

148 | Juli 1965

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

O. Grim und Yoshifumi Takaishi

Das Rollmoment in schräglaufenden Wellen

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 148

Das Rollmoment in schräglaufenden Wellen

von

O. Grim und Yoshifumi Takaishi

Hamburg, Juli 1965

A. Einleitung

Von den möglichen Bewegungen eines Schiffes im Seegang ist die Rollbewegung eine der interessantesten. Sie wird oft sehr groß, ist für das Verrutschen der Ladung oder nicht fest gezurrter Gegenstände mit verantwortlich und sie ist auch für die Sicherheit gegen Kentern von maßgebender Bedeutung. Da Schiffstheorie, ist es heute möglich, die Tauch- und Stampfbewegung - auch in dem natürlichen unregelmäßigen Seegang - mit ausreichender Genauigkeit vorausszusagen. Für die Rollbewegung ist eine solche Voraussage nicht in gleicher Weise möglich, u.a. weil

die Rollbewegung von zu vielen Parametern abhängt und immer mit anderen Bewegungen gekoppelt ist, ferner weil die Zähigkeit des Wassers - insbesondere wenn das Schiff mit Schlingerkielen ausgerüstet ist - einen maßgebenden Einfluß ausübt, der nicht in ausreichender Weise vorausgesagt werden kann.

In dieser Arbeit wird nur die Bestimmung des durch quer- oder schräglaufende Wellen erregten Rollmoments behandelt. Der Einfluß der Zähigkeitskräfte auf dieses Rollmoment wird voraussichtlich klein bleiben und die Ergebnisse, die auf theoretischem Wege unter der Voraussetzung einer idealen Flüssigkeit erzielt wurden, werden durch die Vernachlässigung dieser Zähigkeitskräfte wenig belastet sein.

Der zur Bestimmung des Rollmomentes beschrittene Weg besteht darin, daß für den einzelnen Querschnitt des Schiffskörpers die hydrodynamischen Kräfte angenommen sind, die gelten würden, wenn es der Querschnitt eines unendlich langen, in allen Querschnitten gleich angeströmten Körpers wäre. D.h. es sind für jeden Querschnitt die hydrodynamischen Kräfte angenommen, die durch die Lösung des ebenen hydrodynamischen Problems gefunden werden und diese Kräfte sind addiert worden. Diese Methode - die Streifenmethode - hat sich bei anderen Fällen gut bewährt.

In dieser Arbeit wird zunächst das Rollmoment nur für den Fall, daß das Schiff keine Fahrt macht, bestimmt. Die Größe des durch Wellen erregten Rollmoments ist auch von Interesse für die Bemessung einer Stabilisierungsanlage, da diese Stabilisierungsanlage in der Lage sein soll, ein Gegenmoment zu erzeugen.

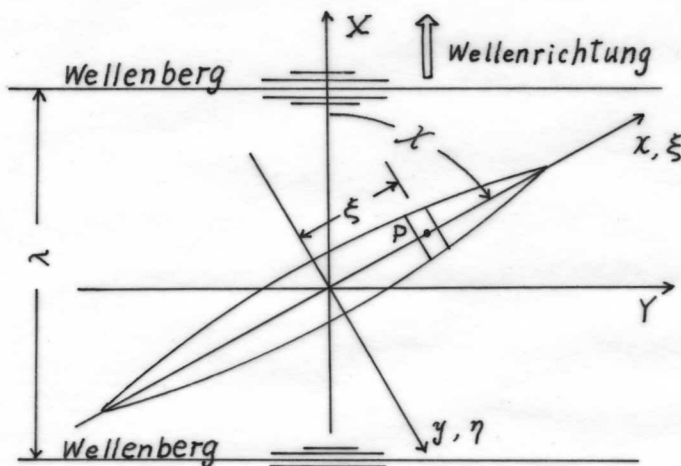
Es ist üblich, für das erregte Rollmoment den Wert

$$\rho g V' \overline{MG} \cdot \alpha$$

anzunehmen ($\alpha =$ Wellenschräge). Dieser Wert trifft aber nur zu, wenn die Welle quer zum Schiff läuft und wenn die Wellenlänge sehr groß ist. Es wird auch angenommen, daß in einer kurzen oder schräglaufenden Welle das Rollmoment kleiner ist als in querlaufender Welle. Daß dies nicht immer so ist und daß es heute möglich ist, das erregte Rollmoment besser abzuschätzen, soll in dieser Arbeit gezeigt werden.

B. Koordinatensystem

Das XY-System wird raumfest gewählt und die X-Achse in die Wellenfortschrittsrichtung gelegt, während die xy-Achsen, bzw. $\xi \eta$ -Achsen schiffskörperfest gewählt und die x-, ξ -Achsen in die Schiffsrichtung gelegt werden. Die Beziehungen zwischen den Koordinatensystemen lauten



$$X = -y \cdot \sin \chi + x \cdot \cos \chi, \quad (1)$$

$$Y = y \cdot \cos \chi + x \cdot \sin \chi.$$

$$\xi = \frac{x}{L/2} \quad \eta = \frac{y}{B_0/2}. \quad (2)$$

Bild 1 - Koordinatensystem

Lautet die Gleichung des Wellenprofils in der X-Achse

$$r = r_0 e^{i(\omega t - kX)} \quad (3)$$

wobei r_0 die Wellenamplitude und $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Wellenzahl bezeichnet, ergibt sich das Wellenprofil in der x-Achse zu

$$r = r_0 e^{i(\omega t - kx \cos \chi + ky \sin \chi)} \quad (3)'$$

Die Neigung der Wellenoberfläche in der y-Richtung, die für das Rollmoment und die Querkraft maßgebend ist, beträgt an einem Punkt P auf der x-Achse

$$\alpha = -\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)_{y=0} = \alpha_0 \cdot \sin \chi \cdot e^{i(\omega t - \gamma \xi \cos \chi)} \quad (4)$$

wobei $\alpha_0 = r_0 k$ die maximale Wellenschräge in der X-Richtung und $\gamma = \frac{\pi L}{\lambda}$ bezeichnet.

Die Geschwindigkeit der Wasserteilchen in der y-Richtung ist $\sin \chi$ mal der Geschwindigkeit in der X-Richtung. Der Einfluß des Kurswinkels χ auf die Umströmung eines Querschnittes, auf die Kräfte in der horizontalen Richtung und auf die Momente um eine Längsachse wirkt sich also als Änderung der Wellenneigung einerseits und der Quergeschwindigkeit der Wasserteilchen andererseits aus. Beide Änderungen werden durch die Sinusfunktion $\sin \chi$ beschrieben.

C. Hydrodynamische Kräfte an dem festgehalten gedachten Schiffskörper

Es wird vorausgesetzt, daß die hydrodynamischen Kräfte, die durch eine Welle an einem Querschnittselement des Schiffskörpers erregt werden, identisch sind mit den Kräften, die auf einen zweidimensionalen Körper gleichen Querschnitts in einer querlaufenden Welle gleicher Wellenschräge $\alpha_0 \sin \chi$, gleicher Quergeschwindigkeit der Wasserteilchen und gleicher Kreisfrequenz wirken würden und daß die Streifenmethode für die Integration der Kräfte anwendbar ist. Nach [3] beträgt an dem Querschnitt eines zweidimensionalen Körpers in einer querlaufenden Welle

$$r = r_0 e^{i(\omega t + ky)},$$

die erregte Querkraft $(K_r + iK_i)e^{i\omega t}$,

bzw. $K_r \cos(\omega t) - K_i \sin(\omega t)$.

und das erregte Moment um den in der Wasserlinie liegenden Punkt 0

$$F = (K_r + iK_i) \cdot h_w \cdot e^{i\omega t},$$

bzw.

$$\{K_r \cos(\omega t) - K_i \sin(\omega t)\} \cdot h_w.$$

Das hydrodynamische Problem ist für diesen Fall in ausreichender Weise gelöst und die obenstehenden Werte sind in dimensionsloser Form für eine Anzahl von Querschnittsformen (Lewis-Formen) in Abhängigkeit von dem dimensionslosen Frequenzparameter $\frac{B}{2} \cdot \frac{\omega^2}{g}$ gegeben und zwar als

$$\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0}, \quad \frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \quad \text{und} \quad \frac{h_w}{T}$$

K_r und K_i sind der reale und der imaginäre Teil der erregten Querkraft und h_w ist der Abstand des Angriffspunktes der Kraft von der Wasserlinie.

