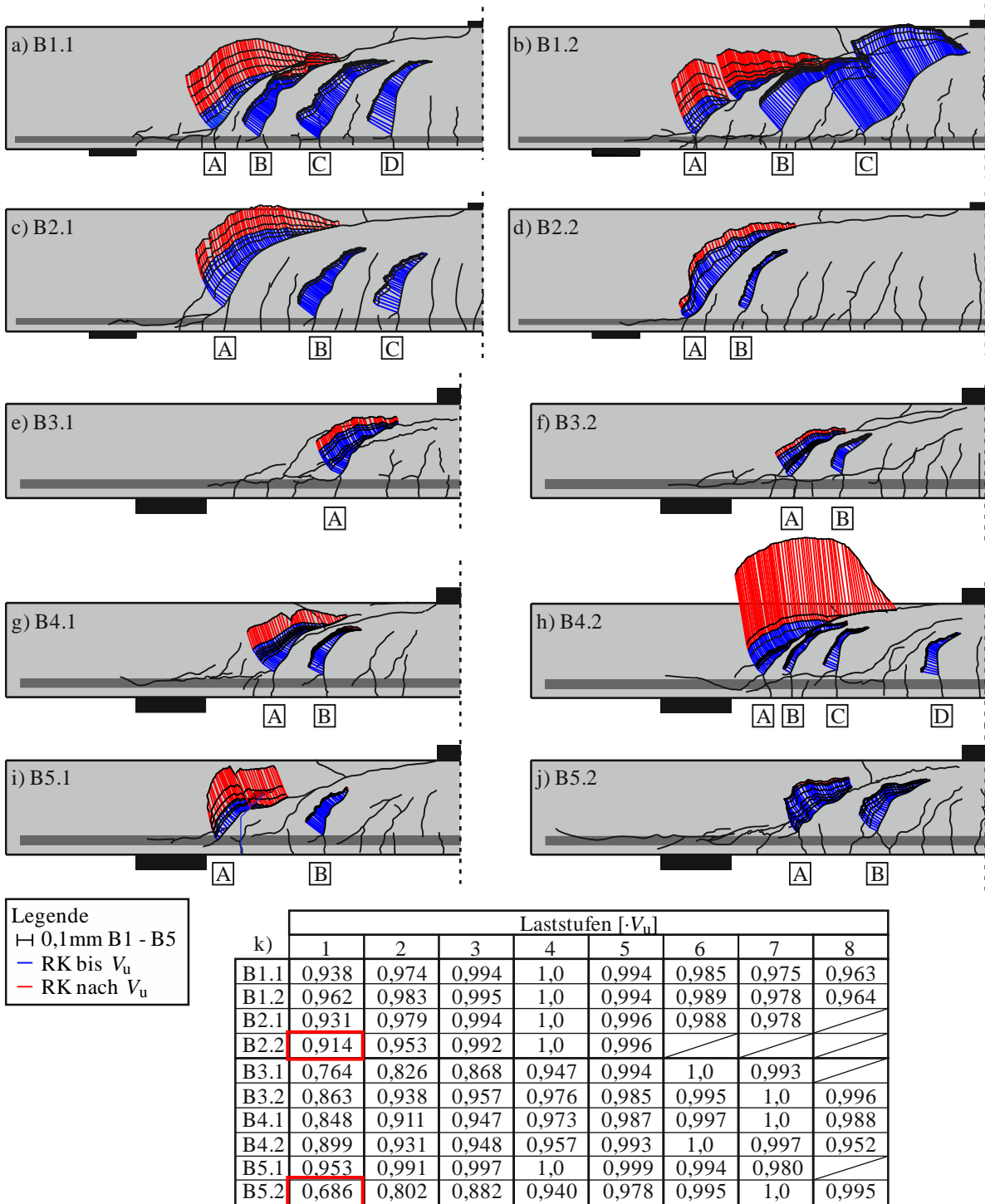


Bild 5-14 a) – j) Rissvektoren an den Biegeschubrissen der Balkenversuche B1 bis B5; k) Laststufen zu den Versuchen

Beim ersteren entwickelte sich die Risskinematik ähnlich zum maßgebenden Biegeschubriss A, nur dass dieser Riss nicht zum Versagen des Balkens führte. Es sind Ähnlichkeiten in der Form, dem Abstand und der Risskinematik zum Riss B3.1 A vorhanden. Bei Letzterem war es möglich, die Traglast mit vorhandenem kritischen Biegeschubriss im Gegensatz zu den übrigen Versuchen zu steigern, obwohl der Riss stark geöffnet war und es bereits zum Lastabfall kam. Die Ursache für den Unterschied liegt in dem Verlauf des kritischen Schubrisses. Dieser schnürte nicht die Druckzone ein und verlief unterhalb der Lastplatte [63]. Eine weitere Besonderheit stellen die Risse

B der Versuche B1.1, B1.2 und B4.2 dar (Bild 5-14 a, b, h). Diese befanden sich in unmittelbarer Nähe zum Versagensriss. Bereits bei der ersten Laststufe waren die Risse stark ausgeprägt. Vor allem die unteren Rissabschnitte wiesen mit zunehmender Belastung nur einen geringen Zuwachs der Risskinematik auf. Im oberen Abschnitt der Risse konnte ein Rissfortschritt beobachtet werden. Dieses Verhalten lässt sich auf die Nähe zum Versagensriss zurückführen. In den Versuchen B1.1 und B1.2 verbanden sich die Risse B mit den Versagensrissen (Bild 5-14 a, b). Bei B4.2 entwickelten sich die Risse A und B bis zur Maximallast nahezu parallel, wobei der Riss A dann jedoch maßgebend wurde (Bild 5-14 h).

Bei den Rissen A handelt es sich um die maßgebenden Biegeschub- oder auch Versagensrisse. Diese entstanden in der Versuchsreihe erst bei hohen Lastniveaus, wie sich besonders an den Versuchen B1.1 und B2.2 zeigen lässt (Bild 5-14 a, d). Bei der ersten Laststufe waren die Versagensrisse noch nicht entstanden. Diese bildeten sich erst bei über $0,938 \cdot V_u$ bzw. $0,914 \cdot V_u$. Im Anfangsstadium verliefen diese näherungsweise mit einer konstanten Neigung, jedoch nicht senkrecht zur Balkenachse. Sie wiesen darüber hinaus nur Rissöffnungen und keine Gleitungen auf. Es zeigte sich, dass die beiden Rissflächen um die Rissspitze rotierten. Wenn die Rissebene durch die Rissspitze verläuft, tritt somit eine reine Rissöffnung auf. Bei zunehmender Belastung breitete sich der Riss aus und wuchs zur Lastplatte. Es entwickelte sich ein typischer Verlauf eines Biegeschubrisses. Damit einhergehend verschob sich auch die Rissspitze und die Rissneigung nahm ab. Die Rissabschnitte im oberen Bereich wiesen reine Rissöffnungen auf, da die Rissspitze in der Rissebene lag. Dies konnte zuvor beobachtet werden als der Riss geradlinig verlief. An den unteren Rissabschnitten, deren Ebenen nicht durch die Rissspitze verliefen, wurden Rissgleitungen gemessen. Es konnte weiterhin eine Rotation um die Rissspitze beobachtet werden. In der Folge versagten die Balken durch den wachsenden Riss, da die Druckzone vollständig durch diesen getrennt wurde. Das beschriebene Rissverhalten war am Versagensriss des Versuchs B1.1 sehr gut sichtbar.

Insgesamt wurden bei den Versuchen bis zum Versagen durchweg deutlich geringere Rissgleitungen als Rissöffnungen gemessen. Zum einen zeigten dies die Ergebnisse der Risskinematiken entlang des Versagensrisses bei maximaler Belastung (Anhang A). Zum anderen konnte es an einer punktuellen Auswertung entlang der Biegeschubrisse (Risse $A - D$) über den Belastungsverlauf gezeigt werden [63]. Dies soll beispielhaft am Versuch B1.1 erläutert werden, gilt aber auch für die übrigen Balkenversuche (Bild 5-15). Die Auswertung zeigt, dass die Rissöffnung durchweg größer als die Rissgleitung ist. Daraus ergibt sich, dass der Richtungsvektor α_0 , wie er in den *Zwei-Phasen-Modellen* definiert war, eine Neigung größer als 45° aufweist und diesen Wert zum Teil erheblich übersteigt. Dies gilt auch für die übrigen Balkenversuche (Anhang B).

5.3 Risskinematik

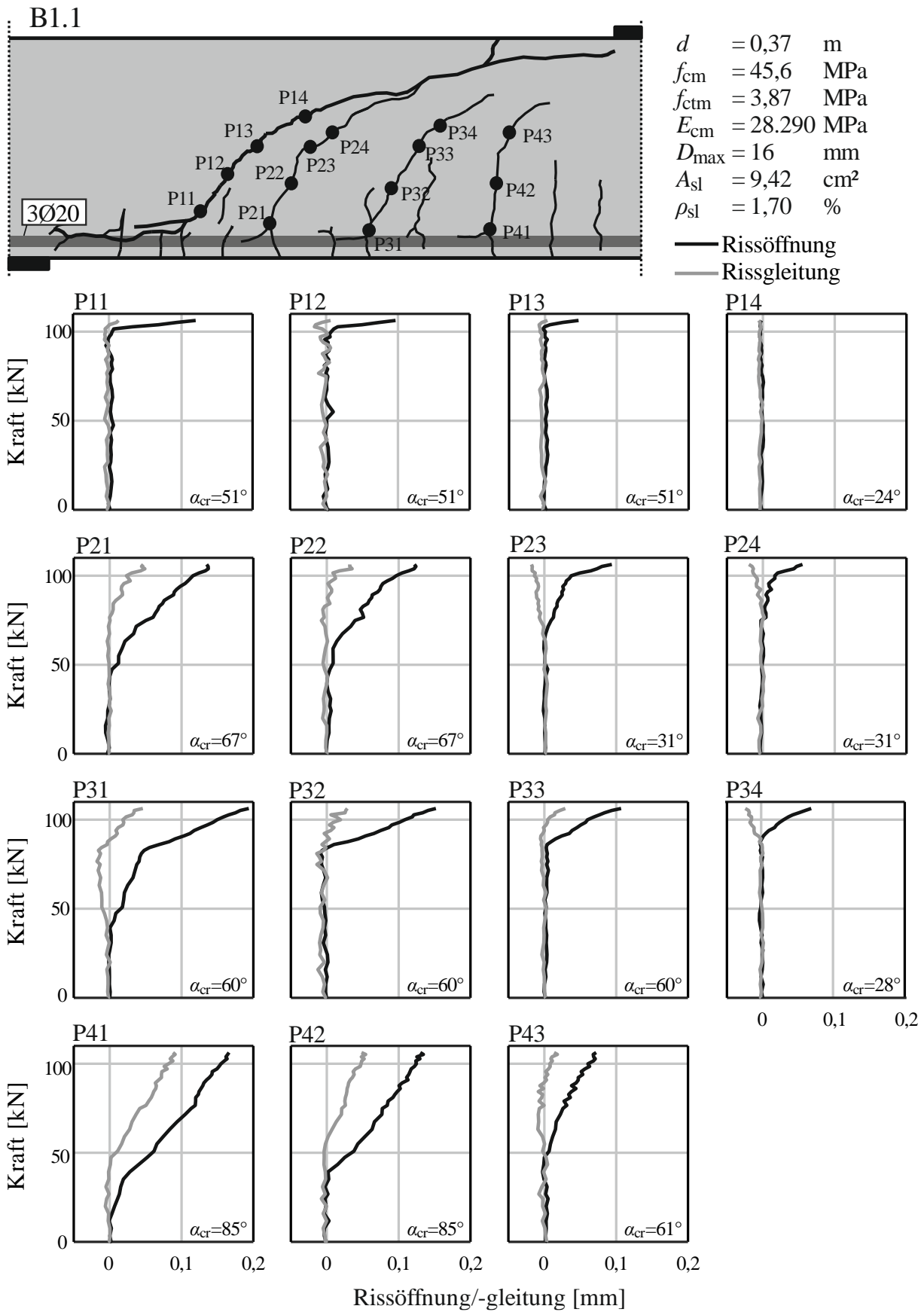


Bild 5-15 B1.1 Punktuelle Auswertung der Risskinematik des Versuchs B1.1

Auch bei weiteren, aus der Literatur entnommenen Balkenversuchen wurden mit punktuellen Auswertungen identische Ergebnisse erzielt. Bei den Versuchen von *Huber* [71] zeigte sich eine

nahezu orthogonale Verformung der Rissflanken bis zur Maximallast. Auch in einer weiteren Versuchsreihe kam *Huber* zu identischen Ergebnissen (s. Kap. 5.1.2, [72]).

Košćak et al. [70] führten Balkenversuche durch, die er an einzelnen Punkten des Biegeschubbrisses auswertete (Bild 5-16). Es zeigte sich bei allen vier Versuchen seiner Versuchsreihe, dass die Rissöffnung größer als die Rissgleitung war. Dies traf für verschiedene Positionen und Rissneigungen zu.

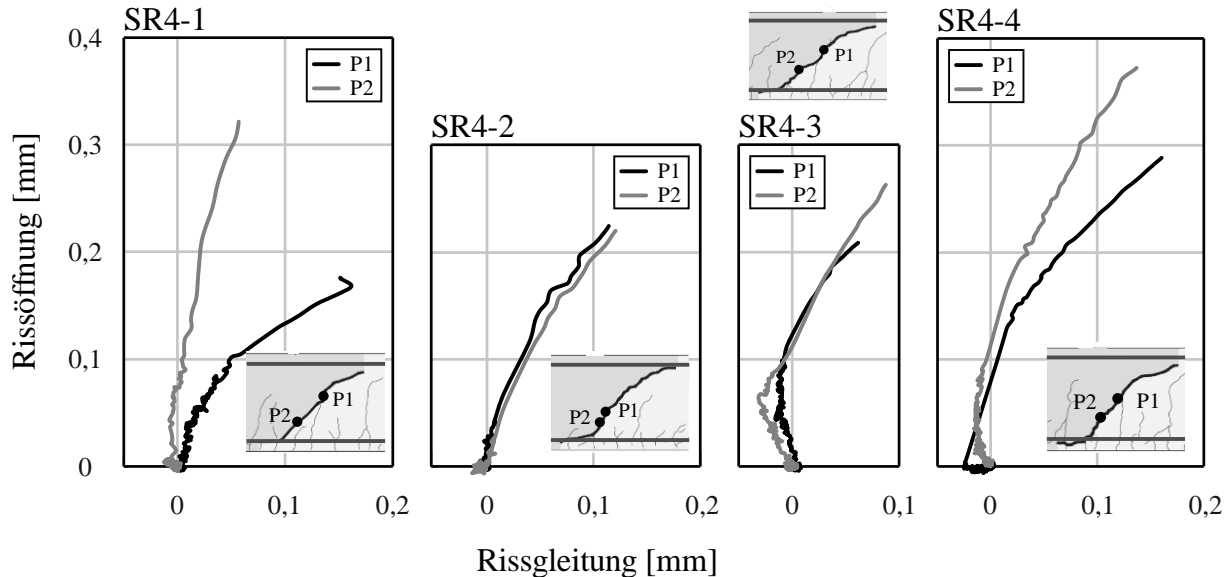


Bild 5-16 Punktuelle Risskinematik der Versuche SR4-1 bis SR4-4 von *Košćak* et al. [70]

Sagaseta und *Vollum* [73], [74] bestimmten in einem Balkenversuch die Rissgleitung und -öffnung punktuell in einem Schubbriss unter Belastung (Bild 5-17). Die Öffnung des Risses lag zu jedem Zeitpunkt weit oberhalb der Gleitung. Unter Maximallast lag das Verhältnis bei $w / \delta = 1 / 0,3 \text{ mm} = 3,33$. Dies ergibt einen Richtungsvektor mit dem Neigungswinkel $\alpha_0 = 73^\circ$.

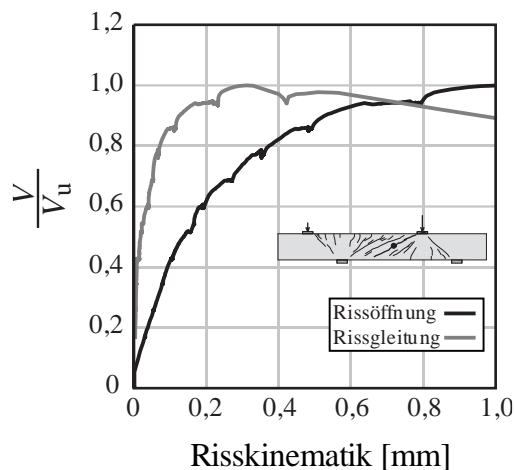


Bild 5-17 Risskinematik eines Schubbrisses an dem Balken BL01 von *Sagaseta* und *Vollum* [73], [74]

5.3.2 Plattenbalken mit Querkraftbewehrung B6–B9

Das Bild 5-18 a – h zeigt die Rissvektoren der Plattenbalken mit Bügelbewehrung in den maßgebenden Schubrissen. Es sind deutliche Unterschiede zu den Rechteckbalken ohne Bügelbewehrung erkennbar. Wie zuvor auch, war bei der Entstehung eines Risses eine reine Öffnung messbar. Dies konnte bei jedem Versuch beobachtet werden. Mit zunehmender Belastung stellte sich eine schiefe Rissöffnung ein. Das Besondere hieran war, dass die Rissoberflächen sich fast ausschließlich vertikal voneinander bewegten. Dies ist besonders gut bei den Versuchen B7 und B8 (Bild 5-18 c – f) erkennbar. Aufgrund des geringen Bügel- und Längsbewehrungsgrades ($\rho_l = 2,6 \text{ ‰}$, $\rho_w = 21,67 \text{ ‰}$, Tabelle 5-2) entstanden frühzeitig abgeschlossene und regelmäßige Rissbilder, sodass die Risskinematik konsistent bis zum Versuchsende aufgezeichnet werden konnte.

Bei dem hochbewehrten Balken B6 (Bild 5-18 a, b) war die Rissbildung erst mit dem Erreichen der Maximallast abgeschlossen. Mit zunehmender Belastung entstanden weitere Schubrisse in geringem Abstand zueinander, die sich gegenseitig beeinflussten. Weiterhin entwickelten sich aus den bestehenden Schubrissen weitere Risse. Durch das Kreuzen und die Abzweigungen der Schubrisse kam es zu einem inkonsistenten Verformungsverhalten, was die Auswertung erheblich erschwerte. Beim Versuch B6.1 entstand beispielsweise mittig des Schubrisses eine Abzweigung. Der Schubriss im Versuch B6.2 bestand aus zwei Teilen, die zwar in einer Ebene lagen, jedoch in der halben Querschnittshöhe nicht verbunden waren. Demnach entwickelten sich der obere und der untere Rissabschnitt unterschiedlich.

Zuletzt wurden die Risskinematiken der Versuche B9 (Bild 5-18 g, h) ausgewertet. Diese besaßen einen Bügel- und Längsbewehrungsgrad, die höher als B7 und B8, aber geringer als B6 war (Tabelle 5-2). Es traten je Versuch zwei ausgeprägte Schubrisse auf, die für die Auswertung herangezogen wurden. Nach der initialen Rissöffnung differierte das Verhalten der Risse A und B. Die Risse A wiesen die zuvor beschriebenen Charakteristika der Versuche B6 auf, wobei die Rissverformung nach anfänglicher reiner Öffnung hauptsächlich vertikal verlief. Bei hohen Laststufen wurden die Schubrisse durch weitere Risse gekreuzt, wodurch sich Rissabschnitte bildeten und sich diese unabhängig voneinander verformten. Die Risse B zeigten außergewöhnliche Rissverformungsverläufe, die an keinen anderen Schubrissen beobachtet wurden. Mit zunehmender Belastung traten die Verformungen überwiegend horizontal auf. Die Rissoberflächen wurden demnach auseinandergezogen. Unter diesen geometrischen Randbedingungen ergeben sich negative Rissgleitungen an diesen Schubrissen. Da in beiden Versuchen identische risskinematische Verläufe ermittelt wurden, handelt es sich nicht zwangsläufig um Ausreißer oder Messfehler.

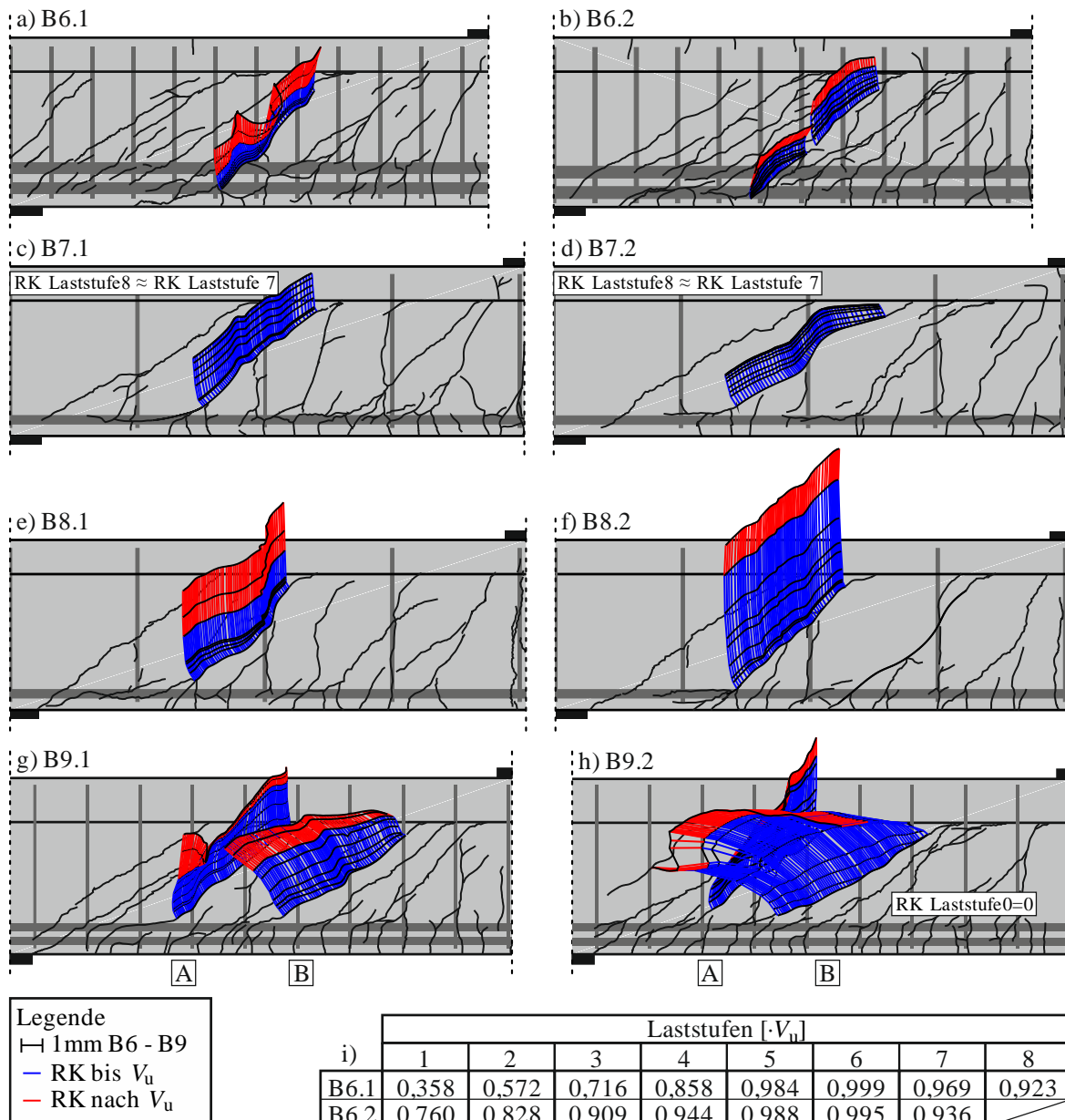


Bild 5-18 a) – h) Rissvektoren an den Biegeschubrissen der Balkenversuche B6 – B9; i) Laststufen

5.3.3 Korrelation der risskinematischen Größen

Die risskinematischen Vektoren stellen die Summe der Rissöffnung und -gleitung dar (Bild 5-14 und Bild 5-18). Allerdings ist aus diesen Bildern nicht sofort ersichtlich, wie hoch die einzelnen Anteile sind und wie diese verlaufen. Wenn die Messwerte in einem Diagramm dargestellt werden, können weitere Erkenntnisse gewonnen werden. Bild 5-19 zeigt die Rissöffnung und -gleitung über die Risslänge exemplarisch für die Versuche B1.1, B4.1, B6.1 und B7.1. Die übrigen Versuche weisen identische Risskinematiken auf (Anhang A).

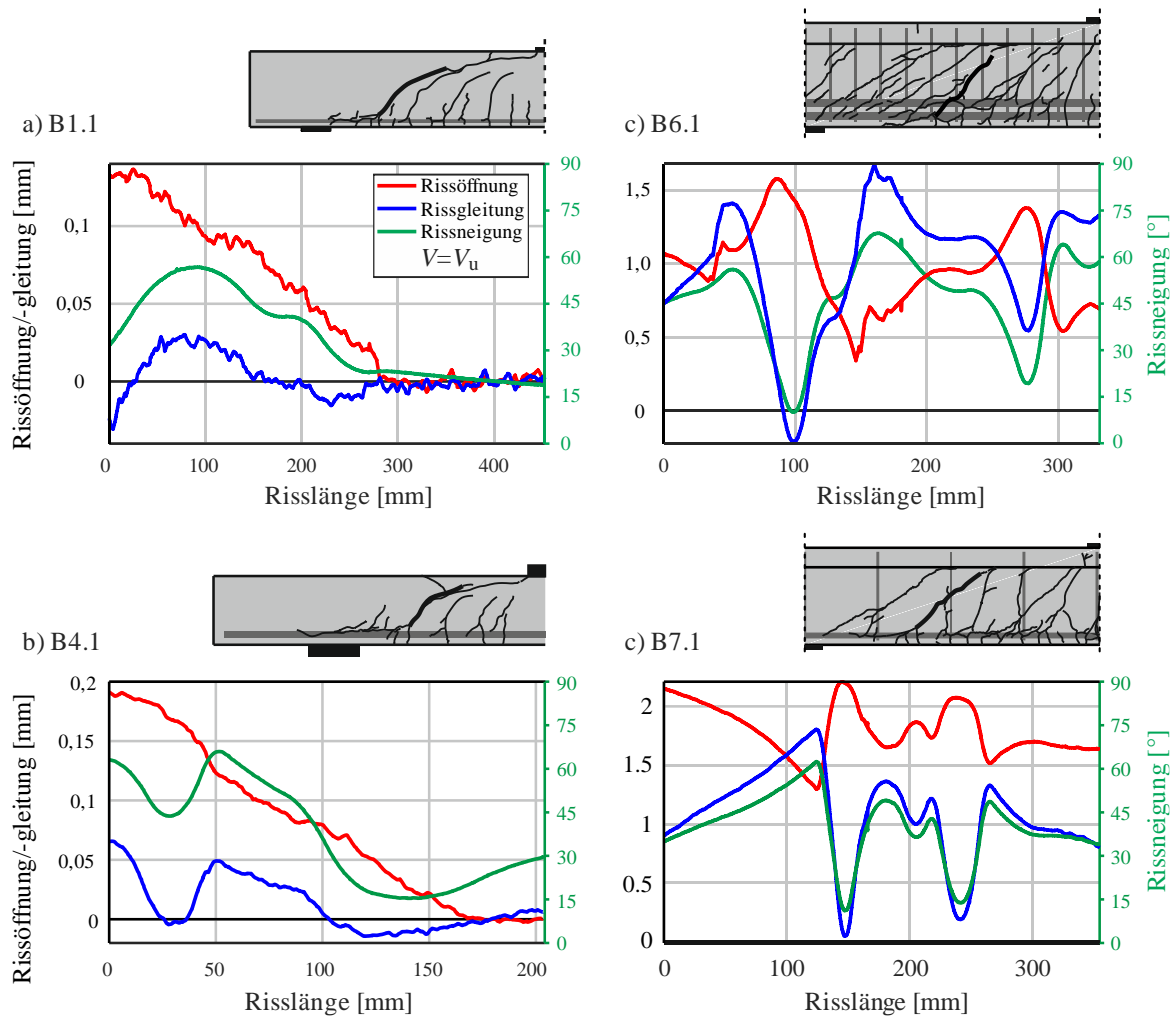


Bild 5-19 Risskinematik und -neigung des maßgebenden Biegeschubrisses bei maximaler Belastung V_u : a) B1.1; b) 4.1; c) B6.1, d) B7.1

Diagramme zur Risskinematik

Die Diagramme zur Risskinematik zeigen den Verlauf der Rissöffnung, der Rissgleitung und zusätzlich der Rissneigung entlang der Risslänge. Der Rissanfang befindet sich im Schnittpunkt des Biegeschubrisses mit dem Längsriss entlang der Biegebewehrung. Das Rissende ergibt sich durch den Rissverlauf und die Risskinematik. Die risskinematischen Größen w und δ sind über die linke Ordinate und die Rissneigung α_{cr} über die rechte Ordinate abgetragen. Die Darstellung der Werte erfolgt jeweils zur maximalen Belastung V_u des Balkens (Bild 5-14 und Bild 5-18, Tabelle 5-4 und Tabelle 5-5).

Die unverbügelten Versuche B1.1 und B4.1 weisen identische Charakteristika auf (Bild 5-19 a, b). Der Maximalwert der Rissöffnung tritt immer am linken Ende auf. Entlang der Risslänge nimmt die Rissöffnung näherungsweise bis auf den Wert $w = 0$ mm linear ab. Der Verlauf ist nahezu unabhängig von der Rissneigung. Die Rissgleitung und die Rissneigung zeigen ein vollkommen abweichendes Verhalten. Beim Versuch B1.1 liegt zu Beginn des Risses eine geringe Neigung α_{cr} mit negativer Gleitung δ vor. Beide Werte nehmen proportional zu, bis sie ihr Maximum im

steilsten Rissabschnitt erreichen. Daraufhin nimmt die Rissgleitung δ ab und besitzt bei geringen Neigungen erneut negative Werte. In der Bruchprozesszone liegen nahezu keine Rissgleitungen vor ($\delta = 0$ mm). Beide Kurven lassen eine Korrelation vermuten. In den Kurven des Versuches B4.1 können vergleichbare Beobachtungen gemacht werden.

Auch an den verbügelten Plattenbalkenversuchen B6.1 und B7.1 ergeben sich Gemeinsamkeiten und deutliche Abweichungen zu den Balken ohne Bügelbewehrung (Bild 5-19 c, d). Es treten deutliche Unterschiede im Verlauf und der Größe der Risskinematiken auf. Obwohl die Rissöffnung w tendenziell abnimmt, zeigen sich lokale Verformungsspitzen und ein wellenförmiger Verlauf. Ähnlich verhält es sich mit der Rissgleitung, jedoch ist dieser Verlauf konträr zur Rissöffnung. Zwischen den Verläufen der Rissgleitung und -neigung ist erneut ein starker Zusammenhang erkennbar. Eine weitere Besonderheit tritt am Versuch B6.1 auf. Bei der Risslänge von ~ 150 mm tritt eine Spitze in den Verläufen von w und δ auf. Hierbei handelt es sich um einen Riss, der den betrachteten Schubriss kreuzt. Diese Verläufe treten bei den stark verbügelten Plattenbalken B6 und B9 auf und wurden bereits erläutert (Bild 5-18).

An den gezeigten Messwerten kann ein starker positiver Zusammenhang zwischen den Rissgleitungen und den Rissneigungen vermutet werden. Zwischen der Rissgleitung und der Rissöffnung ist ein negativer Zusammenhang möglich, der vorwiegend bei den verbügelten Versuchen B6.1 und B7.1 auftritt. Diese Beobachtungen können auch in allen anderen Versuchen gemacht werden (Anhang A). Mittels einer Korrelationsanalyse soll nachfolgend der Zusammenhang der risskinematischen Größen statistisch erfasst werden.

Erläuterung zur Korrelationsanalyse

Für die Ermittlung eines Zusammenhangs zwischen den Messwerten (w , δ , α_{cr}) entlang eines Risses x_{cr} werden Korrelationsanalysen und Regressionsrechnungen durchgeführt [75]. Im Rahmen dieser Auswertung wird vorerst eine lineare Korrelation untersucht, um mögliche Abhängigkeiten zu identifizieren.

Bei der Regressionsanalyse werden die Messwerte in ein Diagramm abgetragen, wobei die beiden Achsen den betrachteten Variablen entsprechen. Daraufhin kann ein linearer Zusammenhang zwischen x und y (Gl. (5.6)) und die Regressionsgerade \hat{y} (Gl. (5.7)) aufgestellt werden. Die Regressionskoeffizienten b_1 und b_2 sind so zu ermitteln, dass die Residuen minimal werden. Letztere entsprechen dem vertikalen Abstand zwischen dem Messpunkt y_i und der Regressionsgeraden \hat{y} . Dafür wird die Methode der kleinsten Quadrate verwendet, bei der gefordert wird, dass die Summe der quadrierten Residuen minimal ist, also $\min(\sum_{i=1}^n e_i^2)$. So lässt sich ein möglicher linearer Zusammenhang zwischen den betrachteten Variablen mathematisch beschreiben.

$$y = b_1 + b_2 \cdot x + e \quad (5.6)$$

mit: $e \triangleq$ Residuum

$$\hat{y} = b_1 + b_2 \cdot x \quad (\text{Regressionsgerade}) \quad (5.7)$$

$$\text{mit: } b_1 = \bar{y} - b_2 \cdot \bar{x} \quad b_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$\bar{x}, \bar{y} \triangleq$ arithmetische Mittelwerte

$n \triangleq$ Anzahl der Messwerte

Die Korrelationsanalyse beschreibt die Stärke des Zusammenhangs zwischen den betrachteten Variablen x und y mittels eines Koeffizienten. Am häufigsten wird der *Pearson'sche* Korrelationskoeffizient r (Gl. (5.8)) genutzt. Dieser kann Werte zwischen -1 und $+1$ annehmen. Liegt ein Wert von $+1$ vor, weisen die untersuchten Variablen eine perfekte positive Korrelation auf. Bei einem Wert von -1 besitzen die Variablen eine perfekte negative Korrelation. In diesen Fällen liegen die Messpunkte auf der Regressionsgeraden. Bei $r = 0$ liegt keinerlei Zusammenhang zwischen den betrachteten Variablen vor.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (5.8)$$

Ein weiterer wichtiger Parameter in der Korrelationsanalyse ist das Bestimmtheitsmaß r^2 (Gl. (5.9)). Diese gibt das Verhältnis der durch die Regressionsgerade ermittelten Streuung zur Gesamtstreuung an. Der Parameter r^2 gibt somit an, wie gut sich die Regressionsgerade an die Originalwerte anlegt. Das Bestimmtheitsmaß ergibt sich aus dem Quadrat des Korrelationskoeffizienten und liegt daher zwischen 0 und 1. Wenn das Bestimmtheitsmaß den Wert 1 annimmt, dann beschreibt die Regressionsgerade die Messwerte perfekt, womit Vorhersagen getroffen werden können. Bei einem Wert von $r^2 = 0$ hat die Regressionsgerade keine Aussagekraft, da kein Zusammenhang vorliegt.

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (5.9)$$

Nach *Becker* [76] ist für eine valide Aussage zur Korrelation das Bestimmtheitsmaß r^2 heranzuziehen, da hierdurch die Güte der Regressionsgeraden angegeben wird. Denn für relativ hohe Korrelationskoeffizienten, wie z. B. $r = 0,6$, ergibt sich ein moderater Wert für r^2 von 0,36. Daher ist das Bestimmtheitsmaß für die Korrelationsanalyse maßgebend.

Ergebnisse der Korrelationsanalyse

Die Auswertung und Beschreibung der Ergebnisse der Korrelationsanalyse beschränkt sich auf die zuvor behandelten Versuche B1.1, B4.1, B6.1 und B7.1. Die Kurven für die restlichen Versuche sind im Anhang C zu finden.

Bei der Korrelationsanalyse werden die maßgebenden Parameter der Risskinematik wie die Position der Messpunkte entlang des Risses x_{cr} , die Rissöffnung w , die Rissgleitung δ und die Rissneigung α_{cr} berücksichtigt (Bild 5-20). Bei den Versuchen B1.1 und B4.1 lassen sich Abhängigkeiten vor allem zwischen δ und α_{cr} und zwischen w und x_{cr} identifizieren. Dabei ist x_{cr} die Abszisse entlang des Risses. Des Weiteren können bei den verbügelten Balken B6.1 und B7.1 Zusammenhänge zwischen der Rissöffnung und -gleitung festgestellt werden und damit auch zur Rissneigung. Zusammengefasst werden die gemessenen Variablen auf Korrelation überprüft:

- Rissöffnung w zur Risslänge x_{cr}
- Rissöffnung w zur Rissgleitung δ
- Rissöffnung w zur Rissneigung α_{cr}
- Rissgleitung δ zur Rissneigung α_{cr}

Damit in die Korrelationsanalyse nur voll ausgebildete Risse eingehen, werden nur Werte mit $w > 0,01$ mm berücksichtigt. Dieser Grenzwert ist vorwiegend für die unverbügelten Balken B1 – B5 maßgebend, da bei diesen Balken die Rissentwicklung nicht abgeschlossen war und die Öffnungen nahe der Risspitze geringe Werte aufwiesen. Die Risse der verbügelten Balken B6 – B9 waren über die betrachtete Höhe ausgebildet und lagen über dem Grenzwert.

Die grafische Darstellung der Ergebnisse erfolgt am Beispiel des Versuches B1.1 unter der Maximallast (Bild 5-20). Die Regressionsgerade ist als schwarze Linie dargestellt und die dazugehörige Gleichung aufgeführt. Zusätzlich sind der *Pearson*'sche Korrelationsparameter r sowie das Bestimmtheitsmaß r^2 angegeben.

5.3 Risskinematik

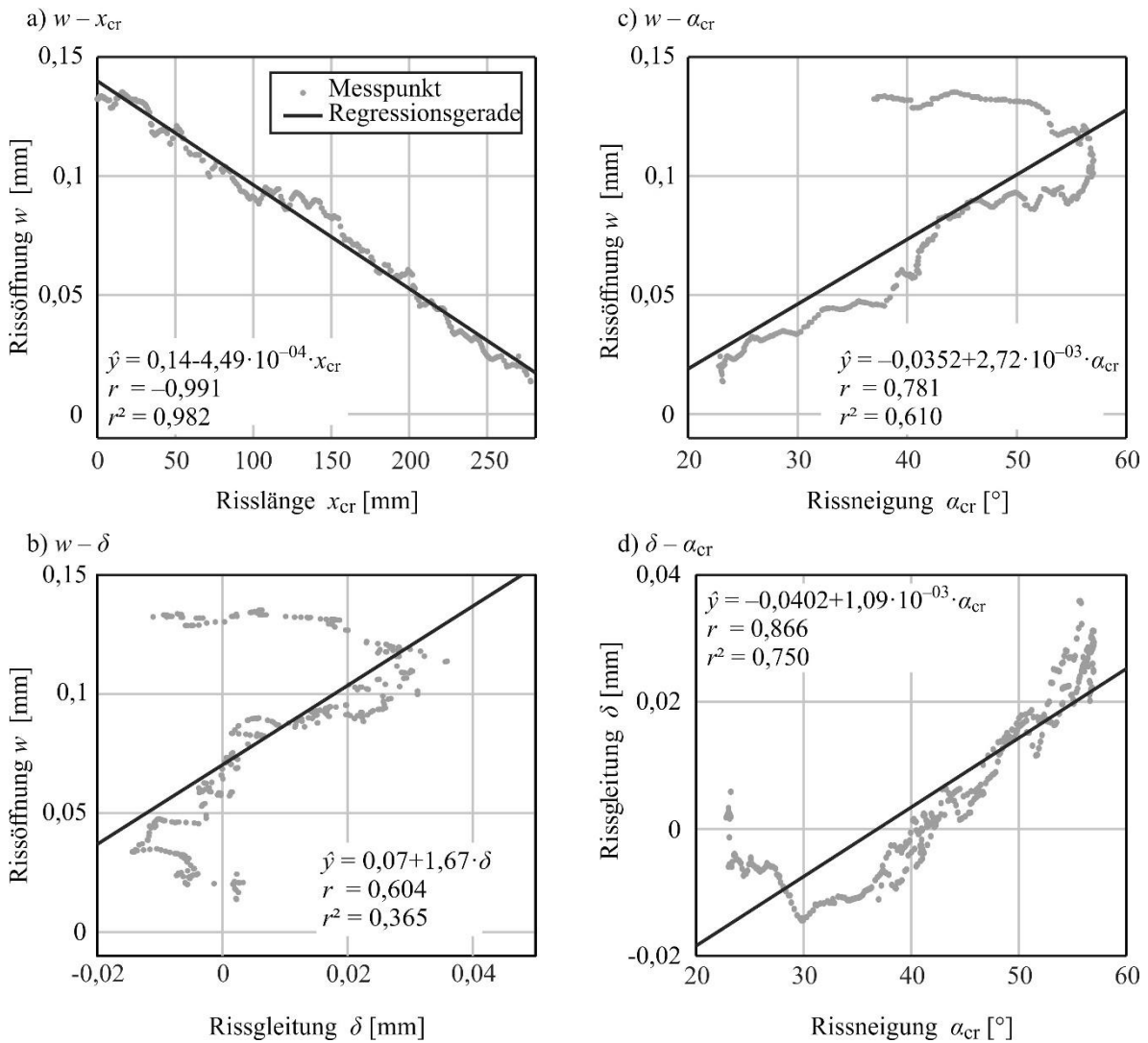


Bild 5-20 Korrelationsanalyse für den Versuch B1.1 unter der Last $1,0 \cdot V_u$ zwischen den Variablen: a) Rissöffnung und Risslänge; b) Rissöffnung und Rissgleitung; c) Rissöffnung und Rissneigung; d) Rissgleitung und Rissneigung

Zwischen der Rissöffnung w und der Position des Messpunktes x_{cr} ist eine starke negative Korrelation mit $r = -0,991$ vorhanden (Bild 5-20 a). Daraus ergibt sich auch ein sehr hohes Bestimmtheitsmaß mit $r^2 = 0,982$. Es ist also ein statistisch signifikanter Zusammenhang vorhanden.

Auch zwischen der Rissgleitung δ und der Rissneigung α_{cr} kann die vermutete Korrelation bestätigt werden (Bild 5-20 d). In diesem Fall liegt eine positive Korrelation mit $r = 0,866$ und ein Bestimmtheitsmaß von $r^2 = 0,750$ vor. Anhand dieser Werte besteht ebenfalls ein statistisch signifikanter Zusammenhang zwischen der Rissgleitung δ und der Rissneigung α_{cr} .

Die weiteren untersuchten Variablenkombinationen w zu δ (Bild 5-20 b) und w zu α_{cr} (Bild 5-20 c) weisen geringere Korrelationen auf. Im vorherigen Absatz wurde dargelegt, dass zwischen der Rissgleitung und der Rissneigung eine starke Korrelation besteht. Aus diesem Grund weisen Bild 5-20 b und Bild 5-20 c Ähnlichkeiten in der Verteilung der Messpunkte auf. In beiden Fällen sind geringere Korrelationen im Vergleich zu den vorherigen Betrachtungen vorhanden. Das

Bestimmtheitsmaß liegt hier bei $r^2 = 0,365$ bzw. $r^2 = 0,610$. Beide Werte liegen deutlich unter den Bestimmtheitsmaßen von w zu x_{cr} und δ zu α_{cr} .

In der weiteren Auswertung wird nach der Empfehlung von *Becker* [76] lediglich das Bestimmtheitsmaß verwendet. Im Anhang C können die Verläufe von r^2 für alle Versuche entnommen werden. Auf eine ausführliche Darstellung der Korrelationsanalysen wird daher im Weiteren verzichtet.

Es werden die Korrelationen während der Belastungsgeschichte untersucht. Dies ist von Bedeutung, da die Entwicklung der Risskinematik von der Belastung abhängt (Bild 5-14 und Bild 5-18). Ein Beispiel hierfür sind die Versuche B1 bis B5, bei denen aus geneigten Biegerissen Biegeschubrisse entstanden. Im Gegensatz dazu bildeten sich bei den verbügelten Balken B6 bis B9 aus Biegeschubrisse reine Schubrisse.

Für die Versuche B1, B4, B6 und B7 sind die Bestimmtheitsmaße über die Laststufen in Bild 5-21 dargestellt. Diese wurden für die zu überprüfenden Kombinationen der Variablen und für die Laststufen 1 – 8 aus Bild 5-14 und Bild 5-18 ermittelt. Beim Versuch B1.1 war in der ersten Laststufe noch kein Biegeschubriss vorhanden. Für diese Belastung liegen somit keine Werte vor (Bild 5-21 a). Zu diesem Zeitpunkt war der Riss weitestgehend geschlossen. Damit war die Bedingung von $w > 0,01$ mm nicht erfüllt.

5.3 Risskinematik

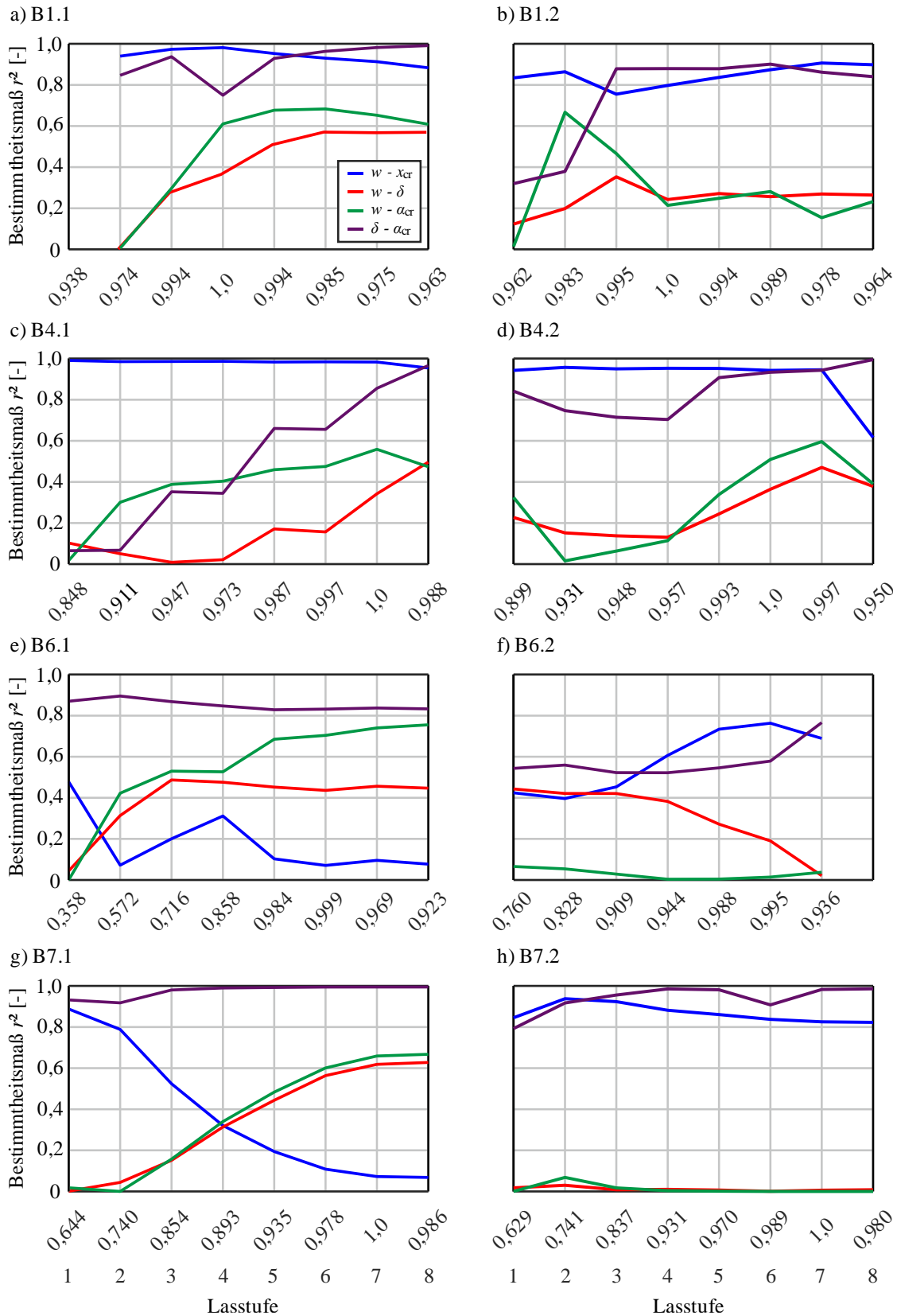


Bild 5-21 Bestimmtheitsmaße für verschiedene Laststufen in Bezug auf die Maximallast V_u der Versuche:
a) B1.1; b) B1.2; c) B4.1; d) 4.2; e) B6.1; f) 6.2; g) B7.1; h) B7.2

Rissöffnung w zu Position der Messpunkte x_{cr}

Die Korrelation zwischen der Rissöffnung w und der Position der Messpunkte x_{cr} ist bei den Versuchen B1 und B4 über alle Laststufen besonders ausgeprägt (Bild 5-21 a, c, blaue Linien). Bis zur Maximalbelastung $1,0 \cdot V_u$ lagen Biegerisse bzw. Biegeschubrisse vor, deren Rissöffnung zum Teil durch den linearen Dehnungsverlauf des Querschnitts bedingt war. Aus diesem Grund ist die sehr hohe Korrelation von w und x_{cr} bei den Versuchen nachvollziehbar. Bei weiterer Belastung entwickelten sich diese zu Biegeschubrisen. Die Korrelation zwischen den beiden Variablen beginnt mit dem Erreichen von $1,0 \cdot V_u$ geringfügig abzunehmen. Die Ausprägung der Biegeschubrisse nahm zu. Bevor jedoch das Bestimmtheitsmaß stark abfallen konnte, kam es zum Versagen der Balken, wie es bei B4.2 zu sehen ist (Bild 5-21 d). Diese starke Abnahme der Korrelation des Bestimmtheitsmaßes ist bei den verbügelten Balken besser zu erkennen (Bild 5-21 e und g).

Die Versuche B6.1 und B7.1 zeigen in der ersten Laststufe einen moderaten Zusammenhang zwischen der Rissöffnung und der Messpunktposition, da nur Biegeschubrisse vorlagen. Diese wurden mit weiterer Belastung zu Schubrisen, womit die Korrelation verloren geht. Die jeweils zweiten Versuche verhielten sich grundlegend anders. Der Versuch B6.2 zeigt ein proportionales Verhalten zwischen der Korrelation und der zunehmenden Belastung. B7.2 besitzt eine durchweg hohe Korrelation.

Es ist daher für die Korrelation von Relevanz, wie weit ein Riss bereits ausgebildet ist und an welcher Position sich die Rissspitze befindet. Aber auch der Neigungsverlauf über die Risslänge ist von Bedeutung, denn bei den unverbügelten Balken nimmt die Neigung der Versagensrisse α_{cr} mit zunehmender Länge x_{cr} tendenziell ab (Bild 5-9). Bei den verbügelten Plattenbalken verliefen die Schubrisse hingegen mit nahezu konstanter Steigung im Steg und im Anschnitt des Stegs zur Platte (Bild 5-12). Es entstand somit eine große Neigungsänderung, die außerhalb des Messbereichs des photogrammetrischen Systems lag. Infolgedessen sowie durch die entfernte Rissspitze von den definierten Kurven des Messbereichs lässt sich der abnehmende Zusammenhang erklären.

Rissgleitung δ zu Rissneigung α_{cr}

Bei den meisten Diagrammen zu den Bestimmtheitsmaßen (Bild 5-21, braune Linien) lässt sich entnehmen, dass zwischen der Rissgleitung δ und der Rissneigung α_{cr} ein starker korrelativer Zusammenhang besteht. Beim Versuch B1.1 ist ein steigender Wert zu verzeichnen, der bei der Maximallast einen Einbruch auf ca. $r^2 = 0,75$ erleidet, aber daraufhin erneut sehr hohe Werte annimmt (Bild 5-21 a). Der zweite Versuch B1.2 hat in den ersten beiden Laststufen eine mittlere Korrelation und ab der dritten bis zur letzten Laststufe sehr hohe Werte (Bild 5-21 b). Beim Versuch B4.1 nimmt die Korrelation zwischen diesen beiden Variablen stetig zu. Bei der Maximallast liegt ein Bestimmtheitsmaß von $r^2 = 0,86$ vor (Bild 5-21 c). Der Versuch B4.2 zeigt

in den ersten Laststufen hohe Werte und springt ab der fünften Laststufe auf Werte oberhalb von 0,9 (Bild 5-21 d).

Die verbügelten Plattenbalken B6.1 und B7 weisen konstant hohe Werte für das Bestimmtheitsmaß auf (Bild 5-21 e – h). Anhand der Vektoren zur Risskinematik kann beobachtet werden, dass sich die Rissoberflächen bis zur Maximallast näherungsweise gleichmäßig voneinander entfernen (Bild 5-18). Dadurch kann die hohe Korrelation zwischen der Rissgleitung und der Rissneigung erklärt werden. B6.2 weist mittlere Werte der Korrelation von über 0,5 auf (Bild 5-21 f).

Die gezeigte Korrelation zwischen der Rissgleitung und der Rissneigung kann mit den Versuchsergebnissen von *Košćak* et al. [70] abgeglichen werden. *Košćak* führte 4-Punkt-Versuche an 4×4 Betonbalken mit $b/h/d = 16/36/32$ cm und einer Längsbewehrung von 3Ø20 unten und 3Ø10 oben durch. Variiert wurde die Schubschlankheit von $a/d = 1,3 \div 4,0$. Er linearisierte den Riss abschnittsweise und setzte damit eine konstante Rissneigung an (Bild 5-22). Die Rissgleitung verlief innerhalb dieser Bereiche ebenfalls konstant. Damit kann eine Korrelation festgestellt werden. *Huber* et al. [71] weist explizit darauf hin, dass eine Korrelation zwischen der Risskinematik und dem Verlauf des kritischen Biegeschubrisses besteht.

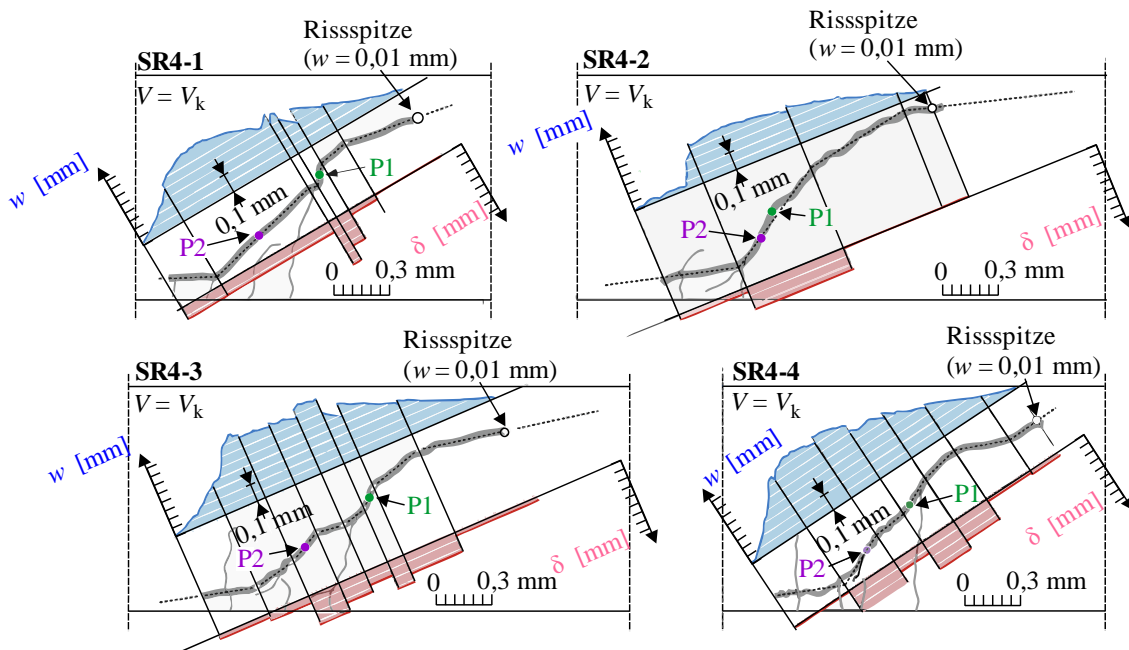


Bild 5-22 Messergebnisse von *Košćak* für den Balken SR4 mit $a/d = 4$, Spannweite $l = 3,06$ m ([70] Bild 19)

Rissöffnung w zu Rissgleitung δ und Rissöffnung w zu Rissneigung α_{cr}

Die Korrelationen der Rissöffnungen w zur Rissgleitung δ und zur -neigung α_{cr} weisen Parallelitäten auf. Im vorangegangenen Abschnitt wurde auf die starke Korrelation zwischen der Rissgleitung und der Rissneigung hingewiesen. Je stärker dieser Zusammenhang ist, desto näher liegen die Kurven für das Bestimmtheitsmaß von w zu δ und w zu α_{cr} beieinander. Liegt hingegen eine geringe Korrelation zwischen Gleitung und Neigung vor, so differieren die Bestimmtheitsmaße stark, wie bei B4.1 und B6.1 zu sehen ist (Bild 5-21 c, f). In den übrigen

Versuchen weisen die Kurven ähnliche Verläufe und Werte auf (Bild 5-21). Bei geringen Belastungsstufen unterhalb von V_u liegen für die Bestimmtheitsmaße nur geringe bis moderate Werte vor. Mit zunehmender Belastung nimmt auch die Korrelation zwischen den Variablen zu. Hierbei handelt es sich um negative Korrelationen (Bild 5-20 a), wie zuvor an den Diagrammen zur Risskinematik aufgezeigt wurde.

Vergleich der ersten und der zweiten Versuche

Bei den Kurven zu den Versuchen B1 und B4 (ohne Bügelbewehrung) sind Ähnlichkeiten zu erkennen (Bild 5-21 a – d). Die Korrelation der Rissöffnung zur Risslänge und auch der Rissgleitung zur Rissneigung besitzen sehr hohe Werte. Der Zusammenhang zwischen der Rissöffnung und der Rissgleitung bzw. -neigung zeigt geringe bis mittlere Größenordnungen. Sie verlaufen desto enger beieinander, je höher die Korrelation von Gleitung und Neigung ist. Die Rissverläufe haben somit wahrscheinlich keinen wesentlichen Einfluss auf die Risskinematik.

Die Kurven zu den verbügelten Plattenbalken B6 und B7 unterscheiden sich grundlegend von den unverbügelten Trägern. So liegen zwischen den ersten und zweiten Versuchen und auch untereinander erhebliche Differenzen vor (Bild 5-21 e – h). Die Werte für die Korrelation von Rissgleitung und -neigung sind für alle Versuche hoch, jedoch sind die Bestimmtheitsmaße für w zu x_{cr} für B7.2 konstant hoch, für B7.1 stark abfallend und für B6.2 zunehmend. Aufgrund der hohen Bestimmtheitsmaße sind die Verläufe von w zu δ und w zu α_{cr} gegenteilig. Aus diesen Diagrammen kann geschlussfolgert werden, dass der Rissverlauf und die Rissposition Einfluss auf die Risskinematik haben. Abschließend werden die Bestimmtheitsmaße der untersuchten Parameter unter Maximallast in Tabelle 5-6 zusammengefasst.

Geometrischer Zusammenhang

Die Verformung der Rissoberflächen zueinander (Bild 5-14 und Bild 5-18), die Diagramme zur Risskinematik (Bild 5-19) und die Bestimmtheitsmaße zwischen den betrachteten Variablen (Bild 5-21) deuten darauf hin, dass die Rissöffnung und -gleitung stark vom Rissverlauf und von der Rissausprägung abhängen. Somit lässt sich vermuten, dass die Rissgleitung durch die Geometrie eines Risses bestimmt wird.

Zur Überprüfung dieser Vermutung wird der Verlauf des maßgebenden Biegeschubrisses der Balken B1.1 und B4.1 näher betrachtet. Die Auswertung der restlichen Balken ist in Anhang A zu finden. Anhand der Kinematik der Risse (Bild 5-14) lässt sich der Ort der Risspitze näherungsweise bestimmen. Vereinfacht wird angenommen, dass dieser an der gleichen Position liegt, an der die Rissöffnung den Wert Null erreicht. Um die Risspitze wird daraufhin eine der beiden Rissflanken rotiert. Der Rotationswinkel wird in jeder Laststufe so gewählt, dass die Rissöffnung im tiefsten Punkt des Risses ($x_{cr} = 0$ mm) näherungsweise dem Messwert entspricht.

5.3 Risskinematik

Tabelle 5-6 Bestimmtheitsmaße r^2 zwischen den rissrelevanten Parametern unter Maximallast V_u

Test	w zu x_{cr}	w zu δ	w zu α_{cr}	δ zu α_{cr}
B1.1	0,982	0,365	0,610	0,750
B1.2	0,798	0,243	0,214	0,879
B2.1	0,976	0,831	0,896	0,959
B2.2	0,372	0,589	0,870	0,829
B3.1	0,979	0,257	0,480	0,838
B3.2	0,964	0,171	0,338	0,867
B4.1	0,984	0,342	0,559	0,855
B4.2	0,942	0,364	0,509	0,934
B5.1	0,538	0,007	0,051	0,861
B5.2	0,587	0,000	0,032	0,898
B6.1	0,071	0,436	0,704	0,832
B6.2	0,763	0,190	0,014	0,579
B7.1	0,072	0,618	0,659	0,995
B7.2	0,825	0,006	0,000	0,983
B8.1	0,648	0,717	0,843	0,955
B8.2	0,011	0,907	0,922	0,995
B9.1	0,687	0,485	0,696	0,852
B9.2	0,642	0,306	0,424	0,925

Das Ergebnis dieser Untersuchung wird den Messwerten gegenübergestellt. Beim Versuch B1.1 können die Verläufe als gute Annäherung betrachtet werden (Bild 5-23 a). Die geringen negativen Rissgleitungen bei einer Risslänge von ca. 200 mm lassen sich durch die Approximation nicht abbilden. Ursächlich für die Diskrepanzen können Verformungen innerhalb eines Betonzahns oder die Idealisierung des realen Rissverlaufs sein.

Versuch B4.1 weist ähnliche Ergebnisse im Vergleich zu B1.1 auf (Bild 5-23 b). Die mit einer Rotation bestimmten Rissöffnungen können über die gesamte Länge sehr gut angenähert werden. Die mit einer Rotation bestimmte Rissgleitung weist in diesem Fall einen identischen Verlauf zur Realität auf. Die approximierte Kurve liegt jedoch ca. 0,015 mm über den gemessenen Werten. Dies entspricht in etwa der negativen Rissgleitung, die bei der Risslänge von 120 – 150 mm gemessen wurde. Zur Überprüfung dieser Beobachtung, ob es sich um eine Ausnahme handeln

könnte, wird der Versuch B2.1 herangezogen. Bei diesem war bei der maximalen Belastung bereits ein ausgeprägter Biegeschubriss vorhanden. Die Approximation der Risskinematik erfolgt auf die gleiche Weise wie zuvor (Bild 5-23 c). In diesem Fall kann die Rissöffnung gut nachgebildet werden und auch der wellige Verlauf stimmt mit den Messungen überein. Die Rissgleitung kann qualitativ abgebildet werden, jedoch liegt auch hier ein Versatz der Verläufe vor. Der Versatz liegt bei über 0,02 mm und ist näherungsweise konstant entlang des gesamten Risses. Es kann demnach davon ausgegangen werden, dass es sich hierbei um keine Ausnahme des Versatzes handelt und die Rissgleitungen anderweitigen Einflüssen unterliegen müssen.

Die Approximationen der Risskinematik für die übrigen Versuche sind im Anhang A enthalten. Hierbei konnte in den meisten Fällen die Risskinematik ebenfalls nachgebildet werden. Bei einigen Versuchen trat keine negative Rissgleitung auf, bei denen die Übereinstimmung besonders hoch war (z. B. B3.1, B3.2, B4.2). Andererseits gab es auch erhebliche Abweichungen in einzelnen Rissabschnitten, die durch eine Rotation um die Rissspitze nicht nachbildbar sind. Beim Versuch B1.2 vereinigten sich zwei Risse zum Versagensriss. Bei B2.2 und B5.1 sind die Dübelrisse im Diagramm enthalten, die nicht approximiert werden konnten.

Eine mögliche Ursache für den Versatz könnte in der Abweichung der angenommenen Rissspitze bzw. des Rotationspunktes von dem realen Wert liegen. Denn die Position dieses Punktes hat einen wesentlichen Einfluss auf die Rissgleitung, jedoch weniger auf die Rissöffnung. So ist es wahrscheinlich, dass die Rotation nicht um die Rissspitze, sondern um die Dehnungsnulldlinie stattfindet. Diese befindet sich oberhalb der Rissspitze [77], [78]. Eine weitere Ursache könnte eine zusätzliche Verschiebung der Rissflanken sein, die durch eine reine Rotation der Rissoberflächen nicht berücksichtigt wird.

5.3 Risskinematik

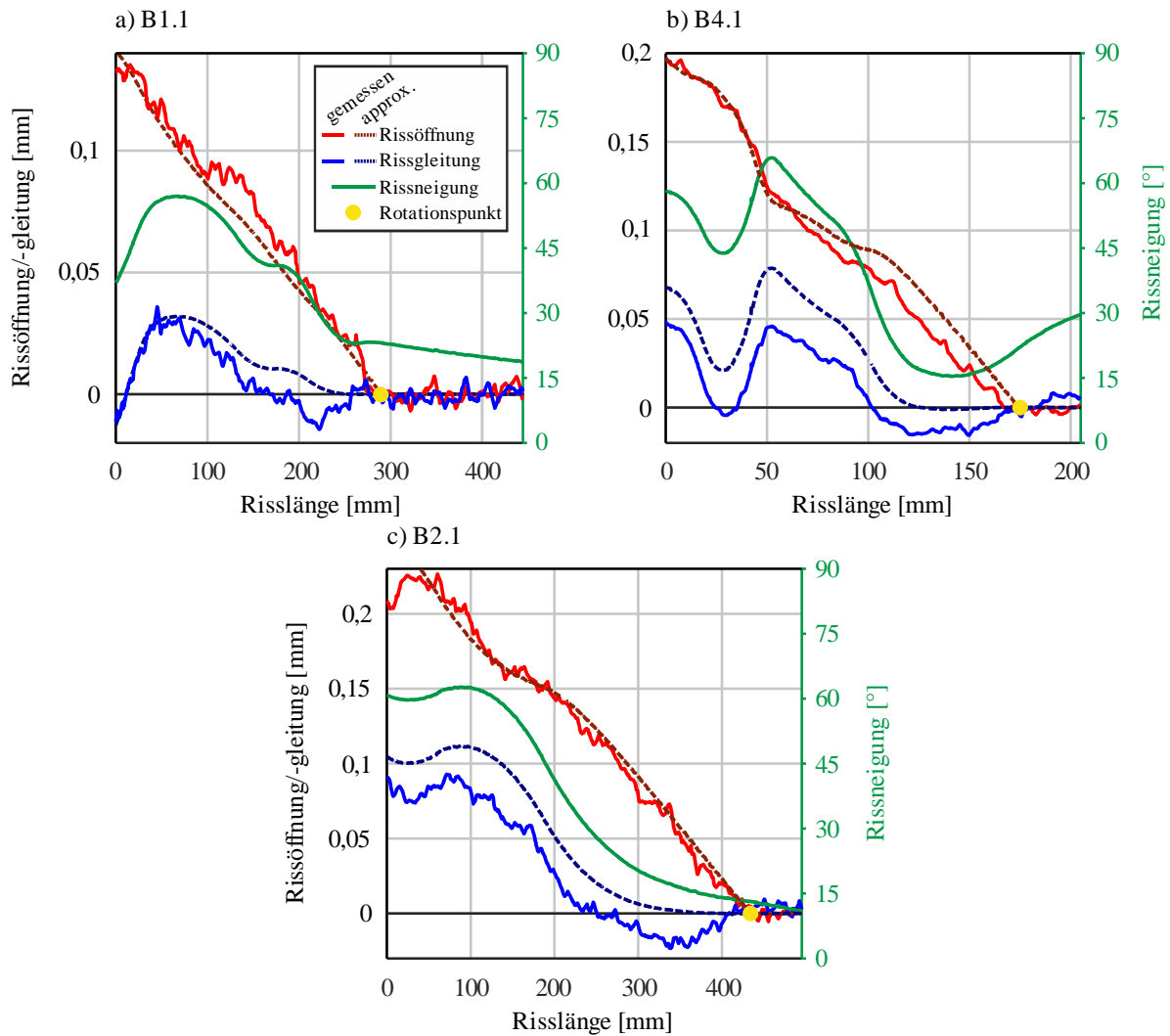


Bild 5-23 Wesentliche risskinematische Größen der gemessenen Werte und der Approximation durch Rotation der Rissoberfläche um die Risspitze unter Maximallast V_u für: a) B1.1; b) B4.1; c) B2.1

In diversen theoretischen Erläuterungen zu Querkraftmodellen oder dem Rissverhalten wird angenommen, dass die Rissflächen um die Risspitze rotieren [15], [52], [79–81]. Die Richtigkeit dieser Annahme konnte in der vorliegenden Arbeit nachgewiesen werden (Bild 5-23, Anhang A). In weiteren Untersuchungen ließ sich diese Annahme anderweitig bestätigen. So wurde eine identische Approximation der Risskinematik von *Weerasingh* und *Lees* in [82] veröffentlicht. Hierbei wurde der Riss durch eine Polynomfunktion näherungsweise abgebildet und eine Rotation um die Risspitze ausgeführt. Der Vergleich zu Versuchsergebnissen von *Poldon* et al. [83] bestätigte die Annahme der Rotation der Rissufer. Nach *Seemab* et al. [77] liegt der Rotationspunkt oberhalb der Risspitze. Die Neupositionierung des Rotationspunktes könnte die Rissgleitung nachbilden. In diesem Fall gäbe es jedoch an der Risspitze einen Kurvensprung der Rissgleitung, weshalb an diesem Ort Verformungen des Betonkontinuums vorliegen müssten. Daher wird dieser Ansatz nicht weiterverfolgt.

5.3.4 Negative Rissgleitungen

An den meisten Rissen wurden geringe negative Rissgleitungen gemessen (Bild 5-19 und Bild 5-23). Diese wirken auf den ersten Blick ungewöhnlich und sind ein Indiz für eine Anomalie. In anderen Querkraftversuchen, in denen die Risskinematik untersucht wurde, sind negative δ -Werte nicht dokumentiert [54], [66], [70], [79], [84], [85]. Es gibt allerdings auch wenige Untersuchungen, wo negative Rissgleitungen aus den Daten herausgelesen werden können [16], [77], [86]. Bei Letzteren folgen die negativen Rissgleitungen aus einer Interpretation der Daten. Diese sind leider nicht nachvollziehbar.

Ob negative Rissgleitungen auftreten oder nicht, soll daher überprüft werden. Hierfür wird ein flacher Rissabschnitt des Versuchs B1.2 gewählt, der hohe negative Rissgleitungen aufwies (Anhang A). Am gewählten flachen Rissabschnitt wird ober- (P_1) und unterhalb (P_2) des Risses je einen Punkt gesetzt (Bild 5-24 a). Die obere Rissflanke wird fixiert. Es finden in diesem Bereich keine Translationen und Rotationen statt. Die untere Rissflanke ist frei verformbar. Es werden die Kurvenauswertung (nach Kap. 4.2) der Punktauswertung gegenübergestellt (Bild 5-24 b). Zwischen den Auswertungen sind marginale Differenzen zu verzeichnen. Die δ -Werte für diesen Punkt sind durchweg negativ. Die negativen Gleitungen an den Rissoberflächen können damit bestätigt werden. Die Daten zu der punktuellen Auswertung sind im Anhang D aufgelistet.

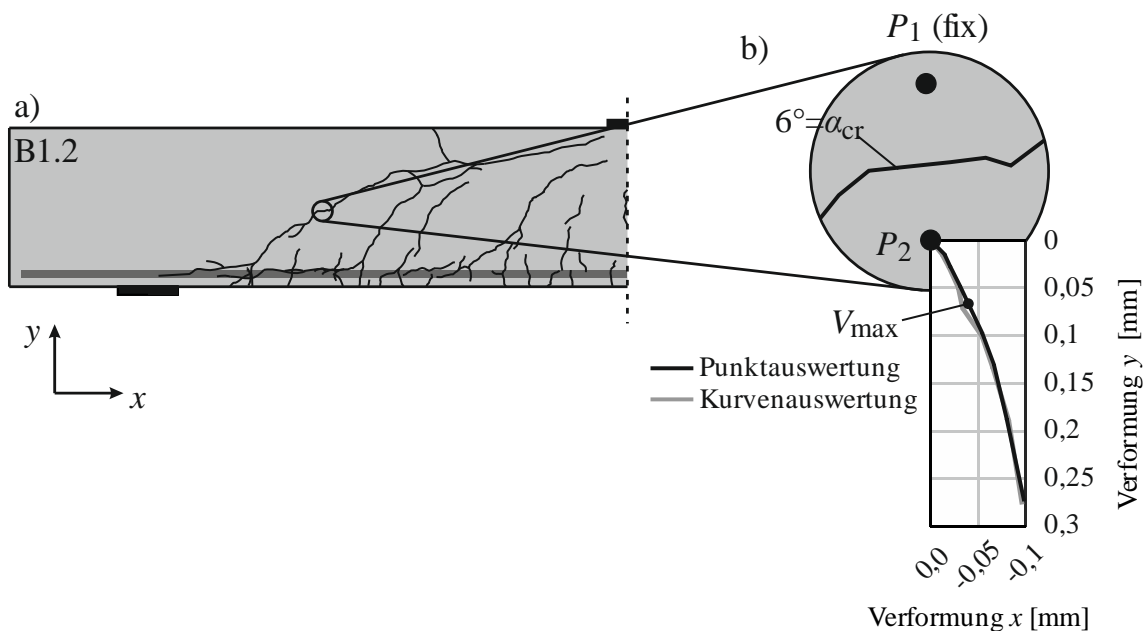


Bild 5-24 a) Rissbild Versuch B1.2; b) Flacher Rissabschnitt des Versagensrisses mit Risskinematik aus Punkt- und Kurvenauswertung (Verformung P_2)

5.3.5 Zusammenfassung

Nachfolgend werden die wesentlichen Erkenntnisse zur Risskinematik, die an den Versuchen gewonnen wurden, aufgelistet.

B1 – B5: Rechteckbalken ohne Bügelbewehrung

- Die Biegeschubrisse $B - D$ zeigen in den betrachteten Laststufen nahe der Maximallast nur minimale Veränderungen von w und δ . Die wesentlichen Risskinematiken treten an den maßgebenden Biegeschubrissen auf (Bild 5-14).
- Die Rissverformungsvektoren weisen starke Parallelität innerhalb einer Laststufe auf. Dies ist ein weiterer Beleg für die Rotation der Rissoberflächen um die Rissspitze (Bild 5-14).
- Die maßgebenden Biegeschubrisse (Risse A) weisen erst bei relativ hohen Lasten von meist $0,9 \cdot V_u$ relevante Rissöffnungen auf (Bild 5-14).
- Es liegt eine starke Korrelation zwischen der Rissöffnung w und der Risslänge x_{cr} vor. Nach dem Überschreiten der Maximallast nimmt diese geringfügig ab (Bild 5-21 a – d).
- Durch eine Rotation der Rissoberflächen um die Rissspitze kann die Risskinematik nachgebildet werden. Damit lässt sich ein wesentlicher Teil der Risskinematik erklären (Bild 5-23, Anhang A).

B6 – B9: Plattenbalken mit Bügelbewehrung

- Bei der Schubrissestehung dominierte die Rissöffnung gegenüber der -gleitung (Bild 5-18). Dies ist durch die annähernd konstante Rissneigung begründet. Denn auch bei verbügelten Balken konnte bei geringen relativen Lasten von einer Rotation der Rissoberflächen um die Rissspitze ausgegangen werden (Bild 5-18 d). Da sich die Rissspitze jedoch außerhalb des Messfeldes befand, sollten diese Vermutungen durch weitere Versuche verifiziert werden.
- Die Rissverformung wies bei höheren Laststufen aufgrund der Bügelbewehrung vorwiegend vertikale Verformungen auf. Die Risskinematik ist daher abhängig vom Neigungswinkel α_{cr} der Risse (Bild 5-18).
- Die Bügel begrenzten und kontrollierten die Risskinematik. Dies zeigt sich daran, dass mit zunehmender Belastung die Rissverformungen sukzessiv zunahmen, ohne dass es zum spröden Versagen der Balken kam (Bild 5-18).
- Bei hochbewehrten Balken (B6, B9) entstanden nahe der Maximallast viele sich kreuzende Risse, die zu einer erschwerten Auswertung der Risskinematik führten (Bild 5-12).
- Es liegt eine starke Korrelation über alle betrachteten Laststufen zwischen der Rissöffnung und Rissgleitung vor. Durch die Kombination der näherungsweise konstanten Rissneigung mit der rein vertikalen Verformung der Risse verlaufen die Rissöffnung und -gleitung konträr. Mit zunehmender Öffnung der Risse nimmt die Korrelation zu (Bild 5-21 e – h).

Allgemein

- Es liegt eine eindeutige Korrelation zwischen Rissgleitung δ und Rissneigung α_{cr} vor. An den unverbügelten Balken (B1 – B5) lassen sich die Rissverformungen nachbilden, da der Ort der Risspitze mit ausreichender Genauigkeit abgeschätzt werden konnte (Bild 5-23). Bei den verbügelten Balken (B6 – B9) lag die Risspitze im Flansch und damit außerhalb des Betrachtungsgebietes des photogrammetrischen Messsystems. Aber auch an diesen Versuchen kann diese Korrelation nachgewiesen werden (Bild 5-21 e – h). Denn die Verformung der Rissufer verlief überwiegend vertikal (Bild 5-18).
- Die negativen Rissgleitungen lassen sich durch eine Punktmessung bestätigen und sind bei flachen Rissneigungen plausibel (Bild 5-24).
- Die Risskinematiken unterschieden sich bei den beiden Versuchen an einem Balken teilweise erheblich, obwohl die Tragfähigkeiten nahezu identisch waren. Dies ist u. a. auf die unvermeidbaren Inhomogenitäten des Betons zurückzuführen (Bild 5-14 B2, B4, B5 und Bild 5-18 B7, B8).
- Um die maßgebende Risskinematik zu bestimmen, muss diese für mehrere Lastschritte nahe des Versagenszustandes ermittelt werden, da sich diese signifikant ändert (Bild 5-14 B2.1, B4.2).

5.4 Rechnerische Rissspannungen

Biegeschubrisse sind prinzipiell in der Lage, Spannungen und damit auch Kräfte innerhalb ihrer Ebene zu übertragen (s. Kap. 2.2). In diesem Kapitel wird dieser Anteil rechnerisch ermittelt. Hierfür werden die in Kapitel 3 erläuterten Rissreibungsmodelle herangezogen.

