

256 | Dezember 1969

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

P. Boese

Berechnung der Biegeschwingungen des Propellerblattes unter Berücksichtigung des Steigungsverlaufes über dem Radius

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 256

Berechnung der Biegeschwingungen des Propellerblattes unter
Berücksichtigung des Steigungsverlaufes über dem Radius

von

P. Boese

Hamburg, Dezember 1969

Berechnung der Biegeschwingungen des Propellerblattes unter
Berücksichtigung des Steigungsverlaufes über dem Radius

1. Einführung

2. Berechnungsmethode

- 2.1. Wahl des Ersatzsystems
- 2.2. Modifiziertes Gümbel-Csupor-Verfahren für gegeneinander verdrehte Querschnitte
- 2.3. Berechnung der Eigenschwingungszahlen und Eigenformen
- 2.4. Berechnung der erzwungenen Schwingungen
 - 2.4.1. Erregerlasten aus der Ungleichförmigkeit des Nachstromfeldes
 - 2.4.2. Verfahren zur Berechnung der erzwungenen Schwingung

3. Ergebnisse

- 3.1. Eigenschwingungszahlen und Eigenformen
- 3.2. Erzwungene Schwingungen

4. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

1. Einführung

Die in den letzten Jahren aufgetretenen Bruchschäden an Handelsschiffspropellern waren Anlaß zu einer Reihe von theoretischen und experimentellen Untersuchungen der Festigkeitsbeanspruchung des Propellerblattes.

Aus Messungen und Berechnungen der Biegespannungen [1, 2] scheint hervorzugehen, daß vor allem die von der Ungleichförmigkeit des Nachstromfeldes hervorgerufenen Kraftschwankungen zu einer Überbeanspruchung des Blattes führen können. Demgegenüber sind weitere denkbare Erregerlasten, wie die aus der Dreh- und Axialschwingung der Nabe, vernachlässigbar. Dies gilt zumindest für alle Drehzahlen, die in Bezug auf das Schwingungsverhalten der Wellenanlage nicht kritisch sind.

Weiterhin konnte durch eine theoretische Untersuchung der Biege- und Torsionsschwingung unter Berücksichtigung der hydrodynamischen Dämpfung nachgewiesen werden, daß für "normale" Propellerformen keine selbsterregten Schwingungen zu erwarten sind [3] .

In allen bisher bekannt gewordenen Schwingungsrechnungen sind die Profilschnitte in die Ebene des mittleren Steigungswinkels geklappt worden. Das Ersatzsystem besteht somit aus einem ebenen Balken mit veränderlicher Steifigkeit und Massenbelegung. Alle auftretenden Kräfte und Bewegungen liegen in einer Ebene.

Da aber der Steigungswinkel über der Blattlänge stark veränderlich ist (z.B. von 52° an der Nabe auf 17° an der Spitze), entsteht die Frage, welche Auswirkungen diese Vernachlässigung auf die Ergebnisse der Schwingungsrechnungen haben.

Für diese Untersuchung bietet sich das Verfahren von Gumbel-Csupor [4] an, das sich bei der Berechnung der Transversalschwingungen des Schiffskörpers bewährt hat. In abgewandelter Form ist die Berücksichtigung des Steigungsverlaufs und eine Berechnung der erzwungenen Schwingungen des Propellerblattes möglich.

2. Rechenmethode

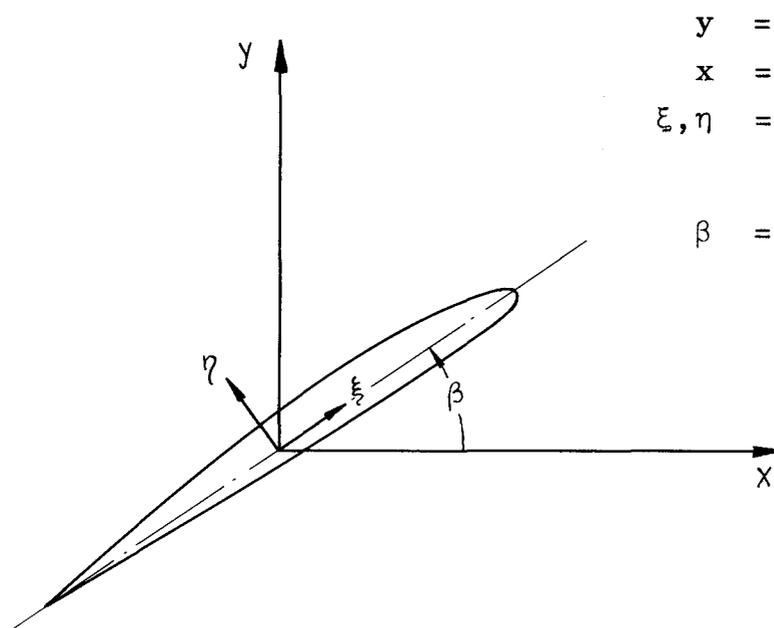
2.1. Wahl des Ersatzsystems

Das Propellerblatt wird als einseitig (an der Nabe) eingespannter Balken mit über der Länge veränderlicher Massenbelegung und Steifigkeitsverteilung aufgefaßt. Die Hauptträgheitsachsen sind kontinuierlich über die Länge gegeneinander verdreht. Da die geometrische Form des Propellerblattes in der Regel durch Zylinderschnitte festgelegt ist, werden diese zur Berechnung der Massen, Steifigkeiten und Widerstandsmomente herangezogen.

Der Unterschied zu ebenen Querschnitten ist nur gering und soll hier daher vernachlässigt werden, die eigentliche Schwingungsrechnung bleibt davon unberührt. Die Schwerpunkte aller Profilschnitte werden auf einer Geraden liegend angenommen. Um eine durch die veränderliche Rücklage der Profile bedingte Krümmung der Schwerpunktlinie zu berücksichtigen, wäre es notwendig, die gekoppelte Torsionsschwingung des Blattes mit in die Rechnung aufzunehmen.

Koordinaten

Zylinderschnitt:



y = achsiale Koordinate

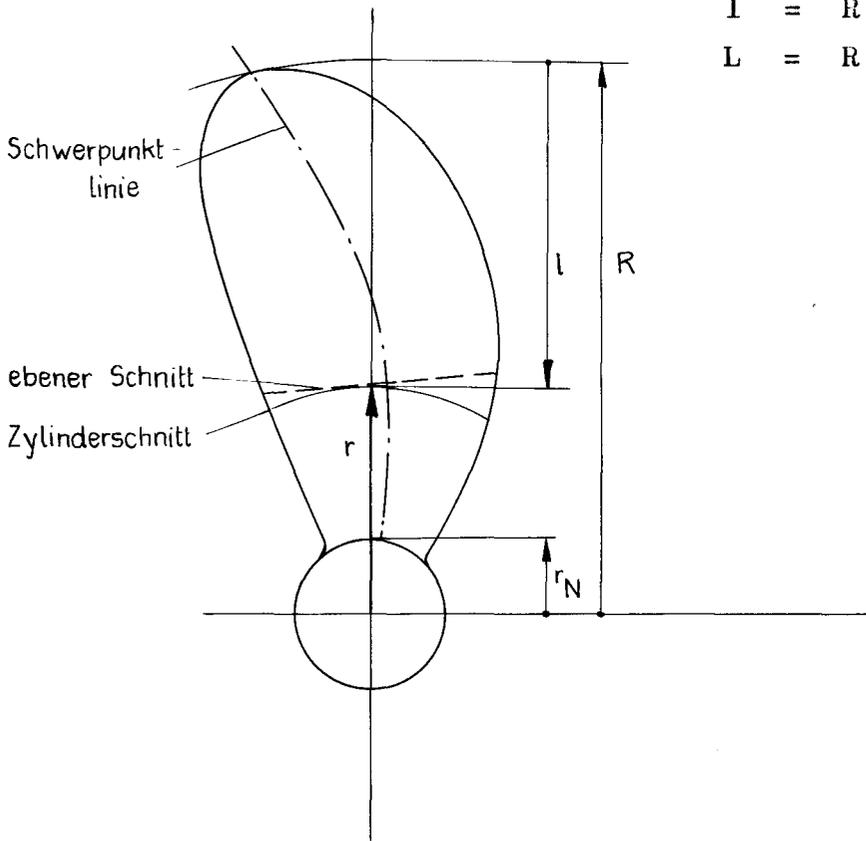
x = periphere Koordinate

ξ, η = Koordinaten in Richtung
der Hauptträgheitsachsen
(entspr. etwa der Sehne)

β = Steigungswinkel

Projektion des Blattes:

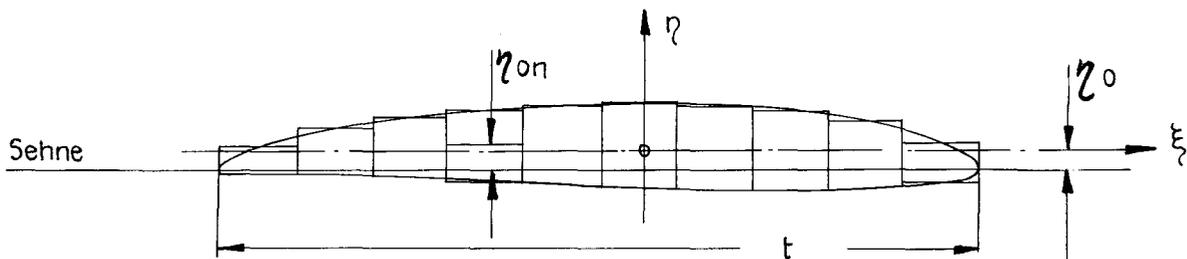
- r = radiale Koordinate
- R = Propellerradius
- r_N = Nabenradius
- l = $R - r_N - r$
- L = $R - r_N$



Die Einspannstelle des geraden Ersatzstabes wird am Nabenradius r_N angenommen.

