

8 | 1954

## SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

H.H. Rust und J. Krohn

### Piezoelektrische Kraftmessung

**TUHH**

*Technische Universität Hamburg-Harburg*

Erscheint demnächst in Z. angew. Physik.

Piezoelektrische Kraftmessung

von

H.H. Rust und J. Krohn

aus dem Institut für Schiffbau der Universität Hamburg  
(Direktor Prof.Dr.-Ing.G.Weinblum)

Die Bestimmung des Kraftverlaufes als Funktion der Zeit wird bei direkten Messverfahren derart vorgenommen, dass die zu ermittelnde Zugkraft bzw. in Zugkraft gewandelte Druckkraft eine Dynamometerfeder dehnt und das Dehnungsmaß als Kraftäquivalent dient. Ein derartiges Verfahren wird beispielsweise beim Schleppen von Schiffsmodellen im Versuchstank benutzt. Hierbei treten einige Nachteile in Erscheinung, deren Beseitigung vorteilhaft wäre und ausserdem ist es wünschenswert, eine Fernmessung durchführen zu können, wobei handelsübliche elektrische Registriergeräte verwendbar sind. Die Nachteile der beschriebenen dynamometrischen Kraftmesseinrichtung bestehen beim Modellschleppen darin, dass infolge der Dehnung der Dynamometerfeder relativ grosse Messwege zustandekommen und dadurch Reibungen unvermeidlich sind. Die Federführungen sowohl wie die Führungen für den Schleppdraht über Umlenkrollen u.s.w. bedingen Reibungsverluste, die den Messwert verfälschen. Daneben treten lästige niederfrequente Pendelschwingungen des Systems Modell-Zugdraht-Feder auf, die beim Registrieren stören. Dem registrierten Kraftverlauf werden dadurch Schwingungskurven überlagert, die den wahren Verlauf oft nur schwer erkennen lassen.

Zwecks Vermeidung der geschilderten Nachteile und um eine oft notwendige Fernmessung und Registrierung durchführen zu können, muss eine elektrische Messung des Kraftverlaufs vorgenommen werden, wobei ein vernachlässigbar kleiner Messweg, strenge Reversibilität sowie Nullpunktkonstanz anzustreben sind. Die piezoelektrische Messung mechanischer Grössen mittels Quarz bietet in dieser Hinsicht ganz besondere Vorteile; der Messweg liegt bei den zu messenden Kräften bis ca. ein Kilopond in der Grössenordnung von X-Einheiten, die aus den entstehenden Ladungen auf der Messquarzplatte resultierenden Spannungen bei einigen Volt und die

und die Reversibilität ist höher als bei irgendeinem anderen Verfahren der elektrischen Messung mechanischer Grössen. Die gesamte Quarzdeformation von einigen X-Einheiten ist völlig vernachlässigbar, da die Wegstrecke, die durch den mechanischen Kraftübertragungsvierpol (Hebelübersetzung) zustandekommt, wesentlich höher liegt, schätzungsweise bei einigen Angströmeinheiten. Bei der Belastung des Quarzes mit beispielsweise einem Kilopond ergibt sich bei einer 3 mm dicken Quarzplatte eine Dickenänderung

$$u_x = d_{11} U = d_{11}^2 P/C = 2,5 \text{ X-Einheiten}$$

(P = Druckkraft, C = Kapazität des den Quarz enthaltenden Kondensator U = Spannung,  $d_{11}$  = piezoelektrischer Modul), Nebenher tritt noch als vorteilhaft der relativ geringe Temperaturkoeffizient hinzu, der bei einer normal zur x-Achse geschnittenen Quarzplatte in der Größenordnung von  $10^{-4} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  liegt. - Die Erfassung schneller Kraftänderungen, wie z.B. beim Indizieren von Verbrennungskraftmaschinen, bietet keinerlei Schwierigkeiten, da hierfür ein Wechselspannungsverstärker benutzt werden kann, dessen Eingang eine so geringe Ableitung hat, dass während der Kraftmessung kein nennenswerter Abfluss der piezoelektrischen Ladung eintreten kann. Dagegen ist die elektrische Messung langsamer Kraftänderungen - Ablauf eines Beanspruchungszyklus in etwa einer Minute - sehr viel schwieriger; man kann nicht mehr den einfachen Wechselspannungsverstärker benutzen, sondern ist auf die Verwendung eines Gleichspannungsverstärkers angewiesen. Um stabile Arbeitsverhältnisse für die Eingangsrohre zu schaffen, ist die Parallelschaltung eines Gitterableitwiderstandes zum Druckkondensator erforderlich. Bei Verwendung einer Rohre mit hochwertiger Isolierung der Gitterdurchführung und Vermeidung der Ionisierung der Röhrenrestgase kann man einen Gitterwiderstand von ca.  $10^{10}$  Ohm verwenden. Das bedeutet aber eine Ladungsabnahme auf  $e^{-1}$  in ca. 0,2 sec. Um diese Ladungsabnahme zu verringern, wurde eine Messanordnung gewählt, bei der die durch die Ladung hervorgerufene Gleichspannung am Quarzkondensator in Wechselspannung umgeformt wird und auf diese Weise nicht nur, wie noch gezeigt wird, eine sehr viel günstigere Ladungsabklingkurve gewonnen wird, sondern auch der in vielem recht schwierige Gleichspannungsverstärker durch den stabilen



und einfachen Wechselspannungsverstärker ersetzt werden kann. Auch hinsichtlich der Erfassung kleiner Kräfte bietet dieses Verfahren besondere Vorteile; die mittlere Rausch-EMK am Eingang des Verstärkers wird durch leicht durchführbare Begrenzung des Frequenzbereichs erniedrigt. - Die verwendete Wandlungsart beruht darauf, dass die Spannung des Quarzkondensators einer periodisch sich ändernden Kapazität zugeführt wird (1,2) und auf diese Weise Wechselspannungen zustandekommen, die einem Wechselspannungsverstärker zugeführt werden. Die Eingangsschaltung ist also diejenige eines in Niederfrequenzschaltung arbeitenden Kondensatormikrophones. Besonders vorteilhaft ist hierbei, dass der sonst übliche Polarisierungswiderstand, über den die Polarisierungsspannung zugeführt werden muss, wegfallen kann, da der Quarz als Polarisierungsspannungsquelle extrem hohen Widerstand aufweist. Abb. 1a und Abb. 1b zeigen die grundsätzlichen Schaltungsmöglichkeiten. Es ist ohne weiteres zu erkennen, dass mit dieser Schaltung nicht leistungslos gemessen werden kann, da ein Ladungsverlust durch den über den Gitterwiderstand wechselstrommässig auftretenden Energieverlust zustandekommt. Um einen Überblick über die zu erwartende Ladungsabnahme am Quarzkondensator zu gewinnen und den Einfluss der verschiedenen, im Eingangskreis liegenden Kapazitäten zu erkennen, wurde zunächst eine grundlegende Rechnung vorgenommen. - Nach Abb. 1a sind Druck- und Schwingkondensator in Serie geschaltet, nach Abb. 1b parallel, wobei der Trennkondensator zum Gitter erforderlich wird. Rein konstruktiv ist die Schaltung nach Abb. 1a insofern wenig vorteilhaft, als entweder der Druckkondensator oder der Schwingkondensator beidseitig hochwertig isoliert<sup>montiert</sup> werden muss. Das trifft bei der Schaltung nach Abb. 1b nicht zu; hierbei können sowohl der Druckkondensator als auch der Schwingkondensator einpolig an den Erdpunkt der Schaltung gelegt werden. Hiermit ist auch, wie ohne weiteres einleuchtet, der Vorzug verbunden, dass eine sehr kleine Gitterschaltkapazität eingerichtet werden kann, was hinsichtlich der kapazitiven Spannungsteilung zwischen der Kombination Druck- und Schwingkondensator einerseits und der Gitter-Kathodenkapazität andererseits recht vorteilhaft ist. Die Schaltkapazität kann durch den Kunstgriff der Verwendung einer besonderen Kondensatorart, wie weiter unten noch gezeigt werden wird, noch be-