Für die Anwendung dieser Modelle sind die Kinematiken der Risse notwendig (s. Kap. 0). Mit den gemessenen Öffnungen w und Gleitungen δ an jedem Punkt des Risses lassen sich mit den Rissreibungsmodellen die Normal- und Schubspannungen im Riss bestimmen. Es wird angenommen, dass die Spannungen über die Balkenbreite konstant verteilt sind. Des Weiteren erfolgt die Berechnung der Rissspannungen erst ab der Grenzrissöffnung w_0 (Gl. (5.10)). Dieser Wert entstammt dem Schnittpunkt im bilinearen Ansatz zur Beschreibung der Bruchprozesszone bzw. des Nachbruchverhaltens von Beton unter Zugbeanspruchungen nach *Hillerborg* [31] und liegt, abhängig von den Materialkennwerten, zwischen 0,016 mm und 0,025 mm (Bild 5-25). Dieser Ansatz weicht von der Gl. (2.13) nach *Hordijk* [23] ab, ist jedoch aufgrund des bilinearen Ansatzes für die Bestimmung der Grenzrissöffnung w_0 vorteilhafter. Die Grenzrissöffnung ist bei der Spannungsermittlung vonnöten, da zum einen für sehr kleine Rissöffnungen mit relativ großen Gleitungen Singularitäten in Form von Spannungsspitzen entstehen. Zum anderen kann sichergestellt werden, dass es sich um einen realen Riss handelt. Für die Bruchenergie G_f werden die experimentell ermittelten Werte herangezogen (Tabelle 5-1 und Tabelle 5-2). Des Weiteren

5.4 Rechnerische Rissspannungen

liegen die Rissbreiten oberhalb des Messrauschens (durchschnittlich bei maximal 0,01 mm), wodurch der Einfluss dieser Störgröße auf die Ergebnisse reduziert wird. Durch die Einführung der Grenzrissöffnung w_0 lassen sich plausible Rissspannungen ermitteln. Die Normal- und Schubspannungen werden durch Transformation in globale Bestandteile entsprechend der Rissneigungswinkel α_{cr} umgerechnet. Durch die Integration der vertikalen Spannungen entlang des Risses ergibt sich der widerstehende Querkraftanteil aus Rissreibung V_{ai} (Gl. (2.4)).

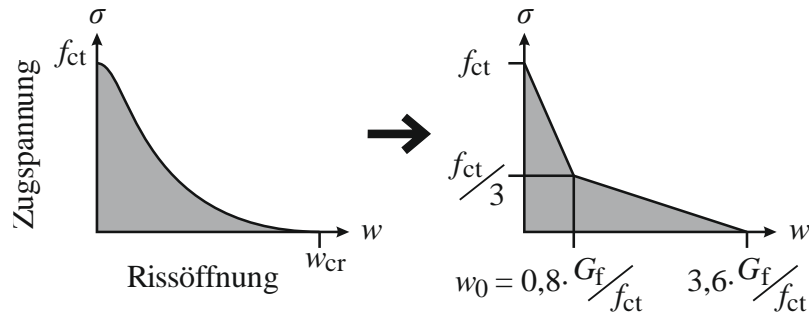


Bild 5-25 Zugspannung-Rissöffnung-Beziehung in der Bruchprozesszone nach Hillerborg [31]

$$w_0 = 0,8 \cdot G_f / f_{ct} \quad (5.10)$$

mit: $f_{ct} = 1,46 \cdot f_{ct,sp}^{0,77}$

Die Berechnung und Darstellung der Spannungen und der Querkraft durch Rissreibung erfolgt in der Regel für eine Belastung von etwa $0,995 \cdot V_u$. In wenigen Fällen sind die Werte abweichend. Zum einen wurden die Versuche B6 als erstes durchgeführt, woraufhin die Aufzeichnungsintervalle der Photogrammetrie optimiert wurden. Zum anderen lagen bei B7 und B8 Fließplateaus vor, bei denen der Übergang zu diesen für die Auswertung herangezogen wurde und die Last geringer als die vorab definierte Stufe von 99,5 % war. Bei dieser Belastungsstufe wird angenommen, dass ein stabiler Gleichgewichtszustand vorliegt und der Querkraftanteil durch kinematische Verformungen nicht überschätzt wird. Denn mit dem Erreichen der Maximallast tritt das spröde Versagen bei unverbügelten Balken innerhalb weniger Sekunden ein und die relativen Verformungen nehmen sehr stark zu (Bild 5-14). Es liegt somit kein stabiles Gleichgewicht vor, sodass die rechnerischen Rissreibungskräfte in diesem Fall in Zweifel gezogen werden können.

Die Spannungen σ_{cr} und τ_{cr} werden zunächst nur nach dem *Zwei-Phasen-Modell* von Guidotti [44] bestimmt, da dessen Ansatz die getroffene Auswahl an Versuchen am besten abbilden kann (Bild 3-22). Später werden auch andere Modelle verwendet. Die berechneten Rissspannungen werden entlang der Biegeschubrisse abgetragen (Bild 5-27). Dabei werden die Druckspannungen in Rot dargestellt. Für die Schubspannungen sind zwei Farben vonnöten, da in einigen Versuchen negative Rissgleitungen gemessen wurden, was wiederum zu negativen Riss Schubspannungen führt. Die positiven Schubspannungen sind in Blau und die negativen Schubspannungen in Grün gezeichnet.

Es ist wichtig anzumerken, dass ausschließlich positive Schubspannungen zur Lastübertragung über Risse beitragen. Rissspannungen infolge negativer Rissgleitungen würden den Anteil des Lastabtrags durch Rissreibung mindern. Diese Problematik lässt sich durch das Aufstellen des Kräftegleichgewichts im Biegeschubriss erläutern (Bild 5-26). Die Gesamtsumme der übertragenen Querkraft ΣV_{ai} im Riss ergibt sich aus den einzelnen Querkraftanteilen der Schub- und Normalkräfte. Bei der Berechnung wird deutlich, dass nur die positive Schubkraft $V(T_{\tau,1})$ im Rissabschnitt 1 zum Lastabtrag beiträgt. Die Normalkräfte und die Schubkraft im 2. Abschnitt des Risses gehen negativ in die Berechnung der Querkraft aus Rissreibung ein. Diese sind baustatisch unplausibel und resultieren aus erheblichen Spannungsspitzen. Hierbei wird wahrscheinlich die Grenze der Anwendbarkeit der Rissreibungsmodelle erreicht.

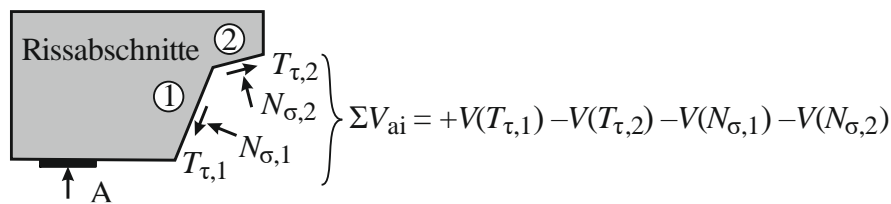


Bild 5-26 Orientierung der Risskräfte am Riss und deren Beitrag zum Lastabtrag

5.4.1 Rechteckbalken ohne Querkraftbewehrung B1 – B5

Die Berechnung der Rissspannungen erfolgt mittels der gemessenen Risskinematiken (w , δ) der ausgebildeten Biegeschubrisse (Bild 5-14) und dem Rechenansatz nach *Guidotti* (s. Kap. 3.3). Die Ergebnisse werden für eine Belastung von $\sim 0,995 \cdot V_u$ dargestellt (Bild 5-27).

5.4 Rechnerische Rissspannungen

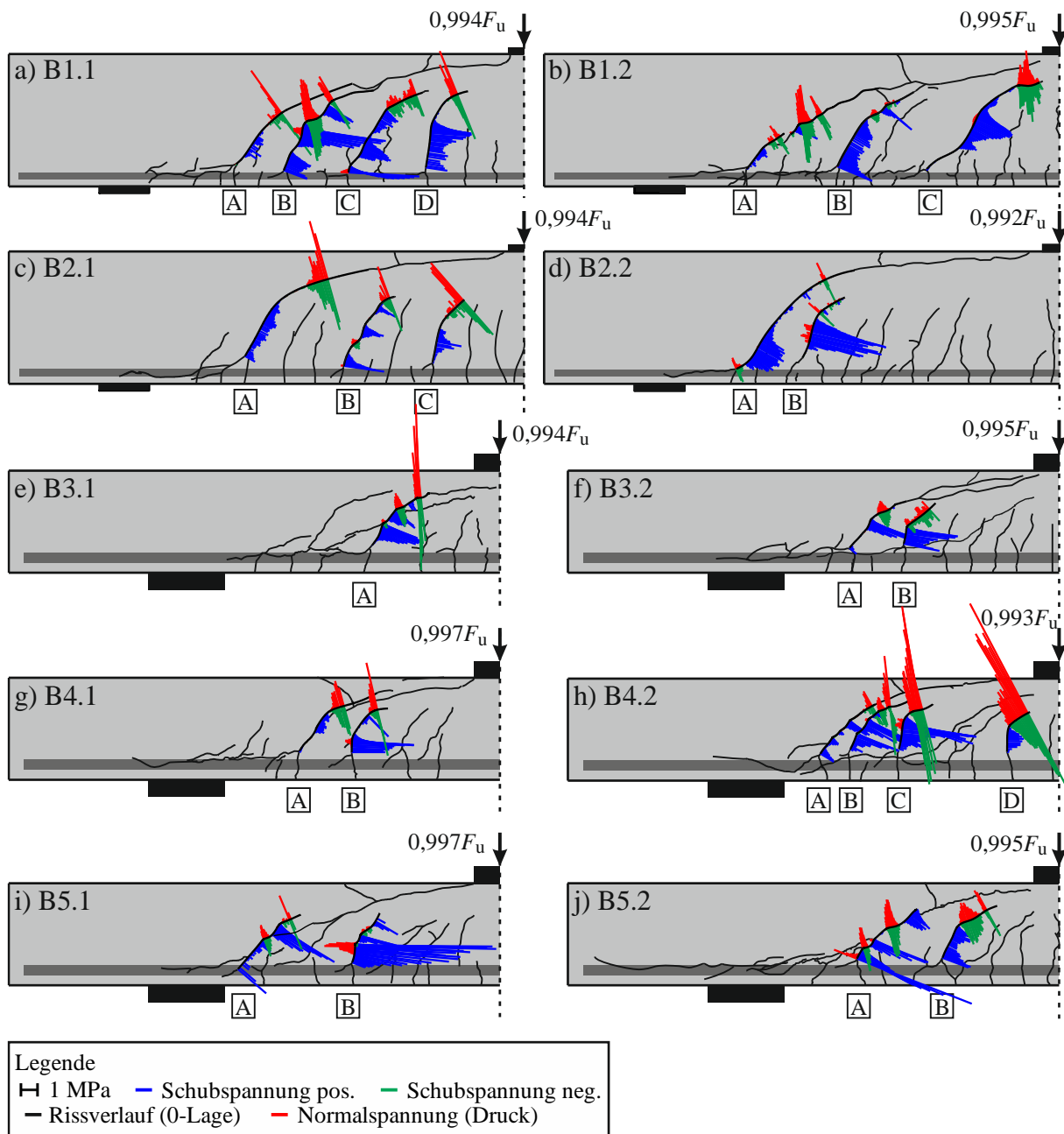


Bild 5-27 Normal- und Schubspannungen nach *Guidotti* [44] an den Biegeschubrissen der Versuche B1 – B5

Generelle Charakteristika der Biegeschubrisse lassen sich anhand der Spannungsverläufe erkennen. Positive Schubspannungen treten hauptsächlich in den steilen Rissabschnitten auf, wo der Riss ausgeprägt ist und eine Krümmung aufweist. Risse wie B1.1A und B1.2A (Bild 5-27 a, b) weisen nur geringe Schubspannungen auf, da der Biegeschubriss nur gering ausgebildet war und nahezu geradlinig verlief. Im Gegensatz dazu ergeben sich bei den Rissen B – D dieser Versuche höhere Schubspannungen, da diese Risse eine Krümmung besitzen und damit Rissgleitungen möglich sind. Des Weiteren sind unterschiedliche Schubspannungsverläufe zu erkennen. Die Schubspannungen im Riss B1.2B sind annähernd konstant. Im Gegensatz dazu weist der Riss B5.2A (Bild 5-27 j) mehrere Spannungsspitzen auf. Beim Riss B1.2C ist eine Zunahme und anschließende Abnahme der Schubspannungen zu beobachten. Es ist auffällig, dass die Risse B – D in den Versuchen meist deutlich höhere und über längere Abschnitte Schubspannungen aufweisen.

Jedoch haben diese Risse in den meisten Fällen steilere Rissabschnitte als die Risse A. Dadurch können sich größere Beiträge zum Querkraftabtrag ergeben.

Die dargestellten Spannungen weisen zum Teil Widersprüchlichkeiten auf. Diese Vermutung gilt insbesondere für den Riss B2.2A (Bild 5-27 d), bei dem ein ungewöhnlicher Verlauf der Schubspannungen festzustellen ist. Ein Vergleich der ausgebildeten Biegeschubrisse von B2.2A und B2.1A (Bild 5-27 c) zeigt im ersten Schritt deutliche Ähnlichkeiten. Allerdings unterscheiden sich die Spannungsverläufe und die Höchstwerte stark voneinander. Bei dem Riss B2.2A steigen die Schubspannungen am unteren Ende des Risses stark an, verlaufen über eine kurze Strecke nahezu konstant und fallen daraufhin rapide ab. Zusätzlich ist dieser Abschnitt des Risses der einzige Bereich, an dem überhaupt Schubspannungen auftreten. Das Rissbild kann eine Erklärung für den ungewöhnlichen Spannungsverlauf liefern (Bild 5-9). Hierbei fällt ein Biegeriss in unmittelbarer Nähe auf, der sich über die Länge erstreckt, in der Schubspannungen vorhanden sind. Daher liegt die Vermutung nahe, dass der naheliegende Biegeriss die Risskinematik des Versagensrisses beeinflusste und damit Auswirkungen auf die ermittelten Rissspannungen am Riss A hat. Ein weiteres Indiz für diese Unstimmigkeit liefert die risskinematischen Vektoren (Bild 5-14). Im Rissabschnitt mit rechnerischen Schubspannungen zeigt sich, dass die Neigung der Vektoren mit den übrigen nicht übereinstimmt. Diese verlaufen steiler, woraus höhere Rissgleitungen resultieren. Die Parallelität der Rissvektoren sollte in der Regel jedoch innerhalb einer Laststufe erfüllt sein, wie es an den anderen Rissen aller Versuche zu beobachten war. Demnach ist eine gegenseitige Beeinflussung der Risse auf die Risskinematik wahrscheinlich. Dass dadurch zusätzliche Spannungen übertragen werden, jedoch nicht, denn durch einen naheliegenden Biegeriss entsteht eine Entlastung des Betons. Dadurch kann sich der Beton freier verformen und so zu rechnerischen, aber nicht tatsächlichen Rissspannungen führen.

Normalspannungen in den Bereichen mit positiven Schubspannungen ergeben sich bei den meisten Rissen nicht. Die Rissgleitungen im Vergleich zu den Rissöffnungen in diesen Abschnitten sind derart gering, dass ausschließlich reine Schubspannungen vorliegen. Eine Ausnahme bildet lediglich der Riss B5.1B (Bild 5-27 i), bei dem sowohl Normalspannungen als auch sehr hohe Schubspannungen auftreten.

Eine Besonderheit stellen die Abschnitte nahe der Risspitze dar. In diesen Bereichen liegen in den meisten Fällen geringe Neigungen und geringe Öffnungen mit negativen Gleitungen des Risses vor (Bild 5-23 b, c). Hieraus ergeben sich besonders hohe Normal- und negative Schubspannungen. Diese Spannungswerte übersteigen häufig die positiven Schubspannungswerte in den unteren Rissabschnitten. Als Beispiel für die hohen Spannungen an der Risspitze wird der Riss B4.2D (Bild 5-27 h) genauer betrachtet. Bei diesem liegen im Vergleich zu den positiven Schubspannungen deutlich höhere negative Schubspannungen vor. Diese wirken sich negativ auf die Summe der übertragenen Kräfte durch die Rissreibung aus und können bei großen Spannungen

zu nicht plausiblen Ergebnissen führen (Bild 5-26). Die Berücksichtigung der Kräfte nahe der Risspitze führt zu einer negativen und somit belastenden Querkraft durch Rissreibung [87].

Zusätzlich gibt es einen Widerspruch zwischen den Druckspannungen nahe der Risspitze und der Bruchprozesszone. Die Rissabschnitte nahe der Spitze weisen sehr geringe Rissöffnungen auf. Unter Berücksichtigung der Zugspannung-Rissöffnung-Beziehung lassen sich an diesen Rissabschnitten Betonzugspannungen ermitteln (s. Kap. 2.4). Das Betonversagen in der Bruchprozesszone stellt eine wesentliche Bedingung für das Querkraftversagen nach *Slowik* [88] und *Schacht et al.* [89] dar. Demnach kann davon ausgegangen werden, dass die Zugspannungen in der Bruchprozesszone real vorhanden sind. Die Rissreibungsmodelle scheinen an dieser Stelle an ihre Grenzen zu stoßen und auf diesen besonderen Fall nicht anwendbar zu sein.

Zusammenfassend zeigt sich an den Spannungsverläufen der Biegeschubrisse, dass die Rissneigungen einen wesentlichen Einfluss auf die Größe der Spannungen haben. In steilen Rissabschnitten konnte mit der Korrelationsanalyse gezeigt werden, dass bei stark ausgebildeten Rissen die Gleitungen δ im Riss zu- und die Öffnungen w abnehmen (s. Kap. 5.3.3). Daraus ergibt sich zwischen den Rissspannungen und der Rissneigung eine starke Korrelation.

Querkraftanteil durch Rissreibung

Bei der Bestimmung des maximalen Querkraftanteils, der durch Rissreibung übertragen wird, soll lediglich der relevante Versagensriss (Riss *A*) berücksichtigt werden. Die Risse *B – D* werden bei der weiteren Analyse nicht betrachtet, da sie für das Versagen der Balken nicht ursächlich sind.

Für die Ermittlung der gesamten Rissreibungskraft werden zwei Fälle unterschieden. Der Grund dafür sind die hohen Spannungen an der Risspitze, die sich negativ auf die Rissreibungskraft auswirken. Zum einen werden die Schubspannungen über die gesamte Risslänge integriert (Bild 5-27). Zum anderen werden die negativen Rissgleitungen und die dazugehörigen Normalspannungen bei der Integration der Gesamtkraft negiert. Dadurch soll der Einfluss der negativen Rissgleitungen aufgezeigt werden.

Die grafische Darstellung erfolgt in Form von Balkendiagrammen (Bild 5-28), die den prozentualen Querkraftanteil aufzeigen. Alle in Kapitel 3 erläuterten Rissreibungsmodelle kommen zur Anwendung. Die gleichfarbigen Balken zeigen die Anteile beim Querkraftabtrag eines Modells, wobei bei den helleren linken Balken die komplette Risskinematik ($\pm\delta$) berücksichtigt wurde, während bei den dunkleren rechten Balken nur positive Rissgleitungen ($+\delta$) in die Kraftermittlung eingehen. Für eine Vergleichbarkeit der Traganteile aus Rissreibung wird zudem der Median \bar{v}_{ai} der Risskinematiken nur mit positiven Gleitungen ermittelt sowie die Differenz der Extremwerte bezogen auf die einwirkende Querkraft angegeben.

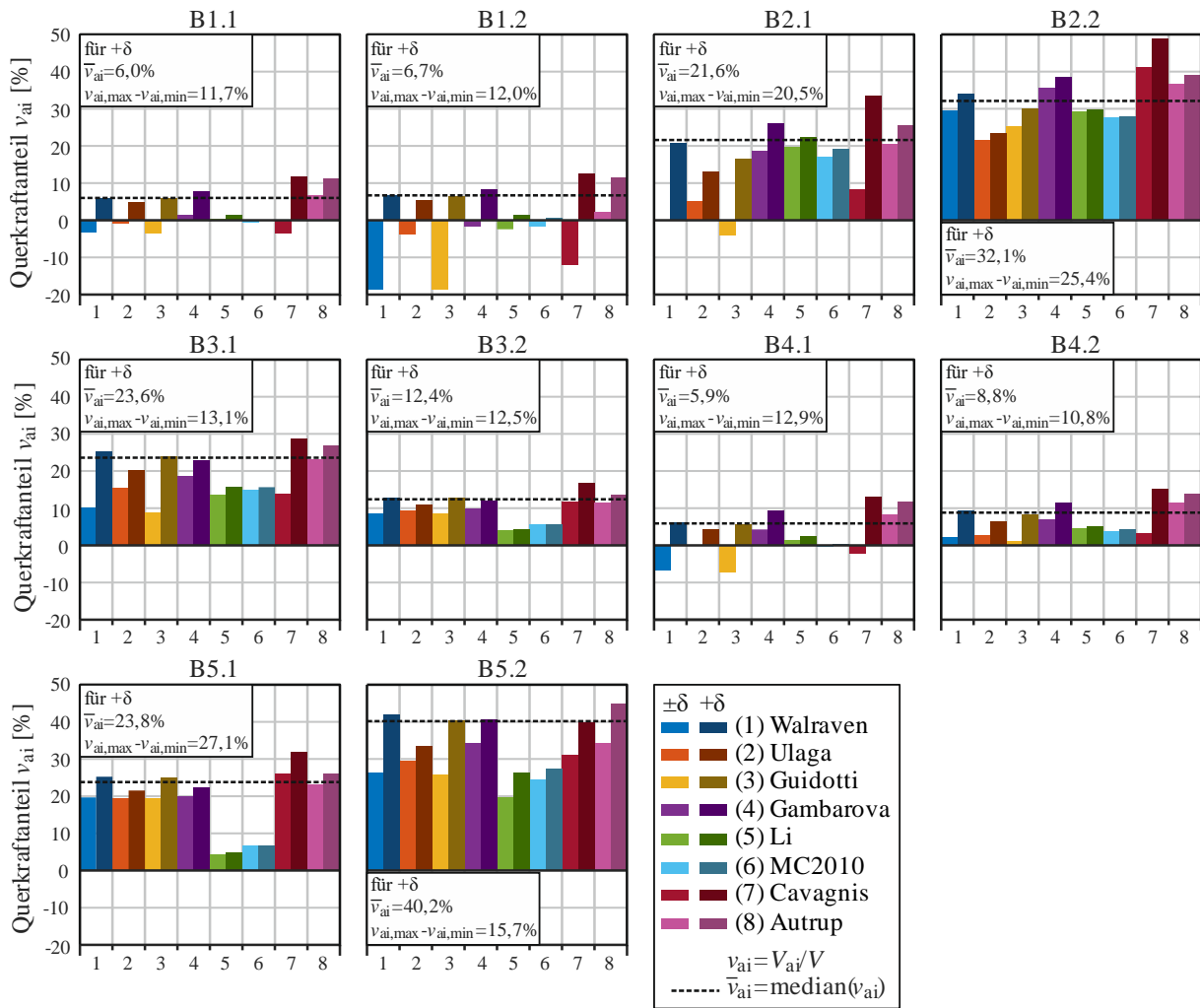


Bild 5-28 Querkraftanteil infolge der Rissreibung am Lastabtrag im maßgebenden Biegeschubriss (Riss A) bei einer Belastung von $\sim 0,995 \cdot V_u$ für die Versuche B1.1 – B5.2

Die Werte der Querkraftanteile aus der Rissreibung zeigen bei den verschiedenen Versuchen und Modellen teilweise erhebliche Differenzen. Werden die positiven und negativen Rissgleitungen berücksichtigt, so kommt es bei den Versuchen B1.1, B1.2, B2.1 und B4.1 zu negativen Rissreibungskräften [87]. Diese sind bei den *Zwei-Phasen-Modellen* von *Walraven*, *Guidotti* und *Cavagnis* am stärksten ausgeprägt. Beim Versuch B1.2 ergibt sich nach *Guidotti* [44] der niedrigste Wert von $-18,7\%$. Negative Rissreibungskräfte sind jedoch aus zweierlei Gründen nicht plausibel. Zum einen entsteht bei der Betrachtung der Querkrafttragmechanismen ein Widerspruch. In Rissabschnitten nahe der Risspitze liegen rechnerisch hohe Druckspannungen im Riss vor. Gleichzeitig lassen sich an diesen Rissabschnitten Betonzugspannungen in der Bruchprozesszone nach Bild 5-25 ermitteln (s. Anhang A). Es ist sehr unwahrscheinlich, dass diese gleichzeitig vorliegen und sich gegenseitig aufheben. Denn sofern kein „realer“ Riss entstanden ist, werden Zugkräfte übertragen. Zum anderen würden die übrigen Traganteile durch die Rissreibung zunehmen, weil es sich bei einer negativen resultierenden Rissreibungskraft um eine belastende Kraft handelt. Das wird ebenfalls als sehr unwahrscheinlich angesehen. Damit ergibt sich, dass die vorliegenden Rissreibungsmodelle bei Querkraftversuchen nicht vollständig anwendbar sind. Die

folgenden Beschreibungen beinhalten daher nur die Rissreibungskräfte infolge positiver Rissgleitungen.

Die Größe der Querkraft durch Rissreibung variiert zwischen den Versuchen zum Teil enorm. So liegt der Rissreibungsanteil für die Versuche B1, B3.2 und B4 im Median zwischen 5,9 % (B4.1) und 12,4 % (B3.2). Der Rissreibung kann somit in diesen Fällen eine untergeordnete Rolle beim Lastabtrag zugeschrieben werden. Der Versuch B3.1 sticht mit einem Anteil von 23,6 % besonders heraus, da der maßgebende Riss von den anderen Versuchen abweicht. Das kann auf die Position des maßgebenden Risses zurückgeführt werden. Der Riss B3.1 A weist Ähnlichkeiten in Bezug auf die Position und den Spannungsverlauf zum Riss B3.2 B auf.

Bei den übrigen Versuchen B2 und B5 können höhere Rissreibungskräfte ermittelt werden. Die Querkraftanteile durch Rissreibung besitzen Größenordnungen von $\bar{v}_{ai} = 21,6\%$ (B2.1) bis $\bar{v}_{ai} = 40,2\%$ (B5.2). In diesen Fällen ist die Querkraft aus Rissreibung nicht vernachlässigbar.

Aber nicht nur die Median-Werte weisen Differenzen zwischen den Versuchen auf, sondern auch die Streubreite der Modelle. So ergeben sich bei den Versuchen mit geringerem V_{ai} Streubreiten von 10,8 % bis 12,9 %. Die Werte von B3.1 (13,1 %) und B5.2 (15,7 %) liegen nur knapp darüber. Für die Versuche mit höheren Traganteilen liegen die Streubreiten tendenziell höher. Die maximale Streubreite mit 27,1 % tritt beim Versuch B5.1 auf. Diese zum Teil sehr hohen Streubreiten können auf die Abweichungen der Modelle untereinander zurückgeführt werden. Die Modelle nach *Li* und *MC10* weichen in den meisten Fällen von den übrigen Modellen stärker ab als andere (B1.1, B1.2, B3.1, B3.2, B4.1, B5.1, B5.2). Aber auch das Modell nach *Cavagnis* weist in einigen Fällen starke Abweichungen auf, wie am Beispiel B2.2 zu sehen ist.

Die teilweise großen Streuungen bei der Querkraft infolge Rissreibung resultieren u. a. aus im Betonbau unvermeidlichen Streuungen und daraus resultierenden nicht identischen Rissentwicklungen.

Die *Zwei-Phasen-Modelle* nach *Walraven*, *Uлага*, *Guidotti* und das *Raue-Risse-Modell* nach *Gambarova* bilden in den meisten Fällen den Median näherungsweise ab, mit Ausnahme von B2 und B5.2 (*Uлага*). Bei diesen Versuchen lagen stark ausgeprägte Risse vor. Aufgrund dessen weichen die Querkräfte zwischen den drei *Zwei-Phasen-Modellen* ab (s. Kap. 3.9). Die Modelle nach *Li* und *MC10* liegen in der Regel unterhalb des Medians oder entsprechen dem Median (B2). Auch in diesem Fall ist ein ausgeprägter Biegeschubriss maßgebend. Dadurch sind die Schubspannungen infolge der höheren Risskinematik deutlich größer im Vergleich zu den anderen Modellen, wodurch der Querkraftanteil steigt. Aber auch die Normalspannungen σ_{cr} sind höher und reduzieren die Querkraft. Demnach stellt sich ein Ausgleich der Spannungen im Riss in Bezug auf die Querkraft ein. Die Modelle von *Astrup* und *Cavagnis* liegen häufig oberhalb des Medians, mit der Ausnahme von B3.2 und B5.2. Dies kann durch die fehlende Begrenzung der Spannungen

begründet werden, die in den Rissspannungskurven nicht ersichtlich sind (Bild 3-19 und Bild 3-20). Diese Beschreibungen treten mit den beschriebenen Ausnahmen in allen Balkenversuchen auf.

Ergänzend zu den vorherigen Ausführungen wird nachfolgend auf die numerischen Untersuchungen von *Faron* [18] eingegangen. Dieser simulierte die ersten fünf Balkenversuche B1 – B5 numerisch mit der XFEM (Extended Finite Element Method), wobei der maßgebende Biegeschubriss diskret abgebildet wurde. Hiermit können mit den Rissreibungsmodellen auch die Spannungen im Riss ermittelt werden. Es ergeben sich Werte (σ_{cr} , τ_{cr}), welche in guter Übereinstimmung zu den Versuchswerten sind. Für die Versuche B1.1, B3.1 und B5.1 liegen die Differenzen bei den Querkraftanteilen v_{ai} von 0,6 %, 2,2 % und 1,6 % bezogen auf die einwirkende Querkraft vor (Bild 5-29). Für B2.1 stellt sich eine Abweichung von 6,1 % ein. Lediglich für den Balken B4.1 ergibt sich eine erhöhte Differenz von 9,1 %. Die Simulationen weisen gute bis sehr gute Annäherungen an die Versuche auf, da die Abweichungen unterhalb von 10 % lagen und in den meisten Fällen sogar nur einige wenige Prozentpunkte betragen. Die numerischen Simulationen bestätigen somit die in den Versuchen ermittelten Querkraftanteile aus der Rissreibung.

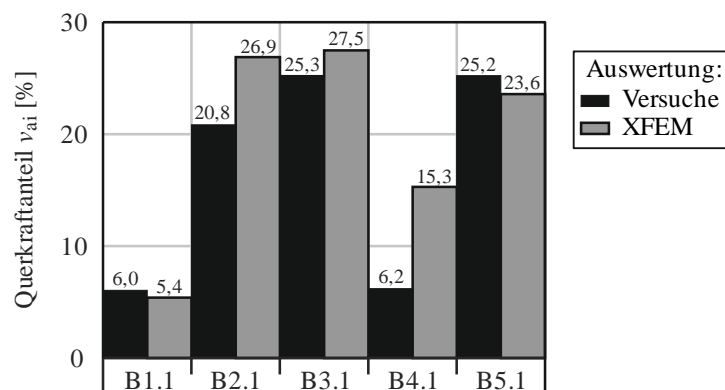


Bild 5-29 Vergleich der Querkraftanteile nach dem *Zwei-Phasen-Modell* von *Walraven* für die Versuche B1.1 – B5.1 (Bild 5-28 dunkelblaue Balken) und FE-Simulationen mit XFEM von *Faron* [18]

Es kann geschlussfolgert werden, dass bei hohen Rissreibungsanteilen die Streuung der Modelle absolut gesehen zunimmt. Die Traganteile aus Rissreibung besitzen geringe bis mittlere Größenordnungen in Bezug auf die übertragene Querkraft im betrachteten Querschnitt. Des Weiteren ergeben sich bei den durchgeführten Versuchen mit keinem Modell Rissreibungskräfte, welche den Hauptteil der Querkraft abtragen.

5.4.2 Plattenbalken mit Querkraftbewehrung B6–B9

Die Rissreibungsspannungen der Plattenbalken mit Querkraftbewehrung (Versuche B6 – B9) werden für eine Belastung von $0,978 \div 0,995 \cdot V_u$ nach *Guidotti* [44] ermittelt (Bild 5-30). Es zeigt sich, dass die negativen Schubspannungen sehr gering sind, da die Berechnung der Querkräfte durch Rissreibung mit $+\delta$ und $\pm\delta$ nahezu identische Traganteile ergibt. Ursächlich dafür sind die großen und rein vertikalen Verformungen der Risse im Vergleich zu den Risskinematiken der

5.4 Rechnerische Rissspannungen

unverbügelten Balken (Bild 5-14 und Bild 5-18). Dennoch beziehen sich die Ausführungen, aus Gründen der Konsistenz, nur auf Werte mit positiven Rissgleitungen. Die Spannungsverteilungen und -verläufe weichen deutlich von den unverbügelten Rechteckbalken B1 – B5 ab. Durch die vorhandene Querkraftbewehrung ist ein duktileres Bauteilverhalten möglich, da diese maßgeblich die Rissverformung bestimmt. Dadurch ist eine stabil wachsende Risskinematik möglich und damit auch höhere rechnerische Spannungen im Riss.

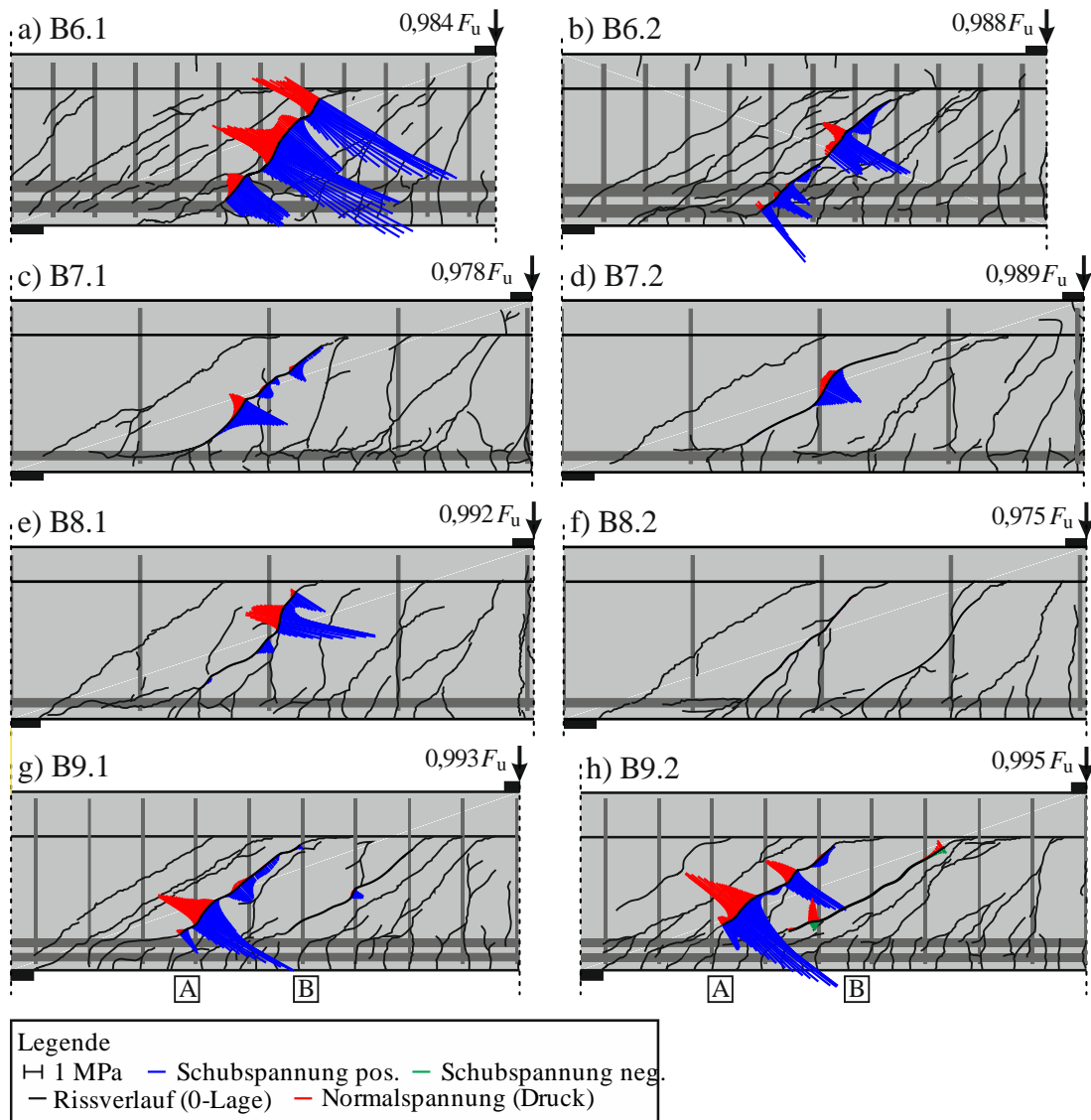


Bild 5-30 Rissspannungen nach *Guidotti* an den Biegeschubrisen der Versuche B6 – B9

Der Balken B6.1 besitzt drei steile Rissabschnitte, die durch flache Rissverläufe in Bügelhöhe verbunden sind (Bild 5-30 a). In den steilen Bereichen liegen Schubspannungen von bis zu 7 MPa und Druckspannungen von etwa 5 MPa nach *Guidotti* [44] vor. Im Vergleich dazu ergeben sich beim zweiten Durchlauf (B6.2) geringere Spannungen, da die Rissneigungen kleinere Werte aufweisen (Bild 5-30 b). Die Bügel beim Versuch B6.2 scheinen wenig Einfluss auf den Rissverlauf zu haben.

Die Balken B7 und B8 (Bild 5-30 c – f) besaßen eine deutlich geringere Bügelbewehrung ($\varnothing 8-300$, $\rho_w = 1,67 \text{ ‰}$) als der Träger B6 ($\varnothing 10-100$, $\rho_w = 7,86 \text{ ‰}$; Tabelle 5-2). Aufgrund dessen entstanden bei hohen Lasten größere Rissöffnungen, was zu geringeren rechnerischen Rissspannungen führt. Bei diesen Versuchen ergeben sich die Spannungen vorwiegend in steilen Rissabschnitten. Bei B8.2 treten nahe der Maximallast Rissöffnungen auf, bei der sich nach *Guidotti* rechnerisch keine Spannungen mehr ergeben (Bild 5-30 f).

Der Balken B9 ($\varnothing 10-180$, $\rho_w = 4,39 \text{ ‰}$) zeigt ähnliche Spannungsverläufe wie schon B6 (Bild 5-30 g, h). In den Rissen A ergeben sich in den steilen Rissabschnitten rechnerisch hohe Schub- und Normalspannungen. Zwischen diesen Spannungsspitzen ist die Rissneigung gering und die Spannungen liegen nach *Guidotti* nahe Null. Die Öffnungen der Risse B sind so groß, dass sich rechnerisch keine Spannungen ergeben. Obwohl keine Rissreibung vorliegt, war der Balken in diesem Querschnitt tragfähig.

Querkraftanteil durch Rissreibung

Die Auswertung der bügelbewehrten Balken B6 – B9 in Bezug auf die Querkrafttraganteile aus der Rissreibung erfolgt für alle Rechenmodelle und wird als Balkendiagramm in Bild 5-31 dargestellt.

Die bügelbewehrten Plattenbalken weisen ähnliche Größenordnungen der Querkraftanteile durch Rissreibung auf wie zuvor die unbewehrten Rechteckbalken. Bei den meisten Versuchen kann die Rissreibung als untergeordneter Tragmechanismus klassifiziert werden (Median $\leq 10 \text{ ‰}$). Besonders zeigt sich dies beim Versuch B8.2 mit einem Mindestwert von $0,1 \text{ ‰}$. Auffallend ist hierbei auch, dass sich nur nach dem Modell von *Gambarova* und *Li* nennenswerte Reibungskräfte ergeben. Der Wert von $0,1 \text{ ‰}$ ist sehr realistisch, da beim Erreichen der Maximallast die Bügelbewehrung zu fließen begann und sich eine maximale Rissöffnung von 4 mm ergab. Bei so großen Werten kann ausgeschlossen werden, dass die Rissreibung wesentliche Anteile der Querkraft aufnimmt. Beachtenswert sind die Risse B der Versuche B9, die in diesem Diagramm nicht dargestellt sind. Die Risskinematik in Bild 5-18 zeigt signifikante Abweichungen im Vergleich zu den übrigen Rissen. Bei diesen liegt der Median bei $0,6 \text{ ‰}$ (B9.1) und 0 ‰ (B9.2).

5.4 Rechnerische Rissspannungen

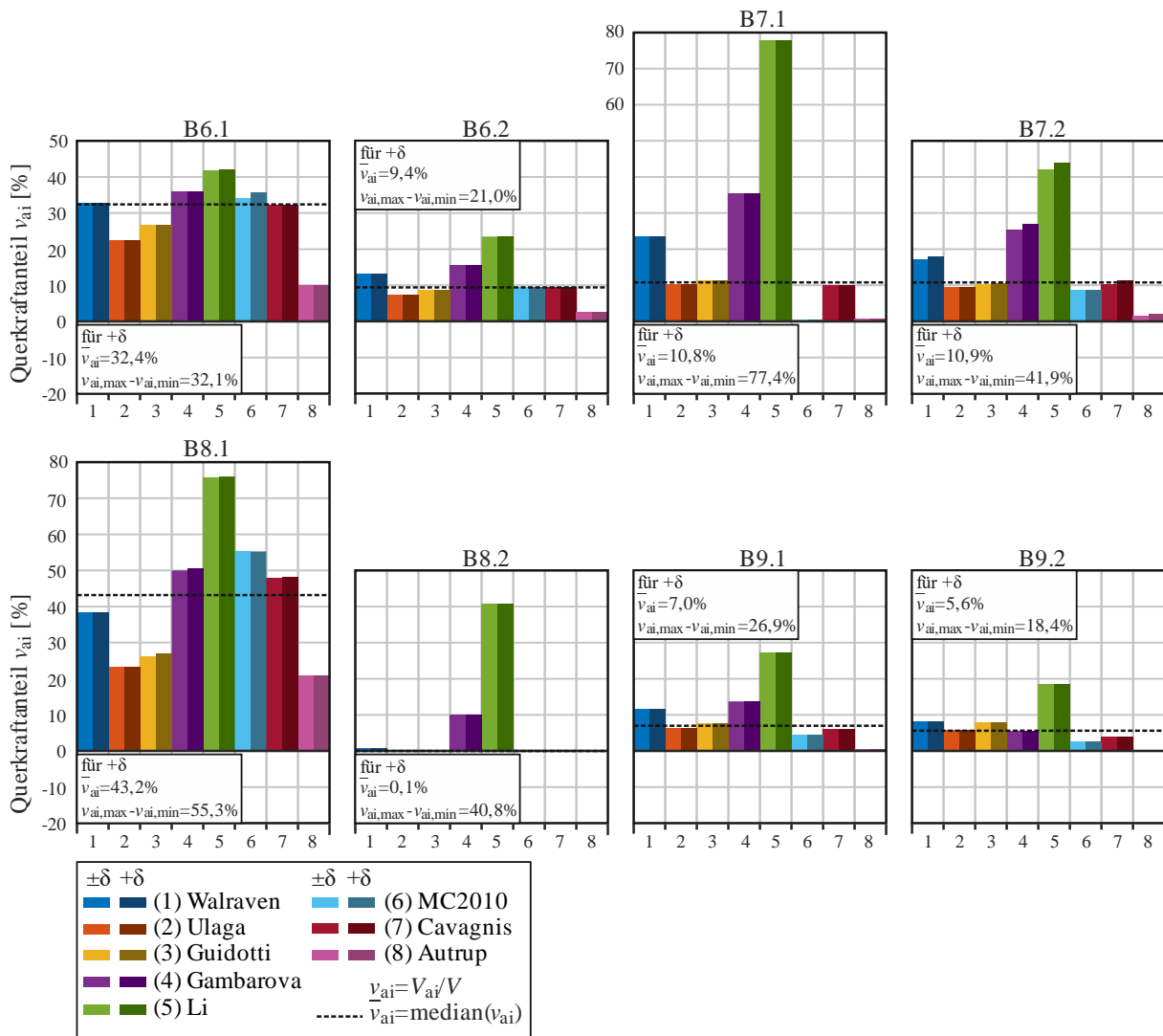


Bild 5-31 Querkraftanteil infolge der Rissreibung im maßgebenden Biegeschubriss (Riss A) bei einer Belastung von maximal $0,995 \cdot V_u$ (Bild 5-30) für die Versuche B6.1 – B9.2

Lediglich die Balken B6.1 mit 32,4 % und B8.1 mit 43,2 % weisen relativ hohe Traganteile aus Rissreibung auf. Vergleicht man die Erst- und Zweitversuche, so sind signifikante Unterschiede zu erkennen. Diese lassen sich teilweise aus den unterschiedlichen Rissverläufen erklären. Die Versuche B6.1 und B8.1 besitzen Rissabschnitte, die deutlich steiler verlaufen als im zweiten Durchlauf, und die Rissöffnungen sind geringer (Bild 5-18). Dadurch können tendenziell größere Spannungen übertragen werden. Dies wird beim Vergleich der Spannungsverläufe entlang der Risse deutlich, denn in genau diesen Abschnitten liegen die größten Spannungen vor (Bild 5-30). Der Rissverlauf hat somit erheblichen Einfluss auf die rechnerischen Spannungen. Dennoch stimmen die Traglasten im Fall von B8 zwischen dem ersten und zweiten Versuch fast vollkommen überein (Bild 5-13). Dies deutet wiederum darauf hin, dass durch die Rissreibung nur ein geringer Anteil der Querkraft abgetragen wird.

Über die Streubreite kann keine zuverlässige Aussage getroffen werden, denn das Modell von Li et al. [49] liefert keine plausiblen Ergebnisse. Bei den Versuchen B7.1 und B8.1 liegt der ermittelte Traganteil durch Rissreibung bei über 75 %, wobei jedoch die Bügelbewehrung den Großteil der

Last abtrag. Besonders eindrucksvoll zeigt sich dies am Versuch B8.2. Hier liegt der Anteil von V_{ai} bei 40,8 %. Die durchschnittliche Rissöffnung lag jedoch bei 4 mm. Damit ist es höchst unwahrscheinlich, dass der Rissreibung ein Anteil am Lastabtrag zugeschrieben werden kann. Somit ist die Anwendbarkeit dieses Rissreibungsmodells von Li auf bügelbewehrte Balken nicht gegeben. Der Grund für die Überschätzung lässt sich anhand des Spannungsverlaufs bei schiefer Rissöffnung verdeutlichen (Bild 3-17). Im Gegensatz zu den anderen Rissreibungsmodellen stellt sich keine Entfestigung mit zunehmender Rissöffnung ein. Es scheint daher eine Überschätzung der Kontaktpunkte im Riss zu geben.

5.4.3 Zusammenfassung

Die Anwendung der Rissreibungsmodelle auf die unterschiedlichen Querkraftversuche resultiert in den folgenden Erkenntnissen:

- Nah beieinander liegende Risse beeinflussen ihre Kinematiken gegenseitig. Diese Interaktion wird in den vorliegenden Rissreibungsmodellen nicht berücksichtigt, führt jedoch zu erheblichen Spannungsänderungen. Es ist daher wahrscheinlich, dass es sich um rechnerische und nicht reale Spannungen handelt (Bild 5-27 d, B2.2 Riss A).
- Die Rissreibungsmodelle überschätzen die negativen Querkrafttraganteile aus Normal- und negativen Schubspannungen. Im Bereich der Rissspitze liegen geringe Rissbreiten und relativ große -gleitungen vor, die zu hohen rechnerischen Spannungen führen, was nicht realistisch ist. Es treten Widersprüche auf. Zum einen kommt es zur Kollision mit der Bruchprozesszone. Zum anderen ergeben sich dadurch belastende Kräfte, die baustatisch nicht nachvollziehbar sind. Daher sind die berechneten Spannungen an der Rissspitze bzw. in der Bruchprozesszone mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht realistisch. Rissreibungsmodelle besitzen an dieser Stelle ihre Grenzen (Bild 5-27).
- Bei den gering verbügelten Balken konnte gezeigt werden, dass auch ohne Rissreibung die volle Querkrafttragfähigkeit erreicht wurde (B8.2, Bild 5-13 und Bild 5-31).
- Die unterschiedlichen Rissreibungsmodelle weisen zum Teil sehr große Differenzen auf. Demnach kann die Qualität einiger Rissreibungsmodelle in Zweifel gezogen werden. Beim Versuch B8.2 lagen so große Rissöffnungen vor, dass Rissspannungen sehr unwahrscheinlich waren. Diese Bedingung erfüllten die Modelle nach Li und $Gambarova$ nicht (Bild 5-31).
- Die untersuchten Rissreibungsmodelle liefern im Durchschnitt geringe ($\leq 10\%$) bis mittlere Querkrafttraganteile (Bild 5-28 und Bild 5-31).
- Bei den verbügelten Balken ist es sehr wahrscheinlich, dass die Rissreibung keine große Rolle spielt. Das zeigt sich besonders am Versuch B8.2 und den Rissen B der Versuche B9. Hier wurden Querkräfte durch Rissreibung nahe Null ermittelt (Bild 5-31).

5.5 Weitere Querkrafttraganteile für die Versuche B1 – B5

Es werden die Querkräfte ermittelt, welche über die ungerissene Betondruckzone V_{cc} , die Bruchprozesszone V_{bpz} und die Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} übertragen werden. Die beiden erstgenannten Mechanismen werden mittels der photogrammetrischen Verformungsmessung von *ARAMIS* bestimmt. Der Traganteil V_{da} wird durch einen Rechenansatz ermittelt. Die Traganteile werden bei einer Belastung von $0,995 \cdot V_u$ bestimmt, wie es bei der Bestimmung der rechnerischen Rissspannungen der Fall war (s. Kap. 5.4).

5.5.1 Druckzone

Die Berechnung des Querkraftanteils der ungerissenen Betondruckzone erfolgt oberhalb der Risspitze bis zur Balkenoberseite (Bild 5-14). Die Probleme der Dehnungsermittlung in der Druckzone mittels DIC wurden in Kapitel 0 erörtert. Die Facetteneinstellungen und die Anzahl der Facetten, die über die Höhe der Druckzone vorlagen, können für die einzelnen Versuche der Tabelle 4-4 entnommen werden. Die Berechnung des Querkraftanteils der Druckzone erfolgt durch die Integration der Schubspannungen (Gl. (5.11)). Die Spannungen lassen sich mittels allgemeiner mechanischer Zusammenhänge aus den Verzerrungen ε_{xy} bestimmen [90]. Die Berechnungen erfolgten mit dem Programm *GOM Inspect Professional*. Da für die Gleitungen nicht nur die betragsmäßig hohen Druckdehnungen, sondern auch die sehr geringen Zugdehnungen relevant sind, hat das Messrauschen in diesem Fall einen starken negativen Einfluss auf das Ergebnis.

$$V_{cc} = b \cdot \int_0^x \tau_{xy}(y) dy \quad (5.11)$$

$$\text{mit: } \tau_{xy} = G_{cm} \cdot \gamma_{xy} \quad G_{cm} = \frac{E_{cm}}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad \gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{xy} \quad \nu = 0,2 \text{ (Beton)}$$

Die Schubspannungsverläufe der Erst- und Zweitversuche weisen meist identische Charakteristika auf, die zwischen den Balken jedoch deutlich differieren (Bild 5-32). Beim Balken B1 verlaufen die Spannungen wellenartig und zur Risspitze zunehmend. Bei den Versuchen B2 sind die Schubspannungsverläufe nahe dem Ansatz nach *König* und *Zink* [14]. Der Versuch B3 weist wellenförmige Verläufe ähnlich zu B1 auf, wobei die Maximalwerte nicht zunehmen, sondern eher konstant sind. Die Schubspannungen von B4 nehmen bis zur Risspitze näherungsweise linear zu, mit einem Spannungsabfall bei B4.2. Die Verläufe der Versuche B5 weichen stark von den übrigen ab. Die Maxima liegen an den Balkenoberseiten und nehmen über die Höhe ab.

5 Experimentelle Untersuchungen der Rissreibung

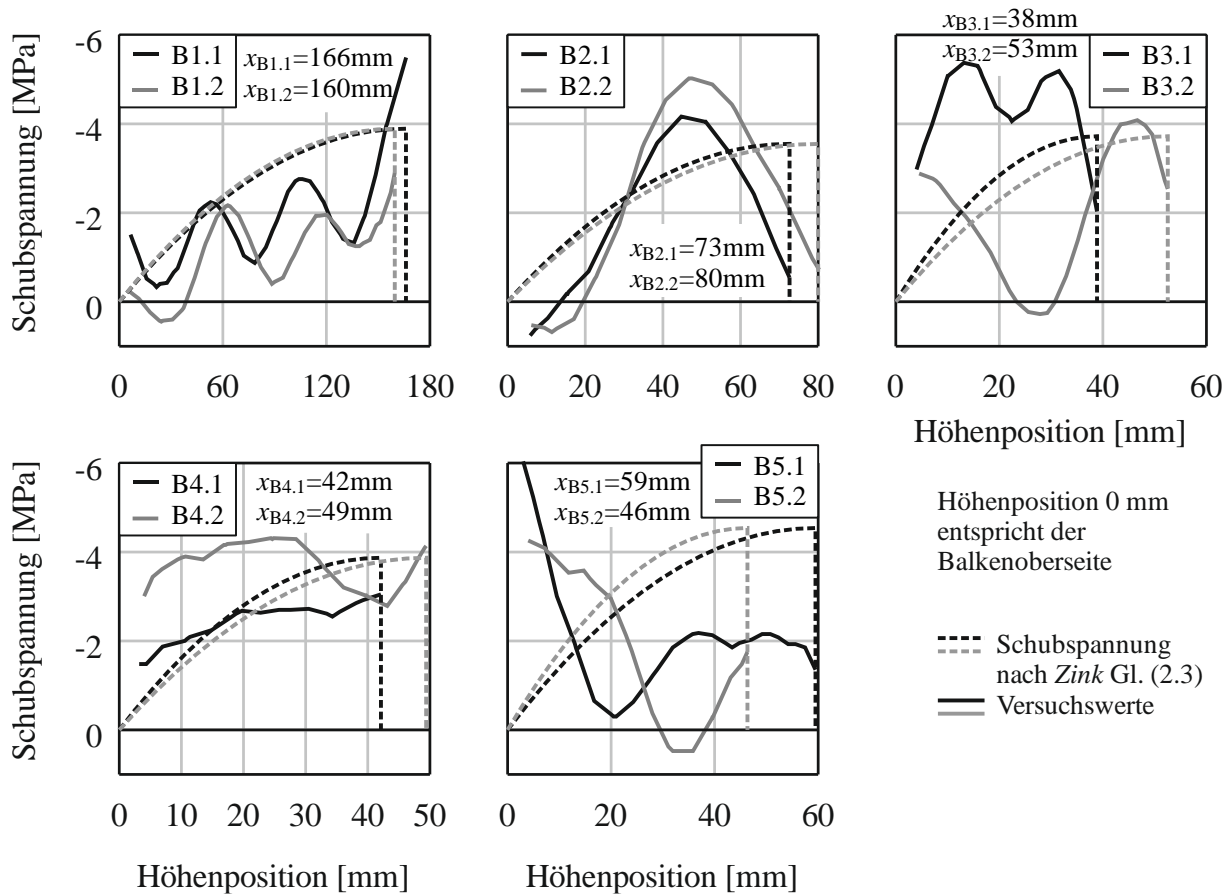


Bild 5-32 Schubspannungsverläufe in der Druckzone der Balken B1 – B5 ohne Bügelbewehrung
Messwerte und parabolischer Ansatz nach König und Zink [14]

Die Schubspannungsverläufe zeigen zusammengefasst sehr große Abweichungen zu den theoretischen, parabolischen Kurven nach König und Zink [14], die auf Schwierigkeiten bei den Messungen durch das Messrauschen zurückgeführt werden können. Weiterhin wirken sich verschiedene Effekte auf die Dehnungsermittlung aus. Beispielsweise können oberflächennahe Zuschlagskörner zu Änderungen der lokalen Dehnungen führen. Daher werden die gemessenen Schubspannungsverläufe nicht verwendet. Für die weitere Auswertung wird der Traganteil der Betondruckzone nach König und Zink mit einem parabelförmigen Schubspannungsverlauf angesetzt (Gl. (2.3), Bild 5-32 gestrichelte Kurven). Dabei wird angenommen, dass die maximalen Schubspannungen $\tau_{xy,max}$ in der Dehnungsnulllinie gleich der Betonzugfestigkeit f_{ct} sind und die Druckzone voll ausgelastet ist, es sich somit um einen Grenzzustand handelt.

Mit dem Fokus auf die Bestimmung von V_{cc} konnten Schmidt et al. [91] dieser ca. 40 % der gesamten einwirkenden Querkraft im Versagenszustand zuschreiben. Im Rahmen der Versuchsreihe wurden die Dehnungen in den Druckzonen von Dreipunktbiegebalken mittels photogrammetrischer Messverfahren präzise bestimmt. In geringem Abstand zur Risspitze wurden oberhalb dieser links und rechts vertikale Messlinien gesetzt, an welchen die Horizontaldehnungen in der Druckzone bestimmt und daraus die Spannungen berechnet wurden. Die Ermittlung der Schubspannungen erfolgte aus der Differenz, wie in Bild 8-1 dargestellt.

Albrecht und *Schnell* [92] führten Versuche mit Dreipunktbiegebalken durch, bei denen einzelne Traganteile ausgeschlossen wurden. Die Druckzone wurde durch einen Schlitz unterbrochen, die Rissreibung und Bruchprozesszone wurde durch ein Stahlblech in Form eines Biegeschubrisses unwirksam und die Dübelwirkung der Längsbewehrung wurde durch eine Ummantelung im Wirkungsbereich deaktiviert. Die Betondruckzone nahm ca. 24 % von V_u auf. Der Druckzone in Kombination mit der Dübelwirkung der Längsbewehrung konnte ein Anteil von 51 % zugeschrieben werden. In beiden Fällen wurden die Biegeschubriss durch ein Stahlblech während der Betonage eingebracht. Die Bruchprozesszone wirkte somit nicht.

5.5.2 Rissreibung

Für den Querkrafttraganteil aus der Rissreibung wird zunächst das Modell nach *Guidotti* genutzt. Dieses zeigte bei dem Abgleich mit den Push-Off-Tests sehr gute Übereinstimmungen (s. Kap. 3.9, Bild 3-22, Bild 3-23). Des Weiteren beruht dieses Modell auf mathematisch-physikalischen Beziehungen.

5.5.3 Bruchprozesszone

Die Bruchprozesszone kann mit den ermittelten Kinematiken an den Rissen identifiziert werden. Bei einer vorliegenden Rissöffnung lässt sich die Restzugspannung berechnen. Hierfür wird das bilineare Entfestigungsgesetz nach *Hillerborg* [31] (Bild 5-25) verwendet. Für die Berücksichtigung der Zugspannungen wird eine Grenzrissöffnung, wie zuvor, von $w_0 = 0,01$ mm eingeführt, ab der der Riss als geschlossen angesehen wird. Die Zugspannungen werden entsprechend der Rissneigung rotiert, sodass sich vertikale Spannungen ergeben und entlang der Bruchprozesszone integriert.

5.5.4 Dübelwirkung der Längsbewehrung

Die Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} wird rein rechnerisch ermittelt. Es wird die Formel von *König* und *Zink* [14] verwendet, die von *Baumann* und *Rüsch* [20] entwickelt wurde (Gl. (2.6)). Für die Auswertung wird nur der erste Teil der Formel für V_{da} und l_{ch} verwendet, da bei den Versuchsbalken die Betonkennwerte stark von den Normenangaben abwichen (Tabelle 5-1 und Tabelle 5-2).

5.5.5 Zusammenstellung der Querkrafttraganteile

Die zuvor beschriebenen Querkrafttraganteile sind in einem Balkendiagramm additiv dargestellt (Bild 5-33). Dabei ist eine Überschätzung der Traganteile nicht ausgeschlossen, wodurch sich rechnerische Tragfähigkeiten von über 100 % ergeben, welche nicht möglich sind. Es treten teilweise signifikante Unterschiede zwischen den Erst- und Zweitversuchen auf. Bei den Versuchen B1.1 und B1.2 nimmt die Betondruckzone 93 % bzw. 88 % der Traglast auf. V_{cc} stellt somit eine wesentliche Größe dar. Dabei ist zu beachten, dass die Summe der Traganteile 129 % der Traglast

V_u beträgt. Bei den übrigen Versuchen besitzt die Betondruckzone einen geringeren Traganteil. Der Mindestwert von V_{cc} beträgt 30 %. Andere Versuchsreihen liefern für V_{cc} vergleichbare Traganteile (s. Kap. 5.5.1).

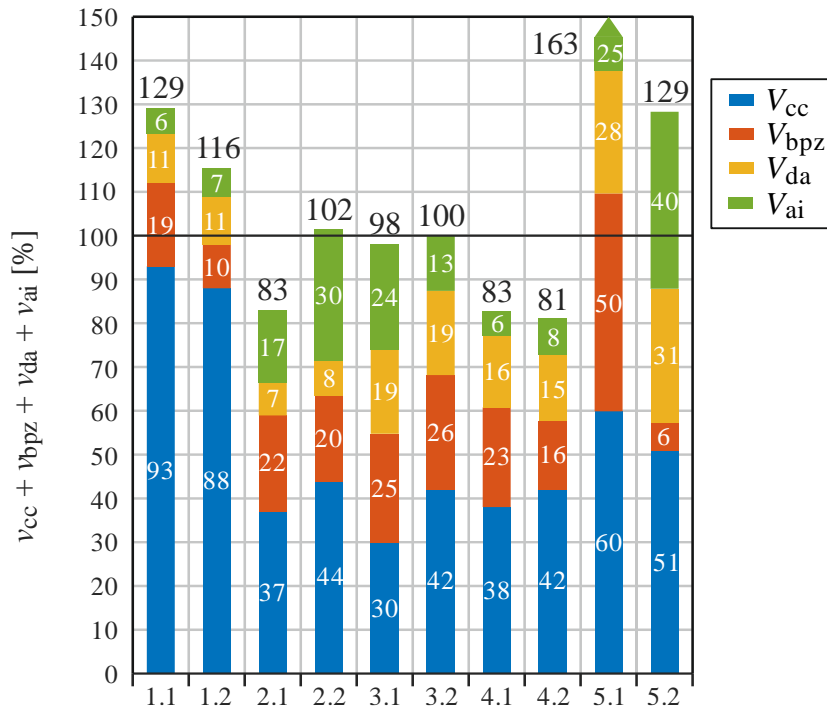


Bild 5-33 Querkraftanteile der Betondruckzone V_{cc} , der Bruchprozesszone V_{bpz} , der Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} und der Rissreibung V_{ai} (nur mit $+\delta$) nach *Guidotti* für die Versuche B1.1 – B5.2

Der Traganteil der Bruchprozesszone V_{bpz} weist mittlere bis hohe Größenordnungen auf. Beim Versuch B5.1 tritt ein außergewöhnlich hoher Rechenwert von 50 % auf, wobei es sich jedoch wahrscheinlich um eine Überschätzung handelt. Beim Versagensriss kam es zu einer Verzweigung, wodurch die Auswertung besonders erschwert wurde (Bild 5-9). Die übrigen Versuche besitzen deutlich geringere Traganteile der Bruchprozesszone von 10 ÷ 26 %. Der Minimalwert tritt beim Versuch B5.2 mit nur 6 % auf. Zum Vergleich wird nachfolgend auf die Ergebnisse der Versuchsserie von *Huber et al.* [71] eingegangen. Bei seinen Balkenversuchen nahm die Bruchprozesszone 18 ÷ 38 % der Bruchquerkraft V_u auf. Dabei wiesen die Betonbalken einen Plattenbalkenquerschnitt auf. Der vorhandene Flansch hat einen positiven Einfluss auf den Traganteil V_{bpz} .

Die Dübelwirkung der Längsbewehrung wird mit dem ersten Teil der Gl. (2.6) und den Werten von Tabelle 5-1 und Tabelle 5-2 berechnet. Diese Traganteile sind für die 0,40 m hohen Rechteckbalken (B1, B2) mit 11 % und 8 % geringer als die der plattenartigen Balken (B3 – B5) mit Werten von 15 ÷ 31 %. Letztere besitzen höhere Längsbewehrungsgrade im Vergleich zu B1 und B2. Der Einfluss der Betonzugfestigkeit ist jedoch höher beim Vergleich zwischen den Versuchen B3 – B5. Der Traganteil liegt zwischen B3 und B4 im Mittel um 23 % höher, wobei zwischen B3 und B5

eine Zunahme von 90 % vorliegt. Damit ist die Dübelwirkung besonders bei plattenartigen Bauteilen und höherfesten Betonen relevant.

5.6 Weitere Querkrafttraganteile für die Versuche B6 – B9

Die Plattenbalken besitzen die gleichen Querkrafttragmechanismen wie die Rechteckbalken mit dem Zusatz des vertikalen Traganteils durch die Bügelbewehrung. Im Weiteren werden die Traganteile quantifiziert.

Die Rissreibunganteile V_{ai} zu diesen Versuchen wurden bereits mit dem Modell von *Guidotti* bestimmt (s. Kap. 5.4.2). Der Querkraftanteil der Druckzone V_{cc} im Flansch wird nicht ermittelt, da hierzu keine Messwerte von den Versuchen bzw. den *GOM Inspect Professional*-Auswertungen vorliegen. Im Weiteren werden daher nur die Traganteile aus der Bügelbewehrung V_{sw} und der Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} betrachtet.

5.6.1 Bügelbewehrung

Der Querkrafttraganteil aus der Bügelbewehrung ergibt sich aus den Zugspannungen in den Bügeln, die durch den maßgebenden Biegeschubriss geschnitten werden. Hierfür wird derselbe Riss verwendet, der auch für die Ermittlung der Rissreibungskräfte herangezogen wurde (Bild 5-34). Die Dehnungen der Bügel wurden mittels faseroptischer Sensoren gemessen. Leider versagte die Dehnungsmessung im Bereich der Risse im Bruchzustand teilweise [63]. Dies war besonders bei den Versuchen B7 – B9 zu beobachten, da hier die Bügeldehnungen stark ausgeprägt waren. In jedem Fall konnte aber nachgewiesen werden, dass die Fließdehnung in den Bügeln überschritten war. Aus diesem Grund werden die maximal gemessenen Dehnungswerte außerhalb des Schubrissbereichs für die Spannungsermittlung verwendet. Diese sind in Tabelle 5-7 zusammengefasst.

Beim Balken B6 lagen die Dehnungen bei einzelnen Bügeln nur geringfügig über der Fließdehnung, weshalb für die Bügel die Fließspannung als unterer Grenzwert angesetzt wird.

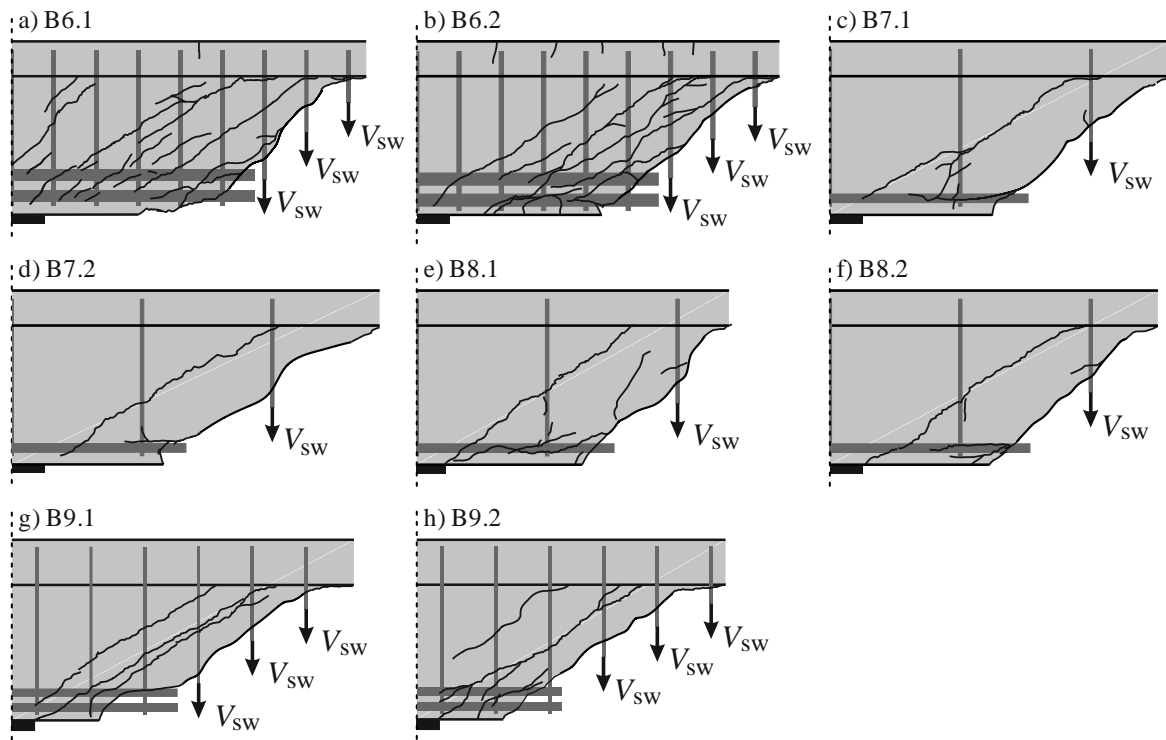


Bild 5-34 Bügeltraganteile der Versuche B6 – B9

Tabelle 5-7 Bügeltraganteile der Plattenbalken

Test	$2 \times n$ [-]	d_{sw} [mm]	$f_{s,uw}$ [MPa]	ϵ_s [63]	[63]	V_{sw} [kN]
B6.1	3	10	526,5 ¹⁾	> 4 ‰	[S. 85]	249,6
B6.2				> 8 ‰	[S. 91]	
B7.1	1	8	629,2	> 11 ‰	[S. 96]	62,9
B7.2				> 9 ‰	[S. 107]	
B8.1	1	8	629,2	> 4 ‰	[S. 117]	62,9
B8.2				≫ 9 ‰	[S. 123]	
B9.1	3	10	612,7	≫ 10 ‰	[S. 128]	290,4
B9.2				≫ 6 ‰	[S. 133]	

¹⁾ Fließspannung f_y , da für einzelne Bügel die Fließdehnung gemessen wurde (experimentell bestimmt [63])

5.6.2 Dübelwirkung der Längsbewehrung

Zur Berechnung der Dübelkraft wird der Ansatz nach *Baumann* und *Rüsch* [20] für Betonbalken mit Bügeln (s. Kap. 2.3.2) verwendet. Die berechneten Zwischenwerte der Versuche und die Dübelkraft der Längsbewehrung werden tabellarisch zusammengefasst (Tabelle 5-8). Für die Versuche B6 und B9 wird für den Rissabstand f der Bügelabstand gewählt, da sich dadurch der Mindestwert des Querkrafttraganteils ergibt. Der Grund hierfür ist, dass bei diesen beiden Balken keine genaue Angabe zu f möglich ist, da das Rissbild sehr stark ausgeprägt war. Beispielhaft wird dies für den Versuch B6 gezeigt. Bei einem Bügelabstand zum Riss von $f = 10$ cm, wie auch der

5.6 Weitere Querkrafttraganteile für die Versuche B6 – B9

Abstand untereinander war, wird der minimale Wert der Dübelkraft erreicht (Bild 5-35). Mit abnehmendem Abstand des Risses zum Bügel nimmt die Querkraft überproportional zu. Anhand dieses Ansatzes ist es wahrscheinlich, dass höhere Kräfte mittels der Dübelwirkung der Längsbewehrung übertragen wurden.

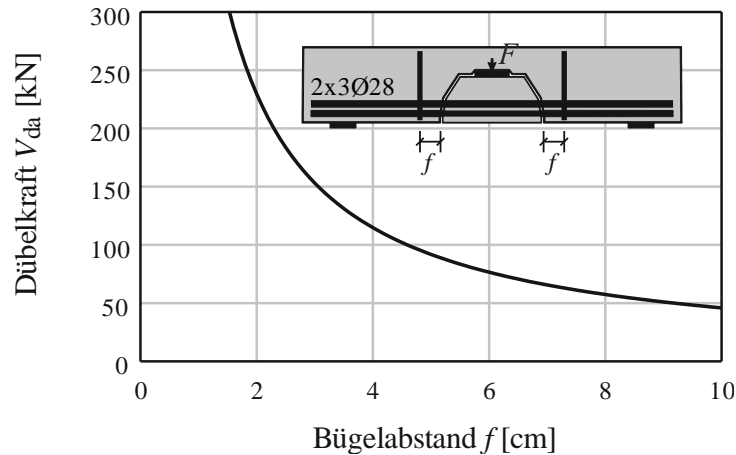


Bild 5-35 Dübelkraft nach *Baumann* [20] in Abhängigkeit des Bügelabstands vom Riss f analog zu Versuch B6

Für B7 und B8 entsprach f in etwa dem halben Bügelabstand ($s_w = 300$ mm). Die Öffnungen des Längsrisses w_{da} wurden mittels der Photogrammetrie auf Höhe der Längsbewehrung gemessen. Die Versuche B6 und B9 wiesen damit aufgrund des geringen Bügelabstandes ($s_w = 100$ mm bzw. 180 mm) hohe Dübeltraganteile von $V_{da} = 41,1 \div 67,4$ kN auf. Bei B7 und B8 lagen die Traganteile mit $V_{da} = 9,5 \div 18,4$ kN deutlich darunter.

Der in Kapitel 2.3.2 präsentierte Formelansatz ist in der Lage, die Dübelwirkung der Längsbewehrung gut abbilden zu können. Bei geringen Rissöffnungen (< 1 mm) sind sehr starke Unterschätzungen vorhanden, weil nur der Tragmechanismus des Bügels und nicht des Betons berücksichtigt wird [20]. Diese geringen Längsrissöffnungen konnten an den Versuchen B6 gemessen werden.

Tabelle 5-8 Querkraft aus der Dübelwirkung der Längsbewehrung für die Plattenbalken mit Bügelbewehrung (B6 – B9) nach *Baumann* und *Rüsch* [20]

Test	J_v [cm ⁴]	f [cm]	γ [mm/MP ²]	w_{da} [mm]	V_{da} [Mp]	V_{da} [kN]
B6.1	1971,2	10	0,0228	0,5	4,68	45,9
B6.2	1971,2	10	0,0228	0,4	4,19	41,1
B7.1	102,2	15	0,9907	1,9	1,38	13,6
B7.2	102,2	15	0,9907	1,47	1,22	11,9
B8.1	107,3	15	0,9436	0,88	0,97	9,5
B8.2	107,3	15	0,9436	3,31	1,87	18,4
B9.1	1965,3	18	0,0742	1,34	4,25	41,7
B9.2	1965,3	18	0,0742	3,5	6,87	67,4

5.6.3 Zusammenfassung der Querkrafttraganteile

Die ermittelbaren Querkraftanteile für die bügelbewehrten Plattenbalken werden, wie zuvor in Kapitel 5.5.5, in einem additiven Balkendiagramm zusammengefasst (Bild 5-36). Mit 41 ÷ 53 % nehmen die Bügel den größten Anteil der Querkraft auf. Diese Werte sind nachvollziehbar und zu erwarten, denn mit Entstehung der Biegeschubrisse erfolgt ein Großteil des Lastabtrags über die Bügel, insbesondere bei großen Rissöffnungen.

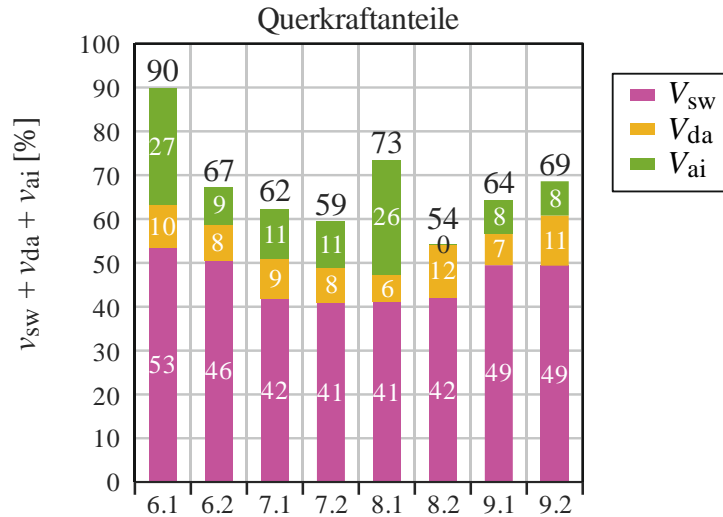


Bild 5-36 Querkraftanteile der Bügelbewehrung, der Dübelwirkung der Längsbewehrung und der Rissreibung für die Versuche B6.1 – B9.2 (ohne V_{cc})

Ein geringer Anteil kann der Dübelwirkung zugeschrieben werden (6 ÷ 12 %). Jedoch ist es wahrscheinlich, wie zuvor beschrieben, dass dieser Anteil unterschätzt wurde (s. Kap. 5.6.2). Die Rissreibungsanteile werden mit dem Modell von *Guidotti* bestimmt. Auch diese tragen in der Regel einen geringen Anteil zum Lastabtrag bei. Die einzigen Ausnahmen stellen B6.1 (27 %) und B8.1 (26 %) dar. Die übrigen Versuche besitzen Anteile von 8 ÷ 11 %. Im Falle von B8.2 war aufgrund der großen Rissbreite kein Rissreibungsanteil vorhanden.

In einer weiteren Versuchsreihe mit querkraftbewehrten Doppel-T-Balken konnten identische Schlussfolgerungen gezogen werden. *Hegger et al.* [93] zeigten an einem gering bügelbewehrten, schlanken Spannbetonbalken ($b/h = 80/500$ mm, Leichtbeton $f_c = 60 \div 68$ MPa, $P = 483$ kN), dass die vertikale Verformung im Schubriß ein Vielfaches der horizontalen Verformung beträgt und bei gering bügelbewehrten Balken identisch zu B7 und B8 ist (Bild 5-37 a). Bei geringen Lasten sind noch Kraftübertragungen möglich. Wird die Belastung jedoch bis in den Bruchzustand gesteigert, liegen bei gering bügelbewehrten Balken vollständig getrennte Risse vor. Eine Spannungsübertragung ist dann ausgeschlossen. Bei höher querkraftbewehrten Balken sind die geringen Rissgleitungen für den untergeordneten Lastabtrag über die Risse verantwortlich (Bild 5-37 b). Denn bei diesen Versuchen kam es zu einem Verhältnis der vertikalen und horizontalen Verformungen von 1 und damit zu überwiegender Rissöffnung ($\beta_r \approx 45^\circ$).

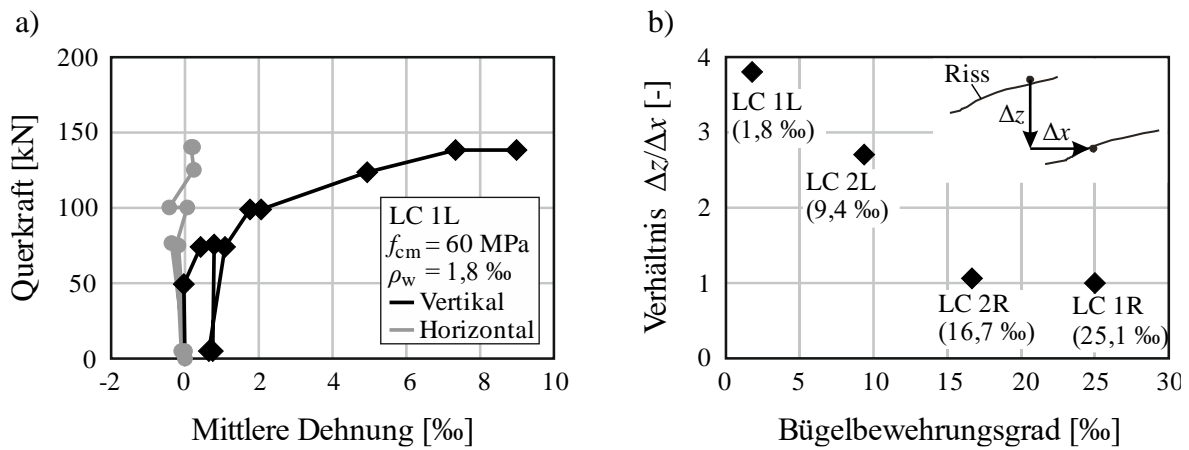


Bild 5-37 a) Betondehnungs-Querkraft-Diagramm des gering querkräftbewehrten Balkens LC 1L
 b) Verhältnis der vertikalen zur horizontalen Verformung an einem Riss in Abhängigkeit des Bügelbewehrungsgrades [93]

Der übrige Traganteil kann der Druckzone zugeschrieben werden. Diese Schlussfolgerung trafen auch *Hegger et al.* [93]. Dies kann jedoch nicht durch Messergebnisse nachgewiesen werden. *Ayensa et al.* [94] konnten mithilfe von 3D-FE-Simulationen von Plattenbalken dem Flansch (mit $b_w \cdot x$) einen Traganteil von bis zu 51,8 % (bzw. 31,3 % ohne $b_w \cdot x$) der Querkräfte zuordnen.

