

# **Die Bewertung und numerische Optimierung von Wärmeübertragern anhand einer Energieentwertungszahl**

**Vom Promotionsausschuss der  
Technischen Universität Hamburg-Harburg  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation**

**von  
Tammo Wenterodt**

**aus  
Leer (Ostfriesland)**

**2013**

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Heinz Herwig  
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Rudolf Eggers  
Prüfungsvorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Alfons Kather

Tag der mündlichen Prüfung: 14.08.2013

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Thermodynamische Systeme . . . . .	3
2.2 Energie . . . . .	4
2.3 Entropie . . . . .	5
2.3.1 Temperatur . . . . .	6
2.3.2 Konduktive Übertragung von Entropie . . . . .	7
2.3.3 Produktion von Entropie . . . . .	7
2.3.4 Umkehrbarkeit von Prozessen . . . . .	8
2.4 Wärmeübertragung . . . . .	8
2.4.1 Konduktive Wärmeübertragung . . . . .	9
2.4.2 Konvektive Wärmeübertragung . . . . .	9
2.4.3 Strahlungsbasierte Wärmeübertragung . . . . .	9
2.4.4 Kalorische Mitteltemperatur . . . . .	10
2.4.5 Die Nusselt-Zahl . . . . .	10
2.4.6 Die Prandtl-Zahl . . . . .	11
2.4.7 Temperaturleitfähigkeit . . . . .	11
2.5 Strömung . . . . .	12
2.5.1 Navier–Stokes-Gleichungen . . . . .	12
2.5.2 Mittelgeschwindigkeit . . . . .	13
2.5.3 Der hydraulische Durchmesser . . . . .	13
2.5.4 Die Reynolds-Zahl in Durchströmungen . . . . .	14
2.5.5 Laminare und turbulente Strömungen . . . . .	14
2.5.6 Dissipation und Widerstandszahl . . . . .	14
2.5.7 Rohrreibungszahl . . . . .	15
2.6 Wärmeübertrager . . . . .	16
2.6.1 Die Qualität eines Energiestroms: Exergie und Anergie . . . . .	16
2.6.2 Bewertungskriterien für Wärmeübertragungssituationen . . . . .	17
2.7 Kraftwerke . . . . .	20
2.7.1 Der rechtsläufige Clausius–Rankine-Prozess . . . . .	20
2.7.2 Geothermie . . . . .	21
2.8 RANS-Simulation . . . . .	22
2.8.1 Zeitgemittelte Navier–Stokes-Gleichungen . . . . .	22

2.8.2	Turbulenzmodellierung . . . . .	23
2.8.3	Die Finite-Volumen-Methode . . . . .	24
2.8.4	Der SIMPLE-Algorithmus . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Bewertung von Energieübertragungsprozessen</b>	<b>25</b>
3.1	Arbeitsprozesse . . . . .	25
3.2	Dampfkraftprozesse . . . . .	27
3.2.1	Der reversible Fall . . . . .	29
3.2.2	Der irreversible Fall . . . . .	30
3.3	Entropieproduktion . . . . .	31
3.3.1	Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung . . . . .	32
3.3.2	Entropieproduktion aufgrund von Dissipation . . . . .	34
3.4	Das Konzept des entropischen Potentials . . . . .	36
3.4.1	Energieübertrager als Teilsystem . . . . .	36
3.4.2	Das entropische Potenzial . . . . .	37
3.4.3	Die Energieentwertungszahl . . . . .	38
3.5	Bewertung von Energieübertragern auf Bauteilebene . . . . .	41
3.5.1	Einmündung (z.B. kalte Seite Wärmeübertrager, Pumpe) . . . . .	43
3.5.2	Abzweig (z.B. Turbine, heiße Seite Wärmeübertrager, Kondensator) . . . . .	43
3.5.3	Leiter (z.B. Rohr, Wand) . . . . .	44
3.5.4	Diatherme Bauteile mit Energieverlusten . . . . .	44
3.5.5	Durchströmte Bauteile bei Umgebungstemperatur . . . . .	45
3.6	Bewertung von Wärmeübertragern . . . . .	46
3.6.1	Beispiel: Unterschiedliche Verluste trotz gleicher Nußelt-Zahl . . . . .	46
3.6.2	Die Energieentwertungszahl eines Wärmeübertragers . . . . .	48
3.6.3	Beispiel: Thermo-hydraulische Effizienz vs. Energieentwertungszahl . . . . .	50
3.7	Exergie und Anergie . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Bestimmung von Verlusten mit RANS</b>	<b>55</b>
4.1	Simulationsumgebung . . . . .	55
4.2	Turbulenzmodellierung . . . . .	55
4.3	Temperatur . . . . .	56
4.3.1	Aufheizung durch Dissipation . . . . .	56
4.3.2	Temperatur als passiver Skalar . . . . .	57
4.3.3	Berechnung des Temperaturfeldes . . . . .	57
4.4	Verluste . . . . .	58
4.4.1	Lokale Entropieproduktion . . . . .	58
4.4.2	Bestimmung der Energieentwertungszahl . . . . .	59
4.4.3	Die Energieentwertungszahl als Konvergenzkriterium . . . . .	59
4.5	Validierung . . . . .	60

<b>5</b>	<b>Numerische Geometrieoptimierung</b>	<b>63</b>
5.1	Simulationsbasierte Optimierung . . . . .	64
5.2	Parametrierung beliebiger Geometrien . . . . .	64
5.3	Evolutionärer Algorithmus . . . . .	66
5.3.1	Größe der Startpopulation . . . . .	67
5.3.2	Erzeugung eines neuen Genoms . . . . .	67
5.3.3	Selektion . . . . .	67
5.3.4	Mutation . . . . .	68
5.3.5	Gitterverzerrung . . . . .	68
5.3.6	Rechnung . . . . .	69
5.3.7	Optimum . . . . .	70
<b>6</b>	<b>Optimierung und Untersuchung ausgewählter Wärmeübertragungssituationen</b>	<b>71</b>
6.1	Rohrbündel - Voruntersuchung . . . . .	72
6.1.1	Geometrie und Parameter . . . . .	72
6.1.2	Bestimmung der Entropieproduktion . . . . .	73
6.1.3	Simulation . . . . .	75
6.1.4	Ergebnisse und Interpretation . . . . .	75
6.2	Rohrbündel - Optimierung anhand empirischer Korrelationen . . . . .	77
6.2.1	Berechnung . . . . .	77
6.2.2	Ergebnisse und Interpretation . . . . .	77
6.3	Rohrbündel - Finite Volumen Simulation . . . . .	83
6.3.1	Validierung . . . . .	84
6.3.2	Ergebnisse und Interpretation . . . . .	86
6.4	Rohrbündel - Optimierung der Querschnittsgeometrie . . . . .	91
6.4.1	Parametrierung der Geometrie . . . . .	93
6.4.2	Simulation . . . . .	94
6.4.3	Ergebnisse und Interpretation . . . . .	95
6.5	Plattenwärmeübertrager - Optimierung der Wellenprägung . . . . .	102
6.5.1	Parametrierung der Geometrie . . . . .	102
6.5.2	Simulation . . . . .	103
6.5.3	Ergebnisse und Interpretation . . . . .	105
6.6	Plattenwärmeübertrager - Freie Formoptimierung . . . . .	110
6.7	Der quadratische Mikrokanal . . . . .	113
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>117</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>125</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>127</b>



# Nomenklatur

## Indizes, Super- und Subskripte

- $\square_1$  Wert in Querschnitt 1
- $\square_2$  Wert in Querschnitt 2
- $\square_{ab}$  abgeführt
- $\square_D$  aufgrund von Dissipation
- $\square_h$  im Teilsystem "heiße Seite"
- $\square_k$  im Teilsystem "kalte Seite"
- $\square_t$  Turbulenzgröße
- $\square_W$  an oder in der Wand
- $\square_{WL}$  aufgrund von Wärmeleitung
- $\square_{zu}$  zugeführt
- $\overline{\square}$  zeitgemittelter Wert
- $\square'$  Abweichung vom zeitgemittelten Wert
- $\square'_s$  streckenspezifischer Wert
- $\square''$  flächenspezifischer Wert
- $\square'''$  volumenspezifischer Wert

## Variablen

$a$	Temperaturleitfähigkeit	$m^2/s$
$a_t$	scheinbare Temperaturleitfähigkeit aufgrund von Turbulenz	$m^2/s$
$A$	(Querschnitts-) Fläche	$m^2$
$A_W$	Wandfläche	$m^2$
$Be$	Bejan-Zahl	-
$c$	spezifische Wärmekapazität	$J/kg K$
$d_h$	hydraulischer Durchmesser	$m$
$d_a$	Rohrdurchmesser im Rohrbündelwärmeübertrager	$m$
$\dot{E}$	Energiestrom	$W$
$\dot{E}_0$	konvektiv übertragene Energie des Arbeitsmittels	$W$
$\dot{E}_{diss}$	Dissipationsrate	$W$

$\dot{E}_V$	Energieverluststrom	W
$\dot{E}_{zu}$	zugeführter Energiestrom	W
$g$	Erdbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
$k$	kinetische Energie der turbulenten Schwankungsbewegung	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$K_S$	relative Sandrauheit	-
$l$	(charakteristische) Länge	m
$l_x, l_y, l_z$	Ausdehnung in die drei Raumrichtungen	m
$\dot{m}$	Massenstrom	kg/s
$N$	Energieentwertungszahl	-
$N_D$	Energieentwertungszahl aufgrund von Dissipation	-
$N_{WL}$	Energieentwertungszahl aufgrund von Wärmeleitung	-
$Nu$	Nußelt-Zahl	-
$p$	Druck	Pa
$P$	Leistung	W
$Po$	Poiseuille-Zahl	-
$Pr$	Prandtl-Zahl	-
$Pr_t$	turbulente Prandtl-Zahl	-
$\dot{q}_V$	volumetrische Wärmestromdichte	W/m <sup>3</sup>
$\dot{q}_W$	Wandwärmestromdichte	W/m <sup>2</sup>
$\dot{Q}$	in Form von Wärme übertragener Energiestrom (Wärmestrom)	W
$\dot{Q}_{ab}$	abgeführter Wärmestrom	W
$\dot{Q}_W$	Wandwärmestrom	W
$\dot{Q}_{zu}$	zugeführter Wärmestrom	W
$Re$	Reynolds Zahl	-
$Re_{\psi,l}$	Reynolds Zahl bezogen auf den Hohlraumanteil	-
$s$	spezifische Entropie	J/kg K
$S$	Entropie	J/K
$\dot{S}$	Entropiestrom	W/K
$\dot{S}_0$	konvektiv übertragene Entropie des Arbeitsmittels	W/K
$\dot{S}_{ab}$	abgeführter Entropiestrom	W/K
$\dot{S}_D$	Entropieproduktion aufgrund von Dissipation	W/K
$\dot{S}_D'''$	lokale Entropieproduktion aufgrund von Dissipation	W/m <sup>3</sup> K
$\dot{S}_{irr}$	irreversible Produktion von Entropie	W/K
$\dot{S}_{irr}'''$	lokale irreversible Entropieproduktion	W/m <sup>3</sup> K
$\dot{S}_Q$	Entropieänderung aufgrund von Energieströmen in Form von Wärme	W/K
$\dot{S}_V$	Entropieverluststrom	W/K

$\dot{S}_{WL}$	Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung	W/K
$\dot{S}_{WL}'''$	lokale Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung	W/m <sup>3</sup> K
$\dot{S}_{zu}$	zugeführter Entropiestrom	W/K
$\dot{S}_{\infty}$	Entropisches Potenzial eines Energiestroms	W/K
St	Stanton-Zahl	-
$t$	Zeit	s
$T$	thermodynamische Temperatur	K
$T_{ab}$	Temperatur der Energieabfuhr	K
$T_m$	kalorische Mitteltemperatur	K
$T_W$	Wandtemperatur	K
$T_{zu}$	Temperatur der Energiezufuhr	K
$T_{\infty}$	Umgebungstemperatur	K
$\Delta T$	charakteristische treibende Temperaturdifferenz	K
$u$	Komponente des Geschwindigkeitsvektors in $x$ -Richtung	m/s
$\vec{u}$	Vektor der zeitgemittelten Geschwindigkeit $\vec{u} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$	m/s
$u_m$	Mittelgeschwindigkeit	m/s
$v$	Komponente des Geschwindigkeitsvektors in $y$ -Richtung	m/s
$V$	Volumen	m <sup>3</sup>
$w$	Komponente des Geschwindigkeitsvektors in $z$ -Richtung	m/s
$w$	Geschwindigkeit im freien Querschnitt	m/s
$x, y, z$	kartesische Koordinaten	m

### griechische Buchstaben

$\alpha$	Gen bzw. komplexer Fourierkoeffizient	-
$\varepsilon$	Dissipationsrate der kinetischen Energie der turbulenten Schwankungsbewegung	m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>
$\zeta$	Widerstandszahl	-
$\eta$	thermo-hydraulische Effizienz	-
$\eta$	molekulare (dynamische) Viskosität	kg/m s
$\eta_C$	Carnot-Faktor	-
$\lambda$	Rohrreibungszahl	-
$\lambda$	molekulare Wärmeleitfähigkeit	W/m K
$\nu$	kinematische Viskosität	m <sup>2</sup> /s
$\nu_t$	kinematische Wirbelviskosität	m <sup>2</sup> /s
$\rho$	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
$\varphi$	spezifische Dissipation	J/kg
$\omega$	spezifische turbulente Dissipation	s <sup>-1</sup>



# 1 Einleitung

Wärmeübertrager sind Apparate, welche die Übertragung eines Energiestroms in Form von Wärme von einem Fluid auf ein anderes ermöglichen. Die Fluide (d.h. Flüssigkeiten oder Gase) sind dabei i.d.R. durch die Struktur des Wärmeübertragers voneinander getrennt. Ein Beispiel aus dem Alltag stellen Heizkörper dar, durch welche die Energie des heißen Wassers an die kalte Zimmerluft übertragen wird. Kompliziertere Wärmeübertrager werden z.B. in Kraftwerken eingesetzt, um Energie von einer Energiequelle (z.B. einer Feuerung oder heißem Thermalwasser) an das Arbeitsmedium eines Dampfprozesses zu übertragen.

In einem Wärmeübertrager treten zwei Arten von *Verlusten* auf: Zum einen kann die kalte Seite nie genauso heiß werden wie die heiße. D.h. das Temperaturniveau des übertragenen Energiestroms sinkt bei der Übertragung. Zum anderen wird Energie benötigt, um das Fluid durch die Kanäle des Wärmeübertragers zu pumpen. Diese Energie bewirkt durch die innere Reibung im Fluid dessen Erwärmung. Worin konkret der Verlust besteht, wird erst deutlich bei dem gedanklichen Versuch die Prozesse umzukehren: Weder wird eine kalte Flüssigkeit ihre Energie an eine heißere Flüssigkeit abgeben, so dass sich diese weiter aufheizt, noch wird eine Flüssigkeit von alleine durch eine Leitung fließen und diese dabei abkühlen. Wenn somit in einem Wärmeübertrager auch keine Energie verloren geht, so wird doch die Möglichkeit sie zu nutzen eingeschränkt, sie wird *entwertet*.

Diese Verluste bewirken stets, dass eine Anlage weniger Nutzen bringt als sie könnte, bzw. dass der gewünschte Nutzen nur mit einem erhöhten Aufwand erreicht werden kann. In einem Kraftwerk schlagen sich die Verluste z.B. sofort in einer Verminderung der Stromproduktion nieder. Deshalb ist beim Bau von Wärmeübertragern die Minimierung der Verluste schon immer eines der zentralen Themen. Zu Problemen führte dabei, dass die verschiedenen Verluste in Wärmeübertragern sich scheinbar unterschiedlich auswirken: Zum einen in Temperaturdifferenzen zwischen den beteiligten Fluiden und zum anderen in einem Druckverlust in der Strömung. Hinzu kommt, dass Optimierungsmaßnahmen i.d.R. zu gegenläufigen Effekten bezüglich dieser Größen führen. Bei jeweils dem gleichen übertragenen Energiestrom erhöhen Maßnahmen zur Verringerung der Temperaturgradienten z.B. die Strömungsverluste und Maßnahmen zur Verringerung der Strömungsverluste wirken sich in erhöhten Temperaturgradienten aus.

Es wurde oft versucht, einen *Gütegrad* zu definieren, welcher die beiden Verlustarten gegeneinander abwägt und einen Wärmeübertrager durch eine einzige Kennzahl bewertet, um eine gezielte Optimierung von Wärmeübertragern zu ermöglichen. Die entstandenen Gütegrade basieren vor allem auf der Größe der Energieströme in einem Wärmeübertrager. Und obwohl mittlerweile umfangreiche Simulationstools für

die Optimierung und Untersuchung von Wärmeübertragern eingesetzt werden, liefern diese Gütegrade unbefriedigende Ergebnisse, weil sie die Unumkehrbarkeit von Prozessen nicht erfassen. Dieser zentrale Aspekt der Verluste wird einzig durch die Entropie bzw. die Entropieproduktion quantifiziert. Tatsächlich lassen sich alle Verlustarten gemeinsam auf Basis der Entropieproduktion untersuchen und vergleichen. Doch auch auf Basis der Entropieproduktion konnte bislang kein überzeugender Gütegrad gefunden werden.

Vor diesem Hintergrund entstand das DFG-Projekt „Physikalisch begründete Bewertungskriterien für Maßnahmen zur Verbesserung des konvektiven<sup>1</sup> Wärmeüberganges“ im Verbundprojekt „Erhöhung des Wärmeüberganges durch Wirbelinduktion in Oberflächendellen - die Physik des komplexen Transportvorganges und ihre Bewertung“, im Rahmen dessen diese Arbeit entstanden ist. Da in einem Wärmeübertrager stets Verluste auftreten, wird in dieser Arbeit anstelle eines Gütegrades eine *Verlustzahl* für dessen Bewertung entwickelt. Diese wird dann exemplarisch bei der Optimierung und Untersuchung verschiedener Wärmeübertrager bezüglich ihrer Verluste eingesetzt, unter Verwendung numerischer Methoden.

Dazu werden zunächst in Kap. 2 die Grundlagen in den beteiligten Fachgebieten Wärmeübertragung, Thermodynamik und numerische Strömungsmechanik vorgestellt. In Kap. 3 werden die genauen Auswirkungen von Verlusten in Kraftwerksprozessen erläutert und die Entstehung von Verlusten untersucht. Dann wird das neue Konzept des entropischen Potenzials eingeführt. Dies beinhaltet die Energieentwertungszahl, welche die Verringerung der Möglichkeit der Nutzung eines Energiestroms quantifiziert. Diese kann sowohl zur ganzheitlichen, physikalisch begründeten Bewertung von Wärmeübertragern, als auch aller anderer energietechnischer Systeme eingesetzt werden.

Sinnvollerweise werden bei der Entwicklung neuartiger Wärmeübertrager numerische Strömungssimulationen eingesetzt. In Kap. 4 wird auf die dabei geltenden Anforderungen für die Bestimmung der Entropieproduktionsraten eingegangen, sowie auf die Möglichkeiten, die sich daraus ergeben. In Kap. 5 wird zuerst ein neues Verfahren für die geometrische Beschreibung von Rechengebieten vorgestellt. Darauf aufbauend wird eine Methode für die automatisierte Optimierung der Oberflächengeometrie von Wärmeübertragern auf Basis der Energieentwertungszahl entwickelt. Dieses Methode wird in Kap. 6 exemplarisch zur Optimierung verschiedener Geometrien eingesetzt. Auf Basis der Berechnungen werden die Mechanismen der Wärmeübertragung untersucht und die Ursachen von Verlusten erläutert.

---

<sup>1</sup>konvektiv=strömungsbasiert

## 2 Theoretische Grundlagen

Das Fachgebiet der *Wärmeübertragung* stellt traditionell das Handwerkszeug zur Analyse der *Energieströme* in Wärmeübertragern bereit. Die Untersuchung der *Entropieströme* und deren Entstehung ist hingegen in der *Thermodynamik* beheimatet und findet kaum Beachtung im Bereich der Wärmeübertragung. So taucht *Entropie* in den Indizes der populären Lehrbücher der Wärmeübertragung (z.B. Incropera u. a., 2006; Nellis u. Klein, 2009) gar nicht auf! Die Entropieströme sind jedoch so unmittelbar mit den Verlusten in Bauteilen verknüpft (s. Kap. 3), dass in dieser Arbeit Verluste und Entropieproduktion synonym benutzt werden (s. Abschn. 3.3). Es ist somit für eine physikalisch begründete Bewertung von Wärmeübertragern notwendig, diesen Bereich der *Thermodynamik* zu berücksichtigen.

Weiterhin fußt die Berechnung der Energieströme in Wärmeübertragern i.d.R. auf Messungen an gebauten Wärmeübertragern oder sie ist analytischer Natur und damit auf sehr einfache Geometrien beschränkt. Eine Optimierung ist somit nur für die Parameter grundsätzlich bekannter Geometrien möglich. Sollen neuartige Geometrien untersucht werden, so ist es sinnvoll, diese zunächst zu simulieren. Dazu müssen die Methoden der *numerischen Strömungsmechanik* herangezogen werden, mit denen die Felder der Strömungsgrößen berechnet werden können.

Zur physikalisch begründeten Optimierung von Wärmeübertragern müssen also die drei Fachgebiete - Wärmeübertragung, Thermodynamik und numerische Strömungsmechanik - vereinigt werden. Ein kurzer Überblick über die zum Verständnis notwendigen theoretischen Grundlagen aus den drei Fachgebieten wird auf den kommenden Seiten gegeben.

In dieser Arbeit werden ausschließlich stationäre einphasige Fließprozesse betrachtet. Dabei wird nicht auf Effekte der Wärmestrahlung eingegangen und es finden keine chemischen Reaktionen statt. Somit tritt Entropieproduktion ausschließlich aufgrund von Wärmeleitung und Dissipation auf. Die vorgestellten Gleichungen gelten nur für einphasige Fluide mit konstanten Fluideigenschaften. Zur weiteren Erläuterung der Grundlagen werden die Nachschlagewerke Herwig (2000, 2004, 2008) empfohlen.

### 2.1 Thermodynamische Systeme

Ein thermodynamisches System ist der Inhalt einer in sich geschlossenen Fläche im Raum. Die Fläche selbst stellt die Grenze des Systems dar. Ein System kann in Teilsysteme aufgeteilt werden, wobei dann jedes Teilsystem wieder als eigenes System betrachtet werden kann. Ebenso können Systeme zusammengefasst werden. Ein Transport von Energie und Stoffen über Systemgrenzen ist zunächst grundsätzlich

möglich. Für die Bilanzierung dieser Transporte gelten der 1. und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik, s. Gl. (2.1) u. (2.3). Häufig ist der Transport jedoch auf unterschiedliche Weise eingeschränkt:

- adiabat: kein Transport von Energie in Form von Wärme
- diatherm: ausschließlich Transport von Energie in Form von Wärme
- geschlossen: kein Stofftransport
- arbeitsdicht: keine Übertragung von Leistung

Wände werden dabei oft implizit als arbeitsdicht und geschlossen betrachtet, so dass eine adiabate Wand ein System vollständig abschließt. Dem System zugeführte Ströme haben ein positives Vorzeichen, abgeführte ein negatives.

## 2.2 Energie

Energie ist eine Erhaltungsgröße, d.h. sie kann im Rahmen der Newtonschen Mechanik weder erzeugt noch vernichtet werden. Sie kann jedoch in unterschiedlichen Formen vorliegen, z.B. als kinetische, chemische oder innere Energie. Auch kann Sie auf unterschiedliche Arten übertragen werden, z.B. konvektiv, d.h. gemeinsam mit Materie, oder konduktiv, d.h. durch die Ausbreitung innerer Energie in Materie (Wärmeleitung). Dies wird zusammengefasst im ersten Hauptsatz der Thermodynamik. Als Bilanz zwischen Einstrom (Index 1) und Ausstrom (Index 2) für einen stationären Fließprozess eines inkompressiblen Fluids mit dem Massenstrom  $\dot{m}$  lautet er

$$P_t + \dot{Q} = \dot{m} \left[ c(T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] \quad (2.1)$$

Er besagt, dass die Summe der dem System zugeführten Energieströme in Form von technischer Leistung ( $P_t$ ) und Wärme ( $\dot{Q}$ ) gleich den Änderungen der konvektiv übertragenen Energie sind. Diese ergeben sich aus der Änderung

- der Enthalpie, welche im inkompressiblen Fall gleich der Änderung der inneren Energie ist und so mit der spezifischen Wärmekapazität  $c$  und der Temperatur  $T$  berechnet werden kann,
- der kinetischen Energie (über die Geschwindigkeit  $u$ ),
- der potenziellen Energie im Schwerfeld  $g$  der Erde (über die Höhenkoordinate  $z$ ).

Grundsätzlich können also die unterschiedlichen Energieformen ineinander umgewandelt werden. Es sind jedoch nicht alle Umwandlungen möglich, da sie auch den Grenzen unterworfen sind, die aus dem 2. Hauptsatz, Gl. (2.3), resultieren.

## 2.3 Entropie

Entropie ist eine extensive Zustandsgröße thermodynamischer Systeme. Sie kann als Quantifizierung der Wahrscheinlichkeit  $W$  von Zuständen eines Systems aufgefasst werden. Ein Makrozustand eines Systems kann durch verschiedene Mikrozustände erreicht werden, d.h. Verteilungen von Energie und Materie. Die Wahrscheinlichkeit eines Makrozustandes hängt von der Anzahl der möglichen Realisierungen ab. Die Entropie kann dann über den Zusammenhang

$$S = k \ln W \quad (2.2)$$

mit  $k$  als der sog. *Boltzmann-Konstanten*  $k = 1,381 \cdot 10^{-23}$  J/K bestimmt werden. Da im Mittel von einem beliebigen Zustand stets nur wahrscheinlichere Zustände erreicht werden können, kann die Entropie in technischen Systemen nicht abnehmen. Werden also z.B. zwei Systeme in Kontakt gebracht und so zu einem System vereinigt, dann ist die Anzahl der möglichen Realisierungen des neuen Systems mindestens gleich der Summe der möglichen Realisierungen der beiden Systeme für sich genommen. Das neu gebildete System kann also nur einen Zustand einnehmen, der die gleiche Wahrscheinlichkeit aufweist wie die Teilsysteme zusammen oder eine höhere. D.h. die Entropie des neuen Systems ist mindestens die Summe der Entropie beider Teilsysteme. Wenn die Wahrscheinlichkeit zunimmt, so steigt auch die Entropie, sie wird quasi produziert. Da die Wahrscheinlichkeit nicht abnehmen kann, ist die Entropieproduktion irreversibel.

Im Gegensatz zur Energie ist Entropie also keine Größe, die der Materie innewohnt und auch übertragen werden kann. Jedoch kann dies im Rahmen einer Modellvorstellung angenommen werden, die der Anschaulichkeit dient und daher auch hier verwendet werden soll. Beim konvektiven Transport (also stoffgebunden) von Entropie zwischen zwei Systemen wird zunächst nur die Materie bewegt. Dies entspricht einer Teilung des abgebenden Systems, der Verschiebung des abgespaltenen Teilsystems und der anschließenden Vereinigung mit dem anderen System. Folglich gilt die Wahrscheinlichkeit nach dem Transport für das zweite System. Beim konvektiven Transport wird daher zunächst auch keine Entropie produziert.

Beim konduktiven Transport von Energie (also durch Wärmeleitung) wird die Wahrscheinlichkeit des Ziel-Systems erhöht, und die des Ausgangs-Systems herabgesetzt. Auch hier scheint es daher als würde Entropie gemeinsam mit der Energie transportiert werden. Weil ein thermisches Gleichgewicht jedoch wahrscheinlicher ist als ein Ungleichgewicht, nimmt die Entropie zu, sie wird produziert. Unabhängig davon auf welche Weise ein Transport von Entropie stattfindet, bzw. welche Modellvorstellung benutzt wird, setzt eine Übertragung von Entropie immer die Übertragung von Energie voraus. Umgekehrt gilt dies nicht. So kann eine Energieübertragung völlig entropielos erfolgen, z.B. in Form von kinetischer Energie.

Für Kreisprozesse gilt, dass die Entropie im System nicht zunehmen darf, d.h. für die Ableitung nach der Zeit  $t$  gilt  $dS/dt = 0$ . Wird Entropie in ein solches System eingebracht, ungeachtet dessen, ob diese Entropie das System gemeinsam mit einem Energiestrom betritt, oder ob sie im System produziert wird, so muss diese

Entropie wieder (an die Umgebung) abgeführt werden. Dies kann nur durch Abgabe eines Energiestroms geschehen. Somit muss z.B. auch jede Wärmekraftmaschine kontinuierlich Energie an die Umgebung abgeben, wobei dieser Anteil des gesamten Energiestroms nicht anderweitig genutzt werden kann. Wird im System Entropie produziert, so erhöht sich der aufzuwendende Anteil bezogen auf die zugeführte Energie noch einmal.

Mathematisch ausgedrückt werden diese Zusammenhänge z.B. im zweiten Hauptsatz der Thermodynamik für stationäre Fließprozesse mit einem Massenstrom  $\dot{m}$  zwischen zwei Querschnitten (Index 1 und 2)

$$\dot{S}_Q + \dot{S}_{\text{irr}} = \dot{m}(s_2 - s_1) \quad (2.3)$$

Darin ist  $\dot{S}_Q$  die Entropieänderung aufgrund von Energieströmen in Form von Wärme,  $\dot{S}_{\text{irr}}$  die irreversible Entropieproduktion und  $s$  die auf die Masse bezogene spezifische Entropie. Bei Strömungen inkompressibler Medien mit konstanter spezifischer Wärmekapazität  $c$  kann die Änderung der spezifischen Entropie mittels der Temperaturen bestimmt werden.

$$s_2 - s_1 = c \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2.4)$$

Eine mathematisch korrekte und vollständige Einführung der Entropie ist in Lieb u. Yngvason (1999) zu finden. Diese wird in Thess (2007) aufgegriffen und anschaulich erläutert. Eine praktische Einführung findet sich in Herwig u. Wenterodt (2012).

### 2.3.1 Temperatur

Die Temperatur ist seit ihrer „Geburtsstunde“ die zentrale Größe im Fachgebiet der Thermodynamik. Dies war jedoch nur möglich, da die Thermodynamik zunächst eines mathematischen Fundaments entbehrte. Dieses wurde erst viel später von Lieb u. Yngvason (1999) gefunden und im selben Zuge gezeigt, dass die Temperatur aus der Entropie folgt und nicht umgekehrt:

„Temperature, then, is a corollary of entropy; it is epilogue rather than prologue.“

In der Tat ist die Temperatur lediglich eine skalare Größe, anhand welcher festgestellt werden kann, ob zwei Systeme im thermischen Gleichgewicht sind. Sie ist definiert durch den Kehrwert der Änderung der Entropie  $S$  im Verhältnis zur Änderung der inneren Energie  $U$  bei konstantem Volumen  $V$ .

$$T = \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_V^{-1} \quad (2.5)$$

Obwohl die Thermodynamik im Prinzip völlig auf die Temperatur verzichten könnte, ist sie Stand der Technik und erfreut sich außerdem aus Gründen der Anschaulichkeit und Anwendungsfreundlichkeit ungleich größerer Popularität als die Entropie.

Weiterhin bietet ihre Verwendung einige Vereinfachungen bei der Berechnung thermodynamischer Systeme. In dieser Arbeit wird in Berechnungen stets die thermodynamische Temperatur (bezogen auf den absoluten Nullpunkt) mit der Einheit Kelvin verwendet.

### 2.3.2 Konduktive Übertragung von Entropie

Bei der Übertragung von Energie durch Wärmeleitung wird dem einen System innere Energie entnommen, so dass die Anzahl der möglichen Mikrozustände sinkt, während die innere Energie des anderen Systems steigt und damit auch die Anzahl der möglichen Mikrozustände steigt. Somit wird auch die Entropie beider Seiten verändert, gerade so als ob die Entropie zusammen mit der Energie übertragen würde. Tatsächlich führt die Betrachtung dieser Entropieänderungen als ein von Entropie begleiteter Energiestrom  $\dot{E}$  mathematisch auf das gleiche Ergebnis. Da die Betrachtungsweise sehr anschaulich ist, soll sie hier angewendet werden. Die Größe des Entropiestroms  $\dot{S}_Q$  durch die Grenzfläche zwischen den Systemen steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der Temperatur  $T$  an diesem Punkt, die auch als die Temperatur der Wärmeübertragung aufgefasst wird.

$$\dot{S}_Q = \frac{\dot{E}}{T} \quad (2.6)$$

### 2.3.3 Produktion von Entropie

In einem Strömungsfeld kann die Entropieproduktion  $\dot{S}_{\text{irr}}$  direkt durch Integration der lokalen volumenspezifischen Entropieproduktionsrate  $\dot{S}_{\text{irr}}'''$  bestimmt werden.

$$\dot{S}_{\text{irr}} = \sum \dot{S}_{\text{ab}} - \sum \dot{S}_{\text{zu}} = \int_V \dot{S}_{\text{irr}}''' dV \quad (2.7)$$

Hier sollen ausschließlich die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung (Index WL)  $\dot{S}_{\text{WL}}'''$  und Dissipation (Index D)  $\dot{S}_{\text{D}}'''$  untersucht werden, so dass  $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{WL}}''' + \dot{S}_{\text{D}}'''$  gilt. Die Produktion der Entropie liegt hier im Abbau der vorhandenen Gradienten begründet, d.h. den Temperaturgradienten bei der Wärmeleitung und den Druckgradienten in Strömungen. Sind die Felder der Temperatur und Geschwindigkeit bekannt, so können die zugehörigen Felder der Gradienten und dann die volumenspezifische Entropieproduktion für jeden Ort explizit berechnet werden. Für die lokale Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung gilt

$$\dot{S}_{\text{WL}}''' = \frac{\lambda}{T^2} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (2.8)$$

mit der molekularen Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ . Für die lokale Entropieproduktion aufgrund von Dissipation in einer Strömung mit dem Geschwindigkeitsfeld  $(u, v, w)$  gilt

$$\dot{S}_D''' = \frac{\eta}{T} \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (2.9)$$

mit der molekularen (dynamischen) Viskosität  $\eta$ .

Bei der indirekten Berechnung wird die Entropieproduktion durch eine Bilanz über die Systemgrenzen gemäß Gl. (2.3) bestimmt. Wichtig ist dabei, dass die Vereinfachung Gl. (2.4) nur dann die Summe der Entropieproduktionsraten aufgrund von Wärmeleitung und Dissipation liefert, wenn die Aufheizung des Fluides aufgrund der Dissipation berücksichtigt wird. Bei der direkten Methode gemäß Gl. (2.7) hingegen kann die Temperaturänderung aufgrund der Dissipation vernachlässigt werden, solange die Dissipation im Verhältnis zum Wärmestrom klein ist. Dann wird die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung auf Basis des Temperaturfeldes berechnet und die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation auf Basis des Geschwindigkeitsfeldes.

### 2.3.4 Umkehrbarkeit von Prozessen

Da Entropie nur erzeugt, nicht jedoch vernichtet werden kann, ist ein Prozess nur dann reversibel (umkehrbar), wenn in ihm keine Entropie produziert wird.

**Definition: Reversibilität**

Ein Prozess ist *reversibel* wenn während seiner Dauer keine Entropie produziert wird. Ansonsten ist er *irreversibel*.

Prozesse die von Gradienten getrieben werden, wie die Energieübertragung in Form von Wärme, sind somit stets irreversibel, da eben diese Gradienten die irreversible Produktion von Entropie verursachen. D.h. auch, dass alle realen Prozesse irreversibel sind.

## 2.4 Wärmeübertragung

Der Ursprung des Begriffs *Wärmeübertragung* liegt in der häufig zu findenden synonymen Benutzung der Begriffe *Wärme* und *innere Energie* in der Literatur. In dieser Arbeit soll *Wärme* jedoch ausschließlich als Prozessgröße auftreten, d.h. dass nicht Wärme übertragen wird, sondern dass Wärmeübertragung der Transport von Energie *in Form von Wärme* von einem System zu einem andern ist. Dieser Transport kann Wärmeübergänge zwischen unterschiedlichen Medien einschließen. Z.B.

wird Energie durch Wärmeleitung in einer Wand transportiert, geht dann auf ein Fluid über und wird in Form von innerer Energie mit der Strömung abtransportiert. Bei einer Energieübertragung in Form von Wärme ändert sich die innere Energie der beteiligten Teilsysteme, so dass mit der Energie auch Entropie übertragen wird. Wärmeübertragung ist somit die Übertragung eines entropiebehalteten Energiestroms.

Um die Berechnung von Wärmeübertragungssituationen zu vereinfachen, werden gelegentlich Teile dieser Kette als reversibel angenommen. Eine häufig getroffene Vereinfachung bei der Wärmeübertragung aus einer Wand in ein Fluid ist die Annahme, dass das Fluid als Phase vorliegt, d.h. dass darin keine Gradienten auftreten. Damit ist die Wärmeübertragung innerhalb des Fluids reversibel. Verluste treten bei dieser Modellvorstellung ausschließlich in der Wand auf.

### 2.4.1 Konduktive Wärmeübertragung

Bei der konduktiven Wärmeübertragung wird Energie ausschließlich durch *Wärmeleitung* übertragen. Dies ist der Fall in Materie, wobei dies Feststoffe aber auch Fluide sein können, in der sich innere Energie auf atomarer Ebene verteilt. In den allermeisten Fällen kann das Modell der Fourierschen Wärmeleitung verwendet werden. Darin wird davon ausgegangen, dass die Wärmestromdichte  $\vec{q}$  proportional zum Temperaturgradienten ist mit der molekularen Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  als Materialkonstante.

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad}T \quad (2.10)$$

Ungeachtet theoretischer Betrachtungen und Grenzfälle findet in der Realität Wärmeleitung zwischen zwei (Teil-) Systemen nur statt, wenn die Systeme zueinander nicht im thermischen Gleichgewicht stehen. Dies bedingt, dass es einen treibenden Temperaturgradienten gibt. Da der Transport von Energie von einem Bereich hoher Temperatur zu einem Bereich niedrigerer Temperatur Entropieproduktion verursacht, sind reale Wärmeleitungsprozesse immer irreversibel.

### 2.4.2 Konvektive Wärmeübertragung

Wird bei einer Wärmeübertragungssituation Energie in Form von innerer Energie gemeinsam mit einem Fluid transportiert, so wird dies als strömungsbasierte bzw. konvektive Wärmeübertragung bezeichnet. Da in diesem Fall keine Temperaturgradienten notwendig sind, kann die Übertragung ohne Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung erfolgen. Bei reibungsbehafteten (realen) Strömungen kann jedoch Entropieproduktion aufgrund von Dissipation auftreten.

### 2.4.3 Strahlungsbasierte Wärmeübertragung

Effekte die auf dem Transport von Energie durch Strahlung beruhen werden in der vorliegenden Arbeit nicht explizit berücksichtigt, da sie nur bei sehr kleinen Strömungskanälen einen signifikanten Einfluss haben (vgl. Mahulikar u. a., 2011). Tatsächlich würde z.B. beim Übergang von Energie von einer Wand in ein Fluid

ein Teil der übertragenen Energie zwischenzeitlich als Wärmestrahlung vorliegen, bevor diese dann auch in innere Energie umgewandelt würde. Dieser Effekt wird implizit berücksichtigt bei der Berechnung einer Wärmeübertragungssituation mittels empirischer Korrelationen, jedoch sind die Anteile der Energie die strahlungsbasiert und leitungsbasiert übertragen werden hier nicht zu trennen. Somit ist die Entropieproduktion aufgrund von Strahlung bei der Berechnung implizit in der Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung enthalten. Anders ist die Situation bei der Berechnung einer Wärmeübertragungssituation auf Basis der Fourierschen Wärmeleitung (unabhängig davon ob eine analytische Lösung verwendet wird, oder die Finite-Volumen-Methode). Im Vergleich zu einer solchen Rechnung würde in der Realität mehr Energie übertragen werden, bzw. die Entropieproduktion geringer ausfallen.

#### 2.4.4 Kalorische Mitteltemperatur

Für die Strömung eines realen Fluids, das in einem Strömungsquerschnitt mit der Fläche  $A$  eine inhomogene Temperaturverteilung aufweist, wird eine kalorische (d.h. auf der Enthalpie des Fluids basierende) Mitteltemperatur  $T_m$  definiert. Diese ist diejenige Temperatur, die eine Strömung mit über dem Querschnitt konstanter Geschwindigkeit  $u_m$  und Temperatur  $T_m$  bei gleicher Enthalpie aufweisen würde. Bei konstanten Fluideigenschaften gilt dann

$$T_m = \frac{1}{u_m A} \int u T dA \quad (2.11)$$

Analog zur Mittelgeschwindigkeit  $u_m$  (s. Abschn. 2.5.2) welche nur einen Rückschluss auf den Massenstrom zulässt, nicht aber auf die mit diesem Massenstrom übertragene kinetische Energie, ist die kalorische Mitteltemperatur  $T_m$  lediglich ein Maß für die Energie, nicht aber für die mit einem Massenstrom transportierte Entropie. Vielmehr entspricht die kalorische Mitteltemperatur der -nach Verschwinden aller Gradienten- maximal mit dem Massenstrom zu transportierenden Entropie. Während der Unterschied bei turbulenten Strömungen aufgrund der annähernd homogenen Temperaturverteilung klein ist, muss er bei laminaren Strömungen je nach Fragestellung u.U. berücksichtigt werden. Dies gilt insbesondere bei großen Strömungsquerschnitten und großen Wandwärmestromdichten.

#### 2.4.5 Die Nußelt-Zahl

Die Nußelt-Zahl  $Nu$  ist eine Kennzahl zur quantitativen Beschreibung eines Wärmeübergangs im Sinne der Dimensionsanalyse. Sie setzt die Wandwärmestromdichte  $\dot{q}_W$  und eine charakteristische Abmessung der Geometrie  $l$  ins Verhältnis zur charakteristischen Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_W - T_m$  zwischen Wandtemperatur  $T_W$  und kalorischer Mitteltemperatur  $T_m$  sowie der molekularen Wärmeleitfähigkeit des Fluids  $\lambda$ .

$$Nu \equiv \frac{\dot{q}_W l}{\Delta T \lambda} \quad (2.12)$$

Bei Durchströmungen wird als charakteristische Länge i.d.R. der hydraulische Durchmesser  $d_h$  (s. Abschn. 2.5.3) verwendet. Nußelt-Zahlen für unterschiedlichste Wärmeübertragungssituationen sind z.B. in GVC (2006) vertafelt, bzw. in Form empirischer Korrelationen angegeben. Während in turbulenten Strömungen die Nußelt-Zahl für unterschiedliche Geometrien jeweils eine Funktion von der Reynolds-Zahl und (mindestens) einer Abmessung ist, ist in ausgebildeten laminaren Strömungen die Nußelt-Zahl für jede Geometrie lediglich eine Konstante.

Da die Nußelt-Zahl mit der kalorischen Mitteltemperatur definiert ist, sind bei einer Berechnung der Verluste auf ihrer Basis stets nicht nur die unmittelbaren Verluste bei der Übertragung enthalten, sondern auch die Verluste durch einen anschließenden Temperaturlausgleich im Fluid. Es kann somit z.B. nicht die tatsächliche Entropieproduktion in einem Strömungsquerschnitt bestimmt werden. Die Berechnung der Entropieproduktion mit der kalorischen Mitteltemperatur ist jedoch aus dem Grund sinnvoll, dass die im Fluid vorliegenden Temperaturdifferenzen i.d.R. nicht genutzt werden können. Es findet also ohnehin ein Ausgleichsprozess statt, so dass die Entropieproduktion lediglich verzögert auftritt.

## 2.4.6 Die Prandtl-Zahl

Die Prandtl-Zahl  $Pr$  ist der dimensionslose Quotient mehrerer Stoffgrößen und somit eine Stoffkennzahl. Sie ist definiert als das Produkt der molekularen Viskosität  $\eta$  und der spezifischen Wärmekapazität  $c$  geteilt durch die molekulare Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ .

$$Pr = \frac{\eta c}{\lambda} \quad (2.13)$$

In turbulenten Strömungen kann die Dissipation aufgrund der turbulenten Schwankungsbewegung durch eine zusätzliche Wirbelviskosität  $\eta_t$  berücksichtigt werden. Analog wird die Durchmischung und der damit einhergehende konvektive Energietransport in einer turbulenten Strömung durch eine zusätzliche scheinbare Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_t$  quantifiziert. Mit diesen Größen kann eine turbulente Prandtl-Zahl definiert werden.

$$Pr_t = \frac{\eta_t c}{\lambda_t} \quad (2.14)$$

Diese ist nun jedoch eine Strömungsgröße. Der Wert für die turbulente Prandtl-Zahl  $Pr_t$  schwankt je nach Experiment im Bereich  $0,7 \dots 0,9$ . Im  $k$ - $\omega$ -SST-Turbulenzmodell gilt gemäß Kays (1994)  $Pr_t = 0,85$ .

## 2.4.7 Temperaturleitfähigkeit

Die Temperaturleitfähigkeit  $a$  ist eine Stoffgröße. Sie kann auf unterschiedliche Weisen ausgedrückt werden, auch z.B. mit Hilfe der kinematischen Viskosität  $\nu$  welche durch Division mit der Dichte  $\rho$  aus der molaren Viskosität hervorgeht ( $\nu = \eta/\rho$ ).

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{\nu}{Pr} \quad (2.15)$$

Analog zur scheinbaren Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_t$  kann auch eine zusätzliche scheinbare Temperaturleitfähigkeit aufgrund der turbulenten Schwankungsbewegung definiert werden, in der dann auch die kinematische Wirbelviskosität  $\nu_t$  vorkommt.

$$a_t = \frac{\lambda_t}{\rho c} = \frac{\eta_t c}{\text{Pr}_t \rho c} = \frac{\nu_t}{\text{Pr}_t} \quad (2.16)$$

## 2.5 Strömung

In den meisten technisch realisierten Wärmeübertragungssituationen wird die übertragene Energie nicht ausschließlich durch Wärmeleitung (Konduktion) transportiert, sondern auch einem strömenden Fluid zugeführt und dann mit diesem als innere Energie transportiert (Konvektion). Das Strömungsfeld des Fluides, d.h. die Strömungsgeschwindigkeit in Wandnähe sowie die Durchmischung zwischen Hauptströmung und wandnahen Gebieten bestimmen maßgeblich die Energieübertragung in das Fluid und damit die Temperaturverteilung. Die genaue Kenntnis der Strömung in einem Wärmeübertrager ist die Basis für die Berechnung der Entropieproduktion, da letztere aus den Gradienten der Felder der Temperatur und der Geschwindigkeit hervorgeht. Weiterhin kann eine Verbesserung der Wärmeübertragung nur durch gezielte Beeinflussung der Strömung erfolgen. Die Berechnungen in dieser Arbeit sind auf einphasige Strömungen inkompressibler Newtonscher Fluide mit konstanten Fluidaten beschränkt.

### 2.5.1 Navier–Stokes-Gleichungen

Strömungen inkompressibler Newtonscher Fluide, die keine anderen Volumenkräfte als die Gravitation erfahren, können durch die Navier–Stokes-Gleichungen beschrieben werden. Für konstante Stoffwerte lauten sie:

- Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.17)$$

- $x$ -Impulsgleichung

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.18)$$

- $y$ -Impulsgleichung

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.19)$$

- $z$ -Impulsgleichung

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2.20)$$

mit

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.21)$$

Da in dieser Arbeit ausschließlich stationäre Prozesse untersucht werden, sind die Geschwindigkeiten  $u, v, w$  sowie der Druck  $p$  zeitlich konstant. Weiterhin wird der Einfluss der Schwerkraft nicht berücksichtigt, da dieser keinen unmittelbaren Einfluss auf die Verluste hat. Damit vereinfachen sich die Navier–Stokes-Gleichungen. Aufgrund der Nichtlinearität und der Kopplung dieser Gleichungen ist es jedoch trotzdem i.d.R. nicht möglich, sie geschlossen zu lösen. Eine Ausnahme stellt z.B. die laminare Kreisrohrströmung dar (s. Abschn.3.3.2). Lösungen für komplizierte Geometrien müssen hingegen immer numerisch approximiert werden.