Für eine dünne Scheibe von der Länge $d\xi$ des Schiffskörpers in der schräglaufenden Welle nach Bild 1 beträgt entsprechend den Voraussetzungen die Querkraft

$$dK = \rho g \alpha_0 \cdot \sin \chi \cdot B T \beta d\xi \left\{ \frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} + i \frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right\} e^{i(\omega t - \gamma \xi \cos \chi)}, \quad (5)$$

und das Moment um die Achse 0

$$dM = \left(\frac{h_w}{T} \right) \cdot T \cdot dK. \quad (6)$$

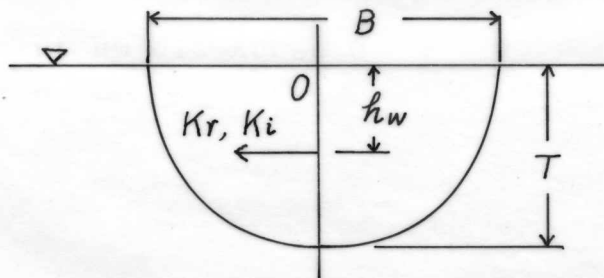


Bild 2

Querkraft und Moment auf den ganzen Schiffskörper werden mit dK und dM wie folgt geschrieben:

$$K = \frac{1}{2} \rho g \alpha_0 \sin \chi \cdot L B_0 T_0 \int_{-1}^1 \left[\frac{\beta T B}{B_0 T_0} \right] \left\{ \left[\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} \right] + i \left[\frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right] \right\} e^{-i \gamma \xi \cos \chi} d\xi \cdot e^{i \omega t}, \quad (7)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho g \alpha_0 \sin \chi \cdot L B_0 T_0^2 \int_{-1}^1 \left[\frac{B T \beta}{B_0 T_0} \right] \left\{ \left[\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} \right] + i \left[\frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right] \right\} \left[\frac{h_w}{T} \right] e^{-i \gamma \xi \cos \chi} d\xi \cdot e^{i \omega t}$$

wobei B_0 und T_0 Breite und Tiefgang des Hauptspants, B und T Breite und Tiefgang eines Querschnittes bezeichnen, während β für die Spantvölligkeit steht. Da nur den realen Teilen dieser Formeln eine physikalische Bedeutung zukommt, gilt in reeller Schreibweise:

$$K = K_0 \cos(\omega t - \epsilon_K),$$

$$M = M_0 \cos(\omega t - \epsilon_M),$$
(8)

oder

$$K = C_K \cdot \rho g L B_0 T_0 \alpha_0 \cos(\omega t - \epsilon_K),$$

$$M = C_M \cdot \rho g L B_0 T_0^2 \alpha_0 \cos(\omega t - \epsilon_M),$$
(8)'

wobei

$$C_K = \frac{K_0}{\rho g L B_0 T_0 \alpha_0} \quad \text{und} \quad C_M = \frac{M_0}{\rho g L B_0 T_0^2 \alpha_0} \quad (9)$$

dimensionslose Beiwerte der Kraft und des Momentes bezeichnen.

Ferner gilt auch:

$$C_K = \sin \chi \cdot \sqrt{(\sum K_r)^2 + (\sum K_i)^2},$$

$$C_M = \sin \chi \cdot \sqrt{(\sum M_r)^2 + (\sum M_i)^2},$$
(9)

$$\tan \varepsilon_K = \frac{\sum K_i}{\sum K_r},$$
(10)

$$\tan \varepsilon_M = \frac{\sum M_i}{\sum M_r}.$$

wobei

$$\sum K_r = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[\frac{BT\beta}{B_0 T_0} \right] \left\{ \left[\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} \right] \cos(\gamma \xi \cos \chi) + \left[\frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right] \sin(\gamma \xi \cos \chi) \right\} d\xi,$$

$$\sum K_i = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[\frac{BT\beta}{B_0 T_0} \right] \left\{ - \left[\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} \right] \sin(\gamma \xi \cos \chi) + \left[\frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right] \cos(\gamma \xi \cos \chi) \right\} d\xi,$$

$$\sum M_r = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[\frac{BT\beta}{B_0 T_0} \right] \left\{ \left[\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} \right] \cos(\gamma \xi \cos \chi) + \left[\frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right] \sin(\gamma \xi \cos \chi) \right\} \left[\frac{h w}{T} \right] d\xi,$$

$$\sum M_i = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[\frac{BT\beta}{B_0 T_0} \right] \left\{ - \left[\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} \right] \sin(\gamma \xi \cos \chi) + \left[\frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right] \cos(\gamma \xi \cos \chi) \right\} \left[\frac{h w}{T} \right] d\xi.$$
(11)

Für einen bezüglich der y-Achse symmetrischen Schiffskörper verschwinden in den Integranden die mit der Sinus-Funktion multiplizierten Glieder. [1]

D. Resultierendes Rollmoment

Für die Berechnung des Momentes ist bisher willkürlich die Bezugsachse 0 gewählt. Dieses Moment kann noch nicht als Rollmoment in dem üblichen Sinn angesehen werden. Auch durch die Querkraft wird ein Beitrag zu der Rollbewegung geleistet. Um über die vorliegende Gesetzmäßigkeit ein Urteil zu bekommen, müssen nun die Bewegungsgleichungen für die Bewegungen - die Quer- und die Rollbewegung - angeschrieben werden. Die Gierbewegung kann zunächst unbeachtet bleiben, da keine Fahrtgeschwindigkeit des Schiffes angenommen ist.

Die Bewegungsgleichungen der gekoppelten Roll- und Querbewegung lauten ähnlich wie für einen Querschnitt (siehe [2]) auch für den ganzen Schiffskörper.

$$\begin{aligned} (m + m'')\ddot{y} + (m \cdot \overline{OG} + \frac{I''}{h_{Rr}}) \ddot{\varphi} &= K, \\ (I + I'')\ddot{\varphi} + \rho g V' \overline{MG} \cdot \varphi + (m \cdot \overline{OG} + m'' \cdot h_{sr})\ddot{y} &= M, \end{aligned} \tag{12}$$

wobei die hydrodynamischen Dämpfungskräfte vernachlässigt worden sind. Die Vernachlässigung der Dämpfungskräfte erscheint als zulässig, da nicht die Bewegungen sondern nur das resultierende Rollmoment bestimmt werden soll. Nach der Eliminierung von \ddot{y} ergibt sich die Gleichung der Rollbewegung zu

$$\begin{aligned} \left\{ (I + I'') - \frac{m \cdot \overline{OG} + m'' \cdot h_{sr}}{m + m''} \cdot (m \cdot \overline{OG} + \frac{I''}{h_{Rr}}) \right\} \ddot{\varphi} + \rho g V' \overline{MG} \cdot \varphi \\ = M - \frac{m \cdot \overline{OG} + m'' \cdot h_{sr}}{m + m''} \cdot K. \end{aligned} \tag{13}$$

Es bleibt also eine Bewegungsgleichung für die Rollbewegung und die rechte Seite der Gleichung muß als das resultierende Rollmoment, also als "das" für die Rollbewegung maßgebende Moment angesehen werden. Die weiteren hydrodynamischen Koeffizienten m'' , h_{sr} , I'' und h_{Rr} gelten für den ganzen Schiffskörper. Sie sind für einen Querschnitt ebenfalls aus den Lösungen des hydrodynamischen Problems bekannt (in dimensionsloser Form $m''/\rho\frac{\pi}{2}T^2$, $I''/\rho\frac{\pi}{8}T^4$, h_{sr}/T , h_{Rr}/T), und die resultierenden Werte für den Schiffskörper müssen durch Integration gebildet werden. Z.Beispiel

$$m''_{\text{Schiffskörper}} = \rho \frac{\pi}{2} \int T^2 \left[\frac{m''}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] dx; \text{ oder } (m'' h_{sr})_{\text{Schiffskörper}} = \rho \frac{\pi}{2} \int T^3 \left[\frac{m''}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] \left[\frac{h_{sr}}{T} \right] dx.$$

Das resultierende Rollmoment kann als geometrische Summe von M und lK nach Bild 3 bestimmt werden, wobei $l = \frac{m \cdot \overline{OG} + m'' h_{sr}}{m + m''}$ bezeichnet.

