

190 | Juli 1967

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

P. Schenzle

Über die Vorhersage von Slam-Stößen

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 190

Über die Vorhersage von Slam-Stößen

von

P. Schenzle

Hamburg, Juli 1967

<u>INHALT</u>	S.
1. Einführung	1
2. Ziel	3
3. Voraussetzungen	3
3.1 Kinematische Bedingungen für einen schweren Slam-Stoß	3
3.2 Kinematik der erzwungenen harmonischen Relativschwingung	7
3.3 Spektren der unregelmäßigen Schwingungen	11
4. Statistische Betrachtung	13
4.1 Normalverteilung von s, \dot{s}, s'	13
4.2 Diskussion der Verteilungsdichte	17
4.3 Integration über die Verteilungsdichte	19
4.4 Anwendung auf Langzeitvoraussagen für ein Seegebiet	20
5. Bemerkung	22
Anhang 1: ALGOL Rechenprogramm	23
Anhang 2: Beispiele für Rechenergebnisse	29
Anhang 3: Wichtige Symbole	41
Literatur	43

1. Einführung

Die Seegangsbewegungen des Schiffes sind vor allem Schwingungen in den sechs Freiheitsgraden des starren Körpers mit mehr oder weniger starker gegenseitiger Koppelung.

Am leichtesten zugänglich ist davon die gekoppelte Tauch-Stampf-Schwingung, deren rechnerische Erfassung daher auch schon am weitesten fortgeschritten ist. Die Berechnung von Amplituden und Phasenlagen dieser Schwingungsformen erregt durch das Modell des langkämmigen, längslaufenden Seegangs ist für praktische Bedürfnisse zufriedenstellend gelöst.

Damit liegt es nahe, die Anwendung solcher Rechenergebnisse auf eines der unangenehmsten Seegangsphänomene, auf Slam-Stöße am Boden des Vorschiffes zu versuchen.

Das zur Verfügung stehende Rechenprogramm [1] berechnet die erregenden Kräfte, die Trägheits- und die Dämpfungskoeffizienten der linearen Bewegungsgleichungen für die erzwungene Tauch- und Stampfschwingung des Schiffes in längslaufenden Wellen nach der Streifenmethode [2]. Außerdem werden diese Bewegungsgleichungen gelöst und die Lösung in Form von dimensionslosen Amplituden der Komponenten von Tauch- und Stampfschwingung bezogen auf die Phasenlage der Wellenerhebung im Hauptspant angegeben.

Die Näherung linearer Schwingungen ist gut für kleine Amplituden verglichen etwa mit dem Tiefgang. Die Anwendung auf so heftige Bewegungen, wie sie im Falle von Slamming auftreten, wo Teile des Vorschiffs ganz austauschen, erscheint problematisch. Ochi [3] hat aber gezeigt, daß das durchaus noch zu brauchbaren Ergebnissen führt, was wohl damit zu erklären ist, daß, mindestens in praktisch interessierenden Fällen, die Austauschlänge, die Austauschzeitspanne und die Stoßenergie 'klein' sind.

2. Ziel der angestellten Betrachtungen soll sein:
die Angabe eines Erwartungswerts für die zeitliche
Häufigkeit schwerer Slam-Stöße abhängig von:

Seegangsform
Schiffsform
Schiffsgröße
Schwimmlage
Massenverteilung
Schiffsgeschwindigkeit

3. Voraussetzungen

3.1 Kinematische Bedingungen für einen schweren Slam-Stoß

Auf dynamische Betrachtungen wird wegen ihrer noch nicht befriedigend gelösten Schwierigkeiten bewusst verzichtet. Daher soll als Voraussetzung zur Erreichung des obigen Ziels versucht werden, hinreichende kinematische Bedingungen für einen schweren Stoß zu formulieren.

Dabei spielt die absolute Tauch-Stampfschwingung keine Rolle; für Slamming interessiert nur die Relativbewegung zwischen Schiff und Wasseroberfläche $s(x,t)$.

('Wasseroberfläche' bedeutet im Folgenden immer die vom Schiff ungestörte Wellenoberfläche.)

Hier sollen nun 2 Möglichkeiten der Formulierung solcher Bedingungen vorgetragen werden.

1) Ochi [3] formulierte Bedingungen, die auf die praktischen Bedürfnisse seiner Modellversuche zugeschnitten sind.

Dazu dient die Definition einer kritischen Relativgeschwindigkeit \dot{s}^* .

Bedingungen: a) Austauchen des Kiels bei $x=0,4L$:

$$s_R(0,4) > T(0,4L)$$

b) Wiedereintauchen mit überkritischer Relativgeschwindigkeit:

$$\left. \begin{array}{l} s(0,4L) = T(0,4L) \\ \dot{s}(0,4L) < 0 \end{array} \right\} |\dot{s}(0,4L)| > \dot{s}^*$$

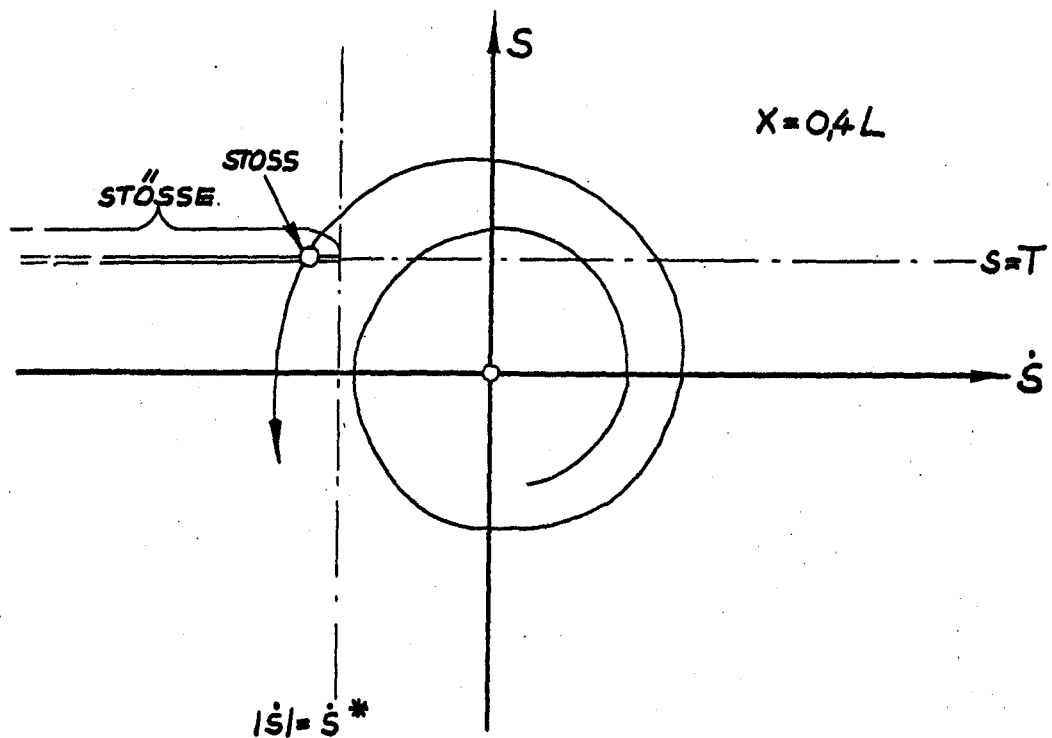


Abb. 1

2) Eine andere Möglichkeit beruht auf der Definition einer Stelle x^* am Vorschiff, an der der Spantfuß eine 'kritische Breite' hat (etwa nach Muster der Bedingung des GLL für Bodenverstärkung im Vorschiff) und auf der Betrachtung des Relativwinkels zwischen Schiff und Wasseroberfläche $s'(x,t)$.

Bedingungen: a) Austauchen des Vorschiffs bei x^* :

$$S_H(x^*) > T(x^*)$$

b) Wiedereintauchen an dieser Stelle mit negativem Relativwinkel:

$$\left. \begin{array}{l} S(x^*) = T(x^*) \\ \dot{S}(x^*) < 0 \end{array} \right\} S'(x^*) < 0$$

Dadurch wird ein Eintauchfall bedingt, bei dem an einer Stelle überkritischer Spantfußbreite (hinter x^*) der Eintauchwinkel verschwindet. (Aus der Betrachtung der einen Stelle kann auf Vorgänge in einem Bereich (hinter x^*) geschlossen werden.)

Positiver Eintauchwinkel bei x^* :



Negativer Eintauchwinkel bei x^* führt etwas später zu verschwindendem Eintauchwinkel hinter x^* :

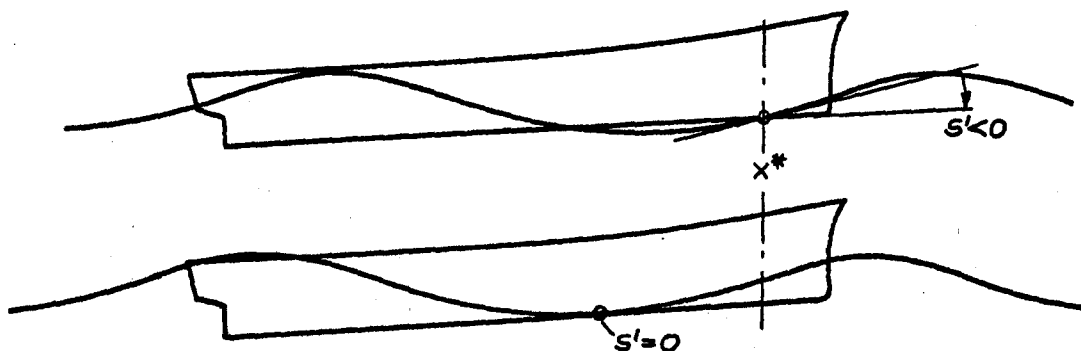


Abb. 2

Die zweite Formulierung von kinematischen Bedingungen für einen schweren Slam-Stoß vermeidet zwar die willkürliche Definition einer kritischen Eintauchgeschwindigkeit \dot{s}^* und die willkürliche Wahl der Stelle $x=0,4L$, dafür muß aber eine 'kritisch breite' Spantfußform definiert werden. Das kann relativ willkürlich geschehen, wenn nur ein qualitativer Vergleich verschiedener Schiffsförmungen beabsichtigt ist. Soll aber über die Stärke der so abgegrenzten Stöße etwas ausgesagt werden, so müßten experimentelle Ergebnisse oder dynamische Betrachtungen zur Bestimmung dieser Spantform herangezogen werden. Das wäre aber schon ein nächster Schritt.

Daß über den Betrag der Eintauchgeschwindigkeit nichts ausgesagt wird, rechtfertigt sich dadurch, daß durch die Korrelation zwischen \dot{s} und s' die negativen Eintauchwinkel mit großen Beträgen der Eintauchgeschwindigkeit verknüpft sind. (Siehe auch 4.2 und Abb.10)

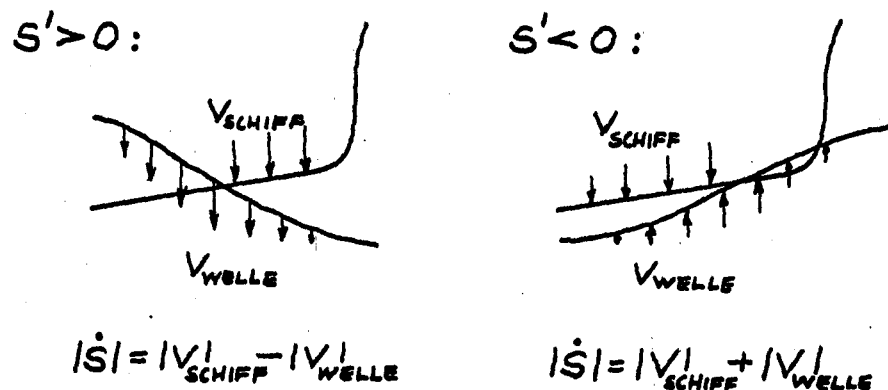


Abb. 3

Aus den dargelegten Gründen werden die an zweiter Stelle formulierten Bedingungen den ersten vorgezogen und die folgende Betrachtung geht von ihnen aus.

für die folgendermaßen formulierte Tauch- und Stampf-
schwingung:

$$z_n(t) = Y_{z\zeta}(\omega_n) \zeta_{nR}(t) = Y_{z\zeta}(\omega_n) \zeta_{Rn} \exp(i\omega_n t)$$

$$\Theta_n(t) = Y_{\Theta\zeta}(\omega_n) \zeta_{nR}(t) = Y_{\Theta\zeta}(\omega_n) \zeta_{Rn} \exp(i\omega_n t)$$

den Real- und Imaginärteil der komplexen Übertragungs-
funktionen:

$$Y_{z\zeta}(\omega_n) = Y_{1z\zeta}(\omega_n) - i Y_{2z\zeta}(\omega_n)$$

$$Y_{\Theta\zeta}(\omega_n) = Y_{1\Theta\zeta}(\omega_n) - i Y_{2\Theta\zeta}(\omega_n)$$

Aus den Komponenten der absoluten Tauch-Stampfbewegung
des Schiffes $z_n(t)$, $\Theta_n(t)$ und der absoluten Vertikalbewegung
der Welle an jeder Stelle x der Schiffslänge $\zeta_n(x,t)$ wird
für jede Stelle x die Komponente der vertikalen Relativ-
bewegung $s_n(x,t)$ des Schiffes gegenüber der ungestörten
Wellenoberfläche abgeleitet:

$$s_n(x,t) = z_n(t) + x \cdot \Theta_n(t) - \zeta_n(x,t)$$

$$= \zeta_{Rn} \exp(i\omega_n t) [Y_{z\zeta}(\omega_n) + x \cdot Y_{\Theta\zeta}(\omega_n) - \exp(ik_n x)]$$

$$= \zeta_{Rn} \exp(i\omega_n t) [Y_{1z\zeta}(\omega_n) + x \cdot Y_{1\Theta\zeta}(\omega_n) - \cos(k_n x) - i(Y_{2z\zeta}(\omega_n) + x \cdot Y_{2\Theta\zeta}(\omega_n) + \sin(k_n x))]$$

Definiert man analog zur Tauch- und Stampfbewegung auch
für die Relativbewegung eine Übertragungsfunktion:

$$Y_{s\zeta}(\omega_n) = Y_{1s\zeta}(\omega_n) - i Y_{2s\zeta}(\omega_n)$$

so erhält man:

$$Y_{1s\ell}(\omega_n) = Y_{1z\ell}(\omega_n) + X \cdot Y_{1\theta\ell}(\omega_n) - \cos(k_n X)$$

$$Y_{2s\ell}(\omega_n) = Y_{2z\ell}(\omega_n) + X \cdot Y_{2\theta\ell}(\omega_n) + \sin(k_n X)$$

Aus einer harmonischen Komponente der Relativbewegung $S_n(x,t)$ erhält man ihre partiellen Ableitungen:

Die Komponente der Relativgeschwindigkeit:

$$\dot{S}_n(x,t) = \frac{\partial S_n}{\partial t} = i\omega_{en} \cdot S_n(x,t)$$

und deren Uebertragungsfunktion:

$$Y_{1s\ell}(\omega_n) = \omega_{en} Y_{2s\ell}(\omega_n)$$

$$Y_{2s\ell}(\omega_n) = -\omega_{en} Y_{1s\ell}(\omega_n)$$

Die Komponente des Relativwinkels:

$$S'_n(x,t) = \frac{\partial S_n}{\partial x}$$

$$= \mathcal{L}_{\omega_n} \exp(i\omega_{en} t) [Y_{\theta\ell}(\omega_n) - ik_n \exp(ik_n X)]$$

$$= \mathcal{L}_{\omega_n} \exp(i\omega_{en} t) [Y_{1\theta\ell}(\omega_n) - ik_n \cos(k_n X) - iY_{2\theta\ell}(\omega_n) + k_n \sin(k_n X)]$$

und deren Uebertragungsfunktion:

$$Y_{1s\ell}(\omega_n) = Y_{1\theta\ell}(\omega_n) + k_n \sin(k_n X)$$

$$Y_{2s\ell}(\omega_n) = Y_{2\theta\ell}(\omega_n) + k_n \cos(k_n X)$$

Außerdem interessieren noch die Realteile der Übertragungsfunktionen zwischen den interessierenden Größen.