sonders herabgesetzt werden. Im folgenden wird jedoch auch die Schaltung gemäss Abb. 1a kurz gewürdigt; aus den hieraus resultierenden Erkenntnissen geht ohne weiteres hervor, dass diese Schaltung ungünstiger ist als die nach Abb. 1b, die für die Messeinrichtung gewählt wurde.

Durchrechnung der Schaltung.

In Abb. 2 ist die Schaltung des Eingangskreises dargestellt. Dabei ist (C) der Schwingkondensator; (C<sub>1</sub>) der Druckkondensator, der den Quarz als Dielektrikum enthält; (C<sub>2</sub>) der Trennkondensator, der ein Abfließen der Ladung von (C) und (C<sub>1</sub>) verhindert, und C<sub>3</sub> die Gitter-Kathoden-Kapazität der Eingangsrohre. R ist der Gitterwiderstand.

Durch die Gittervorspannung U<sub>g</sub> wird auf das Kondensatorsystem eine Ladung gebracht, die aber nebensächlich ist und auf die Messung keinen Einfluss hat, da sie konstant ist und lediglich eine Nullpunktverschiebung am Ausgangsinstrument des Verstärkers verursacht. Es interessiert die durch die Quarzdeformation zur Zeit t = 0 erzeugte Ladung.

$$(1) \quad Q_0 = d_{11} P,$$

wobei d<sub>11</sub> der piezoelektrische Modul in Richtung der x-Achse und P die Kraft ist. Die Ladung Q<sub>0</sub> verteilt sich auf (C), (C<sub>1</sub>) und (C<sub>2</sub>) und ruft zwischen den Punkten A und B die Spannung

$$(2) \quad U = \frac{Q_0}{C + C_1 + C_2}$$

hervor. Da keine idealen Isolationsstoffe vorliegen, muss man Q = Q(t) annehmen, d.h. zur Zeit t = 0 ist Q = Q<sub>0</sub> und danach ein kleinerer Wert vorhanden.

Zunächst soll der rein statische Fall betrachtet werden, um die Grössenordnung der Isolationswiderstände der Kondensatoren (C), (C<sub>1</sub>) und (C<sub>2</sub>) abzuschätzen. Bekanntlich gilt im statischen Fall für einen Kondensator

$$(3) \quad Q = Q_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{CR_{Is}}\right),$$

wobei R<sub>Is</sub> der Isolationswiderstand und C die Kapazität des Kondensators bedeuten. Nimmt man einen Ladungsverlust von etwa 1% in der Zeit von 60 sec als praktisch ausreichend für die Kraftmessung an, so ergibt sich aus Gleichung (3), dass für die Isolationswiderstände von (C), (C<sub>1</sub>) und (C<sub>2</sub>) die Bedingung

$$(4) \quad R_{Is} > 3,6 \cdot 10^{14} \Omega$$

erfüllt sein muss, wobei die Kapazität der einzelnen Kondensatoren etwa 20 pF beträgt.

Wird nun die Kapazität  $C$  periodisch geändert ( $C_0 + \Delta C$ ), so spaltet sich  $U$  in einen Gleichspannungs- und einen Wechselspannungsanteil auf, nämlich

$$(5) \quad U = U_{\sim} + U_{\sim\sim}$$

Die Kapazität  $C$  ergibt sich aus Abb.3 zu

$$(6) \quad C = \frac{C_0}{1 + \frac{a}{a_0} \sin \omega t}$$

$$(6a) \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} \left( 1 + \frac{a}{a_0} \sin \omega t \right),$$

wenn  $C_0$  die Kapazität des ruhenden Kondensators ( $t=0$ ) ist. Dann ist

$$(7) \quad U_{\sim} = \frac{Q}{C_0 + C_1 + C_2}$$

$$(8) \quad U_{\sim\sim} = \frac{Q C_0 \frac{a}{a_0} \sin \omega t}{(C_0 + C_1 + C_2) \cdot \left\{ C_0 + (C_1 + C_2) \left( 1 + \frac{a}{a_0} \sin \omega t \right) \right\}}$$

Nimmt man nun an, dass  $a \ll a_0$  ist, was praktisch immer erfüllt ist, so wird

$$(8a) \quad U_{\sim\sim} = \frac{a}{a_0} \cdot \frac{Q \cdot C_0}{(C_0 + C_1 + C_2)^2} \sin \omega t$$

Infolge der Wechselspannung fliesst rechts von A,B ein Strom  $I_{\sim}$ . Ist  $U'_{\sim}$  der Spannungsabfall über ( $C_2$ ) und  $U''_{\sim}$  derjenige über der R- $C_3$ -Kombination, so ist, wenn man die Isolationswiderstände als gross gegen die Blindwiderstände und den Gitterwiderstand betrachtet

$$(9) \quad J_{\sim} = C_2 \cdot \frac{dU'_{\sim}}{dt} = C_3 \frac{dU''_{\sim}}{dt} + \frac{1}{R} U''_{\sim}$$

mit

$$(10) \quad U_{\sim} = U'_{\sim} + U''_{\sim}$$



Die Annahme über diese Widerstandsverhältnisse ist aber gerechtfertigt, da  $R_{Is} > 3 \cdot 10^{14} \Omega$  und  $R$  sowie  $1/\omega C_2$  etwa  $10^9 \Omega$  ist, wenn man etwa  $C_2$  grösser als  $1 \text{ pF}$  und  $\omega = 10^3 \text{ sec}^{-1}$  annimmt. Aus den Gleichungen (9) und (10) folgt

$$(11) \quad (C_2 + C_3) \frac{dU''_{\sim}}{dt} + \frac{1}{R} U''_{\sim} = C_2 \frac{dU_{\sim}}{dt}$$