## 2.5.2 Mittelgeschwindigkeit

Für viele energietechnische Berechnungen ist die Kenntnis der Geschwindigkeit in jedem Punkt eines Strömungsgebiets nicht erforderlich, sondern die Berücksichtigung einer über den Querschnitt gemittelten Geschwindigkeit reicht aus. Für Strömungen inkompressibler Fluide in einem Querschnitt mit der Fläche  $A$  lautet die Mittelgeschwindigkeit

$$u_m = \frac{1}{A} \int u \, dA \quad (2.22)$$

Damit ist der Massenstrom bei einer fiktiven Strömung mit der homogenen Geschwindigkeit  $u_m$  gleich dem der realen Geschwindigkeitsverteilung. Die kinetische Energie der realen Strömung ist jedoch stets höher als die der fiktiven, da die Energie quadratisch von der Geschwindigkeit abhängt. Diese Abweichung ist bei turbulenten Strömungen klein, bei laminaren Strömungen kann der Fehler jedoch sehr groß werden.

## 2.5.3 Der hydraulische Durchmesser

Über den hydraulischen Durchmesser  $d_h$  ist der Druckgradient in einer Durchströmung mit der Wandschubspannung verbunden. Für einen Abschnitt der Strömung mit dem Volumen  $V$  und der Wandfläche  $A_W$  (bzw. dem Strömungsquerschnitt  $A$  und dem Umfang  $C$ ) gilt

$$d_h = \frac{4V}{A_W} = \frac{4A}{C} \quad (2.23)$$

Der hydraulische Durchmesser ist die charakteristische Länge in ausgebildeten Durchströmungen, und ist damit die Bezugsgröße bei der Bildung dimensionsloser Kennzahlen der Strömung und Wärmeübertragung wie z.B. der Reynolds-Zahl (s. Abschn. 2.5.4) und der Nußelt-Zahl (s. Abschn. 2.4.5). Durch den Faktor 4 im Zähler

ist im Kreisrohr der Durchmesser  $d = d_h$  und bei einem quadratischen Strömungsquerschnitt ist die Kantenlänge  $l = d_h$ .

Während die Bestimmung des Volumens für jede Geometrie eindeutig möglich ist, muss zur Bestimmung der Oberfläche bzw. des Umfangs bei rauen oder stark deformierten Wänden eine Bezugsfläche definiert werden, da die tatsächliche Oberfläche aufgrund der Rauheitselemente erhöht ist. Dies kann entweder durch eine (wie auch immer geartete) Mittelwertbildung geschehen oder durch Festsetzen einer Soll-Form, welche die Bestimmung der projizierten Wandfläche über das Volumen zulässt.

### 2.5.4 Die Reynolds-Zahl in Durchströmungen

Die Reynolds-Zahl  $Re$  ist die zentrale Kennzahl für Strömungen. Sie ergibt sich aus der Entdimensionierung der Navier–Stokes-Gleichungen (vgl. Herwig, 2006). Anhand ihrer Größe kann z.B. abgeschätzt werden, ob Trägheitskräfte in einer Strömung vernachlässigt werden können. Dies ist der Fall für  $Re \rightarrow 0$ . Neben der Mittelgeschwindigkeit  $u_m$  und der kinematischen Viskosität  $\nu$  geht eine charakteristische Länge  $l$  in sie ein.

$$Re = \frac{u_m l}{\nu} \quad (2.24)$$

### 2.5.5 Laminare und turbulente Strömungen

Laminare Strömungen sind geordnete Schichtenströmungen. Es können trotzdem Wirbel und Instationaritäten auftreten (z.B. in Form einer Wirbelstraße hinter einem Zylinder), jedoch keine scheinbar zufälligen Fluidbewegungen senkrecht zu den Schichten. Diese Bewegungen wiederum sind ein Charakteristikum der turbulenten Strömung, in der lokal und unregelmäßig große Geschwindigkeiten und damit Massentransport senkrecht zur Hauptströmungsrichtung auftreten können.

Anhand der Reynolds-Zahl kann bestimmt werden, welche Strömungsart vorliegt. In Durchströmungen wird ein Umschlagspunkt zwischen laminarer und turbulenter Strömung je nach Geometrie und Literaturquelle bei  $Re_{krit} = 1000 \dots 2300$  angenommen. Bei kleineren Reynolds-Zahlen ist die Strömung laminar, bei größeren turbulent. Dies ist jedoch keine klare Grenze, sondern diese Reynolds-Zahl markiert vielmehr die ungefähre Mitte des Übergangsbereiches (engl. transition range)  $Re_{trans} = 100 \dots 10^4$ , in dem sowohl eine laminare als auch eine turbulente Strömung auftreten kann. Auch sind Mischformen möglich bei denen lokal jeweils die eine oder andere Strömungsform vorliegt.

### 2.5.6 Dissipation und Widerstandszahl

Durch innere Reibung eines strömenden Fluids wird kinetische Energie in innere Energie umgewandelt, d.h. die Energie dissipiert. Die spezifische Dissipation

$$\varphi = \frac{\dot{E}_{diss}}{\dot{m}} \quad (2.25)$$

ist die Rate der dissipierten Energie  $\dot{E}_{\text{diss}}$  bezogen auf den Massenstrom  $\dot{m}$ . Wenn diese mit dem Quadrat der Geschwindigkeit  $u_m^2$  entdimensioniert wird, ergibt sich im Falle einer turbulenten Strömung für viele strömungsmechanische Bauteile eine konstante Widerstandszahl

$$\zeta = \frac{\varphi}{u_m^2/2} \quad (2.26)$$

Diese wurde für viele Bauteile gemessen und vertafelt. Geometrisch ähnliche Bauteile (d.h. Bauteile die sich nur durch eine Skalierung oder Spiegelung unterscheiden) haben dieselbe Widerstandszahl. Bei komplizierteren Bauteilen wird die Widerstandszahl teilweise als Funktion von einer oder mehreren entdimensionierten Geometriegrößen angegeben. Die Angaben in der Literatur weisen jedoch teilweise große Unterschiede auf. Dies ist u.a. darauf zurückzuführen, dass die Reynolds-Zahl einen signifikanten Einfluss auf die Dissipation hat, welcher jedoch in Gl. (2.26) nicht berücksichtigt wird.

### 2.5.7 Rohrreibungszahl

Gleichung (2.26) gilt auch für Rohrleitungen als Bauteile in einem strömungsmechanischen System. Die Verluste in Rohren sind bedeutend kleiner als in Bauteilen in denen die Strömung umgelenkt wird, trotzdem ist ihr Anteil an den Gesamtverlusten eines Systems aufgrund der langen Strömungstrecken für gewöhnlich groß. Aus diesem Grund wird bei der Berechnung der Verluste in rauen Rohren auch der Einfluss der Reynolds-Zahl  $Re$  sowie der relativen Wandrauheit berücksichtigt. Dieser wird über die äquivalente Sandrauheit  $k_S$  von Nikuradse (1933) quantifiziert, welche der Durchmesser der Sandkörner ist, die in dichtester Packung auf dem Rand verteilt zum gleichen Widerstand führen würden wie die tatsächliche technische Rauheit (s. auch Herwig u. a., 2008). Mit der relativen Sandrauheit  $K_S = k_S/d_h$  lautet damit die Widerstandszahl für Durchströmungen

$$\zeta = \lambda \frac{l}{d_h} \quad (2.27)$$

Darin ist die Rohrreibungszahl  $\lambda(Re, K_S)$  eine Funktion von der Reynolds-Zahl, der relativen Rauheit sowie der Gestalt des Strömungsquerschnitts. Für horizontale ausgebildete Strömungen bei konstanter Querschnittsgeometrie folgt daraus der Druckgradient in Strömungsrichtung (der sog. Druckverlust)

$$\frac{dp}{dx} = \lambda \frac{\rho u_m^2}{2 d_h} \quad (2.28)$$

Aufgrund ihrer entscheidenden Rolle bei der Dimensionierung von Pumpen wurden die Rohrreibungszahlen für praktisch alle technisch relevanten Querschnitte empirisch bestimmt und vertafelt oder durch Interpolationsfunktionen für die Auslegung technischer Systeme zugänglich gemacht. Insbesondere muss das Moody-Diagramm

(Moody, 1944) genannt werden, welches die Anwendung der Colebrook-Formel (Colebrook, 1939) erleichtert. Durch dieses können bei turbulenter Strömung unterschiedliche Strömungsquerschnitte einheitlich berechnet werden.

In laminaren Strömungen gilt für die Rohrreibungszahl

$$\lambda = \frac{Po}{Re} \quad (2.29)$$

mit der Poiseuille-Zahl  $Po$ , die für kleine Reynolds-Zahlen als konstant angenommen werden kann (vgl. Herwig u. a., 2008; Gloss u. a., 2008).

In der Literatur sind zwei unterschiedliche Definitionen der Rohrreibungszahl zu finden. Die hier vorgestellte und auch in dieser Arbeit ausschließlich verwendete ist die nach Darcy und Weisbach (Weisbach, 1850). Eine andere ist die Definition nach Fanning (1887), für sie gilt  $\lambda_{\text{Fanning}} = 0,25\lambda$ .

## 2.6 Wärmeübertrager

Wärmeübertrager sind Apparate, die einen Energiestrom in Form von Wärme von einem auf ein anderes Fluid übertragen. Dieser Begriff wird in der aktuellen technischen Literatur immer häufiger verwendet, gerade in der älteren Literatur dominiert jedoch der Begriff *Wärmetauscher*, der aus den frühen Anfängen der technischen Disziplin der Wärmeübertragung stammt. Da jedoch die Energie in Form von Wärme *übertragen* und nicht *Wärme* (im Sinne von innerer Energie) *ausgetauscht* wird, soll hier ausschließlich die Bezeichnung *Wärmeübertrager* verwendet werden.

Wärmeübertrager können je nach Einsatzzweck sehr unterschiedlich ausgeführt sein, z.B. als Rohrbündelwärmeübertrager, Plattenwärmeübertrager, Kessel oder Kühlturm (s. z.B. GVC, 2006). Allen gemein ist die Übertragung von Energie gemeinsam mit Entropie. Diese soll unter Beachtung der Prozessbedingungen mit möglichst geringen Verlusten einhergehen.

### 2.6.1 Die Qualität eines Energiestroms: Exergie und Anergie

Die Umwandlung von einer Energieform in eine andere ist nicht immer vollständig möglich. So kann ein Energiestrom gedanklich in zwei Teile aufgeteilt werden.

**Definition: Exergiestrom und Anergiestrom**

„Der Exergiestrom ist derjenige Anteil eines Energiestroms, der unter Zuhilfenahme der Umgebung unbeschränkt in andere Energieformen umwandelbar ist. Der Anergiestrom ist der verbleibende Teil des Energiestroms.“ (Baehr u. Stephan, 2010)

Der Zusammenhang zwischen dieser Beschränkung und dem Entropiestrom wird in Abschn. 3.7 untersucht.

Wie wertvoll ein Energiestrom ist, hängt von der Größe der Anergie- und Exergieanteile ab. Während Leistung, elektrischer Strom und Arbeit reine Exergieströme sind und damit am wertvollsten, hat ein Energiestrom der in Form von Wärme übertragen wird immer auch einen Anergieanteil und ist damit weniger wertvoll. Der Carnot-Faktor

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{ab}}{T_{zu}} \quad (2.30)$$

gibt die maximale Leistung eines Prozesses mit der Temperatur der Energiezufuhr  $T_{zu}$  und der Temperatur der Energieabfuhr  $T_{ab}$  im Verhältnis zum zugeführten Energiestrom an. Wird er mit der Temperatur der Wärmeübertragung  $T$  und der Umgebungstemperatur  $T_\infty$  gebildet, folgt der Exergieanteil eines in Form von Wärme übertragenen Energiestroms

$$\dot{Q}^{Ex} = \dot{Q} \underbrace{\left(1 - \frac{T_\infty}{T}\right)}_{\eta_C} \quad (2.31)$$

Bei der Wärmeübertragung auf einem Temperaturniveau unterhalb der Umgebungstemperatur fließt der Exergiestrom entgegengesetzt zum Energiestrom und kann sogar (nämlich wenn  $T < \frac{1}{2} T_\infty$ ) betragsmäßig größer werden als der Energiestrom.

### 2.6.2 Bewertungskriterien für Wärmeübertragungssituationen

Seit dem Beginn der industriellen Fertigung von Wärmeübertragern beschäftigen sich Ingenieure mit deren Optimierung. Auch ohne das Wissen um die Entropieproduktion wurde dabei früh erkannt, dass in Wärmeübertragern zwei konkurrierende Arten von Verlusten auftreten, die sich zum einen in Temperaturdifferenzen zwischen den beteiligten Fluiden und zum anderen in Druckdifferenzen in der Strömung bemerkbar machen. Optimierungsversuche an Wärmeübertragern führen i.d.R. zu gegenläufigen Effekten bezüglich dieser Größen. So erhöhen Maßnahmen zur Intensivierung der Wärmeübertragung die Strömungsverluste und Maßnahmen zur Verringerung der Strömungsverluste wirken sich negativ auf die Wärmeübertragung aus. Ziel ist es deshalb seit jeher, diese beiden Effekte in einem einzigen Bewertungskriterium zusammenzufassen, um sie gegeneinander abwägen zu können. Nur so ist die Bewertung von Maßnahmen und der Vergleich unterschiedlicher Konzepte möglich.

Grundsätzlich wird dabei eigentlich nicht der Wärmeübertrager selbst, sondern nur die Wärmeübertragungssituation bewertet, die neben der Geometrie auch ganz entscheidend von den Prozessbedingungen abhängt. Es muss somit festgestellt werden, dass es keinen grundsätzlich guten oder schlechten Wärmeübertrager gibt. Bei der Optimierung von Wärmeübertragern, die bei unterschiedlichen Betriebszuständen gefahren werden sollen, muss daher auch stets das gesamte Lastprofil berücksichtigt werden.

Die bekannten Bewertungskriterien lassen sich in drei große Gruppen einteilen anhand der Größen die in die Bewertung eingehen (Energie, Exergie, Entropie). Die

weitaus meisten davon sind als Güte, Effizienz oder Effektivität formuliert, nur wenige als Verlustbeiwerte. Allen gemein ist, dass sie bottom-up und nicht top-down entwickelt wurden, nämlich lediglich zum Vergleich von zur Auswahl stehenden Alternativen in Form einer dimensionslosen Kennzahl jedoch nicht um Situationen grundsätzlich physikalisch zu bewerten. Somit wird aus Sicht der Thermodynamik auch keines der bekannten Bewertungskriterien dieser Aufgabe gerecht. Da es folglich auch nicht zielführend wäre, einzelne Kriterien bezüglich ihrer Aussagekraft oder Einschränkungen zu analysieren, sei an dieser Stelle auf die Übersichtsartikel Rosen (1999); Hesselgreaves (2000); Yilmaz u. a. (2001, 2005); Awad u. Muzychka (2012) verwiesen, die zusammen weit über hundert unterschiedliche bekannte Kriterien auflisten. In den folgenden Abschnitten wird exemplarisch jeweils ein Vertreter der drei Gruppen vorgestellt. Diese stellen zwar teilweise den Stand der Technik dar, sollten jedoch aus den genannten Gründen nicht bei der Auslegung eines Wärmeübertragers verwendet werden.

### Bewertung anhand energetischer Größen

Energie ist eine Erhaltungsgröße und somit ist streng genommen die energetische Güte eines jeden Bauteils bei korrekter Bilanzierung  $= 1$ . Die verschiedenen Energieströme innerhalb eines Systems stellen Prozessgrößen dar, und folglich auch alle aus ihnen gebildeten Quotienten. Wird der Versuch unternommen, diese zu maximieren oder minimieren, so ist dies keine Optimierung, sondern eine Variation der Prozessgrößen. Daher ist die Bewertung von Prozessen auf Basis energetischer Größen aus thermodynamischer Sicht grundsätzlich fragwürdig.

Ein Vertreter der Bewertungskriterien auf Basis der Energie ist die thermo-hydraulische Güte (thermo-hydraulic performance). Sie wurde von Gee u. Webb (1980) zur Beurteilung der Wirksamkeit von Optimierungsmaßnahmen eingeführt und stellt das populärste Bewertungskriterium für Wärmeübertrager dar. Daher erfährt sie auch in dieser Arbeit eine besondere Aufmerksamkeit und wird später noch ausführlich untersucht.

$$\eta \equiv \frac{\text{St}/\text{St}_0}{(\lambda/\lambda_0)^{1/3}} \quad (2.32)$$

Darin werden die Stanton-Zahl  $\text{St} = \text{Nu} \text{Re}^{-1} \text{Pr}^{-1}$  und die Rohrreibungszahl  $\lambda$  eines Bauteils auf die eines Referenz-Designs (Index 0) bezogen und ins Verhältnis gesetzt. Werte  $> 1$  werden als eine Verbesserung gegenüber der Referenz interpretiert, Werte  $< 1$  als Verschlechterung. Die Unzweckmäßigkeit der Nußelt-Zahl als Bewertungskriterium wird in Abschn. 3.6.1 dargelegt. Das gleiche gilt für die Widerstandszahl und damit auch für die Rohrreibungszahl (s. Abschn. 3.5.5). Da die thermo-hydraulische Effizienz auf der Nußelt-Zahl und der Rohrreibungszahl basiert, ist auch sie als Bewertungskriterium ungeeignet. Zusammenfassend wird dies in Abschn. 3.6.3 gezeigt, auch in Abschn. 6.2.2 wird diese Thematik noch einmal aufgegriffen.

### Bewertung basierend auf der Exergie

Die Kritik an der exergetischen Bewertung bezieht sich meistens auf die Notwendigkeit der Berücksichtigung des Umgebungszustandes, was als unbequem empfunden wird. Genau dies ist jedoch der entscheidende Vorteil gegenüber der energetischen Bewertung, da der Umgebungszustand die Grenze für die Nutzbarkeit der Energie darstellt (s. Gl. (3.6)). Problematisch stellt sich vielmehr die Betrachtung von Zuständen dar, deren Temperatur- oder Druckniveau unterhalb dem der Umgebung liegt. In diesem Fall können Energie und Exergie entgegengesetzt fließen, was sehr unanschaulich ist. Auch treten Probleme bei der Betrachtung geschlossener Kreisläufe auf, da nicht klar ist, welcher Teil der Exergie das System nie verlässt und somit zum Bestand des Systems gehört. Wenn z.B. ein Kondensator unterhalb des Umgebungsdrucks arbeitet, erhöht sich durch die Kondensation u.U. die Exergie im Fluid. Diese muss anschließend in der Pumpe unter Einsatz von Exergie zunächst scheinbar vernichtet werden (bis zum Umgebungsdruck), um dann wieder erhöht zu werden (oberhalb des Umgebungsdrucks). Dies führt u.U. zu negativen oder unendlichen Bauteilgüten. Wird der Kondensator als Ganzes betrachtet ist sein exergetischer Gütegrad in jedem Falle null, da die Energie durch Abgabe an die Umgebung jeder möglichen Nutzung entzogen wird.

Im Sinne eines Nutzen-zu-Aufwand-Verhältnisses wird der exergetische Gütegrad eines Wärmeübertragers über das Verhältnis der Zunahme der Exergie im kalten Fluid zur Abnahme der Exergie im heißen Fluid definiert (vgl. Bruges, 1959):

$$\zeta \equiv \frac{\Delta \dot{E}_k^{\text{Ex}}}{-\Delta \dot{E}_h^{\text{Ex}}} \quad (2.33)$$

Die Differenz zwischen den Exergieströmen ist der Exergieverluststrom  $\dot{E}_V^{\text{Ex}}$  aufgrund der Entropieproduktion (s. Gl. (3.6))

$$-\Delta \dot{E}_h^{\text{Ex}} - \Delta \dot{E}_k^{\text{Ex}} = \dot{E}_V^{\text{Ex}} = \dot{S}_{\text{irr}} T_\infty \quad (2.34)$$

so dass die Produktion von Entropie implizit in die Bewertung mit eingeht.

Während die meisten Bewertungskriterien in Form von Gütegraden formuliert sind, definiert Gregorig (1973) einen dimensionslosen Exergieverlust. Dabei wird der Exergieverluststrom mit der Umgebungstemperatur und dem wenig Informationsgehalt besitzenden "Wasserwert" ( $c\dot{m}$ ) entdimensioniert.

### Bewertung auf Basis der Entropieproduktion

Ein Gütegrad welcher die Entropieproduktion, den Umgebungszustand und den durch die Wand übertragenen Energiestrom  $\dot{Q}_W$  berücksichtigt, wurde von Witte u. Shamsundar (1983) eingeführt:

$$\zeta \equiv 1 - \frac{T_\infty (\dot{S}_{\text{irr,h}} + \dot{S}_{\text{irr,k}})}{\dot{Q}_W} \quad (2.35)$$

In dieser Form ist er jedoch ausschließlich auf Wärmeübertrager anzuwenden. Die Verluste in der Wand bleiben unberücksichtigt. Lediglich die Verluste auf der heißen und kalten Seite  $\dot{S}_{\text{irr,h}}$  bzw.  $\dot{S}_{\text{irr,k}}$  gehen in die Berechnung ein. Bei kryotechnischen Anwendungen kann der Gütegrad negativ sein, wie Yilmaz u. a. (2001) anmerken, was die Interpretation erschwert.

## 2.7 Kraftwerke

Ein großer Teil des Strombedarfs der Welt wird aus der in fossilen Brennstoffen gespeicherten Energie gedeckt. Meist werden diese verbrannt, um als notwendigen Zwischenschritt ihre Energie in Form von Wärme an einen Kreisprozess abzugeben, an dessen Ende Abwärme und der gewünschte elektrische Strom stehen. Der Energiestrom für den Kreisprozess kann jedoch auch z.B. aus atomarer Energie oder Thermalwasser gewonnen werden. Diese Energieströme unterscheiden sich nicht nur in Bezug auf die Auswirkungen ihrer Bereitstellung auf die Umwelt sondern auch in ihren Temperaturen signifikant.

### 2.7.1 Der rechtsläufige Clausius–Rankine-Prozess

Ein Kreisprozess ist ein Prozess bei dem ein Arbeitsmedium periodisch wiederkehrend eine Reihe von Zustandsänderungen durchläuft. Ein Arbeitsprozess ist ein Kreisprozess bei dem mechanische Leistung abgegeben wird. Der rechtsläufige Clausius–Rankine-Prozess ist ein Arbeitsprozess mit einem geschlossenen Kreislauf, in dem das Arbeitsmedium einen zweifachen Phasenwechsel vollführt (s. Abb. 2.1). Im Zustand 1 liegt das Arbeitsmedium bei geringem Druck und niedriger Temperatur flüssig vor. Von diesem Punkt aus erfolgen die Zustandsänderungen

1 → 2 (Pumpe): isentrope Druckerhöhung durch Zufuhr mechanischer Leistung

2 → 3 (Dampferzeuger): isobare reversible Energieübertragung in Form von Wärme  $\dot{Q}_{\text{zu}}$  in das Arbeitsmedium mit resultierender Verdampfung

3 → 4 (Turbine): isentrope Entspannung unter Abgabe der mechanischen Leistung  $P$

4 → 1 (Kondensator): isobare reversible Energieübertragung in Form von Wärme  $\dot{Q}_{\text{ab}}$  von dem Arbeitsmedium an die Umgebung mit resultierender Kondensation

Dieser Prozess ist ein idealer Vergleichsprozess, d.h. in ihm wird keine Entropie produziert. Ein realer Prozess in einer Dampfkraftanlage (s. Abb. 3.2) kann sich diesem Ideal stets nur annähern, da z.B. in der Pumpe Dissipation auftritt oder im Dampferzeuger Temperaturgradienten vorliegen. So wäre z.B. die Entspannung in der Turbine 3 → 4 nicht isentrop, sondern es würde Entropie produziert werden.

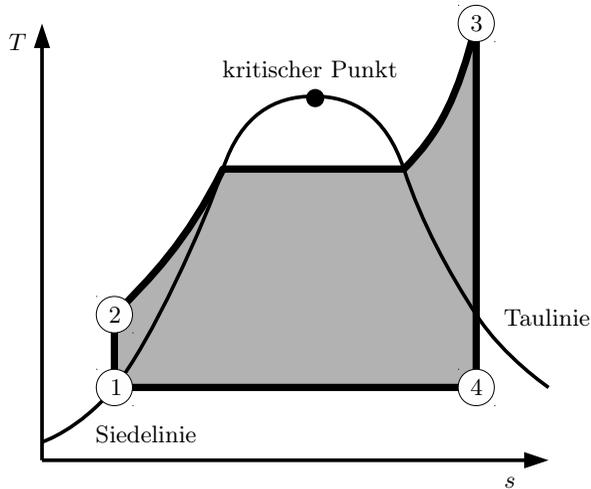


Abbildung 2.1: Rechtsläufiger Clausius–Rankine–Prozess im  $T,s$ -Diagramm.

Die Linie würde dann nicht gerade nach unten laufen, sondern weiter rechts enden. Der Clausius–Rankine–Prozess wird nur sehr selten technisch umgesetzt, sondern es werden Modifikationen vorgenommen, um die Verluste zu reduzieren. Dies ist z.B. beim Kalina-Prozess oder beim organischen Rankine Prozess (engl. Organic Rankine cycle - ORC) der Fall. An ihm können jedoch alle Arten von Verlusten untersucht werden, so dass er hier als Beispiel dienen soll.

Welches Arbeitsmedium verwendet wird, hängt vor allem von der Temperatur der Energiezufuhr ab. Während bei fossil beheizten Kraftwerken aus Gründen der Festigkeit des verwendeten Stahls bei aktuellen Dampfturbinen die Temperatur des Frischdampfs auf ca.  $585\text{ }^{\circ}\text{C}$  begrenzt ist (s. z.B. Siemens AG, 2009), erreicht ein Kernkraftwerk konstruktiv bedingt nur ca.  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ . In beiden kommt jedoch Wasser als Arbeitsmedium zum Einsatz. Bei Prozessen mit noch niedrigeren Temperaturen werden organische Fluide, Ammoniak oder synthetische Kältemittel eingesetzt (ORC). Da viele unterschiedliche organische Verbindungen mit Siedetemperaturen unterhalb der von Wasser existieren, ist es möglich einen Dampfkreislauf auf das niedrige Temperaturniveau der Wärmezufuhr abzustimmen, so dass auch niederwertige Energiequellen wie Prozessabwärme oder Geothermie zur Stromerzeugung genutzt werden können.

### 2.7.2 Geothermie

Der Kern der Erde besitzt eine hohe Energie und weist Temperaturen (je nach Schätzung) zwischen  $4800\text{ }^{\circ}\text{C}$  und  $7700\text{ }^{\circ}\text{C}$  auf (s. z.B. Stober u. Bucher, 2012). Aufgrund

der Dicke der Erdkruste ist die darin gespeicherte Energie auf diesem Temperaturniveau aber prinzipiell nicht nutzbar. Es existieren jedoch Gebiete mit geologischen Besonderheiten aufgrund derer die Erdkruste lokal eine erhöhte Temperatur aufweist. In diesen Gebieten kann ein Medium in einem Kreislauf in der Tiefe erhitzt werden und die dort aufgenommene Energie an der Oberfläche verwendet werden. Dabei können Temperaturen bis ca. 200 °C erreicht werden. Neben der Verwendung für Heizzwecke kommt somit auch die Verwendung in Arbeitsprozessen zur Stromerzeugung mittels eines ORC (Organic Rankine Cycle) oder Kalina-Prozesses in Frage. In beiden Fällen muss die Energie des Thermalwassers in einem Wärmeübertrager auf das Arbeitsmedium übertragen werden.

## 2.8 RANS-Simulation

Für die meisten Wärmeübertrager mit etablierten Standardgeometrien existieren empirische Korrelation für Nußelt-Zahlen und Druckverluste in Abhängigkeit von Prozessgrößen und Geometrieparametern. So können Entropieproduktionsraten bestimmt werden und auch Optimierungen der Parameter vorgenommen werden. Zur Analyse neuer Geometrien und zur Untersuchung der Physik der Wärmeübertragung muss jedoch das Strömungsfeld bekannt sein. Im Vergleich zu physikalischen Experimenten stellen numerische Methoden mittlerweile eine kostengünstige Alternative dar und liefern darüber hinaus Detailinformationen, die oft mit Messungen nicht zu erhalten sind. Das Lösungsgebiet kann dabei auf unterschiedliche Weise diskretisiert werden. Neben der hier verwendeten Finite-Volumen-Methode sind die Finite-Elemente-Methode und Spektralmethoden zu nennen. Auch existieren unterschiedliche Modellierungen der Turbulenz. In dieser Arbeit werden ausschließlich zeitgemittelte Navier–Stokes-Gleichungen (engl. Reynolds Averaged Navier-Stokes=RANS) verwendet. Eine wichtige Rolle spielen aber auch die Grobstruktursimulation (Large Eddy Simulation=LES) und direkte numerische Simulation (DNS).

### 2.8.1 Zeitgemittelte Navier–Stokes-Gleichungen

Die Strömungsgrößen in einer turbulenten Strömung können für jeden Zeitpunkt als Summe ihres zeitlichen Mittels ( $\overline{(\quad)}$ ) und der jeweiligen Abweichung davon ( $\square'$ ) ausgedrückt werden. So gilt z.B. für die Geschwindigkeit in  $x$ -Richtung

$$u = \overline{u} + u'. \quad (2.36)$$

Aus (2.17) bis (2.20) folgen so die RANS-Gleichungen:

- Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (2.37)$$

- $x$ -Impulsgleichung

$$\varrho \frac{D\bar{u}}{Dt} = \varrho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^{*2}} \right) - \varrho \left( \frac{\overline{\partial u'^2}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial u'v'}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial u'w'}}{\partial z} \right) \quad (2.38)$$

- $y$ -Impulsgleichung

$$\varrho \frac{D\bar{v}}{Dt} = \varrho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^{*2}} \right) - \varrho \left( \frac{\overline{\partial v'u'}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial v'^2}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial v'w'}}{\partial z} \right) \quad (2.39)$$

- $z$ -Impulsgleichung

$$\varrho \frac{D\bar{w}}{Dt} = \varrho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^{*2}} \right) - \varrho \left( \frac{\overline{\partial w'u'}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial w'v'}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial w'^2}}{\partial z} \right) \quad (2.40)$$

Dabei gilt

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.41)$$

Die Schwankungsterme bringen 6 neue Unbekannte mit sich, so dass das Gleichungssystem zunächst unterbestimmt ist. Um es dennoch schließen zu können, müssen Turbulenzmodellgleichungen hinzugezogen werden, welche die Komponenten des Reynoldsschen Spannungstensors mit Größen der mittleren Bewegung in Zusammenhang bringen.

## 2.8.2 Turbulenzmodellierung

Bei den isotropen Wirbelviskositätsmodellen wird zusätzlich zur molekularen Viskosität  $\eta$  des Fluides eine Wirbelviskosität  $\eta_t$  eingeführt, welche lokal einen Zusammenhang zwischen der mittleren Geschwindigkeit und der Schubspannung aufgrund der Turbulenz herstellt. Die effektive dynamische Viskosität ist die Summe beider

$$\eta_{\text{eff}} = \eta + \eta_t \quad (2.42)$$

Das  $k$ - $\omega$ -SST-Turbulenzmodell für kleine Reynolds-Zahlen (vgl. Wilcox, 2006) stellt eine Mischung des  $k$ - $\omega$ -Modells in Wandnähe und des  $k$ - $\varepsilon$ -Modells für den Rest der Strömung dar. Somit wird  $\eta_t$  in Wandnähe über den Quotienten der kinetischen Energie der turbulenten Schwankungsbewegung  $k$  und der spezifischen turbulenten Dissipation  $\omega$  berechnet:

$$\eta_t = \varrho \frac{k}{\omega} \quad (2.43)$$

Weiter entfernt vom Rand gilt

$$\eta_t = C_\mu \varrho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.44)$$

mit der Modellkonstanten  $C_\mu$ . Der Zusammenhang von  $\omega$  und der Dissipationsrate der kinetischen Energie der turbulenten Schwankungsbewegung  $\varepsilon$  ist über

$$\varepsilon = \beta^* \omega k \quad (2.45)$$

mit der Modellkonstanten  $\beta^*$  gegeben. Für  $k$  und  $\omega$  bzw.  $\varepsilon$  muss jeweils eine Transportgleichung gelöst werden (s. Wilcox, 2006). Einen guten Überblick über Turbulenzmodellierung bieten Ferziger u. Perić (2002).

### 2.8.3 Die Finite-Volumen-Methode

Für die Lösung der zeitgemittelten Navier–Stokes-Gleichungen wird das Lösungsgebiet in Kontrollvolumina (Zellen) eingeteilt, so dass sich ein Berechnungsgitter ergibt. Die Definition dieser Kontrollvolumina erfolgt schrittweise. Zunächst werden Punkte definiert, diese dann durch Kanten verbunden, die Kanten bilden den Rand von Flächen und diese wiederum die Grenzen der Kontrollvolumina. Diese Schritte können vollautomatisch durch Gittergeneratoren (z.B. blockMesh in OpenFOAM) durchgeführt werden, so dass der Anwender lediglich die Geometrie und einige Qualitätsparameter vorgeben muss.

Die Berechnung erfolgt auf Basis der Mittelwerte der Strömungsgrößen in jeder Zelle, aus denen durch Interpolation die Werte auf der Grenzfläche zwischen zwei Zellen bestimmt werden können. Mit diesen können die Navier–Stokes-Gleichungen in integraler Form für die Kontrollvolumina formuliert werden. Für jede Zelle resultiert so ein Satz Gleichungen über welche die Werte der betreffenden Zelle mit denen der Nachbarn gekoppelt sind, bzw. mit den Werten die am Rand des Gebiets vorgegeben werden. Alle Gleichungen zusammen bilden das Gleichungssystem, welches numerisch gelöst wird, so dass letztlich die Werte für jede Zelle vorliegen. Ausführlich wird die Methode z.B. von Ferziger u. Perić (2002) erklärt.

### 2.8.4 Der SIMPLE-Algorithmus

Da die Gleichungen (2.37)–(2.40) nichtlinear und gekoppelt sind, können sie nicht in einem Schritt gelöst werden. Statt dessen muss die Lösung ausgehend von einem Startwert sukzessive verbessert werden. Ein etabliertes Verfahren für stationäre Rechnungen ist der SIMPLE-Algorithmus (vgl. Caretto u. a. (1972) zit. n. Ferziger u. Perić (2002)). In diesem wird das Druckfeld zunächst geschätzt und damit ein Geschwindigkeitsfeld berechnet. Anschließend wird das Druckfeld auf Basis der Kontinuitätsgleichung korrigiert und ein neues Geschwindigkeitsfeld berechnet. Diese Schritte werden bis zur Konvergenz wiederholt.

## 3 Bewertung von Energieübertragungsprozessen

Die Prozesse *konvektiver Energietransport*, *konduktive Energieübertragung* und *Energieumwandlung* werden meist aufgrund ihrer Unterschiede und Besonderheiten in der Literatur klar voneinander abgegrenzt behandelt. Da die meisten technischen Prozesse jedoch alle drei beinhalten, ist es für die Bewertung sowohl des Gesamtprozesses als auch der genannten Teilprozesse notwendig, die Gemeinsamkeit im Auge zu behalten: Die Aufnahme von Energie an einer Systemgrenze und die Abgabe an einer anderen. Somit können auch die Transport- und Umwandlungsprozesse als Energieübertragungsprozesse aufgefasst werden.

Eine Analyse von Energieübertragern kann dabei von einer abstrakten Ebene, bei der z.B. ein ganzes Kraftwerk als ein System betrachtet wird, bis hin zu einem sehr feinen Detaillierungsgrad erfolgen, bei dem z.B. die Vorgänge in der Strömung in einem Bauteil mittels CFD untersucht werden. Bei diesen Prozessen kann gemäß dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik keine Energie verloren gehen. Wenn neben der Energie jedoch auch Entropie vorhanden ist, so vermindert dies den Wert der Energie, weil dann ein Teil der Energie für die Abgabe der Entropie an die Umgebung aufgewendet werden muss. Das heißt, die Produktion von Entropie entwertet die Energie. Die physikalisch begründete Bewertung von Prozessen kann daher nur auf Basis der Entropieproduktion erfolgen.

Zur Verdeutlichung dieser Aspekte werden zunächst Arbeitsprozesse im Allgemeinen und dann Dampfprozesse vorgestellt. Diese scheinbar bekannten Erläuterungen werden konsequent um die Entropie und ihre Auswirkung auf die Leistung von Systemen ergänzt. Dann werden an zwei Beispielen die Ursachen der Entropieproduktion erläutert. Im nächsten Abschnitt wird das neue Konzept des entropischen Potenzials eingeführt. In dessen Rahmen wird auch die Energieentwertungszahl für Energieübertragungsprozesse entwickelt.

### 3.1 Arbeitsprozesse

Stark vereinfacht können Wärmekraftmaschinen oder auch Kraftwerke als beliebiger Arbeitsprozess gemäß Abb. 3.1 dargestellt werden. Dem System wird der an der Oberseite eingezeichnete Energiestrom  $\dot{E}_{\text{zu}}$  zugeführt. Auf der rechten Seite wird die Leistung  $P$  abgeführt. Diese soll i.d.R. möglichst groß sein. Weiterhin wird an der Unterseite der Energiestrom  $\dot{E}_{\text{ab}}$  abgeführt, z.B. in einem Kühlturm.

Die zugehörige Energiebilanz

$$P = \dot{E}_{\text{zu}} - \dot{E}_{\text{ab}} \quad (3.1)$$

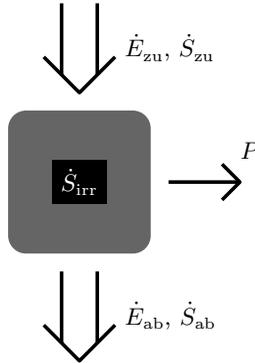


Abbildung 3.1: Beliebiger Arbeitsprozess (Energieumwandlungsprozess).

zeigt, dass die Leistung  $P$  der zugeführte Energiestrom abzüglich des abgeführten ist. Prinzipiell könnte der abgeführte Energiestrom  $\dot{E}_{ab} = 0$  sein. Wird der Energiestrom  $\dot{E}_{zu}$  jedoch in Form von Wärme zugeführt (z.B. durch eine Verbrennung), so kann nicht alle zugeführte Energie als *Leistung* das System verlassen. Denn in diesem Fall wird zusammen mit dem Energiestrom  $\dot{E}_{zu}$  auch der Entropiestrom  $\dot{S}_{zu}$  in das System übertragen. Alle Entropie kann den Prozess nur zusammen mit dem Energiestrom  $\dot{E}_{ab}$  verlassen, da dieser Energiestrom als einziger in Form von Wärme an die Umgebung abgegeben wird. Sein begleitender Entropiestrom ist der abgegebene Entropiestrom  $\dot{S}_{ab}$ . Über den Zusammenhang (2.6) zwischen Energiestrom, Entropiestrom und Temperaturniveau der Übertragung

$$\dot{S}_Q = \frac{\dot{E}}{T} \quad (3.2)$$

ergibt sich mit der Umgebungstemperatur  $T_\infty$  als Bedingung für die Größe des abgeführten Energiestroms

$$\dot{E}_{ab} = \dot{S}_{ab} T_\infty \geq \dot{S}_{zu} T_\infty \quad (3.3)$$

Bei klassischen Arbeitsprozessen wird die in einem Brennstoff gespeicherte chemische Energie durch eine Feuerung als Energiestrom in Form von Wärme in einen Wärmekraftprozess eingespeist. Da die maximalen Temperaturen sowohl im Kessel als auch in der Turbine aufgrund der Festigkeitseigenschaften der eingesetzten Materialien (meist legierte Stähle) festgelegt sind, steht der minimale Eintrag von Entropie in den Prozess und somit die maximale Leistungsabgabe bereits durch die verwendeten Materialien fest. In aktuellen Anlagen z.B. darf die Dampftemperatur  $T_{zu} \lesssim 900$  K erreichen. Aus Gl. (3.1) u. (3.3) folgt mit der Umgebungstemperatur  $T_\infty = 290$  K für den Anteil des zugeführten Energiestroms  $\dot{E}_{zu}$  der in Leistung  $P$  umgewandelt

werden kann

$$\frac{P}{\dot{E}_{\text{zu}}} \leq 1 - \frac{\dot{S}_{\text{zu}} T_{\infty}}{\dot{S}_{\text{zu}} T_{\text{zu}}} = 1 - \frac{T_{\infty}}{T_{\text{zu}}} = 1 - \frac{290 \text{ K}}{900 \text{ K}} = 68 \% \quad (3.4)$$

An dieser Rechnung wird der Ursprung des Carnot-Faktors (s. Gl. (2.30)) deutlich, sowie seine zentrale Bedeutung für alle Arbeitsprozesse. Er impliziert, dass in einem konventionellen Kraftwerk mindestens 32 % der Brennstoffenergie ausschließlich zur Abfuhr der in der Feuerung produzierten Entropie aufgewendet werden müssen. Anders ist die Situation bei geothermischen Kraftwerken, bei denen aufgrund der niedrigen Temperaturen des Thermalwassers die Energie unmittelbar auf dem vorliegenden Temperaturniveau genutzt werden kann.

Prinzipiell könnte die Brennstoffenergie auch ohne den Umweg der Verbrennung aus dem Brennstoff gewonnen werden, wie dies z.B. bei der Brennstoffzelle der Fall ist. Konzeptionell ist dieser Weg der Verbrennung überlegen, da hier keine Entropieproduktion durch Umwandlung der chemischen Energie in innere erfolgt und die Energie nicht in Form von Wärme übertragen werden muss. In der Praxis ist dieser Weg jedoch aufgrund anderer technischer Schwierigkeiten bislang nur in speziellen Anwendungen insgesamt vorteilhaft.

Idealerweise ist  $\dot{S}_{\text{ab}}$  nicht größer als  $\dot{S}_{\text{zu}}$ . In der Realität wird jedoch während des Prozesses zusätzlich Entropie produziert, nämlich immer dann, wenn Temperaturgradienten existieren oder in Fluiden mechanische Energie dissipiert (vgl. Abschnitt 2.3.3). Diese Entropieproduktion  $\dot{S}_{\text{irr}}$  bedingt zum einen, dass der Prozess nicht umkehrbar ist (also irreversibel), da Entropie nur erzeugt, nicht aber vernichtet werden kann. Zum anderen muss der abgeführte Energiestrom  $\dot{E}_{\text{ab}}$  so nicht nur den zugeführten Entropiestrom  $\dot{S}_{\text{zu}}$  abführen, sondern zusätzlich noch die im System produzierte Entropie  $\dot{S}_{\text{irr}}$ . Die Auswirkung auf die Leistung des Prozesses zeigt die Bilanz

$$P = \dot{E}_{\text{zu}} - \underbrace{(\dot{S}_{\text{zu}} + \dot{S}_{\text{irr}}) T_{\infty}}_{\dot{E}_{\text{ab}}} \quad (3.5)$$

Im Falle eines Arbeitsprozesses ergibt sich daraus der Verlust an Leistung

$$P_V = \dot{S}_{\text{irr}} T_{\infty} \quad (3.6)$$

Dieser Zusammenhang ist als *Gouy-Stodola-Theorem* bekannt.

### 3.2 Dampfkraftprozesse

Eine Dampfkraftanlage wie in Abb. 3.2 stellt die einfachste Form der technischen Realisierung des rechtsläufigen Clausius–Rankine-Prozesses (vgl. Abschn. 2.7.1) dar. Im hier diskutierten Fall treibt die Turbine die Pumpe über eine Welle direkt an. Das thermodynamische System besteht ausschließlich aus dem Arbeitsmedium, das sich in den Bauteilen Pumpe, Dampferzeuger, Turbine, Kondensator sowie den Rohren befindet. Das heißt, die Bauteilwände bilden die Systemgrenzen. Die heiße Seite

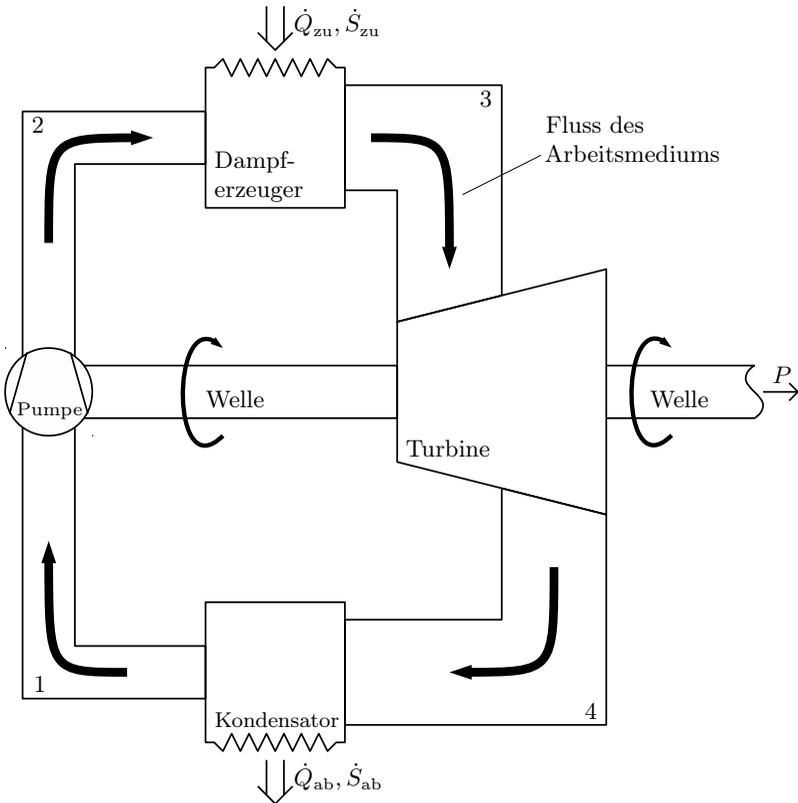


Abbildung 3.2: Schema einer Dampfkraftanlage.

des Dampferzeugers sowie die Trennwand zwischen der heißen und kalten Seite gehört somit nicht zum System. Analog gehören die Trennwand im Kondensator sowie dessen kalte Seite nicht zum System. Ansonsten sind alle Bauteile adiabat, so dass kein Bauteil außer dem Kondensator Energie in Form von Wärme an die Umgebung abgibt. Ungeachtet der Einfachheit des skizzierten Systems sind die in diesem Abschnitt gewonnenen Erkenntnisse unmittelbar und uneingeschränkt auf beliebig komplizierte Anlagen übertragbar.

Der Transport von Energie und Entropie durch das Kraftwerk soll zunächst für den idealisierten Fall (reversibler Prozess) und dann für den realen (irreversiblen) Prozess betrachtet werden. In beiden Fällen wird die Energie dem System in Form von Wärme, d.h. zusammen mit einem Entropiestrom zugeführt. Dabei werden nur Energie- und Entropieströme betrachtet, die letztlich an die Umgebung abgegeben

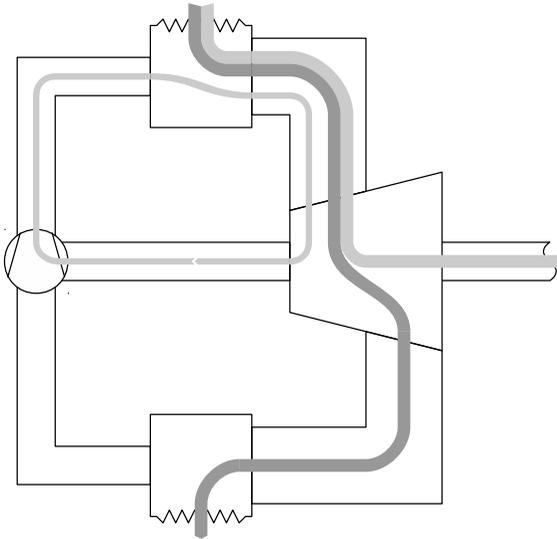


Abbildung 3.3: Transport von Energie in einer reversibel arbeitenden Dampfkraftanlage (qualitativ);  
 dunkel: Energie die benötigt wird um die Entropie aus dem System zu entfernen; hell: sonstige Energie.

werden. Die restliche Energie des Arbeitsmediums und die evtl. damit verbundene Entropie, z.B. chemische sowie atomare Energie, werden nicht betrachtet, da sie zum Bestand des Systems gehören.

