

149 | Juli 1965

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Rameswar Bhattacharyya

**Über die Berechnung des
Wellenwiderstandes nach
verschiedenen Verfahren und
Vergleich mit einigen experimentellen
Ergebnissen**

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 149

Über die Berechnung des Wellenwiderstandes nach
verschiedenen Verfahren und Vergleich mit einigen
experimentellen Ergebnissen

VON

Rameswar Bhattacharyya

Hamburg
Juli 1965

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Institutskennung 149

Über die Berechnung des Wellenwiderstandes nach
verschiedenen Verfahren und Vergleich mit einigen
experimentellen Ergebnissen

Als Dissertationsschrift der Technischen
Hochschule Hannover vorgelegt

von

Rameswar Bhattacharyya

Hamburg

Juli 1965

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1 - 2
2. Anwendung der Michellschen Theorie	3 - 65
2.1. Das Elementarschiff	3 - 21
2.1.1. Aufstellung der Wellenwiderstandsformeln nach dem Polynomverfahren	3 - 10
2.1.2. Wellenwiderstandsberechnung für die analytisch entwickelten Modelle der Serie Berlin	10 - 16
2.1.3. Vergleich zwischen Rechnung und Versuch	17 - 21
2.2. Elementarschiff nach Inui	22 - 39
2.2.1. Angenäherte Auswertung des Michell-Integrals nach Inui bei kleineren und mittleren Froude-Zahlen	22 - 37
2.2.2. Vergleich zwischen den exakt und angenäherteberechneten Wellenwiderstandskurven für analytisch definierte Modellformen	37 - 39
2.3. Wellenwiderstandsberechnung für übliche Schiffsformen	40 - 65
2.3.1. Approximation empirischer Spantflächenkurven	40 - 54
2.3.2. Erweiterung des Inui-Verfahrens für Schiffe mit parallelem Mittelstück	54 - 60
2.3.3. Berechnung des Wellenwiderstandes für einige Modelle der empirischen Serien des DTMB, der BSRA und der Versuchsanstalt in Göteborg	61 - 64
2.3.4. Vergleich zwischen Rechnung und Versuch für $\delta = 0,65$ und $\delta = 0,70$ des DTMB	64 - 65

3. Bestimmung der Verteilung von Oberflächen-singularitäten für beliebige Schiffsfornen und der daraus resultierenden Widerstandes	66 - 83
3.1. Angenäherte Berechnung des Wellenwiderstandes eines durch diskrete Singularitäten dargestellten Schiffes	67 - 68
3.2. Die kontinuierliche Singularitätenverteilung auf der Schiffsoberfläche nach Hess und Smith	68 - 70
3.3. Berechnung des Wellenwiderstandes nach dem Havelock'schen Integral	70 - 76
3.4. Vergleich der Wellenwiderstandskurven, berechnet nach Havelock (Singularitätenverteilung auf der Oberfläche) und nach Michell für analytische Modellformen	77 - 87
4. Zusammenfassung	84 - 87
5. Nachwort	88 - 89
6. Literaturnachweis	
7. Symbole	
8. Tabellen	
9. Anhang	
10. Abbildungen	

1. Einleitung

In letzter Zeit ist auf dem Gebiet der Bestimmung des Wellenwiderstandes für Schiffe sehr intensiv Forschungsarbeit geleistet worden, und es sind beträchtliche Erfolge erzielt worden. Die Grundlage der Untersuchungen basierte auf der von Michell entwickelten Theorie und auf deren Anwendung und Erweiterung, die wir Havelock, Wigley, Weinblum, Inui u.a. zu verdanken haben. Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Berechnung des Wellenwiderstandes nach verschiedenen Verfahren für analytisch entwickelte Schiffformen sowie für vorhandene empirische Modelle, soweit es die gegebenen Theorien erlauben.

Die Ermittlung des Wellenwiderstandes für eine beliebige Schiffform ist ein wesentliches Problem in der Schiffbau- praxis, in der die Schiffform durch die Schiffslinien oder durch Aufmaße festgelegt ist und die Untersuchung über den "Restwiderstand" an Modellen durchgeführt wird. Da aber die Parameteranzahl der Schiffformen sehr groß ist, ist es kaum denkbar, experimentell die Optimalform festzulegen. Man kann daher einen Fortschritt in diesem Bereich nur dann erhoffen, **wenn theoretische und** experimentelle Verfahren gleichzeitig berücksichtigt werden. In dieser Arbeit wird dargelegt, wie weit man mit den vorhandenen theoretischen Kenntnissen eine definitive Voraussage des Wellenwiderstandes für die analytisch und empirisch entwickelten Modellformen machen kann.

Der erste Teil dieser Arbeit behandelt die Berechnung des Wellenwiderstandes für die analytisch definierten Elementarschiffe. Der zweite Teil befaßt sich mit der Wellenwiderstandsberechnung von empirisch entwickelten Serienmodellen von DTMB, BSRA und der Göteborg-Versuchsanstalt.

Der dritte Abschnitt berücksichtigt Schiffe beliebiger Form, die Berechnung basiert auf dem Havelockschen Integral für den Wellenwiderstand.

Die hierfür notwendigen Rechnungen wurden auf den elektronischen Rechenanlagen IBM 650 und TR 4 der Universität Hamburg durchgeführt.

An dieser Stelle möchte ich meinem Doktorvater, Herrn Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. G. Weinblum, für mein Dissertationsthema aufrichtig danken. Ferner bin ich verpflichtet, dem Deutschen Akademischen Austauschdienst und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung meinen besonderen Dank auszusprechen.

2. Anwendung der Michellschen Theorie

2.1. Das Elementarschiff

2.1.1. Aufstellung der Wellenwiderstandsformeln nach dem Polynomverfahren

Nach dem heutigen Stand der Forschung gibt es zwei Verfahren, den theoretischen Ausdruck für den Wellenwiderstand aufzustellen. Nach der Michellschen Theorie kann man von der Geometrie der Schiffsform ausgehen, nach Havelock von Quellen oder anderen hydrodynamischen Singularitätenverteilungen.

In diesem Kapitel handelt es sich in erster Linie um die Auswertung des Michell-Integrals für eine bestimmte Klasse von schmalen (dünnen) Schiffen. **ausgewertet.**

Für ein Schiff mit der Länge L , Breite B und dem Tiefgang T führt man die dimensionslosen Größen ein $\xi = x/L/2$, $\eta = y/B/2$, $\zeta = z/T$, wobei $-1 \leq \xi \leq 1$, $-K \leq \zeta \leq 0$ und $K = 2T/L$. Die Schiffsoberflächengleichung sei $\eta = f(\xi, \zeta)$.

Bei einem Elementarschiff, definiert nach Weinblum, läßt sich η folgendermaßen aufspalten:

$$\eta = f(\xi, \zeta) = f_1(\xi) f_2(\zeta). \quad (2.1.1)$$

Außerdem kann man $f_1(\xi)$ folgendermaßen zerlegen:

$$f_1(\xi) = f_{1s}(\xi) + f_{1a}(\xi) \quad (2.1.2)$$

$$f_{1s} = (\eta_v + \eta_h)/2; \quad f_{1a} = (\eta_v - \eta_h)/2. \quad (2.1.3)$$

η_v = Die Spantflächenkurvengleichung des Vorschiffes

η_h = Die Spantflächenkurvengleichung des Hinterschiffes

Das Michellsche Widerstandsintegral für unbegrenzte Wassertiefe lautet [19] wie folgt:

$$R^+ \equiv \frac{R_W}{\frac{8}{\pi} \rho g \frac{B^2 T^2}{L}} = \int_{\gamma_0}^{\infty} \phi(\gamma) \left\{ J^{+2}(\gamma) + I^{+2}(\gamma) \right\} d\gamma \quad (2.1.4)$$

$$\text{wobei } \phi(\gamma) = \frac{(\gamma/\gamma_0)^2}{\sqrt{(\gamma/\gamma_0)^2 - 1}}$$

$$J^+(\gamma) = \int_0^1 \exp(-K \zeta \gamma^2 / \gamma_0) f_2(\zeta) d\zeta \quad \begin{cases} \frac{df_{1s}(\xi)}{d\xi} \sin(\gamma\xi) \\ \frac{df_{1a}(\xi)}{d\xi} \cos(\dots) \end{cases}$$

$$I^+(\gamma) = \int_0^1 \dots \dots \dots \quad \begin{cases} \frac{df_{1s}(\xi)}{d\xi} \sin(\dots) \\ \frac{df_{1a}(\xi)}{d\xi} \cos(\dots) \end{cases}$$

$$\text{und } \gamma_0 = \frac{1}{2 F_n^2} \quad (F_n = \text{Froudsche Zahl} = \frac{V}{\sqrt{gL}})$$

Man setzt $\lambda = \gamma / \gamma_0$

dann $d\gamma = \gamma_0 d\lambda$

$$\text{und } R^+ = \gamma_0 \int_1^{\infty} \frac{\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \left\{ J^{+2}(\lambda) + I^{+2}(\lambda) \right\} d\lambda \quad (2.1.5)$$

wobei

$$J^+ = \int_0^1 \exp(-K\gamma_0 \lambda^2 \zeta) f_2(\zeta) d\zeta \int_0^1 \frac{df_{1s}}{d\xi} \sin(\lambda \gamma_0 \xi) d\xi$$

$$I^+ = \int_0^1 \dots \dots \dots \int_0^1 \frac{df_{1a}}{d\xi} \cos(\dots) \dots$$

Für eine Familie vom Polynomgrad bis zur 6. Potenz lauten die Gleichungen für f_{1s} und f_{1a} wie folgt:

$$f_{1s} = 1 + a_1 |\xi| + a_2 \xi^2 + a_3 |\xi| \xi^2 + a_4 \xi^4 + a_5 |\xi| \xi^4 + a_6 \xi^6 \quad (2.1.6)$$

und

$$f_{1a} = b_1 \xi + b_2 |\xi| \xi + b_3 \xi^3 + b_4 |\xi| \xi^3 + b_5 \xi^5 + b_6 |\xi| \xi^5 \quad (2.1.7)$$

$$\text{Mit } \bar{M}_\nu = (\nu + 1) \int_0^1 \xi^\nu \sin(\lambda \gamma_0 \xi) d\xi$$

$$\text{und } \bar{N}_\nu = (\nu + 1) \int_0^1 \xi^\nu \cos(\lambda \gamma_0 \xi) d\xi$$

für $\nu = 0, 1, \dots$

und $f_2(\zeta) = 1$ dann

$$\mathbf{I}^+ = \frac{1 - e^{-\frac{\kappa \gamma_0}{\lambda^2}}}{\kappa \gamma_0 \lambda^2} \left\{ a_1 \bar{M}_0 + a_2 \bar{M}_1 + a_3 \bar{M}_2 + a_4 \bar{M}_3 + a_5 \bar{M}_4 + a_6 \bar{M}_5 \right\}$$

$$\mathbf{I}^+ = \quad " \quad \left\{ b_1 \bar{N}_0 + b_2 \bar{N}_1 + b_3 \bar{N}_2 + b_4 \bar{N}_3 + b_5 \bar{N}_4 + b_6 \bar{N}_5 \right\}$$

Nach der Rekursionsformel erhalten wir

$$\bar{M}_0 = \frac{1 - \cos(\lambda \gamma_0)}{\lambda \gamma_0}$$

$$\bar{N}_0 = \frac{\sin(\lambda \gamma_0)}{\lambda \gamma_0}$$

$$\bar{M}_v = \frac{v + 1}{\lambda \gamma_0} \left[-\cos(\lambda \gamma_0) + N_{v-1} \right]$$

$$\bar{N}_v = \frac{v + 1}{\lambda \gamma_0} \left[\sin(\lambda \gamma_0) - M_{v-1} \right]$$

für $v = 1, 2, \dots$

Wenn man aber die Hauptspanngleichung $f_2(\zeta) = 1 - e^+ \zeta^4$

setzt, erhält man die Ausdrücke für J^+ und I^+ folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
 J^+(\lambda) &= \int_0^1 e^{-K\lambda^2 \gamma_0 \zeta} (1 - e^{\zeta^4}) d\zeta \int_0^1 \frac{d\eta_s}{d\xi} \sin \gamma \xi d\xi \\
 &= \frac{1}{K\gamma_0 \lambda^2} \left[(1 - e^{-K\gamma_0 \lambda^2}) + e^+ e^{-K\gamma_0 \lambda^2} \right. \\
 &\quad \left. \left\{ 1 + \frac{4}{K\gamma_0 \lambda^2} + \frac{12}{K^2 \gamma_0^2 \lambda^4} + \frac{24}{K^3 \gamma_0^3 \lambda^6} + \frac{24}{K^4 \gamma_0^4 \lambda^8} \right\} \right. \\
 &\quad \left. - e^+ \frac{24}{K^4 \gamma_0^4 \lambda^8} \right] \left[a_1 \bar{M}_0 + a_2 \bar{M}_1 + \dots + a_6 \bar{M}_5 \right]
 \end{aligned}$$

$$I^+(\lambda) = \text{ " " " } \left[b_1 \bar{N}_0 + b_2 \bar{N}_1 + \dots + b_6 \bar{N}_5 \right]$$

Man führt die Symbole ein

$$\text{SYM} = a_1 \bar{M}_0 + a_2 \bar{M}_1 + \dots$$

$$\text{ASY} = b_1 \bar{N}_0 + b_2 \bar{N}_1 + \dots$$

und substituiert

$$\lambda = 1 + Z^2, \text{ somit } d\lambda = 2z dz.$$

Dann erhält man den Ausdruck für R^+ wie folgt:

$$\begin{aligned}
 R^+ = \frac{1}{\gamma_0 K^2} \int_0^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2+z^2}} & \left[\frac{(\text{SYM}^2 + \text{ASY}^2)}{(1+z^2)^2} \left\{ 1 - e^{-\frac{K\gamma_0}{K_0}(1+z^2)^2} \right. \right. \\
 & + e^{+\frac{K\gamma_0}{K_0}(1+z^2)^2} \left. \left(1 + \frac{4}{K\gamma_0 (1+z^2)^2} \right. \right. \\
 & + \frac{12}{K^2 \gamma_0^2 (1+z^2)^4} + \frac{24}{K^3 \gamma_0^3 (1+z^2)^6} \\
 & \left. \left. + \frac{24}{K^4 \gamma_0^4 (1+z^2)^8} \right) - \frac{24 \cdot e^+}{K^4 \gamma_0^4 (1+z^2)^8} \right]^2 dz
 \end{aligned}
 \tag{2.1.8}$$

Für eine Hauptspannvölligkeit $B = \int_0^1 f_2(\zeta) d\zeta = 1$, d.h. für die Schiffe mit senkrechten Spanten ($e^+=0$) lautet der Ausdruck für R^+ wie folgt:

$$R^+ = \frac{1}{\gamma_0 K^2} \int_0^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2+z^2}} \left[\frac{(\text{SYM}^2 + \text{ASY}^2)}{(1+z^2)^2} \left\{ 1 - e^{-K\gamma_0(1+z^2)^2} \right\}^2 \right] dz
 \tag{2.1.9}$$

Die Integrandkurven für den Ausdruck R^+ sind mit Hilfe der elektronischen Rechenanlagen weitgehend untersucht, um die obere Grenze der Integration festlegen zu können. Gegenüber den tabellierten m -Funktionen von Weinblum zur Berechnung des Wellenwiderstandes weist das Programm in der ALGOL-Sprache die folgenden Vorteile auf:

- a) Die Widerstandsberechnungen sind auch für unsymmetrische Formen möglich;
- b) Die Berechnungen sind auch für sehr kleine Froude-Zahlen durchführbar. Dies ist entscheidend, um die sogenannten Formfaktoren untersuchen zu können;
- c) Eine Interpolation für einen mittleren Tiefgang ist nicht nötig.

Aber für die Bestimmung der optimalen Schiffssformen sind die Tabellenwerte von Weinblum unentbehrlich, da sie es ermöglichen, eine systematische Änderung der Körperform zu untersuchen.

Von wichtigen theoretischen Untersuchungen für eine bestimmte Familie der Schiffssformen lauten drei wie folgt:

- a) Wie weit der Schärfegrad für bestimmte Froudsche Zahlen den Wellenwiderstand beeinflusst, auch bei Berücksichtigung von mehreren Breitentiefenverhältnissen;
- b) Ob zwei Schiffssformen von gleichem Schärfegrad und gleichen Taylorschen Tangentenwerten, aber von etwas verschiedenem Bildungsgesetz der Spantflächenkurven, einen bemerkenswerten Unterschied im Wellenwiderstand verursachen können;

- c) Als drittes Problem aus dem Gebiet der Elementarschiffe ist der Einfluß der Asymmetrie der Schiffsförmungen auf der Hauptspantebene für den ganzen Bereich der Froudeschen Zahlen zu untersuchen.

2.1.2. Wellenwiderstandsberechnung für die analytisch entwickelten Modelle der Serie Berlin

Wahl der Modellformen

In der Schiffsbaupraxis werden die Schiffsförmungen empirisch dargestellt. Da aber die Anzahl der kennzeichnenden Parameter einer Schiffsförmung zu groß ist, um umfassende systematische Versuche durchführen zu können, sind mathematische Schiffsförmungen vorgeschlagen und entwickelt worden (Taylor, Wigley, Weinblum), deren Anwendung in der Forschung aus zwei Gründen notwendig ist;

- a) wegen der Erhaltung von gut definierten Ausdrücken für die Schiffsförmung, die nach grundlegenden Parametern festgelegt werden können,
- b) wegen der leichteren Auswertung hydrodynamischer Eigenschaften auf einem systematischen Wege.

Weinblum [17] kam zu dem Ergebnis, daß keiner der Parameter φ , t , σ oder κ als ausreichendes Hilfsmittel zur Beschrei-

bung von Schiffformen oder Optimalspantflächenkurven und damit zur Abschätzung des Wellenwiderstandes gelten kann, denn die Parameter hängen zu stark von dem gesamten Verlauf der Spantflächenkurven, oder anders ausgedrückt, von der Polynomfamilie ab. Diese Überlegungen haben deshalb Weinblum dazu geführt, innerhalb der Familie $\langle 2, 4, 6; \varphi; 1 \rangle$ analytische Serienmodelle für den ganzen interessanten Bereich des Schärfegrades zu entwickeln. Die Einzelheiten der Serie Berlin sind in den Tabellen 1 - 3 angegeben. Die symmetrischen Modelle lassen sich in der Hauptspantebene durchschneiden, und dadurch ergeben sich verschiedene Kombinationen zwischen den systematischen Modellen. Der Betrag der Asymmetrie für die Modelle 1888, 1889 ($\varphi_v = 0,56$, $\varphi_h = 0,72$ bzw. $\varphi_v = 0,72$, $\varphi_h = 0,56$) ist beträchtlich.

Die Untersuchungen an den symmetrischen Modellen, soweit sie in dieser Arbeit nicht erwähnt werden, sind in [20] veröffentlicht.

Die Meßergebnisse der Modellversuche sind in den Tabellen 18-31 angegeben.

Theoretische Untersuchungen:

1. Über die symmetrischen Modellformen

a) Wie man aus der Abb. 3 ersieht, ist für mittlere Froude-Zahlen $0,20 \leq F_n \leq 0,32$ die Schiffform um so günstiger, je kleiner der Schärfegrad ist.

- b) Der dimensionslose Wellenwiderstandsbeiwert R^+ fällt mit der Zunahme des Tiefgangsverhältnisses.
- c) Die Lagen der Buckel und Täler von Wellenwiderstandskurven sind allein von den Spantflächenkurven abhängig. Dabei spielt das Breitentiefenverhältnis keine Rolle.
- d) Die Oszillationen der Wellenwiderstandskurven kann man als Wechselwirkung zwischen Bug- und Heckwellensystem deuten.
- e) Aus der Abb. 4 ist ersichtlich, daß innerhalb eines gewissen Bereiches der Froude-Zahlen kleine Unterschiede im Verlauf der Spantflächenkurven beträchtliche Änderungen im Wellenwiderstand verursachen können.

Daher muß man vorsichtig sein, wenn der Wellenwiderstand einer unbekanntten Form zu interpolieren ist, falls die entscheidenden Formparameter nicht bekannt sind.

2. Über die unsymmetrischen Formen

- a) Nach der Theorie soll in idealer Flüssigkeit der Verdrängungsschwerpunkt in der Mitte liegen, wie die Abb. 5 - 12 andeuten. Dies ist auch der Fall bei dem Experiment (Abb. 20 - 21), für $F_n = 0,30$, da bei höheren Geschwindigkeiten der Zähigkeitseinfluß auf den Wellenwiderstand nicht bedeutend ist. Bei kleineren Geschwindigkeiten, nämlich bei $F_n = 0,30$, ist der Zähigkeitseffekt so groß, daß die Zunahme des Wellenwiderstandes durch die Asymmetrie der Form im Vergleich zum Gesamtwiderstand nicht entscheidend ist. Bei $F_n = 0,35$ ist der ungünstigste Effekt der Unsymmetrie bei den theoretischen Berechnungen nicht sehr bedeutend.

b) In einem Bereich von $F_n = 0,22$ bis $0,35$ sind die schärferen unsymmetrischen Modelle sehr ungünstig, sicherlich wegen des kleineren Schärfegrades und bei den Modellen 1889, 1888 ($\varphi_v = 0,72$, $\varphi_h = 0,56$ bzw. $\varphi_v = 0,56$, $\varphi_h = 0,72$) wegen der sehr starken Asymmetrie.

Wenn man aber den Gesamtwiderstand im Auge behält, ist eine geringe Asymmetrie der Schiffsform wegen des Zähigkeitseinflusses vorteilhaft. Es ist auch zu bemerken, daß eine kleine Asymmetrie der Form den Wellenwiderstand nicht bedeutend vergrößert, auch in einem sehr empfindlichen Froude-Zahlbereich, z.B. $0,35 > F_n > 0,22$ (Ausnahmen sind Schiffe mit schärferen Formen, z.B. $\varphi = 0,56$).

Auch die Modellversuche bestätigen diese Tatsache.

Man darf aber nicht außer Acht lassen, daß ein unmittelbarer Vergleich zwischen symmetrischen und unsymmetrischen Formen in Bezug auf den Wellenwiderstand nur dann möglich ist, wenn die Spantflächenkurve der symmetrischen Form dem symmetrischen Teil der unsymmetrischen Form entspricht, (d.h.

$$\text{d.h.} \quad \eta(\xi)_a = \eta(\xi)_s + \Delta \eta_a.$$

Es ist auch ohne weiteres möglich, unsymmetrische Formen mit günstigeren Wellenwiderstandseigenschaften zu erhalten, als sie eine schlechte symmetrische Form mit gleichem Schärfegrad und mit gleichen Hauptabmessungen hat.

c) In idealer Flüssigkeit sind die Wellenwiderstände eines Schiffsmodelles in beiden Fahrtrichtungen bekanntlich gleich, auch wenn das Modell auf dem Hauptspant nicht symmetrisch ist. In zäher Flüssigkeit aber sind sie unterschiedlich.

Beschränkungen der experimentellen Untersuchungen

Bevor man die rechnerisch erhaltenen Ergebnisse des Wellenwiderstandes mit denen des Experiments vergleicht, sollte man folgende Beschränkungen der experimentellen Untersuchungen nicht übersehen.

a) Die Körperform ändert sich wegen der Wellenbildung, besonders bei höheren Geschwindigkeiten. Da die Verdrängungsverteilung eines Modelles sich während der Fahrt von der im statischen Zustand unterscheidet, kann man zwischen dem errechneten spezifischen Wellenwiderstand und dem experimentell erhaltenen Ergebnis keinen strengen Vergleich anstellen.

b) Die theoretischen Berechnungen basieren auf der Annahme, daß die Flüssigkeit eine unendliche Breite und eine unendliche Tiefe hat, wogegen die Modelle in einer Flüssigkeit von begrenzten Größen untersucht werden.

Zähigkeitswiderstand

In dieser Arbeit sind gleichzeitig die Hughes-, die Schoenherr- und die ITTC-1957-Linie berücksichtigt, um den Reibungswiderstand einer äquivalenten Platte zu erhalten. Zur Auswertung des experimentellen Wellenwiderstandes ist die ITTC-Linie angewandt

worden, Allerdings spielt die Anwendung der ITTC-Linie keine Rolle, wenn der konstante Formfaktor durch Abzug des Wellenwiderstandes vom Gesamtwiderstand bei sehr kleiner Froude-Zahl bestimmt wird. Bei solch kleiner Geschwindigkeit ($F_n = 0,125$) kann die Wechselwirkung zwischen Zähigkeit und den Wellen vermutlich vernachlässigt werden.

$$R_t = R_v + R_w$$

$$R_v = R_{fo} (1 + n) \text{ oder } n = \frac{R_t - R_w - R_{fo}}{R_{fo}}$$

Der Einfluß des Schärfegrades und des Tiefganges auf den Formfaktor ist gründlich untersucht und in den Abb. 16 und 17 ausgedrückt.

Dieses Verfahren zur Berechnung des Formwiderstandes beruht auf folgenden Voraussetzungen:

- a) Die ITTC-Linie ist innerhalb des untersuchten Bereiches der Reynoldsschen Zahl richtig.
- b) Der Formeinfluß kann als Prozentsatz des Plattenwiderstandes und auch ^{un-}abhängig von der Froudeschen Zahl ausgedrückt werden.
- c) Die Wechselwirkung zwischen Zähigkeit und den Wellen ist bei kleineren Froudeschen Zahlen unwesentlich.

Aus den Abb. 16 und 17 kann man darauf schließen, daß der Formfaktor, wie erwartet, mit dem Schärfegrad wächst, wenn die Breite konstant bleibt. Dagegen ergibt sich aber

kein eindeutiger Einfluß des Tiefganges auf den Formfaktor (wie auch bei Granville), obwohl bei zwei Modellen die Versuche für $T = 0,8 B$ eine Zunahme des Formfaktors aufweisen.

Zur Bestimmung der vom Modell verursachten mittleren Übergeschwindigkeit aus der Tauchung stellt Horn die folgenden Gleichungen auf: 8 :

Nach der Bernoulligleichung

$$P_M + \frac{1}{2} V_M^2 + gh_M = P + \frac{1}{2} V^2 + gh$$

$$P_M = P \quad \text{d.h.} \quad \frac{V_M^2}{V^2} - 1 = \frac{2g(\Delta h)}{V^2} = R_{\text{FFL}}$$

Abb. 18 zeigt R_{FFL} für $\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$ für alle drei Breitentiefenverhältnisse. Eine Zunahme des R_{FFL} mit dem Tiefgangsbreitenverhältnis ist offensichtlich spürbar; aber dagegen spielt der Schärfegrad keine sichtbare Rolle (Abb. 19).

2.1.3. Vergleich zwischen Rechnung und Versuch

1) Allgemeine Betrachtungen

- a) Wegen der Vernachlässigung des Zähigkeitseffektes auf den Wellenwiderstand erscheinen übertriebene Oszillationen der theoretischen Wellenwiderstandskurven bei kleineren und mittleren Froudeschen Zahlen (F_n 0,35).
- b) Der experimentell erhaltene Wellenwiderstand ist bei höheren Geschwindigkeiten, im Gegensatz zu den Behauptungen in früheren Arbeiten, nicht größer als der berechnete. Die Ursache dafür ist in der Berücksichtigung des zähen Formwiderstandes zu suchen.
- c) Im Bereich der Froudeschen Zahlen F_n 0,32 - 0,34 stimmen die Rechenergebnisse mit den experimentell erhaltenen Werten sehr gut überein.
- d) Für alle symmetrischen und unsymmetrischen Modellformen ist der Vergleich zwischen Rechnung und Versuch bei F_n 0,35 nicht befriedigend.
- e) Bei sehr kleinen Geschwindigkeiten (F_n 0,125) wird der experimentelle Wellenwiderstandsbeiwert gelegentlich negativ. Dies zeigt, daß bei solchen Geschwindigkeiten die Analyse des experimentell erhaltenen Gesamtwiderstandes nicht angemessen ist, oder die Meßwerte selbst nicht genau genug sind.
- f) In dem praktisch besonders wichtigen Gebiet der Froudezahlen F_n 0,25 treten starke quantitative Abweichungen

zwischen Theorie und Versuch auf.

g) Bei sehr kleinen Geschwindigkeiten ($F_n = 0,125$) wird die asymptotische Bedingung $R_w \propto v^2$ annähernd erreicht (Abb. 22-30). Der Wellenwiderstand ist in diesem Bereich im Vergleich mit dem Zähigkeitswiderstand unbedeutend.

h) Je höher die Froudezahl ist, desto dünner muß die Schiffsform sein, um die linearisierte Bedingung an der Wasseroberfläche nicht zu sehr zu verletzen. Die Abb. 28-30 weisen auch darauf hin, denn die Vergleiche für völligeren Formen sind bei höheren Froudezahlen nicht sehr befriedigend.

2.) Über die symmetrischen Formen

a) Bei kleineren Geschwindigkeiten ($F_n = 0,35$) ist der Vergleich für $\varphi = 0,52$ sehr unbefriedigend. Die Theorie unterschätzt den Wellenwiderstand für diese scharfe Form.

b) Für $\varphi = 0,56$ ist die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch recht erfreulich. Ungefähr das gleiche Resultat erhält man im Bereich des großen Buckels bei allen anderen Modellen.

c) Für die Modelle $\varphi = 0,56$ und $\varphi = 0,60$ und bei $F_n = 0,35$ konnte man eine brauchbare Übereinstimmung zwischen dem experimentellen Wellenwiderstand und dem mittleren Anstieg der theoretischen Kurve erzielen.

d) Aber für die völligeren Formen übertreibt die Theorie bei $F_n = 0,35$ nicht nur die Oszillationen der Wellenwiderstandskurve, sondern auch ihren mittleren Anstieg.

3) Über die unsymmetrischen Formen

Da das Michell-Integral für die unterschiedlichen Richtungen der Körperbewegung keinen Unterschied im Wellenwiderstand liefert, können die Abweichungen zwischen den berechneten und gemessenen Wellenwiderständen noch verringert werden, wenn man die theoretischen Kurven mit Schleppergebnissen von beiden Richtungen vergleicht. (Wagley).

Die optimale longitudinale Lage des Verdrängungsschwerpunktes wird weitgehend durch die Zähigkeit des Mediums bestimmt. Für die reale Flüssigkeit sind daher experimentelle Untersuchungen notwendig, da genügende theoretische Kenntnis fehlt. Die Untersuchungen für die einzelnen asymmetrischen Modellformen ergeben folgende Ergebnisse:

a) Für die scharfe Form $\varphi = 0,56$ bei $F_n = 0,32$ ist der Schwerpunkt vor dem Hauptspant ungünstiger als hinter dem Hauptspant. Bei höheren Geschwindigkeiten ist der Zähigkeitseinfluß auf den Wellenwiderstand unbedeutend. (Abb. 31-32).

b) Auch für $\varphi = 0,60$ und bei $F_n = 0,35$ soll der Verdrängungsschwerpunkt hinter dem Hauptspant liegen, da in diesem Geschwindigkeitsbereich die Zähigkeit eine bedeutende Rolle spielt und wie immer bei höheren Froudezahlen der Zähigkeitseinfluß schwächer wird. (Abb. 33-34). Wie bei theoretischen Untersuchungen zeigen auch die Versuche einen günstigeren Wellenwiderstand für die symmetrischen Schiffsförmern bei allen Geschwindigkeiten $F_n = 0,25$ und auch bei verschiedenen Breitentiefenverhältnissen. Dies ist ein sehr interessantes Ergebnis im Gegensatz zu den früheren Versuchen von Weinblum 18

c) Man erfährt das Gleiche auch bei völligerer Form, nämlich $\phi = 0,64$. Bei $0,2 \leq F_n \leq 0,4$ ist das volligere Hinterschiff günstiger als das volligere Vorschiff (Abb.35-36).

Jedenfalls ist die günstige Lage des Verdrängungsschwerpunktes von dem ganzen Verlauf der Spantflächenkurve und auch von der Froudeschen Zahl abhängig. Bei noch völligeren Formen als $\phi = 0,64$ ist seine Bestimmung noch komplizierter; denn der Zähigkeitswiderstand ist, wie der Wellenwiderstand, sehr von den Formänderungen abhängig.

Anmerkungen:

- 1) Der gemessene Wellenwiderstand, den man vom Gesamtwiderstand herleitet, mag nicht der wahre Wellenwiderstand sein; denn die Wechselwirkung zwischen der Wellenbewegung und der Zähigkeit ist vernachlässigt worden.
- 2) Bei der Bewegung eines Schiffes finden Trimm und Tauchung statt, wobei die Konstruktionsspantflächenkurve und die des in Bewegung gesetzten Schiffes nicht gleich sind. Aber die uns zur Verfügung stehende Theorie liefert dasselbe Ergebnis, ob das Modell frei fährt oder während der Fahrt festgehalten wird.
- 3) Es steht noch nicht fest, wie weit der zähe Formwiderstand unabhängig von der Froudezahl ist.
- 4) Linearisierung der Randbedingungen auf der Wasseroberfläche kann gewisse Korrekturen benötigen.

5) Die Wellenwiderstandsberechnung nach Mitchell liefert, wie besonders auch Inui betont, den Wellenwiderstand für eine Form, die der geschleppten Schiffsförm nicht genau entspricht.

6) Wenn die Messung des Restwiderstandes einer symmetrischen Form größere Werte ergibt, als die einer unsymmetrischen Form vom gleichen Schärfegrad aus derselben Polynomfamilie, bedeutet es, daß der zähe Druckwiderstand eine wichtige Rolle spielt.

2.2. Elementarschiff nach Inui

2.2.1. Angenäherte Auswertung des Michell-Integrals nach Inui bei kleineren und mittleren Froude-Zahlen

Die numerische Berechnung des Michell-Integrals erfordert die Auswertung eines fünffachen Integrals mit Froudscher Zahl als Parameter. Im Bereich der kleineren Froudezahlen treten die Oszillationen der Wellenwiderstandskurven häufiger auf als bei höheren Geschwindigkeiten. Die Berechnungen für den Wellenwiderstand müssen deshalb bei sehr dicht gewählten Froude-Zahlen durchgeführt werden, um die Buckel und Täler der Wellenwiderstandskurve im Bereich der Dienstgeschwindigkeiten von praktischen Schiffen erhalten zu können. Eine asymptotische Expansion des Michell-Integrals ermöglicht es, den Wellenwiderstand bei mittleren und kleineren Froude-Zahlen leicht zu bestimmen.

Wigley schlug schon 1942 [21] vor, die Wellenwiderstandskurve in zwei Teile aufzuteilen,

$$C_w = \frac{R_w}{\frac{1}{2} \rho V^2 B^2} = C_{w1} + C_{w2}$$

wobei C_{w1} = (ein im wesentlichen = $\frac{R_{w1}}{\frac{1}{2} \rho V^2 B^2}$
monotoner Anteil)

und

$$C_{w_2} \text{ (oszillierender Teil)} = \frac{R_{w_2}}{\frac{1}{2} \rho V^2 B^2} .$$

Inui [9] hat einen asymptotischen Ausdruck für C_{w_2} bei kleineren und mittleren Geschwindigkeiten ($F_n < 0,30$) angegeben.

Der Ausdruck für den Wellenwiderstand in der Havelockschen Singularitätendarstellung lautet wie folgt:

$$R_w = 16\pi\rho K_0^2 \int_0^{\pi/2} (P_1^2 + P_2^2) \sec^3 \theta \, d\theta \quad (2.2.1)$$

wobei

$$P_1 = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-T}^0 \sigma \exp(K_0 z \sec^2 \theta) \cos(K_0 x \sec \theta) \, dx \, dz$$

$$P_2 = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-T}^0 \sigma \exp(K_0 z \sec^2 \theta) \sin(K_0 x \sec \theta) \, dx \, dz$$

wobei $\sigma = -\frac{\partial y}{\partial x} \frac{V}{2\pi}$ 't $y = f(x, z)$; $K_0 = \frac{8\sigma g}{V^2}$

P_1 verschwindet im Falle eines symmetrischen Schiffes (Symmetrie auf dem Hauptspant).

Wenn man dimensionslose Koordinaten einführt, d.h.

$$\xi = \frac{x}{L/2}, \quad \eta = \frac{y}{B/2}, \quad \zeta = \frac{z}{L/2},$$

erhält man

$$P_1 = \frac{BVL}{8\pi} Q_1 \quad \text{wobei}$$

$$Q_1 = \int_{-1}^1 \int_{-K}^0 \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \exp(K_0 l \zeta \sec^2 \theta) \cos(K_0 l \xi \sec \theta) d\xi d\zeta$$

Man erhält
gleichfalls $P_2 = \frac{BVL}{8\pi} Q_2$ wobei

$$Q_2 = \int_{-1}^1 \int_{-K}^0 \frac{\partial \eta}{\partial \xi} (K_0 l \zeta \sec^2 \theta) \sin(K_0 l \xi \sec \theta) d\xi d\zeta$$

dann ist

$$C_w = \frac{R_w}{\frac{1}{2} \rho V^2 B^2} = \frac{K_0^2 L^2}{2\pi} \int_0^{\pi/2} (Q_1^2 + Q_2^2) \sec^2 \theta d\theta$$

(2.2.2)

Für ein Elementarschiff nimmt man an

$$\frac{\partial \eta(\xi, \zeta)}{\partial \xi} = m(\xi) f_2(\zeta) = m(\xi) \quad \text{wenn die}$$

Spanten senkrecht sind, d.h. $f_2(\zeta) = 1$.

Dann lautet Q_1 wie folgt:

$$Q_1 = \int_{-1}^1 m(\xi) \cos(K_0 l \xi \sec \theta) d\xi \int_{-K}^0 \exp(K_0 l \zeta \sec^2 \theta) d\zeta \quad (2.2.2a)$$

(A)

$$Q_2 = \int_{-1}^1 m(\xi) \sin(K_0 l \xi \sec \theta) d\xi \int_{-K}^0 \exp(K_0 l \zeta \sec^2 \theta) d\zeta \quad (2.2.2b)$$

(B)

Man setzt wie früher

$$a) \gamma_0 = \frac{1}{2F_n^2}$$

$$b) U = 1 - e^{-\gamma_0 K \sec^2 \theta} \quad (2.2.2c)$$

$$c) M = 1$$

$$c) M = \int_{-1}^1 m(\xi) \sin(K_0 l \xi \sec \theta) d\xi \quad (2.2.2d)$$

$$d) N = \int_{-1}^1 m(\xi) \cos(K_0 l \xi \sec \theta) d\xi \quad (2.2.2e)$$

M stellt das symmetrische Schiff dar und N leistet den Beitrag wegen der Asymmetrie zwischen Vor- und Hinterschiff. Dann erhält man für

$$Q_1 \text{ (von Gl. 2.2.2a)} = \frac{NU}{K_0 l \sec^2 \theta} \quad \text{und}$$

$$Q_2 \text{ (" " 2.2.2b)} = \frac{MU}{K_0 l \sec^2 \theta}$$

Dann ist

$$C_w = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} (N^2 + M^2) U^2 \cos \theta \, d\theta \quad (2.2.3)$$

oder

$$R_w = \frac{\rho V^2 B^2}{\pi} \int_0^{\pi/2} (M^2 + N^2) U^2 (\cos \theta \, d\theta) \quad (2.2.4)$$

wobei M, N und U in den Gleichungen 2.2.2d, 2.2.2b und 2.2.2c angegeben sind.

Nachdem man M und N partiell integriert, schreibt man einige Ausdrücke folgendermaßen um.

$$2 \cos^2 (K_0 l \sec \theta) = 1 + \cos (K_0 l \sec \theta)$$

$$2 \sin^2 (K_0 l \sec \theta) = 1 - \cos (K_0 l \sec \theta)$$

$$2 \cos (K_0 l \sec \theta) \sin (K_0 l \sec \theta) = \sin (K_0 l \sec \theta) \quad (B)$$

(2.2.4a)

Das Grundglied C_{w_1} wird durch die Zahl 1 der rechten Seite der ersten und 1 der zweiten Gleichung von B. erhalten und C_{w_2} oder das Interferenzglied wird durch die übrigen Glieder der Gleichungen 2 (von A) herin ausgebracht.

Für den C_{w_1} -Teil setzt man

$$A_m \bar{U}_m = \int_0^{\pi/2} U^2 \cos^{2m+1} \theta \, d\theta \quad (2.2.5)$$

Für den Interferenzanteil C_{w_2} braucht die numerische Berechnung sehr viel Rechenaufwand, und je kleiner die Froude-Zahl ist, desto größer ist die Oszillationsfrequenz der Integrandskurven von Gl. C_{w_2} -Gl. Inui [9] hat für die Gleichungen von C_{w_2} einen approximierten Ausdruck bei kleineren und mittleren Geschwindigkeiten ($F_n < 0,30$) angegeben.

Asymptotischer Ausdruck nach Inui

Es soll numerisch geprüft werden, bis zu welcher maximalen Geschwindigkeit die asymptotische Expansion nach Inui gilt.

Aus diesem Anlaß sind die exakten und die asymptotischen Ausdrücke für alle F_n -Werte und für alle Potenzen von m berechnet und untersucht. Die exakten Gleichungen und die asymptotischen Ausdrücke dafür sind folgendermaßen zu schreiben:

$$\int_0^{\pi/2} U^2(q) \cos^{2m+1} \theta \cos(2\chi_0 \sec \theta) \, d\theta \quad (2.2.5a)$$

(2.2.6)

$$\approx \left(\frac{\pi}{4\gamma_0} \right)^{1/2} U_0^2 \cos \left(2\gamma_0 + \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{Gl. (2.2)6})$$

$$\int_0^{\pi/2} U^2(q) \cos^2 m + 2\theta \sin(2\gamma_0 \sec \theta) d\theta \quad (2.2.6a)$$

$$\sim \left(\frac{\pi}{4\gamma_0} \right)^{1/2} U_0^2 \sin \left(2\gamma_0 + \frac{\pi}{4} \right) \quad (2.2.7)$$

wobei $U(q) = 1 - \exp(-q)$ (C)

und $q = \gamma_0 K \sec^2 \theta$

$$U_0 = U_{\theta=0} = 1 - \exp(-\gamma_0 K) \quad (D)$$

Wenn wir $\sec \theta = \cosh u$ setzen, erhalten wir die exakten Ausdrücke wie folgt:

$$\text{Gl. 2.2.5a} = \int_0^{\infty} \frac{(1 - e^{-\gamma_0 K \cosh^2 u})^2}{\cosh^2 m + 2u} du \quad (2.2.8)$$

und

$$\text{und } 2.2.6a = \int_0^{\infty} \frac{(1 - e^{-\gamma_0 K \cosh^2 u})^2}{\cosh^2 m + 3 u} du \quad (2.2.9)$$

Eine direkte Integration der Gleichungen (2.2.8) und 2.2.9 ist mit Hilfe einer modernen Rechenanlage leicht durchführbar. Die Integrationswerte sind ein für allemal für vier K-Werte und für $\gamma_0 = 0,25$ (0,25) 15 als eine Funktion von $m = 1$ (1) 15 (d.h. für die ersten 15 C_w -Glieder) berechnet und tabelliert. Dies bedeutet, daß wir ohne großen Rechenaufwand das Michell-Integral auch bei sehr kleinen Geschwindigkeiten exakt auswerten können, und sogar mit allen Vorteilen des Inui-Verfahrens.

Die Abb. 37 zeigt, daß der asymptotische Ausdruck bei kleineren Geschwindigkeiten die exakte Kurve nur für kleinere m-Werte genau darstellt. Da aber bei solchen Geschwindigkeiten nur die C_{w_1} -Glieder die überwiegende Bedeutung haben, ist die Inui-Approximation zur Wellenwiderstandsberechnung genau genug. Bei höheren Geschwindigkeiten jedoch ist der asymptotische Ausdruck auch für niedrigere m-Werte nicht genau, und daraus folgt, daß die Ungenauigkeit der Inui-Approximation gleich bei den ersten Gliedern der Interferenztermen auftritt. Dies macht C_{w_2} ungenau, da die Anfangsglieder von C_{w_2} (wobei die Ausdrücke bei $m = 1, 2, \dots$ benötigt werden) bei der Wellenwiderstandsberechnung eine große Bedeutung haben.

Wenn man fortschreitend integriert, erhält man die folgenden Ausdrücke für M und N:

$$M = - \frac{\cos(\gamma_0 \sec \theta)}{\gamma_0 \sec \theta} \left[m_0 - \frac{m_2}{(\gamma_0 \sec \theta)^2} + \frac{m_4}{(\gamma_0 \sec \theta)^4} - \dots \right]$$

$$+ \frac{\sin(\gamma_0 \sec \theta)}{\gamma_0 \sec \theta} \left[\frac{m_1}{\gamma_0 \sec \theta} - \frac{m_3}{(\gamma_0 \sec \theta)^3} + \frac{m_5}{(\gamma_0 \sec \theta)^5} - \dots \right]$$

(2.2.10)

und

$$N = - \frac{\sin(\gamma_0 \sec \theta)}{\gamma_0 \sec \theta} \left[M_0 - \frac{M_2}{(\gamma_0 \sec \theta)^2} + \frac{M_4}{(\gamma_0 \sec \theta)^4} - \dots \right]$$

$$+ \frac{\cos(\gamma_0 \sec \theta)}{\gamma_0 \sec \theta} \left[\frac{\mu_1}{\gamma_0 \sec \theta} - \frac{\mu_3}{(\gamma_0 \sec \theta)^3} + \frac{\mu_5}{(\gamma_0 \sec \theta)^5} - \dots \right]$$

(2.2.11)

wobei

$$m_0 = m(1) - m(-1), \quad \mu_0 = m(1) + m(-1)$$

$$m_1 = m'(1) + m'(-1), \quad \mu_1 = m'(1) - m'(-1)$$

$$m_2 = m''(1) - m''(-1), \quad \mu_2 = m''(1) + m''(-1)$$

$$m_3 = m'''(1) + m'''(-1), \quad \mu_3 = m'''(1) - m'''(-1)$$

Schließlich lautet ~~ander~~ ~~der~~ ~~aus~~ ~~gedr~~ ~~uckte~~ ~~Ausdruck~~ ~~des~~ ~~Wellen-~~ ~~widerstandes~~ ~~nach~~ ~~Inui~~ ~~wie~~ ~~folgt~~:

$$C_{w_1} = \frac{1}{\pi \gamma_o^2} \left[\begin{aligned} & \frac{m_o^2}{\gamma_o} A_1 \bar{U}_1 \\ & + (m_1^2 - 2 m_o m_2) A_2 \bar{U}_2 \frac{1}{\gamma_o^2} \\ & + (m_2^2 + 2 m_o m_4 - 2 m_1 m_3) A_3 \bar{U}_3 \frac{1}{\gamma_o^4} \\ & + (\dots) A_4 \bar{U}_4 \frac{1}{\gamma_o^6} \dots \end{aligned} \right]$$

$$+ \frac{1}{\pi \gamma_o^2} \left[\begin{aligned} & \mu_o^2 A_1 \bar{U}_1 \\ & + (\mu_1^2 - 2 \mu_o \mu_2) A_2 \bar{U}_2 \frac{1}{\gamma_o^2} \\ & + (\mu_2^2 + 2 \mu_o \mu_4 - 2 \mu_1 \mu_3) A_3 \bar{U}_3 \frac{1}{\gamma_o^4} \\ & + (\dots) A_4 \bar{U}_4 \frac{1}{\gamma_o^6} \dots \end{aligned} \right]$$

$$\begin{aligned}
 c_{w_1} \approx & \frac{1}{\pi \gamma_o^2} \left[m_o^2 \right. \\
 & - (m_1^2 + 2 m_o m_2) \frac{1}{\gamma_o^2} \\
 & + (m_2^2 + 2 m_o m_4 + 2 m_1 m_3) \frac{1}{\gamma_o^4} \\
 & \left. - (\dots) \frac{1}{\gamma_o^6} \dots \right] U_o^2 \left(\frac{\pi}{4\gamma_o} \right)^{1/2} \\
 & \cos\left(2\gamma_o + \frac{\pi}{4}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{\pi \gamma_o^2} \left[\mu_o^2 \right. \\
 & - (\mu_1^2 + 2 \mu_o \mu_2) \frac{1}{\gamma_o^2} \\
 & + (\mu_2^2 + 2 \mu_o \mu_4 + 2 \mu_1 \mu_3) \frac{1}{\gamma_o^4} \\
 & \left. - (\dots) \frac{1}{\gamma_o^6} \dots \right] U_o^2 \left(\frac{\pi}{4\gamma_o} \right)^{1/2} \\
 & \sin\left(2\gamma_o + \frac{\pi}{4}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2}{\pi \gamma_0^2} \left[(m_0 m_1) \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
 & \quad - (m_0 m_3 + m_1 m_2) \frac{1}{\gamma_0^3} \\
 & \quad \left. \dots \dots \dots \right] U_0^2 \left(\frac{\pi}{4\gamma_0} \right)^{1/2} \sin(2\gamma_0 + \frac{\pi}{4}) \\
 & + \frac{2}{\pi \gamma_0^2} \left[(M_0 M_1) \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
 & \quad - (M_0 \mu_3 + \mu_1 \mu_2) \frac{1}{\gamma_0^3} \dots \dots \dots \left. \right] U_0^2 \left(\frac{\pi}{4\gamma_0} \right)^{1/2} \sin(2\gamma_0 + \frac{\pi}{4}) \\
 & \hspace{15em} (2.2.13)
 \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}
 c_{w1} \approx & \frac{2}{\pi \gamma_0^2} \left[m^2 (1) A_1 \bar{U}_1 \right. \\
 & + \left\{ m'^2 (1) - 2 m(1) m''(1) \right\} A_2 \bar{U}_2 \frac{1}{\gamma_0^2} \\
 & + \left\{ m''^2 (1) + 2 m(1) m'v(1) - 2 m'(1) m'''(1) \right\} A_3 \bar{U}_3 \frac{1}{\gamma_0^4} \\
 & + \left\{ \dots \dots \dots \right\} \dots \dots \dots \left. \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m(1)m'(-1) - m'(1)m(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
 & \quad - \left\{ m(1)m'''(-1) - m'(1)m''(-1) + m''(1)m'(-1) \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - m'''(1)m(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^3} \right. \\
 & \quad \left. + \left\{ \dots \dots \dots \right\} \dots \right] \left(\frac{\pi}{4\gamma_0} \right)^{1/2} U_0^2 \sin\left(2\gamma_0 + \frac{\pi}{4}\right) \\
 & \hspace{20em} (2.2.14)
 \end{aligned}$$

Für ein symmetrisches Schiff auf der Hauptspantebene verschwinden die μ -Glieder, da N keinen Beitrag leistet, und C_{w_1} und C_{w_2} lauten wie folgt:

$$\begin{aligned}
 C_{w_1} &= \frac{1}{\pi \gamma_0^2} \left[m_0^2 A_1 \bar{U}_1 \right. \\
 & \quad + (m_1^2 - 2 m_0 m_2) A_2 \bar{U}_2 \frac{1}{\gamma_0^2} \\
 & \quad + (m_2^2 + 2 m_0 m_4 - 2 m_1 m_3) A_3 \bar{U}_3 \frac{1}{\gamma_0^4} \\
 & \quad \left. + (\dots \dots \dots) \dots \right] \hspace{10em} (2.2.15)
 \end{aligned}$$

$$c_{w2} \approx \frac{1}{\pi \gamma_0^2} \left[m_0^2 - (m_1^2 + 2 m_0 m_2) \frac{1}{\gamma_0^2} + (m_2^2 + 2 m_0 m_4 + 2 m_1 m_3) \frac{1}{\gamma_0^4} - (\dots) \frac{1}{\gamma_0^6} \dots \right] \left(\frac{\pi}{4 \gamma_0} \right)^{1/2} U_0^2$$

$$\cos \left(2 \gamma_0 + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$- \frac{2}{\pi \gamma_0^2} \left[(m_0 m_1) \frac{1}{\gamma_0} - (m_0 m_3 + m_1 m_2) \frac{1}{\gamma_0^3} + (\dots) \dots \right] \left(\frac{\pi}{4 \gamma_0} \right)^{1/2} U_0^2 \sin \left(2 \gamma_0 + \frac{\pi}{4} \right)$$

(2.2.18)

wobei $m_0 = m(1) - m(-1) = 2 m(1)$

$m_1 = m'(1) + m'(-1) = 2 m'(1)$

$m_2 = m''(1) - m''(-1) = 2 m''(1)$ usw.

Ein C_w hängt mit dem dimensionslosen Widerstandskoeffizienten R^+ wie folgt zusammen:

$$R^+ = \frac{R_w}{\frac{8}{\pi} \rho g \frac{B^2 T^2}{L}} = \frac{C_w \frac{1}{2} V^2 B^2}{\frac{8}{\pi} \rho g \frac{B^2 T^2}{L}}$$
$$= \frac{\pi}{8 \gamma_0 K^2} C_w \quad \text{wobei } K = \frac{2T}{L}$$

2.2.2. Vergleich zwischen den exakt und angenähert berechneten Wellenwiderstandskurven für analytisch definierte Modellformen

Die berechneten Ergebnisse nach diesem einfachen Verfahren von Inui stimmen mit denen der exakten Auswertung des Michell-Integrals nach dem Weinblumschen Polynomverfahren sehr gut überein. (Abb. 39-40). Die exakte Methode erfordert wesentlich mehr Arbeit und Zeit, den Wellenwiderstand einer gegebenen Schiffsform auszuwerten. Das asymptotische Verfahren ist umso vorteilhafter, je kleiner die Geschwindigkeit ist. ~~Aus diesem~~ Deshalb ist das vereinfachte Verfahren ebenso gut, dienlich für normale Schiffsformen, deren Dienstgeschwindigkeiten kleiner als $F_n = 0,30$ sind.

Wie schon erwähnt, wurde, ist es unbedingt erforderlich, ein besseres Verfahren als das von Froude zu entwickeln,

um den Zähigkeits- und Wellenwiderstand vom Gesamtwiderstand her trennen zu können. Für solchen Zweck ist das Inuische Verfahren ausgezeichnet, denn man kann damit auch für sehr kleine Geschwindigkeiten den Wellenwiderstand leicht berechnen.

Bei dem endgültigen Ausdruck des Wellenwiderstandes nach Inui ist ~~der~~ erste Terme ~~umso~~ wichtiger, je kleiner die Froudesche Zahl ist. Dies bedeutet offensichtlich, daß bei kleineren Geschwindigkeiten m_0 sehr maßgebend ist. In anderen Worten, der Taylorsche Tangentenwert hat bei kleineren Geschwindigkeiten den größten Einfluß auf den Wellenwiderstand. Der gleiche Befund ist auch schon in den Arbeiten von Wigley und Weinblum enthalten.

Im Gegensatz zu den Behauptungen von Inui zeigt die Abb. 38, daß C_{w1} mit der Froudeschen Zahl nicht immer monoton zunimmt, sondern offensichtlich von der Polynomkombination abhängt. Aber das asymptotische Verfahren von Inui liefert die richtigen Lagen der Buckel und Täler der Wellenwiderstandskurve.

Der Ausdruck für die Wechselwirkung ist gleichzeitig von der Froudeschen Zahl und auch von dem Potenzgrad der Polynome abhängig. Da der asymptotische Ausdruck unabhängig von dem Potenzgrad m ist, ist die numerische Auswertung leicht durchführbar. Die Genauigkeit der beiden Integrale ~~2.2.5a, 2.2.5b~~ ~~geht dagegen~~ mit der Erhöhung des Potenzgrades verloren, obwohl letzten Endes der Fehler des Wellenwiderstandes unbedeutend sein wird, weil die

letzteren Glieder des C_{w_2} -Ausdruckes zum Wellenwiderstand sehr wenig beitragen. Je größer andererseits γ_0 ist, desto mühseliger wird die exakte Berechnung sein, aber desto genauer wird die asymptotische Expansion die Integrale für C_{w_2} approximieren können. Jedoch ist die höchste Froude-Zahl F_n , für die der approximierte Ausdruck nach Inui zur Auswertung des Michell-Integrals gelten sollte, nur nach einem numerischen Vergleich mit dem exakten Integral festzustellen. Auch für ein Parabelschiff ($\eta = 1 - \xi^2$) ist die Inuische Approximation nur bei $F_n < 0,30$ geeignet. Die asymptotische Expansion kann aber dadurch verbessert werden, daß man noch weitere Terme zur asymptotischen Expansion addiert.

Mit Hilfe einer modernen elektronischen Rechenanlage ist es leicht möglich, die Integrale (von C_{w_2}) exakt auszuwerten und zu tabellieren. Der Vorteil der Teilung des Wellenwiderstandsausdruckes in C_{w_1} und C_{w_2} bleibt immer noch erhalten.

Schließlich ist zu erwähnen, daß der approximierte Ausdruck unglücklicherweise für einen solchen Geschwindigkeitsbereich gültig ist, bei dem der Wellenwiderstand verhältnismäßig schwächere Bedeutung hat, und die Zähigkeit sich auf den Wellenwiderstand sehr stark auswirkt.

2.3. Wellenwiderstandsberechnung für übliche Schiffsfornen

2.3.1. Approximation empirischer Spantflächenkurven

Kleiner Änderungen einer Schiffsforn können, wie die Berechnungen für die analytischen Modellformen im Abschnitt 2.1 in Übereinstimmung mit dem Versuch ergeben, einen großen Unterschied im Wellenwiderstand herbeiführen. Die Pflege der Tradition in der Schiffbau- praxis hat dazu geführt, die Schiffsfornen nach Erfahrungen und ästhetischen Gesichtspunkten zu entwickeln. Obwohl systematische Modellversuche überall durchgeführt worden sind, um optimale Schiffsforn zu erhalten, ist aber eine rein empirische Grundlage angewandt worden, die bekannten Serien, wie z.B. Serie 60, BSRA- oder Göte- borg-Serie, herzustellen und die Widerstandsversuche durchzuführen. Eine statistische Untersuchung von ver- schiedenen Formparametern ist inzwischen von Doust 2 vorgenommen worden. Die Theorie des Wellenwiderstandes sollte man auch bei den Versuchen der empirischen Se- rien zu Rate ziehen, um die Formparameter zu bestimmen. Die theoretische Untersuchung von solchen empirischen Fornen ist durchführbar, und wenn auch keine quantita-

Weinblum hat in seinen zahlreichen Veröffentlichungen darauf hingewiesen, wie wichtig die Spantflächenkurve

zur Bestimmung des Wellenwiderstandes ist. Dagegen ist die Verdrängungsverteilung nach der Tiefe nicht so bedeutend. Vor kurzem sind Lin, Webster und Wehausen **11** auch zu einer ähnlichen Schlußfolgerung gekommen. Vorteilhafterweise ist es in der Praxis auch üblich, Schiffe durch ihre Spantarealkurven zu spezifizieren.

Zur Berechnung des Wellenwiderstandes für die empirischen Schiffsformen erfordert es deshalb a) die mathematische Darstellung der Spantflächenkurven mit (oder ohne) parallelem Mittelstück, wobei die gegebenen geometrischen Größen festgehalten werden und b) die Aufstellung des Wellenwiderstandsausdruckes für solche mathematisch approximierten Spantflächenkurven.

Für die mathematische Darstellung der Spantflächenkurven durch Polynome bestehen die beiden folgenden Möglichkeiten:

- a) Exakte Anpassung für einige diskrete Punkte der empirischen Kurve;
- b) Angenäherte Bestimmung durch das Fehlerquadrat-Verfahren.