Steifigkeitsverlauf

Die Flächen, Flächenschwerpunkte und Tragheitsmomente der Profilschnitte (hier: näherungsweise die gestreckten Zylinderschnitte) können durch Zerlegung in Rechteckelemente berechnet werden:



Der Profilverlauf ist gegeben durch $\eta_p(\xi)$ mit Aufmaßpunkten z.B. an 10 Stützstellen.

Die Querschnittsfläche berechnet sich aus:

$$F = \sum_{n=1}^{10} \eta_{pn} \Delta \xi$$

der Schwerpunktsabstand von der Sehne:

$$\eta_0 = \frac{\sum_{n=1}^{10} \eta_{0n} \eta_{pn} \Delta \xi}{F}$$

und das Trägheitsmoment (bei Drehung in η -Richtung)^{*)}:

$$J_{\eta} = \frac{1}{12} \sum_{n=1}^{10} \eta_{pn}^3 \Delta x + \sum_{n=1}^{10} \eta_{0n}^2 \eta_{pn} \Delta x - \eta_0^2 F$$

Das kleinste Widerstandsmoment gilt in der Regel für die Blattoberseite (Saugseite):

$$W_0 = \frac{J_{\eta}}{S_{\max}}$$

In Diagr.1 sind die Werte t , F , J_{η} und W_0 über der Blattlänge aufgetragen.

Massenverteilung

Die Massendichte ergibt sich bei der Schwingung in η -Richtung aus der Körpermasse und der mitschwingenden Wassermasse:

$$m_{\eta}(l) = \rho_{\text{Prop}} \cdot F(l) + \alpha \rho_{\text{Wasser}} \frac{\pi}{4} t(l)^2$$

Die hydrodynamische Masse an jeder Stelle l des Blattes wird zunächst gleich groß wie für den translatierenden elliptischen Zylinder mit der Hauptachse entsprechend der Profiltiefe angenommen. Zur Berücksichtigung dreidimensionaler Effekte wird der Reduktionsfaktor α eingeführt.^{**)}

*) Das Trägheitsmoment in ξ -Richtung wird demgegenüber als unendlich groß angesehen.

**) Die Abhängigkeit der hydrodyn. Masse von der Frequenz wird vernachlässigt. Das ist dadurch gerechtfertigt, daß für die freien Schwingungen die Frequenz sehr hoch liegt, und daß für die erzwungenen Schwingungen eine eventl. Reduktion der Massenkräfte nur einen geringeren Einfluß auf das Ergebnis hat.

κ ist sicherlich eine Funktion der Länge, mit einiger Berechtigung kann er aber näherungsweise konstant gesetzt werden. Bereits ohne Berücksichtigung einer Umströmung der Blattspitze ergäbe sich bei der Biegeschwingung eine über der Länge konstante Reduktion [5]. Als Anhaltswert für κ kann z.B. der Reduktionsfaktor für den axial-schwingenden Propeller, der hier etwa $\kappa = 0.66$ betragen würde, dienen. Für die Bewegung in ξ -Richtung ist die mitschwingende Wassermasse vernachlässigbar:

$$m_{\xi}(l) = S_{\text{Prop}} \cdot F(l)$$

Auftragung der Massenverteilung s. Diagr.1 .

Der Steigungsverlauf ergibt sich aus dem Steigungsverhältnis:

$$\beta(l) = \arctg \frac{H(l)}{2\pi r(l)}$$

2.2. Modifiziertes Gumbel-Csupor-Verfahren für gegeneinander verdrehte Querschnitte

Das Gumbel-Csupor-Verfahren [4] geht von einer Aufteilung des Balkens in diskrete Massen aus, die durch elastische Glieder verbunden sind. Bei Kenntnis der Einzelmassen, der Steifigkeiten und der Schwingungsfrequenz kann angegeben werden, wie sich der dynamische Zustand, gekennzeichnet durch:

Auslenkung	$\left(\begin{array}{c} w \\ w' \\ M \\ Q \end{array} \right)$
Drehung	
Moment	
Querkraft	

von Element zu Element und damit von einem Stabende zum anderen überträgt.

Bei Vorgabe der Bedingungen an einem Stabende könne also durch Integration über die Stablänge die Bedingungen am anderen Stabende berechnet werden. Eine eingehende Beschreibung des Verfahrens findet

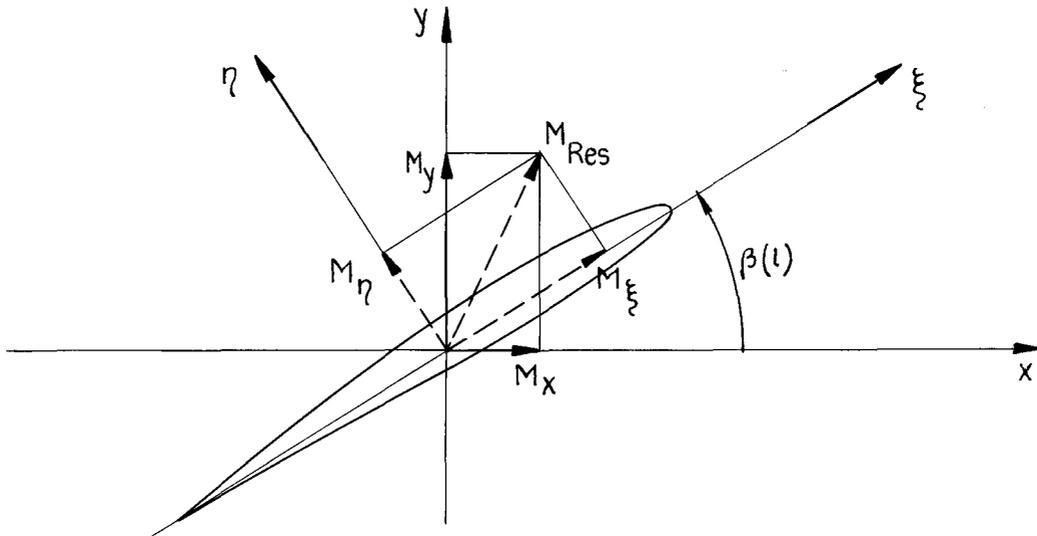
sich in der Arbeit von Csupor [4] *).

Um die Winkelversetzung der Querschnitte und ihrer Hauptträgheitsachsen über der Blattlänge zu berücksichtigen, muß der dynamische Zustand in zwei Ebenen betrachtet werden. Hierzu eignen sich die Ebenen der x- und y-Koordinate.

Der Zustandsvektor lautet dann:

$$\begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w'_x \\ w'_y \\ M_x \\ M_y \\ Q_x \\ Q_y \end{pmatrix}$$

Gleichzeitig müssen diese Werte aber auch im ξ - η -Koordinatensystem, das um den über der Länge veränderlichen Winkel β gegen das x-y-System verdreht ist, bekannt sein:



*) Der einzige prinzipielle Unterschied des hier beschriebenen Verfahrens zum sog. Verfahren der Übertragungsmatrizen liegt darin, daß hier jedes des Stabelemente mit einer diskreten Masse statt mit einer konstanten Massenbelegung versehen ist. Dadurch kann es erforderlich sein, eine engere Unterteilung des Stabes zu wählen. Dies gilt allerdings nur bei der Ermittlung der Eigenschwingungszahlen. Für die Berechnung der erzwungenen Schwingungen ist bei beiden Verfahren ohnehin eine Aufteilung der (dominierenden) Erregerlast in diskrete Kräfte notwendig.

Moment und Querkraft an einer diskreten Masse errechnen sich aus:

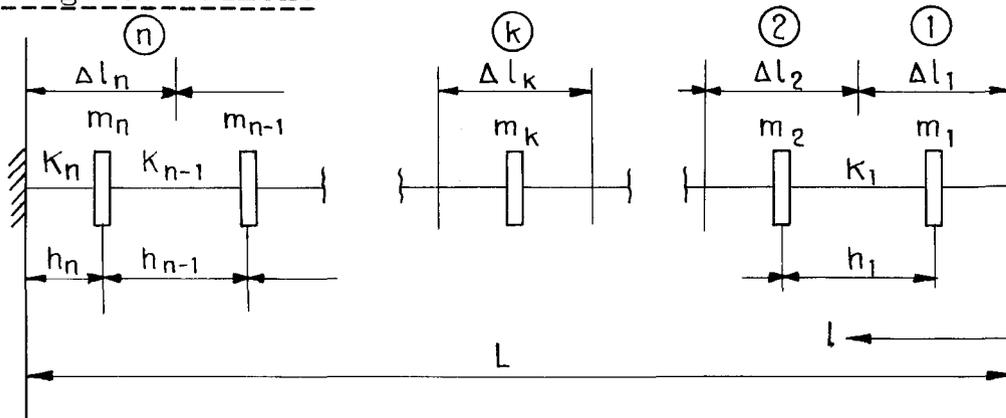
$$\begin{aligned} M_{\xi} &= M_x \cos \beta + M_y \sin \beta \\ M_{\eta} &= - M_x \sin \beta + M_y \cos \beta \\ Q_{\xi} &= Q_x \cos \beta + Q_y \sin \beta \\ Q_{\eta} &= - Q_x \sin \beta + Q_y \cos \beta \end{aligned}$$

Absenkung und Verdrehung einer Masse gegenüber der vorherigen seien q und q' . Die Steifigkeit gegen eine Deformation jedes Abschnitts in ξ -Richtung sei unendlich groß gegenüber derjenigen in η -Richtung. Es tritt also nur eine Deformation in η -Richtung ein, die in das xy -System transformiert lautet:

$$\begin{aligned} f_x &= - f_{\eta} \sin \beta & f_{\xi} &= 0 ! \\ f_y &= f_{\eta} \cos \beta & \alpha_{\xi} &= 0 ! \\ \alpha_x &= - \alpha_{\eta} \sin \beta \\ \alpha_y &= \alpha_{\eta} \cos \beta \end{aligned}$$

Die sich aus der Gesamtheit der Deformationen aller Abschnitte ergebende Absenkung jedes Elements hat eine Komponente in ξ und in η -Richtung. Bei der Bestimmung der aus diesen Bewegungen resultierenden Massenkräfte ist zu beachten, daß sich die Massen für die Richtungen ξ und η unterscheiden.