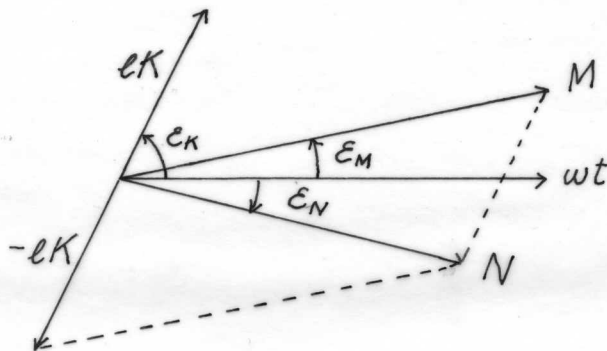


Bild 3

Amplitude und Phasenverschiebung des resultierenden Rollmoments ergeben sich also zu:

$$N = N_0 \cos(\omega t - \epsilon_N),$$

$$N_0^2 = M_0^2 + \ell^2 K^2 - 2 M_0 \ell K \cdot \cos(\epsilon_M - \epsilon_K), \quad (14)$$

$$\tan \epsilon_N = - \frac{M_0 \sin \epsilon_M - \ell K_0 \sin \epsilon_K}{M_0 \cos \epsilon_M - \ell K_0 \cos \epsilon_K}.$$

Als dimensionsloser Beiwert C_N des resultierenden Rollmomentes wird das Verhältnis des resultierenden Rollmoments N_0 zu dem Stabilitätsmoment des Schiffes, bzw. zu dem resultierenden Rollmoment einer querlaufenden, unendlich langen Welle der Schräge α_0 , gewählt, d.h.

$$C_N = \frac{N_0}{\rho g V' \overline{MG} \cdot \alpha_0}. \quad (15)$$

E. Rechenergebnisse

Die Berechnungen wurden für vier Schiffsförmungen durchgeführt. Diese Förmungen werden in Bild 4 gezeigt. Es sind zwar einfache Schiffsförmungen gewählt. Es erscheint jedoch nicht schwierig, die Berechnungen für andere Förmungen auszuführen. Qualitativ kann aber an den Beispielen das gezeigt werden, was gezeigt werden soll. Die Schiffe A, C und D haben gleiche Spantvölligkeit 0.8, aber verschiedene Wasserlinien, während das Schiff B eine andere Spantvölligkeit 1.0, aber die gleiche Wasserlinie wie Schiff A hat. Schiff D ist ein Ponton mit rechteckigen

Wasserlinien. Alle Körper sind symmetrisch zum Hauptspant gewählt und für die Anwendung der Streifenmethode ist der halbe Schiffskörper in fünf Teile unterteilt worden. Als Spantformen sind Lewis-Formen gewählt und die dazugehörigen hydrodynamischen Koeffizienten sind den Tabellen von Tamura [4] entnommen worden. Die Rechenergebnisse sind in den Bildern 5, 6, 7a,b,c und d dargestellt.

Bild 5 zeigt die erregte Querkraft, für jede der vier Schiffskörper über dem Kurswinkel χ aufgetragen und mit der Wellenlänge λ bzw. λ/L als Parameter. Das Bild zeigt, daß die erregte Querkraft bei $\chi = 90^\circ$, d.h. bei querlaufender Welle am größten ist.

Bild 6 zeigt das erregte Moment um die Achse 0, und das Bild zeigt, daß auch dieses Moment für die querlaufende Welle am größten ist. Die Differenz in der Größe des Momentes für die verschiedenen Schiffskörper ist hauptsächlich durch die verschiedenen Spantformen verursacht.

Bild 7a zeigt nun das resultierende Rollmoment, das für die Rollbewegung maßgebend ist. Dieses Moment hängt auch von der Stabilität des Schiffes ab und das Bild gilt für eine kleine Stabilität, für $\overline{MG}/T = 0.05$. Es ist nun interessant, - und das ist der Kernpunkt dieser Arbeit - daß dieses Moment für die schräglaufende Welle viel größer als für die querlaufende Welle sein kann, daß der Beiwert dieses Momentes größer

als Eins sein kann und daß auch für die querlaufende Welle dieser Beiwert sehr von der Schiffsform abhängt. Nur für den Ponton - die Schiffsform D - ist für die schräglaufende Welle das Moment immer kleiner als für die querlaufende.

Bild 7b, 7c und 7d zeigen den Beiwert des resultierenden Rollmomentes für eine größere Stabilität der Schiffe, für $\overline{MG}/T = 0,10, 0,15, 0,20$. Der Vergleich der vier Bilder 7a, b, c und d zeigt, daß das Anwachsen des Rollmomentes bei schräglaufenden Wellen umso stärker ist, je kleiner die Stabilität des Schiffes ist.

F. Zusammenfassung

Die Berechnung des Rollmomentes in schräglaufenden Wellen ist für vier mathematische Schiffsformen durchgeführt worden. Hierbei sind für die hydrodynamische Kraft und das hydrodynamische Moment die Werte benutzt worden, die die Lösung des hydrodynamischen Problems für die ebene Umströmung der Querschnittsprofile liefert. Die Ergebnisse der Berechnung lassen erkennen, daß das Rollmoment in schräglaufenden Wellen größer als in querkommenden Wellen werden kann, insbesondere wenn die statische Stabilität des Schiffes klein ist.

Für die Größe der Rollbewegung eines Schiffes ist das Rollmoment eine maßgebende Größe. Die Gegenüberstellung der auf Bild 7 dargestellten Ergebnisse für die vier verschiedenen

Formen zeigt deutlich, wie das Rollmoment durch die Spant- und Wasserlinienform beeinflusst wird. Selbstverständlich ist für die Größe der Rollbewegung auch noch die Größe der Dämpfung maßgebend.

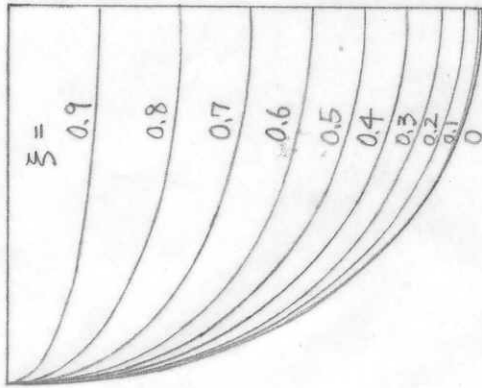
Die benutzte Methode könnte, insbesondere wenn auch der Einfluß der Geschwindigkeit eingeführt wird, verwendet werden, um das Moment abzuschätzen, für das eine einzubauende Stabilisierungseinrichtung dimensioniert werden sollte.

Schrifttum

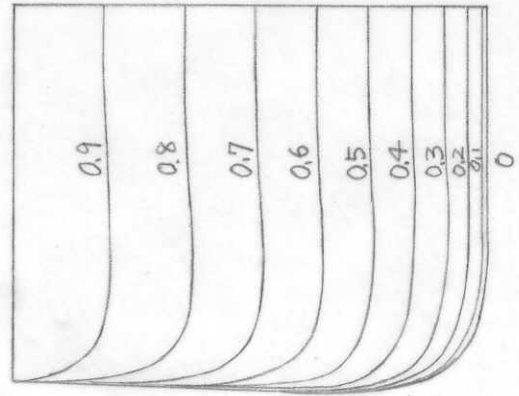
- 1 Weinblum, G. and M.St.Denis: On the Motion of Ships and at Sea. SNAME 1950
- 2 Grim, O.: Die Schwingungen von schwimmenden zweidimensionalen Körpern. HSVA-Bericht Nr. 1090, Nr.1117
- 3 Grim, O.: Durch Wellen an einem Schiffskörper erregte Kräfte. Symposium on the Behaviour of Ships in a Seaway. 1957
- 4 Tamura, K.: The Calculation of Hydrodynamical Forces and Moments Acting on the Two-Dimensional Body. According to the Grim's Theory. Journal of Seibu Zosen Kai, 1963
- 5 Chadwick, J.H. and K.Klotter: On the Dynamics of Anti-Rolling Tanks. Schiffstechnik, 8.Heft, 2. Band, Febr. 1955.

