

22 | 1955

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Dipl.-Math. K. Eggers

Über Widerstandsverhältnisse von Zweikörperschiffen

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

n) Über Widerstandsverhältnisse von Zweikörperschiffen

Von Dipl.-Math. K. Eggers, Hamburg

Nach einem Ausspruch des russischen Schiffstheoretikers Swistun gibt es drei Richtungen, in denen die Formgebung des Schiffes heute mit Erfolg weiter entwickelt werden kann:

1. das Doppelrumpfschiff (Catamaran),
2. das Dreikörperschiff (Trimaran),
3. das Tragflächenboot.

Im Gegensatz zur letzten sind in der ersten und der sich daraus ableitenden zweiten Richtung bisher nur unzusammenhängende theoretische Untersuchungen gemacht worden. Über die Allgemeingültigkeit der vorliegenden Experimente und Erfahrungen kann aber erst eine systematische Betrachtung der hydrodynamischen Grundlagen des Mehrkörperproblems Aufschluß geben. Dieser Aufgabe sind die nachstehenden Untersuchungen gewidmet. Dabei sollen getrennt zwei Fragen geklärt werden, die beide sowohl vom theoretisch-hydrodynamischen wie vom praktisch-schiffbaulichen Gesichtspunkt aus Interesse verdienen:

A. Wie wird der Wellenwiderstand eines Schiffes beeinflusst durch ein zweites Schiff auf Parallelkurs mit gleicher Fahrt, insbesondere: wie hängen die auftretenden Kräfte ab von der Fahrtstufe und der gegenseitigen Anordnung der Schiffe?

B. Für welche Geschwindigkeitsbereiche und bei welchen Anordnungen bedeutet die Verteilung des Displacements eines Schiffes auf zwei Schwimmkörper eine Verminderung des Gesamtwiderstandes?

Zur Frage A. sind erstmalig von Barillon [1] Versuche in größerem Umfang durchgeführt worden, wobei auch die Einwirkung verschieden geformter Körper aufeinander studiert worden ist. Als bedeutendstes Ergebnis seiner Untersuchungen ist zu vermerken, daß in einem Extremfall bei Tandemanordnung zweier Modelle das hintere praktisch ohne jeden Fahrtwiderstand war.

Diesen empirischen Versuchen folgten theoretische Studien von Havelock [2, 3], welche auf potentialtheoretischen Ansätzen basieren. Für ein System von zwei Kugeln, angenähert als Umströmungsfiguren von Dipolen, in reibungsfreier, idealer Flüssigkeit, berechnete er den Gesamtwiderstand in verschiedenen Anordnungen. Er entwickelte darüber hinaus noch Formeln für die Verteilung des Gesamtwiderstandes auf die einzelnen Kugeln — letztere verlieren allerdings an Bedeutung durch das Auftreten von zusätzlichen wechselseitigen Kräften zwischen den Körpern, deren Verschwinden gegenüber den Widerstandskräften zumindest nicht evident ist. — In einer späteren Arbeit fand er den Wellenwiderstand eines Schiffes im Kielwasser eines anderen in Abhängigkeit vom Abstand.

Die Berechnungen Havelocks zeigen, daß bei Parallelanordnung zweier gleichgeformter Kugeln der Gesamtwiderstand des Systems stets größer ist als die Summe der Einzelwiderstände, d. h., daß der durch wechselseitigen Einfluß der beiden Körper bedingte Zusatzwiderstand stets positiv ist. Damit bleibt noch die Frage offen, ob nicht zwischen schiffsähnlichen, länglichen Körpern unter geeigneten Voraussetzungen auch ein negativer Zusatzwiderstand auftreten kann; wenn ja, wäre weiter zu klären, wodurch diese Voraussetzungen charakterisiert werden können.

Der Weg zur Berechnung des Widerstandes einer Anordnung von Körpern, welche durch Quellsenkensysteme darstellbar sind, führt über die Arbeiten von Michell [9], Havelock [2, 3] und Sretensky [11], deren Inhalt durch Lunde [8] in übersichtlicher Form zu einer Theorie zusammengefaßt und ausgebaut wurde.

Im theoretischen Teil unserer Arbeit wird die Herleitung ihrer Ergebnisse skizziert, um sie im Lichte unserer Fragestellung zu interpretieren und auszudehnen auf Anordnungen in beliebigem Winkel, auch auf flachem und beschränktem Wasser. Damit wird es uns ermöglicht, den Rahmen abzugrenzen, in dem experimentelle Untersuchungen über Doppelrumpfanordnungen Erfolg versprechen können.

An Schlepptversuchsreihen am Modell zeigen wir die Brauchbarkeit der Theorie zur Vorhersage nicht nur im Qualitativen. Gleichzeitig erfassen wir den Einfluß zusätzlicher Wechselwirkungseffekte, die

nicht zum Gebiet des Wellenwiderstandes gehören. Im Flachwasserkanal ergeben sich dabei einige Einblicke in die Natur des Tankeinflusses.

Für die folgende Entwicklung der Theorie ist zur Hervorhebung ihrer Grundzüge eine mathematisch knappe Form gewählt; in der anschließenden Darstellung der numerischen Auswertung ihrer Ergebnisse hoffen wir, auch den mathematisch weniger Geübten mit ihren Aussagen vertraut machen zu können.

I. Versuchsdurchführung

Da der wechselseitige Einfluß zweier Modelle auf ihren Gesamtwiderstand im wesentlichen auf dem Gebiet des Wellenwiderstandes liegt, wurden für die ersten Versuche zwei relativ dicke Modelle gewählt und in verschiedenen Anordnungen geschleppt. Um weiter den Einfluß der Schiffsbreite abzuschätzen und vor allem den Vergleich zwischen Doppelkörper und Einzelschiff gleicher Verdrängung zu ermöglichen, wurden dann noch Versuche mit zwei Modellen der halben Breite durchgeführt. Bei letzteren waren erwartungsgemäß wegen des größeren Anteils der Reibung am Gesamtwiderstand die Zusatzwiderstände relativ klein, dagegen entsprachen aber die Anordnungen dieser Modelle besser den praktischen Anforderungen der Großausführung eines Doppelrumpfschiffes.

Modellabmessungen

	dicke Modelle	schmale Modelle
Länge L	2,0 m	2,0 m
Breite B	0,25 m	0,125 m
Tiefgang T	0,10 m	0,10 m
Benetzte Oberfläche O	0,603 m ²	0,48 m ²
Spantenvölligkeit β	0,9	0,9
Wasserlinienvölligkeit α	0,667	0,667
Verdrängung $\rho g B L T \alpha \beta = \Delta$	30,0 kg	15,0 kg

Zur Ermöglichung der theoretischen Widerstandsermittlung waren die Modelle mathematischen Formen nachgebildet, deren Wasserlinienverlauf dimensionslos durch $\eta = 1 - \xi^2$ und deren Hauptspant durch $\eta = 1 - \zeta^2$ dargestellt ist, so daß die Form der Oberfläche durch $\eta = (1 - \xi^2)(1 - \zeta^2)$ beschrieben wird. Zur Erzeugung von Turbulenz wurden an den Modellen in einer Entfernung von $1/20$ der Schiffslänge vom Bug Stolperdrähte angebracht.

Die der Versuchsauswertung zugrunde gelegte Bestimmung des Reibungswiderstandes R_R erfolgte nach dem Ansatz $R_R = \frac{\rho}{2} \zeta_R O v^2$, wobei die ζ_R -Werte der Schönherrkurve für Plattenreibung entnommen wurden.

In den gewonnenen Diagrammen ist der gemessene Widerstand R aufgetragen in Abhängigkeit von der Froudeschen Zahl $F = \frac{v}{\sqrt{g \cdot L}}$, bzw. der Froudeschen Tiefenzahl $F_h = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}}$.

Die Modelle wurden beim Schleppen so geführt, daß sie frei trimmen und tauchen konnten. Bei Doppelanordnung wurden sie starr miteinander verbunden.

Als Schlepprinnen wurden benutzt:

	Kanallänge l	Kanalbreite b	Wassertiefe h
A. Tiefwasserrinne der Ingenieur-Schule Hamburg	40 m	6,5 m	2 m
B. Tiefwasserrinne der HSVA Hamburg	80 m	12,0 m	3 m
C. Flachwasserrinne der HSVA Hamburg	80 m	3,660 m	0,25 m
D. Flachwasserrinne der VBS Duisburg	90 m	9,775 m	0,25 m

Die Messung der Widerstandskraft erfolgte für die Rinne A durch Ausplanimetrieren des durch ein Federdynamometer auf rotierender Trommel erzeugten Diagrammes; für die anderen Rinnen direkt durch Ablesung des Ausschlages einer Pendelwaage, welche durch das Modell belastet war. In den letzten drei Rinnen waren Vorrichtungen zur Ablesung von Trimm und Tauchung gegeben.

a) Tiefes Wasser

1. Nebeneinanderfahrt

Bild 1a zeigt den gemessenen Widerstand zweier dicker Modelle in Parallelanordnung in verschiedenen Abständen bei einer Schleppegeschwindigkeit v von 2,22 m/sec; dem entspricht ein Geschwindigkeitsparameter $\gamma_0 = \frac{g \cdot L}{2 v^2} = 2$ ($F = 0,5$). In Übereinstimmung mit der Theorie tritt nur positiver Zusatzwiderstand auf; der Widerstand steigt monoton mit abnehmendem Abstand. In dem Bereich, für den der lichte Abstand $\mathfrak{R}-B$ zwischen den Modellen kleiner wird als die Modellbreite B , treten zwischen den Modellen im Überschneidungspunkt der Bugwellen starke Spritzer auf, welche die Modelle trotz eines Freibords von $1,5 \cdot T = 0,15$ m schließlich überspülen. Außerdem tritt ein starker Widerstandsanstieg ein, der über den errechneten Wert hinausgeht — er läßt sich erklären durch

den erhöhten Reibungswiderstand infolge der Überfahrtgeschwindigkeit zwischen den Modellen, welche sich infolge der Verengung einstellt.

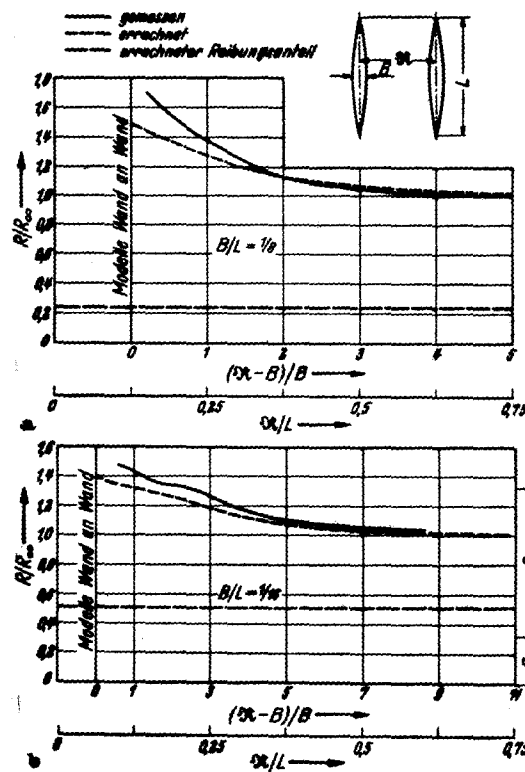


Bild 1. Gesamt- und Reibungswiderstand zweier Modelle mit $B/L = 1/8$ bzw. $1/16$ bei Fahrt nebeneinander. $\gamma_0 = 2$; $F = 0,5$ (bezogen auf den Widerstand ohne Wechselwirkung R_{00}).

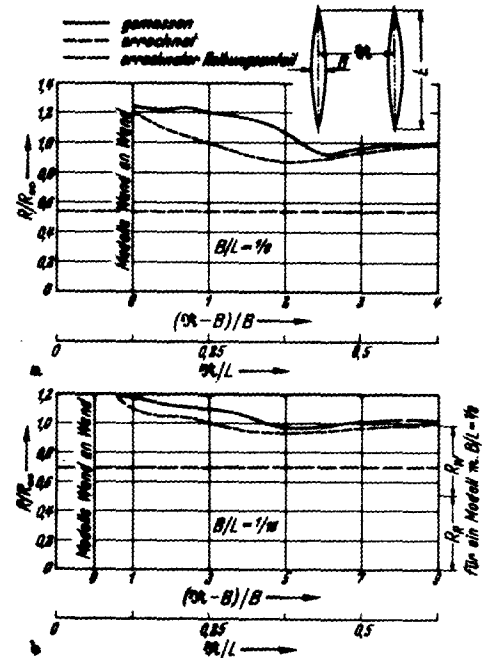


Bild 2. Gesamt- und Reibungswiderstand zweier Modelle mit $B/L = 1/8$ bzw. $1/16$ bei Fahrt nebeneinander. $\gamma_0 = 5$; $F = 0,316$ (bezogen auf den Widerstand ohne Wechselwirkung R_{00}).

Für schmale Modelle ergeben sich ähnliche Verhältnisse (Bild 1b), doch können kleinere \mathfrak{R}/L -Verhältnisse untersucht werden, ohne daß Spritzerbildung auftritt. Bei gewissen Abständen liegt der Widerstand der Doppelanordnung trotz des positiven Zusatzwiderstandes unter dem des dicken Einzelmodells gleicher Verdrängung.

Für $v = 1,4$ m/sec ($\gamma_0 = 5$; $F = 0,316$) ergibt sich tatsächlich (Bild 2a) ein Bereich negativen Zusatzwiderstandes, wie die Theorie vorhersagt. Der Zuwachs des Reibungswiderstandes wirkt sich bei kleineren Abständen hier stärker aus, da der Reibungsanteil am Gesamt- und Reibungswiderstand bei $\gamma_0 = 5$ etwa 0,5 beträgt gegenüber nur 0,25 bei $\gamma_0 = 2$.

Für schmale Modelle (Bild 2b) sind die Widerstandsverhältnisse nicht wesentlich anders. Es ergibt sich jedoch trotz des negativen Zusatzwellenwiderstandes bei keinem Abstand ein merklicher Widerstandsgewinn gegen das dicke Einzelmodell gleicher Verdrängung.

In allen vier Diagrammen tritt hervor, daß die Abweichung der gemessenen Werte gegen die errechneten für $\mathfrak{R}/L > 0,35$ praktisch verschwindet; für $\mathfrak{R}/L > 0,35$ trifft die Bugwelle eines Schiffes das Heck des anderen nicht mehr, wird also nicht reflektiert.

2. Tandemanordnung

Für die Anordnung hintereinander wurden die Modelle durch eine T-Profilsschiene miteinander verbunden, so daß sie einzeln nicht frei austrimmen konnten. Der lichte Abstand konnte dabei von 0 bis $1,2 \cdot L$ verändert werden. In qualitativer Übereinstimmung mit der Theorie zeigt Bild 4a, b einen negativen oder positiven Zusatzwiderstand, je nach Lage des zweiten Modells im Längswellensystem des ersten. Die Periode der Oszillation liegt, wie zu erwarten, etwas unter derjenigen der nach hinten ausgesandten Elementarwelle der Länge $\frac{\pi \cdot L}{\gamma_0}$.

Das verstärkte Abfallen des Zusatzwiderstandes im Nahfeld läßt sich durch Reibungseffekte erklären, die insbesondere bei $\gamma_0 = 5$ stärker hervortreten, da hier der Wellenwiderstand relativ klein ist.

Die Versuchsanordnung wurde im Hinblick auf die Voraussetzungen der Theorie gewählt; könnten die Modelle noch einzeln frei austrimmen, so würden die Verhältnisse erfaßt, die für einen Verband kleiner schneller Schiffe bei Fahrt in Kiellinie auftreten. Die Abstandszonen, in denen der Zusatzwiderstand abfällt bei Abstandsvergrößerung, sind die, in denen ein konstanter Abstand ohne Maschinenmanöver im allgemeinen recht gut eingehalten werden kann, während in den übrigen Gebieten die Position im Wellensystem des Vordermannes instabil ist. Die Punkte maximalen und minimalen Widerstandes für das zweite Fahrzeug liegen an den Grenzen der stabilen Zonen.