Unterteilung des Balkens



Die Nummerierung beginnt entsprechend der späteren Rechenfolge am freien Ende.

Die Massen und Federkonstanten lauten:

$$\begin{aligned}
 m_{\xi k} &= m_{\xi} (l_k) \cdot \Delta l_k & m_{\eta k} &= m_{\eta} (l_k) \cdot \Delta l_k \\
 K_{BQk} &= h_k^3 / 3 E J_{\eta k} & & \text{(für Absenkung infolge Querkr.)} \\
 K'_{BQk} &= h_k^2 / 2 E J_{\eta k} & & \text{(für Drehung infolge Querkr.)} \\
 K_{BMk} &= h_k^2 / 2 E J_{\eta k} & & \text{(für Absenkung infolge Moment)} \\
 K'_{BMk} &= h_k / E J_{\eta k} & & \text{(für Drehung infolge Moment)} \\
 K_{QQk} &= h_k / G F_k & & \text{(für Schubabsenkung)}
 \end{aligned}$$

Die Schubdurchsenkung wird hier vernachlässigt, da nur die niederen Schwingungsgrade berechnet werden sollen.

Rechengang:

In jedem Rechenschritt wird die Absenkung und Drehung einer diskreten Masse berechnet. Die jeweilige Masse trägt den Index k und die davorliegende den Index i. Die Schwingungsfrequenz ist ω , sie wird zunächst als bekannt vorausgesetzt.

1.) Der Querkraftzuwachs wird von der vorherigen Masse übernommen:

$$\begin{aligned}
 Q_{xk} &= Q_{xi} + \Delta Q_{xi} \\
 Q_{yk} &= Q_{yi} + \Delta Q_{yi} & Q_{\eta k} &= - Q_{xk} \sin \beta_k + Q_{yk} \cos \beta_k
 \end{aligned}$$

2.) Ebenso wird das Moment übernommen:

$$\begin{aligned}
 M_{cxk} &= M_{xi} + \Delta M_{xi} \\
 M_{cyk} &= M_{yi} + \Delta M_{yi}
 \end{aligned}$$

Gesamtes Moment:

$$\begin{aligned}
 M_{xk} &= M_{cxk} + h_k Q_{xk} \\
 M_{yk} &= M_{cyk} + h_k Q_{yk} & M_{\eta k} &= - M_{xk} \sin \beta_k + M_{yk} \cos \beta_k
 \end{aligned}$$

3.) Absenkung infolge Querkraft und Moment:

$$f_k = K_{BQk} \cdot Q_{\eta k} + K_{BMk} \cdot M_{\eta k}$$

4.) Drehung infolge Querkraft und Moment:

$$\alpha_k = K'_{BQk} \cdot Q_{\eta k} + K'_{BMk} \cdot M_{\eta k}$$

5.) Gesamte Drehung in zwei Richtungen:

$$\begin{aligned} w'_{xk} &= w'_{xi} + \alpha_k \sin \beta_k & w'_{\xi k} &= w'_{xk} \cos \beta_k + w'_{yk} \sin \beta_k \\ w'_{yk} &= w'_{yi} - \alpha_k \cos \beta_k & w'_{\eta k} &= -w'_{xk} \sin \beta_k + w'_{yk} \cos \beta_k \end{aligned}$$

6.) Gesamte Absenkung in zwei Richtungen:

$$\begin{aligned} w_{xk} &= w_{xi} + f_k \sin \beta_k - h_k w'_{xk} & w_{\xi k} &= w_{xk} \cos \beta_k + w_{yk} \sin \beta_k \\ w_{yk} &= w_{yi} - f_k \cos \beta_k - h_k w'_{yk} & w_{\eta k} &= -w_{xk} \sin \beta_k + w_{yk} \cos \beta_k \end{aligned}$$

7.) Querkraft aus Querschleunigung:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{\xi k} &= \omega^2 m_{\xi k} w_{\xi k} & \Delta Q_{xk} &= \Delta Q_{\xi k} \cos \beta_k - \Delta Q_{\eta k} \sin \beta_k \\ \Delta Q_{\eta k} &= \omega^2 m_{\eta k} w_{\eta k} & \Delta Q_{yk} &= \Delta Q_{\eta k} \sin \beta_k + \Delta Q_{\xi k} \cos \beta_k \end{aligned}$$

8.) Moment aus Drehbeschleunigung:

$$\begin{aligned} \Delta M_{\xi k} &= \omega^2 J_{\xi k} w'_{\xi k} & \Delta M_{xk} &= \Delta M_{\xi k} \cos \beta_k - \Delta M_{\eta k} \sin \beta_k \\ \Delta M_{\eta k} &= \omega^2 J_{\eta k} w'_{\eta k} & \Delta M_{yk} &= \Delta M_{\eta k} \sin \beta_k + \Delta M_{\xi k} \cos \beta_k \end{aligned}$$

9.) Nächster Balkenabschnitt Beginn s. 1.)

Die Drehträgheiten der Massenelemente I_{ξ} und I_{η} sind im Verlauf der Rechnung vernachlässigt worden.

2.3. Berechnung der Eigenschwingungszahlen und Eigenformen

Die Beantwortung der Frage, ob Resonanzfälle eintreten können, setzt die Kenntnis der Eigenschwingungszahlen voraus. Die in dem Rechenverfahren (s. Abschn. 2.2.) als gegeben vorausgesetzte Frequenz ω entspricht dann der Eigenfrequenz ω_0 , wenn die berechnete Schwingungsform die Randbedingungen am freien und am eingespannten Ende erfüllt.

Da die Rechnung am freien Ende begonnen werden soll, sind die Randbedingungen für $l = 0$:

$$\begin{pmatrix} M_x(0) \\ M_y(0) \\ Q_x(0) \\ Q_y(0) \end{pmatrix} = 0$$

Die zugehörigen Wertekombinationen $z(L)$ der Auslenkungen und Verdrehungen am freien Ende muß so beschaffen sein, daß die Bedingung am eingespannten Ende $l = L$

$$\begin{pmatrix} w_x(L) \\ w_y(L) \\ w'_x(L) \\ w'_y(L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1(L) \\ z_2(L) \\ z_3(L) \\ z_4(L) \end{pmatrix} = z(L) = 0$$

erfüllt ist.

Die Auslenkung und Verdrehung an beliebiger Stelle l des Stabes kann durch Linearkombination mit Hilfe des sog. normierten Fundamentalsystems dargestellt werden:

$$\begin{aligned} z_1(l) &= \bar{z}_{11}(l) v_1 + \bar{z}_{12}(l) v_2 + \bar{z}_{13}(l) v_3 + \bar{z}_{14}(l) v_4 \\ z_2(l) &= \bar{z}_{21}(l) v_1 + \bar{z}_{22}(l) v_2 + \bar{z}_{23}(l) v_3 + \bar{z}_{24}(l) v_4 \\ z_3(l) &= \bar{z}_{31}(l) v_1 + \bar{z}_{32}(l) v_2 + \bar{z}_{33}(l) v_3 + \bar{z}_{34}(l) v_4 \\ z_4(l) &= \bar{z}_{41}(l) v_1 + \bar{z}_{42}(l) v_2 + \bar{z}_{43}(l) v_3 + \bar{z}_{44}(l) v_4 \end{aligned}$$

Der konst. Vektor v beschreibt die Anfangsbedingungen.

Die Matrix $\bar{Z}(l)$ ist das normierte Fundamentalsystem, das man nach folgender Rechenvorschrift erhält:

Die Integration über die Stablänge wird viermal durchgeführt und zwar mit den Spalten der Einheitsmatrix E als jeweilige Anfangsbedingung:

$$\begin{pmatrix} z_1(0) \\ z_2(0) \\ z_3(0) \\ z_4(0) \end{pmatrix} = \begin{matrix} \text{I.} & \text{II.} & \text{III.} & \text{IV.} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \text{Rechnung}$$

Zu einer Matrix zusammengestellt, ergeben die Lösungsvektoren jeder Rechnung das normierte Fundamentalsystem.

Das norm. Fundamentalsystem für die Stelle L entspricht der sog. Übertragungsmatrix U:

$$U = \bar{Z}(L)$$

Mit Hilfe von U ist es möglich anzugeben, wie sich eine beliebige Kombination von Auslenkungen am freien Ende auf das eingespannte Ende überträgt.

$$z(L) = Uv$$

Eine Eigenform liegt nur dann vor, wenn $z(L) = 0$, d.h.

$$\det U = 0.$$

Zur Berechnung der Eigenfrequenzen ω_0 wird für stufenweise vorgegebene Werte ω das Verfahren in der oben beschriebenen Weise durchgeführt und jeweils $\det U$ gebildet.