Relativbewegung \rightarrow Relativwinkel:

$$\begin{aligned} Y_{s's} &= \frac{Y_{s'k}}{Y_{sk}} = \frac{Y_{1s'k} - i Y_{2s'k}}{Y_{1sk} - i Y_{2sk}} \\ &= \frac{1}{Y_{1sk}^2 + Y_{2sk}^2} [(Y_{1s'k} Y_{1sk} + Y_{2s'k} Y_{2sk}) + i (Y_{1s'k} Y_{2sk} - Y_{2s'k} Y_{1sk})] \end{aligned}$$

Realteil: $Y_{1s's} = \frac{Y_{1s'k} Y_{1sk} + Y_{2s'k} Y_{2sk}}{Y_{1sk}^2 + Y_{2sk}^2}$

Relativgeschwindigkeit \rightarrow Relativwinkel:

$$Y_{s's} = \frac{Y_{s'k}}{Y_{sk}} = \frac{Y_{1s'k} - i Y_{2s'k}}{Y_{1sk} - i Y_{2sk}}$$

Realteil: $Y_{1s's} = \frac{Y_{1s'k} Y_{1sk} + Y_{2s'k} Y_{2sk}}{Y_{1sk}^2 + Y_{2sk}^2}$

$$= \frac{1}{\omega_e} \frac{Y_{1s'k} Y_{1sk} - Y_{2s'k} Y_{2sk}}{Y_{1sk}^2 + Y_{2sk}^2}$$

Relativbewegung \rightarrow Relativgeschwindigkeit:

$$Y_{s's} = \frac{Y_{s'k}}{Y_{sk}} = i \omega_e$$

$$\leadsto Y_{1s's} \equiv 0$$

(verschwindet, da Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$)

3.3 Spektren der unregelmäßigen Schwingungen

Damit können für einen unregelmäßigen, langkämmigen und von vorne kommenden Seegang mit bekannter Spektraldichte $S_{\xi}(\omega)$ die Spektren und Kreuzspektren von s, \dot{s} und s' berechnet werden.

Das Seegangsspektrum wird nach einem Vorschlag der ISSC [4] durch die Formel von Moskowitz und Pierson aber abhängig von 'bezeichnender' Wellenhöhe H_v und -Periode T_v gegeben.

Spektraldichte des Seegangs:

$$S_{\xi}(\omega) = 0,11 \cdot (2\pi)^4 \cdot H_v^2 \cdot T_v^{-4} \cdot \omega^{-5} \cdot \exp[-0,44 \cdot (2\pi)^4 \cdot (T_v \cdot \omega)^{-4}]$$

(Diese Darstellung abhängig von zwei Parametern (H_v, T_v) wird der Darstellung abhängig von einem Parameter (Windgeschwindigkeit) vorgezogen, da sich so nicht nur 'ausgereifter' Seegang darstellen läßt, sondern auch die durchaus nicht seltenen Formen: unausgereifter Seegang und Dünung.)

Durch Multiplikation mit den Uebertragungsfunktionen ergeben sich die Bewegungsspektren:

Relativbewegung:

$$\begin{aligned} S_s(\omega) &= |Y_{s\xi}(\omega)|^2 S_{\xi}(\omega) \\ &= (Y_{1s\xi}^2(\omega) + Y_{2s\xi}^2(\omega)) \cdot S_{\xi}(\omega) \end{aligned}$$

Relativgeschwindigkeit:

$$S_{\dot{s}}(\omega) = \omega_e^2 S_s(\omega)$$

Relativwinkel:

$$S_{s'}(\omega) = (Y_{1s\xi}^2(\omega) + Y_{2s\xi}^2(\omega)) S_{\xi}(\omega)$$

und die Realteile der Kreuzspektren:

Relativbewegung \rightarrow Relativwinkel:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[S'_{s's}(w)] &= Y_{1s's}(w) \cdot S'_s(w) \\ &= [Y_{1s'e}(w) Y_{1s'e}(w) + Y_{2s'e}(w) Y_{2s'e}(w)] \cdot S'_e(w) \end{aligned}$$

Relativgeschwindigkeit \rightarrow Relativwinkel:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[S'_{s's}(w)] &= Y_{1s's}(w) \cdot S'_s(w) \\ &= \omega_e [Y_{1s'e}(w) Y_{2s'e}(w) - Y_{2s'e}(w) Y_{1s'e}(w)] \cdot S'_e(w) \end{aligned}$$

Relativbewegung \rightarrow Relativgeschwindigkeit:

$$\operatorname{Re}[S'_{s's}(w)] \equiv 0, \text{ da } Y_{1s's}(w) \equiv 0$$

4. Statistische Betrachtung

4.1 Normalverteilung von S, \dot{S}, S'

Nachdem die Vorarbeit der Bestimmung von Spektren und Kreuzspektren abgeschlossen ist, wird die statistische Betrachtung angestellt. Siehe hierzu [5]

Der zentrale Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitstheorie besagt [5]:

Ist eine Variable S (z.B. die Relativbewegung) die Summe von N unabhängigen Variablen S_n (z.B. harmonische Komponenten der Relativbewegung), so nähert sich die Verteilung von S für große N der Normalverteilung.

Das gilt unter sehr allgemeinen Bedingungen, unabhängig von den Formen der Verteilungen der S_n , und die Annäherung ist auch schon für mäßige N sehr gut.

Daraus wird abgeleitet, daß für die hier interessierenden drei Variablen S, \dot{S}, S' eine dreidimensionale Normalverteilung angenommen werden darf. Da alle Variablen den Mittelwert null haben, ist der Mittelpunkt der dreidimensionalen Verteilung der Ursprung $(0,0,0)$.

Die Verteilungsdichte einer nichtsingulären n -dimensionalen Normalverteilung um den Ursprung des n -dimensionalen Koordinatensystems ist:

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (2\pi)^{-n} \cdot D_m^{-\frac{1}{2}} \cdot \exp\left[-(2D_m)^{-1} \sum_{i,k}^{n} (-1)^{i+k} x_i x_k D_{m_{ik}}\right]$$

wobei D_m die Determinante der (symmetrischen, n -reihigen) Momentenmatrix M ist, und $D_{m_{ik}}$ die Unterdeterminante zum Element mit dem Index i, k .

In diesem Fall ist:

$$X = (s, \dot{s}, s')$$

und die Momentenmatrix:

$$M = \begin{Bmatrix} m_{0s} & 0 & m_{0s's} \\ 0 & m_{0\dot{s}} & m_{0\dot{s}'s} \\ m_{0s's'} & m_{0\dot{s}'s'} & m_{0s'} \end{Bmatrix}$$

Die Momente m_0 der um Null verteilten Variablen sind die Integrale über ihre Spektren:

z.B.

$$m_{0s} = \int_0^{\infty} S_s(\omega) d\omega, \quad m_{0s's} = \int_0^{\infty} \text{Re}[S_{s's'}] d\omega$$

und können auch als Varianzen und Kovarianzen der Variablen aufgefaßt werden. Die Kovarianz $m_{0\dot{s}'s}$ verschwindet wie auch das Kreuzspektrum $S_{s'\dot{s}}$.

Mit der Determinante der Matrix und ihren Unterdeterminanten ist die dreidimensionale Verteilungsdichte:

$$f(s, \dot{s}, s') = [(2\pi)^3 D_m]^{-\frac{1}{2}} \exp \left[-(2D_m)^{-1} \cdot \left(s^2 (m_{0\dot{s}} m_{0s'} - m_{0\dot{s}'s}^2) \right. \right. \\ \left. \left. + \dot{s}^2 (m_{0s} m_{0s'} - m_{0s's}^2) + s'^2 (m_{0s} m_{0\dot{s}}) \right. \right. \\ \left. \left. + 2s\dot{s} m_{0s's} m_{0\dot{s}'s'} - 2s\dot{s}' m_{0\dot{s}} m_{0s's} - 2\dot{s}s' m_{0s} m_{0\dot{s}'s'} \right) \right]$$

wobei: $D_m = m_{0s} m_{0\dot{s}} m_{0s'} - m_{0s} m_{0\dot{s}'s}^2 - m_{0s's}^2 m_{0\dot{s}}^2$

Jeder momentane Relativbewegungszustand der Stelle x^* des Schiffes zur Wasseroberfläche an der Stelle x^* ist gekennzeichnet durch einen Punkt $P(s, \dot{s}, s')$. Mit der Änderung dieses Zustandes bewegt sich dieser Punkt durch den Raum (s, \dot{s}, s') . Die Wahrscheinlichkeit, daß er sich dabei in einem Teilgebiet G befindet ist das Integral über die Verteilungsdichte erstreckt über dieses Gebiet G :

$$W[P \text{ in } G] = \int_G f(s, \dot{s}, s') ds d\dot{s} ds'$$

Das hier interessierende Gebiet ist nach den in 3.1 formulierten Bedingungen eine Schicht der Dicke ds über der Viertelebene für $\dot{s} < 0$ und $s' < 0^*$ an der Stelle $s = T$. (s' ist der Relativwinkel zwischen der schiffsfesten Ruhe-Wasserlinie und der Wasseroberfläche. Hier interessiert aber der Winkel zwischen Kiel und Wasseroberfläche, der nur bei in Ruhe-Schwimmlage ebenem Kiel mit dem ersteren übereinstimmt. Ein eventuell vorhandener Kielfall oder Trimm oder die Summe beider sei durch den Winkel $\Delta\Theta$ gekennzeichnet, dann ist die Bedingung $s' < 0$ durch $s' < -\Delta\Theta$ zu ersetzen.)

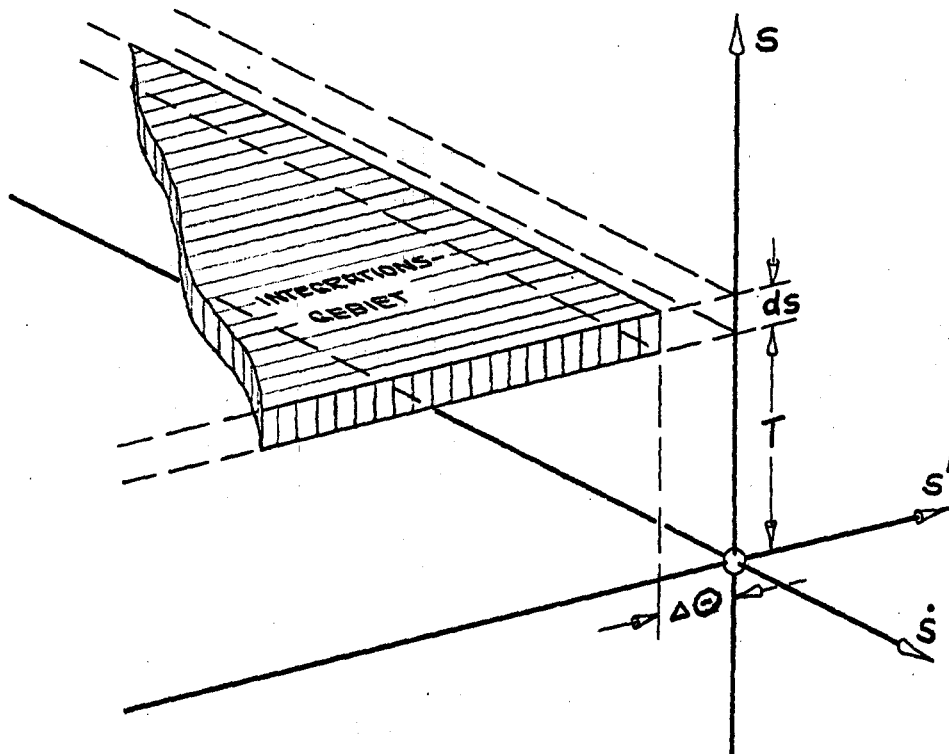


Abb. 5

Das angestrebte Ziel ist aber nicht die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Zustandspunktes P in dieser Schicht, sondern der Erwartungswert der zeitlichen Häufigkeit $E[n_{SL}]$ des diskreten Ereignisses, daß der Punkt P diese Schicht durchquert (daß ein schwerer Slam-Stoß erfolgt). Diese Häufigkeit n_{SL} erhält man durch Integration der durch die Durchquerungszeitspanne $d\tau$ dividierten Verteilungsdichte.

$$E[n(\text{schwerer Slam-Stöße})] = \int_G \frac{f(s, \dot{s}, s')}{d\tau} ds d\dot{s} ds'$$

mit: $d\tau = \frac{ds}{|\dot{s}|}$

$$\begin{aligned} E[n_{SL}] &= \int_G \frac{|\dot{s}|}{ds} f(s, \dot{s}, s') ds d\dot{s} ds' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{s}| f(\tau, \dot{s}, s') d\dot{s} ds' \end{aligned}$$

Diese zu erwartende 'momentane' Häufigkeit (für ein bestimmtes 'momentan' gültiges Seegangsspektrum) hat die Dimension einer Frequenz. Ihr Kehrwert ist die momentan zu erwartende Zeitspanne zwischen zwei aufeinanderfolgenden schweren Stößen.