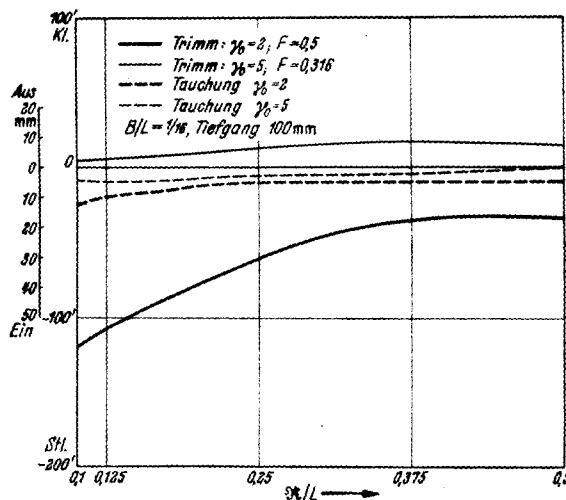


Bild 3. Tauchung und Trimm schmaler Doppelmodelle bei veränderlichem Abstand in Tiefwasser (für $\gamma_0 = 2$ bzw. 5).

3. Schräganordnung

Bild 4c zeigt einige Meßpunkte, welche der Anordnung dicker Modelle im Kelvinschen Öffnungswinkel entsprechen. Der starke Widerstandsabfall im Bereich $R/L \approx 0,7$ läßt die Staffelung eines Schiffsverbandes auf See unter diesem Winkel günstig erscheinen; die Oszillation des Zusatzwiderstandes klingt nur schwach ab, so daß auch für $R/L \approx 2,1$ noch günstige Widerstandsverhältnisse zu erwarten sind.

b) Flaches Wasser

1. Einzelmodelle

Zur Erfassung der grundsätzlichen Erscheinungen des Widerstandes in seitlich beschränktem Flachwasser, welche der Theorie nur qualitativ folgen, ist es angebracht, vor Untersuchungen an Doppelpumpfanordnungen erst den Widerstandsverlauf für ein Einzelmodell zu studieren.

Bild 5 zeigt den Widerstand von schmalen und dicken Einzelmodellen in engem und breitem Kanal, bezogen auf die jeweilige Verdrängung. Die wesentliche Flachwassererscheinung ist der erhöhte Wider-

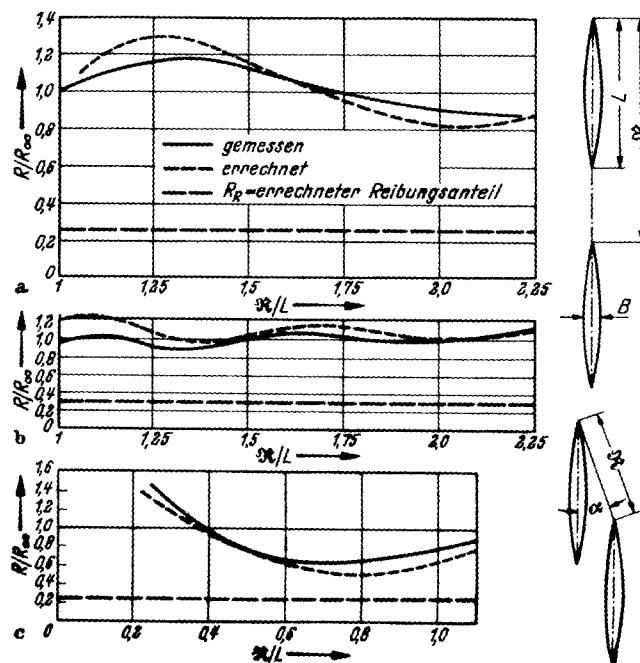


Bild 4. Gesamtwiderstand zweier Modelle mit $B/L = 1/8$ (bezogen auf den Widerstand ohne Wechselwirkung R_{00}).

- a) Tandemanordnung; $\gamma_0 = 2$; $F = 0,5$
- b) Tandemanordnung; $\gamma_0 = 5$; $F = 0,316$
- c) Staffelung im Kelvinschen Winkel $\alpha = 19^\circ 20'$; $\gamma_0 = 2$.

stand in der Umgebung der kritischen Geschwindigkeit $v_{kr} = \sqrt{g \cdot h}$. Am stärksten tritt sie in Erscheinung beim dicken Modell im breiten Kanal, während sich im engen Kanal für dasselbe Modell eine Verbreiterung des kritischen Geschwindigkeitsbereiches unter Senkung des maximalen Widerstandes zeigt. Dieses Ergebnis bestätigt die von Schuster aufgezeigte Verbreiterung des kritischen Intervalls mit zunehmenden Unterschieden in der lokalen Wassertiefe in der

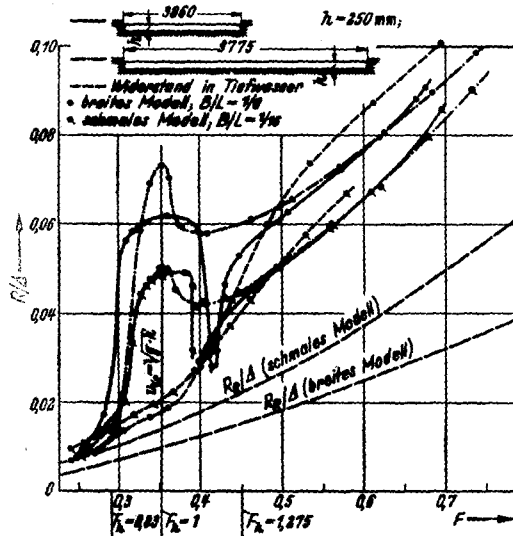


Bild 5. Widerstand von Einzelmodellen in flachem Kanal verschiedener Breite und in Tiefwasser (bezogen auf die Verdrängung).

Umgebung des Schiffes. Der Versuch mit dem schmalen Modell bestätigt, daß es sich nicht um einen Tankeinfluß im Sinne der klassischen Sretenskyschen Wellenwiderstandstheorie handelt, denn trotz gleicher Werte L/b (b = Kanalbreite) unterscheiden sich die Widerstandskurven wesentlich.

Dieses wird noch augenscheinlicher, wenn man den Wellenwiderstandsbeiwert $\zeta_w = \frac{R - R_R}{\rho \cdot B^3 \cdot T^3 / L}$ bildet (R_R = Reibungswiderstand). Für das schmale Modell im engen Tank und das dicke im breiten, für welche die Verhältnisse Schiffsbreite zu Tankbreite ähnlich sind, fällt auch der Hauptanstieg des Widerstandes in denselben Geschwindigkeitsbereich. Die Abweichungen zwischen beiden Kurven, welche auf einen Tankeinfluß im Sinne Sretenskys hinweisen, sind im unterkritischen Bereich gering, im kritischen Gebiet ist der Widerstandsbeiwert im

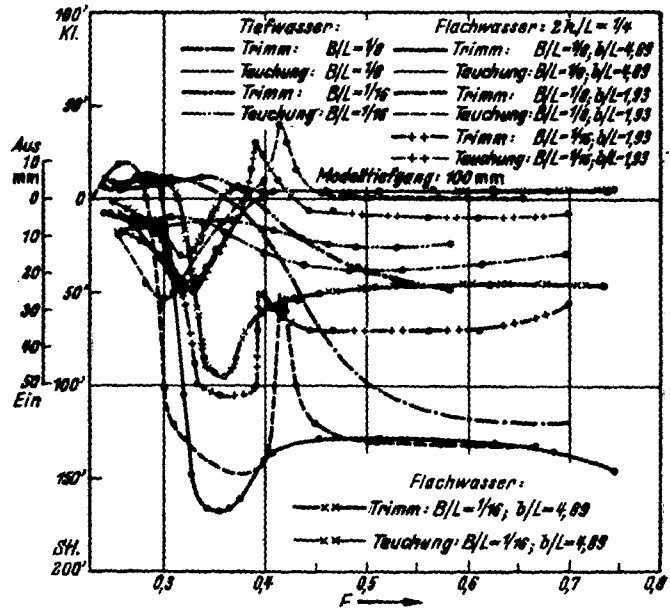


Bild 6. Trimm und Tauchung breiter und schmäler Einzelmodelle in flachem Kanal verschiedener Breite und in tiefem Wasser.

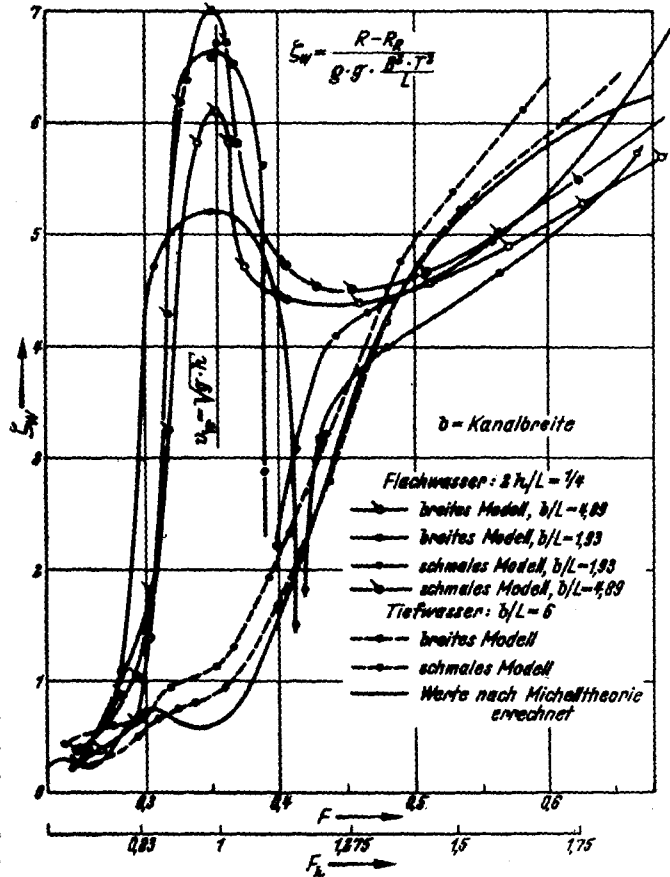


Bild 7. Wellenwiderstandsbeiwert ζ_w für breite und schmale Modelle auf tiefem und flachem Wasser.

engen Kanal wesentlich höher; beide Ergebnisse sind in guter Übereinstimmung mit späteren theoretischen Überlegungen (S. 535). Oberhalb der kritischen Geschwindigkeit werden die Verhältnisse verwickelter durch starke Trimm- und Tauchungsänderungen, verbunden mit einem starken Widerstandsabfall im engen Kanal, wie er schon für nichttrimmende Modelle suchungen von Schuster festgestellt worden ist. Das Verhältnis der Sprunggröße zum Widerstandsmaximum entspricht für beide Kanäle der Größenordnung des theoretischen Wertes. Der Punkt minimalen Widerstandes ist gekennzeichnet durch eine starke Austauchung. Ganz allgemein folgt der achterlastige Trimm dem Verlauf des Widerstandes in fast geometrischer Ähnlichkeit.

Im rein überkritischen Bereich scheint dann der Vergleich der Widerstandsbeiwerte der beiden dicken Modelle sachgemäß zur Beurteilung des Kanaleinflusses. Es ergibt sich ein geringerer Wert für den engeren Kanal, ebenfalls in Übereinstimmung mit unserer Theorie.

Daß der Widerstandsbeiwert für das schmale Modell in diesem Bereich höher ist als für das dicke, gilt offenbar sowohl für flaches wie für tiefes Wasser.

Für die Tiefwasserkurven ist noch die starke Anlehnung an die Werte der Michellschen Theorie auffällig. Dazu muß allerdings gesagt werden, daß diese Theorie Trimm und Tauchung nicht erfaßt und daß deshalb eigentlich das schmale Modell, schon auf Grund seines kleineren Breiten-Längen-Verhältnisses, den Berechnungen besser genügen sollte als das dicke.

Die Theorie liefert eine Zunahme des Wellenwiderstandes — ceteris paribus — mit dem Quadrat der Breite. Für die Verteilung des Displacements eines Schiffes auf zwei Körper der halben Breite, deren Form durch affine Verzerrung in der Breitenrichtung gewonnen wurde, folgt damit eine Reduktion des Wellenwiderstandes auf die Hälfte. Die Auswertung unserer Versuche zeigt — vorbehaltlich einer exakten Erfassung des Reibungswiderstandes — ein Anwachsen des Widerstandes nach einem Gesetz $R_W \sim B^n$, wobei der Exponent n abhängt von Geschwindigkeit und Wassertiefe, im wesentlichen aber doch jedenfalls kleiner als 2 bleibt, sowohl für den flachen Kanal wie auch für tiefes Wasser.

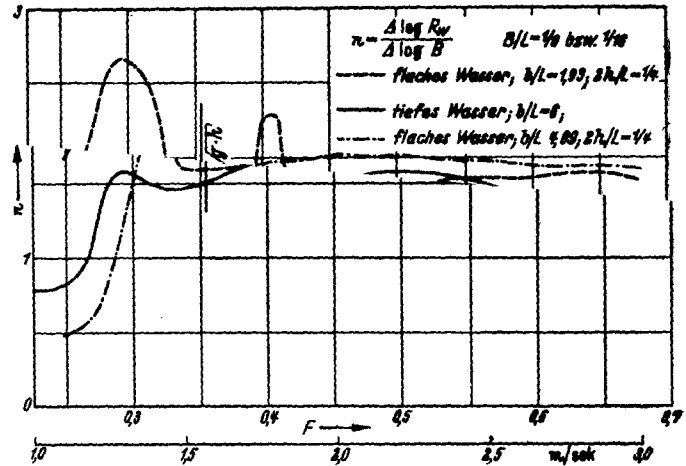


Bild 8. Gemessene Abhängigkeit des Wellenwiderstandes von der Modellbreite.

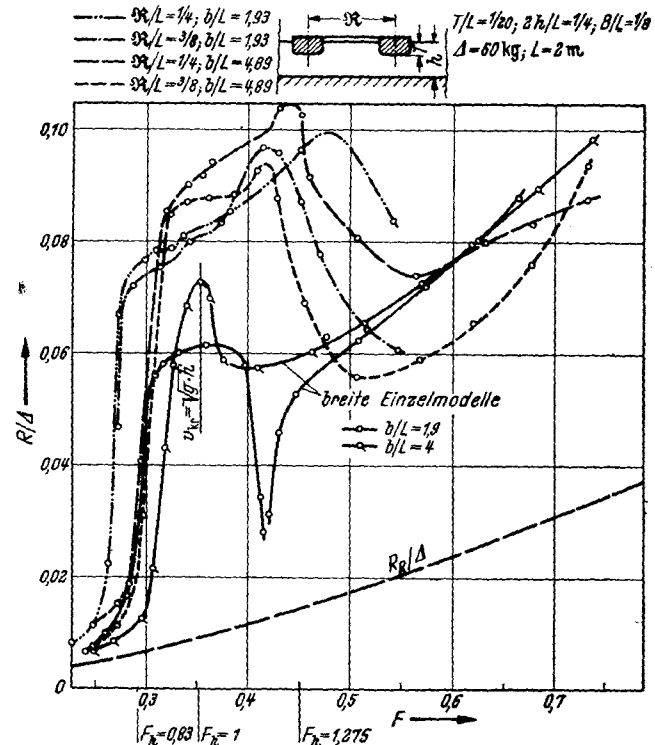


Bild 9. Widerstand breiter Doppelmodelle bei verschiedener Kanalbreite b und verschiedenem Mittschiffsabstand δ (bezogen auf die Verdrängung).

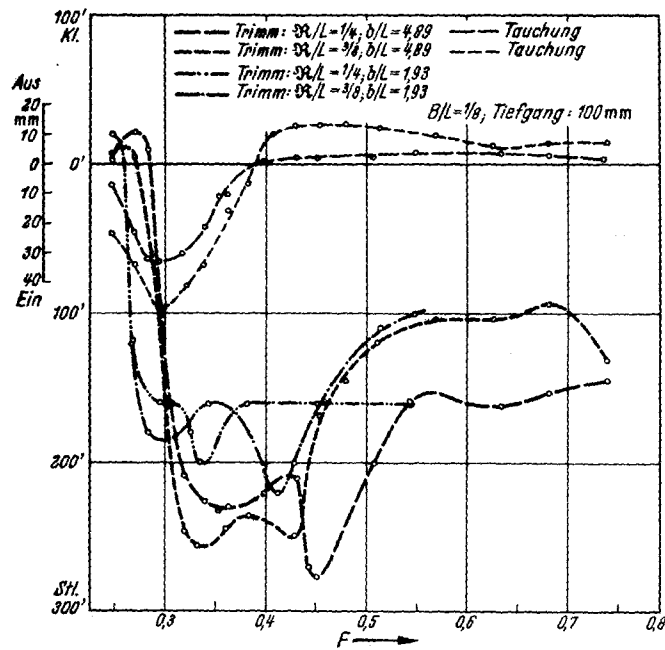


Bild 10. Trimm und Tauchung breiter Doppelmodelle in flachem Kanal verschiedener Breite.