Der fehlende Querkraftanteil der Plattenbalken aus Bild 5-36 lag zwischen 10 % bei B6.1 und 46 % bei B8.2. Diese Werte für V_{cc} entsprechen den vorgestellten Ergebnissen aus [94].

5.7 Rissoberflächen

Alle in Kapitel 3 erörterten Rissreibungsmodelle nehmen an, dass die Kraftübertragung in Rissen maßgeblich durch die aus der Matrix herausragenden Zuschlagskörner erfolgt. Demnach stellt sich der Kontakt zwangsläufig zwischen zwei Rissoberflächen über die Zuschlagskörner ein, wobei unter Schubverformung sichtbare Kontaktsuren an eben diesen oder der Zementmatrix auftreten müssen. Um Letzteres zu verifizieren, werden die Rissoberflächen eingehender untersucht.

Zunächst wurde ein einzelnes Zuschlagskorn betrachtet, das den Annahmen der Rissreibungsmodelle entsprach. Es muss aus der Zementmatrix herausragen, groß sein und sich in dem steilen Rissabschnitt befinden, in dem eine große Gleitung δ auftritt. Die gesamte Rissoberfläche wurde im Bereich des Kornes auf mögliche Kontaktstellen untersucht. Zur Veranschaulichung werden nur einige kurze Beispiele angeführt. Die ausführlichen Aufzeichnungen sind dem Versuchsbericht zu entnehmen [63].

5.7.1 Gebrochene Körner in der Rissebene

Die Übertragung von Rissspannungen setzt voraus, dass sich Zuschlagskörner aufgrund einer Zugspannung auf einer Seite des Risses aus der Zementmatrix lösen und daraufhin durch eine Tangentialverformung der Rissoberflächen zueinander Schubspannungen übertragen (Bild 3-4).

Letztere hängen von der Festigkeit und Größe des aus dem Riss herausragenden Zuschlagskorns und der vorliegenden Risskinematik ab.

Eine genaue Untersuchung der Rissoberflächen der Versagensrisse (Biegeschubrisse) zeigte, dass die Zuschlagskörner häufig in der Rissebene durchtrennt wurden, sodass je ein Teil des Kornes in der Oberseite als auch in der Unterseite der Rissoberflächen verblieb. Dies lässt sich deutlich an den Rissoberflächen der Versuche B1.1 (Bild 5-38 a, b) und B3.1 (Bild 5-38 c, d) erkennen, da ein Größtkorndurchmesser von $D_{\max} = 16 \text{ mm}$ vorlag, wodurch die Darstellung verbessert wird. Des Weiteren lagen normalfeste Betone vor, wonach das Durchtrennen der Körner nicht auf einen evtl. vorhandenen hochfesten Beton zurückgeführt werden kann ($f_{\text{cm},B1} = 45,6 \text{ MPa}$ und $f_{\text{cm},B3} = 43,1 \text{ MPa}$). Gleiches gilt für die bügelbewehrten Balken am Beispiel B7 mit gleichen Materialparametern $D_{\max} = 16 \text{ mm}$ und $f_{\text{cm},B7} = 43,1 \text{ MPa}$ (Anhang E). Die Versuche B1.2 und B3.2 sind ebenfalls im Anhang enthalten.

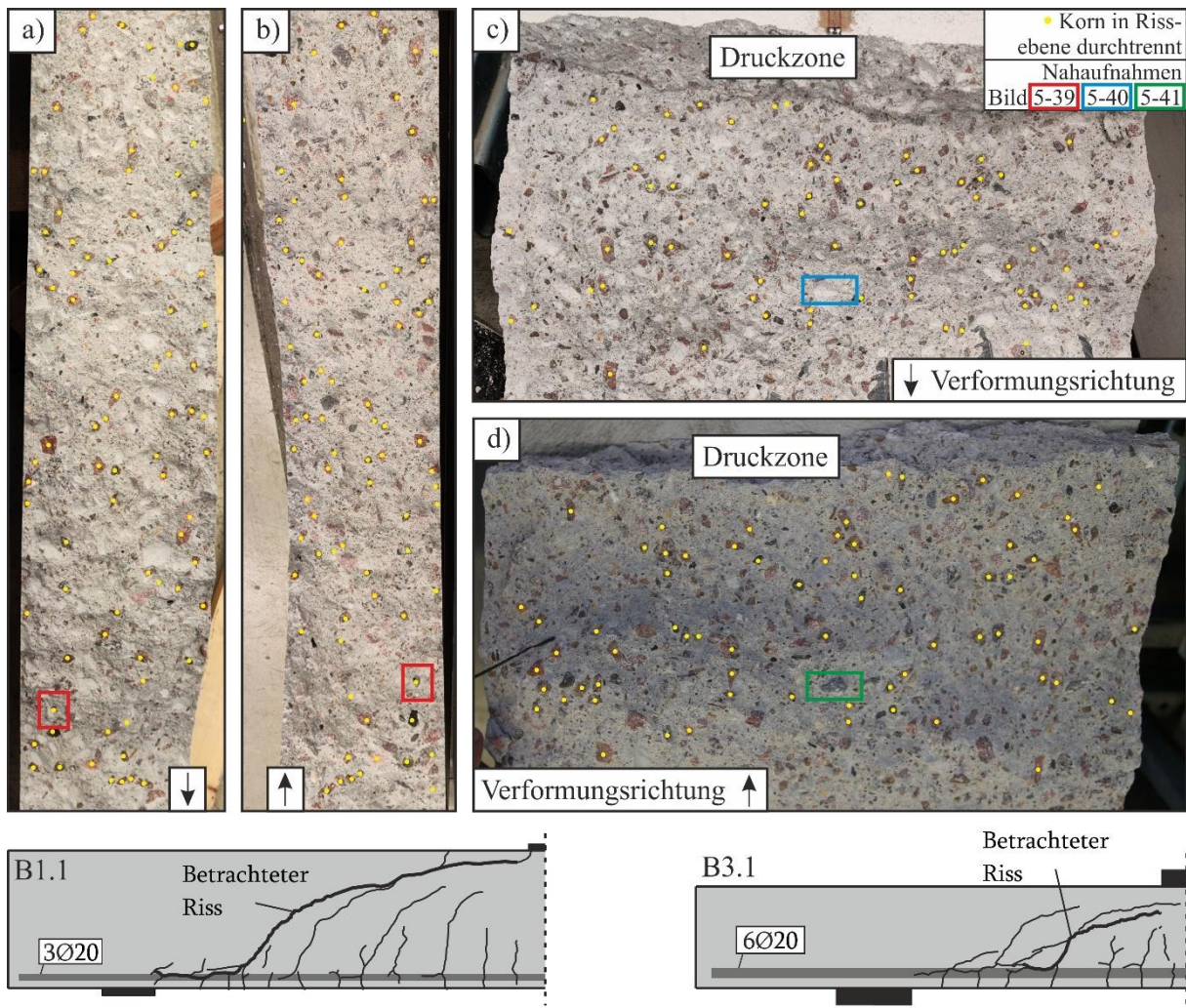


Bild 5-38 B1.1 a) Rissoberfläche der Unterseite; b) Rissoberfläche der Oberseite [63]

B3.1 c) Rissoberfläche der Unterseite; d) Rissoberfläche der Oberseite [63], [87]

5.7 Rissoberflächen

Die durchtrennten Körner, die in beiden Rissflächen eindeutig identifizierbar waren, wurden gelb markiert. Aus Bild 5-38 wird deutlich, dass ein wesentlicher Anteil der gesamten Körner innerhalb der Rissebene gebrochen war. Diese Beobachtung traf auf beide Rissflächen der dargestellten Versuche zu. Die Anordnung, Größe und Form der gebrochenen Körner war gleichmäßig über die Rissoberflächen verteilt und schien keinem Muster zu folgen. Ein Durchtrennen der Körner trat bei allen übrigen untersuchten Rissoberflächen der Versuchsreihe ebenfalls auf. Auch an Spaltzugversuchen zeigte sich, dass die Zuschlagskörner im Riss durchtrennt wurden. Die Zuschlagskörner 8/16 mm bestanden aus ‚Glensanda‘, einem granitähnlichen Material [63].

Eine genaue Betrachtung der Körner zeigte, dass diese nicht immer in der Rissebene getrennt wurden. Am Beispiel eines Kornes der Rissoberfläche B1.1 konnte eine Besonderheit beobachtet werden (Bild 5-39). Es handelte sich um ein schwarzes Korn, das aus der Oberseite der Rissfläche herausragte. Die Korngrenze ist im Bild farblich markiert. Die Oberfläche des Kornes besaß eine gräuliche Teilfläche, die in Kontakt mit der Zementmatrix stand, und eine schwarze Fläche, die eine frische Bruchfläche aufwies.

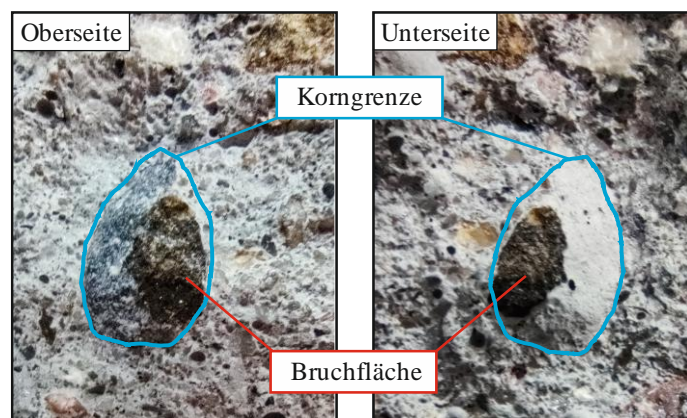


Bild 5-39 Gebrochenes Korn des Versuchs B1.1 (Bild 5-38 a, b) [87]

In unterschiedlichen Untersuchungen zum Einfluss des Größtkorndurchmessers D_{\max} auf die Querkrafttragfähigkeit von Betonbalken ohne Bügelbewehrung wurde ein geringer positiver Einfluss ermittelt. *Sherwood* et al. [53] führten Versuche an 20 einfeldrigen Stahlbetonbalken (10 Balken mit $b/d/h/l = 300/1400/1510/8100$ mm und 10 mit $b/d/h/l = 122/280/330/1800$ mm) unter mittiger Einzellast durch. Die Träger wiesen eine Mindestquerkraftbewehrung auf und wurden aus normal- und hochfesten Betonen hergestellt. *Sherwood* et al. empfehlen, bei hochfesten Betonen für die Berechnung der Querkrafttragfähigkeit einen effektiver Größtkorndurchmesser $D_{\max,eff}$ zu verwenden, um das Brechen der Körner bei großen Festigkeiten zu berücksichtigen. Für $f_c \leq 60$ MPa ist $D_{\max,eff} = D_{\max}$. Zwischen $60 \div 70$ MPa wird $D_{\max,eff}$ linear auf 0 mm reduziert. Die Balkenversuche von *Rombach* und *Jauk* wurden mit normalfestem Beton hergestellt, wodurch $D_{\max,eff} = D_{\max}$ ist.

In den Versuchen von *Sherwood* et al. variierte der Größtkorndurchmesser D_{\max} zwischen 9,5 mm und 51 mm. Unter Anwendung der Gln. (5.1) und (5.2) ergibt sich für die hohen Balken mit $D_{\max} = 9,5$ mm eine mittlere normierte Tragfähigkeit von $v_u = V_u/V_{Rm,c} = 0,761$. Mit $D_{\max} = 19$ mm beträgt der Wert $v_u = 0,852$. Die Traglasterhöhung liegt damit bei 11,9 %. Bei den niedrigen Balken lag die normierte Tragfähigkeit mit $D_{\max} = 9,5$ mm bei $v_u = 1,011$ und mit $D_{\max} = 19$ mm bei $v_u = 1,072$, was einer Zunahme von 6,0 % entspricht. *Taylor* [95] führte je einen Balkenversuch mit unterschiedlichen Querschnittsabmessungen und Größtkorndurchmessern durch. Die Balkenversuche mit $D_{\max} = 38$ mm erzielten eine normierte Tragfähigkeit $v_u = 1,127$. Mit $D_{\max} = 19$ mm wurde ein Wert von $v_u = 1,062$ erreicht. Die Traglasterhöhung beträgt 6,2 %. *Savaris* et al. [96] führten eine Versuchsreihe mit Stahlbetonbalken ($b/h/l = 100/250/1300$ mm) aus Normal- und selbstverdichtendem Beton durch, wobei das Gewicht des Zuschlags konstant war, die Kornverteilung jedoch variierte. Für den Normalbeton mit $D_{\max} = 9,5$ mm betrug $v_u = 1,162$ und mit $D_{\max} = 19$ mm $v_u = 1,279$. Die Erhöhung der Tragfähigkeit liegt bei 10,1 %. Der selbstverdichtende Beton mit $D_{\max} = 19$ mm besaß eine mittlere normierte Tragfähigkeit von $v_u = 1,079$ und mit $D_{\max} = 9,5$ mm lag $v_u = 1,0$ vor. Damit ergibt sich eine Traglasterhöhung von 7,9 %. Des Weiteren wurden Balken getestet, die einen reduzierten Korngehalt von ca. 70 % der ursprünglichen Mixtur aufwiesen. Das fehlende Volumen wurde durch Sand ausgeglichen. Bei diesen Versuchen war keine Lasterhöhung messbar. Möglicherweise kann die Erhöhung der Querkrafttragfähigkeit auf das Auseinanderbrechen der Körner zurückgeführt werden, da diese eine wesentlich höhere Zugfestigkeit als die Zementmatrix besitzen, was somit laststeigernd wirken könnte. Dies kann durch die Versuchsreihe von *Deng* et al. [84] bestätigt werden. Diese führten je zwei Versuche mit den Schubslankheiten a/d von 2,2 und 3,0 sowie den Größtkorndurchmessern D_{\max} von 10, 20, 31,5 und 40 und den Abmessungen $b/d/l = 200/360/1300$ mm durch. Die Versuche zeigten, dass sich bei einer Schubslankheit von 3,0 für $D_{\max} = 10$ mm eine mittlere, normierte Tragfähigkeit von $v_u = 0,927$ ergibt. Bei einer Erhöhung von D_{\max} auf 20 mm wurde eine Tragfähigkeit von $v_u = 0,952$ erreicht, was einer Laststeigerung von 2,7 % entspricht. Die Tragfähigkeiten der Größtkorndurchmesser von 31,5 mm und 40 mm wurden mit 1,009 und 1,062 ermittelt. In Bezug auf $D_{\max} = 10$ mm lagen die Laststeigerungen bei 8,9 % und 14,7 %. *Deng* et al. schlussfolgerten, dass sich eine Zunahme des Größtkorndurchmessers auf die Zugfestigkeit nur gering erhöhend und auf die Querkraft erhöhend auswirkt. Aber auch die Steifigkeit der Zuschlagskörner war höher als die des Zements, wodurch ein positiver Einfluss auf die Druckzone möglich war.

5.7.2 Kontaktpuren an den Zuschlagskörnern

Im Versuch B3.1 wird exemplarisch die Rissoberfläche auf Kontaktpuren untersucht. Bei diesem traten nach der Entstehung des breiten Biegeschubrisses Rissgleitungen von über einem Millimeter auf und zusätzlich wurde eine hohe Traglast erreicht. Diese Voraussetzungen sind notwendig,

damit mögliche Kontaktpuren identifizierbar sind. Das betrachtete Zuschlagskorn befand sich auf der Oberseite des Risses (Bild 5-38 d). Die Vertiefung, aus der sich das Korn gelöst hatte, lag auf der Unterseite (Bild 5-38 c). Die Betondruckzone und die Verformungsrichtungen sind zur besseren Orientierung gekennzeichnet. So lässt sich erkennen, an welchen Stellen und auf welche Weise sich das Korn und die Zementmatrix verformt hatten, ob sie gedrückt oder gezogen wurden. Hierfür wurden für beide Oberflächen Nahaufnahmen angefertigt (Bild 5-40 und Bild 5-41).

Auf der Rissoberfläche wird ein großes Korn ausgewählt, welches im Bereich großer Rissgleitungen lag. Bei der Vertiefung ist die obere Kante von besonderem Interesse, da aufgrund der Verformungsrichtung des Korns diese Zementkante zwangsläufig von dem Korn geschnitten wird (Bild 5-40 a). Eine Detailaufnahme zeigt eine scharfe Kante, wie sie durch das Herauslösen eines Korns bei der Rissbildung entsteht (Bild 5-40 b). Es sind keine Verformungen oder andere etwaige Kontaktpuren zu erkennen. Des Weiteren sind innerhalb der Kante kleinere Körner vorhanden, die voll eingebettet sind und keine Beschädigungen aufweisen. Aus dieser Beobachtung ergibt sich, dass das Korn nicht über die Kante der Zementmatrix geglitten sein kann, obwohl die Bewegung entlang dieser Kante stattfand.

Das herausgelöste Korn wurde ebenfalls im Detail aufgenommen (Bild 5-41 a) und in drei relevanten Bereichen mikroskopisch untersucht. Einer dieser Bereiche befindet sich auf dem Korn und ist leicht kontaktzugewandt (Bild 5-41 c). Es sind keine Kontaktpuren zu erkennen. Lediglich Überreste des Zementleims sind auf der Oberfläche durch Adhäsion vorhanden. Eine weitere Detailaufnahme zeigt die Einbettung des Korns auf der kontaktzugewandten Seite (Bild 5-41 b). Es sollten Risse an dieser Stelle zu sehen sein, wenn es einen Kontakt gegeben hätte. Das Gegenteil ist jedoch der Fall. Auf dem Bild ist ein Korn zu sehen, das gut eingebettet ist und keine Risse oder Schäden aufweist. Beim letzten Bereich handelt es sich um die kontaktabgewandte Seite (Bild 5-41 d). Bei einer Verschiebung des Korns käme es zu einer Stauchung der Zementmatrix. Diese könnte man beispielsweise durch die Deformation der eingeschlossenen Luftblasen erkennen. Aber auch an dieser Stelle sind keine Kontaktpuren vorzufinden.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass bei der detaillierten Untersuchung der Rissoberflächen keine Kontaktpuren sichtbar waren. Im Riss scheint somit keine Reibung aufgetreten zu sein.

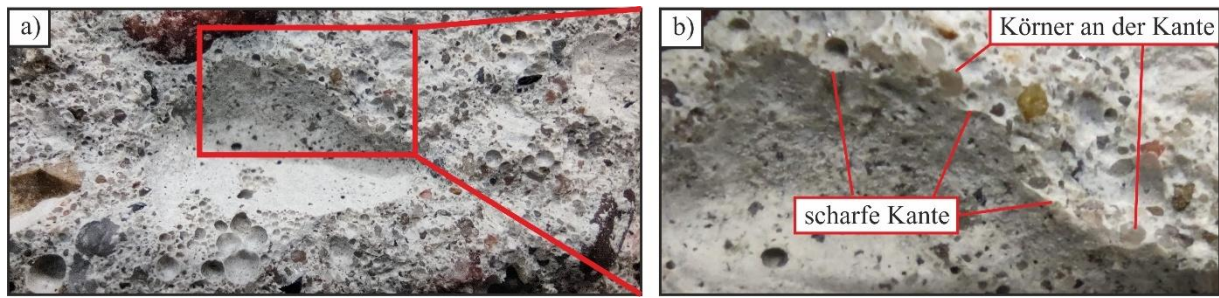


Bild 5-40 B3.1 a) Nahaufnahme der Vertiefung aus Bild 5-38 a
 b) Vergrößerung der Vertiefung aus Bild 5-38 a [87]

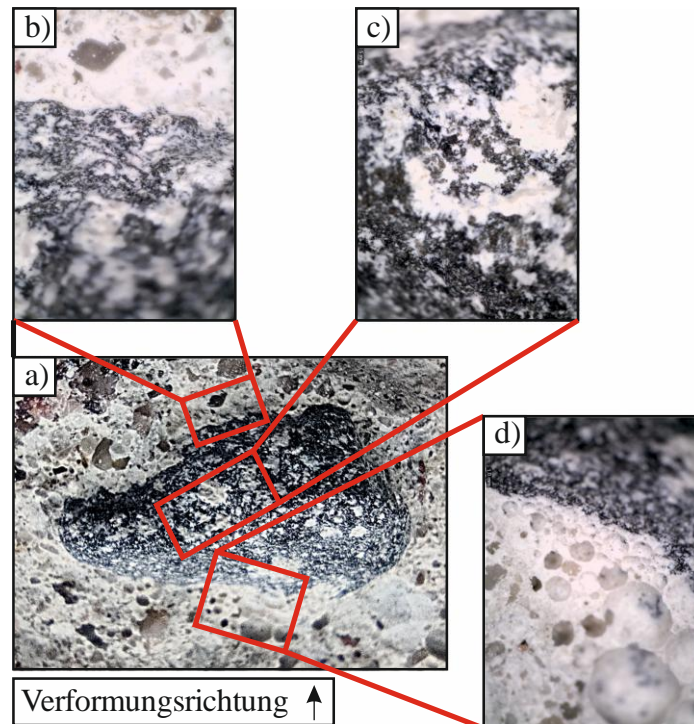


Bild 5-41 B3.1 a) Nahaufnahme des Korns aus Bild 5-38 b, Mikroskopaufnahme der b) kontaktzugewandten Seite, c) Kontaktoberfläche, d) kontaktabgewandten Seite [87]

5.7.3 Push-Off-Versuch

In der Versuchsreihe von *Rombach* und *Jauk* [63] wurde ein einfacher Push-Off-Test durchgeführt (Bild 5-42 a). Die Versuchsdurchführung entsprach nicht dem wissenschaftlichen Standard. Das Ziel des Versuchs bestand lediglich darin, aufzuzeigen, wie eine Rissoberfläche nach einer Schubverformung und der Übertragung von Reibspannungen aussieht und ob im Gegensatz zu den Balkenversuchen (s. Kap. 5.7.2) Kontaktsuren sichtbar sind [97].

Hierzu wurden die Oberflächen des Versagensrisses des Balkens B3.2 aufeinandergelegt und durch eine Stahlplatte belastet ($F = 1,25 \text{ kN}$, $\sigma \approx 0,01 \text{ MPa}$) und mittels einer Presse horizontal verschoben (Bild 5-42 b). Die Rissgleitungen lagen bei $> 3 \text{ mm}$ (Bild 5-42 c).

5.7 Rissoberflächen

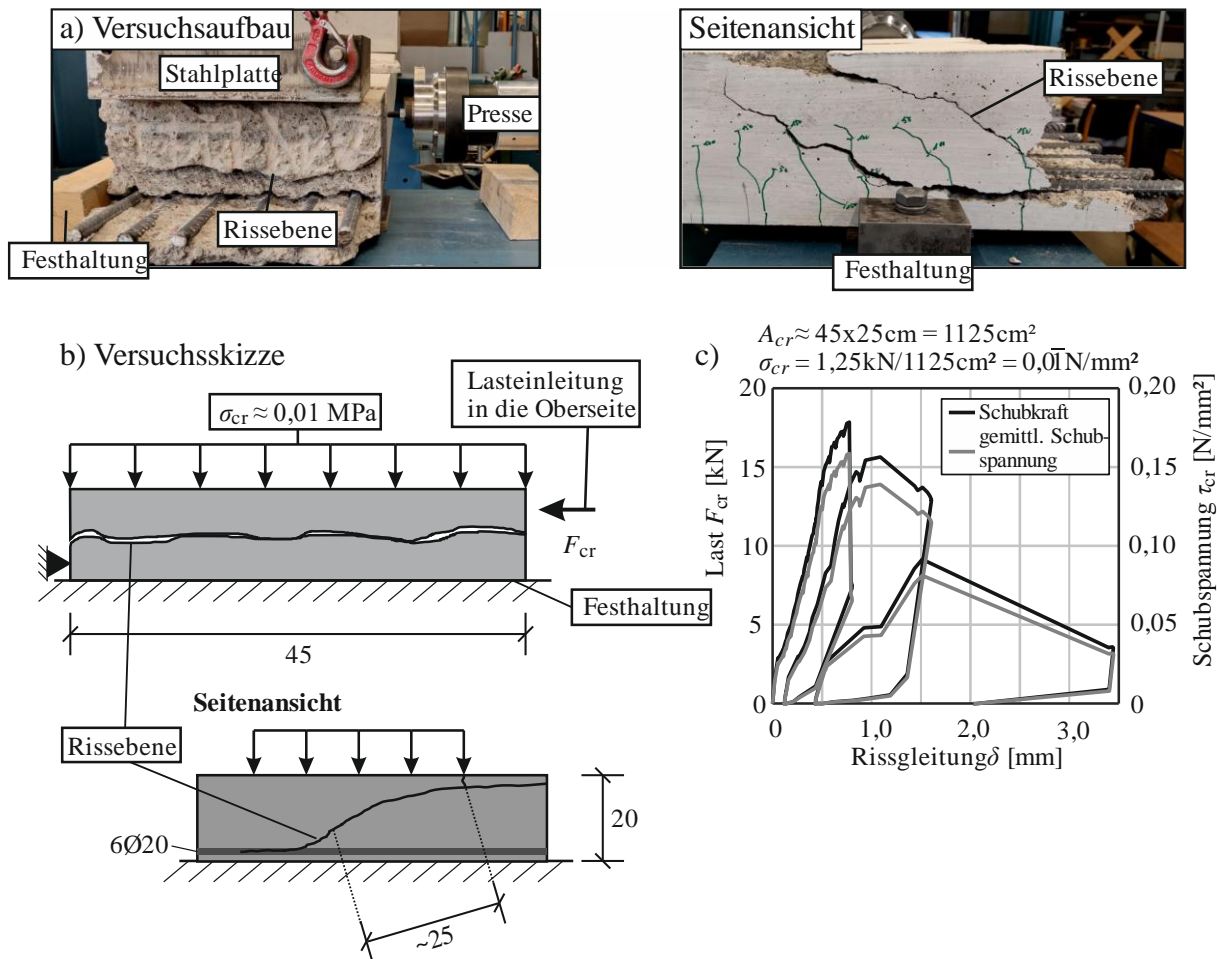


Bild 5-42 a) Versuchsaufbau; b) Versuchsskizze; c) Last- bzw. Schubspannung-Rissgleitungskurve des Push-Off-Versuchs (B3.2) [87]

Vor Versuchsbeginn konnten in der Rissebene drei stark herausragende, große Zuschlagskörner ausgemacht werden (Bild 5-43 a). Zwei hatten eine kantige und eines eine ovale Form. Keines der Körner zeigte nach dem Balkenversuch offensichtliche Spuren einer Kraftübertragung in Form von Brüchen, Abrieb oder ähnlichen Anzeichen von Kontakt.

Nach der Untersuchung der Rissoberfläche wurde der weggesteuerte Schubversuch, wie beschrieben, durchgeführt. Die Horizontalverformung der Oberseite wurde in Intervallen aufgebracht. Bild 5-42 c zeigt die gemessene Kraft-Rissgleitung-Kurve. Es konnte eine maximale Kraft von $F_{cr} = 17,8$ kN übertragen werden, was einer mittleren Schubspannung im Riss von $\tau_{cr} = 0,16$ MPa entspricht. Daraufhin kam es zu einer starken Abnahme der aufgetragenen Horizontalkraft. Bei einer Rissgleitung von fast 3,5 mm wurde der Versuch beendet. Im Anschluss wurden die zuvor gewählten Körner erneut begutachtet und mit dem Zustand vor dem Schubversuch verglichen.

An den gewählten Körnern waren nach dem Push-Off-Test deutliche Anzeichen einer einwirkenden Kraft sichtbar, wie ein direkter Vergleich zeigt (Bild 5-43). Es sind Abspaltungen, Abrieb, Abplatzungen oder frische Bruchflächen zu erkennen. Letztere zeigten sich an der unterschiedlichen Oberflächenbeschaffenheit und der frischen Farbe des Korns. Solche

Kontaktpuren zwischen Korn und Matrix lagen am maßgebenden Biegeschubriss nach dem Querkraftversuch nicht vor. Identische Beobachtungen von Kontaktpuren wurden von *Sun et al.* [98] an Push-Off-Tests gemacht. Die Prüfkörper bestanden aus Beton mit rezykliertem Zuschlag.

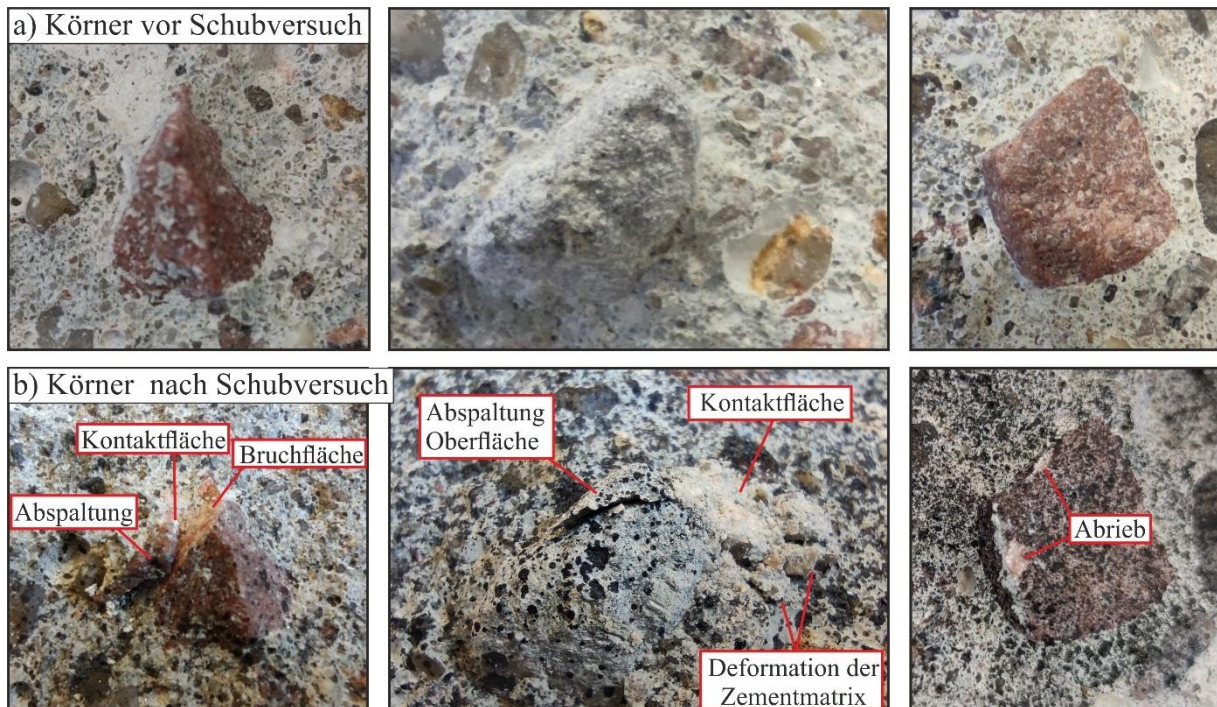


Bild 5-43 B3.2: Aus der Zementmatrix herausragende Körner vor und nach einem reinen Schubversuch [87]

5.7.4 Photogrammetrische Messungen

Von den beiden Rissoberflächen wurde, abgesehen von der optischen Begutachtung, auch ein dreidimensionales Abbild mittels Photogrammetrie erzeugt. Hiermit lassen sich mögliche Kontaktpunkte innerhalb der Rissoberfläche erkennen. In Versuchsreihen von *Cavagnis* [66], *Presvyri* [99] und *Presvyri et al.* [100] wurden ebenfalls die Rissoberflächen vermessen und ausgewertet. Allerdings gingen diese Untersuchungen nicht auf die Kontaktpunkte ein.

Die Aufzeichnung der Rissoberflächen wurde für die Ober- und Unterseite des maßgebenden Biegeschubrisses der Versuche B1 – B5 vorgenommen. Die folgende Auswertung beschränkt sich auf den Versuch B2.1 (Bild 5-44). Mithilfe der Photogrammetrie ist es möglich, ein dreidimensionales Modell der Rissoberfläche zu erstellen (Bild 5-44 b). In Kapitel 4.1 wurde darauf hingewiesen, dass aufgrund der linearen Formfunktionen auch nur lineare Verbindungen zwischen den Punkten realisiert werden konnten. Dadurch ergaben sich Abweichungen zwischen der realen Oberfläche und dem 3D-Modell, die jedoch reduziert werden konnten. Dies erfolgte über die Anpassung der Facetteneinstellungen, indem die Facettengröße auf 13 Pixel reduziert und der Messpunktabstand auf 8 Pixel verringert wurde. Damit ergab sich ein Punktabstand von 1,3 mm, was eine ausreichend genaue Erfassung der Körner ermöglichte.

Die aufgezeichneten Koordinaten der Messpunkte auf der Rissoberfläche wurden für die weitere Bearbeitung exportiert. Die Weiterverarbeitung der Daten erfolgte mittels MATLAB [38], wobei

5.7 Rissoberflächen

die Messpunkte als Punktwolke eingelese und als trianguliertes Netz dargestellt wurden (Bild 5-44 c).

Die Untersuchung der Kontaktpunkte erfolgte auf zwei Arten. Im ersten Schritt wurden die Biegeschubrisse vollständig betrachtet und die Rissflächen um die Risspitze rotiert, um das reale Rissverhalten nachzubilden. Dabei wurden die im Versuch aufgezeichneten Risskinematiken unter Maximallast verwendet. Im zweiten Schritt wurde ein Ausschnitt aus der Rissoberfläche gewählt, der sich im steilen Rissabschnitt befand und relativ hohe Rissgleitungen aufwies. In dieser Teilfläche des Risses wurde eine Translation der Oberfläche durchgeführt, die den Messergebnissen entsprach. So kann mithilfe der gemessenen Risskinematik eine Aussage über den Kontakt zwischen den Rissflächen getroffen werden.

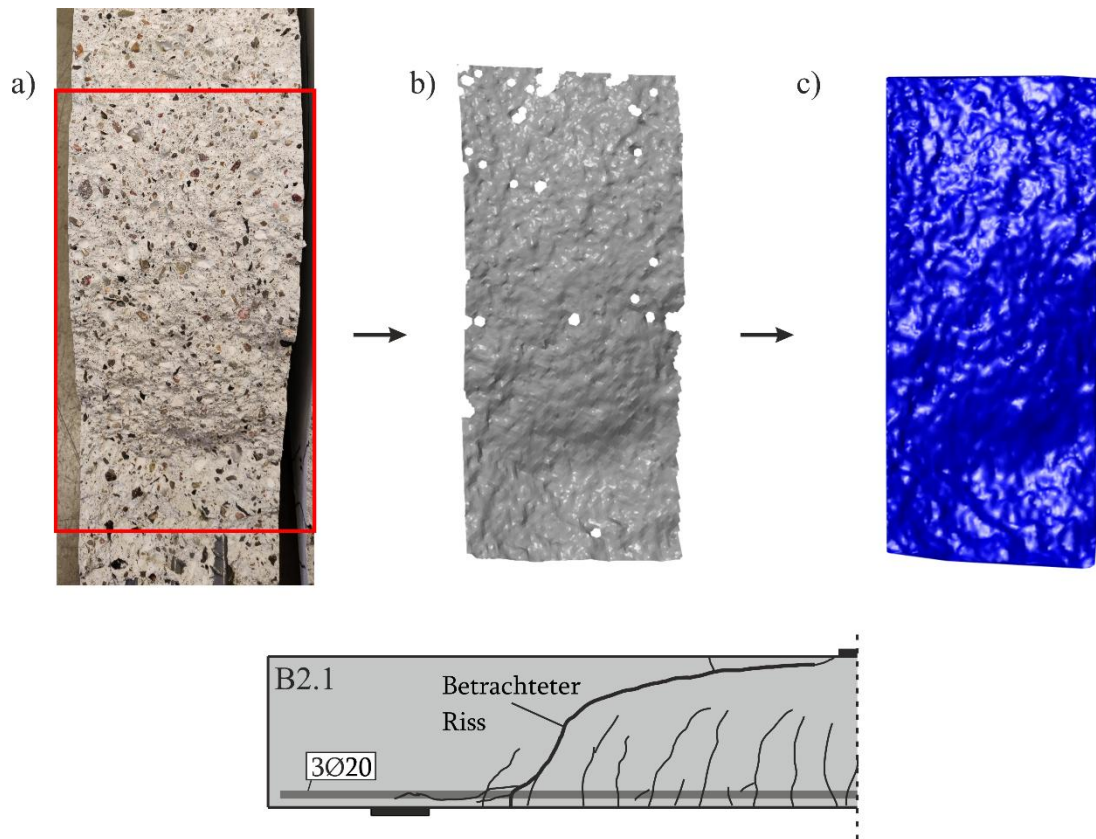


Bild 5-44 Rissoberfläche der Unterseite des Versuchs B2.1: a) reale Rissoberfläche; b) 3D-Modell in *GOM Inspect Professional*; c) trianguliertes Netz aus der Punktwolke in *MATLAB*

Für die Analyse des Kontakts der Rissoberflächen wurden die Versuche B1.1 und B2.1 ausgewählt. Der erste besitzt einen Größtkorndurchmesser von $D_{\max} = 16$ mm, womit ein Kontakt wahrscheinlicher sein sollte als beim Balken B2.1 mit $D_{\max} = 8$ mm. Der Versuch B2.1 zeigte bei der Ermittlung der Querkraft durch Rissreibung einen hohen Wert (Bild 5-28), da er einen steilen Rissabschnitt aufwies (Bild 5-27).

Kontaktanalyse der Rissoberflächen

Für die Analyse der Kontakte zwischen den Rissoberflächen mussten die gemessene Ober- und Unterseite numerisch „aufeinandergelegt“ werden. Unter der begründeten Annahme, dass die beiden Rissflächen identisch waren, wurde dieser Schritt modifiziert. Denn auch wenn die Oberflächen identisch sind, weichen die Messpunkte voneinander ab und erschweren die Auswertung. Aus diesem Grund erfolgte die Duplizierung einer Rissoberfläche mit anschließender Aufbringung der Risskinematik. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass die Messpunkte exakt aufeinanderliegen, was die Auswertung deutlich vereinfacht.

Die Biegeschubrisse wurden in die Rissabschnitte 1 und 2 unterteilt (Bild 5-45). Beim ersteren (blaue Kurve) handelt es sich um den kompletten Biegeschubriss. Bei diesem erfolgte die Aufbringung der Risskinematik durch Rotation um die Rissspitze (grüner Punkt). Die zweiten Rissabschnitte (rote Kurve) sind weitestgehend geradlinige Teile des kompletten Risses. Bei diesen wird eine Translation aufgebracht. In beiden Fällen werden gerundete Werte der gemessenen Risskinematiken verwendet (Anhang A).

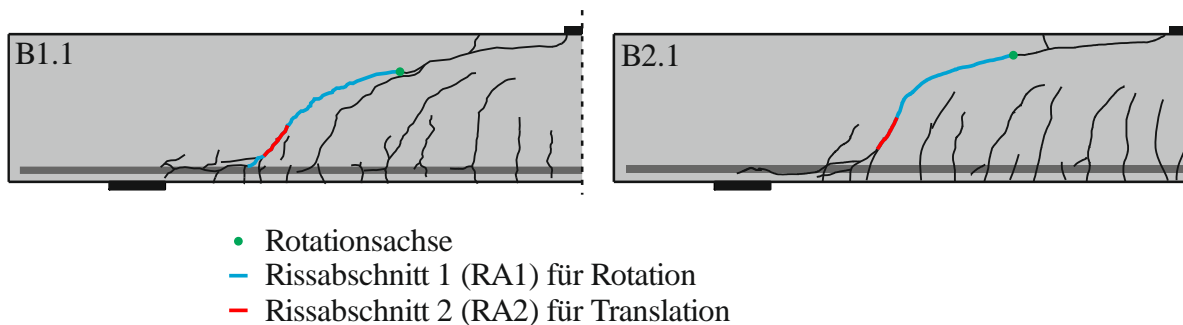


Bild 5-45 Rissabschnitte der Versuche B1.1 und B2.1 zur Bestimmung der Kontakte

Rotation um die Rissspitze

Die Ergebnisse der Rissrotation der Versuche B1.1 und B2.1 zeigen Bild 5-46 und Bild 5-47. Die festgehaltene Oberseite wird in den Bildern in Blau dargestellt und die rote Fläche entspricht der Unterseite, die gemäß der Risskinematik verformt wird.

In Bild 5-46 a ist der Rissverlauf und in Bild 5-46 b der Ausgangszustand dargestellt. Bild 5-46 c zeigt die Rissoberfläche nach der Rotation. Diese wird so gewählt, dass sich an den unteren Messpunkten in y -Richtung ein Abstand von $w = 0,15$ mm einstellt. Unter den rotierten Rissflächen ist kein Kontakt sichtbar und auch rechnerisch sind keine Kontaktflächen vorhanden. Die einzige Überschneidung liegt an der Rissspitze vor. Dieser Bereich ist jedoch vernachlässigbar. Zum einen ist die Überschneidungsfläche sehr gering und zum anderen ist dies nicht der Bereich, in dem relevante Rissgleitungen auftreten.

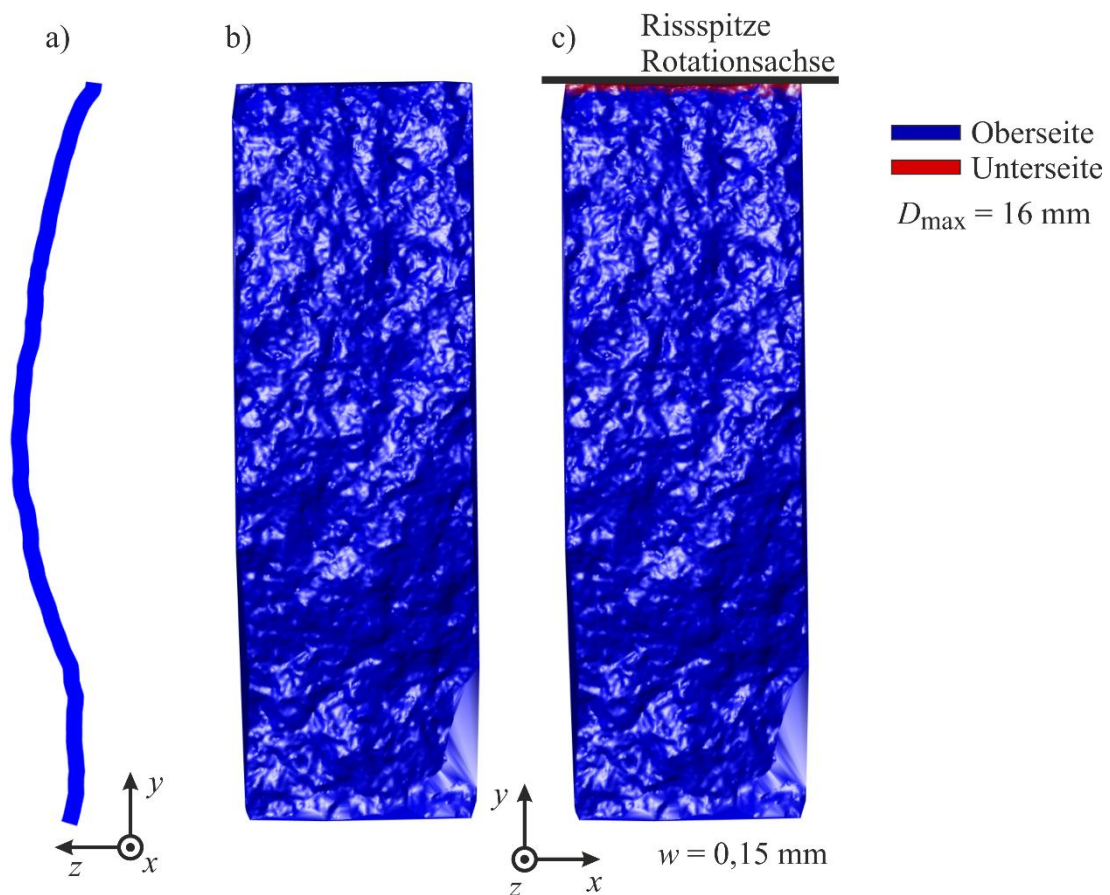


Bild 5-46 B1.1 RA1: a) Rissverlauf; b) Rissoberfläche im Ausgangszustand; c) Rissoberfläche nach der Rotation

Auch beim Versuch B2.1 werden das Rissprofil und die unbelastete Rissoberfläche dargestellt (Bild 5-47 a und b). Hieran ist ersichtlich, dass aufgrund des geringeren Größtkorndurchmessers von $D_{\max} = 8 \text{ mm}$ die Rissoberfläche weniger Rauigkeit aufwies im Vergleich zum Versuch B1.1 mit $D_{\max} = 16 \text{ mm}$. Bild 5-47 c zeigt die untere Rissoberfläche nach der Rotation. Der Rotationswinkel wird so gewählt, dass sich im untersten Punkt eine Rissöffnung von $w = 0,2 \text{ mm}$ einstellt. Das Resultat ist identisch mit dem von Versuch B1.1. Über die gesamte Rissoberfläche sind keine Kontaktpunkte in Form von Überschneidungen sichtbar. Auch rechnerisch konnten keine Kontaktpunkte ermittelt werden. Lediglich nahe der Risspitze sind minimale Kontaktflächen offensichtlich, die jedoch vernachlässigbar sind.

Auch unter allen weiteren Rotationswinkeln konnten keine Schnittflächen der oberen und unteren Rissflächen festgestellt werden.

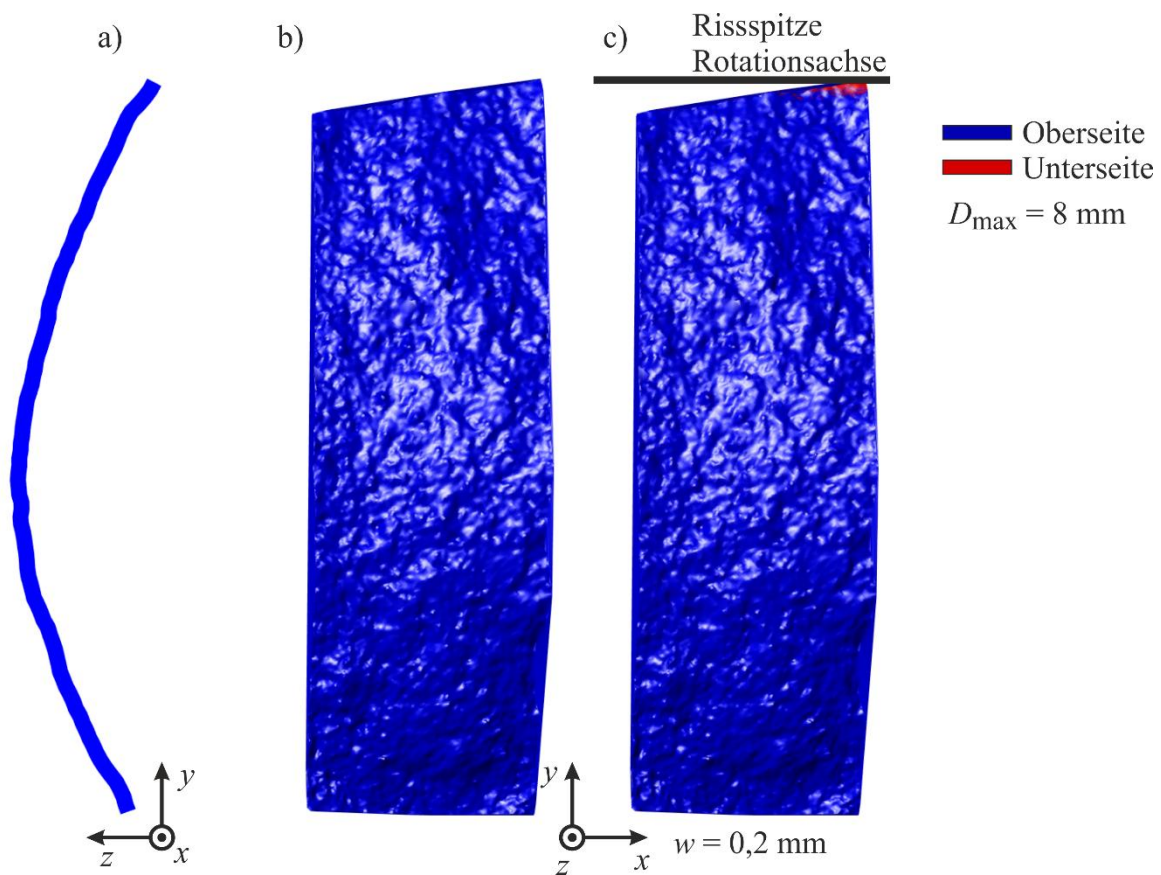


Bild 5-47 B2.1 RA1: a) Rissverlauf; b) Ausgangszustand; c) Rissoberfläche nach der Rotation

Translation der Rissflächen

Bei der zweiten Untersuchung werden geradlinige Rissabschnitte, bei denen hohe Rissgleitungen gemessen wurden, ausgewertet. Hierbei handelt es sich um die Rissabschnitte „2“ (Bild 5-45). Auf diese wurden Translationen entsprechend der Messwerte (Anhang A) aufgebracht und die Oberflächen erneut auf Kontaktpunkte untersucht.

Zunächst wird auf den Versuch B1.1 eingegangen (Bild 5-48). Das Rissprofil und die Oberfläche im Ausgangszustand sind in Bild 5-48 a und b dargestellt. Die Rissoberfläche der Unterseite nach der Translation zeigt Bild 5-48 c. Diese wird mit $w = 0,1 \text{ mm}$ und $\delta = 0,05 \text{ mm}$ verschoben. Bei Vergrößerung dieser Fläche sind mögliche Kontaktpunkte sichtbar (Bild 5-48 d und e). Diese zeigen sich jedoch vereinzelt und von sehr geringer Größe.

Dasselbe Vorgehen erfolgt am Rissabschnitt des Biegeschubrisses des Versuchs B2.2 (Bild 5-49). Die aufgebrachte Risskinematik von $w = 0,2 \text{ mm}$ und $\delta = 0,1 \text{ mm}$ zeigt erneut mögliche Kontaktpunkte. Diese treten, wie zuvor auch bereits, nur vereinzelt auf und auch hier in sehr geringem Maße.

5.7 Rissoberflächen

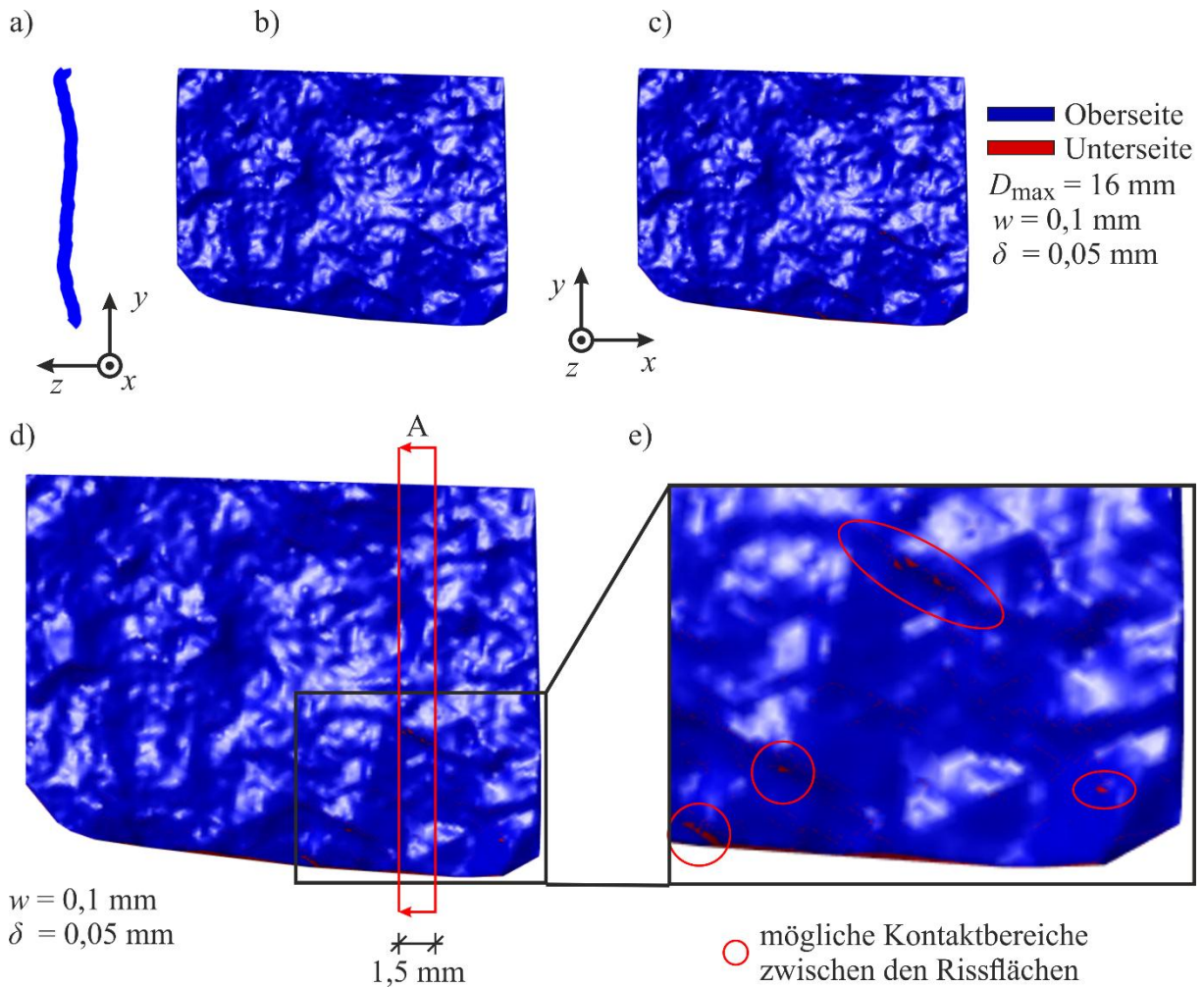


Bild 5-48 B1.1 RA2: a) Rissverlauf; b) Rissoberfläche im Ausgangszustand; c) Rissoberfläche nach der Translation; d) Bild c) vergrößert; e) Rissoberfläche gezoomt auf Kontaktpunkte

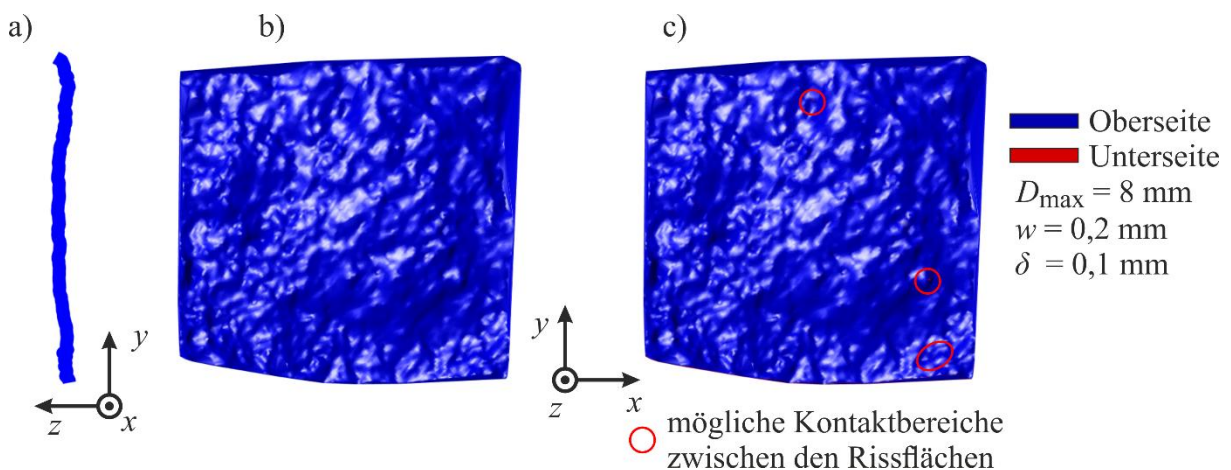


Bild 5-49 B2.1 RA2: a) Rissverlauf; b) Rissoberfläche im Ausgangszustand; c) Rissoberfläche nach der Translation

Im nächsten Schritt erfolgen eine detaillierte Untersuchung und Auswertung der potenziellen Kontaktpunkte, die aus den vorherigen Bildern hervorgingen. Hierzu werden die Rissoberflächen in 1,5 mm breite Streifen entlang der x -Richtung unterteilt (Bild 5-48 d). Dieser Streifen wird auf Kontaktpunkte genauer untersucht. Die Messpunkte innerhalb des definierten Streifens werden über die Breite von 1,5 mm gemittelt, sodass der Rissverlauf in einem Diagramm darstellbar ist

(Bild 5-50). Die Oberseite (blau) stellt den Ausgangszustand dar, während die Unterseite (rot) entsprechend der Risskinematik verschoben wird. Die grüne Linie gibt den vertikalen Abstand der beiden Kurven wieder. Es ist Kontakt vorhanden, sobald dieser Graph negative Werte annimmt.

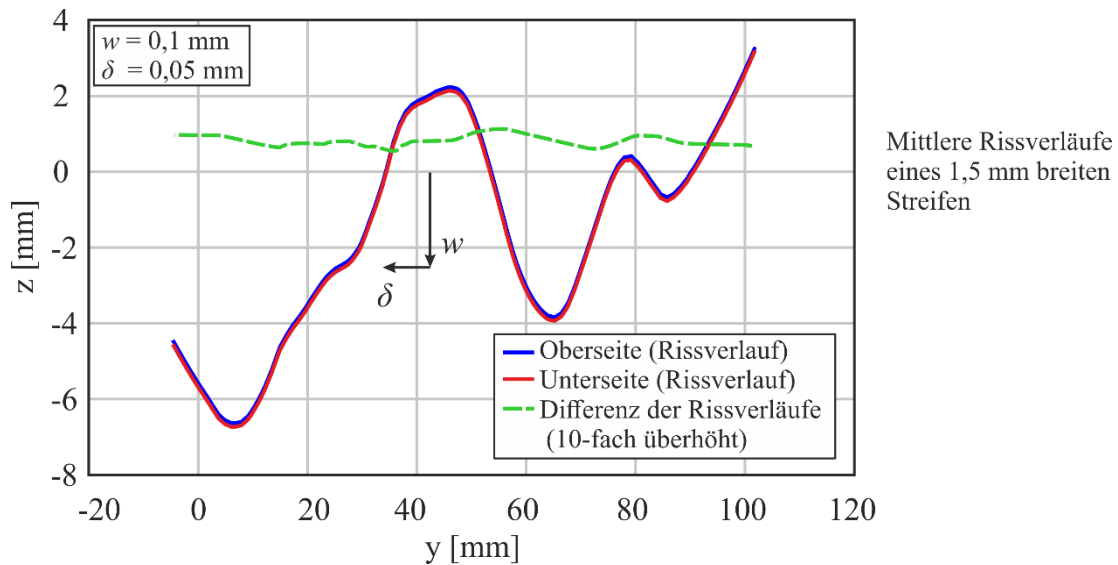


Bild 5-50 B1.1 Rissabschnitt „2“ Schnitt A; Gemittelte Rissverläufe der Ober- und Unterseite (Bild 5-48)

Im Falle des potenziellen Kontakts von B1.1 (Bild 5-48 d) zeigt sich, dass keine Überschneidungen der Rissoberflächen vorliegen. Erster Kontakt würde rechnerisch erst bei einer Rissgleitung von $\delta = 0,09$ mm auftreten. Nun kann die Vermutung aufgestellt werden, dass aufgrund des Querkraftversuchs und des vorhergehenden Kontakts kein erneuter Kontakt möglich sei. Bei Aufbringung einer entgegengesetzten Rissgleitung konnten ebenfalls keine Kontaktpunkte identifiziert werden.

Eine Auswertung der gezeigten Fälle von Rotation und Translation ergab, dass bei der Translation kein messbarer Kontakt festgestellt wurde, während sich der Kontakt bei der Rotation auf maximal $36,5$ mm² beschränkte. Dieser Kontakt befand sich jedoch im Bereich der Rissspitze und ist für einen Lastabtrag über Rissreibung nicht relevant.

5.7.5 Zusammenfassung

Die intensive Untersuchung der Rissoberflächen führte zu wesentlichen neuen Erkenntnissen, die Zweifel aufkommen lassen, dass die Rissreibung wesentlich zum Abtrag der Querkraft beiträgt. Die wichtigsten Punkte der vorangegangenen Ausführungen werden nachfolgend zusammengefasst.

- Innerhalb der Rissebene wurde ein Großteil der Körner durchtrennt. Dies wurde exemplarisch an den Biegeschubbrissen der Versuche B1.1 und B3.1 gezeigt (Bild 5-38). Beide Balken waren aus normalfestem Beton ($f_{cm,B1} = 45,6$ MPa und $f_{cm,B3} = 43,1$ MPa). Diese Beobachtung widerspricht der oftmals gemachten Annahme, dass die Zuschlagskörner in normalfesten Betonen nicht brechen und der Riss um die Oberfläche der Körner verläuft (s. bspw. *Yang et al.* [97]).
- Prägante Körner wiesen auf Mikroebene keine Schädigungen auf, die auf große Spannungsübertragungen hindeuten (Bild 5-40 und Bild 5-41). Es wurden Körner herausgelöst und an den Vertiefungen verblieben scharfe Kanten der Zementmatrix. Es wurde kein Gleiten der Körner über diese Kanten festgestellt. Dies wurde durch die eingebundenen Sandkörner innerhalb der Kante sehr deutlich. Auch die Körner selbst wiesen keine Spuren von Kraftübertragung auf. Erst nach dem Schubversuch konnten eindeutige Kontaktsuren identifiziert werden (Bild 5-43, [98]).
- In diversen Veröffentlichungen zum Rissverhalten wird angenommen, dass die Rissflächen um die Risspitze rotieren. Dies konnte durch die Versuchsergebnisse bestätigt werden (Bild 5-23).
- Beim Aufbringen der gemessenen Risskinematik auf die Rissoberflächen ergaben sich keine Kontaktpunkte, weder bei der optischen Betrachtung noch durch eine mathematisch-geometrische Auswertung der Rissoberflächen. Dies trifft sowohl auf die Rotation der Biegeschubrisse als auch auf die Translation von Rissabschnitten zu. In wenigen Bereichen konnten Berührungen der Rissoberflächen detektiert werden. Es trat jedoch keine Penetration auf (Bild 5-48, Bild 5-49, Bild 5-50). Daraus kann geschlussfolgert werden, dass keine signifikante Kraftübertragung vorlag.
- Die Push-Off-Versuche zur Validierung der Rissreibungsmodelle bilden die gemessene Kinematik nicht richtig ab. In den Versuchen wurde eine Risskinematik vorgegeben, welcher der Betonkörper folgen musste. In Betonbauteilen entsteht ein Riss in Richtung der Hauptdruckspannung bzw. senkrecht zur Hauptzugspannung. Wie in Kapitel 5.3.3 gezeigt wurde, rotiert ein Biegeschubriss um die Risspitze, wobei sehr geringe Gleitungen auftreten.

6 Numerische Simulationen der Balkenversuche

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Softwarepaket „ATENA v. 5.9.1“ der Fa. *Červenka* genutzt, um die Balkenversuche zu simulieren [101], [102]. Die Software eignet sich besonders für die stofflich nichtlinearen Berechnungen von Betontragwerken. Hierzu stehen verschiedene anerkannte Materialmodelle zur Verfügung, um das komplexe Betonverhalten und beispielsweise das Verbundverhalten zwischen der Bewehrung und dem Beton [103] oder das dreidimensionale Druckverhalten des Betons [104] abzubilden. Die für diese Forschungsarbeit relevanten Modelle werden im Weiteren beschrieben.

Mit ATENA wurden bereits viele Querkraftversuche mit guten Ergebnissen simuliert, u. a. von *Schütte* [105] und *Harter et al.* [106]. Des Weiteren konnte auch bei Benchmarks und unterschiedlichsten Versuchsnachrechnungen die hohe Güte der nichtlinearen Simulationen mit ATENA gezeigt werden [107], [108], [109]. Aus diesen Gründen wird diese Software zur Nachrechnung der Versuche eingesetzt.

6.1 Materialmodelle in ATENA

Das Softwarepaket ATENA bedient sich verschiedener konstitutiver Modelle zur Beschreibung des Betonverhaltens sowie des Verbundes. Für die Simulation der Versuche kommt das Modell „CC3DNonLinCementitious2“ zum Einsatz, welches nachfolgend beschrieben wird.

6.1.1 Beton unter einaxialen Druckspannungen

Das Betonverhalten unter Druckbeanspruchung kann in prinzipiell 3 Phasen eingeteilt werden. Diese beschreiben ein annähernd linear-elastisches (1), ein nichtlineares (2) und ein Nachbruchverhalten (3) (Bild 6-1).

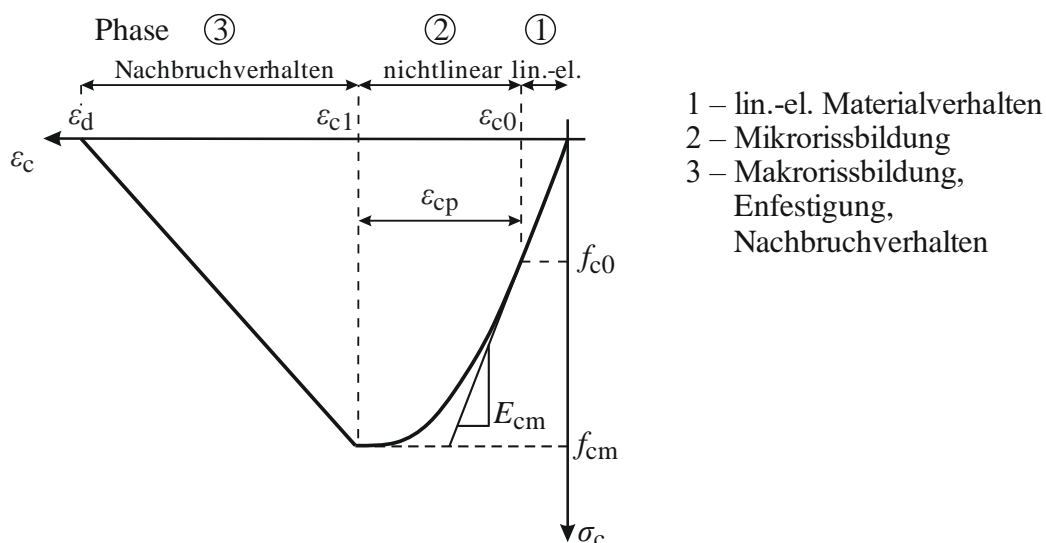


Bild 6-1 Verhalten von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung in ATENA [102]

In der ersten Phase der Belastung bis zu einer Spannung von ca. $f_{c0} \approx 0,4 \cdot f_{cm}$ wird dem Beton ein linear-elastisches Verhalten zugeschrieben. Nach Überschreitung der definierten Grenze f_{c0} beginnt die zweite Phase ($f_{c0} \leq \sigma_c \leq f_{cm}$). Mit der Bildung von Mikrorissen stellt sich ein zunehmend nichtlineares Verhalten des Betons ein [110]. Mathematisch lässt sich dieser Bereich mit Gl. (6.1) beschreiben, wie es auch im EC2 (Gl. 3.14) zu finden ist.

$$\sigma_c = f_{cm} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \quad (6.1)$$

mit: $\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad k = 1,05 \cdot E_{cm} \cdot \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad \varepsilon_{c1} \triangleq \text{Dehnung bei } f_{cm}$

E_{cm} ist hierbei der mittlere Elastizitätsmodul des Betons als Sekante durch den Punkt $\varepsilon_{c0} / f_{c0}$. Bis zur Maximalspannung lassen sich Betone durch eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung beschreiben (bspw. Gl. (6.1)). Mit Beginn des Nachbruchverhaltens (Phase 3) kommt es zur Entfestigung des Betons, wobei sich die entstandenen Mikrorisse zu Makrorissen vereinigen und starke lokalen Verformungen auftreten. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons im Nachbruchverhalten ist somit abhängig von der Bezugslänge für die Ermittlung der Dehnungen (Bild 6-2 a). Es kann eine Unabhängigkeit von der Bauteilgeometrie erreicht werden, indem das Nachbruchverhalten als Spannungs-Bruchverformungs-Beziehung umgeschrieben wird (Bild 6-2 b). Damit lässt sich das Verhalten des Betons unter einaxialer Druckbeanspruchung für beliebige Geometrien bis zum Versagen beschreiben [111].

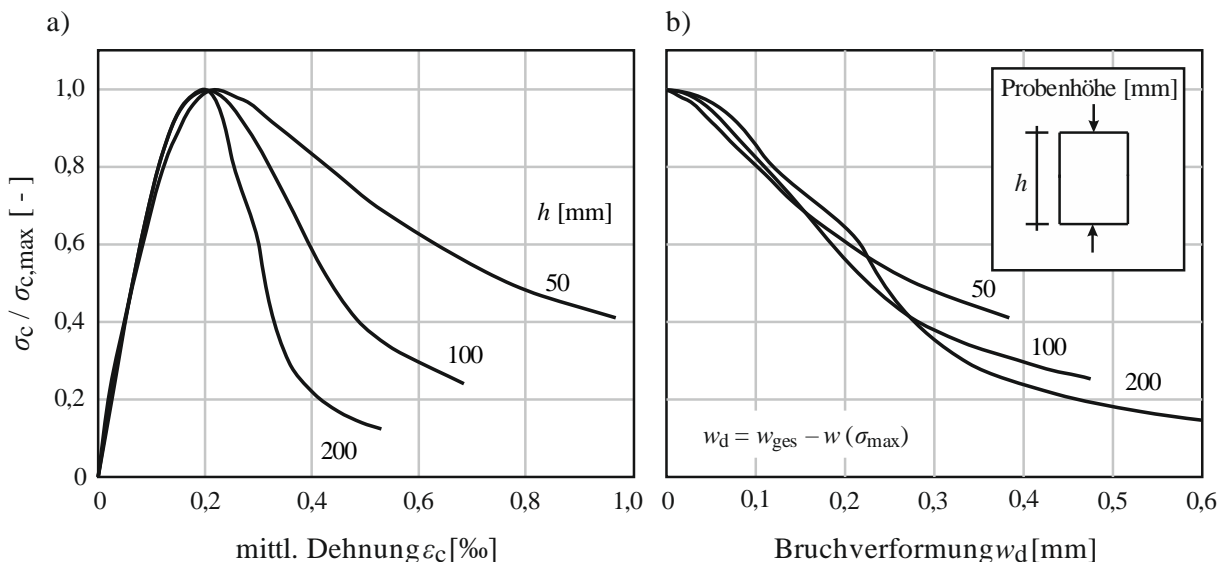


Bild 6-2 Betonverhalten unter einaxialer Druckbeanspruchung: a) Spannungs-Dehnungs-Beziehung für unterschiedliche Probenhöhen; b) Spannungs-Bruchverformungs-Beziehung für unterschiedliche Probenhöhen [111]

In ATENA wird für das Nachbruchverhalten ein linearer Verlauf angenommen. Die Steigung dieser Geraden wird durch die Maximalspannung und die Bruchverformung w_d definiert (Bild 6-1

Phase 3). Letztere lässt sich experimentell bestimmen. Aufgrund der unterschiedlichen Bezugsgrößen in den einzelnen Phasen 1, 2 und 3 wird die Bruchverformung in eine Dehnung umgerechnet (Gl. (6.2)). Der Wert L'_c entspricht in der FEM der Größe der finiten Elemente.

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{cl} + \frac{w_d}{L'_c} \quad (6.2)$$

mit: $w_d \triangleq$ Bruchverformung

$L'_c \triangleq$ Elementgröße / Probenhöhe

6.1.2 Beton unter einaxialem Zug

Das Zugverhalten des Betons unter reiner Zugbelastung wird ebenfalls in drei Phasen unterteilt. Darunter fallen die linear-elastische Phase, die Rissbildung und der diskrete Riss (Bild 6-3).

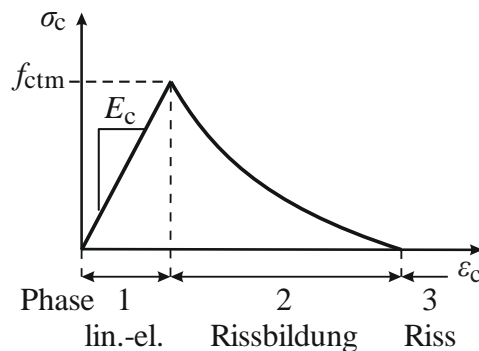


Bild 6-3 Verhalten von Beton unter einaxialer Zugbelastung in ATENA [102]

Die erste Phase geht bis zur maximalen Zugspannung f_{ctm} . Im Unterschied zum Druckverhalten verhält sich der Beton bei Zugbeanspruchung bis zu einer Spannung von etwa $0,9 f_{ctm}$ linear-elastisch. Anschließend kommt es zu verstärkter Mikrorissbildung und das nichtlineare Verhalten des Betons beginnt (Bild 6-4 a). Die gesamte erste Phase kann in guter Näherung durch eine lineare Funktion abgebildet werden. Dafür wird in ATENA die Zugfestigkeit des Betons f_{ctm} angegeben. Da der E-Modul im Zug- und Druckbereich nach *Eligehausen et al.* [25] nahezu identisch ist, ist damit der Spannungsverlauf in Phase 1 definiert.

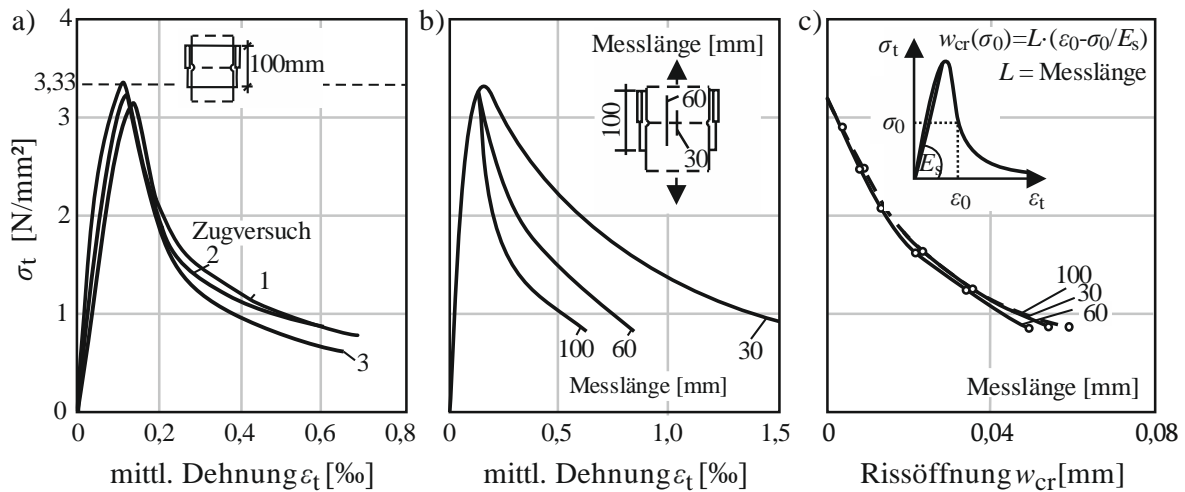


Bild 6-4 Betonverhalten unter einaxialer Zugbeanspruchung: a) Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton; b) Spannungs-Dehnungs-Beziehung für unterschiedliche Messlängen; c) Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung [25]

Die zweite Phase beschreibt das Nachbruchverhalten. Hierbei treten Ähnlichkeiten zum Druckversagen des Betons auf. Die Mikrorisse beginnen sich zu vereinigen und entwickeln sich zu Makrorissen. Die Schädigung tritt dabei lokal auf und hängt damit von der Messlänge bzw. den Abmessungen eines Probekörpers ab (Bild 6-4 b). Um diese Geometrieabhängigkeit aufzulösen, wird die Spannung auf die Rissöffnung w_{cr} bezogen und nicht auf die Zugdehnung (Bild 6-4 c). Hierfür gibt *Eligehausen* et al. [25] eine Formel zur Berechnung der Rissöffnung w_{cr} in Abhängigkeit der vorliegenden Spannung σ_0 an. Auf diese Weise kann dem Beton ein Materialparameter zugeschrieben werden, der die Entfestigung des Betons beschreibt. In der Regel handelt es sich dabei um die Bruchenergie G_f [25]. In Kapitel 2.4 wurden bereits unterschiedliche mathematische Annäherungen für das Nachbruchverhalten erläutert. In ATENA wird der exponentielle Ansatz von *Hordijk* [23] verwendet. Durch die Definition der Betonzugfestigkeit f_{ctm} , der Bruchenergie G_f und der mathematischen Formulierung des Nachbruchverhaltens lässt sich die Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung im eindimensionalen Fall vollständig beschreiben [102].

Bei der dritten Phase handelt es sich um einen Trennriss, bei dem keine Spannungsübertragung mehr vorliegt. Da die Phasen erneut verschiedene Bezugsgrößen aufweisen, muss eine Umrechnung erfolgen (Gl. (6.3)). Bei einer vorliegenden Rissdehnung ε_{cr} lässt sich die Rissöffnung ermitteln, woraus die Spannungsübertragung berechnet werden kann. L'_t entspricht der Elementgröße der Finiten Elemente.

$$w_{cr} = \varepsilon_{cr} \cdot L'_t \quad (6.3)$$

6.1.3 Beton unter zweiachsialer Beanspruchung

In den meisten Fällen wird der Beton mehraxial beansprucht, wodurch die Steifigkeiten und Festigkeiten vom einaxialen Fall abweichen. *Kupfer* et al. [112] entwickelten eine Versagenskurve für Beton unter zweiachsialer Beanspruchung, die in ATENA implementiert ist [102]. Erfährt der

Beton zweiaxiale Druckbeanspruchung, so nimmt die Druckfestigkeit gegenüber dem einaxialen Fall um bis zu 25 % zu. Die Festigkeitssteigerung hängt vom Verhältnis der Druckspannungen σ_1 / σ_2 ab. Die Betonfestigkeit kann aber auch reduziert werden, wenn senkrecht zu einer Druckbeanspruchung eine Zugspannung auftritt. Die Abnahme hängt ebenfalls vom Verhältnis dieser beiden Spannungen ab. Wirken zwei Zugspannungen auf den Beton, so hat dies keinen Einfluss und die Betonzugfestigkeit bleibt unverändert (Bild 6-5).

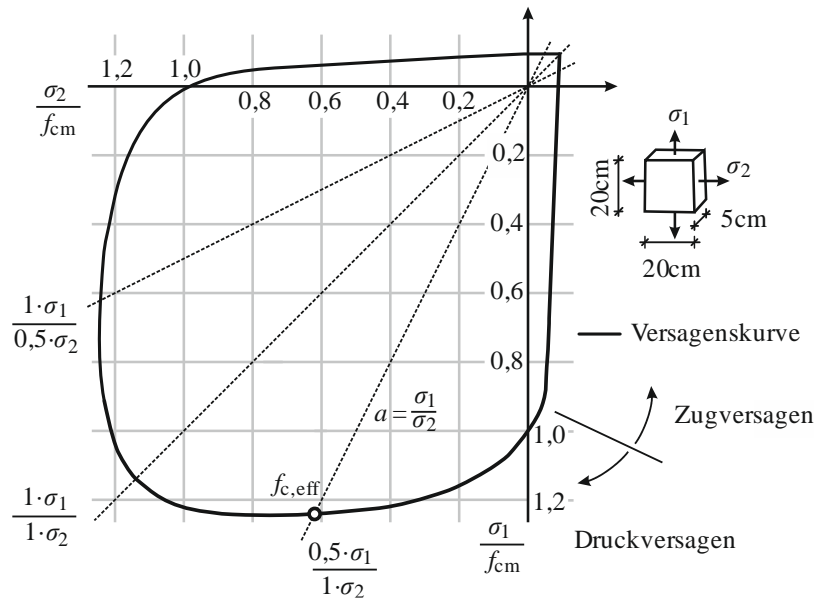


Bild 6-5 Versagenskurve von Beton bei einem zweiaxialen Spannungszustand nach Kupfer et al. [112]

In ATENA erfolgt die Berücksichtigung eines zweiaxialen Spannungszustands über eine Anpassung der mittleren Festigkeit des Betons f_{cm} [102]. Im Druck-Druck-Bereich wird über das Verhältnis der Druckspannungen σ_1 / σ_2 linear auf die Versagenskurve extrapoliert und eine effektive Betonfestigkeit $f_{c,eff} \geq 1,0 \cdot f_{cm}$ ermittelt (Bild 6-5 gestrichelte Gerade).