Überall dort, wo $\det U$ von einem ω -Wert zum nächsten das Vorzeichen wechselt, kann durch lineare Interpolation ein Näherungswert für die Eigenfrequenzen der Schwingungsgrade (ω_{0I} , ω_{0II} , ω_{0III} usw.) gefunden werden.

Die Eigenformen können aus der Übertragungsmatrix - berechnet für die Näherungswerte der Eigenfrequenzen ω_0 - ermittelt werden.

Hierzu muß zunächst ein beliebiger Wert für eine der Komponenten der Anfangsbedingung, d.h. für eine Auslenkungskomponente am frei-

en Ende, vorgegeben werden, z.B.:

$$z_1(0) = z_{01} = 1$$

Die übrigen Komponenten können dann aus der Einspannbedingung

$$U z_0 = 0$$

ermittelt werden.

In ausführlicher Schreibweise lautet das Gleichungssystem:

$$u_{12} z_{02} + u_{13} z_{03} + u_{14} z_{04} = - u_{11}$$

$$u_{22} z_{02} + u_{23} z_{03} + u_{24} z_{04} = - u_{21}$$

$$u_{32} z_{02} + u_{33} z_{03} + u_{34} z_{04} = - u_{31}$$

— 4. Gleichung kann entfallen —

Die Linearkombination des gefundenen Eigenvektors z_0 mit dem normierten Fundamentalsystem $\bar{Z}(l)$ ergibt die Eigenform:

$$z(l) = \bar{Z}(l) z_0$$

2.4. Berechnung der erzwungenen Schwingungen

Das Propellerblatt kann verschiedenen schwingungserregenden Kräften ausgesetzt sein:

- Hydrodynamische Kraftschwankungen am Blatt, verursacht durch die Ungleichförmigkeit des Nachstromfeldes
- Drehschwingungen der Propellernabe, verursacht durch Drehmoment-schwankungen an der Maschine oder am Propeller
- Axialschwingungen der Propellernabe, verursacht durch Kurbelwellenatmung oder durch Schubschwankungen am Propeller

Im Folgenden soll vor allem die Berechnung der durch die Kraftschwankungen am Blatt verursachten Schwingungen aufgezeigt werden. Die durch Dreh- und Axialschwingungen der Nabe erzwungene Blattschwingung kann nach der gleichen Methode berechnet werden.

2.4.1. Erregerlasten aus der Ungleichförmigkeit des Nachstromfeldes

Bei Kenntnis des im Modellversuch aufgemessenen Nachstromfeldes ist eine Berechnung der über dem Propellerradius verteilten Kraftschwankungen mit Hilfe der quasi-ebenen Tragflügeltheorie möglich. Auf das Berechnungsverfahren soll hier nicht weiter eingegangen werden.

Die nach einem in der Hamburger Schiffbau Versuchsanstalt vorliegenden Programm ermittelten Erregerlasten der ersten drei Ordnungen der Propellerdrehzahl zeigt Diagr. 5. In diesen Werten ist ein über dem Radius konstanter Reduktionsfaktor von 0,6 enthalten, um wenigstens näherungsweise der Dreidimensionalität der Strömung Rechnung zu tragen.

Das Gümbel-Csupor-Verfahren soll nun derart abgewandelt werden, daß eine Berechnung erzwungener Schwingungen möglich ist.

Zu berücksichtigen sind die Kräfte in peripherer und in axialer Richtung (d.h. in xy-Richtung). Sie liegen in folgender Form vor:

$$p_x(l,t) = \sum_{v=1}^N \left[p_{xv}^c(l) \cos(v\omega_e t) + p_{xv}^s(l) \sin(v\omega_e t) \right]$$

$$p_y(l,t) = \sum_{v=1}^N \left[p_{yv}^c(l) \cos(v\omega_e t) + p_{yv}^s(l) \sin(v\omega_e t) \right]$$

$$\omega_e = 2\pi n \quad ; \quad n = \text{Propellerdrehzahl [1/s]}$$

Da Linearität des Systems vorausgesetzt wurde, können die einzelnen Ordnungen $v = 1, 2, 3, \dots$ nacheinander durchgerechnet und später wieder überlagert werden.

Wie bereits erwähnt, ist Resonanz erst für die hohen Ordnungen zu erwarten. Da hierfür die Erregerlasten sehr klein sind, können die Schwingungen im Resonanzfall vermutlich kein unangenehmes Ausmaß erreichen. Diese Tatsache rechtfertigt eine Vernachlässigung der hydrodynamischen Dämpfung am Propellerblatt. Da für das ungedämpfte System die jeweiligen zeitlichen Komponenten der Erregerlast p_v^c und p_v^s mit den entsprechenden Komponenten der Deformation des Propellerblattes w_v^c und w_v^s in Phase liegen, können die einzelnen

zeitlichen Komponenten nacheinander durchgerechnet werden.

2.4.2. Verfahren zur Berechnung der erzwungenen Schwingungen

Eine erzwungene Schwingungsform kann aus einer Lösung des homogenen und des inhomogenen Systems zusammengesetzt werden:

$$z_e(l) = z_{\text{hom.}}(l) + z^*(l)$$

Das homogene System entspricht dem ohne äußere Kräfte mit der Frequenz der jeweiligen Ordnung $\nu\omega_e$ schwingenden Balken.

Seine Lösung kann, wie bereits beschrieben, mit Hilfe des normierten Fundamentalsystems dargestellt werden:

$$z_{\text{hom}}(l) = \bar{Z}(l)v$$

Die Lösung des inhomogenen Systems $z^*(l)$ ergibt sich, wenn bei der Integration über die Balkenlänge die äußeren Kräfte berücksichtigt werden. Die Anfangsbedingung kann einen beliebigen Wert besitzen, z.B. $z^*(0) = 0$. In Einzelkräfte aufgeteilt wirkt die Erregerlast auf jedes Massenelement des Balkens:

$$P_{xk} = p_x(l_k) \Delta l_k$$

$$P_{yk} = p_y(l_k) \Delta l_k$$

Diese Einzelkräfte müssen beim Rechenschritt 1.) s. Abschnitt 2.2. zur inneren Querkraft hinzugefügt werden.

Die so erhaltene zusammengesetzte Lösung enthält nur noch den Vektor v als Unbekannte:

$$z_e(l) = \bar{Z}(l)v + z^*(l)$$

v muß nun so gewählt werden, daß die Einspannbedingung, d.h. Absenkungen und Verdrehungen für $l = L$ gleich Null, erfüllt sind:

$$z_e(L) = 0$$

Aus dem inhomogenen Gleichungssystem

$$\begin{aligned}\bar{Z}(L) v + z^*(L) &= 0 \\ U v + z^*(L) &= 0\end{aligned}$$

kann v bestimmt werden:

$$v = -z^*(L) U^{-1}$$

Die Bedingung $\det U \neq 0$ ist immer erfüllt, wenn $v \omega_e$ keiner Eigenfrequenz ω_0 entspricht.

Somit kann die erzwungene Schwingungsform an jeder Stelle l angegeben werden:

$$\begin{aligned}z_{e1}(l) &= \bar{z}_{11}(l)v_1 + \bar{z}_{12}(l)v_2 + \bar{z}_{13}(l)v_3 + \bar{z}_{14}(l)v_4 + z_1^*(l) \\ z_{e2}(l) &= \bar{z}_{21}(l)v_1 + \bar{z}_{22}(l)v_2 + \bar{z}_{23}(l)v_3 + \bar{z}_{24}(l)v_4 + z_2^*(l) \\ z_{e3}(l) &= \bar{z}_{31}(l)v_1 + \bar{z}_{32}(l)v_2 + \bar{z}_{33}(l)v_3 + \bar{z}_{34}(l)v_4 + z_3^*(l) \\ z_{e4}(l) &= \bar{z}_{41}(l)v_1 + \bar{z}_{42}(l)v_2 + \bar{z}_{43}(l)v_3 + \bar{z}_{44}(l)v_4 + z_4^*(l)\end{aligned}$$

Auf die gleiche Weise können die Schnittkräfte des Balkens aus der Lösung des homogenen und des inhomogenen Systems zusammengesetzt werden:

$$\begin{aligned}M_{xe}(l) &= \bar{M}_{x1}(l)v_1 + \bar{M}_{x2}(l)v_2 + \bar{M}_{x3}(l)v_3 + \bar{M}_{x4}(l)v_4 + M_x^*(l) \\ M_{ye}(l) &= \bar{M}_{y1}(l)v_1 + \bar{M}_{y2}(l)v_2 + \bar{M}_{y3}(l)v_3 + \bar{M}_{y4}(l)v_4 + M_y^*(l) \\ Q_{xe}(l) &= \bar{Q}_{x1}(l)v_1 + \bar{Q}_{x2}(l)v_2 + \bar{Q}_{x3}(l)v_3 + \bar{Q}_{x4}(l)v_4 + Q_x^*(l) \\ Q_{ye}(l) &= \bar{Q}_{y1}(l)v_1 + \bar{Q}_{y2}(l)v_2 + \bar{Q}_{y3}(l)v_3 + \bar{Q}_{y4}(l)v_4 + Q_y^*(l)\end{aligned}$$

Für die Berechnung der Biegespannung σ_B interessiert nur das Moment in η -Richtung:

$$\begin{aligned}M_{\eta e}(l) &= -M_{xe}(l) \sin \beta(l) + M_{ye}(l) \cos \beta(l) \\ \sigma_B(l) &= M_{\eta e}(l) / W_0(l)\end{aligned}$$

Nachdem auf diese Weise alle wichtigen Ordnungen mit jeweils zwei zeitlichen Komponenten nacheinander durchgerechnet worden sind, kann der zeitliche Spannungsverlauf für jeden beliebigen Profilschnitt für einen Umlauf des Propellerblattes ermittelt werden:

$$\sigma_B(l,t) = \sum_{\nu=1}^N \left[\sigma_{B\nu}^c(l) \cos(\nu\omega_e t) + \sigma_{B\nu}^s(l) \sin(\nu\omega_e t) \right]$$

Aus einer Auftragung des zeitlichen Spannungsverlaufs kann der Maximalwert abgelesen werden.