Wenn die empirischen Werte η_i erhalten werden, kann eine unmittelbare Polynomdarstellung nicht sehr angemessen sein, denn η_i -Werte sind nur die Annäherungen der richtigen Werte $F(\xi_i)$, die die wahre Funktion $F(\xi)$ liefern. Nur wenn die wahren Werte $F(\xi)$ bekannt sind,

kann eine Polynomdarstellung $p(\xi)$ so dicht wie möglich $F(\xi)$ angenähert werden. Aber statt $F(\xi)$ erhält man η_i -Werte, die den Verlauf von $F(\xi)$ mitmachen, sich jedoch von $F(\xi)$ in folgenderweise unterscheiden:

$\eta_i = F(\xi_i) + \epsilon_i$, wobei ϵ_i , wegen der systematischen und gleichzeitig zufälligen Ursachen den Gesamtfehler in der i -ten Messung ausdrückt. Es ist daher nicht nur zwecklos, sondern auch gefährlich, eine Polynomdarstellung anzuwenden, die η_i -Werte exakt darstellt, weil solche Darstellung nicht nur dem Verlauf von $F(\xi_i)$ folgen, sondern auch alle Fehler ϵ_i genau wiedergehen würde.

Außerdem wird eine genauere Polynomdarstellung viele Oszillationen verursachen, um eine Kurve durch beobachtete Punkte genau erhalten zu können, und dadurch würde die Kurve ihren Verlauf verlieren, wogegen das Fehlerquadrat-Verfahren den Verlauf der empirischen Kurve am besten erreichen kann.

Man kann nur hoffen, daß die approximierte von der wahren Kurve nicht sehr abweicht. Man nimmt auch noch an, daß nur η_i -Werte Fehler enthalten, und ξ_i exakte Argumente sind. Wenn auch ξ_i -Werte fehlerhaft sein sollten, wäre das Problem wesentlich komplizierter.

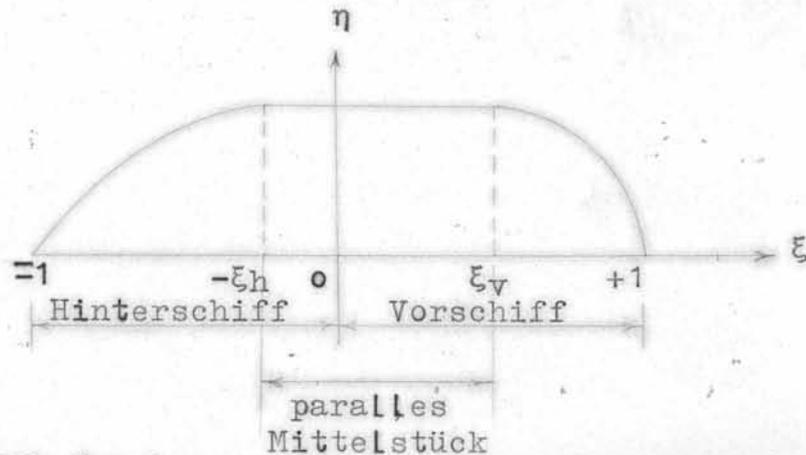
Die Bestimmung der Koeffizienten von normalen Polynomen benötigt die Lösung eines linearen Gleichungssystems; bei höheren Potenzgraden kann das System "ill-conditioned" sein und die Koeffizienten werden unsicher. Aber wenn die Spantflächenkurven mit anderen geometrischen Größenge-

kennzeichnet werden, und Lagrange'sche Parameter im Zusammenhang mit dem Fehlerquadratverfahren angewendet werdend, läßt sich das lineare Gleichungssystem gut berechnen.

Es ist nicht sinnvoll, eine höhere Genauigkeit bei der Approximation zu erzielen, als die der abgelesenen Daten in den empirischen Kurven.

Approximation der Spantflächenkurve

Man führt das dimensionslose Koordinatensystem ein, um die Spantflächenkurve des Vorschiffes bzw. des Hinterschiffes darzustellen (siehe Abb. unten)



$$\eta = 1 \text{ wenn } \xi = 0$$

ξ_v = dimensionslose Länge des parallelen Mittelstückes
im Vorschiff

ξ_h = dimensionslose Länge des parallelen Mittelstückes
im Hinterschiff

Beide Teile der Spantflächenkurve (für das Vor- und das Hinterschiff) werden durch zwei verschiedene Gleichungen ausgedrückt wie folgt:

$$\eta(\xi) = \sum_{i=0}^n a_i \xi^i$$

Die charakteristischen Parameter für die Spantflächenkurven bestehen aus den Ordinaten, der Eintrittslänge und der Austrittslänge und auch der Lage und Länge des parallelen Mittelstückes. Außerdem werden die folgenden geometrischen Größen als Nebenbedingung aufgestellt:

- a) Der Schärfegrad;
- b) Der Verdrängungsschwerpunkt;
- c) Taylorsche Tangentenwerte für Vor- und Hinterschiff;
- d) Die Krümmungen der Eintritts- und Austrittskurve an beiden Enden des parallelen Mittelstückes sollen verschwinden;
- e) Die Spantflächenkurve muß an den beiden Enden des parallelen Mittelstückes maximal sein, d.h. $\eta = 1$ wenn $\xi = \xi_v$ bzw. $-\xi_h$;
- f) Die gleiche Bedingung an Stelle des Hauptspantes, d.h. $\eta = 1$, wenn $\xi = 0$;
- g) Die Größen der Spantflächenkurven an beiden Loten müssen verschwinden, d.h. $\eta = 0$, wenn $\xi = \pm 1$.

Es gilt nun, Polynome zur Darstellung der dimensionslosen Spantflächenkurve

$$\eta = a_0 + a_1 \xi + a_2 \xi^2 + \dots + a_{n-1} \xi^{n-1} \quad (2.3.1)$$

zu finden, so daß, wenn η_i der annähernde Wert an der Stelle $\xi = \xi_i$ ist, das Fehlerquadrat

$$\sum_{i=1}^m \left[\eta(\xi_i) - \eta_i \right]^2$$

unter den folgenden sieben Nebenbedingungen zum Minimum wird. (Man faßt die rechten Seiten dieser Nebenbedingungen als einen Vektor C auf).

Die analytischen Ausdrücke für die sieben Nebenbedingungen können folgendermaßen aufgestellt werden:

1)

$$-\sum_{v=1}^{n-1} a_v (1)^{v-1} \cdot v = t_E = \sum h_{v1} a_v = C_1$$

2)

$$\sum_{v=1}^{n-1} a_v (\xi_v)^{v-1} \cdot v = 0 \text{ (d.h. Tangent an } \xi_v = 0)$$

$$= \sum h_{v2} a_v \dots = C_2$$

$$3) \sum_{v=2}^{n-1} a_v \cdot v(v-1) \xi_v^{v-2} = 0 \text{ (d.h. Krümmung an } \xi_v=0)$$

$$= \sum h_{v3} a_v \dots \dots \dots = C_3$$

$$4) \eta(1) \text{ (d.h. wenn } \xi = 1) = 0 = \sum h_{v4} a_v = C_4$$

$$5) \eta(\xi_v) = 1 \text{ (maximale Breite an } \xi_v) = \sum h_{v5} a_v = C_5$$

$$6) \sum_{v=0}^{n-1} \frac{a_v}{v+1} \left\{ 1^{v+1} - \xi_v^{v+1} \right\} = \varphi_v - \xi_v$$

$$= \sum h_{v6} a_v = C_6$$

$$7) \sum_{v=0}^{n-1} \frac{a_v}{v+2} \left\{ 1^{v+2} - \xi_v^{v+2} \right\} = M_v - \frac{\xi_v^2}{2}$$

$$= \tilde{M}_v = \sum h_{v7} a_v = C_7$$

wobei $C_7 = \tilde{M}_v = \xi_v \cdot \varphi + \frac{M_h}{h} - \frac{\xi_v^2}{2}$

$$= \xi_o (\varphi_h + \varphi_v) + \xi_h \cdot \varphi_h - \frac{\xi_v^2}{2}$$

Koeffizientenvektor

$$A = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{n-1} \end{pmatrix}$$

Wir fordern

$$\begin{aligned} f(a_v) &= (Y - BA)^T G(Y - BA) = \text{Minimum} & (2.3.2) \\ &= \sum \text{Fehlerquadrate (1), wobei } v = 0, 1, \dots, n-1 \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} f(a_v) &= Y^T GY - (BA)^T GY - Y^T G(BA) + (BA)^T G(BA) \\ &= Y^T GY - A^T B^T GY - Y^T GBA + A^T B^T GBA & (2.3.3) \end{aligned}$$

Da $A^T B^T GY$ eine $\langle 1 \ 1 \rangle$ Matrix ist, erhalten wir

$$A^T B^T GY = (A^T B^T GY)^T = Y^T G^T B A$$

Daraus folgt, daß

$$\begin{aligned} f(a_v) &= Y^T GY - Y^T G^T B A - Y^T G B A + A^T B^T GBA \\ &= Y^T GY - \cancel{Y^T G^T B A} + A^T B^T GBA & (2.3.4) \end{aligned}$$

Man differenziert G.2.3.2 und setzt sie gleich null.

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta f}{\delta a_v} = 0 & \quad \text{d.h.} \quad - 2 Y^T B^T B A^T B^T B^T B_0 = 0 \\
 & \quad \text{oder} \quad A^T B^T B^T B Y^T B^T GB \\
 & \quad \text{oder} \quad (B^T GB)^{TT} = (B^T Y)^{TTT} \\
 & \quad \text{oder} \quad (N GA)^T = (B^T Y)^{TTT} \text{ wobei } N = B^T GB \\
 & \quad \text{oder} \quad NA = B^T Y \\
 & \quad \text{oder} \quad A = N^{-1} B^T Y \dots \dots \dots \quad (2.3.5)
 \end{aligned}$$

Wenn man keine Nebenbedingung der Form $\phi_i(a_v) = 0$ berücksichtigt, kann man sofort aus der Gl. 2.3.5 die Koeffizienten a_K bestimmen. Da aber die Nebenbedingungen exakt erfüllt werden sollen, stellt man die Bedingung für das Fehlerquadrat-Verfahren wie folgt auf:

Die Lagrangeschen Multiplikatoren λ_i sind so gewählt, daß

$$f(a_v) + \sum \lambda_i \phi_i(a_v) = \text{Minimum,}$$

d.h.

$$\frac{\delta f}{\delta a_v} + \sum \lambda_i \frac{\delta \phi_i}{\delta a_v} = 0 \dots \dots \dots \quad (2.3.6)$$

In unserem Falle lauten die Nebenbedingungen

i

$$\phi_i(a_v) = \sum_K h_{iK} a_K - c_i = 0 \quad (2.3.6a)$$

wobei $H = (h_{iK})$ = Nebenbedingungsmatrix

und $C = \begin{pmatrix} c_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_7 \end{pmatrix} = \text{gegebene Nebenbedingungen.}$

Nach Einführung des Vektors $\lambda = (\lambda_i)$ erhält man aus Gl. 2. 3. 6

$$NA - B^T Y + (\lambda H^T)^T = 0 \quad (2.3.6b)$$

aus Gl. 2.3.6a $H^T A - C = 0 \quad (2.3.6c)$

Die Gleichungen 2.3.6b-c sollen aufgelöst werden. Man weiß

$$A = N^{-1} B^T Y$$

oder $A - N^{-1} B^T Y = A^* \neq 0$

Gl. 2.3.6b wird $N(A^* + N^{-1} B^T Y) - B^T Y + H\lambda^T = 0$

$$NA^* + H\lambda^T = 0$$

Wenn man diese Gleichungen mit N^{-1} multipliziert, erhält man

$$NN^{-1}A^* + N^{-1}H\lambda^T = 0$$

oder $A^* + N^{-1}H\lambda^T = 0$

oder $A^* = -N^{-1}H\lambda^T \quad (2.3.7)$

$$\text{Gl. 2.3.6a} = H^T(A^* + N^{-1}B^TY) - C = 0$$

oder $H^TA^* = C - H^TN^{-1}B^TY. \quad (2.3.8)$

Wenn man A^* ~~von~~ Gl. 2.3.7 einsetzt,

$$-H^TN^{-1}H\lambda^T = C - H^TN^{-1}B^TY$$

oder $\lambda^T = -(H^TN^{-1}H)^{-1}(C - H^TN^{-1}B^TY) \quad (2.3.9)$

Wenn man diesen Wert von λ^T in Gl. 2.3.6b einsetzt, erhält man

$$NA - B^TY + H\left\{(-H^TN^{-1}H)^{-1}(C - H^TN^{-1}B^TY)\right\} = 0$$

oder $NA = B^TY - H\left\{- (H^TN^{-1}H)^{-1}(C - H^TN^{-1}B^TY)\right\}$

oder $A = N^{-1}B^TY + N^{-1}H\left\{(H^TN^{-1}H)^{-1}(C - H^TN^{-1}B^TY)\right\} \quad (2.3.10)$

$Y^\dagger = Y$ gegeben - Y gerechnet

$$= Y \text{ gegeben} - B^T \left[N^{-1}B^TY + \left\{ N^{-1}H(H^TN^{-1}H)^{-1}(C - H^TN^{-1}B^TY) \right\} \right] \quad (2.3.11)$$

Bemerkungen über die Approximation

a) Die Anzahl der Glieder soll möglichst klein sein, denn je weniger Punkte, desto geringer ist das Risiko, unangenehme Schwankungen zu erhalten. Diese Tatsache verhindert es, mehr Parameter zu berücksichtigen, obwohl die Spantflächenkurve mit einer größeren Anzahl von Parametern genauer definiert werden kann. Die Ordinatenanzahl bei den vorherigen Untersuchungen ist für das Gesamtschiff 20. Dies ist notwendig, da der Einfluß der kleineren Fehler, die in anderen geometrischen Größen (Nebenbedingungen) wegen des approximierten Rechenverfahrens, ungenauer Zeichnungen oder Tabellen oder Aufmaße enthalten sind, auch zur Bestimmung der Koeffizienten bedeutend sein kann.

b) Der Grad der Polynome braucht nicht für Vor- und Hinterschiff gleich zu sein. Wegen des Schärfegradunterschiedes der beiden Hälften der Spantflächenkurve von Vor- und Hinterschiff kann man durch verschiedenartige Polynome eine bessere Annäherung der Kurve erhalten, und zwar benötigen völligeren Formen höhere Exponenten als schärfere.

c) Wenn die kurze Länge der Spantflächenkurve hinter dem Hinterlot (bei normalen Schiffsformen ungefähr bei $\delta = 0,60$) sich vernachlässigen läßt, können die Daten für die Ordinaten der Spantflächenkurve unmittelbar von den vorhandenen Veröffentlichungen über die Modellbeschreibungen oder von den gegebenen Zeichnungen übernommen und jede ~~Modifizierung~~ ~~kann~~ in das Rechenprogramm eingelesen werden.

d) Die Spantflächenkurven sind mit Polynomen bis zum 9. Grad approximiert. Dieser Exponentengrad ist, wie die Erfahrungen bestätigen, für normale Schiffsformen ausreichend.

e) Das lineare Gleichungssystem ist nach dem Gauss-Jordanschen Eliminationsverfahren gelöst, bzw. die Matrizen invertiert worden. Die Determinanten der Koeffizientenmatrix sind weitgehend untersucht, und sie sind tatsächlich im Vergleich mit anderen Elementen der Matrix als sehr klein befunden worden, und da die wesentlichen Ziffern nicht immer beibehalten werden können, besteht die Möglichkeit, daß die Ergebnisse ungenau sein können. Bei der Lösung des Gleichungssystems können wegen der Überschreitung der beschränkten Speicherplätze des arithmetischen Registers der Rechenanlage auch bedeutende Ziffern verloren gehen. Diese Schwierigkeiten sind durch die Einführung der entsprechenden Gewichte für die Matrizen überwunden worden.

f) Wenn die berechneten Koeffizienten in die linke Seite der ursprünglichen Gleichungen eingesetzt werden, erhält man die neue rechte Seite, und die ganze Berechnung läßt sich wiederholen. Aber da die empirischen Werte der rechten Seite der Originalgleichungen approximierete Werte der wahren Kurve nur bis drei Dezimalstellen wiedergeben, ist es zwecklos, eine höhere Genauigkeit anzustreben. Das numerische Verfahren, bzw. die Genauigkeit des Rechenergebnisses ist von den ungenauen empirischen Daten abhängig.

g) In Bezug auf die Übereinstimmung zwischen der gegebenen und der approximierten Spantflächenkurve soll man die Endteile besonders im Auge behalten, weil eine verhältnismä-

Big kleine Abweichung am Ende den gesamten Kurvenverlauf stört.

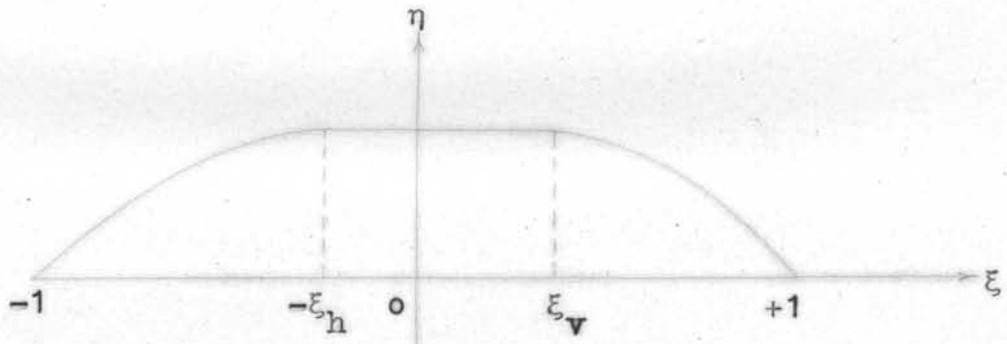
h) Die Untersuchungen haben auch bewiesen, daß der Einfluß des Tangentengewichtes auf die gesamte Spantflächenkurve sehr bedeutend ist. Es ist daher sehr wichtig, den Taylorschen Tangentenwert so genau wie möglich zu schätzen, da bei kleineren Froude-Zahlen der t -Wert auch auf den Wellenwiderstand einen großen Einfluß ausübt.

i) Die Unterschiede zwischen den angenäherten und den eingelesenen Ordinaten von einigen Spantflächenkurven sind in Abb. 42-44 aufgezeichnet.

Alle Berechnungen sind mit der früheren elektronischen Rechenanlage der Universität Hamburg, IBM 650, in der maschinellen Sprache durchgeführt.

2.3.2. Erweiterung des Inui-Verfahrens für Schiffe mit parallelem Mittelstück

Unsymmetrische Spantflächenkurve mit parallelem Mittelstück



Wie schon in der Gleichung 2.2.4 behandelt, lautet der Wellenwiderstandsdruck wie folgt:

$$R_w = \frac{\rho v^2 B^2 \pi/2}{\pi} \int_0^{\pi/2} (M^2 + N^2) U^2 \cos \theta \, d\theta$$

wobei $M = \int_{-1}^1 m(\xi) \sin(K_0 l \sec \theta \xi) \, d\xi$

und $N = \int_{-1}^1 m(\xi) \cos(K_0 l \sec \theta \xi) \, d\xi$

$$U(q) = 1 - e^{-\gamma_0 K \sec^2 \theta}$$

Setzen wir $K_0 l \sec \theta = A$, dann ist

$$M = \int_{-1}^{\xi_h} m(\xi) \sin(A \xi) \, d\xi + \int_{\xi_h}^{\xi_v} \dots + \int_{\xi_v}^1 \dots \quad (2.3.12)$$

ebenfalls

$$N = \int_{-1}^{\xi_h} m(\xi) \cos(A \xi) \, d\xi + \int_{\xi_h}^{\xi_v} \dots + \int_{\xi_v}^1 \dots \quad (2.3.13)$$

Das 2. Glied von M und N = 0, da zwischen $-\xi_h$ und ξ_v das parallele Mittelstück liegt, d.h. $\eta = 1$, für

$$-\xi_h \leq \xi \leq \xi_v \quad \text{und} \quad m = \frac{d\eta}{d\xi} = 0.$$

$$\int_{-\xi_h}^{\xi_v} 0 \sin(A \xi) d\xi = 0;$$

$$C_w = \frac{R_w}{\frac{1}{2} \rho V^2 B^2} = \frac{\rho V^2 B^2}{\pi \frac{1}{2} \rho V^2 B^2} \int_0^{\pi/2} (M^2 + N^2) U^2 \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} (M^2 + N^2) U^2 \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} M^2 U^2 \cos\theta d\theta + \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} N^2 U^2 \cos\theta d\theta$$

(2.3.14)

Der 1. Ausdruck berücksichtigt die Symmetrie der Schiffsförm, der 2. Term die Unsymmetrie.

Nachdem man M und N partiell integriert und die asymptotische Expansion nach Inui anwendet, erhält man die C_w -Ausdrücke (siehe Anhang) (Gl. 2.3.15).

Die Wellenbildung zwischen den Bug-, Heck- und Schulternwellensystemen kann von der C_w -Gleichung her folgendermaßen aufgeteilt werden:

- a) Bugsystem
- b) Hecksystem
- c) Vorderschulterssystem
- d) Hinterschulterssystem
- e) Wechselwirkung zwischen Bug und Vorderschulter
- f) ~~Wechselwirkung~~ Wechselwirkung zwischen Bug und Hinterschulter
- g) Wechselwirkung zwischen Bug und Heck
- h) Wechselwirkung zwischen Vorderschulter und Hinterschulter
- i) Wechselwirkung zwischen Vorderschulter und Heck
- j) Wechselwirkung zwischen Hinterschulter und Heck

Die Glieder a) bis d) einschl. stellen die Grundtermen dar, e) bis j) den oszillierenden Teil der Wellenwiderstandskurve, d.h. für C_{w_2} . Der fundamentale Ausdruck

C_{w_1} der Wellenwiderstandsgleichung ist überwiegend bei $F_n \leq 0,20$, d.h. die ersten vier Ausdrücke d. Gl. 2.115 erfüllen den Zweck, wie man anhand der numerischen Auswertungen feststellen kann.

Die Cosinus-Ausdrücke (von C_{w2}) haben ihre Wirkung bei $0,20 \leq F_n \leq 0,25$ und die Sinus-Ausdrücke bei $F_n > 0,25$.

Wenn kein paralleles Mittelstück vorhanden ist, sind $\xi_v = \xi_h = 0$, und $C_w = \text{Gl. Ausdruck 1} + \text{Ausdruck 2} + \text{Ausdruck 7} + \text{Ausdruck 13}$ der Gleichung 2.3.15

Dies ist derselbe Ausdruck, wie er für Schiffe ohne paralleles Mittelstück schon im Abschnitt 2.2. erhalten wurde.

Zur Berechnung des Wellenwiderstandes führt man folgende Matrizen ein :-

$$A = (a_{iK})$$

wobei $a_{iK} = 0$ für $i+K$ ungerade

$$a_{iK} = (-1)^{\frac{i+K}{2}} \frac{A_{i+K}}{2} \bar{U}_{\frac{i+K}{2}} \text{ für } i+K \text{ gerade}$$

$$B_c = (b_{iK_c})$$

wobei $b_{iK_c} = 0$ für $i+K$ ungerade

$$b_{iK_c} = (-1)^{\frac{i+K}{2} + 1} \text{ für } i+K \text{ gerade}$$

$$B_s = (b_{iK_s})$$

wobei $b_{iK_s} = 0$ für $i+K$ gerade

$$b_{iK_s} = (-1)^{\frac{i+K-1}{2}} \text{ für } i+K \text{ ungerade}$$

$$X_1 = (X_{1j})$$

wobei $X_{1j} = m_{j-1} (1)/\gamma_0^{j-1}$

$$X_2 = (X_{2j})$$

wobei $X_{2j} = m_{j-1} (\xi_v) / \gamma_0^{j-1}$

$$X_3 = (X_{3j})$$

wobei $X_{3j} = m_{j-1} (-\xi_h) / \gamma_0^{j-1}$

$$X_4 = (X_{4j})$$

wobei $X_{4j} = m_{j-1} (-1) / \gamma_0^{j-1}$

Man stellt den gesamten Wellenwiderstands Ausdruck schematisch folgendermaßen dar:

$$\begin{aligned}
 C_w = & - \frac{2}{\pi} X_1^T A X_1 && \text{(Glied 1 der Gl. 2.3.15)} \\
 & + \frac{2}{\pi} X_2^T A X_2 && \text{(Glied 2 der Gl. ")} \\
 & + \frac{2}{\pi} X_3^T A X_3 && \text{(Glied 3 der Gl. ")} \\
 & + \frac{2}{\pi} X_4^T A X_4 && \text{(Glied 4 der Gl. ")} \\
 & - \frac{4}{\pi} X_1^T B_c X_2 \cos\text{-Terme} && \text{(Glied 5 der Gl. ")} \\
 & + \frac{4}{\pi} X_1^T B_c X_3 \cos\text{-Terme} && \text{(Glied 6 der Gl. ")} \\
 & - \frac{4}{\pi} X_1^T B_c X_4 \cos\text{-Terme} && \text{(Glied 7 der Gl. ")} \\
 & - \frac{4}{\pi} X_2^T B_c X_3 \cos\text{-Terme} && \text{(Glied 8 der Gl. ")} \\
 & + \frac{4}{\pi} X_2^T B_c X_4 \cos\text{-Terme} && \text{(Glied 9 der Gl. ")} \\
 & - \frac{4}{\pi} X_3^T B_c X_4 \cos\text{-Terme} && \text{(Glied 10 der Gl. ")} \\
 & - \frac{4}{\pi} X_1^T B_s X_2 \sin\text{-Terme} && \text{(Glied 11 der Gl. ")} \\
 & + \frac{4}{\pi} X_1^T B_s X_3 \sin\text{-Terme} && \text{(Glied 12 der Gl. ")} \\
 & - \frac{4}{\pi} X_1^T B_s X_4 \sin\text{-Terme} && \text{(Glied 13 der Gl. ")} \\
 & - \frac{4}{\pi} X_2^T B_s X_3 \sin\text{-Terme} && \text{(Glied 14 der Gl. ")} \\
 & + \frac{4}{\pi} X_2^T B_s X_4 \sin\text{-Terme} && \text{(Glied 15 der Gl. ")} \\
 & - \frac{4}{\pi} X_3^T B_s X_4 \sin\text{-Terme} && \text{(Glied 16 der Gl. ")}
 \end{aligned}$$

2.3.3. Berechnung des Wellenwiderstandes für einige Modelle der empirischen Serien des DTMB, der BSRA und der Versuchsanstalt in Göteborg

Für die Untersuchung der empirisch entwickelten Modellformen sind einige Modelle der bekannten Serien des DTMB, der BSRA und der Göteborg-Versuchsanstalt ausgewählt worden. Da die Dienstgeschwindigkeiten bei diesen Modellen unter $F_n = 0,30$ liegen, ist das asymptotische Verfahren von Inui angewandt worden. Da hauptsächlich die Spantflächenkurve, die wichtigste Eigenschaft einer Schiffsform, untersucht werden sollte, sind die Wellenwiderstandsberechnungen für das rechteckige Hauptspant ($\beta = 1,0$) durchgeführt worden, womit man einen direkten Vergleich zwischen den verschiedenen Serienformen bei gleichem Völligkeitsgrad δ erhält. Die C_{w_1} - und C_{w_2} -Komponenten des Wellenwiderstandes für einzelne Modellformen sind in Abb. 45-50 dargestellt.

Die Abb. 51-54 zeigen die Vergleichskurven für die Modelle von verschiedenen Serien, wobei aber die Breitentieffenverhältnisse unmittelbar aus den Versuchen übernommen sind.

Die hier vorliegenden theoretischen Untersuchungen erteilen keine Auskunft über die Vor- und Nachteile von Spantformen der verschiedenen Serienmodellen. Im Grunde genommen ist das Elementarschiffkonzept gewählt worden, um die wichtigste Eigenschaft der Formen, nämlich die longitudinale Verdrängungsverteilung, von verschiedenen Serien miteinander vergleichen zu können.

Formvergleich zwischen Serienmodellen

Beim Vergleich zwischen Serienmodellen für einen Geschwindigkeitsbereich unter $F_n = 0,30$ spielen die folgenden Unterschiede die entscheidende Rolle:

a) Die durch den Völligkeitsgrad (δ) bedingten Spantflächenkurven besitzen unterschiedliche Schärfegrade, d.h. die Wellenwiderstandskurven der verschiedenen Serienmodelle sind für unterschiedliche Schärfegrade gerechnet worden. Da die Hauptspantvölligkeit gleich 1,0 gesetzt ist, sind die Völligkeitsgrade der verschiedenen Serienmodelle auch ungleich.

b) Da die theoretischen Berechnungen für die experimentell untersuchten Tiefgänge durchgeführt worden sind, ist ein strenger Vergleich zwischen den berechneten Wellenwiderstandskurven wegen der unterschiedlichen Tiefgänge nicht ohne weiteres möglich.

c) Die angegebenen Ordinaten der verschiedenen Serienmodelle sind unmittelbar benutzt worden, und daher haben die Rechnungen den endlichen Wert der Spantflächenkurven am hinteren ~~End~~ nicht berücksichtigt. Diese Einschränkung war nicht notwendig, ermöglichte aber ein bequemeres ~~Rechenver-~~ ~~fahren~~. Sie ist ohne weiteres zu überwinden, wenn man die Gesamtlänge der Spantflächenkurve gleichmäßig einteilt und die entsprechenden Ordinaten als Einsabedaten von der Rechenmaschine abgelosen werden.

a) Die Wellenwiderstandsberechnungen bei $F_n = 0,26$ sind nicht als sehr genau anzusehen, denn die Berechnungen nach der Inui-Approximation sollen nicht nur von der Froudeschen Zahl sondern auch von dem Potenzgrad der Polynome abhängen, und ein recht hoher Potenzgrad, nämlich der 9. Grad, ist zur Approximation der Spantflächenkurven angenommen.

b) Schließlich darf man nicht übersehen, daß die Approximation der Spantflächenkurve für verschiedene Serienmodelle nicht den gleichen Grad erreicht hat.

Rechenergebnisse

1) Das BSRA-Modell von $\delta = 0,65$ ist mit dem entsprechenden Modell der Serie 60 für den gesamten interessanten Geschwindigkeitsbereich gut vergleichbar, denn die Widerstandskurve für das Modell der Serie 60 soll bei dem entsprechenden Tiefgang des BSRA-Modells noch höher liegen. Die Schärfegrade von den beiden Modellen sind nicht sehr unterschiedlich. Es ist auch anzunehmen, daß die Taylorschen Tangentenwerte bei dem Modell der Serie 60 günstiger sind als ~~die~~ bei dem entsprechenden Modell der BSRA.

2) Für den Völligkeitsgrad $\delta = 0,70$ scheint das Göteborger Modell bei $F_n = 0,25$ das beste zu sein, Bei mittleren Geschwindigkeiten ($0,29 < F_n < 0,25$) sind die Modelle von allen drei Serien gleichwertig - Die Buckel und Täler von den Widerstandskurven für alle drei Modelle erscheinen bei gleichen Froude-Zahlen.

3) Die Buckel und Täler der Widerstandskurven für die Modelle ($\delta = 0,75$) des DTMB und der BSRA erscheinen auch bei den gleichen Froude-Zahlen. Wenn man den höheren Tiefgang berücksichtigt, kann die höher liegende Widerstandskurve des BSRA-Modells gerechtfertigt werden.

2.3.4. Vergleich zwischen Rechnung und Versuch für $\delta = 0,65$ und $\delta = 0,70$ des DTMB

Zur Aufstellung aller Ergebnisse für den Wellenwiderstand ist die Reibungslinie ITTC-1957 angewendet worden, und der Formwiderstandskoeffizient ist als ein Prozentsatz des Reibungskoeffizienten C_{F_0} bestimmt.

Der Formfaktor ist nur bei sehr kleinen Geschwindigkeiten ($F_n = 0,15$) berechnet worden, da bei solchen Geschwindigkeiten der wahre Wellenwiderstand sehr klein ist und die Wechselwirkung zwischen der Wellenbildung und der Zähigkeit vernachlässigt werden kann. Es soll erwähnt werden, daß die Formfaktoren, bestimmt durch verschiedene Reibungslinien, nicht direkt vergleichbar sind. Die Granvillsche Formel für den Formfaktor ($K_n = 18,7 (\delta \cdot B/L)^2$ für $0 < \delta \cdot B/L < 0,11$) ist wegen ihrer Nutzbarkeit angewendet worden; aber man darf nicht übersehen, daß der Formfaktor nach Granville sich auf die Schoenherr-Reibungslinie bezieht. Er ist jedoch genau genug und in einigen Fällen sogar vorteilhafter, besonders bei ungenauen Meßergebnissen bei kleineren Geschwindigkeiten. Bei der Benutzung der ITTC-Linie sollte der Granvillsche Formfaktor um 3 % verringert werden, d. h. 15 % Formfaktor bezogen auf die Schoenherr-Linie bedeutet

deuten 12 % bezogen auf die ITTC-Linie. Bei der Aufstellung des experimentellen Wellenwiderstandes ist die Granvillesche Formel zur Bestimmung des Formfaktors angewendet worden.

Beim Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen ist zu bemerken, daß die theoretischen Wellenwiderstandskurven (Abb.55-56) eigentlich noch tiefer liegen sollten, da sie für $\beta = 1,0$ berechnet worden sind. Es besteht auch die Möglichkeit, daß der Formfaktor n nach Granville etwas zu hoch ist.

Der Buckel im mittleren Geschwindigkeitsbereich ($F_n = 0,30$) ist von der Theorie genau wiedergegeben worden. Bei kleineren Geschwindigkeiten dämpft der Zähigkeitseinfluß, wie bekannt, die Oszillationen der theoretischen Kurven sehr stark. Eine Meßungenauigkeit bei kleineren Geschwindigkeiten ist auch nicht zu übersehen.

3. Bestimmung der Verteilung von Oberflächensingularitäten
3. Bestimmung der Singularitätenverteilung für ein beliebiges Elementarschiff

Es ist immer wünschenswert, die Wellenwiderstandsberechnung für normale Schiffe ohne jede Formbeschränkung durchführen zu können. Die Michellsche Theorie ist nur für dünne Schiffe gedacht, und ist daher, streng genommen, für die praktischen Schiffsförmungen ungeeignet.

Wenn eine mathematische Schiffsförmung durch

$$\eta = f(\xi, \zeta) = f_1(\xi) \cdot f_2(\zeta) \quad (3.1)$$

auf der Mittschiffsebene gegeben ist, so ist dieser Form nach Havelock eine Quellverteilung $m(\xi, \zeta) = 0$

$$m(\xi, \zeta) = C \frac{d f_1}{d \xi} \cdot f_2(\zeta) \quad (3.2)$$

äquivalent bezüglich des Wellenwiderstandes. Weinblum und andere haben jedoch die Frage gestellt, ob bei endlicher Schiffsbreite solche angenommenen Singularitäten das Schiff hinreichend genau repräsentieren. Inui⁹, Eggers und Vetterling⁴ haben gezeigt, daß schon bei $F_n = 0$ die Stromlinien einer solchen Singularitätenverteilung im allgemeinen eine Schiffsförmung von völlig anderer Gestalt als die durch Gl. 3.1 gegebene hervorbringen. Obwohl für schlanke Elementarschiffe ($L/B > 8$) die Wellenwiderstandsberechnung nach Michell und die für die exakte Form miteinander übereinstimmen werden, und dadurch die Vergleiche zwischen der Michell-Theorie und dem Experiment ohne weiteres vorgenommen werden können,

ist ein direktes Verfahren für die Singularitätenberechnung eines gegebenen Schiffes sehr bedeutungsvoll, weil dadurch nicht nur für analytisch definierte Schiffsförmlichkeiten, sondern auch für normale Schiffsförmlichkeiten in der Praxis eventuell der Einfluß endlicher Breite erfaßt werden kann.

3.1. Angenäherte Berechnung des Wellenwiderstandes eines durch diskrete Singularitäten dargestellten Schiffes

Havelock hat gezeigt, daß das Michell-Integral exakt den Wellenwiderstand einer gleichmäßig fortschreitenden Singularitätenverteilung darstellt.

Um von dieser Dünnschiffstheorie ausgehen zu können, hat Havelock sich damit befaßt, mit einer endlichen Anzahl von diskreten Singularitäten eine beliebige Schiffsförmlichkeit darzustellen. Mit seinem angenäherten Verfahren wird die Schiffsförmlichkeit durch senkrechte Quer- und Längsschnitte in verschiedene Fächer geteilt. Die Singularitätenverteilung jedes Faches wird durch eine diskrete Quelle ersetzt. Diese Approximation, die eine kontinuierliche Verteilung durch diskrete Singularitäten mit gleicher Stärke ersetzt, vergrößert die Wechselwirkung jedes Raumelementes mit sich selbst. Selbst bei genügend feiner Unterteilung ist der Methode der Ermittlung der Quellstärke die Theorie schlanker Körper zugrunde gelegt; es wird lediglich darauf verzichtet, die Singularitäten auf den Bereich einer Ebene zu beschränken.

Der Ausdruck für ein entsprechendes Wellenwiderstandsintegral ist von Havelock [6] angegeben und schon von Kracht [5] programmiert worden. Die Berechnungen für $\varphi = 0,56$, $T = 0,5$ B sind durchgeführt worden, so daß ein unmittelbarer Vergleich mit den anderen Ergebnissen gemacht werden konnte (Abb. 69).

3.2. Die kontinuierliche Singularitätenverteilung auf der Schiffsoberfläche nach Hess und Smith

Für Körper in unendlich ausgedehntem Medium in gradliniger Bewegung gibt es eine Darstellung der Flüssigkeitsbewegung durch eine Oberflächenquellbelegung. Beim Hess- und Smith-Verfahren wird angenommen, daß das schwimmende Schiff durch die Quellverteilung auf der unteren Hälfte des an der freien Oberfläche gespiegelten Doppelkörpers repräsentiert wird. Die Z-Achse ist senkrecht nach unten, die X-Achse in Richtung der Bewegung gerichtet, und die Koordinatenquelle liegt an einem Punkt innerhalb des Körpers weit unter der Wasseroberfläche. Die von Hess und Smith gelöste Integralgleichung lautet wie folgt:

$$2 \pi \sigma (p) - \iint_{\sigma} \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{1}{r(p,q)} \right] \sigma (q) ds = \bar{n} i v \quad (3.1.1)$$

σ = Oberflächensingularitätenverteilung des Doppelkörpers

$r (p, q) =$ gradlinige Entfernung vom Integrationspunkt q auf der Oberfläche bis zum Feldpunkt p mit ~~Koordinaten~~ x, y, z .

$\bar{n} (p) =$ Einheitsvektor auf $F (x, y, z) = 0$.

Diese Gleichung muß numerisch integriert werden, um die Singularitätendichte von einer endlichen Anzahl von infinitesimalen Flächen auf dem Doppelkörper berechnen zu können. Nach der Ermittlung der Singularitäten auf der Oberfläche einer Hälfte des Doppelkörpers kann man den Wellenwiderstand von entsprechenden diskreten Singularitäten berechnen.

Da dieses Verfahren für beliebige Schiffsrumpfformen gilt, kann man insbesondere auch Körperformen von endlicher Breite untersuchen. Die Wellenwiderstandsberechnung der auf diese Weise errechneten Singularitäten wird mit Hilfe der Havelockschen Formel durchgeführt.

Die Abb. 57 zeigt eine Aufteilung von einem Viertel der Modelloberfläche durch rechteckige Flächenelemente für das Modell von $\varphi = \varphi_v = \varphi_n = 0,56$ und $T = 0,5$ B. Die Anzahl der rechteckigen Ebenen ist nach der möglichen Rechenzeit und auch nach den höchstmöglichen Kernspeicherplätzen der vorhandenen elektronischen Rechanlage, bestimmt worden. Die Singularitätenverteilung für dasselbe Beispiel ist nach einer groberen Aufteilung zusätzlich durchgeführt worden, um einen Vergleich zwischen den beiden Aufteilungen zur Bestimmung des Wellenwiderstandes für den gesamten interessanten Bereich der

Froudeschen Zahlen anstellen zu können. Die unterschiedlichen Wellenwiderstandskurven sind in den Abb. 67-69 aufgezeichnet. Die Oberflächenbelegung auf den Spanten ist in Abb. 58-61 graphisch dargestellt worden.

Der Druckkoeffizient ist definiert als

$$C_p = \frac{P_M - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} = \left(1 - \frac{V_M^2}{V_\infty^2} \right) \quad \text{wobei}$$

P_M = örtlicher Druck auf der Schiffsoberfläche
 V_M = örtlicher potentialtheoretische Geschwindigkeit

An den beiden Staupunkten ist $V_M = 0$, und C_p erreicht den maximalen Wert 1,0. In den Abb. 64 sind die Druckänderungsbereiche, wie sie aus der klassischen Hydrodynamik bekannt sind, für das Modell Nr. 1767 der Serie Berlin angezeichnet.

3.3. Berechnung des Wellenwiderstandes nach dem Havelockschen Integral

Der allgemeine Ausdruck des Wellenwiderstandes für eine endliche Anzahl von diskreten Singularitäten nach Havelock lautet 12

$$R_w = 16 \pi \rho K_0^2 U^2 \int_0^{\pi/2} (P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 + P_4^2) \sec^3 \theta d\theta \quad (3.3.1)$$

wobei die P-Funktionen für eine endliche Anzahl von Singu-

laritäten als eine Summe ausgedrückt werden.

$$P_1 = \sum_i m_i' \cos(x_i K_0 \sec \theta) \cos(y_i K_0 \sec^2 \theta \sin \theta) \exp(-K_0 z_i \sec^2 \theta) \sec^3 \theta$$

$$P_2 = \sum_i m_i' \sin(\dots) \cos(\dots) \exp \dots$$

$$P_3 = \sum_i m_i' \cos(\dots) \sin(\dots) \exp \dots$$

$$P_4 = \sum_i m_i' \sin(\dots) \sin(\dots) \exp \dots$$

wobei $m_i' = \sigma_i A_i$

σ_i = Singularitäten, erhalten nach dem Hess- und Smith-Verfahren

A_i = Die Flächen der rechteckigen Ebenen

(x_i, y_i, z_i) stellen die Koordinaten des Quellpunktes dar. Die Bestimmung der P-Funktionen ist die wesentliche Aufgabe der Wellenwiderstandsberechnung.

Für Schiffsförmungen, welche symmetrisch zum Hauptspant sind, verschwinden die Ausdrücke für P_1 , P_3 und P_4 , und es bleibt nur P_2 übrig, was bedeutet, daß jede unsymmetrische Form theoretisch mehr Widerstand hat als die symmetrische Form von gleichen Dimensionen und gleicher Verdrängung.

Die nach Hess₁ und Smith berechneten Singularitäten sind die Flächensingularitäten, d.h. innerhalb einer infinitesimalen Fläche ist die Singularitätenstärke konstant und auf der entsprechenden Fläche einheitlich verteilt. Zur Berechnung des Wellenwiderstandes wird jede Flächensingularität durch eine Punktsingularität der gleichen Stärke ersetzt, wobei die diskrete Punktsingularität auf den Flächenschwerpunkt gelegt wird. Mit einer genügenden Auswahl von solchen diskreten Punktsingularitäten werden die entsprechenden Stromlinien nicht viel anders aussehen als die für die ganz kontinuierliche Verteilung; wohlgedenkt mit der Bedingung, daß die Flächen im Vergleich zu der Wellenlänge der entsprechenden Geschwindigkeit sehr klein sind. Die Wellenwiderstandsberechnungen bei kleineren Geschwindigkeiten erfordern eine feinere Unterteilung der Schiffsoberfläche (bzw. eine größere Anzahl von diskreten Punktquellen), besonders in der Nähe der CWL.

Der Havelocksche Ausdruck für den Wellenwiderstand kann auch als eine Summe der tabellierten Funktionen ausgedrückt werden [1] .

$$(P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 + P_4^2) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m'_i m'_j \cos [K_0 (x_i - x_j) \sec \theta]$$

$$\cos [K_0 (y_i - y_j) \sec^2 \theta \sin \theta] \exp [K_0 (z_i + z_j) \sec^2 \theta] \tag{3.3.2}$$

$$\text{oder } R_w = 16 \pi K_0^2 U^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m'_i m'_j r_{ij} \tag{3.3.3}$$

wobei

$$r_{ij} = \int_0^{\pi/2} \cos(\xi_{ij} \sec \theta) \cos(\eta_{ij} \sec^2 \theta \sin \theta) \exp(-\zeta_{ij} \sec^2 \theta) \sec^3 \theta \, d\theta$$

$$\text{und } \xi_{ij} = K_0 (x_i - x_j)$$

$$\eta_{ij} = K_0 (y_i - y_j)$$

$$\zeta_{ij} = K_0 (z_i + z_j)$$

Wenn man $\sec \theta = \cosh \frac{u}{2}$ setzt, erhält man

$$r_{ij} = \frac{e^{-\zeta_{ij}/2}}{4} \int_0^{\infty} \cos(\xi_{ij} \cosh \frac{u}{2}) \cos(\eta_{ij} \frac{\sinh u}{2}) \exp(\frac{-\zeta_{ij}}{2} \cosh u) (1 + \cosh u) \, du$$

$$(1 + \cosh u) \, du \quad (3.3.4)$$

Der normalisierte Wellenwiderstandsdruck lautet

$$R'_w = \frac{R_w}{\frac{1}{2} \rho V^2 L^2} = 2 \pi (K_0 L)^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_i m_j r_{ij} \quad (3.3.5)$$

wobei $m_i = \frac{m_i'}{l^2}$ und $L \geq 2 l$.

Diesen Ausdruck der doppelten Summe kann man zu einer Rechteckmatrix umformen wie folgt:

$$R_{ij} = m_i m_j r_{ij}$$

Aus der Gleichung (3.3.5) erhält man

$$\frac{R'_W}{2\pi(K_0 L)^2} = (1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1) \begin{pmatrix} R_{11} & \dots & R_{1N} \\ R_{21} & \dots & R_{2N} \\ \cdot & & \cdot \\ R_{N1} & \dots & R_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.3.6)$$

oder

$$\frac{R'_W}{2\pi(K_0 L)^2} = (m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n) \begin{pmatrix} r_{11} & \dots & r_{1N} \\ \cdot & & \cdot \\ r_{N1} & \dots & r_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ m_N \end{pmatrix} \quad (3.3.7)$$

Da $r_{ij} = r_{ji}$ ist, sind die obigen beiden Matrizen symme-

trisch. Physikalisch gesehen, stellen die Diagonaltermen den Wellenwiderstands Ausdruck für die einzelnen Singularitäten und die anderen Elemente die Wechselwirkung zwischen den Singularitäten dar. Obwohl das Rechenprogramm für den Wellenwiderstands Ausdruck mit der Gl. 3.3.7 gegeben ist, den einzelnen Beitrag der verschiedenen Teile des Schiffskörpers zu bestimmen, ist es kaum praktisch durchführbar, weil die Rechenzeit mit der Anzahl der Singularitäten quadratisch wächst.

Vergleich zwischen Michell- und Havelock-Integral

Das Havelocksche Integral für den Wellenwiderstand eines Schiffes, dargestellt mit einer Oberflächenbelegung, lautet:

$$R_w = 16 \pi \rho K_0^2 \int_0^{\pi/2} (P_1^2 + P_2^2) \sec^3 \theta d\theta \quad (3.3.8)$$

wobei

$$\left. \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \end{matrix} \right\} = \iint_s q(x,y,z) \begin{bmatrix} \exp(K_0 z \sec^2 \theta) \\ \cos \\ \sin \end{bmatrix} K_0 (x \cos \theta + y \sin \theta) ds$$

Die Kostjukovsche Formel [10] für das Havelock-Integral läßt sich folgenderweise ausdrücken:

$$R_w = \frac{4 \rho g K_0}{\pi} \int_0^{\pi/2} (I^2 + J^2) \sec^3 \theta d\theta \quad (3.3.9)$$

wobei

$$I = \iint \left[\exp(K_0 z \sec^2 \theta) \right]^{\cos} \left[K_0 x \sec \theta \right] \cos(K_0 y \sin \theta \sec^2 \theta)$$

$$J = \iint \left[\exp(K_0 z \sec^2 \theta) \right]^{\sin} \left[K_0 x \sec \theta \right] \sin(K_0 y \sin \theta \sec^2 \theta)$$

$$2 X \frac{\partial J}{\partial x} dx dz$$

Hier ist X eine Funktion, die man durch die Lösung der Integralgleichung für die Oberflächensingularitätenverteilung $q(x, y, z)$ erhält.

$$q(x, y, z) = X(x, y, z) q_0 = X(x, y, z) 2V \cos(n, x) \quad (3.3.10)$$

Für langgestreckte Schiffe kann $2 X = 1$ gewählt werden. Die I- und J-Ausdrücke vom Michell-Integral lauten wie folgt:

$$I_M = \iint \exp(K_0 z \sec^2 \theta) \cos(K_0 x \sec \theta) \frac{\partial y}{\partial x} dx dz$$

$$J_M = \iint \exp(K_0 z \sec^2 \theta) \sin(K_0 x \sec \theta) \frac{\partial y}{\partial x} dx dz$$

Daher unterscheidet sich dann das Havelocksche von dem Michellschen Integral nur durch den Faktor $\cos(K_0 y \sin \theta \sec^2 \theta)$ und er ist für $y = 0$ gleich 1.

3.4. Vergleich der Wellenwiderstandskurven, berechnet nach Havelock (Singularitätenverteilung auf der Oberfläche) und nach Michell für analytische Modellformen

Inui ⁹ hat gezeigt, daß die approximierende Singularitätenverteilung nach Michell und eine für F_n -exakte Verteilung eines gegebenen Schiffskörpers in der Wellenwiderstandsberechnung wesentlich verschiedene Werte liefern können. Die Michell-Verteilung liefert als Umströmungskörper bei $F_n = 0$ nicht die ursprünglich gegebene Schiffsform, sondern eine unterschiedliche Form, deren Wellenwiderstand nach Inui die Michellsche Theorie errechnet.

Die Untersuchungen von Inui haben ausserdem gezeigt, daß die Michellsche Theorie den Wellenwiderstand bei kleineren Geschwindigkeiten überbewertet, bei höheren Froude-Zahlen aber unterschätzt. Dieses Erkenntnis, die Inui auf dem indirekten Wege gewonnen hat, ist jetzt auch auf dem direkten Wege bestätigt worden (Abb. 67).) Die Grenze zwischen der höheren und der kleineren Geschwindigkeit liegt etwa bei $F_n = 0,30$ ($L/B = 8$).

Der Wellenwiderstandsunterschied zwischen dem Michell- und dem Havelock-Verfahren ist qualitativ auf den Unterschied der Singularitätenstärke zurückzuführen. Bei kleineren Geschwindigkeiten ist die Form der Wasserlinien in der Nähe der freien Oberfläche. Sehr bedeutend für die Berechnung des Wellenwiderstandes, und der Effekt der Wasserlinienform in der Nähe des Kiels ist sekundär. Eine besonders feine Unterteilung der Schiffsoberfläche hat im

Gegensatz zu den Untersuchungen von Breslin und Eng das Inuische Ergebnis für den Wellenwiderstand bei kleineren Froude-Zahlen bestätigt. Eine grobe Einteilung der Singularitäten liefert kein genaues Ergebnis bei kleineren Geschwindigkeiten (Abb. 65-67). Die Michellsche Theorie leidet nicht an solcher Einschränkung, da eine Kontinuität der Mittschiffverteilung erhalten bleibt, selbstverständlich aber auf Kosten der Schiffsbreite.

Anmerkungen:

- a) Die Singularitäten, die nach dem Verfahren von Hess und Smith für $F_{II} = 0$ bestimmt werden, liefern bei endlichen Froude-Zahlen nicht das ursprüngliche Schiff, sondern bei verschiedenen Froude-Zahlen verschiedene Körperformen.
- b) Bei der Wellenwiderstandsberechnung mit Hilfe der diskreten Singularitäten sollte man erst festlegen, wie hoch die Anzahl der Elemente für eine gewisse Rechengenauigkeit sein soll, da die damit verknüpfte Arbeit quadratisch mit der Elementenzahl zunimmt. Außerdem sollen die Singularitäten in der Nähe der CWL sehr dicht gewählt sein; dies ist bei kleinerer Geschwindigkeit wegen der kleineren Wellenlänge sehr wichtig, da die Quellen in der Nähe

Gegensatz zu den Untersuchungen von Breslin und Eng das Inuische Ergebnis für den Wellenwiderstand bei kleineren Froude-Zahlen bestätigt. Eine grobe Einteilung der Singularitäten liefert kein genaues Ergebnis bei kleineren Geschwindigkeiten (Abb. 65-67). Die Michellsche Theorie leidet nicht an solcher Einschränkung, da eine Kontinuität der Mittschiffsverteilung erhalten bleibt, selbstverständlich aber auf Kosten der Schiffsbreite.

Anmerkungen:

- a) Die Singularitäten, die nach dem Verfahren von Hess und Smith für $F_n = 0$ bestimmt werden, liefern bei endlichen Froudeschen Zahlen nicht das ursprüngliche Schiff, sondern bei verschiedenen Froude-Zahlen verschiedene Körperformen.

- b) Bei der Wellenwiderstandsberechnung mit Hilfe der diskreten Singularitäten sollte man erst festlegen, wie hoch die Anzahl der Elemente für eine gewisse Rechengenauigkeit sein soll, da die damit verknüpfte Arbeit quadratisch mit der Elementenzahl zunimmt. Außerdem sollen die Singularitäten in der Nähe der CWL sehr dicht gewählt sein; dies ist bei kleinerer Geschwindigkeit wegen der kleineren Wellenlänge sehr wichtig, da die Quellen in der Nähe

der CWL wesentlich beitragen. Nicht nur die Wechselwirkung sondern auch der Grundterm des Wellenwiderstandes hängt von der Verteilung der Singularitäten ab, so daß sich auch hierdurch eine Änderung des Gesamtwiderstandes ergeben kann.

(Abb.)

Der Beitrag einer diskreten Quelle zum fundamentalen Wellenwiderstand R_{w_1} ist

$$\sum m_i^2 F(x_i), \quad \text{wobei } F(x_i) > 0 \text{ ist.}$$

Ersetzen wir m_i durch 2 Elemente der Stärken $m_{i1} + m_{i2}$; dann muß $m_{i1} + m_{i2} = m_i$ sein, und wenn wir annehmen, daß

$$F(x_{i1}) \approx F(x_i) \quad \text{und} \quad F(x_{i2}) \approx F(x_i)$$

erhalten wir

$$R_{w_1} = \sum (m_{i1}^2 + m_{i2}^2) F(x_i) \text{ statt } \sum (m_{i1} + m_{i2})^2 F(x_i);$$

d.h. der fundamentale Teil wird bei feinerer Unterteilung der Körperoberfläche bei allen Geschwindigkeiten kleiner

sein (bei ∞ feiner Unterteilung $R_w \rightarrow 0$).

c) Das Verfahren von Hess und Smith erlaubt es nur, die Singularitätenverteilung eines Schiffskörpers für Froude-Zahl gleich Null zu bestimmen. Daher ist die Wellenwiderstandsberechnung für eine endliche Froude-Zahl mit Hilfe dieser Verteilung ungenau. Man erhält demzufolge nach verschiedenen Verfahren für eine endliche Froude-Zahl ungleiche Wellenwiderstandsergebnisse (nämlich durch Oberflächen-, Mittschiffs-, oder Volumen-Belegung), da solche Belegungen nur für Froude-Zahl = 0 äquivalent sind. Wenn aber entsprechende Korrekturen für verschiedene Verfahren zur Wellenwiderstandsberechnung bei endlichen Froude-Zahlen vorhanden wären, könnte man auch dasselbe Ergebnis bei allen Verfahren erwarten. Solange diese Korrekturen nicht entwickelt sind, möchte man annehmen, daß der Unterschied zwischen den verschiedenen Ergebnissen bei $F_n < 0,30$ nicht bedeutend ist.

d) Ein unsymmetrisches Schiff nimmt eine unterschiedliche Stellung ein, je nachdem, ob es rückwärts oder vorwärts fährt. Daher muß man aus der Gleichung der Schiffsoberfläche in ihrer richtigen Lage im Raum bei der entsprechenden Geschwindigkeit bei Berücksichtigung der Wellenströmung unterschiedliche Singularitätenverteilungen für die beiden Fahrtrichtungen erhalten, besonders bei höheren Geschwindigkeiten. Dies ergäbe verschiedene Wellenwiderstände für beide Richtungen, auch wenn die mögliche Modifizierung des Schiffskörpers durch die Grenzschicht, die in dieser Hinsicht eine große Rolle spielt, nicht berücksichtigt würde.

e) Die Singularitätenverteilung auf der Schiffsoberfläche nach dem Verfahren von Hess und Smith ist eine genaue nichtlinearisierte Lösung der Schiffsoberflächenbedingung. Die jetzige Theorie des Wellenwiderstandes nach Havelock liefert keine strenge Lösung der Randbedingung auf der Wasseroberfläche, sondern nur eine linearisierte Lösung, und daher verliert die nichtlinearisierte Lösung von Hess und Smith ihre Bedeutung. Dagegen aber ist die Michellsche Theorie selbstübereinstimmend. Es ist daher möglich, wie Marno [13] behauptet, daß die verschiedenen Glieder, die die linearisierte Michellsche Theorie vernachlässigt, sich gegenseitig aufheben und die Rechenergebnisse eine deutliche Übereinstimmung mit dem Versuch zeigen (Abb. 72-73). Für sehr schlanke Körperformen jedoch, wie die Mödhalformen der Serie Berlin, werden die Abweichungen zwischen den Ergebnissen nach dem Verfahren von Michell und Havelock sehr klein sein.

Es ist bemerkenswert, daß eine eindeutige Oberflächenbelegung für eine gegebene Körperform, wie Eggers [3] schon bewiesen hat, nicht zu bestimmen ist, und daher besteht (auch) die Möglichkeit, daß man zwischen Theorie und Experiment keine gute Übereinstimmung erhält.

Anwendbarkeit der Theorie

Bei der Anwendung der Wellenwiderstandstheorie zur Konstruktion günstiger Schiffsförmungen sollen die Annahmen der Theorie sorgfältig überprüft werden, wenn die Wellenwiderstandskur

standsberechnungen für Schiffe mit normalen B : L-Verhältnissen durchgeführt werden, sollen.

Die Linearisierung der Wasseroberflächenbedingung ist nur dann gerechtfertigt, wenn die Störungen auf der Wasseroberfläche durch die Schiffsbewegung genügend klein bleiben. Im Falle eines Schiffes von endlicher Breite können sie aber, besonders bei höheren Geschwindigkeiten nicht geringfügig sein. Die dünnen Schiffe nach Michell haben keinen praktischen Wert, und daher wird die Michellsche Theorie für normale Schiffsförmungen nur mit der Hoffnung angewendet, daß gute brauchbare Ergebnisse trotz der Beschränkungen der Theorie erhalten werden können. Für höhere Geschwindigkeiten, ungefähr $F_n > 0,30$, wird nicht nur die Wasseroberflächenbedingung, sondern auch die Körperoberflächenbedingung nicht befriedigend erfüllt. Daher hat für Geschwindigkeiten unter $F_n = 0,30$ das Verfahren von Hess und Smith seine Bedeutung, auch für praktische Schiffsförmungen.