4.2 Diskussion der Verteilungsdichte

Zur Veranschaulichung des Integranden wird die Verteilungsdichte $f(T, \dot{s}, s')$ betrachtet.

$$f(T, \dot{s}, s') = ((2\pi)^3 D_m)^{-\frac{1}{2}} \exp \left[-(2D_m)^{-1} \left(T^2 (m_{0s} m_{0s'} - m_{0s'}^2) \right. \right. \\ \left. \left. + \dot{s}^2 (m_{0s} m_{0s'} - m_{0s'}^2) + s'^2 m_{0s} m_{0s} \right. \right. \\ \left. \left. + 2T\dot{s} m_{0s'} m_{0s'} - 2Ts' m_{0s} m_{0s'} - 2\dot{s}s' m_{0s} m_{0s'} \right) \right]$$

Linien gleicher Dichte f sind Ellipsen in der Ebene $s=T$:

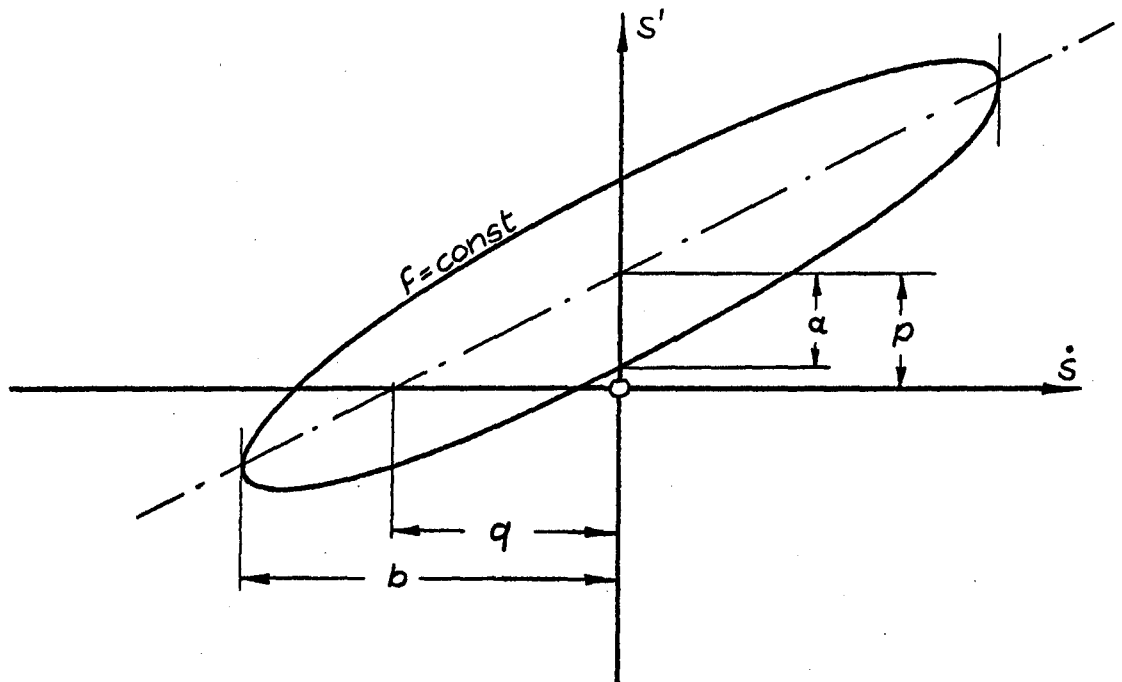


Abb. 6

Gerade + Ellipse:

$$s' = p + \frac{p}{q} \dot{s} + a \sqrt{1 - \left(\frac{\dot{s}}{b}\right)^2}$$

$$s'^2 + \left(\left(\frac{p}{q}\right)^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right) \dot{s}^2 - 2\frac{p}{q} \dot{s}s' - 2ps' + 2\frac{p^2}{q} \dot{s} = a^2 - p^2$$

Der Koeffizientenvergleich mit der quadratischen Form in \dot{s} und s' im Argument der Exponentialfunktion in $f(T, \dot{s}, s')$ ergibt:

$$p = T \cdot \frac{m_{0s}' s}{m_{0s}}$$

$$q = T \cdot \frac{m_{0s}' s \cdot m_{0\dot{s}}}{m_{0s} \cdot m_{0\dot{s}} \dot{s}}$$

Eine Diskussion der Häufigkeitsdichte $|\dot{s}| \cdot f(T, \dot{s}, s')$ zeigt, daß diese ein Maximum auf der Geraden $s' = p + \frac{p}{q} \dot{s}$ besitzt bei:

$$\dot{s}_{(MAX)} = -\sqrt{m_{0\dot{s}}}$$

Linien gleicher Häufigkeitsdichte in der Ebene $s=T$ weichen natürlich von der Ellipse ab. (Abb. 7)

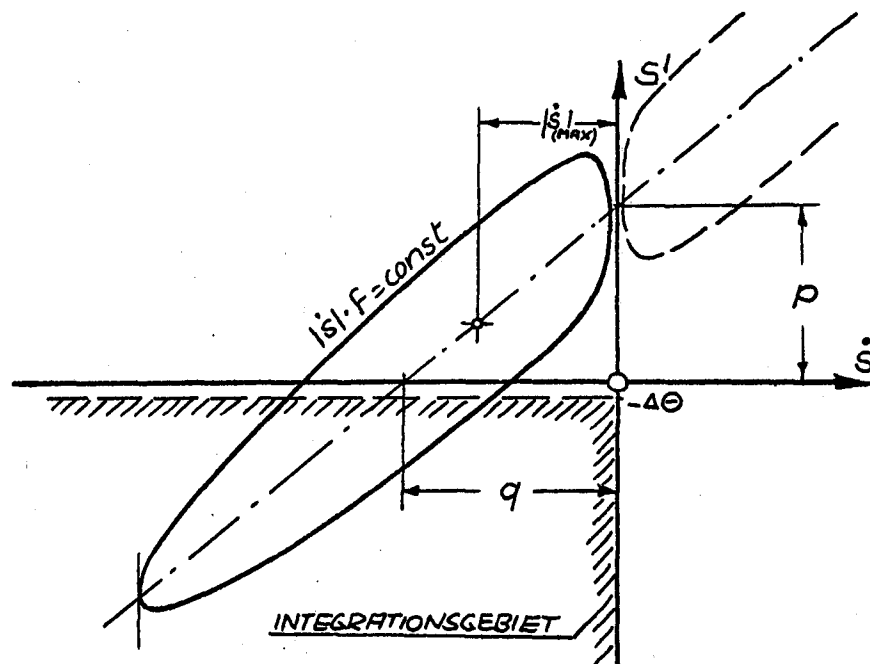


Abb. 7

Anlage zum IfS-Bericht Nr. 190:

4.3 Integration über die Verteilungsdichte

Die Auswertung des Doppelintegrals über die Häufigkeitsdichte führt momentan zu erwartenden Häufigkeit n_{sl} . Unter Einführung des Gauß'schen Fehlerintegrals ϕ ist die geschlossene Darstellung möglich:

$$\begin{aligned} E[n_{sl}] &= \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{-\Delta\Theta} |s| \cdot f(T, \dot{s}, s') ds' ds \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{m_{o\dot{s}}}{m_{os}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left[-\frac{T^2}{2m_{os}}\right] \cdot \phi\left[-\left(\frac{Dm_{s's'}}{Dm}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\Delta\Theta + T \frac{m_{oss'}}{m_{os}}\right)\right] \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{m_{o\dot{s}s'}}{(Dm_{\dot{s}\dot{s}})^{\frac{1}{2}}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2Dm_{\dot{s}\dot{s}}} \cdot (\Delta\Theta^2 m_{os} + 2\Delta\Theta T m_{oss'} + T^2 m_{os'})\right] \\ &\quad \cdot \phi\left[\frac{m_{o\dot{s}s'}}{(Dm_{\dot{s}\dot{s}} Dm)^{\frac{1}{2}}} \cdot (\Delta\Theta \cdot m_{os} + T m_{oss'})\right] \end{aligned}$$

Dabei ist:

$$D_m = m_{os} m_{o\dot{s}} m_{os'} - m_{o\dot{s}} m_{oss'}^2 - m_{os} m_{o\dot{s}\dot{s}}^2$$

$$Dm_{\dot{s}\dot{s}} = m_{os} m_{os'} - m_{oss'}^2$$

$$Dm_{s's'} = m_{os} m_{o\dot{s}}$$

$$\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

4.3 Integration über die Verteilungsdichte

Die Auswertung des Doppelintegrals über die Häufigkeitsdichte führt momentan zu erwartenden Häufigkeit n_{SL} .

Die erste Integration über den Relativwinkel ist noch geschlossen möglich mit Hilfe des Gauß'schen Fehlerintegrals Φ .

$$\begin{aligned}
 g(\dot{s}) &= \int_{-\infty}^{-\Delta\theta} |\dot{s}| f(\tau, \dot{s}, s') ds' = -\dot{s} \int_{-\infty}^{-\Delta\theta} f(\tau, \dot{s}, s') ds' \quad | \dot{s} < 0 \\
 &= -\dot{s} (2\pi (m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}})^{\frac{1}{2}})^{-1} \cdot \exp \left[(2D_m)^{-1} \left(\dot{s}^2 \left(\frac{m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}^2}}{m_{o_s}} - m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}} + m_{o_{\dot{s}}^2} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + T^2 \left(\frac{m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}^2}}{m_{o_s}} - m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}} + m_{o_{\dot{s}}^2} \right) \right) \right] \\
 &\quad \cdot \Phi \left[- (2D_m m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}})^{-\frac{1}{2}} (m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}} \Delta\theta + m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}} T + m_{o_s} m_{o_{\dot{s}}} \dot{s}) \right]
 \end{aligned}$$

Für diese Funktion $g(\dot{s})$ wurde keine Möglichkeit der geschlossenen Integration über \dot{s} gefunden.

Das Integral:

$$E[n_{SL}] = \int_{-\infty}^0 g(\dot{s}) d\dot{s}$$

wird daher numerisch nach der Simpsonregel angenähert.

Dabei muß natürlich eine endliche untere Grenze eingesetzt werden. Es hat sich gezeigt, daß dafür der kleinere der beiden Werte $-5 \cdot q$ und $-5 \cdot |\dot{s}|_{(max)}$ ausreichend klein ist. (Siehe Abb.7)

Für die Simpsonintegration wurde ein vorhandenes Unterprogramm verwendet, das die Stützstellenzahl so wählt, daß eine verlangte relative Genauigkeit des Integrals erreicht wird. Für diese Genauigkeit wurde $5 \cdot 10^{-3}$ eingesetzt.

4.4 Anwendung auf Langzeitvoraussagen für ein bestimmtes Seegebiet

Die ISSC [4] hat Seegangsbeobachtungen für alle die Schifffahrt interessierenden Seegebiete veröffentlicht klassiert nach der 'bezeichnenden' Wellenhöhe H_v und der 'bezeichnenden' Wellenperiode T_v . Werden nun die momentanen Häufigkeiten schwerer Stöße $E[n_{SL}]$ wie oben angegeben berechnet für die Werte H_{v_n} und T_{v_m} etwa in den Mitten der Klassen, und werden diese Häufigkeiten gewichtet mit den beobachteten Wahrscheinlichkeiten ihrer Klassen p_{nm} im gewählten Seegebiet addiert, so erhält man einen Erwartungswert der durchschnittlichen Häufigkeit schwerer Stöße bei Fahrt gegen die See in diesem Seegebiet $E[N'_{SL}]$.

Um die Verteilung der Kurswinkel relativ zur Seegangsrichtung zu berücksichtigen, kann man das Ergebnis noch mit einem Richtungsfaktor von etwa 0,25 multiplizieren.

Das läßt sich etwa so interpretieren:

1. Es werden gleichverteilte Kurswinkel relativ zur Seegangsrichtung angenommen.
2. Es wird angenommen, daß Slam-Stöße nur im Bereich des Kurswinkels zur Seegangsrichtung von $180^\circ \pm 45^\circ$ auftreten und zwar dann immer mit der vollen Häufigkeit wie bei Fahrt gegen die See.

Damit wird definiert:

$$E[N_{SL}] = 0,25 \cdot E[N'_{SL}] = 0,25 \cdot \sum_n \sum_m (p_{nm} \cdot E[n_{SL}]) \quad \left| \sum_n \sum_m p_{nm} = 1 \right.$$

Bei dieser Mittelung kann auch eine erfahrungsgemäß zu ermittelnde Grenze der noch 'erträglichen' momentanen Häufigkeit schwerer Stöße n^* eingeführt werden.