Ändert sich eine Spannung von Druck auf Zug, wird die effektive Betonfestigkeit reduziert. Hierbei erfolgt eine Unterscheidung in Druck- und Zugversagen (Bild 6-5). Beide Versagensarten werden durch lineare Funktionen mit unterschiedlicher Steigung abgebildet. Treten zwei Zugspannungen auf, sind die effektiven mit den mittleren Zugfestigkeiten identisch und es findet keine Modifikation statt.

6.1.4 Beton unter dreiaxialer Beanspruchung

Ein weiterer relevanter Belastungsfall ist die dreiaxiale Beanspruchung des Betons. Bei einem hydrostatischen Druckspannungszustand ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) kann die Betonfestigkeit bis zum zehnfachen der einaxialen Spannung zunehmen [113].

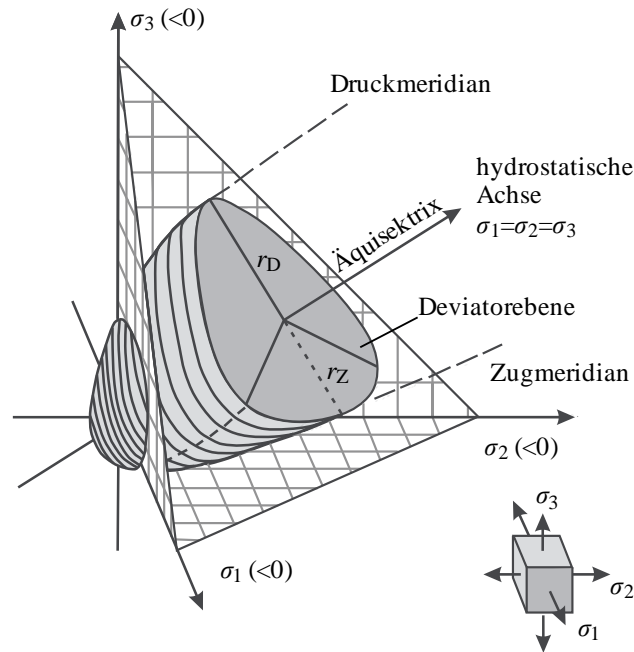


Bild 6-6 Bruchspannungsfläche des Betons bei dreiaxialer Beanspruchung [114]

In ATENA wird die Versagensfläche des Drei-Parameter-Modells nach *Menétrey* und *Willam* [104] verwendet. Während der Berechnung wird überprüft, ob der ermittelte Spannungszustand innerhalb der Versagensfläche liegt. Die Hauptspannungen $\sigma_{1/2/3}$ werden zunächst in die Spannungsinvarianten I_1 , J_2 und J_3 transformiert (Gln. (6.4), (6.5) und (6.6)).

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (6.4)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (6.5)$$

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_m) \cdot (\sigma_2 - \sigma_m) \cdot (\sigma_3 - \sigma_m) \quad (6.6)$$

$$\text{mit: } \sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3}$$

Aus den berechneten Spannungsinvarianten lassen sich anschließend die Haigh-Vestergaard-Koordinaten bestimmen. Diese lassen eine geometrische Interpretation des Spannungszustands anhand ihrer Werte zu. Mit dem hydrostatischen Spannungsinvariant ξ (Gl. (6.7)) wird die Länge der Äquisektrix angezeigt und der deviatorische Spannungsinvariant ρ (Gl. (6.8)) gibt die Größe der Scherspannung innerhalb der Deviatorebene an. Der deviatorische Winkel θ (Gl. (6.9)) wird für die Rotation um die hydrostatische Achse benötigt. Damit ist eine volle Darstellung des Spannungszustands möglich.

$$\xi = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \quad (6.7)$$

$$\rho = \sqrt{2 \cdot J_2} \quad (6.8)$$

$$\cos(3\theta) = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (6.9)$$

Die Koordinatentransformation ist notwendig, da die Formulierung entlang einer Achse als wesentlich einfacher angesehen werden kann als schräg durch den Spannungsraum. Mit diesen Spannungsinvarianten kann nun die Grenzfläche mit Gl. (6.10) nach *Menétrey* und *Willam* beschrieben werden [104].

$$F_{3P}^p(\xi, \rho, \theta) = \left(\sqrt{1,5} \cdot \frac{\rho}{f_c} \right)^2 + m \cdot \left(\frac{\rho}{\sqrt{6} \cdot f_c} \cdot r(\theta, e) + \frac{\xi}{\sqrt{3} \cdot f_c} \right) - c = 0 \quad (6.10)$$

mit:
$$m = 3 \cdot \frac{f_c^2 - f_{ct}^2}{f_c \cdot f_{ct}} \cdot \frac{e}{e+1}$$

$$r(\theta, e) = \frac{4 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos^2 \theta + (2e - 1)^2}{2 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos \theta + (2e - 1) \cdot [4 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos^2 \theta + 5e^2 - 4e]^{0,5}}$$

$$e = 0,5 \div 1,0; c = 0 \div 1,0$$

Zur Bestimmung der Versagenskurve werden die Zug- und Druckspannungen des Betons aus der einaxialen σ - ε -Beziehung verwendet. Der Parameter m stellt die Reibungsspannung dar. Der Wert c entspricht der Kohäsionsspannung, wobei aus Gründen der Einfachheit $c = 1$ gesetzt werden kann. Der Radius der dreieckig-elliptischen Deviatorebene wird durch $r(\theta, e)$ beschrieben. Dabei sind die Extremwerte für die Radiusfunktion $r(0, e) = r_D$ am Druckmeridian und $r(\pi/3, e) = r_Z$ am Zugmeridian. Der letzte verwendete Parameter ist die Exzentrizität e , welche die Rundung der Deviatorebene beschreibt. *Menétrey* und *Willam* [104] stellten die beste Übereinstimmung mit Versuchsdaten für $e = 0,52$ fest, weshalb dieser Wert in ATENA als Standard eingestellt ist [102].

Liegt eine Zugbeanspruchung vor, kommt das Rankine-Kriterium zur Anwendung. Dabei handelt es sich um ein Modell, das nur einen Parameter berücksichtigt. Betonversagen tritt ein, wenn in einem Punkt des Betons die maximale Zugfestigkeit $f_{ct,i}$ erreicht wird (Gl. (6.11)). Dieses Versagenskriterium kann mit Spannungsinvarianten beschrieben werden (Gl. (6.12)).

$$F_i^f = \sigma_{ct,ii} - f_{ct,i} \leq 0 \quad (6.11)$$

$$F_i^f (\xi, \rho, \theta) = \sqrt{2} \cdot \rho \cdot \cos \theta + \xi - \sqrt{3} \cdot f_{ct,i} = 0 \quad (6.12)$$

Für die FE-Analyse mit dreidimensionalen Elementen nutzt ATENA ein konstitutives Modell mit der Bezeichnung „CC3DNonLinCementious“. Dieses Modell kombiniert die beiden Versagenskriterien der Gln. (6.10) und (6.12) für Druck und Zug im dreidimensionalen Raum.

6.1.5 Rissbandmodell

In der FEM ist die Berücksichtigung von Rissen auf zwei Weisen möglich. Zum einen als diskrete Diskontinuität im Verschiebungsfeld. Hierbei teilt sich das Element und der Riss wird als solcher mit der Länge l_{cr} abgebildet (Bild 6-7 a). Diese Variante ist sehr rechenintensiv, da sich das Elementnetz ständig ändert. Um dies zu vermeiden, wurde u. a. die Extended Finite Element Method (XFEM) [18] entwickelt. Hierbei werden die Formfunktionen in einem gerissenen Finiten Element durch eine Diskontinuitätsfunktion angereichert. Zum anderen kann ein Riss verschmiert über ein Element abgebildet werden. Dabei wird das Rissverhalten innerhalb eines Elementes approximiert, indem das Stoffgesetz des gerissenen Betons angewandt wird (Bild 6-7 b).

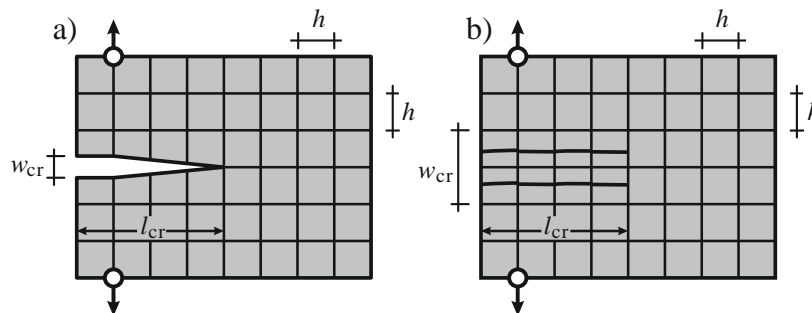


Bild 6-7 FE-Modell mit a) diskretem Riss und b) Rissband [115]

In ATENA wird letzterer Ansatz verwendet. Die Grundlage ist das Rissbandmodell von *Bažant* sowie von *Bažant* und *Oh* [115]. Durch Versuchsnachrechnungen und Vergleiche zwischen Berechnungen mit diskreten und verschmierten Rissen konnte in [115] gezeigt werden, dass die Ergebnisse beider Rissmodelle nahezu äquivalent sind. Der wesentliche Vorteil des Rissbandmodells ist die vergleichsweise geringere Rechenzeit. Des Weiteren weist das Rissband eine Unabhängigkeit von der Elementgröße auf. Als Risskriterium wird die Bruchenergie verwendet, die als Materialkonstante gilt und nicht etwa eine Risskraft oder -verformung, die eine Abhängigkeit von der Elementgröße aufweisen würde.

6.1.6 Tension Stiffening

Die Mitwirkung des Betons auf Zug wird durch die diskrete Eingabe der Bewehrung und das Aufreißen des Betons bereits implizit berücksichtigt. Hierzu sollte allerdings auch der Verbund

zwischen Beton und Bewehrung im Rechenmodell berücksichtigt werden. In ATENA ist ein Parameter implementiert, der dem Beton eine garantierte Restzugfestigkeit $f_{ct,ts}$ zuschreibt (Bild 6-8). Das bedeutet, dass die Zugfestigkeit des Betons nicht null wird, was zu Konvergenzproblemen führen würde. Nach dem Aufreißen des Betons nimmt die Zugspannung des Betons mit zunehmender Rissöffnung bis auf die Restzugspannung $f_{ct,ts}$ der Betonelemente ab (Gl. (6.13)). Die Restzugspannung des Betons sorgt für ein duktileres Bauteilverhalten und kann bei stark längs- und bügelbewehrten Bauteilen verwendet werden. Für die Simulation des Versuchs B6 wird $c_{ts} = 0,01$ verwendet.

$$f_{ct,ts} = c_{ts} \cdot f_{ctm} \quad (6.13)$$

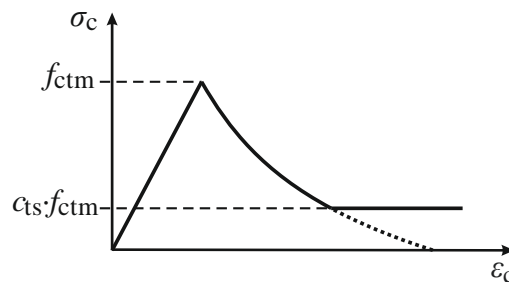


Bild 6-8 Berücksichtigung des Tension Stiffening Effekts in ATENA [102]

6.1.7 Bewehrung

Die Bewehrung lässt sich in ATENA diskret oder auch verschmiert modellieren. Bei Versuchsnachrechnungen ist es sinnvoll, die Bewehrung diskret abzubilden. Hierbei stehen Fachwerk- und Balkenelemente zur Verfügung (Bild 6-9 a). Fachwerkstäbe übertragen nur Kräfte in Richtung ihrer Längsachse. Querkräfte und Momente kann dieser Elementtyp nicht aufnehmen. Balkenelemente hingegen sind in der Lage, Normal- und Querkräfte zu übertragen.

Der Verbund zwischen den Bewehrungsstäben und dem Beton ist standardmäßig als starre Verbindung definiert. Im Fall von Fachwerkstäben können Schubspannung-Schlupf-Beziehungen eingesetzt werden. Bei Balkenelementen besteht keine Wahlmöglichkeit. Die Verbindung ist starr. Der Modellierungsaufwand für Fachwerkstäbe ist deutlich geringer, da diese beliebig angeordnet werden können. Bei den Balkenelementen erfolgt die Verbindung der Elementknoten zu den Knoten der Betonelemente über die Nähe zueinander. Es ist daher auf die genaue Lage des Stabs zu achten.

Kabele et al. [109] zeigten in Beispielberechnungen der Balkenversuchen von *Leonhardt* und *Walther* [8], dass die Differenzen in der Traglast zwischen den beiden Bewehrungstypen marginal sind. Für die Simulationen wird die gesamte Bewehrung mit Balkenelementen vernetzt, denn damit kann der Querkraftanteil in der Biegebewehrung direkt ausgegeben werden.

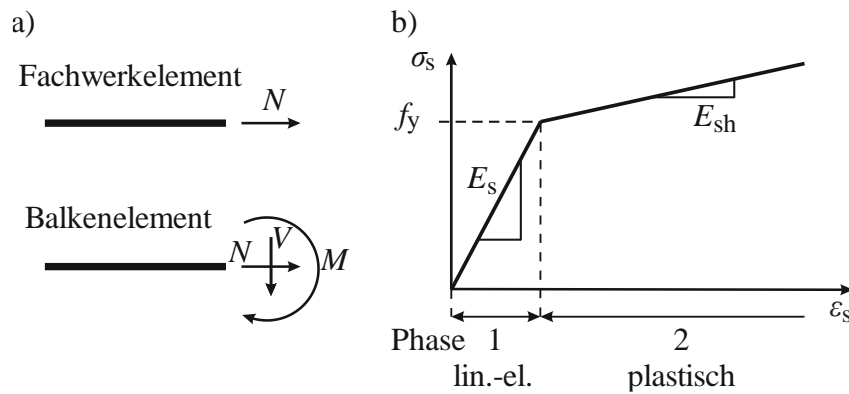


Bild 6-9 a) Elementtypen zur Modellierung eines Bewehrungsstabes; b) Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Bewehrungsstahls in ATENA [102]

Die verwendete Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die Beschreibung des Stahlverhaltens ist eine bilineare Kurve (Bild 6-9 b). Der linear-elastische Anteil wird über den E-Modul des Stahls definiert. Die Plastifizierung des Stahls wird durch die Fließspannung f_y und den Plastizitätsmodul E_{sh} beschrieben.

6.2 Simulation der Balkenversuche

Im Anschluss werden die erreichten Resultate der nichtlinearen ATENA-Simulation präsentiert und mit den Versuchsergebnissen verglichen. Vorab wird das erstellte FE-Modell erläutert sowie die Eingabeparameter für die computerunterstützten Berechnungen erklärt.

Für die Simulation in ATENA müssen drei Schritte durchgeführt werden. Im ersten Schritt wird das Modell erzeugt, das für die Berechnung angesetzt wird. Darin enthalten sind die Geometrie der Baustoffe und die Messgrößen, die vorab definiert werden müssen. Aber auch die Vernetzung des Modells wird darunter erfasst. Der zweite Schritt beinhaltet die Definition der Materialien und der dazugehörigen Parameter. Im letzten Schritt müssen die Berechnungs- und Belastungsansätze gewählt werden.

FE-Modell

Exemplarisch wird die Diskretisierung am Balken B1 erläutert (Bild 6-10). Das Modell wird dreidimensional erstellt. Die Geometrieingabe entspricht den Schal- und Bewehrungsplänen der Betonbalken (Bild 5-8) und kann für alle anderen Balken dem Versuchsbericht entnommen werden [63]. Dabei wird die Symmetrie entlang der Längsachse genutzt, sodass nur das halbe System modelliert wird. In Bild 6-10 a ist nur das FE-Modell bis zum Mittelpunkt der Lastplatte abgebildet.

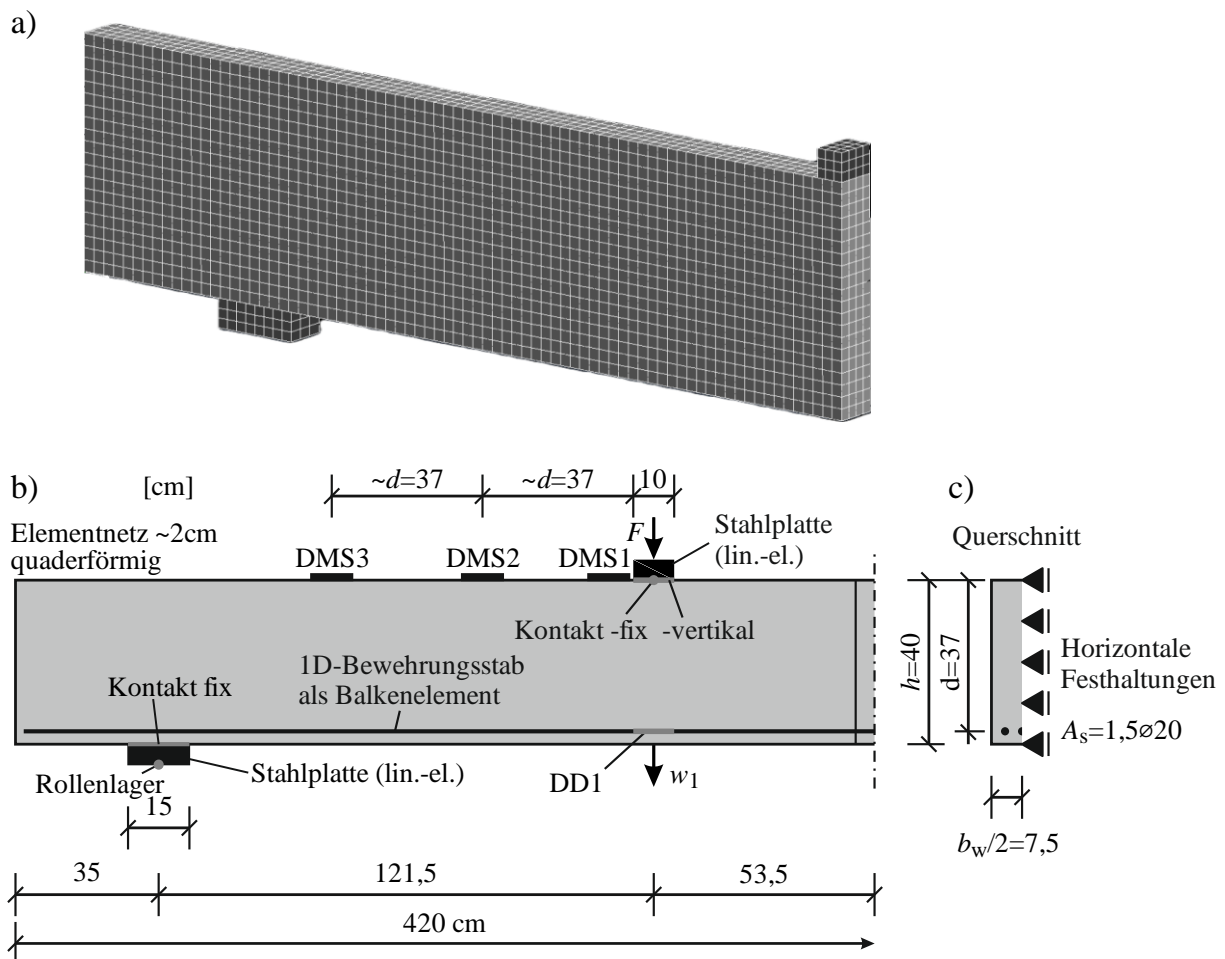


Bild 6-10 Balken B1: a) FE-Modell; b) Geometrie und Randbedingungen; c) Querschnitt

Der Beton wird mit Quaderelementen modelliert, die eine Kantenlänge von ~ 2 cm aufweisen (Bild 6-10 a). Diese Finiten Elemente besitzen quadratische Formfunktionen zur Beschreibung der Knoten- und Elementverformungen. Die Bewehrungsstäbe werden diskret mit Balkenelementen abgebildet. Sie besitzen ebenfalls eine Länge von ~ 2 cm. Zusätzlich werden Last- und Auflagerplatten mit linear-elastischen quaderförmigen Elementen modelliert. Dadurch werden die realen Bedingungen abgebildet sowie singuläre Spannungen im Beton vermieden, die zu Konvergenzproblemen führen.

Zuletzt müssen die Randbedingungen definiert werden (Bild 6-10 b). Dazu zählen Lager, Kontakte, Belastung, Weg-, Kraft- und Dehnungsmessungen. Die Auflager werden an den Lagerplatten angeordnet. Eines wird als Fest- und das andere als Loslager angesetzt. Dafür werden bei beiden Lagern vertikale Festhaltungen definiert. Zusätzlich wird das linke Auflager horizontal fixiert. Zwischen dem Beton und den Auflagerplatten wird ein starrer Verbund angesetzt. Beim Kontakt zwischen Lasteinleitungsplatte und Beton wird der Kontakt modifiziert. Die vertikalen Verformungen werden vollflächig übertragen. In Längsrichtung wird keine Verbindung der Bauteile angeordnet, da ansonsten die Betonverformungen in der Druckzone durch die deutlich steifere Lasteinleitungsplatte behindert werden und somit den Spannungsverlauf verfälschen würden. Nur punktuell wird fixer Kontakt angesetzt, sodass die Lastplatte in Längsrichtung nicht

verschieblich ist. Weitere Festhaltungen sind auf den seitlichen Flächen der Beton- und Auflagerelemente erforderlich. In der Symmetrieebene sind alle Knoten horizontal festgehalten (Bild 6-10 c). Zwischen Beton und Bewehrung wird ein fixer Kontakt definiert. Die Belastung des Balkens wird in Form einer Verformung über die Lastplatte eingetragen. Die Kraft- und Wegmessung erfolgt über definierte Punkte. Die Dehnungsmessung von Beton und Bewehrung wird auf Linien angewandt, die zu einem Mittelwert zusammengefasst werden.

6.2.1 Materialparameter

Nachfolgend wird erläutert, welche Materialkenngrößen für den Beton, die Längs- und ggf. Bügelbewehrung und die Stahlplatten angesetzt wurden. Alle wesentlichen Parameter können der Tabelle 6-1 und Tabelle 6-2 sowie dem Anhang F entnommen werden. Nicht genannte Werte wurden nach dem *MC10* ermittelt, da für die Berechnung die mittlere Betondruckfestigkeit f_{cm} und nicht die Betonfestigkeitsklasse zugrunde gezogen wird (Anhang F).

Beton

Die Eingabe der Betonparameter wird in drei wesentliche Kategorien unterteilt. Die Basisdaten, in denen die Festigkeiten unter Zug und Druck als auch der E-Modul festgelegt werden. Die Zugfestigkeit f_{ctm} erfolgt aus der Umrechnung der Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ nach Gl. (2.15). Für die Beschreibung des Zugtragverhaltens wird die Bruchenergie benötigt, die durch den Mindestrissabstand $s_{r,min}$ und den Größtkorndurchmesser D_{max} ergänzt wird. Der Mindestrissabstand soll sicherstellen, dass bei kleinen finiten Elementen das Rissband auf einige wenige Elemente begrenzt wird und sich nicht gleichmäßig verteilt. Červenka et al. schlagen einen Wert von $s_{r,min} = 1,5 \cdot D_{max}$ vor [116]. Damit ergibt sich $s_{r,min} = 12$ mm für $D_{max} = 8$ mm bzw. $s_{r,min} = 24$ mm für $D_{max} = 16$ mm. Der Mindestrissabstand wird vereinfachend für alle Balken zu 2 cm gewählt, da dieser Wert keinen wesentlichen Einfluss auf die Traglast besitzt. $s_{r,min}$ wird für die Kraftübertragung in gerissenen Elementen nach Vecchio und Collins verwendet [117]. Ein weiterer Parameter ist der Schubfaktor s_F , der das Verhältnis zwischen der Schub- und der Normalsteifigkeit in einem gerissenen Element angibt. Dieser Wert wurde auf Grundlage einer Parameterstudie zu 30 gesetzt [106]. Zuletzt wird das Verhalten des Betons unter Druckspannungen definiert. Das annähernd linear-elastische Materialverhalten wird durch eine definierte Spannung, hier $0,4 \cdot f_{cm}$, begrenzt und ergibt sich aus dem Hooke'schen Gesetz. Die plastische Dehnung des Betons ε_{cp} ergibt sich aus der Dehnung bei Maximalspannung $f_{cm}(\varepsilon_{c1})$ abzüglich der linear-elastischen Dehnung ε_{c0} (Bild 6-1). Die Dehnung ε_{c1} wurde gemäß EC2 Tab. 3.1 ($\varepsilon_{c1} = 0,7 \cdot f_{cm}^{0,31}$) bestimmt.

Eine wichtige Größe ist die Bruchenergie G_f , die einen wesentlichen Einfluss auf das Ergebnis nehmen kann. Der Ermittlung dieses Wertes liegen große Streuungen zugrunde. Aber auch die Formelansätze unterscheiden sich sehr stark, z. B. zwischen dem *CEB Model Code 1990* [118] und dem *fib Model Code 2010* [2], um teilweise den Faktor 2,5 [106]. Zahlreiche Vergleichsrechnungen

haben ergeben, dass sich mit dem Ansatz nach *Remmel* [28] ($G_f = 0,0307 \cdot f_{ctm}$) die besten Ergebnisse ergeben, da G_f von der Zugfestigkeit f_{ctm} abhängt [28]. Durch ein Versionsupdate von ATENA wurde der Ansatz der Bruchenergie geändert [119]. Daraus ergibt sich, dass der in der FE-Berechnung angesetzte Wert für G_f vom realen Wert entkoppelt wurde. Aus diesem Grund wird der Ansatz von *Remmel* durch eigene Vergleichssimulationen mit 0,5 abgemindert (Gl. (6.14)).

$$G_f \left[\frac{N}{m} \right] = 0,5 \cdot 0,0307 \cdot f_{ctm} [MPa] \quad (6.14)$$

Betonstahlbewehrung

Das Materialverhalten der Bewehrung wird durch die Fließspannung f_y , den E-Modul E_s (= 200 GPa) sowie durch die Steigung der Plastifizierungsgeraden definiert. Für letztere bzw. den E-Modul E_{sh} wird für die Längsbewehrung 2,4 GPa (Bild 6-11) und für die Bügel 1,7 GPa angesetzt, was näherungsweise den Mittelwerten der Längs- und Bügelbewehrungen entspricht.

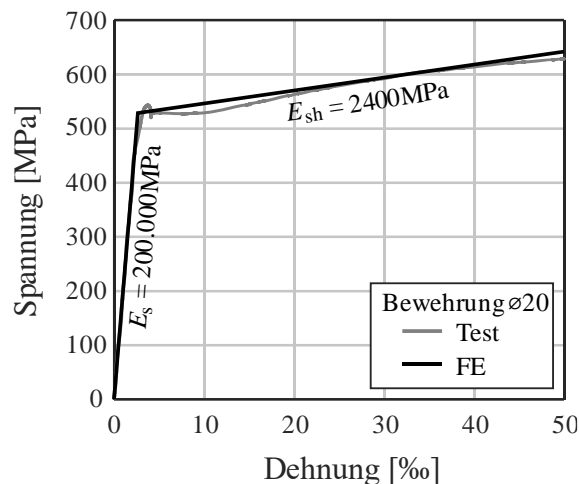


Bild 6-11 Spannungs-Dehnungs-Kurven eines Bewehrungsstabs Ø20: Versuch und FE-Näherung

Stahlplatten

Die Last- und Lagerplatten besitzen ein linear-elastisches Materialverhalten sowie den E-Modul und die Querdehnzahl der Bewehrung.

6.2 Simulation der Balkenversuche

Tabelle 6-1 Eingabeparameter für die nichtlineare Simulation der Balken B1 – B5

	B1	B2	B3	B4	B5
Grunddaten					
E_{cm} [MPa]	28.290	23.353	27.670	26.127	30.060
f_{ctm} [MPa]	3,89	3,55	3,72	3,87	4,54
f_{cm} [MPa]	45,6	33,7	43,1	40,4	52,0
Zug					
G_f [N/m]	59,7	54,5	57,1	59,4	69,7
$s_{r,min}$ [m]	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
D_{max} [mm]	16	8	16	8	16
Druck					
ϵ_{c1} [‰]	2,28	2,11	2,25	2,22	2,38
ϵ_{cp} [‰]	1,64	1,53	1,63	1,60	1,69
$f_{c0}^{1)}$ [MPa]	18,2	13,5	17,2	16,2	20,8
Bewehrung (längs)					
$f_{y,sl}$ [MPa]	529	529	529	529	529
ϵ_{sy} [‰]	2,65	2,65	2,65	2,65	2,65
E_{sh} [MPa]	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400

1) $f_{c0} = 0,4 \cdot f_{cm}$ Grenze des linear-elastischen Verhaltens des Betons gemäß EC2, Bild 3.2 [1]

Tabelle 6-2 Eingabeparameter für die nichtlineare Simulation der Balken B6 – B9

	B6	B7	B8	B9
Grunddaten				
E_{cm} [MPa]	27.670	27.670	25.217	28.290
f_{ct} [MPa]	3,72	3,72	3,56	3,89
f_{cm} [MPa]	43,1	43,1	38,0	45,6
Zug				
G_f [N/m]	57,1	57,1	54,6	59,7
$s_{r,min}$ [m]	0,02	0,02	0,02	0,02
D_{max} [mm]	16	16	8	16
Druck				
ϵ_{c1} [‰]	2,25	2,25	2,20	2,28
ϵ_{cp} [‰]	1,63	1,63	1,60	1,64
$f_{c0}^{1)}$ [MPa]	17,2	17,2	15,2	18,2
Bewehrung (längs)				
$f_{y,sl}$ [MPa]	563	529	529	524
ϵ_{sy} [‰]	2,81	2,65	2,65	2,62
E_{sh} [MPa]	2.400	2.400	2.400	2.400
Bewehrung (quer)				
$f_{y,sw}$ [MPa]	526	554	554	526
E_{sh} [MPa]	1.700	1.700	1.700	1.700

6.2.2 Validierung

Nachfolgend werden die Simulationsergebnisse mit den Versuchen verglichen, um die FE-Berechnungen zu validieren sowie die Tragmechanismen mit dem FE-Modell zu untersuchen. Es werden die Lastverformungskurve, die Dehnungen des Betons in diskreten Punkten und in der Längsbewehrung gegenübergestellt. Des Weiteren wird das Rissbild abgeglichen und damit der Versagensmechanismus. Es wird im Detail auf die Versuche B1 und B6 eingegangen. An dem Versuch B1 erfolgte die Kalibrierung der Eingabeparameter. Der Fokus lag dabei auf der Bruchenergie G_f , da der experimentell bestimmte Wert zu einer starken Überschätzung der Tragfähigkeiten in den Simulationen führte. Des Weiteren wurden nicht experimentell ermittelte Parameter auf Plausibilität überprüft, wie die Grenze der Linearität des Betons f_{c0} , die einaxiale Betonzugfestigkeit f_{ct} nach *Malárics* [33] und der Mindestrissabstand $s_{r,min}$. Aber auch die Modellbildung mit der Ausnutzung der Symmetrie in Längsrichtung und die Randbedingungen zwischen der Lasteinleitungsplatte und dem Beton wurden validiert. Bei B6 handelt es sich um die einzige Nachrechnung, auf welche die allgemein gewählte Eingabe nicht zutraf. Hierfür soll ein Lösungsvorschlag vorgestellt werden. Die weiteren Simulationsergebnisse sind im Anhang F zusammengestellt.

Die Lösungsfindung erfolgt mit dem Newton-Raphson-Verfahren.

Balken B1

Wie Bild 6-12 a zu entnehmen ist, stimmt die Lastverformungskurve der Simulation sehr gut mit den Versuchswerten überein. Das linear-elastische Verhalten, der Übergang in den Zustand II bei einer Belastung von etwa 30 kN und auch das nichtlineare Verhalten werden exakt nachgebildet. Die Versagenslast von 109,1 kN unterscheidet sich kaum vom mittleren Versuchswert von 107,9 kN. Nach dem Erreichen der Maximallast folgte der Lastabfall und damit das Versagen des Balkens. Das Rissbild besitzt Ähnlichkeit zum Versuch B1.1, da auch in der Simulation die Vereinigung zweier Biegeschubrisse zum Versagen führte (Bild 6-12 b). Weiterhin sind der Längsriss zum Auflager und auch Risse, ausgehend von den Biegerissen, zu erkennen. Letztere entstehen durch die Dübelwirkung der Längsbewehrung. Eine weitere Übereinstimmung besteht in der Höhe und der Verteilung der Risse. Der Versagensmechanismus der FE-Simulation entspricht einem typischen Querkraftversagen.

Eine zusätzliche Validierung des FE-Modells und der Eingabeparameter liefern die lokalen Dehnungsmessungen des Betons und der Längsbewehrung (Bild 6-12 c). Die Kurven sind in Bezug auf die Belastung dargestellt und auch nur bis zur Maximalkraft, da die Dehnungsmessstreifen beim Balkenversagen häufig zerstört wurden. Die Betondruckdehnungen weisen bis zum Erreichen der Traglast ein annähernd linear-elastisches Verhalten auf. Dasselbe gilt für die Längsbewehrung, wobei die Rissentstehung bei etwa 30 kN zu erkennen ist. Dies konnte mit der Simulation für beide Versuche sehr gut nachgebildet werden.

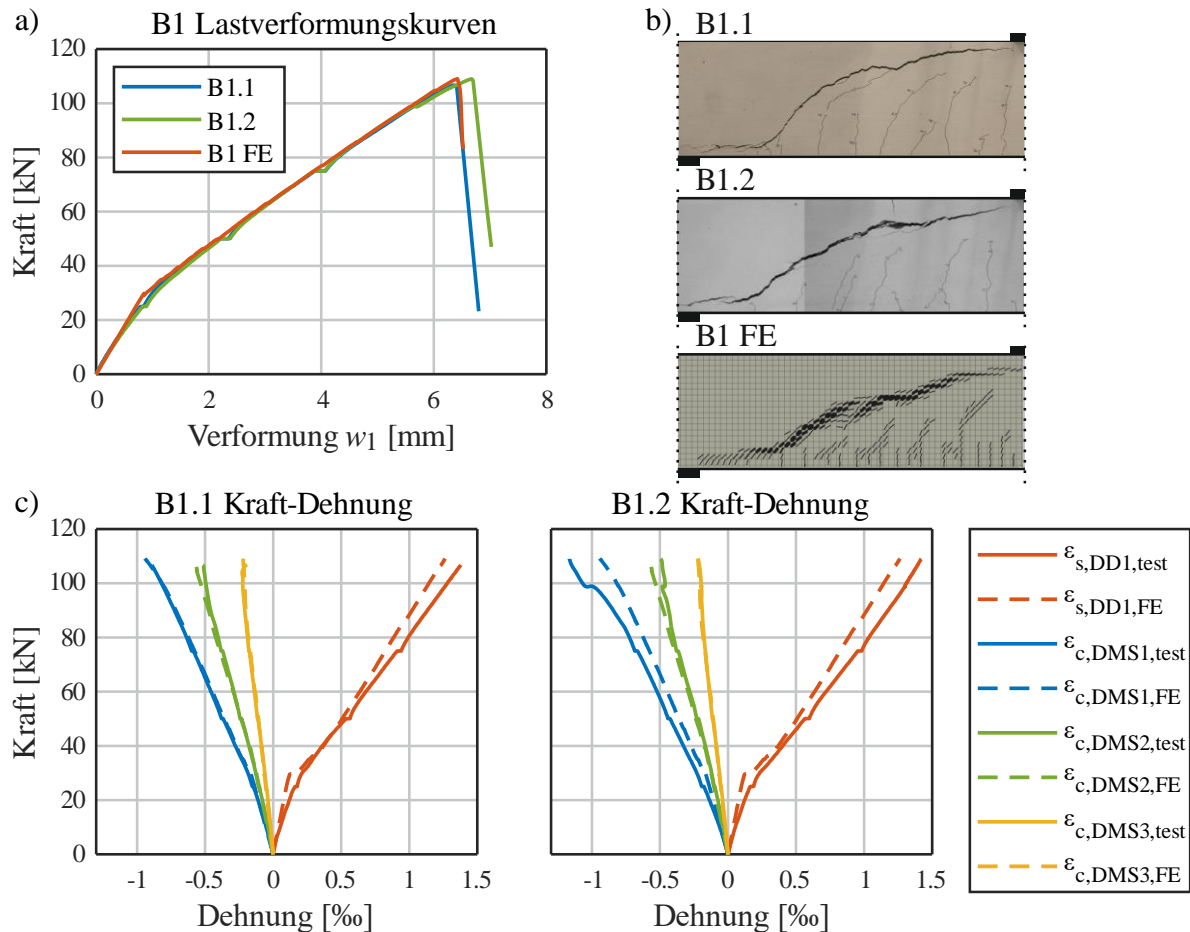


Bild 6-12 B1: Ergebnisse der beiden Versuche und der FE-Simulation a) Last-Verformungskurve, b) Rissbilder, c) Kraft-Betondehnungskurve (Lage der Messstellen siehe Bild 6-10)

Insgesamt konnte anhand der dargestellten Messergebnisse und Rissbilder das Trag- und Versagensverhalten der Rechteckbalken ohne Bügelbewehrung gut bis sehr gut simuliert werden. Die Untersuchungen der Balken B2 – B5 sind im Anhang F enthalten.

Balken B6

Die Beschreibung der Validierung der querkraftbewehrten Plattenbalken erfolgt exemplarisch am Träger B6. Wie Bild 6-13 zu entnehmen ist, stimmen die Steifigkeitsverhältnisse und damit das Bauteilverhalten sowohl im ungerissenen als auch im gerissenen Zustand bis zu einer Belastung von ca. 450 kN sehr gut überein. Ab dieser Belastungsstufe nimmt die Verformung in der Simulation stark zu. Dies konnte auf ein lokales Versagen des FE-Modells als auch eine starke Öffnung des schrägen Biegerisses an der Lasteinleitung zurückgeführt werden (Bild 6-13 b, c, DMS1). In der Simulation traten in der Druckzone starke plastische Verformungen des Betons auf ($\epsilon_{c,max} \approx -3$ ‰). Im Gegensatz zu den Versuchswerten zeigte sich in der FE-Berechnung bei 525,2 kN ein Kraftplateau mit einer sukzessiven Lastabnahme, das auf ein Biegeversagen des Balkens hindeutet. Somit entsprachen die Traglast als auch die Versagensart nicht der Realität (Bild 6-13 a und b).

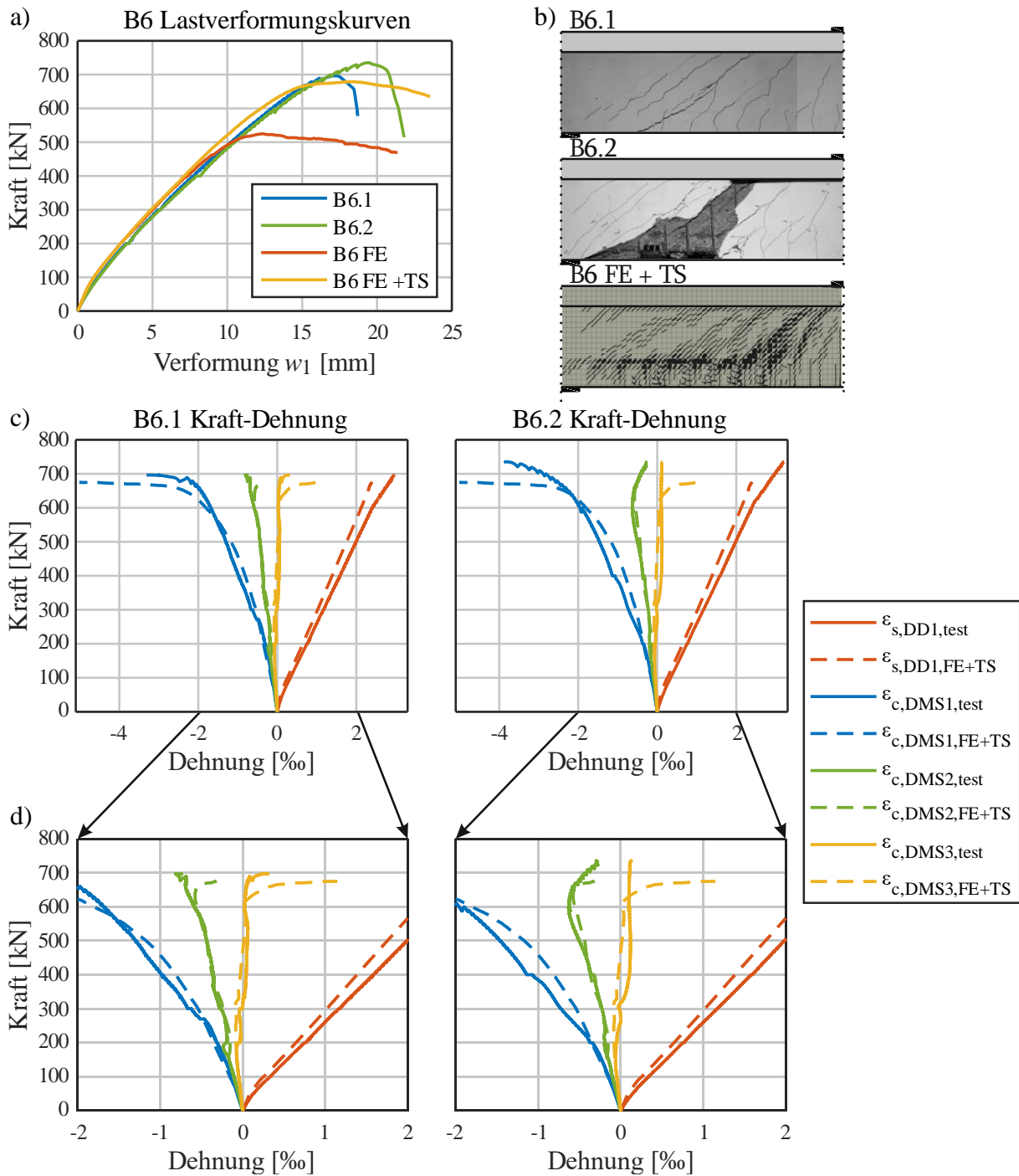


Bild 6-13 B6: Ergebnisse der beiden Versuche und der FE-Simulation ohne und mit Tension Stiffening
a) Last-Verformungskurve, b) Rissbilder, c) Kraft-Betondehnungskurve

Eine deutliche Verbesserung der Simulation in Bezug auf die Traglast konnte durch die Nutzung des Tension Stiffening Effekts (TS) erzielt werden (s. Kap. 6.1.6). Der TS-Faktor c_{ts} wurde zu 0,01 gesetzt. Damit beträgt die Mindestzugfestigkeit des Betons 1 % von f_{cm} , was einem sehr geringen Wert von 0,037 MPa entspricht. Wie Bild 6-13 a zu entnehmen ist, führt der Ansatz des Tension Stiffening zu einer Tragfähigkeit von 673,7 kN, was damit deutlich näher an den Versuchswerten liegt. Die Restzugfestigkeit sorgte dafür, dass die Belastung der Bügel erhöht werden konnte und sich die Rissbildung nicht oberhalb der Längsbewehrung frühzeitig konzentrierte (Bild 6-14). Allerdings wird die Duktilität überschätzt. Das Tragverhalten und auch die Versagensart blieben

6.2 Simulation der Balkenversuche

unverändert. Aufgrund dessen unterschied sich der Versagensriss zwischen der Simulation und den Versuchen stark voneinander. In beiden Versuchen lag ein Schubriss etwa mittig zwischen Lasteinleitung und Auflager, wohingegen in der Simulation ein konzentrierter Riss nahe der Lasteinleitung auftrat.

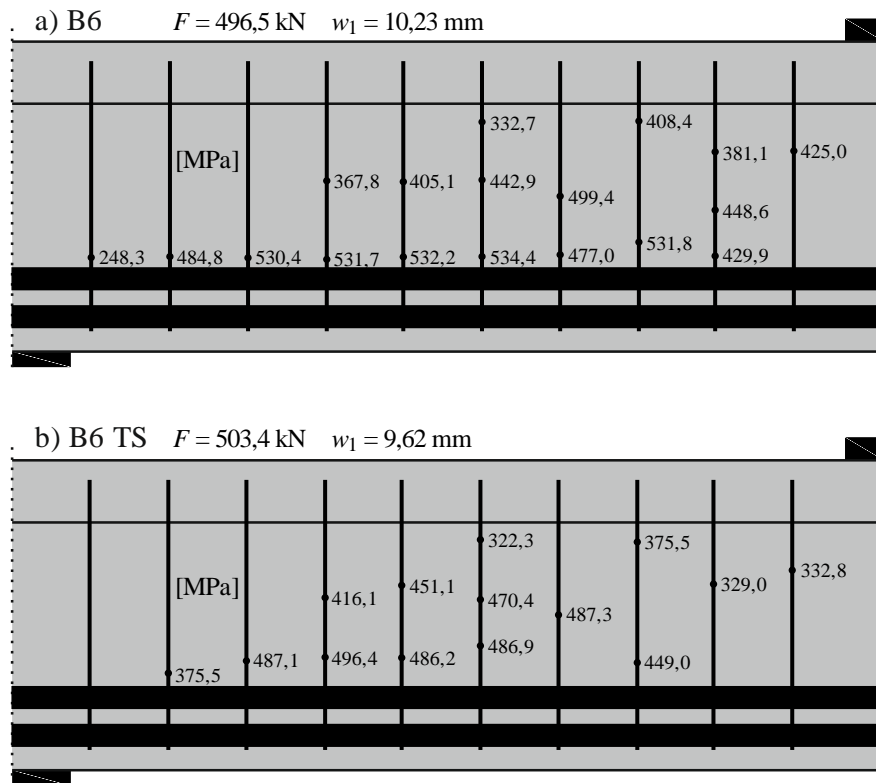


Bild 6-14 B6: Ohne (a) und mit (b) TS: max. lokal gemessene Bügelspannungen bei einer Kraft $F \approx 500 \text{ kN}$

In der Druckzone nahe der Lasteinleitung traten plastische Verformungen (DMS1) des Betons auf, die in der Simulation ebenfalls vorhanden waren. Die Dehnungsmessungen der DMS2 und DMS3 im Abstand von $1d$ und $2d$ von der Lasteinleitung stimmen mit hoher Genauigkeit mit den Versuchswerten überein (Bild 6-13 d). Die Bewehrung (DD1) verblieb in den Versuchen wie auch in der Simulation im linear-elastischen Zustand. Das tatsächliche Querkraftversagen konnte nicht simuliert werden. Auch durch die Nutzung des Tension Stiffening in den Betonelementen kam es in der Simulation zu einem Biegeversagen (Bild 6-13 a).

Beim Balken B6 ($\rho_w = \sim 7,0 \cdot \rho_{w,\min}$, $\rho_{w,\min} = 1,1 \text{ ‰}$) ergeben sich mit dem TS-Faktor realistischere Ergebnisse. Bei den gering querkräftbewehrten Balken B7 und B8 ($\rho_w = \sim 1,5 \cdot \rho_{w,\min}$, $\rho_{w,\min} = 1,06 \text{ ‰}$ im Mittel) war der Einfluss des TS-Faktors von untergeordneter Bedeutung, hatte also vernachlässigbaren Einfluss auf das Trag- und Versagensverhalten (Anhang F).

Im Falle von B9 mit erhöhter Querkraftbewehrung von $\rho_w = 4,4 \text{ ‰}$ ($\rho_{w,\min} = 1,15 \text{ ‰}$) nahm der Einfluss wieder deutlich zu. Wird der TS-Faktor in die Berechnung einbezogen, bildet sich ein Fließplateau durch die Plastifizierung des Betons und der Bewehrung aus (Bild 6-15). Mit zunehmender Belastung kam es zum duktilen Versagen. Die Traglast wird überschätzt. Die

Kraftverformungskurve beim Versagen wies Ähnlichkeiten zum Versuch B9.2 auf. Bleibt der TS-Faktor unberücksichtigt, kommt es bereits nach dem Erreichen der Maximallast zum Querkraftversagen in der Simulation. Somit können beide Simulationen (mit bzw. ohne TS) als Eingrenzung der Versuchskurven angesehen werden (Bild 6-15).

Anhand der unterschiedlich querkraftbewehrten Plattenbalken zeigt sich, dass der Einfluss des TS-Faktors auf das Tragverhalten mit zunehmendem Querkraftbewehrungsgrad ebenfalls zunimmt. Bei hohen Bewehrungsgraden kann die Berücksichtigung des TS-Faktors ratsam sein. Für die Auswertung wird nur beim Balken B6 der TS-Faktor einbezogen. Für alle weiteren Plattenbalken wird der Faktor nicht berücksichtigt, da bei diesen Simulationen auch ohne TS-Faktor die Versuchsergebnisse mit hoher Genauigkeit erzielt wurden.

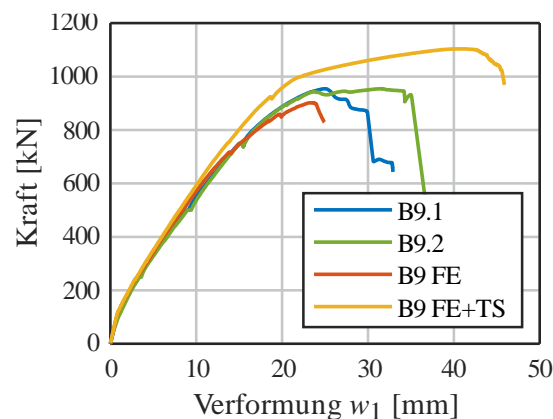


Bild 6-15 B9: Lastverformungskurven der Versuche und der FE-Simulationen ohne und mit Tension Stiffening

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die durchgeführten nichtlinearen FE-Simulationen in Bezug auf die Traglast und die Versagensmechanismen gute bzw. zufriedenstellende Ergebnisse liefern (Anhang F). In den meisten Versuchsnachrechnungen sind die Abweichungen bei der Tragfähigkeit von den Versuchswerten kleiner als $\sim 10\%$ (Bild 6-16, Tabelle 6-3). Die einzigen Ausnahmen sind die Balken B5 und B6. Die Verbesserung der Simulation von B6 unter Zuhilfenahme eines TS-Faktors (s. Kap. 6.1.6) ergab ebenfalls eine Abweichung unterhalb von 10% . Im Fall von B5 liegt die Abweichung bei ca. $13,6\%$. Diese Differenz von den Versuchswerten kann noch als moderat eingeschätzt werden. Die Simulation lässt sich jedoch nicht weiter optimieren, denn das Versagen trat in einem Versuchsdurchlauf überraschend früh auf (s. Kap. 5.2.3). Abschließend kann geschlussfolgert werden, dass die Simulationen realistische Werte lieferten und sie daher für die weitere Auswertung verwendet werden können.

6.2 Simulation der Balkenversuche

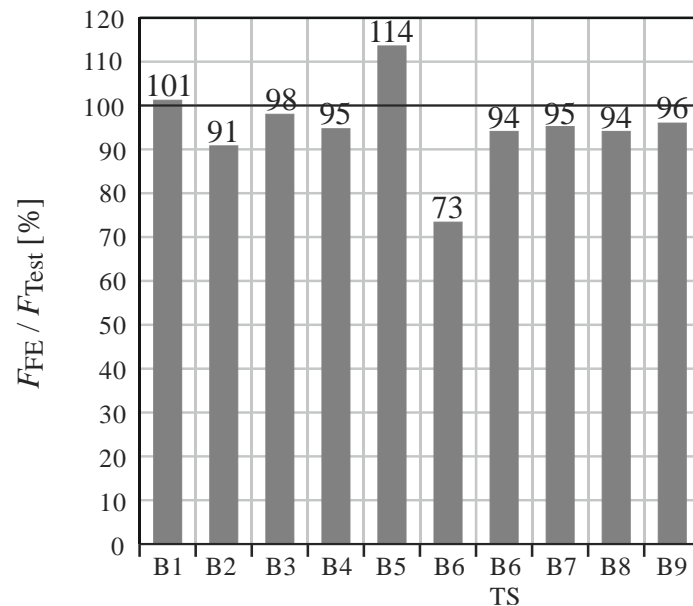


Bild 6-16 Traglasten aus den FE-Simulationen im Verhältnis zu den Versuchswerten

Tabelle 6-3 Traglasten und Durchbiegung w_1 der FE-Simulationen im Vergleich zu den gemittelten Versuchswerten

Test	$F_{Test}^{1)}$ [kN]	w_{Test} [mm]	F_{FE} [kN]	w_{FE} [mm]	F_{FE} / F_{Test}	w_{FE} / w_{Test}
B1	107,9	6,51	109,1	6,51	1,012	1,00
B2	104,2	6,79	94,6	6,07	0,908	0,894
B3	172,4	11,73	169,0	10,46	0,980	0,892
B4	160,5	12,20	152,0	10,45	0,947	0,857
B5	156,2	11,32	177,5	11,60	1,136	1,025
B6	716,0	18,30	525,2	12,42	0,734	0,679
B6 TS²⁾	716,0	18,30	675,1	18,37	0,943	1,004
B7	235,0	15,46	222,2	13,11	0,946	0,848
B8	235,8	17,95	222,1	13,98	0,942	0,779
B9	949,1	24,41	914,2	23,25	0,963	0,952
1) Gemittelte Traglast aus beiden Versuchen. Für B7 – B9 wurde die Kraft bei Fließbeginn verwendet			Mean		0,975²	0,917
2) B6 TS statt B6 in die Berechnung einbezogen			COV		0,063	0,079

6.2.3 Ermittlung der Querkrafttraganteile bei den FE-Simulationen

Die Simulationsergebnisse zeigten gute Übereinstimmungen zu den Versuchswerten und sollen daher auch zur Ermittlung der einzelnen Traganteile aus Querkraft dienen (Bild 6-16). Diese lassen sich zum Teil ohne zusätzliche Berechnungen quantifizieren. In diesem Kapitel wird die

Vorgehensweise für die Bestimmung der Traganteile beschrieben. So lassen sich die Anteile der Druckzone, der Dübelkraft und der Bügel direkt bestimmen. Für die Querkraftanteile aus den Rissspannungen und der Bruchprozesszone ist die Quantifizierung sehr aufwendig, da die Spannungen an den einzelnen Elementknoten ausgelesen werden müssten. Im Fall der Rissreibung wirken die Spannungen nicht in Richtung der Hauptachsen der Balken, weshalb eine aufwendige Addition und Rotation der Spannungen erforderlich wäre.

Druckzone

Der Querkraftanteil der ungerissenen Druckzone erfolgt über die Integration der Schubspannungen innerhalb eines Schnitts, was programmintern ausgeführt wird. Bei den Balken B1 – B5 wird die Druckzonenhöhe x mit der Gl. (2.1) ermittelt. Die Anwendung der Gleichung setzt ein linear-elastisches Materialverhalten des Betons voraus. Aus den Versuchsergebnissen ist ersichtlich, dass der Beton nur an der Lasteinleitung gering nichtlineares Verhalten aufwies. Im Versagensbereich verhielt sich der Beton in der Druckzone weitgehend linear-elastisch und in der Zugzone war dieser gerissen (. Somit waren die Voraussetzungen eines linear-elastischen Materialverhaltens und einer gerissenen Zugzone zur Anwendung der Gl. (2.1) gegeben. Und auch in den FE-Simulationen konnten die rechnerischen Druckzonen in sehr gute Übereinstimmungen mit den Versuchen gebracht werden (Bild 6-17).

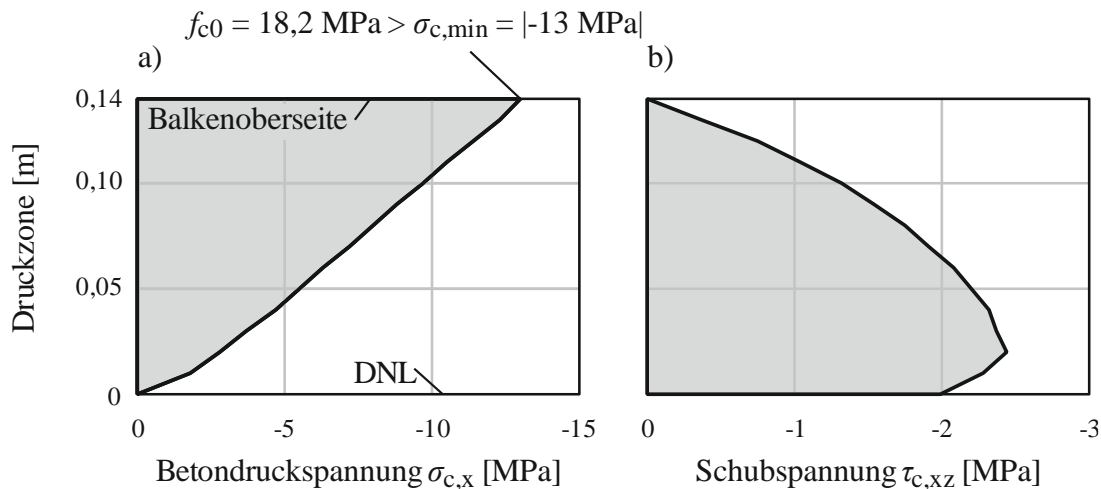


Bild 6-17 Balken B1 - FE-Simulation Schnitt A (Bild 6-18): a) Druckspannungen in Balkenlängsrichtung über die Druckzone; b) Schubspannungen in der Druckzone

Bei den Plattenbalken wird die Annahme getroffen, dass der gesamte Flansch unter Druckspannung steht. Der Flansch als auch die Verbindung Steg-Flansch wirken beim Querkraftabtrag mit [120]. Der Querkraftverlauf in der Druckzone v_{cc} wird am Beispiel B1 veranschaulicht (Bild 6-18 orange Kurve). An den Biegeschubrissen lagen im Querkraftverlauf der Druckzone Maxima vor.

Dübelkraft

Die Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} erfolgte analog zu der Ermittlung der Querkraftanteile aus der Druckzone. Der Querkrafttraganteil der Bewehrung wurde durch die Definition von

Schnitten ermittelt und zu einem Querkraftverlauf zusammengesetzt (Bild 6-18 blaue Kurve). Die maximalen Querkräfte traten an den Biegeschubrisen auf Seiten der Lagerung auf, wie es aus den Modellvorstellungen zu erwarten war. Die Werte wiesen an jedem Riss ähnliche Größenordnungen auf.

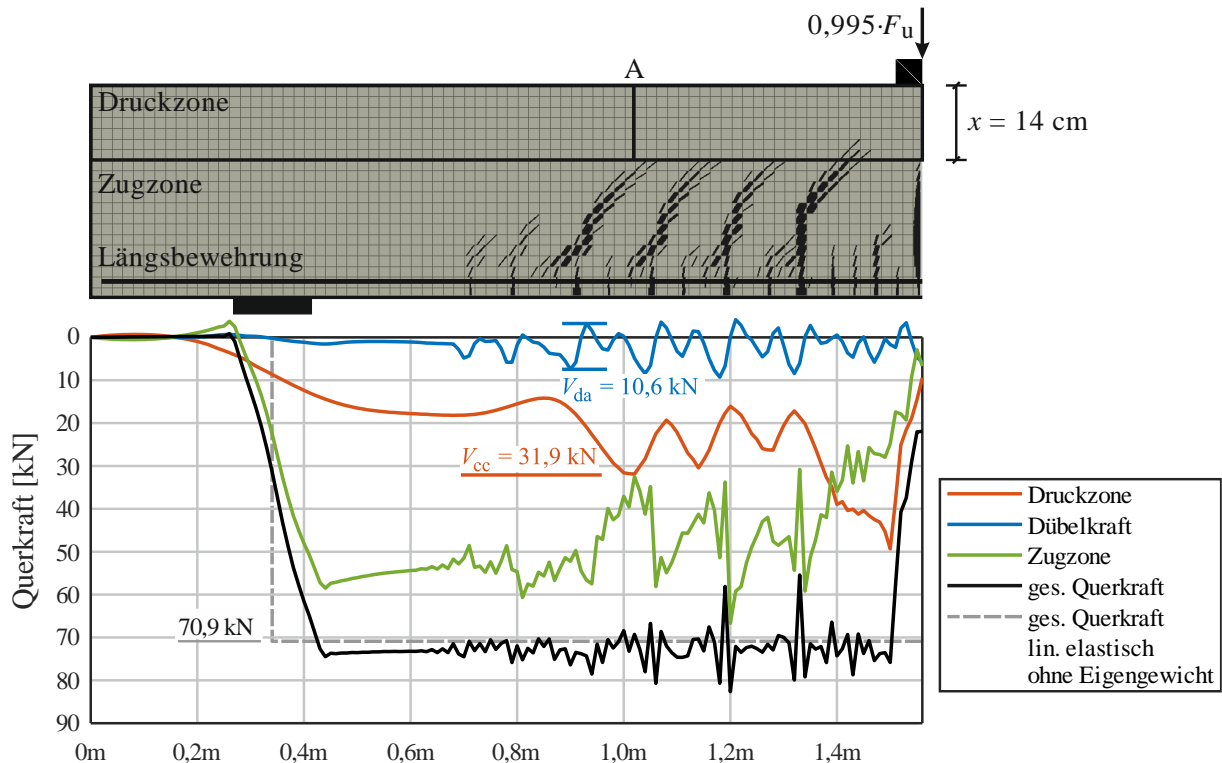


Bild 6-18 Balken B1: Querkraftverläufe der einzelnen Anteile aus der FE-Simulation

Rissreibung und Bruchprozesszone

Die Querkraftanteile der Rissreibung und der Bruchprozesszone befinden sich in der Zugzone und werden daher im Querkraftverlauf zusammen dargestellt (Bild 6-18, grüne Kurve).

Für die Balken B1 – B5 ohne Querkraftbewehrung führte *Faron* [18] FE-Simulationen basierend auf der XFEM durch, mit denen er die Querkraftanteile aus Rissreibung für die Maximalbelastung V_u bestimmte (Bild 5-29). Diese Werte nach dem Modell von *Walraven* werden für die weitere Auswertung übernommen.

Der Anteil der Bruchprozesszone ergibt sich anschließend aus der Differenz des Wertes im Querkraftverlauf und dem Rissreibungsanteil aus der XFEM-Simulation.

Für die bügelbewehrten Balken wird angenommen, dass die Bruchprozesszone aufgrund großer Rissbildung keinen Beitrag zum Lastabtrag leistet. Der Querkraftanteil aus der Rissreibung ergibt sich aus der Differenz der gesamten Querkraft abzüglich der Summe aus den Traganteilen in der Druckzone, der Dübelwirkung der Längsbewehrung und der Bügel.

Bügelkraft

Der Querkraftanteil der Bügel V_{sw} betrifft nur die Plattenbalken (B6 – B9). Die Anzahl der geschnittenen Bügel ist identisch zu den Versuchen (Bild 5-34 und Anhang G). Die geschnittenen Bügel befinden sich im Schubriss zwischen dem Schnitt A und der ermittelten Dübelkraft. Die Bügelspannungen wurden den Simulationen entnommen und tabellarisch zusammengefasst (Tabelle 6-4).

Tabelle 6-4 Querkrafttraganteil der Bügel aus der FE-Simulation bei $0,995 \cdot F_u$

Test	$2 \times n$ [-]	d_{sw} [mm]	f_{su} [MPa]	ε_s [‰]	V_{sw} [kN]
B6 TS	3	10	507,4	2,55	250,0
			535,1	7,19	
			548,9	11,60	
B7	1	8	538,6	2,69	54,2
B8	1	8	558,0	5,12	56,1
B9	3	10	585,6	9,97	283,3
			590,1	12,33	
			628,1	30,66	

6.2.4 Anteile der Tragmechanismen

Die Ermittlung der einzelnen Traganteile erfolgt, wie bei den Versuchen auch, vor dem Versagen bei etwa $0,995 \cdot V_u$. Bei den Balken B7 und B8 wird die Ermittlung der Querkraftanteile durch die Fließkraft bestimmt. Die Traganteile der FE-Berechnung beziehen sich auf die Traglast aus der Simulation und nicht auf die Versuchswerte. Das Ergebnis der Auswertung wird den Versuchswerten grafisch gegenübergestellt (Bild 6-19).

Bild 6-19 a zeigt die Ergebnisse der Rechteckbalken B1 bis B5 ohne Bügelbewehrung. Es wird dabei offensichtlich, dass die Druckzone einen Großteil der Querkraft abträgt (V_{cc}). Den geringsten Anteil mit 44 % weist der Balken B5 auf. Der größte Wert liegt bei B3 mit 59 % vor. Bei letzterem war im betrachteten Lastschritt ein ausgeprägter Biegeschubriss vorhanden, wodurch die Beanspruchung der Druckzone deutlich erhöht war. Bei den übrigen Versuchsnachrechnungen ergeben sich Traganteile von 45 – 49 %.

6.2 Simulation der Balkenversuche

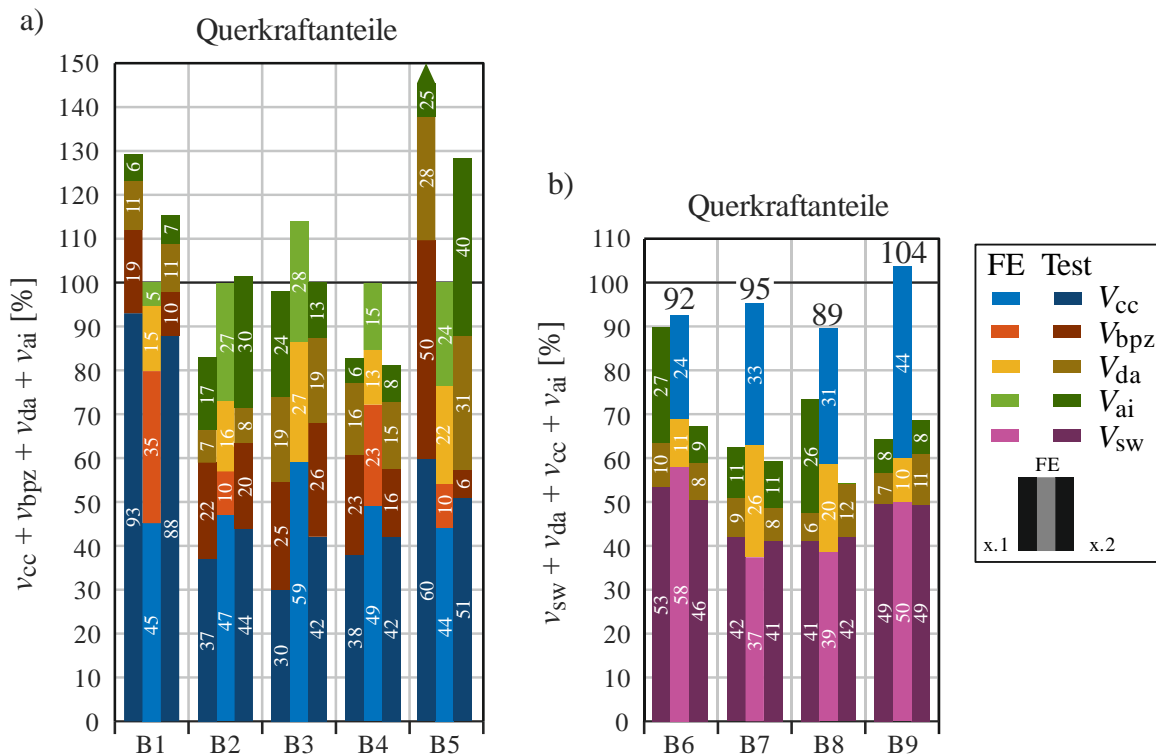


Bild 6-19 Querkraftanteile aus nichtlinearen FE-Simulationen im Vergleich zu den Traganteilen der Versuche: a) unverbügelte Rechteckbalken (Bild 5-33); b) bügelbewehrte Plattenbalken (Bild 5-36)

Die Bruchprozesszone besitzt in der Regel geringe Traganteile von 0 % (B3) und 10 % (B2 und B5). Bei geringer Rissausbildung ist der Traganteil deutlich größer. Er liegt bei 23 % (B4) und 35 % (B1).

Der Dübeltraganteil V_{da} liegt bei den beiden hohen Balken B1 und B2 bei 15 % bzw. 16 %. Bei den flachen Balken B3 und B5 sind die Querkraftanteile V_{da} mit mindestens 22 % deutlich größer. Der Träger B4 stellt eine Ausnahme dar und besitzt einen geringen Anteil von 13 %. Dies kann auf die geringe Rissausbildung im betrachteten Schnitt zurückgeführt werden.

Der Rissreibung V_{ai} kann ein mittlerer Traganteil zugeschrieben werden. Die Anteile am gesamten Querkraftabtrag liegen bei mindestens 15 % bei B4 und bis maximal 28 % bei B3. B1 stellt die einzige Ausnahme mit 5 % dar, weil der Versagensriss bis $0,995 \cdot V_u$ nicht stark ausgebildet war.

Bei den bügelbewehrten Plattenbalken besitzen die Bügel die größten Anteile am Querkraftabtrag. Diese sind jedoch abhängig vom Bügelbewehrungsgrad und variieren zwischen 37 % bei den geringbewehrten (B7 und B8, $\rho_w = 1,67 \text{ ‰}$) und 50 % bzw. 58 % bei den hochbewehrten Balken (B6 und B9, $\rho_w = 7,86$ bzw. $4,39 \text{ ‰}$). Ein weiterer wesentlicher Querkraftanteil resultiert aus dem Flansch. Durch diesen konnte beim Balken B6 mindestens 24 % der Last abgetragen werden. Dieser Wert liegt im Fall von B9 bei 44 %. Bei den anderen Plattenbalken liegen die Anteile bei 31 und 33 %.

Die Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} weist in den hoch- und geringbewehrten Versuchen unterschiedliche Traganteile auf. Bei den Balken B6 und B9 liegt der relative Anteil bei 10 % bzw.

11 %. B7 und B8 besitzen höhere Anteile von 26 % bzw. 20 %. Damit ist auch dieser Traganteil nicht unwesentlich am Lastabtrag beteiligt. Die fehlenden Anteile bei B6, B7 und B8 bis zur 100 %-Tragfähigkeit befinden sich in der Zugzone, die also der Rissreibung zugeschrieben werden kann (Anhang G).

Ein Vergleich der unverbügelten Balken B1 – B5 mit den XFEM-Simulationen ergibt eine gute Übereinstimmung (Bild 6-20). Die Anteile aus der Rissreibung V_{ai} wurden aus diesen XFEM-Simulationen übernommen. Es ergeben sich somit keine Differenzen. Die Dübelwirkung der Längsbewehrung V_{da} weicht zwischen den beiden Simulationen nur gering ab. Die größte Differenz liegt bei B4 mit 13 % (= 25 % – 12 %) vor. Der Traganteil der Betondruckzone V_{cc} der XFEM-Berechnung weist identische Größenordnungen zu den Werten aus ATENA von Druck- und Bruchprozesszone auf. Im Fall B1 ist die Differenz maximal mit 14 % (= 45 + 35 – 66). Bei B2 und B5 ist der Unterschied etwas geringer mit 13 % (= 47 + 10 – 70 und = 44 + 10 – 67). B3 und B4 weisen Abweichungen von zwei Prozentpunkten (= 59 – 61 und = 49 + 23 – 70) auf.

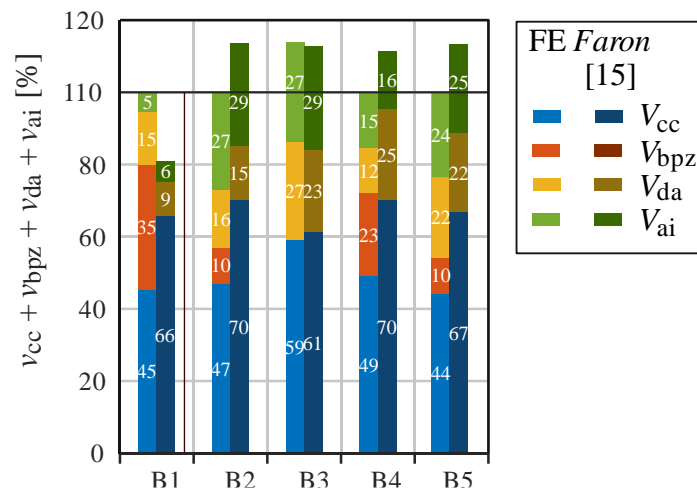


Bild 6-20 Vergleich der Traganteile der FE-Simulationen mit ATENA und den XFEM-Berechnungen [18]

6.2.5 Zusammenfassung

Es werden die wesentlichen Erkenntnisse der Versuchsnachrechnungen mittels der nichtlinearen FE-Software „ATENA“ zusammengefasst:

- Die Ergebnisse der FE-Simulationen stimmen gut bis sehr gut mit den Versuchen überein (Bild 6-16, Tabelle 6-3). Die Eingabeparameter mussten jedoch kalibriert werden. Besonders die Bruchenergie G_f entsprach nicht real messbaren Werten, sondern kann als Rechengröße betrachtet werden.
- Bei bügelbewehrten Bauteilen sollte ein TS-Faktor angesetzt werden, um die Genauigkeit der Simulation zu erhöhen (Bild 6-13). Hierbei hat sich der Wert von $c_{ts} = 0,01$ (Restzugfestigkeit 1 % der mittleren Zugfestigkeit des Betons) als sinnvoll herausgestellt, da damit die Ergebnisse nicht verfälscht wurden.
- Die Druckzone nimmt den größten Anteil der Querkraft bei unverbügelten Balken von mindestens 44 % auf. Darauf folgt die Rissreibung, die für B1 gering (5 %) und für die übrigen Balken moderat (15 ÷ 28 %) ausfällt. Die Dübelwirkung der Längsbewehrung besitzt durchweg moderate Traganteile von 13 ÷ 27 %. Diese Anteile hängen stark von den Querschnittsabmessungen, der eingelegten Bewehrung und dem Rissbild ab. Die Querkraft in der Bruchprozesszone ist sehr unterschiedlich und hängt in hohem Maße vom Rissbild ab. Diese Querkrafttraganteile ließen sich in einigen Fällen gut wiedergeben (Bild 6-19 a, Anhang G).
- Bei querkraftbewehrten Plattenbalken nehmen die Bügel den größten Anteil der Querkraft von bis zu 60 % auf. Darauf folgt der Anteil aus dem Flansch und abschließend die Dübelwirkung der Längsbewehrung. Ohne die Berücksichtigung der Anteile aus der Bruchprozesszone und der Rissreibung konnten die Tragfähigkeiten der Balken in guter Übereinstimmung mit den Versuchswerten numerisch ermittelt werden. Demnach sind diese Traganteile bei querkraftbewehrten Balken von untergeordneter Bedeutung (Bild 6-19 b).
- Die Rissreibung der querkraftbewehrten Plattenbalken wies eine mäßige Diskrepanz zu den Versuchsergebnissen auf. In der FE-Auswertung wurden diese Traganteile negiert und dennoch ergab sich nahezu dieselbe Traglast wie in den Versuchen (Bild 6-19 b). Es ist daher wahrscheinlich, dass die Rissreibungsmodelle auch auf die bügelbewehrten Balken nicht voll anwendbar sind.

Abschließend kann geschlussfolgert werden, dass die Rissreibung für den Querkraftlastabtrag anhand der XFEM-Auswertung für unverbügelte Balken eine mittlere bis untergeordnete Rolle spielt. Hierbei war jedoch die Rissausbildung relevant. Bei querkraftbewehrten Plattenbalken konnte dieser Anteil auf unter 10 % beziffert werden.

7 FE-Simulationen an einem runden Korn

Walravens Zwei-Phasen-Modell [7] beschreibt die Übertragung von Spannungen in Rissen von reinen Schubversuchen gut im Abgleich zu den Versuchswerten (s. Kap. 3.9). Eine bemerkenswerte Eigenschaft dieses Modells liegt in seiner umfassenden, sowohl physikalisch als auch mathematisch nachvollziehbaren Herleitung und durch den Einbezug eines probabilistischen Ansatzes. Die Güte des Modells wird nicht nur durch die Validierung mit Versuchsdaten (Bild 3-22/Bild 3-23), sondern auch durch die Anwendung in jüngeren Forschungsarbeiten [64], [70], [71], [79] sowie durch die Optimierung und Weiterentwicklung des Modells bestätigt [43], [44]. Gegenwärtig gilt das *Zwei-Phasen-Modell* als Stand des Wissens in der Beschreibung der Spannungsübertragung in Betonrissen.

Aber auch dem *Zwei-Phasen-Modell* liegen Annahmen und Vereinfachungen zugrunde, welche die praktische Anwendung des Modells erst ermöglichen. In diesem Kapitel werden diese analysiert und bewertet. Die numerischen Untersuchungen erfolgen mit der nichtlinearen FE-Software „ATENA“ der Fa. *Červenka*.

7.1 Modellbildung

7.1.1 Modellgeometrie

Die Untersuchungen der Annahmen werden an einem einzelnen, in der Zementmatrix eingebetteten, ideal kreisrunden Korn durchgeführt (Bild 7-1 a). Hieraus entstehen zwei Modelle. Zum einen wird ein vertikaler Schnitt (Bild 7-1 b) durch die Kugel geführt und so ein ebenes Modell (WalV) erzeugt (Bild 7-1 c). Zum anderen wird aus einem horizontalen Schnitt (Bild 7-1 d) ein zweites Modell (WalH) erstellt (Bild 7-1 e). Die 2D-Modelle weisen aufgrund geringerer Komplexität Vorteile im Vergleich zu einem dreidimensionalen FE-Modell auf, die sich auf die Modellierung, Konvergenz, Rechenzeiten und Visualisierung der Ergebnisse beziehen. Daher werden für die Analyse die zweidimensionalen Modellvarianten verwendet. Auch *Walraven* hat sein Rissreibungsmodell an ebenen Schnitten entwickelt.

Das vertikale und horizontale Modell sind im Wesentlichen identisch, weisen aber einige Unterschiede in Hinblick auf die Position und den Radius des Kornes auf. Beim Modell WalV besitzen die Kugel und das negative Gegenstück den gleichen Radius r_0 , da sich das Korn aus der Zementmatrix gelöst hat. Die Trennung der beiden Phasen erfolgt aufgrund des Initialrisses w_0 . Diese wird nicht simuliert, sondern bei der Modellerstellung berücksichtigt. Beim Modell WalH liegt die initiale Rissöffnung senkrecht zur Modellebene. Hieraus ergeben sich unterschiedliche Radien für das Korn r_1 und die Zementmatrix r_0 . Die Initialrissöffnung w_0 wird in den nachfolgenden Simulationen zu $w_0 = 0,4$ mm angesetzt.