als Bestimmungsgleichung für  $U''_{\sim}$ . In ihr tritt aber noch  $Q(t)$  als unbekannte Funktion auf, da infolge des ohmschen Widerstandes ein Leistungsverlust vorhanden ist, der durch

$$(12) \quad N = \frac{U''_{\sim}^2}{R}$$

wiedergegeben wird. Im Grunde kämen hier noch additiv die Verluste an den Isolationswiderständen der Kondensatoren hinzu. Da diese jedoch gross gegen  $R$  sind, werden die Verluste an ihnen klein gegen diejenigen des Gitterwiderstands. Die Verlustleistung  $N$  muss von der im Kondensatorsystem ( $C$ ), ( $C_1$ ) und ( $C_2$ ) gespeicherten Energie aufgebracht werden. Deren Verlust ist

$$(13) \quad -\frac{1}{2} d(Q \cdot U) = N \cdot dt.$$

Nun ist das Verhältnis der Spannungsmaxima

$$(14) \quad \frac{\max U_{\sim}}{\max U_{=}} = \frac{a}{a_0} \cdot \frac{C_0}{C_0 + C_1 + C_2},$$

so dass man wegen  $a \ll a_0$  in Gleichung (13)  $U_{=} + U_{\sim}$  durch  $U_{=}$  ersetzen kann. Dann ist

$$(15) \quad QdQ = - \frac{C_0 + C_1 + C_2}{R} \cdot U_{\sim}''^2 \cdot dt.$$

Da  $U_{\sim}$  proportional  $Q$  ist, kann man

$$(16) \quad U''_{\sim} = Q \cdot \emptyset$$

setzen. Dadurch geht Gleichung (15) über in

$$(17) \quad \frac{dQ}{Q} = - \frac{C_0 + C_1 + C_2}{R} \cdot \emptyset^2 dt.$$

Somit erhält man eine zweite Bestimmungsgleichung. Setzt man nun Gleichung (16) in (11) ein, so wird

$$(18) \quad (C_2 + C_3) \frac{d\phi}{dt} + \frac{1}{R} \cdot \phi \cdot \left[ 1 + \frac{a}{a_0} \frac{C_0 C_2}{C_0 + C_1 + C_2} \cdot \phi \sin \omega t - (C_2 + C_3)(C_0 + C_1 + C_2) \phi^2 \right] \\ = \frac{a}{a_0} - \frac{C_0 C_2 \omega}{(C_0 + C_1 + C_2)^2} \cos \omega t.$$

Dieses ist eine Abelsche Differentialgleichung erster Art, die nicht einfach zu lösen ist. Man kann sich jedoch mit einer Näherung begnügen, die, wie sich später erweisen wird, gerechtfertigt ist. Mit Hilfe des Ansatzes

$$(19) \quad Q = Q_0 \cdot \exp(-\alpha \cdot t),$$

wobei  $\alpha$  noch zu bestimmen ist, wird

$$(20) \quad (C_2 + C_3) \frac{d\phi}{dt} + \left[ \frac{1}{R} - \alpha(C_2 + C_3) \right] \cdot \phi = \frac{a}{a_0} \frac{C_0 C_2}{(C_0 + C_1 + C_2)^2} \cdot (\omega \cos \omega t - \alpha \sin \omega t)$$

Der Lösungsansatz ist

$$(21) \quad \phi = A \sin \omega t + B \cos \omega t = \phi_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

mit  $\phi_0^2 = A^2 + B^2$  und  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{B}{A}$ . A und B wird aus den Gleichungen

$$(22) \quad \begin{aligned} \omega(C_2 + C_3) \cdot A + \left[ \frac{1}{R} - \alpha(C_2 + C_3) \right] \cdot B &= \frac{a}{a_0} \cdot \frac{C_0 C_2}{(C_0 + C_1 + C_2)^2} \cdot \omega \\ \omega(C_2 + C_3) \cdot B - \left[ \frac{1}{R} - \alpha(C_2 + C_3) \right] \cdot A &= \frac{a}{a_0} \cdot \frac{C_0 C_2}{(C_0 + C_1 + C_2)^2} \cdot \alpha \end{aligned}$$

bestimmt. In Verbindung von Gleichung (17) mit (21) findet man

$$(23) \quad Q = Q_0 \cdot \exp \left\{ - \frac{C_0 + C_1 + C_2}{2R} \cdot \phi_0^2 \left( t - \frac{1}{2\omega} \cdot \sin 2(\omega t + \varphi) \right) \right\}$$

und durch Vergleich dieser Gleichung mit (19)

$$(24) \quad \alpha = \frac{C_0 + C_1 + C_2}{2R} \cdot \phi_0^2.$$

Sofern  $\alpha \ll \omega$  ist, ist eine sehr gute Näherung gefunden. Nun soll aber die durch den Leistungsverlust bedingte Ladungsabnahme in 60 sec kleiner als 1% sein. Das bedeutet, dass

$$\alpha < 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$$



sein muss. Da die benutzten Frequenzen des Schwingkondensators aber sicher einige Dekahertz betragen, ist  $\alpha \ll \omega$  erfüllt. Die Näherung ist also als sehr gut zu erachten. Löst man das Gleichungssystem (22) auf und bestimmt aus den Lösungen  $\phi_o^2$ , so findet man

$$(25) \quad \phi_o^2 = \left(\frac{a}{a_o}\right)^2 \cdot \frac{C_o^2 C_2^2}{(C_o + C_1 + C_2)^4} \cdot \frac{R^2(\omega^2 + \alpha^2)}{R^2 \omega^2 (C_2 + C_3)^2 + [1 - \alpha R(C_2 + C_3)]^2}$$

Unter der Voraussetzung, dass

1)  $\alpha \ll \omega$  und  $\alpha R(C_2 + C_3) \ll 1$ ; dieses ist erfüllt, wenn  $R < 10^{12} \Omega$  und  $C_2 + C_3$  kleiner als 100 pF sind;

2)  $\omega^2 R^2 (C_2 + C_3)^2 \gg 1$ ; das gilt, wenn  $R \gg 10^9 \Omega$ ,  $\omega + 3 \cdot 10^2 \text{ sec}^{-1}$  und  $C_2 + C_3$  etwas kleiner als 10 pF sind;

kann man  $\alpha^2$  gegen  $\omega^2$  und  $[1 - \alpha R(C_2 + C_3)]^2$  gegen  $R^2 \omega^2 (C_2 + C_3)^2$  vernachlässigen. Dann wird

$$(26) \quad \phi_o = \frac{a}{a_o} \cdot \frac{C_o C_2}{(C_2 + C_3)(C_o + C_1 + C_2)^2}$$