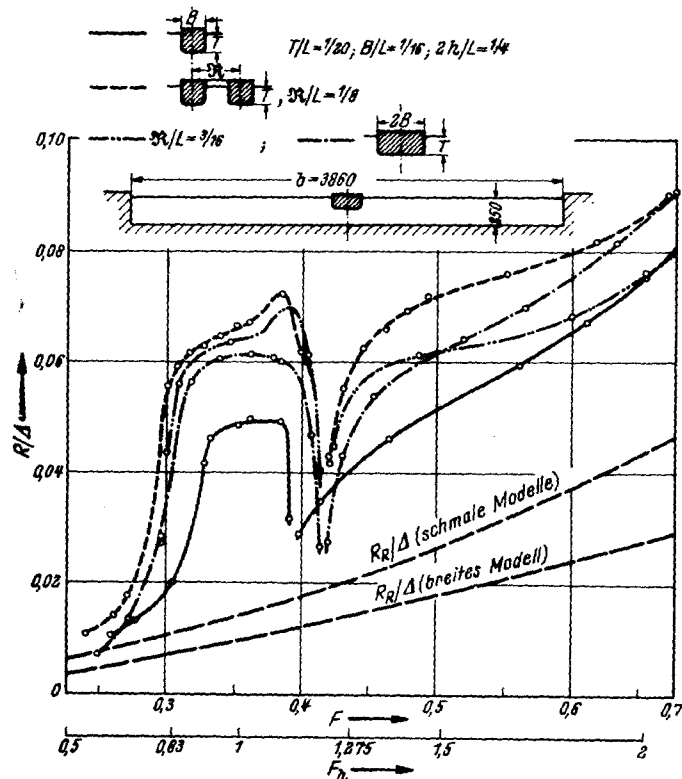


Bild 11. Vergleich des gemessenen Widerstandes von schmalen Doppelmodell, schmalen Einzelmodell und dickem Modell in flachem Kanal ($b/L = 1,93$) bezogen auf die jeweilige Verdrängung.

2. Doppelkörper

Bei den Versuchen mit Doppelmodellen bestätigt sich die Vermutung, daß für den vorzeitigen Anstieg zum kritischen Buckel der Widerstandskurve nicht das Verhältnis der Schiffslänge, sondern das der verdrängten Breite zur Kanalbreite maßgebend ist: Für die Doppelanordnungen in der breiten Rinne erfolgt der steile Widerstandsanstieg bei derselben Geschwindigkeit wie für ein Modell im Kanal halber Breite. Für den unterkritischen Wert $\gamma_0 = 5,8$ ($F_h = 0,83$; $F = 0,928$) ergibt sich auf dieser Vergleichsbasis ein schwacher, im kritischen Bereich ein starker positiver Zusatzwiderstand, beides in guter Übereinstimmung mit errechneten Werten. Für den überkritischen Wert $F_h = 1,275$ ergibt die Theorie einen starken Abfall des Zusatzwiderstandes mit R/L , der für $R/L \geq 0,4$ wesentlich negativ wird. Dies bestätigt sich in dem starken Abfall der gemessenen Werte für $R/L = 1/4$ und $R/L = 3/8$.

Die Vorhersage von Bereichen starken negativen Zusatzwiderstandes im überkritischen Gebiet, das durch das Verschwinden der Schiffslängswelle ermöglicht wird, findet im Bereich höherer Geschwindigkeiten im Rahmen der Versuchsreihe seine Bestätigung; die Kurven für die Doppelmodelle unterwandern die für das dicke Einzelmodell.

3. Displacementspaltung

Als „experimentum crucis“ für die Zweckmäßigkeit der Aufteilung der Verdrängung eines Schiffes auf zwei parallele Körper in schiffbaulich vertretbarem Abstand voneinander vergleichen wir jetzt den Widerstand eines dicken Modells, eines dünnen Modells und eines schmalen Doppelmodells mit Abstands-Längenverhältnis $R/L = 3/16$ über den interessierenden Geschwindigkeitsbereich auf tiefem und flachem Wasser.

Beginnen wir mit dem Bild 13 für tiefes Wasser. Die Widerstandskurve für das dicke Modell liegt im ganzen Geschwindigkeitsbereich unter der des Doppelmodells gleicher Verdrängung; die schmalen

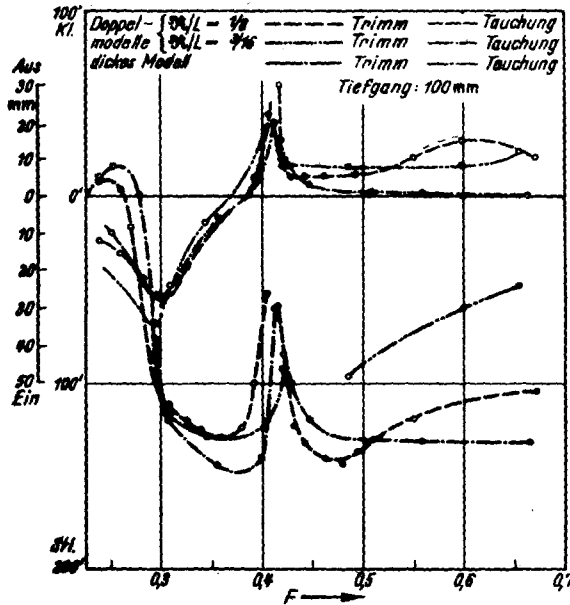


Bild 12. Trimm und Tauchung schmaler Doppelmodelle und eines dicken Einzelmodells im flachen Kanal ($b/L = 1,93$).

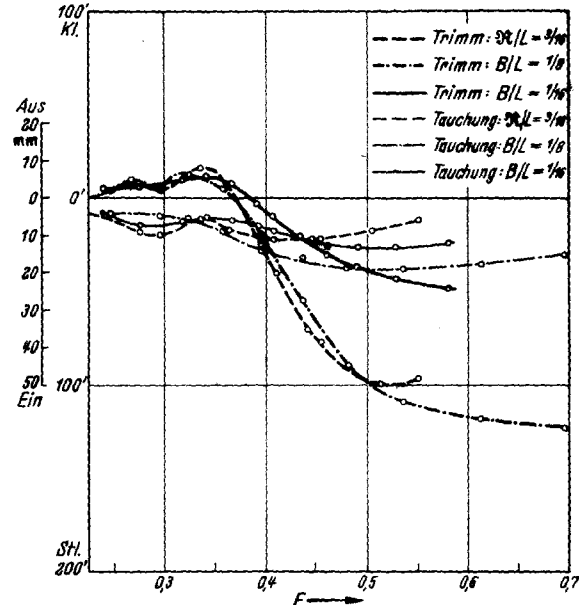


Bild 14. Trimm und Tauchung von schmalem Doppelmodell und dickem bzw. schmalem Einzelmodell in Tiefwasser.

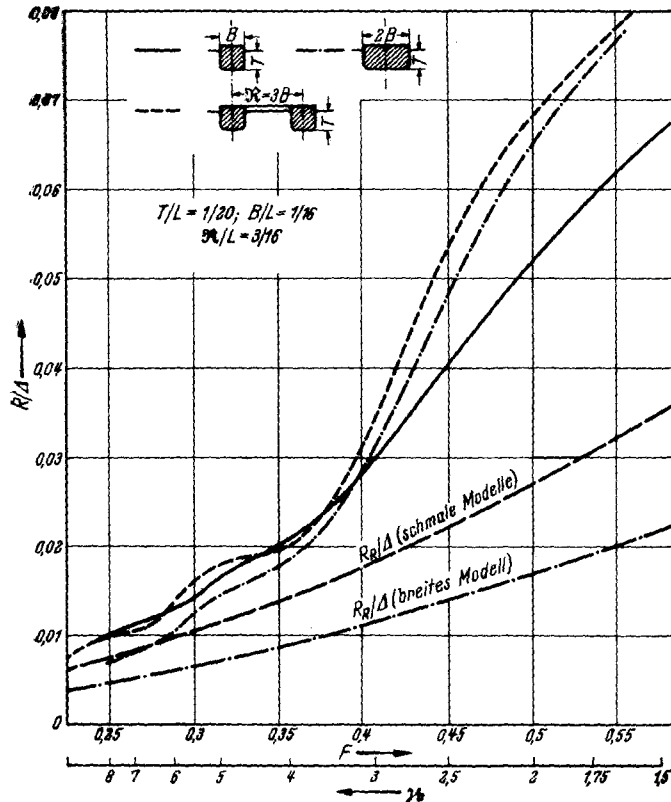


Bild 13. Vergleich des gemessenen Widerstandes von schmalem Doppelmodell, schmalem Modell und dickem Modell auf tiefem Wasser, bezogen auf die jeweilige Verdrängung.

Bereiche negativen Zusatzwiderstandes, welche die Theorie für die Bereiche $\gamma_0 = \frac{1}{2F^2} \approx 4$ bzw. ≈ 7 vorhersagt, fallen in ein Gebiet, in dem durch die größere Bedeutung des Reibungswiderstandes schon das dicke Modell bezogen auf die Verdrängung einen geringeren Widerstand erfährt als das dünne. Daß bei größeren Abständen die Zusatzwiderstände günstiger werden, dürfte ebensowenig von praktischer Bedeutung sein, wie von sekundären Variationen in der Form der Einzelrumpfe des Doppelmodells ausschlaggebende Veränderungen zu erwarten sind. Möglichkeiten liegen jedoch noch im Gebiet der Schräganordnung, das wir in unseren Experimenten nur gestreift haben. Erinnern wir uns, daß wir dabei für $\gamma_0 = 2$ einen negativen Zusatzwiderstand von etwa 1/3 des Einzelwiderstandes erzielten, so ließe sich bei gleichen Verhältnissen durch die Aufspaltung in zwei Körper jetzt der Gesamtwiderstand auf 2/3 vermindern; bei Anordnung von drei Körpern ließen sich noch wesentlich günstigere Verhältnisse erzielen, da die Zusatzwiderstände sich in erster Näherung additiv verhalten.

Für flaches Wasser zeigt sich im überkritischen Gebiet ab $F_A = 1,5$ ein günstiger Effekt, der sich nach unseren Überlegungen bei größeren Abstandsverhältnissen auch schon bei $F_A = 1,3$ erzielen lassen müßte. Von einer Schräganordnung wäre hier allerdings keine weitere

Verbesserung zu erwarten. Die Displacementsaufspaltung könnte aber trotzdem von Vorteil sein, wenn man von größeren Breiten-Tiefgangsverhältnissen ausgeht, bei denen der Zuwachs des Reibungswiderstandes kleiner bleibt.

II. Michell-Sretenskysche Theorie

des Wellenwiderstandes in tiefem, seitlich beschränktem und flachem Wasser und ihre Ausdehnung auf Mehrkörperanordnungen

Übersicht der wichtigsten Bezeichnungen:

- v : Fahrtgeschwindigkeit in Richtung x .
 x, y, z : Koordinaten eines mit v bewegten Systems; x, y in der freien Oberfläche, z nach oben gerechnet (s. Koord.-Schema I).
 \mathfrak{R}, α, z' : Zylinderkoordinaten im mitbewegten System. $x = \mathfrak{R} \cos \alpha$, $y = \mathfrak{R} \sin \alpha$ (s. Koord.-Schema I).
 $\left. \begin{matrix} x_1, y_1, z_1 \\ x_2, y_2, z_2 \end{matrix} \right\}$: Schiffsfeste Koordinaten (s. Koord.-Schema II).
 $\varphi(x, y, z)$: Geschwindigkeitspotential der Strömung relativ zum mitgeführten Koordinatensystem.
 $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$: Partielle Ableitung von φ in Richtung der Normalen einer Fläche.
 h : Wassertiefe.
 A : Wellenamplitude.
 b : Kanalbreite.
 K : Wellenzahl.
 $K_0 = \frac{g}{v^2}$: Minimale Wellenzahl in Schiffslängsrichtung in tiefem Wasser.
 K_{oh} : Minimale Wellenzahl in Schiffslängsrichtung in flachem Wasser, bestimmt als positive Wurzel von $K_{oh} = K_0 \mathfrak{E}g (K_{oh} h)$.
 $K^{(\alpha)} = K \cos(\Theta - \alpha)$: induzierte Wellenzahl in Richtung α .
 Θ : Richtungswinkel einer Welle.
 Θ_0 : Minimaler Richtungswinkel bei überkritischer Geschwindigkeit.
 μ : Raleighsche Scheinreibung.
 $r = \sqrt{\mathfrak{R}^2 + (z - z')^2}$ } Entfernung des Aufpunktes vom Quellpunkt bzw. vom am Boden gespiegelten
 $r' = \sqrt{\mathfrak{R}^2 + (z - 2h + z')^2}$ } Quellpunkt.
 R_0 : Einzelwellenwiderstand.
 $R_{12}^{(\alpha)}$: Zusatzwiderstand zweier Quellsysteme mit Anordnungswinkel α .
 q_1, q_2 : Quellstärken.
 σ_1, σ_2 : Quellbelegungsichten.

$$\sec \Theta \equiv \frac{1}{\cos \Theta} \quad \gamma_0 = \frac{1}{2F^2} = K_0 \frac{L}{2} \quad \gamma_{oh} = K_{oh} \frac{L}{2}$$

$$\gamma^{(\alpha)} = K^{(\alpha)} \frac{L}{2} \quad F = \frac{v}{\sqrt{g \cdot L}} = \text{Froudesche Zahl.} \quad F_h = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}} = \text{Froudesche Tiefenzahl.}$$

a) Geschwindigkeitspotential

In unbeschränktem Medium erzeugt man Körper in stationärer Bewegung als Umströmungsfiguren von Quell- und Senkingsingularitäten des Geschwindigkeitspotentials φ vom Typ $1/r$ mit Gesamt-ergiebigkeit Null. In beschränkter Flüssigkeit mit freier Oberfläche lassen sich die zusätzlichen Bedingungen

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad \text{auf den festen Begrenzungen} \quad (1)$$

$$\text{und} \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \text{auf der freien Oberfläche } z = 0 \quad (2)$$

erfüllen durch Hinzuziehung weiterer Singularitäten, welche durch Spiegelung an den Grenzflächen

gefunden werden und durch Addition eines Terms für die Bedingung (2), welcher in Form eines Doppelintegrals angesetzt wird als Komposition elementarer Wellen des Potentials

$$\varphi(K, \Theta) = A(K, \Theta) v \cdot \cos [K \Re \cos(\alpha - \Theta)] \mathfrak{Cof} K(z+h) \quad (3)$$

mit Wellenzahl K und Winkel Θ ihrer Feldfronten mit der Koordinatenachse senkrecht zur Fortschrittsrichtung des Quellsystems. Die Eindeutigkeit der Bestimmung ihrer Amplituden A wird in bekannter Weise erreicht, indem die Bedingung (2) ersetzt wird durch

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \quad (2a)$$

mit $\mu > 0$ und Grenzübergang $\mu \rightarrow +0$, wobei das Glied mit μ interpretiert werden kann als Einfluß einer Reibungskraft von verschwindender Größenordnung.