Die Summe der beobachteten Wahrscheinlichkeiten p_{nm} derjenigen Klassen, für die sich eine zu erwartende momentane Häufigkeit $E[n_{sl}]$ größer als diese Grenze n^* ergibt, ist der Bruchteil P^{*1} der Fahrtzeit bei Fahrt gegen die See, in dem die Schiffsführung Gegenmaßnahmen ergreifen muß, um die momentane Slam-Häufigkeit auf den erträglichen Wert n^* zu beschränken. (Geschwindigkeit herabsetzen, Kurs ändern) Der entsprechende Bruchteil der Fahrtzeit P^* bei beliebigen Kursen zur See ergibt sich durch Multiplikation mit dem Richtungsfaktor 0,25.

$$P^* = W[E[n_{sl}] > n^*] = 0,25 \cdot P^{*1} = 0,25 \sum_n \sum_m p_{nm} [W_0 E[n_{sl}] > n^*]$$

Unter der Voraussetzung, daß in diesen Fällen immer nur die Geschwindigkeit so verringert wird, daß $E[n_{sl}]$ die Grenzen n^* eben erreicht, läßt sich eine weitere Aussage machen: Die Verringerung ΔV_0 der Durchschnittsgeschwindigkeit des Schiffes gegenüber einer Soll-Geschwindigkeit V_0 nur durch Maßnahmen gegen Slamming ist dann:

$$\Delta V_0 = \int_0^{V_0} P^*(V) dV$$

Außerdem kann unter dieser Voraussetzung auch der durch die Gegenmaßnahmen verminderte Erwartungswert der durchschnittlichen Häufigkeit schwerer Stöße $E[N_{sl}^*]$ berechnet werden, indem bei der Mittelung keine größeren momentanen Häufigkeiten als n^* eingesetzt werden.

5. Bemerkung

Die angestellte Betrachtung liefert statistische Kennwerte über das Zusammentreffen kinematischer Bedingungen für schwere Slam-Stöße am Boden des Vorschiffes.

In diesen Bedingungen ist noch ein Punkt der Willkür unterworfen: Die Kennzeichnung der 'kritischen' Spantfußform zur Festlegung der Stelle x^* , an der die Relativbewegung betrachtet wird. Hierüber ist sicher mit Hilfe von Proberechnungen und Vergleichen mit experimentellen- oder Bord-Erfahrungen eine begründete Annahme möglich, wobei ein 'schwerer' Stoß durch die Größenordnung der verursachten Beschleunigung oder Beanspruchung zu kennzeichnen wäre.

Außerdem geschieht auch die Festsetzung der Grenze der erträglichen Häufigkeit willkürlich. Diese hängt aber von der gefühlsmäßigen Reaktion der Schiffsführung ab. Hierfür könnte also höchstens durch Umfrage unter Nautikern ein Anhalt gewonnen werden.

Anhang 1

ALGOL Rechenprogramm SB 501 STRIP SLAM-HAEUFIGKEIT

Zum Rechenprogramm SB 501 [1] wurde eine Erweiterung angefertigt zu Berechnung der vorgeschlagenen statistischen Kennwerte über Slamming.

Das Flußdiagramm (Abb.8) zeigt den wesentlichen Aufbau des erweiterten Programms. Dann folgt eine Liste mit den Erläuterungen der wesentlichen Symbole. Ein Schema zur Zusammenstellung der Eingabedaten liegt als Lochkartenstapel zum Tabellieren vor.

FLUSSDIAGRAMM SB 501 STRIP SLAM HÄUFIGK.

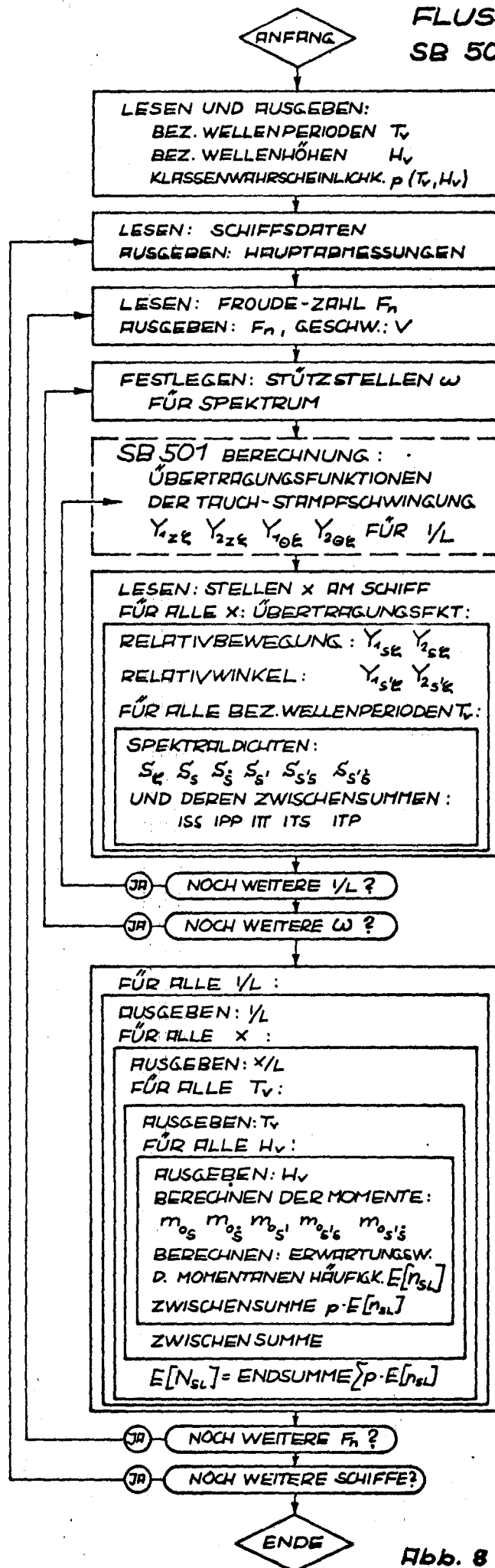


Abb. 8

Erläuterung der wichtigsten Symbole in der Erweiterung
des Rechenprogramms:

Rechenprogramm:	Berichtstext:	Erläuterung:
P1	P	Klassenwahrscheinlichkeit
HV	H_v	bez. Wellenhöhe
TV	T_v	bez. Wellenperiode
WN, WO	ω	Wellenkreisfrequenz
KW	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	Wellenzahl
CL(/L/)	$2 \cdot \frac{x}{L}$	2· λ -Abstand/Schiffslänge
DT/SHIPL	$\Delta\theta$	Trimm und Kielfall
TG(/L/)	$T(x)$	Spanttiefgang
		Real- und Imag.-Teil der Uebertragungsfkt.:
Z1, Z2	Y_{1ze}, Y_{2ze}	Tauchbewegung
PSI1*KW, PSI2*KW	$Y_{1\theta E}, Y_{2\theta E}$	Stampfbewegung
S1, S2	Y_{1sE}, Y_{2sE}	Relativbewegung
T1, T2	$Y_{1s' E}, Y_{2s' E}$	Relativwinkel
		Spektraldichte: (im Progr. bis auf Konst)
SZZ	$S'_E(\omega)$	Seegangsspektrum
SSS, SPP, STT	$S'_s(\omega), S'_E(\omega), S'_{s1}(\omega)$	Autospektren...
STS, STP	$S'_{s1s}(\omega), S'_{s1s'}(\omega)$	Kreuzspektren...

		Integrale über die Spektren:
RSS, RPP, RTT	$2 \cdot m_{0_s}, 2 \cdot m_{0_s'}, 2 \cdot m_{0_s''}$	Varianzen
RTS, RTP	$2 \cdot m_{0_s's}, 2 \cdot m_{0_s's'}$	Kovarianzen
DR	$D_m \cdot \delta$	Determinante der Varianzenmatrix
FSLAM(SP)	$g(\dot{s}) = \int_{-\infty}^{-\Delta\theta} \dot{s} \cdot f(T, \dot{s}, s')$	Zwischenintegral
		Erwartungswert:
SLAM	$E[n_{s_i}] = \int_0^{\infty} g(\dot{s}) d\dot{s}$	momentane Häufigkeit
NSLAM	$E[N_{s_i}^-], \bar{E}[N_{s_i}^-]$	durchschn. Häufigkeit
XSLAM	$E[N_{s_i}^*]$	durchschn. Häufigkeit (mom. Häufigk. begrenzt)
ZUHAUF	P^*, P^*	Fahrtzeitanteil für Gegenmaßnahmen

Anhang 2

Beispiele für Rechenergebnisse

Mit dem Rechenprogramm nach Anhang 1 wurden Beispielrechnungen durchgeführt.

Die Stelle x^* wurde so gewählt, daß die Spantkontur dort einen Punkt $0,15B$ aus Mitte Schiff und $0,05B$ über Basis enthält. Damit wurde $x^* = 0,28L$.

Die Grenze der erträglichen momentanen Häufigkeit n^* wurde mit $10^{-3} S^{-1}$ festgesetzt. (Etwa viertelstündlich.) Als Beispielschiff dient ein schnelles Frachtschiff mittlerer Größe (Kühlschiff), das in zwei Ruhe-Schwimmlagen betrachtet wurde.

Der Trägheitsradius der festen Schiffsmasse für Drehung um die Querachse wurde in beiden Fällen ziemlich klein mit $l = 0,2L$ angenommen. (Leichte oder keine Ladung, schwere Maschinenanlage mittschiffs)

Hauptdaten:

$$\begin{aligned} L_{pp} &= 124 \text{ m} \\ B &= 16,8 \text{ m} \\ l/L &= 0,2 \\ V_{DIENST} &\approx 21 \text{ kn} \approx F_n = 0,3 \end{aligned}$$

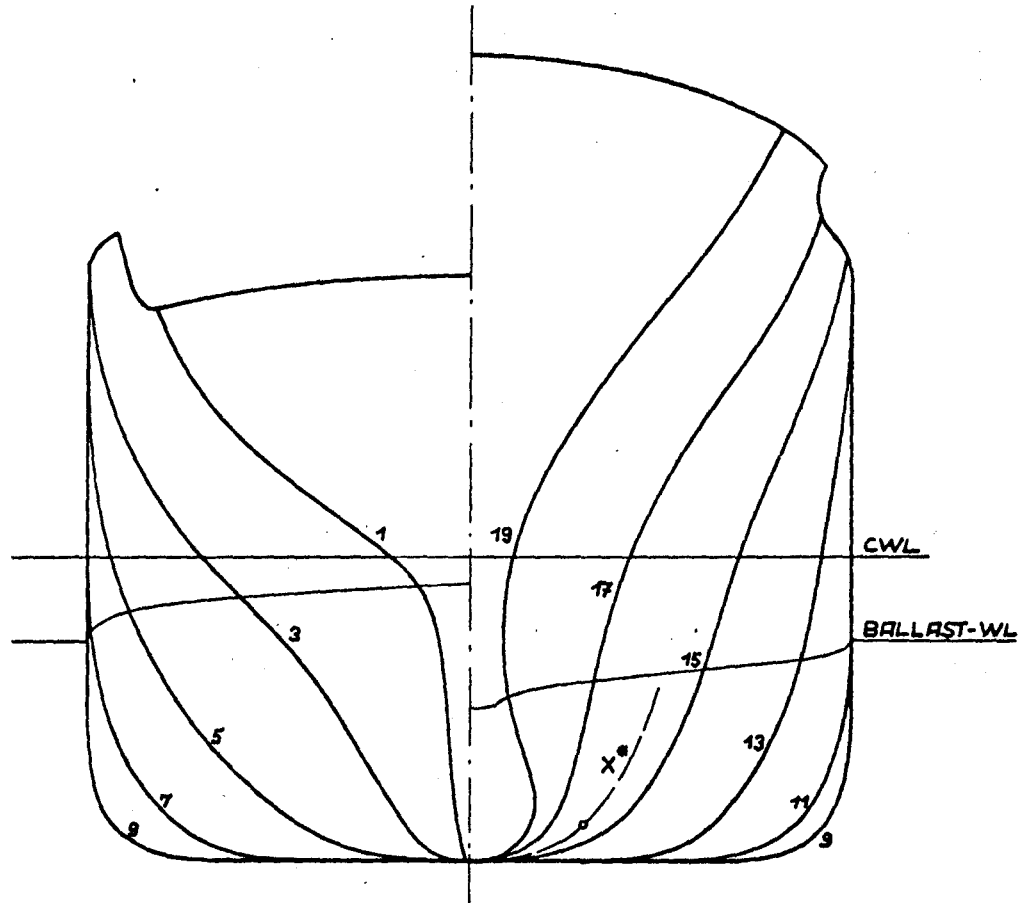
auf CWL:

in Ballast:

$T(x=0) = 6,2 \text{ m}$	4,46 m
$\Delta\theta = 0$	0,02
$T(x^*) = 6,2 \text{ m}$	3,76 m
$V = 7410 \text{ m}^3$	5060 m ³
$C_B = 0,573$	0,544

BEISPIELSCHIFF :

ZUR BERECHNUNG VERWENDETE SPANTEN
UND SPANTKONTUR AN DER STELLE X^* :



RUHE-WASSERLINIEN DER UNTERSUCHTEN SCHWIMMLAGEN :

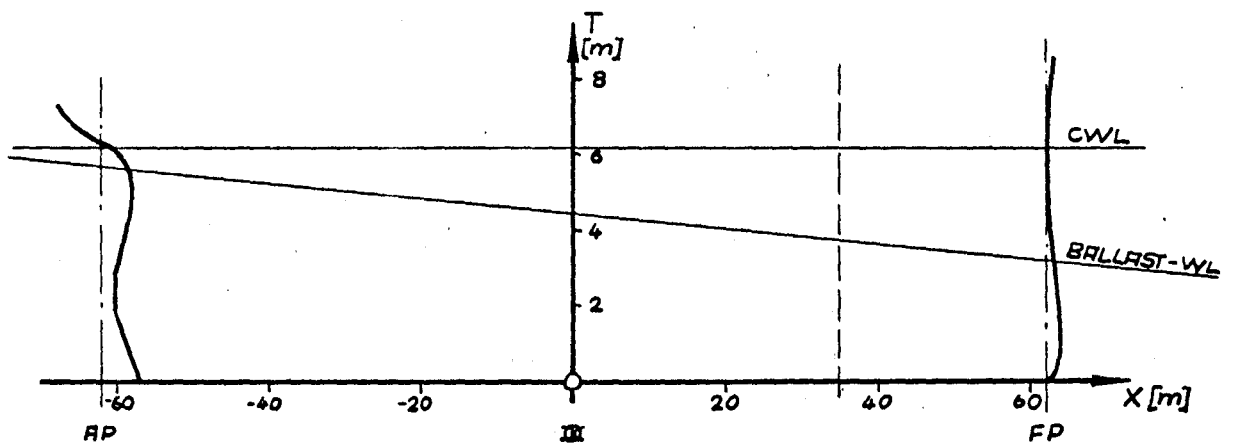


Abb. 9

Für das beschriebene Beispielschiff werden zuerst Beispiele der Häufigkeitsdichte über \dot{S} und S' gezeigt für ein Seegangsspektrum, eine Ruhe-Schwimmlage und einige Schiffsgeschwindigkeiten. (Abb. 10)

Die Diagramme zeigen das Verlagern und Ausdehnen des Gebiets nennenswerter Häufigkeitsdichte mit wachsender Schiffsgeschwindigkeit.