Spantenformen

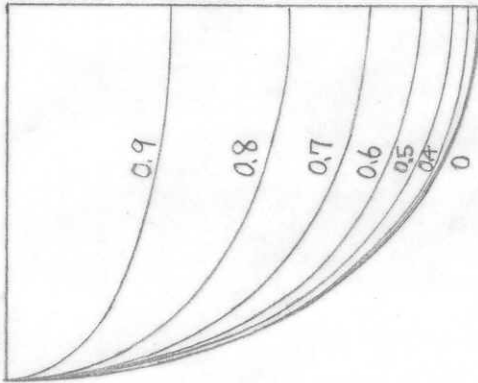
Schiff A



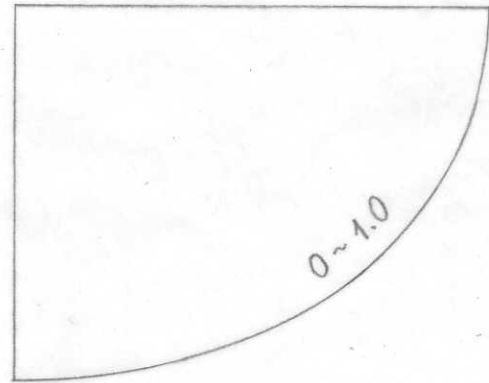
Schiff B



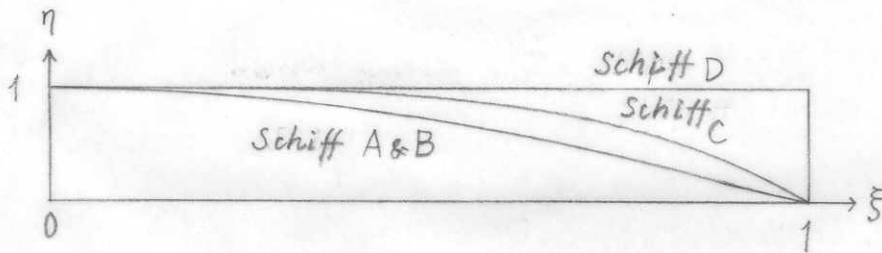
Schiff C



Schiff D



Wasser Linienformen



Schiff	β	Wasser Linie
A	0.8	$\eta = 1 - \xi^2$
B	1.0	$\eta = 1 - \xi^2$
C	0.8	$\eta = 1 - \xi^4$
D	0.8	$\eta = 1$