### 3.2.1 Der reversible Fall

Im Dampferzeuger wird dem Arbeitsmedium ein Energiestrom in Form von Wärme zugeführt (s. Abb. 3.3). Der Energiestrom wird konvektiv zur Turbine übertragen und dort aufgeteilt: Ein Teil des Energiestroms verlässt das System als mechanische Leistung über die Welle, der Rest wird im Kondensator in Form von Wärme an die Umgebung abgegeben. Mit diesem Energiestrom verlässt auch der zugeführte Entropiestrom das System. Für die Leistung gilt Gl. (3.5) mit  $\dot{S}_{\text{irr}} = 0$ . Denn der reversible Fall ist eben dadurch charakterisiert, dass keine Entropieproduktion auftritt. Die Entropie, die das System zusammen mit dem Wärmestrom im Dampferzeuger betritt, wird also lediglich konvektiv zum Kondensator transportiert und dort wieder abgeführt.

Ein weiterer Energiestrom beginnt in der Welle mit einer Übertragung von Leistung über die Welle zur Pumpe, wo sie dann dem Fluid zugeführt wird, was sich in einer Erhöhung des Drucks bemerkbar macht. Dieser Energiestrom wird dann durch

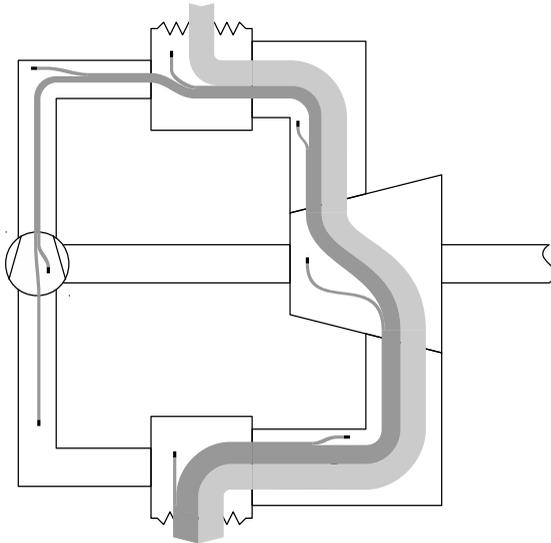


Abbildung 3.4: Transport von Entropie in einer irreversibel arbeitenden Dampfkraftanlage (qualitativ); hell: reversibler Fall; dunkel: zusätzliche Entropieströme im irreversiblen Fall; schwarz: Entropieproduktion.

den Dampferzeuger wieder zur Turbine transportiert. Die Welle in diesem System kann keine Entropie sondern ausschließlich Energie übertragen und im reversiblen Fall gibt es keine Dissipation im Fluid. Es wird also ein entropieloser Energiestrom im Kreis gefahren. Im hier betrachteten stationären Zustand ist er unabhängig von den anderen ein- und ausgehenden Energieströmen und gehört somit zum Bestand des Systems. Dieser Energiestrom wurde hier nur eingezeichnet um den Unterschied zum irreversiblen Prozess verdeutlichen zu können.

### 3.2.2 Der irreversible Fall

Im Unterschied zum reversiblen Fall wird im irreversiblen (realen) Fall aufgrund von Temperaturgradienten und Dissipation Entropie produziert. Diese Produktion von Entropie ist in Abb. 3.4 für jedes Bauteil in Form schwarzer Blöcke dargestellt und bewirkt eine *Entwertung* der Energie (vgl. Abb. 3.5). Vom Ort der Entropieproduktion ausgehend kann ein Teil der Energie nämlich das System ausschließlich in Form von Wärme über den Kondensator verlassen und nicht mehr als Leistung über die Turbine. Die Auswirkung ist deutlich in Abb. 3.4 zu sehen. Die produzierte Entropie aller Bauteile bildet einen zusätzlichen Entropiestrom, der konvektiv zum Kondensator transportiert wird und dort das System verlässt. Dies kann er jedoch nur gemeinsam mit einem Wärmestrom. Unabhängig davon, was die Ursache von En-

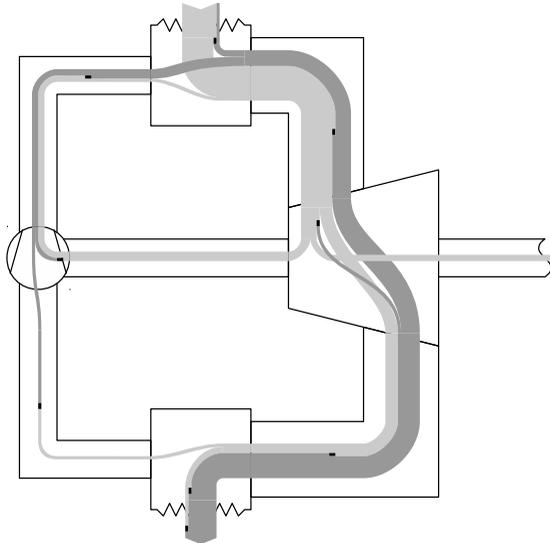


Abbildung 3.5: Transport von Energie in einer irreversibel arbeitenden Dampfkraftanlage (qualitativ); dunkel: Energie die benötigt wird um die Entropie aus dem System zu entfernen; schwarz: Energieentwertung durch Entropieproduktion; hell: sonstige Energie.

Entropieproduktion ist (Wärmeleitung oder Dissipation) und wo im System sie auftritt, kann somit ein Teil des zugeführten Energiestroms nicht mehr an der Turbine als mechanische Leistung abgeführt werden, wodurch die Leistung der Gesamt-Anlage sinkt. Es ist also nicht so, dass die Verluste je nach Ursache oder Ort des Auftretens unterschiedlich schwer wiegen, sondern einzig ihre Summe über das gesamte System ist ausschlaggebend.

### 3.3 Entropieproduktion

Da alle realen Prozesse (nicht nur Arbeitsprozesse) nur in Gegenwart von Gradienten ablaufen können, muss durch sie Entropie produziert werden (vgl. Abschn. 2.3.3). Als Folge muss ein Energiestrom zur Abfuhr dieser produzierten Entropie an die Umgebung aufgewendet werden und kann nicht mehr anders genutzt werden. Somit sind Entropieproduktion, Verluste und Energieentwertung synonym.

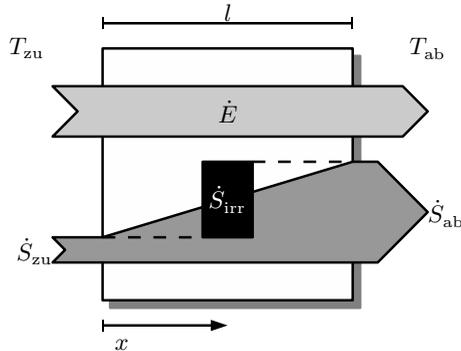


Abbildung 3.6: Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung in einem Wandabschnitt.

**Definition: Verluste**

Der Verlust eines Prozesses ist die durch ihn verursachte Produktion von Entropie. Der beteiligte Energiestrom wird dadurch entwertet, dass er (teilweise) der Abfuhr dieser Entropie an die Umgebung vorbehalten ist.

Dass alle realen Prozesse die Produktion von Entropie verursachen, bedeutet jedoch nicht, dass stets in allen Teilsystemen Entropie produziert werden muss. So kann z.B. ein Supraleiter unterhalb der kritischen Temperatur verlustfrei Strom leiten. Zum Aufrechterhalten des dafür notwendigen niedrigen Temperaturniveaus wird jedoch ein Kälteprozess benötigt, in dem Entropie produziert wird. Ähnliches gilt für einen durch die Luft geworfenen Stein: Im Stein selbst treten während des Fluges keine Verluste auf. Es handelt sich jedoch trotzdem nicht um einen verlustfreien Transport kinetischer Energie, da aufgrund der Luftreibung Energie dissipiert und schließlich nur noch als innere Energie der Umgebung vorliegt. Sogar innerhalb einer Fluidströmung kann die lokale Entropieproduktion null werden, nämlich immer dann wenn alle Gradienten der Temperatur und alle Spannungen im Fluid gleich null sind (vgl. Gl. (2.8) u. (2.9)). Diese Situation liegt z.B. in der Mitte einer laminaren Kreisrohrströmung vor.

Die beiden Ursachen von Entropieproduktion sollen im Folgenden anhand von einfachen Beispielen, in denen jeweils nur eine von beiden vorliegt, erläutert werden.

**3.3.1 Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung**

Die Produktion von Entropie bei der Übertragung eines Energiestroms durch Wärmeleitung ist in Abb. 3.6 gezeigt: Die dargestellte diatherme Wand mit der Fläche  $A$  befindet sich zwischen zwei Systemen mit den einheitlichen Temperaturen  $T_{zu}$

und  $T_{\text{ab}}$ , wobei  $T_{\text{zu}} > T_{\text{ab}}$ . Die Wand habe die Dicke  $l$  und ihr Material habe die molekulare Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ . Aufgrund des Temperaturunterschiedes fließt der Energiestrom  $\dot{E}$  durch die Wand. Mit Gl. (2.6) kann die Größe des zu- und abgeführten Entropiestroms bestimmt werden. Durch diese Bilanzierung über die Systemgrenzen ergibt sich die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung

$$\dot{S}_{\text{WL}} = \dot{S}_{\text{ab}} - \dot{S}_{\text{zu}} = \frac{\dot{E}}{T_{\text{ab}}} - \frac{\dot{E}}{T_{\text{zu}}} = \dot{E} \frac{T_{\text{zu}} - T_{\text{ab}}}{T_{\text{zu}} T_{\text{ab}}} (= \dot{S}_{\text{irr}}) \quad (3.7)$$

Die Verluste durch Wärmeleitung sind also nicht nur von der Temperaturdifferenz ( $T_{\text{zu}} - T_{\text{ab}}$ ) abhängig, sondern auch vom Temperaturniveau ( $T_{\text{zu}} T_{\text{ab}}$ ) der Wärmeübertragung. Aus diesem Grunde ist z.B. eine Bewertung von Bauteilen nicht auf Basis der Geometrie allein möglich, sondern stets nur in Bezug auf einen konkreten Betriebspunkt.

Alternativ kann die Berechnung von  $\dot{S}_{\text{irr}}$  auch durch Integration der lokalen Entropieproduktionsrate erfolgen. Für die eindimensionale Fouriersche Wärmeleitung (vgl. Gl. (2.10)) mit der Wandwärmestromdichte  $\dot{q}_{\text{W}} = \dot{E}/A$  gilt

$$\dot{q}_{\text{W}} = -\lambda \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}_{\text{W}}}{\lambda} \quad (3.8)$$

Damit ergibt sich in der Wand eine lineare Temperaturverteilung

$$T(x) = T_{\text{zu}} + \left(\frac{dT}{dx}\right) x = T_{\text{zu}} - \frac{\dot{q}_{\text{W}}}{\lambda} x \quad (3.9)$$

Da in der Wand ein Temperaturgradient nur in  $x$ -Richtung auftritt und weiterhin in einem Festkörper alle Geschwindigkeiten 0 sind, findet Entropieproduktion ausschließlich aufgrund von Wärmeleitung statt und die Gleichungen (2.7) u. (2.8) für die Entropieproduktion reduzieren sich zu

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{irr}} = \dot{S}_{\text{WL}} &= A \int_0^l \dot{S}_{\text{WL}}''' dx = A \int_0^l \frac{\lambda}{T^2(x)} \left(\frac{dT}{dx}\right)^2 dx \\ &= A\lambda \left(\frac{dT}{dx}\right)^2 \int_0^l \frac{dx}{T^2(x)} = \frac{A\dot{q}_{\text{W}}^2}{\lambda} \int_0^l \frac{dx}{\left(T_{\text{zu}} - \frac{\dot{q}_{\text{W}}}{\lambda} x\right)^2} \\ &= \frac{\dot{E}}{T_{\text{ab}}} - \frac{\dot{E}}{T_{\text{zu}}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Beide Wege führen also zum selben Ergebnis. In der Praxis muss geprüft werden, welcher von ihnen schneller zum Ergebnis führt. So ist bei der Systemsimulation für gewöhnlich die Bilanzierung über die Systemgrenzen vorteilhaft, während sich bei der Strömungssimulation aufgrund der vorhandenen Feldinformation die Integration der lokalen Entropieproduktionsrate anbietet.

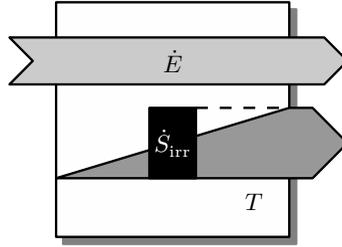


Abbildung 3.7: Entropieproduktion aufgrund von Dissipation in einem Bauteil.

Aus Sicht der Thermodynamik bedeuten Wände also immer einen thermischen Widerstand (Wärmeleitwiderstand) und eine Wärmeübertragung durch sie ist immer verlustbehaftet. Dies steht der Betrachtungsweise der klassischen Wärmelehre entgegen, in der von der Wärmeleitfähigkeit von Wänden gesprochen wird. Diese impliziert auch, dass Wände eine gewisse Güte haben.

Die Berechnung der Entropieproduktion im strömenden Fluid in einem Bauteil erfolgt analog zu der in einem Festkörper. Mit den zu- bzw. abgeführten Massenströmen  $\dot{m}_{\text{zu}}$  u.  $\dot{m}_{\text{ab}}$  gelten dann  $\dot{S}_{\text{zu}} = \int s d\dot{m}_{\text{zu}}$  und  $\dot{S}_{\text{ab}} = \int s d\dot{m}_{\text{ab}}$  für die Bilanzierung über die Systemgrenzen bzw. die vollen Gleichungen (2.7) u. (2.8) für die Integration der lokalen Entropieproduktionsrate.

### 3.3.2 Entropieproduktion aufgrund von Dissipation

Bei der Entropieproduktion aufgrund von Dissipation in der Strömung in einem Bauteil (s. Abb. 3.7) kann unter der Annahme einer einheitlichen Fluidtemperatur  $T$  grundsätzlich ähnlich dem vorigen Abschnitt bilanziert werden: Ein Teil der zugeführten Leistung dissipiert und liegt dann als konvektiv transportierter Strom innerer Energie  $\dot{E}_{\text{diss}}$  auf dem Temperaturniveau  $T$  vor. Dieser Strom innerer Energie wird von einem Entropiestrom  $\dot{E}_{\text{diss}}/T$  begleitet. Da dieser Entropiestrom dem System nicht über die Systemgrenze zugeführt wurde, handelt es sich um die im System aufgrund von Dissipation produzierte Entropie

$$\dot{S}_D = \frac{\dot{E}_{\text{diss}}}{T} (= \dot{S}_{\text{irr}}) \quad (3.11)$$

In dem Moment, in dem kinetische Energie dissipiert (sprich: in innere Energie umgewandelt wird), ist mit dieser Energie eine Entropie verbunden, die vorher nicht existiert hat. Sie entsteht also in dem Moment der Dissipation. Die Größe des Energiestroms  $\dot{E}$  ändert sich dadurch nicht, jedoch wird er entwertet, da nun ein Teilstrom für die Abfuhr der Entropie an die Umgebung reserviert ist. Je höher die Temperatur des Fluides ist, desto kleiner ist jedoch diese Entropieproduktion. So könnte als Gedankenspiel eine Wärmekraftmaschine zwischen dem durch Dissipation aufgewärmten Fluidstrom und der Umgebung betrieben werden. Je höher dabei

die Temperatur der zugeführten Energie ist, desto größer wäre die zu gewinnende Leistung.

Auch die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation kann i.d.R. über unterschiedliche Wege bestimmt werden, was nun für eine laminare Strömung in einem Kreisrohr gezeigt wird. Im Fall von Strömungen, in denen keine Trägheitskräfte auftreten (d.h. in ausgebildeten laminaren Strömungen bei glatten Wänden) kann die Rohrreibungszahl über die Reynolds-Zahl  $Re$  und die von der Geometrie des Strömungsquerschnitts abhängige Poiseuille-Zahl  $Po$  bestimmt werden (s. Abschn. 2.5.7). Für das Kreisrohr gilt z.B.

$$Po = 64 = \underbrace{\frac{\dot{E}_{\text{diss}}}{\dot{m} l}}_{\lambda} \underbrace{\frac{2d_h}{u_m^2} \frac{u_m d_h \varrho}{\eta}}_{Re} \quad (3.12)$$

Darin ist  $l$  die Länge des betrachteten Abschnitts. Für den Massenstrom im Kreisrohr gilt  $\dot{m} = 0,25 d_h^2 \pi \varrho u_m$ , so dass für die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation folgt

$$\dot{S}_D = \frac{\dot{E}_{\text{diss}}}{T} = \frac{\eta}{T} 8 \pi u_m^2 l \quad (3.13)$$

Für diese vergleichsweise einfache Strömungssituation ist auch der entsprechende Weg über die Integration der lokalen Entropieproduktion auf analytischem Wege möglich. Dazu wird die lokale Entropieproduktion aufgrund von Dissipation, s. Gl. (2.9), in Zylinderkoordinaten  $(x, r, \theta)$  mit dem Geschwindigkeitsvektor  $\vec{u} = (u, u_r, u_\theta)$  angegeben:

$$\begin{aligned} \dot{S}_D''' = \frac{\eta}{T} \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\} \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + r \frac{\partial (u_\theta/r)}{\partial r} \right)^2 \right] \quad (3.14) \end{aligned}$$

Die Verteilung der Geschwindigkeit in der laminaren Kreisrohrströmung nimmt die Form einer Parabel an (vgl. z.B. Gersten u. Herwig, 1992).

$$u(r) = u_m 2 \left( 1 - \left( \frac{r}{d_h/2} \right)^2 \right) \quad (3.15)$$

Da die Temperatur als homogen angenommen wird, gibt es keine Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung. Wird nun Gl.(3.15) in Gl. (3.14) eingesetzt, so folgt nach Streichen aller Nullterme das bekannte Ergebnis

$$\dot{S}_{\text{irr}} = \dot{S}_D = \frac{\eta}{T} \int \left( \frac{du}{dr} \right)^2 dV = l \frac{\eta}{T} \int_0^{d_h/2} 2\pi r \left( -16 u_m \frac{r}{d_h^2} \right)^2 dr = \frac{\eta}{T} 8 \pi u_m^2 l \quad (3.16)$$

### 3.4 Das Konzept des entropischen Potentials

Jede noch so komplizierte technische Anlage kann vereinfacht als System, in dem ein Energieübertragungsprozess stattfindet, aufgefasst werden. Da alle darin auftretenden Energietransporte und -umwandlungen die Produktion von Entropie verursachen, ist die Leistung der Anlage abhängig von der Fähigkeit des zugeführten Energiestroms, Entropie an die Umgebung abzuführen. Jedes Bauteil einer Anlage kann danach bewertet werden, inwieweit es diese Fähigkeit herabsetzt. Diesen Aspekten wird im neuen Konzept des entropischen Potentials Rechnung getragen, welches hier eingeführt wird.

#### 3.4.1 Energieübertrager als Teilsystem

In Abschn. 3.2 wurde der Transport von Energie innerhalb der in Abb. 3.4 skizzierten Dampfkraftanlage betrachtet. Die Aufgabe des Gesamtsystems ist dabei, das Abspalten eines möglichst großen entropielosen Energiestroms von einem entropie-behafteten Energiestrom, bzw. Energie ohne Entropie aus dem System an einen nachgeschalteten Prozess zu übertragen. Die Aufgabe der Teilsysteme Pumpe, Dampferzeuger, Turbine, Kondensator, Welle und Rohrleitungen ist dabei letztlich immer, Energie (und die evtl. damit verbundene Entropie) von einem in ein anderes Teilsystem bzw. an einen nachgeschalteten Prozess zu übertragen. Die Anlage kann damit als ein System von *Energieübertragern* für den Energiestrom  $\dot{E}_{zu}$  aufgefasst werden. In ihnen wird der ursprünglich als chemische Energie des Brennstoffs zugeführte Energiestrom verschiedenen Teil-Prozessen unterzogen, was auch die Aufteilung in Teil-Energieströme beinhalten kann (hier: Leistung zum Betrieb der Pumpe).

**Definition: Energieübertrager**

Energieübertrager sind Systeme, die an einem Prozess beteiligt sind, der die Übertragung eines Energiestroms  $\dot{E}$  beinhaltet. Dabei wird mindestens ein Energiestrom an der Systemgrenze aufgenommen (Zufuhr, Index zu) und mindestens ein Energiestrom an der Systemgrenze wieder abgeben (Abfuhr, Index ab). Es können auch Entropieströme aufgenommen und abgegeben werden.

$$\sum \dot{E}_{zu,i} = \sum \dot{E}_{ab,j} \quad ; \quad \sum \dot{S}_{zu,k} \leq \sum \dot{S}_{ab,l} \quad (3.17)$$

Während des Prozesses können Verluste auftreten.

$$\dot{S}_{irr} = \sum \dot{S}_{ab,l} - \sum \dot{S}_{zu,k} \quad (3.18)$$

In der Literatur werden konvektiv übertragene Energieströme meistens durch das Produkt von Massenstrom und spezifischer Energie bzw. Enthalpie, z.B.  $\dot{m} h$ , ausge-

drückt. Die Unterscheidung zwischen konvektiver und konduktiver Energieübertragung ist jedoch für die Bewertung nicht erforderlich, so dass hier alle Energieströme einheitlich in der Form  $\dot{E}$  bezeichnet werden.

### 3.4.2 Das entropische Potenzial

Jeder technisch eingesetzte Energiestrom wird letzten Endes an die Umgebung abgegeben. An diesem Punkt muss all die während der vorher erfolgten Übertragungen, Transporte und Umwandlungen produzierte Entropie mit an die Umgebung abgeführt werden. Die Größe des mit dem Energiestrom übertragenen Entropiestroms hängt von dem Temperaturniveau der Energieübertragung ab. Damit stellt die Größe des Entropiestroms bei der Übertragung bei der Umgebungstemperatur  $T_\infty$  das Maximum der Entropieproduktion dar, welche durch diesen Energiestrom verursacht und abgeführt werden kann.

#### **Definition: Das entropische Potenzial**

Der Entropiestrom  $\dot{S}_\infty$ , welcher maximal zusammen mit einem Energiestrom  $\dot{E}$  an die Umgebung übertragen werden kann, wird als entropisches Potenzial des Energiestroms bezeichnet. Mit der Umgebungstemperatur  $T_\infty$  gilt

$$\dot{S}_\infty = \frac{\dot{E}}{T_\infty} \quad (3.19)$$

Bei allen sinnvollen und gewollten Nutzungen, d.h. Übertragungen, Transporten oder Umwandlungen eines Energiestroms wird Entropie produziert. Das entropische Potenzial ist somit das Maß für die Möglichkeit dieser irreversiblen Prozesse.

Die Größe des mit einem Energiestrom übertragenen Entropiestroms an einem Punkt eines Systems zeigt, welcher Anteil des entropischen Potentials schon ausgeschöpft wurde bzw. welcher Anteil der möglichen Übertragungen, Transporte und Umwandlungen schon durchgeführt wurde (s. Abb. 3.8). Andererseits ist das verbleibende entropische Potenzial ein Maß für die Möglichkeit weiterer Prozesse (und damit einhergehender Entropieproduktion), bzw. für die Größe des Energiestroms, der prinzipiell entropielos (z.B. als Leistung) abgezweigt werden könnte. Letztlich wird natürlich auch dieser abgezweigte Energiestrom irgendwann mit der maximal möglichen Entropie in die Umgebung gelangen, auch wenn dies außerhalb des betrachteten Bereichs liegt.

Ein Entropiestrom kann immer nur zusammen mit einem Energiestrom transportiert werden (unabhängig davon, ob konvektiv oder konduktiv). Ein Energiestrom kann jedoch prinzipiell auch ohne Entropie übertragen werden. Insofern unterscheiden sich z.B. die Energieübertragung in Form von Wärme und die in Form von

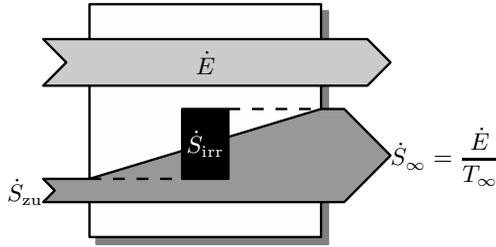


Abbildung 3.8: Abgabe eines Entropiestroms an die Umgebung.

Leistung nur in der Größe des zusammen mit dem Energiestrom übertragenen Entropiestroms (im Falle der Leistung = 0) bzw. darin, welcher Anteil des entropischen Potenzials des betrachteten Energiestroms bereits verbraucht wurde.

### 3.4.3 Die Energieentwertungszahl

Aus Sicht der Thermodynamik bzw. aus energetischer Sicht sind die Begriffe „Effizienz“ und „Güte“ irreführend. Denn alle realen Prozesse verursachen letztlich Verluste und sind damit per se *nicht* „gut“. Trotzdem gibt es eine Fülle von Definitionen für Gütegrade, die unterschiedlichste Größen ins Verhältnis setzen, je nachdem was als „gut“ angenommen wird (s. Abschn. 2.6.2). Konsequenter ist die Bewertung eines Prozesses bzw. des Systems in dem dieser stattfindet auf Basis der durch ihn verursachten irreversiblen Veränderung der Welt, die anhand der Entropie eindeutig quantifiziert werden kann. Soll also die negative Auswirkung eines Prozesses bestimmt werden, so bietet sich der Quotient der tatsächlichen Verluste und der maximal möglichen Verluste an, sprich, der Quotient aus Entropieproduktion und entropischem Potenzial des aufgewendeten Energiestroms.

Die folgende Definition weist formale Ähnlichkeit zur Bewertung von London u. Shah (1981) auf, wobei dort die Verwendung der Umgebungstemperatur lediglich als Möglichkeit angeführt wird, ihre zentrale Rolle jedoch nicht erläutert wird. Auch zum Gütegrad von Witte u. Shamsundar (1983) besteht eine Ähnlichkeit (s. Gl. (2.35)). In beiden Arbeiten wird die Bewertung jedoch lediglich als Möglichkeit der Entdimensionierung verstanden und nicht als Größe zur Beschreibung der zugrunde liegenden Physik.

**Definition: Die Energieentwertungszahl**

Die Energieentwertungszahl  $N$  ist der Anteil des entropischen Potentials  $\dot{S}_\infty$  eines zu übertragenden Energiestroms  $\dot{E}$ , der in einem Prozess in einem System ausgeschöpft wird.

$$N = \frac{\dot{S}_{\text{irr}}}{\dot{S}_\infty} = \frac{\dot{S}_{\text{irr}} T_\infty}{\dot{E}} \quad (3.20)$$

Bei reversiblen Prozessen gilt  $N = 0$ . Für den Zusammenschluss mehrerer an der Übertragung von  $\dot{E}$  beteiligter Teilsysteme gilt  $N = \sum N_i$ .

Der Energiestrom  $\dot{E}$  ist darin der zum Aufrechterhalten des Prozesses notwendige Aufwand. Er durchläuft das System und wird dann über nachgeschaltete Prozesse oder unmittelbar an die Umgebung abgeführt. So wäre im Falle der Dampfkraftanlage aus Abschn. 3.2  $\dot{E} = \dot{Q}_{\text{zu}}$ . Dieser Energiestrom ist in den meisten Fällen ungleich dem Energieumsatz der einzelnen Bauteile, insbesondere beim konvektiven Energietransport. Dies wird besonders deutlich, wenn z.B. im Falle des Dampfkraftprozesses die kinetische, potenzielle und atomare Energie sowie die Energie die im Druck des Arbeitsmediums gespeichert ist mit in die Betrachtung einfließen. Da alle diese jedoch im stationären Betrieb das System nicht verlassen, gehören sie zum Bestand des Systems, genauso wie auch die Bauteile selbst, und haben keine direkte Auswirkung auf die Bewertung. Der einheitliche Bezug für die Bewertung eines jeden Bauteils in einem System ist also immer der Energiestrom  $\dot{E}$  des Gesamtprozesses. Die Folge ist, dass die Verluste aller Teilprozesse unmittelbar vergleichbar werden.

Auch bei komplizierten Anlagen bzw. weit verzweigten Netzwerken von Energieübertragern wird die Energieentwertungszahl des Gesamtsystems einfach durch Summation der Energieentwertungszahlen der Teil-Systeme bestimmt, unabhängig davon welche Art Bauteile vorliegen und ob der Energiestrom aufgeteilt wird, bzw. ob Parallel- oder Reihenschaltungen vorliegen. Dies verdeutlicht noch einmal, dass die Verluste eines jeden Bauteils sich unmittelbar auf die Leistung des Gesamtsystems auswirken. Für eine gezielte Optimierung des Gesamtsystems ist daher ein Verständnis der physikalischen Ursachen der Entropieproduktion in jedem Bauteil notwendig. Weiterhin stehen jedoch alle Bauteile in Wechselwirkung miteinander, so dass bei einer Optimierung einzelner Bauteile zusätzlich stets die Auswirkung auf die Verluste im restlichen System geachtet werden muss.

Da das entropische Potenzial ein Maß für die Möglichkeit irreversibler Prozesse ist, wird durch die Energieentwertungszahl quantifiziert, in welchem Maße die Möglichkeiten der Nutzung des Energiestroms  $\dot{E}$  abnehmen. Dabei ist die Energieentwertungszahl ein universelles Kriterium zur Bewertung aller Energieumwandlungen und -transporte. So können z.B. Kondensatoren durch andere Bewertungskriterien teilweise nicht sinnvoll bewertet werden, da nach der Übertragung im Kondensator die Energie auf dem Temperaturniveau der Umgebung vorliegt und somit vollständig

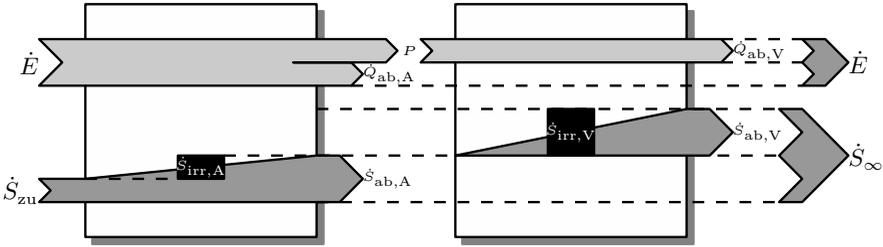


Abbildung 3.9: Verbrauch des entropischen Potentials in einem System, das aus zwei Energieübertragern besteht. Links: Arbeitsprozess (Index A); rechts: Verbraucher (Index V).

entwertet ist. Somit ist die Effizienz gleich null. Mit Hilfe der Energieentwertungszahl kann der Anteil des Kondensators an den Verlusten des Gesamt-Systems jedoch klar quantifiziert werden.

Zur Veranschaulichung ist in Abb. 3.9 ein System, das aus zwei Energieübertragern besteht, skizziert. Im linken findet ein Arbeitsprozess (A) statt, dem Energie in Form von Wärme zugeführt wird ( $\dot{E}_{zu}$ ,  $\dot{S}_{zu}$ ) und auch wieder an die Umgebung abgeführt wird ( $\dot{Q}_{ab,A}$ ,  $\dot{S}_{ab,A}$ ). Der Arbeitsprozess ist nicht reversibel, so dass die Verluste  $\dot{S}_{irr,A}$  auftreten. Es könnte sich z.B. um ein Kraftwerk handeln. Weiterhin wird die Leistung  $P$  an den rechten Energieübertrager abgegeben, der einen Verbraucher (V) darstellt. Der Verbraucher nimmt also keine Entropie auf, verursacht jedoch die Entropieproduktion  $\dot{S}_{irr,V}$  und gibt die zugeführte Leistung vollständig in Form von Wärme an die Umgebung ab ( $\dot{Q}_{ab,V}$ ,  $\dot{S}_{ab,V}$ ). Somit ist das entropische Potenzial vollständig verbraucht. Bei einer Betrachtung des zusammengesetzten Systems gilt für die Energieentwertungszahlen

$$N_A = \frac{\dot{S}_{irr,A} T_\infty}{\dot{E}} \quad ; \quad N_V = \frac{\dot{S}_{irr,V} T_\infty}{\dot{E}} \quad ; \quad N = N_A + N_V = \frac{(\dot{S}_{irr,A} + \dot{S}_{irr,V}) T_\infty}{\dot{E}} \quad (3.21)$$

Obwohl am Ende des Prozesses das entropische Potenzial vollständig verbraucht ist, gilt in diesem Fall für die Energieentwertungszahl des Gesamtprozesses  $N < 1$ , da der Prozess nicht allein für die Entwertung der Energie verantwortlich ist, sondern ihm schon teilweise entwertete Energie zugeführt wurde ( $\dot{S}_{zu} > 0$ ). Die Verluste sowie die Energieentwertungszahlen im Falle einer systemischen Betrachtung einer Dampfkraftanlage sind in Tab. 3.1 zusammengefasst. Mit ihrer Hilfe können Verluste klar quantifiziert und die Potentiale der einzelnen Bauteile für Einsparungen identifiziert werden.

Tabelle 3.1: Verluste und Energieentwertungszahlen der Bauteile einer Dampfkraftanlage bei der Bewertung auf Systemebene (Clausius–Rankine-Prozess, vgl. Abb. 3.2).

	$\dot{S}_{\text{irr}}$	$N$
Pumpe	$\dot{m}(s_2 - s_1)$	$\frac{\dot{m}(s_2 - s_1)T_\infty}{\dot{Q}_{\text{zu}}}$
Dampfzeuger	$\dot{m}(s_3 - s_2) - \dot{S}_{\text{zu}}$	$\frac{(\dot{m}(s_3 - s_2) - \dot{S}_{\text{zu}})T_\infty}{\dot{Q}_{\text{zu}}}$
Turbine	$\dot{m}(s_4 - s_3)$	$\frac{\dot{m}(s_4 - s_3)T_\infty}{\dot{Q}_{\text{zu}}}$
Kondensator	$\dot{m}(s_1 - s_4) + \underbrace{\dot{S}_{\text{ab}}}_{\dot{Q}_{\text{ab}}/T_\infty} = \dot{m}(s_1 - s_4) + \frac{\dot{Q}_{\text{zu}} - P}{T_\infty}$	$\frac{\dot{m}(s_1 - s_4)T_\infty - P}{\dot{Q}_{\text{zu}}} + 1$

### 3.5 Bewertung von Energieübertragern auf Bauteilebene

In der industriellen Praxis müssen häufig Bauteile optimiert werden, ohne dass detaillierte Kenntnisse über das Gesamt-System vorliegen. Dies ist z.B. zu Beginn eines iterativen Design-Prozesses der Fall, da das Design der anderen Bauteile noch nicht so weit fortgeschritten ist, dass genaue und verlässliche Daten vorliegen. Eine ähnliche Situation tritt auch beim Design von Standard-Komponenten auf. Das Bauteil wird dann u.U. für einen Satz von Randbedingungen optimiert, der von den letztlich vorherrschenden abweicht. Aufgrund der Abhängigkeit der Verluste von den Randbedingungen (auch z.B. von der Umgebungstemperatur) werden die im Bauteil auftretenden Verluste im tatsächlichen Betriebszustand i.d.R. größer sein. Weiterhin birgt die Optimierung eines einzelnen Bauteils ohne Berücksichtigung der Auswirkungen auf das Gesamtsystem die Gefahr, dass trotz einer Verringerung der Bauteil-Verluste die Verluste des Gesamtsystems steigen. Klarheit darüber, welcher Natur Verluste sind, wo sie auftreten und wie groß sie sind, kann nur eine gekoppelte Berechnung aller Bauteile liefern. Auch diese wird jedoch in aller Regel ein iterativer Prozess sein.

Zusätzlich zu den genannten Problemen muss berücksichtigt werden, dass das entropische Potenzial des insgesamt im System übertragenen Energiestroms bei der Optimierung auf Bauteil-Ebene nicht bekannt ist. Die Energieentwertungszahl muss also mit dem entropischen Potenzial des im Bauteil übertragenen Energiestroms gebildet werden. Dieser kann z.B. auch anteilig zum Bestand des Systems gehö-

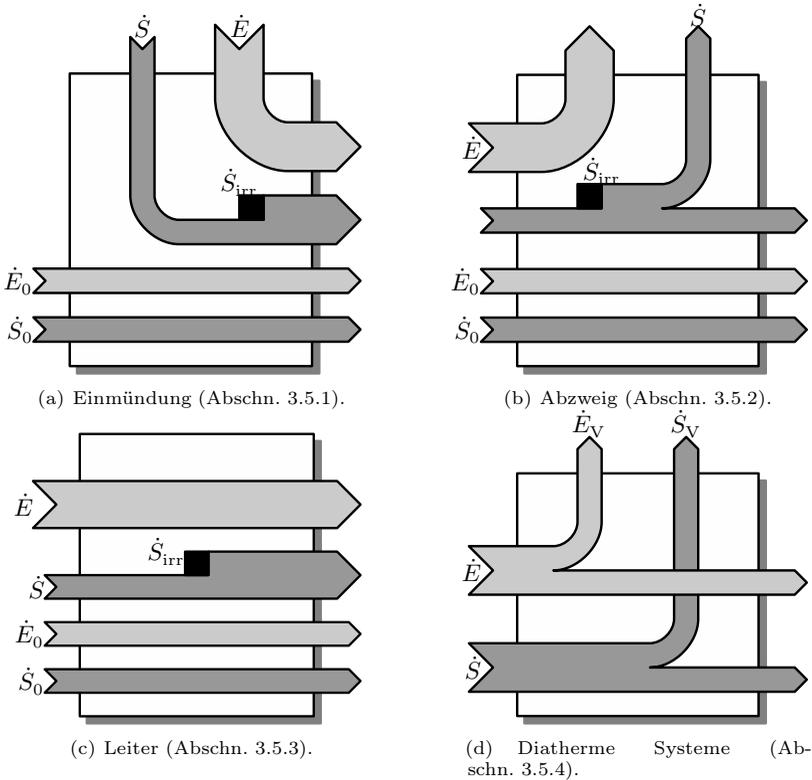


Abbildung 3.10: Unterschiedliche Arten von Energieübertragern.

ren. Die so gewonnenen Energieentwertungszahlen besitzen somit ausschließlich für die Bewertung eines Bauteils losgelöst vom System Gültigkeit und sie sind nicht vergleichbar. Die Summation der so gewonnenen Energieentwertungszahlen liefert daher auch nicht die Energieentwertungszahl des Gesamt-Systems.

Für den Fall, dass die Notwendigkeit für eine Untersuchung auf Bauteilebene besteht und unter der Voraussetzung, dass die möglichen Fehlerquellen beachtet werden, findet in den folgenden Abschnitten eine Untersuchung der Bauteile bzw. Teilsysteme der in Abb. 3.2 dargestellten Dampfkraftanlage in ihrer Funktion als Energieübertrager statt. Dabei werden drei grundsätzliche Situationen unterschieden: Einmündung, Abzweig und Leiter (s. Abb. 3.10(a)–(c) bzw. Abschn. 3.5.1–3.5.3). Eine Berücksichtigung der Energieverluste an die Umgebung durch eine nicht ideale Wärmedämmung der Bauteile findet in Abschn. 3.5.4 statt (s. Abb. 3.10(d)). Die Systemgrenzen sind mit Ausnahme der eingezeichneten Energie- und Massen-

ströme abgeschlossen. Für diese Typen von Energieübertragern gilt die Definition der Energieentwertungszahl Gl. (3.20)  $N = (\dot{S}_{\text{irr}} T_{\infty}) / \dot{E}$ , worin  $\dot{E}$  der übertragene Energiestrom ist. Wenn dieser im Vergleich zur dissipierten Energie im Bauteil klein ist, kann es sein, dass  $\dot{S}_{\text{irr}} > \dot{S}_{\infty}$  und damit auch  $N > 1$ .

Neben dem zu übertragenden Energiestrom  $\dot{E}$  und dem zugehörigen Entropiestrom  $\dot{S}$  treten jeweils noch der Energie- und Entropiestrom des Arbeitsmittels ( $\dot{E}_0, \dot{S}_0$ ) auf. Bei der Bewertung auf Bauteil-Ebene werden die Verluste jedoch einzig auf  $\dot{E}$  bezogen, da diese Größe vergleichsweise klar definiert ist. Bei  $\dot{E}_0$  und  $\dot{S}_0$  hingegen ist nicht klar, welcher Anteil letztlich an die Umgebung abgeführt wird und welcher zum Bestand des Systems zählt bzw. welche Energieformen überhaupt berücksichtigt werden sollten.

### 3.5.1 Einmündung (z.B. kalte Seite Wärmeübertrager, Pumpe)

Einer Strömung wird ein Energiestrom  $\dot{E}$  zugeführt (s. Abb. 3.10(a)). Dieser Energiestrom kann von einem Entropiestrom  $\dot{S}$  begleitet werden. Der konvektiv übertragene Entropiestrom nimmt also um  $\dot{S} + \dot{S}_{\text{irr}}$  zu. Im Falle der Pumpe gilt  $\dot{S} = 0$ , da die Energie als Leistung zugeführt wird.

### 3.5.2 Abzweig (z.B. Turbine, heiße Seite Wärmeübertrager, Kondensator)

Der Energiestrom  $\dot{E}$  wird der Strömung entnommen (s. Abb. 3.10(b)). Die Entropieproduktion erhöht zunächst den konvektiv transportierten Entropiestrom. Dieser Entropiestrom kann dann im Falle der Energieübertragung in Form von Wärme teilweise oder auch ganz als Entropiestrom  $\dot{S}$  abgeführt werden. Im Falle der Turbine gilt  $\dot{S} = 0$ , so dass der gesamte Entropiestrom inklusive der produzierten Entropie mit der Strömung abtransportiert wird. In diesem Fall muss in der Strömung ein Energiestrom mit einem entsprechend großen ungenutzten entropischen Potenzial verbleiben.

Im Gegensatz zu einigen anderen Bewertungskriterien für Energieabzweige (meist Wärmeübertrager) wirkt sich bei der Bewertung mittels der Energieentwertungszahl ein ungenutzter Energiestrom, der in der Strömung verbleibt, nicht negativ aus. Dies ist auch richtig, da er prinzipiell keinen Verlust darstellt, sondern in einem nachgeschalteten Prozess noch genutzt werden kann. Weiterhin erlaubt diese Definition eine Bewertung auf Basis einer numerischen Simulation, die nur einen einzigen Abschnitt einer sich wiederholenden Geometrie eines Wärmeübertragers umfasst (vgl. Kap. 6). In Fällen, bei denen der abgeführte Energiestrom möglichst groß sein soll, muss dies über eine Prozessbedingung in eine Optimierung eingebracht werden.

Eine Besonderheit stellen Kühler (hier: der Kondensator) dar. Sie dienen der Abfuhr von Entropie aus dem System und sind damit eigentlich Entropieübertrager. In ihnen findet eine gewollte Energieabgabe an die Umgebung statt. Dabei treten zusätzlich zu den Verlusten innerhalb des Kühlers  $\dot{S}_{\text{irr}}$  Verluste in der Umgebung auf, da der Energiestrom gemeinsam mit dem Entropiestrom  $\dot{S} < \dot{S}_{\infty}$  abgegeben

wird. Damit belaufen sich die gesamten Verluste auf  $\dot{S}_\infty - \dot{S} + \dot{S}_{\text{irr}}$ , so dass für die Energieentwertungszahl gilt

$$N_{\text{Kühler}} = 1 - \frac{(\dot{S} - \dot{S}_{\text{irr}})T_\infty}{\dot{E}} \quad (3.22)$$

Auf diese Weise sind die Verluste die aufgrund des Kondensators in der Umgebung auftreten implizit berücksichtigt. Damit ist es z.B. möglich, durch eine Optimierung den Kondensator so zu gestalten, dass weniger entropisches Potenzial in der Umgebung verschwendet wird und dann statt dessen innerhalb des Prozesses genutzt werden kann.

### 3.5.3 Leiter (z.B. Rohr, Wand)

Ein Energiestrom  $\dot{E}$  wird direkt übertragen (s. Abb. 3.10(c)). Im Falle der Wand gilt dabei  $\dot{E}_0 = \dot{S}_0 = 0$ , da kein konvektiver Transport stattfindet. In der Wand können ausschließlich Verluste aufgrund von Temperaturgradienten auftreten (vgl. Abschn. 3.3.1). Für die Energieentwertungszahl der Wand gilt

$$N_{\text{Wand}} = T_\infty \left( \frac{1}{T_{\text{ab}}} - \frac{1}{T_{\text{zu}}} \right) \quad (3.23)$$

Beim Rohr stellt sich das Problem, dass ohne Kenntnis über das Gesamt-System nicht klar ist, welcher Energiestrom der übertragene ist und welcher zum Bestand des Systems gehört. Auch können geschlossene Kreisläufe auf grundsätzlich anderen Druck- und Temperaturniveaus arbeiten, so dass selbst ein Vergleich mit dem Umgebungszustand hier keine Klarheit bringt. Auch eine Bewertung durch die Widerstandszahl besitzt letztlich keine Aussagekraft (vgl. Abschn. 3.5.5). Eine Bewertung auf Bauteilebene ist damit beim Rohr eigentlich nicht möglich. Um dieser Problematik aus dem Wege zu gehen, können z.B. die Verluste der Rohre jeweils zur Hälfte den angrenzenden Bauteilen zugeschlagen werden.

### 3.5.4 Diatherme Bauteile mit Energieverlusten

Bauteile oder (Teil-)Systeme die nicht adiabatisch sind, sondern gegenüber der Umgebung diatherm sind, können Energie in Form von Wärme an die Umgebung verlieren (s. Abb. 3.10(d)). Durch diese Energieabgabe wird ein Teil des entropischen Potentials vernichtet. Dies kann über eine zusätzliche Energieentwertungszahl berücksichtigt werden, die zu der aus den vorigen Abschnitten hinzugezählt werden muss. Mit dem Energieverluststrom  $\dot{E}_V$  verlässt auch ein Entropieverluststrom  $\dot{S}_V$  das System. Der Verlust an entropischem Potenzial beträgt dann

$$\dot{S}_{\infty V} = \frac{\dot{E}_V}{T_\infty} - \dot{S}_V \quad (3.24)$$

Somit lautet die Energieentwertungszahl für diatherme Bauteile

$$N_{\text{dia}} = \frac{\dot{S}_{\infty V}}{\dot{S}_{\infty}} = \frac{\dot{E}_V - \dot{S}_V T_{\infty}}{\dot{E}} \quad (3.25)$$

Im Falle der Welle gilt zusätzlich für den übertragenen Entropiestrom  $\dot{S} = 0$ , da die Welle ausschließlich Energie in Form von kinetischer Energie übertragen kann. Ihre Verluste beruhen z.B. auf Lager- oder Luftreibung. Da die Welle jedoch keine Entropie übertragen kann und die produzierte Entropie  $\dot{S}_{\text{irr}}$  somit auch nicht zusammen mit dem übertragenen Energiestrom  $\dot{E}$  abgeben kann, muss die produzierte Entropie unmittelbar zusammen mit einem Energiestrom in Form von Wärme an die Umgebung abgeführt werden. Das bedeutet, dass bei Berücksichtigung der zusätzlichen Energieentwertungszahl aufgrund von Energieverlusten (s. Gl. (3.25))  $\dot{S}_{\text{irr}} = \dot{S}_V$  gilt. Damit lautet die Energieentwertungszahl der Welle

$$N_{\text{Welle}} = \frac{\dot{S}_{\text{irr}} T_{\infty}}{\dot{E}} + \frac{\dot{E}_V - \dot{S}_V T_{\infty}}{\dot{E}} = \frac{\dot{E}_V}{\dot{E}} \quad (3.26)$$

Die Entropieproduktion der Welle darf nicht zur Vereinfachung eines Modells den angrenzenden Bauteilen zugeschlagen werden (hier: Turbine und Pumpe), da dann fälschlich angenommen würde, sie müsse im Kondensator abgeführt werden.