Die nächste Einschränkung der Theorie besteht darin, daß sie den Zähigkeitseinfluß vernachlässigt, so daß die Potentialtheorie zur Studie der vom Schiff erzeugten Wellen verwendet werden kann. Leider übt die Zähigkeit bei den Geschwindigkeiten, für die ~~linearisierte~~ Wasseroberflächenbedingung annehmbar ist, ihren größten Einfluß auf die Wellenbildung aus.

Es ist schon bekannt, daß eine Singularitätenverteilung keine praktische Schiffsförmung liefern kann. Andererseits können beliebige Schiffsförmungen durch die Oberflächenbelegung approximiert werden, und so lange es um die Er-

mittlung der Schiffslinien geht, kann das Verfahren von Hess und Smith für alle praktischen Zwecke zu Rate gezogen werden. Außerdem kann der Einfluß von Anhängen beliebiger Gestalt oder Größe für jede praktische Schiffsform mit Hilfe der Oberflächenbelegung studiert werden, und dies ist für den praktischen Schiffbau ein bedeutender Fortschritt.

4. Zusammenfassung

1) Es ist bemerkenswert, daß die Michellsche Theorie, die eigentlich für die Bestimmung des Wellenwiderstandes von dünnen (keilförmigen) Schiffsförmigen in idealer Flüssigkeit gedacht ist, für einen größeren Bereich von Formen angemessen sein kann, als man es ursprünglich für möglich hielt. Vergleiche zwischen Theorie und Experiment deuten an, daß ein völligerer Hauptspant und ein flacher Boden keine größere Uneinstimmigkeit verursachen. 15 .

Eine noch bessere Übereinstimmung kann trügerisch sein, wenn man bedenkt, welche Berücksichtigungen gemacht oder welche Tatsachen vernachlässigt worden sind.

2) Kleine Formänderungen können, wie auch experimentell bestätigt, einen großen Unterschied des Wellenwiderstandes verursachen. Aus der Glätte der Linien kann nichts über den Wellenwiderstand gefolgert werden. Deshalb sollen die Modelle der systematischen Versuche genau definiert, bzw. die analytischen Ausdrücke für Schiffsförmigen zugrunde gelegt werden.

3) Das Froudesche Verfahren für die Analyse des Gesamtwiderstandes ist unbefriedigend. Eine Einführung des Formfaktors liefert eine bessere Übereinstimmung zwischen den theoretischen und experimentellen Ergebnissen. Aber es ist noch nicht festgestellt, wie weit der Zähigkeitswiderstand von der Froudeschen Zahl abhängt.

4) Die Schleppversuche der unsymmetrischen Modelle für beide Richtungen zeigen deutlich einen beträchtlichen Ein-

fluß der Zähigkeit auf den Wellenwiderstand bei mittleren Geschwindigkeiten.

5) Die Wellenwiderstandsberechnungen sind wesentlich einfacher, wenn man sie nach Inui in zwei Teile aufteilt, nämlich in den fundamentalen Teil und den oszillierenden Teil, da man den letzteren für die normalen Schiffsgeschwindigkeiten ($F_n < 0,30$) durch eine asymptotische Expansion ausdrücken kann. Selbstverständlich kann man statt des approximierten Ausdruckes eine exakte Berechnung für alle Geschwindigkeiten mit Hilfe einer elektronischen Rechenanlage durchführen.

6) Der fundamentale Ausdruck des Wellenwiderstandes C_{w_1} wächst im Gegensatz zu der Behauptung von Inui nicht notwendig monoton mit der zunehmenden Froudeschen Zahl an.

7) Die richtige Lage der Buckel und Täler der Wellenwiderstandskurven ist nach dem Inuischen Verfahren sehr leicht zu bestimmen; zur Entwicklung günstiger Schiffsförmungen ist dies sehr bedeutungsvoll.

8) Die Wellenwiderstandsberechnungen nach Michell für empirisch entwickelte Schiffsförmungen sind sicherlich zur qualitativen Analyse geeignet; die Möglichkeit einer quantitativen Vorhersage aber ist besonders bei kleineren und mittleren Geschwindigkeiten beschränkt, weil auch die Meßwerte in diesem Bereich nicht genau genug sind. Obwohl die Wellenwiderstandsberechnungen für praktische Schiffsförmungen mit Hilfe der elektronischen Rechenanlage heute keine Schwierigkeit darbieten, bleibt jedoch die

Anwendung der Michellschen Theorie in der Schiffbaupraxis wegen der quantitativen Nichtübereinstimmung mit dem Experiment zurück. Man sollte aber trotzdem für die empirisch entwickelten Schiffssformen die Wellenwiderstandstheorie anwenden, um die Grundform bzw. die Hauptparameter wählen zu können.

9) Die Übereinstimmung von theoretischen und experimentellen Ergebnissen für die praktischen Schiffssformen ist nicht viel schlechter als die bei den analytisch entwickelten Modellen von entsprechenden Schärfegraden und Froudeschen Zahlen.

10) Die Genauigkeit der Wellenwiderstandsberechnung mit Hilfe der Singularitäten auf der Schiffsoberfläche, bestimmt nach dem Verfahren von Hess und Smith, hängt von der Anzahl und von den Lagen der Flächenelemente ab , die die Schiffsoberfläche unterteilen. Diese bemerkenswerte Tatsache verlangt, daß jede Berechnung mit der Anzahl der Singularitäten und deren Lagen (bzw. der Länge der Flächenelemente in der Nähe der CWL im Vergleich zur Wellenlänge) gekennzeichnet werden soll.

11) Zur Berechnung des Wellenwiderstandes bei kleineren Froude-Zahlen soll die Schiffsoberfläche in der Nähe der KWL sehr fein unterteilt werden, da die Wellenlängen bei kleiner Geschwindigkeit sehr klein sind, und da die Singularitäten in der Nähe der KWL zur Berechnung des Wellenwiderstandes die wichtigste Rolle spielen.

12) Für ideale Flüssigkeit ergibt die Berechnung nach Michell bei höherer Geschwindigkeit ($0,30 \leq F_n \leq 0,60$) kleinere, und bei kleineren oder bei sehr hohen Geschwindigkeiten ($F_n < 0,30$ oder $F_n > 0,60$) größere Wellenwiderstände, als das Havelocksche Integral für die Oberflächenbelegung liefert.

13) Eine Verbesserung des numerischen Verfahrens nach Hess und Smith ergibt keine bessere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment für die schärferen Modellformen bei allen interessanten Froude-Zahlen. Aber für völligere Formen könnte man einen günstigeren Vergleich erwarten, besonders bei $F_n < 0,30$.

5. Nachwort

Die bis jetzt entwickelten Theorien außer der von Sisov [14] sind nicht vollständig. Die Sisovsche Theorie verlangte aber einen Sprung von der linearisierten Theorie zu der nichtlinearisierten. Es ist noch nicht gelungen, die von Sisov gestellte verbesserte Theorie numerisch auszuwerten. Daher soll man sich bemühen, die Kenntnis der schon lange bestehenden Theorien so weit wie möglich auszunutzen, um bessere Schiffsformen entwickeln zu können. Der große Nutzen der Theorie besteht hauptsächlich darin, daß man den Unterschied des Wellenwiderstandes zwischen zwei verschiedenen Schiffsformen bestimmen kann, wenn eine der beiden Formen eine Variation der anderen ist. Es kann noch lange dauern, bis man in der Lage sein wird, die allgemeinen Annahmen der Wellenwiderstandstheorie zu verlassen, um eine quantitative Ubereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch zu erzielen.

Wenn man eine Theorie anwendet, darf man nicht vergessen, auf welchen Annahmen sie basiert, oder welche Beschränkungen sie belasten. Man muß deshalb die Anwendungsgrenzen jeder Annahme oder jedes approximierten Verfahrens sorgfältig prüfen, bevor man die Berechnungen durchführt oder sie nachher mit den experimentell erhaltenen Ergebnissen vergleicht.

Man spricht von einem Vergleich zwischen Rechnung und Versuch. Aber es gibt keinen gemessenen Wellenwiderstand.

Der einzig erhaltene Meßwert ist der des Gesamtwiderstandes. Wenn man trotzdem die praktische Anwendung der Wellenwiderstandstheorie im Auge behalten will, muß man sich um eine engere Zusammenarbeit zwischen der theoretischen und der experimentellen Forschung bemühen, und dabei die vorhandenen Theorien möglichst ausnutzen.

6. Literaturnachweis

- (1) BRESLIN, J.P., King Eng: "Calculation of the Wave Resistance of a Ship represented by Sources Distributed over the Hull Surface", International Seminar on Theoretical Wave-Resistance, University of Michigan, 1963, S. 1083 - 1112
- (2) DOUST, D.J.: "An Assessment of NPL Resistance Data for Ocean-Going Vessels with a Note on the Planning of Methodical Series Experiments", National Physical Laboratory, Ship Ref. 47, Dez. 1963
- (3) EGGERS, K.: Diskussion zum Vortrag von P.C. Pien, Proceedings of the fifth ONR Symposium on Naval Hydrodynamics, (Govt. Printing Office, Washington D.C. 1964)
- (4) - und WETTERLING, W.: "Über die Ermittlung der schiffsähnlichen Umströmungskörper vorgegebener Quell-Senken-Verteilungen mit Hilfe elektronischer Rechenmaschinen", Schiffstechnik, 24. Heft, 4. Band, Hamburg, November 1957, S. 284 - 288
- (5) GRAFF, W., A. KRACHT, G. WEINBLUM: "Some Extensions of D.W. Taylor's Standard Series", Trans. SNAME, 1964
- (6) HAVELOCK, T.H.: "The Approximate Calculation of Wave Resistance at High Speed", Trans. NECIES, 60. Band, 1943 - 1944, S. 47 - 58
- (7) HESS, J.L., A.M.O. SMITH: "Calculation of Non-Lifting-Potential Flow about Arbitrary Three Dimensional Bodies", Douglas Aircraft Division, California, Report Nr. E.S. 40622, 1962
- (8) HORN, F.: "Hydromechanische Probleme des Schiffsantriebes", Hamburg 1932
- (9) INUI, T.: "Study on Wave-Making Resistance of Ships", The Society of Naval Architects of Japan, 60th Anniversary Series Vol. 2, 1957, S. 173 - 355

- (10) KOSTYUKOV, A.A.: "Theorie der Schiffswellen und des Wellenwiderstandes" (russisch), Leningrad, 1959
- (11) LIN, Wen-Chin, W.C. WEBSTER, J.V. WEHAUSEN: "Ships of Minimum Total Resistance", International Seminar on Theoretical Wave-Resistance, University of Michigan, Ann Arbor, 1963, S. 909 - 956
- (12) LUNDE, J.K.: "
- (12) LUNDE, J.K.: "On the Linearized Theory of Wave Resistance for Displacement Ships in Steady and Accelerated Motion", Trans. SNAME, 59. Band 1951, S. 25 - 76
- (13) MARNO, H.: Diskussion zum Vortrag von G. Weinblum, International Seminar on Theoretical Wave Resistance, University of Michigan, Ann Arbor, 1963, S. 45 - 46
- (14) SISOV, V.G.: "Zur Theorie des Wellenwiderstandes eines Schiffes auf stillem Wasser" (russisch), Izvestija Akadem. Nauk SSR, Mech. and Eng. No. 1, 1961, S. 75 - 85
- (15) WEHAUSEN, J.: "An Approach to Thin-Ship Theory", International Seminar on Theoretical Wave Resistance, University of Michigan, Ann Arbor, 1963, S. 821 - 858
- (16) - Lecture Notes for NA 241 A-B, Ship Hydrodynamics, 1962
- (17) WEINBLUM, G.: "Schiffe geringsten Widerstandes", J.S.T.G., 51. Band, 1951, S. 175 - 214
- (18) - "Schiffsform und Widerstand", Schiffbau, Schifffahrt und Hafengebäudebau, 39. und 40. Jg. 1939 und 1940
- (19) - "Ein Verfahren zur Auswertung des Wellenwiderstandes vereinfachter Schiffsförmigkeiten", Schiffstechnik, 3. Band, 1956, S. 278 - 287
- (20) - S. SCHUSTER, Chr. BOES, und R. BHATTACHARYYA: "Untersuchungen über den Widerstand einer systematisch entwickelten Modellfamilie", J.S.T.G., 56. Band 1962, S. 296 - 324
- (21) WIGLEY, W.C.S.: "Calculated and Measured Wave Resistance", Trans. I.N.A., London, 1942, S. 52 -
- (22) - "Comparison of Calculated and Measured Wave Resistance for a Series of Forms not Symmetrical Fore and Aft"

7. Symbole

a_K	Polynomkoeffizienten
B	Breite des Schiffes bzw. des Modelles
C_{f_0}	Beiwert des Reibungswiderstandes der glatten ebenen Platte = $R_{f_0} / \left(\frac{1}{2} \rho s v^2 \right)$
C_P	Druckkoeffizient oder Enlersche Zahl = $(P_M - P_\infty) / \left(\frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \right)$
C_t	Beiwert des Gesamtwiderstandes = $R_t / \left(\frac{1}{2} \rho s v^2 \right)$ $R_t / \left(\frac{1}{2} \rho s v^2 \right)$
C_V	Beiwert des Zähigkeitswiderstandes = $R_V / \left(\frac{1}{2} \rho s v^2 \right)$
C_W	Dimensionsloser Wellenwiderstandskoeffizient nach Wigley = $R_W / \left(\frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \right)$
C_{W_1}	Das fundamentale Glied des Wellenwiderstandskoeffizienten
C_{W_2}	Das Interferenzglied des berechneten Wellenwiderstandskoeffizienten
F_H	Froudesche Zahl = $v / (\sqrt{gL})$
g	Erdbeschleunigung
h	Index für Das Hinterschiff
H	Tauchung des Schiffes während der Fahrt
K	Tiefgang-Längen-Verhältnis = $\frac{2T}{L}$

K_0	Geschwindigkeitsparameter g/V^2
l	Hälfte der Schiffslänge
L	Länge des Schiffes bzw. des Modelles
m_i	Diskrete Singularitäten auf der Schiffsoberfläche
n	Formfaktor = $(R_t - R_w - R_{F_0})/R_{F_0}$
NE	Anzahl der rechteckigen Ebenen, die die Schiffsoberfläche approximieren
P	Flüssigkeitsdruck
P_M	Örtlicher Druck wegen der Potentialströmung auf der Oberfläche des Schiffes bzw. des Modelles
P_∞	Ungestörter Druck, sehr weit entfernt vom Schiffskörper
R_w	Wellenwiderstand
R^+	Normierte, dimensionslose Form des Wellenwiderstandes (nach Weinblum)
	$= \frac{R_w}{\frac{8}{\pi} \rho g \frac{B^2 T^2}{L}}$
R_F	Gesamter Reibungswiderstand
R_{F_0}	Reibungswiderstand der glatten ebenen Fläche
$R_{F_{TL}}$	Zuwachs zum Plattenreibungswiderstand wegen der longitudinalen Krümmung eines Schiffes
R_n	Reynold'sche Zahl = VL/v
R_t	Gesamtwiderstand
R_v	Zähigkeitswiderstand
R_w	Wellenwiderstand
S	Benetzte Schiffsoberfläche
t	Wassertemperatur
tt_E	Taylor'scher Tangentenwert am vorderen bzw. hinteren

t_h	Tauchung am hinteren Lot
t_v	Tauchung am vorderen Lot
T	Tiefgang des Schiffes
V	Geschwindigkeit des Schiffes bzw. des Modelles
V_M	Örtliche potentialtheoretische Geschwindigkeit
V_∞	Ungestörte Anströmgeschwindigkeit
α	Wasserlinienvölligkeit
β	Hauptspantvölligkeitsgrad
γ_0	Dimensionsloser Geschwindigkeitsparameter $1/(2 F_n^2)$
δ	Völligkeitsgrad des Gesamtschiffes
Δ	Verdrängungsgewicht
ϵ_w	Gemessener spezifischer Wellenwiderstand = R_w/Δ
ζ	Dimensionslose Tiefenkoordinate
η	Dimensionslose Breite
η_a	Unsymmetrischer Teil von η
η_s	Symmetrischer Teil von η
$\Delta\eta$	Unterschied zwischen den gegebenen und approximierten dimensionslosen Ordinaten der Spantflächenkurve
ξ	Dimensionslose Länge
ξ_h	Dimensionslose Länge des parallelen Mittelstückes im Hinterschiff

ξ_v	Dimensionslose Länge des parallelen Mittelstückes im Vorschiff
ρ	Dichte der Flüssigkeit Dichte der Flüssigkeit Oberflächensingularitätendichte
σ	Dimensionsloses statisches Moment = $\int \eta \xi d\xi$
σ	Dimensionslose Oberflächensingularitätenverteilung des Doppelkörpers
φ	Schärfegrad des Gesamtschiffes
φ_h	Schärfegrad für das Hinterschiff
φ_v	Schärfegrad für das Vorschiff
κ	Krümmung im Hauptspant

8. Tabellen

Tab. 1	Hauptabmessungen von Modellen der Serie Berlin
Tab. 2	Einzelheiten der Modellfamilie $\langle 2, 4, 6; \varphi; 1 \rangle$
Tab. 3	Einzelheiten der Modellfamilie $\langle 2, 3, 4; \varphi; 1 \rangle$
Tab. 4	Spantflächenkurven aller Modelle
Tab. 5-17	Aufmaßtabellen
Tab. 18-31	Versuchsergebnisse

Tabelle 1

Hauptabmessungen von Modellen der Serie Berlin

Länge	L = 5,000 mm
Breite	B = 0,625 m
Tiefgang	T = 0,3 B = 0,1875 m
	T = 0,5 B = 0,3125 m
	T = 0,8 B = 0,5000 m
Kimmradius	= 0,1382 m
Stevenradius	= 0,020 m
Stevenabrundung	= 0,001 m
β (T = 0,3 B)	= 0,93 m
β (T = 0,5 B)	= 0,958 m
β (T = 0,8 B)	= 0,97375
	= α

Tabelle 2

Modellfamilie $\langle 2, 4, 6 \rangle$; φ ; $t \rangle$ $t = 1, 0$
 Spantflächenkurve $= 1 + a_2 \xi^2 + a_4 \xi^4 + a_6 \xi^6$

φ	φ_V	φ_h	Mod. Nr.	Vorschiff			Hinterschiff			$\frac{F}{B}$	$\frac{I}{I}$	S (m ²)	∇ (m ³)	V (m/s)	
				a_2	a_4	a_6	a_2	a_4	a_6						
0,52	0,52	1790	-2,55	0+2,60	-1,05	-2,55	+2,60	-1,05	0,5	26,6	3,153	0,28336	0,1	-3,2	
0,56	0,56	1767	-2,025	1,55	-0,525	-2,025	1,55	-0,525	0,3	26,6	3,260	0,30516	0,1	-3,4	
0,56	0,52	0,60	1890	-2,55	2,60	-1,05	-1,50	0,50	0,5	16,0	4,510	0,52391	0,1	-3,5	
0,56	0,60	0,52	1891	-1,50	0,50	0	-2,55	2,60	-1,05	0,5	16,0	4,51050	0,5239050	0,4	-3,5
0,60	0,60	0,60	1789	-1,50	0,50	0	-1,50	0,50	0,5	26,6	3,368	0,32695	0,1	-3,5	
0,60	0,56	0,64	1886	-2,025	1,55	-0,525	-0,975	0,55	0,525	0,3	26,6	3,367	0,32696	0,4	-3,5
0,60	0,64	0,56	1887	-0,975	-0,55	0,525	-2,025	1,55	-0,525	0,3	26,6	3,367	0,32696	0,4	-3,5
0,64	0,64	0,64	1788	-0,975	-0,55	0,525	-0,975	0,55	0,525	0,3	26,6	3,474	0,34875	0,1	-3,5
0,8			+1915							0,5	16,0	4,724	0,59875	0,1	-3,2
0,64	0,56	0,72	1888	-2,025	1,55	-0,525	0,075	-2,65	1,575	0,3	26,6	6,599	0,97375	0,4	-2,9
0,64	0,72	0,56	1889	0,075	-2,65	1,575	2,025	1,55	-0,525	0,3	26,6	3,473	0,34875	0,4	-3,5
0,68	0,68	0,68	1782	-0,45	-1,60	1,05	-0,45	-1,60	1,05	0,3	26,6	3,580	0,37055	0,1	-3,5
0,72	0,72	0,72	1781	0,075	-2,65	1,575	0,075	-2,65	1,575	0,3	26,6	4,830	0,63617	0,1	-3,5
										0,5	16,0	4,938	0,67359	0,1	-2,7

Tabelle Nr. 18

Versuchsergebnisse

Modell Nr. 1790

$\varphi = 0,52$ $\varphi_v = 0,52$

$\varphi_h = 0,52$

T = 0,3 B

t = 18,9°C

T = 0,5 B

t = 19,6°C

V (m/s) (m/s)	R _t (kg) ³	V (m/s)	R _t (kg)
0,1070	0,0100	0,1130	0,0220
0,2030	0,0300	0,1943	0,0430
0,2938	0,0620	0,282	0,078
0,410	0,111	0,3879	0,144
0,519	0,178	0,505	0,245
0,614	0,247	0,5995	0,345
0,712	0,330	0,6938	0,450
0,818	0,430	0,787	0,567
0,913	0,522	0,899	0,720
1,002	0,620	1,003	0,890
1,109	0,755	1,102	1,050
1,206	0,882	1,196	1,220
1,304	1,032	1,304	1,440
1,414	1,200	1,403	1,650
1,521	1,400	1,518	1,940
1,605	0,755	1,6325	2,290
1,617	1,570	1,706	2,530
1,703	1,750	2,100	3,850
1,800	1,950	1,805	2,800
1,904	2,150	1,902	3,070
1,988	2,370	2,023	3,540
2,121	2,70	2,217	4,860
2,201	3,010	2,315	6,200
2,310	3,580	2,395	7,80
2,430	4,60	2,596	13,70
2,505	5,400	2,705	17,40
2,585	6,430	2,825	21,9
2,700	8,40	2,905	25,0
2,818	10,20	3,020	28,5
2,903	11,408	3,142	32,5
3,006	13,10	3,221	34,8
3,142	14,90	-	-
3,217	15,80	-	--

Tablle Nr. 19

Versuchsergebnisse von Modellen der Serie Berlin

Modell Nr. 1767 $\varphi = 0,56$ $\varphi_v = 0,56$

$\varphi_h = 0,56$

$T = 0,3^{\circ}\text{B}$
 $t = 16^{\circ}\text{C}$

$T = 0,5^{\circ}\text{B}$
 $t = 16,2^{\circ}\text{C}$

$T = 0,8^{\circ}\text{B}$
 $t = 16,6^{\circ}\text{C}$

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,131	0,015	0,165	0,032	0,1671	0,047
0,194	0,030	0,224	0,056	0,2271	0,072
0,238	0,040	0,2989	0,034	0,0892	0,023
0,304	0,060	0,4125	0,174	0,3020	0,142
0,357	0,090	0,600	0,356	0,3975	0,231
0,415	0,115	0,700	0,462	0,2657	0,100
0,566	0,212	0,772	0,554	0,3442	0,170
0,666	0,300	0,800	0,576	0,5068	0,368
0,763	0,385	0,915	0,738	0,609	0,510
0,5113	0,172	1,001	0,862	0,719	0,674
0,4573	0,140	1,005	0,890	0,698	0,650
0,4188	0,115	1,102	1,054	0,801	0,784
0,4510	0,135	1,500	1,340	0,915	1,030
0,874	0,500	1,903	3,13	0,8615	0,934
1,558	1,520	2,000	3,42	1,015	1,250
1,552	1,480	2,383	6,26	1,113	1,530
0,955	0,580	2,488	8,220	1,210	1,780
1,063	0,700	2,500	8,350	1,300	2,05
1,170	0,850	2,508	8,6	1,384	2,330
1,242	0,950	2,685	14,22	1,513	2,70
1,351	1,130	2,81	18,9	1,613	3,15
3,011	12,400	2,834	22,25	1,715	3,600
2,230	3,150	2,995	25,7	1,795	4,060
2,348	3,680	3,108	29,3	1,901	4,460
2,532	5,310	3,202	32,3	1,998	4,86
2,639	6,530	3,318	35,28	2,093	5,350
2,824	9,500	3,411	36,9	2,080	5,260
2,895	10,700	3,41	37,5	2,210	6,44
3,125	14,2	3,53	39,5	2,135	5,730
3,210	15,5	-	-	2,113	5,620
3,350	17,0	-	-	2,310	8,100
3,397	17,5	-	-	2,250	7,04
-	-	-	-	2,402	11,32
-	-	-	-	2,490	14,65
-	-	-	-	2,591	18,80
-	-	-	-	2,350	9,45
-	-	-	-	2,679	26,0
-	-	-	-	2,600	20,60
-	-	-	-	2,560	18,80
-	-	-	-	2,660	26,2
-	-	-	-	2,696	27,4

Tabelle Nr. 20

Modell Nr. 1890 $\varphi = 0,56$ $\varphi_v = 0,52$ $\varphi_h = 0,60$

T = 0,3 B

T = 0,5 B

t = 15°C

t = 15°C

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,399	0,115	0,394	0,160
0,492	0,170	0,598	0,355
0,597	0,245	0,690	0,460
0,703	0,340	0,797	0,600
0,783	0,420	0,499	0,255
0,846	0,485	0,411	0,175
0,802	0,440	0,892	0,740
1,000	0,665	0,994	0,900
0,953	0,610	1,108	1,100
1,305	1,100	1,202	1,280
0,907	0,555	1,286	1,465
1,119	0,815	1,406	1,740
1,202	0,930	1,402	1,730
1,414	1,290	1,499	1,990
1,498	1,440	1,592	2,250
1,589	1,620	1,708	2,630
1,705	1,890	1,796	2,950
1,793	2,100	1,900	3,280
1,895	2,370	2,003	3,700
1,889	2,340	2,107	4,150
2,002	2,630	2,211	4,700
2,104	2,890	2,315	5,680
2,193	3,170	2,464	8,150
2,198	3,190	2,597	12,20
2,303	3,650	2,794	19,70
2,408	4,350	2,912	24,7
2,490	5,350	3,025	28,4
2,597	6,640	3,194	34,50
2,710	8,350	3,396	39,002,802
2,802	9,950	3,517	41,20
2,990	13,60	-	-
3,204	16,60	-	-
3,395	18,80	-	-

Tabelle Nr. 21

Modell Nr. 1891 $\varphi = 0,56$ $\varphi_v = 0,60$ $\varphi_h = 0,52$

$T = 0,3$ B

$T = 0,5$ B

$t = 15,8^{\circ}\text{C}$

$t = 15^{\circ}\text{C}$

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,397	0,113	0,414	0,170
0,492	0,168	0,495	0,245
0,599	0,245	0,599	0,350
0,693	0,326	0,703	0,470
0,795	0,425	0,785	0,575
0,891	0,525	0,909	0,750
0,994	0,640	0,800	0,596
1,106	0,785	0,728	0,500
1,202	0,945	0,624	0,380
1,312	1,150	0,554	0,305
1,413	1,330	0,477	0,230
1,500	1,500	0,845	0,660
1,591	1,700	0,894	0,730
1,711	2,020	0,994	0,890
1,798	2,250	1,104	1,000
1,907	2,550	1,209	1,300
2,001	2,840	1,313	1,530
2,106	3,130	1,412	1,770
2,214	3,520	1,503	2,020
2,302	3,950	1,605	2,340
2,512	5,700	1,711	2,830
2,408	4,600	1,798	3,140
2,608	6,900	1,906	3,520
2,715	8,600	2,003	3,850
2,794	9,850	2,006	3,880
2,903	11,70	2,103	4,230
3,000	13,70	2,204	4,740
3,105	14,70	2,309	5,700
3,200	16,100	2,408	7,250
3,402	18,40	2,484	8,900
3,512	19,70	2,602	12,50
-	-	2,701	16,10
-	-	2,812	20,0
-	-	3,013	27,5
-	-	3,203	33,60
-	-	3,395	38,70
-	-	3,509	41,20
-	-	3,403	38,90
-	-	3,302	36,50
-	-	3,182	33,0

Tabelle Nr. 22

Modell Nr. 1789 $\phi = 0,60$ $\phi_v = 0,60$; $\phi_h = 0,60$
 $2,4$

$T = 0,3 \text{ B}$ $t = 18,5^\circ\text{C}$		$T = 0,5 \text{ B}$ $t = 18,5^\circ\text{C}$	
V (m/s)	R_t (kg)	V (m/s)	R_t (kg)
0,0987	0,008	0,0889	0,012
0,1865	0,025	0,1836	0,037
0,2831	0,058	0,2851	0,088
0,3913	0,110	0,3801	0,148
0,5102	0,190	0,490	0,248
0,6062	0,267	0,587	0,348
0,7003	0,345	0,694	0,460
1,091	0,775	0,7935	0,592
0,7975	0,440	0,898	0,748
0,912	0,560	0,9985	0,912
1,110	0,816	1,100	1,090
1,000	0,660	1,203	1,310
1,202	0,955	1,311	1,550
1,317	1,150	1,407	1,770
1,407	1,300	1,507	2,040
1,521	1,560	1,620	2,45
1,614	1,760	1,700	2,710
1,797	2,250	1,795	3,000
1,711	2,030	1,901	3,500
1,910	2,600	2,000	4,100
2,003	2,950	2,110	4,750
2,110	3,390	2,205	5,100
2,305	4,000	2,301	5,680
2,495	5,250	2,499	8,250
2,715	7,900	2,715	14,20
2,898	11,15	2,592	10,55
3,142	15,00	2,409	6,72
2,211	3,710	2,012	4,20
3,265	16,70	2,819	19,0
2,401	4,530	2,906	22,70
2,609	6,420	3,013	27,00
2,819	9,620	3,142	31,60
2,999	12,80	3,201	33,50
3,471	19,10	-	-

Tabelle Nr. 23

Modell Nr. 1886 $\varphi = 0,60$ $\varphi_v = 0,56$ $\varphi_h = 0,64$

T = 0,3 B

T = 0,5 B

t = 14,6°C

t = 14,4°C

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,4032	0,125	0,2950	0,100
0,492	0,182	0,490	0,255
0,600	0,262	0,6868	0,470
0,6888	0,338	0,8838	0,730
0,787	0,430	1,112	1,130
0,921	0,580	1,303	1,585
1,010	0,690	1,499	2,080
1,112	0,830	1,700	2,690
1,2075	0,975	1,892	3,490
1,301	1,135	1,906	3,570
1,407	1,330	2,097	4,750
1,495	1,510	2,101	4,780
1,603	1,760	2,303	5,800
1,698	1,995	2,509	8,750
1,799	2,270	2,704	15,15
1,892	2,590	2,905	23,7
2,008	3,020	3,103	31,0
2,097	3,340	3,290	36,92,198
2,198	3,680	-	-
2,298	4,070	-	-
2,400	4,640	-	-
2,500	5,330	-	-
2,600	6,680	-	-
2,709	8,350	-	-
2,800	9,900	-	-
2,906	11,70	-	-
3,005	13,40	-	-
3,095	14,80	-	-
3,206	16,40	-	-
3,308	17,70	-	-
3,413	19,05	-	-
3,499	20,20	-	-

Tabelle Nr. 24

Modell Nr. 1887 $\phi = 0,60$ $\phi_v = 0,64$ $\phi_h = 0,56$

T = 0,3 B

T = 0,5 B

t = 14,4°C

t = 14,4°C

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,402	0,120	0,293	0,090
0,4909	0,177	0,491	0,250
0,5978	0,260	0,692	0,465
0,6868	0,337	0,917	0,790
0,774	0,420	1,116	1,150
0,9215	0,570	1,306	1,560
1,006	0,670	1,502	2,085
1,110	0,815	1,706	2,911
1,210	0,980	1,902	3,880
1,303	1,140	2,100	5,150
1,414	1,350	2,308	6,280
1,5025	1,520	2,508	9,180
1,598	1,750	2,704	15,25
1,707	2,070	2,908	23,0
1,800	2,355	3,106	30,4
1,900	2,700	3,306	36,80
2,010	3,150	3,51	42,00
2,090	3,550	-	-
2,197	3,900	-	-
2,301	4,350	-	-
2,390	4,920	-	-
2,500	5,800	-	-
2,600	6,870	-	-
2,708	8,380	-	-
2,810	9,900	-	-
2,910	11,60	-	-
3,018	13,25	-	-
3,110	14,7	-	-
3,221	16,4	-	-
3,308	17,5	-	-
3,414	18,8	-	-
3,502	19,8	-	-

Tabelle Nr. 25

Modell Nr. 1788

 $\varphi = 0,64$
2,4,6 $\varphi_v = 0,64$ $\varphi_h = 0,64$

T = 0,3 B

T = 0,5 B

t = 16,5°C

t = 17,8°C

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,0986	0,008	0,1071	0,017
0,1889	0,024	0,190	0,038
0,295	0,070	0,2875	0,082
0,4192	0,140	0,4078	0,170
0,5125	0,203	0,500	0,258
0,606	0,280	0,5938	0,350
0,696	0,365	0,6920	0,475
0,799	0,462	0,812	0,644
0,911	0,600	0,915	0,810
1,008	0,712	1,006	0,965
1,118	0,860	0,3398	0,125
1,211	1,020	1,114	1,190
1,307	1,205	1,200	1,340
1,399	1,375	1,325	1,640
1,514	1,625	1,411	1,900
1,628	1,950	1,517	2,20
1,7075	2,180	1,620	2,61
1,795	2,450	1,710	2,95
1,891	2,870	1,804	3,31
2,003	3,500	1,895	4,00
2,110	4,10	2,001	5,31
2,210	4,66	2,148	6,80
2,291	4,99	2,207	7,17
2,389	5,40	2,077	6,30
2,492	6,11	2,305	7,52
2,597	7,18	2,398	8,08
2,684	8,29	2,507	9,40
2,823	10,50	2,599	11,3
2,920	12,30	2,700	14,25
3,012	13,65	2,825	19,0
3,130	15,70	2,935	24,1
3,198	17,0	3,010	27,2
3,305	18,5	3,135	32,3
3,408	19,6	3,229	35,75
3,453	20,5	3,215	35,25
3,494	21,1	-	-

Tabelle Nr. 26

Modell Nr. 1915 $\phi = 0,64$ $\phi_v = 0,64$ $\phi_h = 0,64$

T = 0,8 B

t = 19,5°C

V (m/s)	R _t (kg)
---------	---------------------

0,386	0,235
0,4835	0,360
0,5875	0,515
0,686	0,680
0,791	0,880
0,897	1,120
1,101	1,650
1,216	2,020
1,314	2,380
1,407	2,750
1,007	1,400
1,490	3,100
1,609	3,780
1,605	3,760
1,707	4,300
1,797	4,800
1,902	6,190
2,018	8,250
2,110	9,650
2,212	10,400
2,316	10,80
2,411	11,90
2,519	14,60
2,608	19,10
2,717	25,50
2,806	33,0
2,910	43,00
2,448	12,80
2,370	11,35

Table Nr. 27

Modell Nr. 1888 $\varphi = 0,64$ $\varphi_v = 0,56$ $\varphi_h = 0,72$

T = 0,3 B

T = 0,5 B

t = 15,5°C

t = 16,2°C

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,3868	0,115	0,4990	0,280
0,493	0,190	0,6058	0,395
0,591	0,270	0,7128	0,540
0,690	0,360	0,4053	0,195
0,790	0,465	0,7962	0,670
0,8938	0,590	0,903	0,850
0,992	0,715	1,0005	1,030
1,106	0,880	1,100	1,230
1,201	1,040	1,223	1,520
1,311	1,240	1,300	1,720
1,415	1,460	1,409	2,025
1,506	1,670	1,510	2,370
1,608	1,950	1,609	2,840
1,707	2,280	1,715	3,360
1,898	3,080	1,542	2,500
1,801	2,580	1,895	4,650
2,008	3,780	1,805	3,870
2,108	4,430	1,995	5,820
2,207	4,970	2,102	7,05
2,202	4,950	2,203	7,62
2,315	5,470	2,307	8,170
2,668	9,200	2,403	9,050
2,402	6,100	2,509	11,12
2,409	6,120	2,603	13,90
2,512	7,0	2,805	22,7
2,601	8,210	2,706	17,7
2,718	10,1	2,902	27,0
2,808	11,85	3,003	31,2
2,915	13,95	3,205	38,5
2,902	13,8	3,513	47,0
3,009	15,9	-	-
3,200	19,2	-	-
3,009	15,8	-	-
3,194	19,2	-	-
3,42	22,4	-	-

Tabelle Nr. 28

Modell Nr. 1889 $\phi = 0,64$ $\phi_v = 0,72$ $\phi_h = 0,56$

T = 0,3 B

T = 0,5 B

t = 16°C

t = 16°C

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,4021	0,130	0,3812	0,155
0,498	0,194	0,4702	0,230
0,6058	0,280	0,5832	0,345
0,7038	0,370	0,685	0,465
0,812	0,480	0,7886	0,600
0,900	0,580	0,8882	0,750
1,009	0,720	0,9065	0,780
1,102	0,850	1,000	0,955
1,217	1,025	1,100	1,160
1,308	1,195	1,202	1,380
1,163	0,940	1,301	1,630
1,248	1,080	1,401	1,895
1,298	1,175	1,497	2,160
1,408	1,415	1,597	2,650
1,5005	1,610	1,6975	3,400
1,602	1,920	1,804	4,250
1,707	2,400	1,900	5,45
1,793	2,830	2,006	7,000
1,992	4,350	2,106	8,200
2,203	5,670	2,201	8,900
2,405	7,000	2,304	9,750
2,299	6,280	2,408	10,90
2,111	5,05	2,072	7,880
1,896	3,490	1,844	4,820
2,609	9,050	1,966	6,470
2,809	12,15	2,030	7,350
3,010	15,55	2,500	12,05
3,218	18,65	2,600	15,00
3,210	18,6	2,702	18,10
3,395	21,1	2,555	13,50
3,505	22,1	2,803	22,10
3,497	22,0	3,015	30,5
-	-	3,223	38,5
-	-	3,420	43,5

Tabulle Nr. 29

Modelle Nr. 1782 $\psi = 0,68$ $\psi_v = 0,68$ $\psi_h = 0,68$
 2, 4, 6

T = 0,3 B

t = 15,3°C

T = 0,5 B

t = 15,3°C

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,0600	0,007	0,0990	0,017
0,0950	0,010	0,1925	0,044
0,145	0,021	0,3023	0,090
0,195	0,034	0,4020	0,176
0,2571	0,056	0,5045	0,282
0,303	0,077	0,602	0,392
0,3570	0,104	0,796	0,640
0,4111	0,136	0,696	0,515
0,470	0,181	0,001	1,010
0,520	0,211	1,100	1,204
0,6025	0,276	0,410	2,000
0,710	0,380	0,960	0,825
0,8125	0,484	1,615	2,810
0,9022	0,600	1,814	3,950
1,001	0,727	2,010	7,200
1,096	0,884	2,190	9,860
1,200	1,048	2,430	11,20
1,277	1,179	2,612	14,30
1,400	1,420	2,808	20,0
1,485	1,618	2,993	29,0
1,600	2,000	3,120	35,0
1,690	2,300	3,230	39,0
1,800	2,630	3,341	42,0
1,895	3,110	3,415	44,0
2,100	5,100	3,525	47,0
2,190	5,700	1,294	17,00
2,330	6,500	1,485	22,30
2,400	6,900	1,695	3,20
2,490	7,460	1,904	5,10
2,595	8,400	2,070	8,50
2,696	9,700	2,300	10,40
2,800	11,400	2,500	11,80
2,085	4,900	2,690	16,30
2,887	12,700	2,900	24,30
2,988	14,400	1,280	11,370
3,075	15,8	1,309	11,700
3,198	17,60	1,738	3,430
3,292	18,90		
3,407	20,40		
3,510	21,8		
2,005	4,00		
2,286	6,300		
2,379	6,770		

Table Nr.

Tabelle Nr. 30

Modell Nr. 1781

 $\varphi = 0,72$
2, 4, 6 $\varphi_v = 0,72$ $\varphi_h = 0,72$

T = 0,3 B

t = 17°C

T = 0,5 B

t = 17°C

V (m/s)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,061	0,012	0,0952	0,020
0,139	0,018	0,1455	0,030
0,1905	0,030	0,2382	0,070
0,2475	0,054	0,2820	0,100
0,3025	0,082	0,3765	0,160
0,361	0,112	0,405	0,190
0,407	0,144	0,438	0,2275
0,455	0,182	0,540	0,3375
0,515	0,232	0,498	0,2825
0,597	0,305	0,401	0,205
0,630	0,338	0,6587	0,495
0,697	0,394	0,766	0,665
0,753	0,462	0,857	0,8175
0,812	0,532	0,945	0,975
0,872	0,602	1,044	1,170
0,897	0,644	1,158	1,430
0,947	0,715	1,238	1,640
1,107	0,982	1,337	1,900
1,152	1,064	0,419	2,200
1,203	1,152	1,533	2,680
1,307	1,362	1,655	3,260
1,410	1,600	0,555	0,355
1,515	1,910	0,801	0,720
1,620	2,290	1,758	3,940
1,707	2,710	1,790	4,230
1,814	3,260	1,882	5,650
1,910	4,050	1,975	8,180
1,995	5,120	2,072	11,35
2,089	6,380	2,160	13,65
2,110	6,550	2,228	14,35
2,260	8,170	2,285	14,82
2,380	9,020	2,440	15,10
2,441	9,350	2,530	15,95
0,444	0,172	2,630	17,90
0,562	0,272	2,718	20,40
0,661	0,366	-	-
0,752	0,462	-	-
0,858	0,588	-	-
0,971	0,754	-	-
1,065	0,906	-	-
1,107	0,984	-	-
1,201	1,140	-	-

Tabelle Nr. 31

Modell Nr. 1766 $\varphi = 0,56$ $\varphi_v = 0,56$ $\varphi_h = 0,56$					
T = 0,3 B t = 15°C		T = 0,5 B t = 16,5°C		T = 0,8 B t = 15,5°C	
V (m/s)	R _t (kg)	R_t (kg)	R _t (kg)	V (m/s)	R _t (kg)
0,115	0,015	0,1335	0,025	0,1248	0,025
0,1930	0,027	0,2350	0,055	0,2339	0,077
0,2881	0,060	0,522	0,265	0,3216	0,150
0,3881	0,110	0,5875	0,324	0,449	0,288
0,4875	0,165	0,818	0,585	0,560	0,426
0,6095	0,252	0,398	0,162	0,669	0,586
0,7055	0,330	0,496	0,242	0,7651	0,730
0,809	0,430	0,684	0,424	0,8602	0,904
0,908	0,530	0,780	0,537	0,958	1,100
1,005	0,640	0,909	0,720	1,062	1,340
1,107	0,760	1,006	0,875	1,159	1,600
1,221	0,930	1,110	1,045	1,250	1,860
1,310	1,085	1,215	1,250	1,330	2,090
1,411	1,260	1,316	1,470	1,368	2,220
1,514	1,470	1,414	1,700	1,488	2,640
1,629	1,740	1,521	1,990	1,602	3,070
1,712	1,950	1,614	2,350	1,693	3,620
1,803	2,120	1,707	2,690	1,783	4,100
1,904	2,370	1,804	2,950	1,886	4,560
2,008	2,600	1,900	3,240	1,997	5,000
2,115	2,870	2,001	3,600	2,104	5,520
2,190	3,080	2,166	4,220	2,213	6,400
2,310	3,515	2,259	4,740	2,323	8,200
2,412	4,150	2,361	5,700	0,953	1,080
2,500	4,910	2,417	6,600	2,425	11,20
2,573	5,650	2,510	8,320	2,522	15,70
2,702	7,500	2,593	10,65	2,615	20,90
2,815	9,300	2,811	18,20	2,708	27,30
2,885	10,50	2,921	22,2		
3,020	12,25	3,010	25,10		
3,130	14,10	3,140	29,00		
3,206	15,00				
3,330	16,35				
3,415	17,10				
					t = 19,2°C
				2,71	27,3
				2,823	35,5
				2,895	41,8
				3,020	50,5

Die Ausdrücke für den Wellenwiderstandskoeffizienten C_w eines Schiffes mit parallelem Mittelkörper lauten wie folgt :-

$$\begin{aligned}
 C_w = & \frac{2}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0^2(1) A_1 \bar{U}_1 \right. \right. \\
 & + \left\{ m_1^2(1) - 2m_0(1)m_2(1) \right\} A_2 \bar{U}_2 \frac{1}{\gamma_0^2} \\
 & + \left\{ m_2^2(1) - 2m_1(1)m_3(1) + 2m_0(1)m_4(1) \right\} A_3 \bar{U}_3 \frac{1}{\gamma_0^4} \\
 & + \left\{ \dots \right\} \dots \left. \right] \\
 & + \frac{2}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0^2(\beta_v) \right\} A_1 \bar{U}_1 \right. \\
 & + \left\{ m_1^2(\beta_v) - 2m_0(\beta_v)m_2(\beta_v) \right\} A_2 \bar{U}_2 \frac{1}{\gamma_0^2} \\
 & + \left\{ m_2^2(\beta_v) - 2m_1(\beta_v)m_3(\beta_v) + 2m_0(\beta_v)m_4(\beta_v) \right\} A_3 \bar{U}_3 \frac{1}{\gamma_0^4} \\
 & + \left\{ \dots \right\} \dots \left. \right] \\
 & + \frac{2}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0^2(-\beta_h) \right\} A_1 \bar{U}_1 \right. \\
 & + \left\{ m_1^2(-\beta_h) - 2m_0(-\beta_h)m_2(-\beta_h) \right\} A_2 \bar{U}_2 \frac{1}{\gamma_0^2} \\
 & + \left\{ m_2^2(-\beta_h) - 2m_1(-\beta_h)m_3(-\beta_h) + 2m_0(-\beta_h)m_4(-\beta_h) \right\} A_3 \bar{U}_3 \frac{1}{\gamma_0^4} \\
 & + \left\{ \dots \right\} \dots \left. \right] \\
 & + \frac{2}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0^2(-1) \right\} A_1 \bar{U}_1 \right. \\
 & + \left\{ m_1^2(-1) - 2m_0(-1)m_2(-1) \right\} A_2 \bar{U}_2 \frac{1}{\gamma_0^2} \\
 & + \left\{ m_2^2(-1) - 2m_1(-1)m_3(-1) + 2m_0(-1)m_4(-1) \right\} A_3 \bar{U}_3 \frac{1}{\gamma_0^4} \\
 & + \left\{ \dots \right\} \dots \left. \right] \\
 & - \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(1)m_0(\beta_v) \right\} \right. \\
 & - \left\{ m_0(1)m_2(\beta_v) - m_1(1)m_4(\beta_v) + m_2(1)m_0(\beta_v) \right\} \frac{1}{\gamma_0^2} \\
 & + \left\{ m_0(1)m_4(\beta_v) - m_1(1)m_3(\beta_v) + m_2(1)m_2(\beta_v) - m_3(1)m_1(\beta_v) + m_4(1)m_0(\beta_v) \right\} \frac{1}{\gamma_0^4} \\
 & - \left\{ \dots \right\} \dots \left. \right] \\
 & \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 - \gamma_0 \beta_v)} \right)^{1/2} U_0^2 \cos \left(\gamma_0 - \gamma_0 \beta_v + \frac{\pi}{4} \right) \\
 & + \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(1)m_0(-\beta_h) \right\} \right. \\
 & - \left\{ m_0(1)m_2(-\beta_h) - m_1(1)m_4(-\beta_h) + m_2(1)m_0(-\beta_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0^2} \\
 & + \left\{ m_0(1)m_4(-\beta_h) - m_1(1)m_3(-\beta_h) + m_2(1)m_2(-\beta_h) - m_3(1)m_1(-\beta_h) + m_4(1)m_0(-\beta_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0^4} \\
 & - \left\{ \dots \right\} \dots \left. \right] \\
 & \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 + \gamma_0 \beta_h)} \right)^{1/2} U_0^2 \cos \left(\gamma_0 + \gamma_0 \beta_h + \frac{\pi}{4} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(1) m_0(-1) \right\} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(1) m_2(-1) - m_1(1) m_1(-1) + m_2(1) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^2} \\
& \quad + \left\{ m_0(1) m_4(-1) - m_1(1) m_3(-1) + m_2(1) m_2(-1) - m_3(1) m_1(-1) + m_4(1) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^4} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{4 \gamma_0} \right)^{1/2} U_0^2 \cos \left(2 \gamma_0 + \frac{\pi}{4} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(\xi_v) m_0(-\xi_h) \right\} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(\xi_v) m_2(-\xi_h) - m_1(\xi_v) m_1(-\xi_h) + m_2(\xi_v) m_0(-\xi_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0^2} \\
& \quad + \left\{ m_0(\xi_v) m_4(-\xi_h) - m_1(\xi_v) m_3(-\xi_h) + m_2(\xi_v) m_2(-\xi_h) - m_3(\xi_v) m_1(-\xi_h) + m_4(\xi_v) m_0(-\xi_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0^4} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 \xi_v + \gamma_0 \xi_h)} \right)^{1/2} U_0^2 \cos \left(\gamma_0 \xi_v + \gamma_0 \xi_h + \frac{\pi}{4} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(\xi_v) m_0(-1) \right\} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(\xi_v) m_2(-1) - m_1(\xi_v) m_1(-1) + m_2(\xi_v) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^2} \\
& \quad + \left\{ m_0(\xi_v) m_4(-1) - m_1(\xi_v) m_3(-1) + m_2(\xi_v) m_2(-1) - m_3(\xi_v) m_1(-1) + m_4(\xi_v) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^4} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 \xi_v + \gamma_0)} \right)^{1/2} U_0^2 \cos \left(\gamma_0 \xi_v + \gamma_0 + \frac{\pi}{4} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(-\xi_h) m_0(-1) \right\} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(-\xi_h) m_2(-1) - m_1(-\xi_h) m_1(-1) + m_2(-\xi_h) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^2} \\
& \quad + \left\{ m_0(-\xi_h) m_4(-1) - m_1(-\xi_h) m_3(-1) + m_2(-\xi_h) m_2(-1) - m_3(-\xi_h) m_1(-1) + m_4(-\xi_h) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^4} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 - \gamma_0 \xi_h)} \right)^{1/2} U_0^2 \cos \left(\gamma_0 - \gamma_0 \xi_h + \frac{\pi}{4} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(1) m_2(\xi_v) - m_1(1) m_0(\xi_v) \right\} \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(1) m_4(\xi_v) - m_1(1) m_2(\xi_v) + m_2(1) m_1(\xi_v) - m_3(1) m_0(\xi_v) \right\} \frac{1}{\gamma_0^3} \\
& \quad + \left\{ m_0(1) m_6(\xi_v) - m_1(1) m_4(\xi_v) + m_2(1) m_3(\xi_v) - m_3(1) m_2(\xi_v) + m_4(1) m_1(\xi_v) - m_5(1) m_0(\xi_v) \right\} \frac{1}{\gamma_0^5} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 - \gamma_0 \xi_v)} \right)^{1/2} U_0^2 \sin \left(\gamma_0 - \gamma_0 \xi_v + \frac{\pi}{4} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(1) m_1(-f_h) - m_1(1) m_0(f_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(1) m_3(-f_h) - m_1(1) m_2(f_h) + m_2(1) m_1(f_h) - m_3(1) m_0(f_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0^3} \\
& \quad + \left\{ m_0(1) m_5(-f_h) - m_1(1) m_4(-f_h) + m_2(1) m_3(-f_h) - m_3(1) m_2(f_h) + m_4(1) m_1(f_h) - m_5(1) m_0(f_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0^5} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 + \gamma_0 f_h)} \right)^{1/2} U_0^2 \sin(\gamma_0 + \gamma_0 f_h + \frac{\pi}{4})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(1) m_1(-1) - m_1(1) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(1) m_3(-1) - m_1(1) m_2(-1) + m_2(1) m_1(-1) - m_3(1) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^3} \\
& \quad + \left\{ m_0(1) m_5(-1) - m_1(1) m_4(-1) + m_2(1) m_3(-1) - m_3(1) m_2(-1) + m_4(1) m_1(-1) - m_5(1) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^5} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{4\gamma_0} \right)^{1/2} U_0^2 \sin(2\gamma_0 + \frac{\pi}{4})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(f_v) m_1(f_h) - m_1(f_v) m_0(f_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(f_v) m_3(-f_h) - m_1(f_v) m_2(-f_h) + m_2(f_v) m_1(f_h) - m_3(f_v) m_0(f_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0^3} \\
& \quad + \left\{ m_0(f_v) m_5(-f_h) - m_1(f_v) m_4(-f_h) + m_2(f_v) m_3(-f_h) - m_3(f_v) m_2(-f_h) + m_4(f_v) m_1(f_h) - m_5(f_v) m_0(f_h) \right\} \frac{1}{\gamma_0^5} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 f_v + \gamma_0 f_h)} \right)^{1/2} U_0^2 \sin(\gamma_0 f_v + \gamma_0 f_h + \frac{\pi}{4})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(f_v) m_1(-1) - m_1(f_v) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(f_v) m_3(-1) - m_1(f_v) m_2(-1) + m_2(f_v) m_1(-1) - m_3(f_v) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^3} \\
& \quad + \left\{ m_0(f_v) m_5(-1) - m_1(f_v) m_4(-1) + m_2(f_v) m_3(-1) - m_3(f_v) m_2(-1) + m_4(f_v) m_1(-1) - m_5(f_v) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^5} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 f_v + \gamma_0)} \right)^{1/2} U_0^2 \sin(\gamma_0 f_v + \gamma_0 + \frac{\pi}{4})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(-f_h) m_1(-1) - m_1(-f_h) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0} \right. \\
& \quad - \left\{ m_0(-f_h) m_3(-1) - m_1(-f_h) m_2(-1) + m_2(-f_h) m_1(-1) - m_3(-f_h) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^3} \\
& \quad + \left\{ m_0(-f_h) m_5(-1) - m_1(-f_h) m_4(-1) + m_2(-f_h) m_3(-1) - m_3(-f_h) m_2(-1) + m_4(-f_h) m_1(-1) - m_5(-f_h) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^5} \\
& \quad \left. - \left\{ \dots \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \left(\frac{\pi}{2(\gamma_0 - \gamma_0 f_h)} \right)^{1/2} U_0^2 \sin(\gamma_0 - \gamma_0 f_h + \frac{\pi}{4}) \quad (2.3.15)
\end{aligned}$$

Für den Wellenwiderstand eines Schiffes ohne paralleles Mittelstück ($\xi_v = \xi_h = 0$) bleiben der 1., 4., 7. und 13. Ausdruck der Gleichung 2.3.15 erhalten, und damit stimmt sie mit der Gleichung 2.2.14 überein. Bei der exakten Berechnung des Wellenwiderstandes für ein Schiff ohne parallelen Mittelteil ändern sich aber der 7. und 13. Ausdruck folgendermaßen:-

Der 7. Ausdruck =

$$\frac{4}{\pi \gamma_0^2} \left[\left\{ m_0(1) m_0(-1) \right\} \int_0^{\pi/2} U^2 \cos^3 \theta \cos(2\gamma_0 \sec \theta) d\theta \right. \\ \left. - \left\{ m_0(1) m_2(-1) - m_1(1) m_1(-1) + m_2(1) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^2} \int_0^{\pi/2} U^2 \cos^5 \theta \cos(2\gamma_0 \sec \theta) d\theta \right. \\ \left. + \left\{ m_0(1) m_4(-1) - m_1(1) m_3(-1) + \dots \right\} \frac{1}{\gamma_0^4} \int_0^{\pi/2} U^2 \cos^7 \theta \cos(2\gamma_0 \sec \theta) d\theta \right. \\ \left. - \left\{ \dots \right\} \frac{1}{\gamma_0^6} \int_0^{\pi/2} \dots d\theta \right]$$

Der 13. Ausdruck =

$$-\frac{4}{\pi \gamma_0^3} \left[\left\{ m_0(1) m_1(-1) - m_1(1) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0} \int_0^{\pi/2} U^2 \cos^4 \theta \sin(2\gamma_0 \sec \theta) d\theta \right. \\ \left. - \left\{ m_0(1) m_3(-1) - m_1(1) m_2(-1) + m_2(1) m_1(-1) - m_3(1) m_0(-1) \right\} \frac{1}{\gamma_0^3} \int_0^{\pi/2} U^2 \cos^6 \theta \sin(2\gamma_0 \sec \theta) d\theta \right. \\ \left. + \left\{ \dots \right\} \frac{1}{\gamma_0^5} \int_0^{\pi/2} \dots d\theta \right]$$

Die Glieder unter dem Integralzeichen $\int_0^{\pi/2} \dots d\theta$ lassen sich ein für allemal bei entsprechendem γ_0 für alle Potenzgrade berechnen.