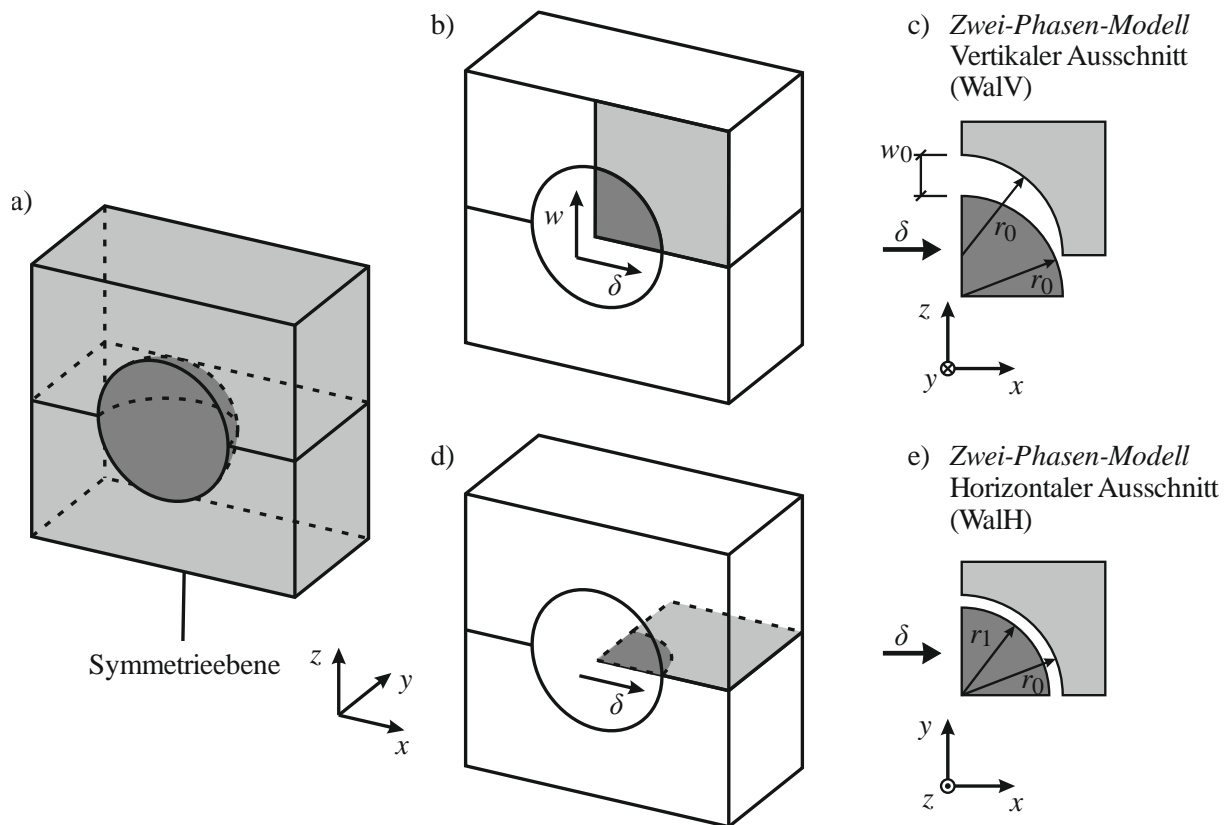


Bild 7-1 a) *Zwei-Phasen-Modell* nach Walraven; b) Vertikaler Schnitt durch die Kugel; c) 2D-Modell des vertikalen Schnitts; d) Horizontaler Schnitt durch die Kugel; e) 2D-Modell des horizontalen Schnitts

Im FE-Modell müssen 3 Strukturelemente für das Korn, die Zementmatrix und den Kontakt zwischen den beiden beschrieben werden. Für jedes dieser Elemente sind die Materialeigenschaften zu definieren (Bild 7-2). Die ebenen Modelle werden dreidimensional mit einem Element über die Tiefe diskretisiert, da ein offener Spalt und eine elastische Bettung in der dritten Raumrichtung in ATENA nur mit Volumenelementen möglich sind. WalV und WalH werden identisch modelliert, erhalten jedoch abweichende Randbedingungen, worin der wesentliche Unterschied besteht.

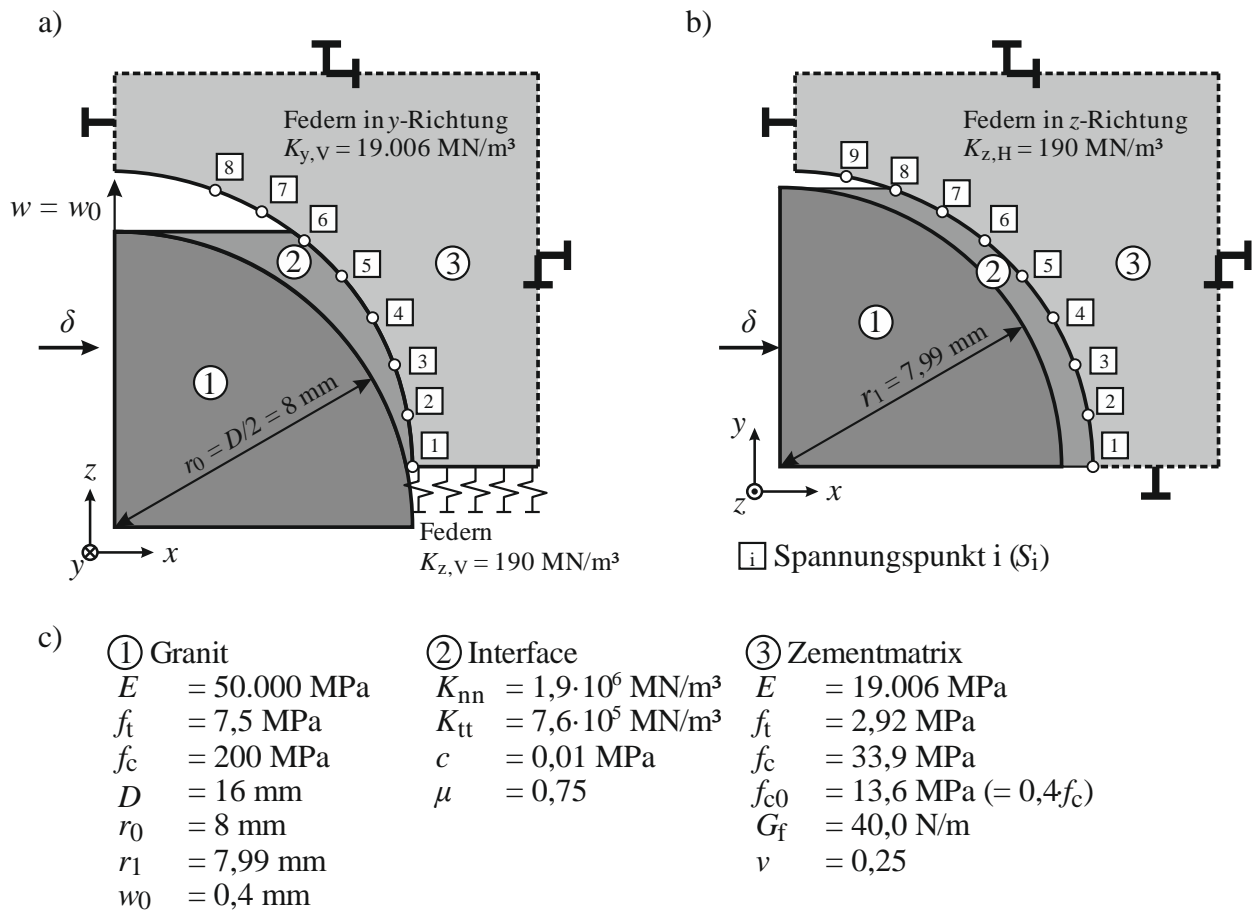


Bild 7-2 a) vertikales Modell WalV; b) horizontales Modell WalH (Darstellungen nicht maßstabsgetreu);
c) Zusammenstellung der Materialeigenschaften

7.1.2 Materialeigenschaften

Korn (Aggregate)

Das Korn wird als idealer Kreis modelliert und erhält die Materialeigenschaften des Granits, der in der vorgestellten Versuchsreihe verwendet wurde [63]. Es handelte sich dabei um Glensanda 8/16 bzw. Granit. Für die Simulationen wurden die mittleren Materialkennwerte des Granits verwendet, da keine Versuchswerte vorlagen [121]. Das Verhalten des Rechenmodells wird von der erheblich weicheren Zementmatrix bestimmt, welche einen signifikant geringeren E-Modul von $E = 10 \text{ GPa}$ als das Korn mit $E = 50 \text{ GPa}$ aufweist. Auch die Druck- und Zugfestigkeit ist sehr viel kleiner.

Kontaktelement

Das Kontaktelement (Interface) dient zur Kraft- und Verformungsübertragung von einem Finiten Element zu einem anderen, indem dieses dazwischengeschaltet wird. Das Kontaktelement verbindet die Knoten direkt miteinander. Die übertragenen Spannungen ergeben sich aus der relativen Gleitung Δv und Öffnung Δu , die nicht identisch mit der Öffnung und Gleitung der Rissmodelle sind, multipliziert mit der Normal- und Schubsteifigkeit (K_{nn} und K_{tt}) des Kontaktelements (Gl. (7.1)). Die Steifigkeiten wurden ursprünglich für den Mauerwerksbau entwickelt, wobei der E- und G-Modul des Mörtels angesetzt und durch die Mörteldicke t dividiert

werden. Das verwendete Kontaktelement soll jedoch einen Spalt zwischen zwei Materialien abbilden und erst bei Kontakt Spannungen übertragen. Aus diesem Grund werden für die Moduln die Werte des weicheren Materials angesetzt, also des Zementmörtels. Da bei einem offenen Spalt erst bei Kontakt Spannungen übertragen werden, ist die Dicke des Kontaktelements t in diesem Fall gleich Null und damit singulär. In der Programmdokumentation zu ATENA wird empfohlen, für t realistische Dicken des Mauerwerksbaus von $10 \div 20$ mm anzusetzen. Der Wert für t sollte nicht zu klein gewählt werden, um eine numerische Instabilität der Simulation zu verhindern [102]. Für die Simulationen wird $t = 10$ mm angesetzt.

$$\begin{pmatrix} \tau \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{tt} & 0 \\ 0 & K_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta v \\ \Delta u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,6 \cdot 10^5 & 0 \\ 0 & 1,9 \cdot 10^6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta v \\ \Delta u \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

mit: $K_{tt} = \frac{G}{t}$; $K_{nn} = \frac{E}{t}$

$E = 19.006$ MPa

$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{19.006}{2 \cdot (1 + 0,25)} = 7.600$ MPa

$t \triangleq$ Dicke des Kontaktelements (= 10 mm)

Das Versagen basiert auf dem *Mohr-Coulomb*-Bruchkriterium mit elliptischer Versagenskurve im Zugbereich. Der Reibungsbeiwert μ wird zu 0,75 angenommen, welcher der Gleitreibung von Beton auf Beton entspricht [122]. Es sei darauf hingewiesen, dass dies nicht mit dem Reibungsbeiwert für Rissoberflächen nach *Walraven* verwechselt werden darf. Die Kohäsion c und auch die Zugfestigkeit f_t werden zu Null gesetzt.

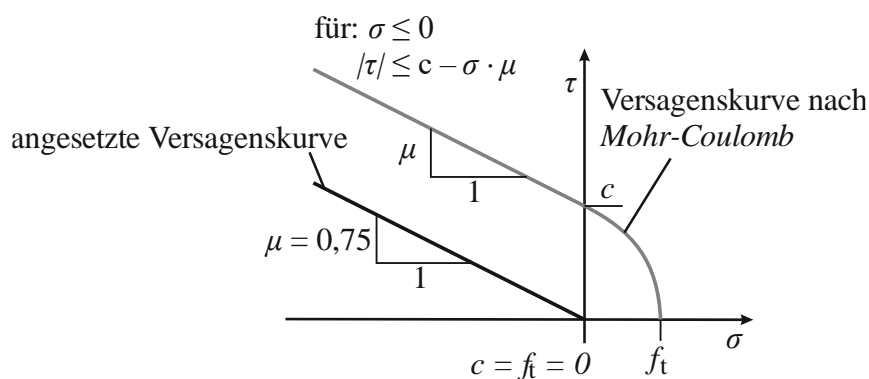


Bild 7-3 Versagenskurve nach Mohr-Coulomb für das Interfacelement und angesetzte Kurve [102]

Zementmatrix

Der Zementmatrix des FE-Modells wird das Materialmodell des Betons „CC3DNonLinCementitious2“ zugewiesen. Hierfür sind die Materialkennwerte des Zementmörtels erforderlich. Diese sind für valide Ergebnisse von entscheidender Bedeutung und

werden daher mittels eigener Materialuntersuchungen experimentell ermittelt, wobei sich die Versuche auf die wesentlichen Kennwerte, die für die FE-Berechnung notwendig sind, beschränken.

Darunter fallen die Druckfestigkeit, der E-Modul, die Spaltzugfestigkeit und die Bruchenergie. Es wurde angestrebt, der Zementmatrix identische Eigenschaften wie in den Versuchen zuzuweisen. Dementsprechend wurde die Zementrezeptur an der Betonrezeptur des Transportbetons I und II orientiert. In den vorgestellten Balkenversuchen mit einem Größtkorndurchmesser von 16 mm wurde ein Zement der Güte CEM III/A 42,5 N verwendet (Tabelle 5-3), wobei der w/z -Wert bei diesen Trägern bei 0,58 lag. Es wurde Sand 0/2 hinzugefügt. Die Zementrezeptur befindet sich in der Tabelle 7-1. Eine detaillierte Zusammenstellung der einzelnen Materialversuche ist im Anhang H zu finden.

Tabelle 7-1 Zusammensetzung der Zementmatrix für die Ermittlung der Materialparameter zur Anwendung auf das Mikromodell nach *Walraven*

	<i>FE-Mikromodell</i>
<i>Material</i>	Zementmatrix
<i>Wassergewicht</i>	30,0 kg
<i>Zement CEM III/A 42,5</i>	50,0 kg
<i>Sand 0/2</i>	200,0 kg

Druckfestigkeit

Die Druckfestigkeit der Zementmatrix wird durch die Festigkeitsklasse des Zements und den verwendeten Wasser-Zement-Wert (w/z -Wert) definiert (Tab. 5-3).

Die Materialuntersuchungen wurden entsprechend der Betondruckprüfungen nach DIN EN 12390-3:2009-07 durchgeführt. Es ergaben sich erwartungsgemäß erhebliche Abweichungen zur Betondruckfestigkeit der Versuchsbalken. Es wurde eine mittlere Druckfestigkeit von $f_{cm} = 33,9$ MPa erzielt.

Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit des Zementmörtels wird, ähnlich wie beim Beton, üblicherweise über einen Spaltzug- oder Biegezugversuch bestimmt. Die Zugfestigkeit des Zementmörtels wurde durch Spaltzugversuche nach DIN EN 12390-6:2009 bestimmt. Es ergab sich eine mittlere Spaltzugfestigkeit wurde zu $f_{ct,sp} = 2,46$ MPa, die zu einer einaxialen Zugfestigkeit von $f_{ct} = 2,92$ MPa nach Gl. (2.15) umgerechnet werden kann.

E-Modul

Der E-Modul wurde an Zylindern unter Druckbelastung nach DIN EN 12390-13:2013 ermittelt. Auch bei diesem Materialparameter liegen diverse Abhängigkeiten vor. In umfangreichen Untersuchungen von *Manns* [123] konnten dem w/z -Wert, dem Hydratationsgrad und der Porosität des Zementsteins bedeutender Einfluss auf den E-Modul zugeschrieben werden, wohingegen die Zementfestigkeitsklasse als untergeordnet eingestuft werden konnte. Des Weiteren zeigte sich, dass durch die Art der Zuschlagskörner und deren Volumenanteil der E-Modul von Beton im Vergleich zum Zementmörtel erheblich erhöht werden konnte. Aus den eigenen Materialversuchen ergab sich $E = 19.006$ MPa.

Bruchenergie

Die Bruchenergie G_f kann u. a. mittels RILEM-Biegebalken [31], aber auch durch Nanoindentation bestimmt werden [124], [125].

Aus eigenen RILEM-Balkenversuchen ergaben sich Werte von ca. $G_f = 40$ N/m. Auch diese Bruchenergie ist erheblich geringer als die des Betons, liegt jedoch in der Spannbreite der Materialkennwerte aus der Literatur [125], [126].

Querdehnzahl

Die Querdehnzahl ν kann, abweichend vom Beton, nach *Haecker* et al. [127] und *Sanahuja* et al. [128] zu $\nu = 0,25$ abgeschätzt werden.

7.1.3 Modellierung

Die beiden beschriebenen Modelle WalV und WalH werden in ein FE-Modell überführt (Bild 7-4). Die Abmessungen der Zementmatrix liegen deutlich über der Größe des Korns, um den Einfluss der steifen Lager an den Rändern zu minimieren. Die Höhe und Länge der Zementmatrix werden zu $h/l = 30/18$ mm gesetzt. Die Tiefe in y -Richtung beträgt 1 mm. Die Diskretisierung des Zementmörtels und des Korns erfolgt mit Tetraeder- bzw. Quaderelementen mit einer Kantenlänge von 1 mm. Das Kontaktelement und damit auch die Kontaktflächen werden ebenfalls mit 1 mm vernetzt. Es werden quadratische Ansatzfunktionen für alle Elemente verwendet. Zuletzt werden Messpunkte definiert (Bild 7-2). Die Verformungsmessung erfolgt am Granitkorn. An der Kontaktlinie aufseiten der Zementmatrix werden die Spannungen in x - und z -Richtung als auch die Hauptspannungen ermittelt. In horizontaler (Schubkraft) und vertikaler (Normalkraft) Richtung werden die Kräfte ebenfalls ausgegeben.

In der dritten Raumrichtung (y) ist eine elastische Bettung vorgesehen. Der dreidimensionale Spannungszustand sollte durch eine starre Lagerung nicht überschätzt werden. Die Verformungen in diese Richtung sollen entsprechend der Steifigkeit des Zementmörtels zugelassen werden. Im vertikalen Modell beträgt die elastische Bettung $K_{y,v} = 19.006$ MN/m³, angelehnt an den E-Modul

der Zementmatrix. Im horizontalen Modell liegt die Rissebene vor, wonach die Steifigkeit $K_{y,H}$ ausgeschaltet werden müsste. Aus Gründen der Konvergenz wird hier jedoch eine elastische Bettung angeordnet, die einem Hundertstel des E-Moduls entspricht, also $K_{y,H} = 190 \text{ MN/m}^3$. Beim vertikalen Modell werden an der Rissebene ebenfalls lineare Federn angeordnet, die zu verbesserter Konvergenz führen. Darüber hinaus wird an der freien Kante eine zusätzliche Elementreihe mit einer Höhe von 0,5 mm eingefügt, die die Singularität am Spannungspunkt 1 mindern soll. Über diese Elemente werden keine Kontaktkräfte übertragen. Diese Abweichung von der Realität besitzt nur einen marginalen Einfluss auf die Ergebnisse.

Die Verformung des Granitkorns erfolgt nur in horizontaler Richtung, entsprechend der Modellvorstellung von *Walraven*.

Die Lösungsfindung erfolgt in diesen Simulationen abweichend zu den Balkenberechnungen (s. Kap. 6.2) mittels Bogenlängenverfahren. Denn das Nachbruchverhalten spielt bei diesen Berechnungen eine besondere Rolle, wobei das Bogenlängenverfahren die besseren Ergebnisse liefert.

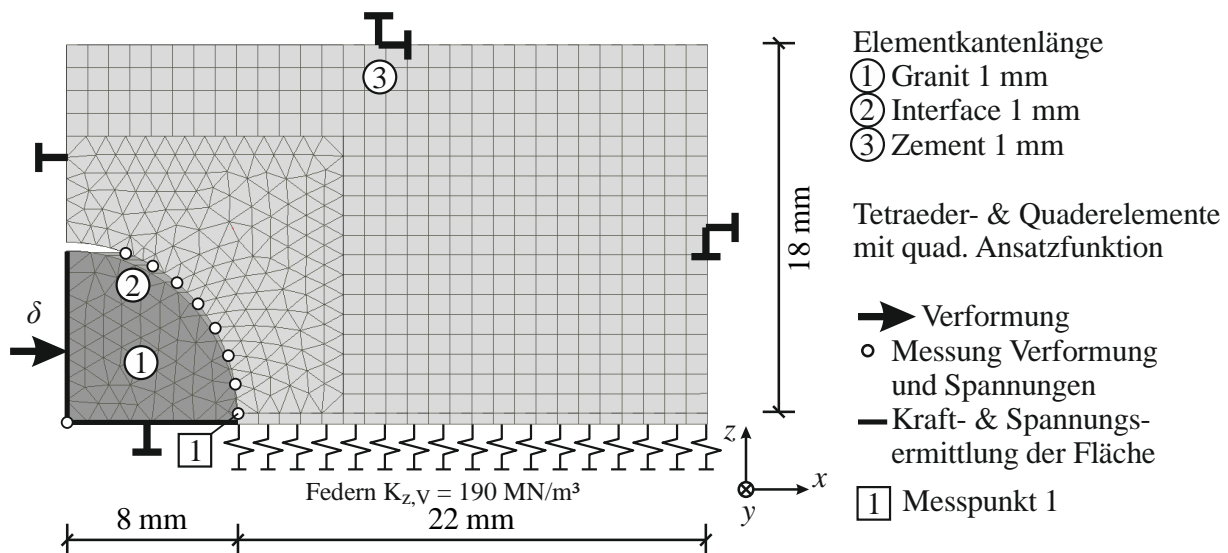


Bild 7-4 FE-Modell am Beispiel WalV mit Randbedingungen und Messpunkten

7.2 Modellannahmen

Nachfolgend sollen die Annahmen des *Zwei-Phasen-Modells* mittels der nichtlinearen FE überprüft werden. In Kapitel 3.1 (S. 18) sind die von *Walraven* verwendeten Annahmen aufgelistet. Diese werden in zwei Gruppen unterteilt, wobei zwischen überprüften und nicht überprüften Modellannahmen unterschieden wird.

7.2.1 Nicht überprüfte Modellannahmen

In der Gruppe der nicht überprüften Modellannahmen fallen diejenigen, welche sehr gut begründet sind und mit einer Analyse erhebliche Schwierigkeiten einhergehen. Es folgt eine Auflistung mit einer kurzen Begründung für die getroffene Einordnung.

Idealisierung des Kornes als Kugel

In dem *Zwei-Phasen-Modell* wird das Korn als Kugel (bzw. Zylinder) idealisiert. Dies stellt eine grobe Vereinfachung dar, denn typischerweise besitzen Körner eine zufällige kantige oder ovale Form, die wesentlich von einer Kugel abweicht. Aufgrund dieser Tatsache kann die Form und damit auch die Kraftübertragung in einem Riss nicht vorhergesagt werden. Die Berechnung der Kraftübertragung müsste für jedes Korn separat erfolgen. Durch die Vereinheitlichung der Körner zu Kugeln werden die übertragenen Spannungen verallgemeinert, da nur die Größenverteilung bekannt sein muss. Verkantungen von Körnern, die zu einer erheblichen Steigerung der Spannungsübertragung führen, bleiben unberücksichtigt. Dadurch kommt es im *Zwei-Phasen-Modell* zu einer Unterschätzung der Kraftübertragung in einem Riss. Es wird versucht, dies durch die empirischen Parameter der Fließspannung und des Reibungsbeiwerts zu kompensieren.

Ausschluss kleiner Körner ($\varnothing < 0,25 \text{ mm}$)

Der Ausschluss kleiner Körner kann sinnvoll sein, da dadurch der Rechenaufwand verringert wird und kleine Körner ab bestimmten risskinematischen Größen keinen Beitrag zur Kraftübertragung leisten können. Hierfür wurde von *Walraven* ein fester Grenzwert von $w = 0,25 \text{ mm}$ festgelegt, der in der Herleitung aber nicht wiederzufinden ist. Weder ist dieser untere Grenzwert bei der Ermittlung der Kontaktflächen in den Gln. (3.5) – (3.8) über die Integrationsgrenzen, die als Grenzwerte der beitragenden Körner interpretiert werden können, enthalten. Noch ist der Wert $0,25 \text{ mm}$ in der Kornverteilung enthalten, in der die Fuller-Kurve angesetzt wurde. Demnach erscheint eine Überprüfung dieser Annahme nicht erforderlich.

Mikrorauigkeit als dominierende Größe der Kraftübertragung

Die Rauigkeit der Rissoberfläche wird als maßgebender Mechanismus zur Übertragung von Spannungen angesehen. Diese Annahme kann durch den ebenen Riss begründet werden und zeigte sich auch bei der photogrammetrischen Auswertung des Biegeschubrisses (s. Kap. 5.7.4). Diese Annahme ist daher nachvollziehbar.

Kräfte senkrecht zur Bewegungsrichtung heben sich auf

Die Kräfte in y -Richtung senkrecht zur Bewegungsrichtung (Bild 7-2) werden außer Acht gelassen, da durch die Idealisierung der Körner zu Kugeln eine Achsensymmetrie zu der xz -Ebene vorliegt. Es herrscht ein Gleichgewicht auf globaler Ebene der Kräfte in y -Richtung. Damit kann diese Modellannahme als begründet eingestuft werden. Eine Betrachtung auf lokaler Ebene könnte zu einer ungleichmäßigen Spannungsverteilung führen, die durch stark differierende Korngrößen entstände. Auf Mikroebene ist diese Modellannahme in Zweifel zu ziehen. Im Rahmen dieser Analyse findet keine Überprüfung statt.

Herleitung am einzelnen Korn

Die Vereinheitlichung der Körner zu Kugeln bringt den Vorteil mit sich, dass das Kräftegleichgewicht an einem Korn aufgestellt und durch einen probabilistischen Ansatz auf alle weiteren transferiert werden kann. Hierbei wird außer Acht gelassen, wie bei der vorherigen Modellannahme beschrieben, dass sich benachbarte Körner gegenseitig beeinflussen.

Konstante Wahrscheinlichkeitsverteilung der Einbindetiefe

Die Einbindetiefe der Körner beeinflusst wesentlich die Kraftübertragung und ist daher von großer Bedeutung. Aufgrund einer zufälligen Verteilung der Körner in der Betonmatrix und einer ebenen Rissfläche ist die Annahme einer konstanten Wahrscheinlichkeitsverteilung der Einbindetiefe begründet, lässt sich jedoch schwerlich überprüfen.

7.2.2 Überprüfte Modellannahmen

Die verbliebenen Modellannahmen betreffen die Reduktion des Problems auf ein ebenes, zweidimensionales Modell und die angesetzten Materialeigenschaften. Diese werden anhand der Ergebnisse der vorgestellten FE-Simulationen untersucht.

Homogenes, ideal-plastisches Materialverhalten der Zementmatrix und starre Kugel

Eine wesentliche Vereinfachung des Modells stellen die Materialeigenschaften der zwei Phasen dar. *Walraven* nimmt an, dass es sich bei einem Zuschlagskorn um eine absolut starre Kugel handelt, die keinerlei Verformung ihrer Oberfläche zulässt. Im Unterschied dazu erhalten in den FE-Simulationen die Kugeln die Materialkennwerte von Granit, da diese Gesteinsart einen Großteil des in den Balkenversuchen verwendeten Zuschlags ausmachte.

Das Materialverhalten der Zementmatrix wurde im *Zwei-Phasen-Modell* als ideal-plastisch angenommen, sodass bei Kontakt der beiden Körper sofort die Fließspannung übertragen wird. Im Gegensatz dazu wird in der FE-Simulation ein realistisches, nichtlineares Materialverhalten angesetzt. Dadurch ist beispielsweise ein Bruch des Materials möglich. Hierfür werden die Materialkennwerte der Zementmatrix ausgehend vom Beton des Balkens B1 der Versuchsreihe genutzt. Die wesentlichen Materialwerte sind in Bild 7-2 aufgeführt. Die Überprüfung der Modellannahme erfolgt am Modell WalV mit realistischen Materialeigenschaften.

Kraftermittlung an einer ebenen Scheibe

Bei Kontakt der Kugel mit der Zementmatrix werden normal und senkrecht zur Kugeloberfläche Schub- und Normalspannungen übertragen. Demnach besitzt jeder Spannungsvektor seine eigene Wirkungsrichtung. Durch die Reduzierung des 3D-Modells zu einem 2D-Modell werden die Spannungsvektoren implizit rotiert, sodass diese in der xz -Ebene liegen. Durch diese Rotation werden die Kontaktspannungen in x - und z -Richtung möglicherweise überschätzt (Bild 3-2 c, d).

Das Modell WalH dient zur Überprüfung der Spannungsverteilungen in x - und y -Richtung. Durch die Messpunkte an der Kontaktfläche zwischen dem Korn und der Zementmatrix lässt sich ein Spannungsverlauf senkrecht zu *Walravens* Modellebene bestimmen, um die Legitimation des 2D-Modells zu überprüfen.

Plastische Verformungen

In *Walravens* Modell werden die plastischen Verformungen der Zementmatrix nicht berücksichtigt. Da die Rissöffnung und -gleitung aufeinanderfolgend aufgebracht wurden, war dies auch nicht notwendig. Wird jedoch eine realistische Risskinematik aufgebracht, die aus einem gleichzeitigen Öffnen und Gleiten des Risses besteht, sollte die plastische Verformung des Materials Berücksichtigung finden. Dieser Aspekt wurde bereits von *Ulaga* [43] und *Guidotti* [44] in die jeweiligen *Zwei-Phasen-Modelle* eingearbeitet.

7.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse der nichtlinearen FE-Simulationen dienen zur Überprüfung und Bewertung der im vorherigen Abschnitt aufgeführten Modellannahmen von *Walraven*. Dafür werden die Kraft-Verformungs-Kurven, die Spannungsverläufe entlang der Kontaktebene in den Spannungspunkten und die Versagensbilder herangezogen. Die Konvergenzwerte der FE-Berechnung können dem Anhang I entnommen werden.

7.3.1 Vertikales 2D-Modell (WalV)

Durch die Verwendung des Materialverhaltens eines Mörtels konnten realistische Reaktionen des Mikromodells ermittelt werden, da das nichtlineare Verhalten und das Versagen der Zementmatrix berücksichtigt wurden. Die mittlere Spannungsübertragung in Richtung der Belastung ($\sigma_x = \tau_{cr}$) und normal dazu ($\sigma_z = \sigma_{cr}$) sind in Abhängigkeit der Verformung in Bild 7-5 a aufgetragen. Die Schubspannungen τ_{cr} nehmen kontinuierlich zu, wobei die Steigung der σ - δ -Kurve abnimmt. Die Normalspannungen σ_z nehmen näherungsweise linear zu. Bei $\delta = 0,708$ mm erreicht die Schubspannung ein horizontales Plateau. Aufgrund anhaltender und zunehmender Überschreitung der Konvergenzgrenzen wird die Berechnung an diesem Punkt beendet.

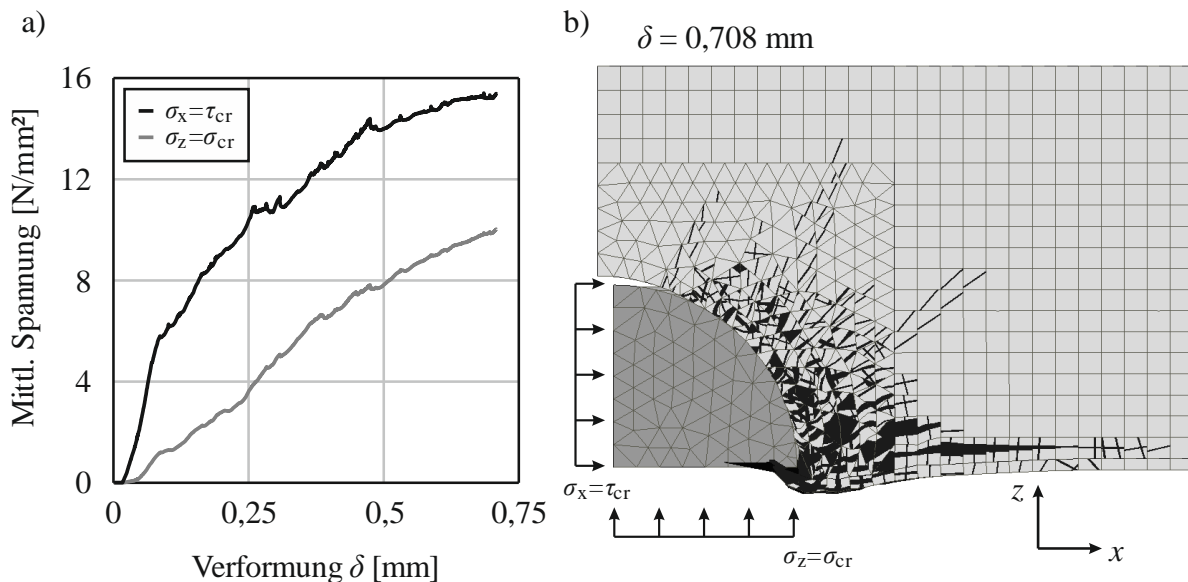


Bild 7-5 WalV: a) Die gemittelte Spannungsübertragung in Verformungsrichtung und senkrecht dazu; b) Verformung (einfach) und Risse des FE-Modells

Das Verformungs- und Rissbild (Bild 7-5 b) entspricht dem Zustand unter maximaler Belastung. Das Versagen der Zementmatrix ist vor allem im Kontaktbereich stark ausgeprägt. Es treten große Deformationen auf. Des Weiteren bilden sich Radialrisse, die in den unteren Bereichen durch Querzug infolge der hohen Druckbeanspruchungen entstehen und sich in den oberen Bereichen durch die direkte Zugbeanspruchung des Mörtels bilden. Die Verformungen am unteren freien Rand sind auf ein vollständiges Versagen der Zementmatrix im Kontaktbereich zurückzuführen.

Um das Korn herum bildet sich mit zunehmender Gleitung δ eine plastische Zone mit Hauptdruckdehnungen $\varepsilon_2 < -4$ ‰ (Bild 7-6, graue Bereiche), deren Fläche sich mit Zunahme der Verformung vergrößert. Dargestellt sind die Hauptdruckdehnungen zu verschiedenen Verformungsstufen.

Außerhalb der plastischen Zone bilden sich bei einer Verformung von $\delta = 0,4$ mm zwei Druckstreben aus, die sich am freien Rand und in 45° vom Punkt des Erstkontakts entwickeln (Bild 7-6 e). Deren Verläufe stimmen mit den Radialrissen im unteren Bereich überein und bestätigen die Vermutung eines Querzugs (Bild 7-5 b).

Des Weiteren kann an dem Dehnungsfeld *Walravens* Annahme des ideal-plastischen Materialverhaltens überprüft werden [39], [40]. Bis auf den anfänglichen Kontakt (Bild 7-6 a) an der Kontaktlinie zwischen dem Korn und der Zementmatrix gibt es zu jedem anderen Verformungszustand einen harten Übergang von einer Nulldehnung zu einer Dehnung, die den elastischen Bereich weit überschreitet (Bild 7-6 b – g). Dieser Übergang vollzieht sich von einem Knoten, in dem keine Dehnung und damit kein Kontakt vorliegt, zu einem benachbarten Knoten, an dem Kontakt mit Druckdehnungen von weniger als -4 ‰ besteht.

7.3 Ergebnisse

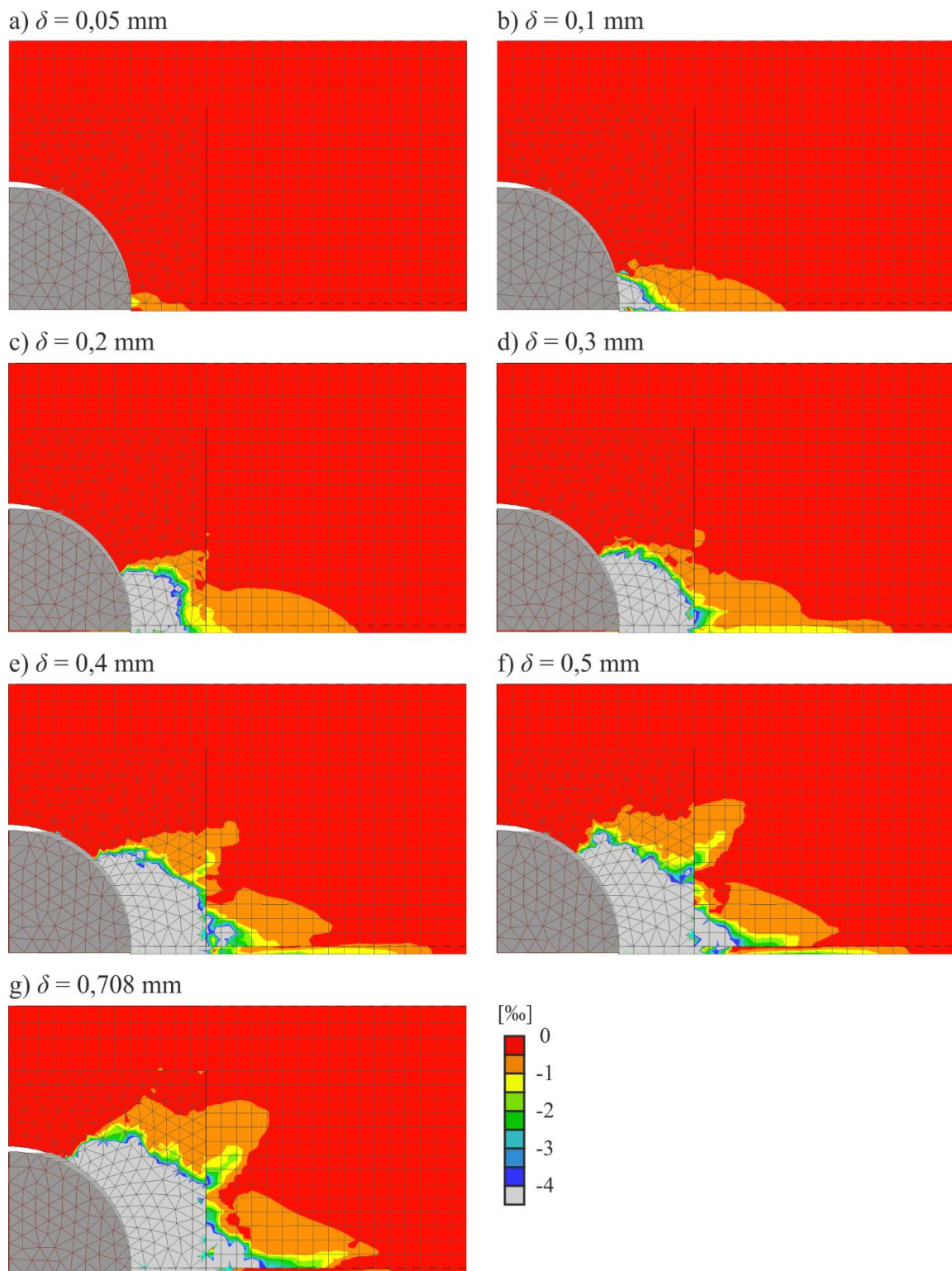


Bild 7-6 WalV: Hauptdruckdehnungen zu verschiedenen Verformungsschritten

Zur weiteren Überprüfung des ideal-plastischen Materialansatzes sind die Hauptspannungen in den Punkten $S_1 - S_8$ in Abhängigkeit von der aufbrachten Verformung in Bild 7-7 grafisch dargestellt. Diese werden mit den Fließspannungen nach *Walraven* normal (Gl. (3.18), $\sigma_{pu} = 52,1 \text{ MPa}$) und orthogonal (Gl. (3.1), $\tau_{pu} = \mu \cdot \sigma_{pu} = 0,4 \cdot 52,1 = 20,8 \text{ MPa}$) zur Kontaktlinie verglichen.

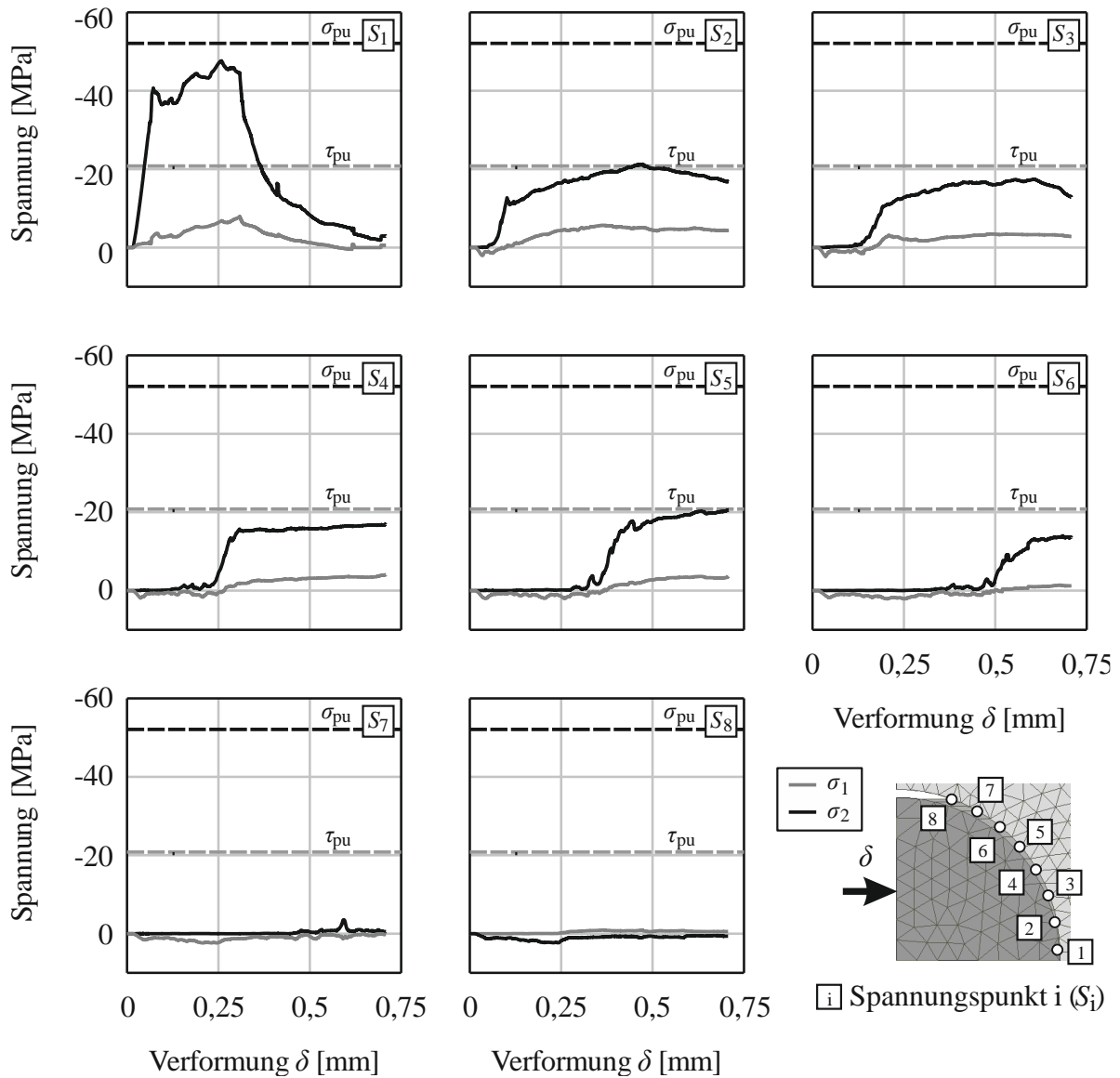


Bild 7-7 WalV: Hauptspannungen der Spannungspunkte $S_1 - S_8$
 σ_{pu} = Fließspannung und τ_{pu} = Schubfließspannung der Zementmatrix nach *Walraven*

Im Punkt S_1 tritt eine steile Zunahme der Hauptdruckspannung mit einem anschließenden unstetigen Verlauf auf, der aufgrund des freien Randes in der Rissebene auftritt. Die Fließspannung σ_{pu} nach *Walraven* wird fast erreicht. Mit weiterer Verformung tritt das Versagen ein. Die Druckspannungen nehmen erheblich ab. Dieses Versagen ist möglich, da an diesem Spannungspunkt kein starker dreidimensionaler Spannungszustand entsteht, da hier Federn an der Rissebene angeordnet waren. Aufgrund des „freien“ Randes waren dennoch starke Deformationen möglich (Bild 7-5 b). An diesem Punkt liegt auch die maximal berechnete Schubspannung mit $\tau_{max} = 8,0$ MPa vor, die durch das Versagen der Zementmatrix auf 0 MPa abfällt.

Die Spannungspunkte $S_2 - S_5$ weisen identische Verläufe auf. Die Hauptdruckspannungen bauen sich bei Kontakt schnell auf und verlaufen daraufhin nahezu konstant. Sie liegen geringfügig unterhalb der Schubfließspannung τ_{pu} nach *Walraven*. Bei S_2 und S_3 tritt bei großen Verformungen ein Lastabfall auf. Die Schubspannungen erreichen geringe Werte von maximal ~ 5 MPa und tragen

in geringem Maße zur Kraftübertragung bei. Demnach treten bei der aufgebrachtten Verformung nur marginale Gleitungen im Kontaktelement auf.

S_6 reagiert etwas weicher als die Spannungspunkte zuvor. Ein konstanter Druckspannungsverlauf entsteht aber auch hier, der jedoch geringere Spannungen aufweist. Die Schubspannungen liegen nur marginal über Null. Die letzten Spannungspunkte S_7 und S_8 weisen keinen Kontakt auf. An dieser Stelle sei nochmal darauf hingewiesen, dass die federnde Lagerung in der dritten Raumrichtung (y) wesentlichen Einfluss auf den Spannungszustand und -größe besitzt. Es ist anzunehmen, dass die Federn realistische Randbedingungen darstellen, da diese entsprechend dem E-Modul des Mörtels gewählt wurden.

Aus den Druckspannungsverläufen (Bild 7-7) und den Hauptdehnungen (Bild 7-6) ist gut zu erkennen, wie die Kontaktfläche mit der Gleitung δ zunimmt.

Die deutlich geringeren Spannungen zwischen der Simulation und dem Modell nach *Walraven* [7] werden auch durch einen Vergleich der übertragenen Kräfte F_x (Gl. (3.3)) und F_z (Gl. (3.2)) deutlich (Bild 7-8). Es ergeben sich gravierende Diskrepanzen.

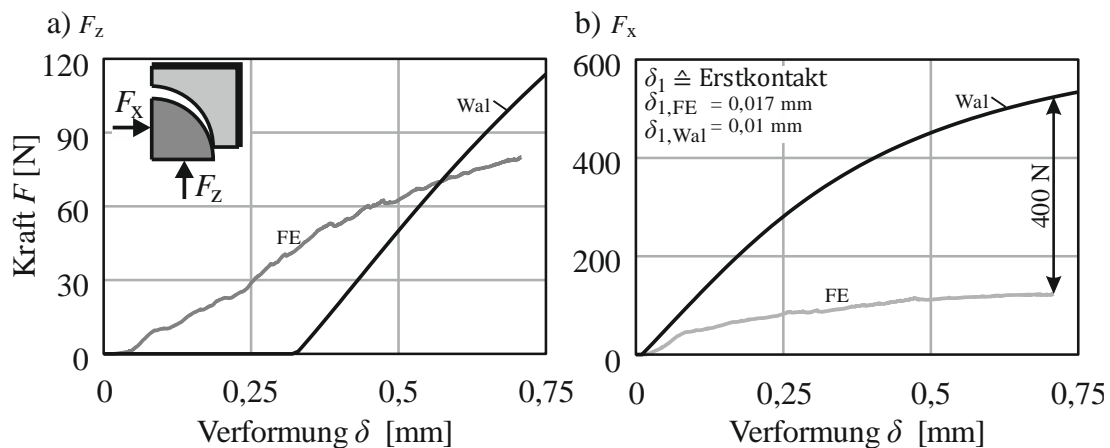


Bild 7-8 WalV: Übertragene Kräfte an einem Korn ($D = 16$ mm) in a) z -Richtung und b) x -Richtung

Der Erstkontakt $\delta_{1,FE}$ entsteht in der Simulation bei 0,017 mm und nach *Walraven* sind es 0,01 mm. Bereits bei frühem Kontakt wird in der Simulation eine Kraft in z -Richtung übertragen. Diese tritt in *Walravens* Modell erst bei deutlich höherer Verformung auf, da sich bei anfänglichem Kontakt eine rechnerisch negative Kraft durch Anwendung der Gl. (3.2) ergibt (Bild 7-8 a). Sofern dieser Wert negativ ist, wird die Normalkraft zu Null gesetzt. Bei $\delta = 0,32$ mm beginnt eine Kraftübertragung in z -Richtung. Der Kraftverlauf ist sehr viel steiler als bei der Simulation. Bei einer Verformung von 0,57 mm schneiden sich die Kraftkurven.

Die Kräfte in x -Richtung weisen anfänglich fast identische Neigungen auf. Doch bereits bei einer Verformung von etwa 0,07 mm beginnt der Kraftunterschied anzuwachsen. Die FE-Simulation reagiert deutlich weicher im Vergleich zum *Zwei-Phasen-Modell*. Im letzten Verformungsschritt ($\delta = 0,708$ mm) liegt die Diskrepanz bei 400 N (Bild 7-8 b).

7.3.2 Horizontales 2D-Modell (WalH)

Das horizontale 2D-Modell dient zur Überprüfung der Spannungsübertragung in x - und y -Richtung entlang der Kontaktlinie des Kornes (Bild 7-2 b). Da *Walravens Zwei-Phasen-Modell* auf einem 2D-Modell in Form eines vertikalen Schnitts durch den Beton beruht, wird implizit angenommen, dass in jedem vertikalen Schnitt in y -Richtung die gleichen Kontaktspannungen in der xz -Ebene übertragen werden. Es wird also immer davon ausgegangen, dass die Spannungen über die Breite der Kugel in y -Richtung konstant sind (Bild 3-2 c, d).

Die übertragenen Spannungen weisen in x - als auch in y -Richtung bis zur maximalen Belastung ein nahezu lineares Verhalten auf (Bild 7-9 a). Die maximale Spannung liegt bei $\sigma_x = 39,3$ MPa mit einer Verformung von $\delta = 0,083$ mm. Die maximale Spannung in y -Richtung liegt bei $\sigma_y = 16,7$ MPa. Anschließend ist σ_y nahezu konstant. Der komplette Bereich um das Korn ist stark geschädigt (Bild 7-9 b). Radialrisse, wie beim WalV, entstehen auch hier am unteren Rand und im oberen Bereich der Zementmatrix. Des Weiteren sind hier Risse senkrecht zur Modellebene zu verzeichnen, da es sich bei dem Modell um einen ebenen Spannungszustand handelt.

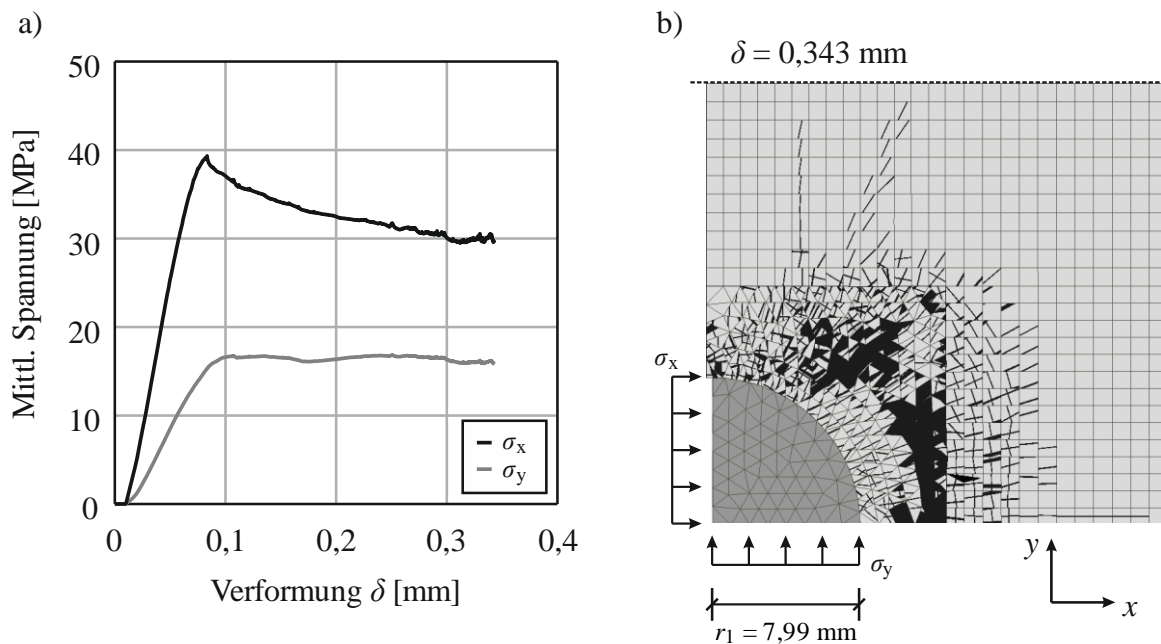


Bild 7-9 WalH: a) Die gemittelte Spannungsübertragung in Verformungsrichtung und senkrecht dazu; b) Verformung (einfach) und Risse

Die Kraftermittlung beim horizontalen Modell erfolgte analog zu WalV mit den Gln. (3.2) und (3.3) nach *Walraven*. Bei der Gegenüberstellung der Kraftkomponenten aus der FE-Simulation mit dem Rechenmodells ergeben sich deutliche Differenzen (Bild 7-10). In beiden Fällen tritt der Erstkontakt bei 0,01 mm ein, wobei die Kraftverläufe nach *Walraven* stark ansteigen und anschließend asymptotisch verlaufen. In der FE-Simulation ergeben sich zu Anfang näherungsweise lineare Verläufe. Die Kraft in y -Richtung ist nach dem Maximalwert konstant. Die Differenz liegt beim Erreichen der Maximalkraft $F_{y,FE}$ bei 88,0 % (= 117 / 133) und steigt bis zum

7.3 Ergebnisse

letzten Lastschritt auf 129,1 % (= 164 / 127) an (Bild 7-10 a). Die Kraft in x -Richtung nimmt in der Simulation nach der Maximalkraft sukzessive ab. Beim Maximalwert der Kraft $F_{x,FE}$ liegt die Abweichung zwischen der Simulation und *Walraven* bei 109,8 % (= 346 / 315) und steigt zum Ende hin auf 190,7 % (= 450 / 236) an (Bild 7-10 b). Die Abweichungen zwischen *Walravens* Modellvorstellung und der FE-Simulation mit realistischen Materialwerten unterschieden sich erheblich voneinander.

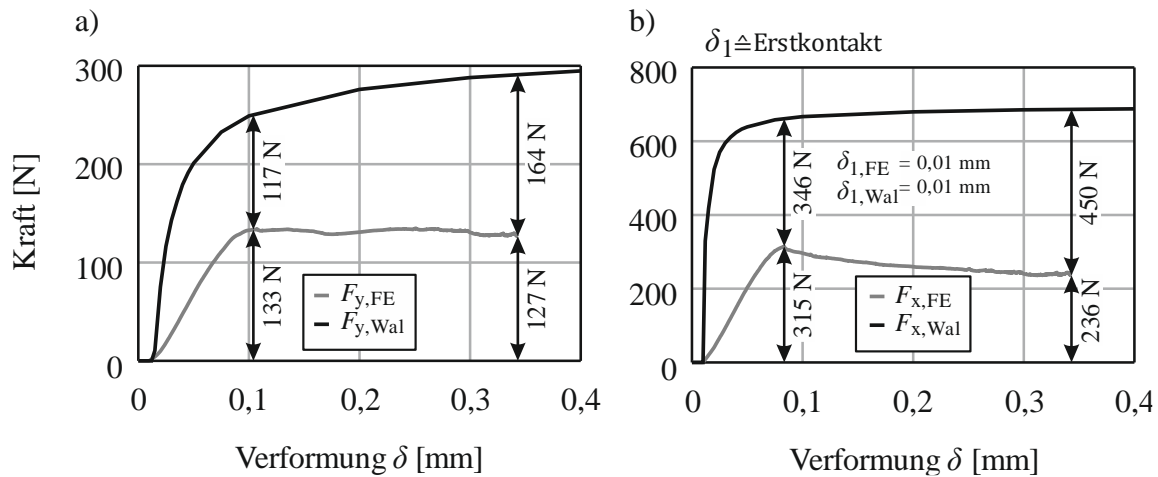


Bild 7-10 WalH: Übertragene Kräfte an einem Korn ($D = 16$ mm) in a) y -Richtung und b) x -Richtung

Die Spannungsverläufe an den Messpunkten zeigen ebenfalls ein lineares Verhalten bis zur maximalen Beanspruchung (Bild 7-11). Die Spannungen an $S_1 - S_6$ in x -Richtung liegen mit $34,5 \div 41,1$ MPa oberhalb der Druckfestigkeit des Zementmörtels von 33,9 MPa. An den übrigen Messpunkten sind stark reduzierte Spannungen vorhanden, da der Winkel zwischen der x -Achse und der Orthogonalen des Kontaktpunktes zunimmt. Das bedeutet, dass die Spannungen in x -Richtung σ_x bis S_6 und damit bis 50° identisch sind (Bild 7-11, $S_1 - S_6$).

Die Spannungen in y -Richtung zeigen bei $S_1 - S_3$ und S_6 Maximalwerte von $15,8 \div 25,7$ MPa, wobei das Maximum bei S_6 auftritt. Die übrigen Spannungspunkte S_4 , S_5 und $S_7 - S_9$ weisen geringere Maximalwerte zwischen $8,3 \div 14,3$ MPa auf.

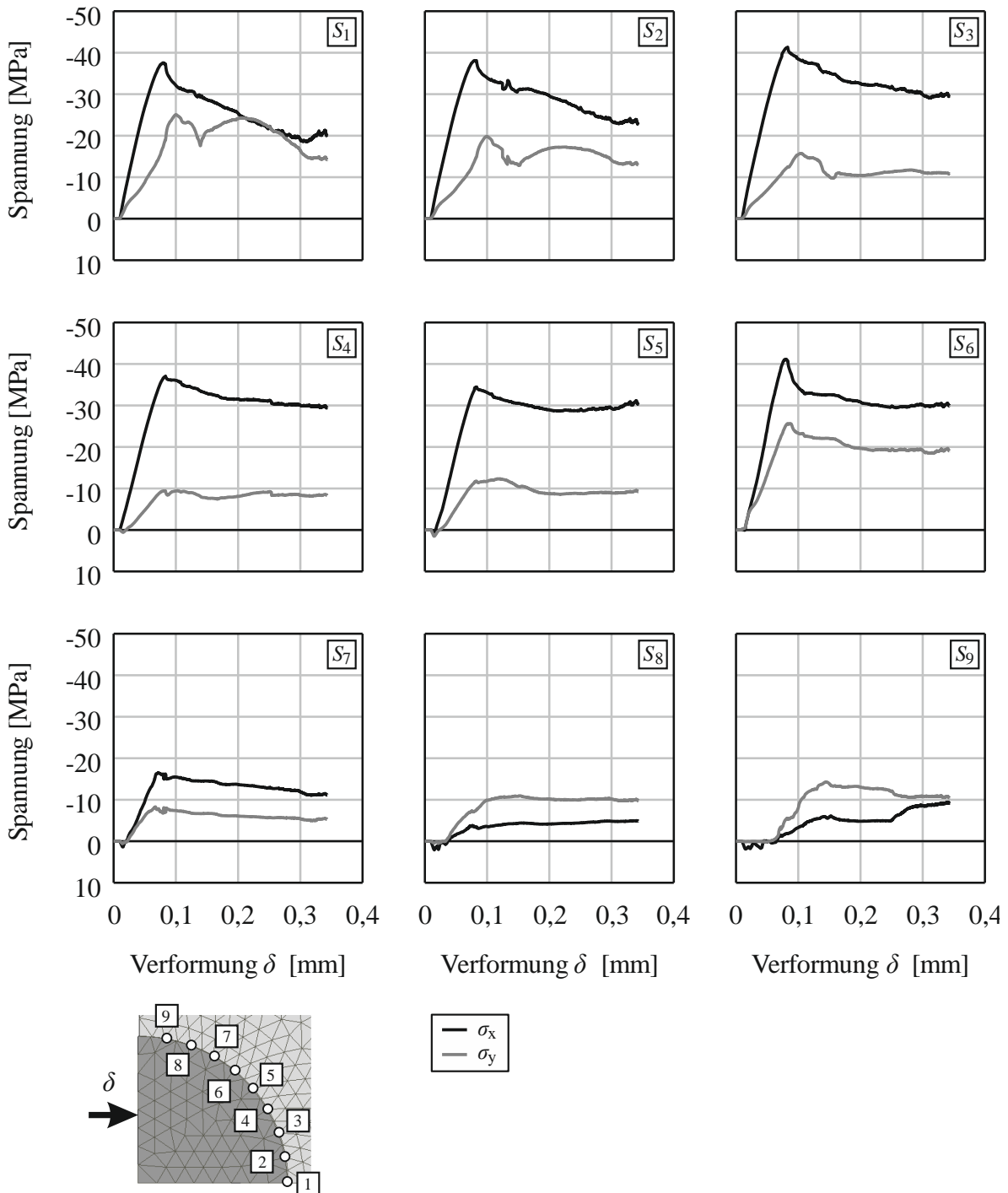


Bild 7-11 WalH: Spannungen in x - und y -Richtung der Spannungspunkte $S_1 - S_9$

Die grafische Darstellung der Spannungen zeigt bis 50° (S_6) eine nahezu gleichmäßige Verteilung in x - und y -Richtung (Bild 7-12). Dies trifft sowohl für die maximale Last als auch für den Endzustand zu. Bei S_1 und S_2 zeigt sich bereits das Versagen durch eine abnehmende Spannung. Die Annahme von *Walraven*, dass in jedem Schnitt in y -Richtung durch die Scheibe die gleiche Spannung angesetzt wird, wie in Bild 3-2 d zu sehen, ist damit zum Teil gerechtfertigt.

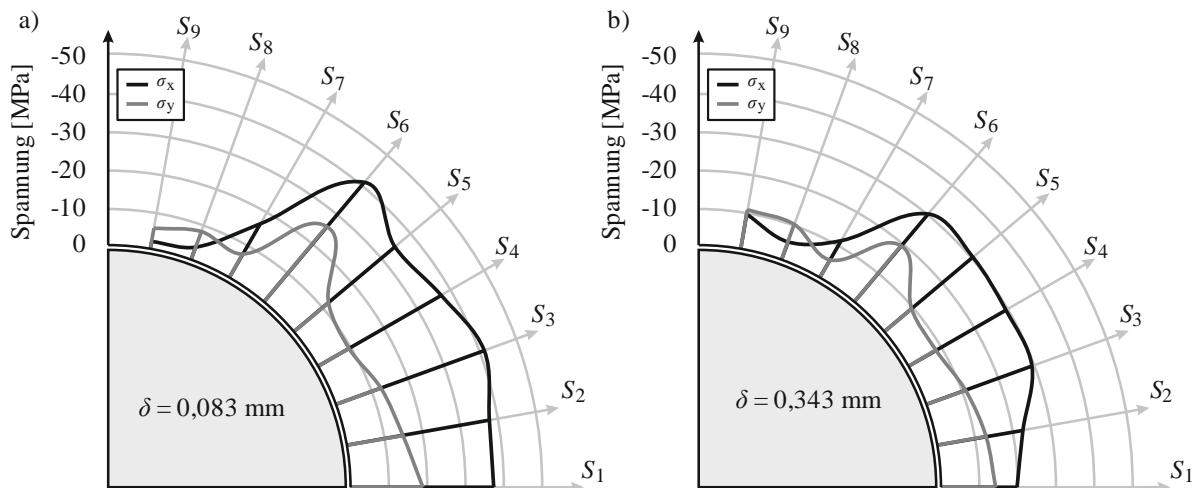


Bild 7-12 WalH: Spannungen in x - und y -Richtung a) bei maximaler Beanspruchung und b) im Endzustand

In y -Richtung tritt bei S_6 ein erhöhter Wert auf, da sich hier eine Druckstrebe ausbildet. Der Verlauf ist ansonsten gering linear abnehmend von S_1 zu S_9 . Diese werden in *Walravens* Modell negiert, da sich die positiven und negativen y -Spannungen ausgleichen, was durch die Symmetrie des Modells ebenfalls zutreffend ist.

7.4 Zusammenfassung

Walravens Mikromodell [41] konnte erfolgreich modelliert und simuliert werden. Auch die Kontaktbedingungen ließen sich durch das FE-Modell realistisch abbilden. Aus den gezeigten Simulationsergebnissen können wesentliche Erkenntnisse gewonnen werden, die im Widerspruch zu *Walravens* Annahmen stehen, aber auch seine Annahmen numerisch nachvollziehbar machen:

- Abweichung der Materialkennwerte des Mörtels

Die Materialkennwerte des untersuchten Mörtels, die für die Zementmatrix verwendet wurden, weichen stark von denen eines Betons ab. Daraus ergibt sich ein Einfluss auf die übertragenen Kräfte am einzelnen Korn.

- Übertragene Kräfte werden durch das *Zwei-Phasen-Modell* erheblich überschätzt

Die Entfestigung und das Nachbruchverhalten des Mörtels werden im *Zwei-Phasen-Modell* nicht berücksichtigt. Diese haben jedoch einen wesentlichen Einfluss auf die übertragenen Kräfte eines Kornes, was am FE-Modell WalV gezeigt werden konnte. So setzte am Spannungspunkt S_1 das Versagen ein und an den Spannungspunkten S_4 und aufwärts begann die Kraftübertragung (Bild 7-7). Beim FE-Modell WalH war dieser Effekt in den Spannungspunkten $S_1 - S_7$ beobachtbar (Bild 7-11). Dadurch entstehen erhebliche Differenzen zwischen dem *Zwei-Phasen-Modell* und der FE-Simulation. Durch das *Zwei-Phasen-Modell* erfolgt demnach eine Überschätzung der Kraftübertragung in Bezug auf die Schubkraft F_x und die Druckkraft F_z , sofern große Verformungen vorliegen (Bild 7-8 und

Bild 7-10). Dass die Spannungsübertragung in Schubversuchen dennoch hohe Übereinstimmung liefert, muss auf andere Effekte zurückzuführen sein.

- Mörtel verhält sich bis zur Maximalspannung linear-elastisch

Die Zementmatrix verhält sich bei Kontakt in den überprüften Fällen zu Anfang linear-elastisch. Um die Maximalspannung zu erreichen, sind daher große Verformungen von einigen Hundertstel Millimetern erforderlich (Bild 7-8 und Bild 7-10). Dies ist ein Unterschied zum ideal-plastischen Materialverhalten von *Walraven*.

- Randbedingungen entscheidend für die Ergebnisse

Die Randbedingungen des FE-Modells, insbesondere entlang der dritten Raumrichtung, besitzen einen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse, denn davon hängt im Wesentlichen der dreiaxiale Spannungszustand ab. Das *Zwei-Phasen-Modell* berücksichtigt jedoch nicht das Versagen der Zementmatrix senkrecht zur Rissebene, das in den FE-Simulationen durch die federnde Lagerung bei WalV und dem ebenen Spannungszustand bei WalH möglich war (Bild 7-2).

- WalV: Fließspannung im Mörtel wird nicht erreicht

Die empirisch ermittelte Fließspannung σ_{pu} auf Basis der Mörteldruckfestigkeit tritt in keinem der Spannungspunkte auf. Nur an S_1 konnte eine hohe Druckspannung übertragen werden. An $S_2 - S_5$ lagen die maximalen Druckspannungen näherungsweise konstant bei unter $\tau_{pu} = 20,8$ MPa (Bild 7-7).

- WalV: Lokale Schubspannungen weisen keine relevanten Größenordnungen auf

Die Schubspannungen erreichten keine nennenswerten Größenordnungen und lagen weit unterhalb von τ_{pu} . Die Kraftübertragung erfolgt im Wesentlichen über schiefe Druckspannungen (Bild 7-7).

- WalV: Plastische Zone ist identifizierbar

Ideal-plastisches Materialverhalten trat in den Simulationen an der plastischen Zone bei Kontakt (Bild 7-6) und in den Spannungspunkten (Bild 7-7) auf. Dies trifft nur auf das 2D-Modell WalV zu, bei dem ein dreidimensionaler Spannungszustand vorliegt. Denn bei S_1 zeigt sich dieses Verhalten nicht.

- WalH: Spannungsverlauf in x -Richtung entspricht dem *Zwei-Phasen-Modell*

Mit dem horizontalen Modell konnte gezeigt werden, dass die Spannungen in x -Richtung fast über die gesamte Breite der Kugel nahezu konstant sind. In den äußeren Schnitten der

Kugel trifft dies nicht mehr zu. Somit wird diese Grundannahme im *Zwei-Phasen-Modell* bestätigt (Bild 7-11, Bild 7-12). Ein plastisches Verhalten des Zementmörtels hat sich aber nicht ergeben.

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass es sich bei den vorgestellten FE-Analysen um reine Simulationen handelt. Die Ergebnisse sind plausibel und nachvollziehbar. Die den numerischen Berechnungen zugrunde liegende Finite Element Methode ist ein numerisches Näherungsverfahren. Die realistische Abbildung des nichtlinearen Materialverhaltens, der Risse und des Kontakts zwischen Korn und Zementmörtel ist sehr komplex. Zur Validierung der FE-Simulationen sind daher Versuche erforderlich.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Dissertation widmete sich der Querkraftübertragung im maßgebenden Biegeschubriss (Versagensriss) von 3-Punkt-Biegebalken. Im Rahmen der Untersuchung wurden Rechteckbalken ohne Schubbewehrung und Plattenbalken mit Schubbewehrung getestet. Dabei wurden verschiedene Variationen der Querschnittsgeometrie, der Betondruckfestigkeit, des Bewehrungsgrads und des Größtkorndurchmessers berücksichtigt. Die Auswertung der Balkenversuche führte zu neuen Erkenntnissen in Bezug auf den Lastabtrag durch Rissreibung. Auch die kritische Analyse der dafür nötigen Rissreibungsmodelle und die darauffolgenden numerischen Simulationen führten zu neuem Wissen. Nachfolgend werden die wesentlichen neuen Erkenntnisse kurz zusammengefasst. Die Arbeit schließt mit einem Ausblick auf das Thema des Rissverhaltens in Betonbauteilen und Vorschlägen zu weiteren Untersuchungsschwerpunkten ab.

8.1 Zusammenfassungen

8.1.1 Rissreibungsmodelle

Die Ansätze zur Beschreibung der Rissreibung (s. Kap. 3) lassen sich in drei Grundmodelle unterteilen. Das *Zwei-Phasen-Modell* von *Walraven* [7], das *Raue-Risse-Modell* von *Gambarova* und *Karakoç* [46] und das *Kontakt-Dichte-Modell* von *Li et al.* [49]. Diese weisen deutliche Unterschiede in ihren Grundannahmen und Herleitungen auf. Nach intensiver Auseinandersetzung mit den vorgestellten Rissreibungsmodellen kann geschlussfolgert werden, dass das *Zwei-Phasen-Modell* nach *Walraven* [7] in Bezug auf die Nachvollziehbarkeit und die mechanischen Grundbedingungen im Vergleich zu den übrigen Ansätzen die höchste Güte aufweist. Da es aber noch Potenzial zu Verbesserungen aufwies, wurde es von *Ulaga* [43] und später *Guidotti* [44] weiter optimiert. Trotz der getroffenen Vereinfachungen kann mit diesen Modellen die Kraftübertragung in vorgegebenen, ebenen Rissen mit zufriedenstellender Genauigkeit berechnet werden (s. Kap. 3.9). Die Spannungsverläufe der ausgewählten Schubversuche konnten durch das Modell von *Guidotti* und den Formelansatz nach *Astrup et al.* [54], der am *Zwei-Phasen-Modell* orientiert ist, am besten abgebildet werden. Die übrigen Modelle wichen mäßig bis sehr stark von den Versuchsergebnissen ab und besaßen im Nachbruchverhalten gravierende Differenzen.

8.1.2 Photogrammetrie (= DIC)

Durch die Photogrammetrie als Messmethode ist es möglich, ein flächiges Verformungsfeld der Balkenversuche aufzuzeichnen. In dieser Forschungsarbeit kam das System der Fa. GOM GmbH mit dem Softwarepaket *GOM Inspect Professional* zum Einsatz. Ein derartig komplexes Mess- und Auswertesystem setzt eine Validierung bzw. die Kenntnis der Einsatzgrenzen voraus. Hierzu wurden 2 Versuche durchgeführt. Bei einem einfachen Modell traten bei Punktmessungen Abweichungen von wenigen Mikrometern auf (Bild 4-9 und Tabelle 4-3).

Eine weitere Untersuchung wurde an einem Modell mit einem vordefinierten, zickzackförmigen Riss durchgeführt, bei dem Abweichungen zwischen der analogen Messung und dem DIC im Durchschnitt bei 0,01 mm lagen (Tabelle 4-1 und Tabelle 4-2). Die Photogrammetrie weist somit eine ausreichend hohe Genauigkeit zur Untersuchung der Kinematik von Betonrissen auf.

Bei der Dehnungsmessung mit der Photogrammetrie trat erhebliches Messrauschen auf, sofern die Standardeinstellungen verwendet wurden (Bild 4-11). Diese werden primär durch den Messpunktstandort verursacht, denn dadurch ändert sich die Bezugslänge und somit der relative Fehler der Messpunkte. Mittels einer sukzessiven Erhöhung der Einstellungsparameter wurde eine optimale Kombination gefunden, die den theoretischen Dehnungen in der Betondruckzone und den Dehnungsmessungen an der Balkenoberseite genügte (Bild 4-10).

8.1.3 Balkenversuche ohne und mit Querkraftbewehrung

Mit Hilfe verschiedener Rissreibungsmodelle wurden die Querkraftanteile aus Rissreibung durch die Photogrammetrie bestimmte Risskinematik quantifiziert. Die photogrammetrischen Messungen zeigten ein umfangreiches Verformungsfeld im Versagensbereich der Versuchsbalken [63]. Aus diesen Daten konnten die Risse frühzeitig identifiziert und deren Kinematik über den Belastungsverlauf gemessen werden (Bild 5-14 und Bild 5-18).

Aufgrund der Untersuchungen der Rissreibungsmodelle (s. Kap. 3.9) wurde das *Zwei-Phasen-Modell* nach *Guidotti* für die weitere Auswertung der Balkenversuche gewählt. Es zeigte sich, dass bei unverbügeltten Balken in den oberen flachen Rissabschnitten rechnerisch negative Rissgleitungen auftraten, die in Bezug auf die sehr kleinen Rissöffnungen groß waren und rechnerisch erhebliche Spannungsspitzen verursachten, die in der Folge nicht weiter betrachtet wurden (Bild 5-27). Ansonsten würden sich zum Teil negative Querkräfte ergeben (Bild 5-28). Die gefilterte Rissreibung der unverbügeltten Balken trug in den meisten Fällen einen geringen und in einigen Fällen einen mittleren Anteil zum Querkraftabtrag bei (Bild 5-28). Die bügelbewehrten Balken hingegen zeigten mit einer Ausnahme (Balken B6) geringe Traganteile aus der Rissreibung (Bild 5-31).

Bei den unverbügeltten Balken wurde versucht, die Schubspannungen in der Druckzone und damit V_{cc} zu ermitteln (Kapitel 0). Mit DIC ergaben sich in den meisten Fällen unplausible Verläufe der Schubspannungen und eine starke Abweichung von den theoretischen Werten (Bild 5-32). Die Ursache dafür liegt in den sehr kleinen Betondruckdehnungen und dem größeren Einfluss des Messrauschens.

In weiteren Untersuchungen haben sich unterschiedliche Indizien ergeben, wonach die Rissreibung keinen signifikanten Anteil der einwirkenden Querkraft abträgt. Die normierten Querkraftverformungskurven der unverbügeltten Balken, deren Zuschläge unterschiedliche Grenzdurchmesser aufwiesen, zeigten marginale Differenzen, wodurch zumindest kein starker

Einfluss der Rissreibung auf das Tragverhalten vorhanden sein konnte. Des Weiteren wurden ein Dutzend Literaturstellen genannt, die keine Rissgleitung, sondern eine Rotation im Bereich der Risspitze annahmen. In der vorliegenden Auswertung konnte der Nachweis erbracht werden, dass diese Annahme zutreffend ist (Bild 5-23, Anhang A). Der Rotationspunkt lag oberhalb der Risspitze. Mit diesem Wissen konnte die Risskinematik der Versuche nachgebildet werden. Wird die Rotation auf die Rissoberflächen angewandt, ergeben sich keine Kontaktpunkte (s. Kap. 5.7.4). Des Weiteren waren an der Rissoberfläche keine Kontaktsuren an markanten Körnern vorhanden, die auf eine Reibungskraft hindeuten würden (s. Kap. 5.7.2 und 5.7.3). Darüber hinaus wurde für die Balken B1.1 und B3.1 gezeigt, dass die Körner im Versagensriss durchreißen (s. Kap. 5.7.1 und Bild 5-38). Ein erheblicher Anteil der Körner in der Rissebene war davon betroffen. Alle diese Erkenntnisse deuten darauf hin, dass die Rissreibung nur marginal zum Lastabtrag beiträgt und damit die vorliegenden Rissreibungsmodelle aufgrund der zugrundeliegenden Risskinematik nicht geeignet sind, das Verhalten von Biegeschubrissen abzubilden.

Im Falle der bügelbewehrten Balken konnte ebenfalls ein charakteristisches Verhalten identifiziert werden. Die Risse wiesen anfangs reine Öffnungen auf und verformten sich mit zunehmender Belastung vertikal (Bild 5-18). Die rechnerischen Rissreibungen waren in wenigen Fällen widersprüchlich. Obwohl aufgrund der vorhandenen sehr großen Rissöffnungen keine Rissreibung möglich war, ergaben sich bei einigen Modellen Querkrafttraganteile aus Rissreibung (Bild 5-31 B8.2). Dennoch waren in diesen Fällen die Traglasten identisch zu den übrigen Balken (s. Kap. 5.6.3). Es ist daher abschließend anzunehmen, dass die Rissreibung beim Lastabtrag eine untergeordnete Rolle spielt. Auch bei den Versuchen der bügelbewehrten Balken wurde ein Großteil der Körner in der Rissebene durchtrennt, was am Beispiel B7.1 gezeigt werden konnte (Anhang E).

8.1.4 FE-Simulation der Balkenversuche

Die FE-Simulationen der Balkenversuche mit der nichtlinearen Software „ATENA“ lieferten sehr geringe Unterschiede zu den Versuchswerten. Zur Erzielung realistischer Ergebnisse war es von großer Bedeutung, die Materialkennwerte (f_c , f_t , E_c) mittels Materialprüfungen zu bestimmen. Dies trifft nicht auf die Bruchenergie G_f zu, da diese eine FE-Rechengröße und nicht einen realen Wert darstellt. Denn erst nach einer Korrektur der experimentell bestimmten Bruchenergie lieferte die genutzte Software realistische Werte (Tabelle 5-1, Tabelle 5-2, Tabelle 6-1 und Tabelle 6-2).

Zwischen Versuch und Simulation waren die Differenzen bei der Querkrafttragfähigkeit kleiner als 10 % (Bild 6-12, Bild 6-13, Bild 6-16). Aus diesen FE-Ergebnissen konnten die verschiedenen Querkrafttraganteile ermittelt werden, die im Wesentlichen identische Größenordnungen zu den

Versuchsergebnissen aufwiesen (Bild 6-19). In einigen Fällen wurden signifikante Diskrepanzen zwischen den Versuchsergebnissen und den FE-Simulationen beobachtet.

Die unverbügelten Balken zeigten in jeder Versuchsnachrechnung, dass die Druckzone die einwirkende Querkraft zu mindestens 44 % und bis maximal 59 % abtrug. Aber auch die Rissreibung, die Bruchprozesszone und die Dübelwirkung der Längsbewehrung nahmen, abhängig vom Rissbild und dem Belastungszustand, einen signifikanten Teil der Querkraft auf (Bild 6-19).

Die numerischen Simulationen der bügelbewehrten Plattenbalken lieferten eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Die Bügel- und Dübeltraganteile waren identisch zu den Versuchen. Die Rissreibung spielte demnach eine marginale Rolle bei diesen Simulationen. Darüber hinaus konnte der Traganteil des Flansches (Druckzone) mit $24 \div 44$ % quantifiziert werden (Bild 6-19).

8.1.5 FE-Simulation des *Zwei-Phasen-Modells* an einem runden Zuschlagskorn

Das *Zwei-Phasen-Modell* zeigt insgesamt zufriedenstellende Ergebnisse im Vergleich zu den Schubversuchen (Push-Off-Tests, Bild 3-22), besitzt aber einige Vereinfachungen, die mittels FE-Simulationen am einzelnen runden Korn überprüft wurden. Der Fokus dieser Untersuchungen lag vor allem auf dem Studium der Plastifizierung und dem Nachbruchverhalten der Zementmatrix. Die numerischen Berechnungen ergaben, dass die Annahmen im Modell von *Walraven* zwar nachvollziehbar sind, aber der vollplastische Ansatz vom realistischen Verhalten einer Zementmatrix teilweise deutlich abwich (Bild 7-8). An freien Rändern, wie der Rissebene, versagte bei der Simulation die Zementmatrix, wohingegen innerhalb dieser ein dreidimensionaler Spannungszustand auftrat und näherungsweise ein ideal-plastisches Verhalten zu verzeichnen war. Die vorliegenden Spannungen lagen jedoch weit unterhalb der Fließspannung. Demnach zeigte die Simulation erheblich geringere Kraftübertragungswerte (Bild 7-8 und Bild 7-10).