### 3.5.5 Durchströmte Bauteile bei Umgebungstemperatur

In strömungstechnischen Bauteilen die in thermischem Kontakt mit der Umgebung stehen und deren Fluidtemperatur der Umgebungstemperatur entspricht, wird die in der Strömung dissipierte Energie  $\dot{E}_{\text{diss}}$  vollständig an die Umgebung abgegeben. Damit gilt für die aufgrund des Bauteils verursachte Entropieproduktion

$$\dot{S}_{\text{irr}} = \frac{\dot{E}_{\text{diss}}}{T_{\infty}} \quad (3.27)$$

Die Dissipationsrate  $\dot{E}_{\text{diss}}$  kann über den Zusammenhang zwischen der spezifischen Dissipation  $\varphi$  und der Widerstandszahl  $\zeta$  bestimmt werden.

$$\varphi = \frac{\dot{E}_{\text{diss}}}{\dot{m}} = \zeta \frac{u_m^2}{2} \Rightarrow \dot{E}_{\text{diss}} = \zeta \underbrace{\dot{m} \frac{u_m^2}{2}}_{\dot{E}_{\text{kin}}} \quad (3.28)$$

Durch Umstellen auf die Widerstandszahl  $\zeta$  wird deutlich, dass diese die dissipierte Energie in einem Bauteil ins Verhältnis zur kinetischen Energie der Strömung  $\dot{E}_{\text{kin}}$  setzt. Mit Gl. (3.27) folgt

$$\zeta = \frac{\dot{E}_{\text{diss}}}{\dot{E}_{\text{kin}}} = \frac{\dot{E}_{\text{diss}}}{T_{\infty}} \frac{T_{\infty}}{\dot{E}_{\text{kin}}} = \frac{\dot{S}_{\text{irr}} T_{\infty}}{\dot{E}_{\text{kin}}} = N \quad (3.29)$$

Die Widerstandszahl  $\zeta$  ist also ein Spezialfall der Energieentwertungszahl  $N$  für Fälle, in denen bei Umgebungstemperatur Energie in Form von kinetischer Energie eines strömenden Mediums übertragen werden soll. In Anbetracht der kleinen Zahl von strömungstechnischen Bauteilen, bei denen dies tatsächlich der Fall ist (z.B. Wasserstrahlantriebe, Wasserwerfer oder Löschmonitore), ist es bemerkenswert, dass sich die Beschreibung der Verluste mittels der wenig intuitiven Widerstandszahl  $\zeta$  durchgesetzt hat und nicht ein Kriterium, das den transportierten Massenstrom und die Verluste in Verbindung bringt.

## 3.6 Bewertung von Wärmeübertragern

Bis zum heutigen Tage finden Verluste im thermodynamischen Sinne -also die Entropieproduktion- kaum Berücksichtigung bei der Auslegung von Wärmeübertragern, die noch immer meistens nach energetischen Gesichtspunkten erfolgt (s. Abschn. 2.6.2). Dabei stehen Maßnahmen zur Anhebung der Nußelt-Zahl  $Nu$  im Mittelpunkt. Außerdem wird oft der Versuch unternommen, die Rohrreibungszahl  $\lambda$  zu verkleinern. Die Variation eines Parameters welche eine vermeintliche Verbesserung der einen Kennzahl bewirkt, bedeutet i.d.R. eine scheinbare Verschlechterung der anderen. So wurden immer wieder Versuche unternommen, diese beiden Kennzahlen sinnvoll gegeneinander abzuwägen. Für beide Größen gilt jedoch, dass sie nicht direkt mit den Verlusten zusammenhängen, so dass eine physikalisch begründete Bewertung und damit auch eine Optimierung auf Basis dieser Kennzahlen allein nicht möglich ist. Da Wärmeübertrager aber Energieübertrager im Sinne des vorigen Abschnitts darstellen, können sie auch mittels der Energieentwertungszahl für Energieübertrager bewertet werden.

### 3.6.1 Beispiel: Unterschiedliche Verluste trotz gleicher Nußelt-Zahl

Häufig wird die Nußelt-Zahl (s. Abschn. 2.4.5) als Maß für die Güte einer Wärmeübertragung bezeichnet. Die Nußelt-Zahl ist jedoch lediglich eine Kennzahl zur quantitativen Beschreibung des Energiestroms in einer Wärmeübergangssituation im Sinne der Dimensionsanalyse. Da weder Entropie, noch Entropieproduktion in sie eingehen, ermöglicht sie nicht die Bewertung einer solchen Situation auf Basis von Verlusten. Sie ist also lediglich ein Maß für die *Intensität* eines Wärmeübergangs an einer Oberfläche, und nicht -auch wenn sie häufig in der Literatur als solches bezeichnet wird- ein Maß für die *Effizienz*. Dies soll anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. Da die Nußelt-Zahl einzig die Wärmeübertragung beschreibt, werden in diesem Beispiel ausschließlich die Verluste aufgrund von Wärmeleitung betrachtet. Zur Bewertung der Wärmeübertrager müssten zusätzlich noch Verluste aufgrund von Dissipation berücksichtigt werden.

Es werden die Dampferzeuger zweier Dampfkraftwerke (vgl. Abb. 3.2) verglichen, die trotz gleicher Nußelt-Zahlen stark unterschiedliche Verluste aufweisen. Das eine Kraftwerk ist ein konventionelles Kraftwerk, dem die Energie durch eine Feuerung

Tabelle 3.2: Verluste am Austritt der Dampferzeuger eines konventionellen und eines geothermischen Kraftwerks.

	konventionell	geothermisch	
$T_3$	900	400	K
$p_3$	250	25	bar
$\lambda_3$	0,11	0,04	W/m K
$T_{zu}$	900,9	402,5	K
$\dot{S}''_{zu}$	1,1	2,5	W/m <sup>2</sup> K
$\dot{S}''_{zu}/\dot{S}''_{\infty}$	32,5 %	72,8 %	
$\dot{S}''_{itr}$	$1,12 \cdot 10^{-3}$	$1,55 \cdot 10^{-2}$	W/m <sup>2</sup> K
$P'_V$	0,33	4,55	W/m <sup>2</sup>

mit fossilem Brennstoff zugeführt wird. Das andere ist ein geothermisches Kraftwerk, bei dem heißes Thermalwasser als Energiequelle dient. Im konventionellen Kraftwerk kommt als Arbeitsmedium Wasser zum Einsatz, das geothermische Kraftwerk arbeitet mit einem organischen Rankine Prozess (ORC) und dem Arbeitsmedium Ammoniak ( $\text{NH}_3$ ).

Kernstück der Betrachtung sind die kalten Seiten der Dampferzeuger beider Kraftwerke, welche als typischen Wert jeweils die gleiche Nusselt-Zahl von  $\text{Nu} = 100$  aufweisen sollen. Auch die Wandwärmestromdichte von  $\dot{q}_W = 1 \text{ kW/m}^2$  sowie die charakteristische Länge der Wärmeübertragung  $l = 0,01 \text{ m}$  (Durchmesser der Verdampferrohre) werden für beide Wärmeübertrager gleich gewählt. Bei einer Umgebungstemperatur von  $T_{\infty} = 293 \text{ K}$  beträgt das flächenbezogene entropische Potenzial des Energiestroms  $\dot{S}''_{\infty} = 3,41 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ . Betrachtet wird der Punkt unmittelbar vor Austritt aus dem Wärmeübertrager (Zustand 3). Für diesen Punkt werden auch die Werte für den Druck  $p_3$ , die Temperatur  $T_3$  sowie die molekulare Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_3$  angenommen (s. Tab. 3.2, Fluiddaten von Lemmon u. a. (2002)). Wird nun die Nusselt-Zahl (s. Gl. (2.12))

$$\text{Nu} = \frac{\dot{q}_W l}{\Delta T \lambda} \quad (3.30)$$

auf die treibende Temperaturdifferenz der Wärmeübertragung in das Fluid  $\Delta T$  umgestellt, so ergibt sich für die beiden Kraftwerke die Temperatur der Wände des Wärmeübertragers bzw. die Temperatur der Energiezufuhr

$$T_{zu} = T_3 + \frac{\dot{q}_W l}{\text{Nu} \lambda} \quad (3.31)$$

Mit diesen Angaben können nun die Entropieströme sowie die Verluste beider Dampferzeuger bestimmt werden, die auch in Tab. 3.2 aufgetragen sind. Gemeinsam mit

dem Energiestrom wird ein Entropiestrom  $\dot{S}''_{\text{zu}}$  in das Arbeitsmedium übertragen. Beim Betreten des Systems ist also schon ein Teil des entropischen Potentials verbraucht. Beim konventionellen Kraftwerk sind dies 32,5 %, beim geothermischen aufgrund des niedrigeren Temperaturniveaus sogar 72,8 %. Durch die Entropieproduktion im Wärmeübertrager  $\dot{S}''_{\text{irr}}$  steht zusätzlich die (flächenbezogene) Verlustleistung  $P''_V$  nicht mehr für die Umwandlung in mechanische Leistung in der Turbine zur Verfügung. So ist im Falle des geothermischen Kraftwerks gegenüber dem konventionellen beim Eintritt des Energiestroms ins Arbeitsmittel nicht nur schon mehr als das doppelte des entropischen Potentials aufgebraucht, sondern zusätzlich sind die auftretenden Verluste um mehr als eine Größenordnung erhöht.

An diesem Beispiel werden drei Dinge deutlich:

- Die Nußelt-Zahl gibt keine Auskunft über die Güte eines Wärmeübertragers. Trotz der gleichen Nußelt-Zahlen der Dampferzeuger unterscheiden sich die Verluste beider Anlagen sowohl in den absoluten als auch in den relativen Werten.
- Verluste hängen nicht nur von der Temperaturdifferenz sondern auch vom Temperaturniveau eines Prozesses ab.
- Ein Bewertungskriterium für Wärmeübertrager muss die Entropieproduktion ins Kalkül ziehen.

#### 3.6.2 Die Energieentwertungszahl eines Wärmeübertragers

Die scheinbare Unmöglichkeit der gemeinsamen Bewertung der Verluste bei der Wärmeübertragung und der Druckverluste kann durch Verwendung der Energieentwertungszahl einfach überwunden werden. Da sie universell für alle Arten der Energieübertragung geeignet ist, kann sie auch direkt auf Wärmeübertrager angewendet werden. Bei der Bewertung eines Wärmeübertragers auf Bauteilebene wird dieser als zusammengesetztes System von Energieübertragern betrachtet (s. Abb. 3.11):

- heiße Seite (Index h): Abzweig (vgl. Abschn. 3.5.2)
- Wand (Index W): Leiter (vgl. Abschn. 3.5.3)
- kalte Seite (Index k): Einmündung (vgl. Abschn. 3.5.1)

Die bislang verwendete Nomenklatur wird beibehalten, so dass auch hier der Energiestrom  $\dot{E}$  mit dem entropischen Potenzial  $\dot{S}_\infty = \dot{E}/T_\infty$  anstelle des in der Literatur häufig zu findenden Wandwärmestroms  $\dot{Q}_W$  übertragen wird. Die anderen Energie- und Entropieströme über die Systemgrenzen, z.B. kinetische oder chemische Energie der Arbeitsmittel, sind in der Abbildung mit dem Index 0 gekennzeichnet und haben für die Bewertung keine Relevanz. Auch der übertragene Entropiestrom bzw. das Temperaturniveau der Energieübertragung hat keinen unmittelbaren Einfluss auf die Bewertung, sie werden ggf. als Prozessbedingung vorgegeben. Die Verluste

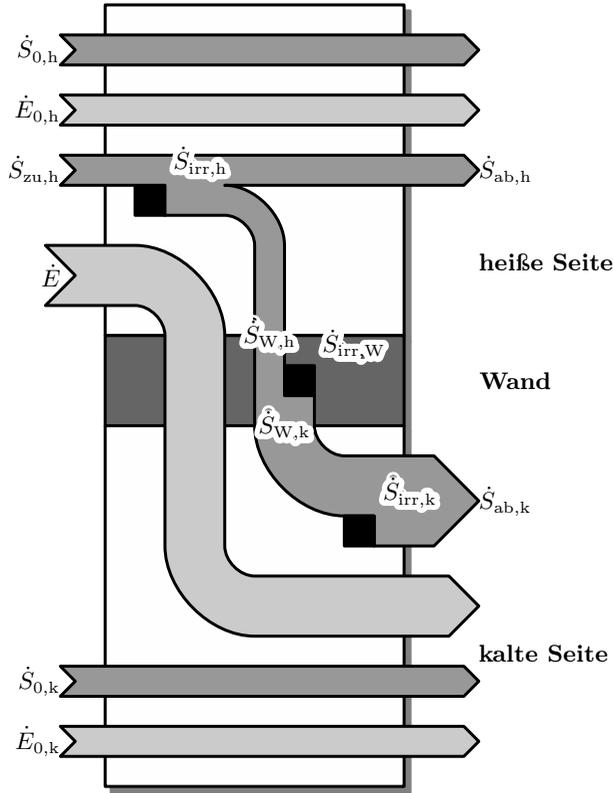


Abbildung 3.11: Energie- und Entropieflüsse in einem Wärmeübertrager (qualitativ).

der Teilsysteme können entweder durch Volumenintegration berechnet werden (z.B. in einer numerischen Simulation) oder durch eine Bilanzierung über die Grenzen des jeweiligen Teilsystems. Damit können die Energiebewertungszahlen der Teilsysteme bestimmt werden.

$$\dot{S}_{irr,h} = \dot{S}_{W,h} + \dot{S}_{ab,h} - \dot{S}_{zu,h} \quad ; \quad N_h = \frac{\dot{S}_{irr,h}}{\dot{S}_{\infty}} \quad (3.32)$$

$$\dot{S}_{irr,W} = \dot{S}_{W,k} - \dot{S}_{W,h} \quad ; \quad N_W = \frac{\dot{S}_{irr,W}}{\dot{S}_{\infty}} \quad (3.33)$$

$$\dot{S}_{irr,k} = \dot{S}_{ab,k} - \dot{S}_{W,k} \quad ; \quad N_k = \frac{\dot{S}_{irr,k}}{\dot{S}_{\infty}} \quad (3.34)$$

Die Energieentwertungszahl für das zusammengesetzte System ist die Summe der einzelnen Energieentwertungszahlen

$$\dot{S}_{\text{irr}} = \dot{S}_{\text{ab,h}} + \dot{S}_{\text{ab,k}} - \dot{S}_{\text{zu,h}} \quad ; \quad N = N_{\text{h}} + N_{\text{W}} + N_{\text{k}} = \frac{\dot{S}_{\text{irr}}}{\dot{S}_{\infty}} = \frac{\dot{S}_{\text{irr}} T_{\infty}}{\dot{E}} \quad (3.35)$$

Durch eine Optimierung auf Basis der Energieentwertungszahl ist es nicht möglich im Sinne eines Wirkungsgrades den übertragenden Energiestrom zu maximieren. Dies könnte z.B. gewollt sein wenn das ungenutzte entropische Potenzial am Austritt der heißen Seite keiner sinnvollen Verwendung zugeführt werden kann. In diesem Fall müsste die Erhöhung des entropischen Potenzials auf der kalten Seite maximiert werden ( $\dot{S}_{\infty} - \dot{S}_{\text{ab,k}} \rightarrow \text{max}$ ).

Bei vielen Anwendungen von Wärmeübertragern ist ein Großteil der Verluste bereits durch die Randbedingungen vorgegeben. Dies ist z.B. bei Motorkühlern der Fall, die Energie vom Motorkühlwasser an die Umgebung übertragen. Hier sind Ein- und Austrittstemperaturen aufgrund von Überlegungen bezüglich der Dauerfestigkeit der Materialien festgelegt. Somit sind auch die Verluste im zu übertragenden Energiestrom festgelegt und können nicht verringert werden. Jedoch können in einer solchen Situation durch die Analyse der Ursachen der Entropieproduktion Verbesserungspotenziale aufgezeigt werden, die z.B. eine Verkleinerung des Wärmeübertragers oder eine Reduzierung der Pumpleistung ermöglichen.

### 3.6.3 Beispiel: Thermo-hydraulische Effizienz vs. Energieentwertungszahl

Bei der Auslegung von Wärmeübertragern wird der Erfolg von Design-Änderungen bzw. der Variation freier Parameter, häufig auf Basis der thermo-hydraulischen Effizienz von Gee u. Webb (1980) bewertet. Mit der Stanton-Zahl  $St = Nu Re^{-1} Pr^{-1}$  des aktuellen Designs und dem Wert eines Referenz-Designs (Index 0) lautet sie

$$\eta = \frac{St/St_0}{(\lambda/\lambda_0)^{1/3}} \quad (3.36)$$

Sie wägt scheinbar die Güte der Wärmeübertragung (durch die Stanton-Zahl) und die Verluste aufgrund von Dissipation (durch die Rohrreibungszahl  $\lambda$ ) ab. Werte  $\eta > 1$  werden als eine Verbesserung gegenüber dem Referenz-Design interpretiert, Werte  $\eta < 1$  als Verschlechterung. Da jedoch weder die Nußelt-Zahl noch die Rohrreibungszahl ein Maß für die Güte bzw. die Verluste in einem System darstellt (vgl. Abschn. 3.5.5 u. 3.6.1), gilt dies auch nicht für die thermo-hydraulische Effizienz. Dies soll anhand der Energieübertragung in eine turbulente Wasserströmung in einem Rohr mit Wänden verschiedener Rauheiten  $K_S$  verdeutlicht werden. Diese könnte z.B. im Vorwärmer eines Dampfkraftwerks auftreten. In diesem Fall wird die kalte Seite des Wärmeübertragers betrachtet. Die Geometrie- und Fluidaten sind in Tab. 3.3 aufgeführt. Die Rohrreibungszahl  $\lambda$  des rauen Rohres wird mittels der Colebrook Gleichung (Colebrook, 1939) bestimmt.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left( \frac{K_S}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right) \quad (3.37)$$

Tabelle 3.3: Geometrie- und Fluiddaten der Energieübertragung in einem Rohr mit rauen Wänden.

$K_S$	0% . . . 5%	relative Sandrauheit
$\dot{E}'_{zu}$	2093 W/m	zugeführte Energie pro Lauflänge
$\dot{m}$	0,05 kg/s	Massenstrom
$dT_m/dx$	10 K/m	Gradient der kalorischen Mitteltemperatur
$d_h$	3,6 mm	Durchmesser
Re	17 000	Reynolds-Zahl
$T_m$	323,15 K	kalorische Mitteltemperatur des Querschnitts
$\rho$	998,21 kg/m <sup>3</sup>	Dichte (Wasser)
$\eta$	1001,6 · 10 <sup>-6</sup> kg/m s	dynamische Viskosität
$\lambda$	5,985 · 10 <sup>-1</sup> W/m K	molekulare Wärmeleitfähigkeit
$c$	4,185 kJ/kg K	spezifische Wärmekapazität
Pr	7,004	Prandtl-Zahl
$T_\infty$	293,15 K	Umgebungstemperatur

Die Nußelt-Zahl in einem rauen Rohr wird gemäß Gnielinski (1976) bestimmt:

$$\text{Nu} = \frac{(\lambda/8) \cdot (\text{Re} - 1000)\text{Pr}}{1 + 12,7(\lambda/8)^{1/2} \cdot (\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad (3.38)$$

Die Auswirkung der Wandrauheit auf die Stanton-Zahl (bzw. die Nußelt-Zahl, da  $\text{Re} = \text{const}$  und  $\text{Pr} = \text{const}$ ) sowie auf die Rohrreibungszahl sind in Abb. 3.12(a) dargestellt. Dabei dienen die Werte des glatten Rohrs als Bezug (Index 0). Sowohl die Stanton-Zahl als auch die Rohrreibungszahl steigen monoton mit zunehmender Rauheit. Auch die thermo-hydraulische Effizienz  $\eta$  steigt monoton. Eine Optimierung auf Basis der thermo-hydraulischen Effizienz müsste also in der maximal technisch möglichen Rauheit resultieren.

Für die Bewertung mittels der Energieentwertungszahl werden zunächst die Entropieproduktionsraten aufgrund von Wärmeleitung  $\dot{S}'_{\text{WL}}$  und aufgrund von Dissipation  $\dot{S}'_{\text{D}}$ , jeweils pro Lauflänge, bestimmt.

$$\dot{S}'_{\text{WL}} = \frac{\dot{E}'_{zu}{}^2}{\pi \lambda T^2 \text{Nu}} \quad ; \quad \dot{S}'_{\text{D}} = \frac{32 \dot{m}^3 \lambda}{\pi^2 \rho^2 T d_h^5} \quad (3.39)$$

Für die gesamte Entropieproduktion pro Lauflänge gilt  $\dot{S}'_{\text{irr}} = \dot{S}'_{\text{WL}} + \dot{S}'_{\text{D}}$ . Diese Gleichungen stellen eine vereinfachte Berechnung dar, die Bejan (1996) verwendet hat, um eine analytische Lösung des Minimierungsproblems bei glatten Wänden zu berechnen. An ihnen ist gut zu erkennen, dass die Nußelt-Zahl und die Rohrreibungszahl auch zur Berechnung der Verluste notwendig sind. Sie kommen dabei nämlich bei der Bestimmung der Energieströme zur Anwendung, jedoch werden diese zusätzlich mit dem Temperaturniveau verknüpft. Die resultierenden Entropieproduktionsraten sind in Abhängigkeit von der Wandrauheit in Abb. 3.12(b) aufgetragen.

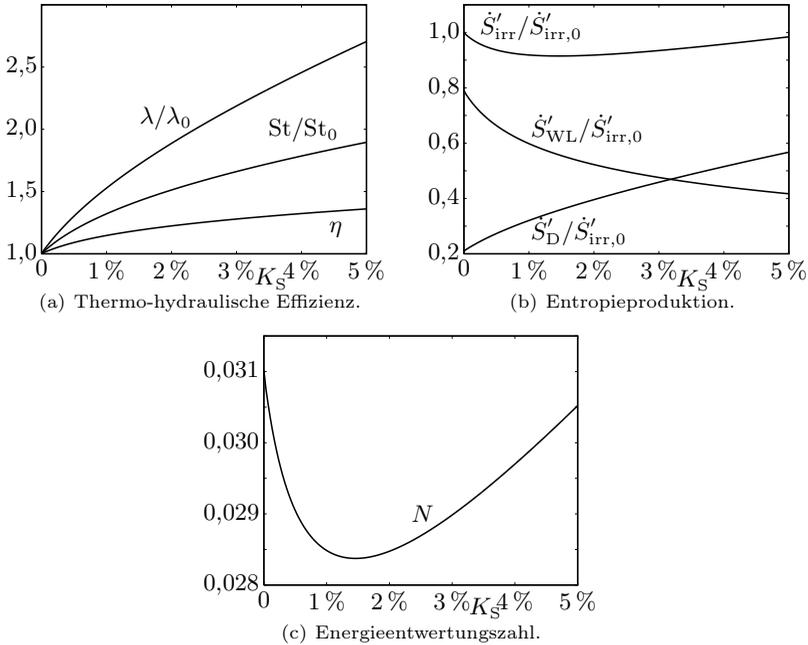


Abbildung 3.12: Der Einfluss von Rauheit auf die Wärmeübertragung in einem Kreisrohr.

Sie wurden dabei mit der gesamten Entropieproduktionsrate im Falle eines glatten Rohrs  $\dot{S}'_{irr,0}$  normiert. An der Abbildung werden folgende Aspekte deutlich:

- Die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung sinkt mit zunehmender Rauheit. Dies ist auf die verbesserte Durchmischung der Strömung und den daraus resultierenden schnellen Abtransport der übertragenen Energie von der Wand in die Strömung zurückzuführen. Dieser konvektive Transport läuft prinzipiell ohne Temperaturgradienten und damit bezüglich der Wärmeübertragung verlustfrei ab. Weiterhin ergibt sich eine einheitlichere Temperaturverteilung im Fluid, so dass die Temperaturgradienten im Feld, und damit auch die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung, grundsätzlich kleiner sind.
- Die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation steigt mit zunehmender Rauheit. An den Rauheits-Artefakten kommt es zu Ablösungen und induzierten Wirbeln. Die Strömung wird in Wandnähe immer wieder beschleunigt, verzögert und umgelenkt. All diese Effekte verursachen Geschwindigkeitsgra-

dienten im Fluid, bzw. Spannungen. Je größer die Rauheit ist, desto stärker sind diese Effekte ausgeprägt und damit steigt auch die durch sie verursachte Entropieproduktion aufgrund von Dissipation.

- Durch Verwendung eines rauen Rohres können die Verluste gegenüber einem glatten Rohr reduziert werden. Die Rauheit muss jedoch auf die Strömungs- und Wärmeübertragungssituation abgestimmt sein, sonst können die Verluste größer werden als im glatten Rohr.
- In diesem Fall hat die Summe der beiden Entropieproduktionsraten ein klares Minimum bei  $K_S = 1,5\%$ .

Bei der Bewertung der Wärmeübertragung mittels der Energieentwertungszahl wird das beheizte Rohr als Energieübertrager (Einnündung, vgl. Abschn. 3.5.1) aufgefasst. Abb. 3.12(c) zeigt den Verlauf der Energieentwertungszahl für einen Rohrquerschnitt

$$N = \dot{S}'_{\text{irr}} T_{\infty} / \dot{E}'_{\text{zu}} \quad (3.40)$$

Da die zugeführte Energie konstant ist, liegt das Minimum an derselben Stelle wie das der Entropieproduktion. Die aus thermodynamischer Sicht optimale Rauheit liegt also bei  $K_S = 1,5\%$ , was einen Verlust von entropischem Potenzial von  $N = 2,85\%$  bedeuten würde. Bei einer auf der thermo-hydraulischen Effizienz basierenden Optimierung würde dieses Optimum nicht gefunden werden. Vielmehr würde sie in einem Design mit gegenüber dem thermodynamischen Optimum erheblich größeren Verlusten resultieren. Z.B. sind die Verluste für eine relative Sandrauheit  $K_S = 5\%$  bereits 7% größer als im Optimum.

### 3.7 Exergie und Anergie

Das aus der Literatur bekannte Konzept der Exergie und Anergie (vgl. Abschn. 2.6.1) kann mit Hilfe des Konzepts des entropischen Potenzials auf eine physikalisch fundiertere Basis gehoben werden und erschließt sich damit auch einem besseren Verständnis. So wird der Exergiestrom  $\dot{E}^{\text{Ex}}$  bei einer Übertragung eines Energiestroms  $\dot{Q}$  in Form von Wärme im Allgemeinen mittels des Carnot-Faktors  $\eta_C$  bestimmt (s. Gl. (2.31)).

$$\dot{E}^{\text{Ex}} = \dot{Q} \underbrace{\left(1 - \frac{T_{\infty}}{T}\right)}_{\eta_C} \quad (3.41)$$

Durch Festlegung des Temperaturniveaus der Wärmeübertragung  $T$  wird diese Berechnung dabei jedoch unnötigerweise beschränkt. Denn nach Auflösen der Klammer wird deutlich, dass die Berechnung allgemein für einen Energiestrom  $\dot{E}$  und einen begleitenden Entropiestrom  $\dot{S}$  gilt

$$\dot{E}^{\text{Ex}} = \dot{E} - \underbrace{\frac{\dot{E}}{T}}_{\dot{S}} T_{\infty} \quad (3.42)$$

Unter Verwendung des entropischen Potentials des Energiestroms folgt

$$\dot{E}^{\text{Ex}} = (\dot{S}_\infty - \dot{S})T_\infty \quad (3.43)$$

So könnte derjenige Anteil eines Energiestroms  $\dot{E}$  mit dem entropischen Potential  $\dot{S}_\infty$  der nicht benötigt wird, um den mit dem Energiestrom übertragenen Entropiestrom  $\dot{S}$  an die Umgebung abzuführen, prinzipiell einem als reversibel angenommenen Arbeitsprozess (vgl. Abschn. 3.1) zugeführt werden ( $\dot{E}_{\text{zu}} = \dot{E}$ ,  $\dot{S}_{\text{zu}} = \dot{S}$ ) und in eine beliebige andere Energieform umgewandelt werden.

$$(\dot{S}_\infty - \dot{S})T_\infty = \dot{E} - \dot{S}T_\infty = \dot{E}_{\text{zu}} - \underbrace{(\dot{S}_{\text{zu}} + \dot{S}_{\text{irr}})}_{=0}T_\infty = P \quad (3.44)$$

Dies ist gleichbedeutend mit der Definition des Exergiestroms in Abschn. 2.6.1. Es wird deutlich, dass nicht wie allgemein angenommen der Anergie-Anteil eines Energiestroms aus dessen Exergie-Anteil folgt, sondern dass im Gegenteil der Anergie-Anteil unmittelbar mit dem begleitenden Entropiestrom verknüpft ist und der Exergie-Anteil aus dem Anergie-Anteil resultiert. Die Übertragung von Entropie ist ausschließlich gemeinsam mit innerer Energie möglich. Bei Energieübertragungen bei denen gemeinsam mit dem Energiestrom keine Entropie übertragen werden kann (z.B. bei der Übertragung in Form von kinetischer Energie oder Leistung) handelt es sich aus diesem Grund (und nicht per definitionem!) um reine Exergieströme.

**Definition: Anergiestrom und Exergiestrom**

Als *Anergiestrom*  $\dot{E}^{\text{An}}$  wird derjenige Anteil eines Energiestroms  $\dot{E}$  bezeichnet, der benötigt wird, um den zusammen mit dem Energiestrom übertragenen Entropiestrom  $\dot{S}$  an die Umgebung mit der Umgebungstemperatur  $T_\infty$  abzuführen.

$$\dot{E}^{\text{An}} = \dot{S}T_\infty \quad (3.45)$$

Der verbleibende Anteil des Energiestroms wird als *Exergiestrom*  $\dot{E}^{\text{Ex}}$  bezeichnet, er kann prinzipiell unbeschränkt in andere Energieformen umgewandelt werden.

$$\dot{E}^{\text{Ex}} = \dot{E} - \dot{S}T_\infty = (\dot{S}_\infty - \dot{S})T_\infty \quad (3.46)$$

Trotz dieser physikalisch begründeten Definition der Exergie weisen exergetische Gütegrade die in Abschn. 2.6.2 genannten Unzulänglichkeiten auf, so dass an ihrer Stelle die Energieentwertungszahl zur Bewertung verwendet werden sollte.

## 4 Bestimmung von Verlusten mit RANS

Da die numerische Bestimmung von Verlusten (d.h. Entropieproduktion) im Strömungsfeld noch nicht Stand der Technik ist, sollen hier kurz die wichtigsten Aspekte erläutert werden. Eine der entscheidenden Aufgaben noch vor Beginn einer CFD-Rechnung ist die Definition der Zielgröße der Simulation sowie die geforderte Genauigkeit (vgl. Casey u. Wintergerste, 2000). Um die Anforderungen mit möglichst geringem Ressourceneinsatz zu erfüllen, wird eine Simulation sinnvollerweise konsequent auf diese Zielgröße ausgerichtet. Dies beinhaltet z.B. die Wahl des Fluidmodells und Turbulenzmodells sowie die (Detail-) Diskretisierung. In dieser Arbeit ist die Zielgröße die Energieentwertungszahl. Da diese auf Basis der lokalen Entropieproduktionsraten bestimmt wird, müssen die Simulationen diese ausreichend fein auflösen.

### 4.1 Simulationsumgebung

Als Simulationsumgebung für die numerischen Berechnungen in dieser Arbeit wird das quelloffene und frei verfügbare CFD-Paket OpenFOAM eingesetzt. Dafür sind drei Aspekte von Bedeutung: Zum einen bietet bislang noch keine CFD-Software die Möglichkeit der Berechnung der Entropieproduktionsraten im Feld, weder während der Lösung noch im Post-Processing. Die verwendete Software muss also leicht zu individualisieren und erweitern sein. Dies ist bei quelloffener Software gegeben. Ein damit zusammenhängender Vorteil ist, dass die Ergebnisse auf diese Weise wissenschaftlich exakt nachvollziehbar sind. Zuletzt erfordern die in dieser Arbeit eingesetzten evolutionären Algorithmen die Durchführung vieler Rechnungen zur selben Zeit. Dies ist am besten möglich wenn die Zahl der Rechnungen nicht von der Verfügbarkeit von Software-Lizenzen abhängt.

### 4.2 Turbulenzmodellierung

Die beiden populärsten Turbulenzmodelle, nämlich das  $k$ - $\varepsilon$ - und das  $k$ - $\omega$ -Modell, verwenden Wandfunktionen zur Beschreibung der Vorgänge in unmittelbarer Wandnähe (vgl. Launder u. Spalding, 1974; Wilcox, 2006). Das heißt, dass die Feldgrößen in diesem Bereich nicht berechnet werden, sondern dass ein universeller Verlauf angenommen wird. Auf diese Weise kann die Anzahl der Zellen in einem Rechengitter reduziert werden weil die großen Gradienten an der Wand nicht aufgelöst werden müssen. In Wärmeübertragern, die typischerweise bei kleinen turbulenten Reynolds-Zahlen betrieben werden oder sogar im Übergangsbereich zur laminaren Strömung, können Wandfunktionen jedoch eine Fehlerquelle darstellen.

Zum einen gelten Wandfunktionen streng genommen nur für  $Re \rightarrow \infty$ , so dass z.B. die Produktion turbulenter kinetischer Energie überschätzt werden kann. Zum anderen muss das Berechnungsgitter bei der Verwendung von Wandfunktionen so gestaltet sein, dass die Dicke der wandnächsten Zellen im Bereich  $20 < y^+ < 100$  liegt. Der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  eines Punktes mit dem Abstand zur Wand  $y$  ist definiert als

$$y^+ = \frac{y}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.1)$$

mit der Wandschubspannung  $\tau_w$ . Da also für eine korrekte Vernetzung des Strömungsgebiets eigentlich das Strömungsfeld als bekannt vorausgesetzt wird, muss das Gitter in mehreren Schritten angepasst werden. Weil aber der Aufwand für abwechselnde Berechnungen und (teilweise manuelle) Gitteränderungen sehr groß ist, werden häufig Berechnungen auf bekanntermaßen schlechten Gittern akzeptiert. Ein weiterer Nachteil bei der Verwendung von Wandfunktionen ist, dass die Gitterunabhängigkeit so nicht mehr systematisch nachgewiesen werden kann.

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ausschließlich das  $k$ - $\omega$ -SST-Turbulenzmodell für kleine Reynolds-Zahlen (d.h. ohne Wandfunktionen) von Menter (1994) verwendet. In diesem Fall muss  $y^+ < 2$  sein, was durch einen entsprechend groß gewählten Wachstumsfaktor der Zellen in Dickenrichtung von der Wand aus einfach zu erfüllen ist.

### 4.3 Temperatur

Die konzeptionell einfachste Methode, die Temperaturverteilung in einer Strömung zu berechnen, ist die Lösung des gekoppelten Gleichungssystems von Navier–Stokes-Gleichungen und Energiegleichung. Der numerische Aufwand hingegen ist immens. Durch die folgend genannten Vereinfachungen werden die Ergebnisse im Verhältnis zu den anderen Fehlern (Modellfehler, Diskretisierungsfehler, ...) nur gering verfälscht, der numerische Aufwand fällt jedoch erheblich geringer aus.

#### 4.3.1 Aufheizung durch Dissipation

In energietechnischen Wärmeübertragungssituationen übersteigen die Energieströme, die in Form von Wärme übertragen werden, i.d.R. die Dissipation um Größenordnungen. Vereinfachend kann daher der Einfluss der Dissipation auf das Temperaturfeld vernachlässigt werden. Somit werden zwei Effekte nicht berücksichtigt: Zum einen steigt durch die Umwandlung kinetischer Energie in innere Energie lokal die Temperatur. Wird vereinfachend die Temperatur während des Dissipationsvorgangs als konstant angenommen, folgt daraus eine leichte Überschätzung der Entropieproduktion, da die dissipierte Energie eigentlich auf einem höheren Temperaturniveau vorliegt. Zum anderen erfolgt die Temperaturzunahme durch die ungleichmäßige örtliche Verteilung der Dissipation inhomogen. Beim anschließenden Abbau der Gradienten tritt Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung auf. Beides sind jedoch

Effekte höherer Ordnung und ihre Auswirkung auf die Gesamtverluste sind klein. Es ist also ausreichend, die Dissipation durch ihre Entropieproduktion zu berücksichtigen und es bedarf weder der Lösung der Energiegleichung, noch eines Quellterms in der Temperaturgleichung.

### 4.3.2 Temperatur als passiver Skalar

Bei der Berechnung von Wärmeübertragungssituationen in inkompressiblen Fluiden mit konstanter Wärmekapazität gibt es keine Rückwirkung der lokalen Temperaturen auf die Strömung, bzw. des Temperaturfeldes auf das Strömungsfeld. Deshalb kann die Temperatur als Skalar modelliert werden, der im Fluid transportiert wird, ein sog. passiver Skalar. Wird zusätzlich der Einfluss der Dissipation auf das Temperaturfeld vernachlässigt, muss lediglich die Transportgleichung gelöst werden:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{UT}) = a_{\text{eff}} \nabla^2 T \quad (4.2)$$

Darin ist die effektive Temperaturleitfähigkeit  $a_{\text{eff}}$  die Summe der Temperaturleitfähigkeit  $a$  und der turbulenten Temperaturleitfähigkeit  $a_t$ .

Erfolgt die Modellierung der inneren Energie mittels der Temperatur als passivem Skalar, so ist ein Wärmestrom über eine Wand gleichbedeutend mit einem endlichen Temperaturgradienten in unmittelbarer Nähe der Wand. Bei Durchströmungen gilt dann für den Wärmestrom ins System

$$\dot{Q} = \dot{Q}_W = \dot{m} c (T_{m,\text{ab}} - T_{m,\text{zu}}) = -\lambda \int \frac{dT}{d\vec{n}} dA_W \quad (4.3)$$

mit dem Wandnormalenvektor  $\vec{n}$ . D.h. die Berechnung bzw. die Vorgabe des Energiestroms der das System in Form von Wärme über die Wand betritt kann auf zwei Arten erfolgen: Entweder mittels des Temperaturgradienten an der Wand oder über die Änderung der kalorischen Mitteltemperatur vom Zufluss zum Abfluss ( $T_{m,\text{ab}} - T_{m,\text{zu}}$ ). Bei Vorgabe des einen Werts ist der jeweils andere Ergebnis der Rechnung. Damit das Problem eindeutig ist, muss zusätzlich an einem Feldpunkt die Temperatur vorgegeben werden, sowie eine Vorschrift zur Verteilung der Temperatur an der Wand. Im einfachsten Fall wird eine konstante Wandtemperatur vorgegeben. Da das Temperaturfeld nicht mit den anderen Feldern gekoppelt ist, kann es unabhängig gelöst werden.

### 4.3.3 Berechnung des Temperaturfeldes

Zu Beginn des Lösungsalgorithmus weisen alle Felder noch große Sprünge und unphysikalische Verteilungen der Werte auf. Die Lösung von Gl. (4.2) basierend auf diesen Feldern ist mit hohem numerischen Aufwand verbunden und liefert dennoch keine verwertbare Information. Aus diesem Grunde ist es zweckmäßig, das Temperaturfeld zunächst als homogen und konstant anzunehmen und basierend auf dieser Temperaturannahme das Strömungsfeld und die Entropieproduktion aufgrund von

Dissipation bis zur Konvergenz zu berechnen. Dann erst wird die Lösung der Temperaturgleichung eingeschaltet und das Strömungs- und Temperaturfeld abwechselnd berechnet, bis zur Konvergenz aller Zielgrößen.

## 4.4 Verluste

Die Berechnung der lokalen Entropieproduktion gem. Gln. (4.4)–(4.7) kann explizit auf Basis der berechneten Felder erfolgen und erfordert somit im Vergleich zum Lösen von Gleichungssystemen wenig Aufwand. Es wird jedoch eine ausreichend feine Diskretisierung benötigt, so dass der Aufwand bei der Lösung steigt. Außerdem gehen in die Berechnung die quadrierten Gradienten der Felder ein, so dass die Methode sehr sensibel auf Störungen reagiert und eine genaue Lösung der Felder erforderlich ist, was die Durchführung vieler Iterationen bedingt. Dieser Aufwand ist jedoch gerechtfertigt, wenn z.B. der Wirkmechanismus einer Wärmeübertragungssituation untersucht werden soll oder die Auswirkungen einer lokalen Formvariation.

### 4.4.1 Lokale Entropieproduktion

Bei der Berechnung von Wärmeübergangssituationen unter Verwendung der RANS-Gleichungen müssen die Terme der Entropieproduktion (s. Gl. (2.8) u. (2.9)) in einen Teil aufgrund der zeitgemittelten Größen ( $\overline{\square}$ ) und einen aufgrund der Schwankungsgrößen ( $\square'$ ) aufgeteilt werden. Dann können die lokalen Entropieproduktionsraten aufgrund von Dissipation wieder allein auf Basis bekannter Feldgrößen bestimmt werden (vgl. Wang u. a., 2003; Kock u. Herwig, 2004)

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{D}}''' = \frac{\eta}{T} \left( 2 \left[ \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{w}}{\partial z} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial y} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\dot{S}_{\text{D}'}''' = \frac{\varrho \varepsilon}{T} \quad (4.5)$$

mit  $\dot{S}_{\text{D}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{D}'}'''$ . Darin ist  $\varepsilon$  die turbulente Dissipationsrate, die z.B. im  $k$ - $\omega$ -SST-Turbulenzmodell mit Gl. (2.45) quasi als Feldgröße vorliegt. Für die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung gilt

$$\dot{S}_{\text{WL}}''' = \frac{\lambda}{T^2} \left( \left( \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{T}}{\partial z} \right)^2 \right) \quad (4.6)$$

$$\dot{S}_{\text{WL}'}''' = \frac{a_{\text{t}}}{a} \dot{S}_{\text{WL}}''' = \frac{\nu_{\text{t}}}{\text{Pr}_{\text{t}} a} \dot{S}_{\text{WL}}''' \quad (4.7)$$

mit  $\dot{S}_{\text{WL}}''' = \dot{S}_{\text{WL}}''' + \dot{S}_{\text{WL}'}'''$ . Die kinematische Wirbelviskosität  $\nu_{\text{t}}$  wird beim Lösen der Gleichungen des Turbulenzmodells bestimmt, so dass auch der turbulente Anteil der

lokalen Entropieproduktion direkt bestimmt werden kann. Diese Form der Modellierung ist eigentlich nur asymptotisch für  $Re \rightarrow \infty$  korrekt. Weil in Wärmeübertragern jedoch sehr kleine turbulente Reynolds-Zahlen auftreten, müssen Rechnungen die auf diesem Modell aufbauen gründlich validiert werden.

#### 4.4.2 Bestimmung der Energieentwertungszahl

Existieren in einer numerischen Simulation gültige Felder für Geschwindigkeit und Temperatur, so liegen die wichtigsten Daten für die Berechnung der Energieentwertungszahl gem. Gl. (3.20) vor. Die Verluste folgen aus Gln. (4.4)–(4.7). Mit Gl. (4.3) kann der Energiestrom über die Wand anhand des Temperaturgradienten an der Wand berechnet werden, unabhängig davon, ob er als Randbedingung vorgegeben ist oder Teil der Lösung ist. Die Umgebungstemperatur kann als Voreinstellung mit z.B.  $20^\circ\text{C}$  implementiert werden und ggf. vom Nutzer angepasst werden. D.h. die Berechnung der Energieentwertungszahl kann unabhängig von der Art der Wärmeübertragungssituation allgemeingültig im Löser implementiert werden. Sie kann aufgrund des geringen numerischen Aufwands sogar z.B. nach jeder äußeren Iteration erfolgen.

#### 4.4.3 Die Energieentwertungszahl als Konvergenzkriterium

Für gewöhnlich wird die Konvergenz von CFD-Rechnungen anhand des Rückgangs der Residuen gemessen. Im Zuge der Lösung der algebraischen Gleichungssysteme ist dies auch eine wichtige Größe, der Zusammenhang zwischen Residuen und der tatsächlichen Zielgröße der Rechnung ist jedoch unbekannt. Da die Energieentwertungszahl sowohl die Zielgröße der Rechnungen darstellt als auch vergleichsweise einfach zu bestimmen ist, liegt es nahe, die Konvergenz einer Rechnung mit ihrer Hilfe zu definieren.

Die Energieentwertungszahl fußt u.a. auf den quadrierten Gradienten des Temperatur- und Geschwindigkeitsfeldes. Damit reagiert sie sehr sensibel auf jede Änderung der Lösung. Da die Felder in Laufe der Iterationen immer glatter werden, erfolgt die Annäherung an den Grenzwert der Energieentwertungszahl im Verlauf der Iterationen stets von oben. D.h. es ist nicht möglich schon im Verlauf der Iterationen besonders schlechte Fälle zu identifizieren und durch deren Abbruch Rechenzeit zu sparen. Diese Eigenschaft bietet jedoch auch einen Vorteil bei der Optimierung mit evolutionären Algorithmen: Zwar ist es möglich, dass die Verluste eines Individuums durch einen Fehler zu groß angenommen werden und es sich deshalb mit einer geringeren Wahrscheinlichkeit reproduzieren kann. Andererseits ist dadurch der gravierendere Fall ausgeschlossen, in dem ein Individuum zu gut bewertet wird und der Algorithmus deshalb immer in Richtung einer nur scheinbar guten Lösung gezogen wird.

Mit der Methode können auch Fälle identifiziert werden, deren Lösung oszilliert, was ein Hinweis dafür sein kann, dass keine stationäre Lösung existiert. Dies ist anhand der Residuen nicht eindeutig feststellbar. Konkret implementiert wird das

Kriterium, indem nach jeder äußeren Iteration geprüft wird, ob die relative Änderung jedes der vier Anteile der Entropieproduktionsrate über die letzten 20 Iterationen kleiner als  $1 \cdot 10^{-4}$  war. In diesem Fall gilt die Konvergenz als erreicht und die Rechnung wird gestoppt.

### 4.5 Validierung

Entropie ist nicht direkt messbar, somit kann die spezifische Entropie eines Stoffstroms stets nur indirekt über Temperatur und Druck bestimmt werden. Auch die Entropieproduktion ist nicht messbar, die Felder von Temperatur und Geschwindigkeit hingegen schon. Jedoch ist auch mit aktuellsten Messmethoden wie z.B. der Particle Image Velocimetry (PIV) mit Flüssigkristallen als Tracerpartikel die Differenzierung der gemessenen Felder und die Bestimmung der lokalen Entropieproduktionsraten bis in die viskose Unterschicht hinein nicht möglich (vgl. Nasarek, 2010). Als Alternative können z.B. DNS-Rechnungen als Referenz verwendet werden, wobei dies streng genommen keine Validierung ist.

Eine Validierung der Entropieproduktion ist also prinzipiell nur indirekt durch den Vergleich globaler Werte möglich. Da die lokalen Entropieproduktionsraten jedoch aus Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld resultieren, sind Validierungen der RANS-Gleichungen inklusive der Turbulenzmodellierung und des SIMPLE-Algorithmus bezüglich dieser Felder hilfreich, denn dann ist lediglich die Gültigkeit der Gln. (4.4)–(4.7) strittig. Die Validierung des  $k$ - $\omega$ -SST-Modells und der Wärmeleitung in Bezug auf die Entropieproduktion erfolgt in Abschn. 6.3.1.

Es ist gängige Praxis, CFD-Modelle (z.B. Geometrien, Randbedingungen, Turbulenzmodelle) durch den Vergleich von Geschwindigkeitsprofilen zu validieren. Dies ist insofern richtig, als der Vergleich einer Feldgröße gegenüber z.B. dem einzelner skalarer Größen eine höhere implizite Genauigkeit bringt. Im Hinblick auf die Verluste ist dieses Verfahren jedoch fragwürdig, weil diese nicht vom Geschwindigkeitsfeld selbst abhängen, sondern von dessen Gradienten.