Dann folgen einige Beispiele der zu erwartenden momentanen Häufigkeit schwerer Stöße $E[n_{st}]$ abhängig von der Seegangsform. Dabei werden für mehrere Geschwindigkeiten Linien gleichen Erwartungswerts in der Ebene H_v, T_v für beide Ruhe-Schwimmlagen einander gegenübergestellt. (Abb. 11-14)

Es zeigt sich, daß das Gebiet nennenswerten Erwartungswerts dort zu kleinsten Wellenhöhen vordringt, wo nicht die 'bezeichnende' Wellenlänge $\lambda_v = \frac{g}{2\pi} T_v^2$ gleich der Schiffslänge ist, sondern etwa die Wellenlänge zu der die größte Spektraldichte $S_{\omega}(\omega)$ gehört: $\lambda_{(S_{max})} \approx 2\lambda_v$
Andererseits verschiebt sich natürlich diese gefährliche Wellenlänge mit wachsender Schiffsgeschwindigkeit etwas nach oben.

LINIEN GLEICHER
HÄUFIGKEITS-
DICHTE [m⁻¹]
FÜR EINIGE
FROUDE'SCHE
ZAHLEN

FÜR SEEGANGSPEKTR.
MIT: $H_v = 7m$
 $T_v = 7s$
BEISPIELSCHIFF
IN BALLAST

INTEGRATIONS-
GEBIET

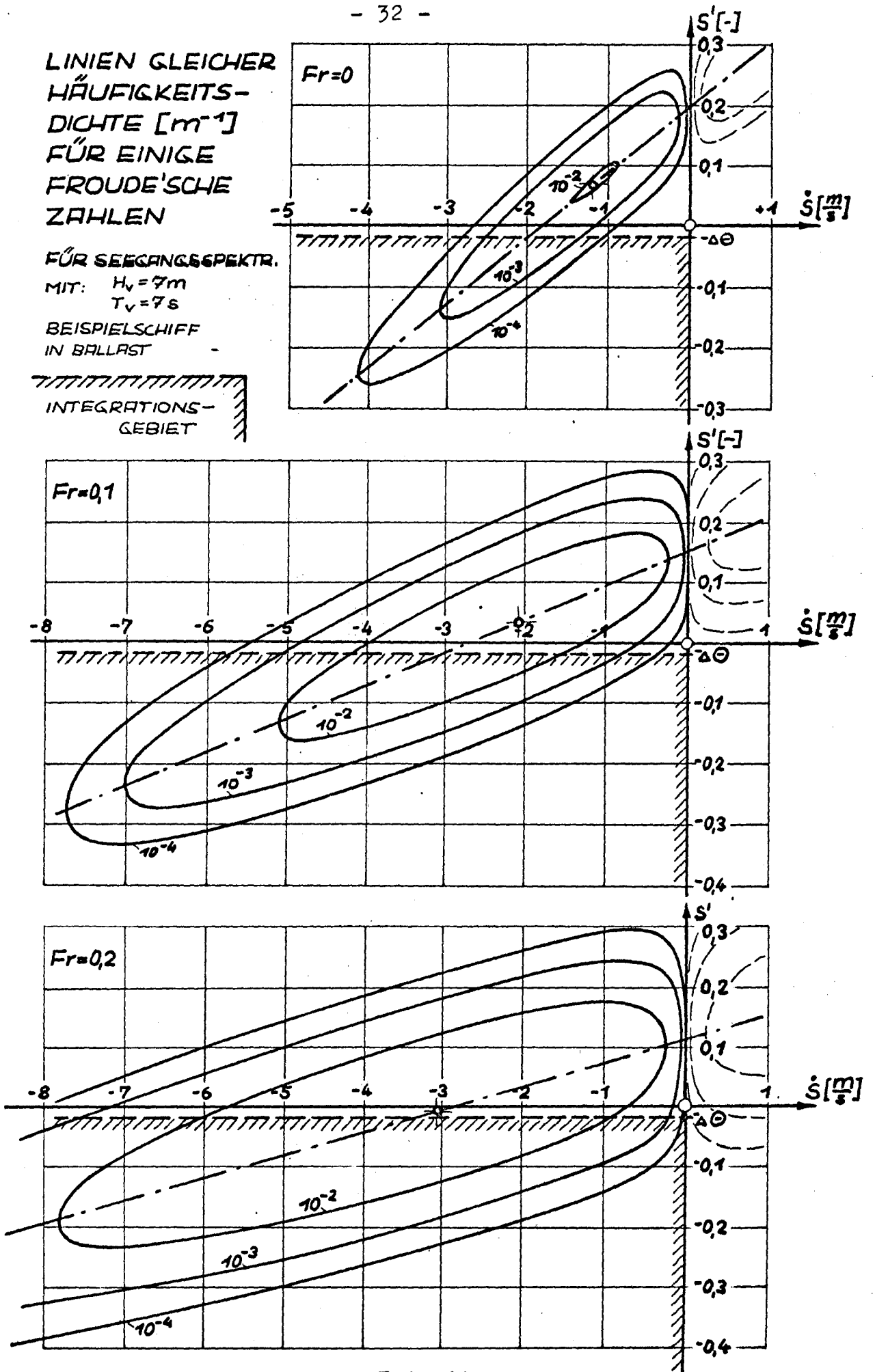
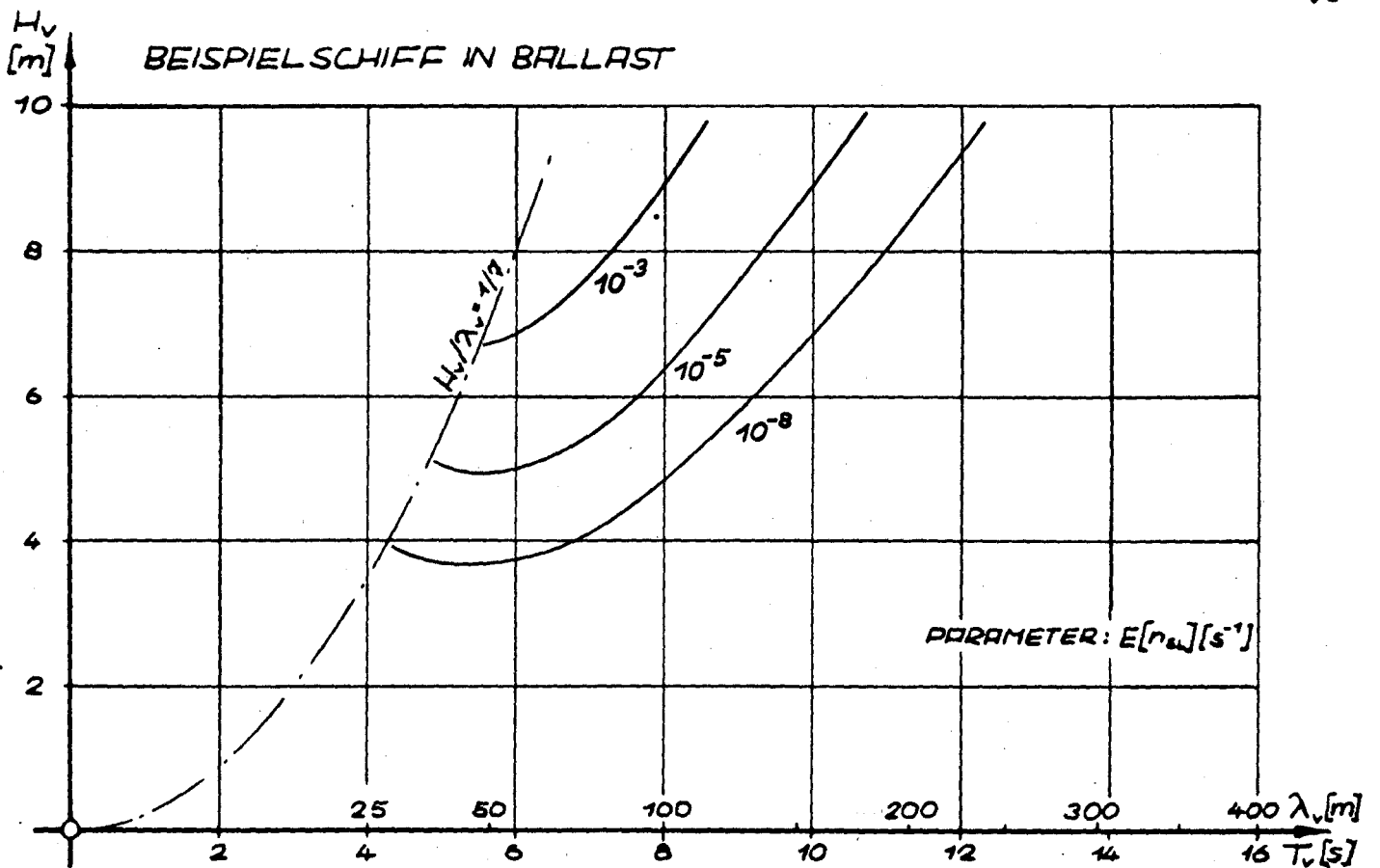
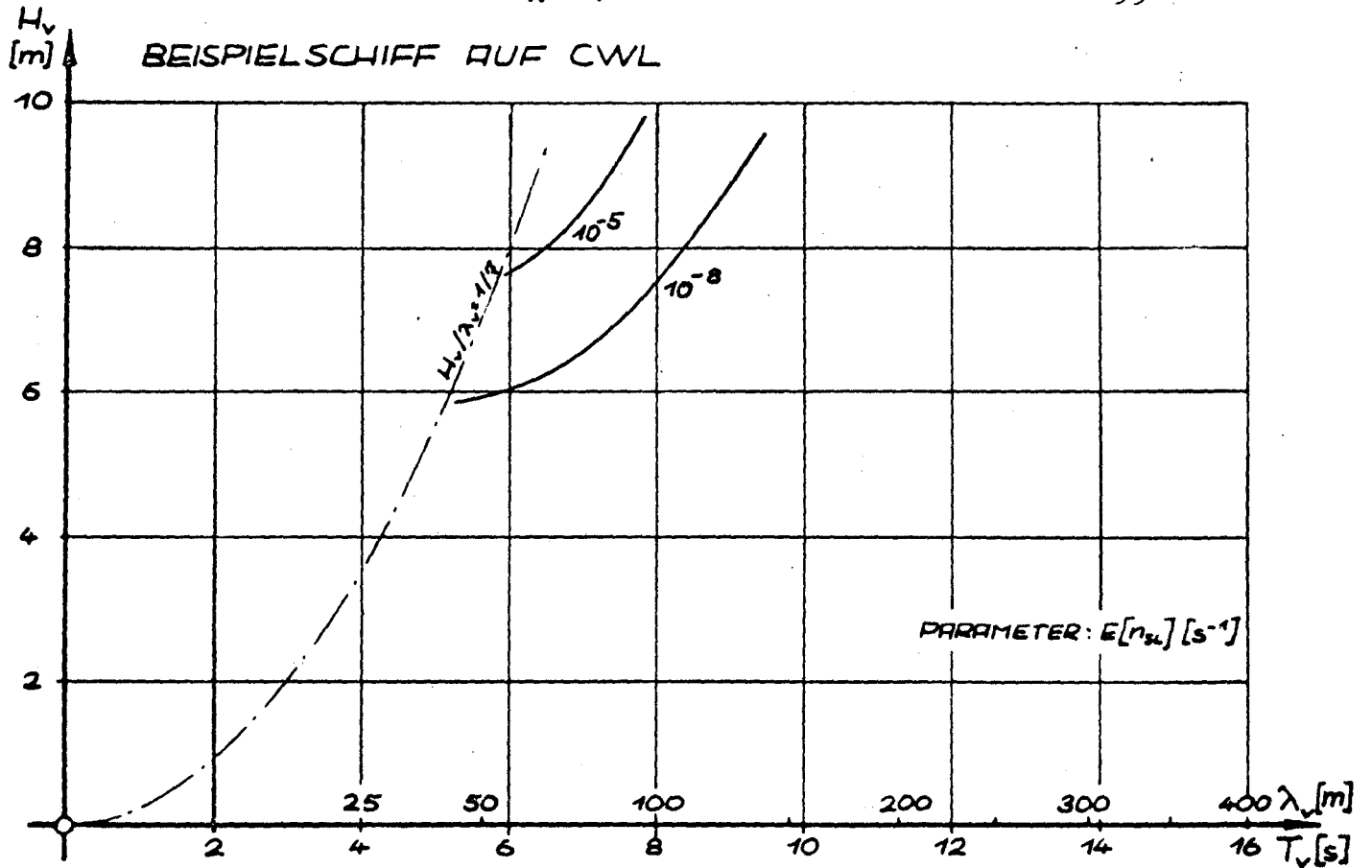
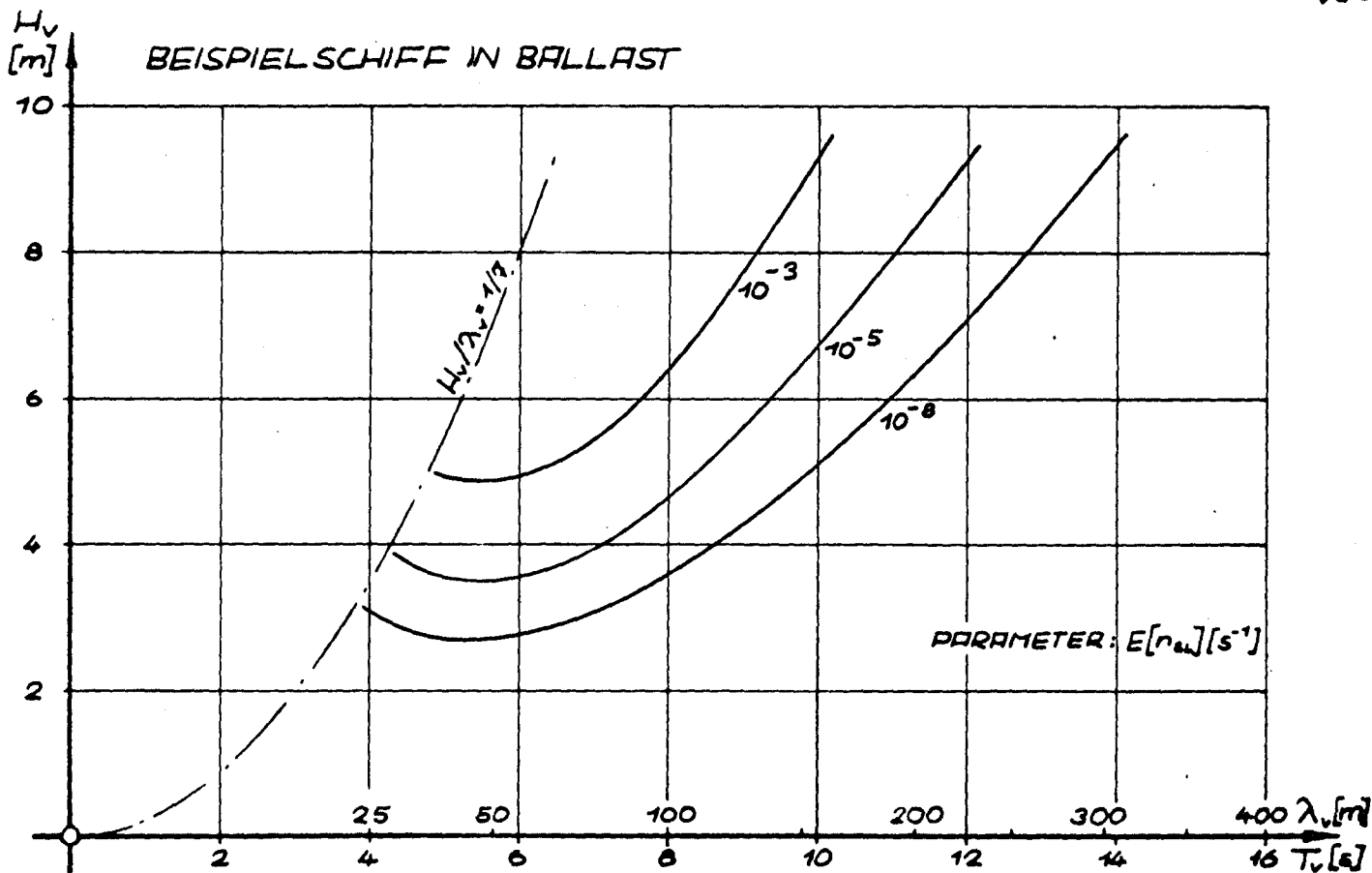
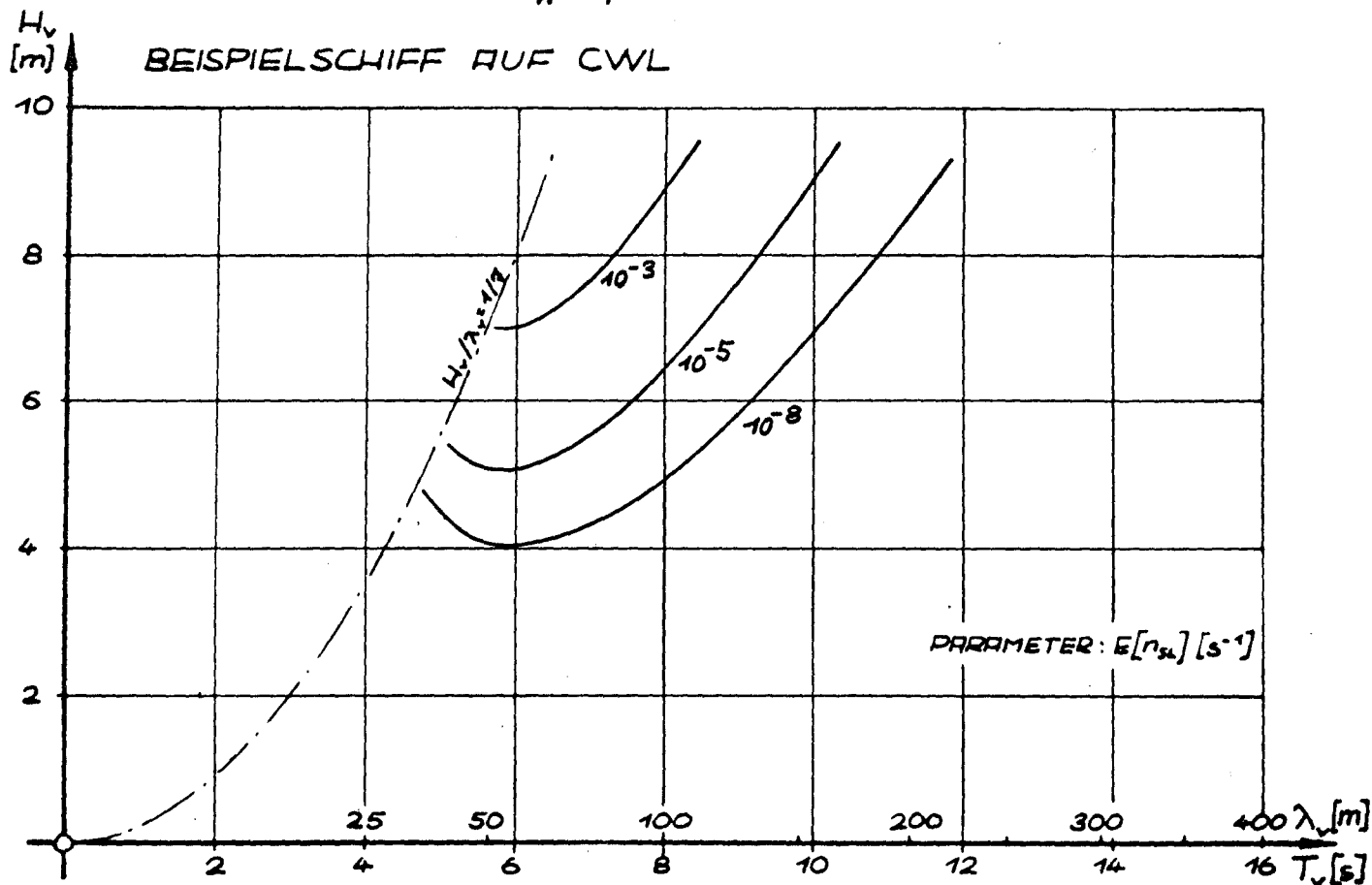