10. Abbildungen

- Abb. 1 Spantflächenkurven von Modellen der Serie Berlin
- Abb. 2 Spantenriß von Modellen der Serie Berlin
- Abb. 3 Errechneter spezifischer Wellenwiderstand ξ_w als Funktion der Froude-Zahl und Schärfegrad als Parameter
- Abb. 4 Errechneter spezifischer Wellenwiderstand ξ_w als Funktion der Froude-Zahl für die Modelle 1767 $\langle 2, 4, 6; 0,56; 1 \rangle$ und 1766 $\langle 2, 3, 4; 0,56; 1 \rangle$
- ^A
Abb. 5 - 12 Vergleiche der errechneten spezifischen Wellenwiderstände zwischen symmetrischen und unsymmetrischen Schiffsförmern aus der Familie $\langle 2, 4, 6; \varphi; 1 \rangle$
- Abb. 13 Vergleich der Wellenbildung an den Modellen 1767 $\langle 2, 4, 6; 0,56; 1 \rangle$ und Nr. 1766 $\langle 2, 3, 4; 0,56, 1 \rangle$ bei zwei Froude-Zahlen
- Abb. 14 Wellenbildung am Modell $\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,68$ bei $T = 0,5B$
- Abb. 15 Tauchungen an den Loten bei dem Modell Nr. 1767
- Abb. 16 - 19 Ermittlung des Formfaktors n für symmetrische Modellformen der Serie Berlin
- Abb. 20 - 21 Vergleich zwischen experimentellen Wellenwiderstandsergebnissen zwischen einer symmetrischen und einer unsymmetrischen Form

- Abb. 22 - 30 Vergleich der spezifischen Wellenwiderstände nach Rechnung und Versuch für symmetrische Modellformen
- Abb. 31 - 36 Vergleich der spezifischen Wellenwiderstände nach Rechnung und Versuch für unsymmetrische Modellformen
- Abb. 37 Vergleich zwischen der exakten Auswertung und der Inuischen asymptotischen Expansion für das Integral von C_{w_2}
- Abb. 38 C_{w_1} für symmetrische Modellformen der Serie Berlin
- Abb. 39 - 40 Vergleich zwischen Inui-Approximation und der exakten Berechnung nach Weinblum
- Abb. 41 Spantflächenkurven von verschiedenen Serienmodellen
- Abb. 42 - 44 Unterschied zwischen approximierten und exakten Spantflächenkurven von den bekannten Serien
- Abb. 45 - 50 Wellenwiderstandskoeffiziente der Serienmodelle
- Abb. 51 - 54 Vergleich zwischen den verschiedenen Serienmodellen
- Abb. 55 - 56 Vergleich zwischen Theorie und Experiment für zwei Modelle des DTMB
- Abb. 57 Modelloberfläche, aufgeteilt durch rechteckige Ebenen, zur Bestimmung der Oberflächensingularitäten

- Abb. 58 - 61 Singularitätenverteilung nach Hess und Smith auf den Spanten
- Abb. 62 Singularitätenverteilung nach Hess und Smith in x-Richtung
- Abb. 63 Geschwindigkeitsverteilung nach Hess und Smith in x-Richtung
- Abb. 64 Druckkoeffizient nach Hess und Smith in x-Richtung
- Abb. 65 - 71 Vergleich der Wellenwiderstandskurven, berechnet nach Havelock und Michell
- Abb. 72 - 734 Vergleich zwischen Rechnung und Versuch

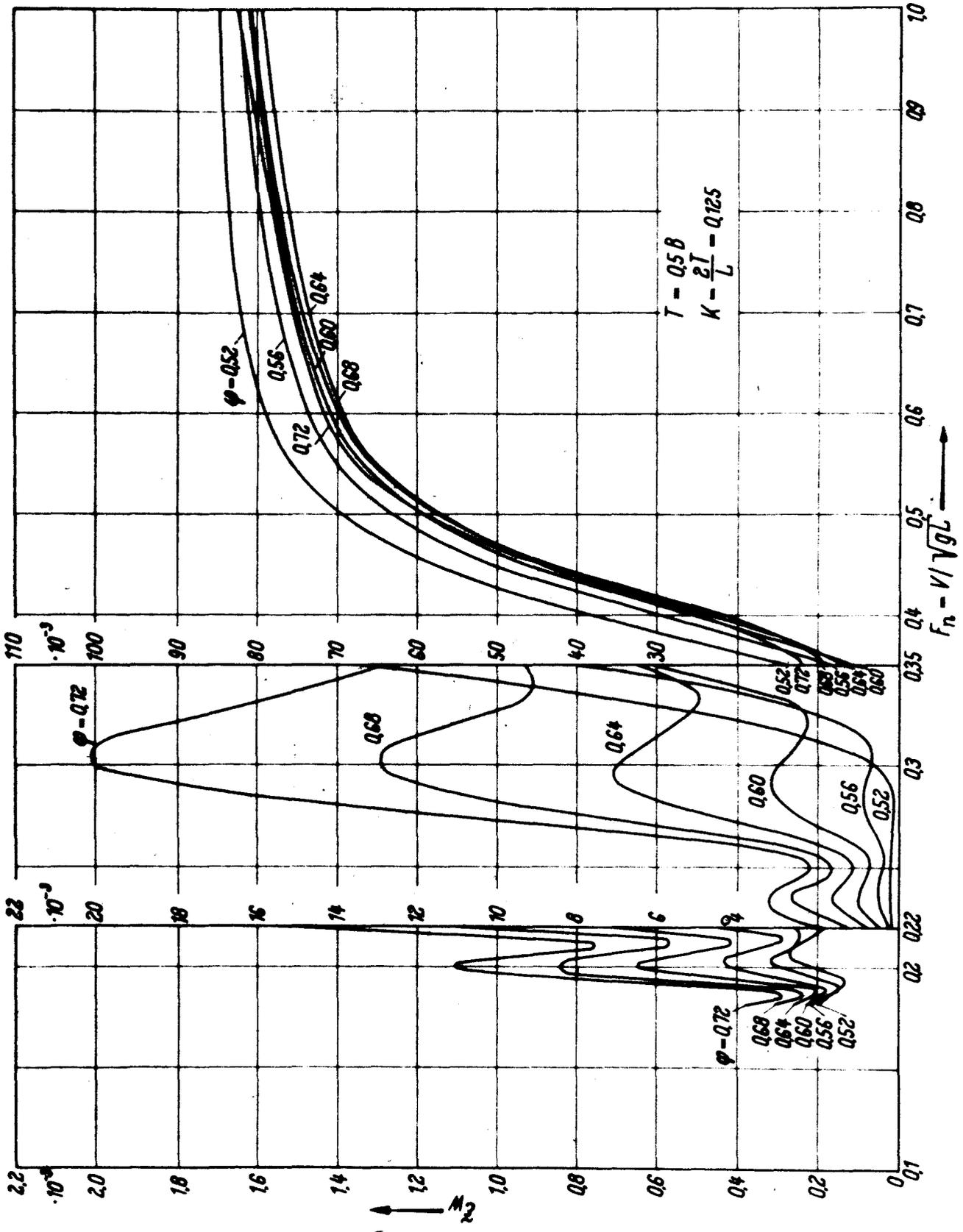


Abb. 3

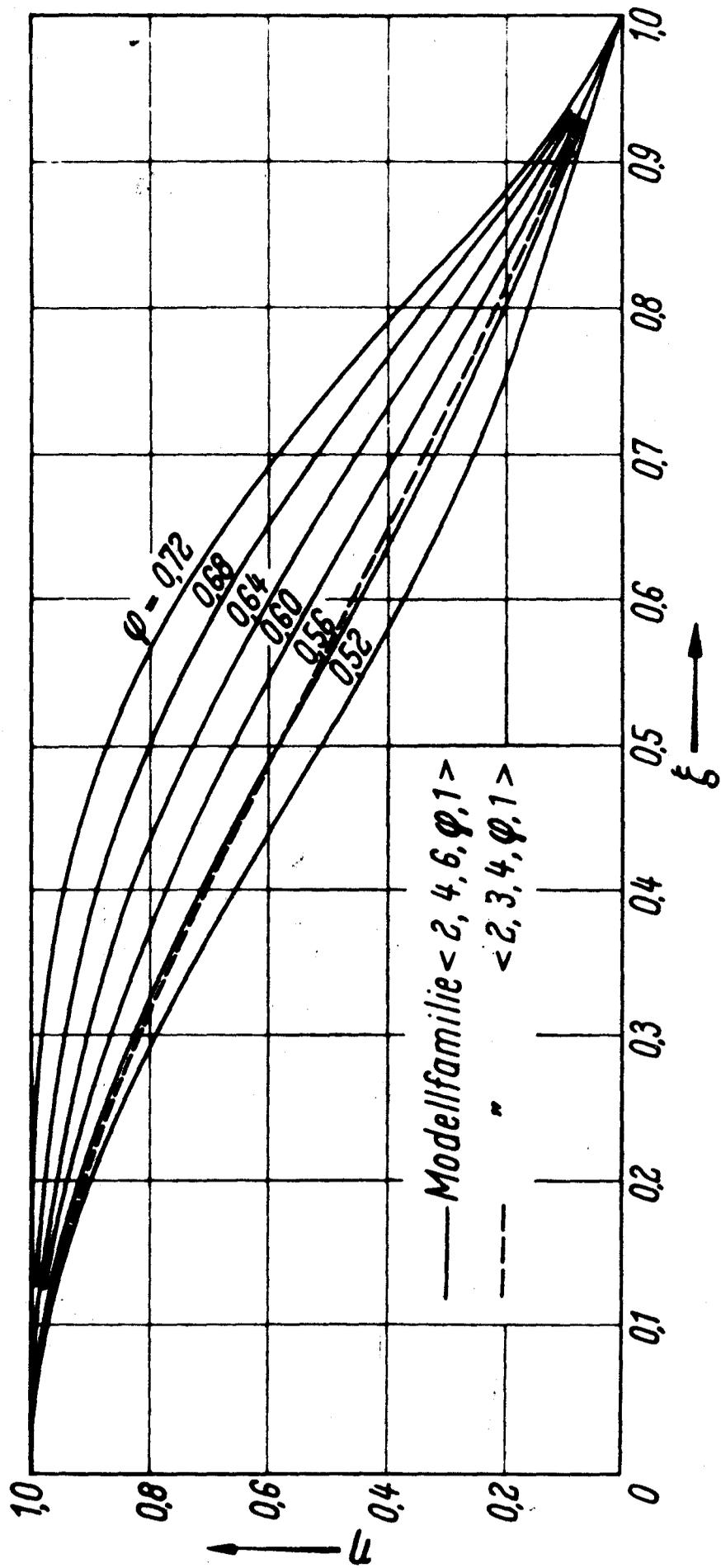
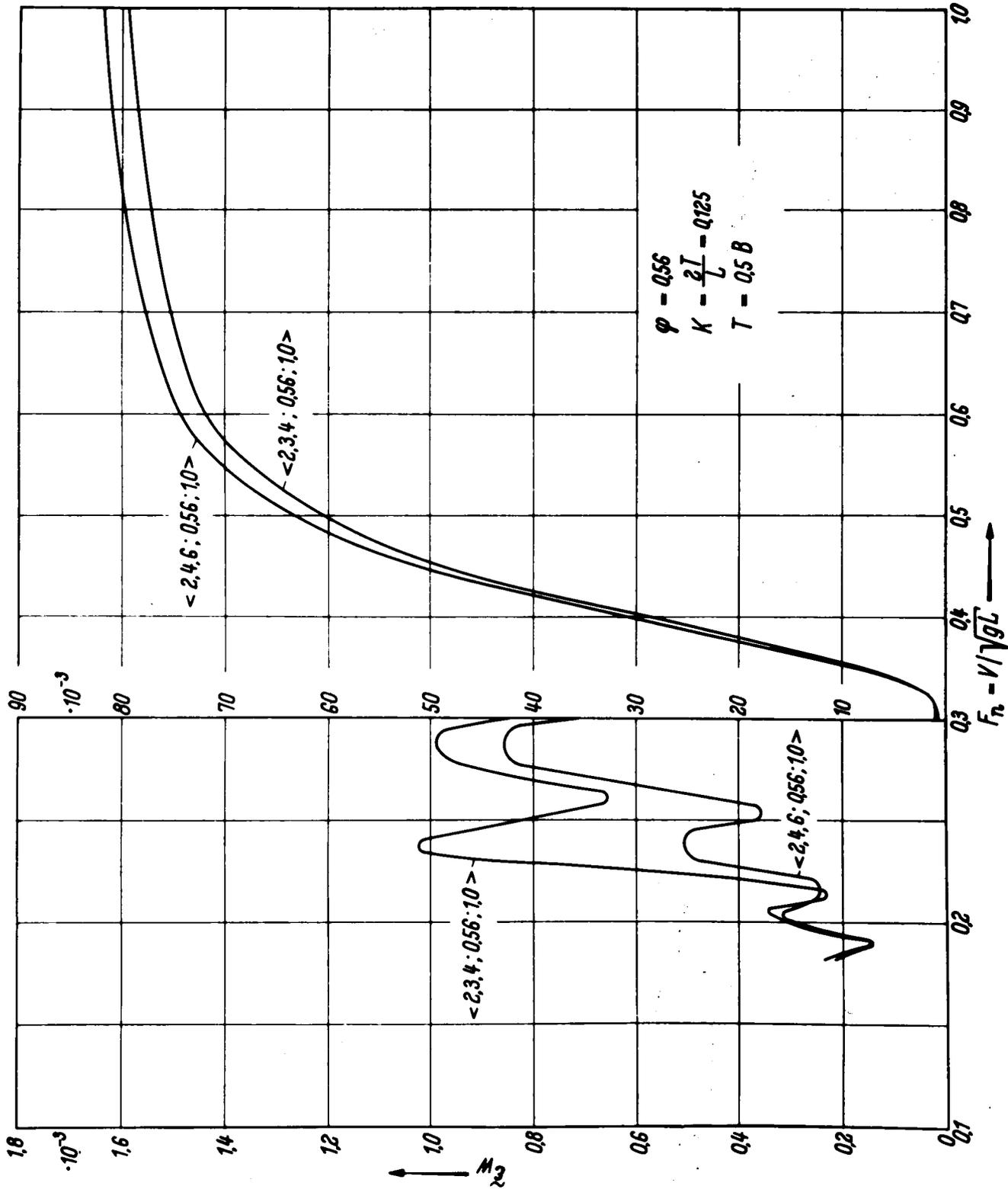
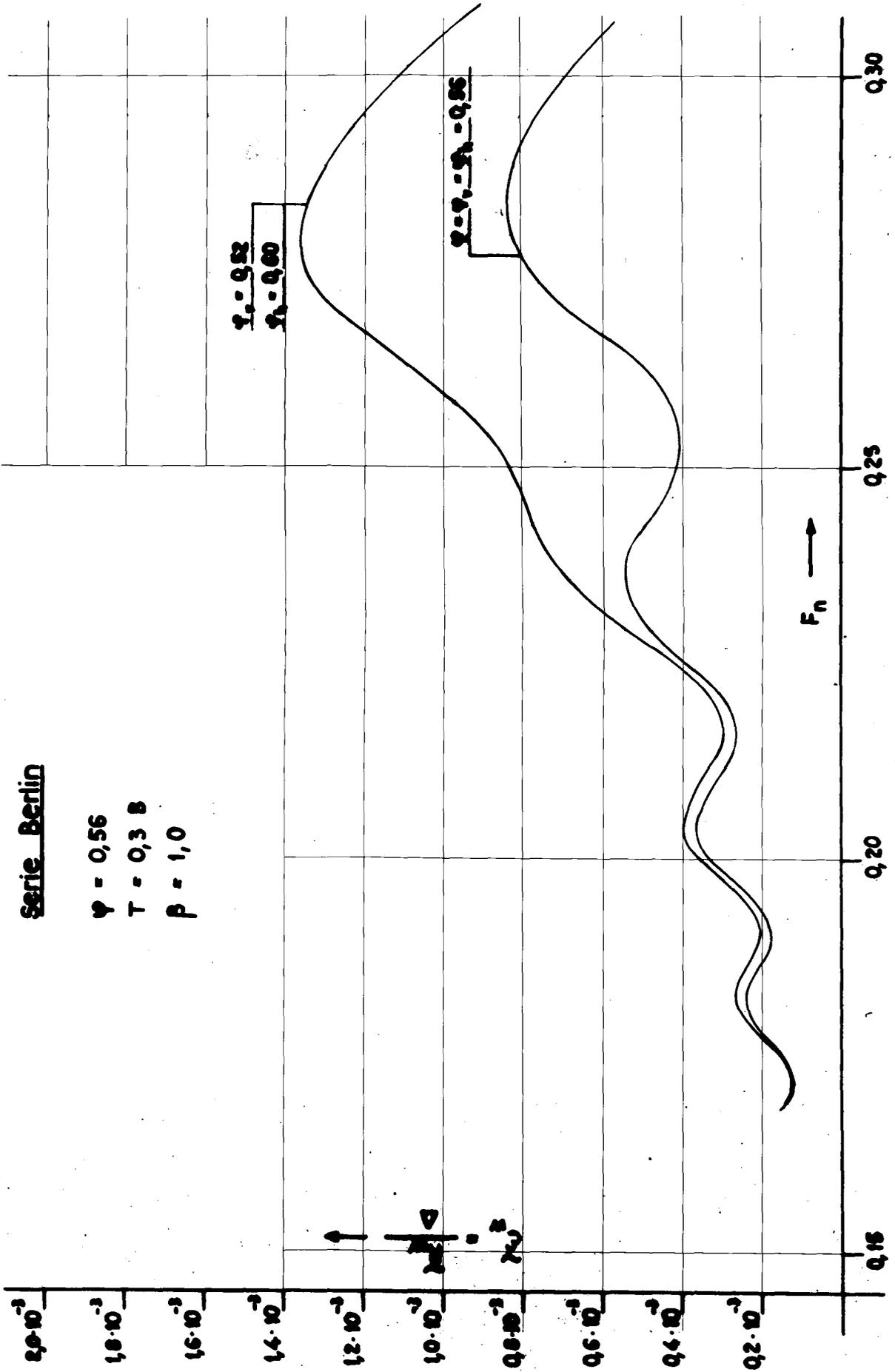


Abb. 1



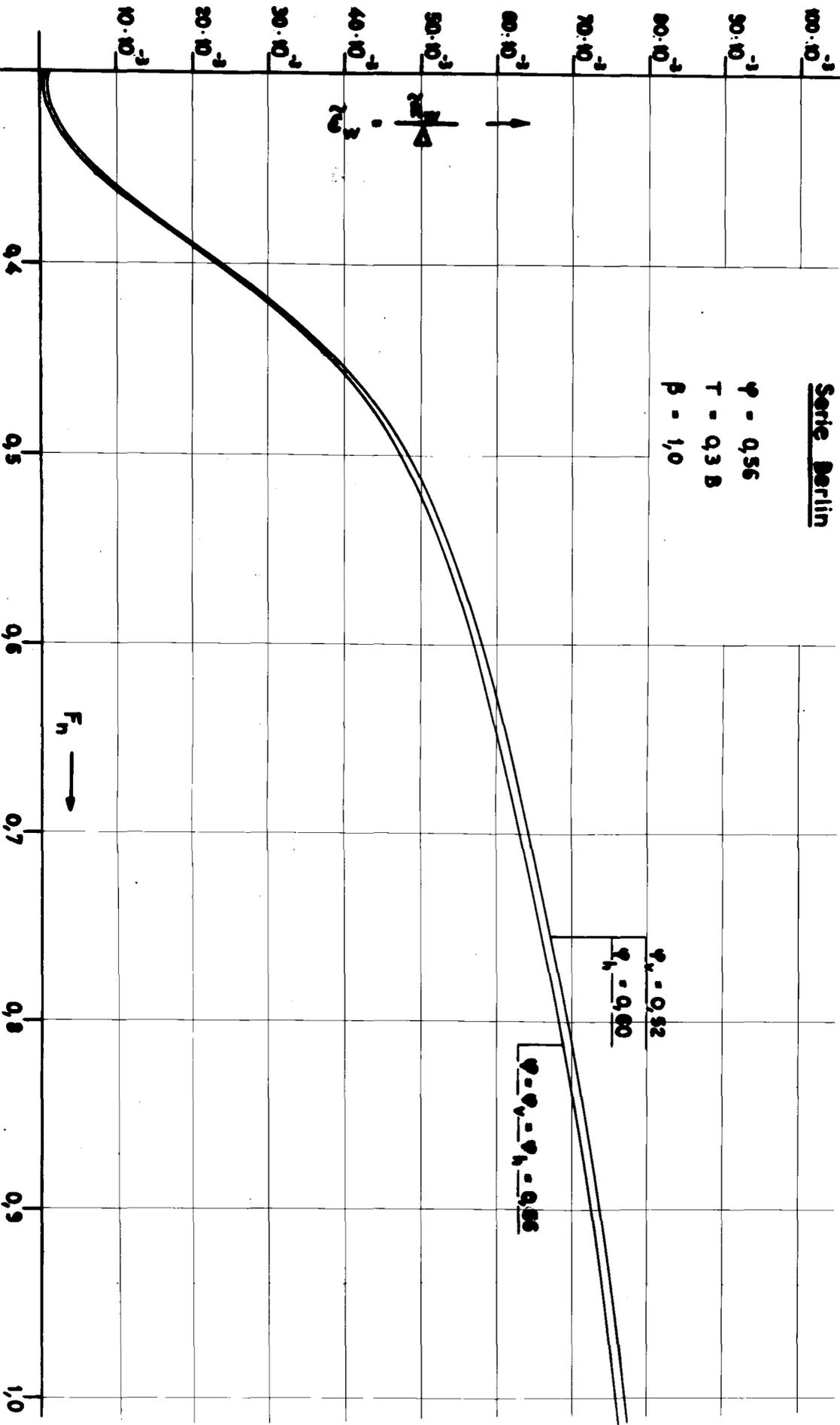
Serie Berlin

$\psi = 0,56$
 $T = 0,3 B$
 $\beta = 1,0$



Serie Berlin

$\varphi = 0,56$
 $T = 0,3 B$
 $\beta = 1,0$

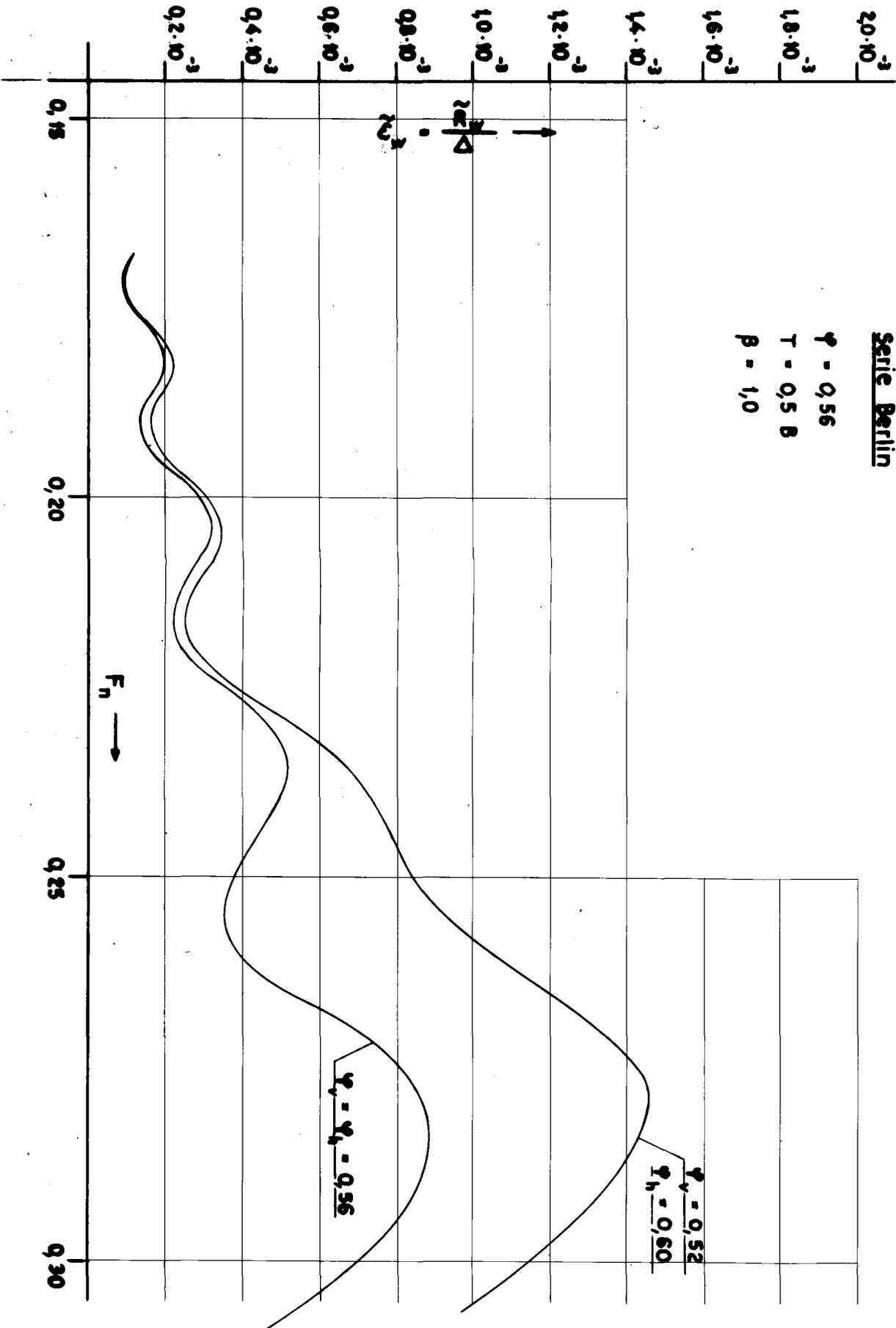


Serie Berlin

$\varphi = 0,56$

$T = 0,5 B$

$\beta = 1,0$

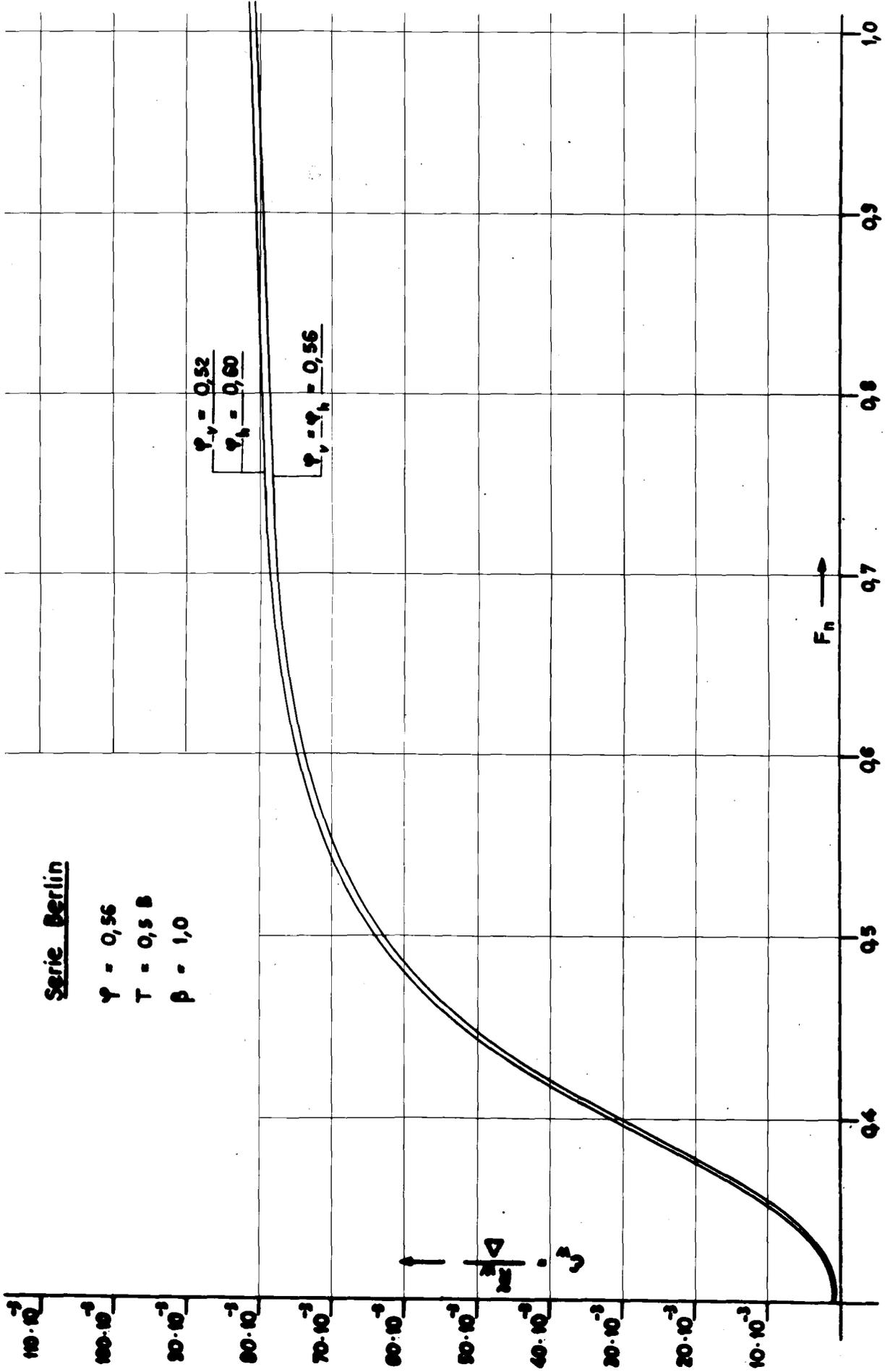


Serie Berlin

$\gamma = 0,56$

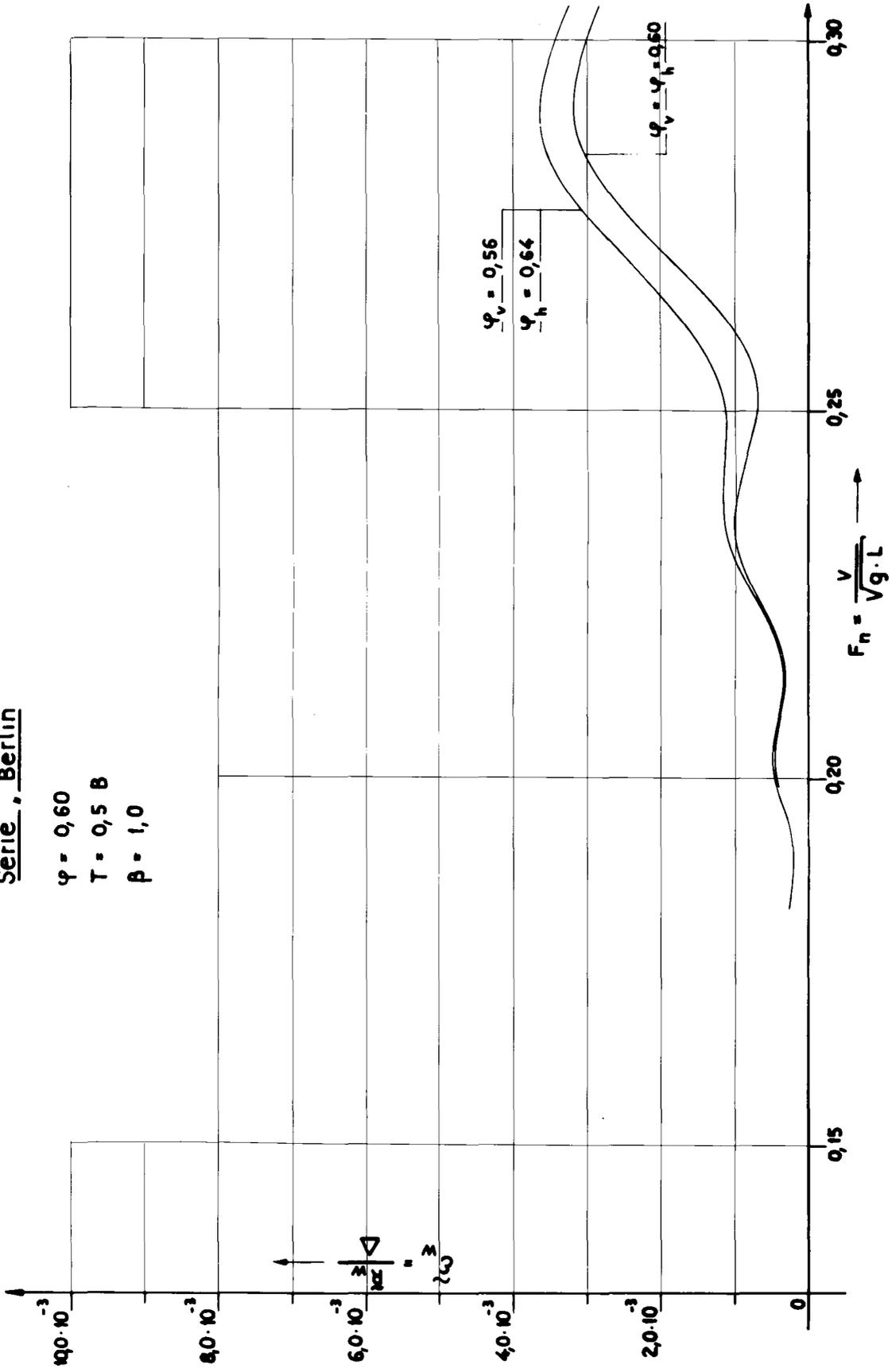
$T = 0,5 B$

$\beta = 1,0$



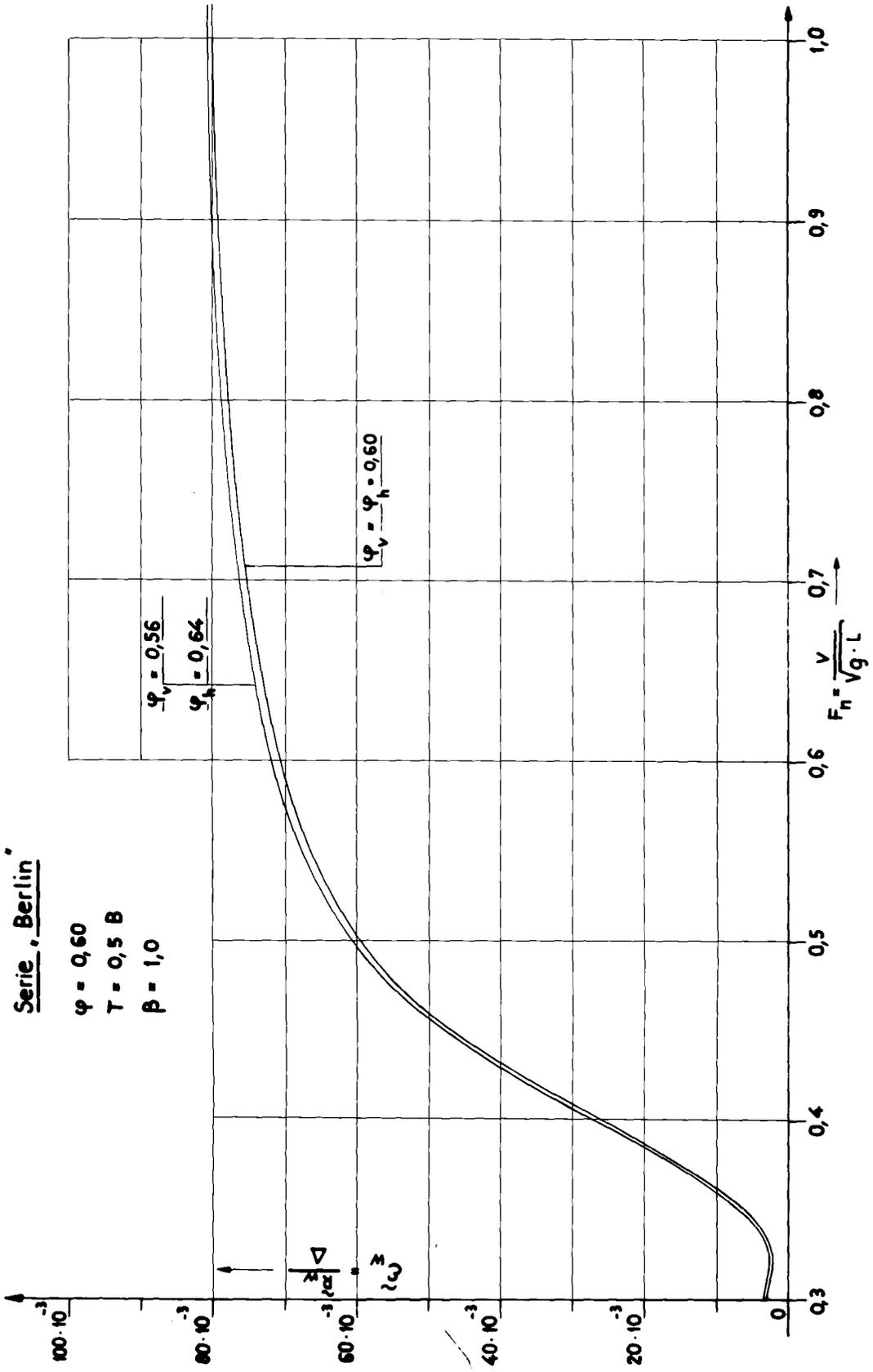
Serie „Berlin“

$\varphi = 0,60$
 $T = 0,5 \text{ B}$
 $\beta = 1,0$



Serie „Berlin“

$\varphi = 0,60$
 $T = 0,5 \text{ B}$
 $\beta = 1,0$



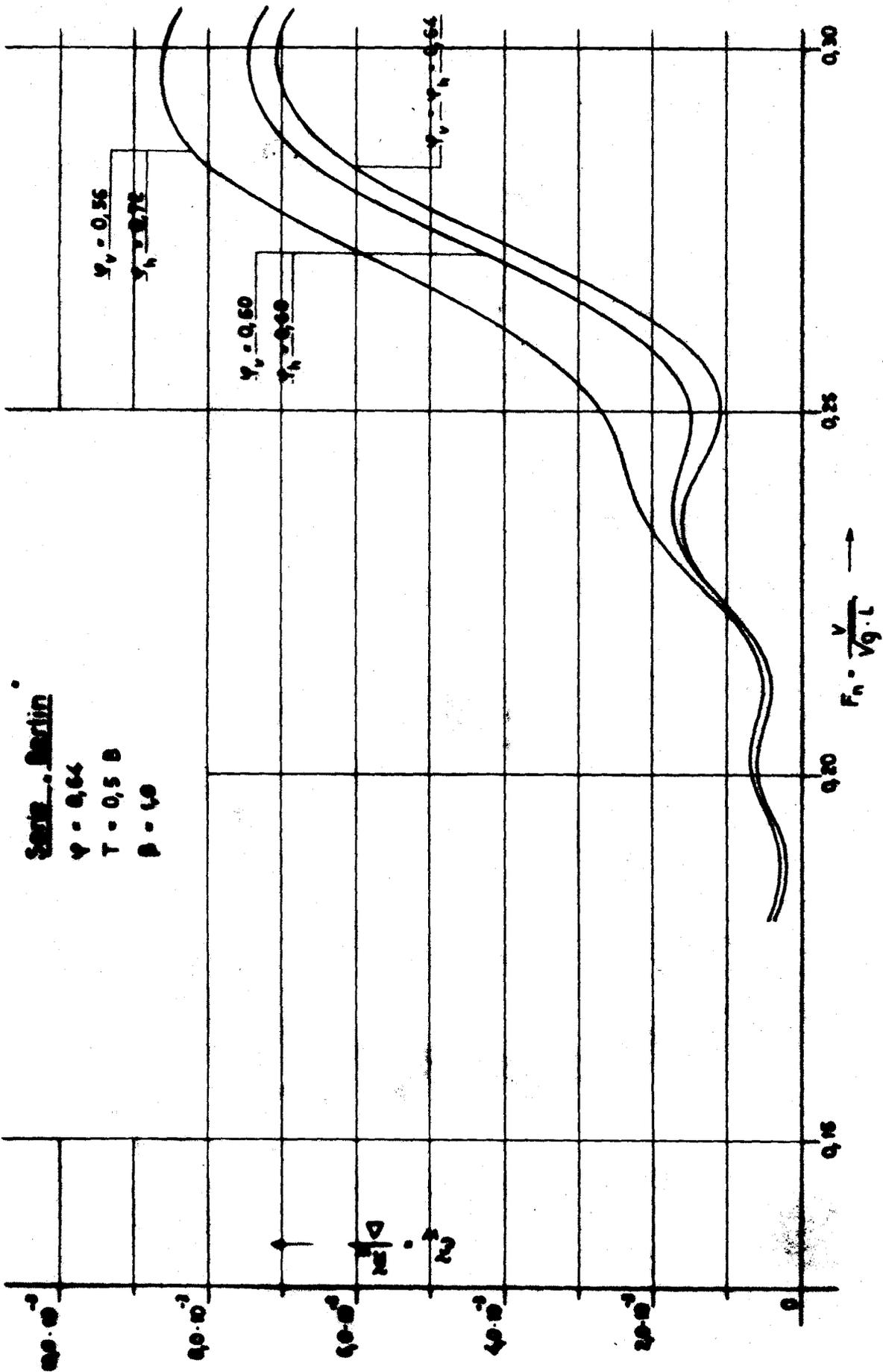


Abb. 11

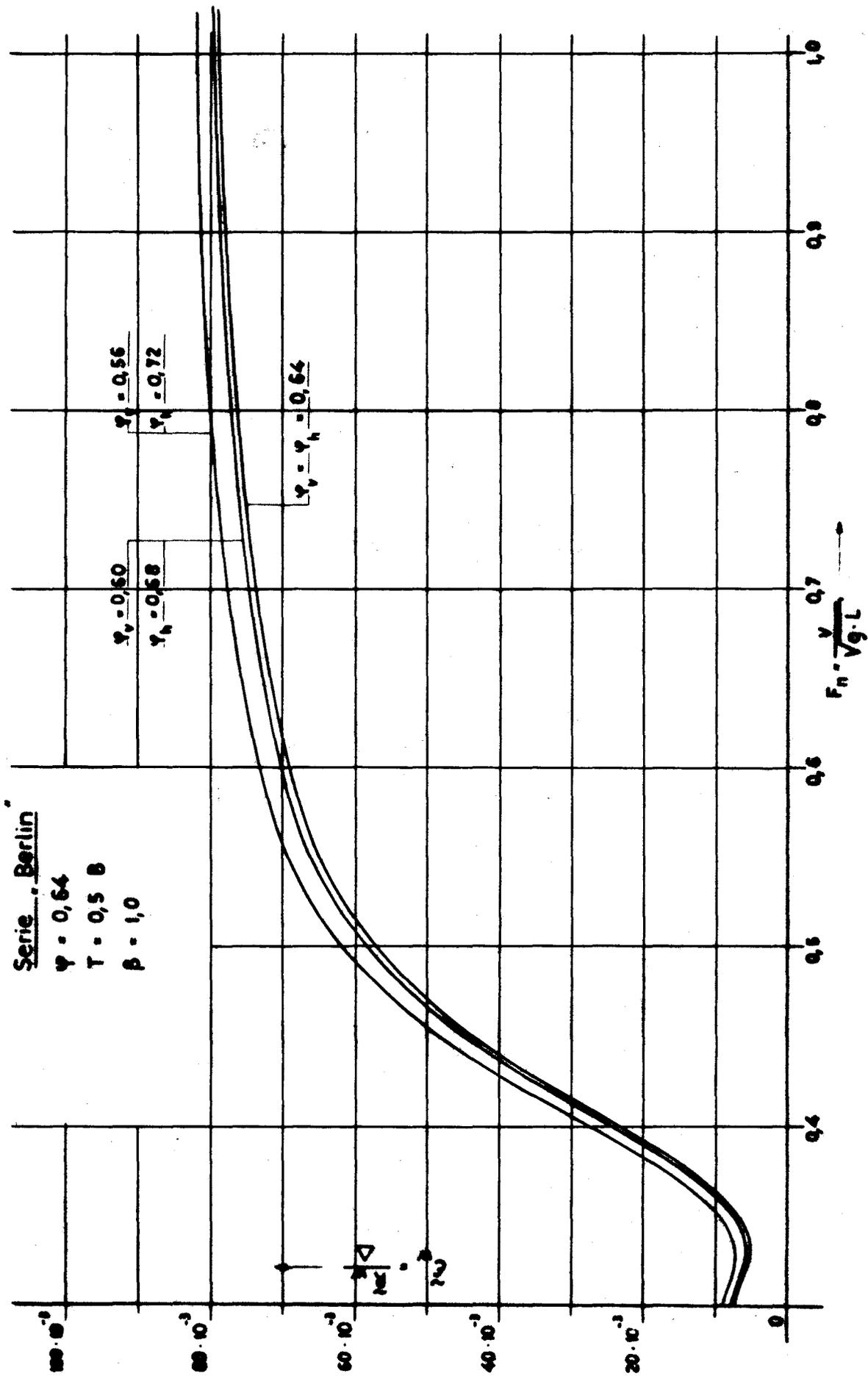
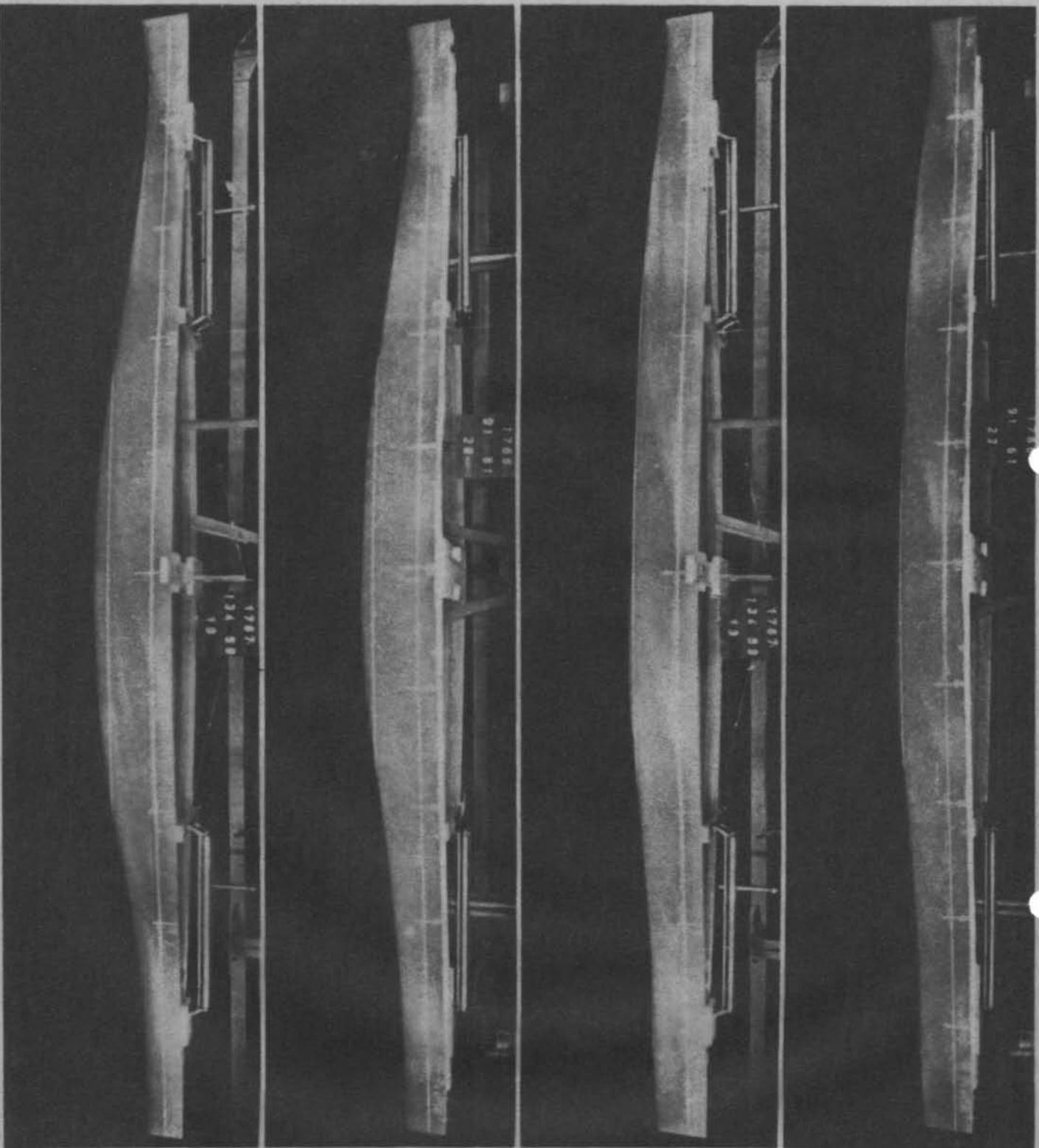


Abb. 12



< 2,3,4,4,0,56:1 >

F_{η} 025

< 2,4,6,6,0,56:1 >

< 2,3,4,4,0,56:1 >

F_{η} 034

< 2,4,6,6,0,56:1 >

$T=05B$

Abb. 13. Vergleich der Wellenbildung an den Modellen Nr. 1767 < 2, 4, 6 : 0,56 : 1 > und Nr. 1766 < 2, 3, 4 : 0,56 : 1 > bei zwei Froudeschen Zahlen



$Re = 0,25$



$Re = 0,30$

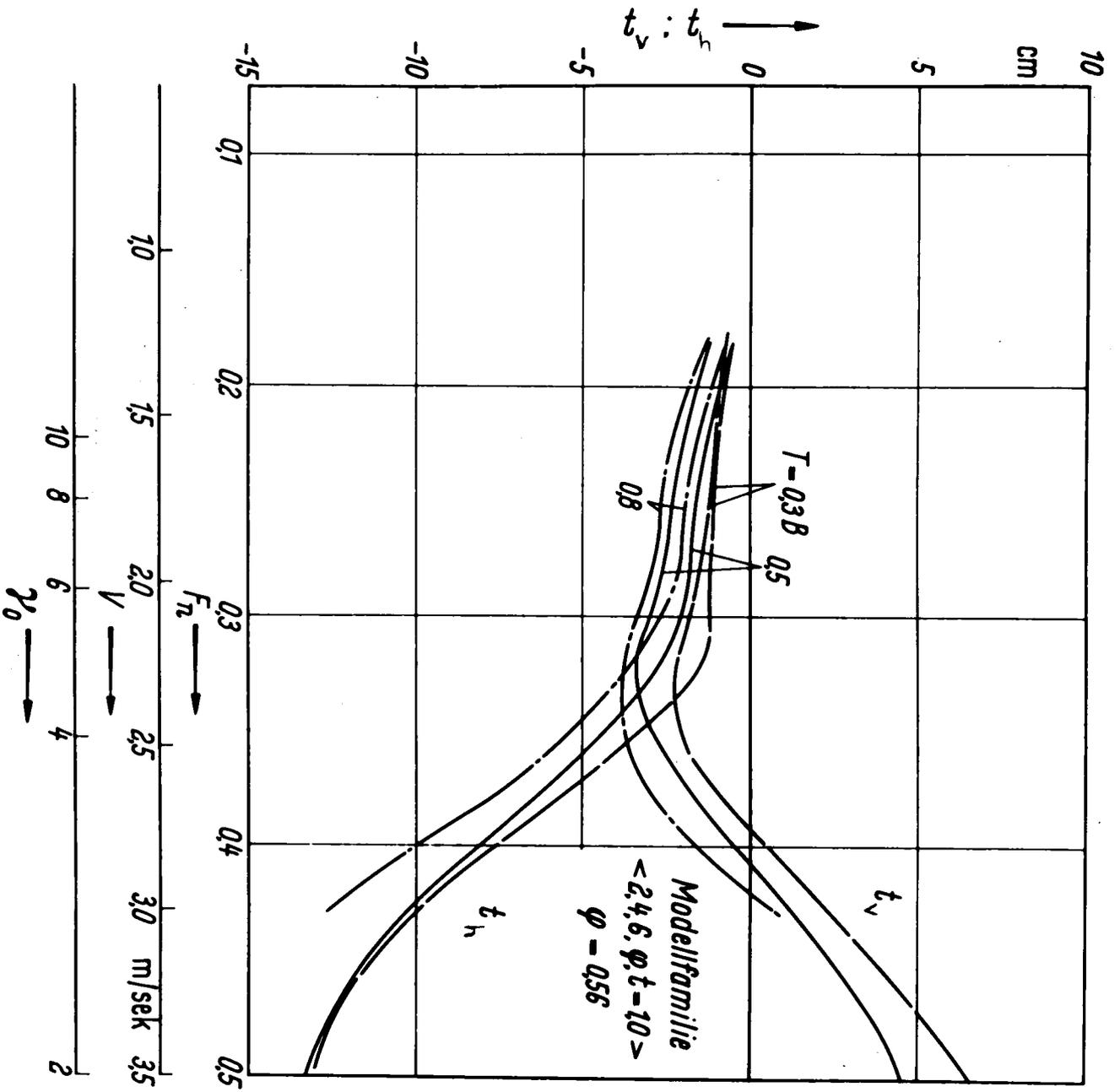


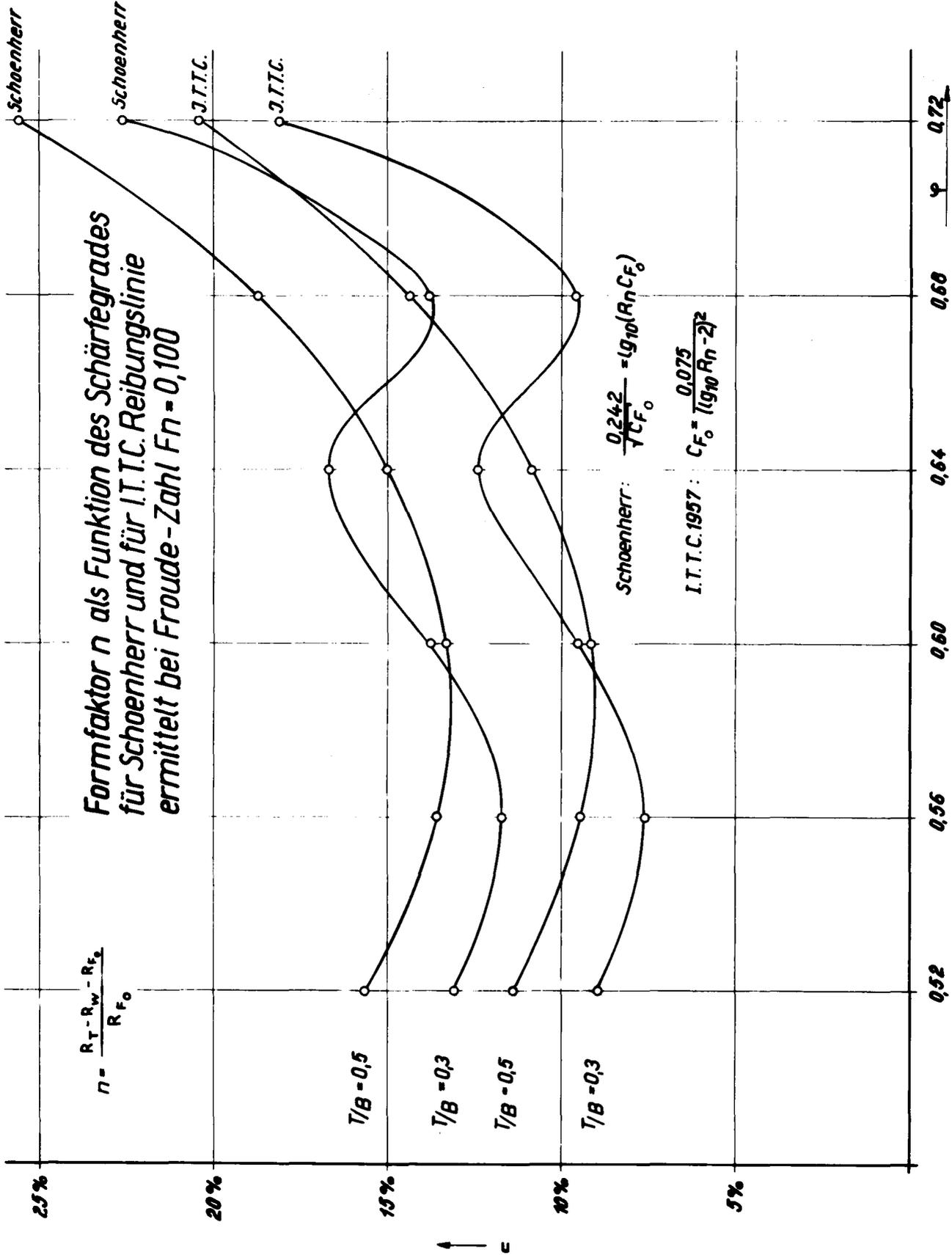
$Re = 0,40$

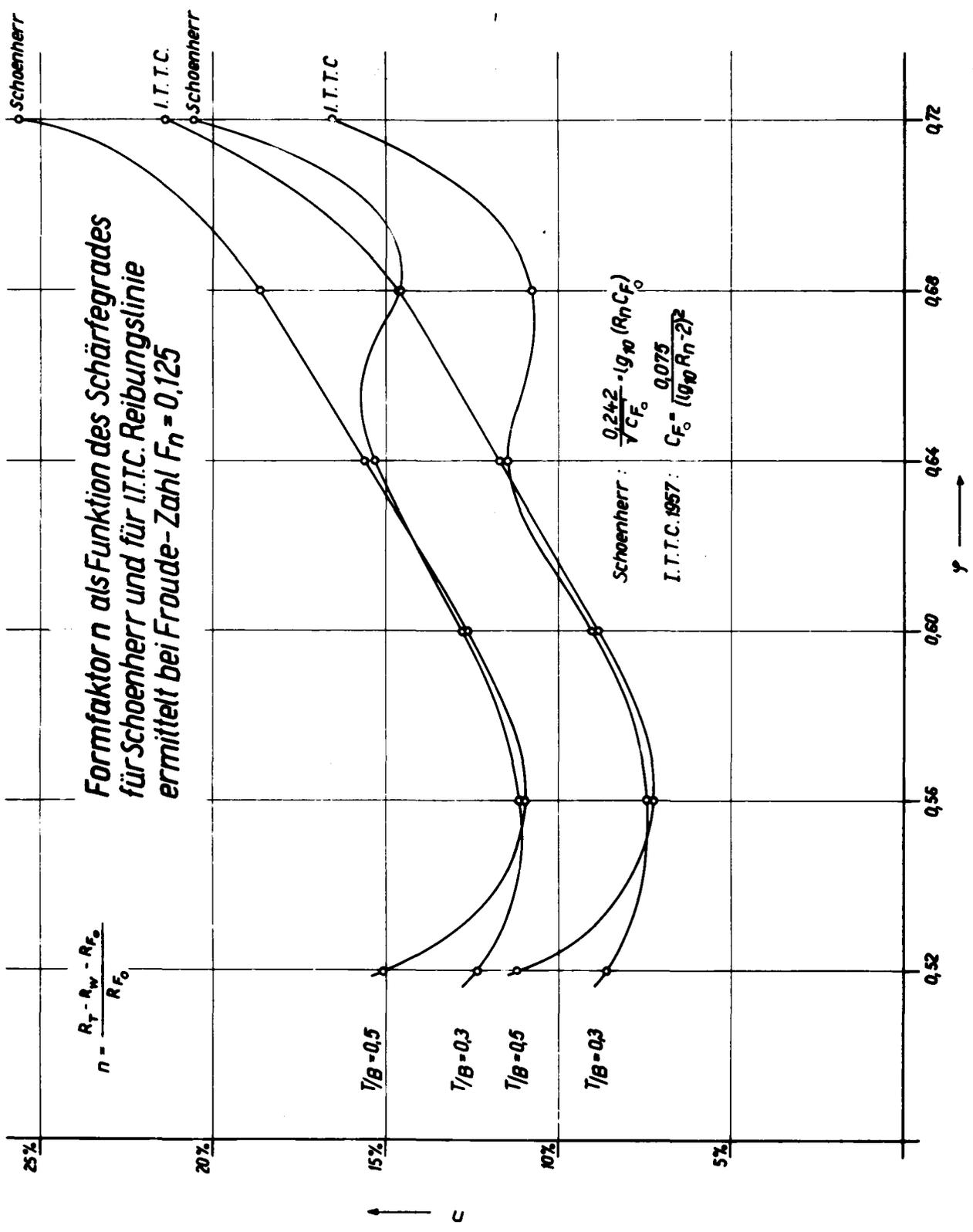


$Re = 0,50$
 $T = 0,5B$

Abb. 14 Wellenbildung am Modell $\varphi = 0,68$ bei $T = 0,5 B$







Serie „Berlin“

$$\varphi = \varphi_0 = \varphi_1 = 0,56$$

$$F_{\text{max}} = \frac{2000 \cdot 10}{V_0^2}$$

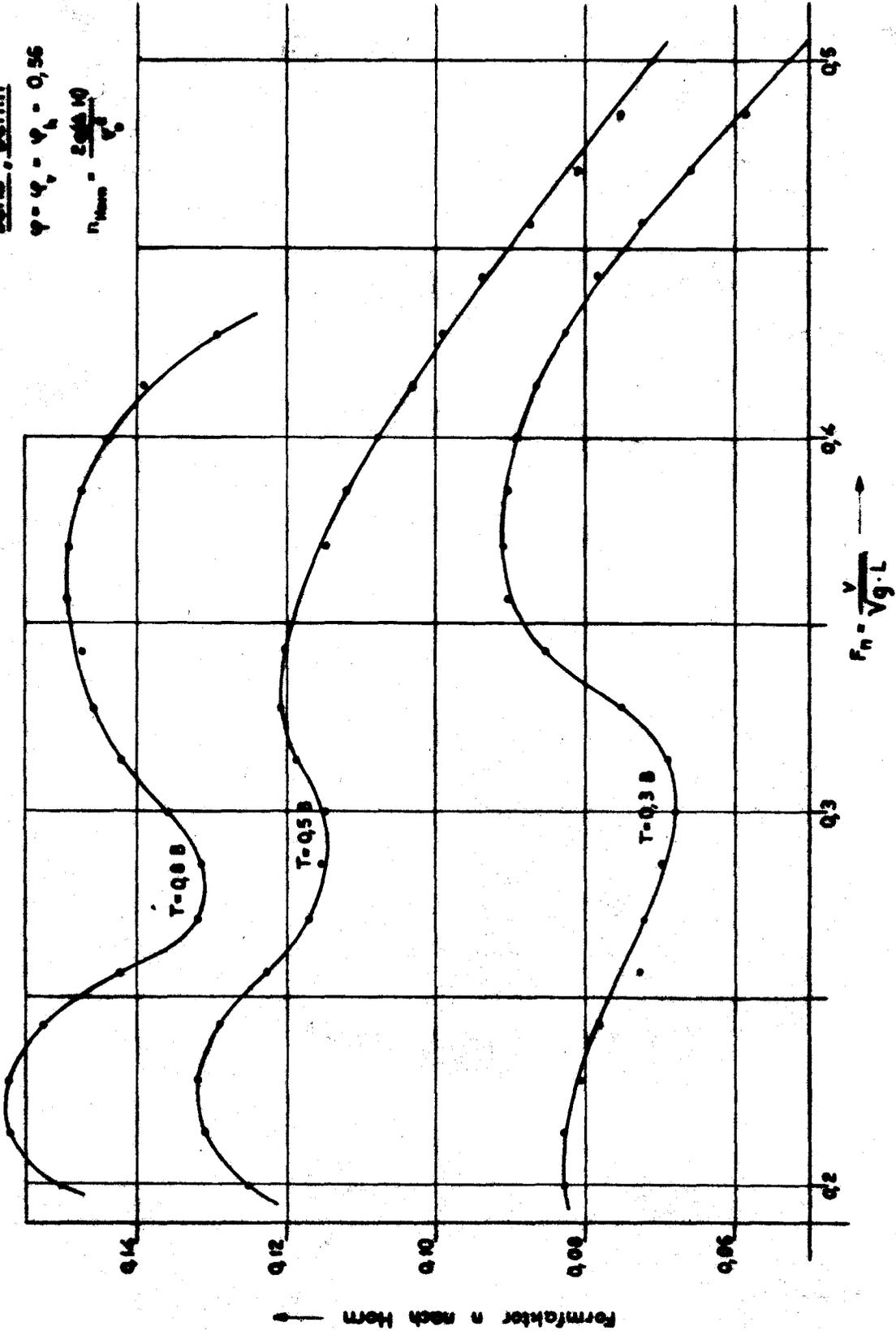
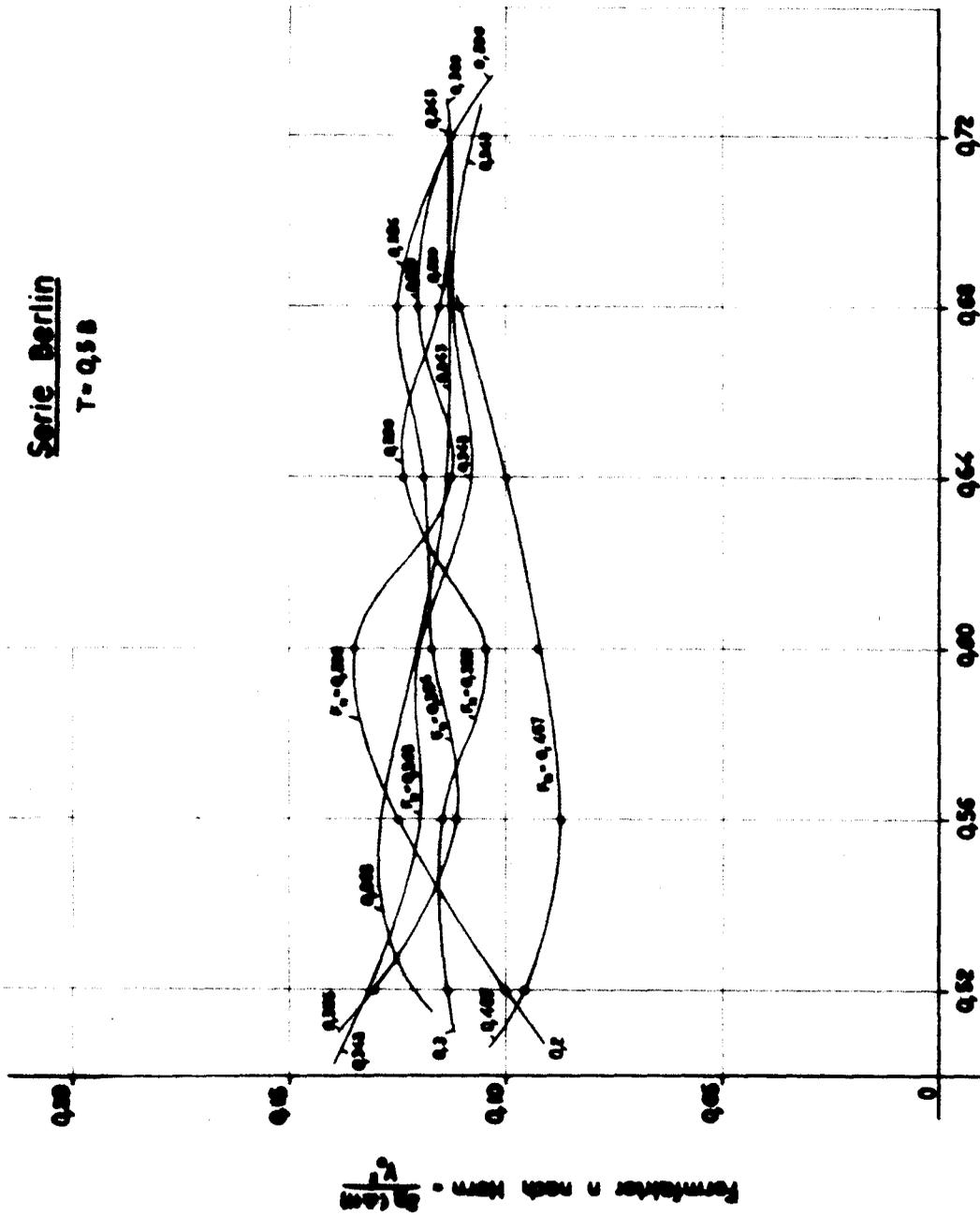