Der Unterschied soll an einer laminaren Strömung in einem Kreisrohr verdeutlicht werden. Für das Geschwindigkeitsprofil existiert in diesem Fall eine analytische Lösung, nämlich das Parabelprofil  $u_{\text{Parab}}$  (vgl. Abschn. 3.3.2). Dieses wird mit einem gestörten Profil verglichen, welches zwar die gleiche mittlere Geschwindigkeit  $u_m$ , und damit auch den gleichen Massenstrom  $\dot{m}$  besitzt, jedoch lokal eine Abweichung der Geschwindigkeit von bis zu 1 % aufweist (s. Abb. 4.1). Die Darstellung erfolgt in entdimensionierter Form, wobei die lokale Geschwindigkeit  $u$  mit der maximalen Geschwindigkeit des Parabelprofils  $u_{\text{max}}$  entdimensioniert wird ( $u^* = u/u_{\text{max}}$ ) und die radiale Koordinate  $r$  mit dem halben Rohrdurchmesser ( $r^* = r/0,5 d_h$ ). Der rein visuelle Vergleich der Geschwindigkeitsprofile zeigt keine nennenswerten Unterschiede. Wenn die Geschwindigkeit die Zielgröße der Rechnung ist, wirkt sich die Abweichung kaum aus. Anders ist dies jedoch bei den Verlusten, da sie aus den Gradienten hervorgehen. Die Poiseuille-Zahl des gestörten Geschwindigkeitsprofils  $Po = 66,58$  zeigt, dass die Verluste gegenüber dem Parabelprofil ( $Po = 64$ ) um 4 % erhöht sind. Unter

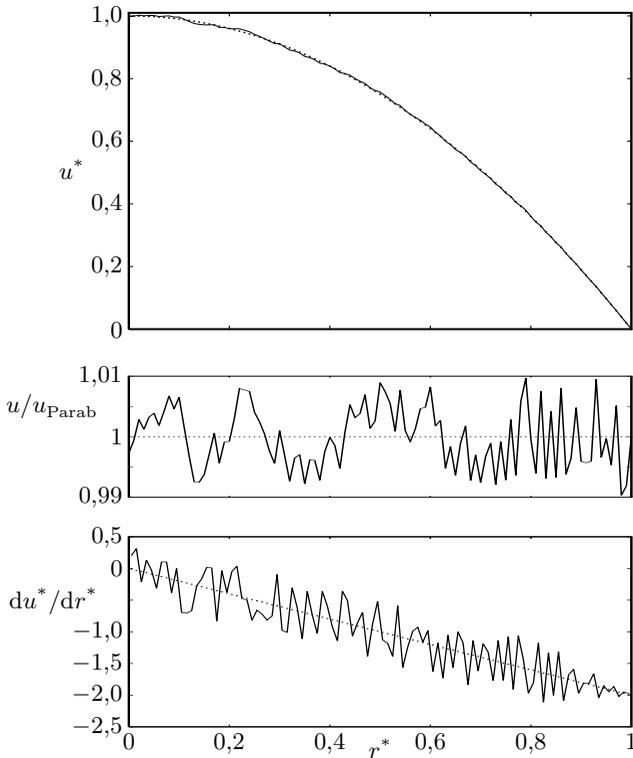


Abbildung 4.1: Geschwindigkeitsprofile einer laminaren Kreisrohrströmung.  
Gepunktet: parabolisch; durchgezogen: gestört.

dem Gesichtspunkt der Verluste ist es deshalb äußerst bedenklich, wenn in der Praxis sogar Modelle als validiert gelten, deren Fehler in der Geschwindigkeitsverteilung bis zu 10% betragen.



## 5 Numerische Geometrieoptimierung

Für viele Wärmeübertragungssituationen, die häufig im industriellen Einsatz zu finden sind, wurden in der Vergangenheit empirische Korrelationen erarbeitet. Diese ermöglichen für Standard-Bauteile auf Basis von Geometrie, Strömungsgrößen und Größen der Wärmeübertragung (diese zusammen bilden bei einer Optimierung den Parameterraum) eine sichere Berechnung der Verluste (dies ist der Lösungsraum). Soll jedoch die Form eines Bauteils abseits dieser Standard-Situationen bzw. im Detail optimiert werden, so müssen die Effekte von Maßnahmen durch Experimente untersucht werden. Da Simulationen in den meisten Fällen realen Experimenten bezüglich Aufwand und Dauer überlegen sind, wird mittlerweile versucht, den Optimierungsprozess so weit wie möglich (z.B. bis auf die Fertigung eines Prototypen) zu virtualisieren. Dies erlaubt auch die Untersuchung einer weit größeren Anzahl von Geometrien als bei realen Experimenten.

Dazu muss die Geometrie eindeutig durch Parameter beschrieben sein, so dass sie reproduzierbar ist und bestenfalls sogar der Einfluss einzelner Parameter identifiziert werden kann. Ebenso wichtig ist die Definition von Prozess-Bedingungen (z.B. ein geforderter Energiestrom) und Nebenbedingungen (z.B. die maximale Baugröße, Temperaturbereiche). Weiterhin muss für alle Größen, die variiert werden dürfen, in Abstimmung mit dem Gesamtsystem jeweils der erlaubte Bereich der Variation festgelegt werden. Diese Bereiche können sich während des Entwurfsprozesses ändern. Von zentraler Bedeutung ist die Definition einer klaren Zielfunktion. So ist z.B. die Größe des Wärmestroms i.d.R. nicht die Zielgröße der Optimierung, sondern eine Prozess-Bedingung.

Das übergeordnete Ziel einer Optimierung ist zumeist die Gesamtwirtschaftlichkeit. Diese ergibt sich aus der Berücksichtigung und Gewichtung von:

- Bau: Materialbedarf, Fertigungsaufwand, Montage, Planung, Abschreibung, Zinsen
- Betrieb: Wartung, Energiekosten, Reinigung, Verschleiß, Schadenswahrscheinlichkeit, Ausfallkosten
- Entsorgung: anschließende Nutzung, Verkauf, Verschrottung

Dabei sind die Zusammenhänge teilweise unbekannt oder zu komplex, als dass sie modelliert und in Form einer Bewertungsfunktion formuliert werden könnten (z.B. Komfort-Parameter bei Transportmitteln). Die thermodynamische Optimierung ist jeweils nur ein Teilaspekt. Sie beeinflusst jedoch alle o.g. Kostenfaktoren und verändert ihr Gefüge. Der Einfluss ist jedoch schwer zu quantifizieren. So können durch die thermodynamische Optimierung zunächst die Brennstoffkosten sinken. Wenn

die gefundene Geometrie aber z.B. leicht verschmutzt, kann der Energieverbrauch letztlich aufgrund von Ablagerungen steigen.

Die Optimierung hier erfolgt ausschließlich in Bezug auf die Energieentwertungszahl. Ein Energieübertrager ist somit optimal, wenn er unter Einhaltung der Nebenbedingungen (z.B. Baugröße, Temperaturbereiche, Massenströme) die kleinstmögliche Energieentwertungszahl aufweist.

## 5.1 Simulationsbasierte Optimierung

CFD-Rechnungen liefern keine Gradienten des Lösungsraums bezüglich der Parameter. Weiterhin wird ihr Ergebnis durch Diskretisierungsfehler und Abbruchfehler verfälscht, so dass der Lösungsraum grundsätzlich nicht glatt ist. Damit können bei der simulationsbasierten Optimierung keine gradientenbasierten Verfahren eingesetzt werden. Weiterhin sollen Optimierungsalgorithmen möglichst wenige Funktionsauswertungen bis zur Konvergenz benötigen, da jede Funktionsauswertung die Durchführung einer CFD-Rechnung bedeutet.

Die Anforderungen an Effizienz und Robustheit werden z.B. vom Downhill-Simplex Algorithmus von Nelder u. Mead (1965) bzw. von evolutionären Algorithmen (s. z.B. Goldberg, 1989) erfüllt. Da die Algorithmen sich nur von einem vermeintlichen Optimum lösen können, wenn zufällig bessere Parameter gefunden werden, stellen Parameterkombinationen die fälschlicherweise zu gut bewertet werden ein Problem dar. Durch die Bewertung mittels der Energieentwertungszahl ist dieser Fall jedoch ausgeschlossen. Die Entropieproduktion nimmt im Verlauf der iterativen Berechnung stets ab, so dass eine vorzeitige Beendigung der Rechnung eine erhöhte Entropieproduktion bewirkt. Das gleiche gilt für jede Störung der numerischen Felder, da dies erhöhte Gradienten bewirkt. Die zugehörige Parameterkombination würde also schlechter bewertet werden.

Weil evolutionäre Algorithmen massiv parallelisiert werden können und somit in kürzerer Zeit brauchbare Ergebnisse liefern, werden die Optimierungsstudien in dieser Arbeit mittels eines solchen Algorithmus realisiert.

## 5.2 Parametrierung beliebiger Geometrien

Die Geometrie der Strömungskanäle von Wärmeübertragern weist i.d.R. in alle drei Raumrichtungen eine Periodizität auf, so dass in ausreichendem Abstand von den Rändern eine periodisch ausgebildete Strömung vorliegt. Somit kann die Simulation der Strömung in einem repräsentativen Ausschnitt des Wärmeübertragers erfolgen. Da der Ausschnitt aufgrund der Periodizität grundsätzlich quaderförmig ist, bietet sich weiterhin die Verwendung von Blockgittern an, die durch Verzerren an die vorliegende Geometrie angepasst werden können, ohne die Topologie zu verändern. Wenn die gegenüberliegenden Ränder durch periodische Randbedingungen verbunden werden, können sich das Geschwindigkeitsprofil und die Turbulenzgrößen frei einstellen, so dass die Strömung durch Vorgabe dieser Werte nicht verfälscht wird.

Die Kontur der Ränder kann in diesem Fall durch den Realteil  $\Re$  eines komplexen Fourierpolynoms beschrieben werden. Für einsinnig gekrümmte Flächen lautet es

$$z_0(x) = l_z \sum_{j=0}^{\infty} \Re \left( \alpha_j \exp \left( 2 \pi i j \frac{x}{l_x} \right) \right) \quad (5.1)$$

und für zweisinnig gekrümmte Flächen

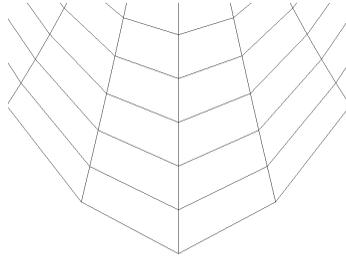
$$z_0(x, y) = l_z \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \Re \left( \alpha_{jk} \exp \left( 2 \pi i \left( j \frac{x}{l_x} + k \frac{y}{l_y} \right) \right) \right) \quad (5.2)$$

worin  $l_x, l_y, l_z$  die Bezugsängen in den drei Raumrichtungen sind. Die Form wird durch die komplexen Koeffizienten  $\alpha_j$  bzw.  $\alpha_{jk}$  festgelegt. Der Detaillierungsgrad der Formbeschreibung steigt mit der Anzahl der Koeffizienten, die  $\neq 0$  sind. Im Gegensatz zur Formbeschreibung auf Basis diskreter Punkte sind auf diese Weise alle stetigen Geometrien darstellbar. Durch Anpassung der Bezugsängen können nicht nur periodische Geometrien, sondern auch Körper abgebildet werden, deren Anfangs- und Endpunkte nicht übereinstimmen. Als Faustregel sollte die Diskretisierung einer Periode einer Sinusschwingung mit nicht weniger als 7 Punkten erfolgen. Daher sollte für die Anzahl der Randpunkte  $n_x > 7(j - 1)$  bzw.  $n_y > 7(k - 1)$  gelten.

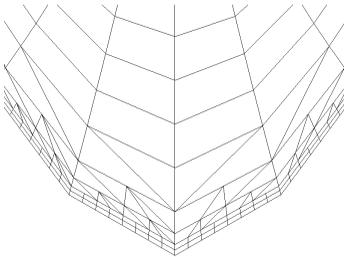
Die Geometrie ist immer stetig und mit geringem Aufwand an jeder Stelle auszuwerten und das ohne die Notwendigkeit von Interpolationsfunktionen. Somit kann z.B. bei einer Randverfeinerung eines Gitters der tatsächliche Wert an jeder Stelle explizit berechnet werden. Dies ermöglicht z.B. eine nachträgliche Gitterverfeinerung bei der auch die Geometrie besser abgebildet wird (s. Abb. 5.1). Die Geometrie kann also mit beliebiger Genauigkeit diskretisiert werden. Scharfe Kanten können auf diese Weise allerdings nicht direkt abgebildet werden. Wenn dies notwendig ist, so kann die Geometrie abschnittsweise von Feature zu Feature beschrieben werden.

Bei einer Optimierung stellen die Fourierkoeffizienten den Parameterraum dar, so dass diese Form der Parametrierung in hohem Maße für die Verwendung in evolutionären Algorithmen geeignet ist. Dabei ist es z.B. möglich, während der Optimierung nach und nach die Anzahl der Fourierkoeffizienten und die Gitterauflösung zu erhöhen. So wird keine Rechenzeit auf die zufällig generierten und damit mutmaßlich schlechten Individuen zu Beginn des Algorithmus verschwendet und gleichzeitig wird die Gitterunabhängigkeit sichergestellt.

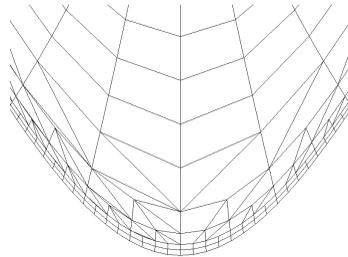
Die Darstellung eignet sich auch zur Verbesserung bereits bestehender Geometrien. Wird der 0-te Koeffizient zu 0 gesetzt, so bleibt das Volumen des Berechnungsgebiets bei der Verschiebung der Randpunkte konstant. Das Integral einer Sinusschwingung über eine Periode ist ohnehin gleich 0 (und somit auch das einer Überlagerung mehrerer Schwingungen), solange die Bezugsänge ein Vielfaches der Periode ist. Damit kann das Fourierpolynom zur Beschreibung der lokalen Abweichung einer zu verbessernden Geometrie in Richtung der Oberflächennormalen verwendet werden z.B. bei einem Tragflügelprofil. Auf diese Weise können mit geringem Aufwand grundsätzlich geeignete Geometrien im Detail verbessert werden.



(a) Grobes Gitter.



(b) Gitterbasierte Verfeinerung.



(c) Geometriebasierte Verfeinerung.

Abbildung 5.1: Unterschiedliche Arten der Randverfeinerung.

### 5.3 Evolutionärer Algorithmus

Zur Optimierung der Geometrien in dieser Arbeit wird ein evolutionärer Algorithmus eingesetzt. Dieser wird ohne zentrale Steuerinstanz implementiert. Statt dessen werden auf mehreren Rechenknoten Kopien des gleichen Perl-Skriptes gestartet, die lediglich durch gemeinsam genutzte Ordner in Verbindung stehen:

- blank: enthält das unverzerrte Basis-Gitter, sowie Startwerte für alle benötigten Felder,
- population: Ordner für die fertig berechneten Individuen mit konvergierten Feldern,
- rejects: Ordner für schlechte Individuen, deren Berechnung abgebrochen wurde, z.B. aufgrund von unbrauchbaren Gittern, zu langsamer Konvergenz oder numerischen Singularitäten.

Wenn diese Ordner auf einem Fileserver platziert werden und in einem Netzwerk freigegeben werden, können sie von Compute-Servern gemountet werden, so dass der nachfolgende Algorithmus in beliebiger Anzahl unabhängig voneinander parallel ausgeführt werden kann. Die Speicherung von Zwischenergebnissen und log-Dateien

erfolgt in einem lokalen temporären Verzeichnis (temp). Jedes Individuum befindet sich in einem eigenen Ordner, der das Genom, das Gitter und die numerischen Felder enthält.

Die Generationenfolge ist nicht synchronisiert, so dass Rechenknoten bei schneller Konvergenz oder nach Abbruch einer Rechnung nicht auf die anderen Knoten warten müssen, sondern sofort mit dem nächsten Fall beginnen können. Dadurch ergibt sich eine Nutzzeit der Knoten von annähernd 100%. Da zusätzlich die Anzahl der parallel berechneten Individuen beliebig ist, kann die Zahl der Knoten während des Algorithmus entsprechend der Verfügbarkeit und dem Bedarf angepasst werden z.B. mit auf dem Spot-Markt verfügbarer Rechenkapazität in der Cloud.

Die Schritte der folgenden Abschnitte werden wiederholt nacheinander durchlaufen, bis der Algorithmus von außen abgebrochen wird.

### 5.3.1 Größe der Startpopulation

Zunächst wird geprüft, ob die Startpopulation vollständig ist, d.h. mindestens die vorgegebene Anzahl von auskonvergierten Fällen im Ordner population vorhanden ist. Wenn dies der Fall ist, folgt als nächster Schritt die Selektion (Sprung zu Abschn. 5.3.3), sonst wird ein Individuum auf Basis eines zufällig erzeugten Genoms erschaffen (nächster Abschnitt). Da zu diesem Zeitpunkt möglicherweise auf anderen Rechenknoten noch Individuen in der Berechnung sind, können letztlich mehr Individuen zufällig erzeugt werden als die Vorgabe der Anzahl der Individuen in der Startpopulation.

### 5.3.2 Erzeugung eines neuen Genoms

Die einzelnen Gene werden mit Hilfe von Zufallszahlen  $X$  initialisiert. Diese nehmen Werte im Bereich  $[0 \dots 1]$  an, wobei bei jedem Auftreten in den Berechnungen der Zufallswert neu ermittelt wird:

$$\alpha_{jk} = (X - 0,5) + i(X - 0,5) \quad (5.3)$$

Die Anzahl der Gene  $\neq 0$  und damit der Bereich für  $j$  und  $k$  müssen im Vorfeld problemabhängig festgelegt werden. Das daraus geschaffene Individuum besitzt keinen tatsächlichen Vorfahren, deshalb wird der Fall im Ordner blank als Vorfahr eingesetzt, d.h. dass die Felder homogen initialisiert werden. Da somit klar ist, welches Individuum berechnet werden soll, entfällt der Schritt der Selektion, so dass der Algorithmus zu Abschn. 5.3.5 springt.

### 5.3.3 Selektion

Die Selektion erfolgt mit der *Glücksrad*-Methode. Dazu werden die bereits berechneten Fälle entsprechend ihrer Energieentwertungszahl sortiert, beginnend mit dem Individuum mit den geringsten Verlusten. Jedem Individuum wird der Reihe nach

ein Stück Rand des Glücksrades zugewiesen. Die Länge des Randes des  $m$ -ten Individuums beträgt  $l_m = 1/m$ . Die Gesamtlänge des Randes beträgt bei  $n$  Individuen  $l = \sum_{p=1}^n \frac{1}{p}$ . Die Wahrscheinlichkeit für die Auswahl des  $m$ -ten Individuums beträgt

$$W_m = \frac{1}{m \sum_{p=1}^n \frac{1}{p}} \quad (5.4)$$

Mittels einer Zufallszahl  $X$  wird eine Position auf dem Rand des Glücksrades  $X \cdot l$  bestimmt und das zugehörige Individuum ausgewählt.

### 5.3.4 Mutation

Es werden stets alle Gene mutiert, somit kann die Mutation auch als Kreuzung mit einem zufällig erzeugten Individuum aufgefasst werden. Dies stellt die genetische Vielfalt sicher. Da im Vorfeld nicht bekannt ist, in welcher Größenordnung sich einzelne Koeffizienten bzw. deren Imaginär- und Realteile bewegen, wird die Größe der möglichen Mutationen an den jeweiligen Wert angepasst. Auf diese Weise ist es grundsätzlich möglich, dass sich die Koeffizienten auch um Größenordnungen ändern können, mit höherer Wahrscheinlichkeit kommt es jedoch nur zu einer geringen Variation. Der Realteil  $\Re$  und der Imaginärteil  $\Im$  eines jeden Gens werden unabhängig voneinander mutiert:

$$\alpha'_j = \Re(\alpha_j) \left[ 1 + 4X^4(X - 0,5) \right] + i\Im(\alpha_j) \left[ (1 + 4X^4(X - 0,5)) \right] \quad (5.5)$$

Darin stellt jedes  $X$  einen unabhängigen Zufallswert dar. Dies entspricht einer Skalierung des Real- und Imaginärteils jeweils im Bereich  $[-1 \dots 3]$  des alten Werts, wobei die Wahrscheinlichkeit für den Faktor 1 am größten ist und zu den Rändern abnimmt. Das heißt, der Wert kann prinzipiell verdreifacht werden oder sein Vorzeichen wechseln, was jedoch selten geschieht

### 5.3.5 Gitterverzerrung

Im temp Verzeichnis wird ein neuer Ordner für das Individuum erstellt. Als eindeutiger Name wird der MD5-Hash der Gene benutzt. Darin wird das Genom in einer Datei gespeichert und das Basis-Gitter, die numerischen Felder mit den Randbedingungen sowie die Konfigurationsdateien (z.B. Fluiddaten und Turbulenzmodell) vom Vorfahr in den aktuellen Ordner kopiert. Die Zahlenwerte für Randbedingungen, die von der Geometrie abhängen (z.B. der Temperaturanstieg über das Rechengebiet in Abhängigkeit von dessen Länge), werden berechnet und gespeichert.

Das Basis-Gitter hat eine einfache Gestalt, so dass die Ränder in der Transformationsfunktion leicht zu referenzieren sind, z.B. zwei aufeinander gestellte Würfel der Kantenlänge 1 m (s. Abb. 5.2(a)). Die Topologie, Auflösung und die Randverfeinerung dieses Gitters bleiben bei der anschließenden Verzerrung erhalten. Die Koordinaten aller Gitterpunkte des Basis-Gitters werden eingelesen und die Randpunkte

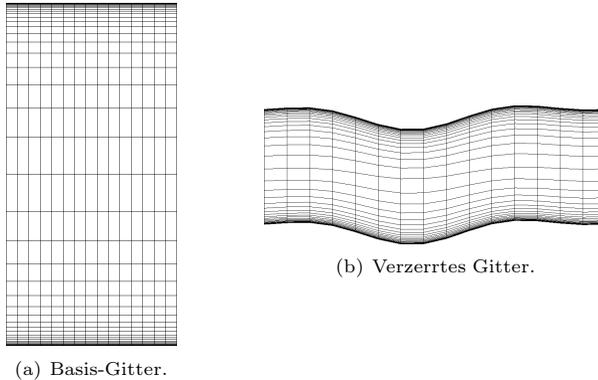


Abbildung 5.2: Erzeugung des Rechengitters durch Verzerrung des Basis-Gitters.

entsprechend einer Funktion ähnlich Gl. (5.1) bzw. (5.2) verschoben (s. Abb. 5.2(b)). Wenn die Funktion lediglich die lokale Abweichung von einer Soll-Geometrie definiert, wird das 0-te Gen ignoriert.

Die Feldpunkte werden in Abhängigkeit ihres Abstands zum betreffenden Rand anteilig verschoben. Anschließend wird die aktualisierte Koordinaten-Datei gespeichert und mit dem OpenFOAM-Tool `checkMesh` eine Prüfung des Gitters auf formale Gültigkeit durchgeführt. Falls es unbrauchbar ist (z.B. aufgrund negativer Zellvolumina), wird das Individuum zur eventuellen späteren Prüfung in den Ordner `rejects` verschoben und der Algorithmus beginnt wieder von vorne bei Abschn. 5.3.1.

Die Weiterbenutzung der Felder des Vorfahren ist nur möglich, weil alle Individuen dieselbe Gittertopologie aufweisen. Die damit erfolgende gute Initialisierung wirkt sich positiv auf die Konvergenzgeschwindigkeit aus. Durch die Verwendung der identischen Topologie werden auch die Auswirkungen systematischer Fehler beim Vergleich der Individuen relativ zueinander verringert, z.B. aufgrund einer zu geringen Auflösung.

### 5.3.6 Rechnung

Die Berechnung erfolgt mit dem Solver `simpleFoam`, der um die Berechnung des Temperaturfeldes und der Energieentwertungszahl erweitert wurde. Nach erfolgter Konvergenz werden `log`-Dateien und Zwischenergebnisse gelöscht, um Speicherplatz zu sparen. Anschließend wird der Ordner des Individuums in den Ordner `population` verschoben. Wenn die Rechnung länger als 10 000 Iterationen dauert, wird sie abgebrochen. In diesem Fall oder wenn der Solver aufgrund eines Fehlers terminiert, wird der gesamte Ordner zur späteren Fehlersuche in den Ordner `rejects` verschoben. Der Algorithmus beginnt dann wieder von vorne bei Abschn. 5.3.1.

### 5.3.7 Optimum

Streng genommen wird ein Wärmeübertrager mit diesem Verfahren nicht optimiert, sondern lediglich verbessert. Es kann zu keinem Zeitpunkt ausgeschlossen werden, dass eine bessere Lösung als die beste gefundene existiert. Es muss daher im Vorfeld ein Kriterium für die Beendigung des Algorithmus bestimmt werden, z.B. wenn eine vorgegebene relative Verbesserung pro Zeit nicht mehr erreicht wird. Auf diese Weise ist mit einem solchen Algorithmus i.d.R. eine Verbesserung gegenüber dem Ausgangszustand möglich, die dessen Aufwand rechtfertigt.

Wenn CFD-Rechnungen im Entwurfsprozess physikalische Experimente ersetzen sollen, muss eine Sensitivitätsanalyse in Bezug auf die Parameter durchgeführt werden. Außerdem muss in jedem Fall die Gitterunabhängigkeit nachgewiesen werden. Bei der Kombination eines evolutionären Algorithmus mit der Beschreibung der Geometrie durch Fourierkoeffizienten können beide Schritte zusammengefasst werden. Nach der Laufzeit des evolutionären Algorithmus wird ein neuer gestartet, bei dem die Diskretisierung mit einer höheren Auflösung erfolgt. Als Startpopulation werden die besten Individuen des alten Algorithmus ausgewählt. Da die Geometrie durch die Fourierkoeffizienten definiert ist, stellt die feinere Diskretisierung eine bessere Abbildung der Geometrie dar. Zusätzlich kann die Anzahl der Fourierkoeffizienten erhöht werden. Wenn sich die besten Individuen der beiden Durchläufe stark unterscheiden, kann dieser Schritt wiederholt werden. Die Sensitivitätsanalyse erfordert keine weiteren Rechnungen, sondern kann durch Auswertung der Daten des evolutionären Algorithmus geschehen.

## 6 Optimierung und Untersuchung ausgewählter Wärmeübertragungssituationen

In diesem Kapitel wird das Potenzial der numerischen Optimierung von Wärmeübertragern aufgezeigt. Dazu werden exemplarisch einige Bauarten von Wärmeübertragern an einen Referenzfall angepasst, so dass die Verluste unter den vorgegebenen Bedingungen minimal sind. Dabei kommen unterschiedliche Verfahren zum Einsatz. Die Berechnung der Strömung und Wärmeübertragung erfolgt zum einen über empirische Korrelationen, zum anderen durch RANS-Simulation. Die Optimierung erfolgt entweder mittels Brute-Force oder mit einem evolutionären Algorithmus. Da die numerische Simulation der Strömung und Wärmeübertragung auch eine Untersuchung der Ursachen der Verluste ermöglicht und sich so die Möglichkeit bietet, die Physik der Verluste in der Wärmeübertragung zu analysieren, soll dies hier ebenfalls geschehen.

Im Referenzfall gibt eine Wasserströmung Energie an eine Wand mit einer Wandtemperatur  $t_W = 100\text{ }^\circ\text{C}$  bzw.  $T_W = 373,15\text{ K}$  ab. Dies stellt eine typische Situation in einem ORC-Kreislauf dar und könnte z.B. auf der heißen Seite des Dampferzeugers eines geothermischen Kraftwerks auftreten. Es wird also kein gesamter Wärmeübertrager beschrieben, sondern ausschließlich ein einziger Punkt auf der heißen Seite. Die Optimierungen beziehen sich folglich auch einzig auf diesen Punkt, wobei der Rest des Wärmeübertragers unberücksichtigt bleibt. In einer Bauteiloptimierung müssten jedoch insbesondere die Wechselwirkungen mit der kalten Seite des Wärmeübertragers sowie der Wand einbezogen werden. Weiterhin herrschen an anderen Positionen im Wärmeübertrager andere Temperaturniveaus, so dass sich für sie ein anderes Optimum ergäbe.

Beim Entwurf eines realen Wärmeübertragers müsste also die sich wiederholende Teilgeometrie dahingehend optimiert werden, dass sie im Mittel für den Gesamtwärmeübertrager die geringsten Verluste bedeutet. Auch ist die Optimierung der Geometrie als Ganzes möglich, so dass die Querschnittsgeometrie in Strömungsrichtung variiert, womit sich die Verluste vermutlich noch einmal verringern ließen. Zusätzlich könnte auch eine Systemoptimierung durchgeführt werden, bei der auch die Wechselwirkungen mit anderen Bauteilen des Systems berücksichtigt werden. Diese gilt dann jedoch wiederum nur für einen einzelnen Betriebspunkt, so dass, wenn auch ein Betrieb in anderen Zuständen erwartet wird, diese z.B. bei einer PLM-Analyse (product lifecycle management) berücksichtigt werden sollten. In Bezug auf die Kosten für den Entwurf und die Herstellung müssen die zu erzielende Verringerung der Verluste und der erforderliche Aufwand für diese Optimierung jeweils individuell abgewogen werden.

Tabelle 6.1: Daten der Energieübertragung im Referenzfall (Wasser bei  $t = 100^\circ\text{C}$  und  $p = 2\text{ bar}$  nach Lemmon u. a. (2002)).

$\rho$	958,4 kg/m <sup>3</sup>	Dichte (Wasser)
$\eta$	$2,8177 \cdot 10^{-4}$ kg/m s	dynamische Viskosität
$\lambda$	0,679 15 W/m K	molekulare Wärmeleitfähigkeit
$c$	4,2154 kJ/kg K	spezifische isobare Wärmekapazität
Pr	1,749	Prandtl-Zahl
$T_\infty$	293,15 K	Umgebungstemperatur
$T_W$	373,15 K	Wandtemperatur
$\dot{q}_V$	10 MW/m <sup>3</sup>	minimale volumetrische Wärmestromdichte

Die Erweiterung der hier vorgenommenen Optimierungen in Richtung einer Bauteiloptimierung, Systemoptimierung oder PLM-Analyse ist konzeptionell einfach, jedoch in der Ausführung aufwendig. Das gleiche gilt für variable Fluideigenschaften und die Modellierung von Phasenwechseln. Daher wird sich hier auf den zentralen Punkt, nämlich die automatisierte Optimierung einer sich periodisch wiederholenden Geometrie, sowie die Untersuchung der Ursachen von Verlusten beschränkt.

Thermalwasser hat für gewöhnlich einen hohen Gasgehalt und somit auch stark von der Temperatur abhängige Fluideigenschaften. Außerdem weichen die Fluid-daten unterschiedlicher Thermalquellen stark voneinander ab, so dass hier einheitlich die Fluid-daten von Wasser bei  $t = 100^\circ\text{C}$  und  $p = 2\text{ bar}$  verwendet werden (s. Tab. 6.1). Im Referenzfall soll eine minimale volumetrische Wärmestromdichte  $\dot{q}_V = \left| \dot{Q} \right| / V = 10\text{ MW/m}^3$  im Energie abgebenden Fluid erreicht werden, da eine Optimierung ohne Beschränkung der Baugröße häufig zu sehr großen Apparaten führt. Gemäß Vorzeichenkonvention besitzt der Wandwärmestrom  $\dot{Q}_W$  dann ein negatives Vorzeichen, da das thermodynamische System Energie abgibt.

## 6.1 Rohrbündel - Voruntersuchung

Zur Identifizierung des Einflusses einzelner Parameter auf die Verluste eines Wärmeübertragers werden Rohrbündelwärmeübertrager mit unterschiedlichen Geometrie- und Strömungsparametern untersucht. Die Randbedingungen werden gemäß dem Referenzfall (s. Tab. 6.1) gesetzt. Es wird also die heiße Seite des Wärmeübertragers betrachtet, bzw. ein Energieabzweig im Sinne von Abschn. 3.5.2.

### 6.1.1 Geometrie und Parameter

Es wird bei fluchtender Anordnung der Rohre eine sog. „Brute-Force“-Untersuchung bezüglich der verbleibenden freien Parameter durchgeführt, d.h. die Parameter werden jeweils zufällig in den folgenden Bereichen gewählt (vgl. Abb. 6.1):

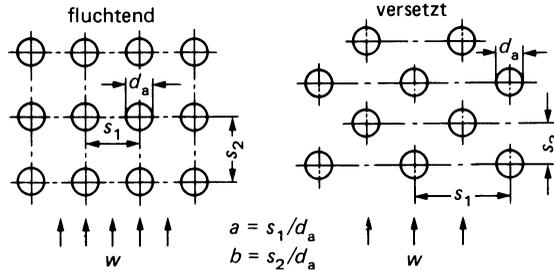


Abbildung 6.1: Fluchtende und versetzte Anordnung bei Rohrbündelwärmeübertragern (Quelle: GVC, 2006).

- Rohrdurchmesser  
 $10^{-4} \text{ m} < d_a < 0,1 \text{ m}$
- Lichte Breite senkrecht zur Strömungsrichtung  $l_{1B,1} = s_1 - d_a$   
 $10^{-5} \text{ m} < l_{1B,1} < 0,1 \text{ m}$
- Lichte Breite in Strömungsrichtung  $l_{1B,2} = s_2 - d_a$   
 $2 \cdot 10^{-5} \text{ m} < l_{1B,2} < 0,1 \text{ m}$
- Strömungsgeschwindigkeit in der freien Anströmung  
 $10^{-3} \text{ m s}^{-1} < w < 100 \text{ m s}^{-1}$
- volumetrische Wärmestromdichte  
 $10^7 \text{ W m}^{-3} < \dot{q}_V < 10^{10} \text{ W m}^{-3}$

Die Bereiche sind bewusst so groß gewählt, dass sie über den sinnvollen Bereich hinausgehen, so dass eventuelle Minima am Rand der zulässigen Bereiche sicher erkannt werden. Die Strömung wird als 2D-Strömung in einer Schnittebene senkrecht zu den Rohren aufgefasst. Diese Betrachtung eines einzelnen Rohres entspricht der in Abschn. 6.3 untersuchten Situation eines Ausschnitts aus einem in alle drei Raumrichtungen unendlich ausgedehnten Wärmeübertrager. D.h., dass eine periodisch ähnliche Strömung betrachtet wird und Einlauf- und Randeffekte unberücksichtigt bleiben.

### 6.1.2 Bestimmung der Entropieproduktion

Die Korrelationen in GVC (2006), Abschnitt Gg1 liefern eine Nußelt-Zahl für ein Rohr in einem Rohrbündel  $Nu_{0,\text{Bündel}}$ . Eine Widerstandszahl  $\zeta$  für das Rohrbündel wird in GVC (2006), Abschnitt Lad1 gegeben (dort Druckverlustbeiwert genannt). Der hier gezeigte Berechnungsweg kann auch für die Bestimmung der Entropieproduktionsraten aus Versuchsdaten verwendet werden.

Die Wandwärmestromdichte  $\dot{q}_W$  folgt aus den Geometrieparametern und der vorgegebenen volumetrischen Wärmestromdichte  $\dot{q}_V$ . Mit diesen Daten kann durch Umstellen der Gleichung (2.12) für die Nußelt-Zahl die mittlere Temperatur des Fluids im betrachteten Ausschnitt berechnet werden:

$$T_m = T_W + \frac{\dot{q}_W l}{\text{Nu}_{0,\text{Bündel}} \lambda} \quad (6.1)$$

mit der sog. Überströmlänge eines Rohres  $l = 0,5\pi d_a$ .

Da die Änderung der kalorischen Mitteltemperatur des Fluids  $T_{\text{ab}} - T_{\text{zu}}$  im betrachteten Volumen im Verhältnis zum Mittelwert  $T_m$  klein ist, muss die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung nicht über die Bilanz (vgl. Gl. (3.18))

$$\dot{S}_{\text{WL}} = \dot{m} c \ln \left( \frac{T_{\text{ab}}}{T_{\text{zu}}} \right) - \frac{\dot{Q}_W}{T_W} \quad (6.2)$$

berechnet werden, sondern es kann alternativ Gl. (3.7) verwendet werden. Dazu werden alle Verluste aufgrund von Wärmeleitung im Strömungsfeld gedanklich in die unmittelbare Nähe der Wand verlagert. Das restliche Fluid hat dann die homogene Temperatur  $T_m$ . Mit der Wandtemperatur  $T_W < T_m$  gilt dann

$$\dot{S}_{\text{WL}} = \left| \dot{Q}_W \right| \left( \frac{1}{T_W} - \frac{1}{T_m} \right) \quad (6.3)$$

Bei dieser Berechnung bleibt die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung in Strömungsrichtung unberücksichtigt. Der relative Fehler ist jedoch für alle berechneten Fälle kleiner als 1 %.

Die Bezugsgeschwindigkeit für  $\zeta$  in GVC (2006) ist nicht die Geschwindigkeit in der freien Anströmung  $w$ , sondern die Geschwindigkeit im engsten Querschnitt  $w_e$ . Unter Verwendung von Gl. (2.26) und Gl. (3.11) kann die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation bestimmt werden

$$\dot{S}_D = \frac{\zeta w_e^2 \dot{m}}{2 T_m} \quad (6.4)$$

Die Verwendung der Mitteltemperatur des Querschnitts bringt einen Fehler mit sich: Der weitaus größte Teil der Dissipation und damit auch die zugehörige Entropieproduktion tritt in unmittelbarer Nähe der Wand auf. Dies ist jedoch auch genau der Bereich des Fluids, in dem die Temperatur am meisten vom Mittelwert abweicht. Da die treibende Temperaturdifferenz jedoch im Verhältnis zur Mitteltemperatur klein ist (dies gilt insbesondere für Wärmeübertrager mit kleinen Verlusten) kann dieser Fehler vernachlässigt werden. Die Energieentwertungszahl für die Betrachtung der heißen Seite des Wärmeübertragers als Bauteil kann nun gemäß Gl. (3.20) berechnet werden.

### 6.1.3 Simulation

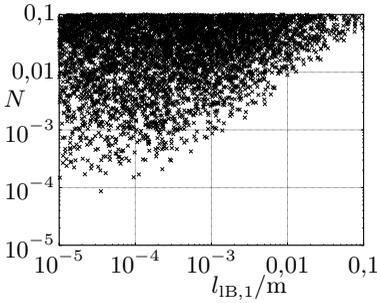
Diese Korrelationen wurden in Matlab implementiert und so erweitert, dass die Verluste sowie die Energieentwertungszahl als Funktion der genannten Parameter vorliegen. Die Parameter wurden in den genannten Bereichen zufällig variiert, bis 5000 Kombinationen gefunden waren, deren Energieentwertungszahlen kleiner als 0,1 sind (entsprechend 10 % Verlust). Dazu waren 50 263 Rechnungen notwendig, welche jedoch auf einer modernen Workstation weniger als eine Minute dauern.

### 6.1.4 Ergebnisse und Interpretation

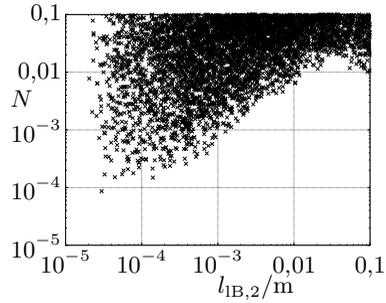
Die Energieentwertungszahlen der Rechnungen in Abhängigkeit der unterschiedlichen Parameter sind in Abb. 6.2 dargestellt. Der untere Rand der Punktwolke beschreibt die minimal möglichen Verluste in Abhängigkeit vom jeweiligen Wert. Die Ergebnisse zeigen klar, dass grundsätzlich große Kanäle, hohe Strömungsgeschwindigkeiten und große volumetrische Wärmestromdichten zu hohen Verlusten führen. Kleine Verluste hingegen sind möglich bei kleinen Kanälen (und damit einem großen Verhältnis von Übertragungsfläche zu Volumen), kleinen Geschwindigkeiten und kleinen volumetrischen Wärmestromdichten. Dies ist ein Indiz, dass Wärmeübertrager mit Mikrokanälen potenziell kleinere Verluste haben als Wärmeübertrager herkömmlicher Bauart, zumindest solange die volumetrische Wärmestromdichte gering ist. Dies wird in Abschn. 6.7 untersucht.

Weiterhin ist in Abb. 6.2(b) zu erkennen, dass eine Vergrößerung des Abstands der Rohre in Strömungsrichtung zwar zunächst einen Anstieg der Energieentwertungszahl verursacht, bei sehr großen Werten jedoch wieder eine Verringerung der Verluste ermöglicht. Dass bei großen Werten für  $l_{B,2}$  jedoch grundsätzlich höhere Verluste auftreten als bei sehr kleinen Werten, deutet darauf hin, dass eine vollständige Annäherung bzw. ein Zusammenwachsen der Rohre vorteilhaft ist, auch wenn dies nicht durch die empirischen Korrelationen abgebildet werden kann. Dass die resultierende Geometrie einem Plattenwärmeübertrager entspricht ist ein Indiz, dass bei Plattenwärmeübertragern im Vergleich zu Rohrbündelwärmeübertragern grundsätzlich kleinere Verluste möglich sind. Weiterhin sind sie in vielen Fällen auch in der Herstellung günstiger. Da Rohrbündelwärmeübertrager jedoch prinzipiell höhere Druckdifferenzen zwischen den beteiligten Medien zulassen, besteht bei vielen Anwendungen zu ihnen keine Alternative.

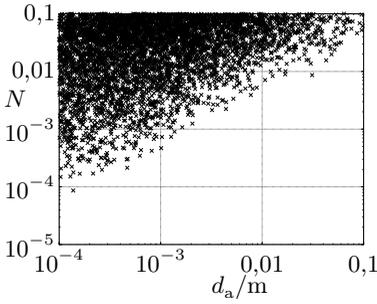
Ebenfalls ist erkennbar, dass auch für eine automatisierte Suche nach dem Optimum eine Einschränkung des Parameterbereichs notwendig ist, da die beste gefundene Parameterkombination am Rande der zugelassenen Parameterbereiche bzw. der Gültigkeit der empirischen Korrelation ( $10 < \text{Re}_{\psi,1} < 10^6$ ) liegt. Ein Wärmeübertrager mit den besten hier gefundenen Parametern wäre so nicht baubar: Die Stege des Rohrbodens müssten eine Breite von lediglich 0,01 mm bzw. 0,02 mm aufweisen und die Rohre einen Außendurchmesser von nur 0,1 mm haben. Für eine Optimierung sollten daher  $l_{B,1}$  und  $l_{B,2}$  unter Berücksichtigung der Baubarkeit von vornherein bei möglichst kleinen Werten fixiert werden.



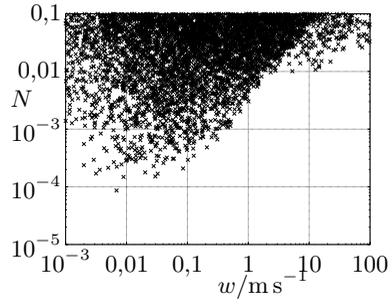
(a) Lichte Breite senkrecht zur Strömungsrichtung  $l_{IB,1}$ .



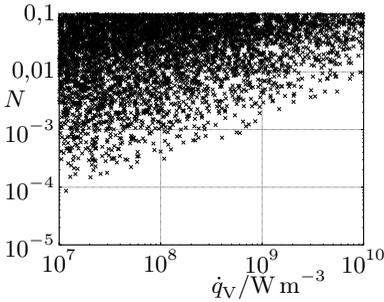
(b) Lichte Breite in Strömungsrichtung  $l_{IB,2}$ .



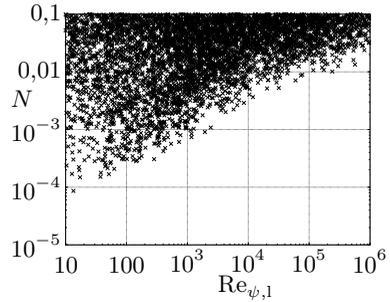
(c) Rohrdurchmesser  $d_a$



(d) Strömungsgeschwindigkeit in der freien Anströmung  $w$ .



(e) volumetrische Wärmestromdichte  $\dot{q}_V$ .



(f) Reynolds-Zahl bezogen auf den Hohlraumanteil  $Re_{\psi,1}$ .

Abbildung 6.2: Energieentwertungszahl bei fluchtender Anordnung bezogen auf verschiedene Parameter.

## 6.2 Rohrbündel - Optimierung anhand empirischer Korrelationen

In diesem Abschnitt wird exemplarisch auf Basis der in GVC (2006) gegebenen Korrelationen die optimale Konfiguration eines Rohrbündelwärmeübertragers für den Referenzfall bestimmt. Dabei wird sowohl die fluchtende als auch die versetzte Anordnung der Rohre (s. Abb. 6.1) betrachtet.

### 6.2.1 Berechnung

Aufgrund der Ergebnisse der Voruntersuchung wird der minimale Abstand an der engsten Stelle zwischen den Rohren auf  $l_{\min} = 1 \text{ cm}$  gesetzt. Durch die Beschränkung des Gültigkeitsbereichs der empirischen Korrelation  $b = s_2/d_a < 1,2$  folgt daraus für die fluchtende Anordnung  $s_1 = s_2 = d_a + 1 \text{ cm}$  und  $d_a < 5 \text{ cm}$ . Für die versetzte Anordnung gilt  $s_2 = \sqrt{3}/2 (d_a + 1 \text{ cm})$  und  $d_a < 10 \text{ cm}$ .

Da bei der Voruntersuchung geringe Verluste nur bei kleinen volumetrischen Wärmestromdichten möglich waren, wird diese auf den kleinstmöglichen Wert  $\dot{q}_V = 10^7 \text{ W m}^{-3}$  festgesetzt. Als freie Parameter treten in dieser Untersuchung also nur noch der Rohrdurchmesser  $d_a$  und die Geschwindigkeit der freien Anströmung  $w$  auf. Es werden zunächst im zugelassenen Parameterbereich 5000 zufällige Parameterkombination untersucht. Die Bestimmung des Optimums erfolgt mit dem Algorithmus von Nelder u. Mead (1965) (Downhill-Simplex Methode) unter Verwendung der besten gefundenen Parameterkombinationen als Startwerte.

### 6.2.2 Ergebnisse und Interpretation

Es existieren für beide Rohranordnungen Minima der Energieentwertungszahl bezüglich der freien Parameter (s. Tab. 6.2). Ein Vergleich zeigt, dass die versetzte Anordnung gegenüber der fluchtenden im Optimum kleinere Verluste aufweist. In Abb. 6.3 sind die Ergebnisse für die zufällig gewählten Parameter aufgetragen, sowie das Optimum in Abhängigkeit vom jeweiligen Wert. Wieder beschreibt der untere Rand der Punktwolke die minimal möglichen Verluste. Die Minima sind relativ flach, wie z.B. in Abb. 6.3(a) zu erkennen ist. Aus diesem Grund ist in Abb. 6.3(b) nicht die Geschwindigkeit in der freien Anströmung  $w$  sondern die Geschwindigkeit im engsten Querschnitt  $w_e$  aufgetragen, da hier das Minimum der Verluste klarer zu erkennen ist.

Da Randeffekte bei der Bestimmung der optimalen Parameter nicht berücksichtigt wurden, gelten diese auch nur für großen Anlagen bzw. bei geschickter Strömungsführung. So müssten im Optimum ca. 21 Rohre überströmt werden, um eine Abkühlung des Mediums um 1 K zu erreichen. Restriktionen bezüglich der Baugröße könnten jedoch einfach über weitere Nebenbedingungen eingebracht werden.

Die Bejan-Zahl ist als das Verhältnis der Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung zur gesamten Entropieproduktion definiert:

$$\text{Be} = \frac{\dot{S}_{\text{WL}}}{\dot{S}_{\text{WL}} + \dot{S}_{\text{D}}} = \frac{N_{\text{WL}}}{N} \quad (6.5)$$

Tabelle 6.2: Optimale Parameter und Ergebnisse für Rohrbündelwärmeübertrager mit fluchtender und versetzter Anordnung für den Referenzfall.

	fluchtend	versetzt	Unterschied
$d_a$	1,34 cm	1,92 cm	
$w$	0,91 m s <sup>-1</sup>	0,71 m s <sup>-1</sup>	-22 %
$T_m$	376,57 K	376,10 K	-0,47 K
$\Delta T$	3,42 K	2,95 K	-13,7 %
$N$	8,99 ‰	7,87 ‰	-12,5 %
$N_{WL}$	7,15 ‰	6,17 ‰	-13,7 %
$N_D$	1,84 ‰	1,70 ‰	-7,6 %
Be	0,795	0,784	
Nu	873	1118	
$\dot{q}_W$	96,5 kW m <sup>-2</sup>	74,4 kW m <sup>-2</sup>	-22,9 %
$Re_{\psi,1}$	$9,77 \cdot 10^4$	$1,36 \cdot 10^5$	
$\zeta$	0,207	0,227	

Die ähnlichen Bejan-Zahlen zeigen, dass die relativen Anteile der Verluste aufgrund von Wärmeleitung und Dissipation jeweils für die fluchtende und die versetzte Anordnung etwa gleich groß sind, wobei der Anteil der Wärmeleitung an den Verlusten überwiegt. Abbildung 6.3(d) zeigt, dass mit extremen Bejan-Zahlen ( $Be \approx 0$  und  $Be \approx 1$ ) hohe Verluste einhergehen, also immer dann, wenn die Entropieproduktionsraten aufgrund von Wärmeleitung und Dissipation sich stark unterscheiden. Das Optimum liegt für beide Anordnungen bei ca. 0,8 (ein ähnlicher Wert wurde auch für die Rohrströmung in Abschn. 3.6.3 ermittelt), wobei es sich um ein sehr flaches Tal handelt, so dass ähnlich kleine Verluste über einen weiten Bereich von Bejan-Zahlen möglich sind, solange die Verlustarten in der gleichen Größenordnung liegen. Andererseits können prinzipiell bei jeder Bejan-Zahl auch hohe Verluste auftreten.