Abb. 10



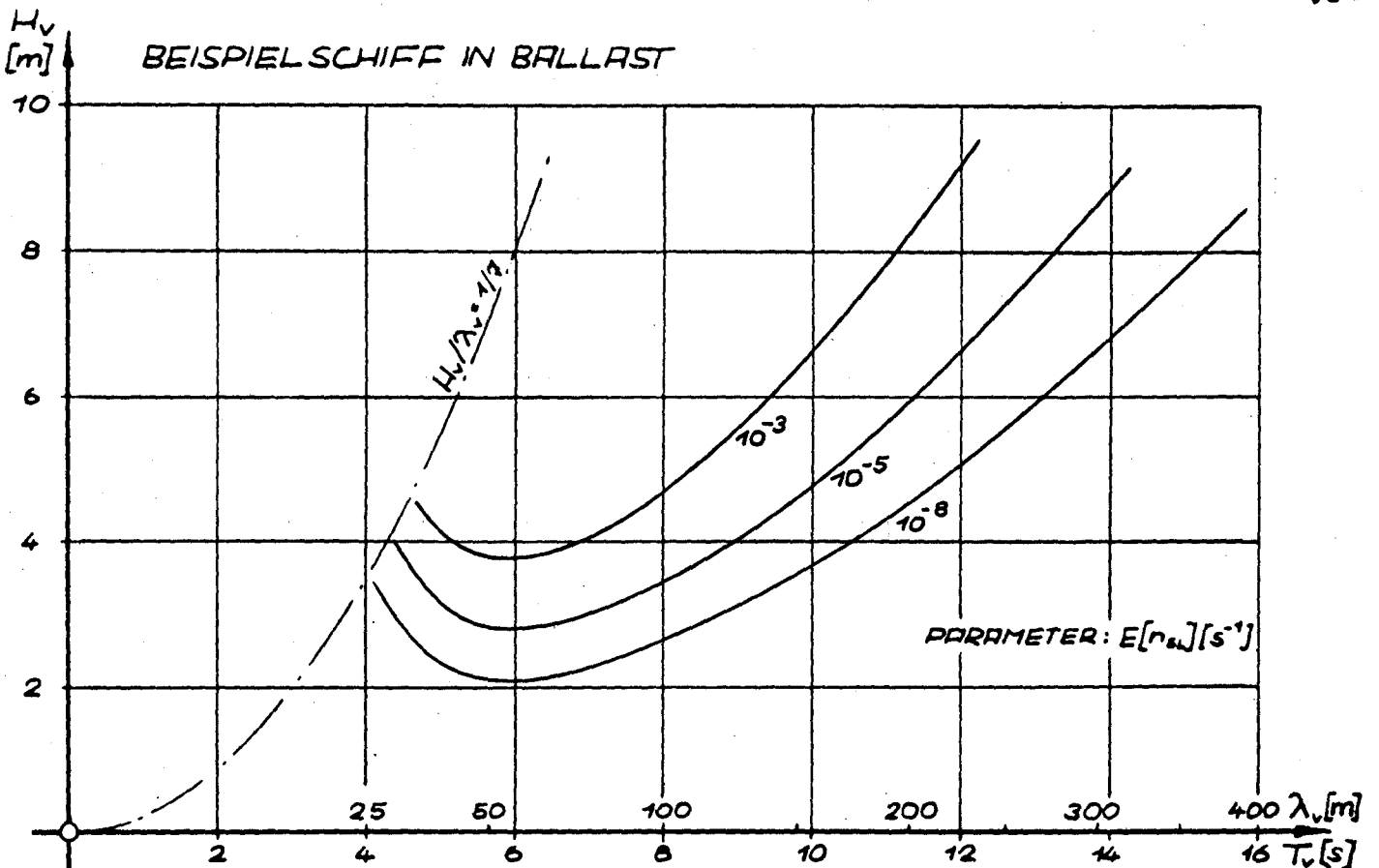
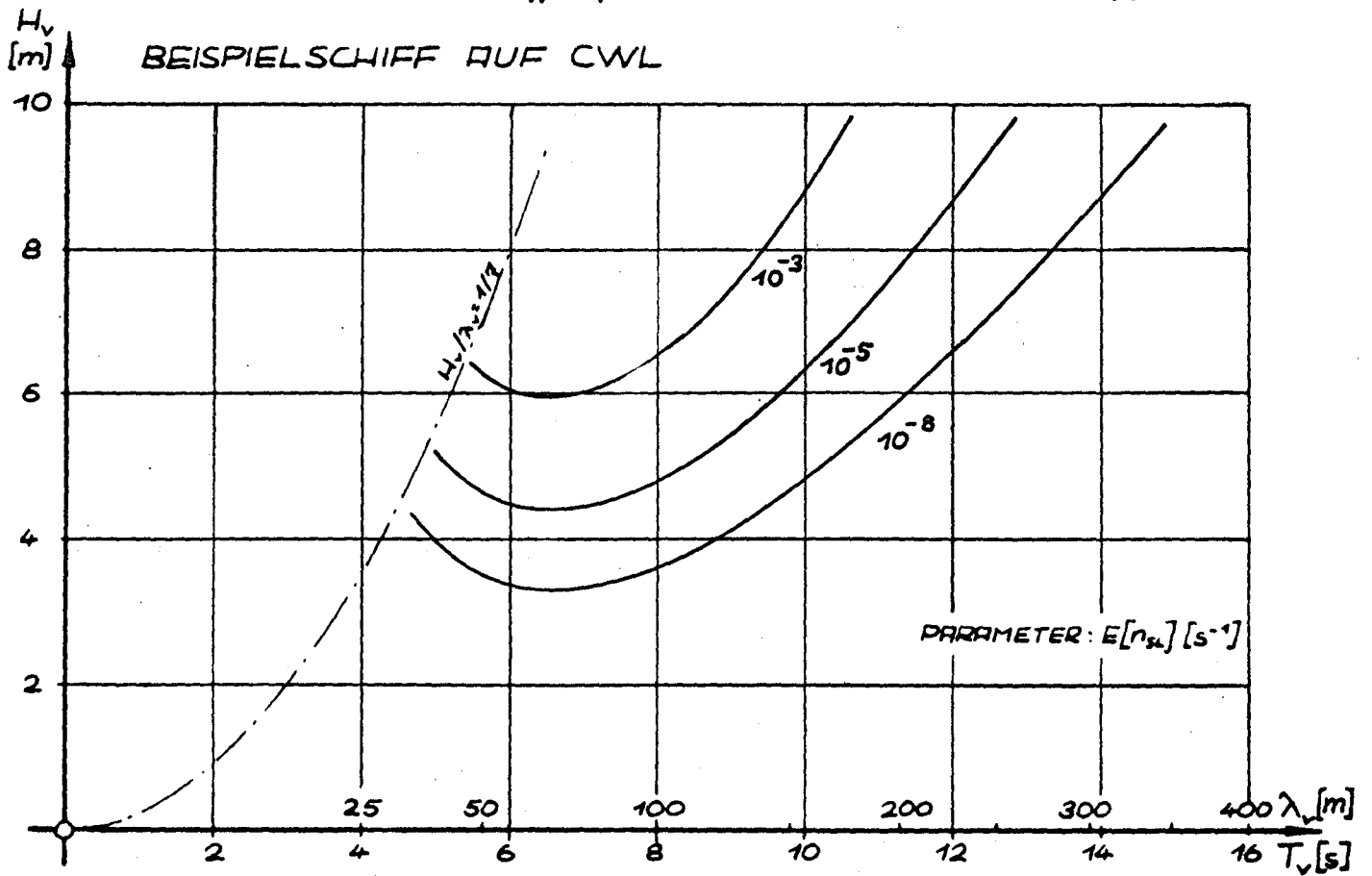
LINIEN GLEICHEN ERWARTUNGSWERTS DER
 MOMENTANEN ZEITLICHEN HÄUFIGKEIT SCHWERER SLAM-STÖSSE
 ABHÄNGIG VON DER SEEGANGSFORM