Aus den Gleichungen (24) und (26) kann man nun die Dimensionierung der Schaltelemente ermitteln. Mit

$$a = 0,04 \text{ mm}; \quad a_o = 0,5 \text{ mm}$$

$$R = 10^9 \Omega; \quad C_o = \frac{57}{a_o} \text{ pF}; \quad C_1 = 17 \text{ pF}; \quad C_2 = 1 \text{ pF}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ sec}^{-1}; \quad d_{11} = 2,08 \cdot 10^{-11} \text{ Coul kp}^{-1}$$

ergibt sich

$$\alpha = 5,2 \cdot 10^{-4} \text{ sec}^{-1} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\Delta Q}{Q_o}\right)_{60} = 3,1\%$$

Die kleinste messbare Kraft ergibt sich auf Grund des Rauschpegels des verwendeten Verstärkers. Für die Versuche wurde ein Tonfrequenzverstärker, dessen Frequenzbereich ca. 10 kHz beträgt, benutzt. Die Rausch-EMK beträgt  $\bar{E} = \sqrt{4kT \cdot R \cdot \Delta \nu}$ , was in dem gerechneten Fall zu  $\bar{E} = 4 \cdot 10^{-4}$  Volt führt. Der äquivalente Rauschwiderstand der als Triode geschalteten Pentode kann hierbei vernachlässigt werden, da er nur einige  $100 \Omega$  beträgt. Rechnet man mit einem Rauschabstand

von 1:3, so ergibt sich als kleinste messbare Kraft  $P = 654$  pond. Der für die Untersuchung verwendete Verstärker ist sehr ungünstig. Er wird zweckmässigerweise durch einen Tiefpass- oder Resonanzverstärker ersetzt. Unter Verwendung einer Betriebsfrequenz von 50 Hz ergäbe sich bei einem Resonanzverstärker beispielsweise mit einer Kreisgüte von etwa 10 eine Bandbreite von

$$\Delta\nu = \nu \cdot d = 5 \text{ Hz} \quad (d = \text{Dämpfung} = \text{reziproke Kreisgüte}).$$

In diesem Fall ergäbe sich als kleinste massbare Kraft  $P = 14,6$  pond.

Wie bereits schon erwähnt, soll noch kurz die Serienschaltung von Druck- und Schwingkondensator betrachtet werden. Der Gang der Rechnung ist analog dem vorangegangenen; es ändert sich lediglich infolge der Serienschaltung  $\alpha$  und  $\phi_0$ :

$$\alpha = \frac{C_0 + C_1}{2R} \cdot \phi_0^2; \quad \phi_0 = \frac{a}{a_0} \cdot \frac{C_0 C_1}{(C_1 + C_3)(C_0 + C_1)^2}.$$

Mit den bereits verwendeten Zahlenwerten ergibt sich

$$\alpha = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ sec}^{-1} \quad \text{und} \quad \left( \frac{\Delta Q}{Q_0} \right)_{60} = 48,5\%.$$

Neben den schon hervorgehobenen aufbaumässigen Schwierigkeiten, den Druck- oder Schwingkondensator beidseitig hochwertig zu isolieren, ergeben sich bei dieser Schaltung, wie die Rechnung zeigt, ungünstigere Verhältnisse.

#### Versuchsanordnung.

Für die Durchführung einer praktischen Erprobung der piezoelektrischen Kraftmessung wurde eine Messingkapsel gemäss Abb. 4 hergestellt, in die eine Quarzplatte von 40 mm Durchmesser und 3 mm Dicke eingelagert wurde. Die verwendete Quarzplatte ist normal zur x-Achse geschnitten, weist also maximalen Piezoeffekt auf. Gegen die Platte, deren eine elektrische Belegung der Boden der Kapsel darstellt, drückt eine mittels Tränkharz<sup>1)</sup> vom Druckstempel

1) Dieser erstklassige Isolierstoff wurde freundlicherweise von der Fa. Dr. Beck & Co., Hamburg, zur Verfügung gestellt, wofür wir an dieser Stelle vielmals danken.



isolierte Gegenelektrode<sup>2)</sup>, deren elektrische Zuführung über eine Tränkhharzbuchse erfolgt. Um Zugkräfte in Druckkräfte zu verwandeln, wurde ein Hebel vorgesehen, dessen Verhältnis Kraftarm zu Lastarm bis 1:10 beträgt. Auf diese Weise können noch Kräfte der Messung zugänglich gemacht werden, die 1/10 des durch die Rausch-EMK bedingten Minimalwertes sein können.

Für den Aufbau des Schwingkondensators diente eine elektromagnetisch betriebene Telefonkapsel, deren Membran die bewegliche und geerdete Elektrode darstellt. Als feste Gegenelektrode wurde eine gut plan gedrehte mit einer Verstellspindel versehene Messingplatte benutzt, so dass der Abstand zwischen den beiden Elektroden verändert werden kann. Die Isolierung der verstellbaren Elektrode erfolgte wiederum mit dem erwähnten Tränkhharz.

Es ist wichtig, die Schaltkapazität des Röhrengitters möglichst niedrig zu halten, da jeder schädliche Kapazitätsszuwachs die Spannung am Gitter mindert. Durch einen Kunstgriff konnte die Schaltkapazität auf ein Minimum herabgedrückt werden. Gemäss Abb. 5 wurde ein Zylinderkondensator verwendet; die innere Elektrode ist mit dem Gitter verbunden, die äussere mit dem gemeinsamen Pol von Schwing- und Druckkondensator. Man kann hierfür in einfachster Weise ein entsprechend bemessenes Stück Koaxialkabel<sup>3)</sup> mit Styroflexisolation, die hinsichtlich Ableitung höchsten Ansprüchen genügt, benutzen.

Sämtliche Schaltelemente befinden sich in einem luftdichten Gehäuse, in dem die Luft durch Silicagel trocken gehalten wird. Die luftdichte Durchführung des Druckstempels in das Gehäuseinnere erfolgt mittels Gummimembran. Es ist noch zu erwähnen, dass die Quarzplatte vor dem Einbau in die Druckmesskapsel sehr sorgfältig gereinigt werden muss; einmaliges Anfassen am (polierten) Rand genügt, um die Ableitung um Grössenordnungen zu erhöhen. Nach dem Zusammenbau wurde der Isolationszustand elektrometrisch geprüft; es ergab sich der geforderte hohe Isolationswiderstand.

2) Man kann auch an Stelle einer hochisolierenden Zwischenplatte eine zweite Quarzplatte verwenden, wobei zwischen den beiden elektrisch richtig orientierten Platten die Elektrode liegt.