Die treibende Temperaturdifferenz bei der versetzten Anordnung ist 0,47 K geringer als bei der fluchtenden Anordnung. Dies ist auch der Hauptgrund für die Verringerung der Verluste. Auch an dieser Stelle zeigt sich (ergänzend zur Diskussion in Abschn. 3.6.3 u. 3.5.5), dass die Widerstandszahl keine Interpretation der Verluste zulässt: Trotz der höheren Widerstandszahl sind die Verluste aufgrund von Dissipation bei der versetzten Anordnung geringer. Der Grund ist die gegenüber der fluchtenden Anordnung geringere Strömungsgeschwindigkeit. Zum Vergleich der Bewertung einer Wärmeübertragung mittels der Energieentwertungszahl gegenüber der Bewertung anhand der thermo-hydraulischen Effizienz sind diese beiden in Abb. 6.4 gegeneinander aufgetragen. In diesem Falle wurde das Optimum als Referenz gewählt, so dass gemäß der Bewertung anhand der thermo-hydraulischen Effizienz alle Parameterkombinationen mit einem  $\eta > 1$  besser wären als das Optimum und lediglich die mit  $\eta < 1$  schlechter. Die Abbildung zeigt jedoch klar, dass die thermo-hydraulische Effizienz tatsächlich in keiner Weise mit den Verlusten korreliert ist.

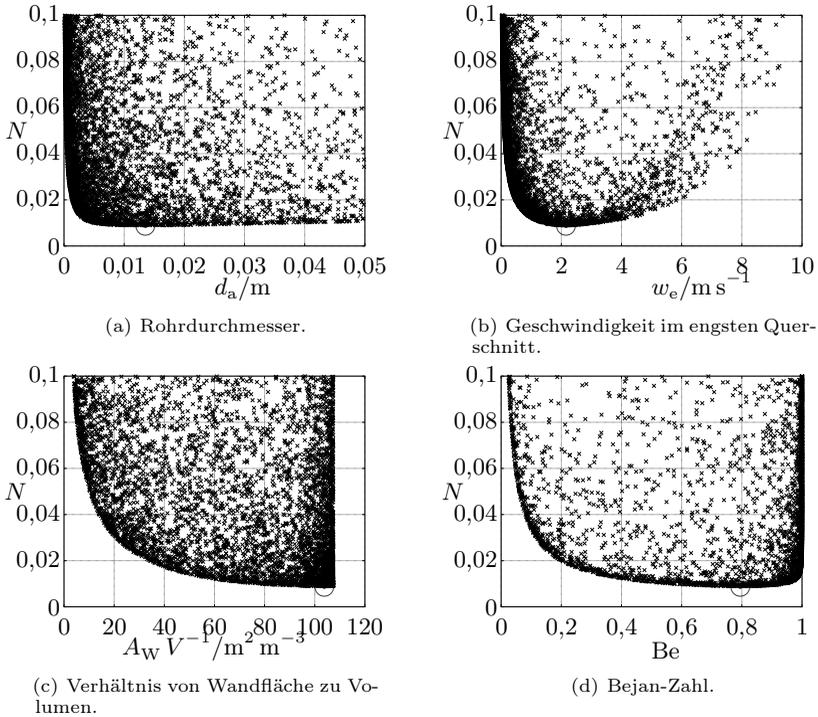


Abbildung 6.3: Energieentwertungszahl bei fluchtender Anordnung bezogen auf verschiedene Größen;  $\odot$ : Optimum.

Somit können selbst für Parameterkombinationen mit  $\eta = 1$  beliebig große Verluste auftreten.

Zu beachten ist, dass die Täler in Abb. 6.3 deshalb so flach sind, weil sie das Minimum im Falle einer Abstimmung aller Parameter aufeinander bedeuten. Es ist jedoch schwierig einen Wärmeübertrager so auszulegen, dass er über einen breiten Parameterbereich nur kleine Verluste verursacht, was auch an der gekrümmten Gestalt der Täler in Abb. 6.5 zu erkennen ist. Wenn Wärmeübertrager bei unterschiedlichen Betriebszuständen gefahren werden sollen, müssen also Massen- und Energiestrom in jedem Punkt aufeinander abgestimmt werden. Dabei muss außerdem der Einfluss auf die Verluste in anderen (Teil-) Systemen berücksichtigt werden.

Dies wird auch in Abb. 6.6 deutlich, in der die Energieentwertungszahlen für eine Variation der Parameter Rohrdurchmesser  $d_a$  und mittlere Geschwindigkeit der Anströmung  $w$  ausgehend vom Optimum gezeigt sind. Die Kurven entsprechen horizontalen bzw. vertikalen Schnitten durch die jeweiligen Optima in Abb. 6.5. Das heißt,

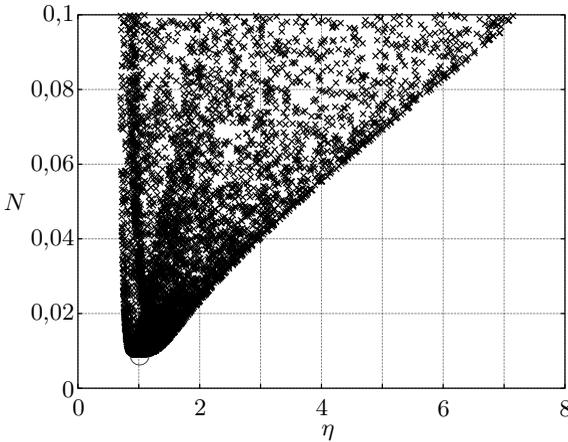
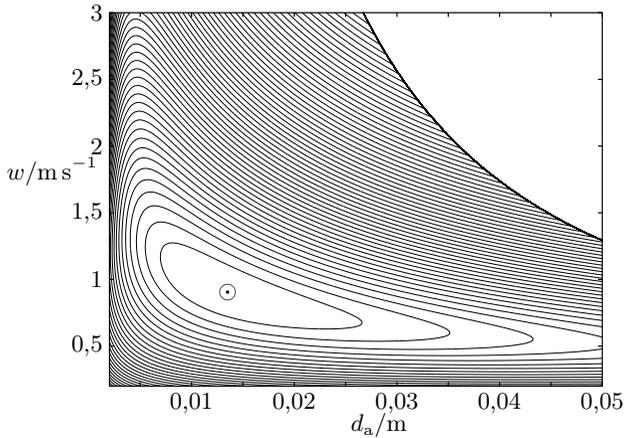


Abbildung 6.4: Energieentwertungszahl bei fluchtender Anordnung bezogen auf die thermo-hydraulische Effizienz;  $\odot$ : Optimum bezüglich der Energieentwertungszahl.

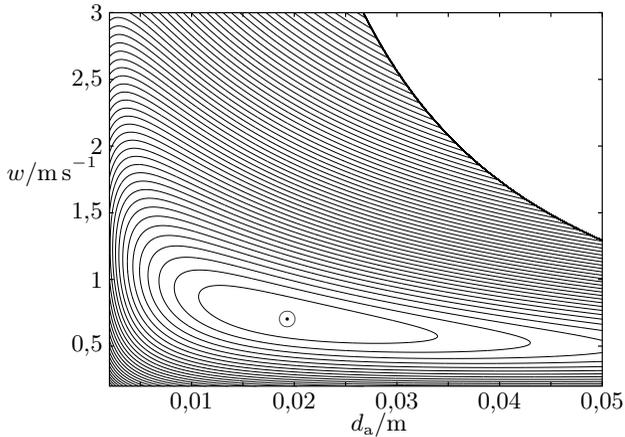
dass jeweils der konstante Parameter den Wert des globalen Optimums annimmt. Es wird einmal die fluchtende und einmal die versetzte Anordnung betrachtet. Weiterhin sind die Verluste aufgeschlüsselt in ihre Anteile aufgrund von Wärmeleitung und Dissipation. Die Verluste fallen bei der versetzten Anordnung grundsätzlich geringer aus, qualitativ haben die Kurven für die fluchtende und die versetzte Anordnung jedoch den gleichen Verlauf.

Sowohl eine Vergrößerung des Rohrdurchmessers als auch die Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit haben eine Verbesserung der Wärmeübertragung zur Folge, jedoch auch eine Erhöhung der Dissipation. Umgekehrt bewirken entsprechend eine Verringerung des Rohrdurchmessers bzw. der Strömungsgeschwindigkeit eine Verringerung der Verluste aufgrund von Dissipation, dafür steigt die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung. Da die Änderungen der Energieentwertungszahlen in Abhängigkeit der freien Parameter jeweils einen konvexen Verlauf haben, weist deren Summe ein klares Minimum auf. Der gegenüber Abb. 6.3 steilere Verlauf der Kurven liegt darin begründet, dass die Parameter hier nicht aufeinander abgestimmt wurden.

Die häufig vertretene These, ein großes Verhältnis von wärmeübertragender Oberfläche zu Fluidvolumen sei grundsätzlich vorteilhaft, wird hier widerlegt (vgl. auch Herwig, 2011). In Abb. 6.3(c) ist die Energieentwertungszahl über dem Verhältnis von Wandfläche zu Volumen aufgetragen. Bei einem kleinen Verhältnis treten offenbar große Verluste auf, es kann jedoch nicht geschlussfolgert werden, dass eine Vergrößerung des Verhältnisses der Oberfläche zum Volumen grundsätzlich vorteilhaft wäre. Denn aus der Bedingung  $d_a < 0,05 \text{ m}$  folgt lediglich  $A_W/V < 107 \text{ m}^2/\text{m}^3$ ,

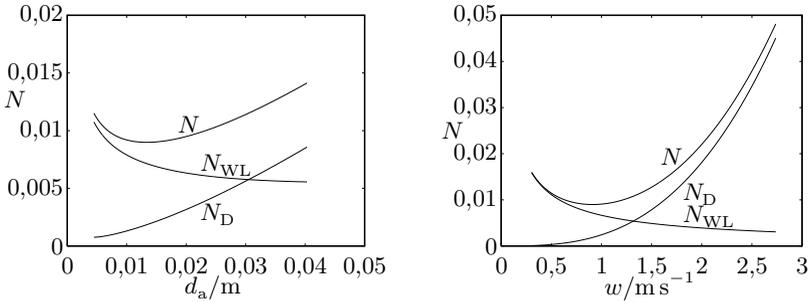


(a) Fluchtende Anordnung.

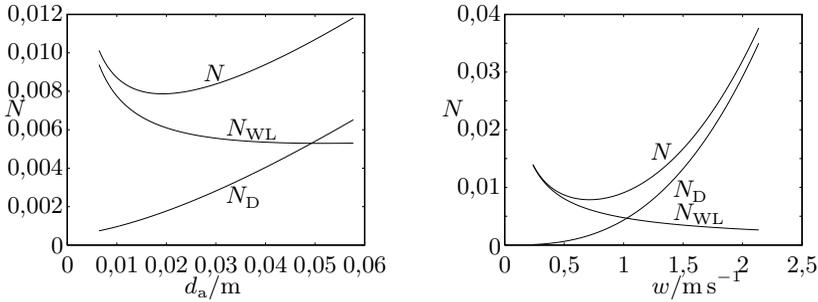


(b) Versetzte Anordnung.

Abbildung 6.5: Abhängigkeit der Verluste von der Geschwindigkeit der freien Anströmung  $w$  und dem Rohrdurchmesser  $d_a$  mit Isolinien;  $\odot$  Optimum; Unterschied von Linie zu Linie: 5% relativ.



(a) Fluchtende Anordnung.



(b) Versetzte Anordnung.

Abbildung 6.6: Energieentwertungszahlen sowie Anteile der unterschiedlichen Verlustarten bei der Energieabgabe im Rohrbündel bei Variation einzelner Parameter ausgehend vom Optimum.

für das Optimum gilt jedoch  $A_W/V = 103,6 \text{ m}^2/\text{m}^3$ . Der mögliche Bereich wird also nicht ausgeschöpft. Weil  $\dot{q}_V$  festliegt, hängt weiterhin  $\dot{q}_W$  direkt von  $d_a$  ab, so dass dieses Beispiel auch zeigt, dass die Wandwärmestromdichte zwar klein ist, aber eben nicht der kleinstmögliche Wert auch unbedingt die kleinsten Verluste bedeutet. Die Vermutung, dass dies auch für die volumetrische Wärmestromdichte  $\dot{q}_V$  gelten könnte, bestätigt sich zumindest für diesen Fall nicht, da ihre Anhebung unabhängig von Rohrdurchmesser und Anströmgeschwindigkeit stets zu größeren Verlusten führt.

Eine andere Möglichkeit das Verhältnis von wärmeübertragender Oberfläche zu Fluidvolumen zu quantifizieren ist der hydraulische Durchmesser  $d_h$  (s. Gl. (2.23)):

$$d_h^{-1} \sim A_W/V \tag{6.6}$$

Wenn untersucht werden soll, ob eine Vergrößerung des Verhältnisses von Oberfläche zu Volumen eines Bauteils vorteilhaft ist, so muss in jedem Fall eine evtl. damit einhergehende Änderung der Strömungsgeschwindigkeit berücksichtigt werden. Denn

z.B. auch eine maßstäbliche Verkleinerung eines Strömungsquerschnitts würde zu einem kleineren hydraulischen Durchmesser und damit einem höheren Verhältnis von Oberfläche zu Volumen führen. Da bei konstantem Massenstrom in diesem Fall jedoch die Strömungsgeschwindigkeit steigen würde, nähme mit großer Wahrscheinlichkeit auch die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation zu.

Da im hier betrachteten Fall die lichte Breite konstant ist, bewirkt eine Verkleinerung des Rohrdurchmessers  $d_a$  eine Erhöhung des hydraulischen Durchmessers, bzw. bei Erhöhung des Rohrdurchmessers  $d_a$  steigt auch das Verhältnis von wärmeübertragender Oberfläche zum Fluidvolumen. Im Optimum nimmt der Wert für den Rohrdurchmesser jedoch einen endlichen Wert an, was wieder deutlich zeigt, dass das Verhältnis von wärmeübertragender Oberfläche zu Fluidvolumen nicht unbedingt maximal sein sollte.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass zwar jeder einzelne Parameter bei falscher Wahl zu beliebig hohen Verlusten führen kann, niedrige Verluste jedoch nur durch Abstimmung aller Parameter aufeinander zu erreichen sind. Außerdem existiert keine Größe, die so mit den Verlusten korreliert ist, dass anhand ihrer die Verluste bei der Wärmeübertragung abgeschätzt werden könnten. Somit muss für die Beurteilung einer Wärmeübertragungssituation in jedem Fall eine Berechnung der Entropieproduktion bzw. der Energieentwertungszahl erfolgen.

## 6.3 Rohrbündel - Finite Volumen Simulation

Im Folgenden sollen Wärmeübertrager mit einer versetzten Anordnung der Rohre untersucht werden, da sich im vorigen Abschnitt gezeigt hat, dass diese Anordnung gegenüber der fluchtenden grundsätzlich vorteilhaft ist. Dazu werden Finite Volumen Berechnungen durchgeführt, bei denen die Parameter ähnlich Abb. 6.6 ausgehend vom Optimum (Index opt) variiert werden. D.h. zum einen wird der Rohrdurchmesser  $d_a$  im Bereich  $[0,5; 2] d_{a,opt}$  variiert, für die Geschwindigkeit im freien Querschnitt  $w$  gilt dann  $w = \text{const} = w_{opt}$ . Zum anderen wird  $w$  im Bereich  $[0,5; 2] w_{opt}$  variiert mit  $d_a = \text{const} = d_{a,opt}$ . Die Rechengitter werden gemäß Abb. 6.7 erstellt, d.h. die Anordnung der Rohre sowie die Hauptströmungsrichtung sind um  $90^\circ$  gedreht gegenüber Abb. 6.1. Alle Rechnungen werden jeweils auf zweidimensionalen blockstrukturierten O-Gittern durchgeführt: einem feinen Gitter mit 240 Zellen in Umfangsrichtung und 80 Zellen in Dickenrichtung ( $\cong 19\,200$  Zellen) und einem groben Gitter mit 120 Zellen in Umfangsrichtung und 40 Zellen in Dickenrichtung ( $\cong 4800$  Zellen). In beiden Fällen beträgt das Verhältnis der Dicken der Wandzellen zu denen am Rand des Rechengebiets 1 : 200.

Oben und unten wird eine Symmetrie-Randbedingung vorgegeben. Die verbleibenden Ränder werden jeweils in Paaren über eine periodische (Sprung-) Randbedingung verbunden. Das Geschwindigkeitsfeld wird direkt gekoppelt. Der Druck wird mit einem Sprung versehen, der dynamisch so eingestellt wird, dass der vorgegebene Massenstrom eingehalten wird. Die Temperatur der Rohrwand wird entsprechend dem Referenzfall als konstant vorgegeben. Die Temperatur an den periodischen Rän-

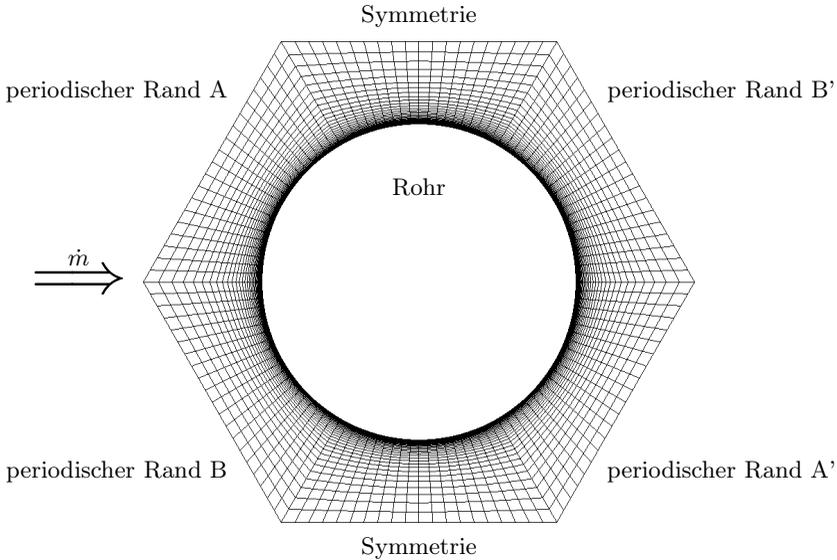
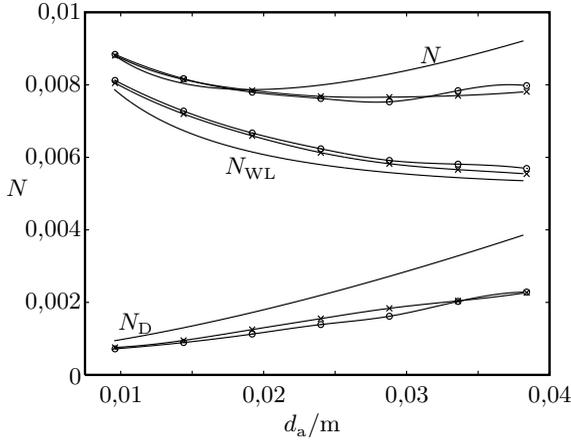


Abbildung 6.7: Rechengitter für den Rohrbündelwärmeübertrager mit versetzter Anordnung (schematisch).

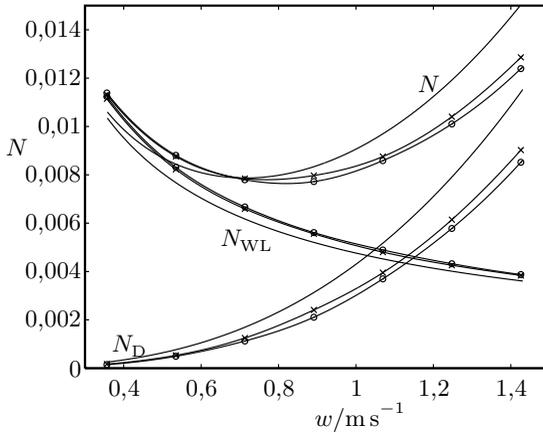
dern wird mit einem Sprung gekoppelt. Dieser Sprung wird dynamisch so angepasst, dass die Absenkung der kalorischen Mitteltemperatur dem vorgegebenen Energiestrom vom Fluid in die Rohrwand entspricht. Die lokale Wandwärmestromdichte ergibt sich dann aus der Rechnung. Eine Rechnung gilt als konvergiert, wenn die relative Änderung aller vier Anteile der Entropieproduktion über 20 äußere Iterationen kleiner als 0,1‰ ist (vgl. Abschn. 4.4.3). Ansonsten wird gemäß Kap. 4 vorgegangen. Insgesamt werden 26 Rechnungen unter Verwendung des  $k-\omega$ -SST-Turbulenzmodells durchgeführt.

### 6.3.1 Validierung

Im Gegensatz zu der sonst üblichen Validierung von CFD-Berechnungen in Wärmeübertragern anhand der Nußelt-Zahl  $Nu$  und der Widerstandszahl  $\zeta$  soll die Validierung an dieser Stelle auf Basis der Energieentwertungszahl  $N$  erfolgen. Dies ist konsequent, da eine tatsächliche Validierung in Bezug auf den Fehler der Zielgröße erfolgen muss (vgl. Abschn. 4.5) und (wie bereits mehrfach gezeigt) weder die Nußelt-Zahl noch die Widerstandszahl direkt mit den Verlusten korreliert sind. Abbildung 6.8 zeigt die Ergebnisse der CFD-Berechnungen auf beiden Gittern in Form der Energieentwertungszahlen sowie ihre Anteile (Rechnungen jeweils durch ein Symbol gekennzeichnet) im Vergleich zu den empirischen Korrelationen (glatt durchgezogen).



(a) Variation des Rohrdurchmessers.



(b) Variation der Geschwindigkeit der freien Anströmung.

Abbildung 6.8: Vergleich der Energieentwertungszahlen; — empirische Korrelation, RANS-Ergebnisse mit Interpolation: —x— feines Gitter, —o— grobes Gitter.

gen). Im Durchschnitt beträgt die Abweichung für die Energieentwertung aufgrund von Wärmeleitung von der empirischen Korrelation für das feine Gitter +6%, für das grobe +7,5%. Die relative Abweichung der Energieentwertung aufgrund von Dissipation ist größer, nämlich -28% beim feinen und -33,6% beim groben Gitter. Diese fällt im Optimum jedoch kaum ins Gewicht, da ihr Absolutwert dort deutlich

kleiner ist als die Energieentwertung aufgrund von Wärmeleitung.

Da die Abweichungen von den empirischen Korrelationen unterschiedliche Vorzeichen haben, löschen sie sich in der Summe teilweise aus, so dass z.B. bei der optimalen Parameterkombination die mit der Finite Volumen Methode berechnete Energieentwertungszahl 7,84 % beträgt, die empirische Korrelation liefert 7,87 %. Der relative Unterschied beträgt somit lediglich 4 %. Da die auf dem feinen Gitter berechneten Werte, mit  $N_D(d_a = 2 d_{a,\text{opt}}, w = w_{\text{opt}})$  als einziger Ausnahme, näher an den empirischen Korrelationen liegen, kann davon ausgegangen werden, dass die Lösung bei Gitterverfeinerung besser wird.

Unterschiede zwischen den Simulationen und einer Berechnung mittels der empirischen Korrelation für die Nusselt-Zahl können auch darin begründet sein, dass in der CFD Rechnung die Wärmestrahlung nicht berücksichtigt wurde, diese jedoch in der empirischen Korrelation implizit enthalten ist. Gerade für kleine hydraulische Durchmesser gewinnt diese jedoch an Bedeutung (vgl. z.B. Mahulikar u. a., 2011). Wenn die Energieübertragung nicht nur durch Konvektion und Konduktion stattfindet, sondern auch über Strahlung, sind die benötigten Temperaturgradienten kleiner und damit auch die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung geringer. In Summe können die Verluste bezogen auf die insgesamt übertragene Energie dann kleiner sein.

Die Strömungssituation auf der stromabgewandten Seite der Rohre ist numerisch schwer zu erfassen, da es noch nicht möglich ist, den Punkt der Ablösung sicher vorherzusagen. Da die Kontaktfläche von Hauptströmung und Ablösegebiet sehr hohe lokale Entropieproduktionsraten aufgrund von Dissipation aufweist (vgl. Abb. 6.10(b)), beeinflusst die räumliche Ausdehnung dieses Gebiets den Anteil der Dissipation an der gesamten Entropieproduktionsrate.

Weiterhin ist klar erkennbar, dass die Kurven qualitativ die gleichen Verläufe aufweisen und quantitativ durch einfache Skalierung eine noch bessere Übereinstimmung erreicht werden könnte. Da die Datenbasis der empirischen Korrelationen jedoch durchaus Messungen enthält, die eine größere Abweichung aufweisen als die hier durchgeführten CFD-Berechnungen, sollten an dieser Stelle keine Korrekturfaktoren für die numerischen Ergebnisse eingeführt werden. Vielmehr kann das übliche Ziel einer CFD-Parameterstudie, nämlich die Bestimmung eines Optimums sowie aller relevanten Größen darin, sogar mit beiden Gittern erreicht werden, auch wenn formal keine Gitterunabhängigkeit vorliegt.

### 6.3.2 Ergebnisse und Interpretation

Stellvertretend für die 26 durchgeführten CFD-Rechnungen wird hier der Fall für die in Abschn. 6.2 bestimmten optimalen Parameter diskutiert, d.h.  $d_a = 1,92 \text{ cm}$  und  $w = 0,71 \text{ m s}^{-1}$ . Denn zum einen wäre die Darstellung aller berechneten Fälle zu umfangreich, zum anderen ähneln die 2-D Darstellungen der Feldgrößen mit Hilfe von Farbskalen einander so sehr, dass mit bloßem Auge keine Unterschiede festzustellen sind. Eine Interpretation der Gesamtverluste muss daher immer auf der Integration der Feldgrößen basieren, wie sie bereits im Rahmen der Validierung

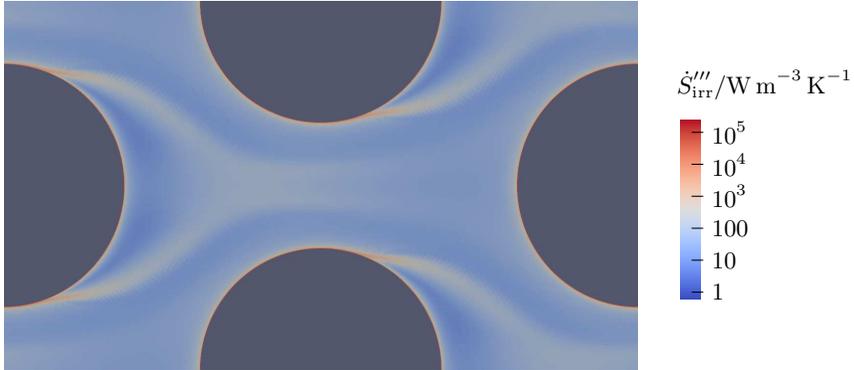


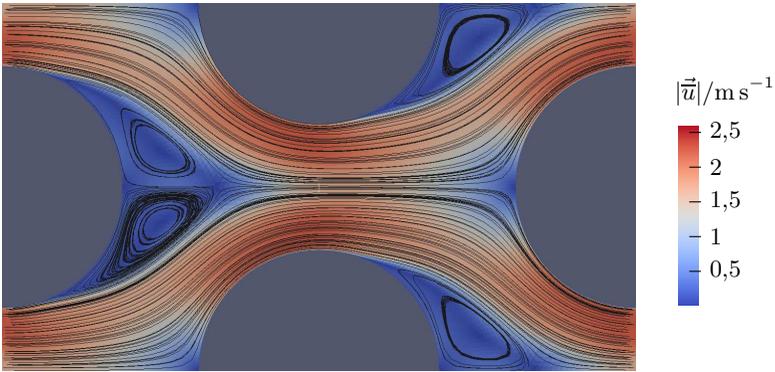
Abbildung 6.9: Lokale Entropieproduktionsrate  $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{WL}}'''$  im Rohrbündel bestehend aus Kreisrohren.

vorgenommen wurde.

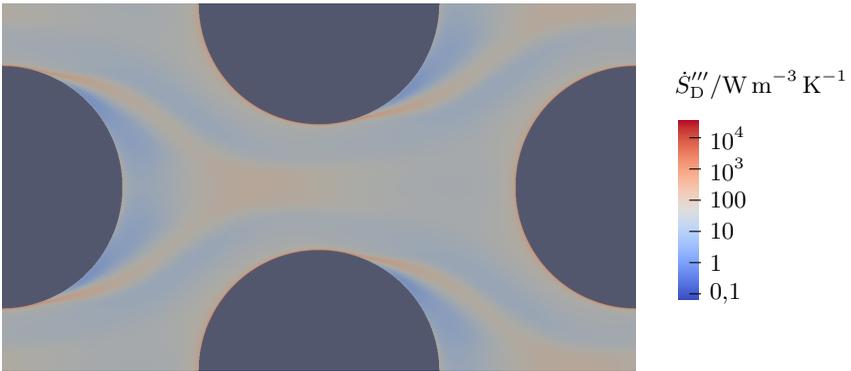
In Abb. 6.9 ist die lokale Entropieproduktionsrate, d.h. die Summe aus der Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung und Dissipation, dargestellt. Zu beachten ist, dass hier die Darstellung der lokalen Entropieproduktionsraten stets mit einer logarithmischen Farbskala erfolgt, da die im Folgenden beschriebenen Details ansonsten nicht zu erkennen wären, sondern lediglich ein sehr schmaler (mit bloßem Auge kaum zu erkennender) Bereich erhöhter Entropieproduktion in unmittelbarer Wandnähe. In der freien Strömung treten offensichtlich keine großen Verluste auf. Schmale Bereiche hoher Entropieproduktion finden sich jedoch an den Rohrwänden. Außerdem ziehen sich jeweils ausgehend von den Ablösepunkten der Strömung Bänder erhöhter Entropieproduktion in die Strömung. Offensichtlich spielen also die Haftbedingung und Strömungsablösung eine Rolle bei der Entstehung von Verlusten.

Die berechneten Felddaten der Geschwindigkeit, Temperatur und der lokalen Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung bzw. Dissipation besitzen jedoch einen Informationsgehalt, der weit über die einfache Lokalisierung der Strömungsbereiche mit großen Verlusten hinausgeht. Da durch Auswertung der einzelnen Felddaten der Mechanismus der Wärmeübertragung und die Ursache von Verlusten aufgezeigt werden kann, soll dies hier geschehen.

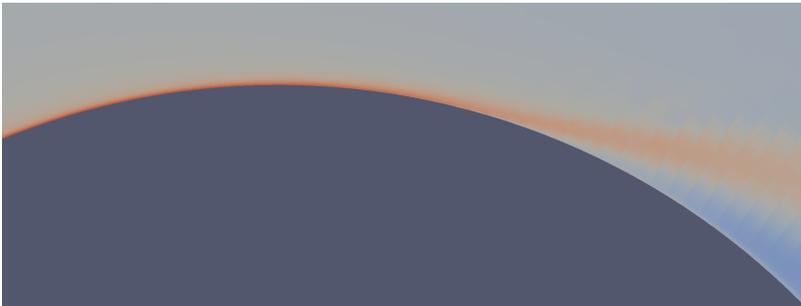
Abbildung 6.10(a) zeigt die Verteilung der zeitgemittelten Geschwindigkeit im Strömungsfeld sowie ihre Bahnlinien. Das Fluid strömt von links nach rechts. Die Asymmetrie der Bahnlinien resultiert aus der zufälligen Auswahl der verfolgten Partikel, die Strömung selbst ist symmetrisch bezüglich der horizontalen Mittelebene. Deutlich zu erkennen sind die großen Ablösegebiete hinter den Rohren, in denen das Fluid im zeitlichen Mittel mit einer sehr kleinen Geschwindigkeit rotiert. Im Ablösepunkt sind die Strömungsrichtungen von Hauptströmung und Rezirkulation genau entgegengesetzt, so dass der gesamte wandnahe Massenstrom entlang der



(a) Zeitgemittelte Geschwindigkeit und zugehörige Bahnlinien.



(b) Entropieproduktion aufgrund von Dissipation.



(c) Vergrößerung von (b).

Abbildung 6.10: Strömung im Rohrbündel bestehend aus Kreisrohren.

Trennstromlinie von der Wand weg transportiert wird. Da die Hauptströmung in diesem Bereich kurz nach dem Ablösen eine hohe Geschwindigkeit aufweist, treten in Richtung Ablösegebiet große Geschwindigkeitsgradienten auf. Das Ablösegebiet wirkt stromabwärts bis zum Staupunkt des nächsten Rohrs, so dass die höchsten Geschwindigkeiten zwar im Bereich des engsten Querschnitts dazwischen liegen, jedoch nicht in der Strömungsmittelpunkt, sondern jeweils im äußeren (wandnahen) Drittel. Da die Geschwindigkeit durch die folgende Aufweitung wieder abnimmt, trifft die Strömung mit einer vergleichsweise kleinen Geschwindigkeit auf das nächste Rohr.

Die aus dem Strömungsfeld resultierende Verteilung der lokalen Entropieproduktion aufgrund von Dissipation ist in Abb. 6.10(b) gezeigt. Hier ist deutlich die Wirkung der Geschwindigkeitsgradienten am Rand des Ablösegebiets zu erkennen. Dieser Bereich erhöhter Entropieproduktion setzt sich bis zum stromabwärts gelegenen Ende des Ablösegebiets fort. Im Ablösegebiet selbst hingegen tritt nur eine sehr geringe Dissipation auf. Dies gilt auch im wandnahen Bereich, wie in Abb. 6.10(c) zu erkennen ist.

Weiterhin zeigt diese Vergrößerung, dass obwohl die Entropieproduktion scheinbar von der Dissipation am Rand des Ablösegebiets dominiert wird, in Wirklichkeit die Wandreibung für den mit Abstand größten Anteil verantwortlich ist. Dieser Bereich hat zwar nur einen kleinen Anteil am Gesamtvolumen, die lokalen Entropieproduktionsraten sind jedoch entsprechend hoch. Denn in Wandnähe treten die höchsten Scherspannungen im Fluid auf, die sich hier aufgrund der Turbulenzmodellierung in den Gradienten des zeitgemittelten Geschwindigkeitsfeldes sowie in der turbulenten Dissipation bemerkbar machen. Dies ist auch der Grund dafür, dass eine Formänderung des Rohres ins Ablösegebiet hinein (z.B. Tropfenform) mit dem Ziel die Ablösung zu verzögern nicht unbedingt eine Verringerung der Entropieproduktion aufgrund von Dissipation bewirkt. Die zusätzliche Wandreibung kann einen wesentlich größeren Einfluss haben als die Gradienten am Rand des Ablösegebiets.

Die aus der Wärmeübertragung resultierende Temperaturverteilung ist in Abb. 6.11(a) gezeigt. Obwohl das Bild mehrere Rohre zeigt, liegt ihm die Berechnung nur eines Rohres zugrunde. D.h. das Fluid im Bereich des bezogen auf die Strömung vorderen bzw. hinteren Rohrs müsste eigentlich eine höhere bzw. niedrigere Temperatur aufweisen. Aus diesem Grunde ist die Darstellung des Temperaturfeldes an den Rändern der Berechnungsgebiete auch nicht glatt, sondern es zeigt sich eine Kontrastlinie. Da die Temperaturunterschiede zwischen den Rohren in Strömungsrichtung jedoch klein sind im Vergleich zu den Unterschieden zwischen Wand und Fluid, kann dies bei der visuellen Interpretation ignoriert werden.

Klar zu erkennen ist ein Gebiet niedriger Temperatur an der Rohrwand. Im Wesentlichen durch Wärmeleitung wird darin die Energie von der Hauptströmung zur Wand transportiert. Da sich im Ablösepunkt die Hauptströmung und die Rezirkulationsströmung treffen, wird hier das erkaltete Fluid von der Wand wegtransportiert. Anschließend mischt sich das kalte Fluid mit der Hauptströmung, was am allmählichen Verwischen der klaren Grenze zwischen Ablösegebiet und Hauptströmung zu erkennen ist. Da der Austausch zwischen dem Ablösegebiet und der Hauptströmung

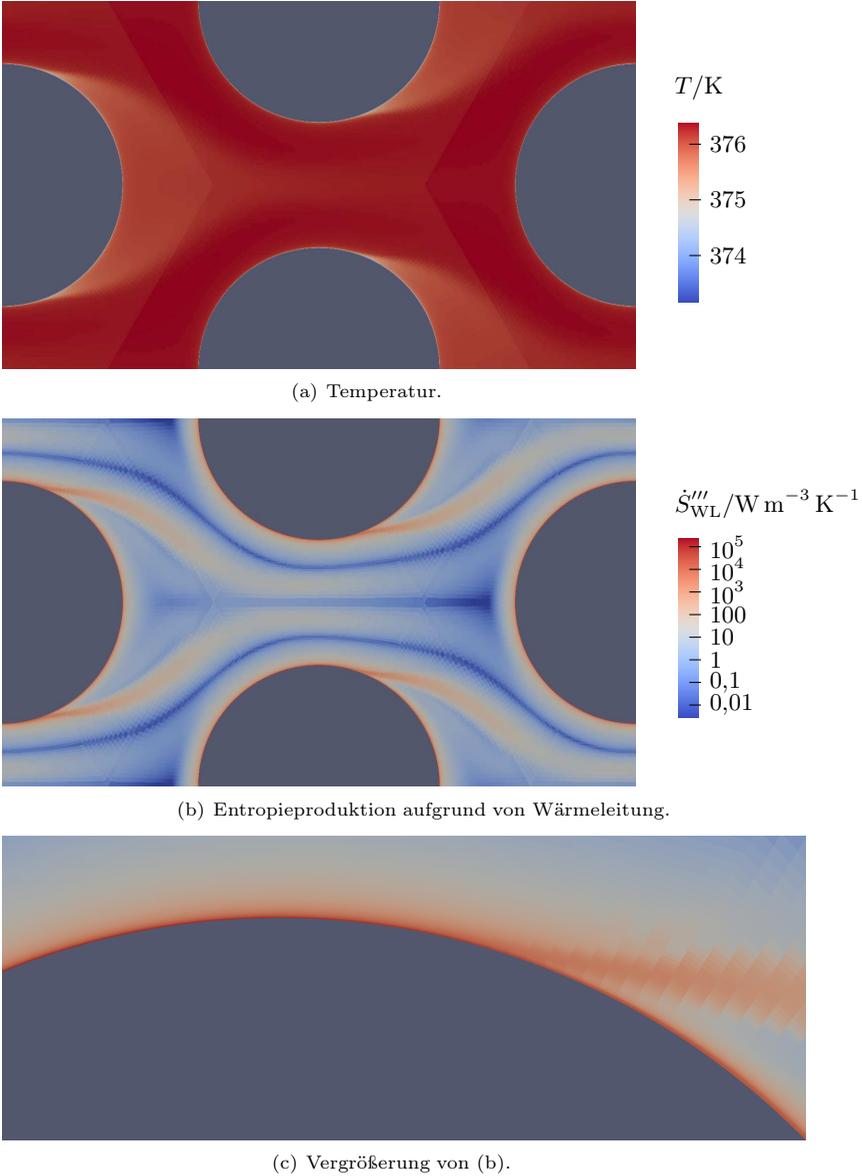


Abbildung 6.11: Wärmeübertragung im Rohrbündel bestehend aus Kreisrohren.

nur schwach ausgeprägt ist, bleibt die Temperatur im Ablösegebiet etwas niedriger als in der Hauptströmung.

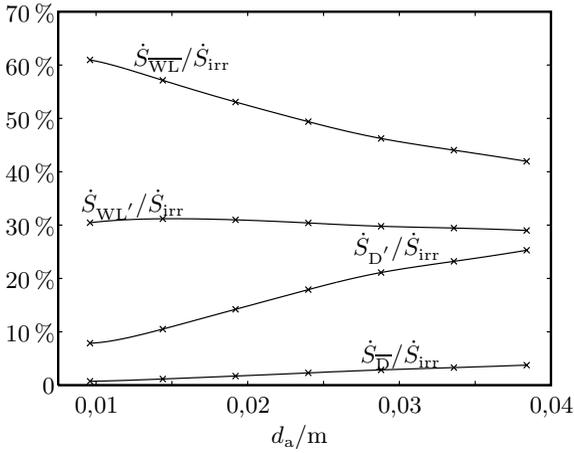
Die Auswirkungen auf die Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung sind aus Abb. 6.11(b) ersichtlich. Da sich die lokalen Entropieproduktionsraten aufgrund von Wärmeleitung und Dissipation um ca. eine Zehnerpotenz unterscheiden, werden für sie unterschiedliche Farbskalen verwendet. Beim konduktiven (d.h. gradientenbasierten) Transport innerer Energie tritt stets Entropieproduktion auf. Aus diesem Grund findet der größte Teil der Entropieproduktion in unmittelbarer Wandnähe statt. Während der konvektive Transport von Energie zunächst verlustfrei ist, wird durch das Mischen von heißem und kaltem Fluid Entropie produziert. Da diese Mischung genau am Rand des Ablösegebiets stattfindet, ist auch hier eine erhöhte Entropieproduktion zu verzeichnen. Der Temperaturunterschied der Hauptströmung gegenüber dem Ablösegebiet ist jedoch deutlich kleiner als der gegenüber der Wand, so dass die Auswirkung auf die Gesamtentropieproduktion vergleichsweise gering ist.

Eine Aufteilung der Entropieproduktionsraten im Sinne der Turbulenzmodellierung, d.h. in Größen in Abhängigkeit der mittleren Fluidbewegung ( $\bar{\square}$ ) und der mittleren Abweichung von dieser Bewegung ( $\square'$ ) ist in Abb. 6.12 gezeigt. Es ist erkennbar, dass in jedem Fall die Entropieproduktion aufgrund der zeitgemittelten Wärmeleitung  $\dot{S}_{\overline{WL}}$  größer als die aufgrund der zeitlich schwankenden Wärmeleitung  $\dot{S}_{WL'}$  ist. Dies verdeutlicht noch einmal den Einfluss der wandnahen Bereiche, in denen sich die Turbulenz kaum bemerkbar macht. Bei der Entropieproduktion aufgrund von Dissipation hingegen überwiegt deutlich der Anteil aufgrund der Schwankungsgrößen, dies gilt besonders für die Fälle mit den höchsten Strömungsgeschwindigkeiten. Diese findet jedoch auch vornehmlich in Wandnähe statt, nämlich in der Überlappungsschicht (vgl. Gersten u. Herwig, 1992).

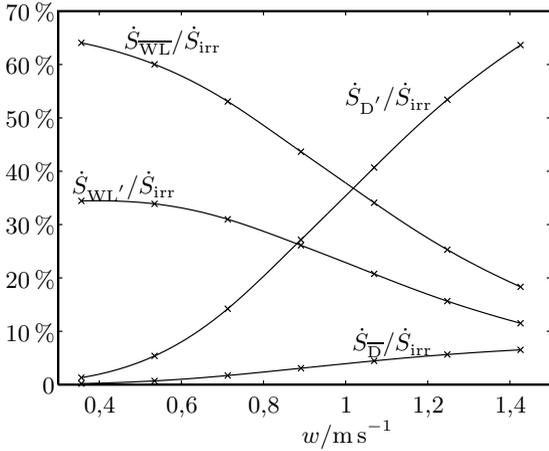
Das Verständnis der physikalischen Hintergründe der Wärmeübertragung im Rohrbündel führt leider nicht unmittelbar zu einer optimalen Wärmeübertragergeometrie. Es gibt jedoch klare Hinweise darauf, dass obwohl das Ablösegebiet selbst keinen großen Beitrag zu Wärmeübertragung leistet, sich das Ablösen der Strömung dennoch positiv auswirkt. So kann es vorteilhaft sein, die Wandschicht frühzeitig abzulösen und der Hauptströmung zuzuführen. Die Dicke dieser Schicht wächst nämlich zunächst mit der Lauflänge, so dass ein Verkürzen der Überströmlänge das Volumen in dem große Temperaturgradienten auftreten verringert. Da die dissipativen Verluste offensichtlich keinen allzu großen Einfluss haben, könnte eine Unterteilung der Übertragerfläche senkrecht zur Strömungsrichtung insgesamt Vorteile bieten.

## 6.4 Rohrbündel - Optimierung der Querschnittsgeometrie

Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, dass im Rohrbündelwärmeübertrager mit Kreisrohren Bereiche existieren, die aus Sicht der Wärmeübertragung ungünstig sind. Aus diesem Grund soll hier eine bessere Geometrie für den Querschnitt der Rohre gesucht werden. An diesem Punkt werden die Vorteile von RANS-Rechnungen noch einmal



(a) Variation des Rohrdurchmessers.



(b) Variation der Geschwindigkeit der freien Anströmung.

Abbildung 6.12: Verlustarten aufgeteilt in zeitgemittelte und fluktuierende Anteile; RANS-Ergebnisse mit Interpolation.

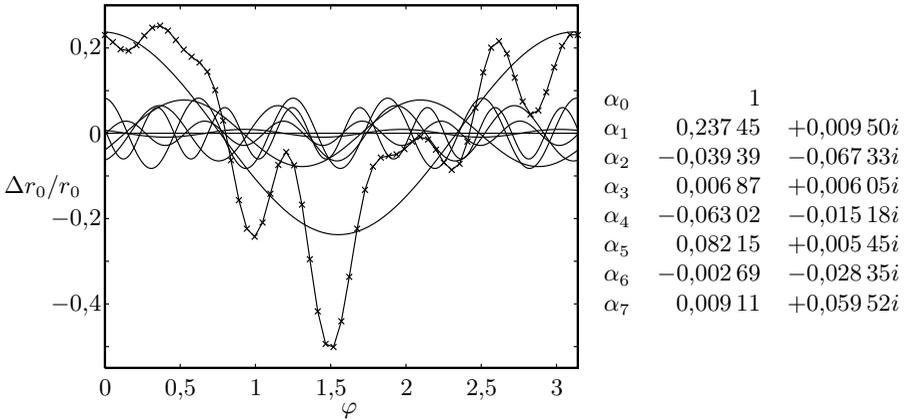


Abbildung 6.13: Kontinuierliche Sinusfunktionen der einzelnen Fourierkoeffizienten und die resultierende diskrete Randverschiebung des besten Individuums gegenüber dem Kreisrohr.

besonders deutlich: Zum einen kann eine neuartige Geometrie schlichtweg nicht auf Basis von empirischen Korrelationen bewertet werden, zum anderen wären Versuche zu teuer und zeitintensiv. Daher wird die Geometrie mit dem in Abschn. 5.2 erläuterten Verfahren parametrisiert und anschließend mit dem evolutionären Algorithmus aus Abschn. 5.3 bezüglich der Verluste optimiert.