Abb.11



LINIEN GLEICHEN ERWARTUNGSWERTS DER
MOMENTANEN ZEITLICHEN HÄUFIGKEIT SCHWERER SLAM-STÖSSE
ABHÄNGIG VON DER SEEANGSFORM

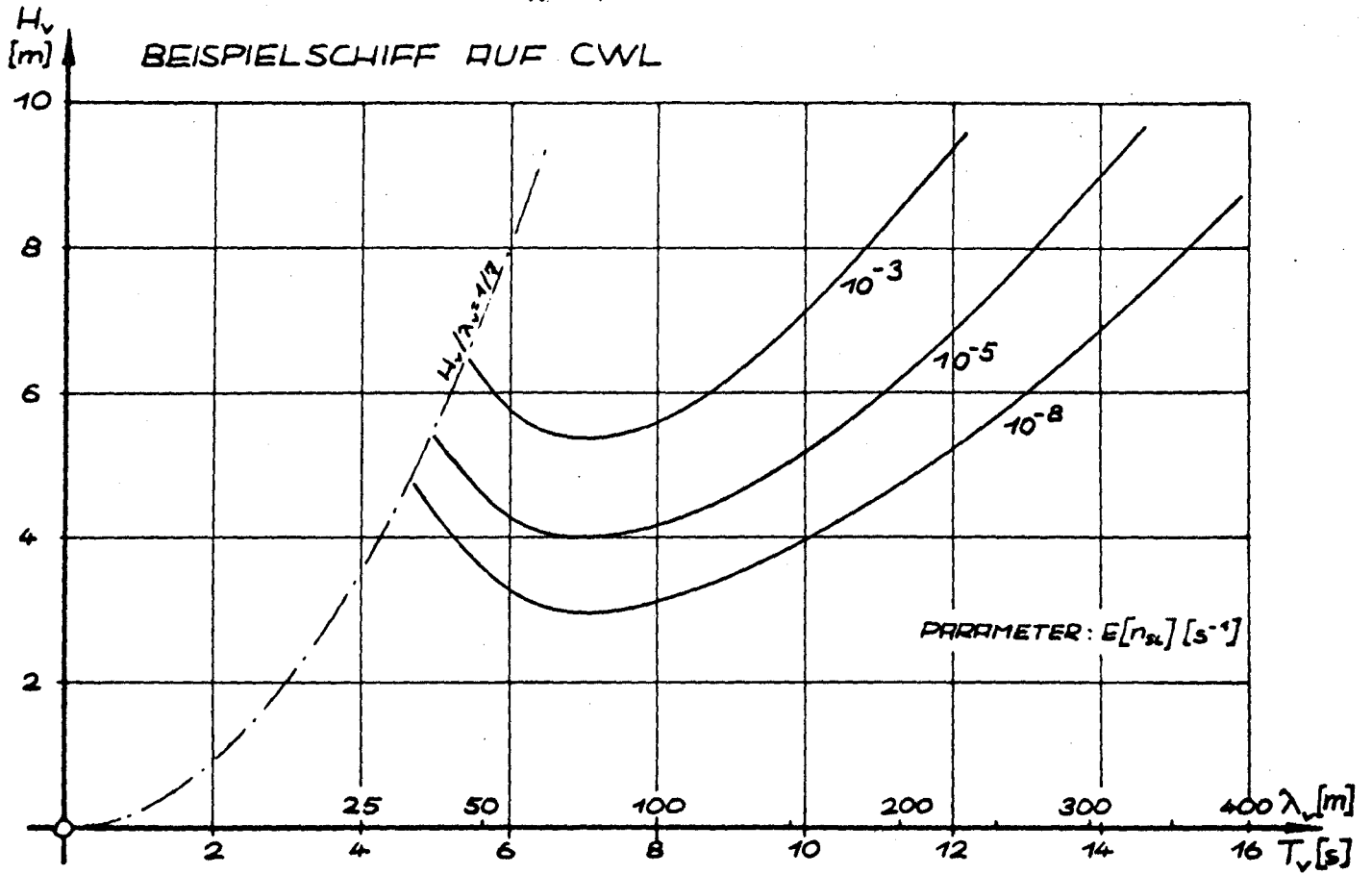
Abb. 12



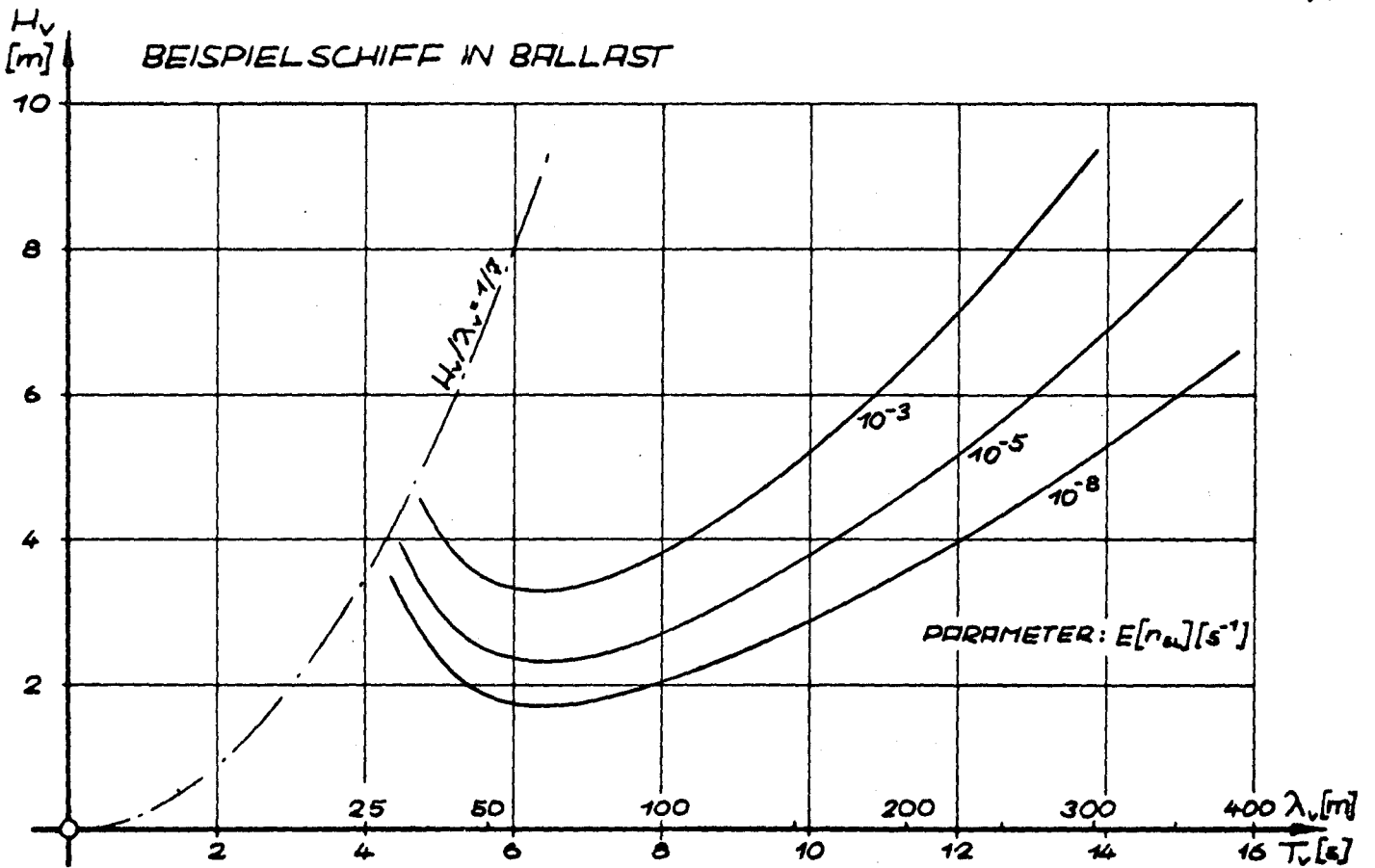
LINIEN GLEICHEN ERWARTUNGSWERTS DER MOMENTANEN ZEITLICHEN HÄUFIGKEIT SCHWERER SLAM-STÖSSE ABHÄNGIG VON DER SEEGANGSFORM

Abb. 13

BEISPIELSCHIFF AUF CWL



BEISPIELSCHIFF IN BALLAST



LINIEN GLEICHEN ERWARTUNGSWERTS DER MOMENTANEN ZEITLICHEN HÄUFIGKEIT SCHWERER SLAM-STÖSSE ABHÄNGIG VON DER SEEGANGSFORM

Abb. 14

Dann wurde noch der Versuch gemacht, die obigen Ergebnisse auf Langzeitvoraussagen anzuwenden. Dazu wurden die von der ISSC [4] veröffentlichten Klassierungen von beobachteten H_v und T_v -Werten für Nordatlantik 50-60° nördlicher Breite verwendet. Die dort angegebenen Klassenwahrscheinlichkeiten wurden noch in Richtung der Wellenperiode interpoliert und nach kleinen Wellenperioden hin extrapoliert mit der Bedingung, daß die Wellensteilheit H_v/λ_v nicht größer als $1/7$ werden kann. Verwendet wurde dann die so erweiterte Klassierung. (Abb. 15)

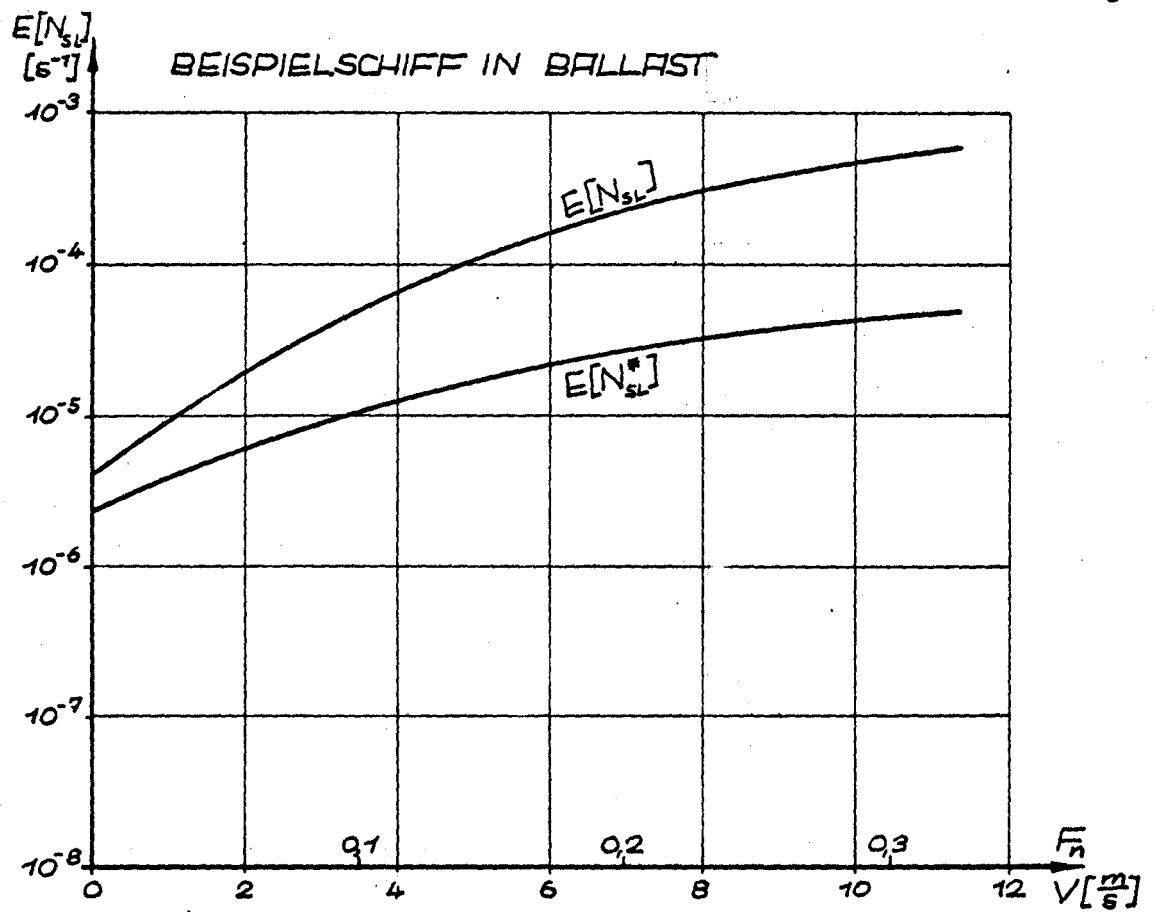
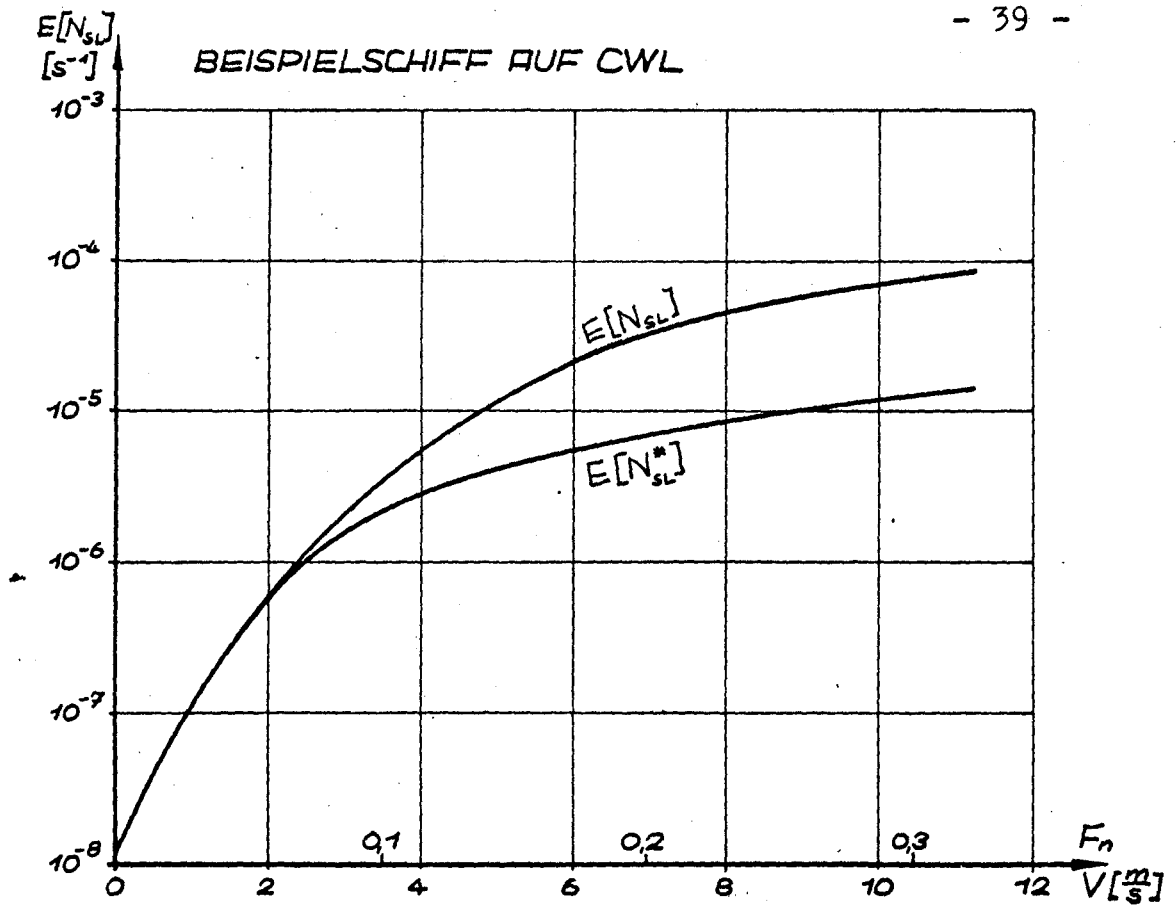
Als Ergebnis der Langzeitbetrachtung werden die Erwartungswerte der durchschnittlichen Häufigkeit schwerer Stöße im betrachteten Seegebiet über der Schiffsgeschwindigkeit aufgetragen. (Abb. 16)