8.2 Ausblick

Die vorliegende Forschungsarbeit liefert einen Beitrag zum besseren Verständnis des Verhaltens von Biegeschubrissen und Nachweise für einen geringen Lastabtrag durch die Rissreibung. Diese sollten in nachfolgenden Forschungsarbeiten tiefergehender untersucht und bestätigt werden. Es werden einige Vorschläge für Forschungsschwerpunkte unterbreitet, die die Kraftübertragung in Biegebalken unter Querkraftbelastung zum Thema haben.

Versuchsreihe mit Fokus auf die Druckzone

Die Druckzone dürfte bei unverbügelten Balken und Platten der primäre Mechanismus für die Übertragung der Querkraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit sein. Eine Bestätigung dieser Vermutung erfordert weitere experimentelle Untersuchungen. Eine Möglichkeit, um genauere Dehnungsfelder zu erhalten, besteht darin, den Fokus der Photogrammetrie auf die Druckzone zu

richten. Hierfür sollte ein kleines Messvolumen mit feineren stochastischen Mustern mit der Druckzone im Bildzentrum verwendet werden, sodass die Qualität der Aufnahmen erhöht wird. Hierbei ist es ratsam, die Balkenhöhe zu vergrößern. Auf diese Weise könnte der Spannungsverlauf in der Druckzone genauer ermittelt werden. Zur Validierung der Messtechnik und der Photogrammetrie sollten auf der Rückseite der Balken die Betondehnungen diskret gemessen werden. Falls die Messdaten eine direkte Ermittlung der Schubspannungen aus den Dehnungen aufgrund von Ungenauigkeiten nicht zulassen, könnte eine indirekte Berechnung ratsam sein. *Schmidt et al.* [91] ermittelten den Schubspannungsverlauf, indem sie die Differenz der horizontalen Kräfte in zwei Schnitten der Druckzone gleich der Schubkraft zwischen ebendiesen setzten (Bild 8-1).

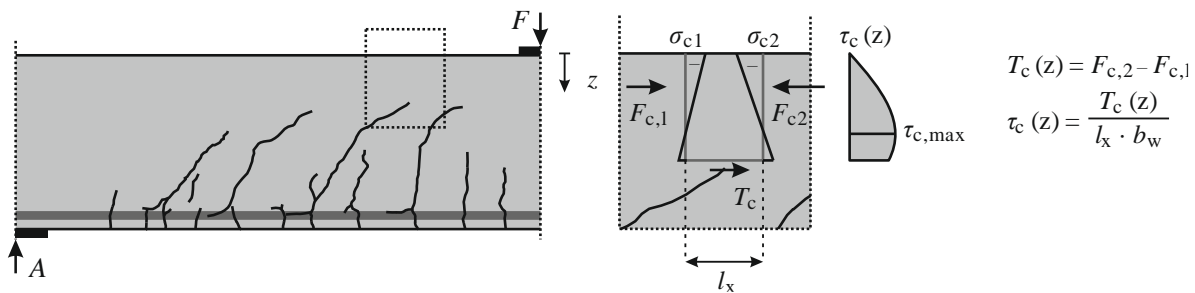


Bild 8-1 Indirekte Ermittlung der Schubspannung unter Zuhilfenahme der horizontalen Spannungen in der Druckzone

In der vorliegenden Dissertation kann diese Berechnungsmethode nicht angewendet werden, da hierfür die Druckdehnungen in der Druckzone erforderlich sind. Es konnte festgestellt werden, dass sowohl die ermittelten Gleitungen (s. Kap. 5.5.1) als auch die hier diskutierten Druckdehnungen Ungenauigkeiten aufwiesen. Dies hat zur Folge, dass die Ergebnisse nicht zufriedenstellend sind. Diese Problematik betrifft nur die Dehnungen, nicht jedoch die Verformungen und damit die Rissskinematiken.

Rissoberflächen

Die Untersuchung der Rissoberfläche lieferte interessante Erkenntnisse. In folgenden Forschungsarbeiten sollten der Versagensriss, aber auch andere Biegeschubrisse begutachtet werden. Es wird empfohlen, die Oberflächen großflächig auf Kontaktsuren zu untersuchen.

Korngehalte und -größen

In einigen publizierten Versuchsreihen (z. B. [53], [84], [95], [96]) wurde eine Korrelation zwischen dem Größtkorndurchmesser und der Querkrafttragfähigkeit festgestellt. Dass dieser Einfluss des Größtkorndurchmessers durch die Rissreibung erfolgt, konnte jedoch nicht zweifelsfrei nachgewiesen werden. Aus diesem Grund empfiehlt es sich, eine weitere Versuchsreihe durchzuführen, die den Größtkorndurchmesser und zusätzlich den Korngehalt in Bezug auf die Querkrafttragfähigkeit untersucht. Hierbei sollten mithilfe eines umfangreichen Messaufbaus die Rissreibung, die Bruchprozesszone und die Druckzone erfasst werden.

Zwei-Phasen-Modell nach Walraven

Es ist sinnvoll, die in Kapitel 7 durchgeführten Computersimulationen durch Versuche zu validieren. Dabei kann z. B. die Photogrammetrie (DIC) zur Verformungsmessung eingesetzt und mit den Werten aus der Simulation verglichen werden.

Des Weiteren sollten umfangreiche FE-Parameterstudien durchgeführt werden, um die gewählten Parameter für den Reibungskoeffizienten μ und die Fließspannung der Zementmatrix σ_{pu} zu verifizieren und ein konsistentes Modell zu erstellen.

Literaturverzeichnis

- [1] DIN e.V. (2011) *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010* 91.010.30; 91.080.40. <https://doi.org/10.31030/1723945>
- [2] CEB-FIB (2013) *Model Code for concrete structures 2010 – Design Code*. Berlin: Ernst & Sohn.
- [3] Mörsch, E. (1908) *Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung*. Stuttgart: Verlag von Konrad Wittwer.
- [4] Leonhardt, F. (1984) *Vorlesungen über Massivbau*. 3. Aufl. Berlin: Springer.
- [5] Fenwick, R. C.; Paulay, T. (1968) *Mechanisms of shear resistance of concrete beams* in: *Journal of the Structural Division* 94, H. 10, S. 2325–2350. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002092>
- [6] Schacht, G.; Bolle, G.; Marx, S. (2013) *Messen bei Querkraftversuchen* in: *Beton- und Stahlbetonbau* 108, H. 12, S. 875–887. <https://doi.org/10.1002/best.201300050>
- [7] Walraven, J. C. (1981) *Fundamental analysis of Aggregate Interlock* in: *Journal of the Structural Division* 107, H. 11, S. 2245–2270. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005820>
- [8] Leonhardt, F.; Walther, R. (1962) *Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung*. DAFStb Heft 151. Berlin: Ernst & Sohn.
- [9] Kani, G. N. J. (1964) *The riddle of shear failure and its solution* in: *ACI Journal Proceedings* 61, H. 4, S. 441–468. <https://doi.org/10.14359/7791>
- [10] ACI-ASCE Committee 445 on Shear and Torsion (1998) *Recent approaches to shear design of structural concrete* in: *Journal of Structural Engineering* 124, H. 12, S. 1375–1417. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1998\)124:12\(1375\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1998)124:12(1375))
- [11] Latte, S. (2010) *Zur Tragfähigkeit von Stahlbeton-Fahrbahnplatten ohne Querkraftbewehrung* [Dissertation]. Technische Universität Hamburg-Harburg. <http://tubdok.tub.tuhh.de/handle/11420/1054>.
- [12] Kohl, M. (2015) *Tragverhalten von Stahlbetontragwerken ohne Querkraftbewehrung unter Ermüdungsbeanspruchungen* [Dissertation]. Technische Universität Hamburg-Harburg. <http://hdl.handle.net/11420/1213>.
- [13] Kani, G. N. J. (1966) *Basic facts concerning shear failure* in: *ACI Journal Proceedings* 63, H. 6, S. 675–692. <https://doi.org/10.14359/7644>

- [14] König, G.; Zink, M. (1999) *Zum Biegeschubversagen schlanker Stahlbetonbauteile* in: Bautechnik 76, H. 11, S. 959–969. <https://doi.org/10.1002/bate.199906370>
- [15] Classen, M. (2020) *Shear Crack Propagation Theory (SCPT) – The mechanical solution to the riddle of shear in RC members without shear reinforcement* in: Engineering Structures 210, S. 1–25. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110207>
- [16] Huber, T. (2019) *Beurteilung der Querkrafttragfähigkeit bestehender Stahlbetonplattenbrücken mit Aufbiegungen* [Dissertation]. TU Wien. <https://permalink.catalogplus.tuwien.at/AC15369396>.
- [17] Paulay, T.; Loeber, P. J. (1974) *Shear transfer by aggregate interlock* in: Special Publication 42, S. 1–16. <https://doi.org/10.14359/17277>
- [18] Faron, A. (2024) *Diskrete Rissimulation von Stahlbetonbauteilen mit der XFEM* [Dissertation]. Technische Universität Hamburg. <https://tore.tuhh.de/entities/publication/d362e1a0-b502-4c3a-ad00-d13f2aeeb655>.
- [19] Vintzēleou, E. N.; Tassios, T. P. (1986) *Mathematical models for dowel action under monotonic and cyclic conditions* in: Magazine of Concrete Research 38, H. 134, S. 13–22. <https://doi.org/10.1680/mac.1986.38.134.13>
- [20] Baumann, T.; Rüschi, H. (1970) *Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung eines Stahlbetonbalkens*. DAfStb-Heft 210. Berlin: Ernst & Sohn.
- [21] Millard, S. G.; Johnson, R. P. (1984) *Shear transfer across cracks in reinforced concrete due to aggregate interlock and to dowel action* in: Magazine of Concrete Research 36, H. 126, S. 9–21. <https://doi.org/10.1680/mac.1984.36.126.9>
- [22] Autrup, F.; Jørgensen, H. B.; Hoang, L. C. (2023) *Dowel action of the tensile reinforcement in RC beams without shear reinforcement: Novel experimental investigation and mechanical modelling* in: Engineering Structures 279, H. 115471, S. 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115471>
- [23] Hordijk, D. A. (1992) *Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete, modelling and analyses* in: HERON 37 (1).
- [24] Bažant, Z. P.; Pijaudier-Cabot, G. (1989) *Measurement of characteristic length of nonlocal continuum* in: Journal of Engineering Mechanics 115, H. 4, S. 755–767. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1989\)115:4\(755\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1989)115:4(755))
- [25] Eligehausen, R.; Sawade, G. (1985) *Verhalten von Beton auf Zug. [Teil 1]* in: Betonwerk + Fertigteil-Technik 51, S. 315–322. <https://doi.org/10.18419/opus-423>

- [26] Evans, R. H.; Marathe, M. S. (1968) *Microcracking and stress-strain curves for concrete in tension* in: *Matériaux et Construction* 1, H. 1, S. 61–64.
<https://doi.org/10.1007/BF02479001>
- [27] Reinhardt, H. W. (1984) *Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete* in: *HERON* 29 (2).
- [28] Rimmel, G. (1994) *Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton*. DAFStb Heft 444. Berlin: Beuth Verlag.
- [29] Hillerborg, A. (1978) *A model for fracture analysis* [Report]. Lund University.
<https://lucris.lub.lu.se/ws/files/4765913/1786639.pdf>.
- [30] Hillerborg, A.; Modéer, M.; Petersson, P.-E. (1976) *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements* in: *Cement and Concrete Research* 6, H. 6, S. 773–781.
- [31] Hillerborg, A. (1985) *The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_F of concrete* in: *Matériaux et Construction* 18, H. 4, S. 291–296.
<https://doi.org/10.1007/BF02472919>
- [32] Malárics, V.; Müller, H. S. (2010) *Evaluation of the splitting tension test for concrete from a fracture mechanical point of view* in: *Proceedings of the conference on fracture mechanics of concrete and concrete structures — assessment, durability, monitoring and retrofitting of concrete structures*, 709–716. <https://framcos.org/FraMCoS-7/05-06.pdf>.
- [33] Malárics, V. (2010) *Ermittlung der Betonzugfestigkeit aus dem Spaltzugversuch an zylindrischen Betonproben* [Dissertation]. Karlsruhe Institut für Technologie.
<https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000023431>.
- [34] Hillerborg, A. (1983) *Analysis of one single crack* in: *Fracture Mechanics of Concrete (Developments in civil engineering)*, S. 223–249.
- [35] Muttoni, A. (2003) *Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung* in: *Beton- und Stahlbetonbau* 98, H. 2, S. 74–84.
<https://doi.org/10.1002/best.200300400>
- [36] Rombach, G. A.; Henze, L. (2017) *Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung unter konzentrierten Einzellasten* in: *Beton- und Stahlbetonbau* 112, H. 9, S. 568–578. <https://doi.org/10.1002/best.201700040>
- [37] Adam, V.; Herbrand, M.; Claßen, M. (2018) *Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Bauteilbreite und der Schubslankheit auf die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung* in: *Bauingenieur* 93, H. 1, S. 37–45.

- [38] *MATLAB Version: 9.14.0.2239454 (R2023a) Update 1* [Software].
<https://www.mathworks.com>.
- [39] Walraven, J. C.; Vos, E.; Reinhardt, H. W. (1979) *Experiments on shear transfer in cracks in concrete. Part I: Description of results* [Report]. TU Delft.
<https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:97fbae46-94e6-4cf5-901c-4ba76f28e682>.
- [40] Walraven, J. C. (1979) *Experiments on shear transfer in cracks in concrete. Part II: Analysis of results* [Report]. TU Delft.
<https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:dc647596-8806-41d4-98ba-b77887aacb30>.
- [41] Walraven, J. C. (1980) *Aggregate Interlock: a theoretical and experimental analysis* [Dissertation]. TU Delft.
- [42] Schnell, J.; Lock, M. (2009) *Umrechnung historischer Baustoffkennwerte auf charakteristische Werte* in: *Der Prüferingenieur*, S. 50–61.
- [43] Ulaga, T. (2003) *Betonbauteile mit Stab- und Lamellenbewehrung: Verbund- und Zuggliedmodellierung* [Dissertation]. ETH Zürich. <https://www.research-collection.ethz.ch/handle/20.500.11850/39740>.
- [44] Guidotti, R. (2010) *Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées* [Dissertation]. EPL Lausanne.
<https://infoscience.epfl.ch/record/150264>.
- [45] Bažant, Z. P.; Gambarova, P. (1980) *Rough cracks in reinforced concrete* in: *Journal of the Structural Division* 106, H. 4, S. 819–842.
- [46] Gambarova, Z. P.; Karakoç, C. (1983) *A new approach to the analysis of the confinement role in regularly cracked concrete elements* in: *Failure, Fracture Propagation and Ductility* 5, S. 251–261.
- [47] Walraven, J. C.; Reinhardt, H. W. (1981) *Concrete mechanics. Part A: Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading* in: *Nasa Sti/recon Technical Report N 82*.
- [48] Daschner, F.; Kupfer, H. (1982) *Versuche zur Schubkraftübertragung in Rissen von Normal- und Leichtbeton* in: *Bauingenieur* 57, H. 2.
- [49] Li, B.; Maekawa, K.; Okamura, H. (1989) *Contact density model for stress transfer across cracks in concrete* in: *Journal of the Faculty of Engineering, the University of Tokyo*, H. 1, S. 9–52.
- [50] Tirassa, M.; Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A. (2020) *Influence of cracking and rough surface properties on the transfer of forces in cracked concrete* in: *Engineering Structures* 225, S. 1–16. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111138>

- [51] Valikhani, A.; Jahromi, A. J. (2021) *Machine learning and image processing approaches for estimating concrete surface roughness using basic cameras* in: *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 36, H. 2, S. 213–226. <https://doi.org/10.1111/mice.12605>
- [52] Cavagnis, F.; Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A. (2018) *A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack* in: *Engineering Structures* 157, S. 300–315. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.12.004>
- [53] Sherwood, E. G.; Bentz, E. C.; Collins, M. P. (2007) *Effect of aggregate size on beam-shear strength of thick slabs* in: *ACI Structural Journal* 104, H. 2, S. 180–190. <https://doi.org/10.14359/18530>
- [54] Autrup, F.; Jørgensen, H. B.; Hoang, L. C. (2022) *The influence of small amounts of shear reinforcement on the shear-transferring mechanisms in RC beams: An analysis based on refined experimental measurements* in: *Structural Concrete*, S. 1–18. <https://doi.org/10.1002/suco.202200193>
- [55] Jacobsen, J. S.; Poulsen, P. N.; Olesen, J. F. (2012) *Characterization of mixed mode crack opening in concrete* in: *Materials and Structures* 45, 1-2, S. 107–122. <https://doi.org/10.1617/s11527-011-9754-5>
- [56] Luhmann, T. (2010) *Nahbereichsphotogrammetrie – Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. 3. Aufl. Berlin, Offenbach: Wichmann Verlag.
- [57] GOM GmbH (2016) *3D-Testing - Technische Dokumentation – Grundlagen der digitalen Bildkorrelation und Dehnungsberechnung*.
- [58] GOM GmbH (2018) *ARAMIS - Benutzerhandbuch Hardware – ARAMIS Adjustable 12M*.
- [59] Reu, P. (2012) *Hidden components of DIC: Calibration and shape function - Part 1* in: *Experimental Techniques* 36, H. 2, S. 3–5. <https://doi.org/10.1111/j.1747-1567.2012.00821.x>
- [60] Reu, P. (2012) *Hidden components of 3D-DIC: Interpolation and matching - Part 2* in: *Experimental Techniques* 36, H. 3, S. 3–4. <https://doi.org/10.1111/j.1747-1567.2012.00838.x>
- [61] Reu, P. (2012) *Hidden components of 3D-DIC: Triangulation and post-processing - Part 3* in: *Experimental Techniques* 36, H. 4, S. 3–5. <https://doi.org/10.1111/j.1747-1567.2012.00853.x>
- [62] Campana, S.; Fernández Ruiz, M.; Anastasi, A.; Muttoni, A. (2013) *Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure*

- kinematics* in: Magazine of Concrete Research 65, H. 6, S. 386–404.
<https://doi.org/10.1680/mac.12.00142>
- [63] Rombach, G. A.; Jauk, V.; Finger, H. (2022) *Untersuchungen zur Kraftübertragung in Rissen von Stahlbetonbalken infolge Querkraft- und Torsionsbeanspruchung* [Versuchsbericht]. Technische Universität Hamburg. <https://doi.org/10.15480/882.4188>.
- [64] Cavagnis, F.; Ruiz, M. F.; Muttoni, A. (2015) *Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results* in: Engineering Structures 103, S. 157–173.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.09.015>
- [65] Cavagnis, F.; Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A. (2018) *An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements* in: Structural Concrete 19, H. 1, S. 49–64.
<https://doi.org/10.1002/suco.201700145>
- [66] Cavagnis, F. (2017) *Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models* [Dissertation]. EPL Lausanne.
<https://infoscience.epfl.ch/record/232591>.
- [67] Völgyi, I.; Windisch, A. (2017) *Experimental investigation of the role of aggregate interlock in the shear resistance of reinforced concrete beams* in: Structural Concrete 18, H. 5, S. 792–800. <https://doi.org/10.1002/suco.201600137>
- [68] RILEM Draft Recommendation (1985) *Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams* in: Materials and structures 18, H. 4, S. 287–290. <https://doi.org/10.1007/BF02472918>
- [69] Vaz Rodrigues, R.; Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M. (2010) *Influence of shear on rotation capacity of reinforced concrete members without shear reinforcement* in: ACI Structural Journal 107, H. 5, S. 516–525. <https://doi.org/10.14359/51663902>
- [70] Koščak, J.; Damjanović, D.; Bartolac, M.; Duvnjak, I. (2022) *Shear behavior of RC beams without transverse reinforcement: An analysis of crack kinematics and transfer mechanisms based on stereophotogrammetric measurements* in: Engineering Structures 255, H. 113886, S. 1–21. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.113886>
- [71] Huber, P.; Huber, T.; Kollegger, J. (2016) *Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics* in: Engineering Structures 113, S. 41–58.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.01.025>

- [72] Huber, T.; Huber, P.; Kollegger, J. (2019) *Influence of aggregate interlock on the shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups* in: Engineering Structures 186, S. 26–42. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.01.074>
- [73] Sagaseta, J.; Vollum, R. L. (2011) *Influence of aggregate fracture on shear transfer through cracks in reinforced concrete* in: Magazine of Concrete Research 63, H. 2, S. 119–137. <https://doi.org/10.1680/mac9.00191>
- [74] Sagaseta, J. (2013) *The influence of aggregate fracture on the shear strength of reinforced concrete beams: an experimental and analytical research project* in: Structural Concrete 14, H. 4, S. 401–414. <https://doi.org/10.1002/suco.201200015>
- [75] Puhani, J. (2020) *Statistik – Einführung mit praktischen Beispielen*. 13. Aufl. Wiesbaden, Heidelberg: Springer Gabler.
- [76] Becker, B. (1993) *Statistik*. Berlin, Boston: Oldenbourg Wissenschaftsverlag.
- [77] Seemab, F.; Schmidt, M.; Baktheer, A.; Hegger, J.; Classen, M.; Chudoba, R. (2022) *On the existence of the center of rotation around a shear crack – Numerical inspection of digital image correlation measurements* in: 6. fib International Congress, S. 1460–1469. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6772459>
- [78] Seemab, F.; Schmidt, M.; Baktheer, A.; Classen, M.; Chudoba, R. (2023) *Automated detection of propagating cracks in RC beams without shear reinforcement based on DIC-controlled modeling of damage localization* in: Engineering Structures 286, S. 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116118>
- [79] Betschoga, C.; Monsberger, C. M. (2018) *Bestimmung des Kraftflusses anhand verfeinerter Messmethoden bei Querkraftversuchen an Stahlbetonbalken* in: Beton Graz '18: 4. Grazer Betonkolloquium, S. 227–235.
- [80] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M. (2008) *Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width* in: ACI Structural Journal 105, H. 2, S. 163–172. <https://doi.org/10.14359/19731>
- [81] Montoya-Coronado, L. A.; Ribas, C.; Ruiz-Pinilla, J. G.; Cladera, A. (2023) *Time-history analysis of aggregate interlock in reinforced concrete beams without stirrups* in: Engineering Structures 283, H. 115912, S. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115912>
- [82] Weerasinghe, H. C.; Lees, J. M. (2021) *The effect of shear crack geometry on aggregate interlock action in reinforced concrete* in: University of Cambridge Repository, S. 1–8. <https://doi.org/10.17863/CAM.72281>

- [83] Poldon, J. J.; Hoult, N. A.; Bentz, E. C. (2019) *Distributed sensing in large reinforced concrete shear test* in: ACI Structural Journal 116, H. 5. <https://doi.org/10.14359/51716765>
- [84] Deng, Q.; Yi, W.-J.; Tang, F.-J. (2017) *Effect of coarse aggregate size on shear behavior of beams without shear reinforcement* in: ACI Structural Journal 114, H. 5, S. 1131–1142.
- [85] Yang, Y.; Zarate, G. I.; Lantsoght, E. (2018) *Calibration of the shear stop criteria based on crack kinematics of reinforced concrete beams without shear reinforcement* in: Proceedings of the 5th fib Congress on Better, Smarter, Stronger, Melbourne, Australien, S. 1–13.
- [86] Maurer, R.; Gleich, P.; Zilch, K.; Dunkelberg, D. (2014) *Querkraftversuch an einem Durchlaufträger aus Spannbeton* in: Beton- und Stahlbetonbau 109, H. 10, S. 654–665. <https://doi.org/10.1002/best.201400054>
- [87] Jauk, V.; Rombach, G. A. (2023) *Rissreibung in Biegeschubrissen* in: Beton- und Stahlbetonbau 118, H. 7, S. 493–503. <https://doi.org/10.1002/best.202300019>
- [88] Słowik, M. (2014) *Shear failure mechanism in concrete beams* in: Procedia Materials Science 3, S. 1977–1982. <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.06.318>
- [89] Schacht, G.; Bolle, G.; Curbach, M.; Marx, S. (2016) *Experimentelle Bewertung der Schubtragsicherheit von Stahlbetonbauteilen* in: Beton- und Stahlbetonbau 111, H. 6, S. 343–354. <https://doi.org/10.1002/best.201600006>
- [90] Gross, D.; Hager, W.; Schröder, J.; Wall, W. A. (2017) *Technische Mechanik 2 – Elastostatik*. 13. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag.
- [91] Schmidt, M.; Seemab, F.; Chudoba, R.; Claßen, M. (2023) *Neue Perspektiven auf das Querkrafttragverhalten von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung* in: Beton- und Stahlbetonbau 118, S. 1–12. <https://doi.org/10.1002/best.202300030>
- [92] Albrecht, C.; Schnell, J. (2017) *Zum Einfluss einzelner Traganteile auf die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetondecken mit integrierten Hohlräumen* in: Beton- und Stahlbetonbau 112, H. 3, S. 133–143. <https://doi.org/10.1002/best.201600054>
- [93] Hegger, J.; Görtz, S.; Schwermann, R. (2002) *Analyse des Schubrißverhaltens unter Einsatz der Photogrammetrie* in: Bautechnik 79, H. 3, S. 135–143. <https://doi.org/10.1002/bate.200201200>
- [94] Ayensa, A.; Oller, E.; Beltrán, B.; Ibarz, E.; Marí, A.; Gracia, L. (2019) *Influence of the flanges width and thickness on the shear strength of reinforced concrete beams with T-shaped cross section* in: Engineering Structures 188, S. 506–518. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.03.057>
- [95] Taylor, H. P. J. (1972) *Shear strength of large Beams* in: ASCE Journal of the Structural Division 98, H. 11, S. 2473–2490. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0003376>

- [96] Savaris, G.; Pinto, R. C. A. (2017) *Influence of coarse aggregate on shear resistance of self-consolidating concrete beams* in: *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais* 10, H. 1, S. 30–40. <https://doi.org/10.1590/s1983-41952017000100003>
- [97] Yang, Y.; den Uijl, J.; Walraven, J. C. (2016) *Critical shear displacement theory: on the way to extending the scope of shear design and assessment for members without shear reinforcement* in: *Structural Concrete* 17, H. 5, S. 790–798. <https://doi.org/10.1002/suco.201500135>
- [98] Sun, C.; Chen, Q.; Xiao, J.; Ge, W. (2021) *Study on aggregate interlock behavior of pre-cracked recycled aggregate concrete without stirrups* in: *Journal of Building Engineering* 39, H. 102257, S. 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2021.102257>
- [99] Presvyri, S. (2019) *Aggregate Interlock – Extending the aggregate interlock model to high strength concrete* [Master Thesis]. TU Delft. <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:2fe5a685-7c00-488d-8841-29d5b659760c>.
- [100] Presvyri, S.; Yang, Y.; Hendriks, M.; Visser, J.; Hordijk, D. (2019) *On the extension of Walraven's aggregate interlock model based on laser scanned crack surface* in: *Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures*, S. 937–944.
- [101] Červenka, V.; Bergmeister, K. (1999) *Nichtlineare Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen - Finite-Elemente-Simulation unter Bemessungsbedingungen* in: *Beton- und Stahlbetonbau* 94, H. 10, S. 413–419. <https://doi.org/10.1002/best.199901440>
- [102] Červenka, V.; Jendele, L.; Červenka, J. (2021) *ATENA Program Documentation Part 1 – Theory*. https://www.cervenka-consulting.com/assets/files/atena-pdf/atena_theory.pdf.
- [103] Bigaj, A. J. (1999) *Structural dependence of rotation capacity of plastic hinges in RC beams and slabs* [Dissertation]. TU Delft. <http://resolver.tudelft.nl/uuid:f7b89645-75f5-463a-bec5-7da4afeb537b>.
- [104] Menétrey, P.; Willam, K. J. (1995) *Triaxial Failure Criterion for Concrete and its Generalization* in: *ACI Structural Journal* 92, H. 3, S. 311–318. <https://doi.org/10.14359/1132>
- [105] Schütte, B. (2018) *Zum Tragwiderstand querkraftbewehrter Stahlbetonbalken* [Dissertation]. Technische Universität Hamburg. <https://tore.tuhh.de/handle/11420/5185>.
- [106] Harter, M.; Jauk, V.; Rombach, G. A. (2022) *Modelling aspects of non-linear FE analyses of RC beams and slabs failing in shear* in: *Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures*. CRC Press, S. 669–678.

- [107] Červenka, V.; Červenka, J.; Jendele, L.; Smilauer, V. (2014) *ATENA simulation of crack propagation in CONCRACK benchmark* in: *European Journal of Environmental and Civil Engineering* 18, H. 7, S. 828–844. <https://doi.org/10.1080/19648189.2014.881757>
- [108] Červenka, V.; Červenka, J.; Janda, Z. (2021) *ATENA Program Documentation Part 3-2 – Example Manual ATENA Science*. https://www.cervenka.cz/assets/files/atenapdf/ATENA-Science_Example_Manual.pdf.
- [109] Kabele, P.; Červenka, V.; Červenka, J. (2010) *ATENA Program Documentation Part 3-1 – Example Manual - ATENA Engineering*. https://www.cervenka.cz/assets/files/atenapdf/ATENA-Engineering_Example_Manual.pdf.
- [110] Hsu, T. T. C.; Slate, F. O.; Sturman, G. M.; Winter, G. (1963) *Microcracking of plain concrete and the shape of the stress-strain curve* in: *ACI Journal Proceedings* 60, H. 2, S. 209–224. <https://doi.org/10.14359/7852>
- [111] van Mier, J. G. M. (1986) *Multiaxial strain-softening of concrete* in: *Materials and structures* 19, H. 3, S. 179–190. <https://doi.org/10.1007/BF02472034>
- [112] Kupfer, H.; Hilfsdorf, H. K.; Rusch, H. (1969) *Behavior of concrete under biaxial stresses* in: *ACI Journal* 66, H. 8, S. 656–666. <https://doi.org/10.14359/7388>
- [113] Stempniewski, L.; Eibl, J. (1996) *Finite Elemente im Stahlbeton* in: *Beton Kalender 1996, Teil II*, 577–647. Berlin: Ernst & Sohn.
- [114] Zilch, K.; Zehetmeier, G. (2010) *Bemessung im konstruktiven Betonbau – Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2)*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- [115] Bažant, Z. P.; Oh, B. H. (1983) *Crack band theory for fracture of concrete* in: *Materials and structures* 16, H. 3, S. 155–177. <https://doi.org/10.1007/BF02486267>
- [116] Červenka, J.; Červenka, V.; Laserna, S. (2018) *On crack band model in finite element analysis of concrete fracture in engineering practice* in: *Engineering Fracture Mechanics* 197, S. 27–47. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.04.010>
- [117] Vecchio, F. J.; Collins, M. P. (1986) *The Modified Compression-Field Theory for reinforced concrete elements subjected to shear* in: *ACI Journal Proceedings* 83, H. 2, S. 219–231. <https://doi.org/10.14359/10416>
- [118] CEB-FIB (1993) *Model Code 1990 – Design code*. London: Telford.
- [119] Slobbe, A. T.; Hendriks, M.; Rots, J. G. (2013) *Systematic assessment of directional mesh bias with periodic boundary conditions: Applied to the crack band model* in: *Engineering Fracture Mechanics* 109, S. 186–208. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2013.06.005>

- [120]Cladera, A.; Marí, A.; Ribas, C.; Bairán, J.; Oller, E. (2015) *Predicting the shear-flexural strength of slender reinforced concrete T and I shaped beams* in: Engineering Structures 101, S. 386–398. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.07.025>
- [121]Brameshuber, W. (2014) *Eigenschaften von Mauersteinen, Mauermörtel, Mauerwerk und Putzen* in: Mauerwerk Kalender 2014, S. 1–29. <https://doi.org/10.1002/9783433608050.ch1>
- [122]Maissen, A. (1993) *Festkörperreibung: Reibungszahlen verschiedener Werkstoffe* in: Schweizer Ingenieur und Architekt 111, H. 3, S. 25–29. <https://doi.org/10.5169/seals-78120>
- [123]Manns, W. (1970) *Elastizitätsmodul von Zementstein und Beton* in: Betontechnische Berichte, S. 139–164.
- [124]Oliver, W. C.; Pharr, G. M. (1992) *An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments* in: Journal of Materials Research 7, H. 6, S. 1564–1583. <https://doi.org/10.1557/jmr.1992.1564>
- [125]Taha, R. M.; Soliman, E.; Sheyka, M.; Reinhardt, A.; Al-Haik, M. (2010) *Fracture toughness of hydrated cement paste using nanoindentation* in: Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures 7, H. 5, S. 105–111.
- [126]Němeček, J.; Hrbek, V. (2016) *Nanoindentation assessed fracture toughness of cement paste* in: Defect and Diffusion Forum 368, S. 186–189. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/DDF.368.186>
- [127]Haecker, C.-J.; Garboczi, E. J.; Bullard, J. W.; Bohn, R. B.; Sun, Z.; Shah, S. P.; Voigt, T. (2005) *Modeling the linear elastic properties of Portland cement paste* in: Cement and Concrete Research 35, H. 10, S. 1948–1960. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2005.05.001>
- [128]Sanahuja, J.; Dormieux, L.; Chanvillard, G. (2007) *Modelling elasticity of a hydrating cement paste* in: Cement and Concrete Research 37, H. 10, S. 1427–1439. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2007.07.003>

Anhang A Risskinematiken der Balken bei max. Traglast

Nachfolgend sind die Risskinematiken der Balken grafisch dargestellt. Neben den Versuchswerten sind auch die Kurven angegeben, welche sich infolge einer Rotation der Rissoberfläche um die Risspitze ergeben.

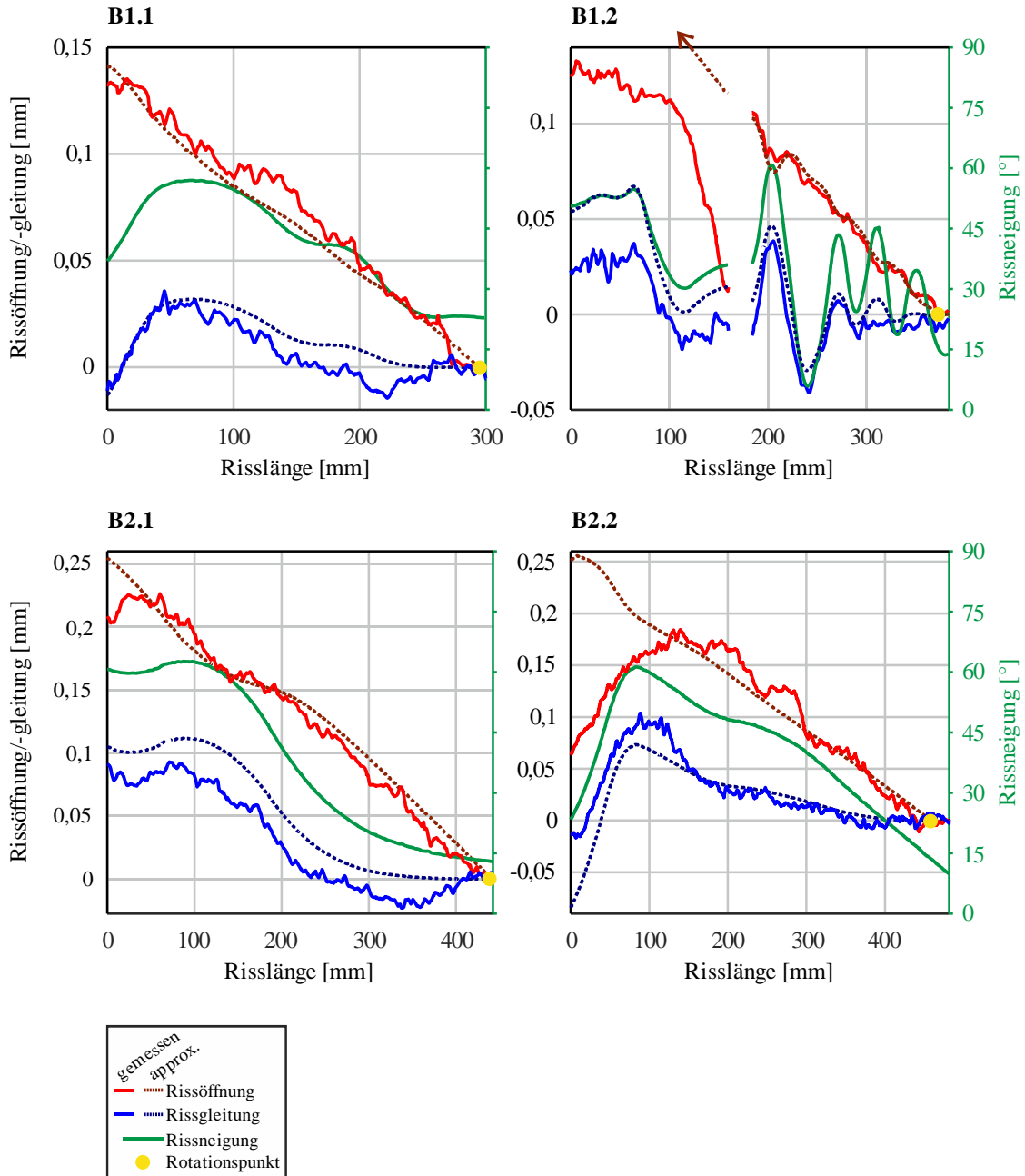


Bild A-1 Balken B1, B2: Verlauf risskinematischer Größen entlang des Versagensrisses bei V_u

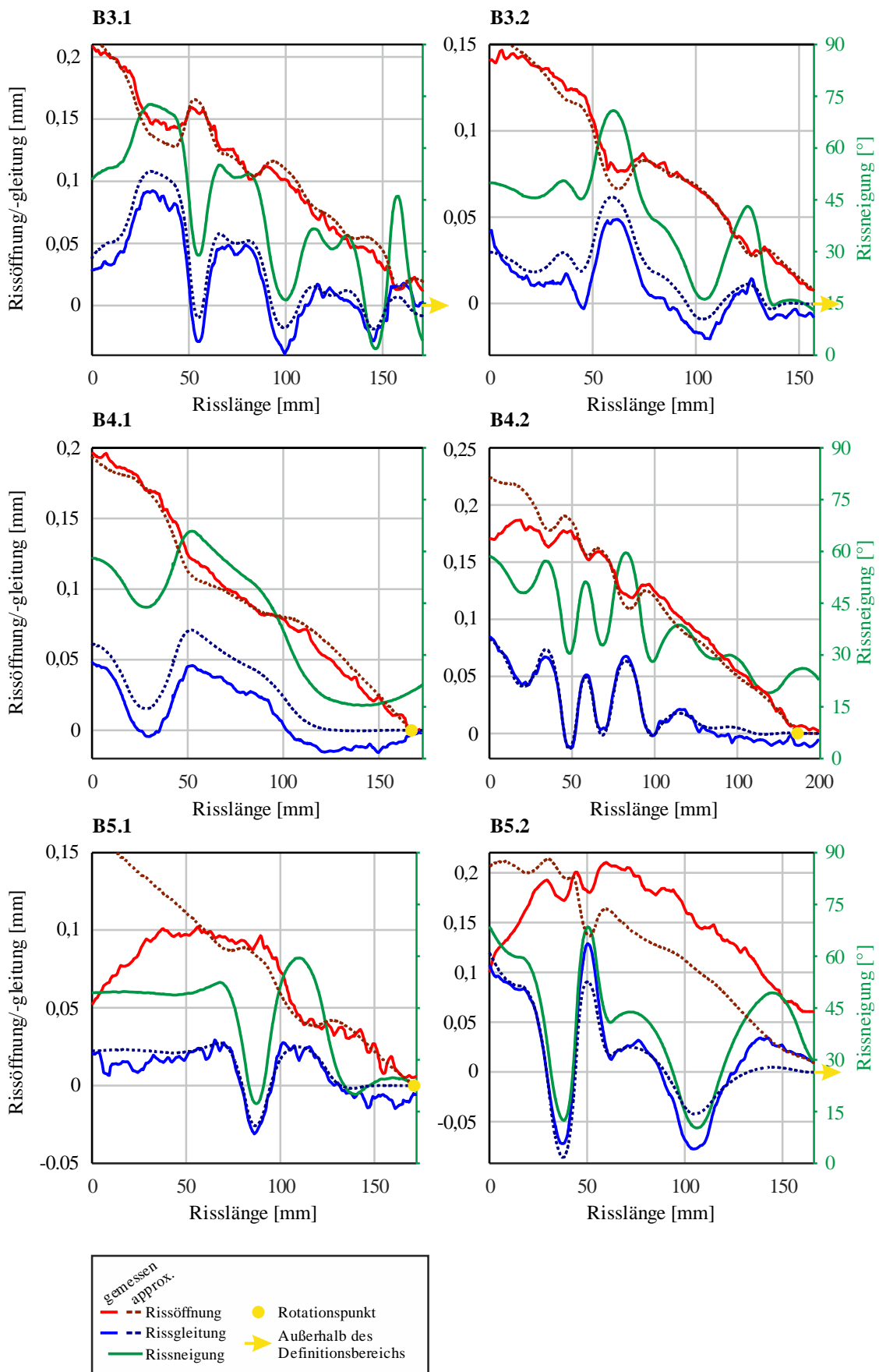


Bild A-2 Balken B3, B4, B5: Verlauf risskinematischer Größen entlang des Versagensrisses bei V_u

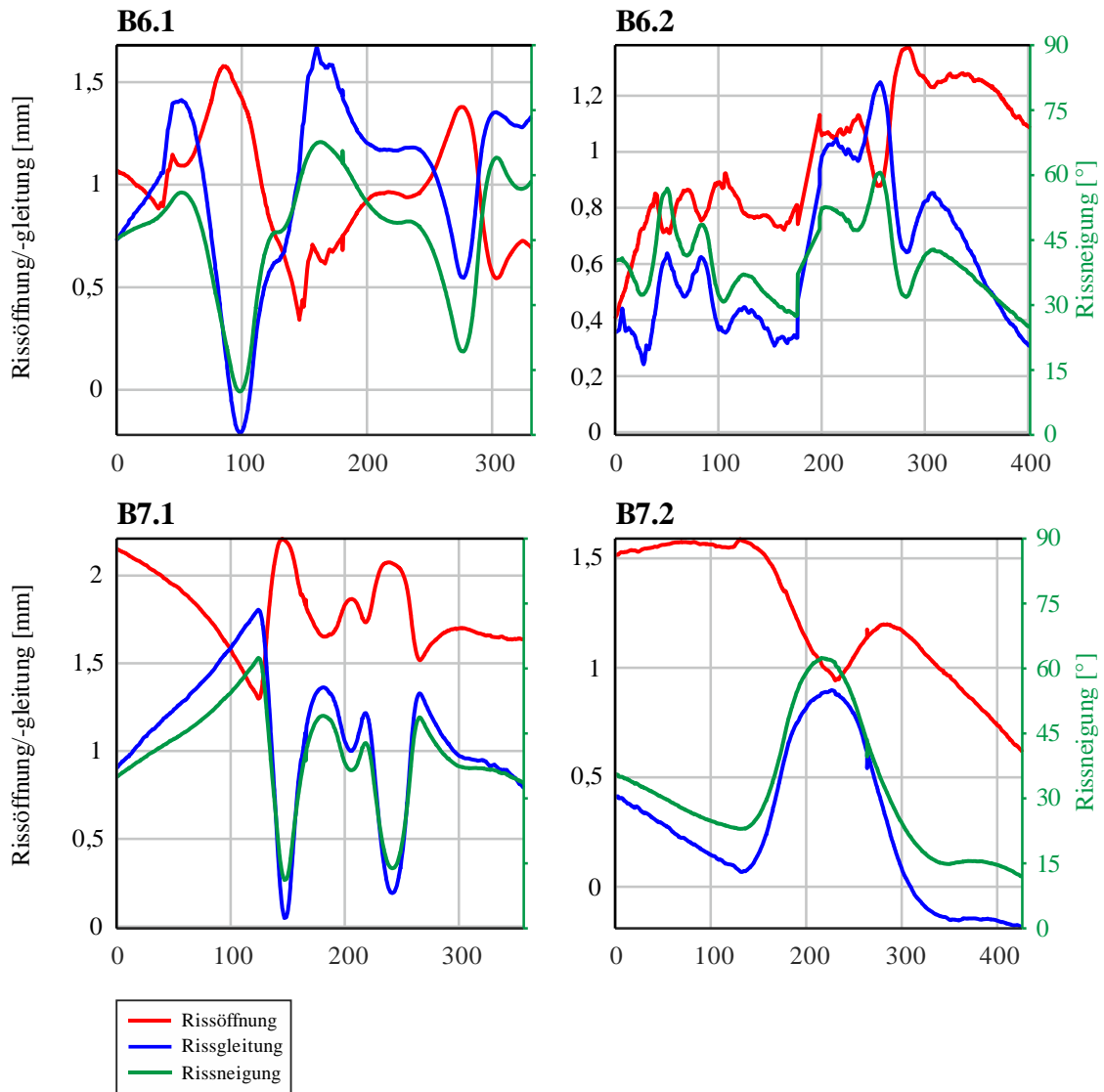


Bild A-3 Balken B6, B7: Verlauf risskinematischer Größen entlang des Versagensrisses bei V_u

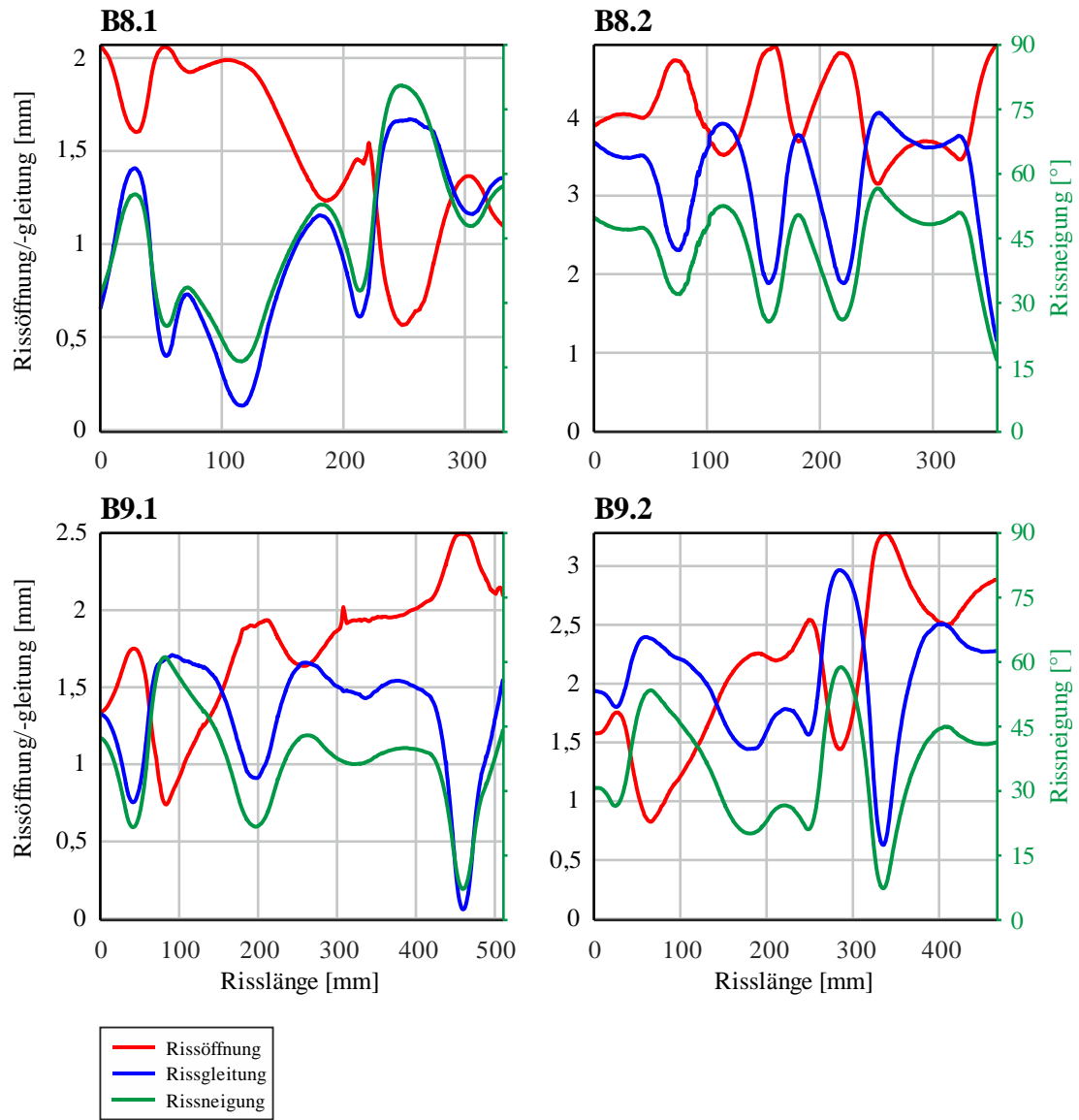


Bild A-4 Balken B8, B9: Verlauf risskinematischer Größen entlang des Versagensrisses bei V_u

Anhang B Risskinematik der Balkenversuche in einzelnen Punkten

Nachfolgend werden die Risskinematiken an diskreten Punkten der Versuchsbalken ausgewertet. Die Rissbilder können geringfügig von den Darstellungen in Bild 5-9 und Bild 5-12 abweichen, da diese aus den photogrammetrischen Aufnahmen und nicht aus den händischen Nachzeichnungen gewonnen wurden.

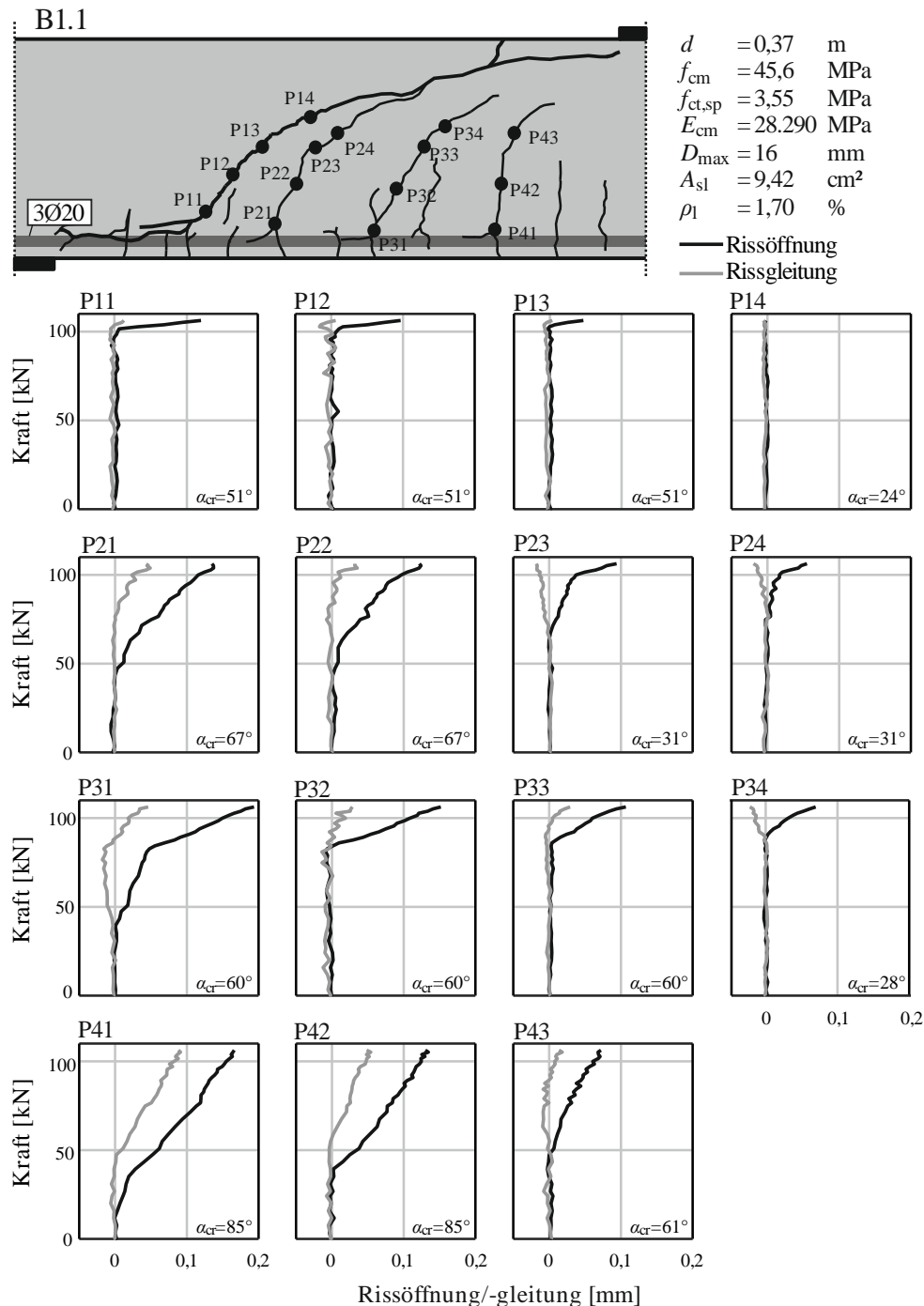


Bild B-1 Versuch B1.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

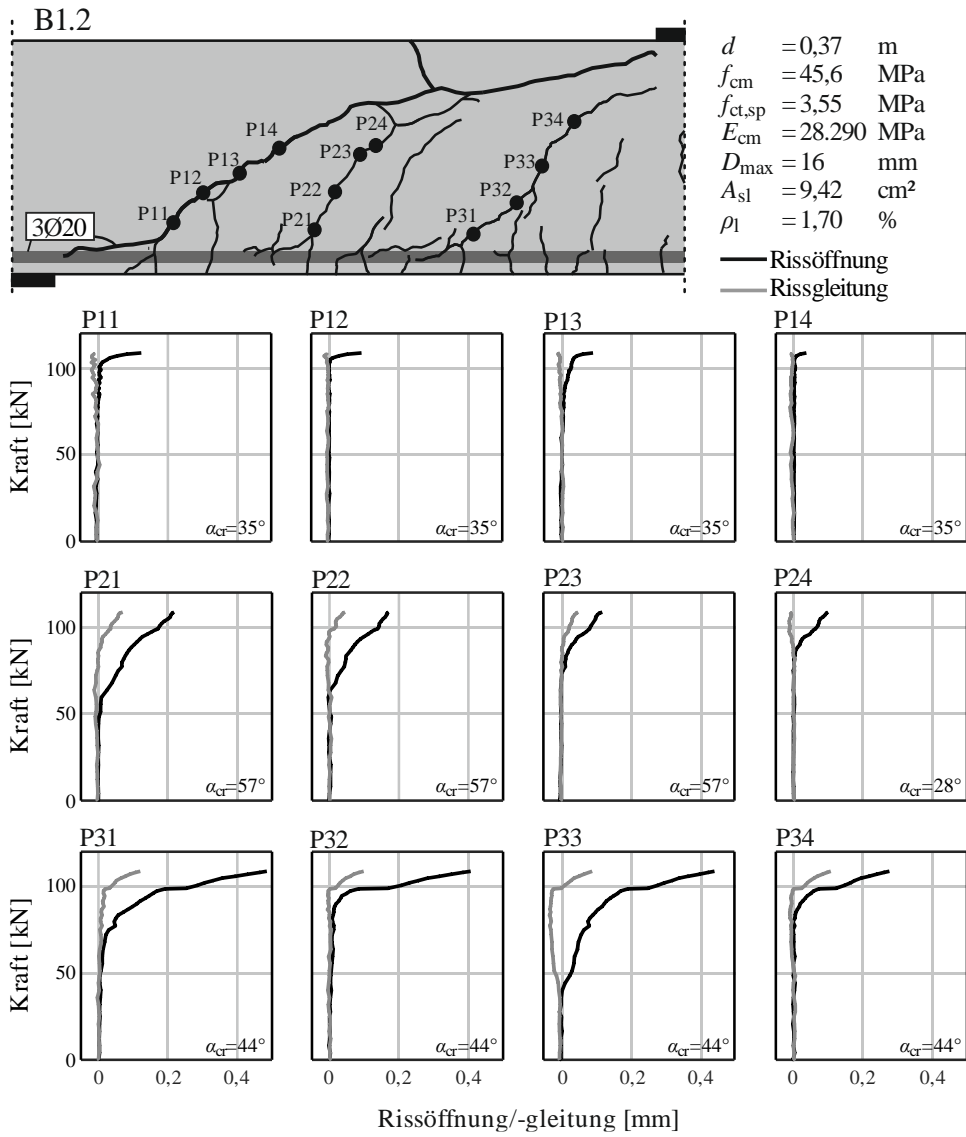


Bild B-2 Versuch B1.2: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

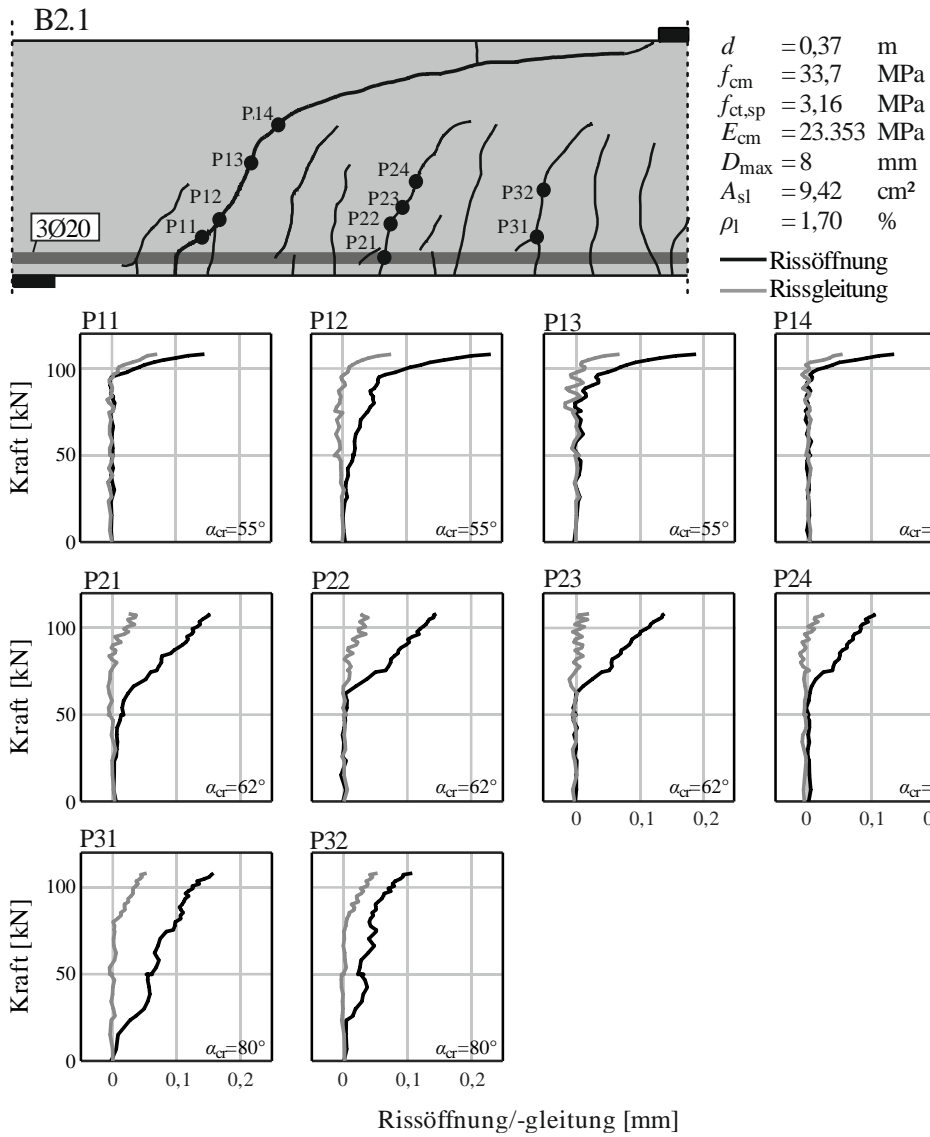


Bild B-3 Versuch B2.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

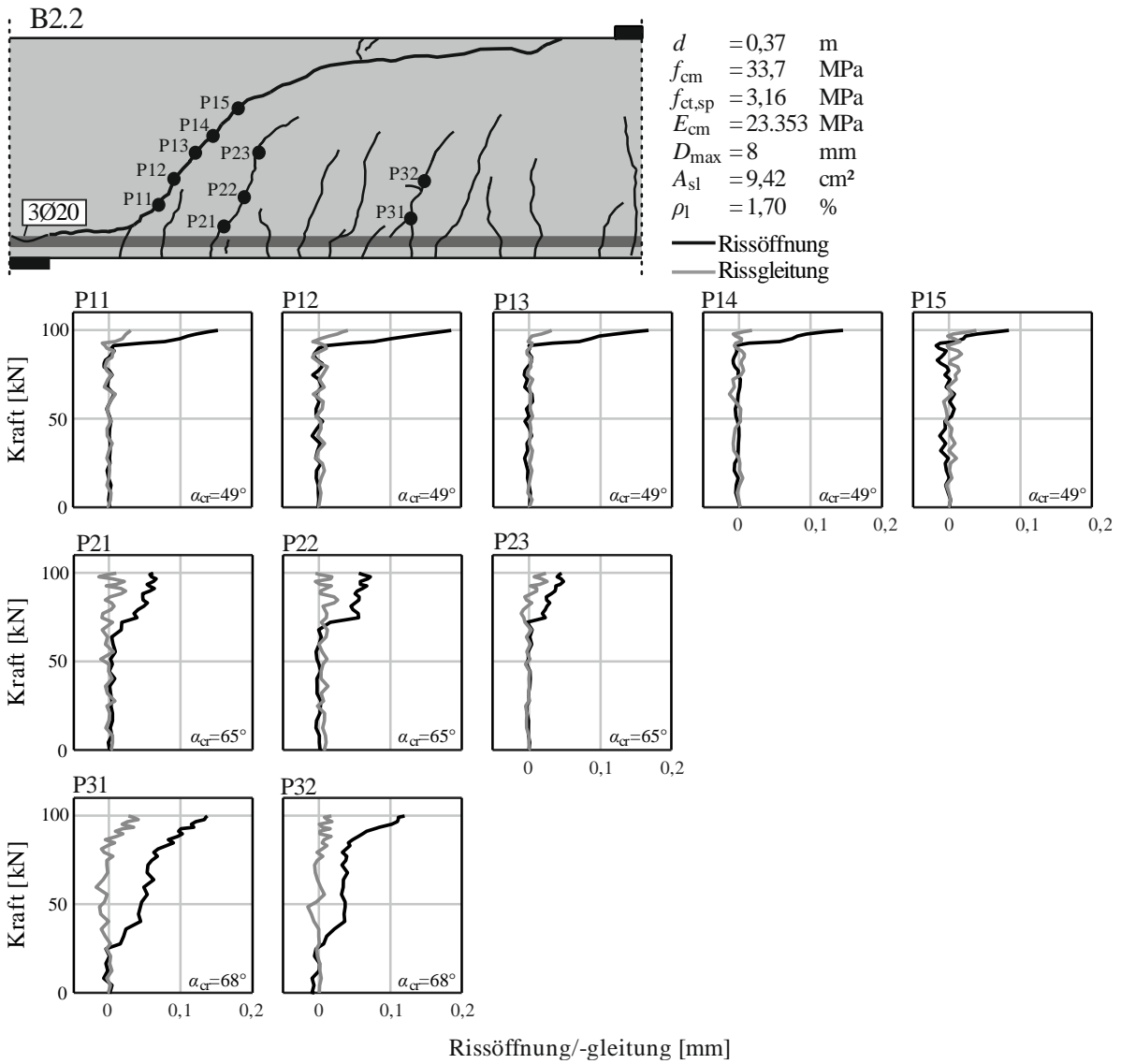


Bild B-4 Versuch B2.2: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

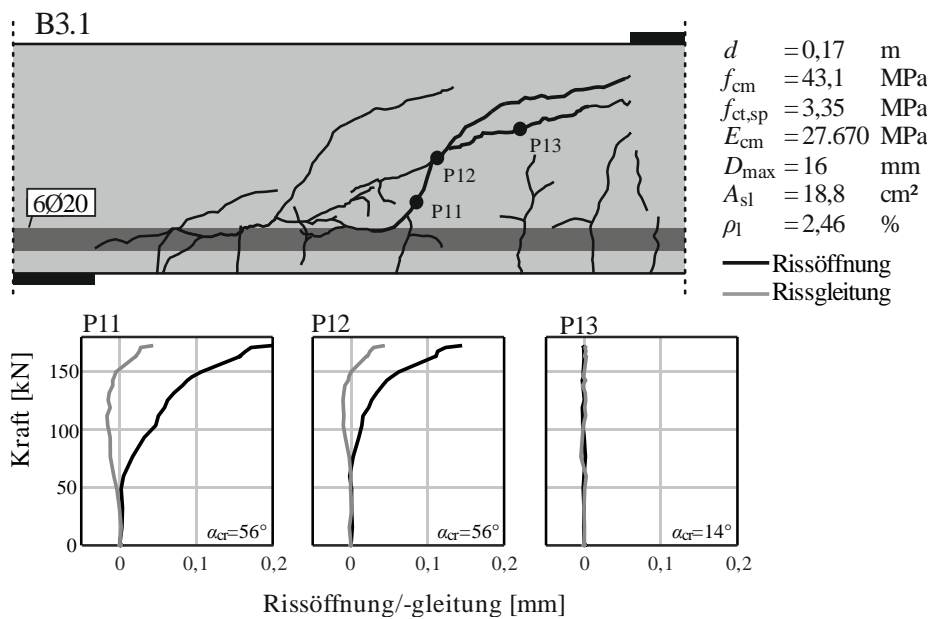


Bild B-5 Versuch B3.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

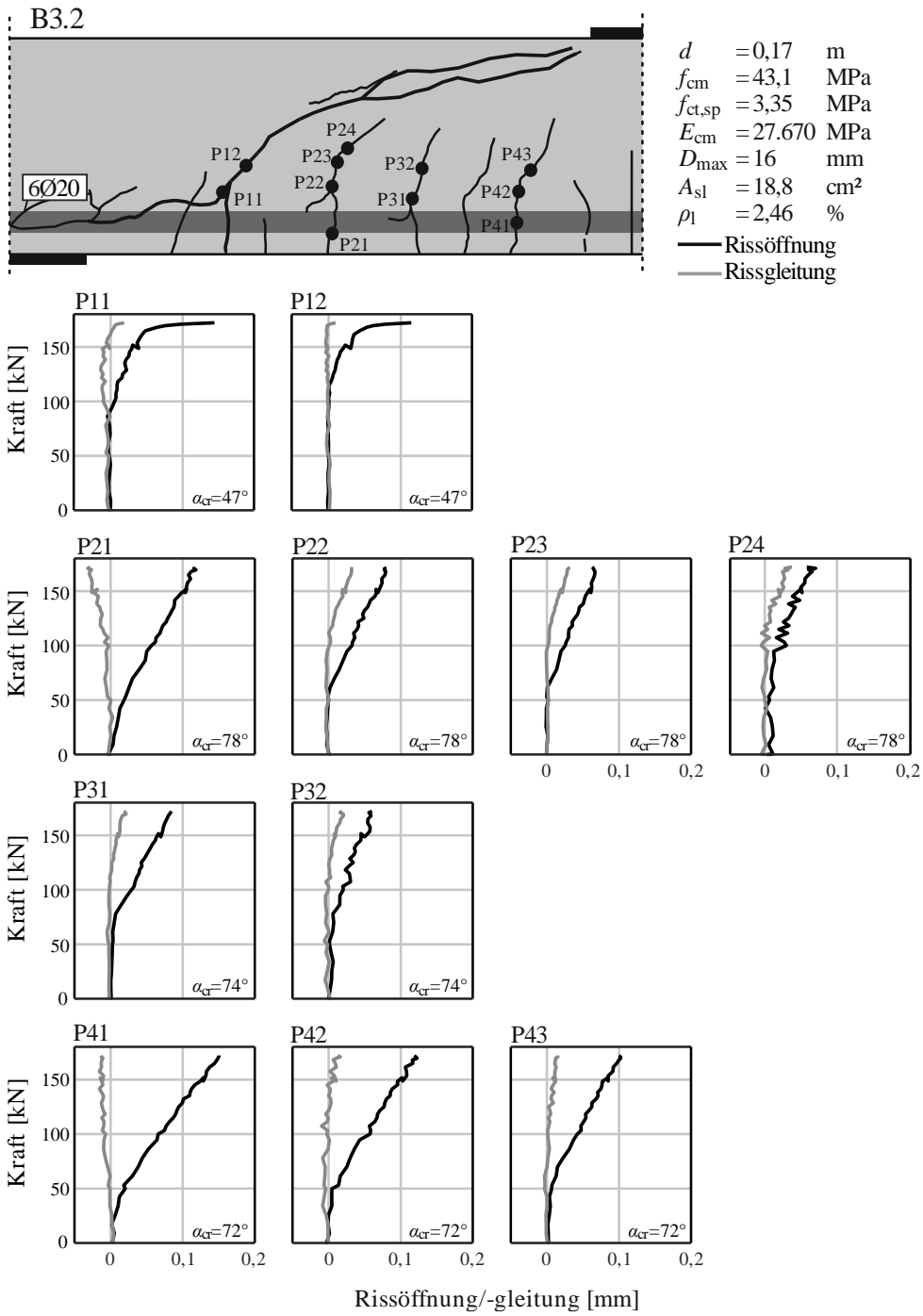


Bild B-6 Versuch B3.2: Punktuelle Auswertung der Rissskinematik

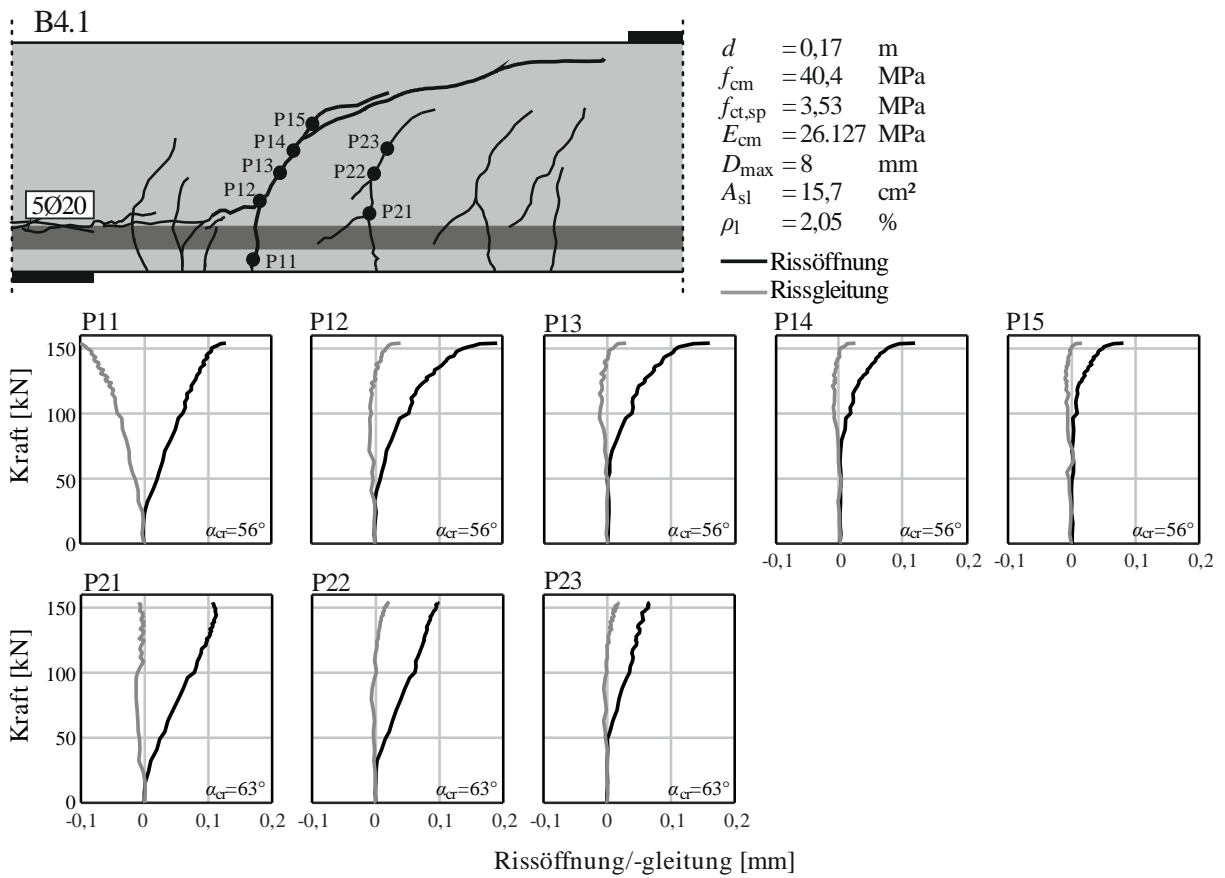


Bild B-7 Versuch B4.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

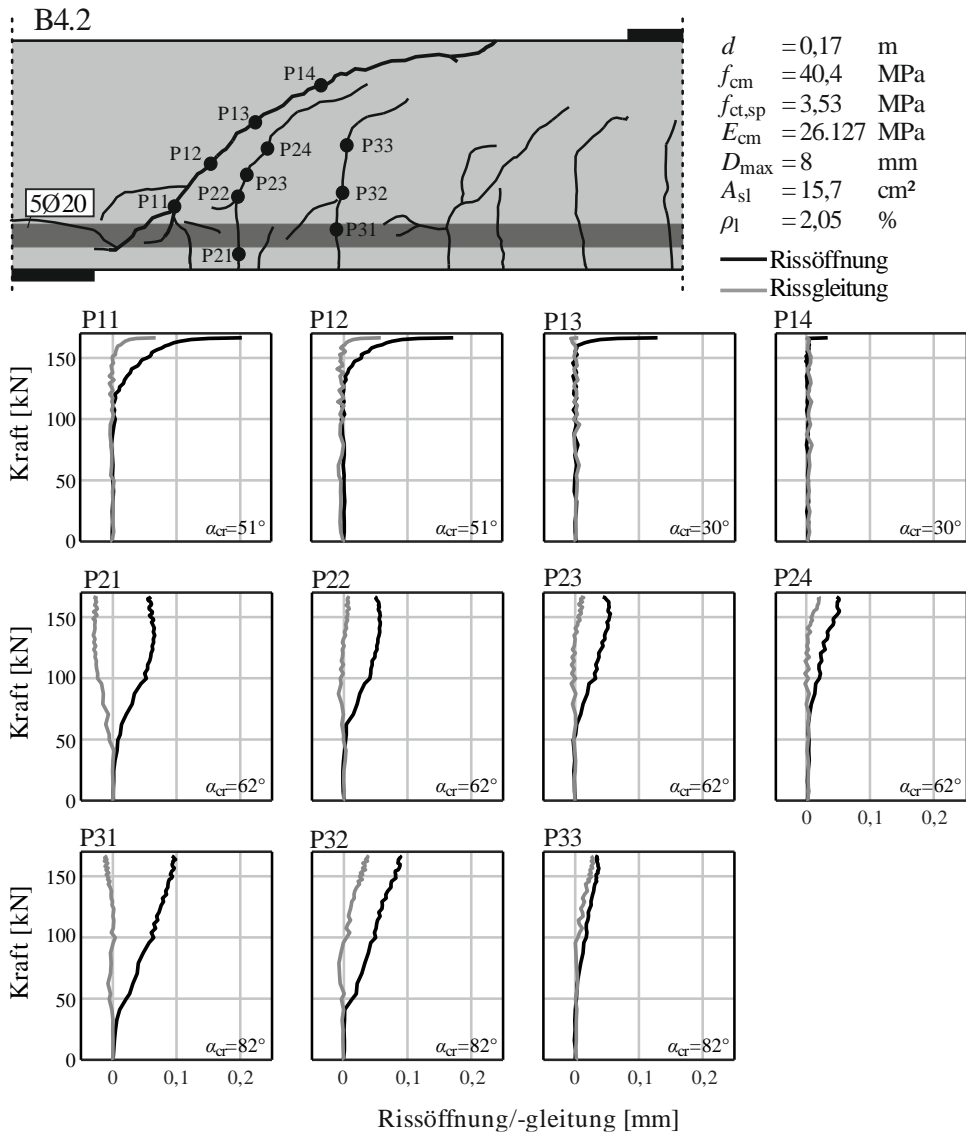


Bild B-8 Versuch B4.2: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

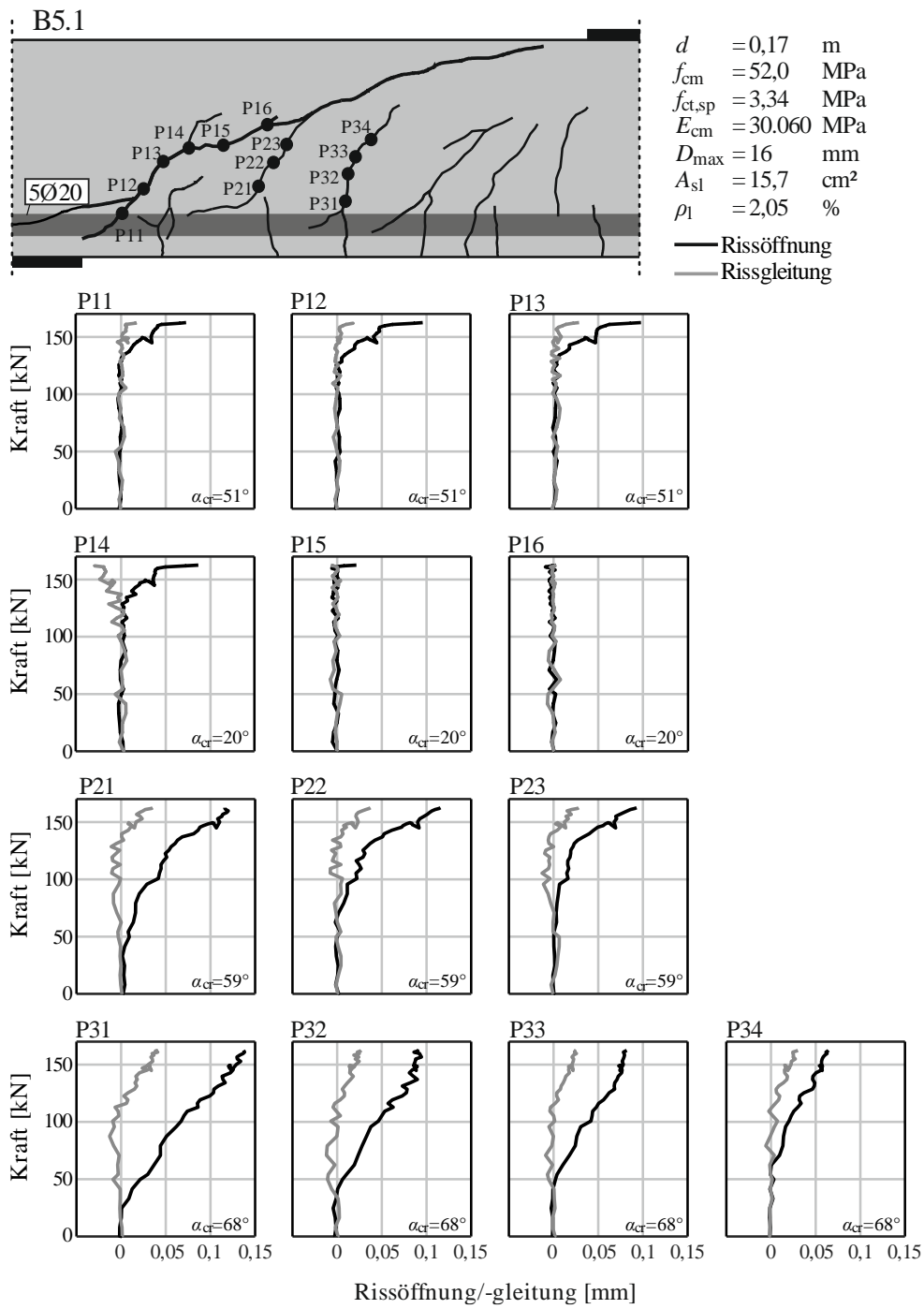


Bild B-9 Versuch B5.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

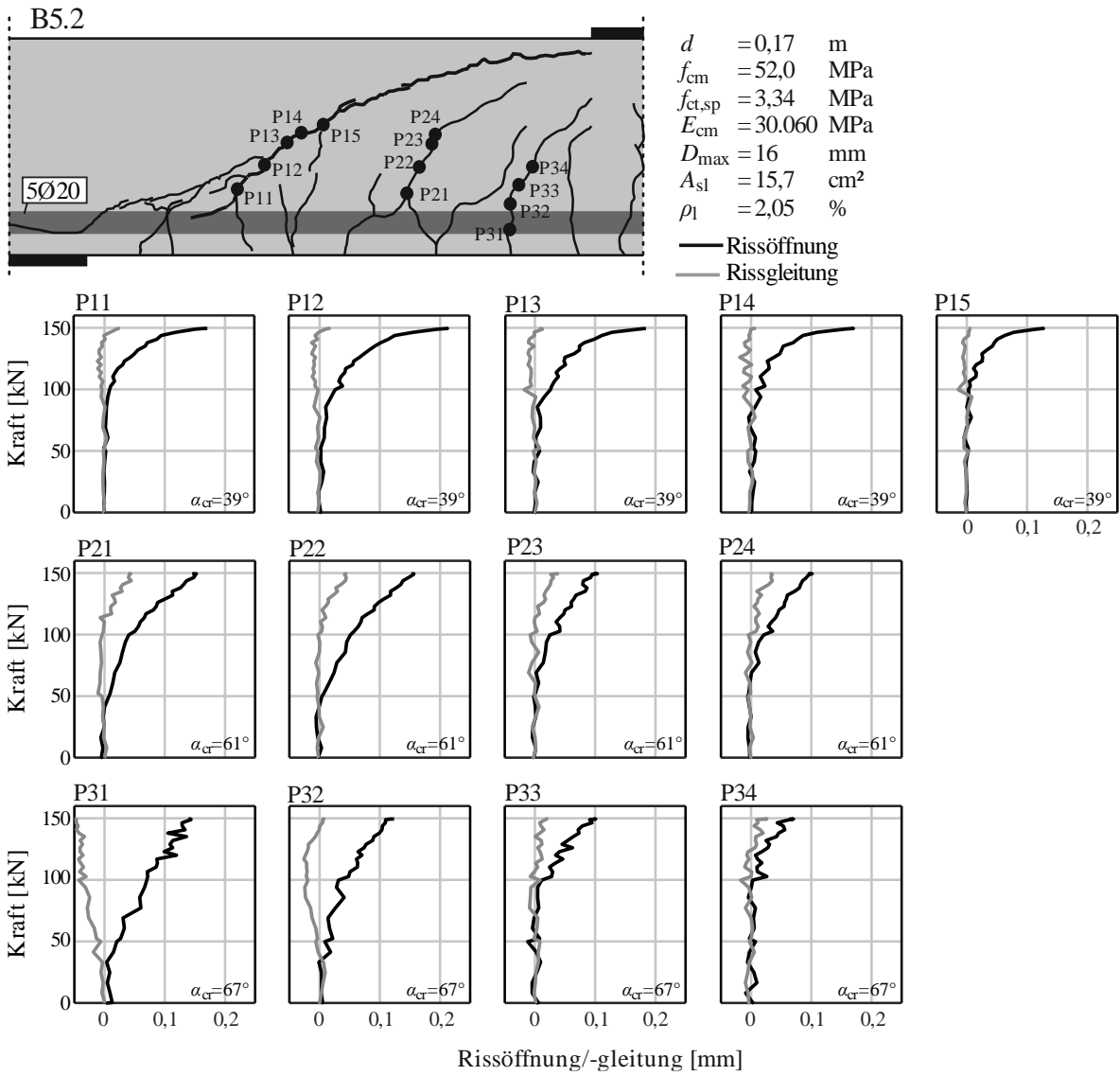
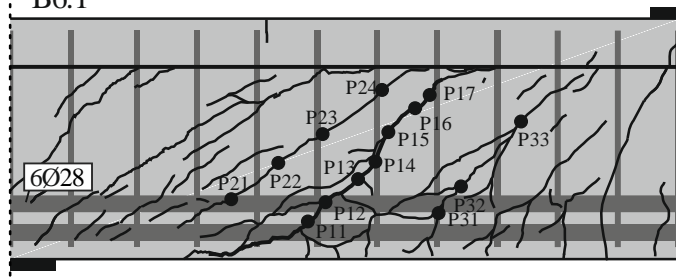