$L/B_0 = 7.5,$
 $B_0/T_0 = 2.5.$

Bild 4 Schiffformen

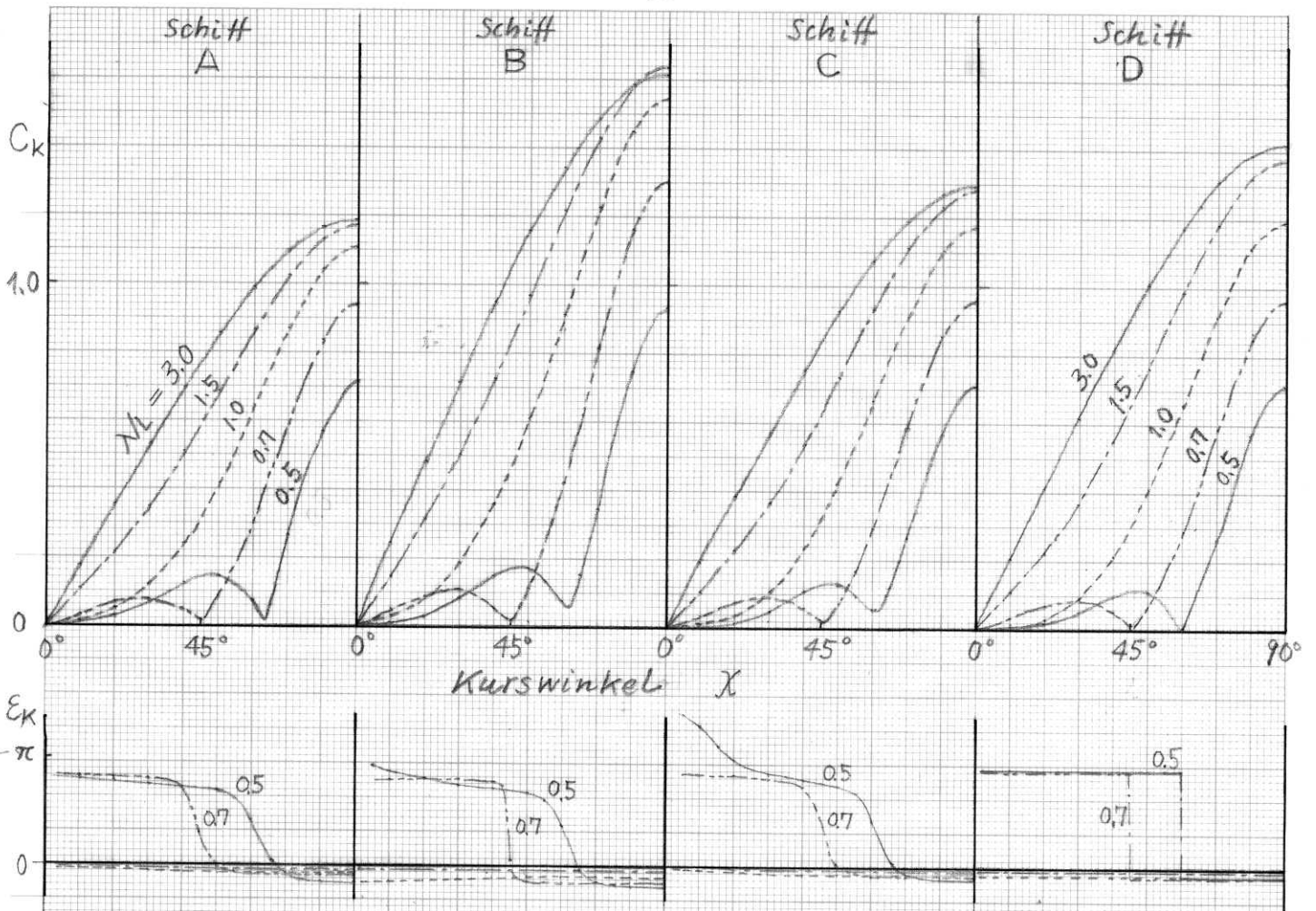


Bild 5 Querkraftsbeiwert u. Phasendifferenz

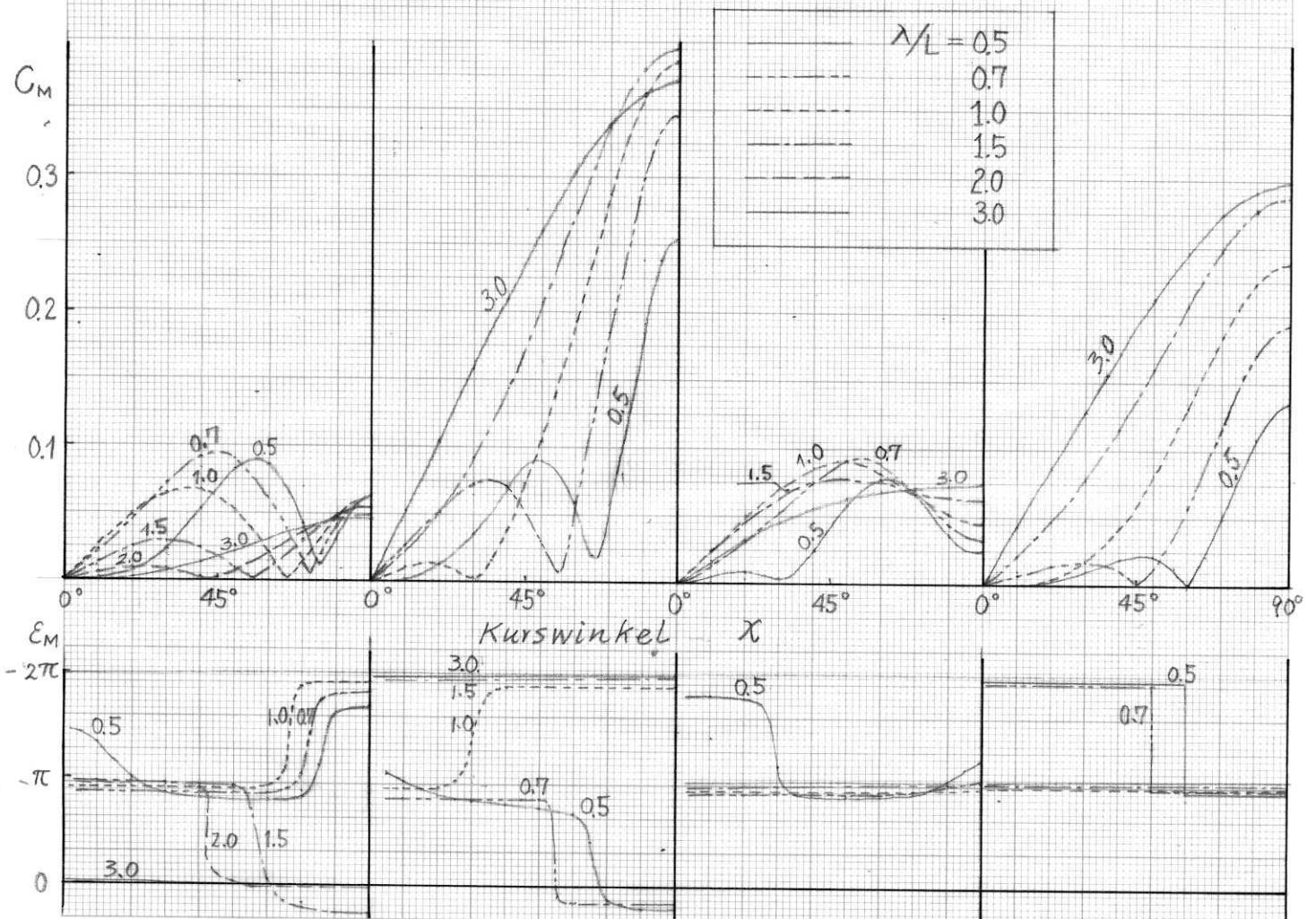


Bild 6 Momentsbeiwert u. Phasendifferenz

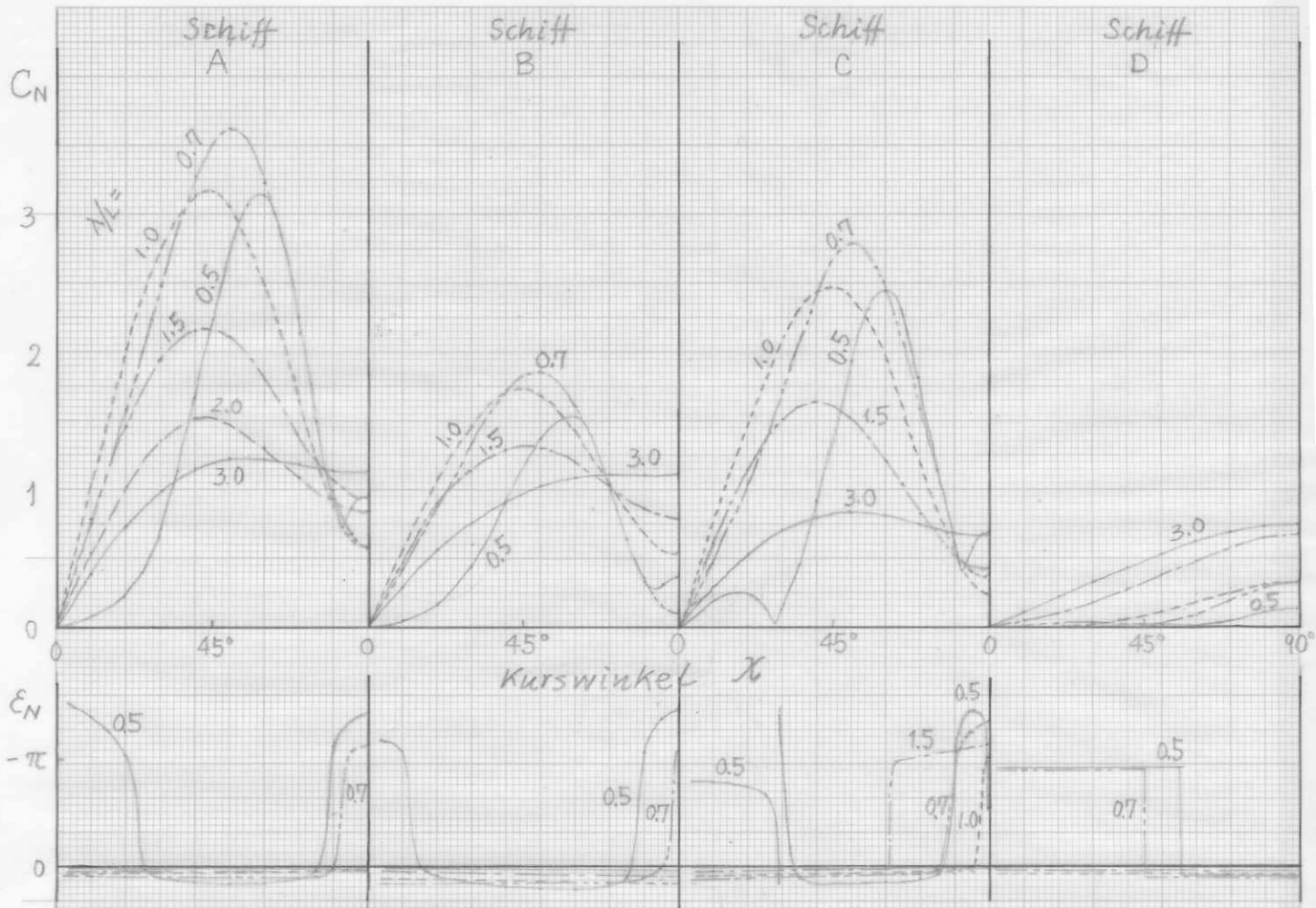


Bild 7a Resultierendes Rollmoment $\overline{MG/T} = 0.05$