Für eine Beurteilung der Wechselbiegefestigkeit des Propellerblattes ist natürlich auch die Kenntnis der aus der mittleren stationären Belastung herrührenden Spannung notwendig. Daher soll hier kurz angedeutet werden, wie auch dieser Wert mit Hilfe dieses Verfahrens bestimmt werden kann:

Das inhomogene System wird mit der Frequenz $\nu\omega_e = 0$ durchgerechnet. Zusammen mit dem normierten Fundamentalsystem, das für diesen Fall die triviale Lösung

$$\bar{z}(l) = E = \text{konst}$$

hat, kann die stationäre Biegeform angegeben werden:

$$z_e^0(l) = E \nu + z_{\text{stat}}^*(l)$$

ν ergibt sich wiederum aus der Einspannbedingung:

$$\nu = - z_{\text{stat}}^*(L)$$

somit ist

$$z_{e_{\text{stat}}}(l) = z_{\text{stat}}^*(l) - z_{\text{stat}}^*(L)$$

Sollen die aus einer Dreh- oder Axialschwingung der Propellernabe herrührenden Biegeschwingungen berechnet werden, so müssen nur die Einspannbedingungen geändert werden. Im übrigen kann die Rechnung mit oder ohne die hydrodynamischen Kraftschwankungen durchgeführt werden.

Die Einspannbedingung an der sich bewegenden Nabe lautet

$$z_N = Uv + z^*(L)$$

worin

$$z_N = \begin{pmatrix} z_{N1} \\ z_{N2} \\ z_{N3} \\ z_{N4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi \cdot r_N \\ u \\ \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

φ = Drehschwingungsamplitude

und u = Axialschwingungsamplitude der Nabe

Der unbekante Vektor v kann also auch hier bestimmt werden:

$$v = [z_N - z^*(L)] U^{-1}$$

Sollen die hydrodynamischen Kraftschwankungen mit berücksichtigt werden, so müssen natürlich jeweils die Erregerfrequenzen der Naben-schwingung mit denen der Kraftschwankungen übereinstimmen.

3. Ergebnisse

Das beschriebene Verfahren soll auf einen Propeller angewendet werden, für den bereits einige Schwingungsuntersuchungen vorliegen [2] .

Propellerdaten:

Radius	R =	= 2,400 m
Nabenradius	r_N	= 0,475 m
Flächenverhältnis	F_a/F	= 0,71
mittlere Steigung	H	= 5,060 m
Flügelzahl	z	= 5
Material: Aluminium	ρ_{Prop}	= 7,65 kps ² /cm ⁴
Mehrstoffbronze	E	= 1,22 · 10 ⁶ kp/cm ²
Betriebsdrehzahl	n	= 120 1/min ($\omega_e = 12,57 \frac{1}{s}$)

Die geometrischen Werte, wie Profiltiefe, Steigungswinkel, Träg-

heits- und Widerstandsmoment sind in Diagr.1 über der Blattlänge aufgetragen. Das gleiche Diagramm zeigt die Massenverteilung.

3.1. Eigenschwingungszahlen und Eigenformen

In folgender Tabelle sind die Eigenschwingungszahlen der ersten drei Schwingungsgrade für verschiedene Berechnungsfälle angegeben:

Eigenschwingungszahlen in Hz			
Schwingungs- Form	ebenes Blatt	verwund. Blatt	red. hydrodyn. Masse
I. Grad	14,78	15,48	18,37
II. Grad	55,96	54,47	(64,35)
III. Grad	127,33	123,66	(145,43)

Eine Berücksichtigung des nichtkonstanten Steigungsverlaufs wirkt sich beim I. Grad durch eine 5 % Erhöhung der Eigenschwingungszahl aus. Die Reduktion der hydrodynamischen Masse ($\mu = 0.66$) hat eine weitere Erhöhung um 18 % zur Folge. Die gute Übereinstimmung der so ermittelten Eigenschwingungszahl I. Grades mit Messungen der Deutschen Werft ist ein Indiz für die Richtigkeit der gewählten Reduktion der hydrodynamischen Masse. Diagr. 2 zeigt die Eigenformen I. und II. Grades, Diagr. 3 die Eigenform III. Grades. Neben den beiden Komponenten der Biegelinie w_x , w_y ist auch der Betrag der Resultierenden $w_R = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$ aufgetragen.

Anhand einiger Schnitte ist die Lage der jeweiligen Schwingungsauslenkung zum Profilschnitt dargestellt. Daraus ist zu ersehen, daß der Schwingungsvektor etwas von der Senkrechten zur ξ -Achse des jeweiligen Profils abweicht. Da dies gewissermaßen eine Vergrößerung der Steifigkeit des Balkens bedeutet, wird die Erhöhung der Eigen-

schwingungszahl bei Berücksichtigung des nichtkonstanten Steigungsverlaufes verständlich.

Interessant ist ferner die Tatsache, daß für das verwundene Blatt die Schwingungsknoten der x und y-Komponente nicht an der gleichen Stelle liegen. Für die resultierende der Schwingungsauslenkung existiert infolgedessen kein Knoten im eigentlichen Sinne, sondern nur ein Schwingungsminimum.

3.2. Erzwungene Schwingung

Die im Modellversuch aufgemessenen Werte des Nachstromfeldes zeigt Diagr.4. Der Verlauf der hydrodynamischen Erregerlasten für die ersten drei Ordnungen ist in Diagr. 5 über der Blattlänge aufgetragen. Man erkennt die schnelle Abnahme der Größe dieser Lasten mit zunehmender Ordnungszahl. Als Beispiel herausgegriffen zeigt Diagr. 6 die Ergebnisse für die erzwungene Schwingung 1. Ordnung. Sowohl die cos- wie die sin-Komponente der Biegelinie zeigt eine gewisse Ähnlichkeit mit der Eigenform I. Grades. Ebenfalls in Diagr. 5 ist der Verlauf der zeitlichen resultierenden von Biegemoment und Biegespannung über der Blattlänge dargestellt. Die Spannung ist an der Einspannstelle am größten. Allerdings ist der Verlauf bis etwa zur Blattmitte relativ flach. Dies mag eine Erklärung dafür sein, daß bisherige Propellerblattbrüche nicht nur an der Nabe auftraten.

Eine Zusammenstellung der Ergebnisse bis zur 8. Ordnung zeigt Diagr.7. Hier sind die Beträge der Auslenkung am freien Ende und der Biegespannung am eingespannten Ende über der Erregerfrequenz der jeweiligen Ordnung aufgetragen. Man erkennt die Bedeutung der niederen Ordnungen.

Die Eigenfrequenz 1. Grades liegt zwischen der 7. und 8. Ordnung. Trägt man allerdings den richtigeren Wert für die Eigenfrequenz mit reduzierter hydrodynamischer Masse ein, so kommt man in die Nähe der 10. Ordnung. Da die Rechnung ohne Dämpfungseinfluß ausgeführt

wurde, käme für den Fall, daß eine der Erregerfrequenzen in unmittelbarer Nähe der Eigenfrequenzen liegen würde, eine unrealistisch große Schwingungsamplitude heraus. Selbst wenn man im Resonanzfall mit einer mehrfachen (2-5fachen) Überhöhung rechnen müßte, würden die niederen Ordnungen ihren dominierenden Einfluß behalten.

Werden alle Ordnungen phasenrichtig überlagert und über einem Blattumlauf aufgetragen, so ergibt sich der in Diagr. 7 gezeigte Spannungsverlauf. Maximal treten 320 kp/cm^2 Druckspannung und 575 kp/cm^2 Zugspannung an der Saugseite des Profils auf. Diese Werte sind um ca. 16 % kleiner als im Fall des ebenen Blattes.

Um die Frage zu beantworten, ob diese Wechselbiegespannung eine Gefährdung des Propellers darstellt, wäre eine genaue Kenntnis der Wechselbiegefestigkeit notwendig. Da zur Zeit noch keine ausreichenden Daten des Materials vorliegen, soll hier auf eine Gegenüberstellung der Spannungen verzichtet werden.

4. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Basierend auf dem Gümbel-Csupor-Verfahren ist eine Berechnungsmethode entwickelt worden, die es gestattet, sowohl die Eigenschwingungen als auch die erzwungenen Schwingungen des Propellerblattes unter Berücksichtigung der Verwindung zu ermitteln.