### 6.4.1 Parametrierung der Geometrie

Die Form soll ausgehend vom Kreisrohr optimiert werden. D.h. das Kreisrohr bildet entlang seines Umfangs die 0-Ebene für das Fourierpolynom. Dieses hat 8 Koeffizienten und wird in Kreiskoordinaten mit dem Winkel  $\varphi$  formuliert. Die Strömung soll symmetrisch sein, damit die Hauptströmungsrichtung des Wärmeübertragers erhalten bleibt. Aus diesem Grund wird auf der Ober- und Unterseite des Rohres jeweils eine gesamte Periode des Polynoms abgebildet. Mit dem Vektor der komplexen Gene  $\vec{\alpha}$  ist die Lage der Wand des Rohres dann gegeben durch (vgl. Gl. (5.1))

$$r_0(\varphi) = 0,5 d_a \sum_{j=0}^7 \Re(\alpha_j \exp(2i \varphi j)) \quad (6.7)$$

Die resultierenden Sinusfunktionen der einzelnen Fourierkoeffizienten und die daraus überlagerte Randverschiebung sind exemplarisch für das beste gefundene Individuum in Abb. 6.13 gezeigt. Für den nullten Fourierkoeffizienten gilt für alle Individuen  $\alpha_0 = \text{const} = 1$ , so dass die Verschiebung des Randes gegenüber dem Kreisrohr im Mittel 0 ist und die Querschnittsfläche sich nur geringfügig gegenüber dem Kreisrohr ändert (da die Flächenzunahme bei einer Schwelle größer ist als die Abnahme

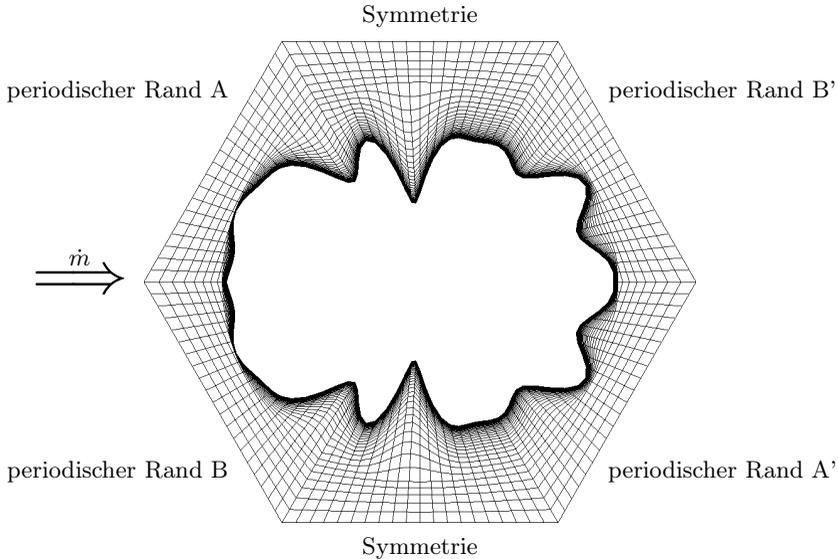


Abbildung 6.14: Rechengitter des optimierten Rohrs (schematisch).

bei einer Mulde).

### 6.4.2 Simulation

Die Simulation erfolgt auf der gleichen Gittertopologie die schon für die Berechnung des Kreisrohrs verwendet wurde (vgl. Abb. 6.7). Die individuellen Geometrien werden erzeugt, indem ausgehend vom Gitter des Kreisrohrs die Punkte innerhalb des maximalen zulässigen Radius von  $r_{zul} = 0,5 d_a + 0,25 l_{min}$  (mit dem Abstand der Kreisrohre an der engsten Stelle  $l_{min}$ ), in radialer Richtung verschoben werden. Während der Rand selbst gemäß Gl. (6.7) verschoben wird, klingt die Verschiebung bis  $r_{zul}$  linear auf null ab. Damit ist eine Verengung des engsten Querschnitts unter 50% implizit ausgeschlossen. Zur Erläuterung der Verschiebungen der Knoten des Gitters ist in Abb. 6.14 exemplarisch das Gitter des besten Individuums gezeigt. Die Abmessungen benachbarter Zellen relativ zueinander bleiben also weitestgehend erhalten. Diese Art der Gittererstellung hat zwei entscheidende Vorteile, insbesondere bei der Verwendung eines evolutionären Algorithmus: Die Erstellung des Rechengitters eines Individuums nimmt nur sehr geringe Zeit in Anspruch, da lediglich die Koordinaten des Basis-Gitters eingelesen und transformiert werden müssen. Außerdem können die konvergierten Felder der vorigen Generation, unmittelbar für die Initialisierung des aktuellen Individuums verwendet werden, so dass die Rechnung auch ohne ein aufwändiges Mapping auf glatten Feldern beginnt.

Es ist erkennbar, dass der Rand an einigen Stellen die maximal mögliche Verschiebung aufweist. Möglicherweise wäre es für die Wärmeübertragung vorteilhaft wenn die Rohre sich noch weiter annähern. Von der Begrenzung des minimalen Rohrabstands in der vorhergehenden Optimierung soll hier der Vergleichbarkeit wegen jedoch nicht zu weit abgewichen werden.

Für die Darstellung der Schwingungen des höchsten Fourierkoeffizienten mit 7 Knoten pro Periode werden mindestens ca. 49 Knoten benötigt. Auf dem groben Gitter sind der obere und der untere Rand des Rohres jeweils durch 60 Punkte repräsentiert. Da die Validierung gezeigt hat, dass die Unterschiede der Ergebnisse der groben und der feinen Gitter nur gering sind, wird hier die Gitterauflösung gleich den groben Gittern in Abschn. 6.3 gewählt. Auf diese Weise wird Rechenzeit gespart, was die Berechnung einer größeren Zahl von Individuen ermöglicht. Wenn das Ziel einer Optimierung z.B. ein tatsächlich baubarer Wärmeübertrager wäre, könnte im Anschluss ein neuer evolutionärer Algorithmus ausgeführt werden, mit den besten Individuen des alten als Startpopulation, jedoch mit einer feineren Diskretisierung. Hier besteht die Startpopulation aus 50 Individuen, wobei Real- und Imaginärteil der freien Fourierkoeffizienten ähnlich Gl. (5.3) zufällig im Bereich  $[-0,05 \dots 0,05]$  gewählt werden.

Um die Wärmeübertrager direkt miteinander vergleichen zu können, werden hier neben dem mittleren Radius auch die Werte der mittleren Geschwindigkeit der freien Anströmung und des Rohrabstands konstant gehalten aus dem vorigen Abschnitt gehalten. Bei einer konsequenten Optimierung müssten sie variabel sein. Beide Größen könnten jedoch problemlos als zusätzliche Gene in die DNA eingebracht werden.

Der gesamte Algorithmus wird in der Amazon Elastic Compute Cloud (EC2) ausgeführt. Dabei kommen neben einem Fileserver für die Speicherung der Ergebnisse drei c1.xlarge-Instanzen als Compute-Server zum Einsatz. Diese besitzen je 8 virtuelle Kerne, entsprechend je einem 2,7 GHz Xeon-Prozessor aus dem Jahr 2007, so dass 24 Individuen parallel berechnet werden können. Abbruchkriterien für eine Rechnung sind fehlerhafte Gitter, Gleitkomma-Fehler bei der Lösung sowie wenn nach 20 000 Iterationen keine Konvergenz eingetreten ist. Der Algorithmus wird für eine Dauer von 45 h 46 min ausgeführt. Insgesamt werden 994 Simulationen durchgeführt, von denen 636 konvergieren (64 %).

### 6.4.3 Ergebnisse und Interpretation

Die Daten des besten Individuums, sowie des Kreisrohrs sind in Tab. 6.3 aufgeführt. Um die Werte tatsächlich vergleichen zu können, dient hier als Referenz das grob diskretisierte Kreisrohr ( $\alpha_0 = 1$ ,  $\alpha_{j>0} = 0$ ), so dass die Werte sich leicht von denen im vorigen Abschnitt unterscheiden. Aufgrund der gewellten Oberfläche ist die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation beim besten Individuum gegenüber dem Kreisrohr deutlich erhöht. Die Temperaturdifferenz zwischen Fluid und Wand ist jedoch um 0,89 K kleiner. Dies bewirkt eine Reduktion der Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung, die so groß ist, dass sie die Erhöhung der Entropieproduktion aufgrund von Dissipation überkompensiert und so die Summe der Verluste

Tabelle 6.3: Ergebnisse für die optimalen Rohrbündelwärmeübertrager mit Kreisrohren und optimierten Rohren.

	Kreisrohr	optimiertes Rohr	Änderung
$T_m$	376,35 K	375,46 K	-0,89 K
$\Delta T$	3,20 K	2,31 K	-27,8 %
$N$	7,80 ‰	6,38 ‰	-18,2 %
$N_{WL}$	6,67 ‰	4,83 ‰	-27,6 %
$N_D$	1,13 ‰	1,55 ‰	+37,5 %
Be	0,856	0,757	
$d_h$	29,8 mm	21,1 mm	-29,3 %

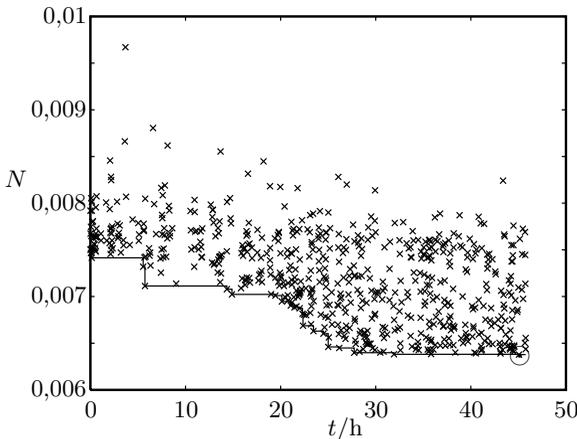


Abbildung 6.15: Konvergenz des evolutionären Algorithmus im Rohrbündelwärmeübertrager;  $\odot$ : bestes Individuum.

des optimierten Rohrs gegenüber dem Kreisrohr um 18,2% reduziert ist.

Der Verlauf der Konvergenz des evolutionären Algorithmus ist in Abb. 6.15 dargestellt. Zunächst verbessert sich der Algorithmus kontinuierlich, in den letzten 30% der Laufzeit jedoch bleiben die minimalen Verluste nahezu konstant. Die meisten Individuen (90%) mit gewellten Rohren haben kleinere Verluste als das Rohrbündel mit Kreisrohren. Die Entwicklung der Randgeometrie bis hin zum besten Individuum ist in Abb. 6.16 gezeigt. Von Beginn an sind Mulden an der Oberfläche vorhanden. Die Lage und Tiefe der Mulden ändert sich jedoch kontinuierlich. Während zu Beginn die Abmessungen des Rohrs in Strömungsrichtung und senkrecht dazu noch ungefähr gleich groß sind, flacht das Rohr später ab.

Beim Rohrbündel aus Kreisrohren war erkennbar, dass der vordere Staupunkt sowie das Ablösegebiet hinter dem Rohr wenig zur Energieübertragung beitragen.

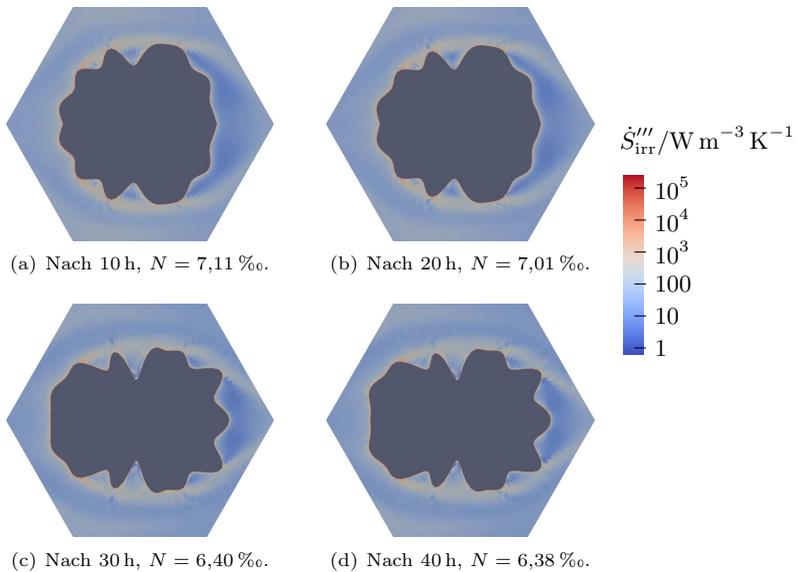


Abbildung 6.16: Lokale Entropieproduktionsrate  $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{WL}}'''$  während der Optimierung im jeweils besten Rohrbündel.

Deshalb lieferte die Voruntersuchung auch eine klare Tendenz hin zu kleinen Rohrständen in Strömungsrichtung. Die Abflachung der Rohre bei dieser Freiformoptimierung dient demselben Zweck. Wenn diese Effekte nicht begrenzt werden, degeneriert der Rohrbündelwärmeübertrager konsequent zu einem Plattenwärmeübertrager, da dieser potentiell die kleineren Verluste aufweist.

Die Abflachung des Rohres beruht auf der Dominanz des 1. Fourierkoeffizienten, die in Abb. 6.13 deutlich zu erkennen ist. Dort ist für das beste Individuum der Anteil der relativen Abweichung der Geometrie vom Kreisrohr für jeden Fourierkoeffizienten aufgetragen. Hier wird auch die Effizienz der Beschreibung der Geometrie mittels Fourierkoeffizienten deutlich. Mit herkömmlichen Methoden wäre es nicht möglich, eine derart aufwendige Geometrie mit der gleichen Genauigkeit durch nur 14 Parameter (bzw. 7 komplexe Parameter) zu beschreiben.

Das Ergebnis der Optimierung in Bezug auf die lokale Entropieproduktionsrate ist in Abb. 6.17 dargestellt. Die Farbskalen der Abbildungen in diesem Abschnitt entsprechen jeweils denen der gleichen Größen aus Abschn. 6.3. Am Rand der Hauptströmung ist deutlich ein Bereich erhöhter Entropieproduktion zu erkennen. Dort wo die Wand bis an die Hauptströmung ragt, setzt sich dieser Bereich bis an die Wand fort, wobei die Entropieproduktionsrate bis zur Wand um Größenordnungen steigt. Im Zentrum der Rillen tritt nur eine sehr geringe Entropieproduktion auf, jedoch ist

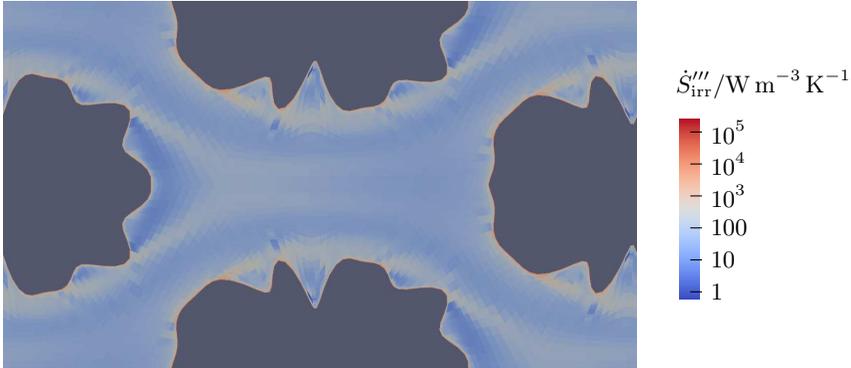


Abbildung 6.17: Lokale Entropieproduktionsrate  $\dot{S}'''_{\text{irr}} = \dot{S}'''_{\text{D}} + \dot{S}'''_{\text{WL}}$  im Rohrbündel mit optimierten Rohren.

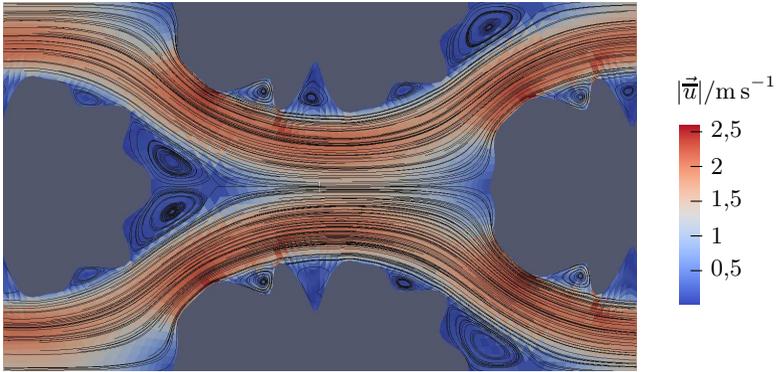
die Entropieproduktionsrate in Wandnähe ähnlich der an den Vorsprüngen in der Hauptströmung.

Deutlich an den Bahnlinien in Abb. 6.18(a) erkennbar ist das Ablösegebiet hinter dem Rohr, welches gegenüber dem Kreisrohr jedoch verkleinert ist (vgl. Abb. 6.10(a)). Während das Ablösegebiet beim Kreisrohr ca.  $1/3$  des Umfangs ausmacht, beträgt die Größe dieses Gebiets mit einer schlechten Wärmeübertragung beim optimierten Rohr nur ca.  $1/5$ . Auf diese Weise wird der Bereich hoher Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung am Rand des Ablösegebiets verkleinert. Bezogen auf die gesamte Entropieproduktion fällt dies jedoch kaum ins Gewicht, weil weiterhin die Entropieproduktion in unmittelbarer Wandnähe dominiert.

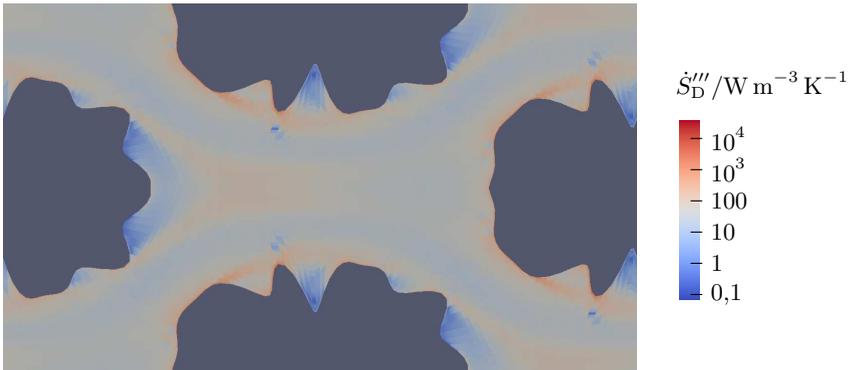
In den deutlich ausgeprägten Mulden findet im zeitlichen Mittel eine Rezirkulation statt, ähnlich dem Ablösegebiet. So wird beim Zusammentreffen von Hauptströmung und Rezirkulation an der Hinterseite der Schwellen das wandnah strömende Fluid von der Wand weggeführt. An den Bahnlinien ist erkennbar, dass die Rücken der Schwellen für die Strömung keine harten Kanten aufweisen, so dass hier über die Wandreibung hinaus keine Verluste auftreten (s. Abb. 6.18(b) u. (c)).

Die Wirkung des Ablösegebiets ist stromabwärts bis zum nächsten Staupunkt zu beobachten. Ähnlich wie beim Kreisrohr treten die höchsten Geschwindigkeiten im Bereich des engsten Querschnitts daher nicht in der Mitte der Strömung auf, sondern weiter außen, hier jedoch in größerer Entfernung von der Wand als bei Kreisrohr.

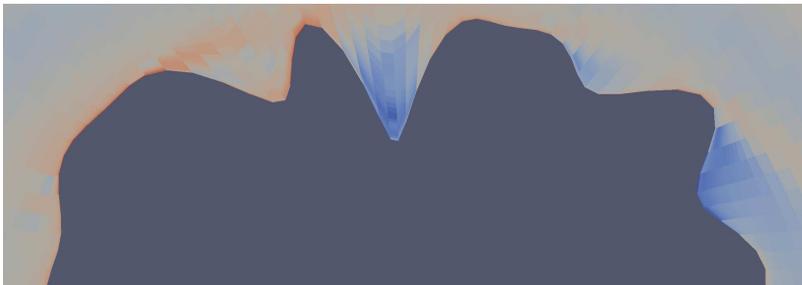
Beim Vergleich des Temperaturfelds in Abb. 6.19(a) mit Abb. 6.11(a) ist deutlich erkennbar, dass das Temperaturniveau im Fluid zur Erlangung des geforderten Wärmestroms beim Kreisrohr höher sein muss als beim optimierten Rohr. Auch der Temperaturunterschied zwischen Hauptströmung und Ablösegebiet ist weniger stark ausgeprägt. Der Rohrbündelwärmeübertrager mit gewellten Rohren hat einen kleineren hydraulischen Durchmesser als der mit Kreisrohren, weil die gewellte Wand



(a) Zeitgemittelte Geschwindigkeit und zugehörige Bahnlinien.

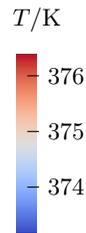
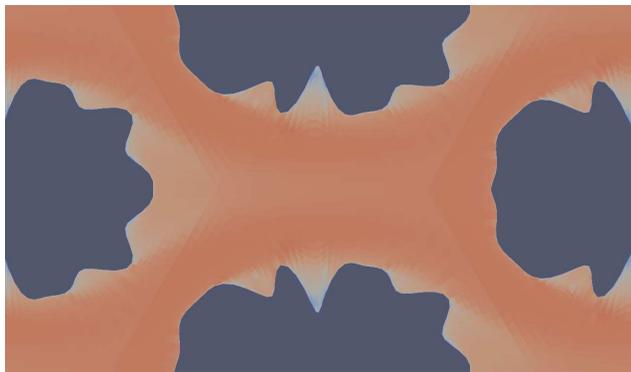


(b) Entropieproduktion aufgrund von Dissipation.

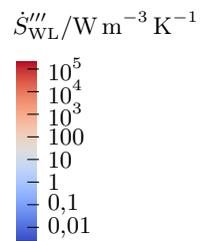
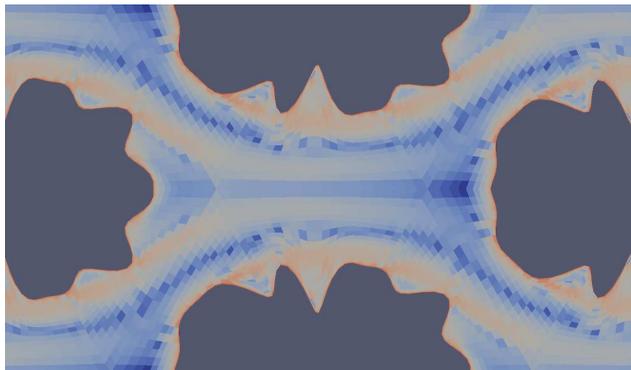


(c) Vergrößerung von (b).

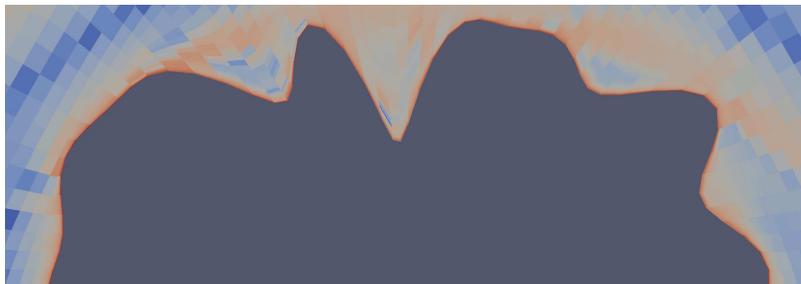
Abbildung 6.18: Strömung im Rohrbündel mit optimierten Röhren.



(a) Temperatur.



(b) Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung.



(c) Vergrößerung von (b).

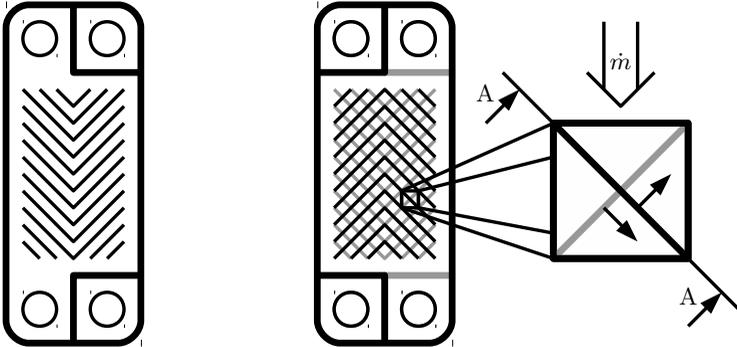
Abbildung 6.19: Wärmeübertragung im Rohrbündel mit optimierten Rohren.

eine größere Oberfläche als die glatte Wand besitzt. Wie jedoch im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, ist dies nicht unbedingt vorteilhaft. So findet in den Mulden selbst keine intensive Wärmeübertragung statt. Sie sorgen jedoch dafür, dass das wandnah strömende Fluid immer wieder nach nur kurzen Überströmlängen von der Wand weg in die Hauptströmung gemischt wird und so ein intensiver Austausch stattfindet. Beim Kreisrohr tritt dies nur einmal am Rand des Ablösegebiets auf. Diese Durchmischung geschieht vor allem auf der stromabgewandten Seite der Schwellen im oberen Bereich, so dass dort auch die höchste Entropieproduktion auftritt (s. Abb. 6.19(b) u. (c)).

Das Verständnis der Vorgänge in Wandnähe ist nicht nur in Bezug auf das betrachtete Rohrbündel von Interesse, sondern es ermöglicht auch eine weitergehende Interpretation der Ergebnisse aus Abschn. 3.6.3. Dort wurde in einem rauen Rohr eine bessere Wärmeübertragung erzielt gegenüber einem glatten. Dies ist möglich, da an jedem Rauheitselement die hier beobachteten Effekte auftreten, wenn auch auf einer anderen Größenskala. Tatsächlich ist eine klare Unterscheidung zwischen Wandrauheit und Wandgeometrie nicht in jedem Fall möglich. Jedoch gilt auch hier wieder, dass jeder Parameter bei einer schlechten Wahl die Verluste in die Höhe treiben kann und niedrige Verluste nur bei Abstimmung aller Parameter aufeinander zu erzielen sind.

Obwohl auf Basis der Darstellungen der Feldgrößen die Überlegenheit des gewellten Rohres gegenüber dem Kreisrohr erklärt werden kann, so ist es doch mit bloßem Auge nicht möglich, dasjenige mit den geringeren Verlusten zu identifizieren. Es bedarf also in jedem Fall der Integration der Entropieproduktionsraten im Feld. Es ist deshalb auch nicht möglich den Einfluss einer Änderung der Geometrie auf die Verluste abzuschätzen, womit eine zielgerichtete händische Optimierung ausgeschlossen ist. Algorithmen zur automatisierten Optimierung müssen jedoch korrekt formuliert werden, insbesondere in Bezug auf Nebenbedingungen und Prozessbedingungen. So haben sich die Rohre in diesem Fall auf weniger als 1 cm annähern können, was zwar aus Sicht der Wärmeübertragung sinnvoll ist, jedoch aus Sicht der Fertigung und Wartung Probleme macht und deshalb bei der Optimierung in Abschn. 6.2 auch nicht zugelassen war.

Auch bei der Verwendung von Algorithmen zur Optimierung müssen also das Basis-Design und die Art der Parametrierung durch einen Ingenieur festgelegt werden. Dieses Basis-Design muss von vornherein die Möglichkeiten sowohl der Numerik als auch der Fertigung berücksichtigen. So wäre z.B. ein Rohr denkbar, dessen Rand einen einfachen Sinus beschreibt. In diesem Fall wären die Prägungshöhe und die Anzahl der Wellen auf dem Rohrumfang Gegenstand der Optimierung. Wenn die Prägung die Ausbildung von Rezirkulationsgebieten bewirkt, die dann jeweils ein Ablösen der Wandschicht verursachen, könnten so die Verluste gegenüber dem Kreisrohr vermindert werden.



(a) Platte mit fischgrätartigem Wellenprofil, Stützen und Dichtungen (breite Linie).

(b) Zwei Platten im montierten Zustand (obere Platte 180° um Flächennormale gedreht, untere Platte grau) sowie das Rechengebiet.

Abbildung 6.20: Platten eines Plattenwärmeübertragers (schematisch).

## 6.5 Plattenwärmeübertrager - Optimierung der Wellenprägung

In den 2D-Berechnungen in den vorigen Abschnitten gab es mehrfach Hinweise darauf, dass die Verluste in Plattenwärmeübertragern u.U. kleiner als in Rohrbündelwärmeübertragern sein können. Deshalb soll hier die 3D-Strömung in Plattenwärmeübertragern untersucht werden und die Prägung der Platten bezüglich der Verluste optimiert werden. Abbildung 6.20(a) zeigt eine Schemazeichnung einer Platte eines Plattenwärmeübertragers. Dargestellt sind die umlaufende Dichtung, sowie die Dichtungen der Durchführungen des zweiten Fluids durch die Platte (die rechten Bohrungen). Die Bohrungen auf der linken Seite dienen der Zu- und Abfuhr des Fluids, das über die betrachtete Platte strömen soll. In die Platte ist ein fischgrätartiges Wellenmuster geprägt, wobei hier jeweils die Rücken dieses Musters als schwarze Linien eingezeichnet sind. Werden zwei identische Platten aufeinander montiert (die eine wird dabei 180° um ihre Flächennormale gedreht, vgl. Abb. 6.20(b)), so entsteht zwischen den Platten ein Strömungskanal. Durch die Fischgrätprägung erhält der Kanal eine Gestalt ähnlich Abb. 6.21. Die Plattenkonturen beider Platten haben jeweils individuelle Laufrichtungen, die als Pfeile in der Vergrößerung in Abb. 6.20(b) markiert sind. Somit verläuft die Prägung der einen Platte schräg entgegen der Strömung, die der anderen schräg mit der Strömung.

### 6.5.1 Parametrierung der Geometrie

Die Prägung (bzw. die Lage des Randes  $z_0$ ) wird in den Simulationen durch vier Gene beschrieben. Dazu wird Gl. (5.1) so angepasst, dass über die Diagonale zwei

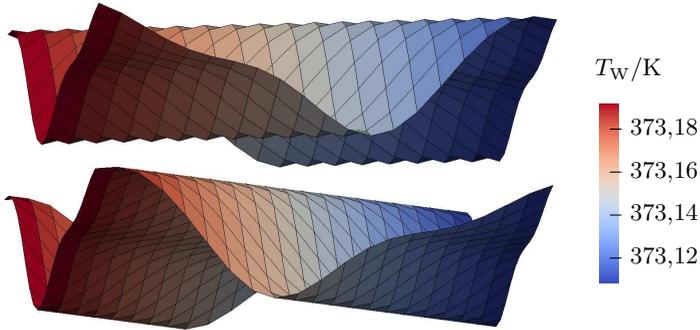


Abbildung 6.21: Plattenkontur des optimierten Plattenwärmeübertragers (perspektivisch) mit Temperaturverteilung auf der Wand.

Perioden der Schwingung abgebildet werden (hier für die obere Platte):

$$z_0(x, y) = l_z \sum_{j=0}^3 \Re \left( \alpha_j \exp \left( 2 \pi i \left( \frac{x}{l_x} + \frac{y}{l_y} \right) j \right) \right) \quad (6.8)$$

Um den Plattenabstand herzustellen, wird darin  $\alpha_0 = 0,5$  für die obere Platte gesetzt. Für die untere Platte gilt  $\alpha_0 = -0,5$ , und anstelle von  $x$  wird für die Berechnung  $-x$  eingesetzt, um die Laufrichtung umzukehren. Weil die mittlere Abweichung der Sinusfunktionen von der Basis-Geometrie null ist, bleibt das Volumen des Kanals unabhängig von der Prägung konstant.

Der Plattenabstand wird so gewählt, dass bei glatten Kanalwänden der hydraulische Durchmesser des Plattenwärmeübertragers dem des in Abschn. 6.3 untersuchten Rohrbündels mit versetzt angeordneten Kreisrohren entspricht. Mit dem hydraulischen Durchmesser von  $d_h = 29,8$  mm beträgt die Kanalhöhe  $l_z = 14,9$  mm. Auch die mittlere Geschwindigkeit der freien Anströmung in Hauptströmungsrichtung wird mit  $u_m = w = 0,71$   $\text{m s}^{-1}$  gleich diesem Fall gewählt.

Ein unmittelbarer Vergleich des Plattenwärmeübertragers mit dem Rohrbündelwärmeübertrager ist trotzdem nicht möglich. Denn zum einen ändert sich in beiden Fällen durch die Deformation der Oberfläche das Verhältnis von Wandfläche zu Volumen. Zum anderen beeinflusst beim Rohrbündelwärmeübertrager die Versperung durch die Rohre die Strömungsgeschwindigkeit. Beim Plattenwärmeübertrager wiederum bilden sich Strömungen entlang der Rillen aus, was große zusätzliche Geschwindigkeitsanteile senkrecht zur Hauptströmungsrichtung verursacht. Daher ist auch hier die tatsächliche Geschwindigkeit höher.

### 6.5.2 Simulation

Die Länge und Breite des Rechengebiets haben keinen Einfluss auf den hydraulischen Durchmesser. Durch eine Variation von  $l_x$  und  $l_y$  wäre jedoch mit derselben

Topologie eine Simulation unterschiedlicher Prägungswinkel und Wellenlängen möglich. Diese könnten als zusätzliche Gene in den Algorithmus eingebracht werden. Für eine bessere Anschaulichkeit werden hier jedoch  $l_x = l_y = 2\sqrt{2}l_z = 42,1$  mm gesetzt, was einem Prägungswinkel von  $45^\circ$  entspricht. D.h. dass in diesem Fall im Gegensatz zur Optimierung des Rohrbündelwärmeübertragers weder die Strömungsparameter noch die Maße der Basis-Geometrie optimiert werden, sondern ausschließlich eine Optimierung der Oberflächen für eine willkürlich definierte Basis-Geometrie erfolgt.

Die Parametrierung lässt es grundsätzlich zu, dass die Platten sich berühren, wenn die Fourierkoeffizienten nur groß genug werden. Da die Prägung der Platten relativ zum Gitter jedoch diagonal aufgebracht wird, entstehen dort wo die Prägung große Krümmungen aufweist (d.h. vor allem in der Nähe der Berührungspunkte) auch Zellen, deren Oberflächen eine starke Krümmung aufweisen. Dies ist z.B. in Abb. 6.21 bei der oberen Platte an der Sägezahn-Gestalt des Randes am Wellenberg und im Wellental zu erkennen. Bei großer Annäherung der Platten und damit einhergehender Abnahme der Zelldicken, können ab einem gewissen Punkt keine Flächennormalen mehr bestimmt werden, so dass die Annäherung durch die gewählte Gittertopologie implizit begrenzt ist. So beträgt der Abstand zwischen den Platten im äußersten Fall noch 25,4% der Höhe des ebenen Kanals, beim besten Individuum fand eine Annäherung auf 25,8% statt.

Der Temperaturunterschied zwischen Ein- und Ausstromrand wird so vorgegeben, dass die volumetrische Wärmestromdichte beim gegebenen Massenstrom dem geforderten Wert  $\dot{q}_V = 10^7 \text{ W m}^{-3}$  entspricht. Die Wandtemperatur verläuft linear zwischen Ein- und Ausstromrand, so dass der Wert im Mittel dem Referenzfall mit  $T_W = 373,15 \text{ K}$  entspricht. Die lokale Wandtemperatur ist in Abb. 6.21 dargestellt. Das Fluid strömt zwischen den Platten vom heißen zum kalten Rand.

Die Berechnungen erfolgen auf Blockgittern mit einer Auflösung von jeweils 20 Zellen in  $x$ - und  $y$ -Richtung. In  $z$ -Richtung (Dickenrichtung) werden 40 Zellen verwendet. Das Verhältnis der Dicke der wandnächsten Zellen zu denen in der Mitte der Strömung beträgt 1 : 100. Bei der Verschiebung der Randpunkte gemäß Gl. (6.8) wird dieses Verhältnis beibehalten, so dass auch die topologische Mittelebene des Kanals gewellt ist. Die gegenüber liegenden Ränder werden jeweils durch periodische Randbedingungen verbunden. Der Massenstrom wird über eine dynamische Anpassung des Drucksprungs über das Rechengebiet eingestellt.

Die Diskretisierung ist mit 16 000 Zellen vergleichsweise grob, so dass sie nicht zur exakten Bestimmung der Entropieproduktion verwendet werden könnte. Anhand dieser Rechnungen kann jedoch die Physik der Wärmeübertragung in Plattenwärmeübertragern erklärt werden. Weiterhin dienen diese Rechnungen zur Demonstration der Leistungsfähigkeit des evolutionären Algorithmus in Kombination mit der Geometriebeschreibung durch Fourierkoeffizienten sowie der Verwendung der Energiewertungszahl als Bewertungskriterium.

Wie im vorigen Abschnitt werden die Berechnungen auf drei c1.xlarge-Instanzen in der Amazon Elastic Compute Cloud (EC2) ausgeführt, so dass die gleichzeitige Berechnung von 24 Individuen möglich ist. Die maximale Anzahl äußerer Iterationen

Tabelle 6.4: Ergebnisse für den optimalen Plattenwärmeübertrager mit Wellenprägung im Vergleich zum ebenen Kanal.

	ebener Kanal	optimierte Wellenprägung	Änderung
$T_m$	382,3 K	376,7 K	-5,61 K
$\Delta T$	9,17 K	3,56 K	-61,2 %
$N$	18,8 ‰	7,42 ‰	-60,6 %
$N_{WL}$	18,8 ‰	7,01 ‰	-62,7 %
$N_D$	0,04 ‰	0,41 ‰	+821 %
Be	0,998	0,944	
$d_h$	29,8 mm	22,9 mm	-23,0 %

bis eine Konvergenz erreicht werden soll wird auf 10 000 festgelegt. Die Simulationsdauer beträgt 46 h 12 min. In dieser Zeit werden 413 Simulationen durchgeführt von denen 192 konvergieren (46 %).

### 6.5.3 Ergebnisse und Interpretation

Die Daten des besten gefundenen Individuums sind in Tab. 6.4 gemeinsam mit denen des ebenen Kanals aufgeführt. Dessen Daten wurden mit derselben Topologie berechnet mit  $\alpha_0 = \pm 0,5$  und  $\alpha_{j>0} = 0$ . In der vorliegenden Konfiguration ist der ebene Kanal trotz der sehr niedrigen dissipativen Verluste deutlich schlechter als alle bisher untersuchten Wärmeübertrager. Grund dafür ist der mangelnde Austausch zwischen wandnahen Bereichen und Hauptströmung.

Beim gewellten Plattenwärmeübertrager hingegen kann sich eine Strömung ausbilden, welche sehr viel kleinere Verluste erlaubt. Dieser grundsätzliche Vorteil des Plattenwärmeübertragers kann anhand von Abb. 6.22(a) erklärt werden, welche einen Schnitt auf der Diagonalen (vgl. Abb. 6.20(b), Schnitt A-A) zeigt. Das Fluid in der oberen und unteren Platte strömt um  $90^\circ$  versetzt (gekreuzt), so dass es an der Berührfläche zu einem Impulsaustausch kommt, der beide Strömungen in Rotation versetzt. Die Bahnlinien im unteren Bereich der Abbildung sind deshalb kein Anzeichen einer Rezirkulation, sondern hier strömt das Fluid mit einer leichten Rotation in die Bildebene hinein. Anhand der Bahnlinien ist nur der rotatorische Anteil dieser eigentlich korkenzieherartigen Strömung zu erkennen. Diese Rotation findet auch im oberen Bereich statt, was hier in der Projektion jedoch nicht eindeutig zu erkennen ist. Auf diese Weise findet kontinuierlich ein Fluidtransport zur Wand statt und nach einer kurzen Strecke entlang der Wand erfolgt wieder eine Vermischung mit der Hauptströmung. Dieser Effekt ist auch schon bei kleineren Prägungshöhen zu beobachten (vgl. Abb. 6.23). Es existieren daher keine Bereiche in der Strömung, in denen das Fluid still steht, was eine prinzipiell bessere Nutzung des zur Verfügung stehenden Volumens als beim Rohrbündelwärmeübertrager bedeutet.

Die verwendeten Randbedingungen ermöglichen grundsätzlich die Ausbildung einer asymmetrischen Strömung. Dies ist z.B. der Fall wenn ein größerer Teilmassen-

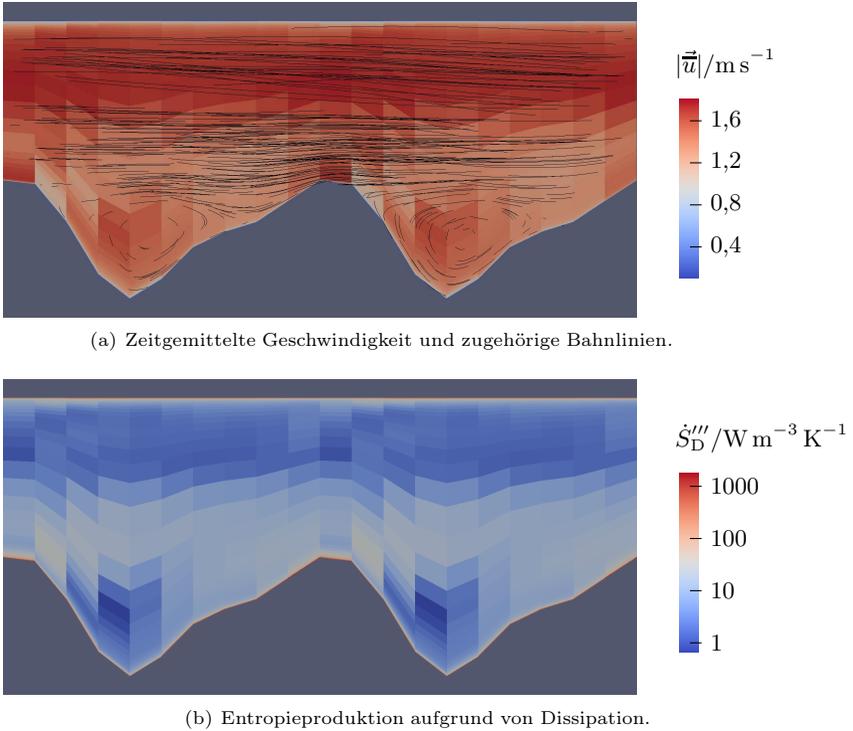


Abbildung 6.22: Strömung im optimierten Plattenwärmeübertrager.

strom durch die Rille der oberen Platte strömt als durch die untere. Dies kann bei einem Wärmeübertrager mit endlichen Abmessungen aus Kontinuitätsgründen nicht passieren, da die Strömung jeweils an den Rändern der Platte umgelenkt wird. Bei der Entwicklung real zu bauender Wärmeübertrager müsste daher z.B. erzwungen werden, dass der Nettomassenstrom durch die  $y$ -Ebene gleich null ist. Auch müsste den Randbereichen der Platte eine besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden: Hier muss die Strömung von der Rille der einen Platte in die der anderen umgeleitet werden. Wenn der dabei auftretende Druckverlust zu groß ist, kann sich keine kreuzende Strömung ausbilden, sondern es kommt zu einer welligen Längsströmung, welche nicht die gleichen Vorteile bietet wie die gekreuzte Strömung.

Die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation (s. Abb. 6.22(b)) ist in dem Bereich in dem die Strömungen der unteren und oberen Platte sich berühren erhöht. Jedoch dominieren auch beim Plattenwärmeübertrager die Wände klar den integralen Wert der Entropieproduktion aufgrund von Dissipation.

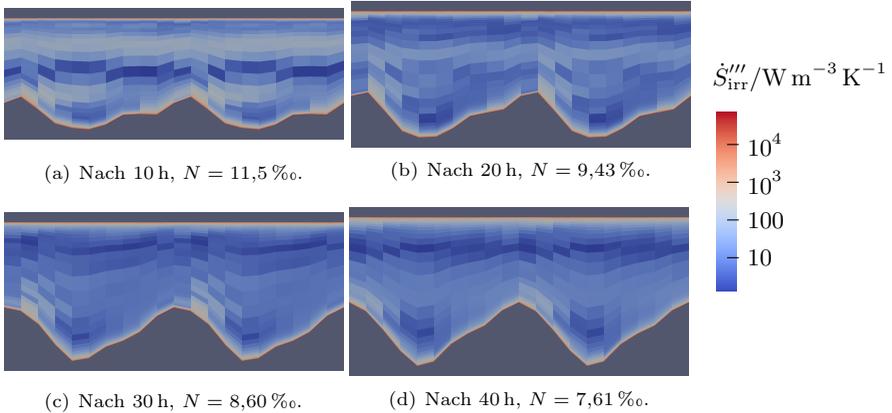


Abbildung 6.23: Lokale Entropieproduktionsrate  $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{WL}}'''$  während der Optimierung im jeweils besten Plattenwärmeübertrager.

In einem echten Plattenwärmeübertrager würden die Platten sich berühren. Auch im Verlauf der Konvergenz des evolutionären Algorithmus nimmt der Plattenabstand kontinuierlich ab, wie in Abb. 6.23 deutlich zu erkennen ist. Es kann davon ausgegangen werden, dass am Ende einer konsequenten Optimierung die Platten einander stets berühren würden. Da bei der hier gewählten Gittertopologie in diesem Fall jedoch Zellen mit Kanten der Länge 0 entstünden, kann dieser Fall nicht abgebildet werden. Auch vorher schon treten in den sehr flachen Zellen numerische Instabilitäten auf. Für eine weitere Optimierung würden also robustere Gitter benötigt, die vor allem die Berührung der Platten abbilden können müssten.

Trotzdem verbessert sich die Wärmeübertragung im Verlauf des evolutionären Algorithmus merklich (s. Abb. 6.24). Alle Individuen haben kleinere Verluste als der ebene Kanal, dies gilt auch für die zufällig erzeugte Startpopulation. Die kleinste Energieentwertungszahl in der Anfangspopulation liegt bei 12,4%. Dieser Wert wird bis zum besten Individuum um 40,1% verringert. Die Fourierkoeffizienten des besten Individuums sowie die zugehörigen Anteile an der Randverschiebung sind in Abb. 6.25 dargestellt. Die Größenverhältnisse der Fourierkoeffizienten  $\alpha_{1...3}$  entsprechen ungefähr denen des Rohrbündels (vgl. Abb. 6.13), so dass die Oberfläche des Plattenwärmeübertragers im Wesentlichen durch den Fourierkoeffizienten der größten Wellenlänge beeinflusst wird.

Der Einfluss der Strömung auf das Temperaturfeld ist in Abb. 6.26(a) zu erkennen. Insgesamt zeigt das Temperaturfeld nur sehr geringe Schwankungen, was für eine sehr gute Durchmischung spricht. Die Abnahme der Temperatur des wandnahen Fluids mit steigender Überströmlänge ist an den stromabwärts gelegenen Flanken zu beobachten. Dies ist ein Zeichen dafür, dass die Entropieproduktion aufgrund

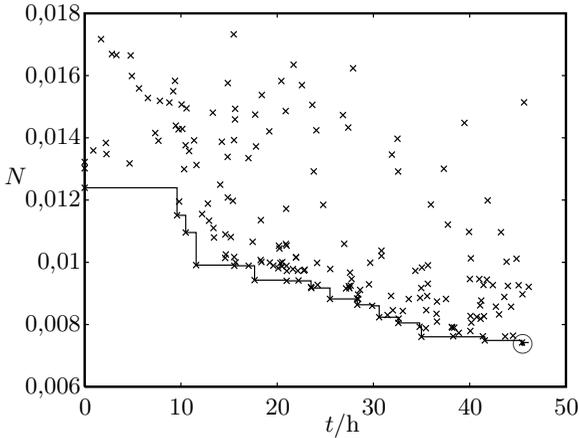


Abbildung 6.24: Konvergenz des evolutionären Algorithmus im Plattenwärmeübertrager mit Wellenprägung;  $\odot$ : bestes Individuum.

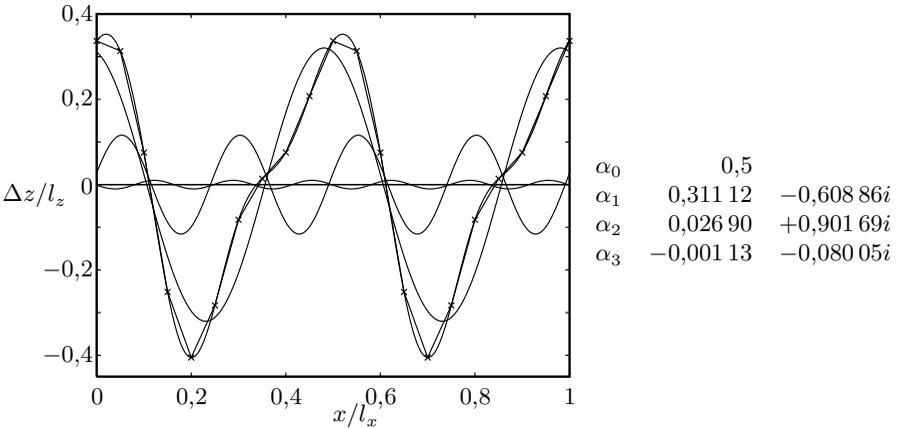


Abbildung 6.25: Kontinuierliche Sinusfunktionen der einzelnen Fourierkoeffizienten und die Verschiebung der Plattenoberfläche gegenüber dem ebenen Kanal auf der Diagonalen für das beste Individuum.