Bild B-10 Versuch B5.2: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

B6.1



$d = 0,332 \text{ m}$
 $f_{cm} = 43,1 \text{ MPa}$
 $f_{ct,sp} = 3,35 \text{ MPa}$
 $E_{cm} = 27,670 \text{ MPa}$
 $D_{max} = 16 \text{ mm}$
 $A_{sl} = 36,9 \text{ cm}^2$
 $\rho_l = 1,11 \text{ \%}$
 $a_{sw} = 15,7 \text{ cm}^2/\text{m}$
 $\rho_w = 0,79 \text{ \%}$

— Rissöffnung
 — Rissgleitung

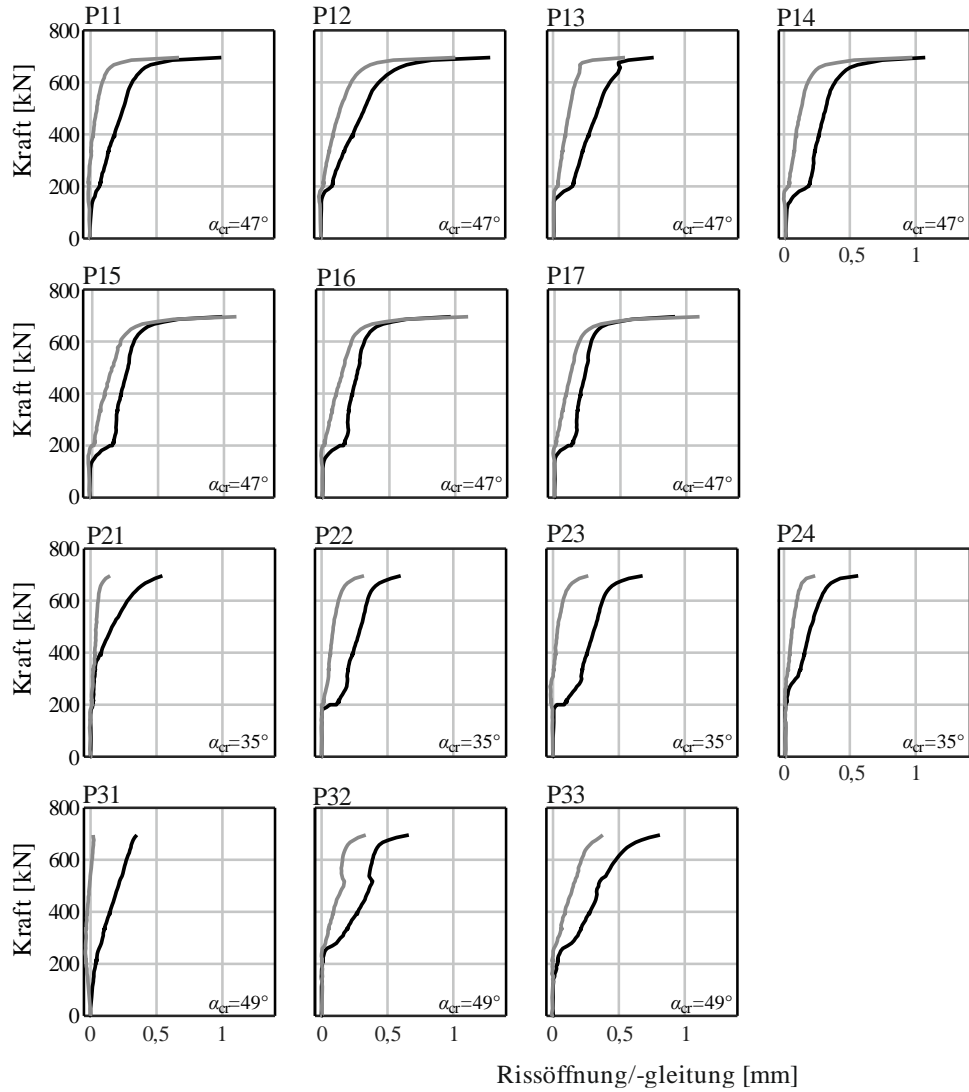
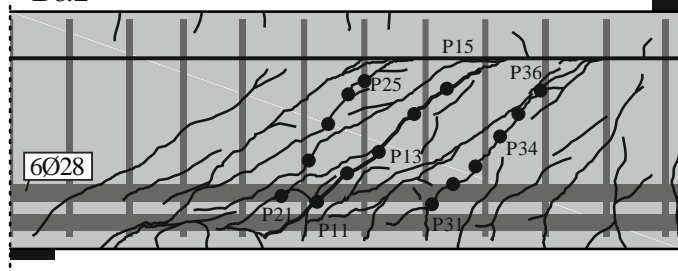


Bild B-11 Versuch B6.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

B6.2



$d = 0,332 \text{ m}$
 $f_{cm} = 43,1 \text{ MPa}$
 $f_{ct,sp} = 3,35 \text{ MPa}$
 $E_{cm} = 27.670 \text{ MPa}$
 $D_{max} = 16 \text{ mm}$
 $A_{sl} = 36,9 \text{ cm}^2$
 $\rho_l = 1,11 \%$
 $a_{sw} = 15,7 \text{ cm}^2/\text{m}$
 $\rho_w = 0,79 \%$

— Rissöffnung
 — Rissgleitung

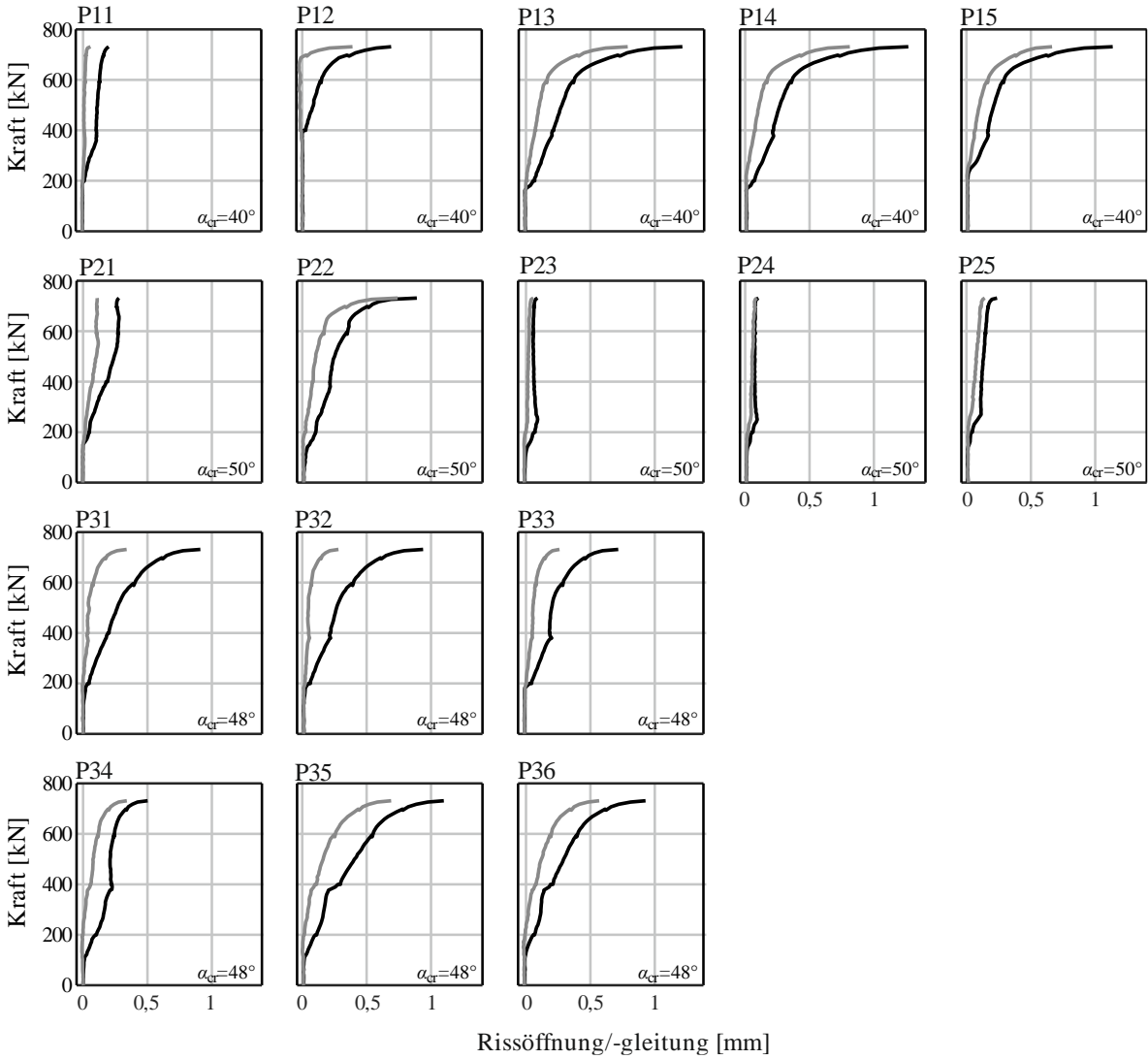
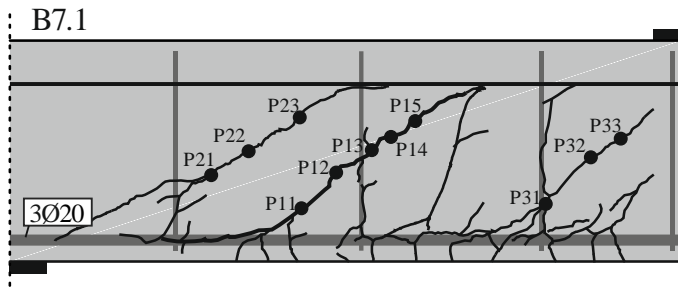


Bild B-12 Versuch B6.2: Punktuelle Auswertung der Risskinematik



$d = 0,362 \text{ m}$
 $f_{cm} = 43,1 \text{ MPa}$
 $f_{ct,sp} = 3,35 \text{ MPa}$
 $E_{cm} = 27.670 \text{ MPa}$
 $D_{max} = 16 \text{ mm}$
 $A_{sl} = 9,4 \text{ cm}^2$
 $\rho_l = 0,26 \text{ \%}$
 $a_{sw} = 3,33 \text{ cm}^2/\text{m}$
 $\rho_w = 0,17 \text{ \%}$

— Rissöffnung
 — Rissgleitung

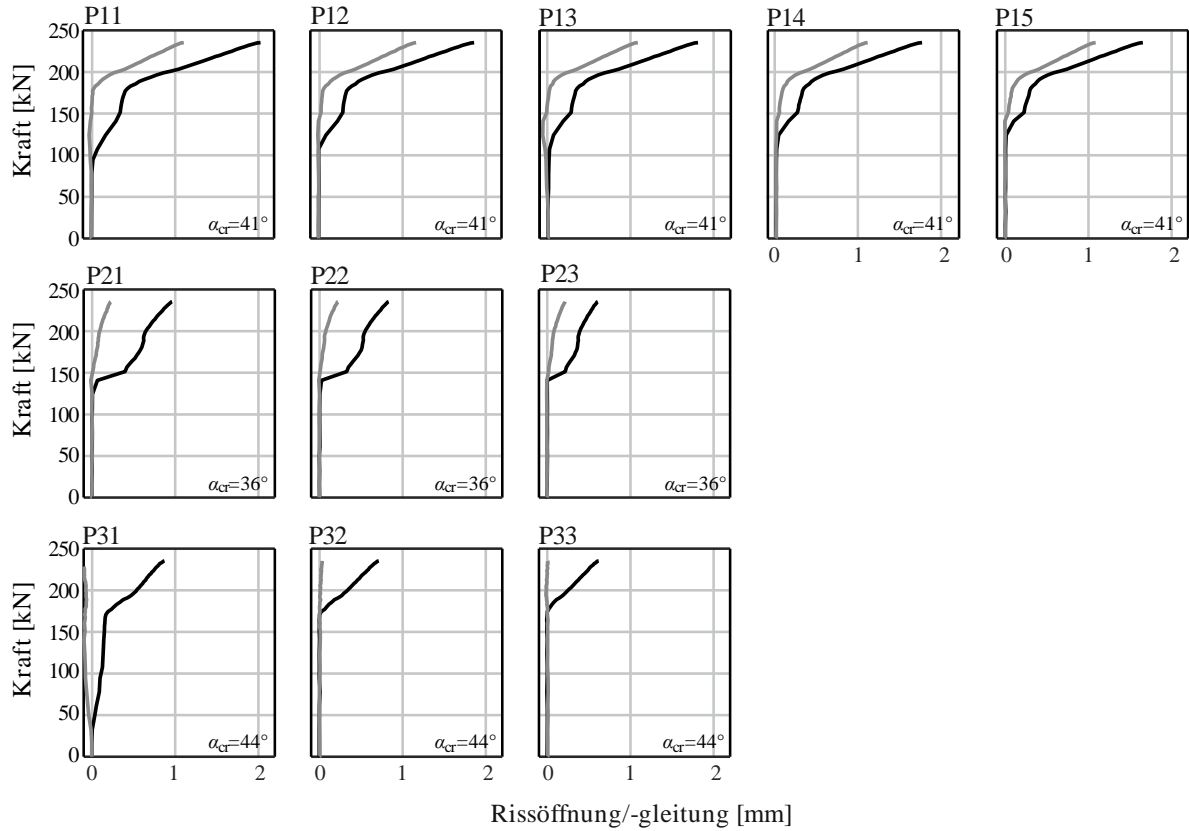


Bild B-13 Versuch B7.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

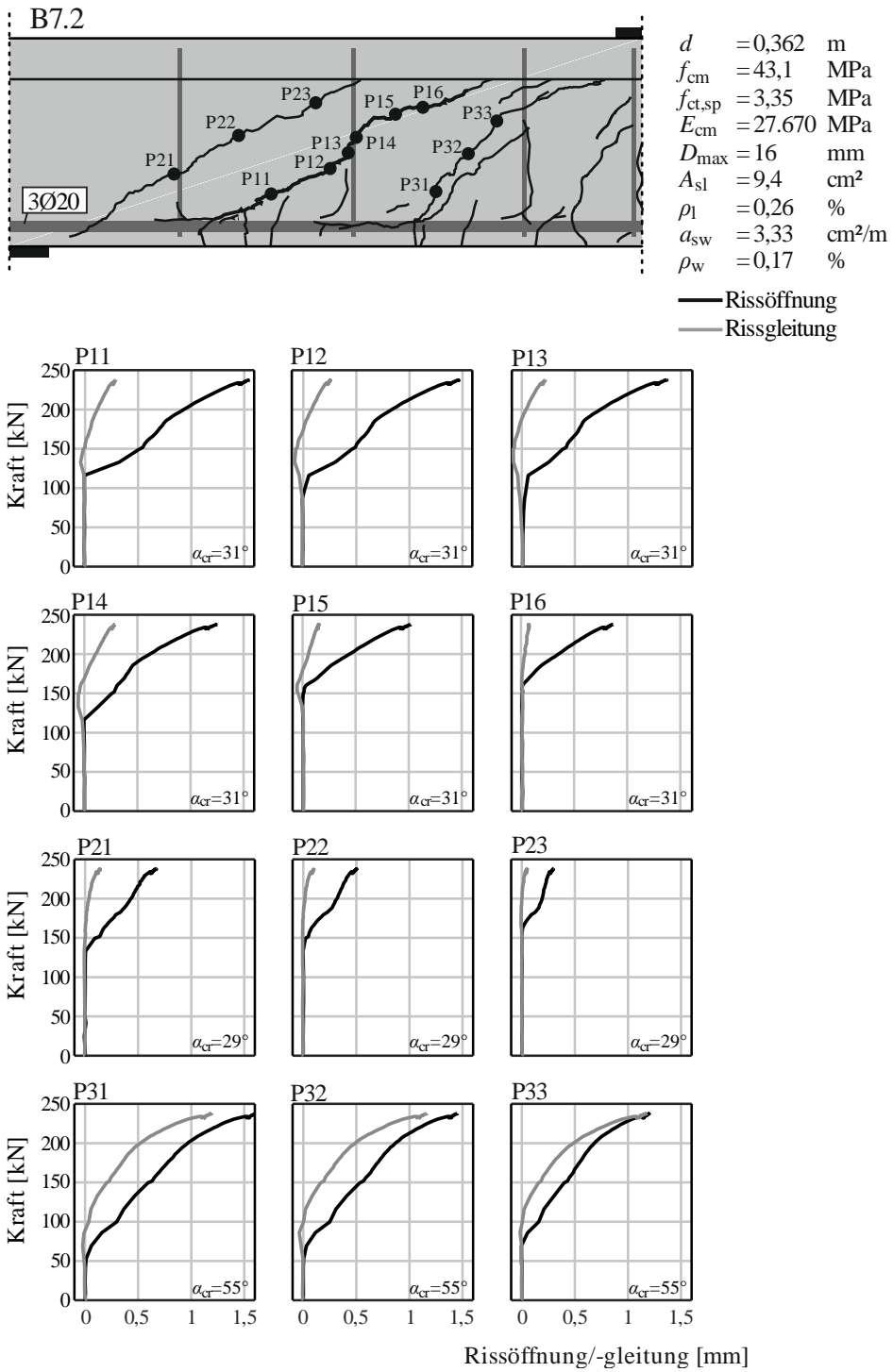


Bild B-14 Versuch B7.2: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

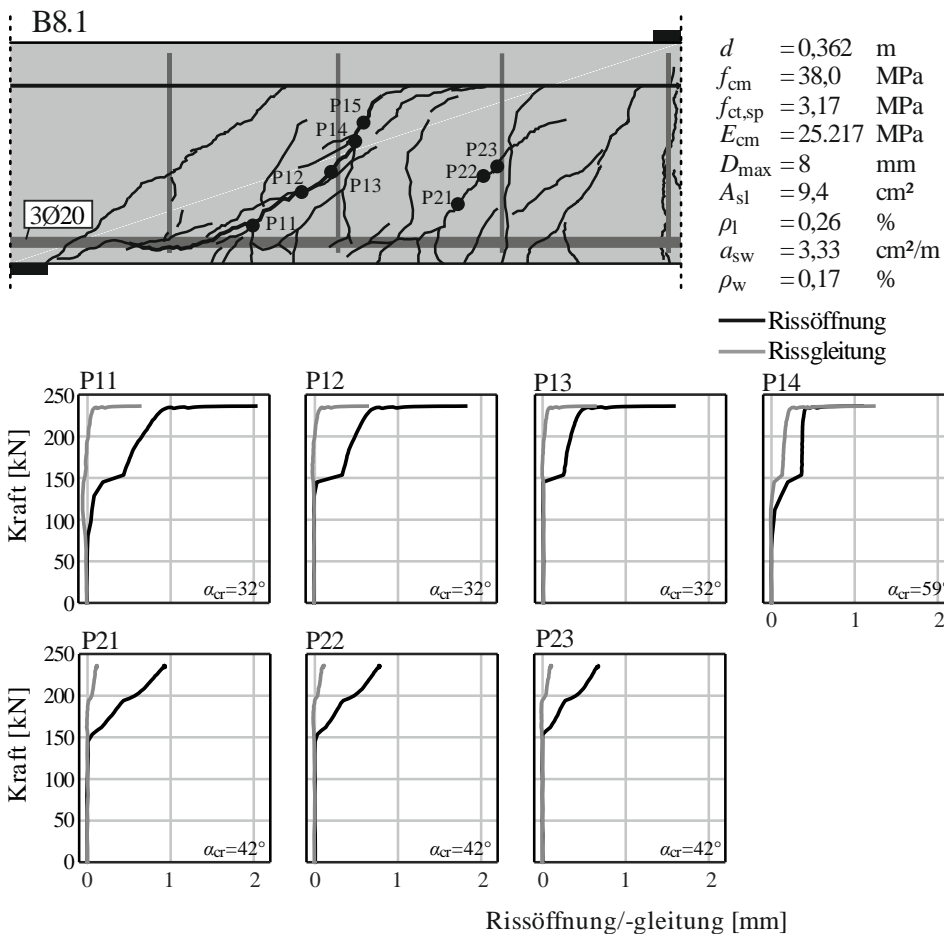


Bild B- 15 Versuch B8.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

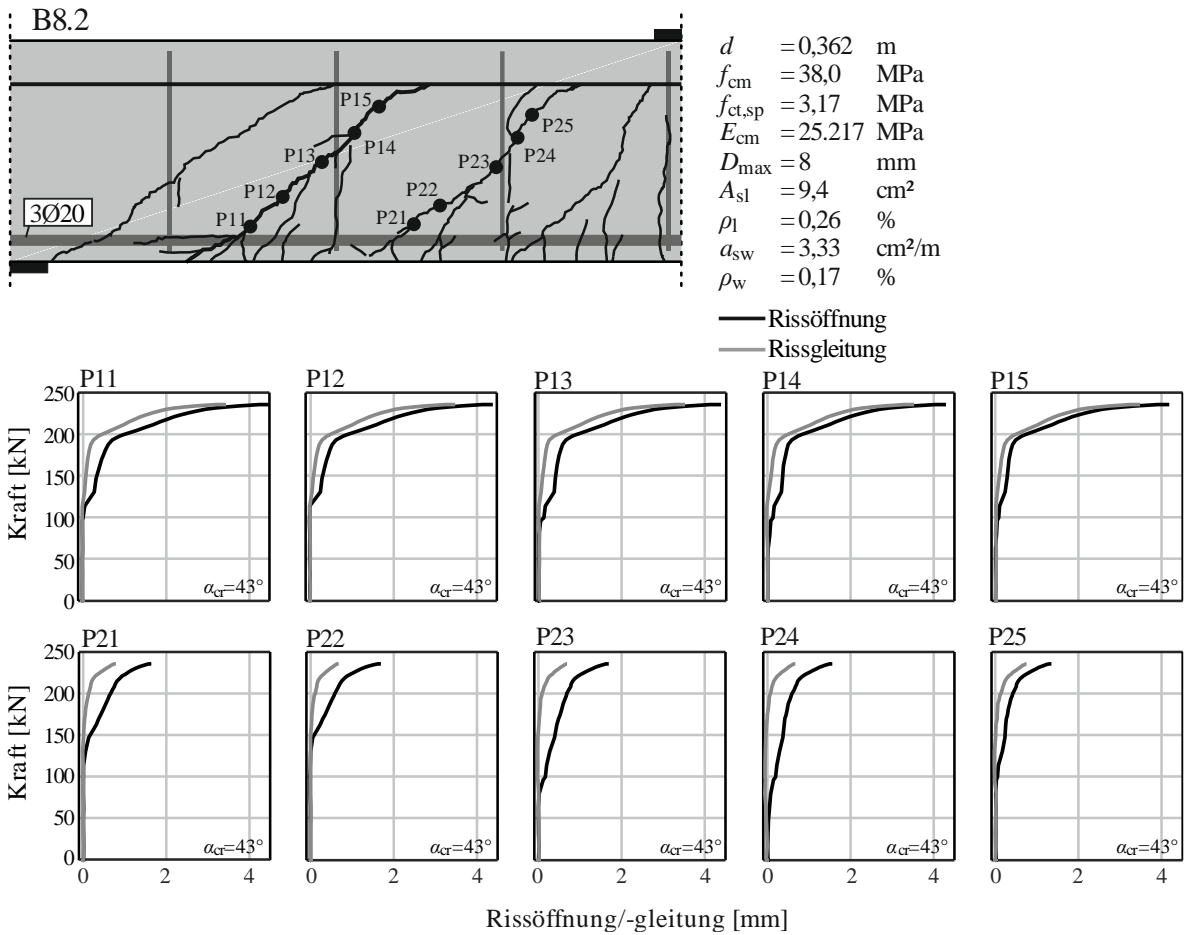
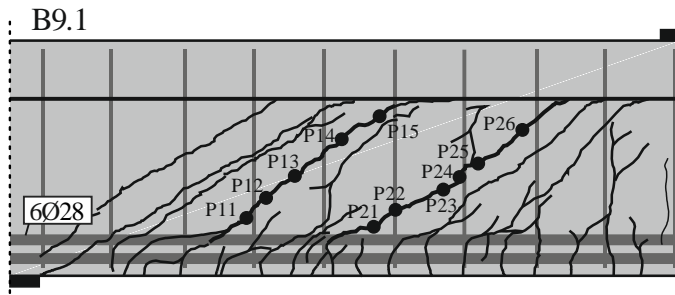


Bild B-16 Versuch B8.2: Punktuelle Auswertung der Risskinematik



$d = 0,532 \text{ m}$
 $f_{cm} = 45,6 \text{ MPa}$
 $f_{ct,sp} = 3,55 \text{ MPa}$
 $E_{cm} = 28,290 \text{ MPa}$
 $D_{max} = 16 \text{ mm}$
 $A_{sl} = 36,9 \text{ cm}^2$
 $\rho_l = 0,69 \text{ \%}$
 $a_{sw} = 8,78 \text{ cm}^2/\text{m}$
 $\rho_w = 0,44 \text{ \%}$

— Rissöffnung
 — Rissgleitung

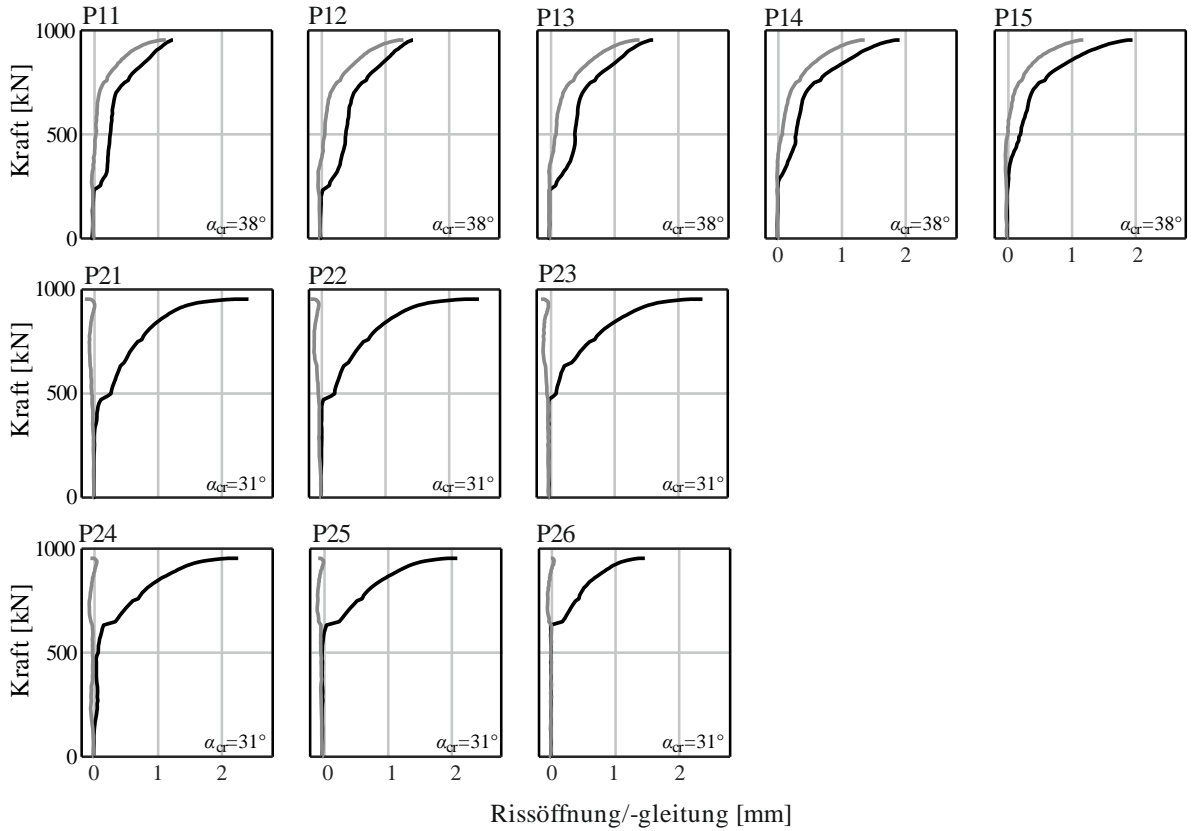


Bild B-17 Versuch B9.1: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

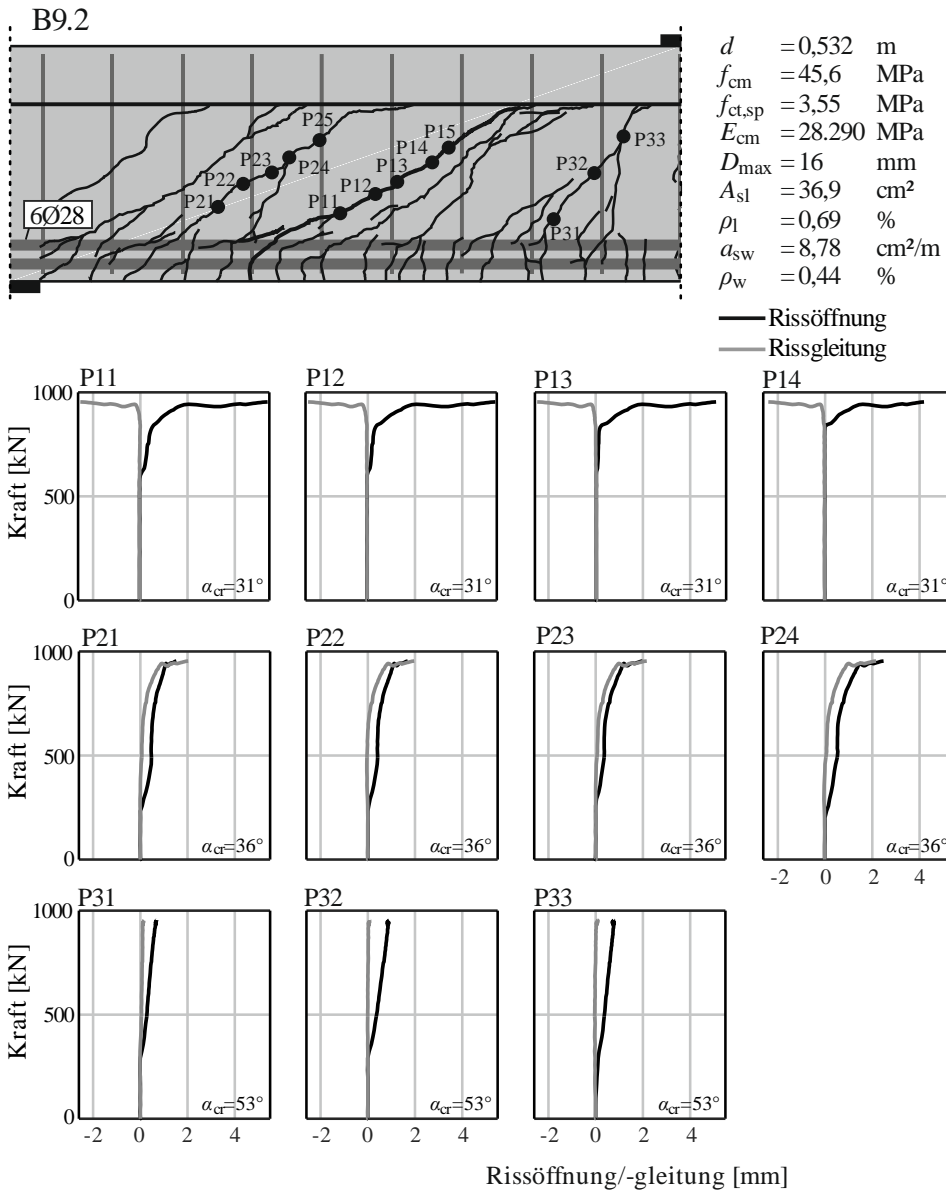


Bild B-18 Versuch B9.2: Punktuelle Auswertung der Risskinematik

Anhang C Bestimmtheitsmaße

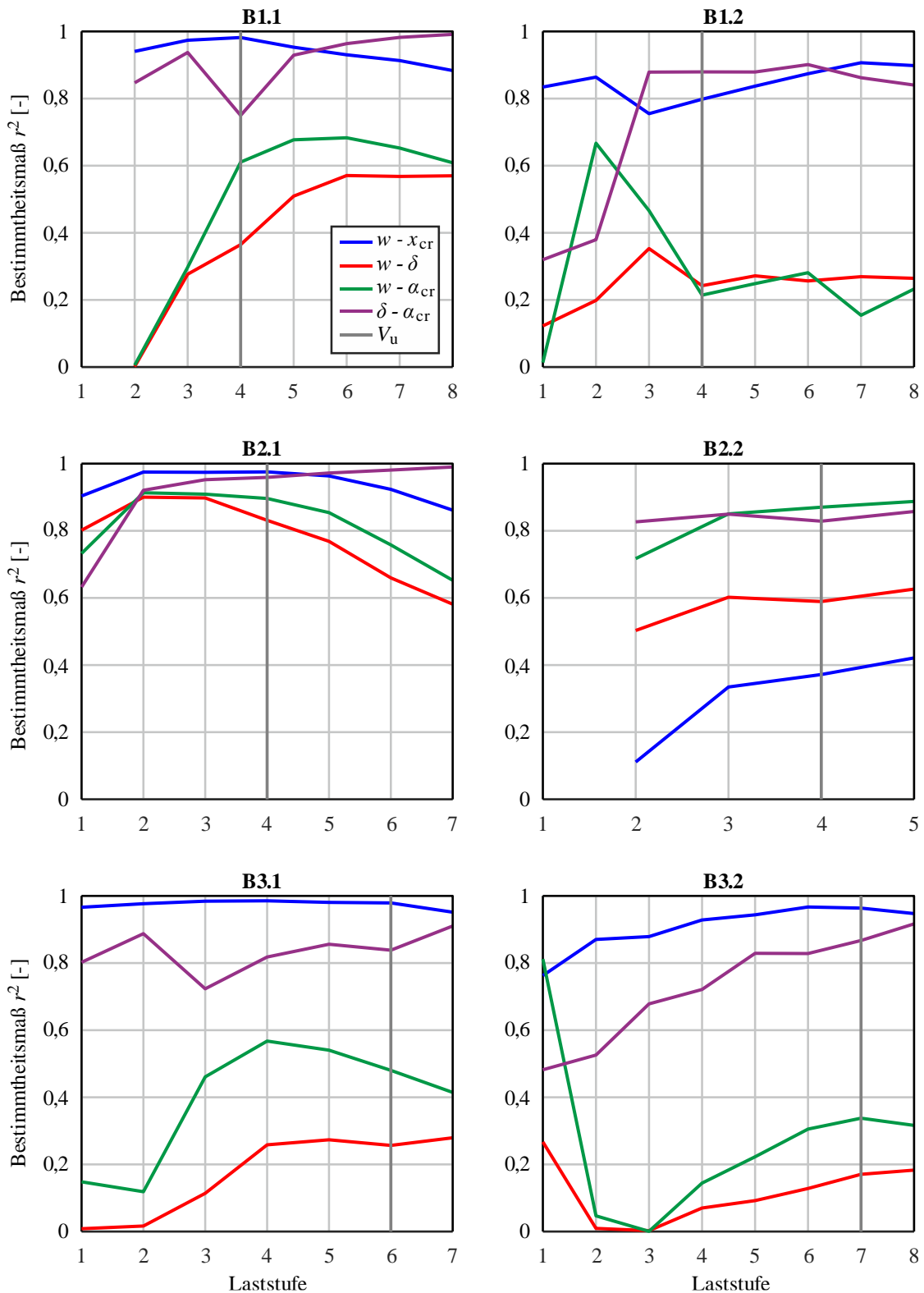


Bild C-1 Bestimmtheitsmaße der risskinematischen Größen zu unterschiedlichen Laststufen (Bild 5-14) der Versuche B1, B2, B3

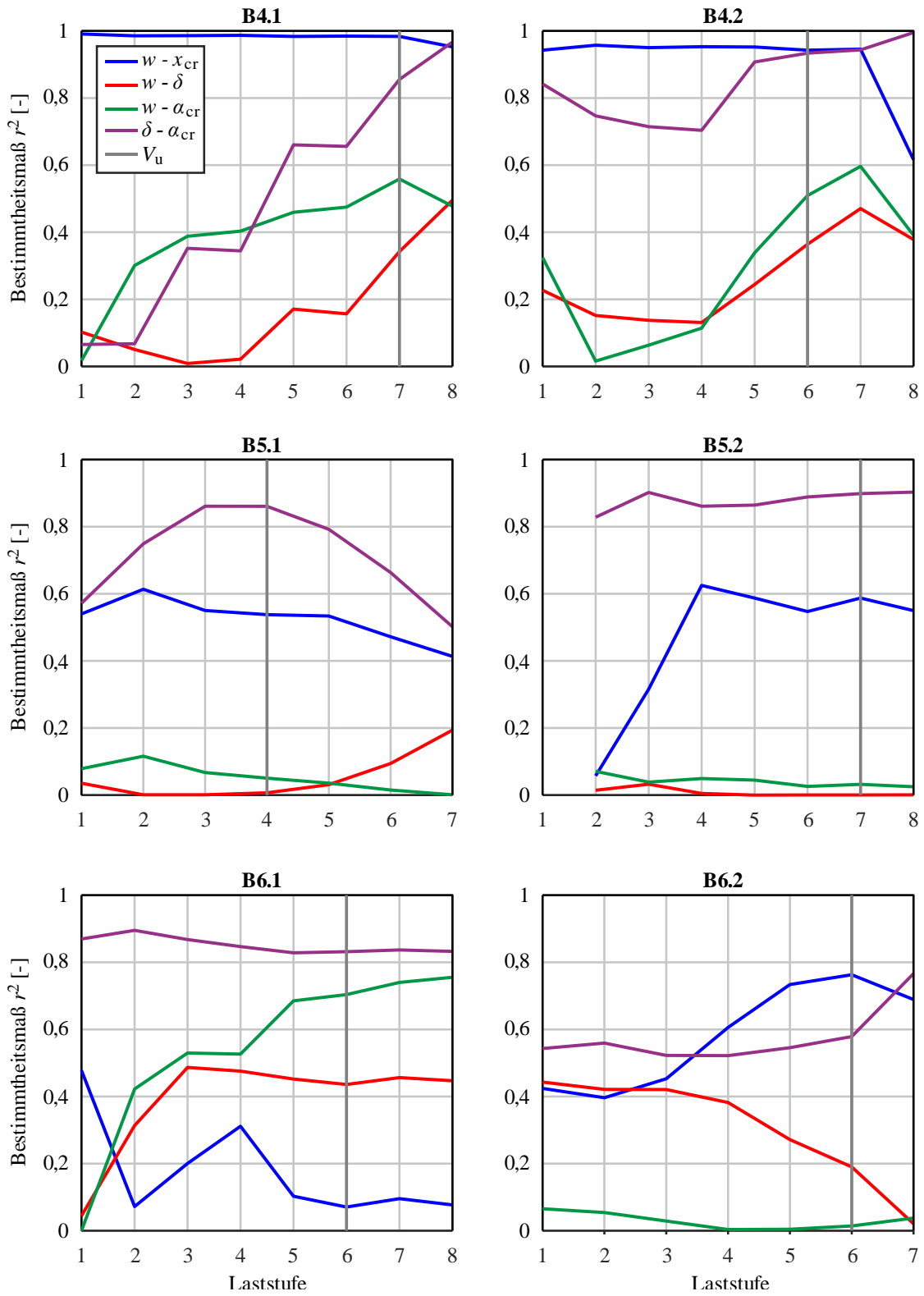


Bild C-2 Bestimmtheitsmaße der risskinematischen Größen zu unterschiedlichen Laststufen (Bild 5-14, Bild 5-18) der Versuche B4, B5, B6

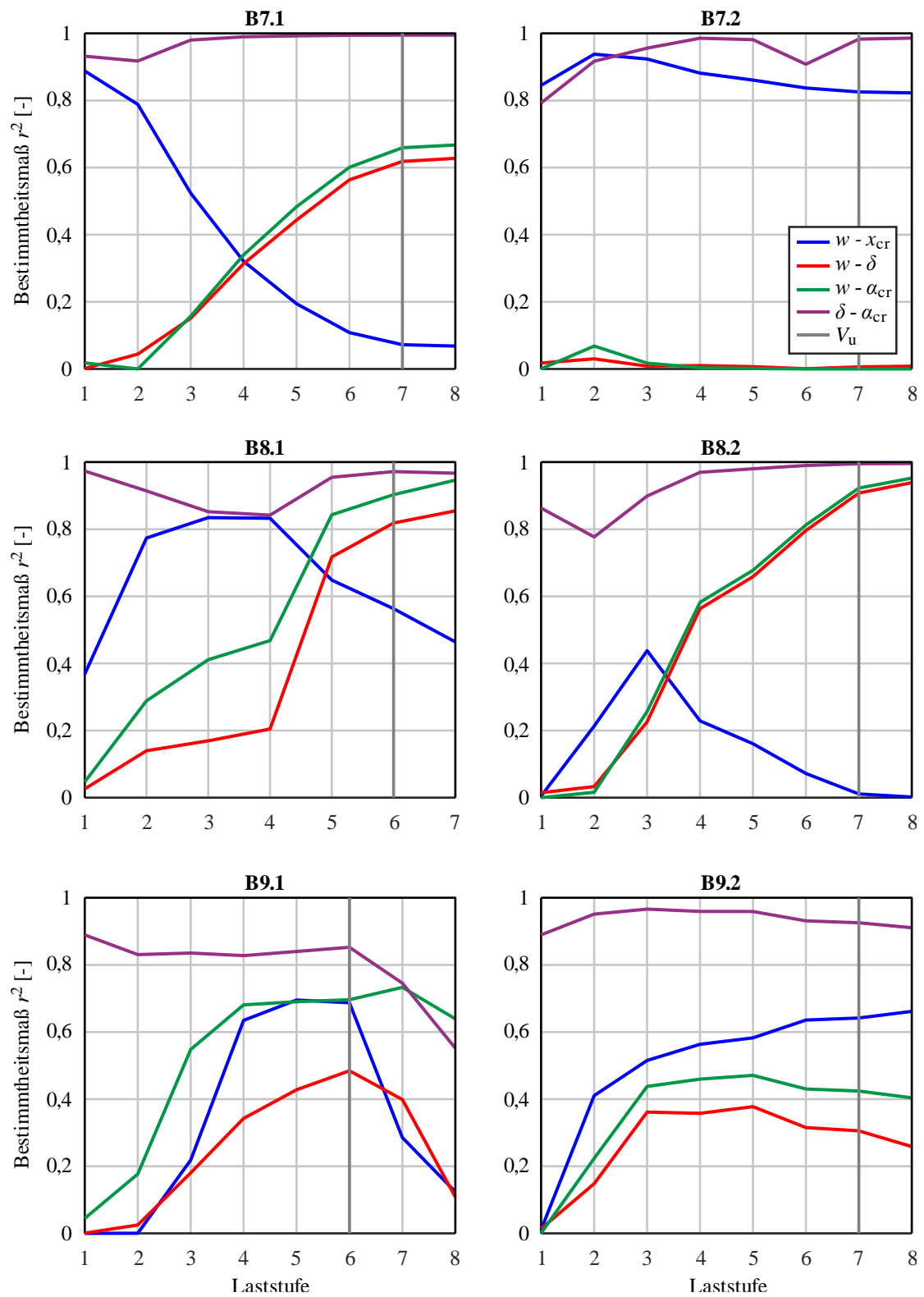


Bild C-3 Bestimmtheitsmaße der risskinematischen Größen zu unterschiedlichen Laststufen (Bild 5-18) der Versuche B7, B8, B9

Anhang D Risskinematik des Balkens B1.2 - Punkteauswertung

Definitionen:

α_{cr}	Laststufe	dx_1 [mm]	dy_1 [mm]	dx_2 [mm]	dy_2 [mm]	dx [mm]	dy [mm]	w [mm]	δ [mm]
6,0°	0	0,0· V_u	-0,001	-0,003	0,000	-0,002	0,001	-0,001	0,001
	1	0,962· V_u	-0,003	0,013	-0,013	0,016	-0,013	0,015	-0,015
0,1047rad	2	0,983· V_u	-0,002	0,021	-0,025	0,023	-0,025	0,027	-0,020
	3	0,995· V_u	-0,002	0,034	-0,044	0,035	-0,044	0,048	-0,030
	4	1,0· V_u	-0,001	0,045	-0,062	0,046	-0,062	0,067	-0,039
	5	0,994· V_u	0,000	0,064	-0,091	0,064	-0,091	0,097	-0,054
	6	0,989· V_u	-0,002	0,078	-0,122	0,079	-0,122	0,130	-0,066
	7	0,978· V_u	-0,001	0,098	-0,177	0,099	-0,178	0,187	-0,080
	8	(0,964· V_u)	-0,001	0,125	-0,262	0,126	-0,262	0,274	-0,098

- dx_i, dy_i :
Verschiebung des Punktes in x - oder y -Richtung in Bezug auf unbelasteten Zustand
- dx, dy :
Abstand der Punkte zueinander
 $dx = dx_2 - dx_1$
 $dy = dy_2 - dy_1$
- w, δ :
Rissöffnung und -gleitung aus dx und dy transformiert um den Winkel α_{cr}
 $w = dx \cdot \sin(\alpha_{cr}) - dy \cdot \cos(\alpha_{cr})$
 $\delta = -dx \cdot \cos(\alpha_{cr}) - dy \cdot \sin(\alpha_{cr})$

Anhang E Rissoberflächen

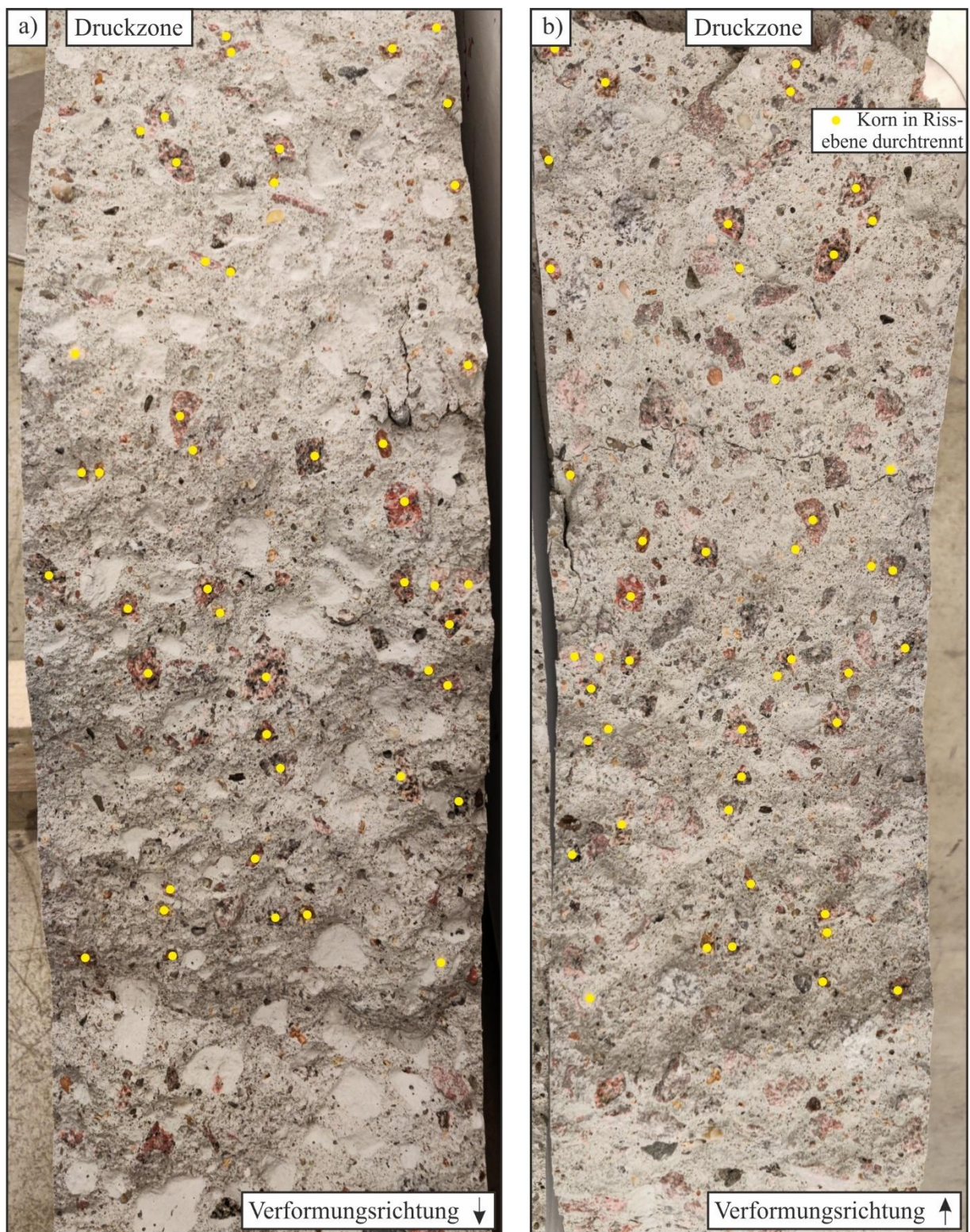


Bild E-1 B1.2: a) Rissoberfläche der Unterseite; b) Rissoberfläche der Oberseite [63]

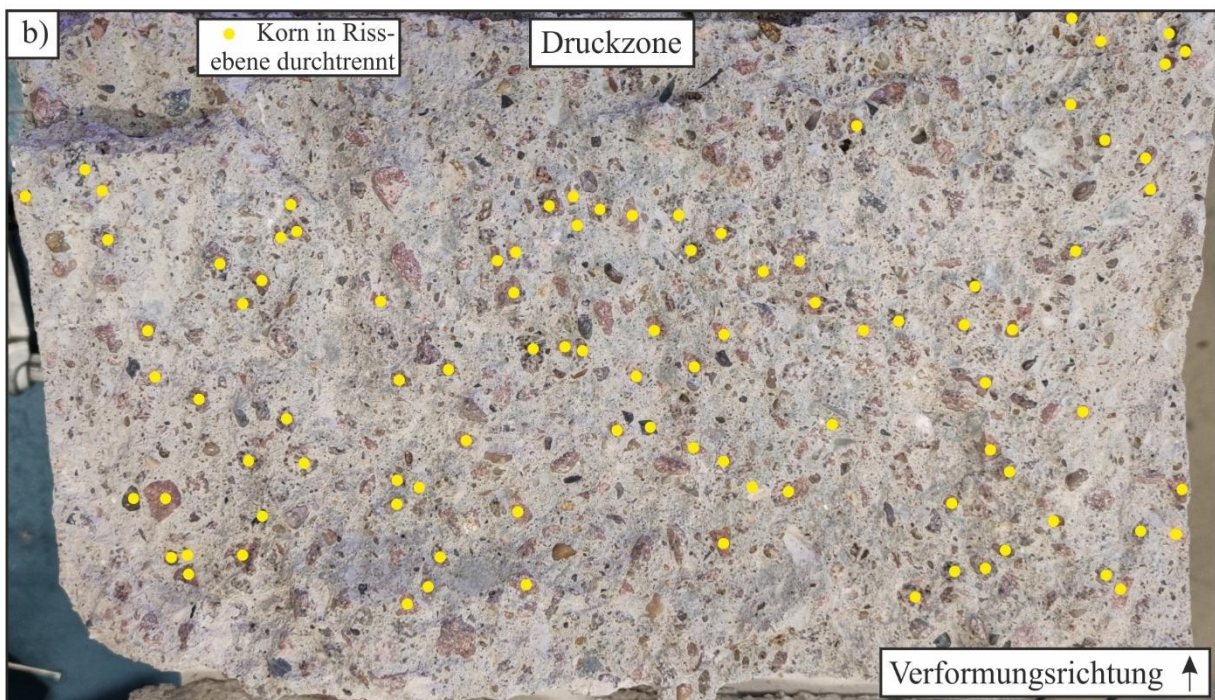
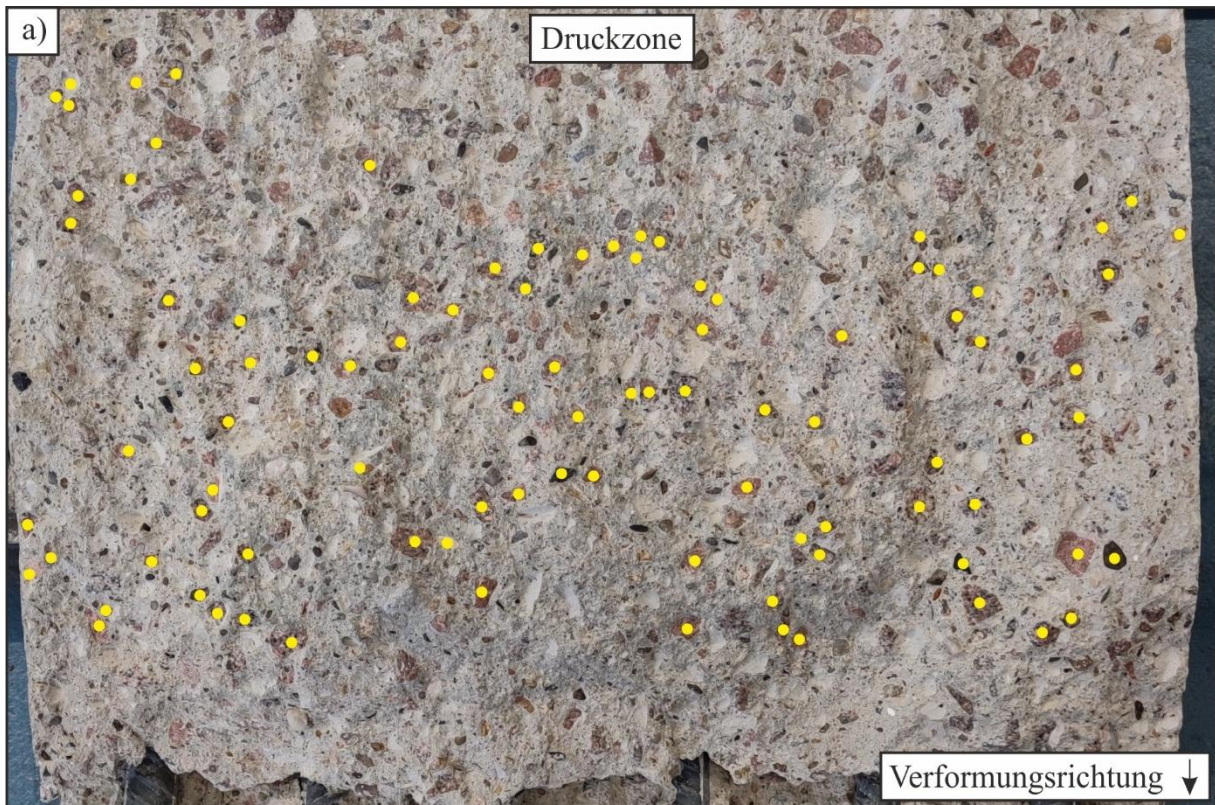


Bild E-2 B3.2: a) Rissoberfläche der Unterseite; b) Rissoberfläche der Oberseite [63]

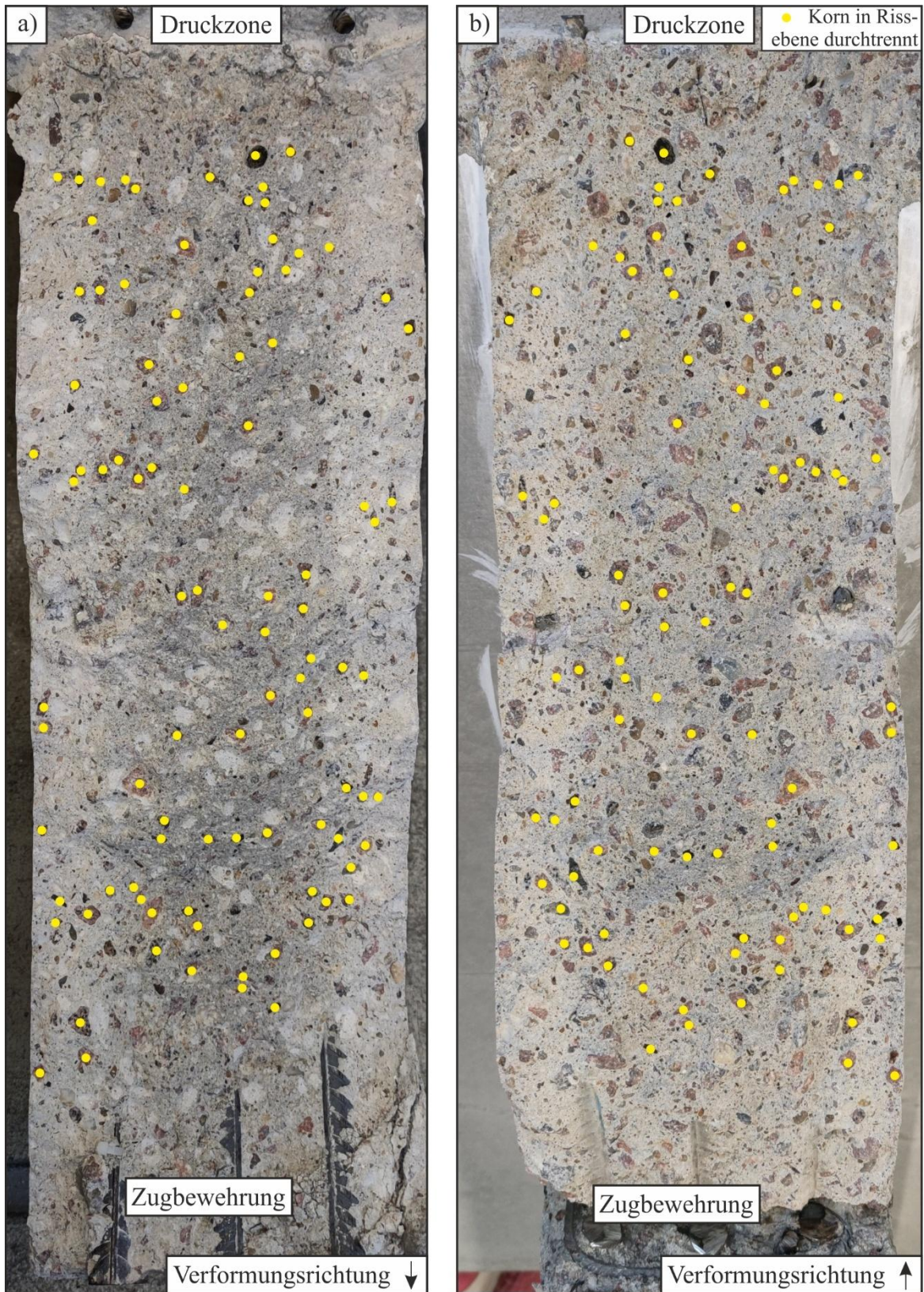


Bild E-3 B7.1: a) Rissoberfläche der Unterseite; b) Rissoberfläche der Oberseite [63]

Anhang F Nichtlineare FE-Simulationen der Balkenversuche

Nachfolgend sind die Eingabewerte exemplarisch für den Versuchsbalken B1 aufgeführt.

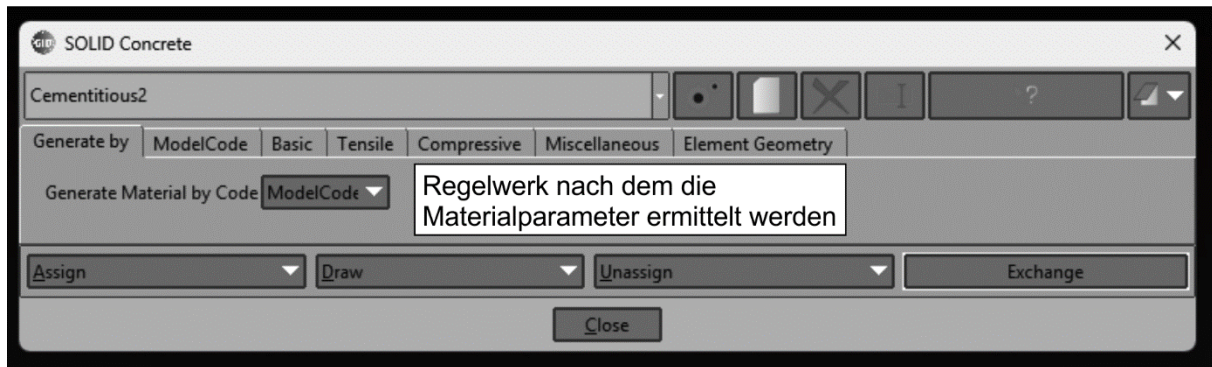


Bild F-1 ATENA Betonmodell „CC3DNonLinCementitious2“: Eingabe für „Berechnung nach“



Bild F-2 ATENA Betonmodell „CC3DNonLinCementitious2“: Eingabe für die „Berechnung nach MC10“



Bild F-3 ATENA Betonmodell „CC3DNonLinCementitious2“: Eingabe für die „Basiseigenschaften“

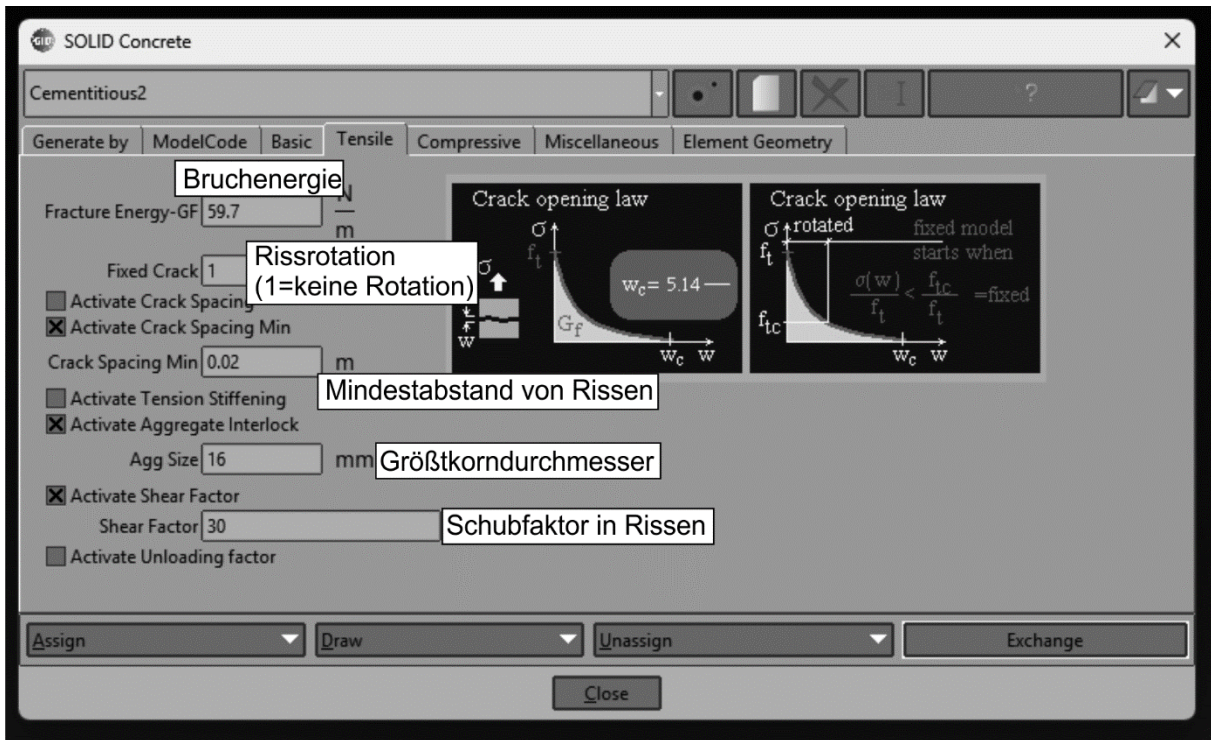


Bild F-4 ATENA Betonmodell „CC3DNonLinCementitious2“: Eingabe für „Zugeigenschaften“

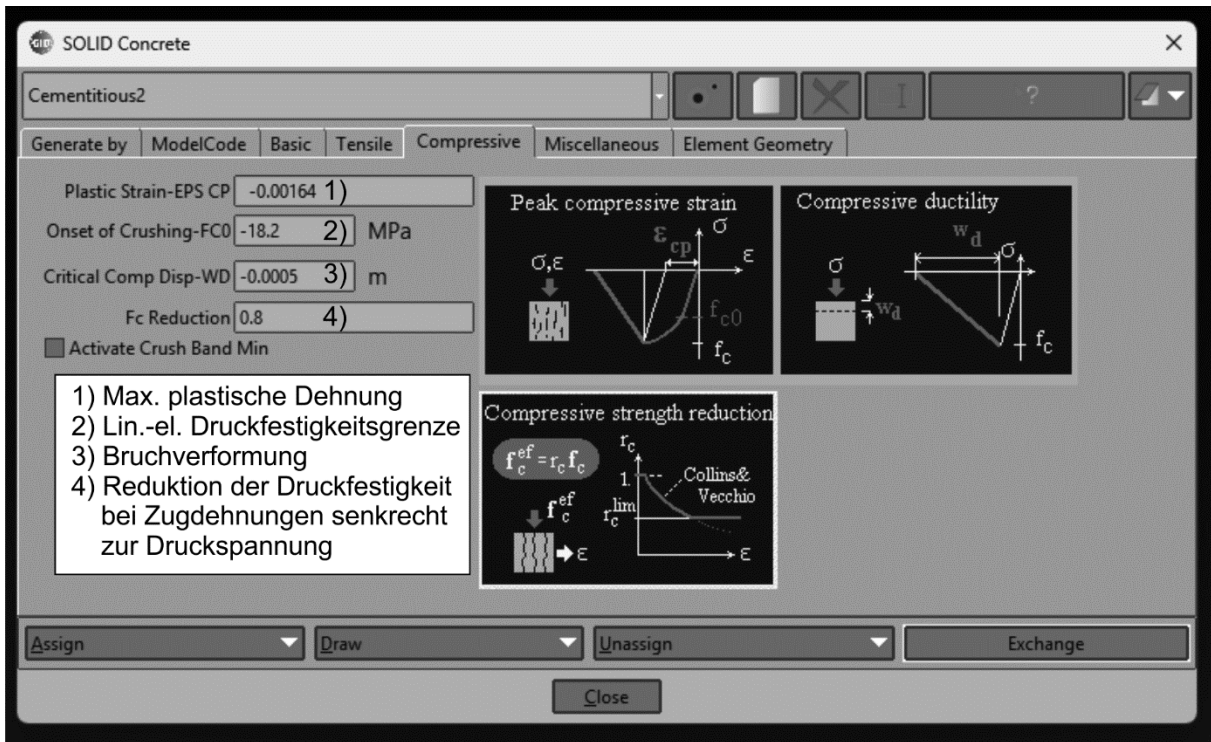


Bild F-5 ATENA Betonmodell „CC3DNonLinCementitious2“: Eingabe für die „Druckeigenschaften“

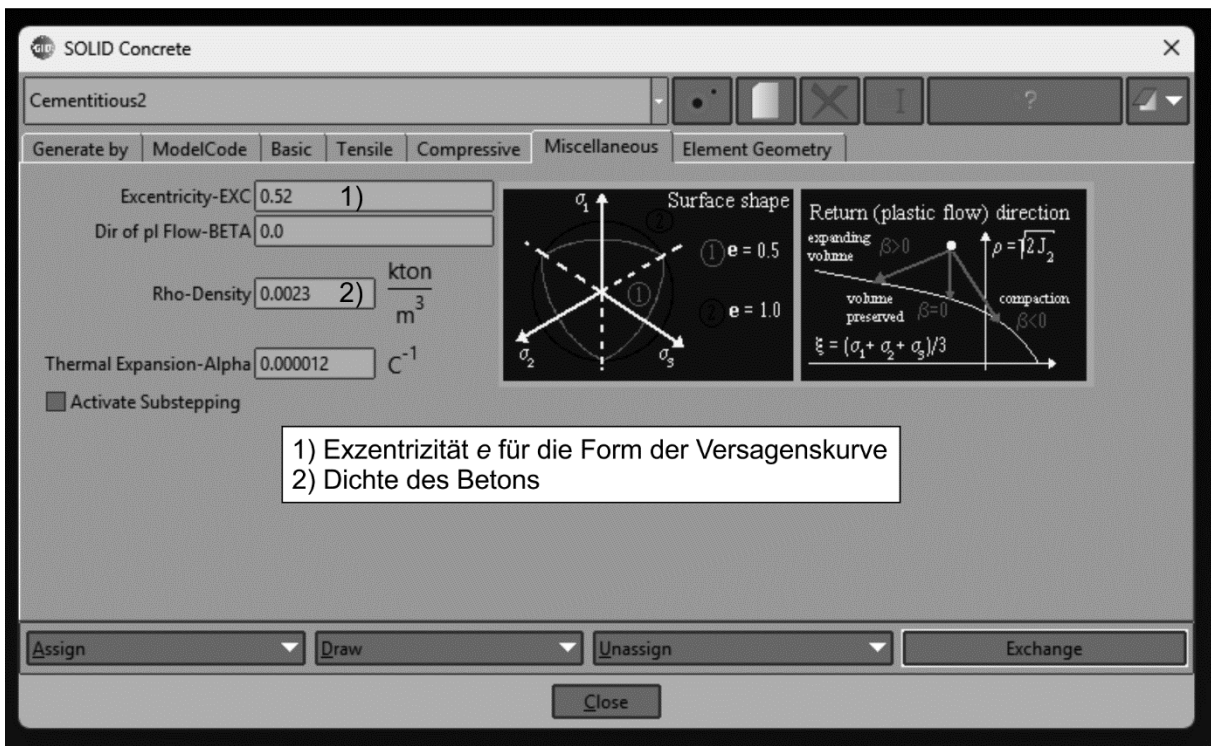


Bild F-6 ATENA Betonmodell „CC3DNonLinCementitious2“: Eingabe für „Verschiedenes“

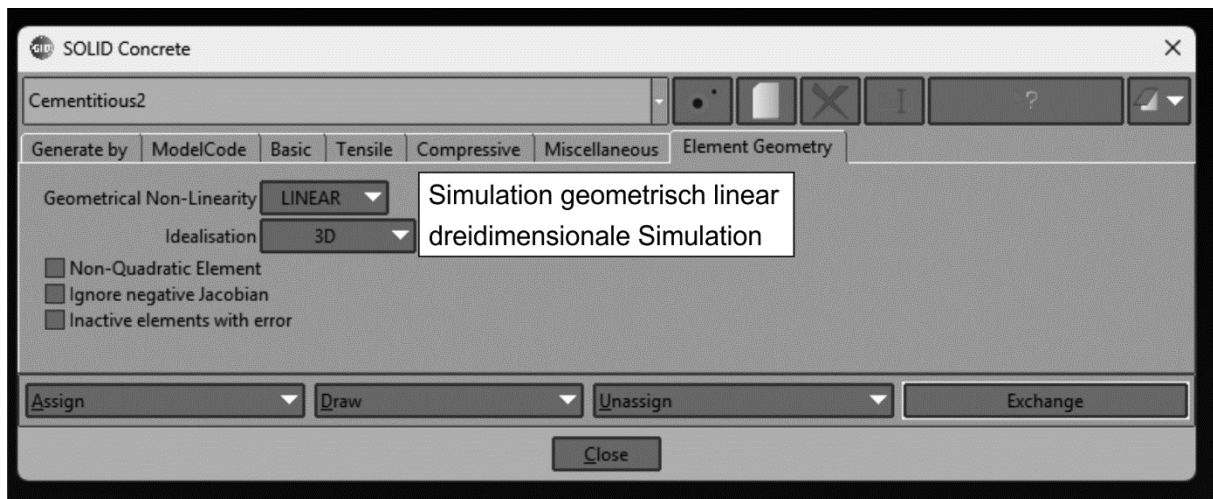


Bild F-7 ATENA Betonmodell „CC3DNonLinCementitious2“: Eingabe für die „Elementgeometrie“

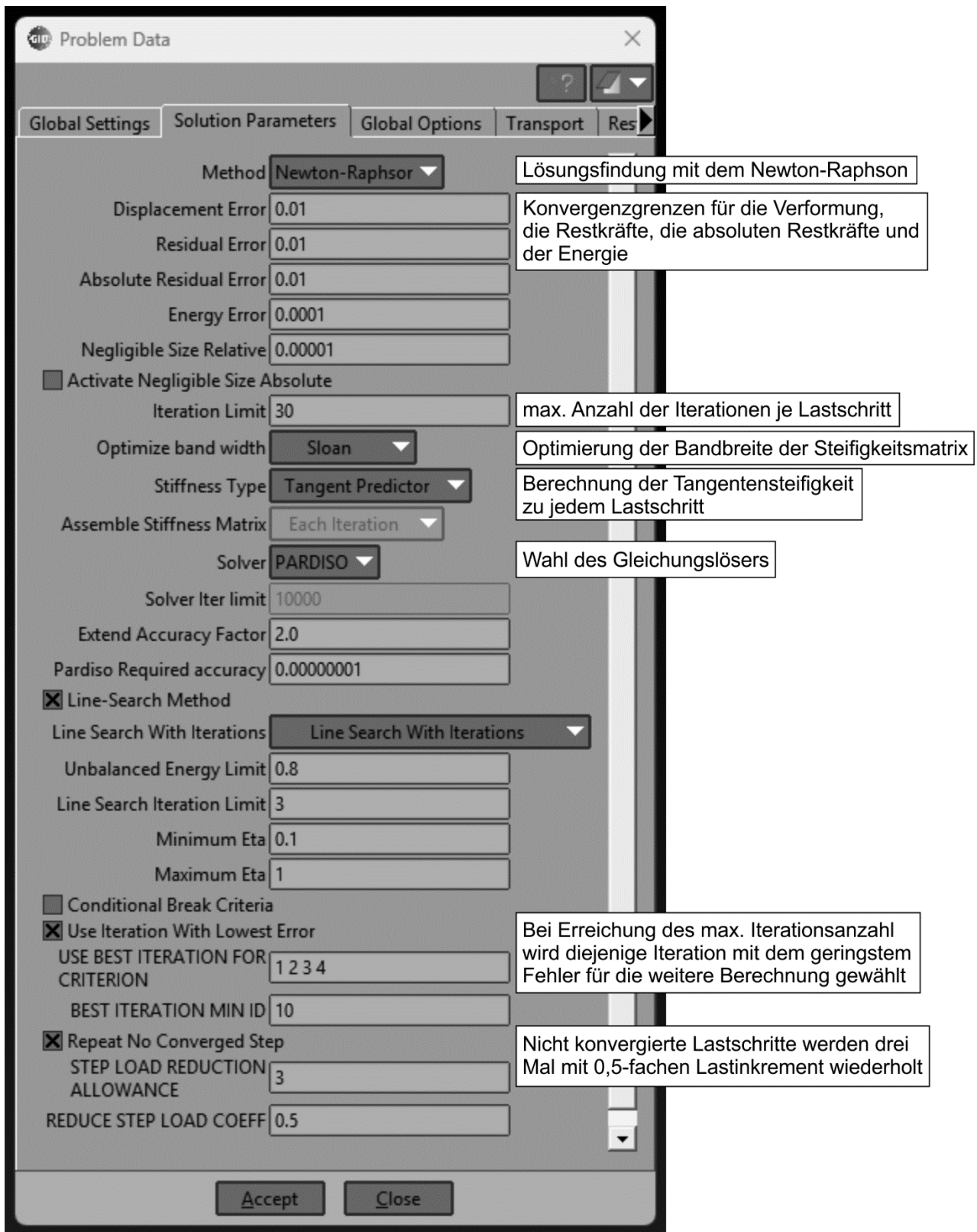


Bild F-8 ATENA Betonmodell „CC3DNonLinCementitious2“: Eingabe der „Lösungsparameter“