3) Siemens & Halske, Type PoCY 1 x 0,15/5,5 Fe

Infolge der über den Gitterwiderstand am Gitter der Röhre liegenden Gittervorspannung ergibt sich eine statische Ladungsverteilung über die einzelnen Kondensatoren, wie aus dem Prinzipschaltbild Abb. 2 hervorgeht. Die am Schwingkondensator liegende Ladung verursacht bereits eine konstante Wechselspannung am Gitter. Eine weitere Wechselspannungskomponente resultiert aus der Voltaspannung, die am Schwingkondensator entsteht (2). Je nach Polarität der Voltaspannung kann die Summe oder Differenz zwischen Gitterspannung und Voltaspannung wechselstromerzeugend eingehen. Durch Gegenschalten einer Batterie oder durch Ändern der Ruhkapazität des Schwingkondensators (Spannungsänderung am Schwingkondensator) können beide Gleichspannungen kompensiert werden.<sup>4)</sup> Liegt keine Kompensation beider Spannungen vor, so überlagert sich deren Resultante der sich bei Druckbeanspruchung aus der Quarzladung ergebenden Spannung additiv oder subtraktiv, je nach Polarität der Quarzplatte. Es kann also mit wachsender Kraft am Druckquarz zu positiven oder negativen Ausschlägen am Anzeigeeinstrument am Ausgang des Verstärkers kommen. Auf Grund dieses Sachverhalts ist leicht zu erkennen, welche Lage die Quarzplatte einzunehmen hat.

#### Messergebnisse.

Die Versuchsergebnisse zeigen eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit der Rechnung. Aus dem Diagramm Abb. 6 geht die errechnete und die gemessene Abklingkurve, die infolge der Ableitung des im kapazitiven Netzwerk liegenden Gitterwiderstandes zustandekommt, hervor. Die bei einem Gitterwiderstand von  $10^9$  Ohm resultierende Ladungsabnahme um 4,1% nach einer Messdauer von einer Minute stellt keinen Messfehler dar; die Abklingkurve ist streng reproduzierbar, so dass die Messwerte mit zeitabhängigen Korrekturen zur Ermittlung des wahren Wertes versehen werden können. Würde man das piezoelektrische Messverfahren beim Modellschleppen anwenden, so entstünde bei einer mittleren Schleppzeit von ca. 30 sec ein Fehler von 2,5% am Ende der Messung, falls man

4) Es besteht natürlich auch die Möglichkeit, die durch beide Gleichspannungen bewirkte Wechselspannung am Verstärker-Ausgang zu kompensieren, gemeinsam mit der Rauschkomponente; diese Massnahme erscheint jedoch nicht günstig, da durch die Ruh-Wechselspannung bei unbeanspruchtem Quarz ein Teil des Aussteuerbereichs der Röhren belegt ist.



auf die Anbringung der Korrektur verzichtet. Da alle Kraftübertragungselemente vom Schleppmodell zur Messeinrichtung weitgehend starr eingerichtet werden können, ergibt sich der Vorteil, dass nicht nur Kraftmessungen im eingefahrenen Zustand, sondern auch Beschleunigungen erfassbar werden; bei geeigneter Auslegung des Verstärkers (z.B. Resonanzverstärker mit Gegenkopplung oder Kathodenverstärkereingangsstufe) lassen sich, wie bereits abgeschätzt wurde, unter Zuhilfenahme des mechanischen Vierpols Kraftmessungen bis zu 1 bis 1,5 pond vornehmen. Mit Verwendung eines in Richtung der y-Achse beanspruchten Quarzstabes lassen sich jedoch bei günstiger Formgebung des Quarzes mit der beschriebenen Apparatur noch Kräfte messen, die um ca. zwei Größenordnungen kleiner sind, wie aus folgender Rechnung hervorgeht. Die Beziehungen für Beanspruchung in Richtung der x- und y-Achse sind:

$$Q_x = d_{11} P_x$$

$$Q_x = -d_{11} P_y \cdot \frac{q_x}{q_y}$$

( $P_x$  = Beanspruchung in Richtung der x-Achse,  $P_y$  = Beanspruchung in Richtung der y-Achse,  $q_x$  = Fläche normal zur x-Achse,  $q_y$  = Fläche normal zur y-Achse). Für Ladungsgleichheit ergibt sich

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{q_x}{q_y}$$

Wird das Flächenverhältnis etwa 100 : 1 gewählt (das entspräche einem Stabe mit den Abmessungen: 10 cm in Richtung der y-Achse, 1 cm in Richtung der z-Achse, 0,1 cm in Richtung der x-Achse), so ergeben sich gleiche Messwerte bei Kräften mit dem Faktor  $10^{-2}$ . Unter Zugrundelegung des für einen Resonanzverstärker mit 50 Hz Betriebsfrequenz errechneten Rauschpegels ergäbe sich bei einem Rauschabstand von 1:3 eine messbare Minimalkraft von 0,01 bis 0,02 pond.

Bei den vorstehenden Untersuchungen wurde die der Kraft proportionale Wechselspannung am Ausgang des Verstärkers mit einem üblichen Mehrfachinstrument gemessen. Zweckmässigerweise wird hierfür ein Präzisionsinstrument in Kompensationsschaltung gewählt. Bei genügender Leistungsreserve der Endstufe des Verstärkers (im vorlie-

genden Fall 4 Watt) können mehrere Tochterinstrumente, z.B. in Form von schreibenden Voltmetern, parallel betrieben werden, womit sich eine bequeme Fernmessung und -registrierung ergibt.

Die Messgenauigkeit der beschriebenen Einrichtung soll im Folgenden kurz diskutiert werden, ohne jedoch konkrete Werte mitzuteilen, da eine Gerätezusammenstellung massgebend ist, die bei der Untersuchung nicht vorlag. Es wurde zum Teil mit vorhandenen Laboreinrichtungen, die unbedenklich für die angestellten grundlegenden Untersuchungen herangezogen werden konnten, gearbeitet.

#### 1) Frequenz und Amplitude des Schwingkondensators.

Für die versuchsmässige Herstellung eines Schwingkondensators wurde, wie bereits erwähnt, eine Hörerkapsel, die mit der Netzfrequenz von 50 Hz gespeist wurde, benutzt. Auf das Messergebnis haben Frequenzschwankungen keinen Einfluss, wie die Berechnung zeigt (Gleichung 26). Wird jedoch ein Resonanzverstärker, der wegen des minimalen Rauschpegels und geringerer Stufenzahl bei gleichem Verstärkungsfaktor besonders vorteilhaft wäre, benutzt, so spielt die Frequenzkonstanz eine erhebliche Rolle. Das benutzte Netz weist eine Frequenzkonstanz auf, bei der die grösste Tagesschwankung zwischen 49,8 und 50,1 Hz liegt, ein Wert, der bei den etwa bei dieser Frequenz erzielbaren Resonanzkreisgüten von 10 bis 20 als ausserordentlich günstig anzusprechen ist. Die aus den genannten Frequenzänderungen resultierenden Änderungen des Verstärkungsgrades können etwa vernachlässigt werden. Bei Verwendung eines Tiefpassverstärkers spielen Frequenzschwankungen überhaupt keine Rolle, wenn der Durchlasskanal genügende Breite aufweist.