Abb. 18

Serie Berlin

T = 0,58



$\psi = \psi_1 = \psi_2$ →

Abb. 19

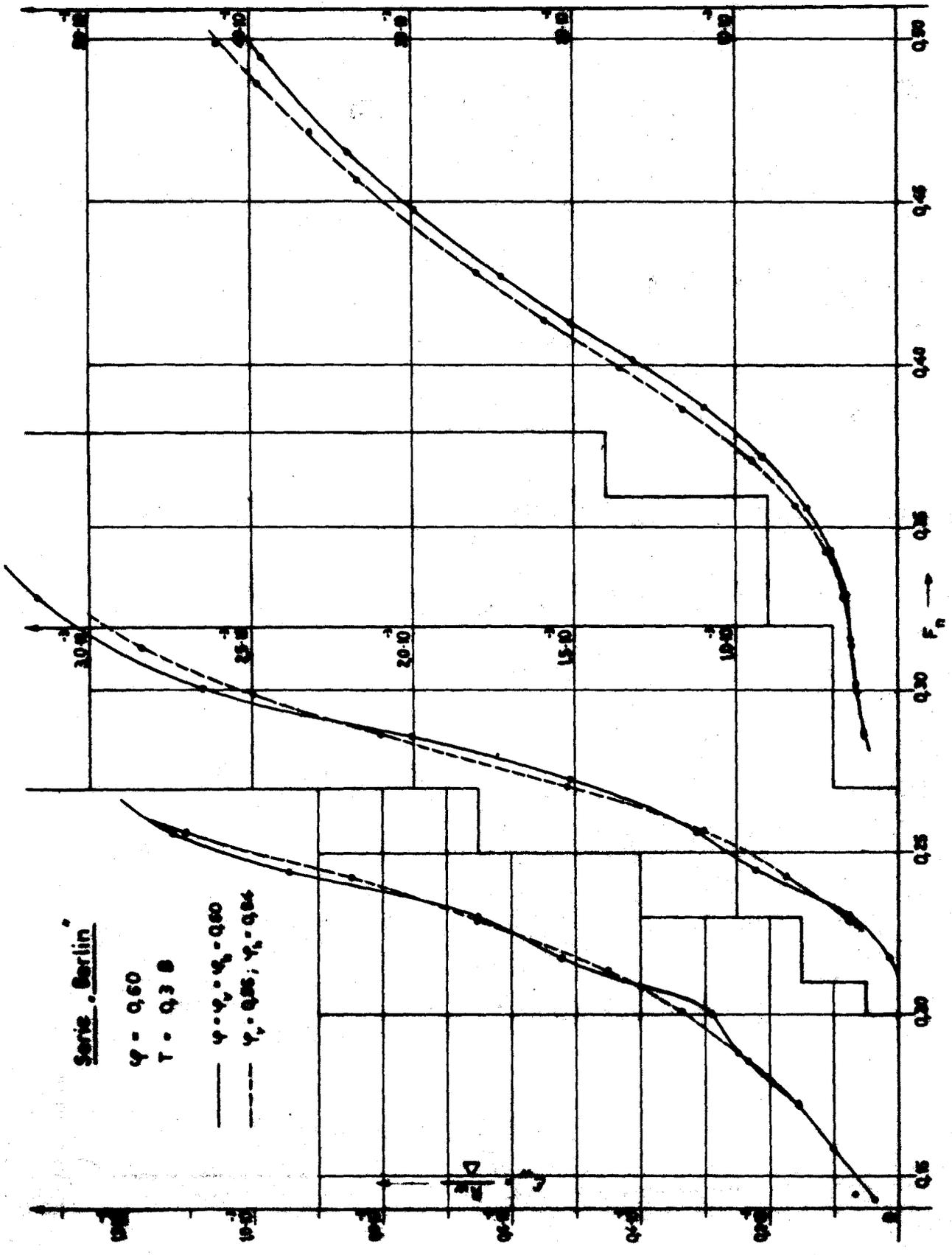
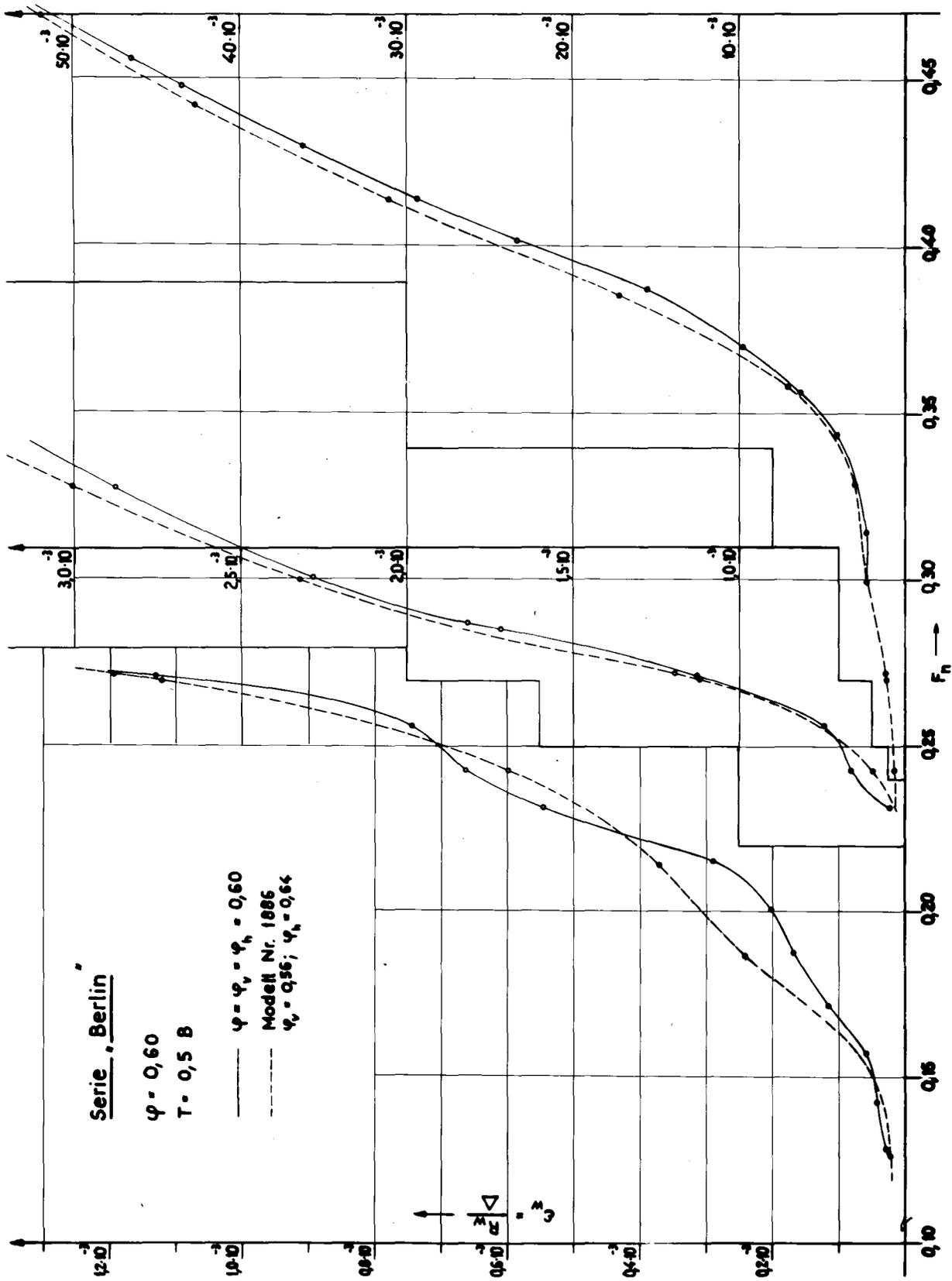