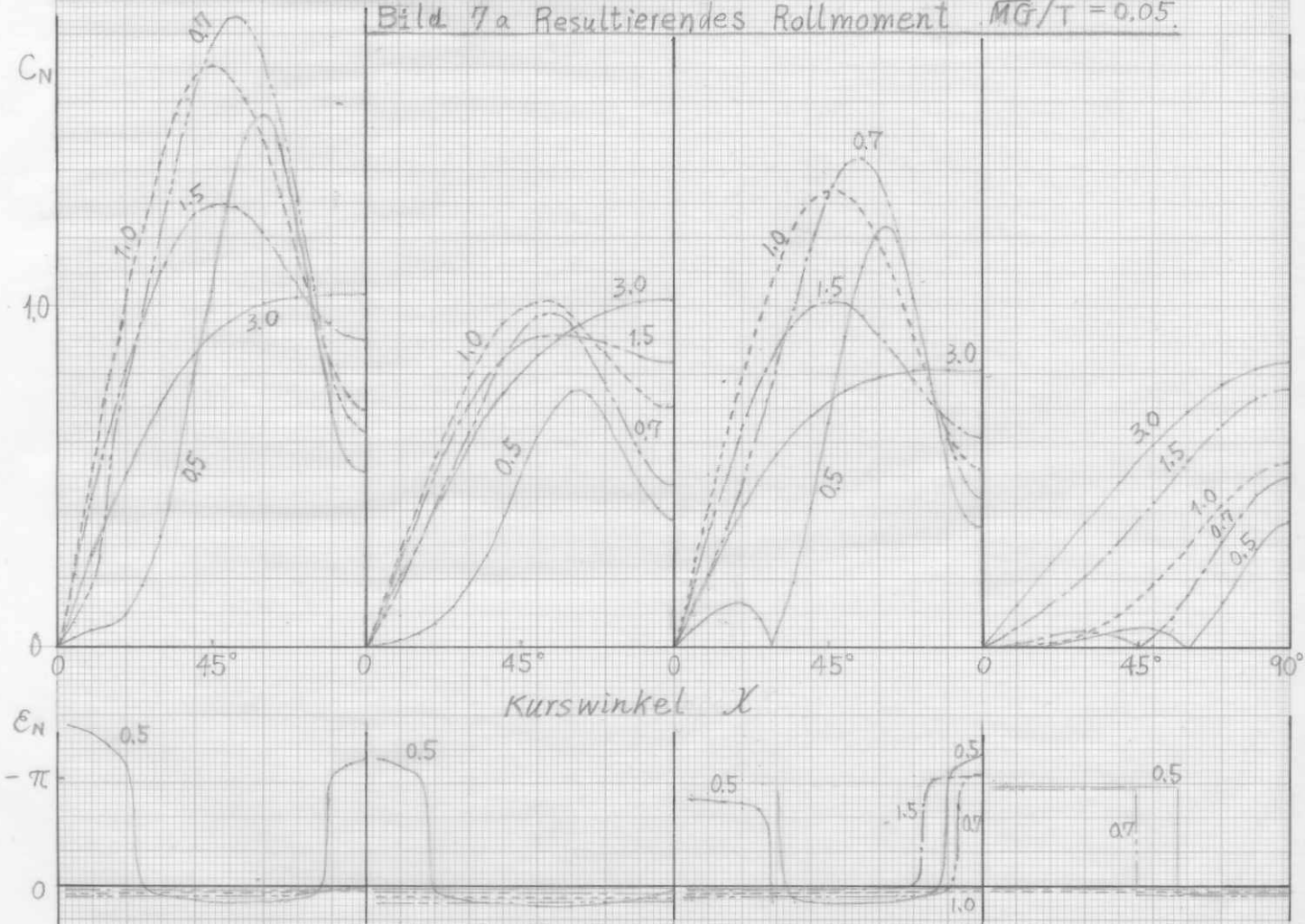


Bild 7b Resultierendes Rollmoment $\overline{MG/T} = 0.10$

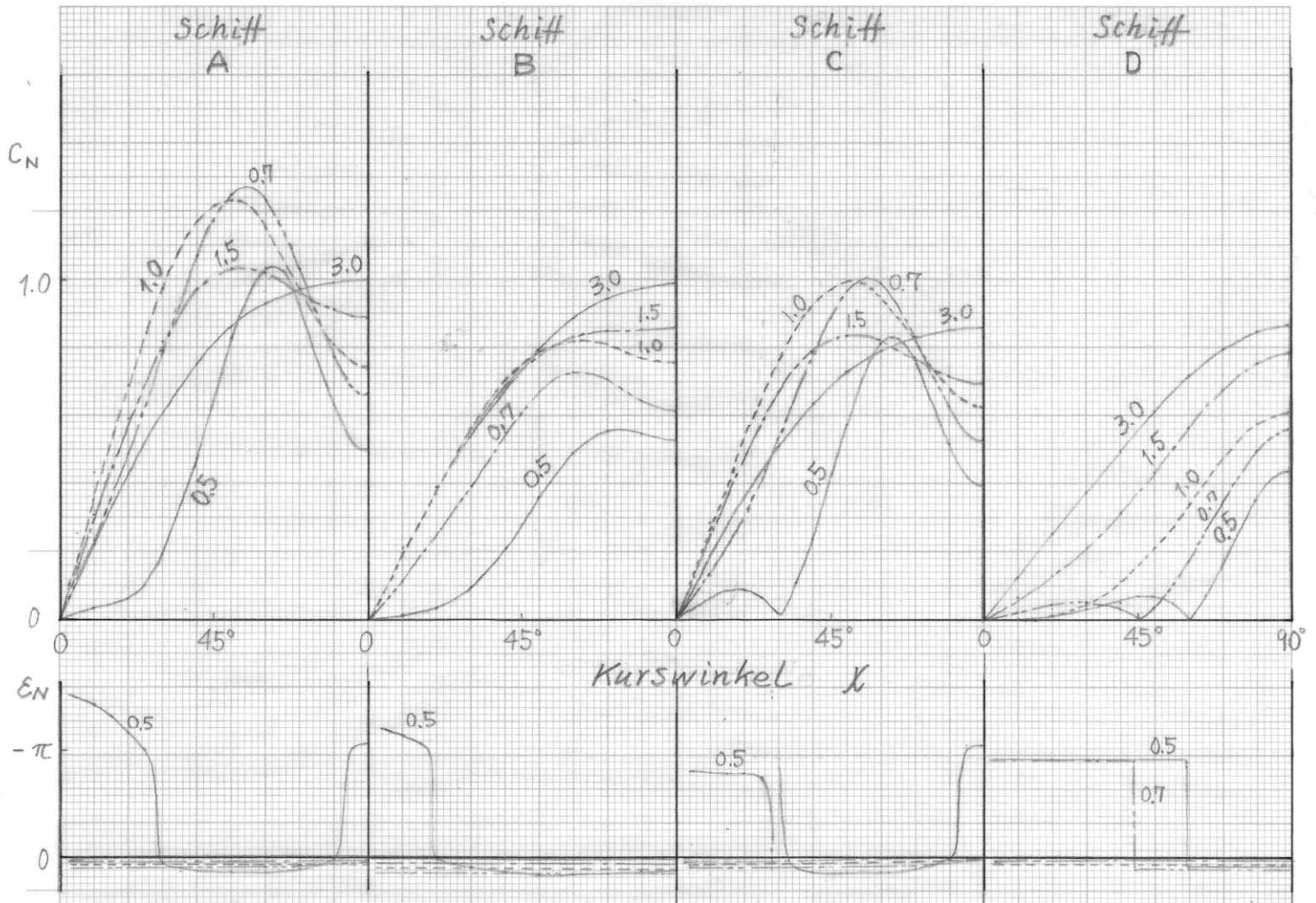


Bild 7c Resultierendes Rollmoment $MG/T = 0.15$.

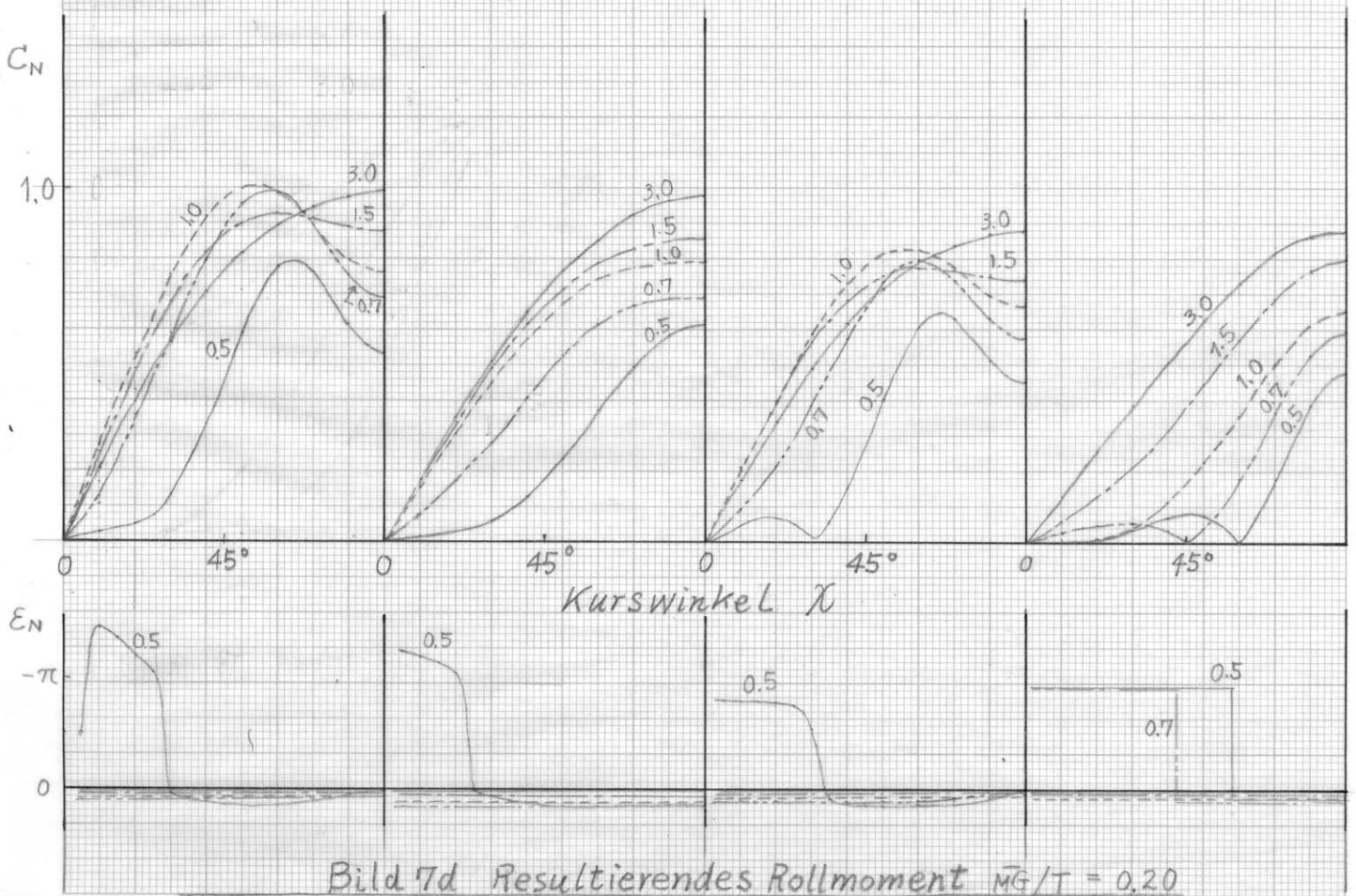


Bild 7d Resultierendes Rollmoment $MG/T = 0.20$.