Netzspannungsschwankungen verursachen Amplitudenschwankungen der beweglichen Elektrode des Schwingkondensators und gehen damit direkt in das Messergebnis ein. Dieses erkennt man unmittelbar aus Gleichung (26). Die in Wechselspannung umgeformte Gleichspannung, die durch die Quarzladung hervorgerufen wird, ist nämlich der Amplitude  $a$  der beweglichen Elektrode des Schwingkondensators direkt proportional und  $a$  ist wiederum eine Funktion der als Erregerspannung benutzten Netzspannung. Bei der Auslegung eines piezoelektrischen



Kraftmessgerätes muss infolgedessen dafür gesorgt werden, dass Amplitudenschwankungen der beweglichen Elektrode innerhalb einer bestimmten vorgegebenen Grenze bleiben, die durch den geforderten Messfehler, der nicht überschritten werden darf, festgelegt wird. Dieses gelingt einerseits mit Hilfe einer Spannungsstabilisierung (z.B. mittels Stabilisator oder auf magnetischem Wege) und andererseits durch entsprechende Dimensionierung des elektromagnetischen Antriebssystems, indem man einen unpolarisierten Magneten verwendet, der bei der unteren Schwankungsgrenze der Betriebsspannung in der Sättigung arbeitet. Nebenher ergibt sich hierbei Frequenzverdoppelung, die ohne Einfluss auf die Messung ist.

## 2) Verstärker.

Der Verstärker muss in bekannter Weise so aufgebaut sein, dass Netzspannungsänderungen derart gemindert werden, dass Verstärkungsgradänderungen wiederum unterhalb der Grenze der vorgegebenen Messgenauigkeit liegen.

## 3) Temperaturkoeffizient.

Es scheint erforderlich, den Temperaturkoeffizienten der gesamten Apparatur zu bestimmen, um gegebenenfalls entsprechende temperaturabhängige Korrekturen vornehmen zu können.

Für den Betrieb der beschriebenen Kraftmesseinrichtung wurde Quarz als piezoelektrischer Kristall gewählt. Man könnte auf die Vermutung kommen, dass noch andere piezoelektrische Kristallarten, z.B. Seignettesalz mit seinem gegenüber Quarz vielfach grösserem piezoelektrischen Modul, für Kraftmessungen verwendet werden könnten. Von den mehr als 100 bekannten piezoelektrischen Kristallarten kommen jedoch nur Quarz und Turmalin für den vorliegenden Zweck in Frage, da nur diese beiden die notwendigen Bedingungen erfüllen, nämlich hoher spezifischer Widerstand, grosse Druckfestigkeit, hydrophobes Verhalten und daraus resultierend hoher Oberflächenwiderstand. Turmalin scheidet wegen Kostbarkeit aus dem Kreis der Betrachtungen aus. Die üblichen Kristallarten mit hohem piezoelektrischen Modul, wie Seignettesalz und ähnliche (z.B. Ammoniumphosphat, Äthylendiamin-

tartrat) sind halbleitend (Kristallwasser) und aus diesem Grund nur für pulsierende oder Wechselkraftmessungen mit Frequenzen etwa  $> 10$  Hz verwendbar. Daneben weisen diese Kristallarten viele Nachteile auf; wie z.B. Curiepunkt im Zimmertemperaturbereich, sie sind hydrophil und besitzen nur geringe Bruchfestigkeit.

### Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren beschrieben, um mit Hilfe des Piezoeffektes von Quarz statische Kraftmessungen durchzuführen. Die aus der Ladung des beanspruchten Quarzes resultierende Gleichspannung wird mittels eines Kondensators, dessen Kapazität sich periodisch ändert (Schwinkondensator) in Wechselspannung gewandelt und diese einem Verstärker zugeführt. Die infolge des Gitterwiderstandes der ersten Röhre bewirkte Verlustleistung wird rechnerisch ermittelt. Aus der Rechnung ergibt sich die Abklingkurve der Quarzladung; sie stimmt ausgezeichnet mit der gemessenen überein. Es wird die für die Untersuchungen verwendete Kraftmesseinrichtung beschrieben und gezeigt, dass bei sorgfältigem Aufbau der einzelnen Schaltelemente und der Wahl hochwertiger Isolierstoffe ein Messgerät hergestellt werden kann, mit dem sich noch sehr kleine Kräfte (etwa 1 pond bei Beanspruchung in Richtung der x-Achse des Quarzes und etwa 0,01 pond bei Beanspruchung in Richtung der y-Achse elektrisch bestimmen lassen. Das Verfahren gestattet Fernmessung und -Registrierung der Kraft als Funktion der Zeit. Die Abklingkurve ist streng reversibel und kann für Präzisionsmessungen als Korrekturgrundlage dienen. Für 1 Minute Messdauer ergibt sich bei Verwendung eines Gitterwiderstandes von  $10^9$  Ohm am Gitter der ersten Röhre des Verstärkers eine Abweichung von 4,1 % vom wahren Messwert. Es wird dargelegt, dass von den heute bekannten piezoelektrischen Kristallen nur Quarz für derartige Messungen herangezogen werden kann.

Zum Schluss möchten wir Herrn Prof.Dr.-Ing. G.Weinblum für die grosszügige Förderung der Arbeit unseren verbindlichsten Dank aussprechen. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danken wir für die Bereitstellung der finanziellen Mittel.