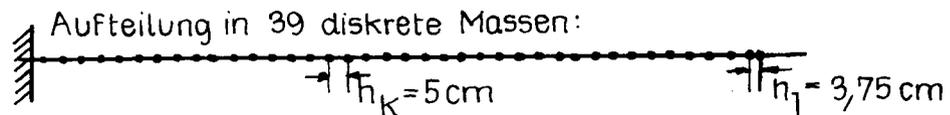
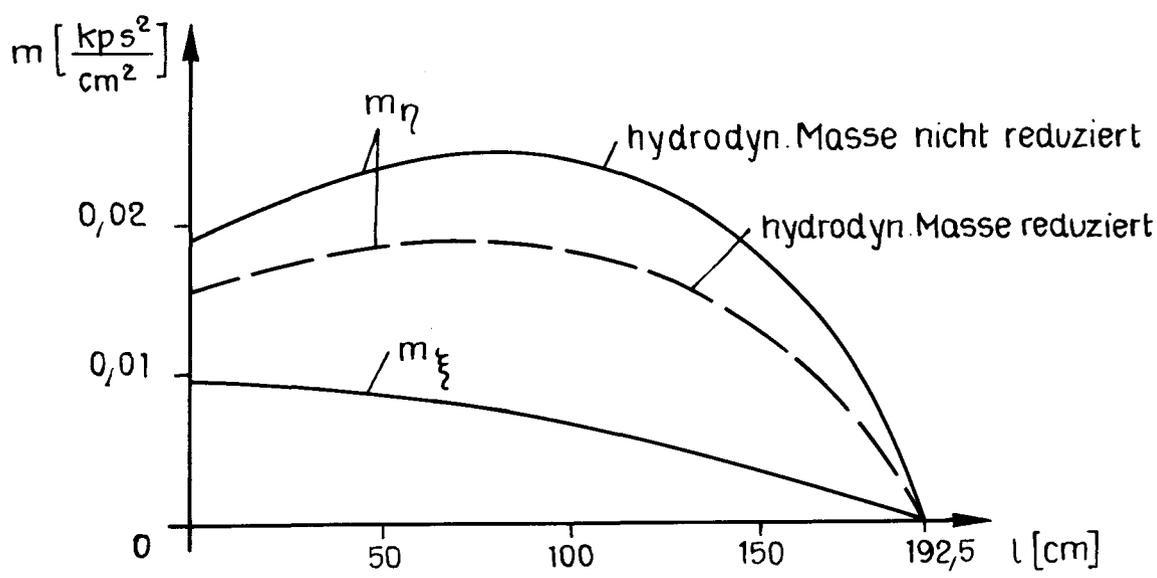
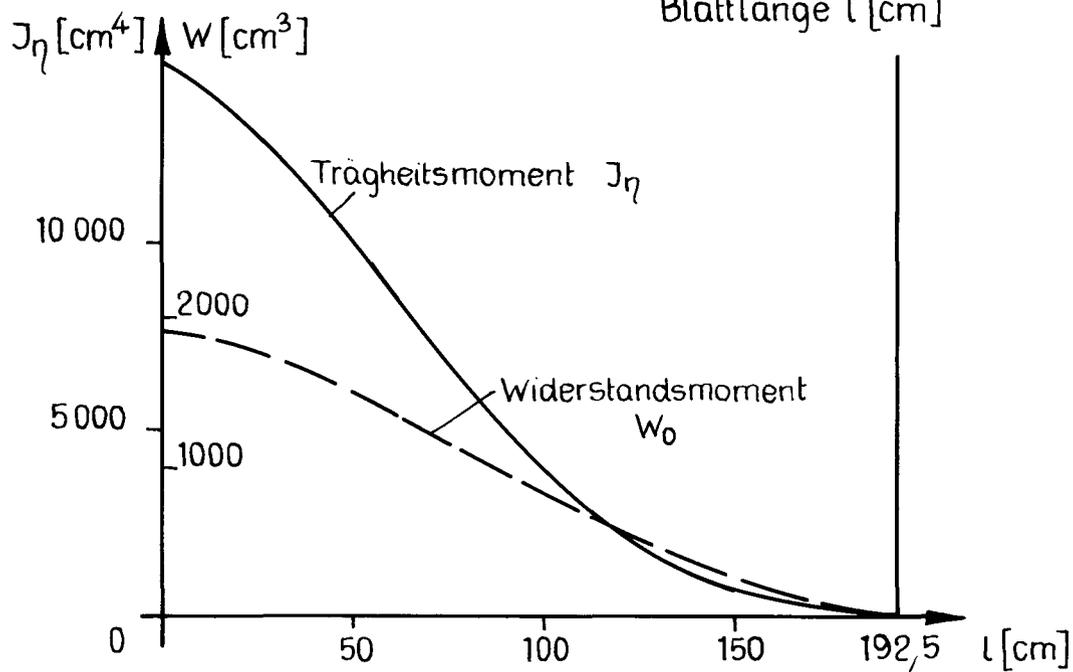
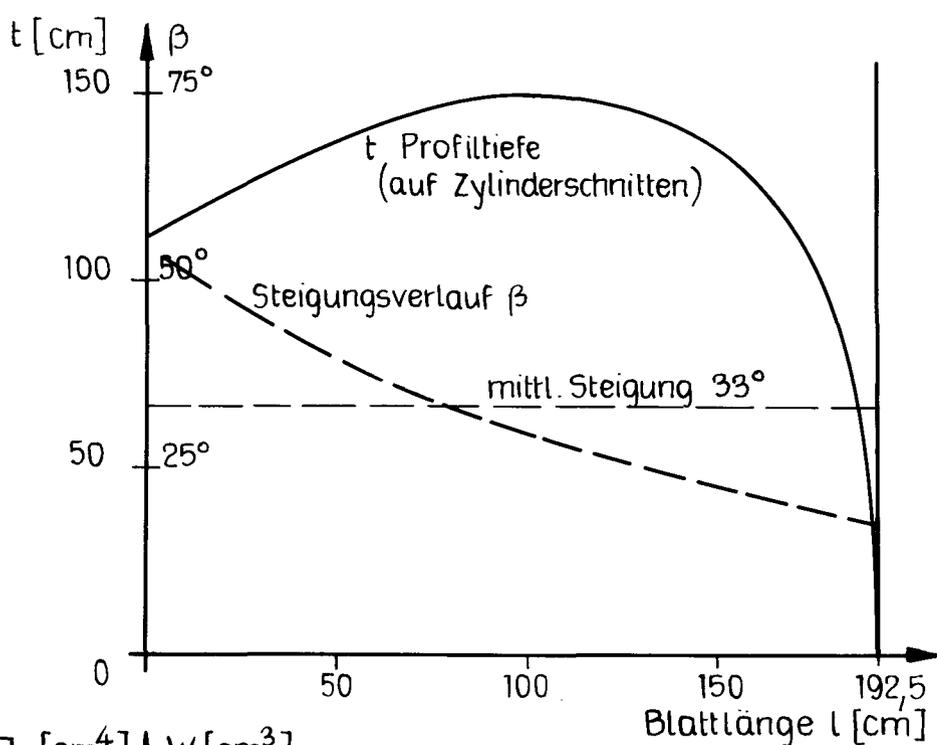
Es zeigt sich, daß die durch die Ungleichförmigkeit des Nachstromfeldes hervorgerufene Wechselbiegebeanspruchung durchaus in der Größenordnung der stationären Belastung liegen kann und daher bei der Konstruktion des Propellers berücksichtigt werden sollte. Hierbei sind vor allem die 1. und 2. Ordnung zu beachten. Resonanzschwingungen können bei sehr hohen Ordnungen auftreten und sind daher vergleichsweise unbedeutend.

Aus dem gleichen Grunde ist die Vernachlässigung des Dämpfungseinflusses nicht gravierend.

Um die genauere Spannungsverteilung in den Propellerblatt kennenzulernen, wäre es notwendig die Torsionsschwingung in das Berechnungsverfahren aufzunehmen. Da für die Profilschnitte von Propellerblättern Flächenschwerpunkt und Schubmittelpunkt nicht zusammen liegen, und vor allem da alle Propellerblätter mit mehr oder weniger starker Rücklage ausgelegt sind, kann die Biegeschwingung u.U. stark mit einer Torsionsschwingung gekoppelt sein.