Das vollständige Geschwindigkeitspotential einer Singularität q_1/r lautet dann [8] in seitlich unbeschränktem Wasser der Tiefe h (bis auf reine Parallelströmung)

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{q_1}{r} + \frac{q_1}{r} \\ &+ \frac{q_1}{\pi} \lim_{\mu \rightarrow +0} \operatorname{Re} e \int_{-\pi}^{\pi} d\Theta \int_0^{\infty} \frac{\mathfrak{Cof} K(z+h) \mathfrak{Cof} K(z'+h) e^{-K h + i K \Re \cos(\alpha - \Theta)} (K + K_0 \sec^2 \Theta + i \mu \sec \Theta) dK}{(K - K_0 \sec^2 \Theta \mathfrak{I}g Kh + i \mu \sec \Theta) \mathfrak{Cof} Kh} \\ &= q_1 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} d\Theta \int_0^{\infty} \frac{\mathfrak{Cof} K(z+h) \mathfrak{Cof} K(z'+h) e^{-K h} (K + K_0 \sec^2 \Theta) \cos [K \Re \cos(\alpha - \Theta)] dK}{(K - K_0 \sec^2 \Theta \mathfrak{I}g Kh) \mathfrak{Cof} Kh} \right) \\ &- \frac{2 q_1}{\pi} K_0 \int_0^{\pi/2} d\Theta \lim_{\mu \rightarrow +0} \int_0^{\infty} \frac{\mu \sec \Theta (\sin [K \Re \cos(\alpha + \Theta)] + \sin [K \Re \cos(\alpha - \Theta)]) \mathfrak{Cof} K(z+h) \mathfrak{Cof} K(z'+h) dK}{(\mu^2 + (K \cos \Theta - K_0 \sec \Theta \mathfrak{I}g Kh)^2) \mathfrak{Cof}^2 Kh} \end{aligned} \quad (4)$$

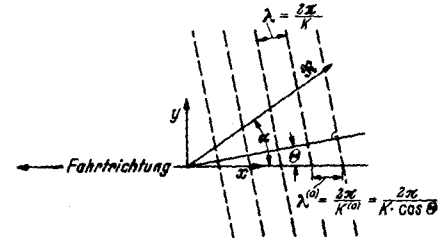


Bild 15. Koordinatenschema I.

Der Integrand des letzten Summanden ist für beliebiges μ integrierbar bezüglich K in jedem K -Intervall, das nicht den Wert K_0 enthält, der definiert ist als Wurzel von

$$K^{(0)} \equiv K \cos \Theta - K_0 \sec \Theta \mathfrak{I}g Kh \quad (\text{Längswellenbedingung}) \quad (6)$$

Das Integral verschwindet also über jedem derartigen Intervall mit $\mu \rightarrow 0$, und wir können uns für die K -Integration beschränken auf ein beliebig kleines Intervall $K_0 - \varepsilon < K < K_0 + \varepsilon$ mit $\varepsilon > 0$.

Die Relation (6) erlaubt eine sehr anschauliche Deutung, da man sie wegen $K_0 = g/v^2$ auflösen kann zu

$$v = \sqrt{\frac{g}{K} \mathfrak{I}g(Kh) \cdot \sec \Theta}. \quad (6a)$$

Eine Elementarwelle der Wellenzahl K hat [6] in Flachwasser der Tiefe h eine Phasengeschwindigkeit: $c = \sqrt{\frac{g}{K} \mathfrak{I}g Kh}$ senkrecht zu ihrer Wellenfront; bildet diese den Winkel Θ mit der y -Achse, so

hat die in einem Längsschnitt in Richtung der x -Achse induzierte Welle der Wellenzahl $K^{(0)} = K \cos \Theta$ die Phasengeschwindigkeit $c^{(0)} = c \sec \Theta$.

Die Bedingung (6) sagt also, daß Wellenrichtung Θ und Wellenzahl K so verknüpft sind, daß die Phasengeschwindigkeit der in x -Richtung induzierten Welle gleich der Geschwindigkeit des Koordinatensystems, d. h. gleich der Fahrtgeschwindigkeit v ist (stationäres Wellenbild). Für $K_0 h > 1$, d. h. $v < \sqrt{g \cdot h}$, läßt sich (6) nur für Wertepaare K, Θ mit $K \neq 0$ erfüllen, für die $K \geq K_{0h}$, wobei K_{0h} definiert ist als größte reelle Wurzel von

$$K_{0h} = K_0 \mathfrak{I}g(K_{0h} h); \quad (7)$$

für $K_{0h} < 1$, d. h. $v > \sqrt{g \cdot h}$, hingegen nur für Werte Θ mit $\Theta \geq \Theta_0 > 0$, wobei Θ_0 definiert ist durch

$$\cos^2 \Theta_0 = K_0 h < 1. \quad (8)$$

Das den letzten Term von (5) bestimmende Wellensystem ist also [12] dadurch gekennzeichnet, daß unterhalb der kritischen Geschwindigkeit $v_{kr} = \sqrt{g \cdot h}$ nur Wellen mit Längen $\lambda \leq \frac{2\pi}{K_{oh}}$ auftreten, im überkritischen Bereich dagegen nur Wellen mit Ausbreitungsrichtung $\Theta \geq \Theta_0$, das sind solche, für die die Phasengeschwindigkeit nicht größer ist als die kritische Geschwindigkeit.

Gehen wir nun an die Auswertung dieses Doppelintegrals. Nach Substitution von

$$w = \frac{1}{\mu} (K \cos \Theta - K_0 \sec \Theta \mathfrak{I}g K h) \quad (9a)$$

$$\text{und damit } dw = \frac{1}{\mu} \left(\cos \Theta - \frac{K_0 h \sec \Theta}{\mathfrak{C}o^2 K h} \right) dK \quad (9b)$$

bei Integration nach w anstatt nach K wird dann unter Anwendung des Mittelwertsatzes der Integralrechnung

$$-\frac{2q_1}{\pi} K_0 \int_{\Theta=0}^{\pi/2} d\Theta \int_{K=K_0-\varepsilon}^{K_0+\varepsilon} \frac{\sec \Theta \{ \sin [K \mathfrak{R} \cos (\alpha - \Theta)] + \sin [K \mathfrak{R} \cos (\alpha + \Theta)] \} \mathfrak{C}o^2 K (z+h) \mathfrak{C}o^2 K (z'+h)}{[\mathfrak{C}o^2 (K h) \cos \Theta - K_0 h \sec \Theta]} \frac{\mu (\cos \Theta - K_0 h \sec \Theta \mathfrak{C}o^{-2} K h) dK}{[\mu^2 + (K \cos \Theta - K_0 \sec \Theta \mathfrak{I}g K h)^2]} \quad (10)$$

$$= -\frac{2q_1}{\pi} K_0 \int_{\Theta=0}^{\pi/2} \frac{\sec \Theta \sin \{ \tilde{K} \mathfrak{R} \cos (\alpha - \Theta) + \sin [\tilde{K} \mathfrak{R} \cos (\alpha + \Theta)] \} \mathfrak{C}o^2 \tilde{K} (z+h) \mathfrak{C}o^2 \tilde{K} (z'+h)}{\mathfrak{C}o^2 (\tilde{K} h) \cos \Theta - K_0 h \sec \Theta} \int_{w(K_0-\varepsilon)}^{w(K_0+\varepsilon)} \frac{dw}{1+w^2} dw$$

mit $K_0 - \varepsilon \leq \tilde{K} \leq K_0 + \varepsilon$.

Es ist aber

$$\int_{w(K_0-\varepsilon)}^{w(K_0+\varepsilon)} \frac{dw}{1+w^2} = \left| \arctg w \right|_{w(K_0-\varepsilon)}^{w(K_0+\varepsilon)} \quad (11)$$

und das geht gegen den Wert π beim Grenzübergang $\mu \rightarrow 0$. Da weiter ε beliebig klein gewählt werden kann, folgt wegen der Stetigkeit aller auftretenden Funktionen $\tilde{K} \rightarrow K_0$, damit also

$$\varphi = q_1 \left\{ \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\Theta \int_{K=0}^{\infty} \frac{\mathfrak{C}o^2 K (z+h) \mathfrak{C}o^2 K (z'+h) e^{-K h} (K + K_0 \sec^2 \Theta) \cos [K \mathfrak{R} \cos (\alpha - \Theta)] dK}{(K - K_0 \sec^2 \Theta \mathfrak{I}g K h) \mathfrak{C}o^2 K h} \right\} \quad (12)$$

$$- 2q_1 K_0 \int_{\Theta=\Theta_0}^{\pi/2} \frac{\{ \sin [K \mathfrak{R} \cos (\alpha - \Theta)] + \sin [K \mathfrak{R} \cos (\alpha + \Theta)] \} \mathfrak{C}o^2 K (z+h) \mathfrak{C}o^2 K (z'+h) d\Theta}{\mathfrak{C}o^2 (K h) \cos^2 \Theta - K_0 h}$$

mit $\Theta_0 = 0$ für $K_0 h \geq 1$.

Im letzten Summanden von (12) und in allen folgenden Integralen sind, sofern im Integranden mehrere Variable, hier Θ und K , auftreten, stets Nebenbedingungen, im obigen Falle die „Längswellenbedingung“ (6), zwischen den Variablen zu erfüllen; wir verzichten auf die Auflösung von (6) nach K und Substitution in (12), um die auftretenden Ausdrücke übersichtlich zu halten.

Der letzte Term von (12) läßt sich wegen (6) noch umformen in

$$-4q_1 \int_{\Theta=\Theta_0}^{\pi/2} \frac{K \{ \sin [K \mathfrak{R} \cos (\alpha - \Theta)] + \sin [K \mathfrak{R} \cos (\alpha + \Theta)] \} \mathfrak{C}o^2 K (z+h) \mathfrak{C}o^2 K (z'+h) d\Theta}{\mathfrak{S}in 2 K h - 2 K h} \quad (13)$$

$$= -2q_1 \int_{K=K_0 h}^{\infty} \frac{\{ \sin [K \mathfrak{R} \cos (\alpha - \Theta)] + \sin [K \mathfrak{R} \cos (\alpha + \Theta)] \} \mathfrak{C}o^2 K (z+h) \mathfrak{C}o^2 K (z'+h) dK}{\mathfrak{t}g \Theta \mathfrak{S}in 2 K h}$$

da aus (6) durch partielle Differentiation

$$\frac{dK}{d\Theta} = \frac{2K \mathfrak{S}in 2 K h \mathfrak{t}g \Theta}{\mathfrak{S}in 2 K h - 2 K h} \text{ folgt.} \quad (14)$$

b) Kräfte

Die Kraft, welche eine Quelle der Stärke q_2 in einer Potentialströmung erfährt, bestimmt sich nach Lagally zu

$$P = -4 \pi \rho q_2 \nabla \varphi \quad (15)$$

d. h. für die x -Komponente P_x der Kraft gilt

$$P_x = -4 \pi \rho q_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (15a)$$

Für eine Elementarwelle, dargestellt durch

$$\varphi = A v \sin [K \Re \cos (\alpha - \Theta)] \mathfrak{Cof} K (z + h), \quad (16)$$

der Wellenzahl K , Ausbreitungsrichtung Θ und Amplitude A ergibt sich insbesondere wegen

$$\Re \cos (\Theta - \alpha) = x \cos \Theta + y \sin \Theta \quad (17)$$

als Kraft auf eine Quelle der Stärke q_2 am Punkte (\Re, α, z)

$$P_x = 4 \pi \rho q_2 K \cos \Theta A v \cos [K \Re \cos (\alpha - \Theta)] \mathfrak{Cof} K (z + h). \quad (18)$$

Die Kraft ist somit periodisch in \Re bei festem α mit der Periode $\frac{2\pi}{K \cos (\alpha - \Theta)}$, d. h. maßgebend ist die in Richtung α induzierte Wellenzahl $K^{(\alpha)} = K \cos (\alpha - \Theta)$.

Entsprechend erhalten wir für dieselbe Quelle im Potential (12) der Quelle von der Stärke q_2 am Punkt $\Re = 0, z = z'$ unter Benutzung von (13)

$$P_x = -4 \pi \rho q_1 q_2 \left\{ -\Re \cos \alpha \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\Theta \int_0^{\infty} \frac{K \cos \Theta \sin [K \Re \cos (\alpha - \Theta)] \mathfrak{Cof} K (z + h) \mathfrak{Cof} K (z' + h) e^{-Kh} (K + K_0 \sec^2 \Theta) dK}{(K - K_0 \sec^2 \Theta) \mathfrak{I}g K h \mathfrak{Cof} K h} \right\} \quad (19)$$

$$+ 8 \pi \rho q_1 q_2 \int_{K=K_0 h}^{\infty} \frac{K \cos \Theta \mathfrak{Cof} K (z + h) \mathfrak{Cof} K (z' + h) \{ \cos [K \Re \cos (\alpha + \Theta)] + \cos [K \Re \cos (\alpha - \Theta)] \} dK}{\text{tg } \Theta \cdot \mathfrak{S}in 2 K h}.$$

Die Kraft, welche umgekehrt die Quelle q_2 durch das Geschwindigkeitsfeld der Quelle q_1 erfährt, erhält man am einfachsten, indem man in (19) α durch $\alpha + \pi$ ersetzt. Dies bedeutet, daß die ersten drei Terme von (19) ihr Vorzeichen wechseln; sie repräsentieren also wechselseitige Kräfte zwischen den Quellen. Der vierte Summand hingegen ist invariant in Betrag und Vorzeichen und stellt damit die Hälfte des Widerstandes dar, den das System der zwei Quellen bei Bewegung mit der Geschwindigkeit v erfährt. Unser weiteres Interesse gilt also diesem Ausdruck, den wir hinfort als Zusatzwiderstand R_{12} bezeichnen wollen, und seiner Auswertung:

$$R_{12} = 8 \pi \rho q_1 q_2 \int_{K_0 h}^{\infty} \frac{K \cos \Theta}{\text{tg } \Theta} \frac{\mathfrak{Cof} K (z + h) \mathfrak{Cof} K (z' + h) \cos [K \Re \cos (\alpha + \Theta)] dK}{\mathfrak{S}in 2 K h} \quad (20)$$

$$+ 8 \pi \rho q_1 q_2 \int_{K_0 h}^{\infty} \frac{K \cos \Theta}{\text{tg } \Theta} \frac{\mathfrak{Cof} K (z + h) \mathfrak{Cof} K (z' + h) \cos [K \Re \cos (\alpha - \Theta)] dK}{\mathfrak{S}in 2 K h}.$$

Wir führen als neue Integrationsvariablen die induzierten Wellenzahlen in Richtung α ein. Für das erste Integral, welches den Wellen mit negativem Θ entspricht, machen wir die Substitution

$$K^{(\alpha)} = -K \cos (\alpha + \Theta) \quad (21a)$$

$$\text{und für das zweite } K^{(\alpha)} = K \cos (\alpha - \Theta). \quad (21b)$$

Wir wollen uns dabei auf solche Werte von α beschränken, in denen im Integrationsbereich $K^{(\alpha)}$ monoton von K abhängt. Für (21 b) ist dies für jedes α zwischen 0 und $\pi/2$ der Fall, für (21 a) zumindest für alle α -Werte, welche genügend nahe bei $\pi/2$ liegen. Die Substitutionen (21 a), (21 b) sind im Vorzeichen so gewählt, daß beide Größen für $\alpha > 0$ mit K gegen $+\infty$ streben.