Ebenfalls über der Schiffsgeschwindigkeit aufgetragen ist der Anteil der Fahrtzeit P^* in dem die Geschwindigkeit verringert werden muß, um die momentan zu erwartende Slam-Häufigkeit auf n^* zu begrenzen und die Verringerung der Durchschnittsgeschwindigkeit durch diese Maßnahme. (Abb. 17)

Erweiterte Klassierung charakteristischer Wellenhöhen
und -Perioden für den Nordatlantik 50-60° nördl. Breite

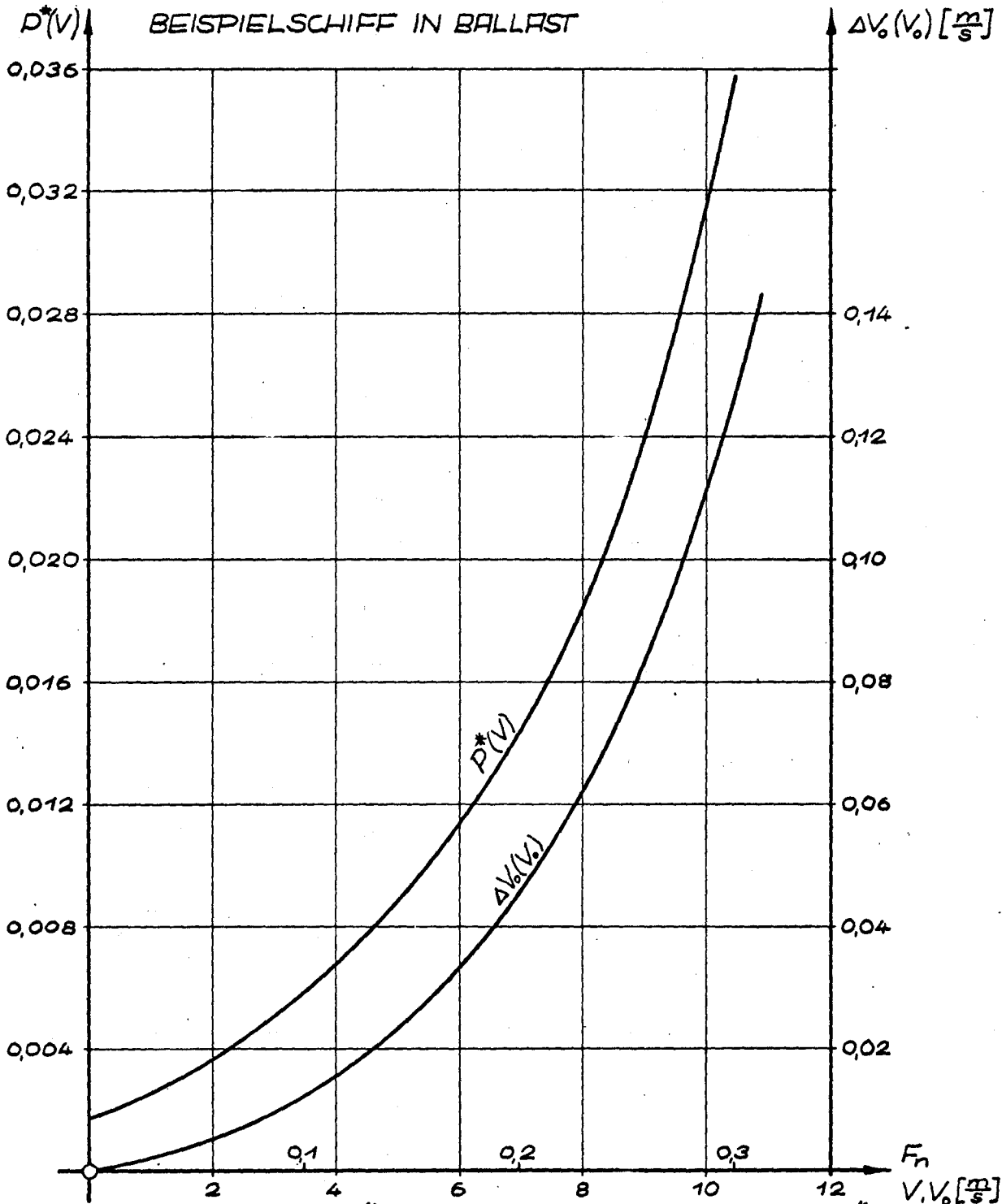
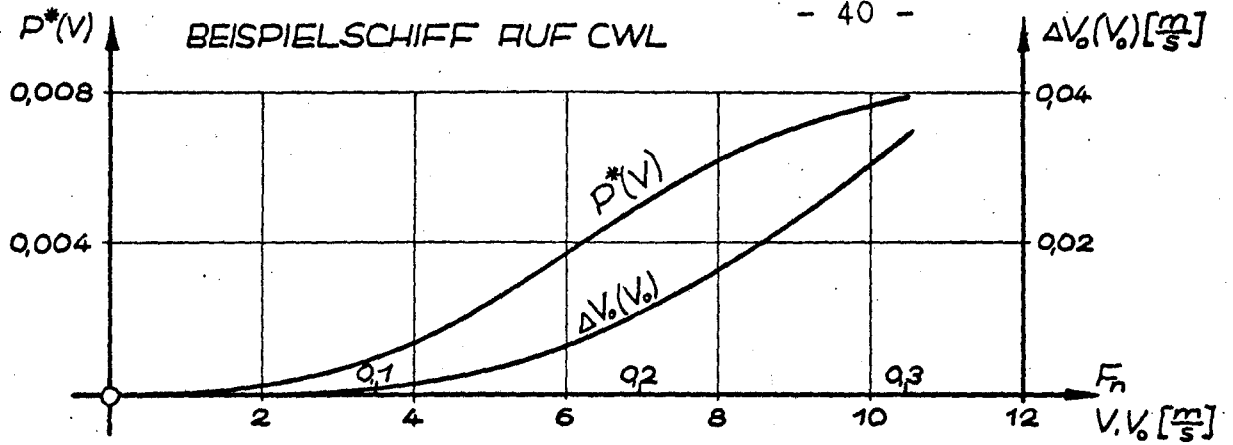
$H_v[m]$:	<1,5	1,5-3	3-4,5	4,5-6	6-8	>8
$T_v[s]$:						
1,5- 2,5	0,0120					
2,5- 3,5	0,0445					
3,5- 4,5	0,0510	0,0230				
4,5- 5,5	0,0420	0,0690	0,0115	0,0010		
5,5- 6,5	0,0250	0,1090	0,0245	0,0050	0,0030	
6,5- 7,5	0,0140	0,0895	0,0340	0,0085	0,0040	0,0020
7,5- 8,5	0,0065	0,0560	0,0350	0,0105	0,0045	0,0020
8,5- 9,5	0,0050	0,0395	0,0300	0,0105	0,0050	0,0023
9,5-10,5	0,0025	0,0200	0,0225	0,0090	0,0050	0,0025
10,5-11,5	0,0017	0,0128	0,0162	0,0068	0,0040	0,0022
11,5-12,5	0,0010	0,0055	0,0100	0,0045	0,0030	0,0020
12,5-13,5	0,0008	0,0035	0,0065	0,0030	0,0022	0,0015
13,5-14,5	0,0005	0,0015	0,0030	0,0015	0,0015	0,0010
14,5-15,5	0,0013	0,0012	0,0020	0,0013	0,0010	0,0010
15,5-16,5	0,0020	0,0010	0,0010	0,0010	0,0005	0,0010

Abb. 15



ERWARTUNGSWERT DER DURCHSCHNITTLICHEN HÄUFIGKEIT SCHWERER SLAM-STÖSSE IM NORDATLANTIK (50-60° N) OHNE UND MIT BESCHRÄNKUNG DER MOMENTANEN HÄUFIGKEIT AUF $n^* = 10^3 s^{-1}$ RICHTUNGSFAKTOR 0,25

Abb. 16



ANTEIL DER FAHRTZEIT FÜR FAHRTVERRINGERUNG ZUR BESCHRÄNKUNG
DER MOMENTANEN STOSS-HÄUFIGKEIT AUF $n^* = 10^{-3} s^{-1}$
UND VERRINGERUNG DER DURCHSCHNITTSGESCHWINDIGKEIT DADURCH
RICHTUNGSFAKTOR 0,25 **Abb. 17**

Anhang 3

Wichtige Symbole

t	[s]	Zeit
x	[m]	schiffsfeste Längenkoordinate (nach vorne positiver Abstand von der Hauptspantebene)
ω	[s ⁻¹]	Kreisfrequenz einer harmonischen Komponente des Seegangs
ω_e	[s ⁻¹]	Kreisfrequenz der Begegnung
$\xi(x, t)$	[m]	langkämmiger Seegang (nach oben positive Vertikalschwingung der Wellenoberfläche um die Ebene der ungestörten Wasseroberfläche)
$z(t)$	[m]	Tauchschwingung (nach oben positive Vertikalschwingung des Hauptspantquerschnitts um die Ebene der ungestörten Wasseroberfläche)
$\Theta(t)$	[\rightarrow]	Stampfschwingung (im mathematisch positiven Drehsinn positive Drehschwingung des Schiffes um seine Querachse und um die Ruheschwimmlage)
$s(x, t)$	[m]	Relativbewegung (nach oben positive Vertikalschwingung der Ruhewasserlinie an der Stelle x um die vom Schiff ungestörte Wellenoberfläche)
$\dot{s}(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} s(x, t)$	[m/s]	Relativgeschwindigkeit
$s'(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} s(x, t)$	[\rightarrow]	Relativwinkel
$Y_{z\ell}(\omega) = Y_{1z\ell} - i Y_{2z\ell}$		komplexe Uebertragungsfunktion (z.B. Seegang \rightarrow Tauchschwingung)

$$H_V = H^{\frac{1}{3}} = 4 \sqrt{m_0}$$

$$T_V = 2\pi \frac{m_0}{m_1}$$

$$S_E(\omega), S_S(\omega)$$

$$S_{S'S}(\omega)$$

$$m_{0E}, m_{0S}$$

$$m_{0S'S}$$

$$W[]$$

$$E[]$$

$$n_{SL}$$

$$N_{SL}$$

$$n^*$$

$$P^*$$

charakteristische Wellenhöhe...

charakteristische Wellenperiode
eines unregelmäßigen Seegangs [4]

Spektraldichten der Spektren
(z.B. Seegang, Relativbewegung)

Spektraldichten der Kreuzspektren
(z.B. Relativbewegung \rightarrow Relativwinkel)

Momente null-ter Ordnung der gleich
indizierten Spektren oder 'Varianzen'

Momente null-ter Ordnung der gleich (*doppelt*)
indizierten Kreuzspektren oder 'Kovarianzen'

Wahrscheinlichkeit, daß die Bedingung
in der Klammer erfüllt ist

Erwartungswert der in der Klammer
stehenden Größe

[s⁻¹] momentane zeitliche Häufigkeit schwerer
Stöße (in einem stationären Seegang)

[s⁻¹] durchschnittliche zeitliche Häufigkeit
schwerer Stöße (über lange Zeit in
allen vorkommenden Seegängen)

[s⁻¹] Grenze der erträglichen momentanen
Häufigkeit schwerer Stöße

[-] Anteil an der gesamten Fahrtzeit in dem
zu erwarten ist, daß die Grenze n^*
überschritten wird

Literatur

- [1] Grim, O., 'SB 501 ALGOL-Programm zur Berechnung der hydrodynamischen Kräfte, sowie der Tauch- und Stampf-Schwingungen eines Schiffes in regelmäßigen längslaufenden Wellen nach der 'Strip-Method''.
Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, 1965
- [2] Korvin-Kroukowsky, B.V., and Jacobs, W.R., 'Pitching and Heaving Motions of a Ship in Regular Waves'.
Transactions SNAME, Vol. 65, 1957
- [3] Ochi, M.K., 'Extreme Behaviour of a Ship in Rough Seas'.
Transactions SNAME, Vol. 72, 1964
- [4] ISSC 'Report of Committee 1 on Environmental Conditions'.
Proceedings ISSC, Vol. 1, 1964
- [5] Cramer, H., 'Mathematical Methods of Statistics'.
Princeton University Press, 1951