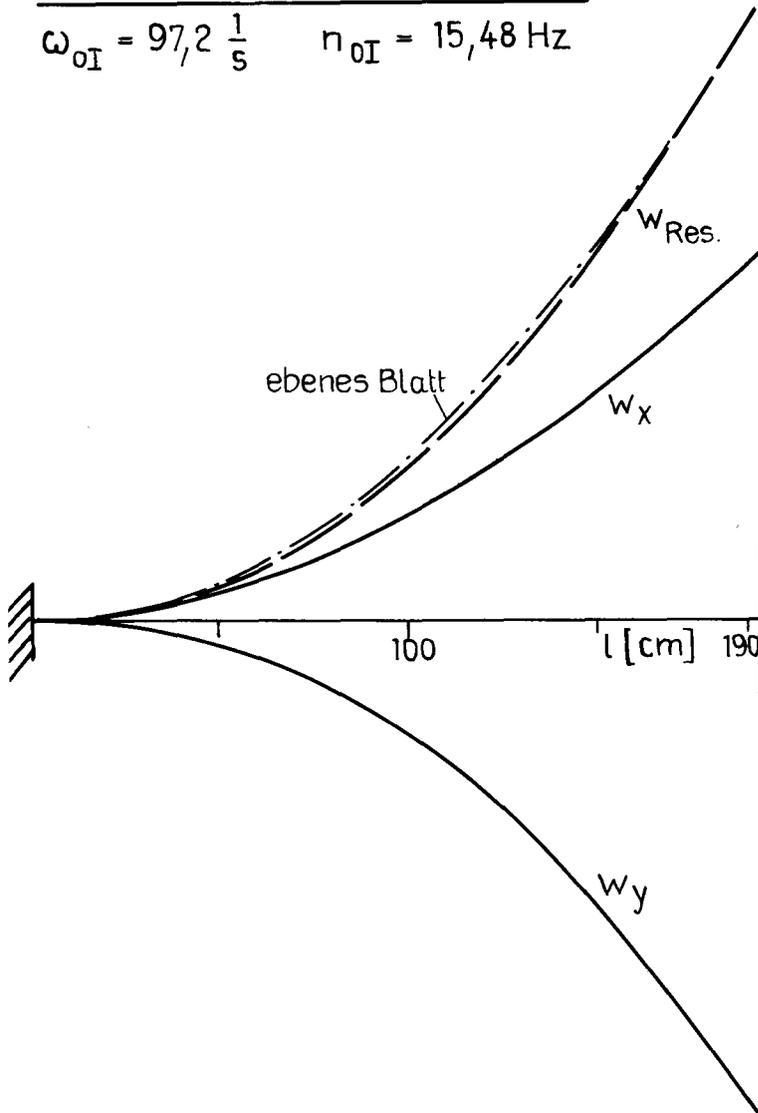
Literatur

- [1] Keil, H. und Weitendorf, E.A.: Flügelschwingungsmessungen mit Hilfe von Dehnungsmeßstreifen am Propeller des M.S. 'Neuenfels'.
Im Auftrage des Forschungszentrums des Deutschen Schiffbaus am Institut für Schiffbau und in der MSVA 1969 durchgeführte Untersuchung (bisher unveröffentlicht)
- [2] Pfützner, H.: Berechnung der Schwingungsbeanspruchung von Propellerblattflügeln.
Im Auftrag des Forschungszentrums des Deutschen Schiffbaus am Institut für Mechanik, TU Berlin 1969 durchgeführte Untersuchung (bisher unveröffentlicht)
- [3] Oberembt, H.: Veränderung der hydrodynamischen Kräfte des Propellers bei Berücksichtigung der Blattelastizität und Berechnung der freien Schwingungen eines Propellerblattes.
IfS - Bericht Nr. 254, Dezember 1969
- [4] Csupor, D.: Methoden zur Berechnung der freien Schwingungen des Schiffskörpers.
STG Bd.50, 1956
- [5] Grim, O.: Elastische Querschwingungen des Schiffskörpers, Reduktionsfaktor für die Berücksichtigung der räumlichen Strömung bei der Berechnung der hydrodynamischen Masse.
Schiffstechnik Bd.7, 1960, Heft 35

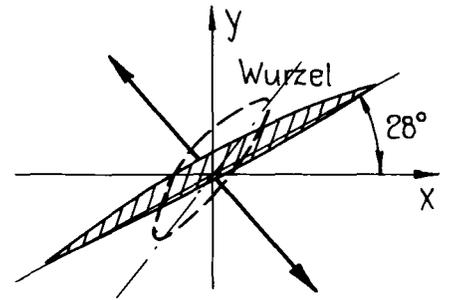


Schwingungsform I. Grades

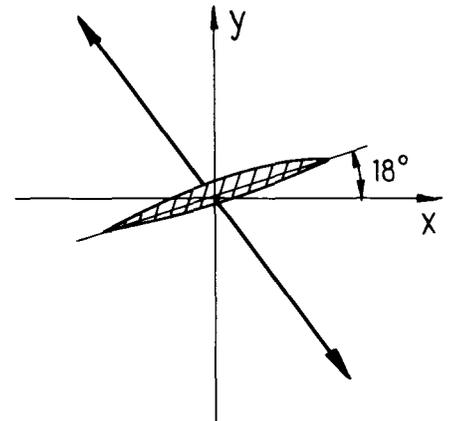
$\omega_{0I} = 97,2 \frac{1}{s}$ $n_{0I} = 15,48 \text{ Hz}$



Schnitt l = 100

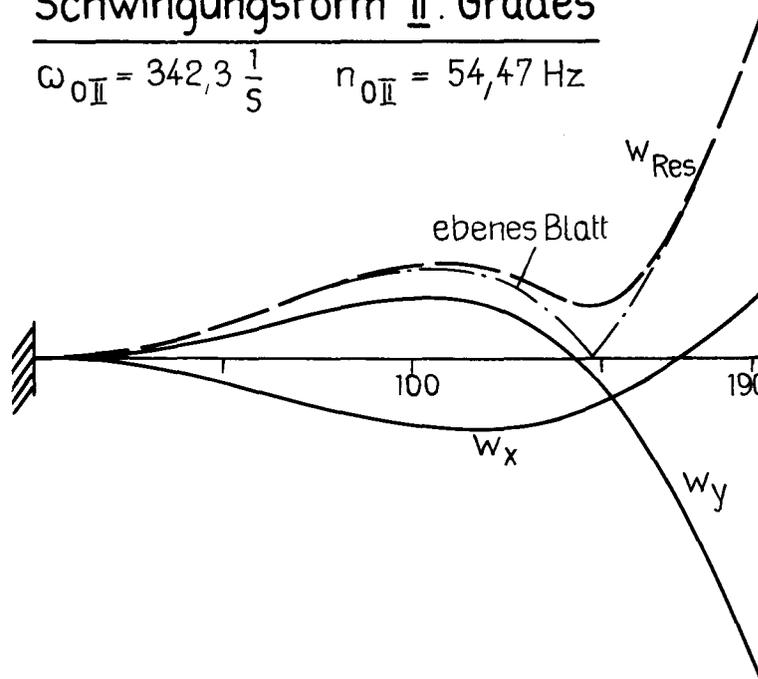


Schnitt l = 190

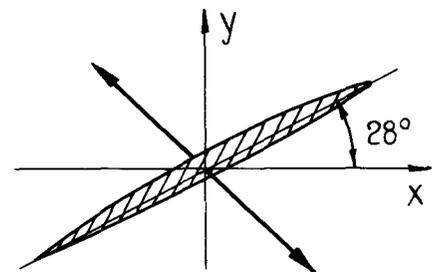


Schwingungsform II. Grades

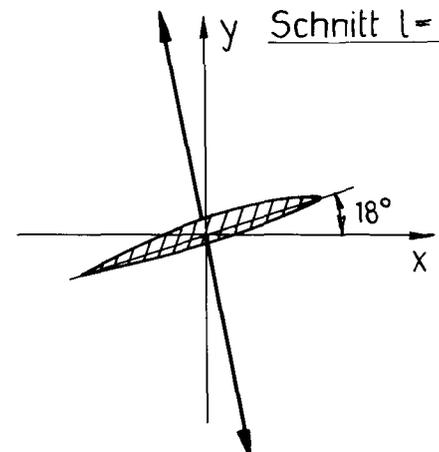
$\omega_{0II} = 342,3 \frac{1}{s}$ $n_{0II} = 54,47 \text{ Hz}$