Es wird dann

$$\frac{dK^{(\alpha)}}{dK} = \mp \cos(\alpha \pm \Theta) + K \sin(\alpha \pm \Theta) \frac{d\Theta}{dK} = \mp \cos(\alpha \pm \Theta) + \frac{\sin 2Kh - 2Kh}{2 \operatorname{tg} \Theta \sin 2Kh} \sin(\alpha \pm \Theta) \quad (22)$$

im gesamten Integrationsbereich > 0 und damit, durch Substitution von (21 a) bzw. (21 b) in (20),

$$R_{12} = 16\pi \rho q_1 q_2 \int_{K^{(\alpha)} = -K_0 h \cos \alpha}^{\infty} \frac{K \cos \Theta \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z+h) \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z'+h) \cos(K^{(\alpha)} \mathfrak{R}) dK^{(\alpha)}}{-2 \sin(2Kh) \operatorname{tg} \Theta \cos(\alpha + \Theta) + [\sin(2Kh) - 2Kh] \sin(\alpha + \Theta)} \\ + 16\pi \rho q_1 q_2 \int_{K^{(\alpha)} = K_0 h \cos \alpha}^{\infty} \frac{K \cos \Theta \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z+h) \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z'+h) \cos(K^{(\alpha)} \mathfrak{R}) dK^{(\alpha)}}{2 \sin(2Kh) \operatorname{tg} \Theta \cos(\alpha - \Theta) + \sin 2Kh - 2Kh \sin(\alpha - \Theta)} \quad (23)$$

mit $K = -K^{(\alpha)} \sec(\alpha + \Theta)$ für das erste,

$K = K^{(\alpha)} \sec(\alpha - \Theta)$ für das zweite Integral

und für beide (Auflösung von (6))

$$\cos \Theta = + \sqrt{\frac{K_0}{K} \mathfrak{X} \mathfrak{g} Kh}; \quad \sin \Theta = + \sqrt{1 - \frac{K_0}{K} \mathfrak{X} \mathfrak{g} Kh}. \quad (23a)$$

Für $\alpha = 0$ (Tandemanordnung) werden beide Integrale von (20) gleichwertig und

$$R_{12}^{(0)} = 32\pi \rho q_1 q_2 \int_{K_0 h}^{\infty} \frac{K \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z+h) \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z'+h) \cos(K^{(0)} \mathfrak{R}) dK^{(0)}}{\operatorname{tg} \Theta (\sin 2Kh + 2Kh)} \quad (24)$$

Für $\alpha = \pi/2$ werden beide Integrale von (23) gleichwertig und

$$R_{12}^{(\pi/2)} = 32\pi \rho q_1 q_2 \int_0^{\infty} \frac{K \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z+h) \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z'+h) \sec \Theta \cos(K^{(\pi/2)} \mathfrak{R}) dK^{(\pi/2)}}{\sin 2Kh (2 \operatorname{tg}^2 \Theta + 1) - 2Kh} \quad (25)$$

Der letzte Ausdruck läßt sich wegen

$$2 \operatorname{tg}^2 \Theta + 1 = 2 \sec^2 \Theta - 1 = 2 \frac{K}{K_0} \mathfrak{C} \mathfrak{t} \mathfrak{g} (Kh) - 1$$

umformen in

$$R_{12}^{(\pi/2)} = 32\pi \rho q_1 q_2 \int_{K^{(\pi/2)} = 0}^{\infty} \frac{K \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z+h) \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z'+h) \cos(K^{(\pi/2)} \mathfrak{R}) dK^{(\pi/2)}}{4 K/K_0 \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 Kh - \sin 2Kh - 2Kh} \quad (26a)$$

oder wegen $4 \frac{K}{K_0} \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 Kh - 2Kh - \sin 2Kh = \frac{2K}{K_0} \left[(2 \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 Kh - K_0 h - \frac{K_0}{K} \mathfrak{X} \mathfrak{g} (Kh) \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 (Kh)) \right]$

$$= \frac{2K}{K_0} [\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 Kh (2 - \cos^2 \Theta) - K_0 h] \quad \text{und:} \quad \cos^2 \Theta = 1 - \left(\frac{K^{(\pi/2)}}{K} \right)^2$$

$$\text{in } R_{12}^{(\pi/2)} = 16\pi \rho q_1 q_2 K_0 \int_{K^{(\pi/2)} = 0}^{\infty} \frac{\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z+h) \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} K(z'+h) \cos(K^{(\pi/2)} \mathfrak{R}) dK^{(\pi/2)}}{\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 (Kh) \left[1 + \left(\frac{K^{(\pi/2)}}{K} \right)^2 \right] - K_0 h} \quad (26b)$$

Der Nenner des letzten Integrals hat Nullstellen nur bei $K^{(\pi/2)} = 0$ im kritischen Fall $K_0 h = 1$; denn aus seinem Verschwinden folgt wegen (6)

$$\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 Kh (1 + \sin^2 \Theta) = K_0 h = Kh \cos^2 \Theta \mathfrak{C} \mathfrak{t} \mathfrak{g} Kh \quad (27a)$$

bzw. für $K > 0$:

$$\sin 2Kh \frac{1 + \sin^2 \Theta}{\cos^2 \Theta} = 2Kh \quad (27b)$$

was nur für $K = 0$, $\Theta = 0$ möglich ist.

c) Einzel- und Zusatzwiderstand zweier Schiffe

Wir erweitern jetzt unsere Betrachtung, indem wir die Punktquellen q_1 und q_2 ersetzen durch flächenhafte Quellsenkenverteilungen σ_1, σ_2 auf zwei vertikalen Flächen S_1, S_2 parallel zur Fahrtrichtung. Die Bezeichnungen \mathfrak{R} und α wählen wir jetzt entsprechend Bild 16 für die relative Lage der Zentren der Verteilungen, auf die wir dann Koordinaten x_1, y_1 bzw. x_2, y_2 beziehen.

Die Kraftwirkungen zwischen den Singularitätensystemen erhalten wir dann nach den bisher abgeleiteten Formeln, nur haben wir $\mathfrak{R} \cos(\alpha - \Theta)$ zu ersetzen durch $(x_1 - x_2) \cos \Theta + \mathfrak{R} \cos(\alpha - \Theta)$ und über S_1 und S_2 zu integrieren¹. Ist $\sigma_1 \equiv \sigma_2$, so kann man in den Widerstandsintegralen auch einfacher $\cos[K \mathfrak{R} \cos(\alpha - \Theta)]$ ersetzen durch $\cos[K \mathfrak{R} \cos(\alpha - \Theta)] \cos[K(x_1 - x_2) \cos \Theta]$, da bei der Integration über $\sigma_1 \sigma_2 \sin[K(x_1 - x_2) \cos \Theta]$ sich die Beiträge entsprechender Punktepaare aufheben.

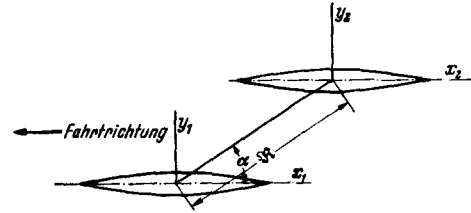


Bild 16. Koordinatenschema II.

Wir geben im folgenden Ausdrücke für den Wechselwiderstand zweier gleichförmiger Schiffe an. Den Wellenwiderstand R_0 eines Schiffes erhalten wir daraus, indem wir $\mathfrak{R} = 0$ setzen; der Gesamtwellenwiderstand beider Schiffe ist dann $2 R_0 + 2 R_{12}$. Die Ausdehnung auf den Fall zweier Schiffe verschiedener Form läuft formal ähnlich, doch wird $R_{12} \neq R_{21}$, der Gesamtwiderstand

$$R = R_0^{(1)} + R_0^{(2)} + R_{21} + R_{12}.$$

Nach Einführung von

$$U + i V = \int_S \sigma \mathfrak{C} \sigma [K(z+h)] e^{i K x \cos \Theta} d S \quad (28)$$

erhält man aus (24), (26 a) und (26 b)

$$R_{12}^{(0)} = 32 \pi \rho \int_{K^{(0)} = K_0 h}^{\infty} (U^2 + V^2) \frac{K \cos(K^{(0)} \mathfrak{R}) d K^{(0)}}{\operatorname{tg} \Theta (\mathfrak{C} \sin 2 K h + 2 K h)} \quad (29)$$

$$R_{12}^{(\pi/2)} = 32 \pi \rho \int_{K^{(\pi/2)} = 0}^{\infty} (U^2 + V^2) \frac{K \cos(K^{(\pi/2)} \mathfrak{R}) d K^{(\pi/2)}}{4 K/K_0 \mathfrak{C} \sigma^2 K h - \mathfrak{C} \sin 2 K h - 2 K h} \quad (30)$$

$$R_{12}^{(\pi/2)} = 16 \pi \rho K_0 \int_{K^{(\pi/2)} = 0}^{\infty} \frac{(U^2 + V^2) \cos(K^{(\pi/2)} \mathfrak{R}) d K^{(\pi/2)}}{\mathfrak{C} \sigma^2 K h \left[1 + \left(\frac{K^{(\pi/2)}}{K} \right)^2 \right] - K_0 h} \quad (31)$$

d) Einfluß der Kanalbreite auf den Widerstand

Den Wandeneinfluß eines rechteckigen Kanals der Breite b auf den Wellenwiderstand erfaßt man, indem man zum Wellenwiderstand eines Schiffes den Zusatzwiderstand aus der Wirkung einer unendlichen Reihe von Schiffen im Abstand $\nu \cdot b$ zu beiden Seiten addiert ($\nu = 1, 2, 3, \dots$), d.h. $R_b = \lim_{N \rightarrow \infty} R_{bN}$, wenn

$$R_{bN} = 16 \pi \rho K_0 \int_{K^{(\pi/2)} = 0}^{\infty} \frac{(U^2 + V^2) \left(1 + 2 \sum_{\nu=1}^N \cos(K^{(\pi/2)} \nu b) \right) d K^{(\pi/2)}}{\mathfrak{C} \sigma^2 K h \left[1 + \left(\frac{K^{(\pi/2)}}{K} \right)^2 \right] - K_0 h} \quad (32)$$

Es ist aber

$$1 + 2 \sum_{\nu=1}^N \cos(\nu b K^{(\pi/2)}) = \frac{\sin \left((2N + 1) \frac{K^{(\pi/2)} b}{2} \right)}{\sin \left(\frac{K^{(\pi/2)} b}{2} \right)} \quad (33)$$

¹ Da die Quellen und Senken sich in ihrer Gesamtintensität aufheben, liefert die parallele Fahrtströmung keinen Beitrag.

und nach einem Satz von Dirichlet² folgt

$$R = \lim_{N \rightarrow \infty} R_{bN} = \frac{16 \pi^2 \rho K_0}{b} \left\{ \frac{U_0^2 + V_0^2}{\mathfrak{C}0^2(K_0 h) - K_0 h} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n^2 + V_n^2}{\mathfrak{C}0^2 K_n h \left[1 + \left(\frac{K_n^{(\pi/2)}}{K_n} \right)^2 \right] - K_0 h} \right\} \quad (34)$$

mit
$$U_n + i V_n = \int_S \sigma \mathfrak{C}0 \{ K_n(z+h) e^{i K_n^{(0)} x} dS \quad (n=0, 1, \dots) \quad (35)$$

wobei
$$K_n^{(\pi/2)} = \frac{2 n \pi}{b} \quad \text{und} \quad K_n^{(\pi/2)} = K_n \sqrt{1 - \frac{K_0}{K_n} \mathfrak{X}g(K_n h)} \quad (36a)$$

$$K_n^{(0)} = K_n \sqrt{\frac{K_0}{K_n} \mathfrak{X}g(K_n h)} \quad (36b)$$

entsprechend den Formeln (21a, b) und (23a). Für $n=0$ in (35) ist entsprechend (36a, b) $K_n = K_0$ einzusetzen.

Damit bedeutet die Formel (32) nichts anderes, als daß wir, um den Einfluß der endlichen Kanalbreite zu erfassen, die Integration in (29b) zu ersetzen haben durch Summation der Integrandenfunktion nach der Trapezregel, mit einer Intervallteilung der Schrittweite $2\pi/b$; d. h., daß von dem kontinuierlichen Spektrum des Potentials nur diejenigen Wellen zum Widerstand beitragen, deren auf die Richtung $\alpha = \pi/2$ bezogene Wellenzahl ein ganzzahliges Vielfaches der Kanalquerwellenzahl $2\pi/b$ ist, daß also die zugehörigen induzierten Wellenlängen Teiler der Kanalbreite sind. Die Bedingung

$$\boxed{K^{(\pi/2)} \equiv K \sin \Theta = \frac{2 \pi}{b} n} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (37)$$

steht als „Querwellenbedingung“ in einer gewissen Analogie zur „Längswellenbedingung“ (6).

Für zwei parallele Schiffe mit Abstand \mathfrak{R} zwischen den Mittschiffsebenen symmetrisch zur Kanalmitte erhält man nach einfachen Umformungen einen Gesamtwiderstand

$$R = 2 R_0 + 2 R_{12}^{(\pi/2)} = \frac{32 \pi^2 \rho K_0}{b} \left\{ \frac{2(U_0^2 + V_0^2)}{\mathfrak{C}0^2(K_0 h) - K_0 h} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(U_n^2 + V_n^2) [1 + \cos(K_n^{(\pi/2)} \mathfrak{R})]}{\mathfrak{C}0^2(K_n h) \left[1 + \left(\frac{K_n^{(\pi/2)}}{K_n} \right)^2 \right] - K_0 h} \right\} \quad (38)$$

d. h. der Zusatzwiderstand R_{12} wird bei kanalsymmetrischer Anordnung analog zum Einzelwiderstand (29b) gebildet durch Integration nach der Trapezregel.

Die Formel (34) zeigt noch einen interessanten Effekt beim Anwachsen von v über die kritische Geschwindigkeit $v_{Kr} = \sqrt{g \cdot h}$. Für $v > v_{Kr}$ gibt es keine reine Längswelle mehr, welche der Bedingung (6) genügen kann, d. h. der erste Summand in (34) verschwindet, der Wellenwiderstand fällt beim Überschreiten der kritischen Geschwindigkeit sprunghaft um [5].

$$\Delta R = \frac{12 \pi^2 \rho}{h^3 b} \left(\int_S \sigma x dS \right)^2 \quad (39)$$

Dieser Ausdruck ist der Grenzwert des ersten Summanden von (34) beim Übergang $v \rightarrow v_{Kr} - 0$ (Annäherung von unten). Bei dieser Annäherung gehen Zähler und Nenner in (34) von gleicher Ordnung gegen Null. Der Grenzwert ΔR ist i. a. positiv, während sich bei Annäherung von oben stets der Grenzwert Null ergibt.

Es könnte daran gedacht werden, den Quotienten $\Delta R/R$ für $v = v_{Kr}$ als Maß für die Größe des Tankeinflusses zu werten (Inui [5]).

e) Tiefes Wasser

Die Formeln für unendlich tiefes Wasser erhält man durch Grenzübergang $h \rightarrow \infty$.

Die Längswellenbedingung (6) wird zu

$$\boxed{K^{(0)} \equiv K \cos \Theta = K_0 \sec \Theta} \quad (40)$$

² Mangoldt-Knopp, Einführung in die höhere Mathematik, 3. Bd., S. 513.

weiter ist K_{0a} durch K_0 zu ersetzen. Aus (29) und (31) erhalten wir

$$R_{12}^{(0)} = 32 \pi \rho \int_{K^{(0)}=K_0}^{\infty} \frac{(U^2 + V^2) K \cos(K^{(0)} \mathfrak{R}) dK^{(0)}}{2 \operatorname{tg} \Theta} \quad (41)$$

$$R_{12}^{(\pi/2)} = 16 \pi \rho K_0 \int_{K^{(\pi/2)}=0}^{\infty} \frac{(U^2 + V^2) K^2 \cos(K^{(\pi/2)} \mathfrak{R}) dK^{(\pi/2)}}{K^2 + K^{(\pi/2)2}} \quad (42)$$

mit
$$U + i V = \int_S \sigma e^{Kz} e^{iK^{(0)} x} dS. \quad (43)$$

Für tiefes Wasser lassen sich auch die Ausdrücke für Schräganordnung einfacher fassen. Aus (23) erhalten wir

$$R_{12}^{(\alpha)} = 8 \pi \rho \int_{K=-K_0 \cos \alpha}^{\infty} \frac{(U^2 + V^2) K \cos(K^{(\alpha)} \mathfrak{R}) dK^{(\alpha)}}{-2 \operatorname{tg} \Theta \cos(\alpha + \Theta) + \sin(\alpha + \Theta)} + \pi \rho \int_{K=K_0 \cos \alpha}^{\infty} \frac{(U^2 + V^2) K \cos(K^{(\alpha)} \mathfrak{R}) dK^{(\alpha)}}{2 \operatorname{tg} \Theta \cos(\alpha - \Theta) + \sin(\alpha - \Theta)}. \quad (44)$$

Der Nenner des ersten Integrals wird Null, falls

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \Theta) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \Theta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \Theta}. \quad (45)$$

Für das Bestehen reeller Wurzeln dieser Gleichung ist nötig $\operatorname{tg}^2 \alpha \leq 1/8$, d. h. α muß kleiner sein als der Kelvinsche Öffnungswinkel $\alpha_K = 19^\circ 28'$. Für $\alpha > \alpha_K$ bleibt der Nenner des ersten Integrals überall negativ. Da der des zweiten stets positiv ist, hängen für beide Integrale die induzierten Wellenzahlen $K^{(\alpha)}$ eindeutig von den zugehörigen Werten K ab. Zur numerischen Rechnung faßt man zweckmäßig beide Integrale zusammen mit Integration $K^{(\alpha)} = 0$ bis ∞ .