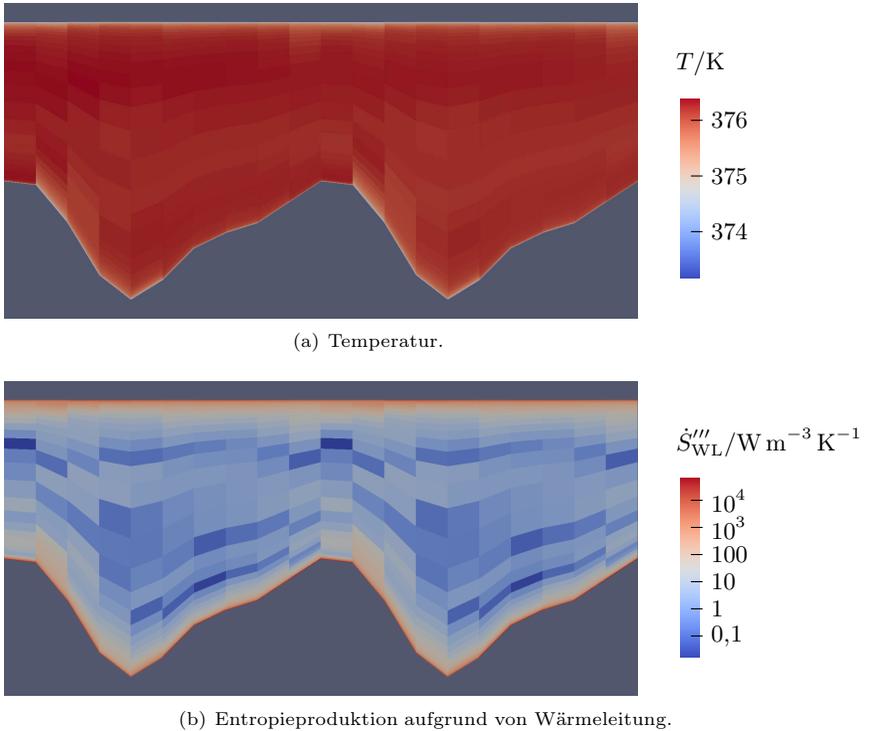


Abbildung 6.26: Wärmeübertragung im optimierten Plattenwärmeübertrager.

von Wärmeleitung (s. Abb. 6.26(b)) möglicherweise bei einer kleineren Wellenlänge der Prägung sinken würde. Die leicht erhöhte Entropieproduktion im Bereich der Ablösung und Vermischung an der Hinterkante der Rücken ist im Vergleich zum Einfluss der Wände vernachlässigbar.

Die Summe der aus Wärmeleitung und Dissipation resultierenden Entropieproduktionsraten entlang der Diagonalen sind in Abb. 6.27 dargestellt. Wie bei den anderen untersuchten Geometrien konzentriert sich die höchste Entropieproduktion auf einen schmalen Bereich entlang der Wände. Auch hier kann mit bloßem Auge nicht festgestellt werden welches Individuum die geringsten Verluste aufweist, so dass ein Vergleich anhand der Energieentwertungszahlen notwendig ist.

Die meisten Wärmeübertragerplatten werden durch Tiefziehen gefertigt. Dies macht für jede Plattengeometrie die einmalige Fertigung eines Stempels und einer Gegenform erforderlich. Die Gestalt der Prägung hat dabei keinen Einfluss auf die Fertigungskosten, da die Formen i.d.R. ohnehin vollautomatisch aus dem Vollen ge-

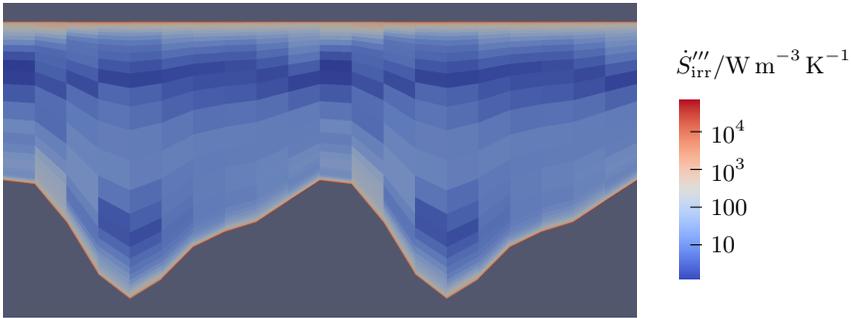


Abbildung 6.27: Lokale Entropieproduktionsrate  $\dot{S}''_{\text{irr}} = \dot{S}''_{\text{D}} + \dot{S}''_{\text{WL}}$  im optimierten Plattenwärmeübertrager.

fräst werden. Daher sollte beim Entwurf eines Wärmeübertragers in jedem Fall die Optimierung der Kontur der Prägung in Erwägung gezogen werden.

Bei der Anwendung der hier entwickelten Methode zur Optimierung von Wärmeübertragern in der Praxis sollten neben der Oberflächenfunktion grundsätzlich auch Prägungshöhe (d.h. mittlerer Plattenabstand), Prägungswinkel und Strömungsgeschwindigkeit variabel sein. Dabei ist die effiziente Gittererstellung ein zentraler Punkt. Schlussendlich müssen die Simulationen der sich wiederholenden Geometrie in eine Bauteiloptimierung eingebracht werden. Dabei gilt es ihr Zusammenspiel mit den Randbereichen der Platten sowie den Verteiler- und Sammlerbereichen in einer gekoppelten Berechnung der heißen und kalten Seite sowie der Wand zu berücksichtigen.

## 6.6 Plattenwärmeübertrager - Freie Formoptimierung

Bei der Optimierung von Wärmeübertragern durch Variation der Wandkontur in einer Raumrichtung in den letzten Abschnitten gingen die Verluste signifikant zurück. Es ist daher angezeigt, auch in der zweiten Dimension eine Variation zu erlauben.

Dazu wird ein quaderförmiger Ausschnitt aus einem in  $x$ - und  $y$ -Richtung unendlich ausgedehnten Strömungskanal untersucht. Der hydraulische Durchmesser wird halb so groß wie im vorigen Abschnitt gewählt. Für die Abmessungen des Berechnungsgebiets gilt

$$l_z = 7,4 \text{ mm} \quad ; \quad l_y = 2 l_z = 14,9 \text{ mm} \quad ; \quad l_x = 3 l_z = 22,3 \text{ mm}$$

Die Rechnungen werden auf Blockgittern mit 15 Zellen in Strömungsrichtung ( $x$ -Richtung), 40 Zellen in Dickenrichtung ( $z$ -Richtung, Dickenverhältnis Wand-Strömungsmitte 1 : 100) und 10 Zellen in  $z$ -Richtung durchgeführt. Das Gitter besitzt also 6000 Zellen und ermöglicht die Abbildung von  $3 \times 2$  Fourierkoeffizienten auf den Wänden. Die obere und untere Wand werden jeweils gleich verschoben, dies gilt

Tabelle 6.5: Ergebnisse für den besten Plattenwärmeübertrager mit freier Form im Vergleich zum ebenen Kanal.

	ebener Kanal	beste Prägung	Änderung
$T_m$	377,2 K	376,3 K	-0,89 K
$\Delta T$	4,06 K	3,17 K	-22 %
$N$	8,46 ‰	6,61 ‰	-21,8 %
$N_{WL}$	8,36 ‰	6,48 ‰	-22,6 %
$N_D$	0,1 ‰	0,14 ‰	+40 %
Be	0,989	0,979	
$d_h$	14,9 mm	14,7 mm	-1,5 %

auch für alle Gitterpunkte dazwischen. Auf diese Weise ist der senkrechte Abstand der Platten konstant und die Größenverhältnisse bleiben erhalten. Mit Gl. (5.2) gilt für die Lage der Wand für die obere und untere Platte ( $\alpha_{00} = \pm 0,5$ )

$$z_0(x, y) = l_z \sum_{j=0}^2 \sum_{k=0}^1 \Re \left( \alpha_{jk} \exp \left( 2 \pi i \left( j \frac{x}{l_x} + k \frac{y}{l_y} \right) \right) \right) \quad (6.9)$$

Grundsätzlich könnten die obere und untere Wand auch durch unterschiedliche Gene parametrisiert werden. Die Simulationen werden wieder für den in Tab. 6.1 gezeigten Referenzfall durchgeführt. Die mittlere Geschwindigkeit wird wie in den vorigen Abschnitten  $u_m = 1,17 \text{ m s}^{-1}$  gesetzt und über einen Drucksprung dynamisch eingestellt. Die Energieabgabe des Wassers wird wieder über einen Sprung an der periodischen Randbedingung für die Temperatur und einen linearen Temperaturverlauf an der Wand realisiert.

Der evolutionäre Algorithmus wird nur für eine kurze Dauer ausgeführt, so dass lediglich 50 Individuen berechnet werden. Trotzdem wird gegenüber dem ebenen Kanal schon eine Verringerung der Verluste um 21,8 % erzielt (s. Tab. 6.5). Das beste Individuum aus der Startpopulation sowie das Individuum mit den insgesamt kleinsten Verlusten sind in Abb. 6.28 gezeigt. Aufgrund der gewellten Oberfläche wird die Wandschicht immer wieder zusammengestaucht und auseinander gezogen. Auf diese Weise wird Fluid von der Wand verdrängt oder an sie herangezogen. Die gesamte Oberfläche des Wärmeübertragers ist an der Energieübertragung beteiligt. Bereiche hoher Entropieproduktion finden sich ausschließlich in unmittelbarer Wandnähe, so dass die Darstellung der lokalen Entropieproduktionsraten mittels Farbskalen keinen Erkenntnisgewinn liefern kann. Eine zielgerichtete händische Optimierung ist also auch hier nicht mehr möglich.

Der Vergleich der Daten des hier als Referenz genutzten ebenen Kanals ( $d_h = 14,9 \text{ mm}$ , s. Tab. 6.5) mit dem ebenen Kanal aus dem vorigen Abschnitt ( $d_h = 29,8 \text{ mm}$ , s. Tab. 6.4) zeigt klar den großen Einfluss des Plattenabstands auf die Verluste. Anders gesprochen ist bei knappen Ressourcen die vergleichsweise einfache Optimierung der globalen Parameter auf Basis von empirischen Korrelationen

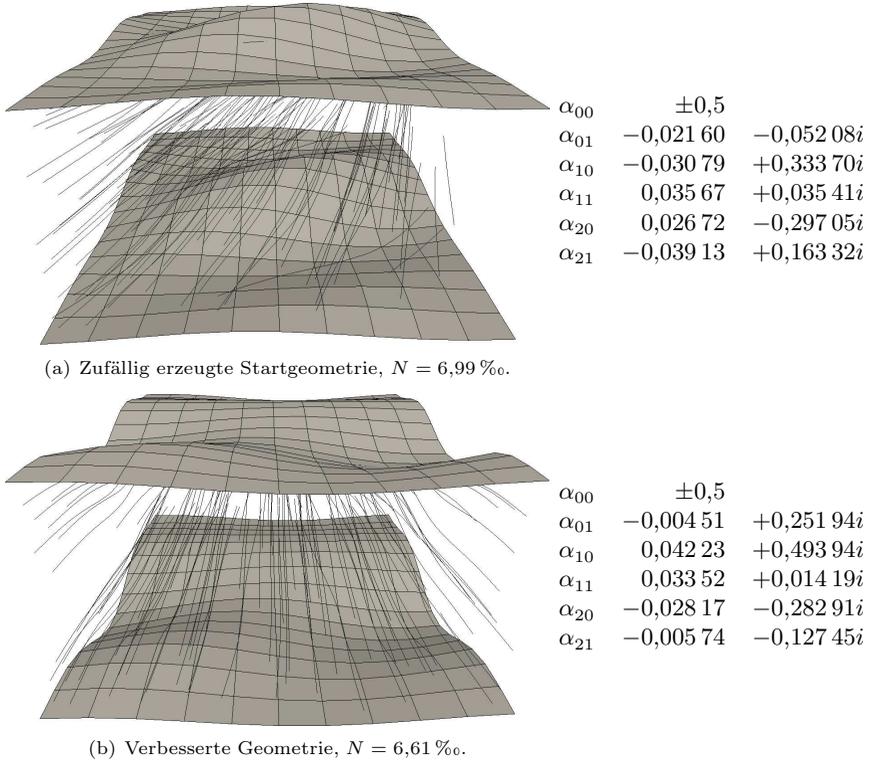


Abbildung 6.28: Bahnlinien in Plattenwärmeübertragern mit freier Geometrie (Blick in Strömungsrichtung).

meistens sinnvoller als eine aufwendige Geometrieoptimierung.

Die Optimierung der Kontur in zwei Raumrichtungen ist konzeptionell sehr einfach. Der numerische Aufwand für eine einzelne Rechnung steigt kaum, jedoch sinkt die Konvergenzgeschwindigkeit des evolutionären Algorithmus mit einer steigenden Anzahl von Genen. Ein Argument gegen die 2D-Optimierung ist der höhere Fertigungsaufwand. Während bei der (unbeabsichtigten) Verschiebung von einsinnig gekrümmten Platten die Kanalgeometrie im größten Teil der Platte nicht geändert wird, ist dies bei mehrdimensional verformten Platten anders. Dies ist besonders kritisch im Hinblick darauf, dass bereits kleine Geometrieänderungen große Unterschiede bei der Entropieproduktion hervorrufen können. Bei der Montage müssten also engste Toleranzen eingehalten werden. Weiterhin müssten die Platten sich in irgendeiner Form aufeinander abstützen, was hier nicht modelliert wurde. Ein mögliches Einsatzgebiet für zweidimensional gekrümmte Oberflächen sind Umströmungen,

wie z.B. die Kühlung von Fahrzeugen über die Außenhaut (skin heat exchanger).

Die vorgestellte Rechnung dient also in erster Linie der Demonstration der grundsätzlichen Möglichkeiten des Verfahrens, das auch für andere strömungsmechanische Optimierungsprobleme eingesetzt werden kann. Mit  $\alpha_{00} = 0$  kann die Oberflächenbeschreibung jeder existierenden Geometrie überlagert werden, und so z.B. bei der Gestaltung von Formstücken oder der Optimierung von Turbinenschaufeln eingesetzt werden. Auch können vermeintliche Optima die mit anderen Methoden gefunden wurden auf einfache Weise einer Kontrolle unterzogen werden.

## 6.7 Der quadratische Mikrokanal

In den vorigen Abschnitten zeigte sich die Tendenz, dass bei kleinen hydraulischen Durchmessern bzw. kleinen Reynolds-Zahlen grundsätzlich kleinere Verluste möglich sind. Da andererseits aber bei kleineren Strömungsquerschnitten die spezifische Dissipation zunimmt, ist davon auszugehen, dass für jeden Geometrietyp ein Optimum der charakteristischen Längen existiert. Bei der Voruntersuchung für den Rohrbündelwärmeübertrager wurde deutlich, dass die zugehörige Strömung in jedem Fall laminar (s. Abschn. 2.5.5) wäre.

Es soll daher ein Mikrowärmeübertrager untersucht werden, dessen Kanäle einen quadratischen Strömungsquerschnitt haben. Dabei wird die Kontinuumstheorie angewendet, d.h. es treten keine Mikroeffekte auf. Drei der Wände werden als adiabat angenommen, die vierte ist beheizt ( $\dot{q}_w = \text{const}$ ). Die Nukelt-Zahl für diesen Fall wird gewöhnlich nach Schmidt u. Newell (1967) bzw. Shah u. London (1971) mit  $Nu = 2,712$  angenommen. Da dieser Zahl jedoch lediglich eine Finite-Differenzen-Rechnung mit  $20 \times 20$  Elementen zugrunde liegt, wird der von Scharlaug (2011) mit der Finite-Volumen-Methode auf einem  $40 \times 160$ -Gitter ermittelte Wert  $Nu = 2,683$  verwendet. So können die Verluste aufgrund der Wärmeübertragung in das Fluid und des anschließenden Abbaus von Gradienten bestimmt werden (vgl. Abschn. 2.4.4). Die Dissipation für diese Strömung kann analytisch bestimmt werden (s. Berker, 1963), woraus sich für die Poiseuille-Zahl  $Po = 56,9083$  ergibt. Die Entropieproduktion aufgrund von Dissipation im Querschnitt wird mit der kalorischen Mitteltemperatur berechnet.

Mikrowärmeübertrager können keinesfalls mit Thermalwasser arbeiten, da enthaltene Verunreinigungen in kürzester Zeit die Kanäle verstopfen würden. Trotzdem wird zur Vergleichbarkeit auch in diesem Abschnitt wieder die in Tab. 6.1 dargestellte Standard-Situation betrachtet.

Es wird eine Brute-Force-Untersuchung durchgeführt, bei der eine zufällige Variation der Parameter

- hydraulischer Durchmesser:  $10^{-6} \text{ m} < d_h < 10^{-3} \text{ m}$
- Wandwärmestromdichte:  $1 \text{ W m}^{-2} < \dot{q}_w < 10^5 \text{ W m}^{-2}$
- Massenstrom:  $10^{-12} \text{ kg s}^{-1} < \dot{m} < 10^{-4} \text{ kg s}^{-1}$

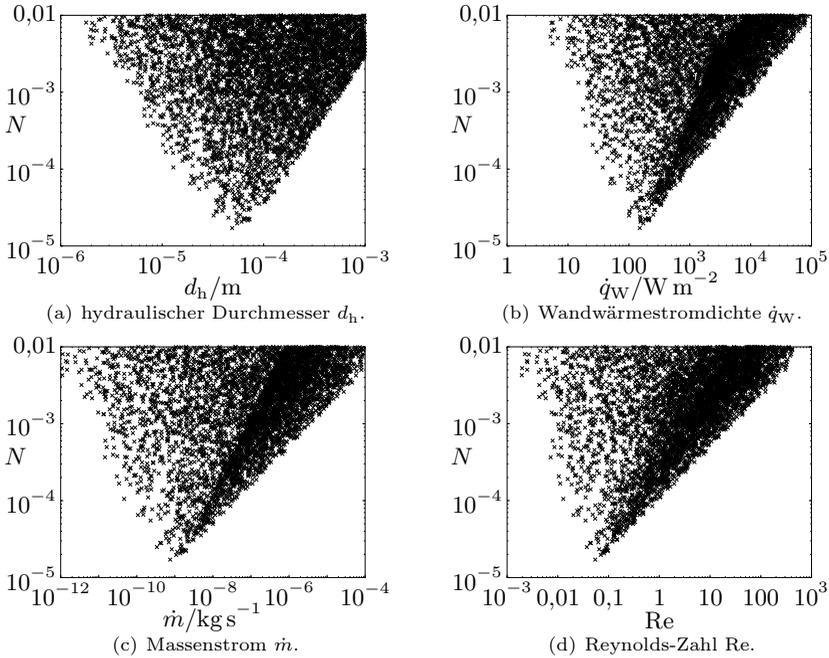


Abbildung 6.29: Energieentwertungszahl der Energieabgabe im Mikrokanal bezogen auf die Parameter.

in den angegebenen Bereichen stattfindet. Die Bedingung für die minimale volumetrische Wärmestromdichte  $\dot{q}_V \geq 10^7 \text{ W m}^{-3}$  wird auf diese Weise nicht unbedingt erfüllt, so dass dies im Nachhinein überprüft wird. Weiterhin soll für die höchste Energieentwertungszahl  $N < 1\%$  gelten, damit die Darstellung der Ergebnisse übersichtlich bleibt. Während der Temperaturanstieg pro Lauflänge in den vorigen Abschnitten im Optimum jeweils so klein war, dass große Lauflängen erforderlich waren, gilt für Mikrowärmeübertrager das Gegenteil, so dass eine Beschränkung des maximalen Temperaturanstiegs pro Lauflänge  $dT/dx < 100 \text{ K/cm}$  erforderlich ist. Parameterkombinationen für welche diese Bedingungen nicht erfüllt sind werden verworfen. Insgesamt werden 5000 gültige Parameterkombinationen berechnet. Der Einfluss der einzelnen Parametern ist in Abb. 6.29 zu erkennen. Bezüglich aller drei Parameter existiert ein klares Optimum. Die Verluste liegen dann tatsächlich Größenordnungen unter denen herkömmlicher Wärmeübertrager. Dies liegt in erster Linie an den deutlich kleineren Verlusten aufgrund von Wärmeleitung, was an der äußerst kleinen treibenden Temperaturdifferenz liegt (s. Abb. 6.30(a)). Da dieses Optimum in der Realität jedoch nicht erreichbar wäre, wird sein Zahlenwert

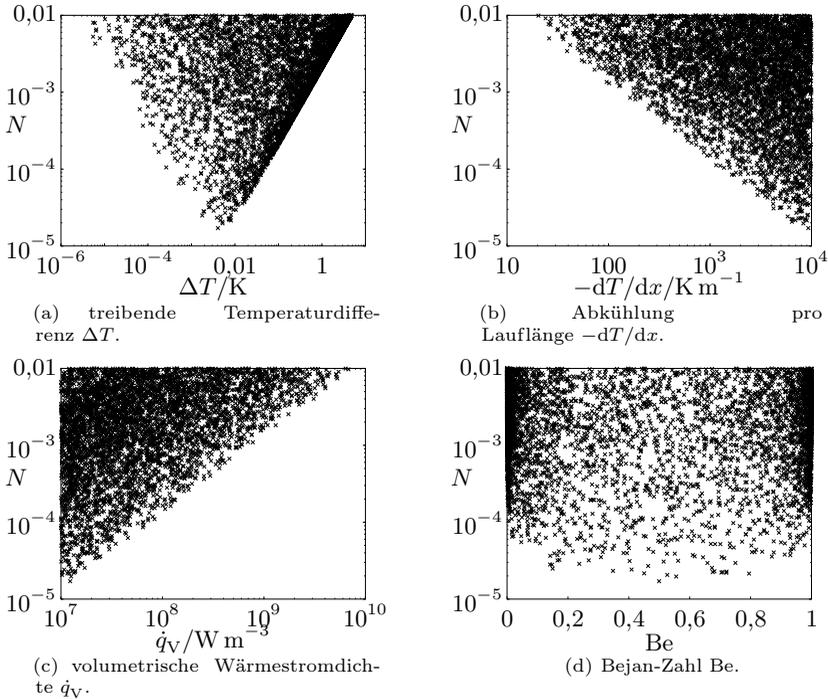


Abbildung 6.30: Energieentwertungszahl der Energieabgabe im Mikrokanal bezogen auf verschiedene Größen.

nicht bestimmt. Ursache ist der signifikante Einfluss der Vorgabe der maximalen Abkühlung pro Lauflänge auf die kleinstmöglichen Verluste (s. Abb. 6.30(b)). Mit den gewählten Parametern würde sich ein extrem kurzer Wärmeübertrager mit sehr vielen parallelen Kanälen ergeben, der nicht gefertigt werden könnte. Da bei Mikrowärmeübertragern die Verteiler- und Sammlerbereiche einen großen Anteil des Volumens beanspruchen und in diesen große Dissipation auftritt, muss ohnehin besonderes Augenmerk auf sie gelegt werden. Außerdem müssten im konkreten Fall die Möglichkeiten der Fertigung ins Kalkül gezogen werden und auch die Nebenbedingungen an diese angepasst werden.

Dies gilt auch in Bezug auf die volumetrische Wärmestromdichte. Da die Fertigung eines Mikrowärmeübertragers mit den Abmessungen eines konventionellen Wärmeübertragers nicht möglich ist, müsste die volumetrische Wärmestromdichte deutlich erhöht werden. Abbildung 6.30(c) zeigt jedoch klar, dass in diesem Fall die Verluste ähnlich groß werden wie bei einem herkömmlichen Wärmeübertrager.

Bemerkenswert ist, dass anders als bei den Strömungen mit größeren Reynolds-

Zahlen in diesem Fall auch Situationen mit kleinen Bejan-Zahlen insgesamt kleine Verluste aufweisen können. Da jedoch bei jeder Bejan-Zahl genauso auch hohe Verluste auftreten können, genügt diese auch hier nicht zur Bewertung einer Wärmeübertragungssituation.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

In jedem System das Energie überträgt, wird Entropie produziert. Die Ursachen sind sinkende Temperaturniveaus bei der Energieübertragung durch Wärmeleitung sowie innere Reibung im Fluid (Dissipation). Weil die produzierte Entropie letztlich mit einem Energiestrom an die Umgebung abgeführt werden muss und dieser damit nicht mehr für eine andere Nutzung zur Verfügung steht, sind Entropieproduktion, Energieentwertung und Verluste synonym. Dabei wiegen alle Verluste gleich schwer, unabhängig davon, ob sie durch Wärmeleitung oder Dissipation verursacht werden und wo sie auftreten. Es wurde dargelegt, dass aus diesem Grund eine Untersuchung auf der Systemebene immer gegenüber einer losgelösten Betrachtung auf Bauteilebene vorzuziehen ist. Das gleiche gilt auch für Optimierungen. Insbesondere bei Wärmeübertragern hängen die Verluste stark von den Strömungsparametern ab, so dass eine Abstimmung auf die anderen Bauteile zwingend erforderlich ist. Aus diesem Grund muss auch wechselnden Betriebszuständen bei der Optimierung eine besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Es wurde das neue Konzept des entropischen Potenzials eingeführt. Dieses trägt dem Umstand Rechnung, dass alle technischen Prozesse nur stattfinden können, solange die in ihnen produzierte Entropie abgeführt werden kann. Das entropische Potenzial eines Energiestroms ist derjenige Entropiestrom, welcher maximal mit diesem an die Umgebung abgeführt werden kann. Es ist somit das Maß für die irreversiblen Prozesse, welche durch einen Energiestrom möglich sind.

Darauf aufbauend wurde die Energieentwertungszahl entwickelt. Diese kann für die Bewertung und Optimierung von Systemen, Teilsystemen, Bauteilen und den darin ablaufenden Prozessen gleichermaßen eingesetzt werden. Sie quantifiziert die Abnahme des entropischen Potenzials, bzw. den Anteil eines Energiestroms, der aufgrund der in einem System produzierten Entropie an die Umgebung abgeführt werden muss und somit nicht mehr nutzbar ist.

Anhand mehrerer Beispiele und theoretischer Betrachtungen wurden die Vorteile der Energieentwertungszahl gegenüber anderen Bewertungskriterien, insbesondere im Bezug auf Wärmeübertrager, gezeigt. Großen Nutzen liefert die Verwendung der Energieentwertungszahl auch bei CFD-Rechnungen, z.B. bei der Verwendung als Konvergenzkriterium. Die daraus resultierenden Änderungen im Berechnungsablauf für konvektive Wärmeübertragungssituationen mit RANS wurden erläutert.

Es wurde gezeigt, dass die Wechselwirkungen zwischen Wärmeübertragung und Strömung in Bezug auf die Verluste zu kompliziert sind, als dass die Wirkung von Änderungen der Geometrie- oder Prozessparameter im Vorfeld abgeschätzt werden könnte. Zwar kann jeder einzelne Parameter bei falscher Wahl die Verluste extrem in die Höhe treiben, um niedrige Verluste zu erreichen, müssen jedoch alle Parame-

ter aufeinander abgestimmt sein. Da eine händische Optimierung auch bei hohem Aufwand somit nicht zwingend zum Erfolg führt, wurde ein Verfahren für die automatisierte Geometrieoptimierung insbesondere von Wärmeübertragern entwickelt. Es basiert auf der Oberflächenbeschreibung durch Fourierpolynome, die Bewertung der Wärmeübertragung in einer Geometrie durch die Energieentwertungszahl und die Variation und Optimierung der Fourierkoeffizienten durch einen evolutionären Algorithmus.

Dieses Verfahren wurde erfolgreich für die Optimierung der Geometrie von Rohrbündel- und Plattenwärmeübertragern eingesetzt. Weiterhin wurden gekoppelte Optimierungen von Geometrie- und Prozessgrößen einer Wärmeübertragung in Rohrbündelwärmeübertragern auf Basis empirischer Korrelationen durchgeführt. Der Vergleich zeigte, dass zwar der Einfluss einer unvorteilhaften Geometrie durch die richtige Wahl der Prozessbedingungen wettgemacht werden kann, dies umgekehrt aber nicht gilt. Aus diesem Grund existiert auch keine grundsätzlich gute Geometrie. Z.B. wurde gezeigt, dass nicht einmal die allgemein als sinnvoll erachtete Maximierung des Verhältnisses von Oberfläche zu Volumen uneingeschränkt zu empfehlen ist. In allen Untersuchungen traten jedoch kleine Verluste bei kleinen volumetrischen Wärmestromdichten auf. Allerdings ist dies keine hinreichende Bedingung, sondern nur eine notwendige.

Durch Auswertung der Feldinformation aus den CFD-Rechnungen wurde deutlich, dass die allermeisten Verluste in unmittelbarer Nähe zur Wand auftreten. Nicht nur die Dissipation hat hier den höchsten Wert, sondern auch die Temperaturgradienten, da der Transport innerer Energie hier hauptsächlich durch die vergleichsweise schlechte molekulare Wärmeleitung stattfindet. Bei großen Überströmlängen kann sich eine Schicht ausbilden, die wie eine Isolation wirkt. Wenn das wandnächste Fluid, das nahezu die gleiche Temperatur wie die Wand aufweist, regelmäßig in die Hauptströmung befördert wird, können deshalb die Verluste durch Wärmeleitung reduziert werden. Dies kann durch eine Optimierung der Wandgeometrie oder auch der Wandrauheit erreicht werden, wobei die Unterscheidung einzig auf der Größenskala basiert und daher nicht unbedingt eindeutig ist.

Mikrowärmeübertrager können gegenüber den konventionellen signifikant kleinere Verluste aufweisen, jedoch nur bei vergleichbaren volumetrischen Wärmestromdichten. Da ihre Baugröße aber prinzipiell beschränkt ist, stellen sie nur für insgesamt kleine Energieströme tatsächlich eine Alternative dar. Wenn bezüglich der Bauart eines Wärmeübertragers keine Gründe gegen eine Ausführung als Plattenwärmeübertrager sprechen, so sollte diese Variante stets geprüft werden, da neben den vergleichsweise geringen Baukosten und der Wartungsfreundlichkeit zusätzlich potenziell kleine Verluste zu erzielen sind.

Aus diesem Grund ist die weitere Erforschung der dreidimensionalen Strömungen in Plattenwärmeübertragern sinnvoll. Zunächst steht hier die Berechnung und Validierung der Verluste für sich berührende Platten aus. Auch die Frage, ob von den Verlusten in einem periodischen Ausschnitt unmittelbar auf die Bauteilverluste geschlossen werden kann, ob die gesamte Platte inklusive der Einlauf- und Sammler-

---

bereiche simuliert werden muss, oder ob ein hybrides Verfahren, das die Platte als ein System von Elementarzellen abbildet am sinnvollsten ist, ist noch nicht geklärt.

Wenn die Strömung weiterhin durch Simulation periodischer Ausschnitte untersucht werden soll, so sollten auch LES- und sogar DNS-Berechnungen in Erwägung gezogen werden, welche aufgrund der niedrigen optimalen Reynolds-Zahlen in Wärmeübertragern im Bereich des Möglichen liegen. Noch wichtiger wäre jedoch die Berücksichtigung von Phasenwechseln im Fluid und die Modellierung der zweiphasigen Strömung im Wärmeübertrager, weil gerade die Verdampfung und die Kondensation in Kraftwerksprozessen von zentraler Bedeutung sind. Die Energieentwertungszahl könnte ohne Einschränkung auch für die Bewertung dieser Fälle eingesetzt werden.



## Literaturverzeichnis

- [Awad u. Muzychka 2012] *Kapitel Thermodynamic Optimization*. In: AWAD, M. ; MUZYCHKA, Y.: *Heat Exchangers - Basics Design Applications*. Rijeka, Kroatien : InTech, 2012
- [Baehr u. Stephan 2010] BAEHR, H. ; STEPHAN, K.: *Wärme- und Stoffübertragung*. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 2010
- [Bejan 1996] BEJAN, A.: *Entropy Generation Minimization*. Boca Raton : CRC Press, 1996
- [Berker 1963] *Kapitel Integration des équations du mouvement d'un fluide visqueux incompressible*. In: BERKER, R.: *Handbuch der Physik, Bd VIII/2*. Berlin, Heidelberg : Springer, 1963
- [Bruges 1959] BRUGES, E. A.: *Available energy and the second law analysis*. New York : Academic Press, 1959
- [Caretto u. a. 1972] CARETTO, L. ; GOSMAN, A. ; PANTAKAR, S. ; SPALDING, D.: Two calculation procedures for steady, three-dimensional flows with recirculation. In: *Proc. Third Int. Conf. Numer. Methods Fluid Dyn.* Paris, 1972
- [Casey u. Wintergerste 2000] CASEY, M. (Hrsg.) ; WINTERGERSTE, T. (Hrsg.): *Best practice guidelines*. ERCOFTAC Special Interest Group on "Quality and Trust in Industrial CFD", 2000
- [Colebrook 1939] COLEBROOK, C.: Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to the Transition Between the Smooth and Rough Pipe Laws. In: *Journal of the Institute of Civil Engineers London* 11 (1939)
- [Fanning 1887] FANNING, J. T.: *A practical treatise on hydraulic and water-supply engineering*. D. Van Nostrand, 1887
- [Ferziger u. Perić 2002] FERZIGER, J. H. ; PERIĆ, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3rd rev. ed. Berlin, Heidelberg : Springer, 2002
- [Gee u. Webb 1980] GEE, D. ; WEBB, R.: Forced convection heat transfer in helically rib-roughened tubes. In: *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 23 (1980), S. 1127–1136
- [Gersten u. Herwig 1992] GERSTEN, K. ; HERWIG, H.: *Strömungsmechanik*. Braunschweig, Wiesbaden : Vieweg, 1992

- [Gloss u. a. 2008] GLOSS, D. ; DITTMER, J. ; HERWIG, H.: A systematic approach to wall roughness effects in laminar channel flows: experiments and modelling. In: *Proceedings of ASME ICNMM2008*, 2008 (ICNMM2008-62147)
- [Gnielinski 1976] GNIELINSKI, V.: New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. In: *Int. Chemical Engineering* 16 (1976), S. 359–368
- [Goldberg 1989] GOLDBERG, D. E.: *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Reading, Mass. : Addison-Wesley, 1989
- [Gregorig 1973] GREGORIG, R.: *Wärmeaustausch und Wärmeaustauscher*. 2. Aufl. Verlag Sauerländer, 1973
- [GVC 2006] GVC-VDI-GESELLSCHAFT VERFAHRENSTECHNIK UND CHEMIEINGENIEURWESEN (Hrsg.): *VDI-Wärmeatlas*. 10. Aufl. Berlin, Heidelberg, 2006
- [Herwig 2000] HERWIG, H.: *Wärmeübertragung A–Z*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2000
- [Herwig 2004] HERWIG, H.: *Strömungsmechanik A–Z*. Wiesbaden : Vieweg, 2004
- [Herwig 2006] HERWIG, H.: *Strömungsmechanik*. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg : Springer, 2006
- [Herwig 2008] HERWIG, H.: *Technische Thermodynamik A–Z*. TuTech Innovation GmbH, 2008
- [Herwig 2011] HERWIG, H.: Microflow heat transfer effectiveness: Questioning the Area/Volume-argument. In: *Proceedings of ASME ICNMM2011*, 2011 (ICNMM2011-58016)
- [Herwig u. a. 2008] HERWIG, H. ; GLOSS, D. ; WENTERODT, T.: A new approach to understanding and modelling the influence of wall roughness on friction factors for pipe and channel flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* 613 (2008), S. 35–53
- [Herwig u. Wenterodt 2012] HERWIG, H. ; WENTERODT, T.: *Entropie für Ingenieure - Das Entropie-Konzept in energietechnischen Fragestellungen*. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2012
- [Hesselgreaves 2000] HESSELGREAVES, J.: Rationalisation of second law analysis of heat exchangers. In: *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 43 (2000), S. 4189–4204
- [Incropera u. a. 2006] INCROPERA, F. P. ; DEWITT, D. P. ; BERGMAN, T. L. ; LAVINE, A. S.: *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 6th ed. New York : John Wiley & Sons, 2006

- [Kays 1994] KAYS, W. M.: Turbulent Prandtl Number - Where Are We? In: *Journal of Heat Transfer* 116 (1994), Nr. 2, S. 284–295
- [Kock u. Herwig 2004] KOCK, F. ; HERWIG, H.: Local entropy production in turbulent shear flows: A high-Reynolds number model with wall functions. In: *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 47 (2004), S. 2205–2215
- [Lauder u. Spalding 1974] LAUNDER, B. ; SPALDING, D.: The numerical computation of turbulent flows. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3 (1974), Nr. 2, S. 269 – 289
- [Lemmon u. a. 2002] LEMMON, E. W. ; HUBER, M. L. ; MCLINDEN, M. O.: *NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties - REFPROP, Standard Reference Data Program*. Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology, 2002
- [Lieb u. Yngvason 1999] LIEB, E. H. ; YNGVASON, J.: The physics and mathematics of the second law of thermodynamics. In: *Physics Reports* 310 (1999), Nr. 1, S. 1–96
- [London u. Shah 1981] LONDON, A. ; SHAH, R.: Costs of Irreversibilities in Heat Exchanger Design. In: *Heat Transfer Engineering* 4 (1981), Nr. 2, S. 59–73
- [Mahulikar u. a. 2011] MAHULIKAR, S. ; HERWIG, H. ; ZHOU, J.-W. ; SODHANI, Y.: Surface radiative transfer in gas-to-gas cocurrent microheat exchanger. In: *American Institute of Chemical Engineering Journal* (2011), Nr. 57, S. 40–50
- [Menter 1994] MENTER, F. R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. In: *AIAA Journal* 32 (1994), Nr. 8, S. 1598–1605
- [Moody 1944] MOODY, L.: Friction Factors for Pipe Flow. In: *Transactions ASME* 66 (1944), Nr. 66, S. 671–684
- [Nasarek 2010] NASAREK, R.: *Temperature Field Measurements with High Spatial and Temporal Resolution Using Liquid Crystal Thermography and Laser Induced Fluorescence*, TU Darmstadt, Diss., 2010
- [Nelder u. Mead 1965] NELDER, J. A. ; MEAD, R.: A simplex method for function minimization. In: *The Computer Journal* 7 (1965), Nr. 4, S. 308–318
- [Nellis u. Klein 2009] NELLIS, G. ; KLEIN, S.: *Heat transfer*. Cambridge, U.K. : Cambridge University Press, 2009
- [Nikuradse 1933] NIKURADSE, J.: Strömungsgesetze in rauhen Röhren. In: *Forschungsheft* Bd. 361. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1933, S. 1–22
- [Rosen 1999] ROSEN, M.: Second-Law Analysis: Approaches and Implications. In: *Int. J. of Energy Research* 23 (1999), S. 415–429

- [Scharlaug 2011] SCHARLAUG, N.: *Bewertung der Wärmeübertragung in Mikrokanälen mittels der Second law analysis*, TU Hamburg-Harburg, Diplomarbeit, 2011
- [Schmidt u. Newell 1967] SCHMIDT, F. ; NEWELL, M.: Heat transfer in fully developed laminar flow through rectangular and isosceles triangular ducts. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 10 (1967), Nr. 8, S. 1121–1123
- [Shah u. London 1971] SHAH, R. K. ; LONDON, A.: Laminar flow forced convection heat transfer and flow friction in straight and curved ducts - a summary of analytical solutions. 1971 (75). – Forschungsbericht
- [Siemens AG 2009] SIEMENS AG: *Industriedampfturbinen*. Erlangen, 2009
- [Stober u. Bucher 2012] STOBER, I. ; BUCHER, K.: *Geothermie*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2012
- [Thess 2007] THESS, A.: *Das Entropieprinzip - Thermodynamik für Unzufriedene*. München, Wien : Oldenbourg Verlag, 2007
- [Wang u. a. 2003] WANG, S. ; CHEN, Q. ; YIN, Q. ; HUA, B.: Exergy destruction due to mean flow and fluctuating motion in incompressible turbulent flows through a tube. In: *Energy* 28 (2003), Nr. 8, S. 809 – 823
- [Weisbach 1850] WEISBACH, J.: *Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik*. 2. Aufl. Braunschweig : Friedrich Vieweg und Sohn, 1850
- [Wilcox 2006] WILCOX, D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*. D C W Industries, 2006
- [Witte u. Shamsundar 1983] WITTE, L. ; SHAMSUNDAR, N.: A Thermodynamic Efficiency Concept for Heat Exchange Devices. In: *Journal of Engineering for Power* 105 (1983), S. 199–203
- [Yilmaz u. a. 2005] YILMAZ, M. ; COMAKLI, O. ; YAPICI, S. ; SARA, O. N.: Performance Evaluation Criteria for Heat Exchangers Based on First Law Analysis. In: *Journal of Enhanced Heat Transfer* 12 (2005), Nr. 2, S. 121–157
- [Yilmaz u. a. 2001] YILMAZ, M. ; SARA, O. ; KARSLI, S.: Performance evaluation criteria for heat exchangers based on second law analysis. In: *Exergy, an International Journal* 1 (2001), Nr. 4, S. 278–294

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Rechtsläufiger Clausius–Rankine-Prozess im $T,s$ -Diagramm . . . . .	21
3.1	Beliebiger Arbeitsprozess (Energieumwandlungsprozess) . . . . .	26
3.2	Schema einer Dampfkraftanlage . . . . .	28
3.3	Transport von Energie in einer reversibel arbeitenden Dampfkraftanlage . . . . .	29
3.4	Transport von Entropie in einer irreversibel arbeitenden Dampfkraftanlage . . . . .	30
3.5	Transport von Energie in einer irreversibel arbeitenden Dampfkraftanlage . . . . .	31
3.6	Entropieproduktion aufgrund von Wärmeleitung in einem Wandabschnitt . . . . .	32
3.7	Entropieproduktion aufgrund von Dissipation in einem Bauteil . . . . .	34
3.8	Abgabe eines Entropiestroms an die Umgebung . . . . .	38
3.9	Verbrauch des entropischen Potentials in einem System, das aus zwei Energieübertragern besteht . . . . .	40
3.10	Unterschiedliche Arten von Energieübertragern . . . . .	42
3.11	Energie- und Entropieflüsse in einem Wärmeübertrager . . . . .	49
3.12	Der Einfluss von Rauheit auf die Wärmeübertragung in einem Kreisrohr . . . . .	52
4.1	Geschwindigkeitsprofile einer laminaren Kreisrohrströmung . . . . .	61
5.1	Unterschiedliche Arten der Randverfeinerung . . . . .	66
5.2	Erzeugung des Rechengitters durch Verzerrung des Basis-Gitters . . . . .	69
6.1	Fluchtende und versetzte Anordnung bei Rohrbündelwärmeübertragern . . . . .	73
6.2	Energieentwertungszahl bei fluchtender Anordnung bezogen auf verschiedene Parameter . . . . .	76
6.3	Energieentwertungszahl bei fluchtender Anordnung bezogen auf verschiedene Größen . . . . .	79
6.4	Energieentwertungszahl bei fluchtender Anordnung bezogen auf die thermo-hydraulische Effizienz . . . . .	80
6.5	Abhängigkeit der Verluste von der Geschwindigkeit der freien Anströmung und dem Rohrdurchmesser . . . . .	81
6.6	Energieentwertungszahlen sowie Anteile der unterschiedlichen Verlustarten bei der Energieabgabe im Rohrbündel bei Variation einzelner Parameter ausgehend vom Optimum . . . . .	82

6.7	Rechengitter für den Rohrbündelwärmeübertrager mit versetzter Anordnung (schematisch) . . . . .	84
6.8	Vergleich der Energieentwertungszahlen: empirische Korrelation, RANS-Ergebnisse . . . . .	85
6.9	Lokale Entropieproduktionsrate $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{WL}}'''$ im Rohrbündel bestehend aus Kreisrohren . . . . .	87
6.10	Strömung im Rohrbündel bestehend aus Kreisrohren . . . . .	88
6.11	Wärmeübertragung im Rohrbündel bestehend aus Kreisrohren . . . . .	90
6.12	Verlustarten aufgeteilt in zeitgemittelte und fluktuierende Anteile . . . . .	92
6.13	Kontinuierliche Sinusfunktionen der einzelnen Fourierkoeffizienten und die resultierende diskrete Randverschiebung des besten Individuums gegenüber dem Kreisrohr . . . . .	93
6.14	Rechengitter des optimierten Rohrs (schematisch) . . . . .	94
6.15	Konvergenz des evolutionären Algorithmus im Rohrbündelwärmeübertrager . . . . .	96
6.16	Lokale Entropieproduktionsrate $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{WL}}'''$ während der Optimierung im jeweils besten Rohrbündel . . . . .	97
6.17	Lokale Entropieproduktionsrate $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{WL}}'''$ im Rohrbündel mit optimierten Rohren . . . . .	98
6.18	Strömung im Rohrbündel mit optimierten Rohren . . . . .	99
6.19	Wärmeübertragung im Rohrbündel mit optimierten Rohren . . . . .	100
6.20	Platten eines Plattenwärmeübertragers (schematisch) . . . . .	102
6.21	Plattenkontur des optimierten Plattenwärmeübertragers (perspektivisch) mit Temperaturverteilung auf der Wand . . . . .	103
6.22	Strömung im optimierten Plattenwärmeübertrager . . . . .	106
6.23	Lokale Entropieproduktionsrate $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{WL}}'''$ während der Optimierung im jeweils besten Plattenwärmeübertrager . . . . .	107
6.24	Konvergenz des evolutionären Algorithmus im Plattenwärmeübertrager mit Wellenprägung . . . . .	108
6.25	Kontinuierliche Sinusfunktionen der einzelnen Fourierkoeffizienten und die Verschiebung der Plattenoberfläche gegenüber dem ebenen Kanal auf der Diagonalen für das beste Individuum . . . . .	108
6.26	Wärmeübertragung im optimierten Plattenwärmeübertrager . . . . .	109
6.27	Lokale Entropieproduktionsrate $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{D}}''' + \dot{S}_{\text{WL}}'''$ im optimierten Plattenwärmeübertrager . . . . .	110
6.28	Bahnlinien in Plattenwärmeübertragern mit freier Geometrie . . . . .	112
6.29	Energieentwertungszahl der Energieabgabe im Mikrokanal bezogen auf die Parameter . . . . .	114
6.30	Energieentwertungszahl der Energieabgabe im Mikrokanal bezogen auf verschiedene Größen . . . . .	115

# Tabellenverzeichnis

3.1	Verluste und Energieentwertungszahlen der Bauteile einer Dampfkraftanlage bei der Bewertung auf Systemebene (Clausius–Rankine-Prozess) . . . . .	41
3.2	Verluste am Austritt der Dampferzeuger eines konventionellen und eines geothermischen Kraftwerks . . . . .	47
3.3	Geometrie- und Fluiddaten der Energieübertragung in einem Rohr mit rauen Wänden . . . . .	51
6.1	Daten der Energieübertragung im Referenzfall (Wasser bei $t = 100\text{ }^\circ\text{C}$ und $p = 2\text{ bar}$ ) . . . . .	72
6.2	Optimale Parameter und Ergebnisse für Rohrbündelwärmeübertrager mit fluchtender und versetzter Anordnung für den Referenzfall . . . . .	78
6.3	Ergebnisse für die optimalen Rohrbündelwärmeübertrager mit Kreisrohren und optimierten Rohren . . . . .	96
6.4	Ergebnisse für den optimalen Plattenwärmeübertrager mit Wellenprägung im Vergleich zum ebenen Kanal . . . . .	105
6.5	Ergebnisse für den besten Plattenwärmeübertrager mit freier Form im Vergleich zum ebenen Kanal . . . . .	111