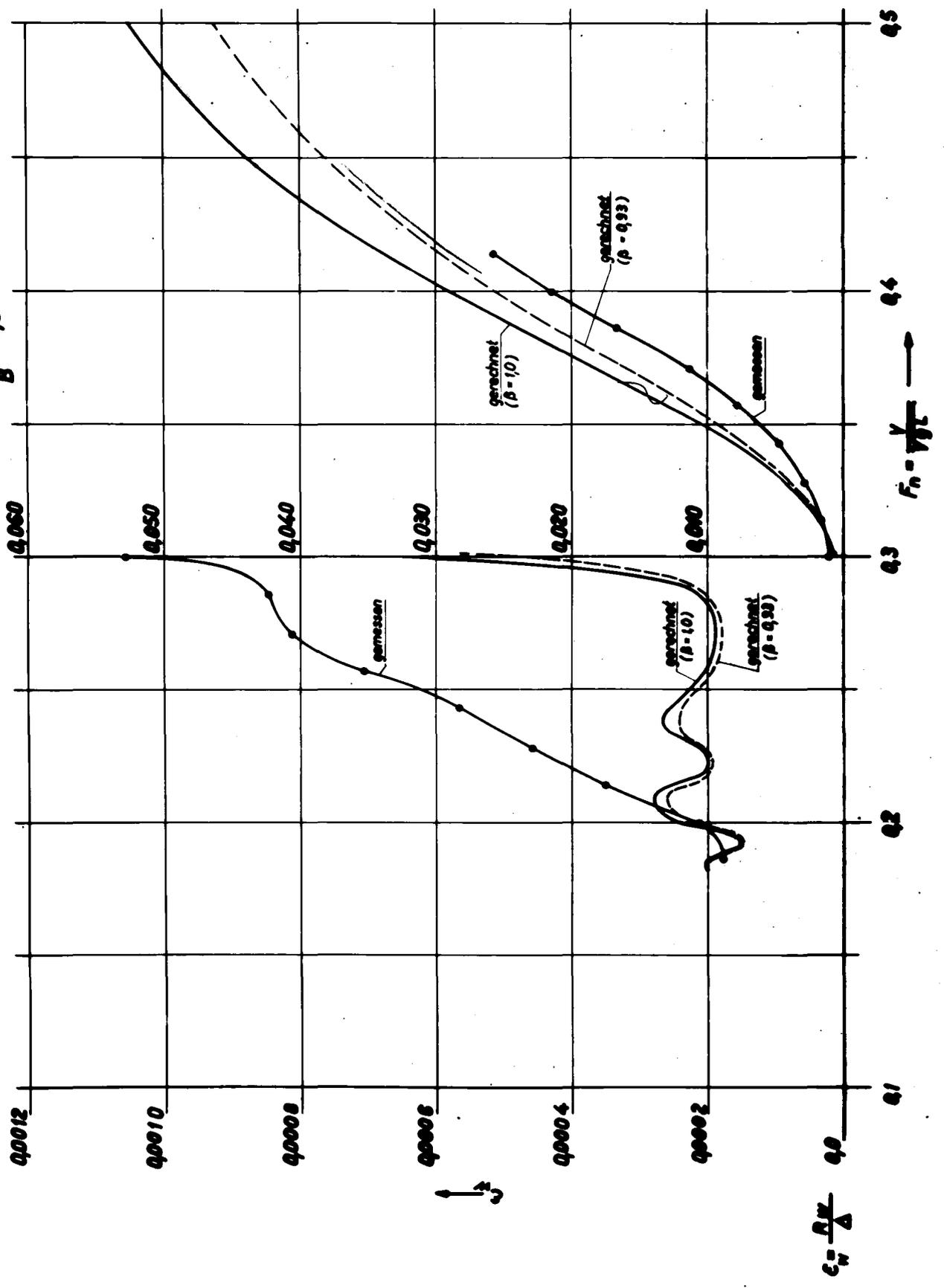
Abb. 20



$$\gamma = 0.52$$

$$K = \frac{2T}{L} = 0.075$$

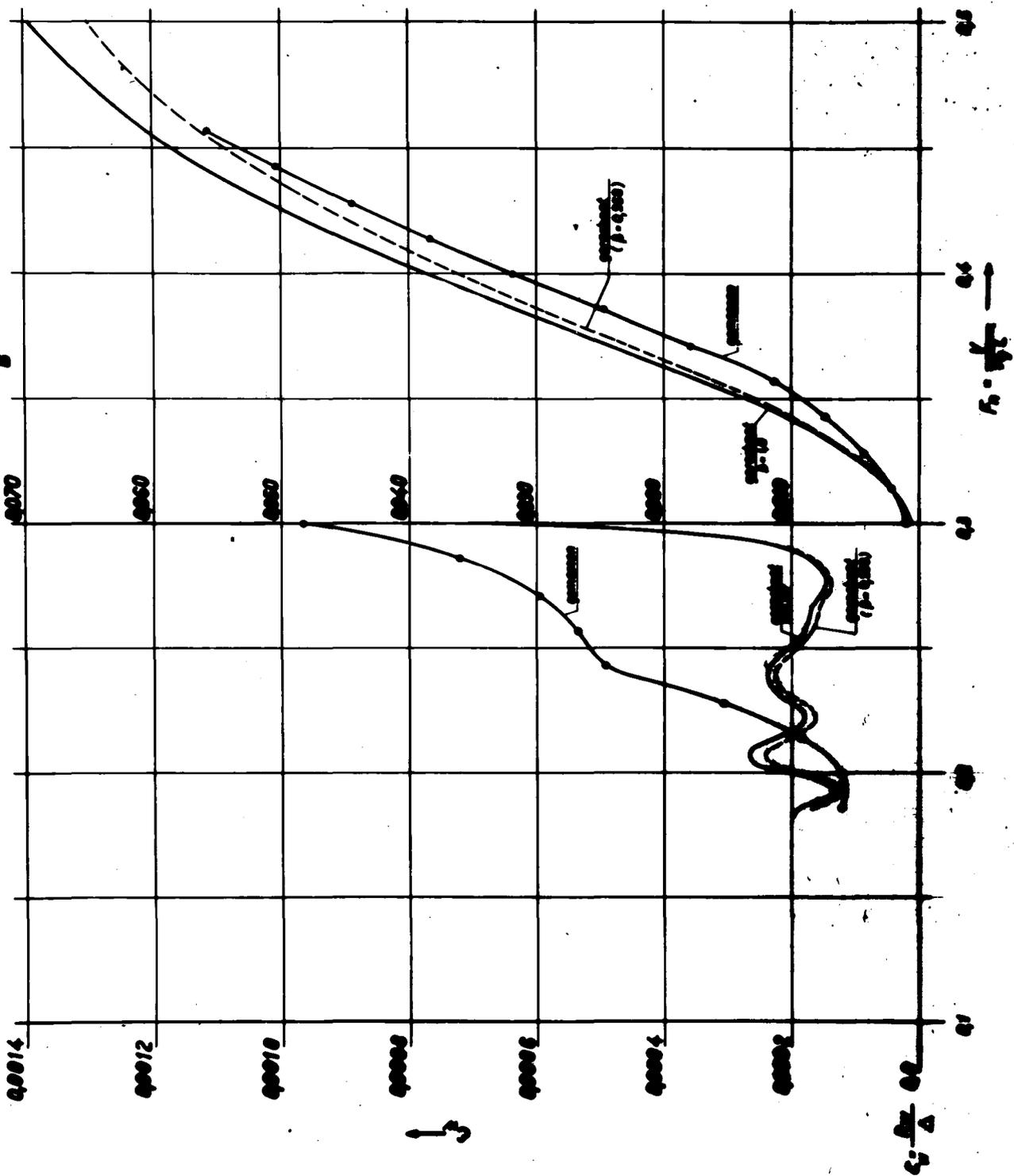
$$\frac{T}{B} = 0.3$$

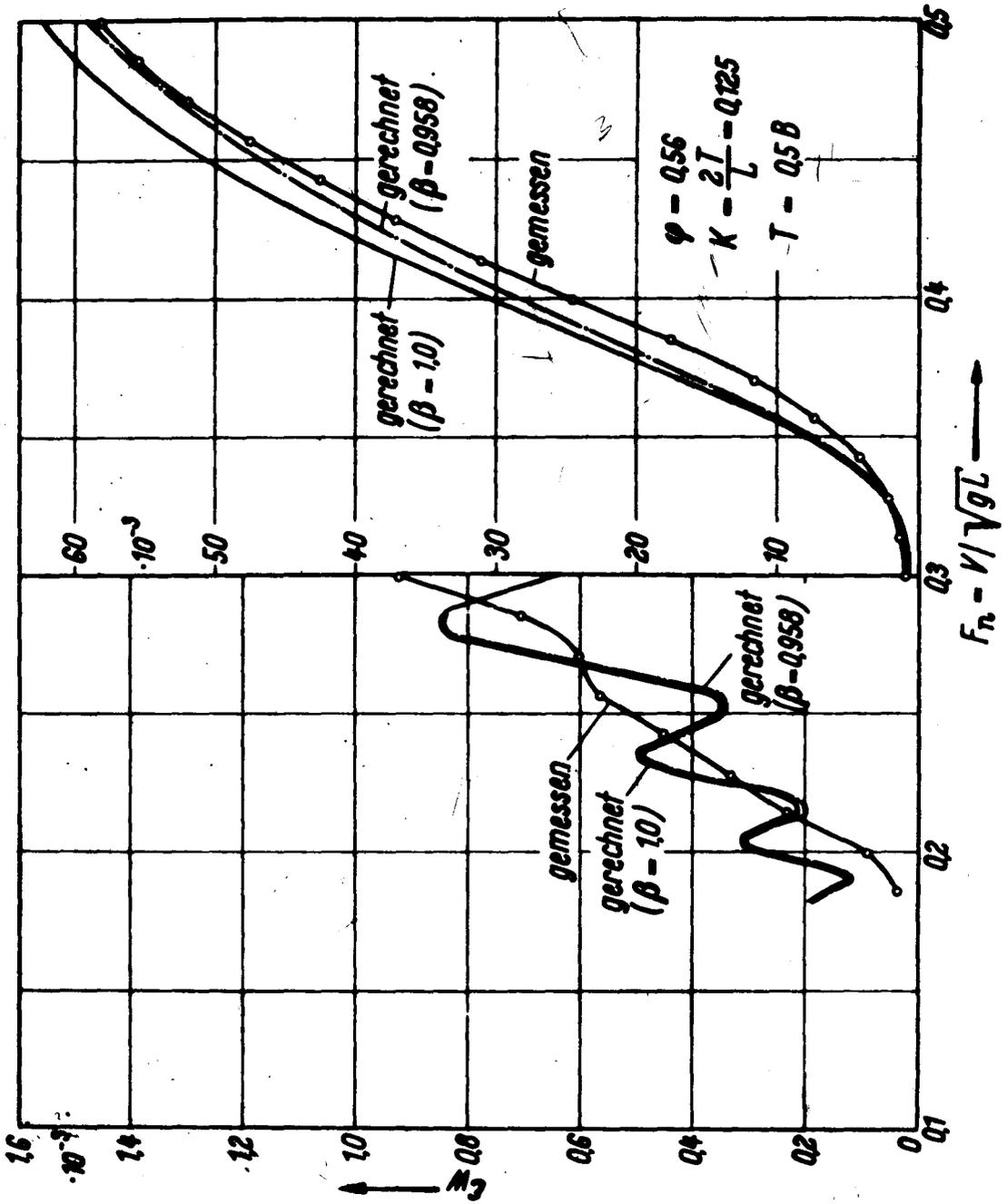


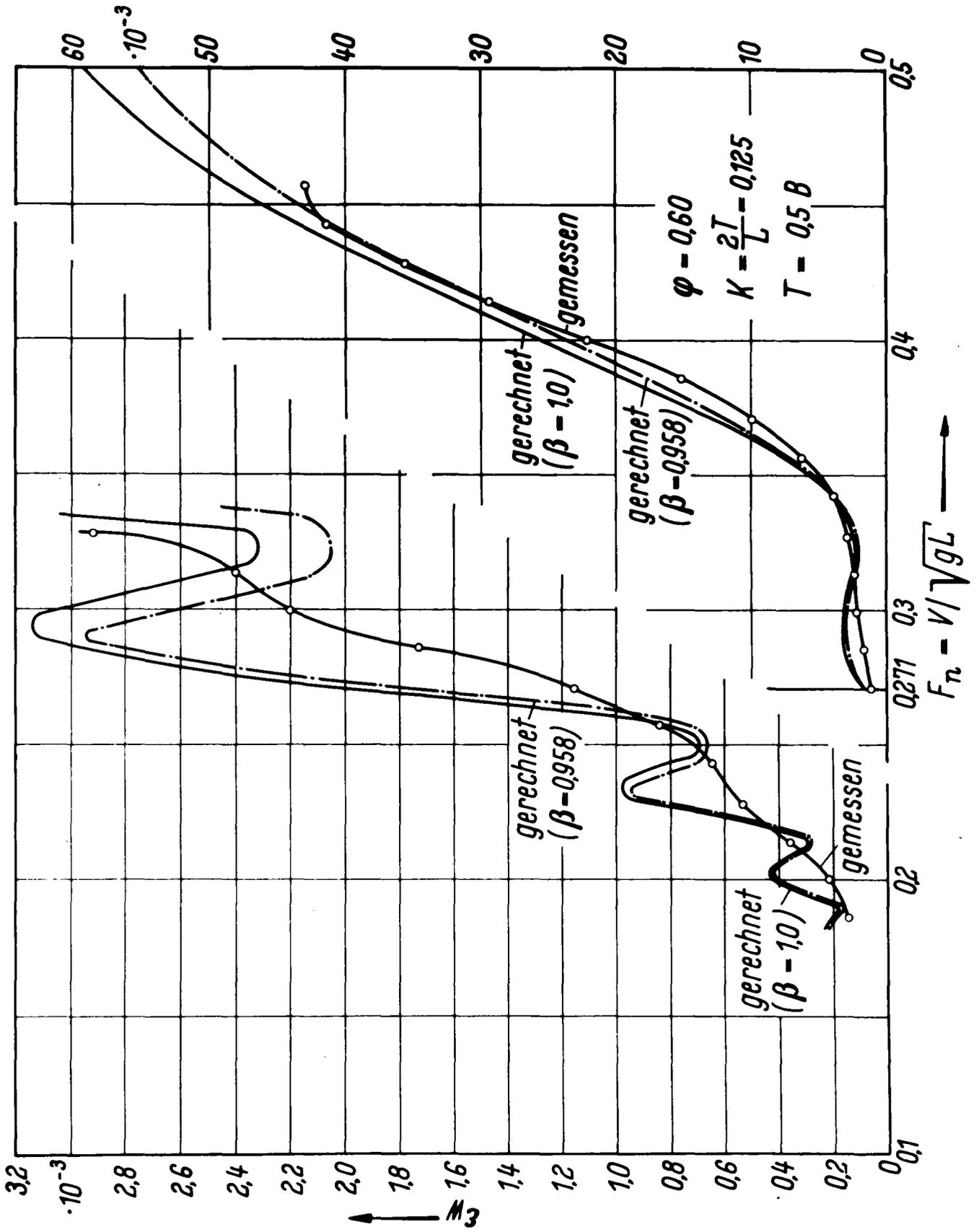
$$\nu = 0.52$$

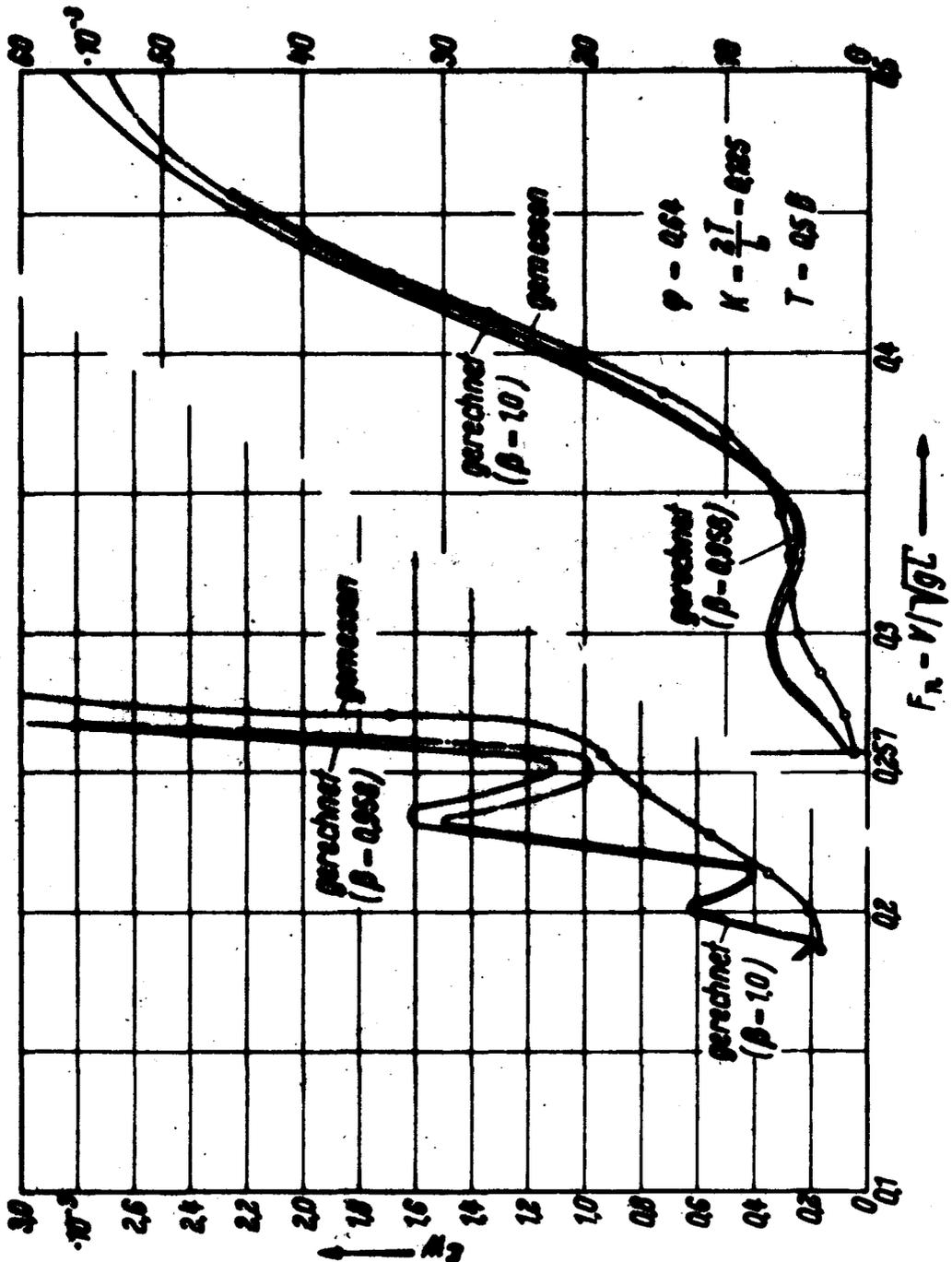
$$K = \frac{2I}{L} = 0.125$$

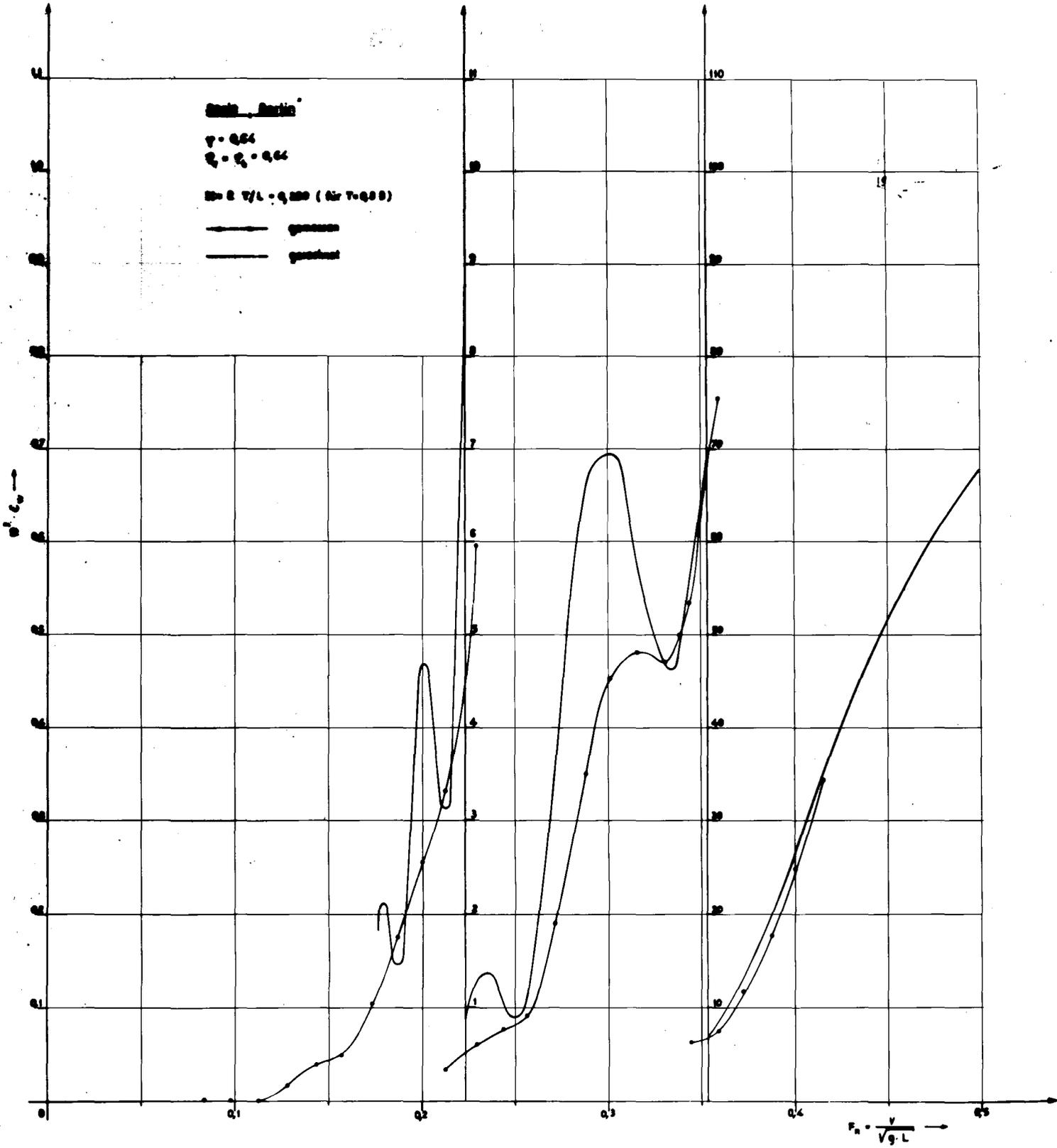
$$\frac{I}{B} = 0.5$$

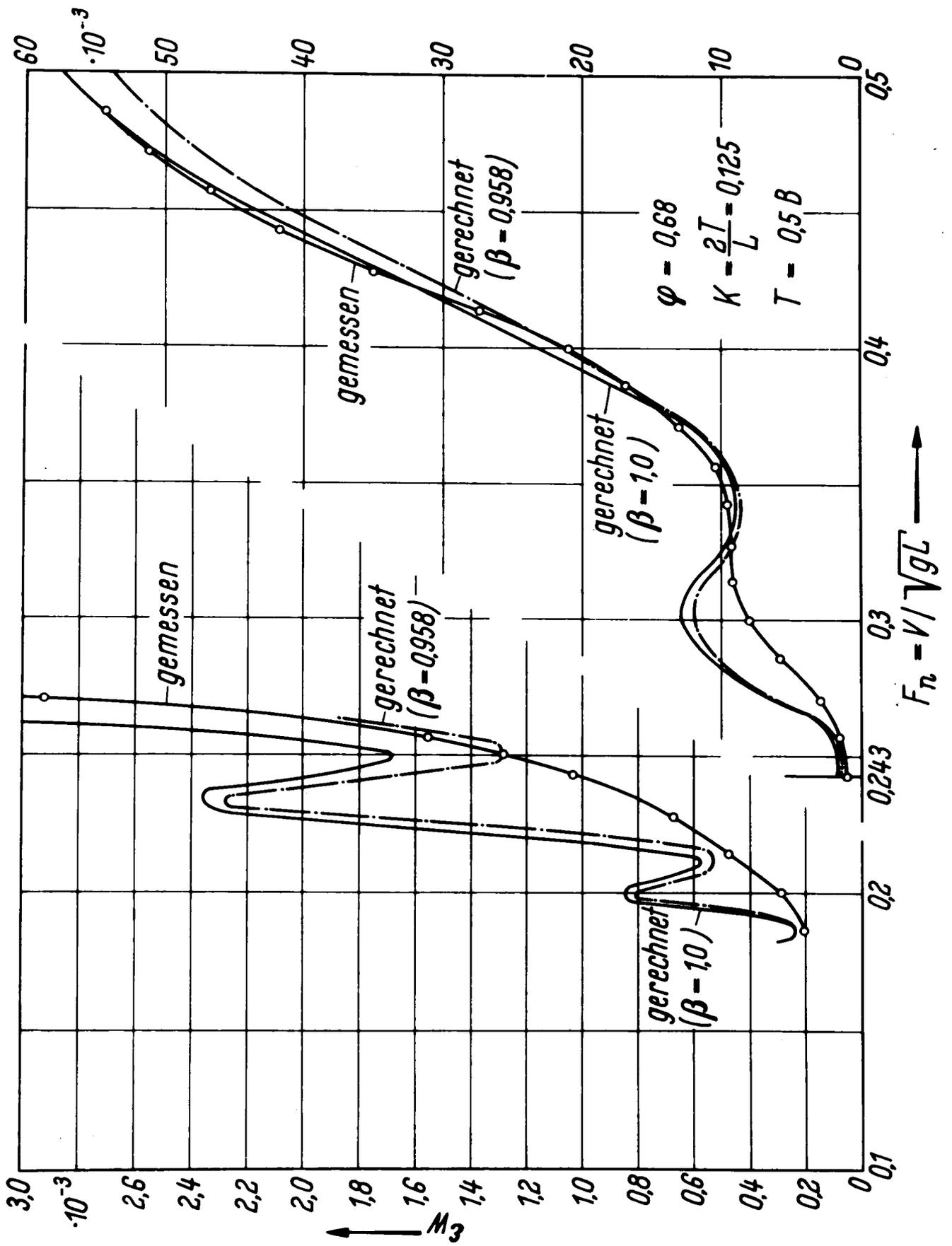








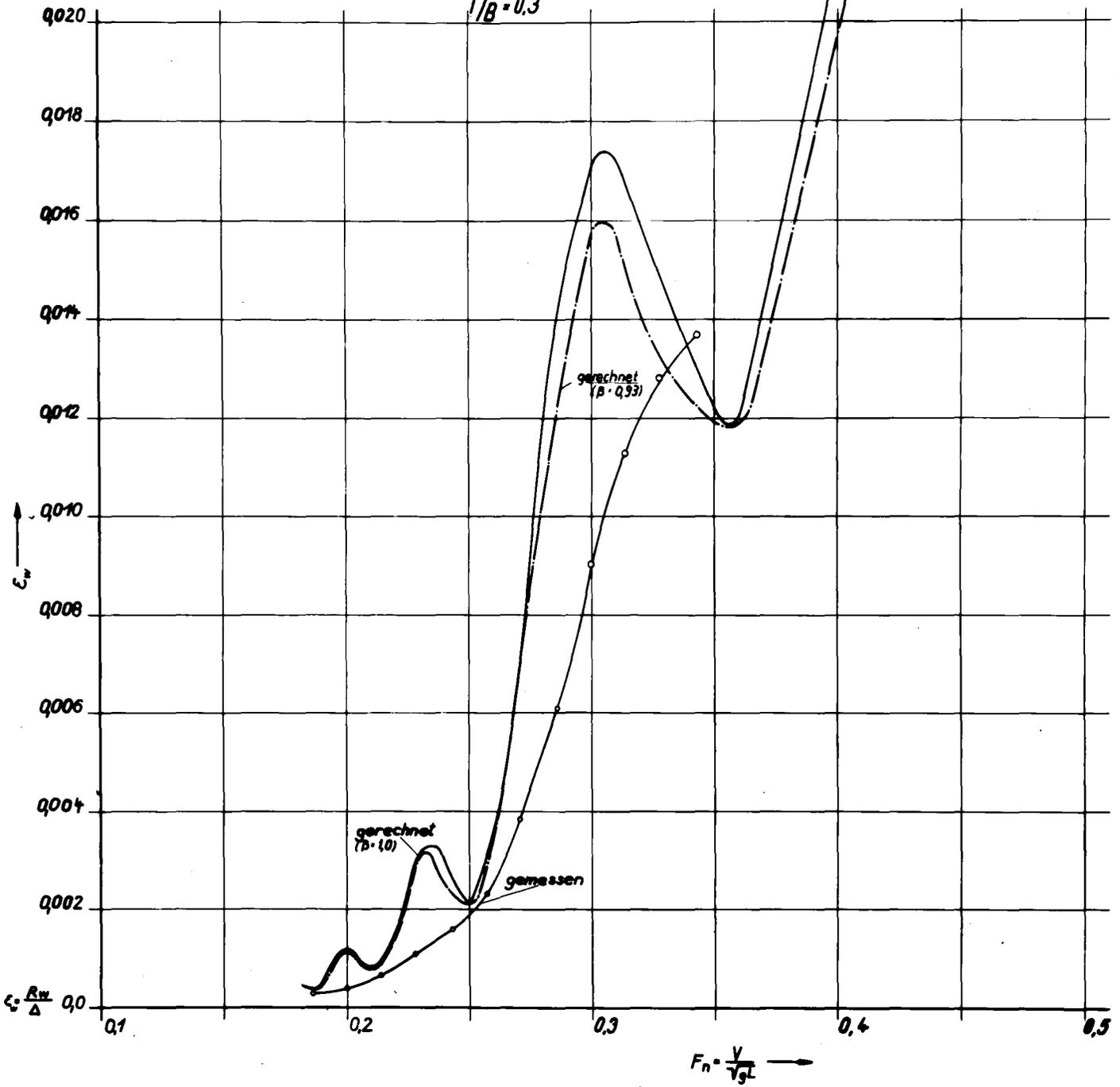


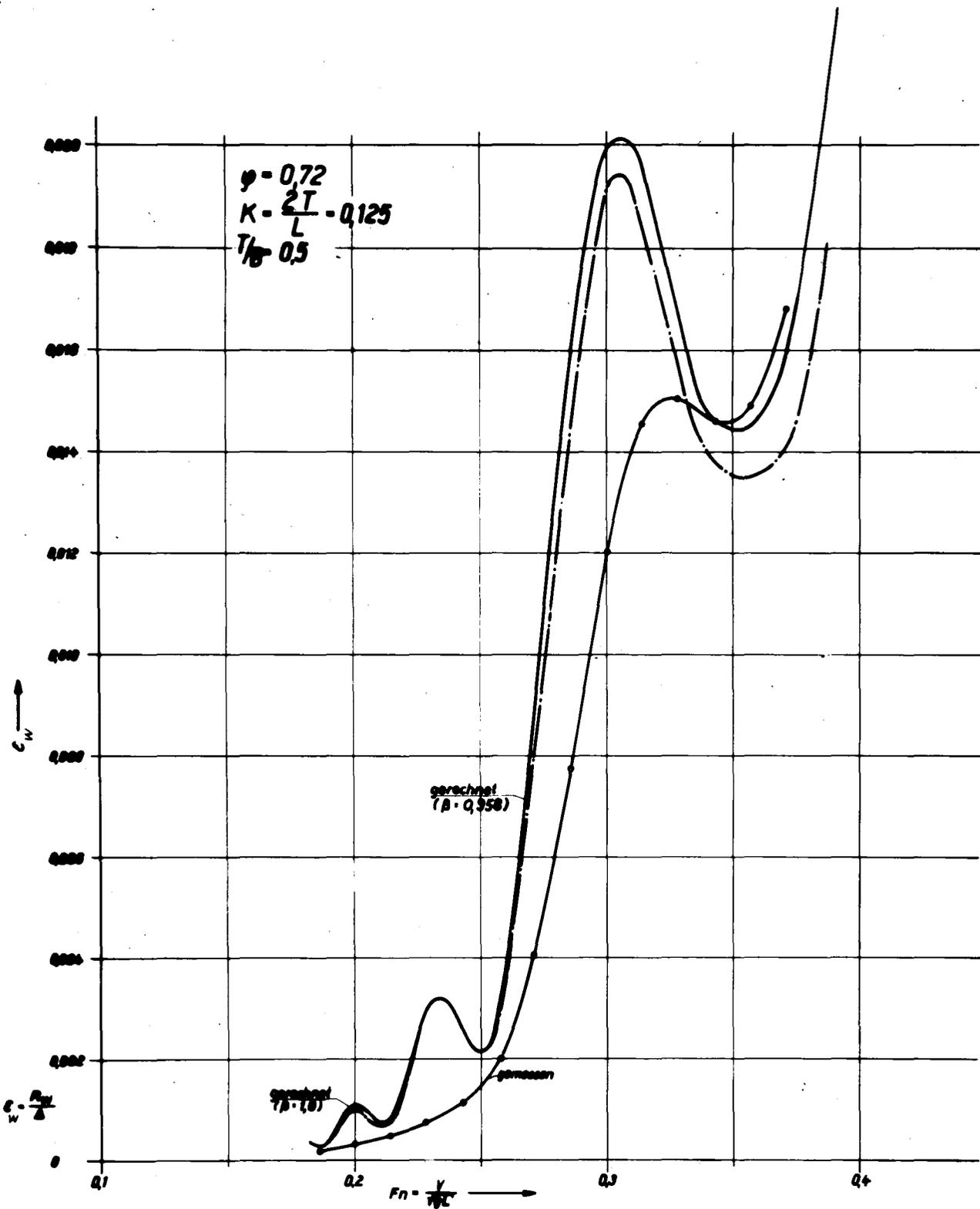


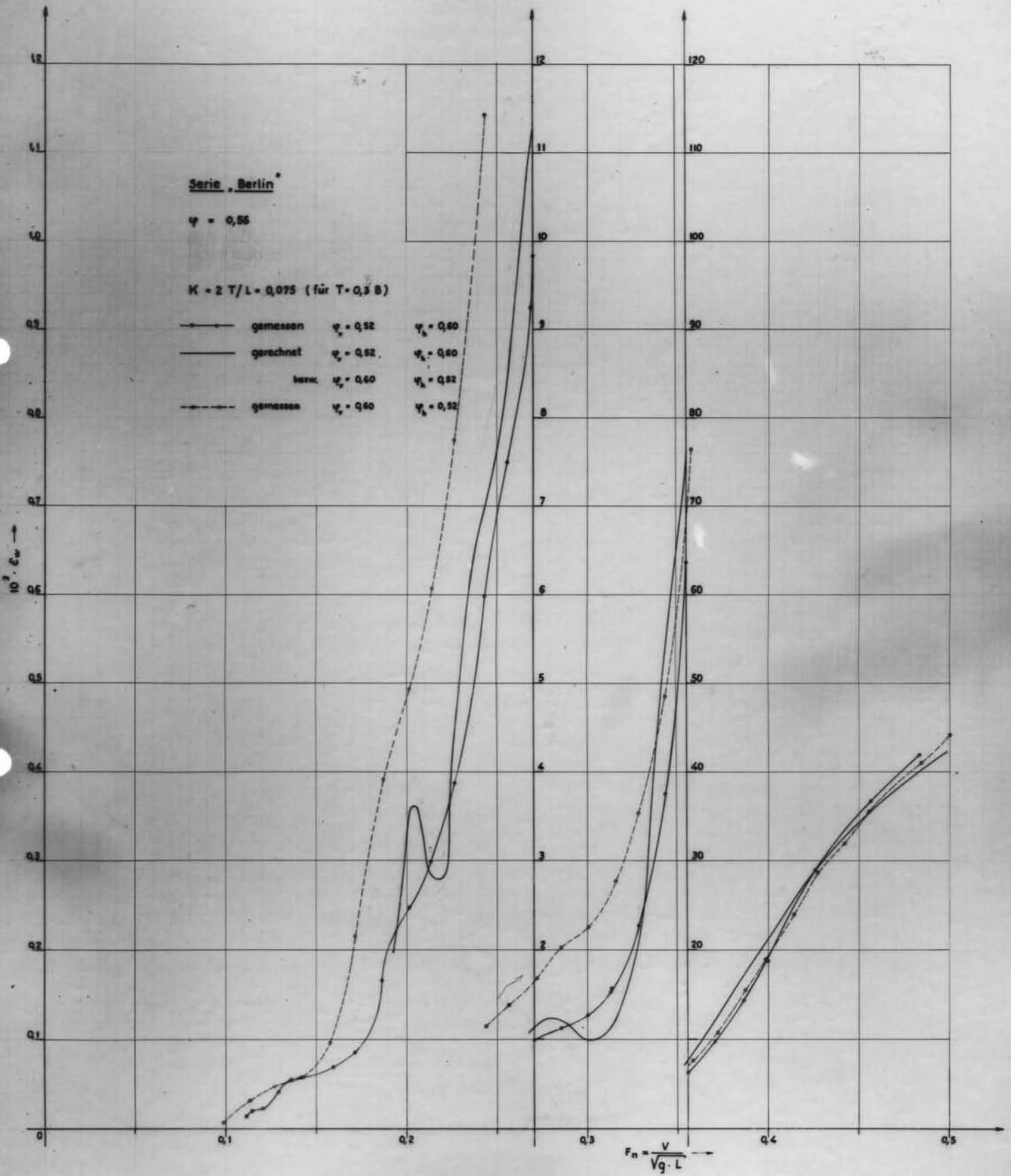
$$\eta = 0.72$$

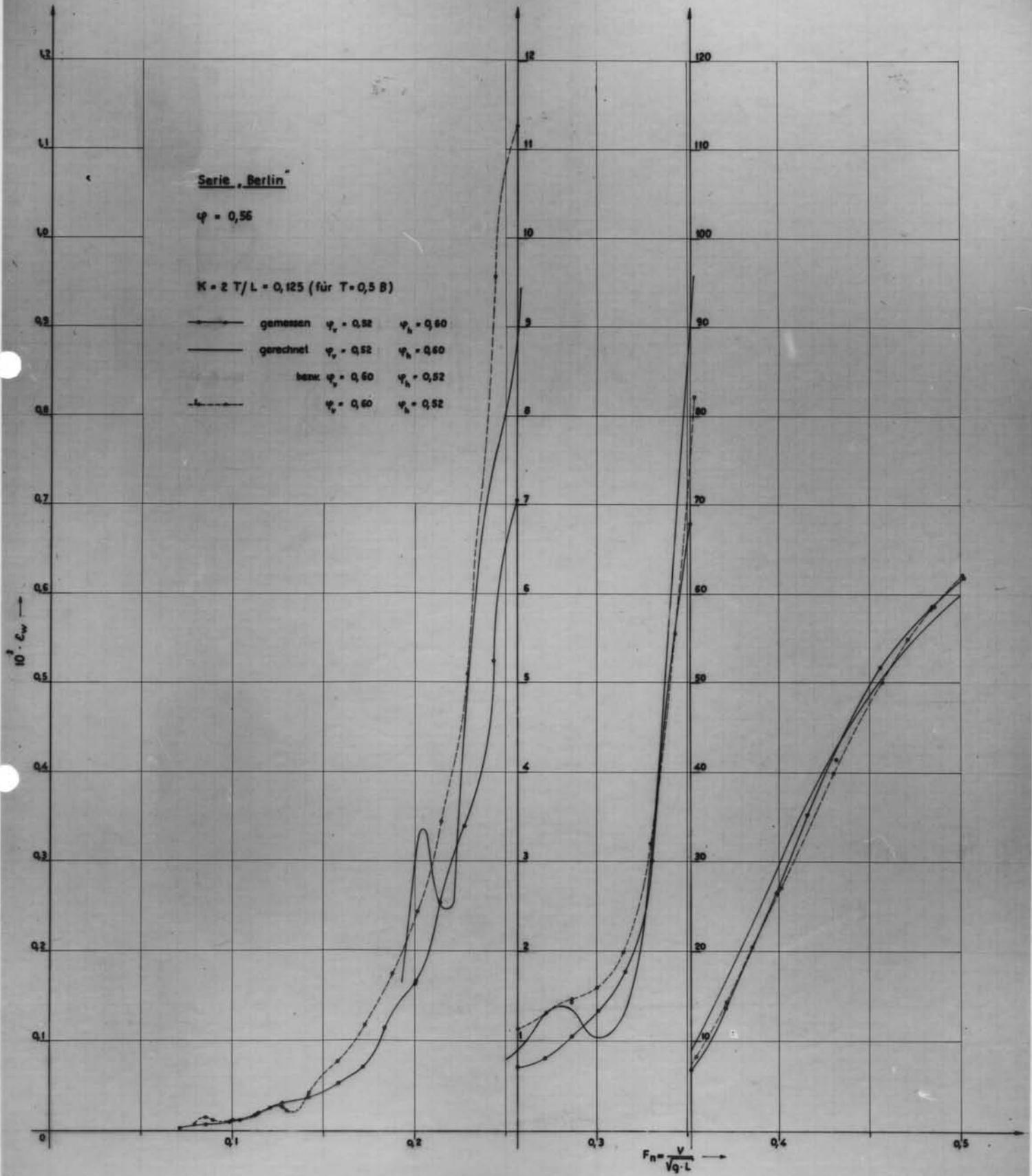
$$K = \frac{2T}{L} = 0.075$$

$$T/B = 0.3$$









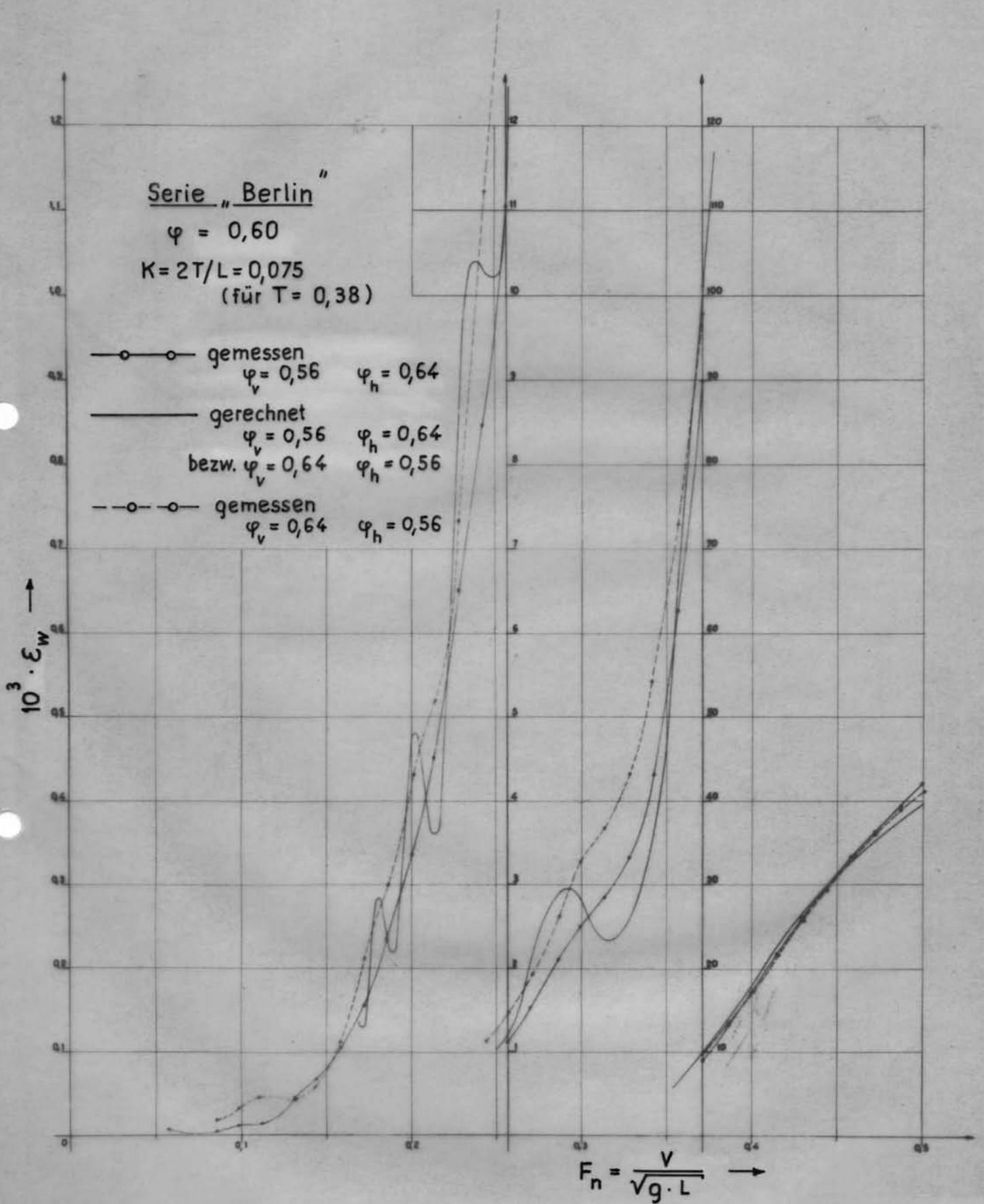


Abb. 33

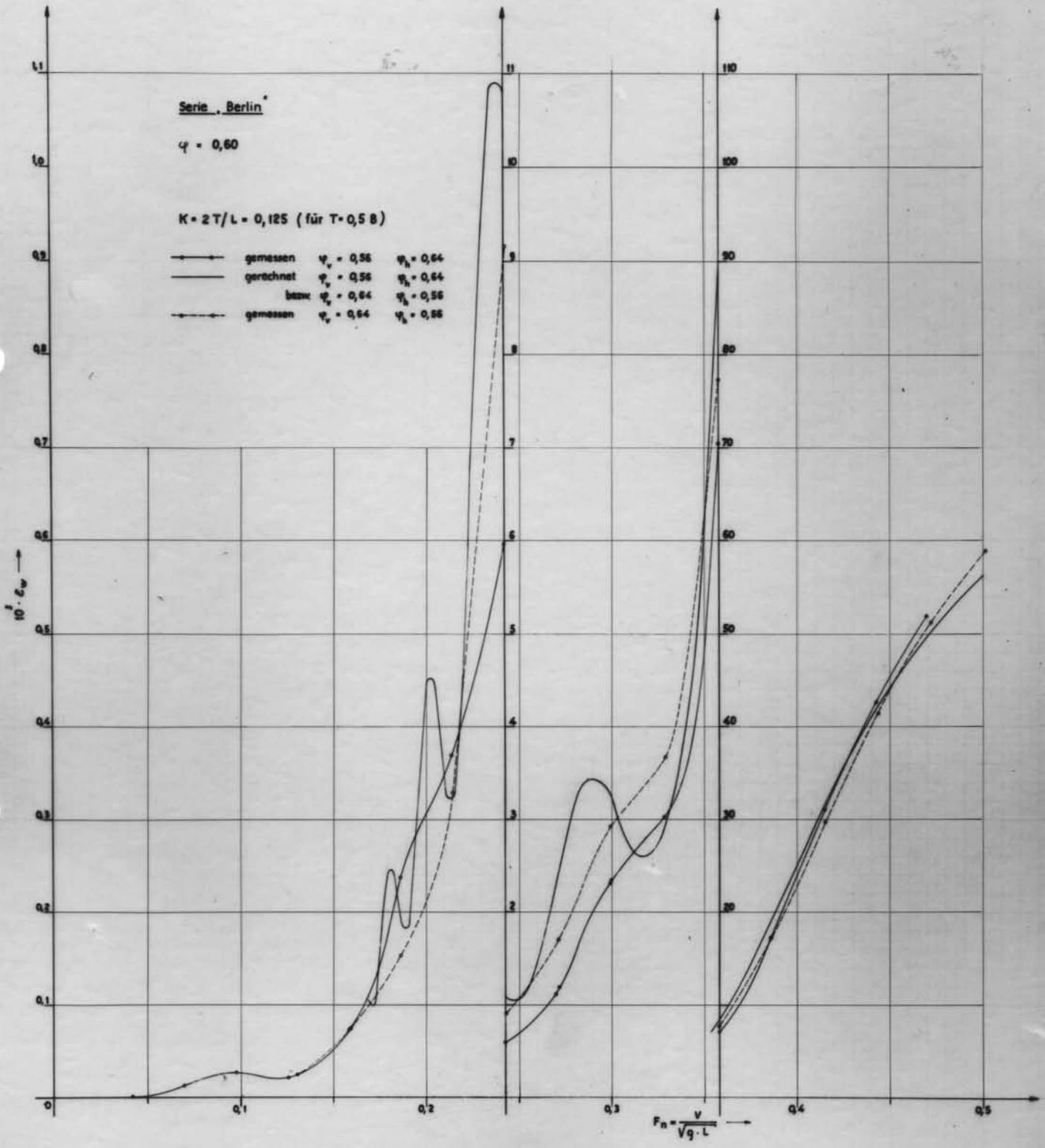


Abb. 34

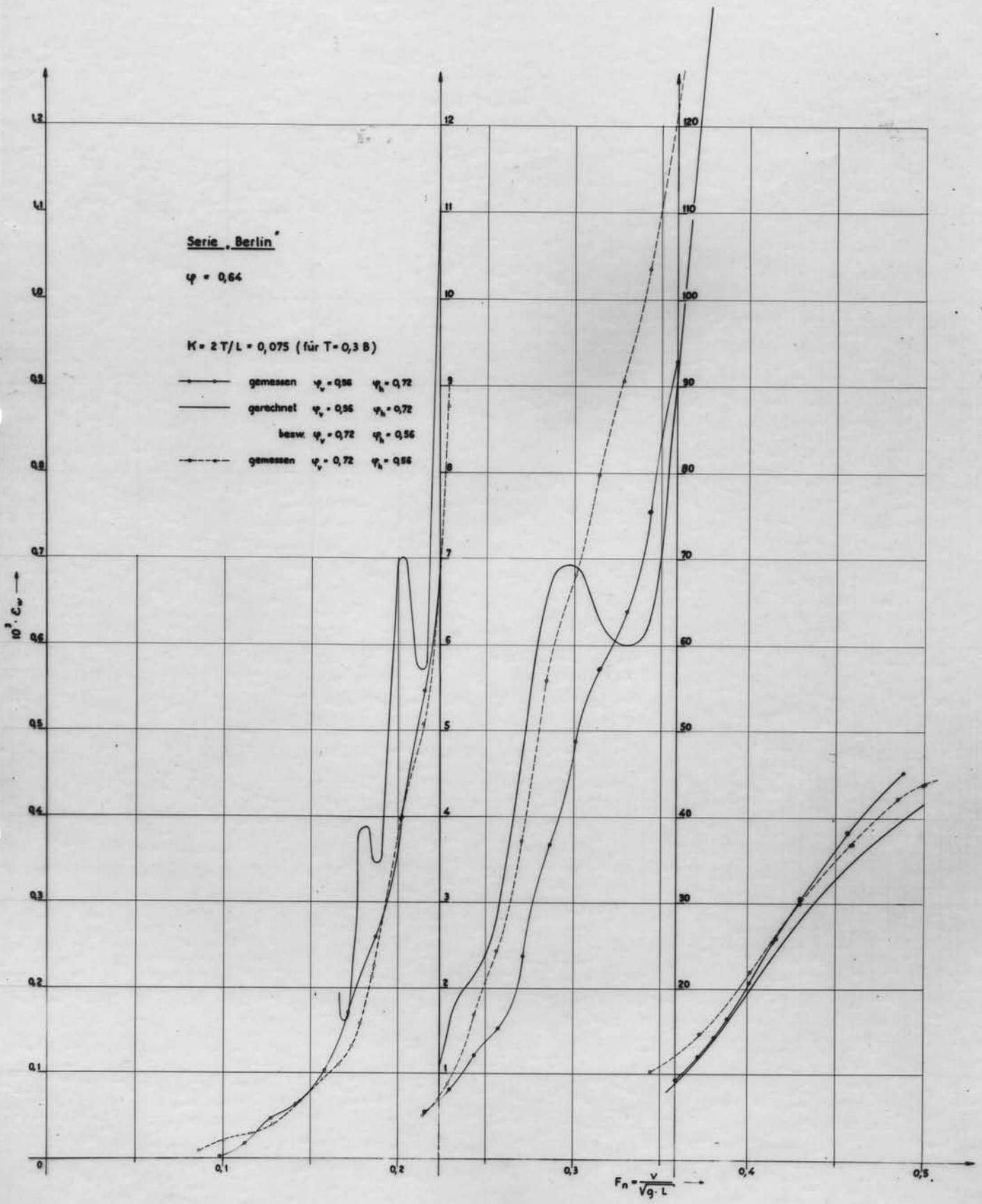


Abb. 35

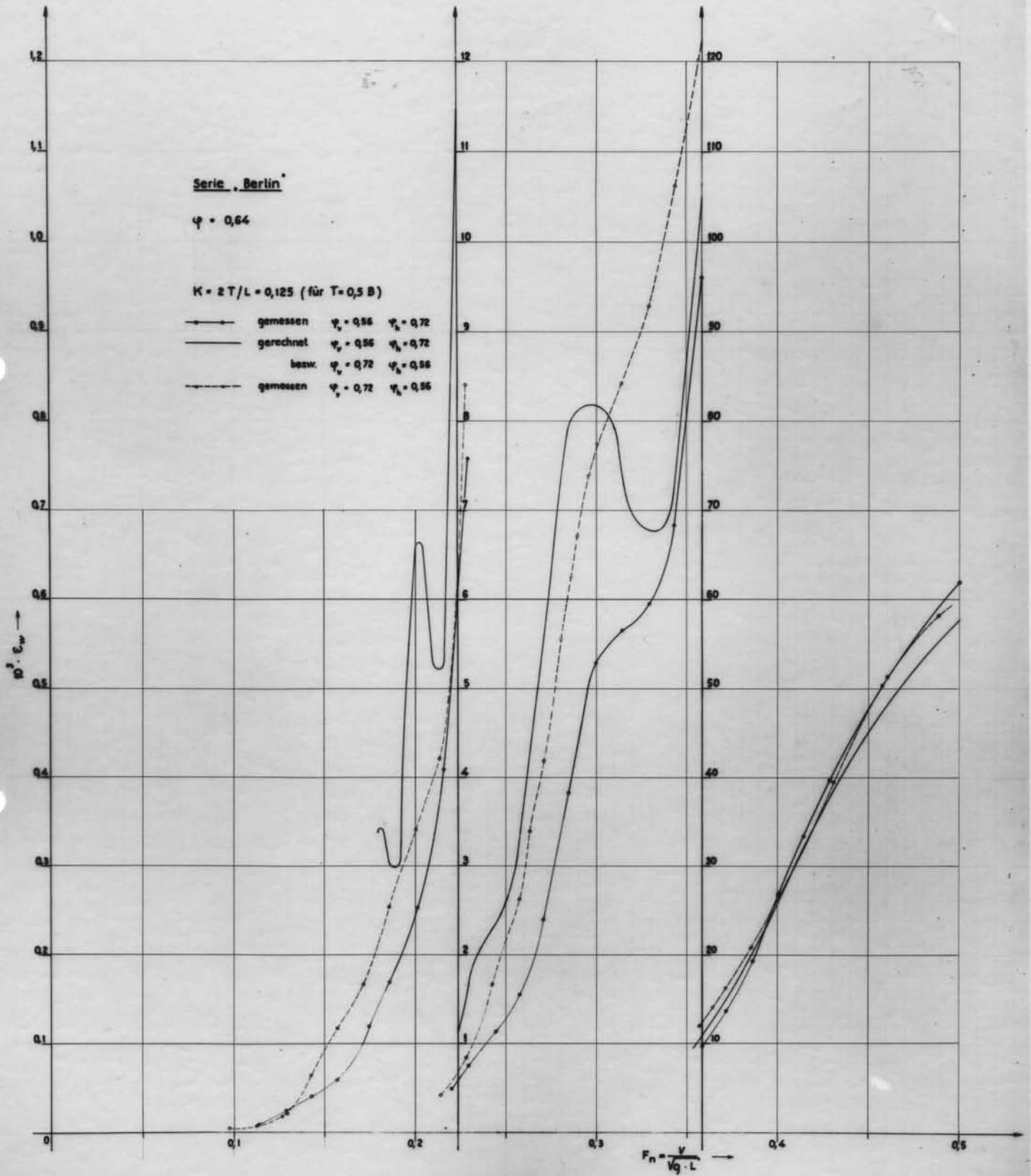


Abb. 36

$$Gl.(1) = \int_0^{\pi/2} U^2 \cos^{2m+1} \theta \cos(2\gamma_0 \sec \theta) d\theta \sim \left(\frac{\pi}{4\gamma_0}\right)^{1/2} U_0^2 \cos(2\gamma_0 + \frac{\pi}{4})$$

$$Gl.(2) = \int_0^{\pi/2} U^2 \cos^{2m+2} \theta \sin(2\gamma_0 \sec \theta) d\theta \sim \left(\frac{\pi}{4\gamma_0}\right)^{1/2} U_0^2 \sin(2\gamma_0 + \frac{\pi}{4})$$

$K = 2T/L = 0,10$

$\gamma_0 = 8,0 \text{ (} F_n = 0,25 \text{)}$

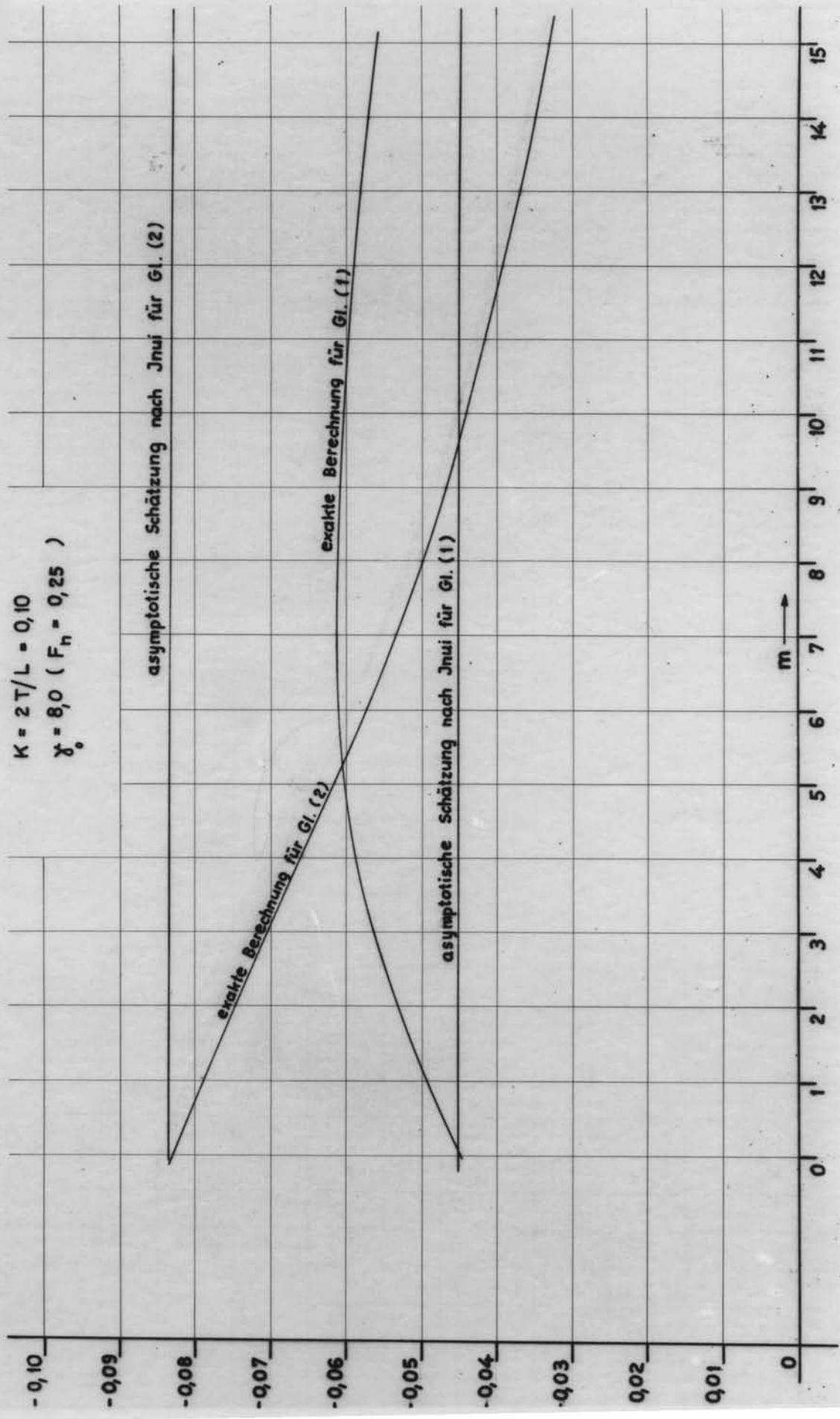


Abb. 37

Serie Berlin

T = 0,5 B

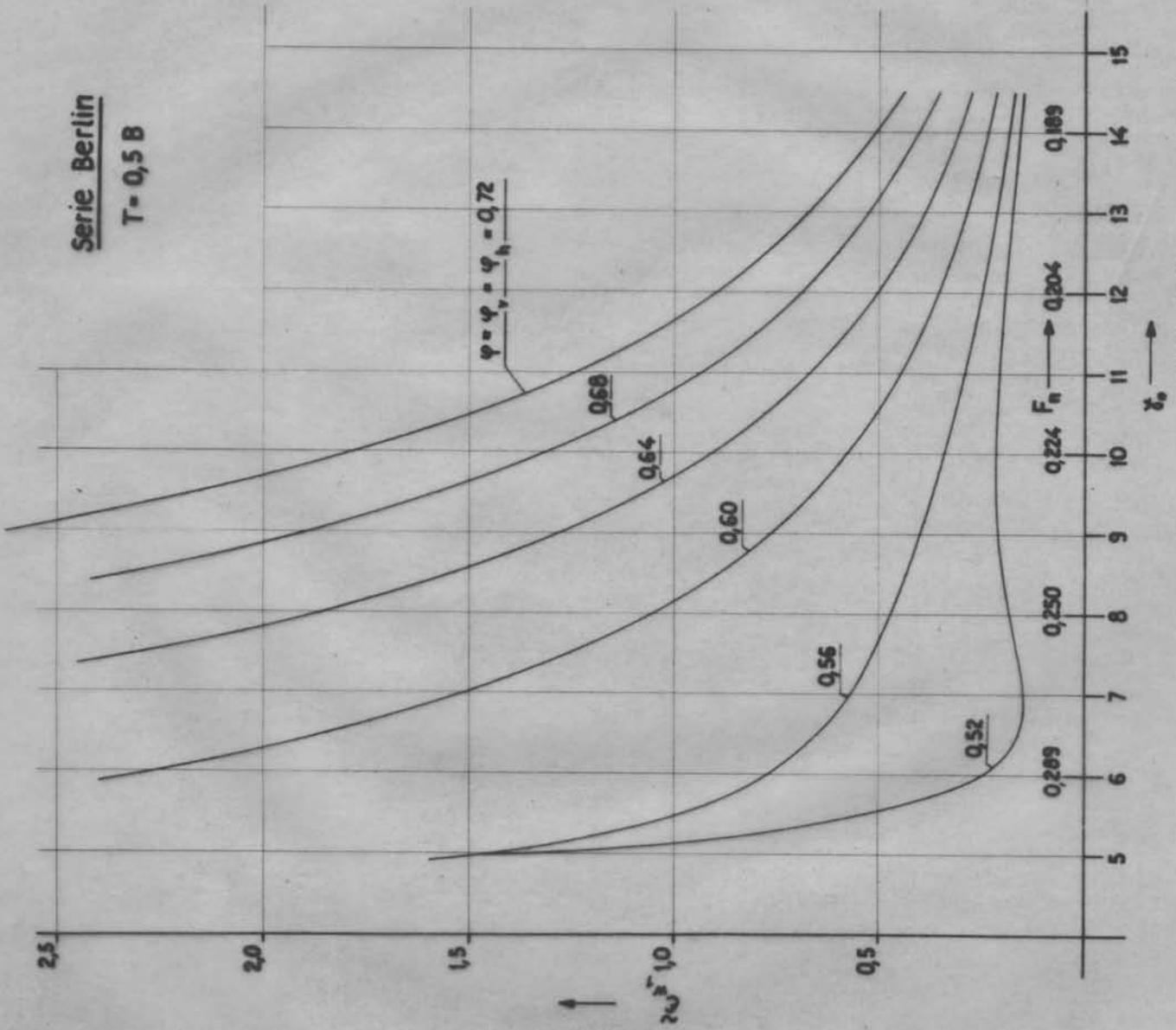


Abb. 38

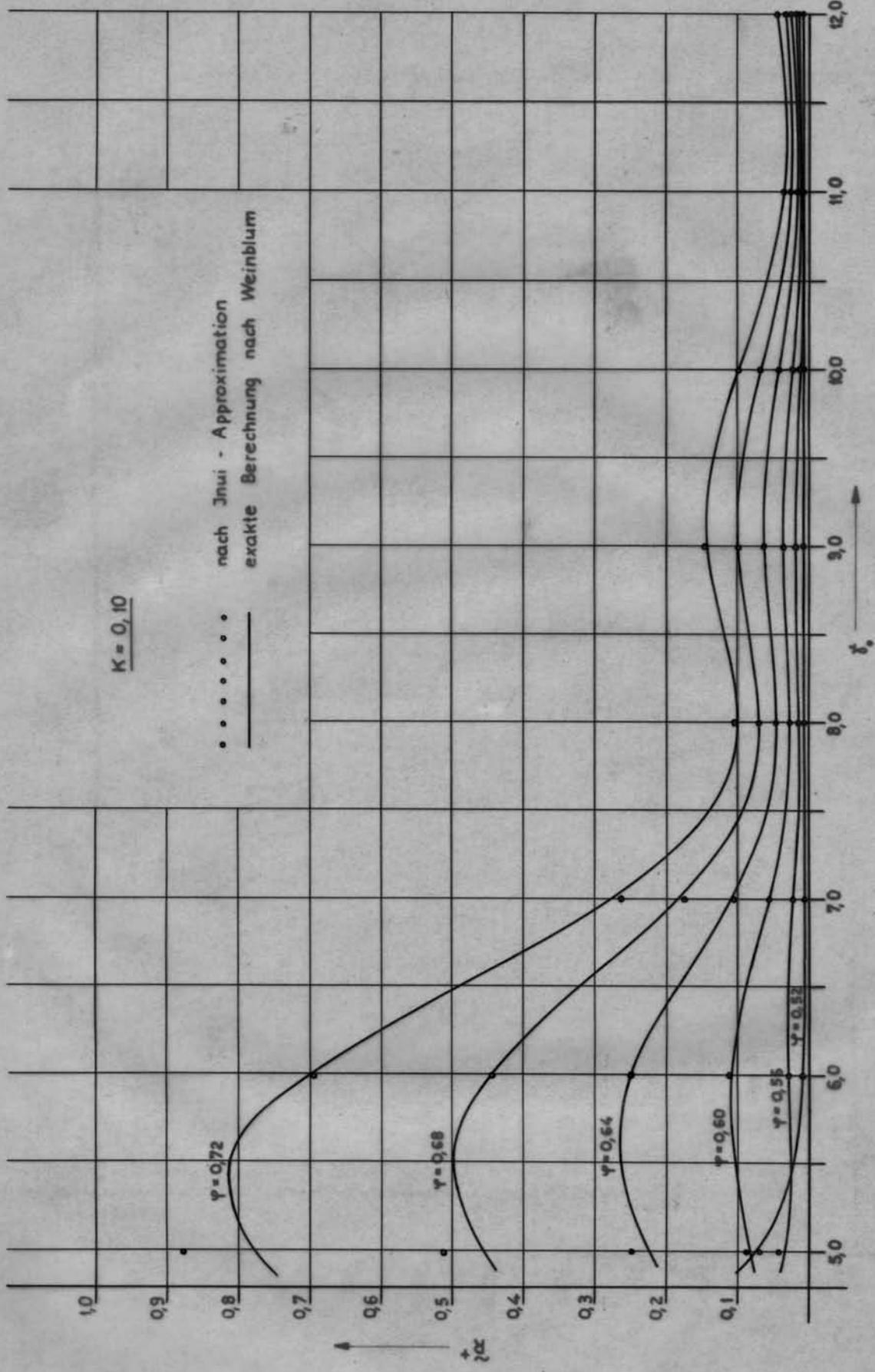


Abb. 39

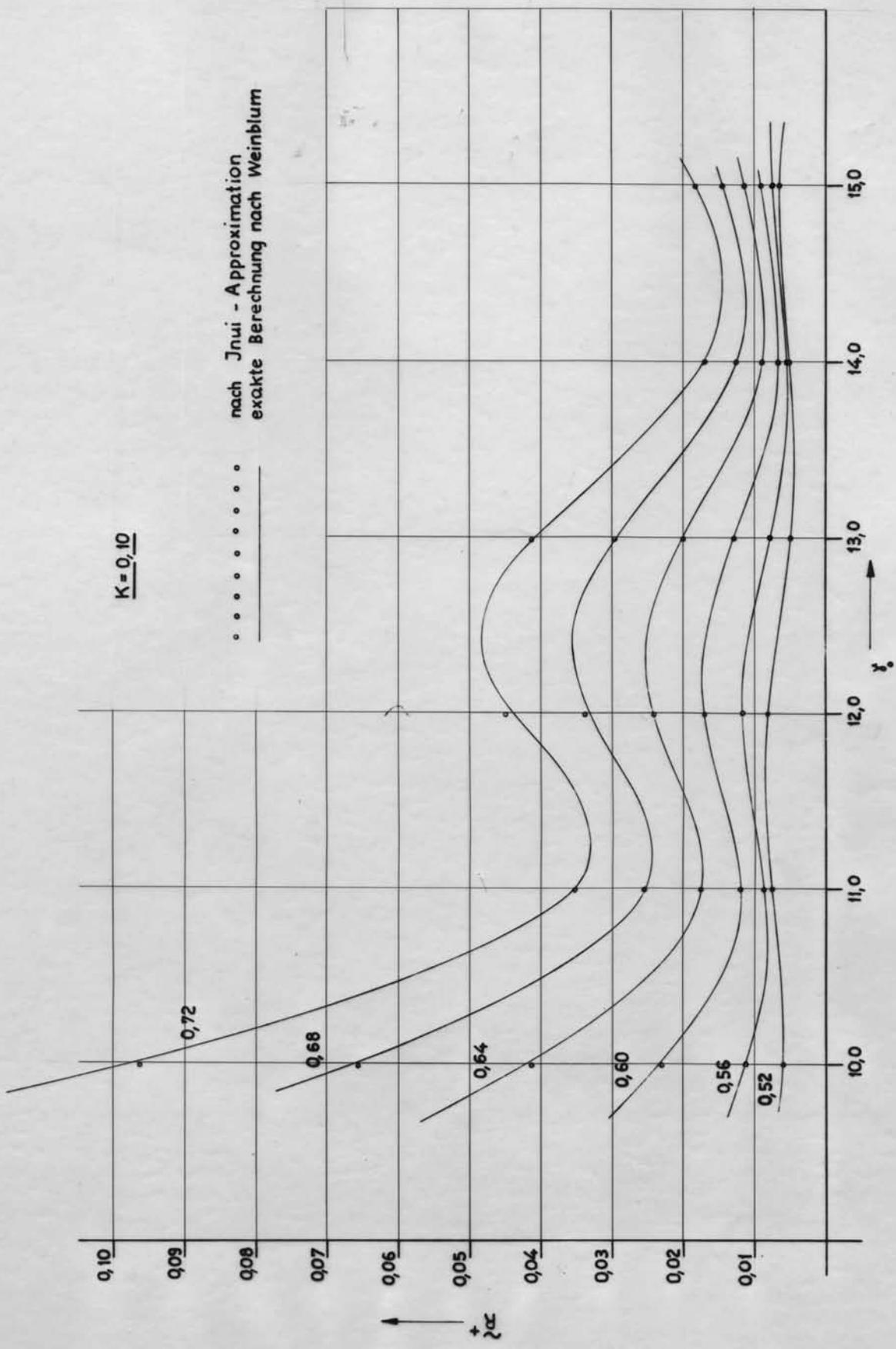


Abb. 40

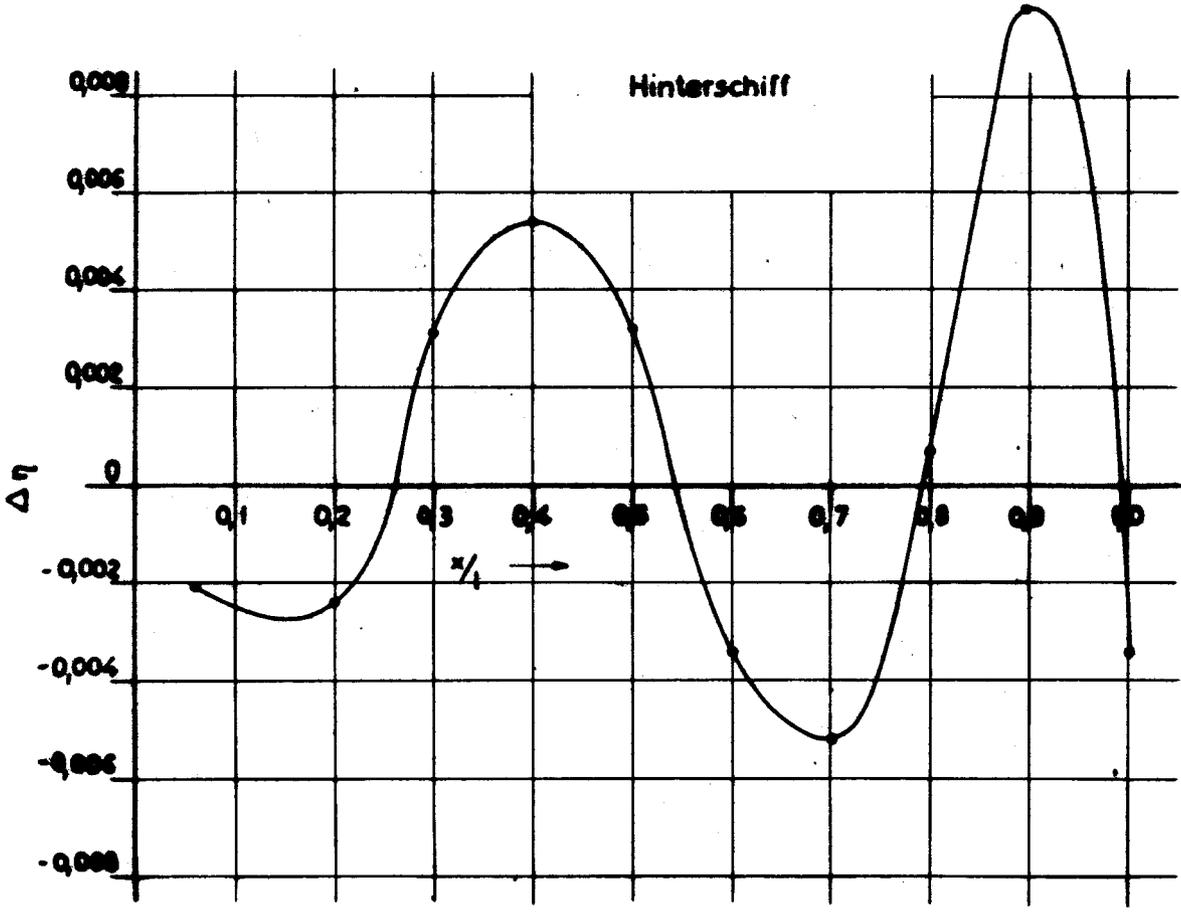
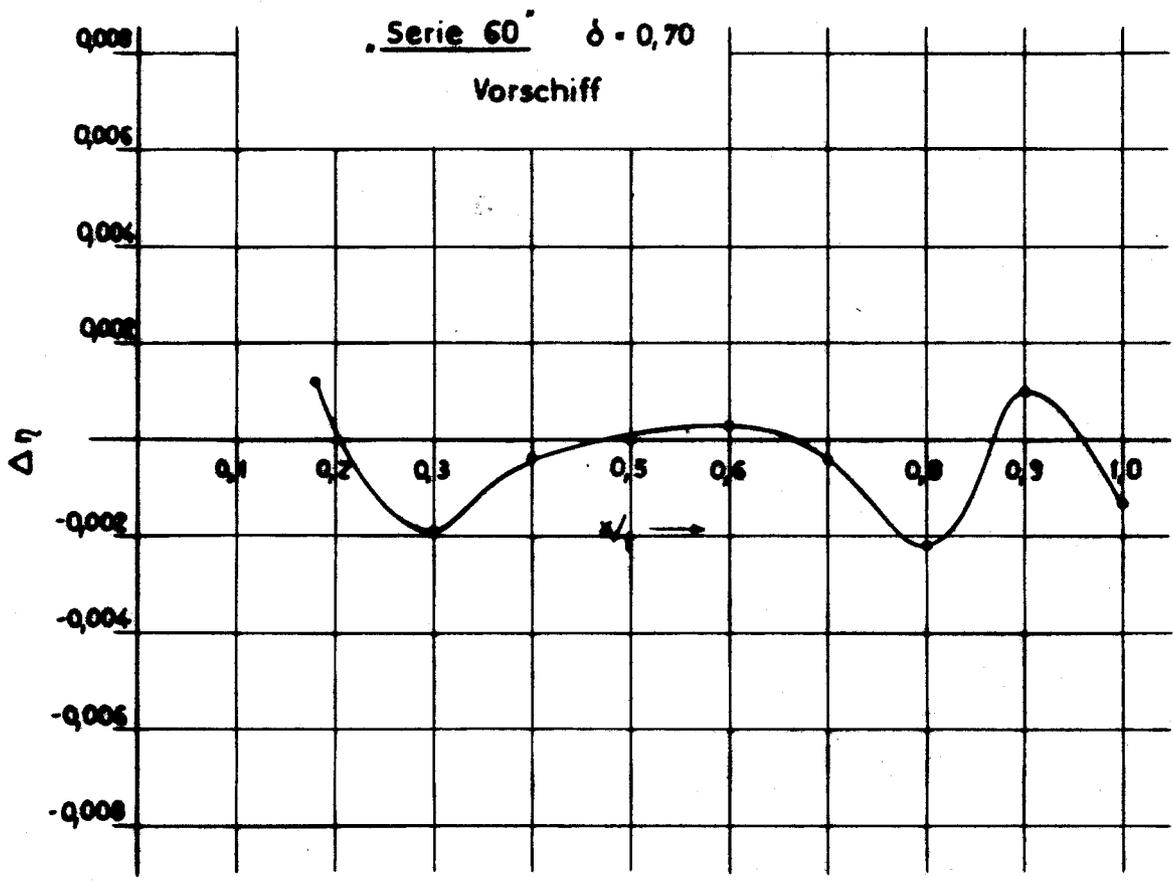
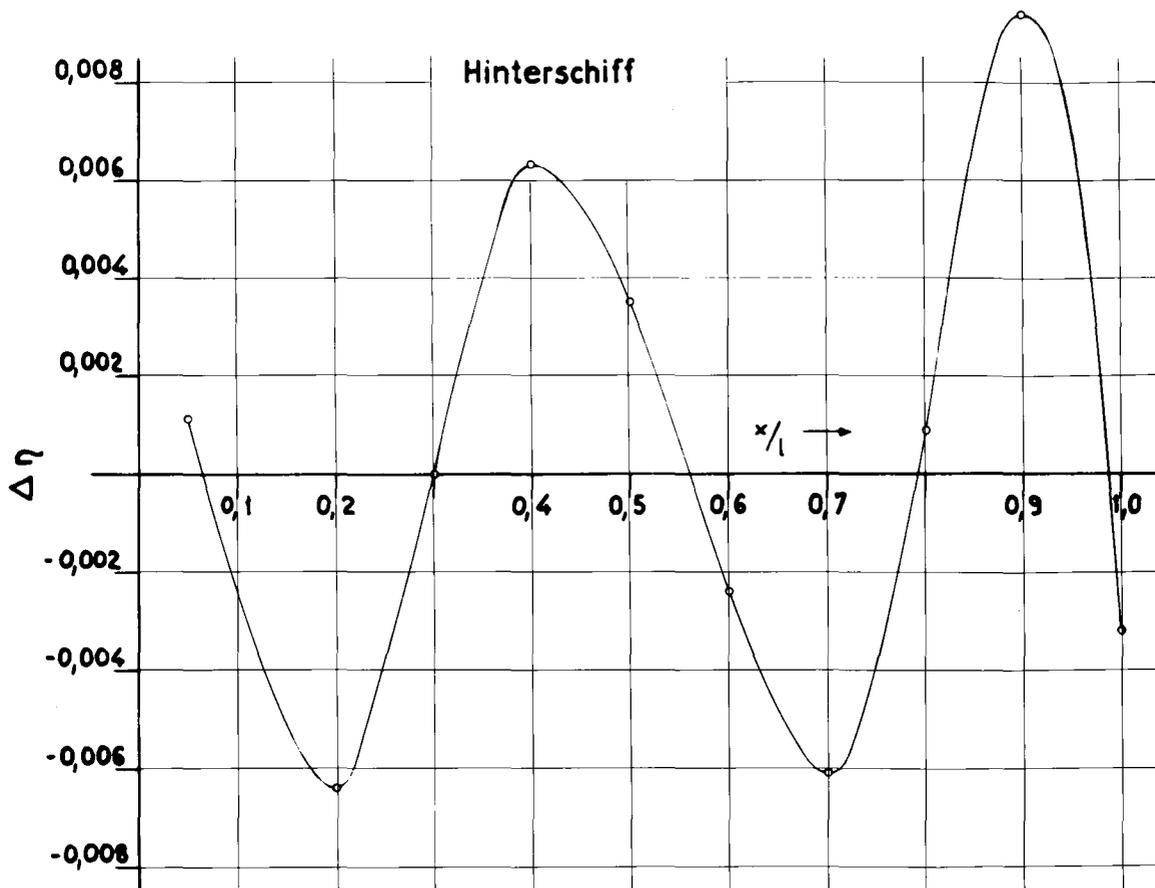
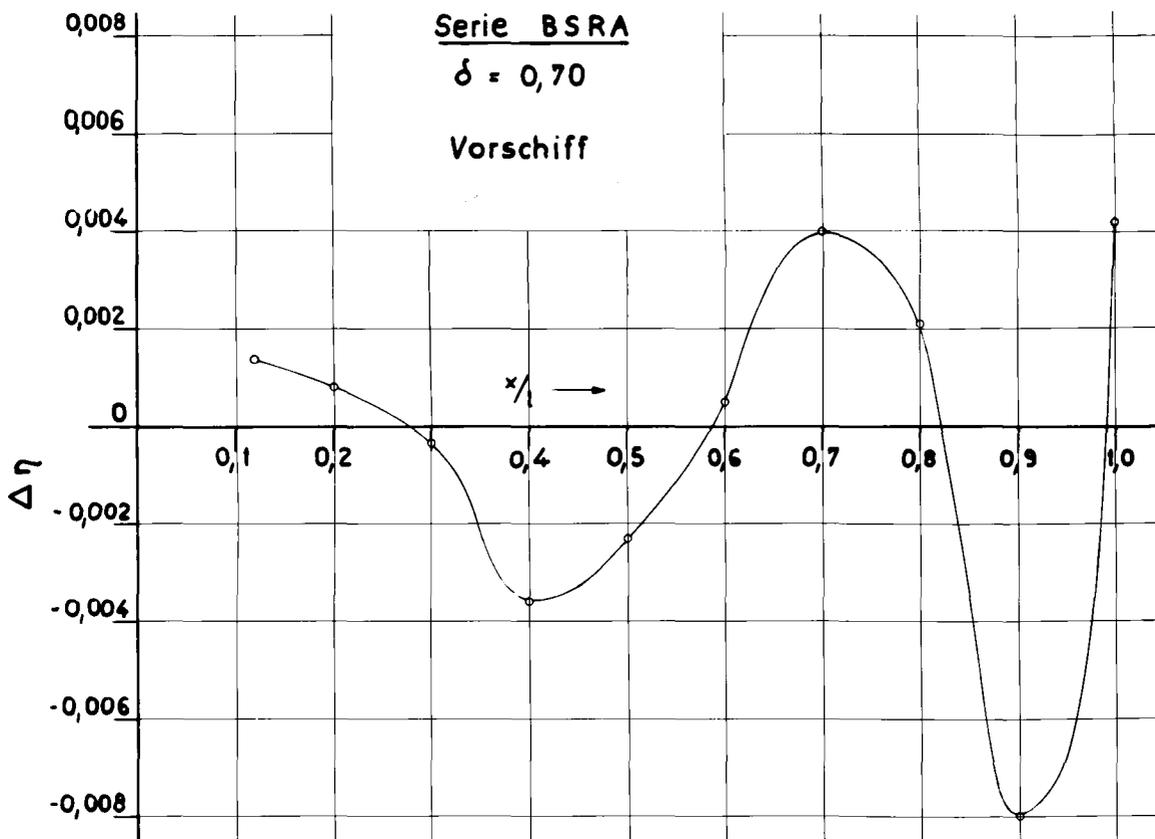
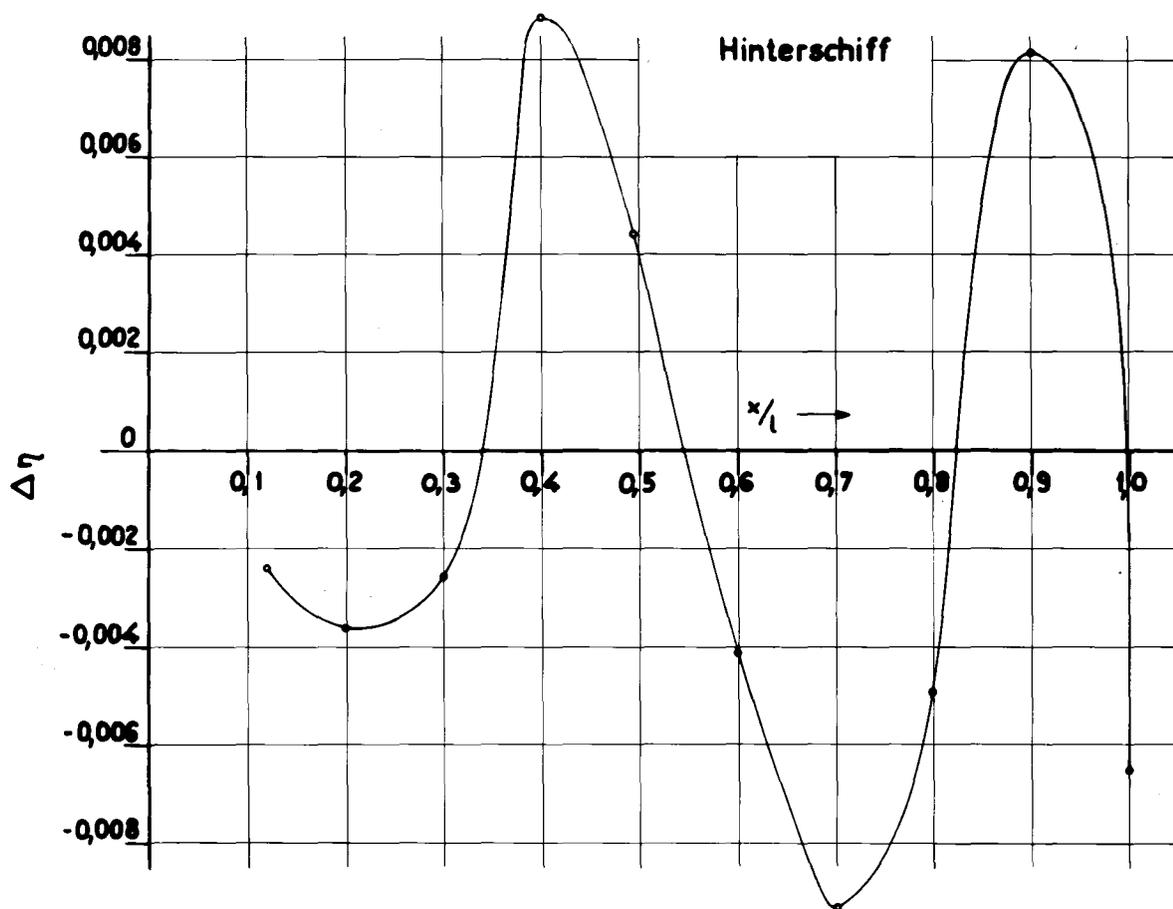
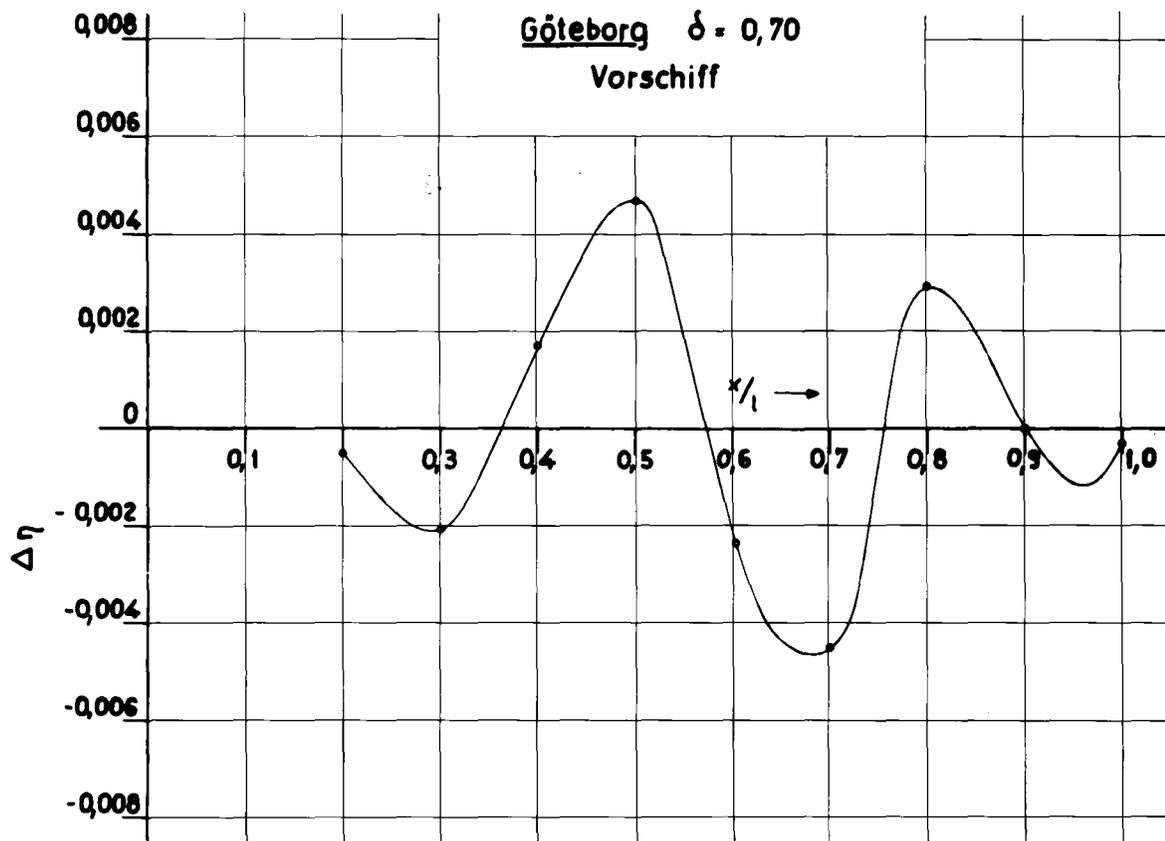