Für einen Tiefwasserkanal der Breite b erhalten wir aus (32) bis (36) nach Grenzübergang $h \rightarrow \infty$.

$$R = \frac{16 \pi^2 \rho K_0}{b} \left\{ U_0^2 + V_0^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(U_n^2 + V_n^2) K_n^2}{K_n^2 + K^{(\pi/2)2}} \right\} \quad (46)$$

mit

$$U_n + i V_n = \int_S \sigma e^{K_n z} e^{iK_n^{(0)} x} dS \quad (n = 0, 1, \dots) \quad (47)$$

wobei wiederum

$$K_n^{(\pi/2)} = \frac{2 n \pi}{b} \quad (48)$$

und

$$K_n^{(\pi/2)} = K_n \sqrt{1 - \frac{K_0}{K_n}} \quad (49a)$$

$$K_n^{(0)} = K_n \sqrt{\frac{K_0}{K_n}}. \quad (49b)$$

Für $n = 0$ in (47) ist gemäß (49 a, b) $K_n = K_0$ zu setzen.

Entsprechend (38) ergibt sich dann für zwei kanalsymmetrische Schiffe in Abstand \mathfrak{R} :

$$R = 2 R_0 + 2 R_{12}^{(\pi/2)} = \frac{32 \pi^2 \rho K_0}{b} \left\{ 2(U_0^2 + V_0^2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(U_n^2 + V_n^2) K_n^2 [1 + \cos(K_n^{(\pi/2)} \mathfrak{R})]}{K_n^2 + K_n^{(\pi/2)2}} \right\} \quad (50)$$

III. Numerische Auswertung

Wir wollen die Ergebnisse der erweiterten Theorie numerisch auswerten und diskutieren am Beispiel zweier prismatischer Elementarschiffe mit parabelförmiger Wasserlinie, von Breite, Länge und Tiefgang B, L, T , bei Wassertiefe h .

Nach der Michellschen Theorie wird ein solches Schiff angenähert dargestellt durch eine Quellenskenverteilung der Intensität

$$\sigma = \frac{-2 v B}{L^2 \pi} \cdot x \quad (51)$$

auf der Mittschiffsebene. Die in das Wellenwiderstandsintegral eingehende Funktion U , welche den Einfluß der Schiffsform darstellt, lautet dann

$$U = \int_{x=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{z=-T}^0 \sigma \mathfrak{C}o\mathfrak{f} K(z+h) \sin(K^{(0)}x) dx dz = \frac{2Bv}{\pi} \cdot \frac{\mathfrak{S}in\left(K\frac{T}{2}\right) \mathfrak{C}o\mathfrak{f} K\left(h-\frac{T}{2}\right)}{K} M_1\left(K^{(0)}\frac{L}{2}\right) \quad (52)$$

wobei die Funktion M_1 in bekannter Weise definiert ist als

$$M_1(\gamma) = \int_0^1 \xi \sin \gamma \xi d\xi = \frac{\gamma \cdot \cos \gamma - \sin \gamma}{\gamma^2} \quad (53)$$

$$\text{als Spezialfall von: } M_n(\gamma) = \int_0^1 \xi^n \sin \gamma \xi d\xi.$$

Die Funktion V ist für in Längsrichtung symmetrische Schiffe identisch Null.

a) Parallelanordnung

Für Parallelanordnung im Abstand \mathfrak{R} wird dann nach (30) der Zusatzwiderstand

$$R^{12} = \frac{32 \varrho \cdot g \cdot B^2}{\pi} \int_{K^{(\pi/2)}=0}^{\infty} \frac{\left[\mathfrak{S}in\left(K\frac{T}{2}\right) \mathfrak{C}o\mathfrak{f} K\left(h-\frac{T}{2}\right) 2 M_1\left(K^{(0)}\frac{L}{2}\right) \right]^2 \cos(K^{(\pi/2)}\mathfrak{R}) dK^{(\pi/2)}}{K [4 K \mathfrak{C}o\mathfrak{f}^2 Kh - K_0 (\mathfrak{S}in 2 Kh + 2 Kh)]} \quad (54)$$

wobei die Wellenzahl K und die in Längsrichtung induzierte Wellenzahl $K^{(0)}$ mit der Integrationsvariablen $K^{(\pi/2)}$, der „induzierten Wellenzahl in Richtung quer zum Schiff“, verknüpft sind durch die Relationen

$$K^{(\pi/2)} = K \sqrt{1 - \frac{K_0}{K} \mathfrak{X}g K h} \quad (55)$$

$$\text{und } K^{(0)} = K \sqrt{\frac{K_0}{K} \mathfrak{X}g K h}; \quad (56)$$

$K_0 = g/v^2$ ist die bei der Geschwindigkeit v des Schiffes auf tiefem Wasser in Fahrtrichtung erzeugte Wellenzahl pro Längeneinheit, welche zweckmäßig durch Bezug auf die halbe Schiffslänge zum dimensionslosen Geschwindigkeitsparameter $\gamma_0 = \frac{gL}{2v^2} = \frac{1}{2F^2}$ gemacht wird.

Für $\mathfrak{R} = 0$ geht R_{12} über in den Einzelwiderstand R_0 eines Schiffes; d.h. der Gesamtwiderstand beider Schiffe ist

$$R = 2R_0 + 2R_{12}. \quad (57)$$

Der Ausdruck (54) kann aufgefaßt werden als Resultante von Kräften, welche von Wellen der Längen $\lambda = 2\pi/K$ hervorgerufen werden und deren Phase den vollen Cosinusbereich durchläuft, wenn \mathfrak{R} von 0 auf $2\pi/K$ wächst.

Es entsteht also für die Anordnung die Aufgabe, ein \mathfrak{R} zu finden, für das die Kräfte eines möglichst großen Anteils dieser Wellen sich in der negativen Phase befinden. Es leuchtet ein, daß die Verteilung der Kräfte auf die verschiedenen Wellenbereiche, d.h. der Verlauf der Funktion unter dem Integral in (41), als „Wellenspektrum“ die Grenzen für die minimale Größe des Zusatzwiderstandes bestimmt.

Die Einführung von $K^{(\pi/2)}$ als Integrationsvariabler, ebenfalls noch durch Bezug auf die halbe Schiffslänge dimensionslos gemacht zu $\gamma^{(\pi/2)} = K^{(\pi/2)} \cdot L/2$, erlaubt es, die Integranden $J(\gamma, 2h/L)$ des Wellenwiderstandes für verschiedene Flach- und Tiefwassergeschwindigkeitsbereiche in einem Dia-

gramm zu vereinigen und den Zusatzwiderstand in Abhängigkeit von \Re/L durch instrumentelle Methoden, nämlich die Verwendung eines harmonischen Analysators, zu finden. Es wird dabei von der Tatsache Gebrauch gemacht, daß die Integranden wie $1/\gamma^4$ abfallen und außerhalb eines endlichen Intervalls praktisch Null sind; das Integral $\int_0^I J(\gamma)$

sind; das Integral $\int_0^I J(\gamma) \cos(\gamma \Re) d\gamma$ kann dann für Werte

$$\Re_n = \frac{2\pi n}{I} \cdot \frac{L}{2} = \frac{\pi n L}{I}$$

($n = 1, 2, \dots, 24$)

durch den Analysator geliefert werden; durch Wahl anderer Intervallängen $I' > I$ kann die Zahl der erfaßten \Re -Werte weiter gesteigert werden.

In Bild 17 sind die Integrandenkurven für zwei Tiefwassergeschwindigkeiten ($\gamma_0 = 5$; $\gamma_0 = 2$; d. h. $F = 0,316$; $F = 0,5$) sowie für drei Flachwasserfahrstufen mit $2h/L = 1/4$ und $\gamma_0 = 5,8$; 4 ;

$2,46$; ($F_h = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}} = 0,83$; 1 ; $1,275$) dargestellt.

Die Werte $\gamma_0 = 5$ und $\gamma_0 = 2$ gabeln den praktisch interessierenden Bereich ein, für den der Wellenwiderstandsanteil eines Schiffes den Reibungsanteil überwiegt. Durch Wahl des großen Längen-Wassertiefen-Verhältnisses wird der Anwendungsbereich der Sretenskyschen Theorie nach unten bis in den Grenzbereich ausgeschöpft.

Durch die untersuchten F_h -Werte wird das Ansteigen und Abfallen zum kritischen Widerstandsmaximum erfaßt.

In Bild 18 sehen wir die aus Bild 17 instrumentell ermittelte Abhängigkeit des Zusatzwiderstandes R_{12} , bezogen auf den Einzelwiderstand R_0 , von dem Verhältnis \Re/L . Danach ist für $\gamma_0 = 5$ in einem großen Bereich für \Re/L ein negativer Zusatzwiderstand zu erwarten, während er für $\gamma_0 = 2$ überall positiv ausfällt.

Für das flache Wasser ist besonders für die kritische Geschwindigkeit, d. h. $\gamma_0 = L/2h = 4$, ein starker positiver Zusatzwiderstand zu erwarten, der nur langsam mit \Re/L abklingt. Für den unterkritischen Wert $\gamma_0 = 5,8$; $F_h = 0,83$ und den überkritischen $\gamma_0 = 2,46$; $F_h = 1,275$ tritt schwach bzw. stark negativer Zusatzwiderstand auf. Eine Gegenüberstellung der Diagramme von Bild 17 und 18 läßt schon optisch folgenden Zusammenhang erkennen:

1. Der Zusatzwiderstand fällt um so langsamer ab, je mehr das Maximum der Integrandenkurve sich in Richtung kleiner γ verschiebt.

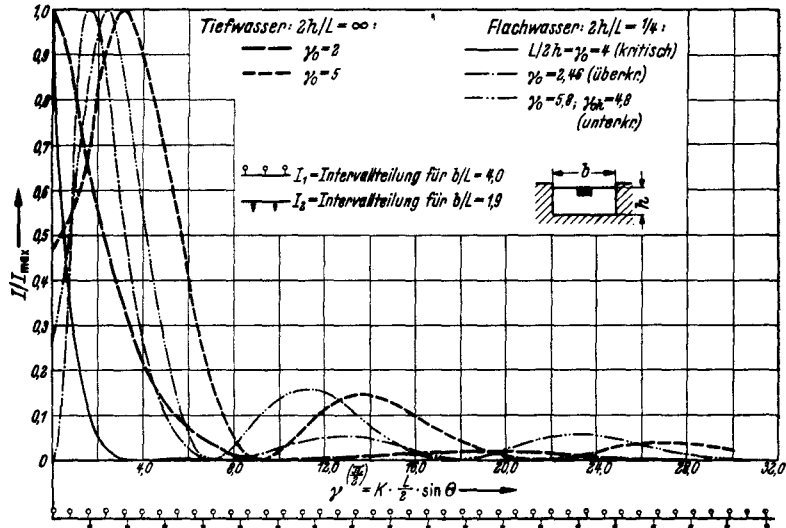


Bild 17. Verlauf des Integranden J des Wellenwiderstandsintegrals bezüglich der Integrationsvariablen $\gamma(\pi/2) = K(\pi/2)L/2 = KL/2 \sin \Theta$ (aufgetragen ist J/J_{\max}).

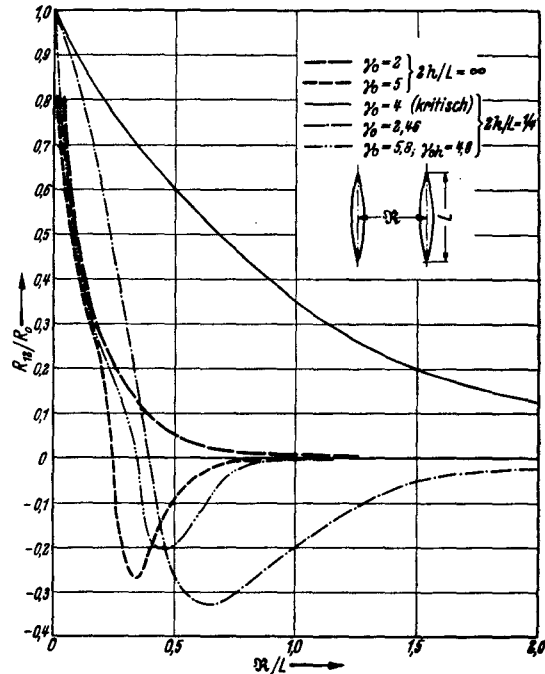


Bild 18. Errechneter Zusatzwiderstand bei Parallelanordnung (bezogen auf den errechneten Wellenwiderstand ohne Wechselwirkung). Tiefwasser: $2h/L = \infty$, Flachwasser: $2h/L = 1/4$.

2. Der Maximalbetrag des negativen Zusatzwiderstandes steigt mit abnehmendem Anfangswert der Integrandenkurve.

3. Falls das Maximum der Integrandenkurve bei $\gamma = 0$ liegt, gibt es keinen Bereich negativen Zusatzwiderstandes.

Dieser Zusammenhang wird plausibel, wenn wir uns die Bedeutung der Variablen $\gamma^{(\pi/2)}$ als dimensionsloser induzierter Wellenzahl quer zur Schiffsrichtung vor Augen führen. Relativ kleine Anfangswerte der Integrandenkurve bedeuten geringen Anteil der langen Wellen am kontinuierlichen Spektrum des Wellensystems, das durch $J(\gamma)$ repräsentiert wird. Gerade aber die langen Wellen rufen im Nahfeld nur positive Zusatzkräfte hervor, da die Wellentäler erst in größerer Entfernung liegen.

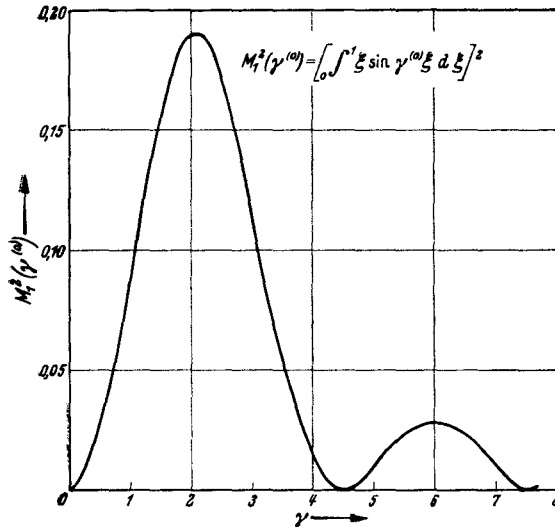


Bild 19. Die „Längenfunktion“ oder „Grundkurve“ eines prismatischen Schiffes mit parabolischer Wasserlinie.

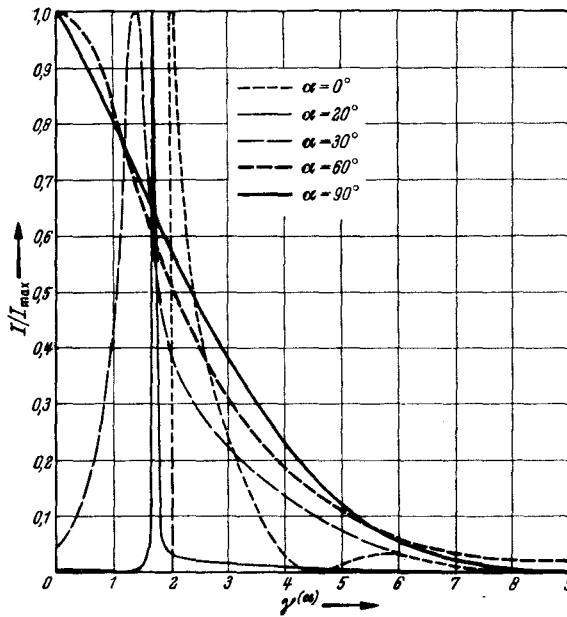


Bild 20. Verlauf des Integranden J des Wellenwiderstandes bezüglich der Integrationsvariablen $\gamma^{(\alpha)} = K^{(\alpha)} L/2 = K L/2 \cdot \cos(\Theta - \alpha)$ (Tiefwasserfahrt, $\gamma_0 = 2$) für verschiedene Schräganordnungen (aufgetragen ist J/J_{\max} ; für $\alpha = 0$ ist ein geeigneter Faktor gewählt).