Schnitt l = 100

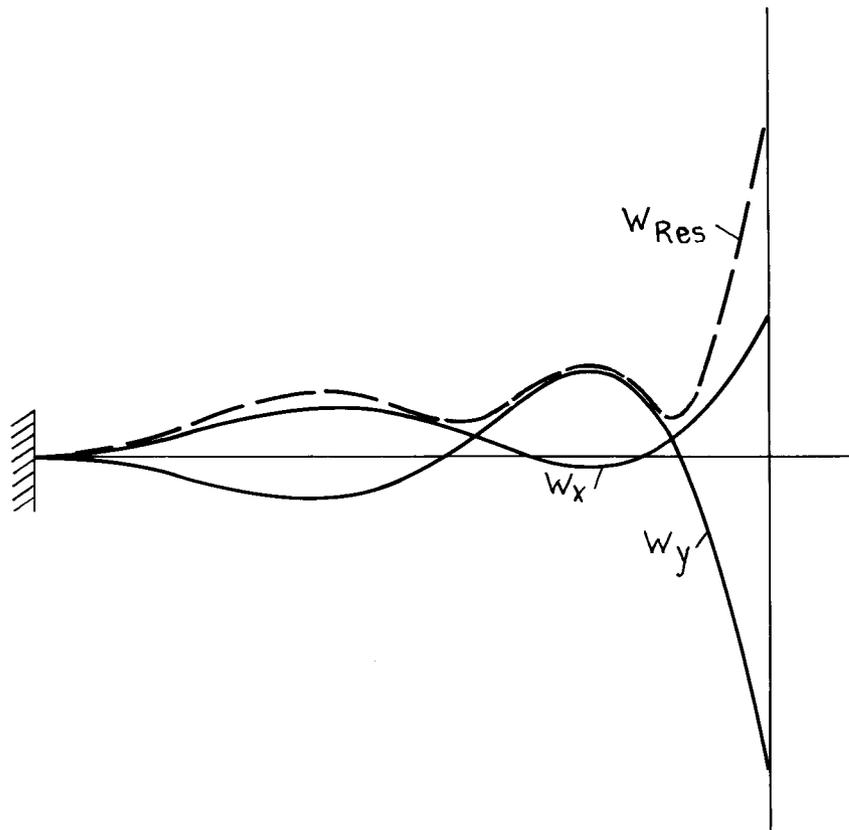


Schnitt l = 190

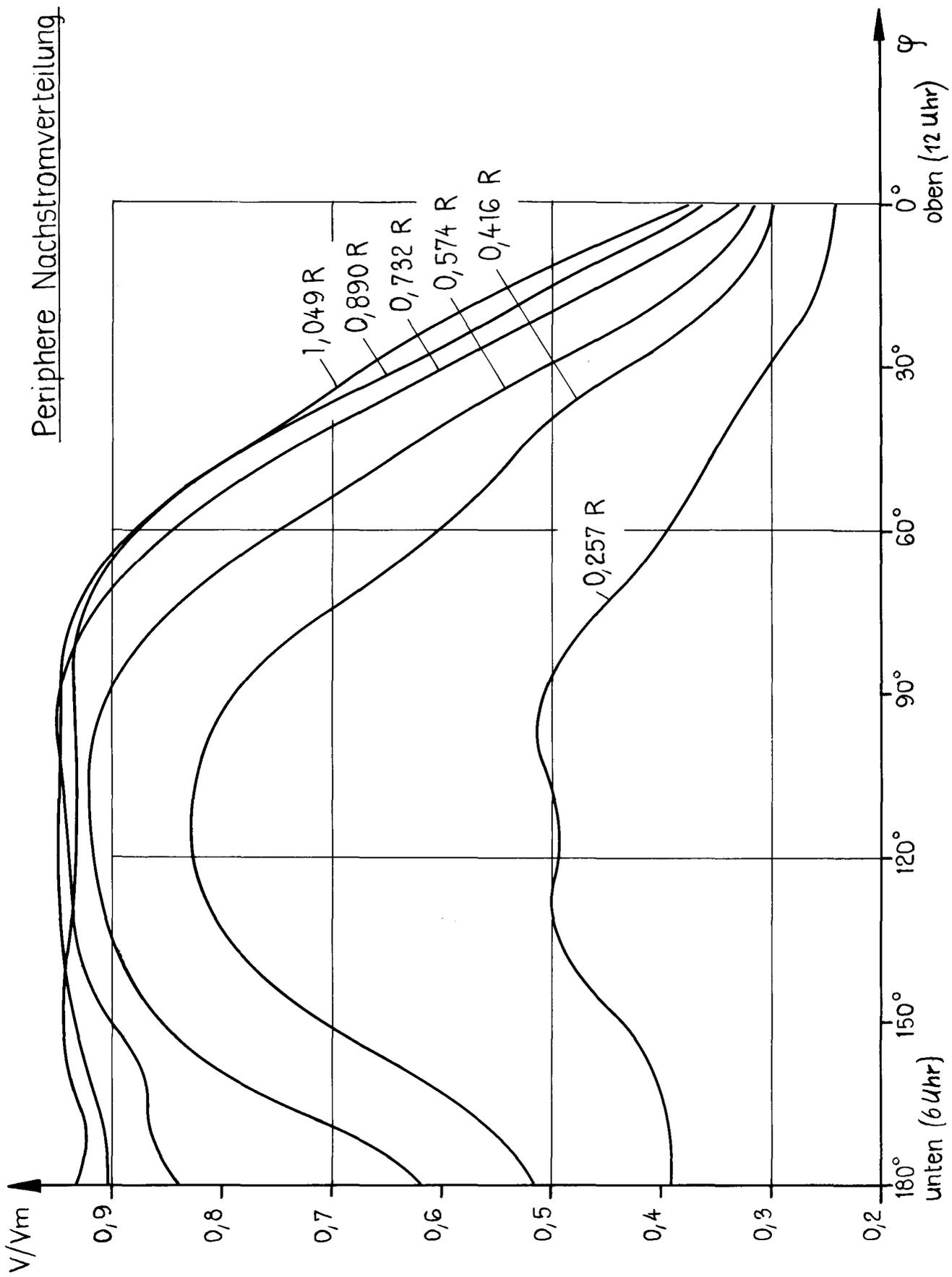


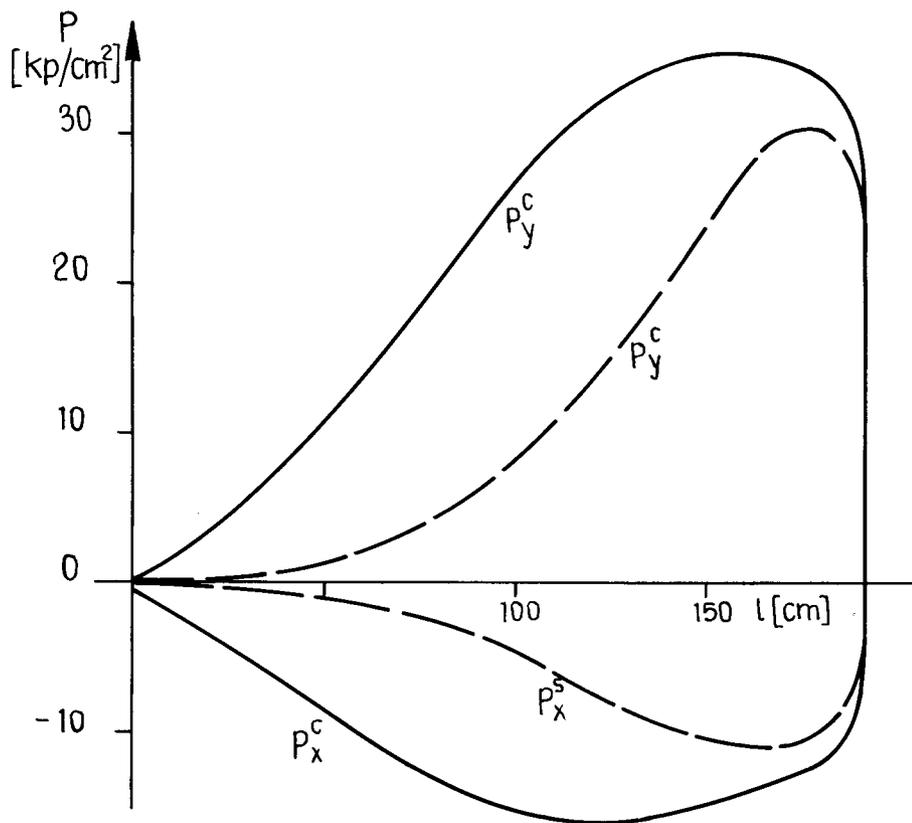
Schwingungsform III. Grades

$$\omega_{0\text{III}} = 777.0 \frac{1}{\text{s}} \quad n_{0\text{III}} = 123,66 \text{ Hz}$$



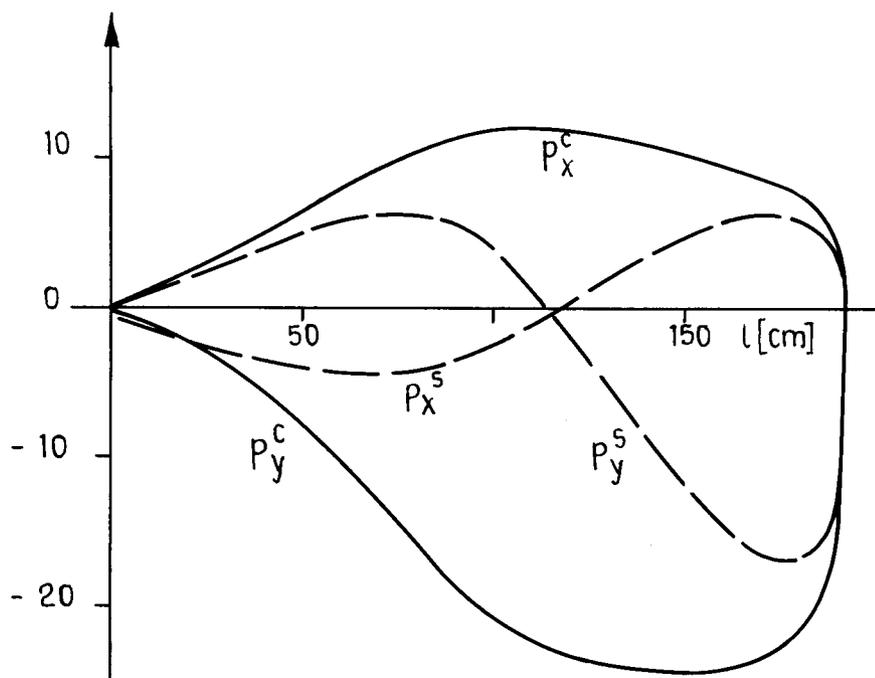
Periphere Nachstromverteilung



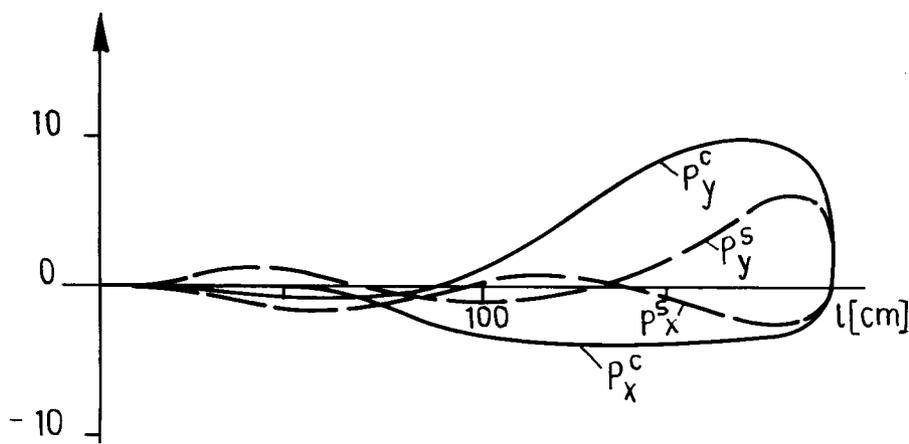


Hydrodynamische
Erregerlasten

1. Ordnung



2. Ordnung



3. Ordnung