Abb 42

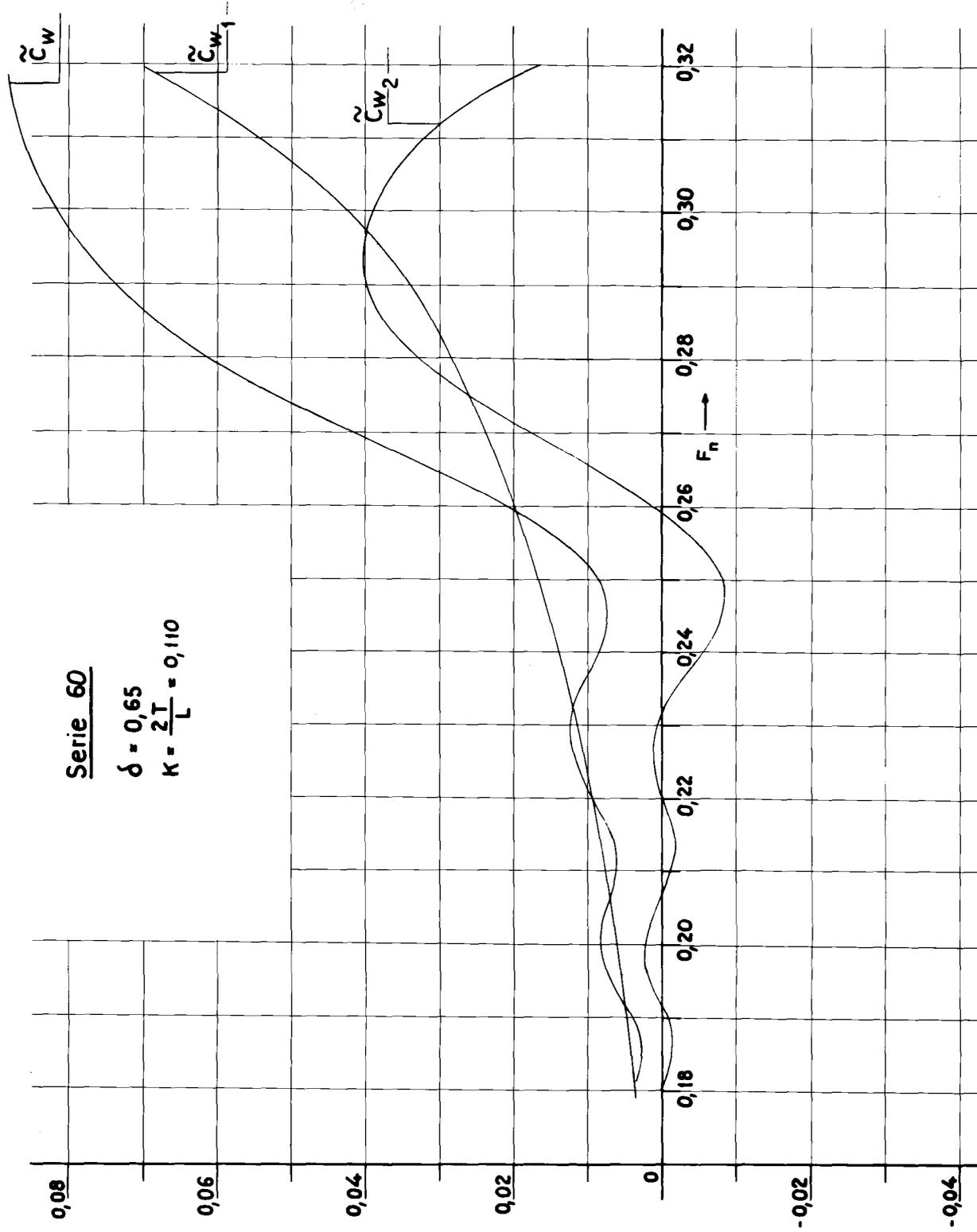




Serie 60

$$\delta = 0,65$$

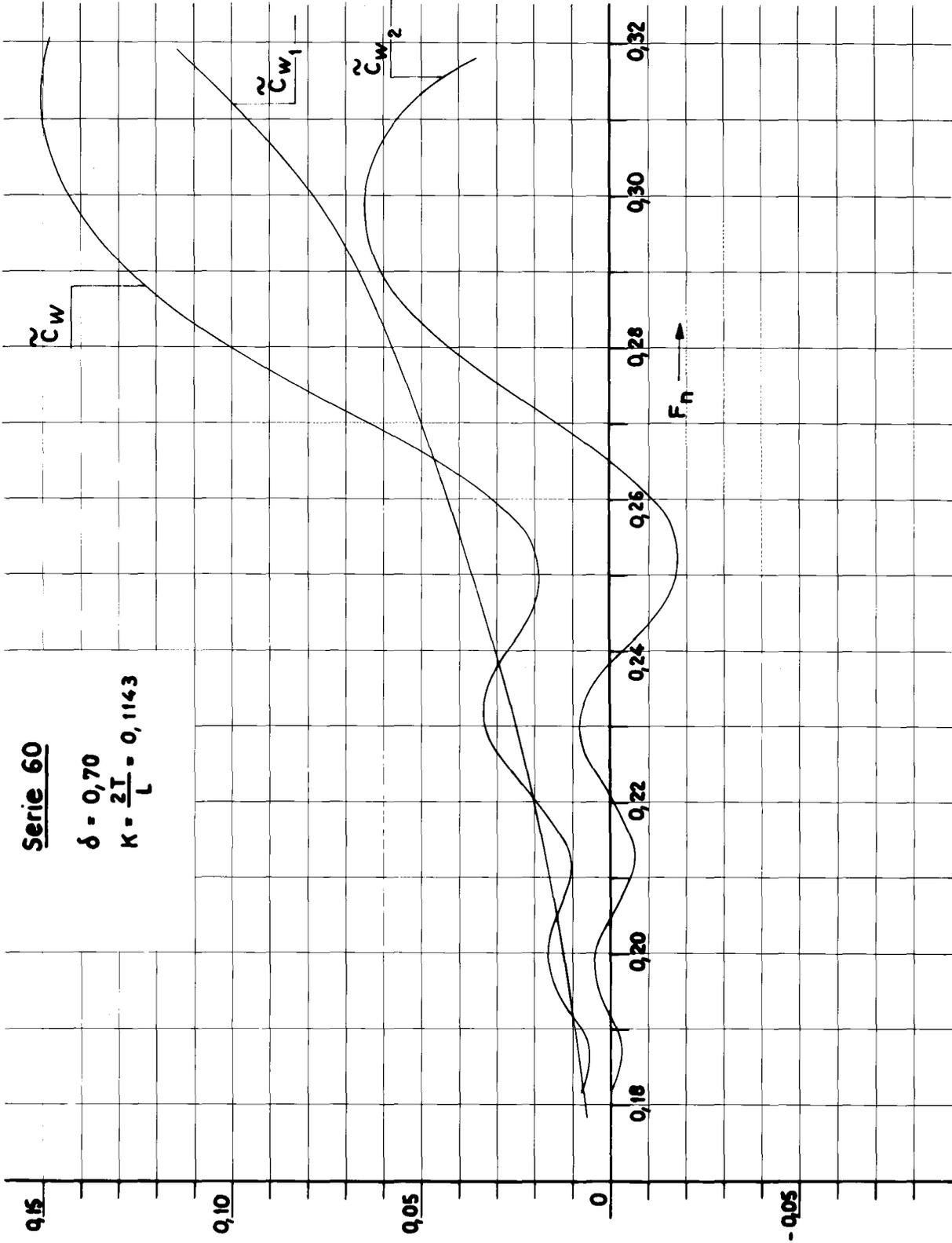
$$K = \frac{2T}{L} = 0,110$$



Serie 60

$\delta = 0,70$

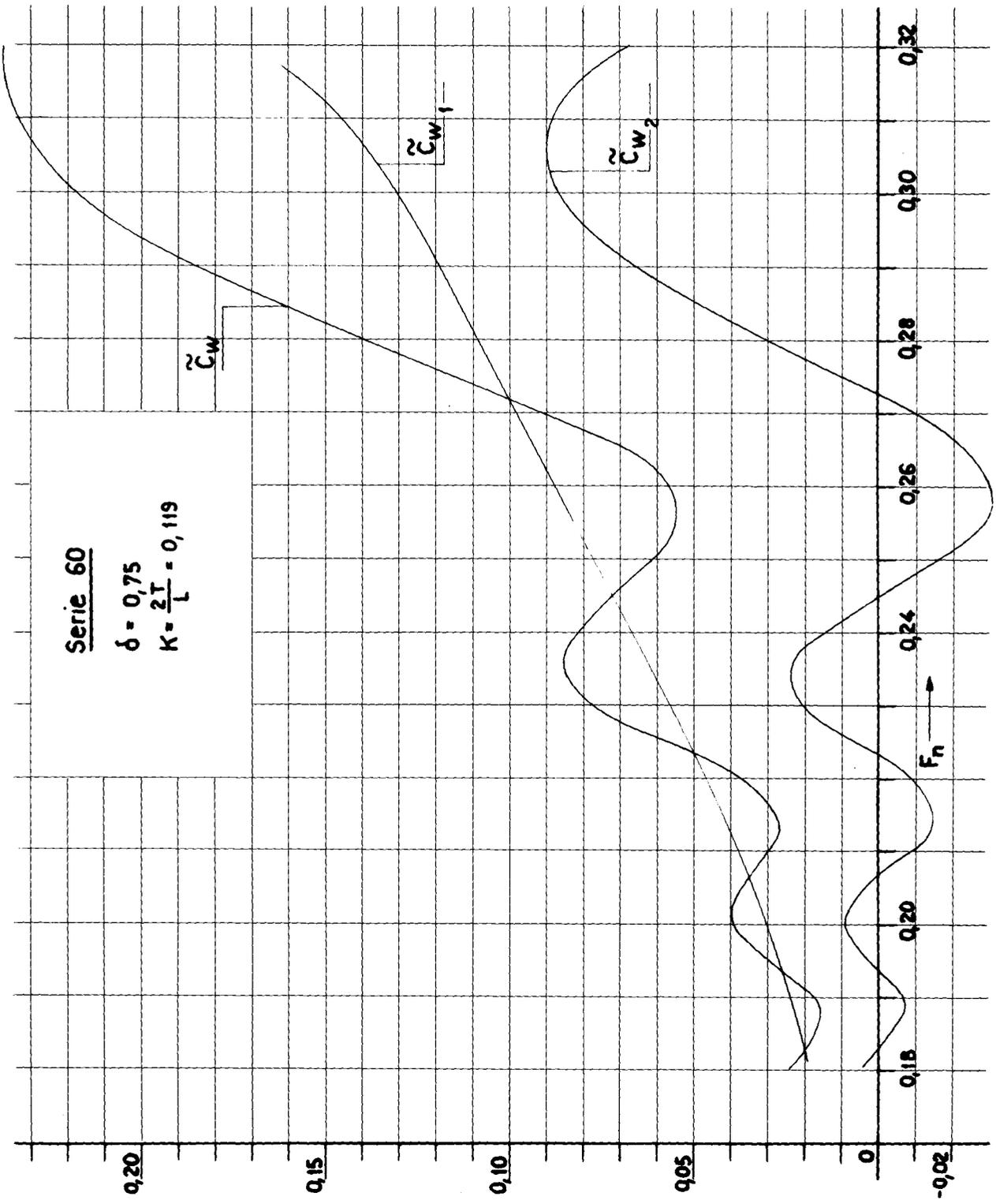
$K = \frac{2I}{L} = 0,1143$



Serie 60

$$\delta = 0,75$$

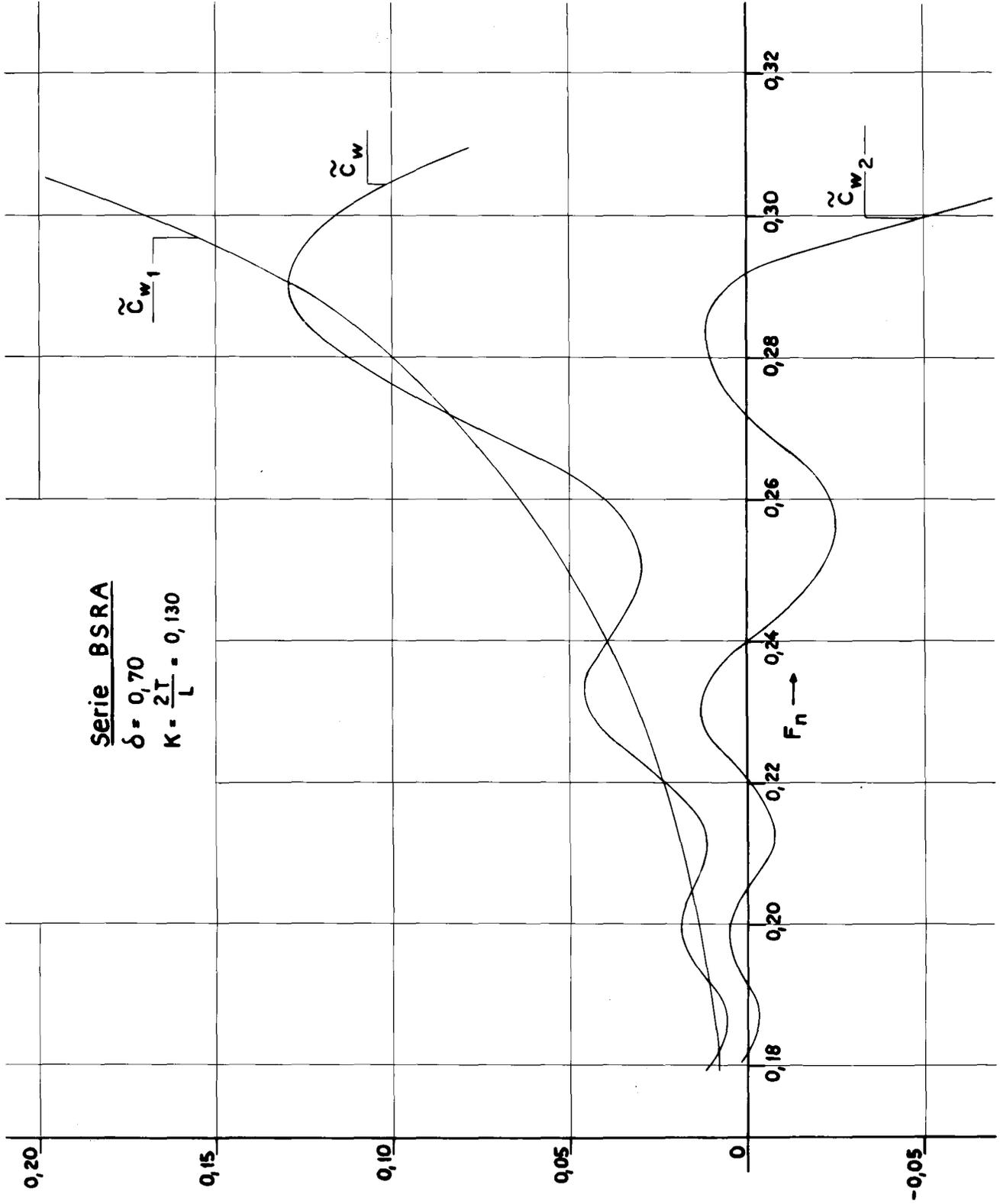
$$K = \frac{2T}{L} = 0,119$$



Serie BSRA

$$\delta = 0,70$$

$$K = \frac{2T}{L} = 0,130$$



0,30

Serie BSRA

$\delta = 0,75$

$K = \frac{2T}{L} = 0,130$

0,25

0,20

0,15

0,10

0,05

0

-0,05

0,20

0,24

0,26

0,28

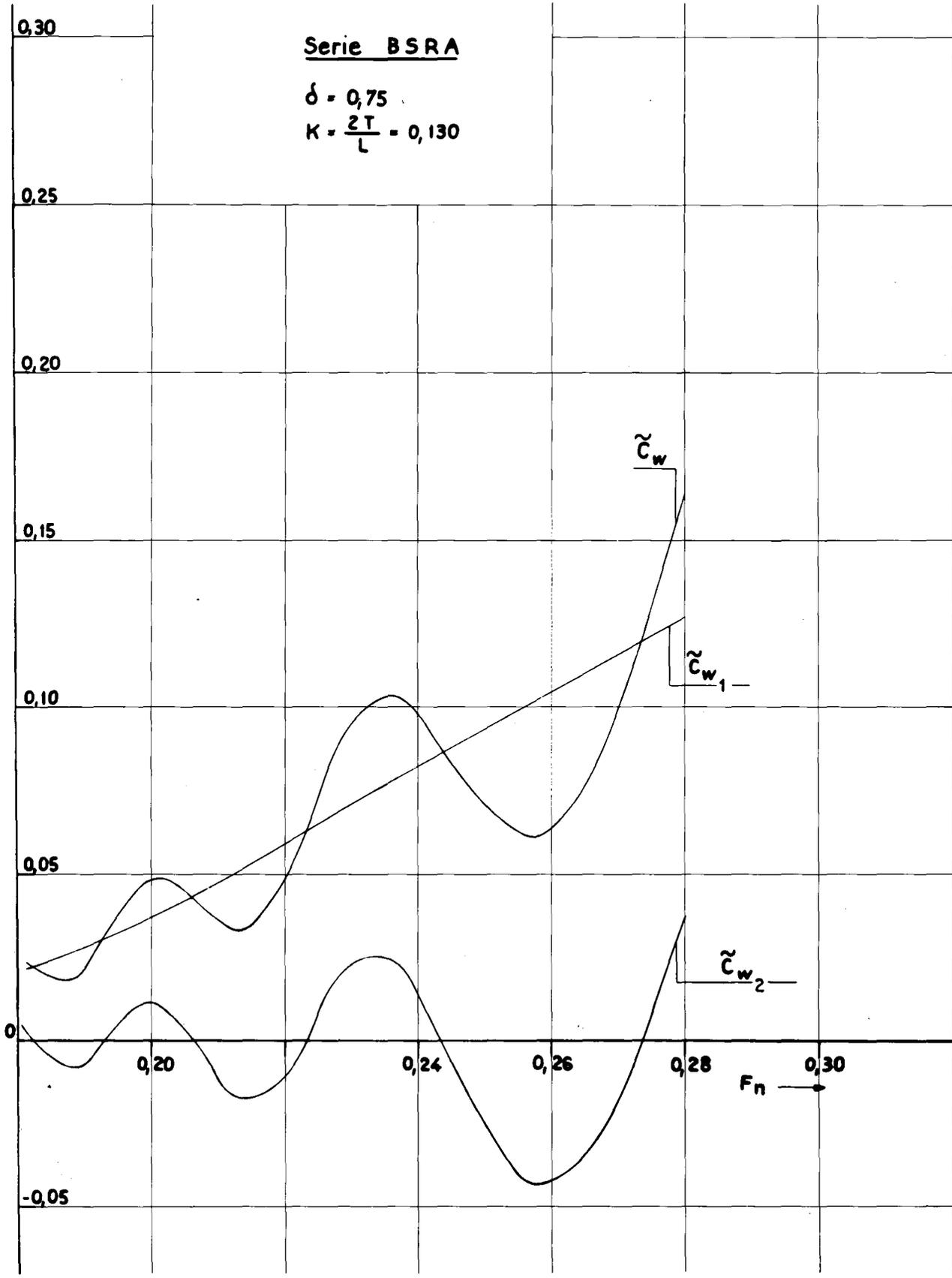
0,30

F_n

\tilde{c}_w

\tilde{c}_{w_1}

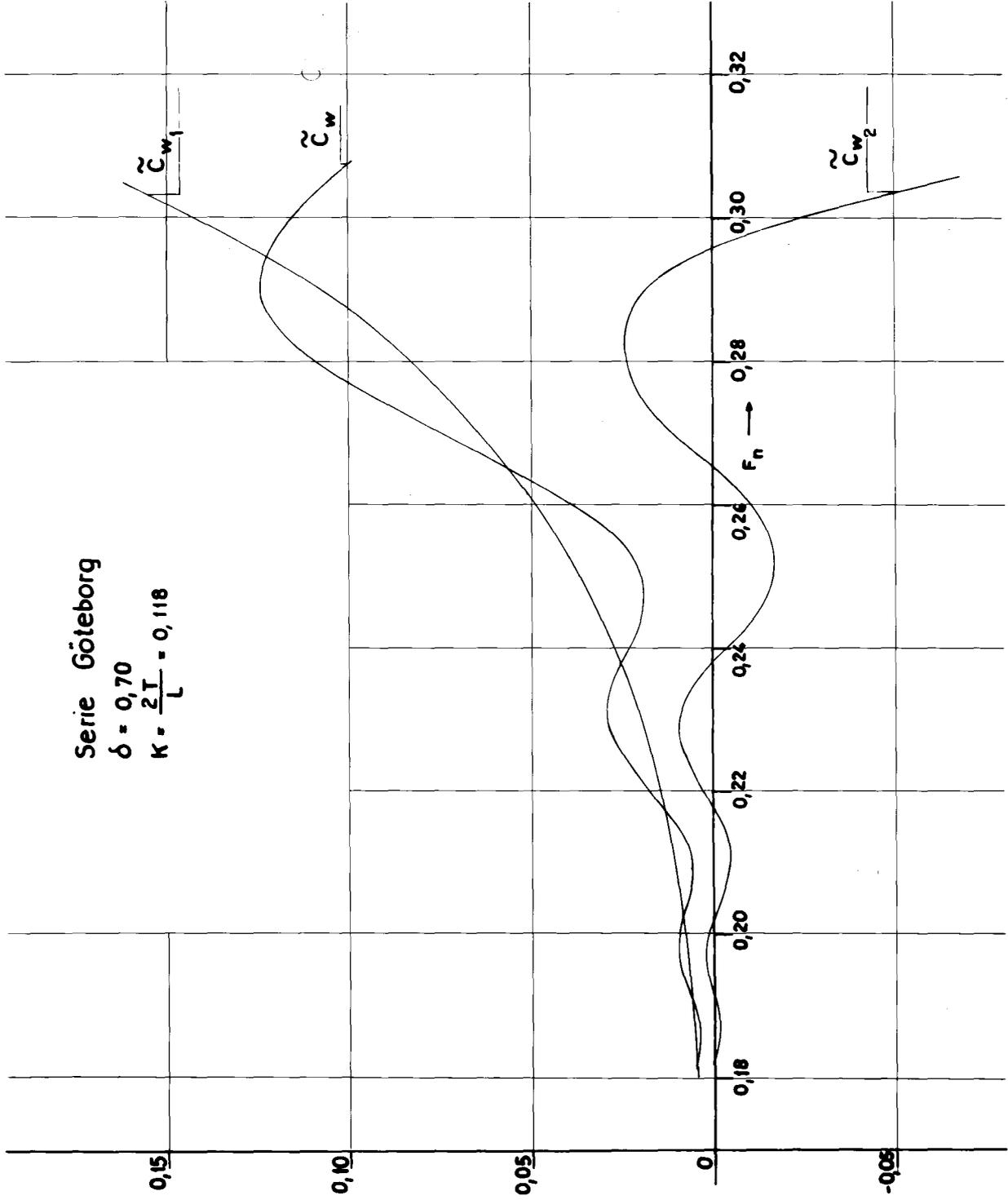
\tilde{c}_{w_2}



Serie Göteborg

$$\delta = 0,70$$

$$K = \frac{2T}{L} = 0,118$$



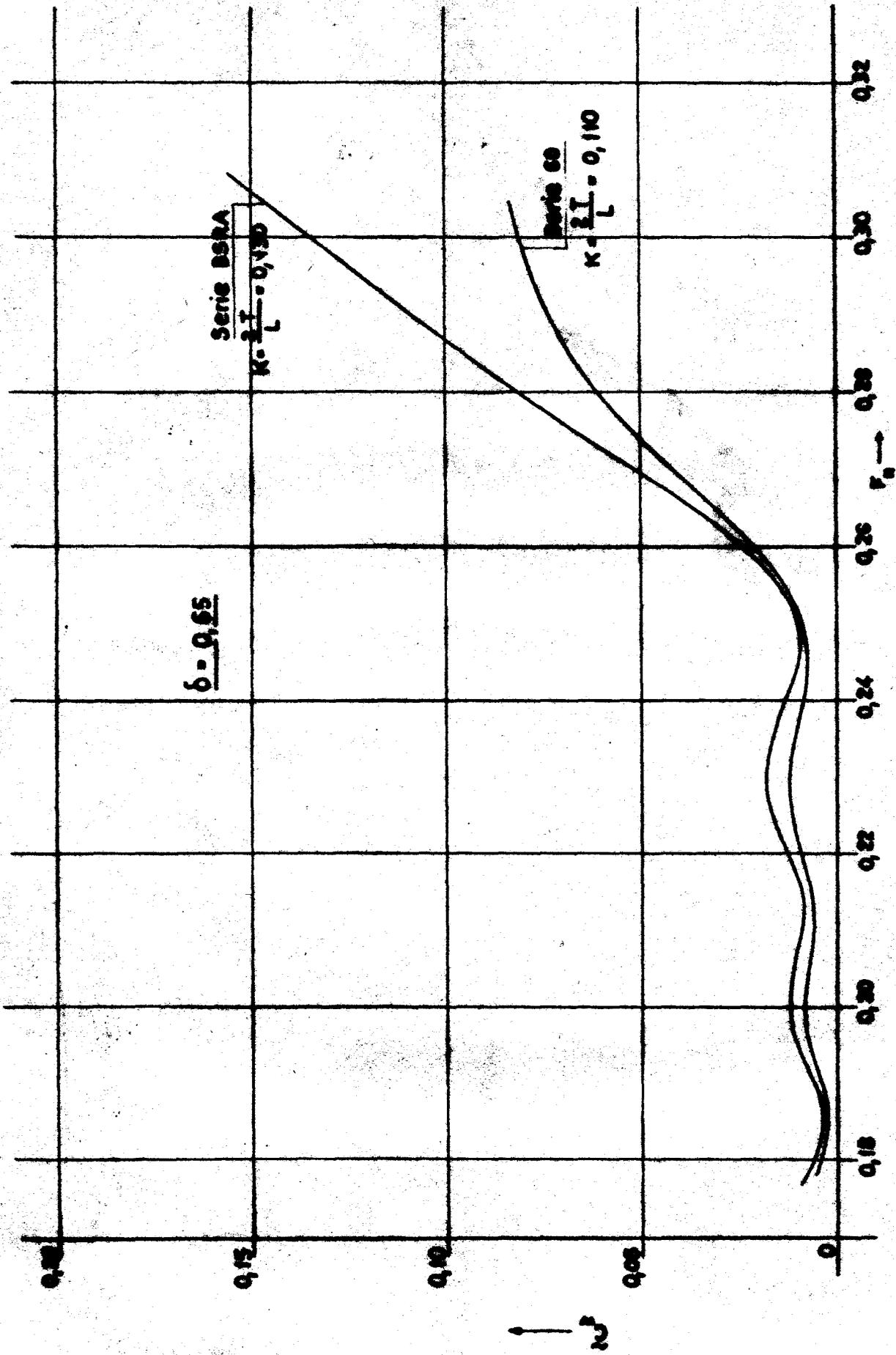
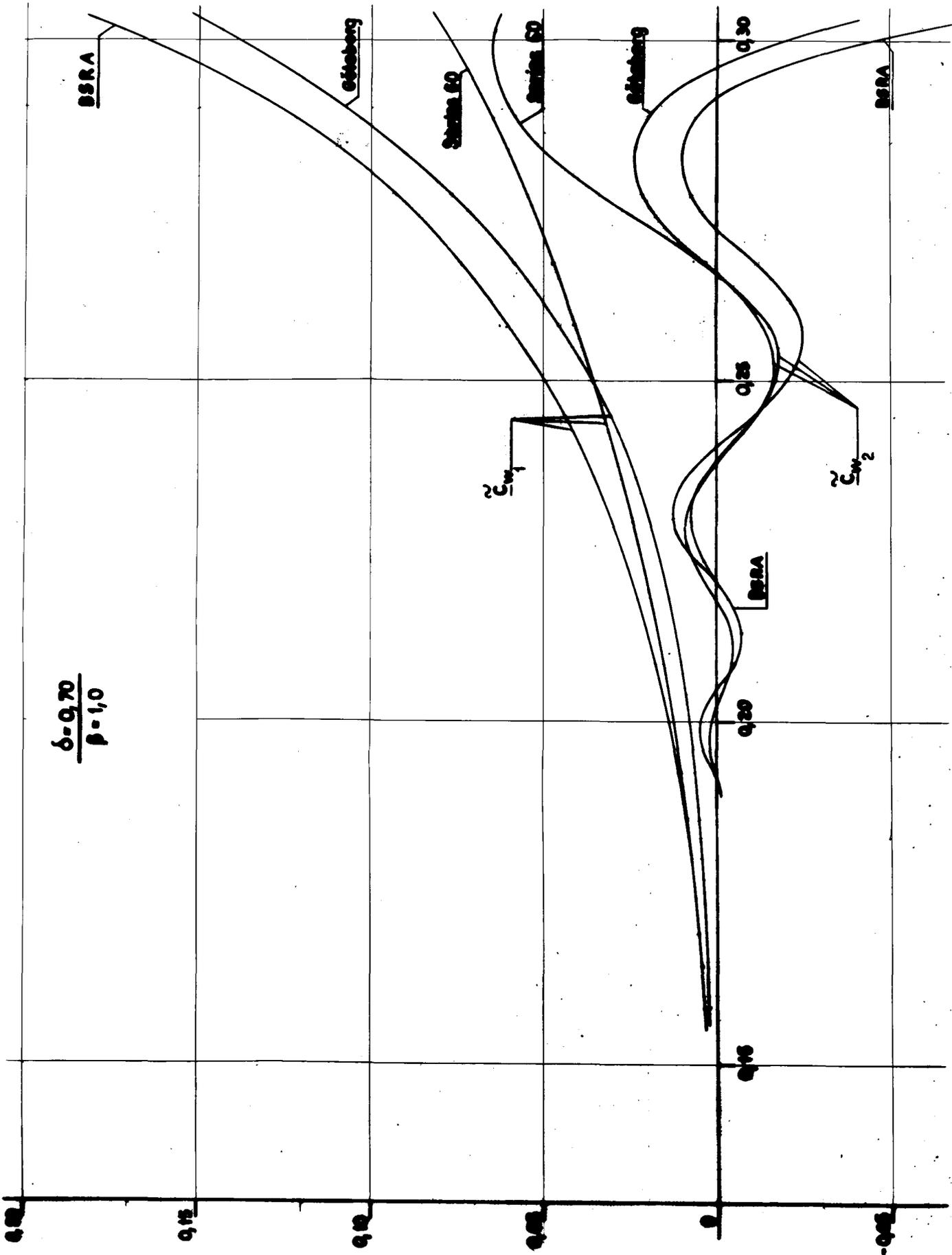


Abb. 51



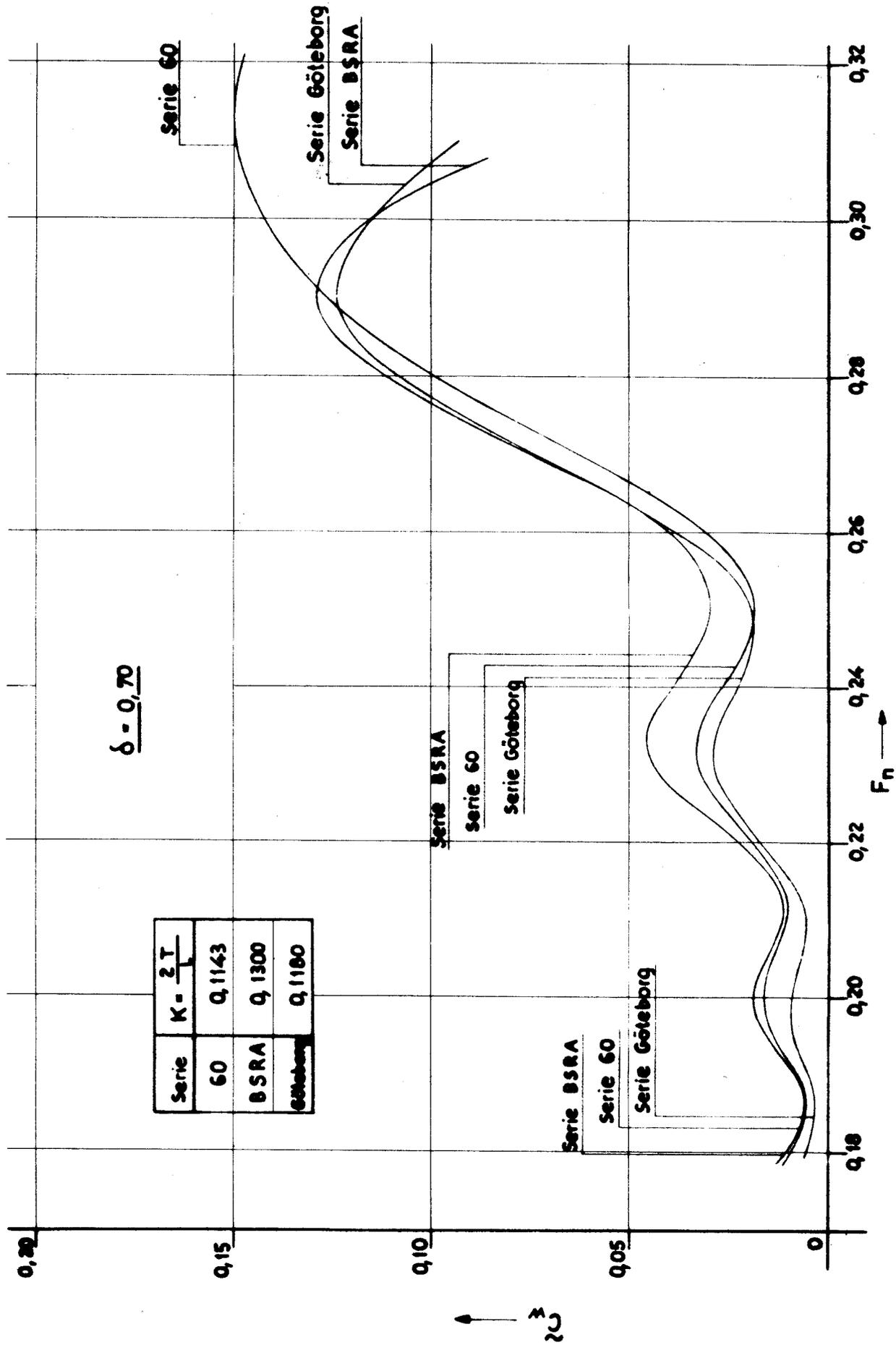


Abb. 53

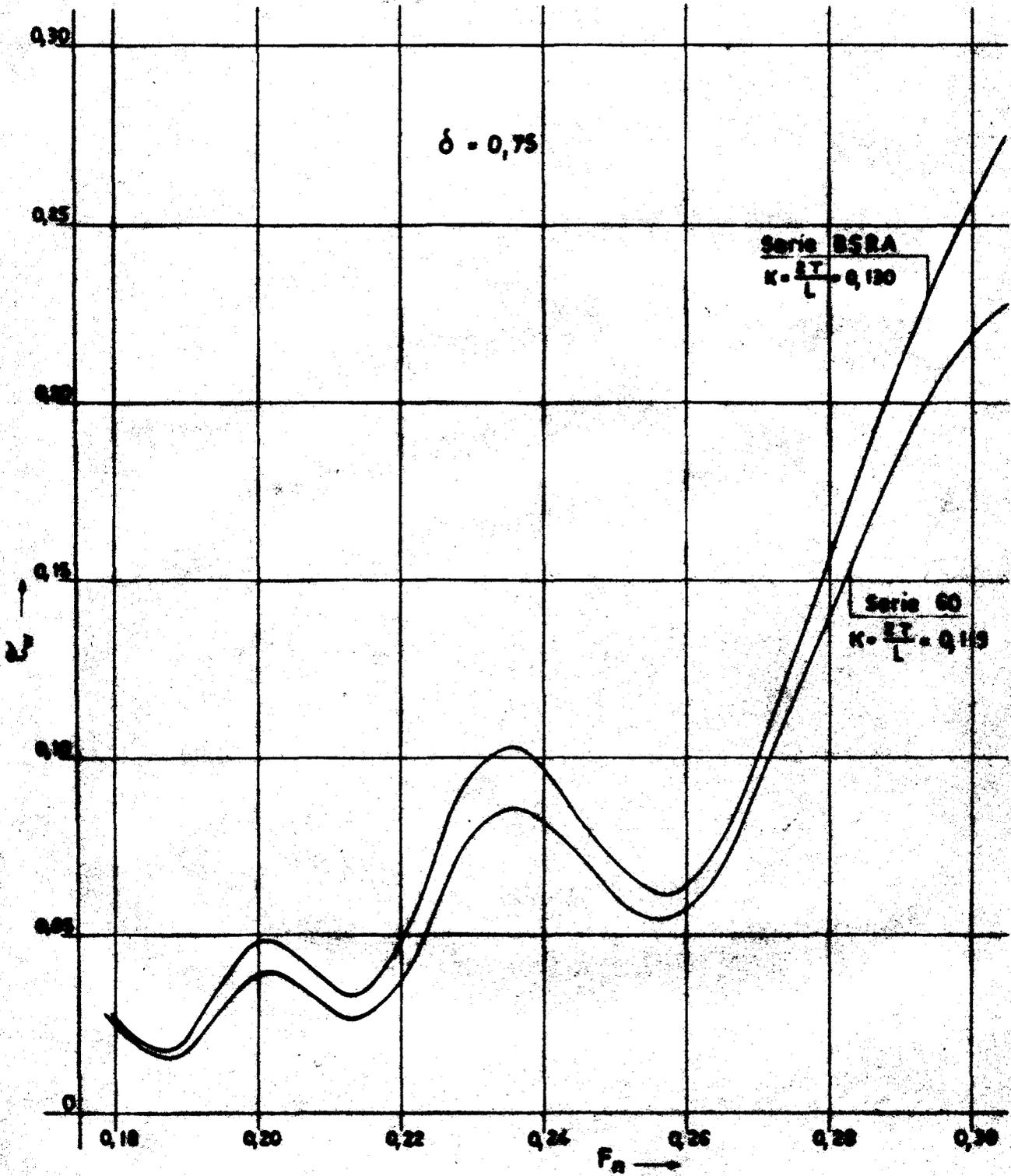
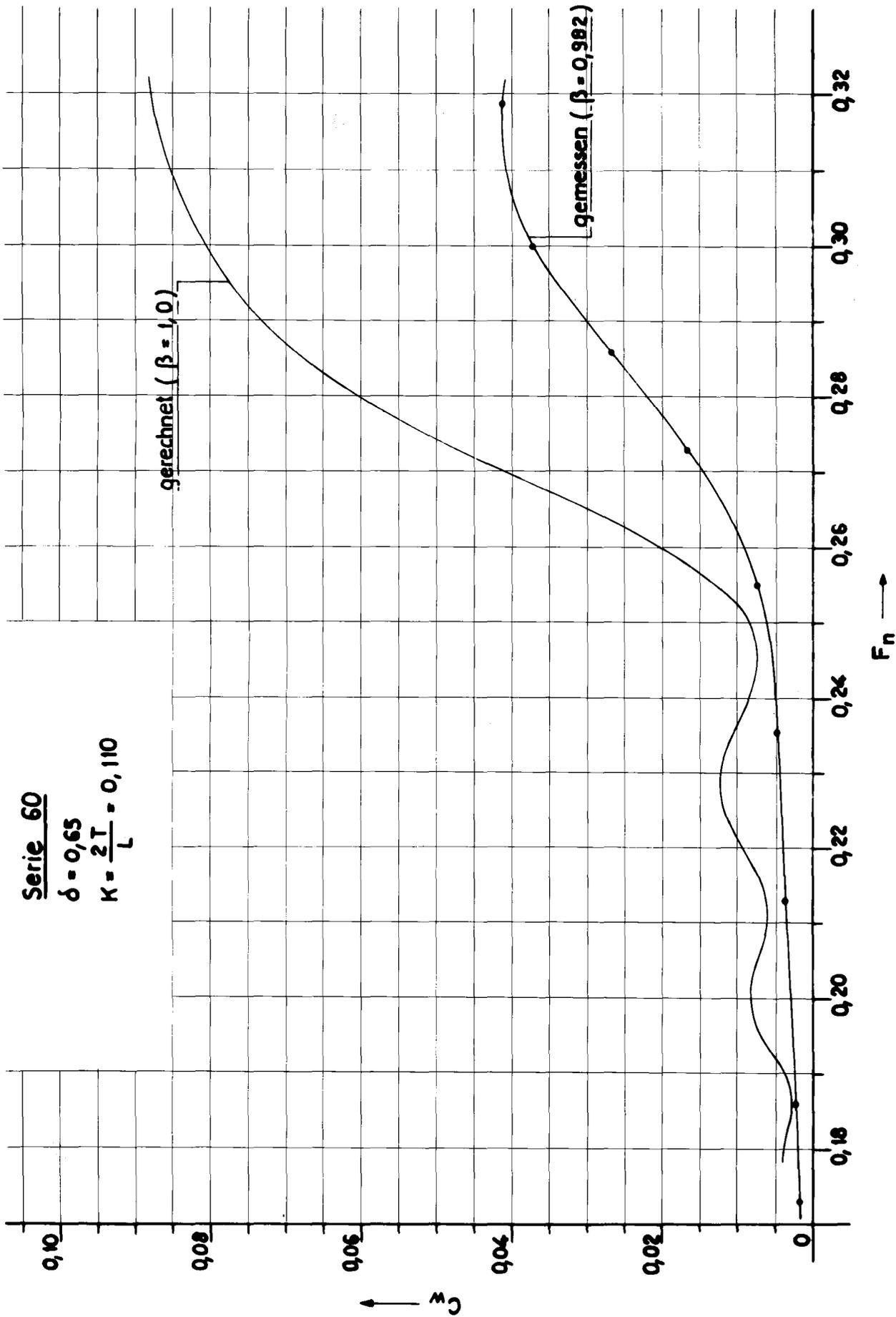


Abb. 54

Serie 60

$$\delta = 0,65$$

$$K = \frac{2T}{L} = 0,110$$



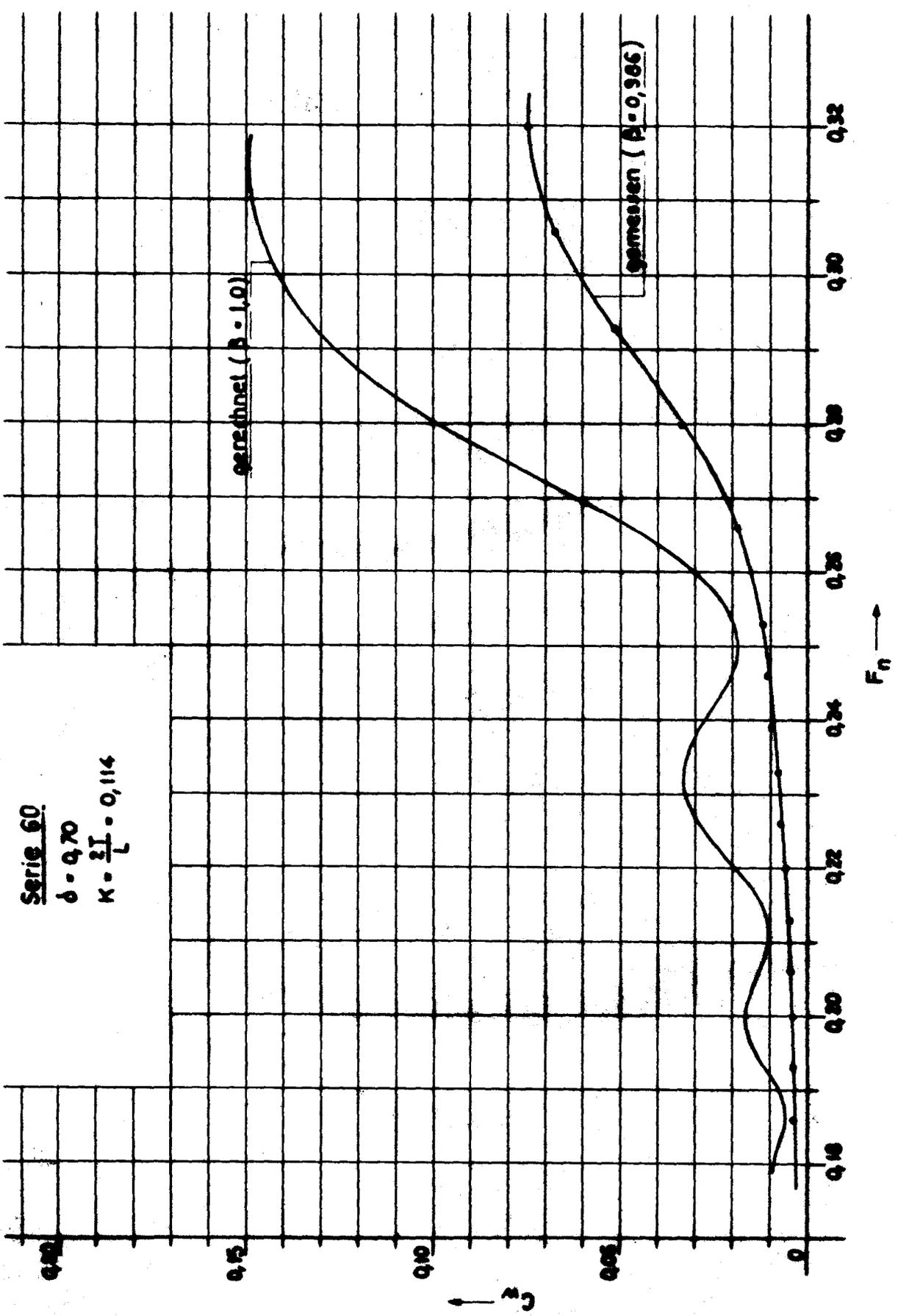


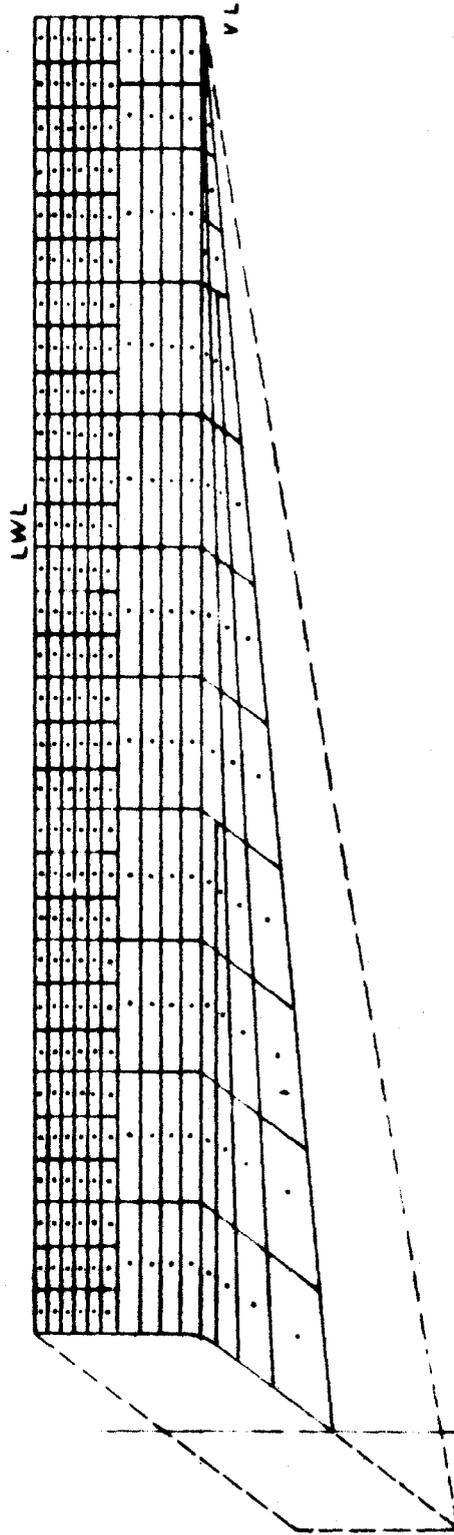
Abb. 56

Serie „Berlin“

$$\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$$

$$T = 0,5 \text{ B}$$

NE = 264



Ein Viertel der Modelloberfläche, aufgeteilt durch rechteckige Ebenen.

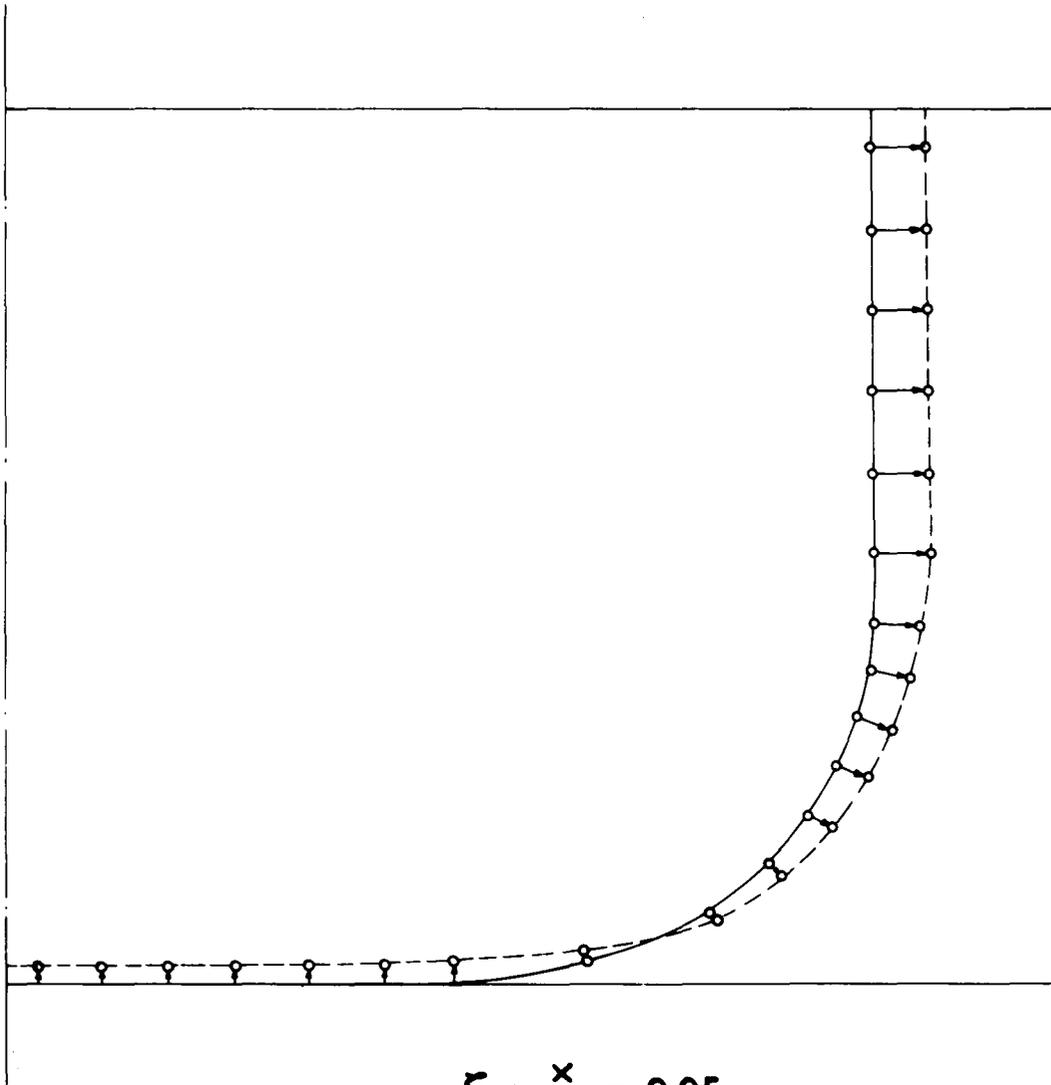
Abb. 57

Serie „Berlin“

$$\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$$

$$T = 0,5 B$$

Singularitätenverteilung
nach Hess & Smith



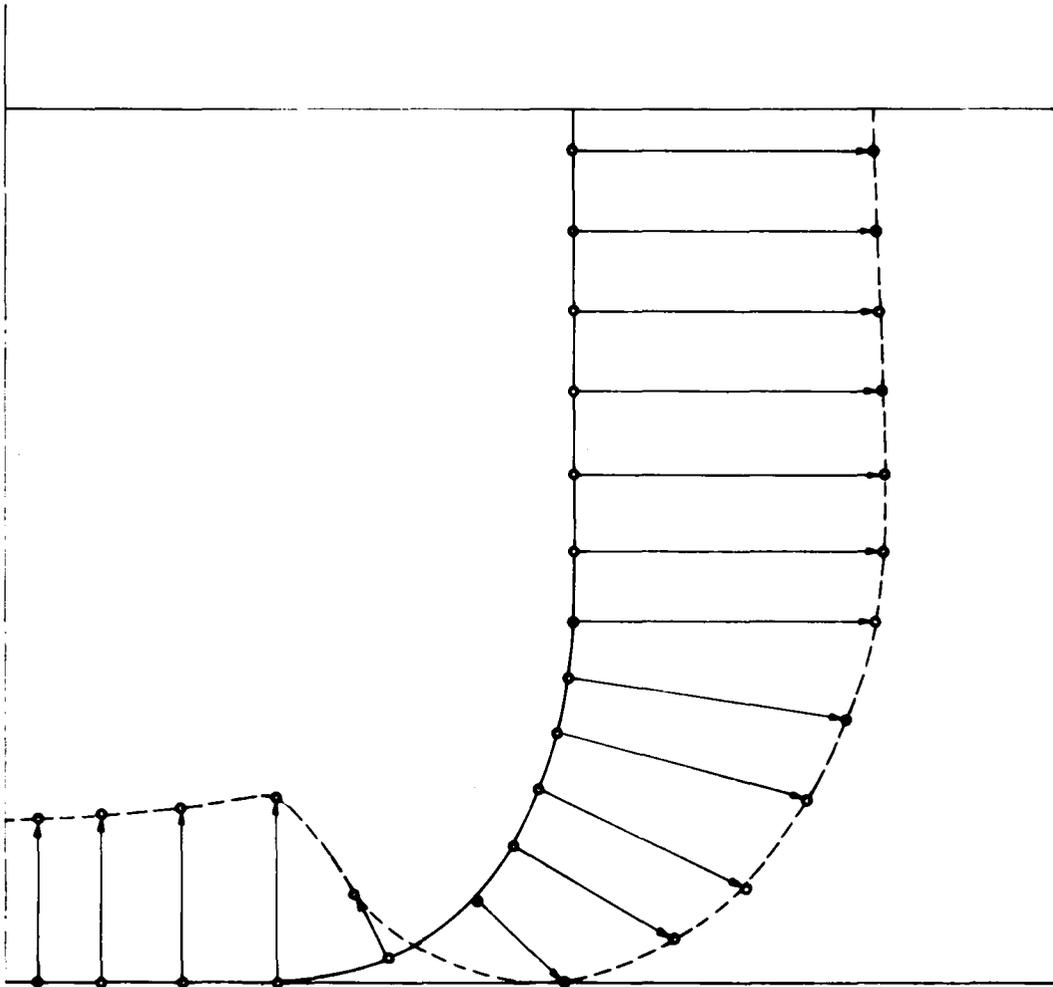
$$\xi = \frac{x}{l} = 0,05$$

Serie „Berlin“

$$\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$$

$$T = 0,5 \text{ B}$$

Singularitätenverteilung
nach Hess & Smith



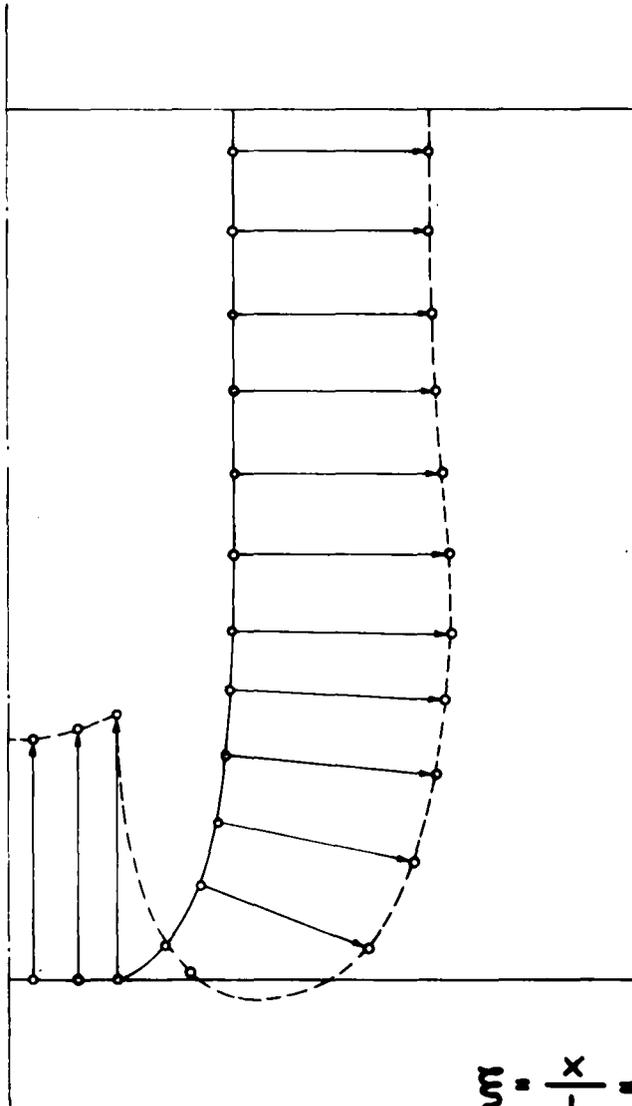
$$\xi = \frac{x}{l} = 0,45$$

Serie „Berlin“

$$\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$$

$$T = 0,5 \text{ B}$$

Singularitätenverteilung
nach Hess & Smith



$$\xi = \frac{x}{l} = 0,75$$

Serie „Berlin“

$$\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$$

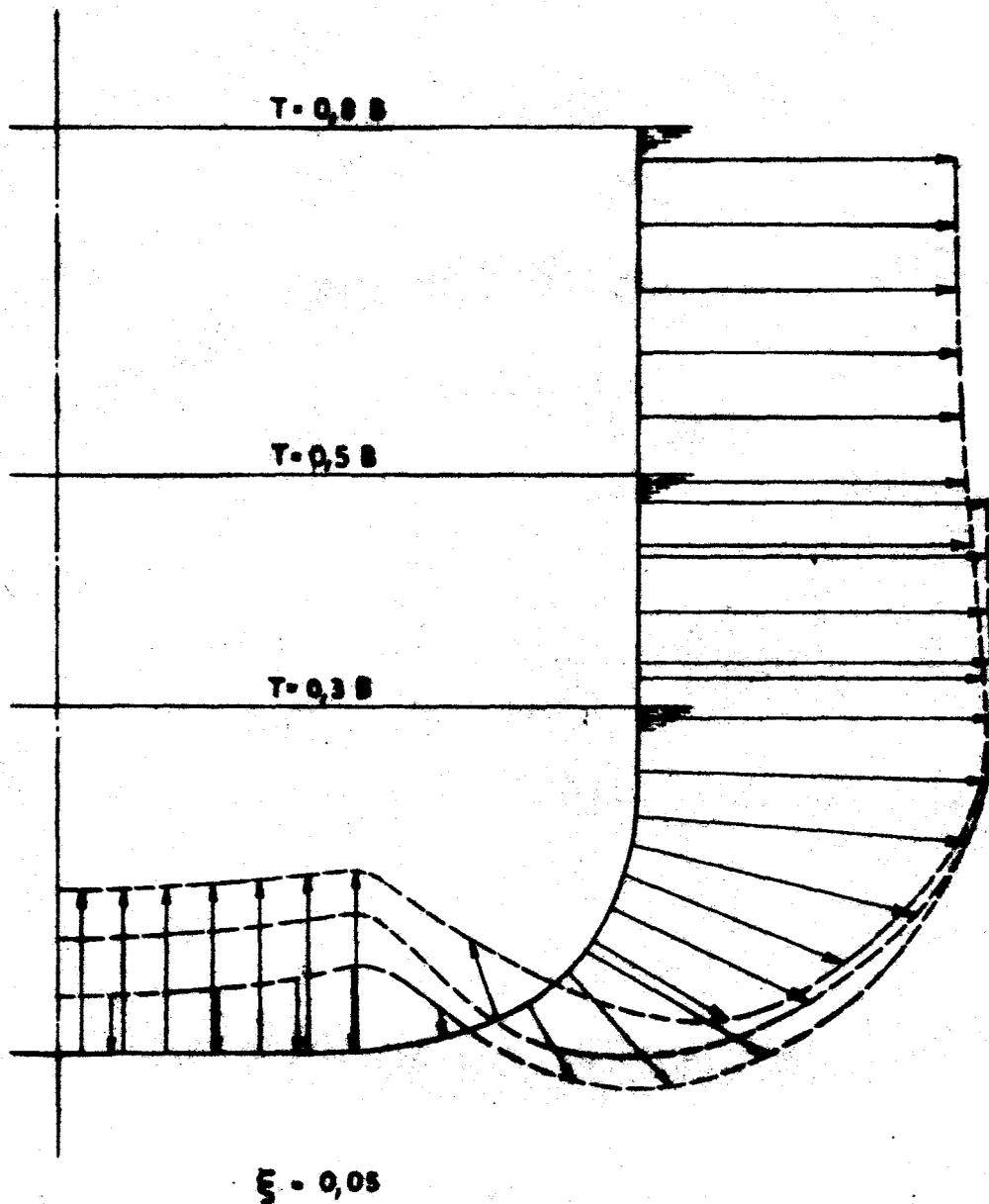


Abb. 61

Serie Berlin

$\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$

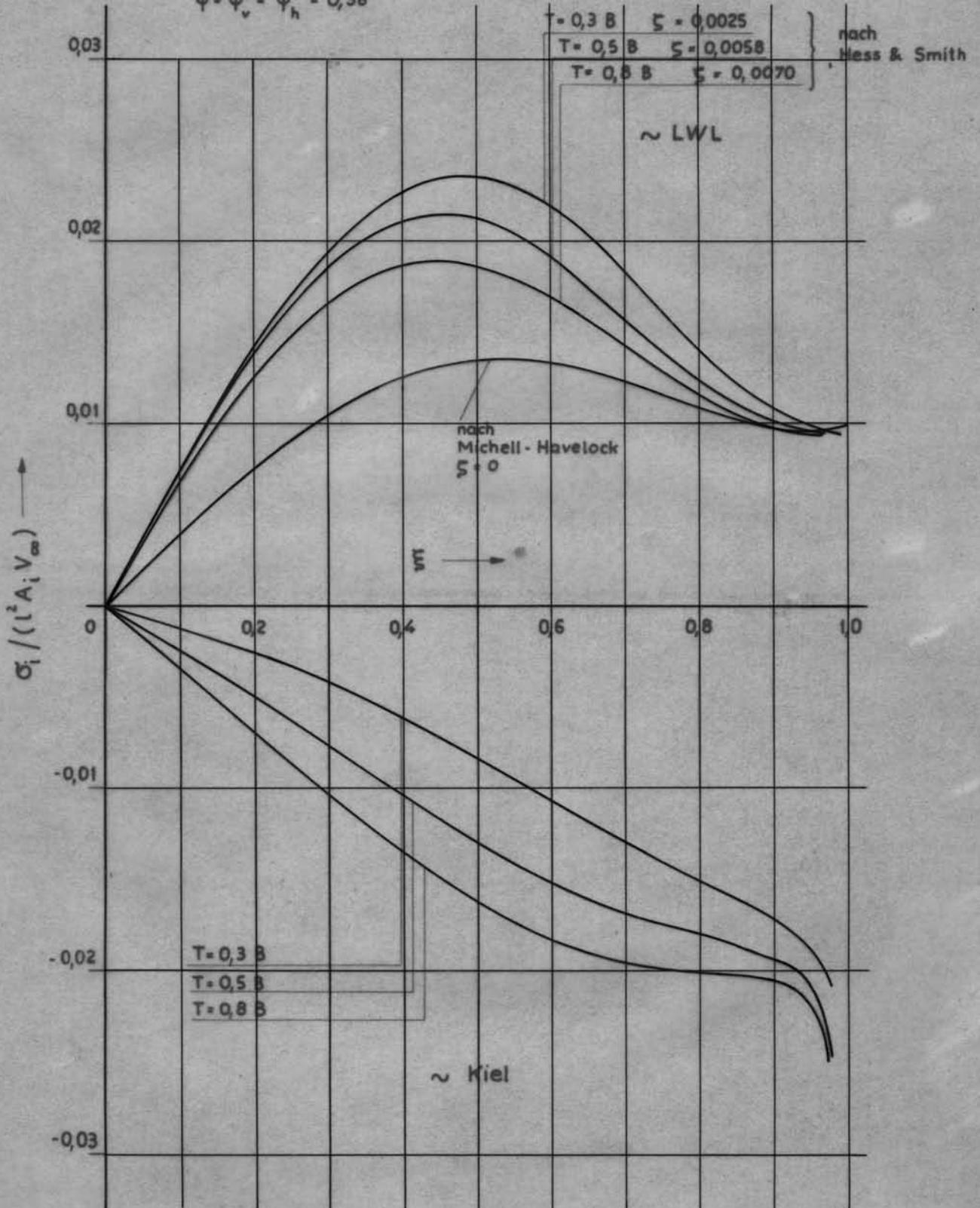


Abb. 62

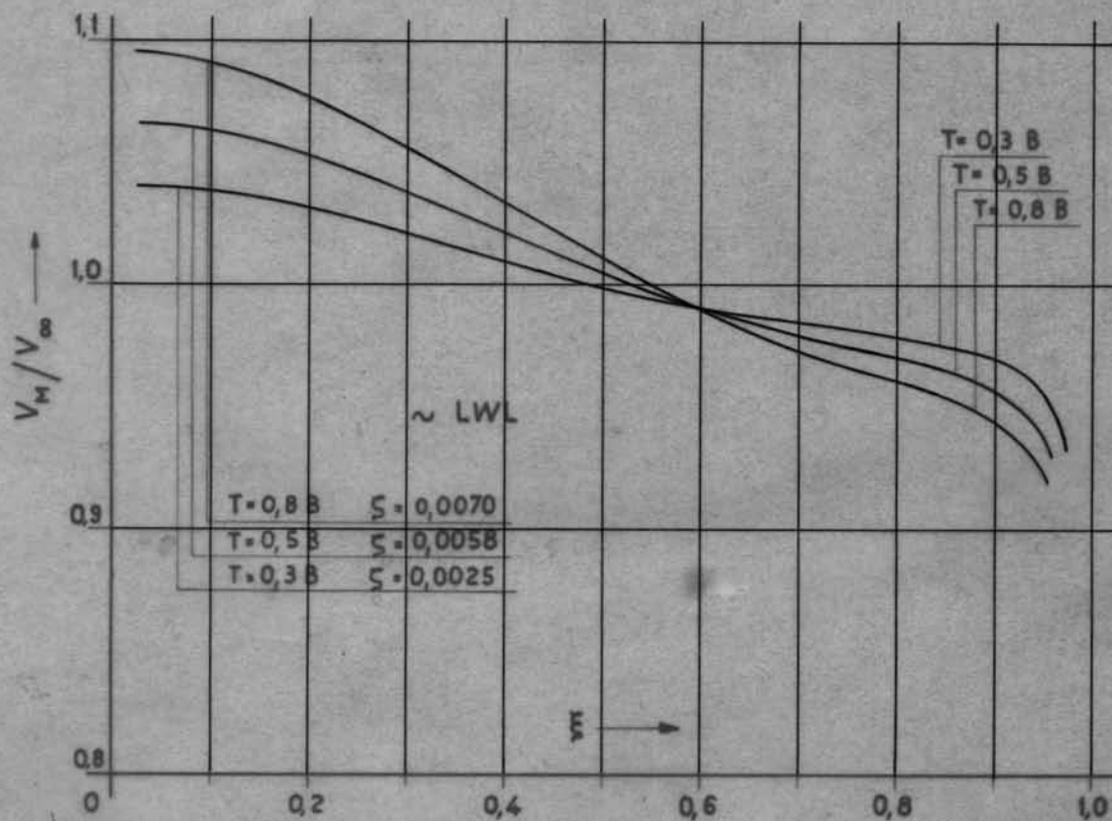
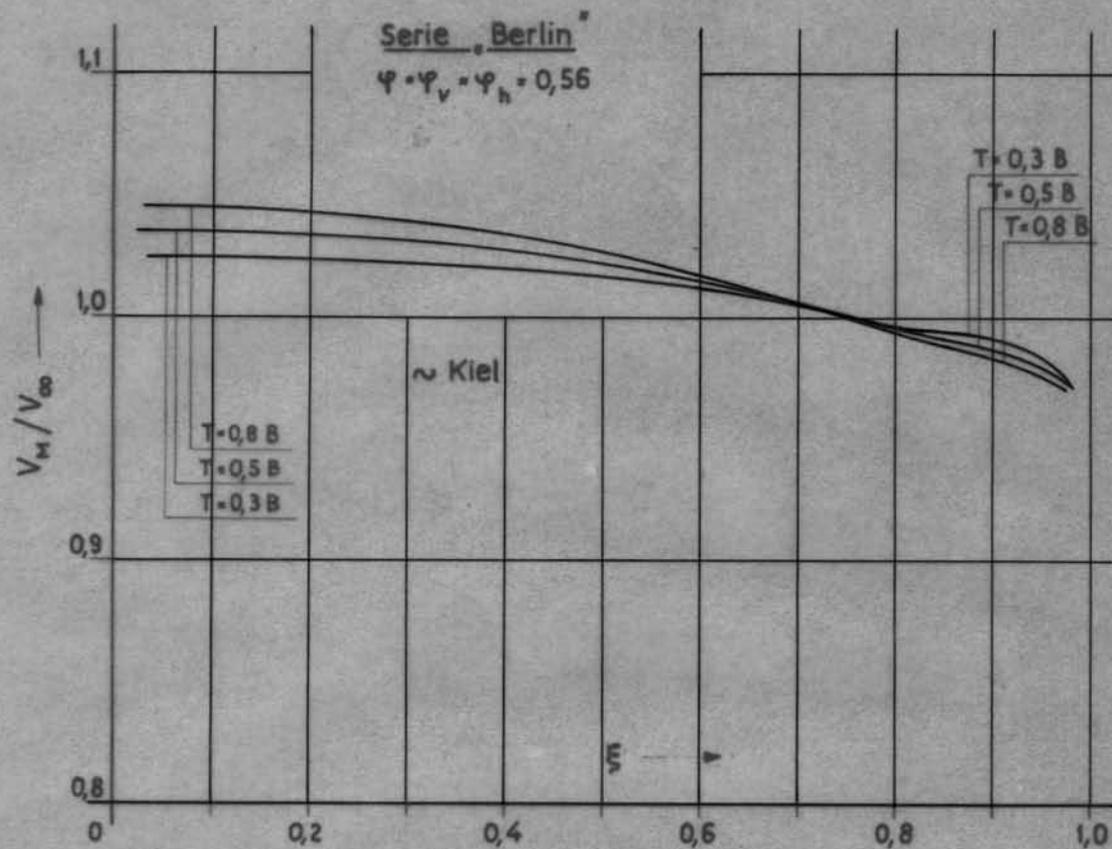