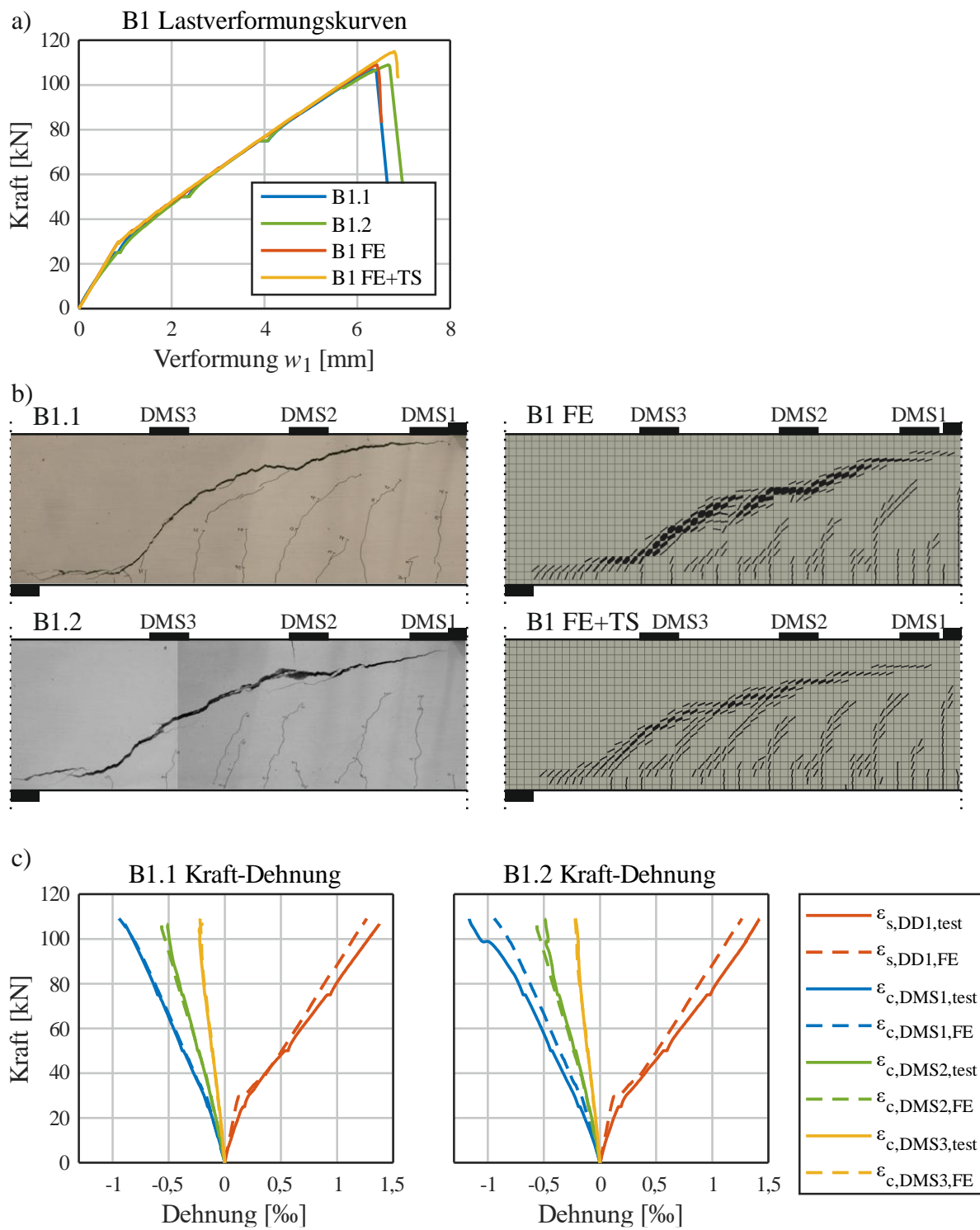


Bild F-9 Balken B1: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

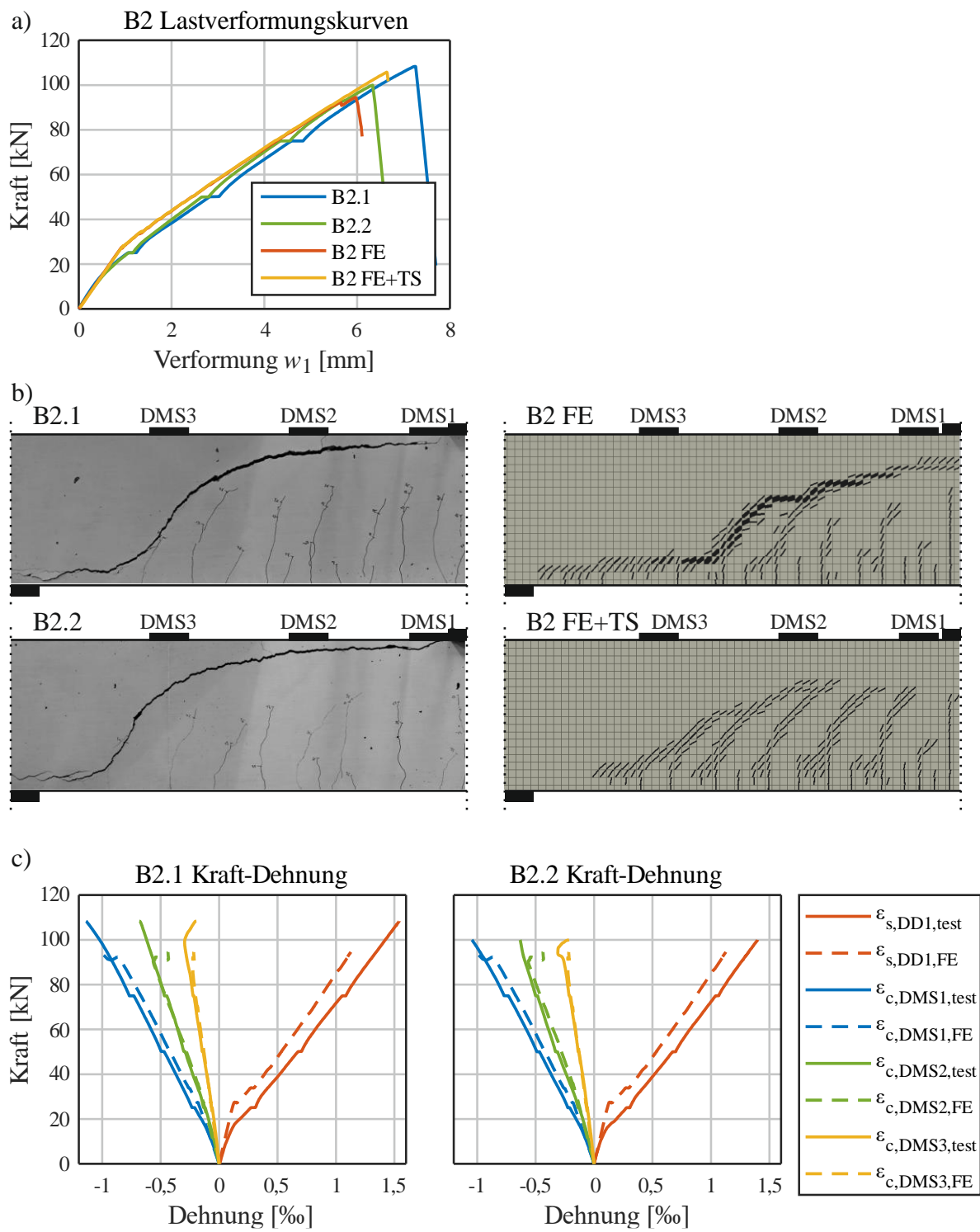


Bild F-10 Balken B2: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

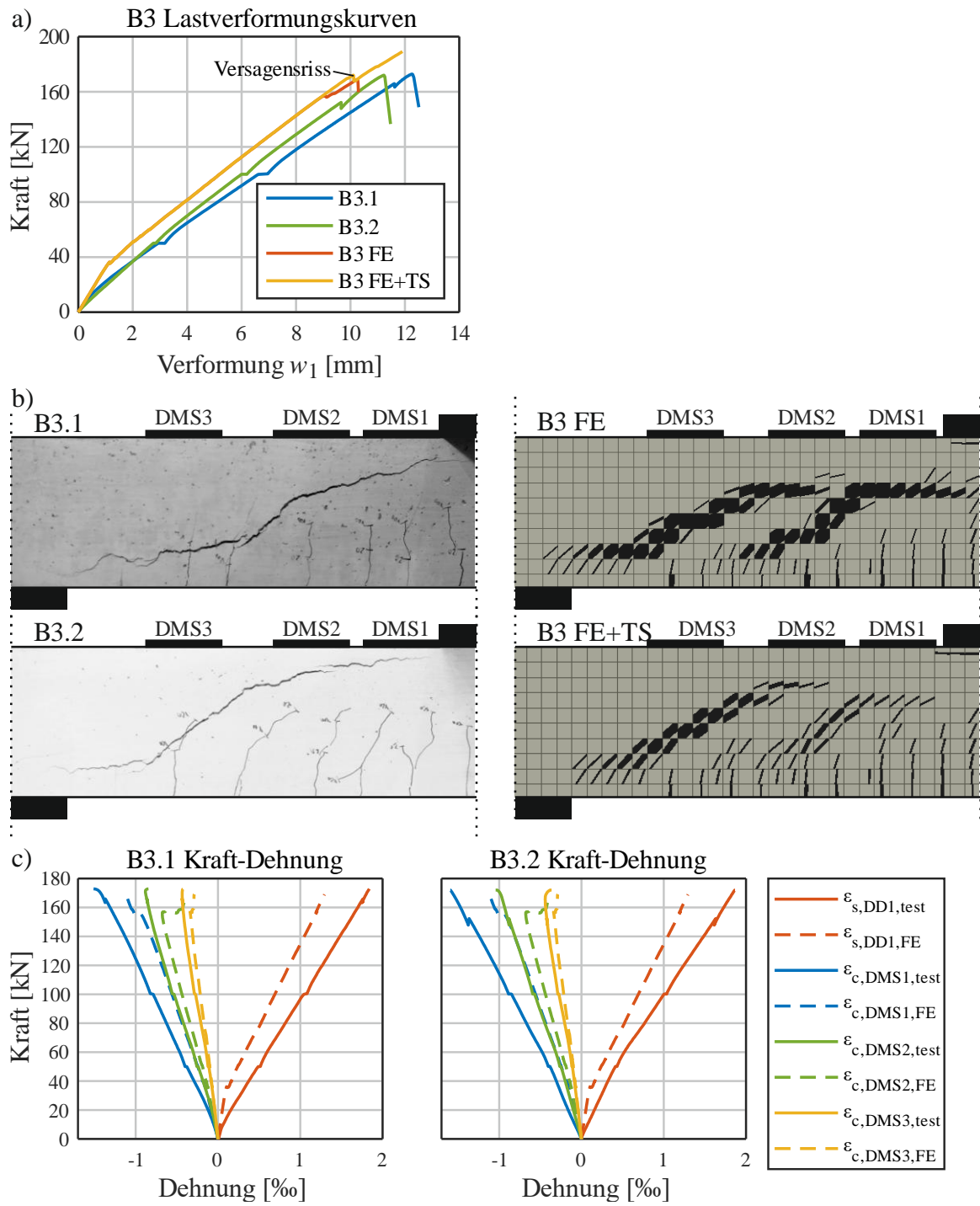


Bild F-11 Balken B3: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

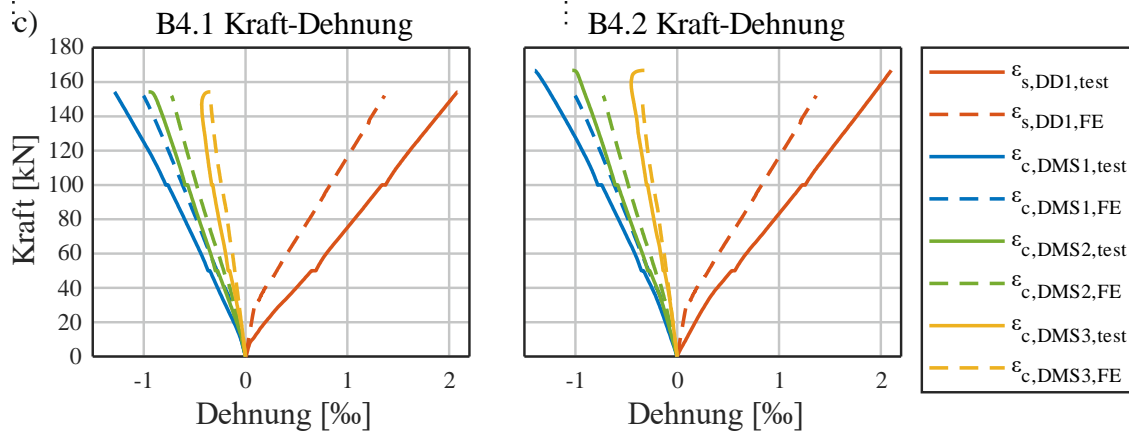
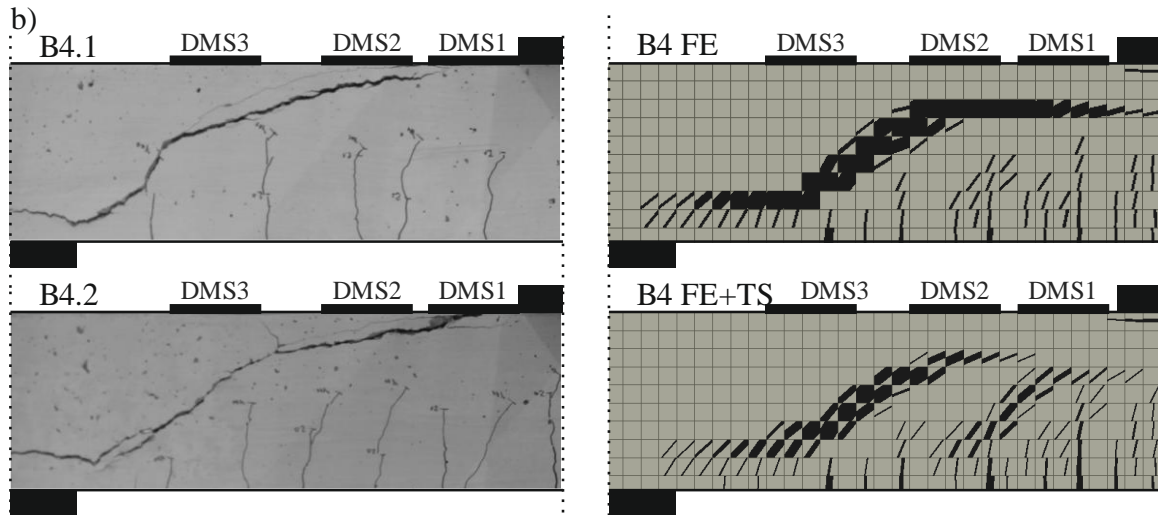
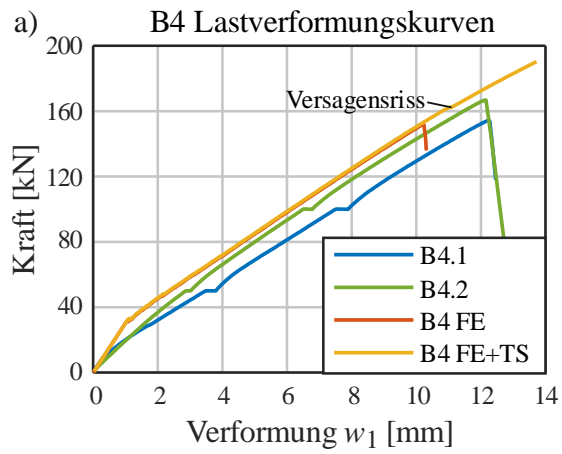


Bild F-12 Balken B4: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

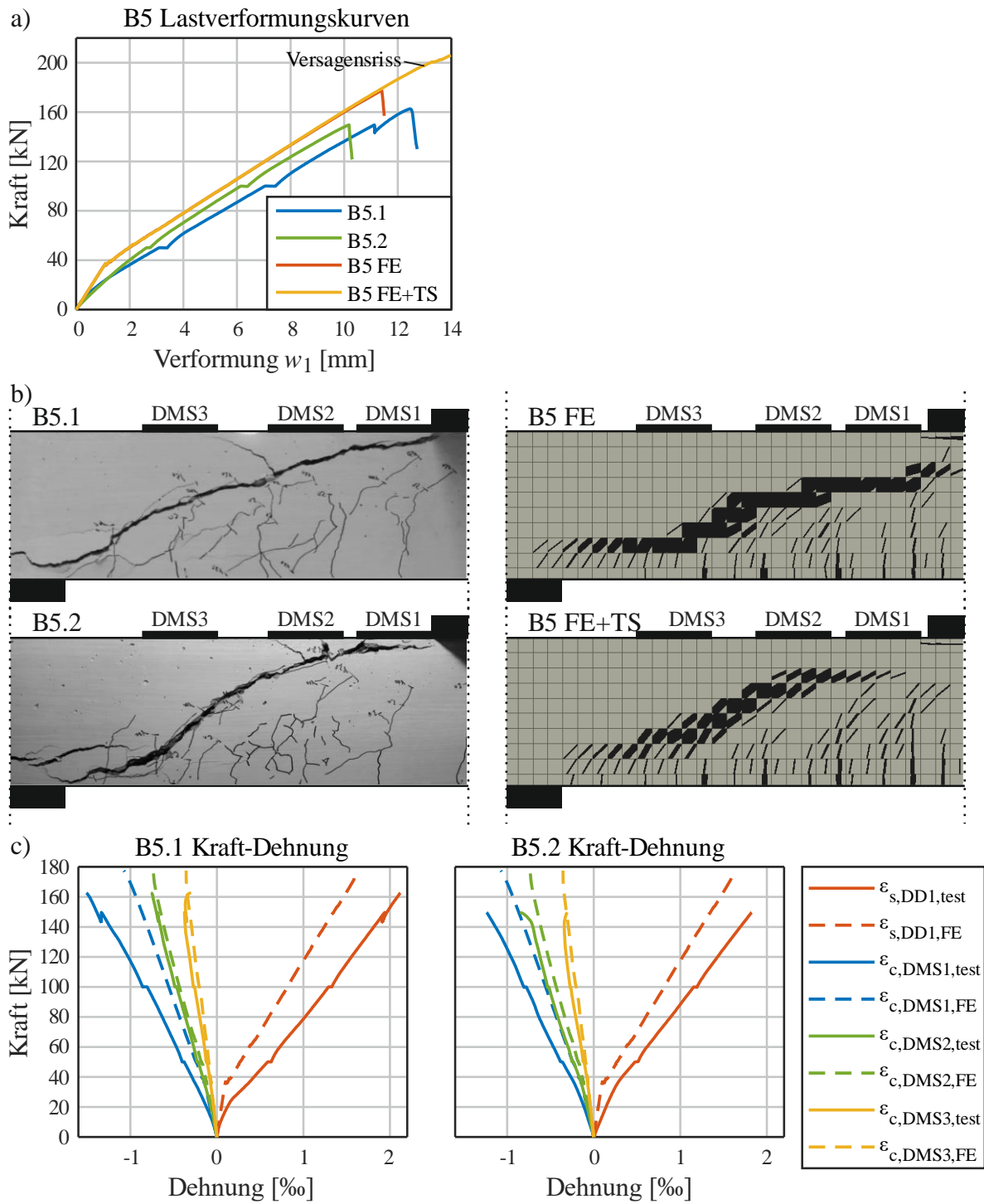


Bild F-13 Balken B5: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

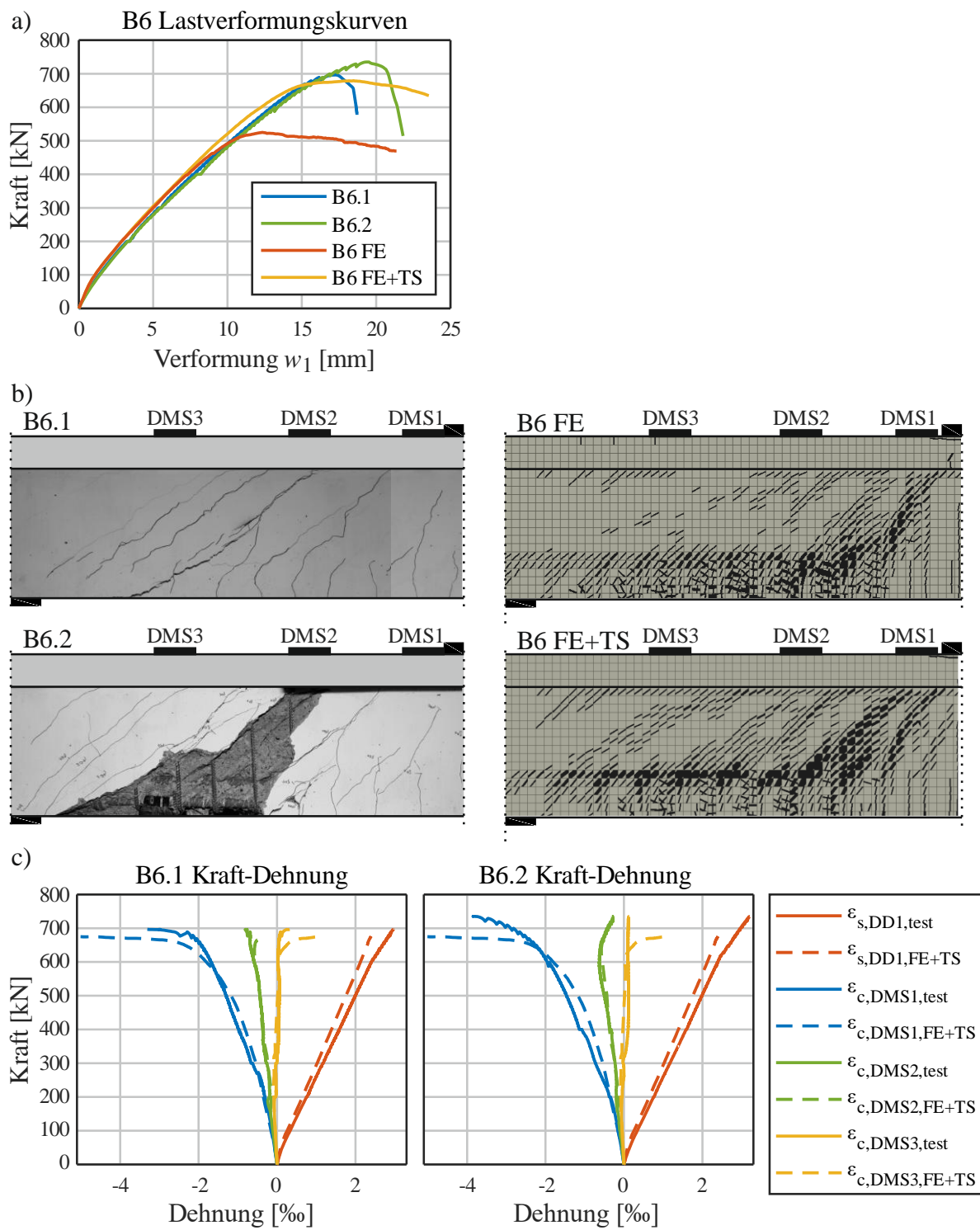


Bild F-14 Balken B6: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

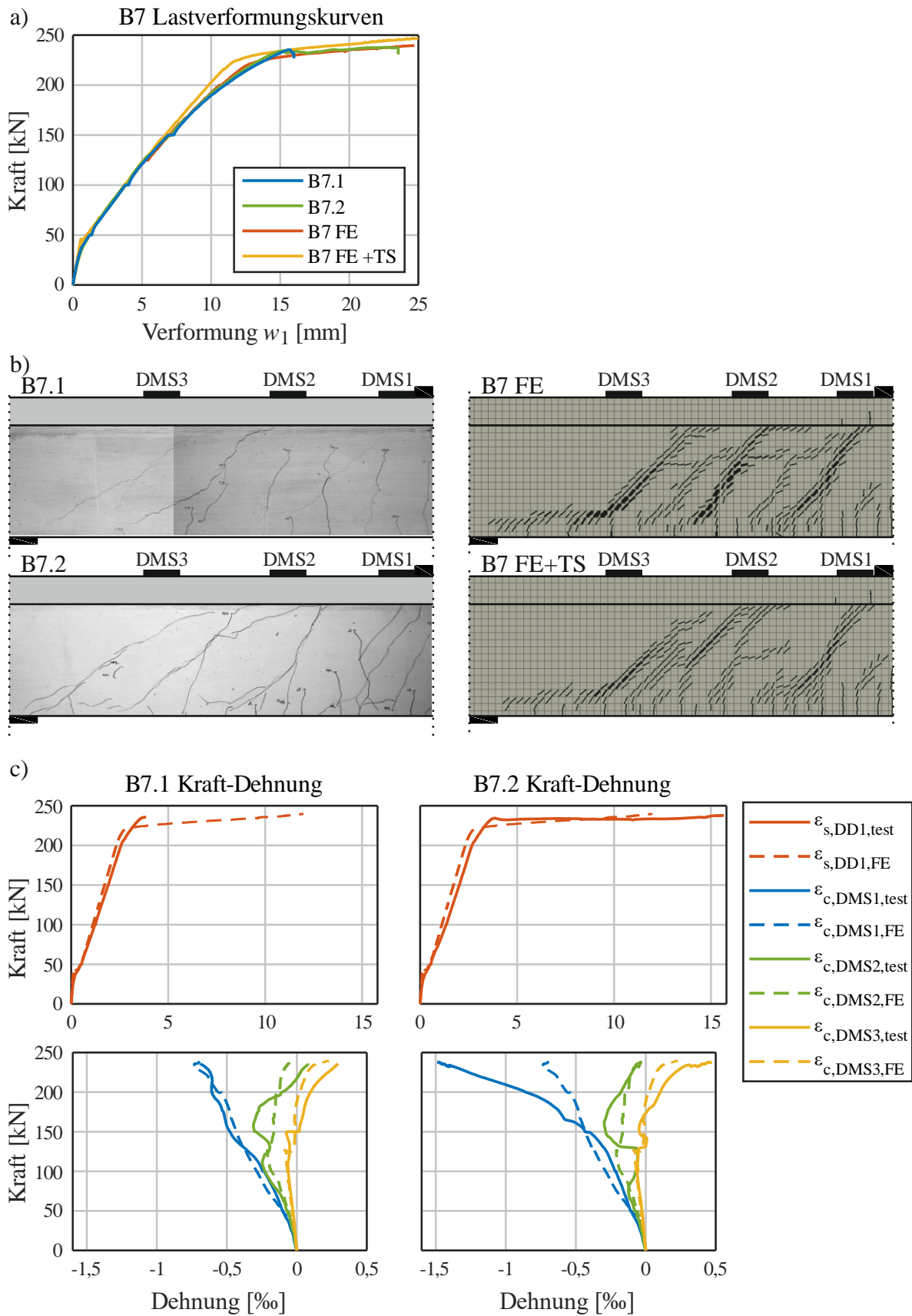


Bild F-15 Balken B7: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

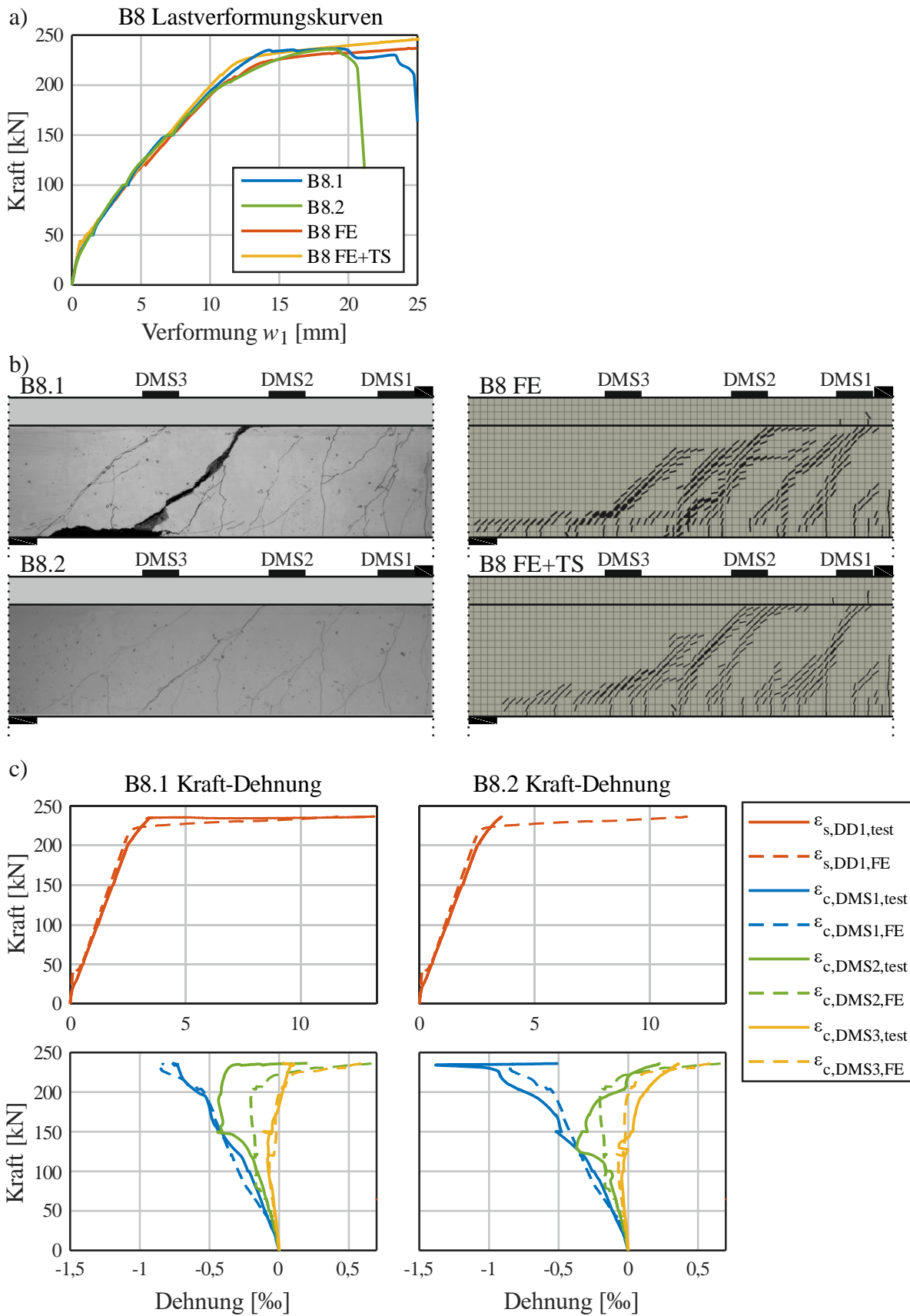


Bild F-16 Balken B8: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

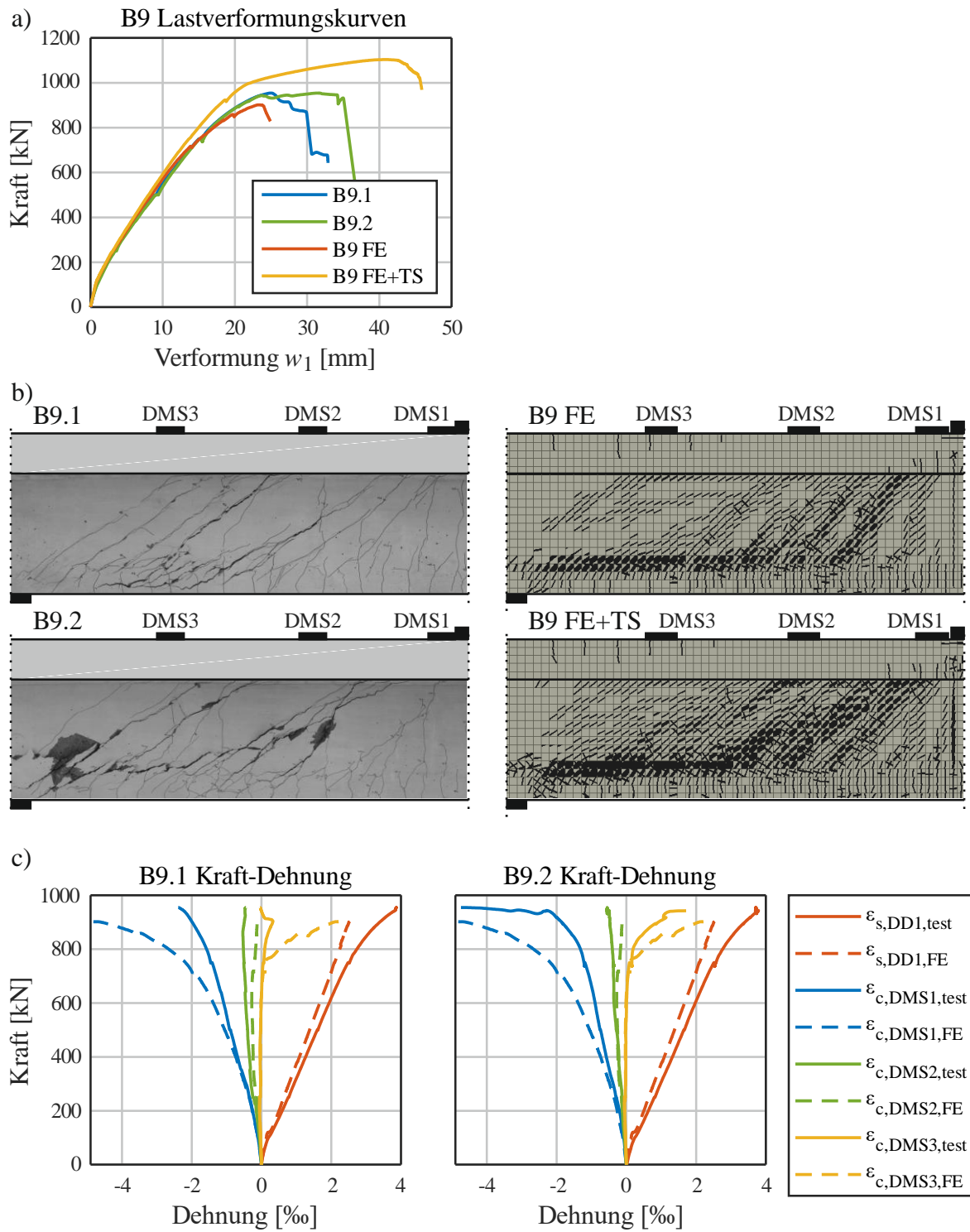


Bild F-17 Balken B9: Ergebnisse der Versuche und Simulationen: a) Lastverformungskurven; b) Rissbilder im Versagenszustand; c) Kraft-Dehnungs-Diagramme

Anhang G Querkraftverläufe nach den FE-Simulationen

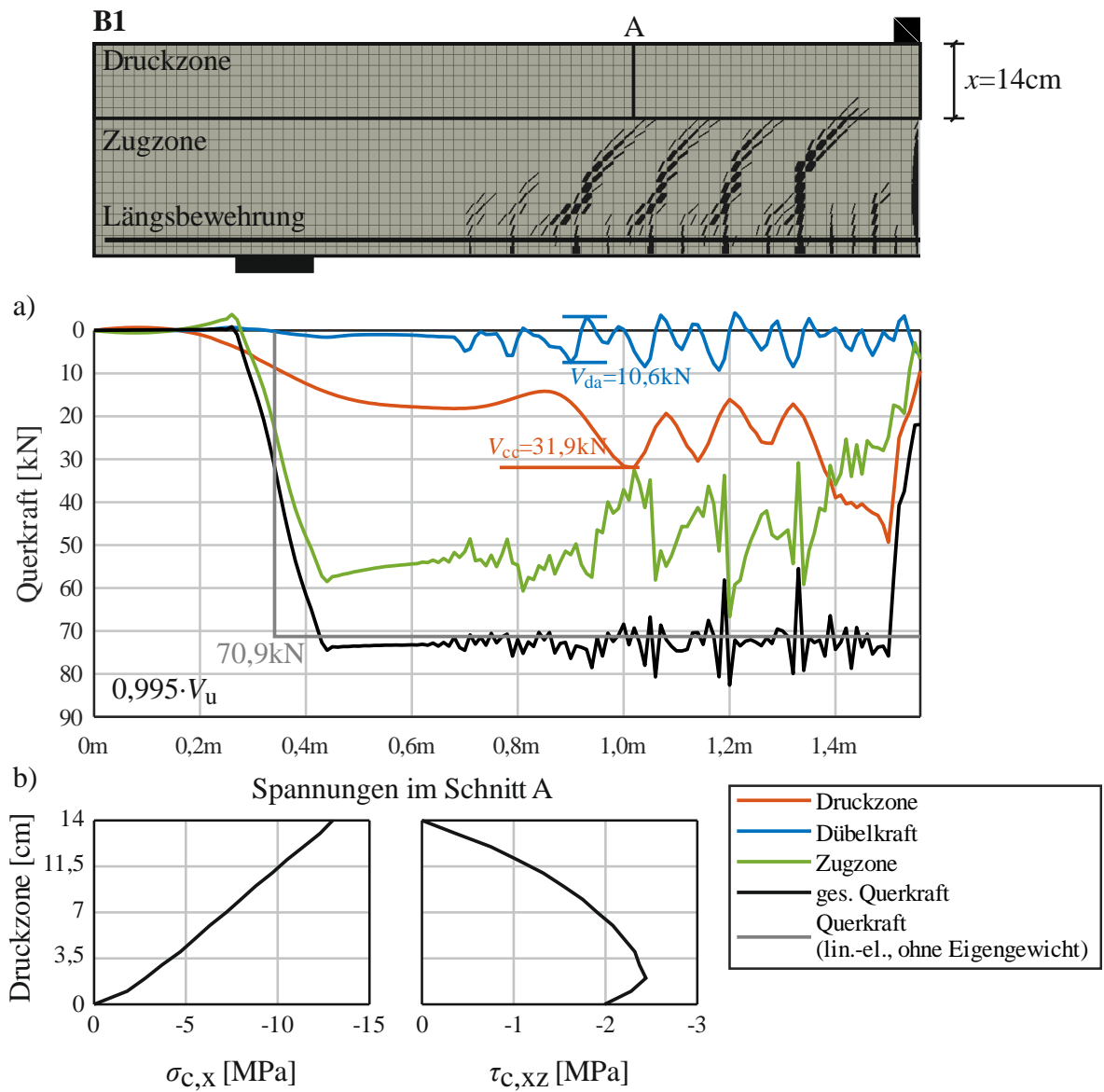


Bild G-1 Balken B1: a) Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen; b) Druck- und Schubspannungen in der Druckzone

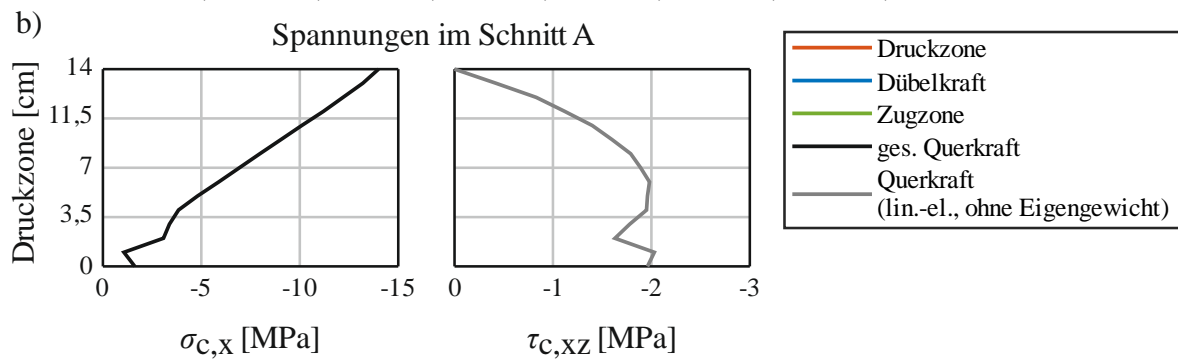
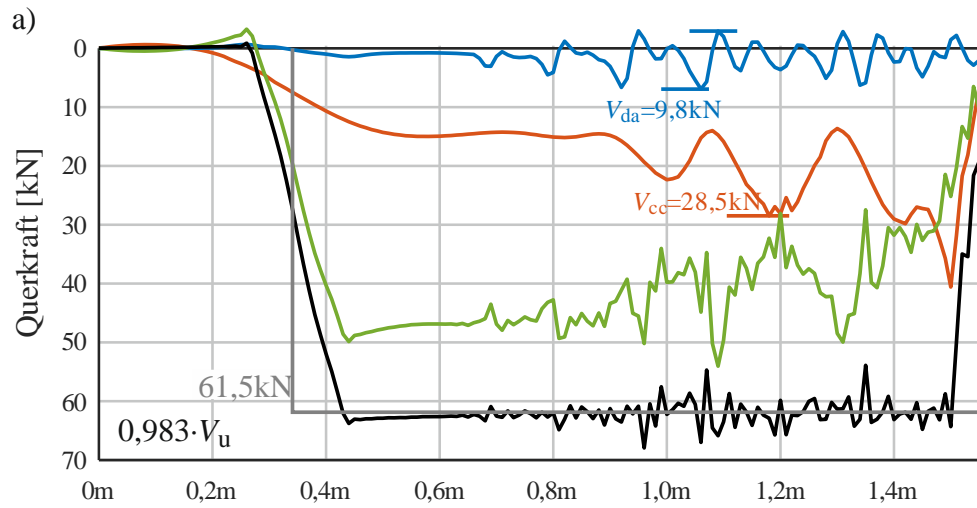
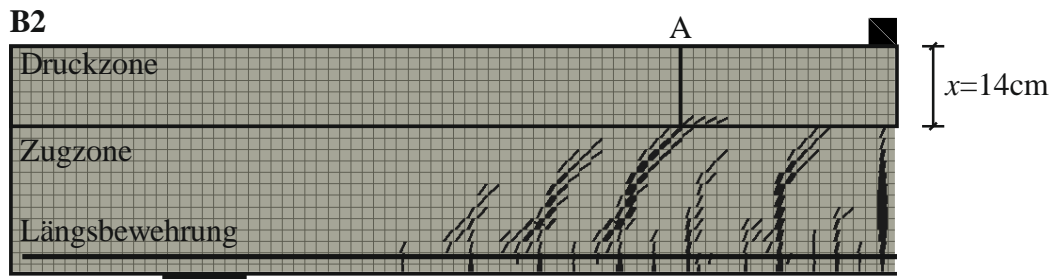


Bild G-2 Balken B2: a) Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen; b) Druck- und Schubspannungen in der Druckzone

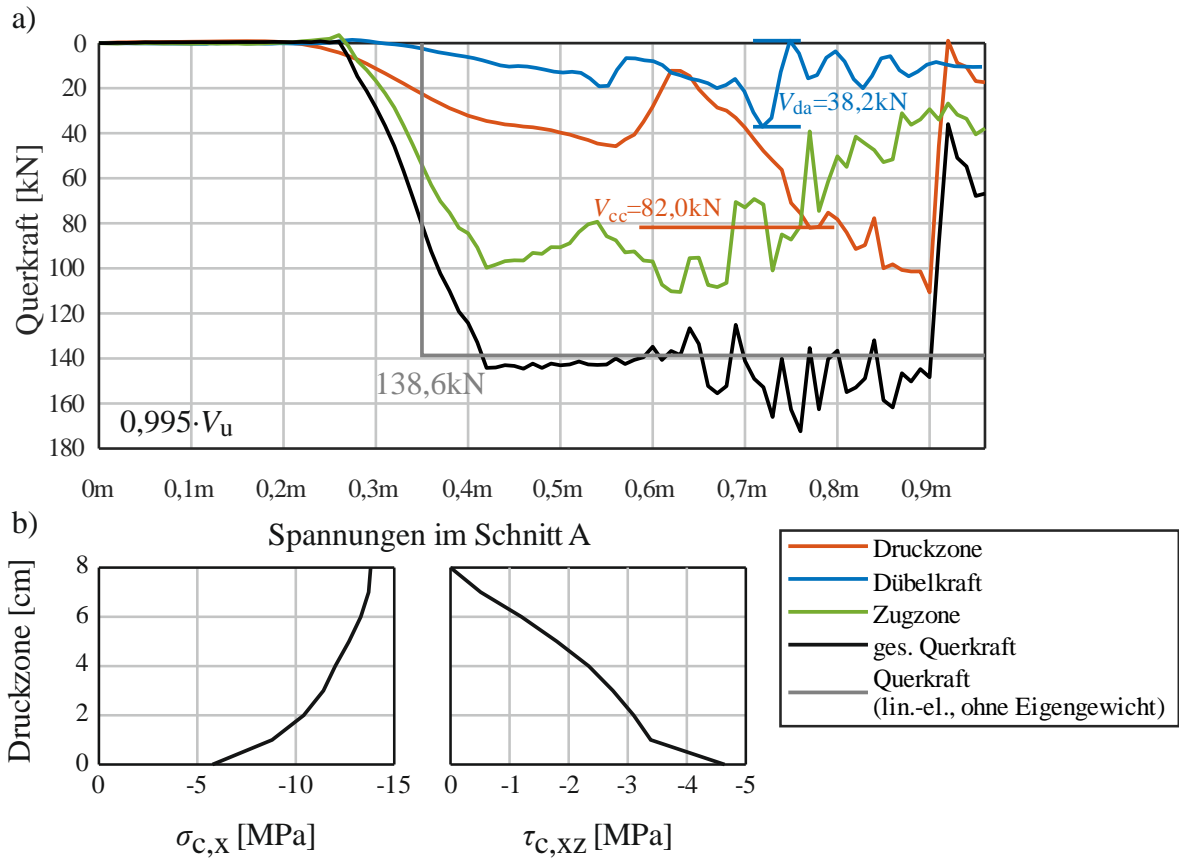
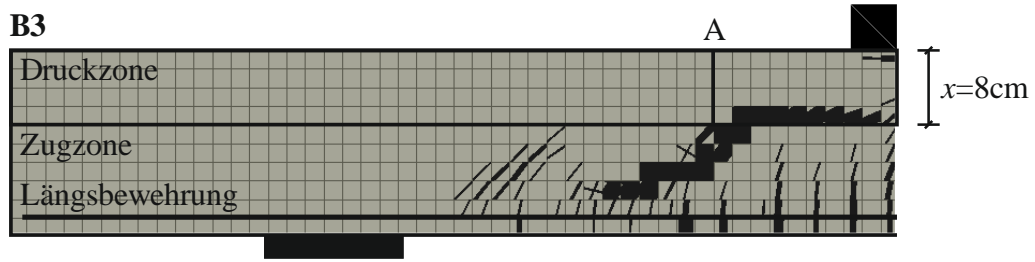


Bild G-3 Balken B3: a) Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen; b) Druck- und Schubspannungen in der Druckzone

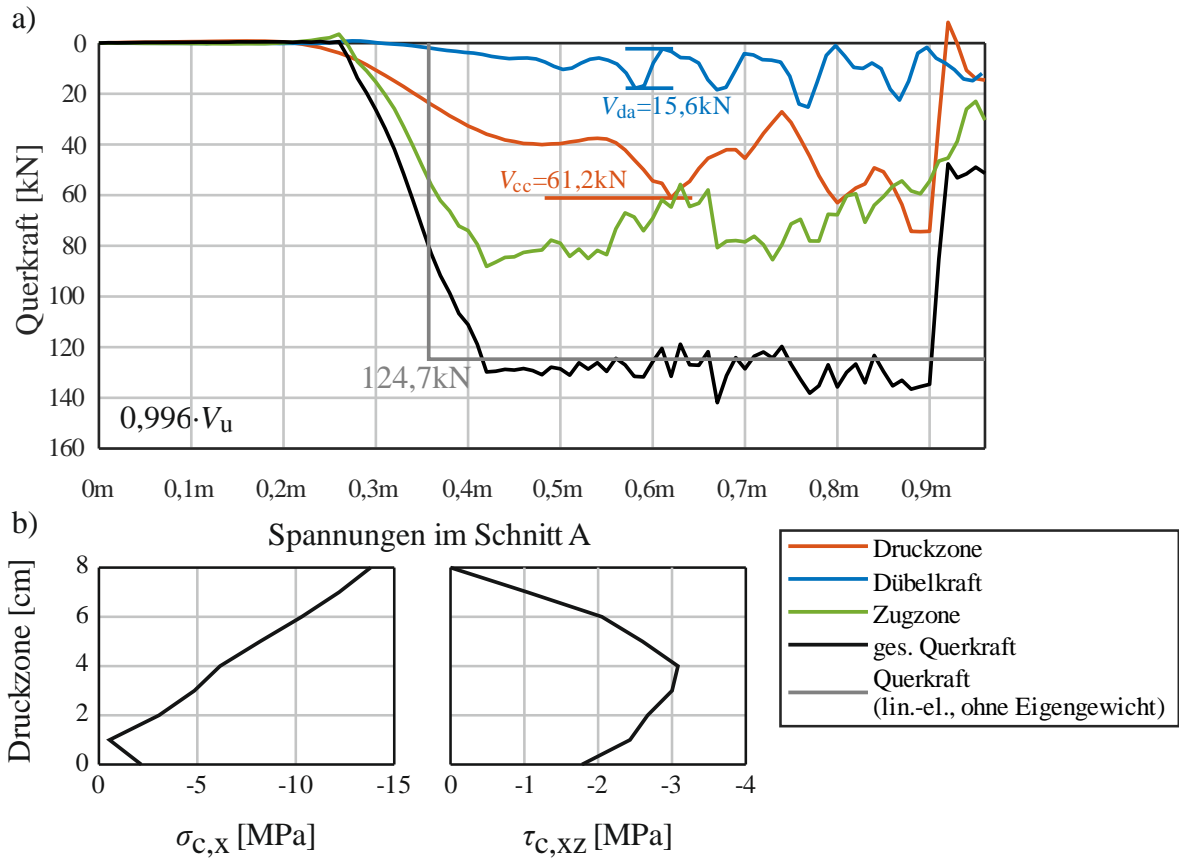
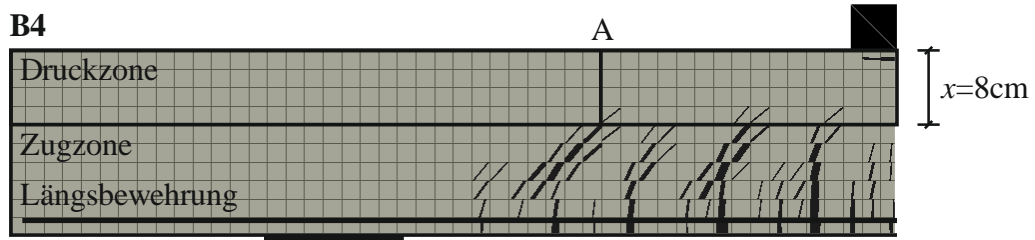


Bild G-4 Balken B4: a) Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen; b) Druck- und Schubspannungen in der Druckzone

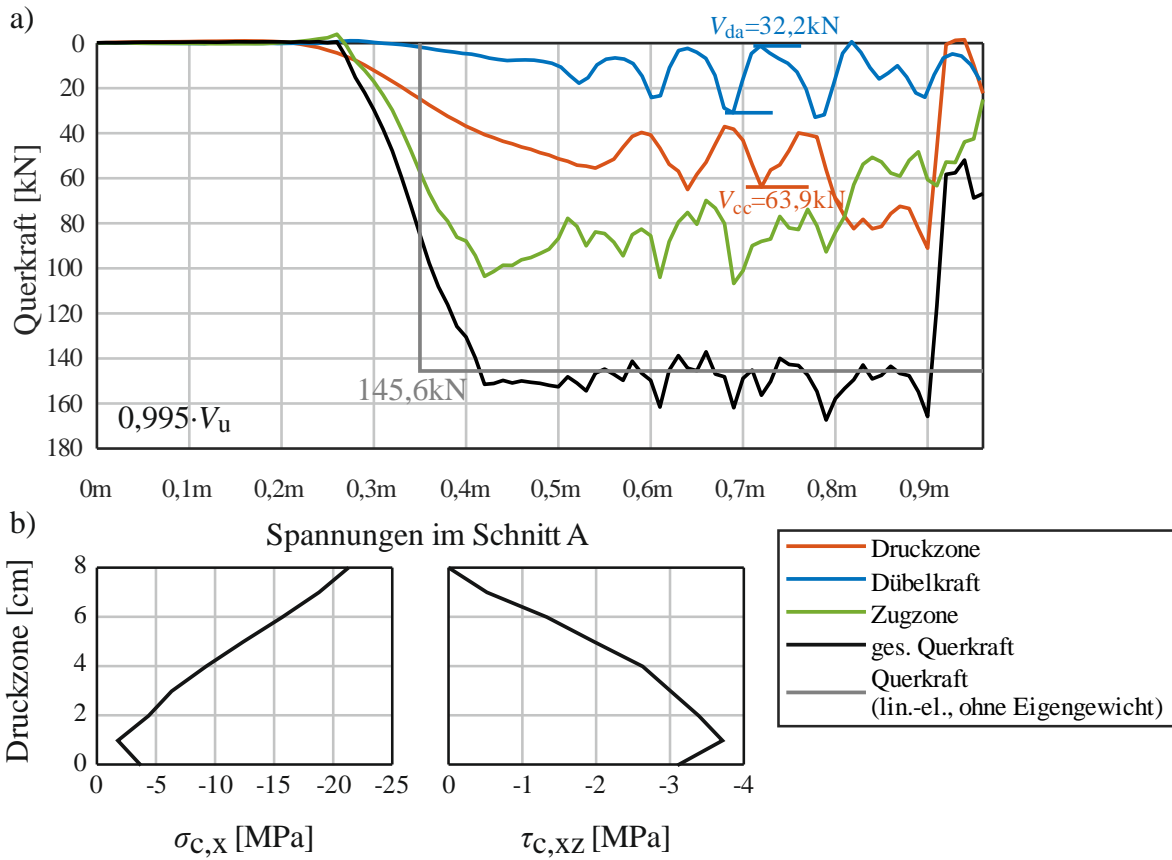
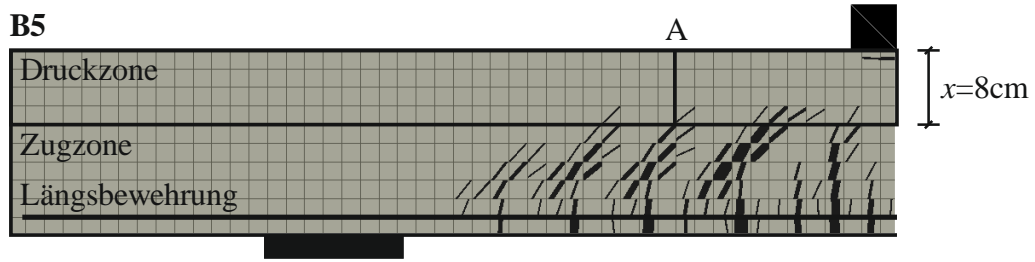


Bild G-5 Balken B5: a) Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen; b) Druck- und Schubspannungen in der Druckzone

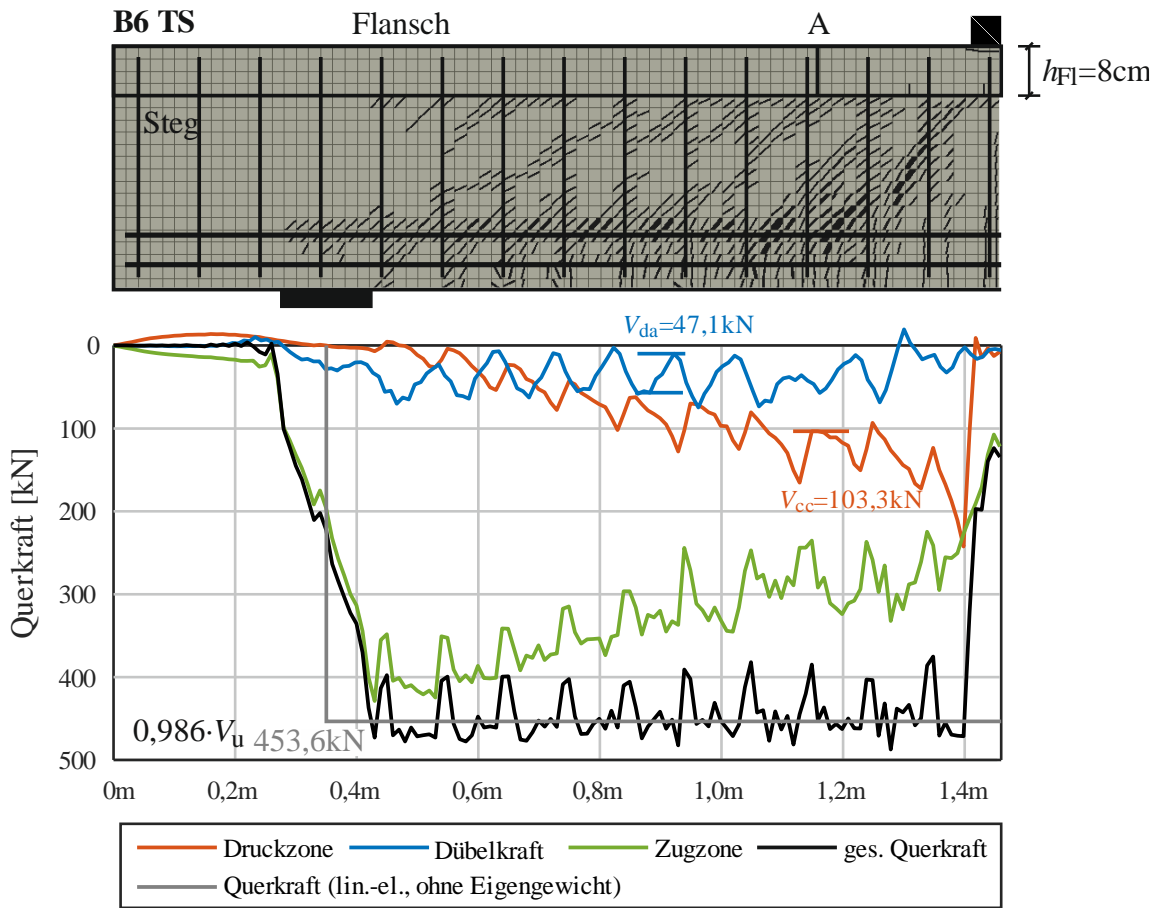


Bild G-6 Balken B6: Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen

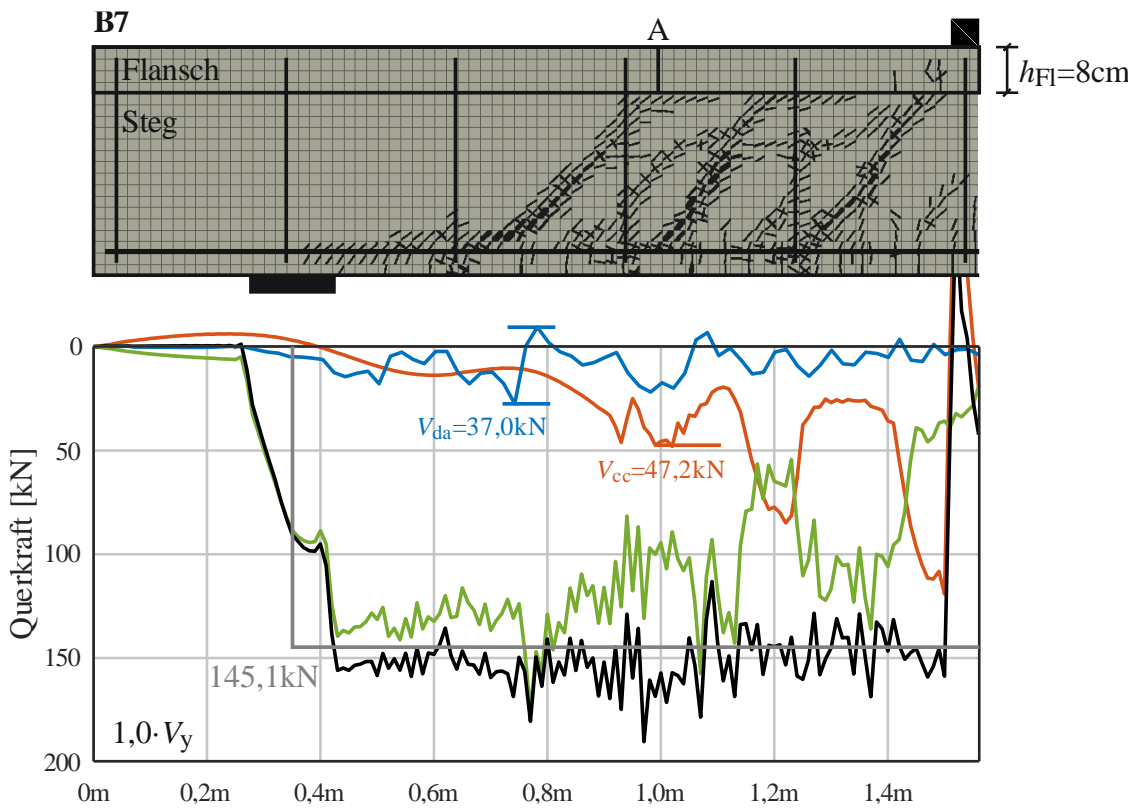


Bild G-7 Balken B7: Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen

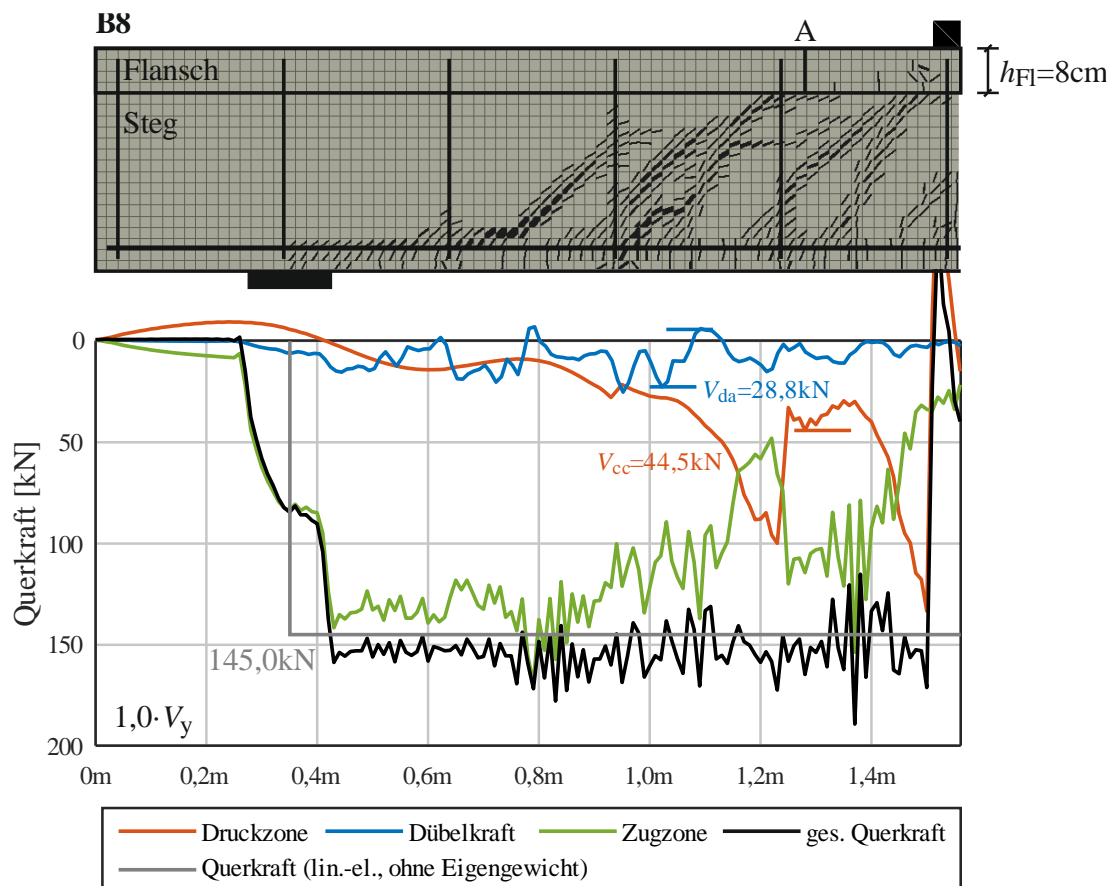


Bild G-8 Balken B8: Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen

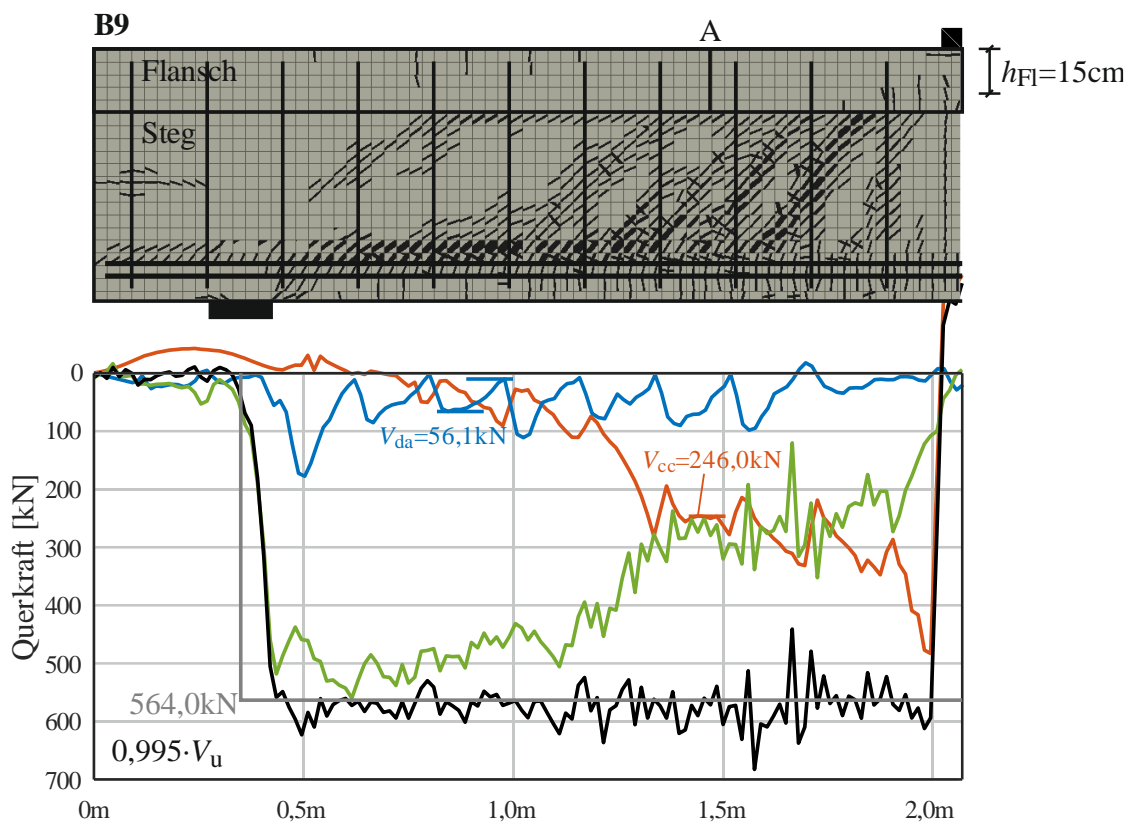


Bild G-9 Balken B9: Querkraftverläufe einzelner Tragmechanismen

Anhang H Materialversuche Zementmörtel

Nachfolgend sind die experimentell ermittelten Materialparameter tabellarisch aufgelistet. Diese wurden für die FE- Berechnungen des *Zwei-Phasen-Mikromodells* nach Walraven bestimmt.

Zement: Cemex CEM III/A 42,5

Zusammensetzung: Mörtel aus 50 kg Zement, 200 kg Sand 0/2, 30,5 Liter Wasser

Herstellung am 26.10.2023, Prüfung am 27.11.2023, Alter 32 Tage (a, b, c)
28.11.2023, Alter 33 Tage (d)

Lagerung: 7 Tage nass, dann bei Raumklima bis zur Prüfung (a, b, c)
Unterwasserlagerung bis zur Prüfung (d)

(a) Druckfestigkeit (DIN EN 12390-3)

Probe Nr.	Maße [mm]		m [kg]	ρ [kg/m ³]	F [kN]	f_c [MPa]
	\varnothing	h				
1	150,0	295,6	10,850	2077	612,2	34,6
2	150,0	296,7	10,874	2074	595,8	33,7
3	150,0	295,4	10,796	2068	588,7	33,3
4	150,0	297,4	10,828	2060	605,9	34,3
5	150,0	296,3	10,866	2075	589,4	33,4
Mittelwert:				2071		33,9

(b) Spaltzugfestigkeit (DIN EN 12390-6)

Probe Nr.	Maße [mm]		m [kg]	ρ [kg/m ³]	F [kN]	$f_{ct,sp}$ [MPa]
	\varnothing	h				
1	150,0	296,0	10,788	2062	164	2,35
2	150,0	298,3	10,768	2043	173	2,46
3	150,0	297,2	10,847	2065	170	2,43
4	150,0	294,9	10,802	2073	180	2,59
5	150,0	294,3	10,722	2062	171	2,47
Mittelwert:				2060	171.6	2,46

(c) E-Modul (DIN EN 12390-13, Verfahren A)

Probe Nr.	Maße [mm] <i>h</i>	<i>m</i> [kg]	ρ [kg/m ³]	σ_a [MPa]	σ_b [MPa]	$\varepsilon_{a,0}$ [mm/m]	$\varepsilon_{b,0}$ [mm/m]	$E_{c,0}$ [MPa]
1	296,4	10,724	2047	11,3	3,4	0,642	0,184	17.300
2	295,9	10,821	2069	11,3	3,4	0,542	0,152	20.310
3	296,0	10,794	2064	11,3	3,4	0,541	0,148	20.160
4	297,2	10,926	2080	11,3	3,4	0,548	0,148	19.810
5	297,5	10,673	2030	11,3	3,4	0,634	0,180	17.450
Ø=150mm			2058					19.006

Probe Nr.	$\varepsilon_{b,3}$ [mm/m]	$E_{c,S}$ [MPa]	F_a [kN]	F_b [kN]	F [kN]	f_c [MPa]
1	0,261	20.010	200,0	60,0	544,6	30,8
2	0,206	22.830	200,0	60,0	592,9	33,6
3	0,207	22.830	200,0	60,0	564,4	31,9
4	0,209	22.570	200,0	60,0	579,2	32,8
5	0,257	20.210	200,0	60,0	562,9	31,9
		21.690				32,2

(Ø=150mm)

(d) Bruchenergie (Balkenversuch nach Rilem Recommendation 1985 [68])

Nr.	L mm	l mm	b mm	h mm	b_{Lig} mm	h_{Lig} mm	A_{Lig} mm ²	A_{Lig} m ²	m_{Balken} kg	m_1 kg	m_2 kg	m kg
1	840	800	101,0	101,8	100,0	50,9	5090,00	0,0051	18,00	17,14	0,36	17,86
2	840	800	101,5	101,7	101,5	51,5	5227,25	0,0052	18,18	17,31	0,36	18,03
3	840	800	100,9	102,4	100,9	51,7	5216,53	0,0052	18,09	17,22	0,36	17,94
4	840	800	101,2	102,4	101,2	52,3	5292,76	0,0053	18,46	17,58	0,36	18,30
5	840	800	100,4	102,2	100,4	51,9	5210,76	0,0052	17,98	17,12	0,36	17,84
6	840	800	101,1	102,3	101,1	52,2	5277,42	0,0053	18,22	17,35	0,36	18,07

Nr.	δ_0 m	W_0 Nm	G_F N/m=J/m ²	F_{max} N	$t(F_{max})$ s	v_{Weg} mm/s	Kerbe
1	0,0005133	0,123547	41,95	683	~54	0,005	
2	0,0004573	0,127510	39,87	731	~57	0,005	
3	0,0004884	0,126785	40,79	713	~54	0,005	Keil mit 15°
4	0,0004491	0,134259	40,60	744	~58	0,005	Spitze R2,5
5	0,0004938	0,126671	40,89	712	~53	0,005	
6	0,0004179	0,115236	35,88	705	~53	0,005	
Mittelwert:			40,0				

$$G_f = (W_0 + m \cdot g \cdot \delta_0) / A_{Lig} \quad m = m_1 + 2 \cdot m_2 \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$W_0 \triangleq$ Fläche unterhalb der Lastverformungskurve [Nm]

$\delta_0 \triangleq$ Balkenverformung zum Versagen [m]

$A_{lig} \triangleq$ Bruchfläche projiziert auf Ebene senkrecht zur Balkenachse ($= b_{Lig} \cdot h_{Lig}$)

$m_1 \triangleq$ Gewicht zwischen den Auflagern ($= m_{Balken} \cdot l / L$)

$m_2 \triangleq$ Gewicht des Teils der Belastungseinrichtung, welches nicht an der Maschine befestigt ist. In diesem Fall nur der Vierkantstahl, der auf dem Balken lag (560g), abzüglich der Federkraft der Wegaufnehmer ($2 \times 100g$)

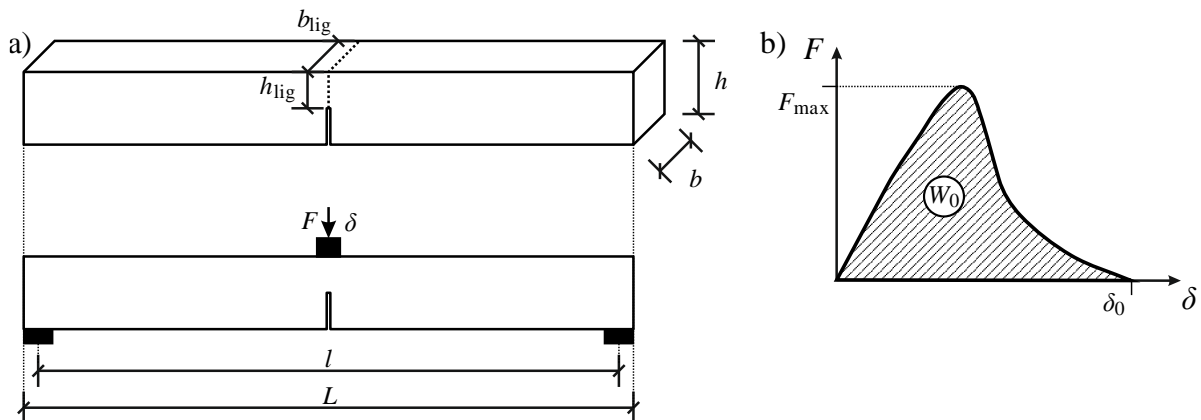


Bild H-1 a) RILEM-Balken und Versuchsaufbau; b) Kraftverformungskurve des RILEM-Balkens

Anhang I Konvergenzwerte der Simulation des *Zwei-Phasen-Modells*

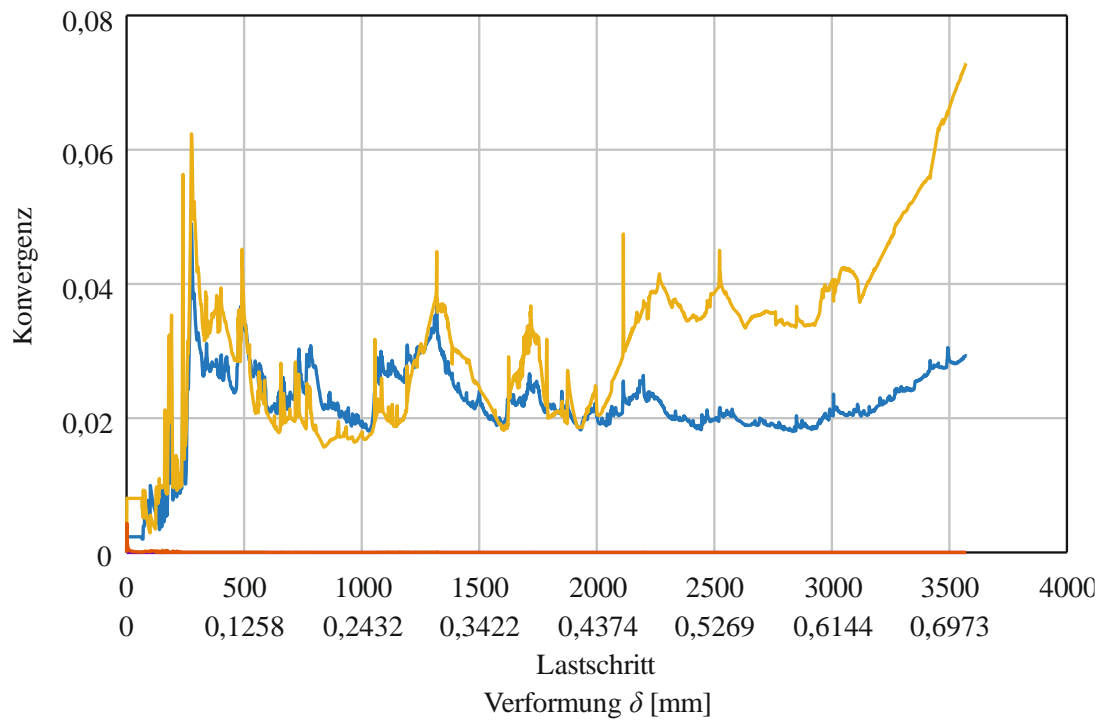


Bild I-1 WalV: Konvergenzwerte (Modell: Bild 7-2 a)

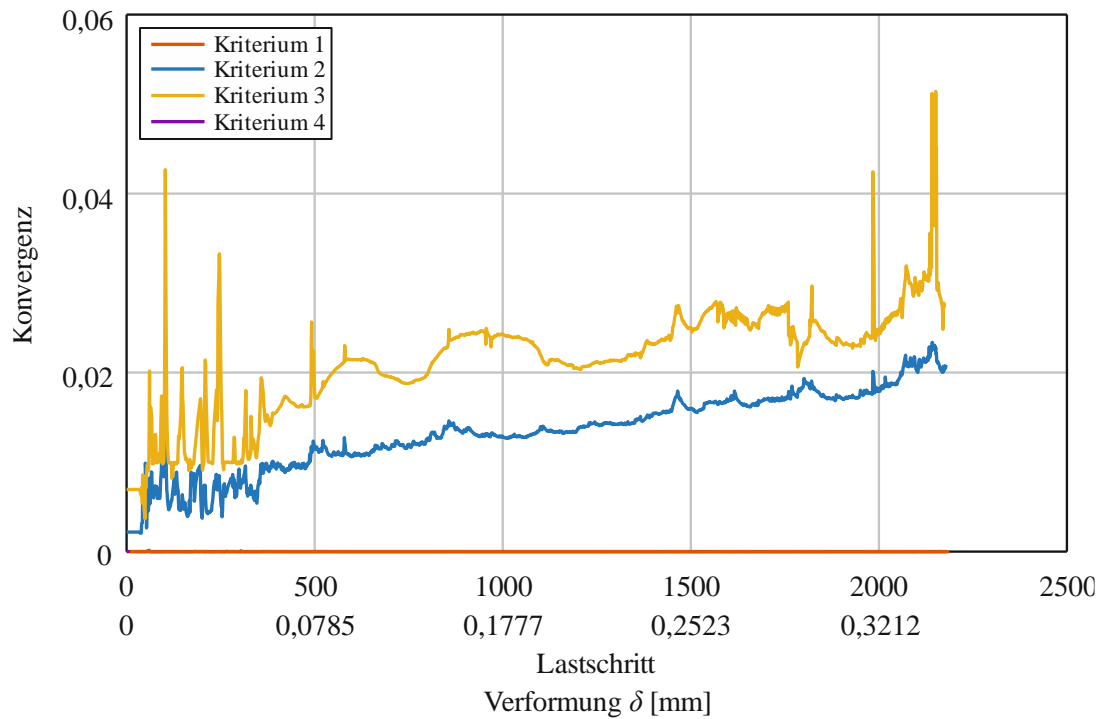


Bild I-2 WalV: Konvergenzwerte (Modell: Bild 7-2 b)

Krit. 1 – Rel. Fehler bei den Verformungen

Krit. 2 – Rel. Fehler bei den Restkräften

Krit. 3 – Absoluter Fehler bei den Restkräften

Krit. 4 – Rel. Fehler bei der Energie