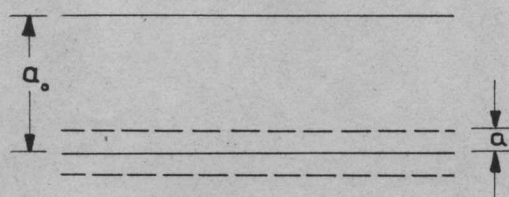
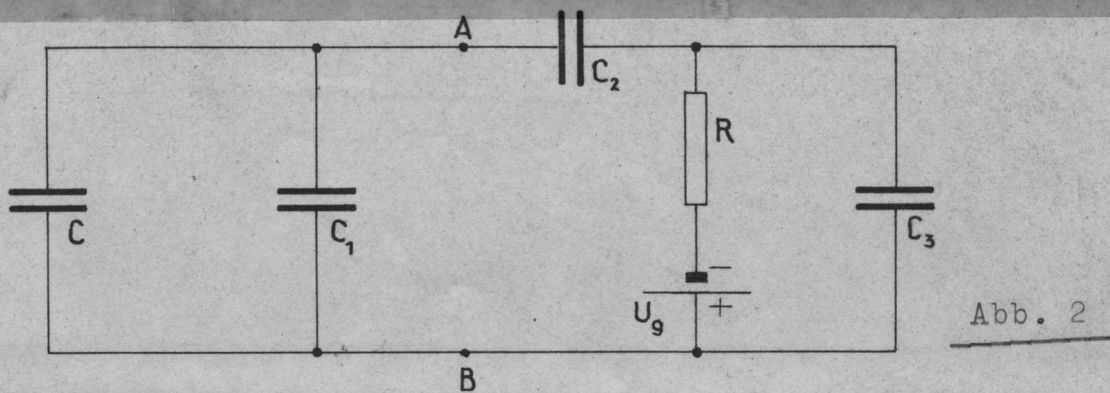
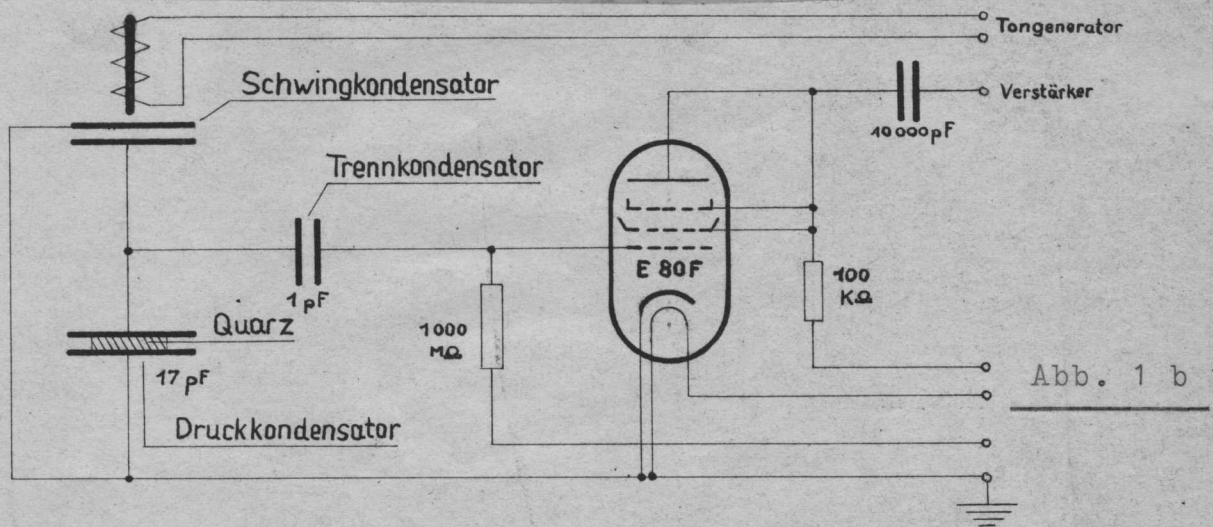
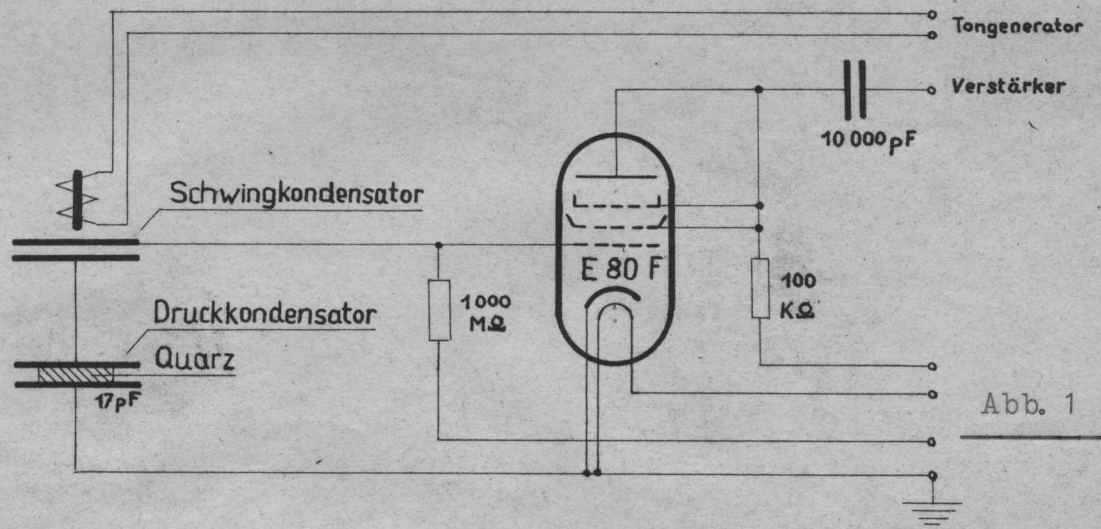


Literatur:

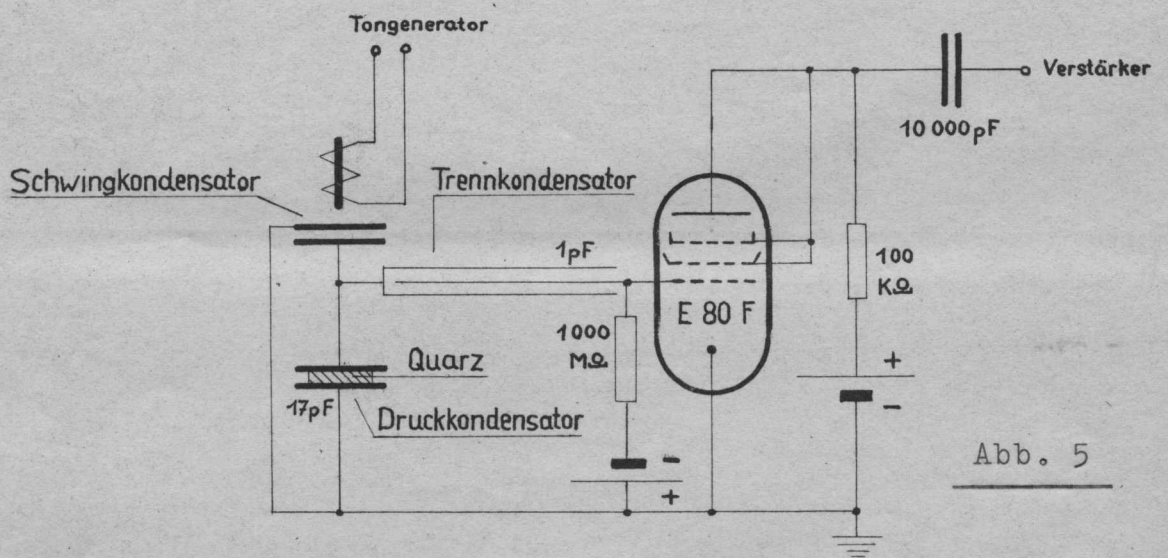
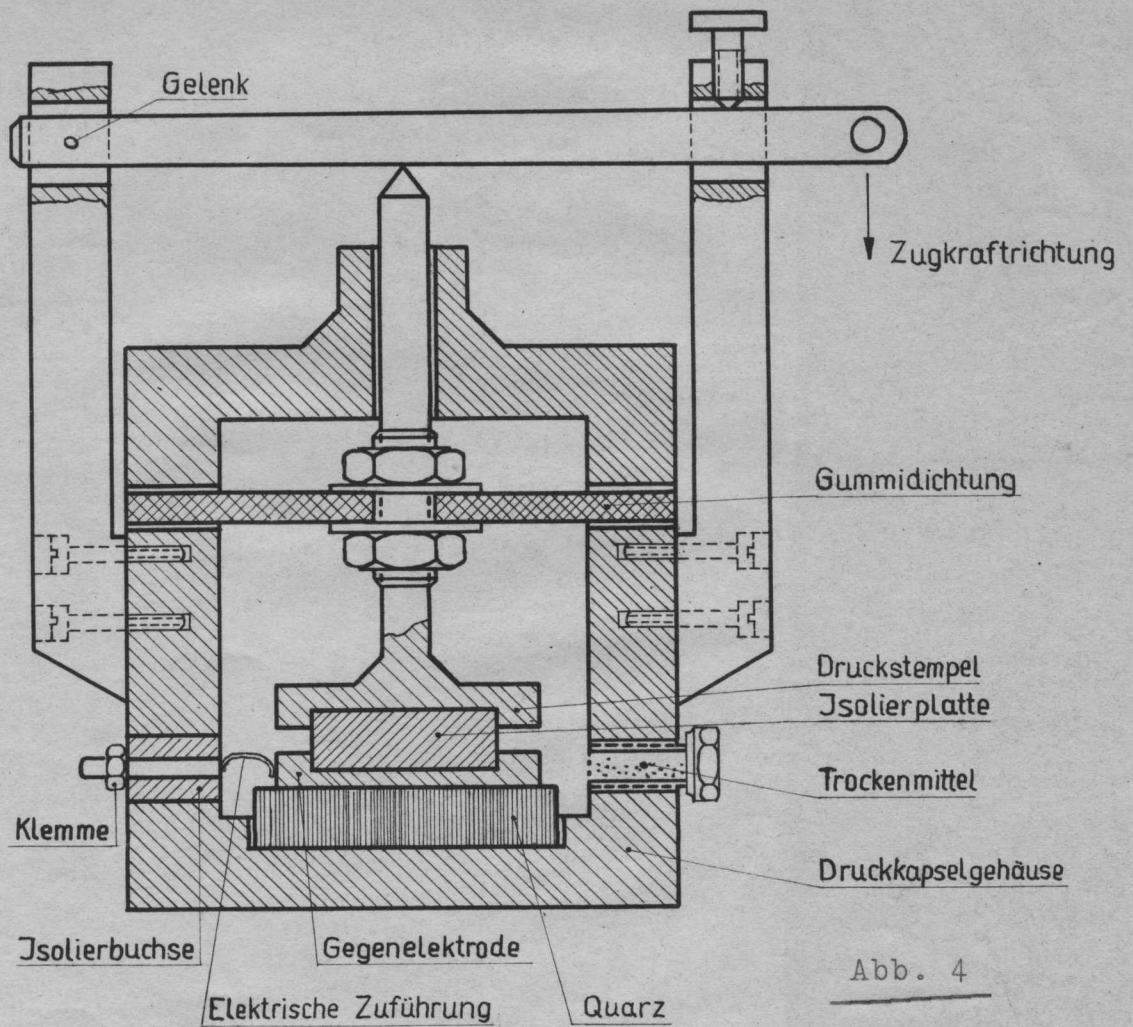
- 1) Dorsman, C.: Philips techn. Rdsch. 7, 24 (1942)
- 2) Rust, H.H.: Z. angew. Phys. 2, 290 (1950)

Dr. Hans Heinrich Rust  
Hamburg - Wandsbek  
Lesserstr.21

Dipl.Phys. Joachim Krohn  
Hamburg 34  
Elmtwiete 2







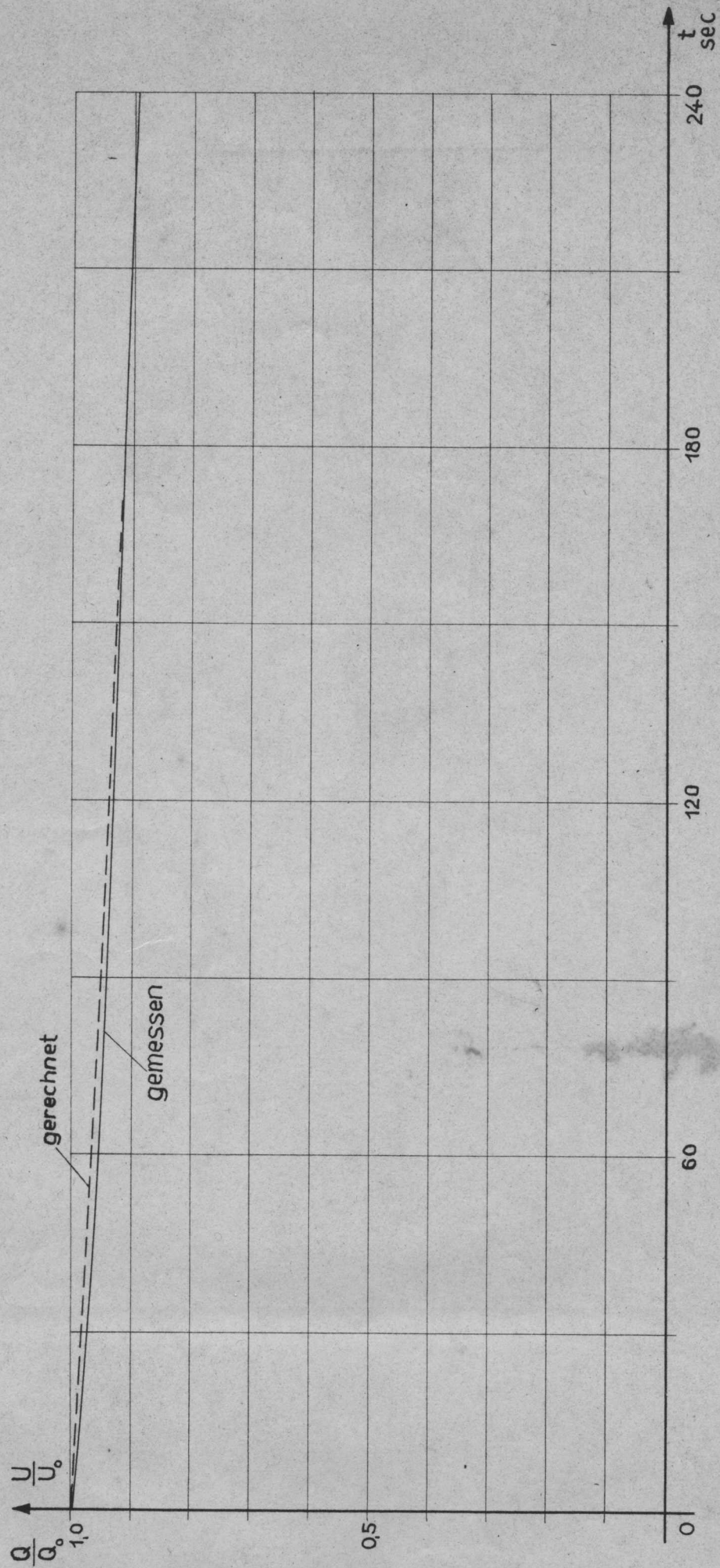


Abb. 6

Abb. 6