Abb. 63

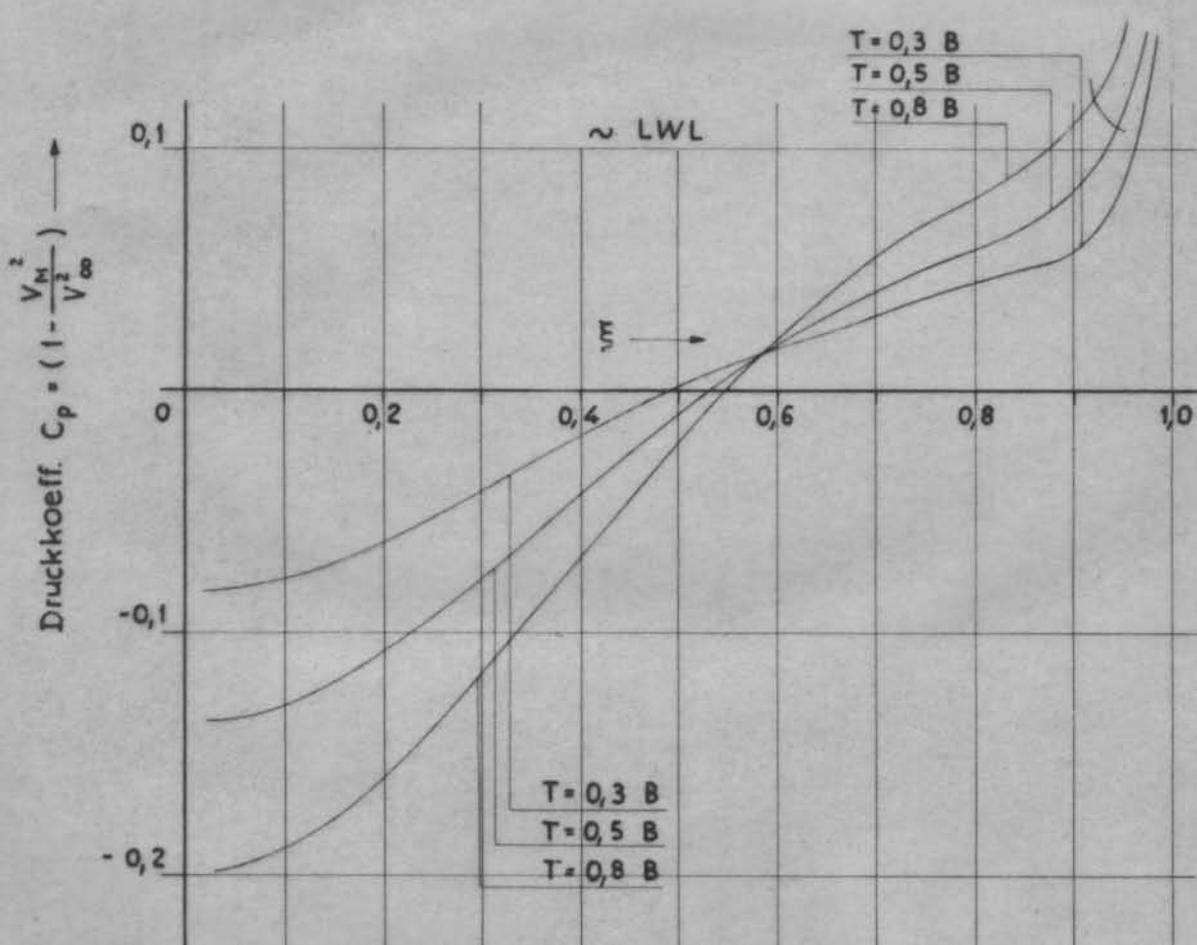
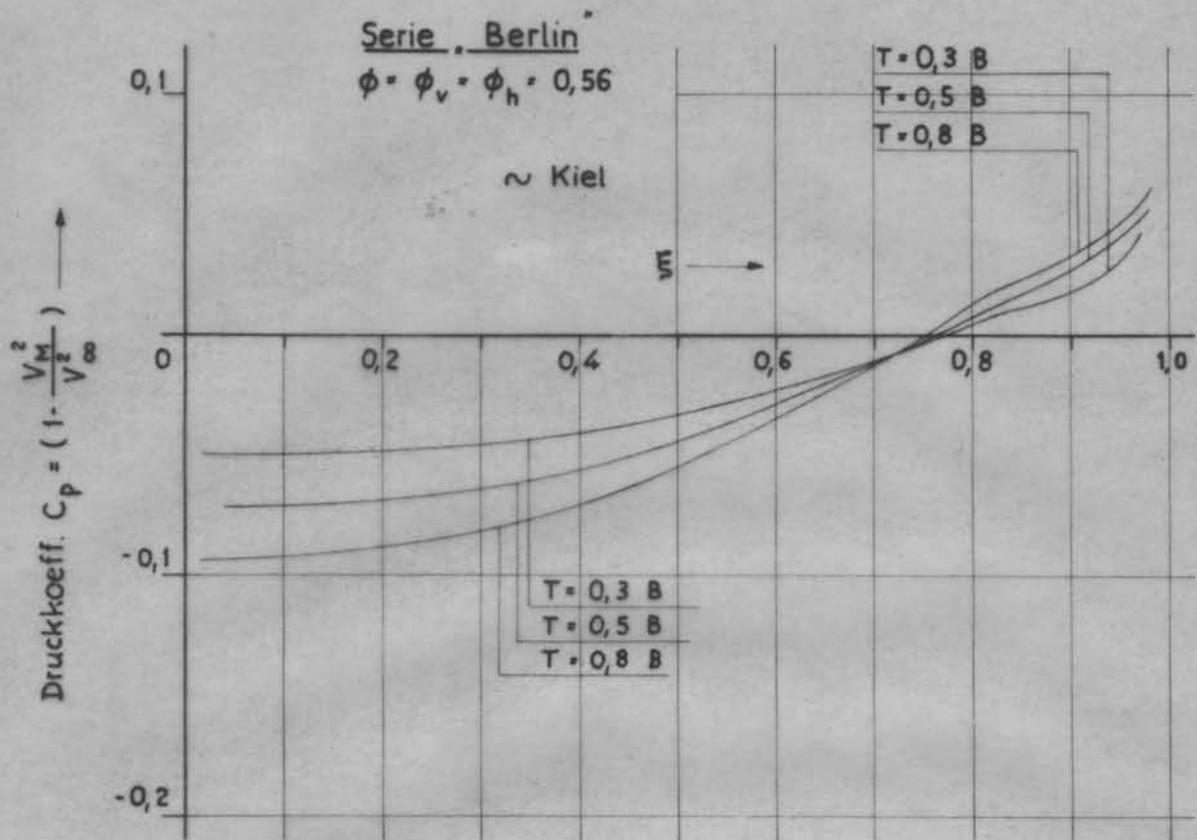


Abb. 64

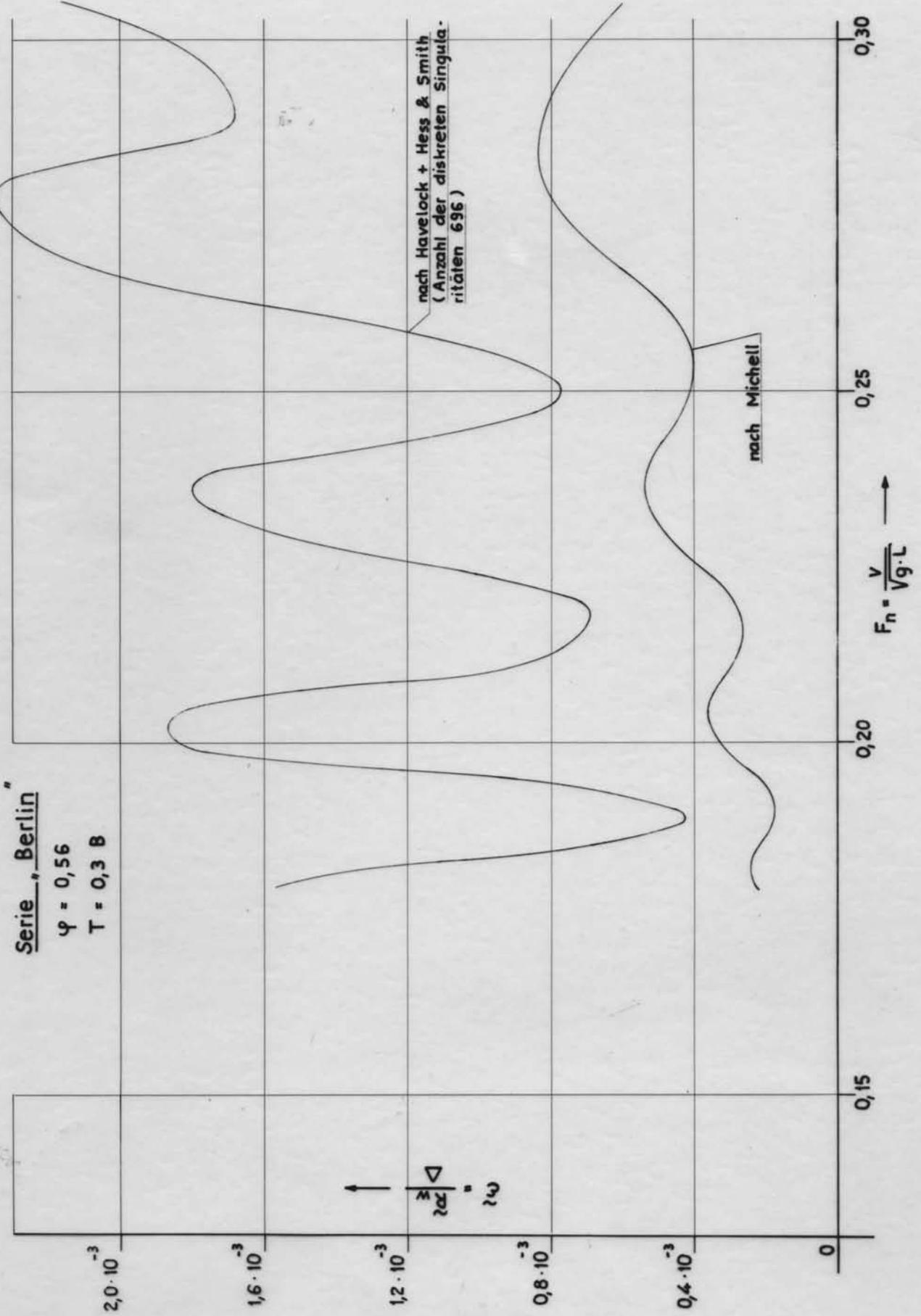


Abb. 65

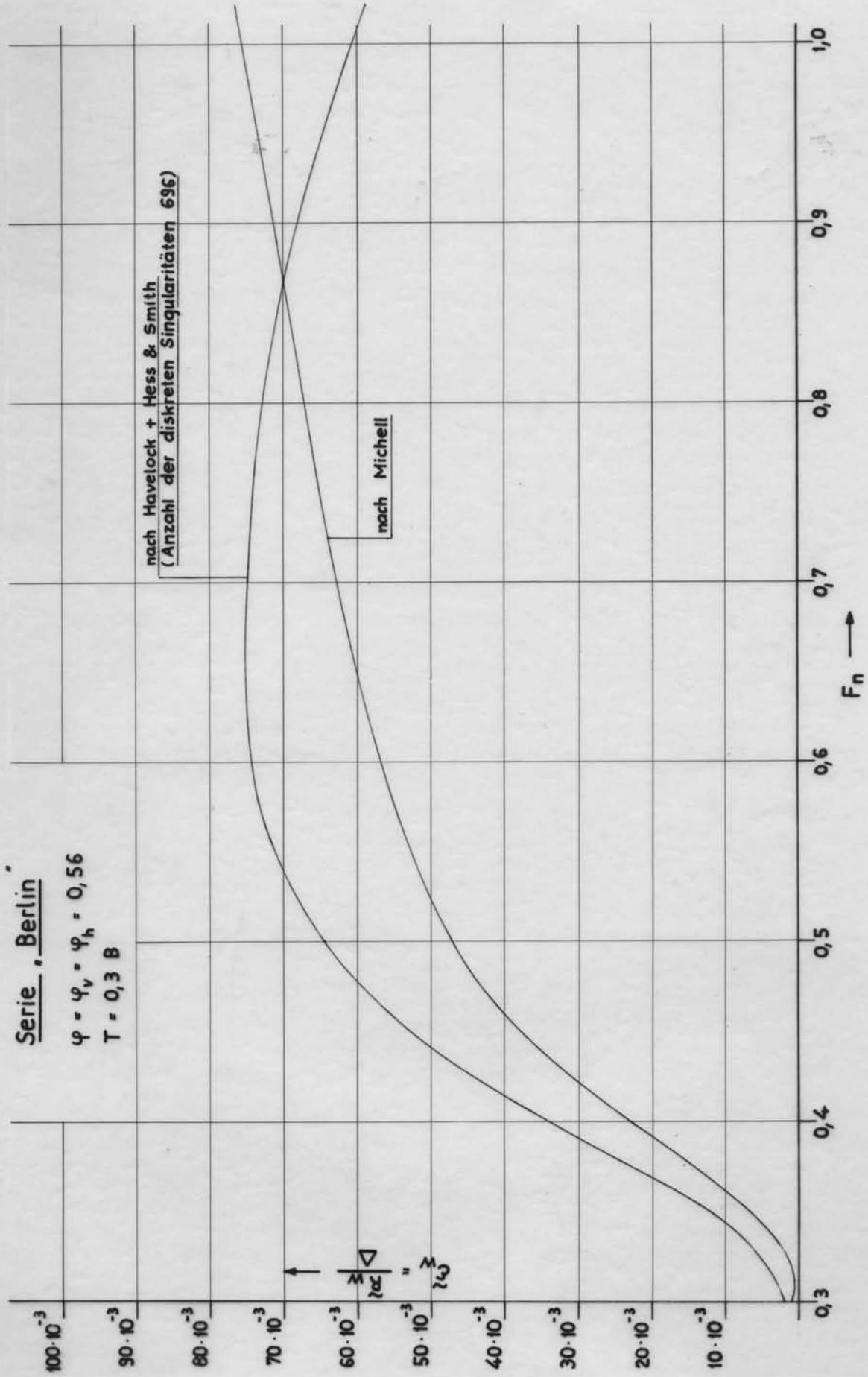


Abb. 66

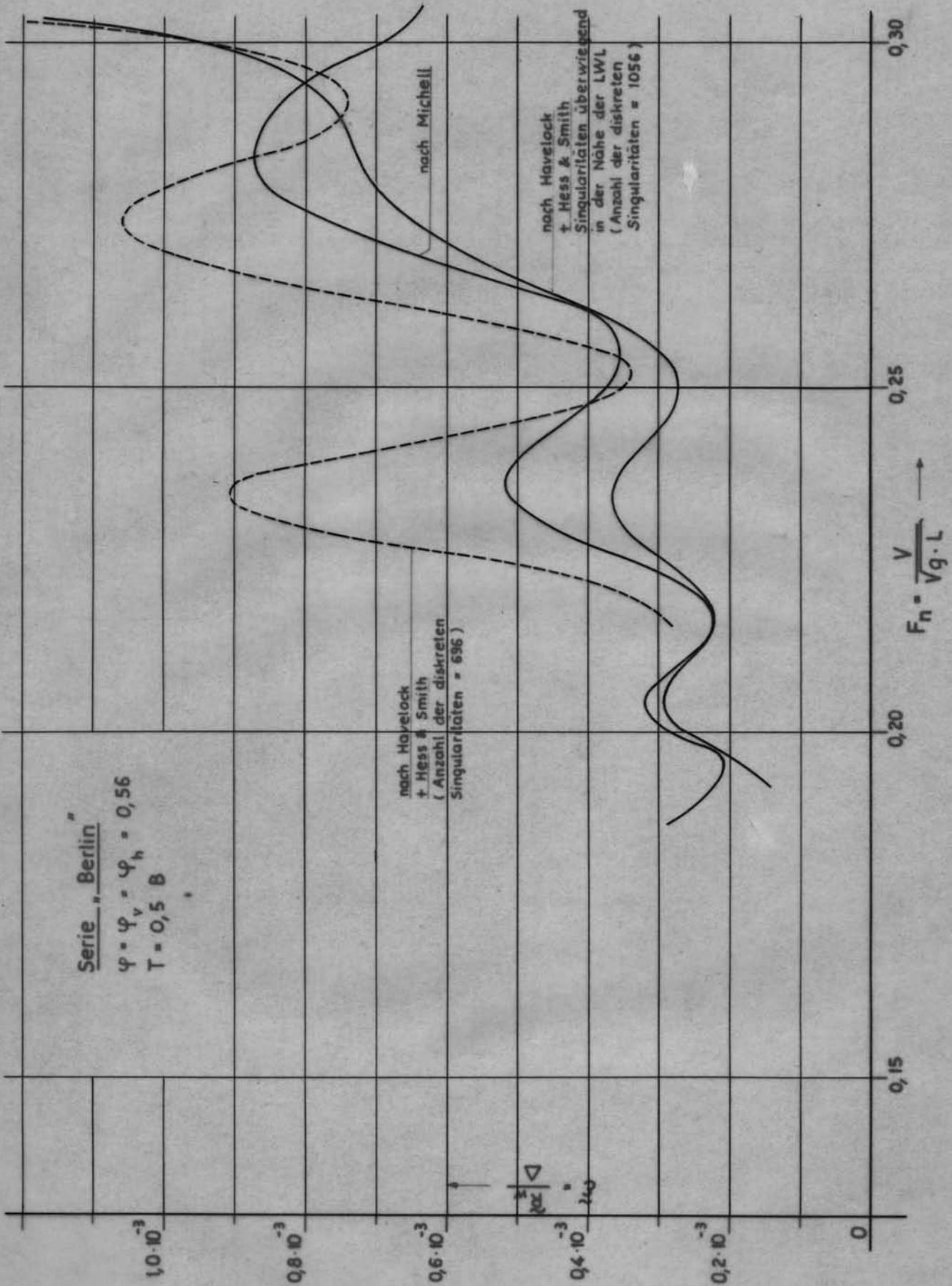
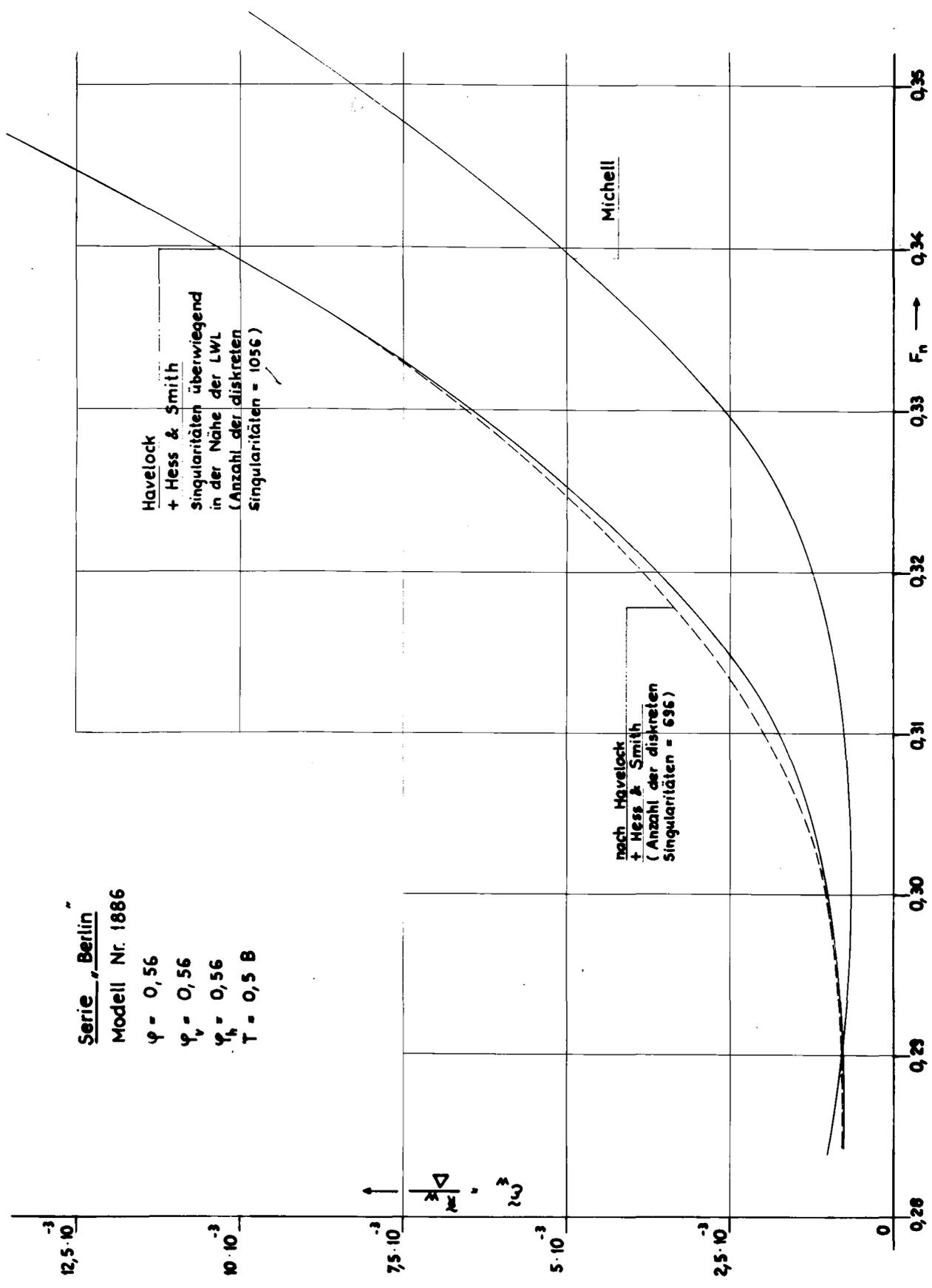


Abb. 67

Serie „Berlin“
 Modell Nr. 1886
 $\varphi = 0,56$
 $\varphi_v = 0,56$
 $\varphi_h = 0,56$
 $T = 0,5 B$



Havelock
 + Hess & Smith
 Singulartäten überwiegend
 in der Nähe der LWL
 (Anzahl der diskreten
 Singulartäten = 1056)

Michell

nach Havelock
 + Hess & Smith
 (Anzahl der diskreten
 Singulartäten = 696)

Serie „Berlin“
 $\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$
 $T = 0,5 B$

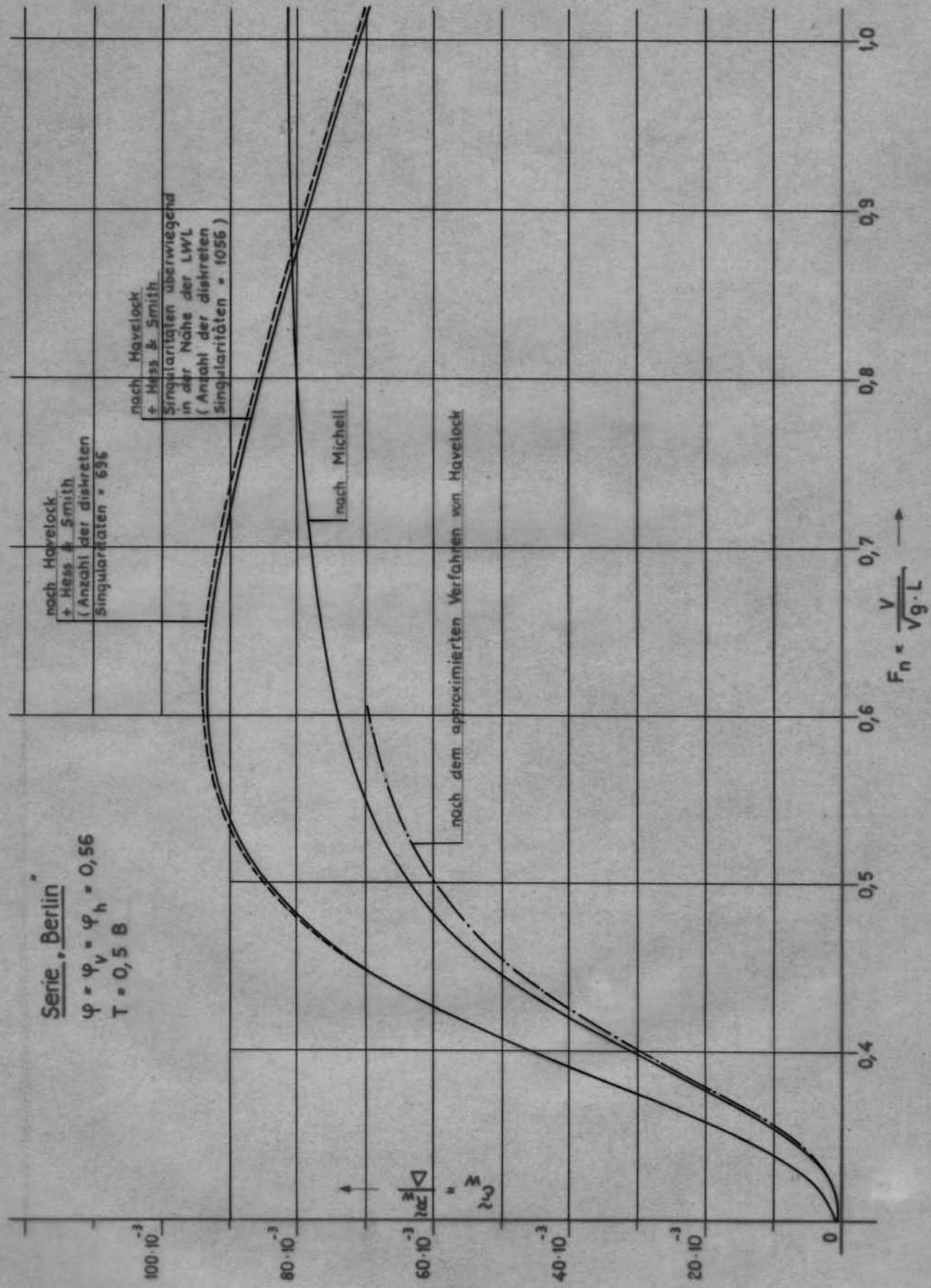


Abb. 69

Serie „Berlin“

$\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$
 $T = 0,8 \text{ B}$

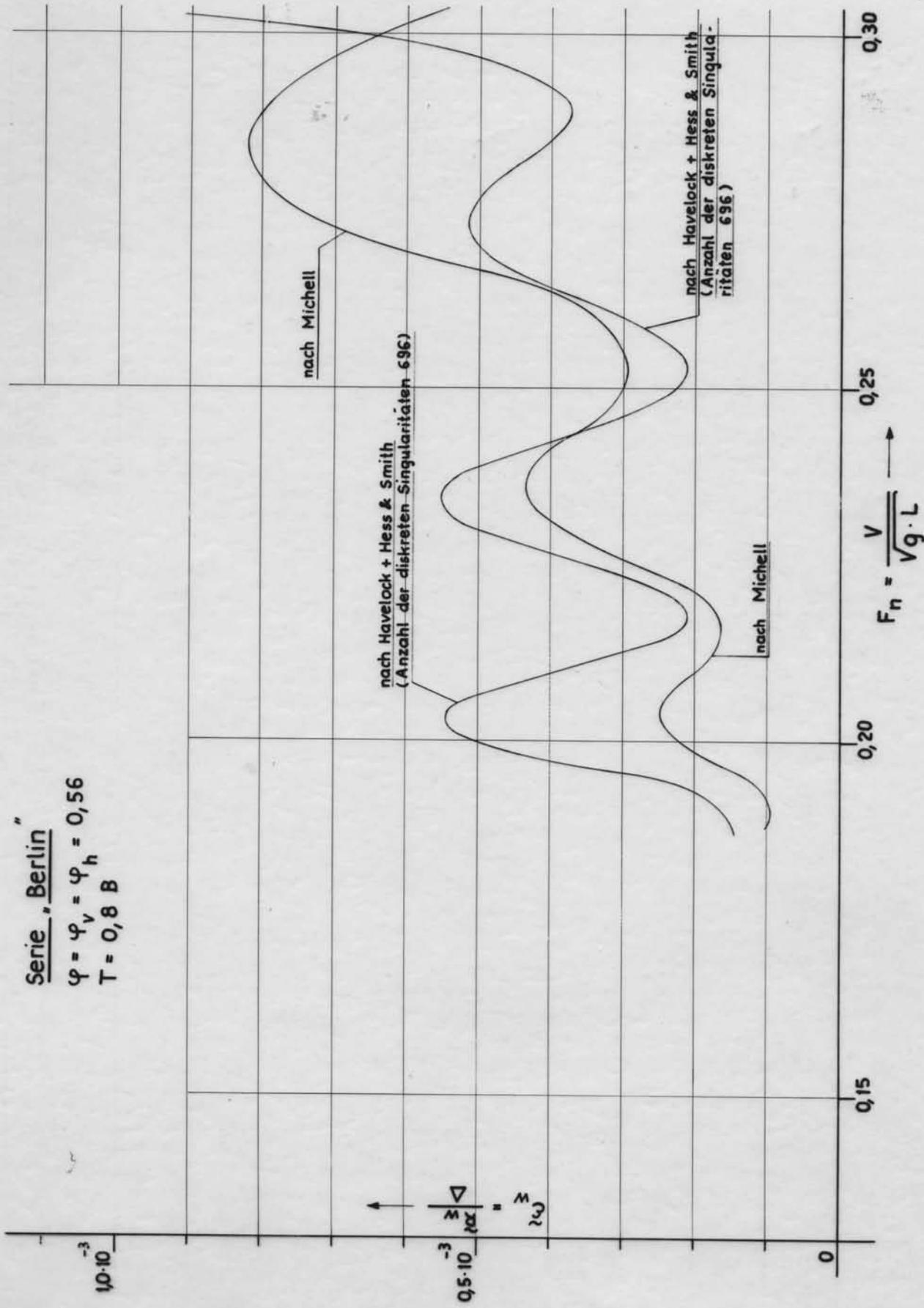


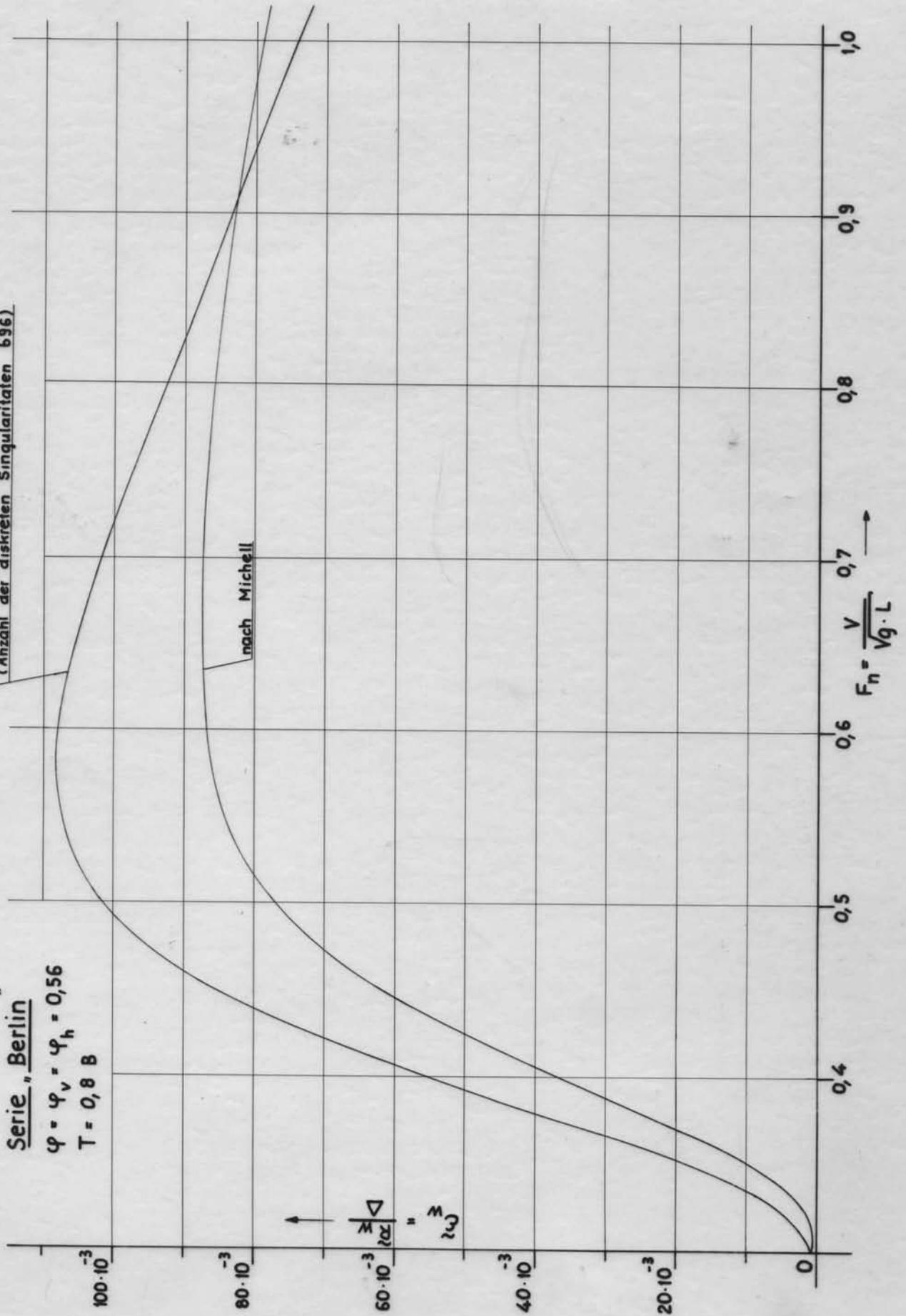
Abb. 70

nach Havelock + Hess & Smith
(Anzahl der diskreten Singularitäten 696)

Serie „Berlin“

$$\varphi = \varphi_v = \varphi_h = 0,56$$

$$T = 0,8 \text{ B}$$



Serie „Berlin“

$\varphi = 0,64$
 $T = 0,5 B$

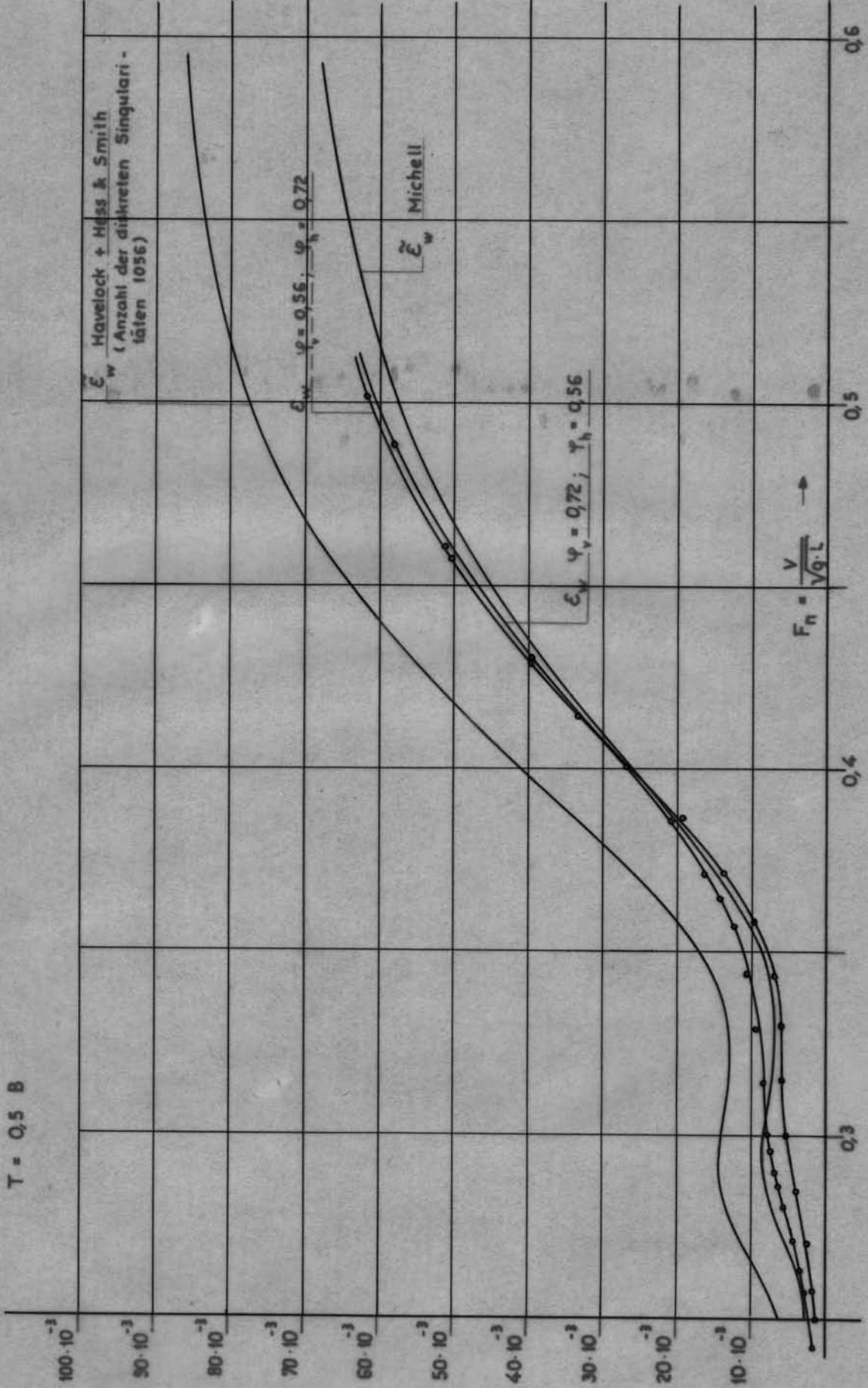


Abb. 73

$$y = y_V = y_h = 0,52$$

Mod.Nr. 1790

1/2 Aufmaße des Modells in m

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9	0,1	0,3046	0,3044	0,3023	0,2974	0,2897	0,2784	0,2621	0,2513	0,2377	0,2186	0,1699
8	0,2	0,2819	0,2817	0,2797	0,2752	0,2681	0,2576	0,2426	0,2326	0,2199	0,2023	0,1572
7	0,3	0,2471	0,2470	0,2452	0,2413	0,2350	0,2259	0,2126	0,2039	0,1928	0,1774	0,1378
6	0,4	0,2045	0,2043	0,2029	0,1996	0,1945	0,1869	0,1759	0,1687	0,1595	0,1468	0,1140
5	0,5	0,1589	0,1588	0,1577	0,1552	0,1512	0,1453	0,1369	0,1314	0,1242	0,1138	0,0879
4	0,6	0,1156	0,1156	0,1147	0,1129	0,1101	0,1060	0,1000	0,0960	0,0911	0,0824	0,0585
3	0,7	0,0785	0,0785	0,0779	0,0767	0,0749	0,0720	0,0680	0,0654	0,0620	0,0558	0,0365
2	0,8	0,0493	0,0492	0,0489	0,0482	0,0470	0,0453	0,0431	0,0415	0,0391	0,0348	0,0196
1	0,9	0,0257	0,0257	0,0255	0,0252	0,0247	0,0238	0,0225	0,0218	0,0208	0,0180	0,0073
0,5	0,95	0,0139	0,0139	0,0138	0,0137	0,0134	0,0130	0,0123	0,0121	0,0112	0,0093	0,0025
0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$$

$\gamma = 0,52$

Modell Nr. 1890 Vorschiff

Spt. 10 - 20 1/2 Aufmaße des Modells in [m]

Modell Nr. 1891 Hinterschiff

Spt. 0 - 10

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 u. 11	0,1	0,3046	0,3044	0,3023	0,2974	0,2897	0,2784	0,2621	0,2513	0,2377	0,2186	0,1699
8 u. 12	0,2	0,2819	0,2817	0,2797	0,2752	0,2681	0,2576	0,2426	0,2326	0,2199	0,2023	0,1572
7 u. 13	0,3	0,2471	0,2470	0,2452	0,2413	0,2350	0,2259	0,2126	0,2039	0,1928	0,1774	0,1378
6 u. 14	0,4	0,2045	0,2043	0,2029	0,1996	0,1945	0,1869	0,1759	0,1687	0,1595	0,1468	0,1140
5 u. 15	0,5	0,1589	0,1588	0,1577	0,1552	0,1512	0,1453	0,1369	0,1314	0,1242	0,1138	0,0879
4 u. 16	0,6	0,1156	0,1156	0,1147	0,1129	0,1101	0,1060	0,1000	0,0960	0,0911	0,0824	0,0585
3 u. 17	0,7	0,0785	0,0785	0,0779	0,0767	0,0749	0,0720	0,0680	0,0654	0,0620	0,0558	0,0365
2 u. 18	0,8	0,0493	0,0492	0,0489	0,0482	0,0470	0,0453	0,0431	0,0415	0,0391	0,0348	0,0196
1 u. 19	0,9	0,0257	0,0257	0,0255	0,0252	0,0247	0,0238	0,0225	0,0218	0,0208	0,0180	0,0073
0,5 u. 19,5	0,95	0,0139	0,0139	0,0138	0,0137	0,0134	0,0130	0,0123	0,0121	0,0112	0,0093	0,0025
0 u. 20	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$

$$\gamma = \gamma_V = \gamma_h = 0,56$$

Modell Nr. 1767

1/2 Aufmaße des Modells in [m]

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 u. 11	0,1	0,3062	0,3060	0,3039	0,2990	0,2912	0,2799	0,2635	0,2526	0,2389	0,2198	0,1708
8 u. 12	0,2	0,2880	0,2878	0,2857	0,2811	0,2739	0,2632	0,2478	0,2375	0,2246	0,2067	0,1606
7 u. 13	0,3	0,2594	0,2592	0,2574	0,2532	0,2467	0,2370	0,2232	0,2140	0,2023	0,1862	0,1447
6 u. 14	0,4	0,2230	0,2228	0,2213	0,2177	0,2121	0,2038	0,1919	0,1839	0,1740	0,1600	0,1244
5 u. 15	0,5	0,1820	0,1819	0,1806	0,1777	0,1731	0,1663	0,1566	0,1501	0,1420	0,1306	0,1015
4 u. 16	0,6	0,1398	0,1397	0,1387	0,1365	0,1331	0,1279	0,1205	0,1156	0,1097	0,1002	0,0741
3 u. 17	0,7	0,0994	0,0994	0,0987	0,0971	0,0945	0,0910	0,0864	0,0830	0,0783	0,0711	0,0478
2 u. 18	0,8	0,0629	0,0629	0,0624	0,0615	0,0600	0,0580	0,0549	0,0529	0,0502	0,0442	0,0247
1 u. 19	0,9	0,0305	0,0305	0,0303	0,0299	0,0292	0,0283	0,0268	0,0260	0,0246	0,0214	0,0083
0,5 u. 19,5	0,95	0,0153	0,0153	0,0152	0,0150	0,0148	0,0143	0,0137	0,0130	0,0124	0,0106	0,0020
0 u. 20	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$$

Modell Nr. 1886 Vorschiff Spt 10 - 20

$\eta = 0,56$ Modell Nr. 1887 Hinterschiff Spt 0 - 10 $1/2$ Aufmaße des Modells in [m]

Spt.	ξ	WL 0 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 bsw	0,1	0,3062	0,3060	0,3039	0,2990	0,2912	0,2799	0,2635	0,2526	0,2389	0,2198	0,1708
8 "	0,2	0,2880	0,2878	0,2857	0,2811	0,2739	0,2632	0,2478	0,2375	0,2246	0,2067	0,1606
7 "	0,3	0,2594	0,2592	0,2574	0,2532	0,2467	0,2370	0,2232	0,2140	0,2023	0,1862	0,1447
6 "	0,4	0,2230	0,2228	0,2213	0,2177	0,2121	0,2038	0,1919	0,1839	0,1740	0,1600	0,1244
5 "	0,5	0,1820	0,1819	0,1806	0,1777	0,1731	0,1663	0,1566	0,1501	0,1420	0,1306	0,1015
4 "	0,6	0,1398	0,1397	0,1387	0,1365	0,1331	0,1279	0,1205	0,1156	0,1097	0,1002	0,0741
3 "	0,7	0,0994	0,0994	0,0987	0,0971	0,0946	0,0910	0,0864	0,0830	0,0783	0,0711	0,0478
2 "	0,8	0,0629	0,0629	0,0624	0,0615	0,0600	0,0580	0,0549	0,0529	0,0502	0,0442	0,0247
1 "	0,9	0,0305	0,0305	0,0303	0,0299	0,0292	0,0283	0,0268	0,0260	0,0246	0,0214	0,0083
0,5 "	0,95	0,0153	0,0153	0,0152	0,0150	0,0148	0,0143	0,0137	0,0130	0,0124	0,0106	0,0020
0 "	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$

Modell Nr. 1888 Vorschiff Spt 10 - 20

$\gamma = 0,56$ Modell Nr. 1889 Hinterschiff Spt 0 - 10 1/2 Aufmaße des Modells in [m]

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 bzw .11	0,1	0,3062	0,3060	0,3039	0,2990	0,2912	0,2799	0,2635	0,2526	0,2389	0,2198	0,1708
8 " .12	0,2	0,2880	0,2878	0,2857	0,2811	0,2739	0,2632	0,2478	0,2375	0,2246	0,2067	0,1606
7 " .13	0,3	0,2594	0,2592	0,2574	0,2532	0,2467	0,2370	0,2232	0,2140	0,2023	0,1862	0,1447
6 " .14	0,4	0,2230	0,2228	0,2213	0,2177	0,2121	0,2038	0,1919	0,1839	0,1740	0,1600	0,1244
5 " .15	0,5	0,1820	0,1819	0,1806	0,1777	0,1731	0,1663	0,1566	0,1501	0,1420	0,1306	0,1015
4 " .16	0,6	0,1398	0,1397	0,1387	0,1365	0,1331	0,1279	0,1205	0,1156	0,1097	0,1002	0,0741
3 " .17	0,7	0,0994	0,0994	0,0987	0,0971	0,0945	0,0910	0,0864	0,0830	0,0783	0,0711	0,0478
2 " .18	0,8	0,0629	0,0629	0,0624	0,0615	0,0600	0,0580	0,0549	0,0529	0,0502	0,0442	0,0247
1 " .19	0,9	0,0305	0,0305	0,0303	0,0299	0,0292	0,0283	0,0268	0,0260	0,0246	0,0214	0,0083
0,5 " .19,5	0,95	0,0153	0,0153	0,0152	0,0150	0,0148	0,0143	0,0137	0,0130	0,0124	0,0106	0,0020
0 " .20	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$

$$\zeta = \zeta_V = \zeta_H = 0,60$$

Mod.Nr. 1789

1/2 Aufmaße des Modells in m

Spt.	ζ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 u. 11	0,1	0,3078	0,3076	0,3054	0,3005	0,2927	0,2813	0,2649	0,2539	0,2401	0,2209	0,1717
8 u. 12	0,2	0,2940	0,2938	0,2917	0,2870	0,2796	0,2687	0,2530	0,2425	0,2294	0,2110	0,1640
7 u. 13	0,3	0,2716	0,2714	0,2695	0,2652	0,2583	0,2482	0,2337	0,2241	0,2119	0,1949	0,1515
6 u. 14	0,4	0,2415	0,2413	0,2396	0,2358	0,2297	0,2207	0,2078	0,1992	0,1884	0,1733	0,1347
5 u. 15	0,5	0,2051	0,2050	0,2035	0,2002	0,1951	0,1874	0,1765	0,1692	0,1600	0,1472	0,1144
4 u. 16	0,6	0,1640	0,1639	0,1627	0,1601	0,1560	0,1500	0,1413	0,1356	0,1284	0,1172	0,0899
3 u. 17	0,7	0,1203	0,1203	0,1194	0,1175	0,1146	0,1102	0,1042	0,1003	0,0948	0,0859	0,0596
2 u. 18	0,8	0,0765	0,0765	0,0759	0,0748	0,0731	0,0705	0,0667	0,0641	0,0607	0,0542	0,0300
1 u. 19	0,9	0,0353	0,0353	0,0350	0,0346	0,0339	0,0328	0,0310	0,0300	0,0284	0,0247	0,0089
0,5 u. 19,5	0,95	0,0167	0,0167	0,0166	0,0164	0,0161	0,0156	0,0148	0,0144	0,0136	0,0115	0,0025
0 u. 20	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$$

$f = 0,60$

1/2 Aufmaße des Modells in [m]

Modell Nr. 1890 Hinterschiff Spt 0 - 10
 Modell Nr. 1891 Vorschiff Spt 10 - 20

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 u.	0,1	0,3078	0,3076	0,3054	0,3005	0,2927	0,2813	0,2649	0,2539	0,2401	0,2209	0,1717
8 u.	0,2	0,2940	0,2938	0,2917	0,2870	0,2796	0,2687	0,2530	0,2425	0,2294	0,2110	0,1640
7 u.	0,3	0,2716	0,2714	0,2695	0,2652	0,2583	0,2482	0,2337	0,2241	0,2119	0,1949	0,1515
6 u.	0,4	0,2415	0,2413	0,2396	0,2358	0,2297	0,2207	0,2078	0,1992	0,1884	0,1733	0,1347
5 u.	0,5	0,2051	0,2050	0,2035	0,2002	0,1951	0,1874	0,1765	0,1592	0,1600	0,1472	0,1144
4 u.	0,6	0,1640	0,1639	0,1627	0,1601	0,1560	0,1500	0,1413	0,1356	0,1284	0,1172	0,0899
3 u.	0,7	0,1203	0,1203	0,1194	0,1175	0,1146	0,1102	0,1042	0,1003	0,0948	0,0859	0,0596
2 u.	0,8	0,0765	0,0765	0,0759	0,0748	0,0731	0,0705	0,0667	0,0641	0,0607	0,0542	0,0300
1 u.	0,9	0,0353	0,0353	0,0350	0,0346	0,0339	0,0328	0,0310	0,0300	0,0284	0,0247	0,0089
0,5 u.	0,95	0,0167	0,0167	0,0166	0,0164	0,0161	0,0156	0,0148	0,0144	0,0136	0,0115	0,0025
0 u.	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$

$$\varphi = \varphi_V = \varphi_h = 0,64$$

Mod.Nr. 1788

1/2 Aufmaße des Modells in m

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 u.	0,1	0,3094	0,3092	0,3071	0,3021	0,2943	0,2828	0,2663	0,2553	0,2414	0,2221	0,1726
8 u.	0,2	0,3001	0,2999	0,2978	0,2930	0,2854	0,2742	0,2582	0,2475	0,2341	0,2154	0,1674
7 u.	0,3	0,2838	0,2836	0,2816	0,2771	0,2699	0,2594	0,2442	0,2341	0,2214	0,2037	0,1583
6 u.	0,4	0,2600	0,2598	0,2580	0,2539	0,2473	0,2376	0,2238	0,2145	0,2029	0,1866	0,1450
5 u.	0,5	0,2282	0,2280	0,2264	0,2228	0,2170	0,2085	0,1963	0,1882	0,1780	0,1638	0,1273
4 u.	0,6	0,1882	0,1881	0,1867	0,1837	0,1790	0,1720	0,1620	0,1554	0,1470	0,1350	0,1039
3 u.	0,7	0,1413	0,1412	0,1402	0,1380	0,1345	0,1293	0,1220	0,1171	0,1108	0,1011	0,0718
2 u.	0,8	0,0901	0,0900	0,0894	0,0881	0,0861	0,0829	0,0782	0,0753	0,0713	0,0643	0,0366
1 u.	0,9	0,0401	0,0401	0,0398	0,0394	0,0385	0,0371	0,0353	0,0340	0,0324	0,0284	0,0098
0,5 u.	0,95	0,0181	0,0181	0,0180	0,0178	0,0174	0,0169	0,0161	0,0156	0,0150	0,0124	0,0028
0 u.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$$

Modell Nr. 1887 Vorschiff Spt 10 - 20
 Modell Nr. 1886 Hinterschiff Spt 0 - 10
 1/2 Aufmaße des Modells in m

$\rho = 0,64$

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 bzw. 11	0,1	0,3094	0,3092	0,3071	0,3021	0,2943	0,2828	0,2663	0,2553	0,2414	0,2221	0,1726
8 "	0,2	0,3001	0,2999	0,2978	0,2930	0,2854	0,2742	0,2582	0,2475	0,2341	0,2154	0,1674
7 "	0,3	0,2838	0,2836	0,2816	0,2771	0,2699	0,2594	0,2442	0,2341	0,2214	0,2037	0,1583
6 "	0,4	0,2600	0,2598	0,2580	0,2539	0,2473	0,2376	0,2238	0,2145	0,2029	0,1866	0,1450
5 "	0,5	0,2282	0,2280	0,2264	0,2228	0,2170	0,2085	0,1963	0,1882	0,1780	0,1638	0,1273
4 "	0,6	0,1882	0,1881	0,1867	0,1837	0,1790	0,1720	0,1620	0,1554	0,1470	0,1350	0,1039
3 "	0,7	0,1413	0,1412	0,1402	0,1380	0,1345	0,1293	0,1220	0,1171	0,1108	0,1011	0,0718
2 "	0,8	0,0901	0,0900	0,0894	0,0881	0,0861	0,0829	0,0782	0,0753	0,0713	0,0643	0,0366
1 "	0,9	0,0401	0,0401	0,0398	0,0394	0,0385	0,0371	0,0353	0,0340	0,0324	0,0284	0,0098
0,5 "	0,95	0,0181	0,0181	0,0180	0,0178	0,0174	0,0169	0,0161	0,0156	0,0150	0,0124	0,0028
0 "	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$

$$f = y_v = y_h = 0,68$$

Modell Nr. 1782

1/2 Aufmaße des Modells in [m]

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 u.	0,1	0,3110	0,3108	0,3086	0,3037	0,2958	0,2843	0,2676	0,2566	0,2427	0,2232	0,1735
8 u.	0,2	0,3061	0,3059	0,3037	0,2988	0,2911	0,2797	0,2634	0,2525	0,2388	0,2197	0,1707
7 u.	0,3	0,2960	0,2958	0,2938	0,2890	0,2815	0,2705	0,2547	0,2442	0,2310	0,2125	0,1651
6 u.	0,4	0,2785	0,2783	0,2764	0,2719	0,2649	0,2546	0,2397	0,2298	0,2173	0,1999	0,1554
5 u.	0,5	0,2512	0,2510	0,2493	0,2453	0,2389	0,2296	0,2162	0,2072	0,1960	0,1803	0,1401
4 u.	0,6	0,2124	0,2122	0,2107	0,2073	0,2020	0,1941	0,1827	0,1752	0,1657	0,1524	0,1185
3 u.	0,7	0,1622	0,1621	0,1609	0,1583	0,1541	0,1484	0,1399	0,1343	0,1271	0,1161	0,0860
2 u.	0,8	0,1037	0,1037	0,1029	0,1014	0,0988	0,0952	0,0901	0,0867	0,0821	0,0740	0,0450
1 u.	0,9	0,0449	0,0449	0,0446	0,0441	0,0430	0,0416	0,0396	0,0383	0,0363	0,0318	0,0104
0,5 u.	0,95	0,0195	0,0195	0,0194	0,0192	0,0187	0,0182	0,0173	0,0168	0,0160	0,0136	0,0030
0 u.	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$$

$$y = y_{\nabla} = y_h = 0,72$$

Modell Nr. 1781

1/2 Aufmaße des Modells in [m]

Spt.	Σ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 u. 11	0,1	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
8 u. 12	0,2	0,3122	0,3120	0,3098	0,3048	0,2969	0,2853	0,2686	0,2575	0,2435	0,2240	0,1741
7 u. 13	0,3	0,3083	0,3081	0,3059	0,3010	0,2932	0,2817	0,2652	0,2543	0,2405	0,2212	0,1719
6 u. 14	0,4	0,2971	0,2969	0,2948	0,2900	0,2825	0,2715	0,2556	0,2451	0,2318	0,2132	0,1657
5 u. 15	0,5	0,2743	0,2741	0,2722	0,2678	0,2609	0,2507	0,2360	0,2263	0,2140	0,1969	0,1530
4 u. 16	0,6	0,2366	0,2364	0,2347	0,2310	0,2250	0,2162	0,2036	0,1952	0,1846	0,1698	0,1319
3 u. 17	0,7	0,1831	0,1830	0,1817	0,1788	0,1741	0,1673	0,1575	0,1510	0,1428	0,1314	0,1021
2 u. 18	0,8	0,1173	0,1172	0,1164	0,1146	0,1118	0,1076	0,1015	0,0977	0,0927	0,0839	0,0540
1 u. 19	0,9	0,0497	0,0497	0,0493	0,0487	0,0476	0,0459	0,0436	0,0422	0,0402	0,0354	0,0121
0,5 u. 19,5	0,95	0,0209	0,0209	0,0208	0,0205	0,0201	0,0194	0,0185	0,0181	0,0173	0,0145	0,0030
0 u. 20	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$

$\delta = 0,72$

Modell Nr. 1888 Hinterschiff Spt 0 - 10

1/2 Aufmaße des Modells in [m]

Modell Nr. 1889 Vorschiff Spt 10 - 20

Spt	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9 u. 11	0,1	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
8	0,2	0,3122	0,3120	0,3098	0,3048	0,2969	0,2853	0,2686	0,2575	0,2435	0,2240	0,1741
7 u. 13	0,3	0,3083	0,3081	0,3059	0,3010	0,2932	0,2817	0,2652	0,2543	0,2405	0,2212	0,1719
6 u. 14	0,4	0,2971	0,2969	0,2948	0,2900	0,2825	0,2715	0,2556	0,2451	0,2318	0,2132	0,1657
5 u. 15	0,5	0,2743	0,2741	0,2722	0,2678	0,2609	0,2507	0,2360	0,2263	0,2140	0,1969	0,1530
4 u. 16	0,6	0,2366	0,2364	0,2347	0,2310	0,2250	0,2162	0,2036	0,1952	0,1846	0,1698	0,1319
3 u. 17	0,7	0,1831	0,1830	0,1817	0,1788	0,1741	0,1673	0,1575	0,1510	0,1428	0,1314	0,1021
2 u. 18	0,8	0,1173	0,1172	0,1164	0,1146	0,1118	0,1076	0,1015	0,0977	0,0927	0,0839	0,0540
1 u. 19	0,9	0,0497	0,0497	0,0493	0,0487	0,0476	0,0459	0,0436	0,0422	0,0402	0,0354	0,0121
0,5 u. 19,5	0,95	0,0209	0,0209	0,0208	0,0205	0,0201	0,0194	0,0185	0,0181	0,0173	0,0145	0,0030
0 u. 20	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$

$$y = y_T = y_h = 0,56$$

Mod.Nr.1766 <1337>

1/2 Aufmaße des Modells in m

Spt.	ξ	WL 8 usw.	WL 7	WL 6	WL 5	WL 4	WL 3	WL 2	WL 1,5	WL 1,0	WL 0,5	WL 0
10	0	0,3125	0,3123	0,3101	0,3051	0,2972	0,2856	0,2689	0,2578	0,2438	0,2243	0,1743
9	0,1	0,3048	0,3046	0,3024	0,2976	0,2898	0,2786	0,2623	0,2514	0,2378	0,2188	0,1700
8	0,2	0,2844	0,2842	0,2822	0,2777	0,2705	0,2599	0,2447	0,2346	0,2219	0,2041	0,1586
7	0,3	0,2550	0,2549	0,2531	0,2490	0,2426	0,2331	0,2195	0,2104	0,1990	0,1831	0,1423
6	0,4	0,2199	0,2198	0,2182	0,2147	0,2091	0,2010	0,1892	0,1814	0,1716	0,1578	0,1227
5	0,5	0,1816	0,1815	0,1802	0,1773	0,1727	0,1660	0,1563	0,1498	0,1417	0,1304	0,1013
4	0,6	0,1424	0,1423	0,1413	0,1390	0,1354	0,1302	0,1228	0,1180	0,1115	0,1016	0,0773
3	0,7	0,1038	0,1037	0,1030	0,1013	0,0988	0,0951	0,0899	0,0865	0,0820	0,0740	0,0505
2	0,8	0,0669	0,0668	0,0664	0,0654	0,0638	0,0617	0,0584	0,0561	0,0530	0,0471	0,0269
1	0,9	0,0323	0,0323	0,0320	0,0317	0,0309	0,0299	0,0285	0,0275	0,0261	0,0225	0,0092
0,5	0,95	0,0159	0,0159	0,0158	0,0156	0,0153	0,0148	0,0141	0,0136	0,0130	0,0110	0,0021
0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\Delta WL = 1,875 \text{ cm}$$