Anhang

Die Koeffizienten der Bewegungsgleichungen des Schiffes
mit Schlingertank

Die Bewegungsgleichungen des Schiffes mit Schlingertank nach Chadwick und Klotter [5] können mit den zusätzlichen Gliedern für die Kopplung zwischen Roll- und Querbewegung ergänzt werden (A1). Diese zusätzlichen Glieder werden ebenso wie die anderen durch hydrodynamische Kräfte verursachten Glieder nach Grim [2] ausgedrückt (A2).

Bild A-1 zeigt eine schematische Zeichnung des Schiffes und des Schlingertanks vom Flahmschen Typ. H_t ist negativ, wenn der

Tank oberhalb des Schwerpunktes G liegt.

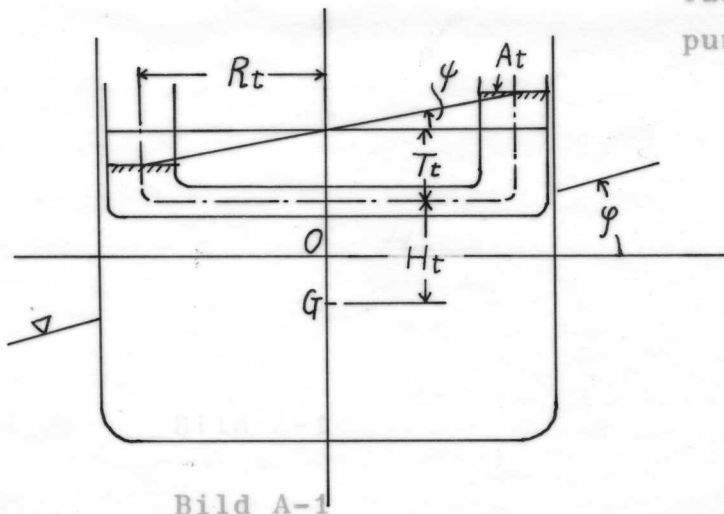


Bild A-1

Rollbewegung:

$$J_s \ddot{\varphi} + B_s \dot{\varphi} + K_s \varphi + M_a \ddot{\psi} + N_a \dot{\psi} + J_{st} \ddot{\psi} + K_{st} \psi = M,$$

Bewegung des Tankwassers:

$$J_t \ddot{\psi} + B_t \dot{\psi} + K_t \psi + J_{st} \ddot{\varphi} + K_{st} \varphi - \frac{K_t}{g} \ddot{\varphi} = 0,$$

Querbewegung:

$$M_s \ddot{\psi} + B_\psi \dot{\psi} + F_r \ddot{\varphi} + G_r \dot{\varphi} + \frac{K_t}{g} \ddot{\psi} = K.$$

(A.1)

wobei:

$$J_s = I + I'',$$

$$B_s = \frac{\rho g^2}{\omega^3} \left(\frac{B}{2}\right)^2 \bar{A}_R^{-2},$$

$$K_s = \rho g V' \bar{M} \bar{G},$$

$$M_Q = m \bar{O} \bar{G} + m'' h_{sr},$$

$$N_Q = \frac{\rho g^2}{\omega^3} \cdot \bar{A}_s^{-2} \cdot h_w,$$

$$M_s = m + m'',$$

$$B_Q = \frac{\rho g^2}{\omega^3} \bar{A}_s^{-2},$$

$$F_r = m \cdot \bar{O} \bar{G} + \frac{I''}{h_{rr}},$$

$$G_r = \frac{\rho g^2}{\omega^3} \left(\frac{B}{2}\right)^2 \frac{\bar{A}_R^{-2}}{h_w},$$

(A.2)

Die dimensionslosen Formen der Gleichungen lauten:

$$\ddot{\varphi} + \kappa_s \dot{\varphi} + \varphi + \xi_s \ddot{\psi} + \lambda_t \cdot \psi + \zeta_s \cdot \eta'' + \kappa_Q \cdot \eta' = \mathcal{F}_r \cdot e^{i\Omega\tau},$$

$$\ddot{\psi} + \mu_t \cdot \kappa_t \dot{\psi} + \mu_t^2 \cdot \psi - \sigma_s^2 \cdot \eta'' + \xi_t \cdot \dot{\varphi} + \mu_t^2 \cdot \varphi = 0,$$

$$\eta'' + \beta_y \eta' + \gamma_y \varphi'' + \delta_y \varphi' + \lambda_t \cdot \eta_s \cdot \psi'' = \mathcal{F}_y \cdot e^{i\Omega\tau}$$

(A.3)

wobei

$$\varphi'' = \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2}, \quad \tau = \frac{t}{\omega_s}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_s}, \quad \omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{J_s}}$$

Die Koeffizienten in den Gleichungen sind durch die hydrodynamischen Koeffizienten des Schiffskörpers und die Eigenschaften des Schlingertanks wie folgt beschrieben:

$$K_s = \frac{B_s}{\sqrt{J_s K_s}} = \frac{2H \int \{\eta^2 \bar{A}_R^2\} d\xi}{N \sqrt{S \cdot D}}$$

$$\text{wobei } S = 2 \cdot C_b \frac{\bar{M}\bar{G}}{T} \frac{1}{H} \sigma^6, \quad D = \frac{\pi}{4N} \cdot \frac{1}{H^3} \int [I''] d\xi + 8C_b K^2$$

Dieses Glied schließt keinen Reibungswiderstand ein.

$$\xi_{ss} = \frac{J_{sr}}{J_s} = \frac{2 \rho_t R_t^2 A_t (T_t + H_t)}{I + I''} = \frac{2 \left[\frac{R}{B/2} \right] \cdot \left[\frac{A_0}{\alpha_w L B/2} \right] \left[\frac{T_t + H_t}{T_0} \right]}{D}$$

$$\lambda_t = \frac{K_t}{K_s} = \frac{2 \rho_t g A_t \cdot R_t^2}{\rho g V' \bar{M}\bar{G}} = \frac{\alpha_w \left[\frac{A_0}{\alpha_w L B/2} \right] \cdot \left[\frac{R}{B/2} \right]^2}{2 \left(\frac{1}{H} \right) \cdot \left[\frac{\bar{M}\bar{G}}{T} \right]}$$

$$\zeta_s = \frac{B}{2} \cdot \frac{M_Q}{J_s} = \frac{m \cdot \bar{O}\bar{G} + m'' h_{sr}}{I + I''} \cdot \frac{B}{2} = \frac{\pi \left\{ \left[\frac{\bar{O}\bar{G}}{T} \right] \frac{1}{2} \left[\frac{m}{\rho \pi T^2} \right] d\xi + \frac{1}{2} \left[\frac{m''}{\rho \pi T^2} \right] \cdot \left[\frac{h_{sr}}{T} \right] d\xi \right\}}{N H^2 \cdot D}$$

$$K_Q = \frac{B}{2} \frac{N_Q}{\sqrt{J_s K_s}} = \frac{B}{2} \frac{h_w B_Q}{\sqrt{J_s K_s}} = \frac{\int \left[\frac{h_w}{T} \right] \left[\bar{A}_s^2 \right] d\xi}{N \sqrt{2S \cdot D}}$$

$$\phi_r = \frac{M}{K_s} = \frac{\int \eta \cdot \beta \cdot \left[\frac{h_w}{T} \right] \left\{ \left[\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} \right] + i \left[\frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right] \right\} d\xi}{N \cdot C_b \cdot \left[\frac{\bar{M}\bar{G}}{T} \right]}$$

$$\mu_t = \frac{\omega_t}{\omega_s} = \sqrt{\frac{J_s K_t}{J_t K_s}}, \quad K_t = \frac{B_t}{\sqrt{K_t J_t}}$$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{B_0 \omega_s^2}{2g}} = \sqrt{\frac{K_s B_0}{2J_s g}} = \sqrt{\frac{2 C_b \left[\frac{MG}{T} \right]}{D}}$$