Entscheidend gestaltet wird der Charakter der Kurven in Bild 17 durch den Verlauf der „Längenverteilungsfunktion“ $M_1^2(\gamma^{(0)}) = \int_{x=0}^1 x \sin \gamma^{(0)} x dx^2$, welcher in Bild 19 aufgezeichnet ist. Sie bestimmt die Nullstellen und Maxima von J und vor allem den Anfangswert für $\gamma^{(\pi/2)} = 0$. Für tiefes Wasser ist hier ihr Wert gleich $M_1^2(\gamma_0)$ einzusetzen, für flaches Wasser steht für γ_0 der korrespondierende Flachwasserwert γ_{0h} , der als positive Wurzel von $\gamma_{0h} = \gamma_0 \mathfrak{A}g(\gamma_{0h} 2h/L)$ von γ_0 und $2h/L$ abhängt.

Demnach sind also die Erwartungen für einen negativen Zusatzwiderstand desto günstiger, je kleiner der Wert der M -Funktion an der Stelle γ_{0h} ist, verglichen mit ihrem Maximalwert im Integrationsintervall.

b) Schräg- und Tandemanordnungen in tiefem Wasser

Falls eine Parallelanordnung, wie z. B. bei $\gamma_0 = 2$, nur positive Wechselwiderstände zuläßt, kann im allgemeinen eine Verbesserung erzielt werden durch Schräganordnung in einem Winkel α gegen die Fahrtrichtung, so daß die M -Funktion für das Argument $\gamma^{(0)}$, welches $\gamma^{(\alpha)} = 0$ entspricht, möglichst klein wird. Für tiefes Wasser ist $\gamma^{(0)} = \gamma_0 \sec \Theta$, wobei dem Wert $\gamma^{(\alpha)} = 0$ der Wert $\Theta = \pi/2 - \alpha$ entspricht, d. h. man hat α so zu wählen, daß $M\left(\frac{\gamma_0}{\sin \alpha}\right)$ möglichst klein wird. Im Falle $\gamma_0 = 2$ erfüllt z. B. der Winkel $\alpha = 30^\circ$ die Bedingung, daß $M\left(\frac{\gamma_0}{\sin \alpha}\right) \approx 0$ und damit $J(0) \approx 0$ wird.

Ein besonderes Interesse verdient noch die Anordnung in der Nähe des Kelvinschen

Wellenöffnungswinkels $\alpha_K = 19^\circ 28'$, für die also der Bug des hinteren Schiffes ungefähr in der Bugwelle des vorderen liegt. Hier hat der Nenner von $J(\gamma^{(\alpha)})$ eine doppelte Nullstelle

$$\frac{K^{(\alpha)}}{K_0} = \frac{\gamma^{(\alpha)}}{\gamma_0} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \approx 1,44.$$

In der Nachbarschaft dieses $\gamma^{(\alpha)}$ -Wertes konzentriert sich ein starker Anteil der induzierten Wellen, welcher damit die Oszillation der Zusatzwiderstandskurve wesentlich bestimmt, so daß sehr große negative Zusatzwiderstände schon bei dem relativ kleinen Wert $\frac{\Re}{L} = \frac{\pi\sqrt{3}}{5\gamma_0}$, aber auch noch bei $\frac{\Re}{L} = \frac{3\pi\sqrt{3}}{5\gamma_0}$ und $\frac{\Re}{L} = \frac{\pi\sqrt{3}}{\gamma_0}$ auftreten.

Schließlich betrachten wir noch den Fall der Tandemanordnung. Hier ist wegen $\alpha = 0$ $\gamma^{(\alpha)} = \gamma^{(0)}$; die Länge der auftretenden Längswellen ist nach oben begrenzt durch $\frac{2\pi}{K_0} = \frac{\pi L}{\gamma_0}$, d. h. die Integration beginnt erst bei $\gamma^{(0)} = \gamma_0$. Hier hat aber der Nenner eine Nullstelle, d. h. das Schwerkraft des Spektrums liegt bei der zugehörigen Wellenzahl $K_0 = g/v^2$, welche die Periode des Zusatzwiderstandes schon im Nahfeld wesentlich bestimmt.

In Bild 20 sehen wir für $\gamma_0 = 2$ die Wellenspektren für die Anordnungswinkel $\alpha = 0^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ und in Bild 21 die zugehörigen Zusatzwiderstandskurven in Abhängigkeit von \Re/L . Für $0 < \alpha \leq \alpha_K = 19^\circ 28'$ würden im Wellenspektrum für zwei $K^{(\alpha)}$ -Werte Singularitäten auftreten, welche für $\alpha = \alpha_K$ zusammenfallen und damit die starke Oszillation des Zusatzwiderstandes bei diesem Anordnungswinkel bewirken.

e) Tankeinfluß

Wie im vorhergehenden gezeigt wurde, kann man den Widerstand im Kanal der Breite b erhalten, indem man $J(\gamma^{(\pi/2)})$ nur für diskrete Werte $\gamma_n^{(\pi/2)} = \frac{2n\pi L}{b} = n\pi L/b$ berechnet (welche den Querwellen entsprechen, deren Länge in der Kanalbreite aufgeht) und die Integration in (54) nicht über die in Bild 17

aufgezeichnete Funktion $J(\gamma^{(\pi/2)})$ durchführt, sondern über das Polygon, das durch diese Werte gegeben ist, d. h. das Integral wird um den Betrag der durch den Sehnenzug abgeschnittenen Flächen verändert. Auf Bild 17 sind zwei Intervallunterteilungen angegeben, die den Breiten-Längenverhältnissen $b/L = 1,9$ und $b/L = 4$ entsprechen. Nun zeigt Bild 17, daß die J -Funktionen sehr unterschiedlich abklingen, daß also die Intervalle I , außerhalb deren wir sie vernachlässigen können, recht verschieden sind. Der mögliche Einfluß der Tankbreite wächst offenbar mit dem Verhältnis $\Delta I/I$, wenn $\Delta I = \pi L/b$ die Schrittweite der Intervallunterteilung ist. Wenn wir den Wert von I so festsetzen, daß ihm ein Argument $\gamma^{(0)} = 4 + 2\gamma_{oh}$ der M -Funktion zugeordnet ist — für kleine γ_0 und im überkritischen Bereich entspricht dies etwa der Länge des ersten Buckels der M -Funktion —, so ergibt sich für $\Delta I/I$ ein Zusammenhang, der in Bild 22 dargestellt ist. Der Wert des Quotienten $\Delta I/I$ für $b/L = 1$ ist aufgetragen als Funktion von γ_0 bzw. F und dem Tiefen-Längenverhältnis $2h/L$. Für Tiefwasser ist er klein und nahezu konstant über alle Geschwindigkeiten; für flaches Wasser hingegen zeigt sich ein steiler Anstieg kurz vor der kritischen Geschwindigkeit, der im überkritischen Gebiet nur langsam abfällt. Nach Bild 17 verschwindet allerdings im überkritischen Gebiet die J -Funktion durchaus noch nicht nach dem ersten Buckel, so daß hier der Einfluß der Kanalbreite doch schwächer ist; bemerkenswert bleibt jedenfalls, daß der Breiten einfluß im kritischen Bereich mit $L/2h$ stark zunimmt.

Das Vorzeichen der Widerstandsänderung durch die Tankwände hängt offensichtlich wieder wesentlich ab vom Verhalten der M -Funktion am Integrationsanfang, d. h. bei $\gamma^{(0)} = \gamma_0$ bzw. γ_{oh} . Fallende Tendenz und damit hohle Krümmung führt im allgemeinen zu Widerstandszunahme, steigende Ten-

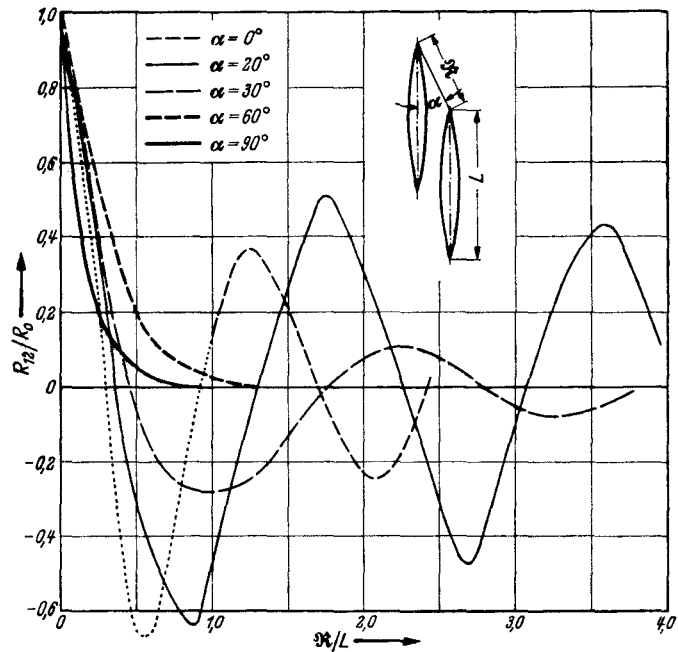


Bild 21. Errechneter Zusatzwiderstand bei Schräganordnung (Tiefwasserfahrt, $\gamma_0 = 2$), bezogen auf den errechneten Wellenwiderstand ohne Wechselwirkung.

denz und damit Krümmung im mathematisch negativen Sinne wirkt in Richtung einer Widerstandsabnahme.

Ein besonderes Interesse verdient der Tankeinfluß im Bereich der kritischen Geschwindigkeit. Für die betrachteten Breiten-Längenverhältnisse läßt sich die Summation nach Trapezregel der Integrandenkurve von Bild 17 einfach durchführen. Im einzelnen ergibt sich für den Widerstand R_b im Kanal bei Annäherung an die kritische Geschwindigkeit von unten ein relativer Zuwachs $\frac{R_b - R_\infty}{R_\infty} = 0,424$ bzw. 0,080 für $b/L = 1,93$ bzw. 4,89 gegen den Wert R_∞ für seitlich unbeschränktes Wasser, während bei Annäherung von oben sich durch Fortfall des ersten Summanden in (32) sich ein Widerstandsabfall $\frac{R_\infty - R_b}{R_\infty} = 0,8$ bzw. 0,4 für $b/L = 1,93$ bzw. 489 ergibt. Der relative Zusatzwiderstand ergibt sich nach Formel (38). Der Zusatzwiderstand fällt beim Überschreiten der kritischen Geschwindigkeit um denselben Betrag wie der Einzelwiderstand, d. h. in unserem Fall um $(0,424 + 0,8) R_\infty$ bzw. $(0,080 + 0,4) R_\infty$. Für die unseren Experimenten zugrunde gelegten Abstandsverhältnisse und die benutzten Kanalprofile sind die Werte von R_{12}/R_0 für $v = v_{Kr} - 0$ im folgenden zusammengestellt:

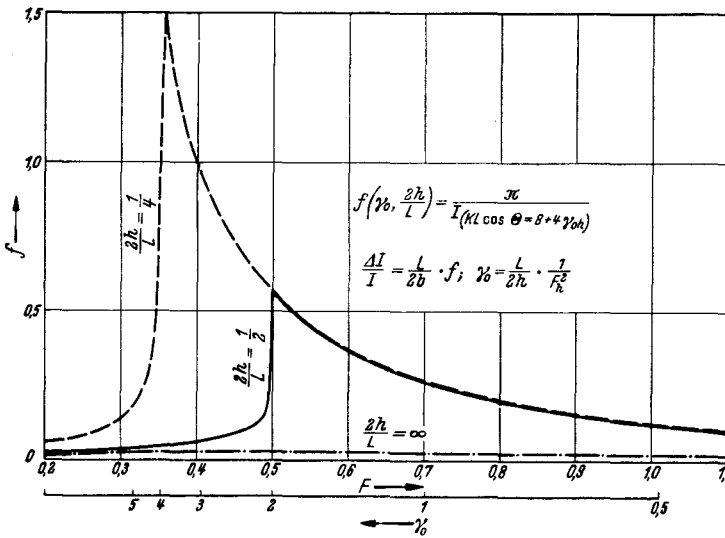


Bild 22. Für Breitereinfluß charakteristisches Intervallverhältnis.

b/L	R/L	0	1/8	3/16	1/4	3/8
1,93		1	0,987	0,974	0,953	0,903
4,98		1	0,987	0,963	0,932	0,849

Für $v = v_{Kr} + 0$ ergeben sich hingegen folgende Werte:

b/L	R/L	0	1/8	3/16	1/4	3/8
1,93		1	0,92	0,81	0,68	0,33
4,89		1	0,97	0,91	0,85	0,67

welche unter denen der Kurve von Bild 18 für seitlich unbeschränktes Wasser liegen und den experimentell gefundenen Werten besser entsprechen.

IV. Schlußbetrachtung

Die Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse mit den Resultaten der numerischen Auswertung unserer Theorie läßt erkennen, daß auch in beschränktem Wasser die Michell-Sretenskysche Theorie die Erscheinungen qualitativ richtig beschreibt. Bild 23 zeigt den errechneten Widerstandsverlauf über einen größeren Geschwindigkeitsbereich bei verschiedenen Wassertiefen und Kanalbreiten nach Inui [5], bei dem für das entsprechende Modell Trimm und Tauchung konstant gleich

Null angenommen sind. Um quantitativ bessere Aussagen zu erhalten, wäre es vermutlich nötig, den Zusammenhang zwischen Quellverteilung und dargestelltem Schiff in beschränktem Wasser exakter zu erfassen.

Ein Effekt, der durch die hier entwickelte Theorie nicht erfaßt wird, ist die Abflachung und Verbreiterung des kritischen Widerstandsbuckels (Bild 5) mit zunehmender Verdrängungsbreite im engen Kanal. Wegen der im Vergleich zur Wassertiefe nicht mehr verschwindenden Wellenhöhen reicht hier

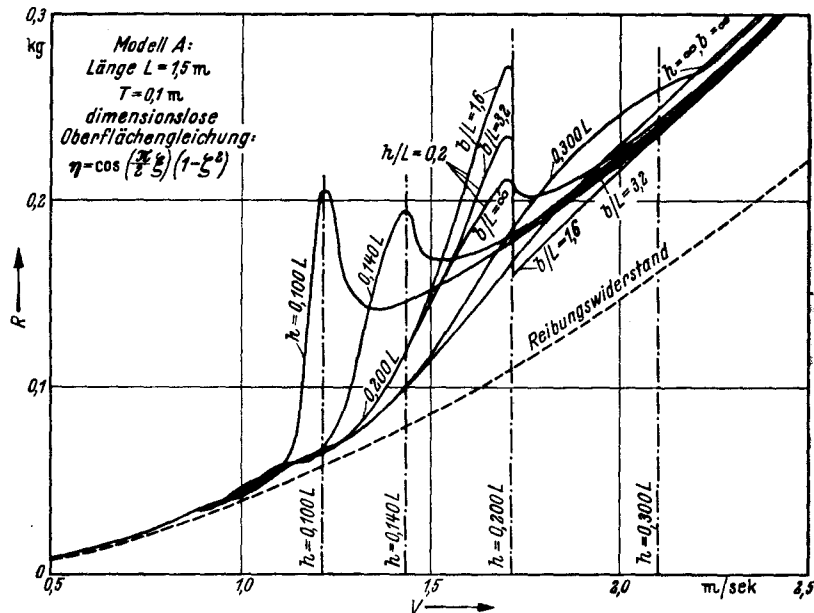


Bild 23. Errechneter Widerstandsverlauf bei verschiedener Wassertiefe h und Kanalbreite b , für Modell A nach Inui [5].

die linearisierte Theorie offensichtlich nicht mehr aus, die Einführung der „lokalen Tiefenzahl“ [10] erscheint sachgemäß.

Zum Abschluß meines Vortrags möchte ich meinen Dank aussprechen dem Bundesverkehrsministerium für die Anregung, der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die sachliche Förderung meiner Untersuchungen. Für ihre Anlage habe ich von Herrn Professor Weinblum viele fruchtbare Hinweise erhalten. Zur Versuchsdurchführung danke ich der HSVA und der VBS Duisburg, beide verkörpert durch Herrn Oberingenieur Helm, für tatkräftige Unterstützung, ebenso meinen Mitarbeitern im Institut für Schiffbau, Hamburg.

Schrifttum

- [1] Barillon: Comptes Rendues, Acad. Sci. Paris, Bd. 182, 1926, S. 46.
- [2] Havelock: Roy. Soc. Proc. London, Bd. 155/1936, p 460—471.
- [3] Havelock: Roy. Soc. Proc. London, Bd. 161/1937, p 299—306.
- [4] Helm: Hydrodynamische Probleme des Schiffsantriebes, R. Oldenbourg, Berlin 1940.
- [5] Inui: Japanese Developments on the Theory of Wave-Making and Wave Resistance. Skipsmodelltankens meddelelse Nr. 34/1954.
- [6] Lamb: Lehrbuch der Hydrodynamik.
- [7] v. Lammeren: TrSNAME, Bd. 62/1955.
- [8] Lunde: TrSNAME, Bd. 59/1952.
- [9] Michell: Phil. Mag. London, 1898.
- [10] Schuster: Jahrb. STG 1952.
- [11] Sretensky: Phil. Mag. London, 1936.
- [12] Weinblum: Jahrb. STG 1938.
- [13] Weinblum: Jahrb. STG 1932.

Erörterung

Direktor Dr.-Ing. S. Schuster, Berlin

Für mich war es in vieler Hinsicht erfreulich, einem so bedeutenden Beitrag zu einem so interessanten Thema zuzuhören. Besonders gern nehme ich die wertvollen Ergänzungen in bezug auf die Erforschung des Flachwasser- und Kanaleffekts zur Kenntnis. Als ich hier 1952 über die Ergebnisse meiner Versuche mit feststehenden idealisierten Schiffmodellen in beschränktem Wasser berichtete, mußte ich noch ein Fragezeichen hinter die Übertragbarkeit auf freitrimmende Modelle setzen. Der Nachweis der Allgemeingültigkeit der damals gewonnenen Erkenntnisse scheint nun erbracht zu sein. Die von Herrn Eggers gezeigten Widerstandskurven für einzelne Schiffe in beschränktem Wasser sind meinen in ihrem Charakter sehr ähnlich. Einige von ihnen habe ich nachgerechnet. Ich fasse dabei den Kanaleffekt, wie ich seinerzeit vortrug, als rein hydraulisches Verengungsproblem auf. Die Übereinstimmung von Versuchsergebnis und Rechnung ist zum Teil sehr gut. Besonders die Einläufe in das kritische Geschwindigkeitsgebiet erfaßt die Rechnung recht genau.

Obwohl der Herr Vortragende sehr richtig darauf hinwies, daß es bei Flachwasserbetrachtungen auf die lokale Wassertiefe ankommt, ist davon im Abschnitt über den Tankeinfluß nicht mehr die Rede. Wenn in das Sretensky-Integral aber nur die ungestörte Wassertiefe eingeht, kann meines Erachtens nur eine Singulärstelle im Falle des Verschwindens von Zähler und Nenner der algebraischen Funktion auftreten, die als Bild eine kritische Schranke, nicht aber ein kritisches Gebiet hat. Da der Herr Vortragende bei der wellentheoretischen Behandlung des Tankeinflusses andererseits aber von einem kritischen Gebiet gesprochen hat, möchte ich ihn fragen, ob es ihm tatsächlich gelungen ist, dieses Gebiet, nicht wie ich es tat, hydraulisch, sondern wellentheoretisch nachzuweisen. Ist es möglich, im Kanalfall den Widerstandsanstieg zum kritischen Bereich, der wesentlich früher als im Flachwasserfall erfolgt, zu erfassen, ohne daß die lokale Wassertiefe in die Rechnung eingeführt wird?

In diesem Zusammenhang stört mich etwas die Bezeichnung Breiteneinfluß und die Bezugnahme auf die Schiffsbreite, ähnlich wie häufig die Wassertiefe auf den Tiefgang bezogen wird. Herr Eggers hat zwar den Tiefgang seiner Modelle konstant gehalten und schaltet damit für den Vergleich den Tiefgangseinfluß aus. Man könnte aber zu dem Eindruck kommen, daß es bei dem Kanalproblem auf die Breitenverengung und nicht auf die Querschnittsverengung (blockage) ankommt, in ähnlicher Weise, wie mitunter im Bodenabstand das Kriterium für den wellentheoretisch begründeten Flachwassereffekt gesucht wird.

Die mitgeteilten Ergebnisse der Versuche und Rechnungen mit Zweikörperschiffen in Parallel-, Schräg- und Tandemanordnung sind verblüffend klar und überzeugend. Wenn man den Zusammenhang begriffen hat, glaubt man des Beweises nicht mehr zu bedürfen, denn die Analogie mit dem Formationsflug der Zugvögel und Flugzeuge drängt sich einem geradezu auf. Die Flugzeuge fliegen mit geringerem Leistungsaufwand, wenn sie gestaffelt teilweise im Aufwind am Rande der Wirbelzöpfe des jeweils schräg vor ihnen fliegenden Flugzeugs liegen. Der Wechselwirkung der Wirbelverteilung, durch die die Flugzeuge ersetzt werden könnten, entspricht vermutlich hier die Wechselwirkung der Dipolverteilungen, die an die Stelle der beiden Schiffkörper treten. Es ist auch einleuchtend, daß die im tiefen Wasser günstige Schräganordnung im flachen Wasser nichts bringt, wenn der Kelvinsche Winkel nicht mehr existiert. Vielleicht würden noch Verbesserungen bei Anordnung im Machschen Winkel möglich sein.

Jeden, der wie ich wegen der erheblichen Vergrößerung des Reibungswiderstandes den Vorzügen der Mehrkörper-Bauweise skeptisch gegenüberstand, dürften wohl die hier mitgeteilten Versuchs- und Rechenergebnisse überzeugt haben, daß diese Angelegenheit durchaus eine Zukunft haben kann. Hier und da sieht man schon Segel-Catamarane. Für Motorantrieb dürfte wohl die Dreikörperform geeigneter sein, da hierfür Schiebewinkel und Giermomente, die bei der Schräganordnung zweier Körper wahrscheinlich auftreten, uninteressant sind. Auch für den Tragflügelboot- und Seeflugzeugbau werden die heute mitgeteilten Erkenntnisse von Bedeutung sein. Es wäre zu wünschen, daß nach diesen Anfangserfolgen von dem Herrn Vortragenden noch weitere so schöne Modellversuche und vielleicht auch der Sprung zur Großausführung unternommen werden könnte.

Dr.-Ing. W. Graff, Duisburg

Ich möchte zu der schönen Arbeit von Herrn Eggers nur einige kurze Worte sagen. Ich habe den Eindruck, daß diese Arbeit uns in der theoretischen Erkenntnis ganz wesentlich weitergebracht hat. Dieses bezieht sich besonders auf das Problem der seitlichen Beschränkung des Fahrwassers und auf den Einfluß der Tankbreite bei Flachwasserversuchen. Ich habe nun noch eine Frage zu den Ergebnissen der Versuche. Herr Eggers hat in seiner Rechnung eine Querwellenzahl eingeführt. Wenn ich ihn richtig verstanden habe, tritt der Einfluß dieser Zahl erst dann wesentlich in Erscheinung, wenn die vom Spiegelmodell bzw. von der Tankwand reflektierte Welle das Hauptmodell wieder trifft. Dabei müssen dann zusätzliche Interferenzerscheinungen mit Buckeln und Mulden der Widerstandskurve auftreten und mit zunehmendem Verhältnis von Tankbreite zu Modelllänge immer dichter an die Stauwellengeschwindigkeit heranrücken. Diese Erscheinungen sind in den gezeigten Versuchsergebnissen nicht deutlich erkennbar. Da in diesem Geschwindigkeitsbereich eine sehr lange Meßstrecke erforderlich ist, ehe sich ein stationärer Zustand ausgebildet hat, ist es möglich, daß dieser Zustand noch nicht völlig ausgebildet war. Ich möchte deshalb fragen, ob die Versuchsergebnisse in dieser Richtung näher geprüft worden sind.

Dipl.-Math. K. Eggers, Hamburg (Schlußwort)

Zu der Bemerkung von Herrn Dr. Graff möchte ich erwähnen, daß man aus rein wellengeometrischen Betrachtungen für jede Fahrtstufe und Wassertiefe eine zugeordnete Tankbreite angeben kann, bei der die reflektierte Bugwelle gerade das Heck des Modells noch trifft — für alle größeren Tankbreiten wird der Wellenwiderstand durch die Seitenbeschränkung nicht mehr wesentlich beeinflusst. Dies ist die praktische Interpretation von Bild 22 bzw. 36 der Arbeit [5] von Inui. Mit abnehmender Wassertiefe und zunehmender unterkritischer Geschwindigkeit wächst der Wellenöffnungswinkel und damit diese zugeordnete Tankbreite. Es ist überraschend, wie sehr die Kurve von Bild 22, welche doch mehr oder weniger empirisch für eine spezielle Quellenkenntverteilung gefunden wurde, zu der Abhängigkeit des Wellenöffnungswinkels von der Froude-

schen Tiefenzahl, wie sie bei Havelock, Sommerfeld und auch in der Arbeit von Herrn Dr. Schuster aufgezeigt ist, korrespondiert.

Für unsere Versuche mit den doch relativ noch recht großen b/L -Verhältnissen war die Tankbreite nur für einen recht kleinen Geschwindigkeitsbereich kleiner als die zugeordnete; im allgemeinen trafen die reflektierten Wellen das Modell nicht mehr.

Die deutlich erfaßten Buckel der Widerstandskurven für Doppelmodelle in Bild 9 im unterkritischen Bereich lassen sich hingegen sicher durch Interferenzen erklären. Hier glaube ich, bei meinem Versuch ausreichend stationäre Verhältnisse erzielt zu haben, während nach Überschreitung des Widerstandsmaximums sich die Meßwerte allgemein spät und ungenau einstellen, solange der Widerstand noch nicht wieder mit der Geschwindigkeit anstieg.

Im übrigen aber scheinen mir die gefundenen Tankeinflüsse wesentlich auf sekundäre Effekte, nämlich auf die lokale Schwankung der Wassertiefe, zurückzuführen zu sein. Es erscheint wünschenswert, die Versuche noch abzurunden durch Schleppfahrten mit einem schmalen Modell im breiten Kanal, wo wir den Verhältnissen in seitlich unbeschränktem Wasser näherkommen können¹.

Zu den Ausführungen von Herrn Dr. Schuster möchte ich noch einmal betonen, daß für die linearisierte Theorie des Wellenwiderstandes auf beschränktem Wasser ein prinzipieller Unterschied im Charakter des Einflusses von Kanalbreite und Wassertiefe besteht, wie ausführlich in der Arbeit von Weinblum gezeigt. Diese Theorie sagt ein vorzeitiges Ansteigen zum kritischen Widerstandsbuckel mit abnehmender Tankbreite voraus, wie sich aus den numerischen Berechnungen von Inui (Bild 23) erkennen läßt. Daß dieser vorzeitige Anstieg noch ausgeprägter wird, wenn die verdrängte Breite zunimmt, läßt sich nur durch zusätzliche Hypothesen erklären, etwa durch Berücksichtigung der lokalen Schwankung der Wassertiefe, welche in erster Näherung von der Querschnittsverengung („blockage“) abhängt. Damit ließe sich die Verwendung eines Verengungsmaßes B'/bh als Parameter für den Tankeinfluß in der Umgebung der kritischen Geschwindigkeit vertreten, wenn nicht b und h , sondern B und T variiert werden bei unveränderter Modelllänge; die Einführung des Verhältnisses des verdrängten Querschnitts zum Kanalquerschnitt suggeriert aber eine Äquivalenz des Tankeinflusses bei gleichem Verhältnis B'/bh , welche unseren Überlegungen in so allgemeiner Form nicht entspricht. — Ich habe mich bei meinen Versuchen bewußt auf die Variation der verdrängten Breite beschränkt; auch im Kanal geht die Schiffsbreite quadratisch als Faktor in das Michell-Sretenskysche Integral ein, während die Abhängigkeit vom Tiefgang verwickelt ist.

Wenn ich den Ausdruck „kritischer Bereich“ gebraucht habe, so nicht in einem streng mathematischen Sinne, sondern zur Kennzeichnung des Gebietes vom Anstieg zum kritischen Widerstandsmaximum bis zum erneuten Anstieg oberhalb der kritischen Geschwindigkeit, d. h. der Bereich, in dem die Widerstandskurve wesentlich von der für Flachwasser abweicht. Die Integranden des Widerstandsintegrals werden weder für die kritische Geschwindigkeit noch für irgendwelche benachbarte Werte singular.

Es ist übrigens nicht zu erwarten, daß bei überkritischen Geschwindigkeiten die Schräganordnung eine wesentliche Widerstandsverminderung bringt. Für tiefes Wasser war entscheidend, daß für $\alpha = \alpha_K$ der Nenner von Gl. (44) eine doppelte Nullstelle hat, d. h., daß sich im zugehörigen Wellenspektrum (Bild 20) die Intensität sehr stark auf eine Wellenzahl konzentriert. Allgemein ist das Verschwinden des Nenners von Gl. (23) gleichbedeutend mit der Relation

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin 2Kh - 2Kh}{\sin 2Kh + 2Kh} \operatorname{ctg} \Theta + \frac{2 \sin 2Kh}{\sin 2Kh + 2Kh} \operatorname{tg} \Theta = -\operatorname{ctg} \Theta + \frac{c}{u} (\operatorname{ctg} \Theta + \operatorname{tg} \Theta),$$

da $\frac{\sin 2Kh + 2Kh}{2 \sin 2Kh}$ gleich dem Verhältnis der Gruppengeschwindigkeit u einer Welle zu ihrer Phasengeschwindigkeit c ist.

Für $Kh \rightarrow \infty$ erhalten wir die zu Gl. (45) äquivalente Relation

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \Theta + 2 \operatorname{tg} \Theta,$$

welche für $\alpha < \alpha_K$ durch zwei verschiedene Θ -Werte erfüllt wird; für flaches Wasser (kleine Kh) erhalten wir hingegen angenähert

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \Theta,$$

da hier $u \approx c$ ist.

Der größte Winkel α , für den diese Gleichung im überkritischen Integrationsbereich einen Θ -Wert als Lösung hat, ist der „Machsche Winkel“ $\pi/2 - \Theta_0$; für diesen verschwindet aber der Zähler des dem Integranden von Gl. (44) bzw. (23) nachgebildeten Ausdrucks für Flachwasserschräganordnung so stark, daß der zugehörigen Welle trotzdem die Intensität null zukommt.

Trotzdem glaube ich mit Herrn Dr. Schuster, daß insbesondere auf dem Gebiet der Dreikörperanordnungen sowohl für die Theorie wie für die Schiffbaupraxis noch manche wertvolle Erkenntnisse zu gewinnen sind.

Professor Dr.-Ing. G. Weinblum, Hamburg (Dankwort)

Die Versammlung hat dem Herrn Vortragenden ihren Dank schon durch Beifall Ausdruck gegeben.

Ursprünglich gingen wir von dem einfachen Zweikörperproblem in tiefem Wasser aus. Angeregt durch eine vom Bundesverkehrsministerium herrührende Aufgabenstellung praktischen Charakters befaßten wir uns mit dem Flachwassereffekt, wobei sich dann verschiedene zum Teil unerwartete Dinge herausstellten. Die Anwendung der hydrodynamischen Theorie auf Flachwasserversuche ist vor allem durch eine bekannte Arbeit von Inui im vorigen Jahre verstärkt worden; die Versuchsanstalten haben jetzt alle Veranlassung und die damit zusammenhängende Mühe, mit diesen grundsätzlichen Erkenntnissen sich auseinanderzusetzen.

Ich danke Ihnen, Herr Eggers, nochmals für Ihre interessanten Ausführungen. Ich schließe damit diesen Vortrag und auch die heutige Versammlung im Auftrage des Herrn Präsidenten mit dem Wunsche, daß wir uns heute abend recht zahlreich zusammenfinden mögen (lebhafter Beifall).

¹ Der Versuch wurde inzwischen durchgeführt und die Ergebnisse in Bild 5 bis 8 aufgenommen.