$$\xi_t = \frac{J_{st}}{J_t} = \frac{T_t + H_t}{T_t + R_t},$$

$$\beta_y = \frac{B_a}{M_s} \sqrt{\frac{J_s}{K_s}} = \frac{\rho g^2 \bar{A}_s^2}{\omega^3 (m+m'')} \sqrt{\frac{I + I''}{\rho g V \bar{M} \bar{G}}} = \frac{2H^2 \int \bar{A}_s^2 d\xi}{\pi \sigma^3 \left\{ \int \left[\frac{m}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi + \int \left[\frac{m''}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi \right\} \cdot \sigma_s},$$

$$\gamma_y = \frac{F_r}{\frac{B_0}{2} M_s} = \frac{m \cdot \bar{O}\bar{G} + \frac{I''}{h_{RR}}}{(m+m'') \left(\frac{B}{2} \right)} = \frac{\left[\frac{\bar{O}\bar{G}}{T} \right] \int \left[\frac{m}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi + \frac{1}{4} \left[\frac{T}{h_{RR}} \right] \cdot \left[\frac{I''}{\rho \frac{\pi}{2} T^4} \right] d\xi}{2H \left\{ \int \left[\frac{m}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi + \int \left[\frac{m''}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi \right\}}$$

$$\delta_y = \frac{G_r}{\frac{B_0}{2} M_s} \sqrt{\frac{J_s}{K_s}} = \frac{\frac{\rho g^2}{\omega^3} \left(\frac{B}{2} \right) \cdot \frac{\bar{A}_R^2}{h_w}}{m+m''} \sqrt{\frac{I'' + I}{\rho g V \bar{M} \bar{G}}} = \frac{2H^3 \bar{D} \cdot \int \eta^2 \bar{A}_R^2 \left[\frac{T}{h_w} \right] d\xi}{\pi \sqrt{S} \left\{ \int \left[\frac{m}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi + \int \left[\frac{m''}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi \right\}}$$

$$\eta_s = \frac{\bar{M}\bar{G}}{B/2} = \frac{1}{H} \left[\frac{\bar{M}\bar{G}}{T} \right],$$

$$\phi_y = \frac{K}{\frac{B_0}{2} (m+m'')} \left(\frac{J_s}{K_s} \right) = \frac{4H^2 \bar{D} \int \eta \beta \left\{ \left[\frac{K_r}{\rho g V \alpha_0} \right] + i \left[\frac{K_i}{\rho g V \alpha_0} \right] \right\} d\xi}{\pi C_b \left[\frac{\bar{M}\bar{G}}{T} \right] \left\{ \int \left[\frac{m}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi + \int \left[\frac{m''}{\rho \frac{\pi}{2} T^2} \right] d\xi \right\}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{B_0 \omega^2}{2g}},$$

wobei N Streifenzahl, C_b Völligkeitsgrad des Schiffes
und $H = \frac{B_0}{2T_0}$ bezeichnet.

Als Koeffizienten der Bewegung des Tankwassers sind in die Berechnung die folgenden Werte eingesetzt worden.

λ_t	μ_t	K_t	ξ_s	ξ_t
0,25	1,0	0,5	- 0,08	- 0,8

Diese Werte haben sich bei vorausgegangenen Rechnungen mit dem Analogrechner als die günstigsten Werte für das Schiff in den querlaufenden Wellen erwiesen. Die Rechenergebnisse zeigt das Bild A-2, aus dem auch eine Vergrößerung der Rollamplitude in einem gewissen Frequenzbereich für schräglauflende Wellen abzulesen ist.

Da das Verhältnis der durch die Wellen erregten Querkraft zu dem erregten Moment und ebenso die Phasenverschiebung zwischen Querkraft und Moment von sehr vielen Parametern abhängt und insbesondere von dem Kurswinkel abhängt, kann nicht erwartet werden, daß die Wirkung des passiven Schlingertanks in allen Fällen gleich gut ist. Es ist durchaus denkbar, daß z.B. die Wirkung bei querlaufenden Wellen gut, bei schräglauflenden Wellen jedoch wesentlich schlechter ist. Ein umfassendes Urteil über die Wirkung des Schlingertanks ist nur möglich, wenn sehr umfassende Untersuchungen für die verschiedenen möglichen Betriebsumstände ausgeführt werden.

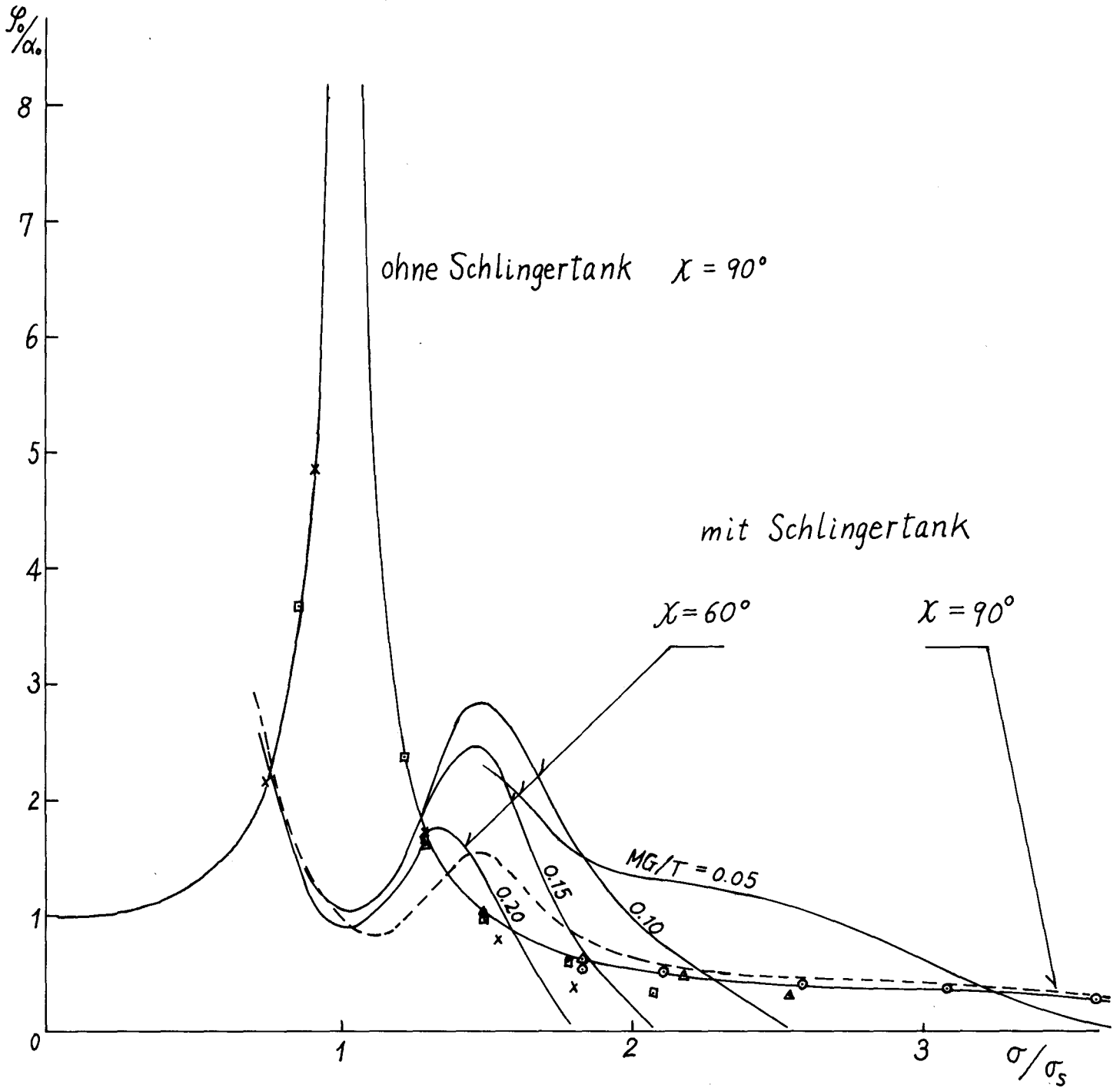


Bild A-2. Rollbewegungamplitude des Schiffes(A)