

511 | Juni 1990

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Tao Jiang

**Untersuchung nichtlinearer
Schiffsdynamik mit Auftreten von
Instabilität und Chaos an Beispielen
aus der Offshoretechnik**

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Untersuchung nichtlinearer Schiffsdynamik mit Auftreten von Instabilität und Chaos an Beispielen aus der Offshoretechnik

Tao Jiang, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1990

ISBN: 3-89220-512-4

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

Untersuchung nichtlinearer Schiffsdynamik mit Auftreten von Instabilität und Chaos an Beispielen aus der Offshoretechnik

Dissertation
zur Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der Universität Hamburg

vorgelegt von

Tao Jiang

aus Liaoning, VR China

Hamburg

Juni 1990

(Herr) Tao Jiang

Dienstanschrift:
Germanischer Lloyd
Vorsetzen 32, P.O.Box 111606
D-2000 Hamburg 11
BRD
Tel. (040)36149-312

Privatanschrift:
Hasselbrookstr. 12
D-2000 Hamburg 76
BRD
Tel.(040)252343

Wissenschaftlicher Werdegang:

1966-1972 Besuch der Grundschule in Liaoning
1972-1974 Besuch der Mittelschule in Liaoning
1974-1977 Besuch der Oberschule in Liaoning
1978-1982 Schiffbau-Studium an der TH Dalian, VR China
Abschluß: Bachelor-Grad, Januar 1982
1983-1986 Aufbaustudium am Institut für Schiffbau der Universität Hamburg
Abschluß: Dipl.-Ing.(B) Schiffstechnik, Februar 1986
1986- Wissenschaftlicher Angestellter beim Germanischen Lloyd.

Veröffentlichungen:

Jiang, T.: Simulation der Bewegung langsam vorausfahrender
Großschiffe, Diplomarbeit, Institut für Schiffbau, Hamburg, 1986.

Jiang, T., Schellin, T. E., Sharma, S. D.: Maneuvering simulation of
a tanker moored in a steady current including hydrodynamic memory
effects and stability analysis, *Proceedings of the Int. Conf. on Ship
Manoeurability*, Vol. 1, Paper No. 25, RINA, London, 1987.

Jiang, T., Schellin, T. E.: Motion prediction of a single point
moored tanker subjected to current, wind and waves, *Proceedings of
the 7th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*,
Vol. 2, pp. 317-326, ASME, Houston, 1988, reprinted in
Journal of OMAE, Vol. 112, pp. 83-90, 1990.

Sharma, S. D., Jiang, T., Schellin, T. E.: Dynamic instability and
chaotic motion of a single-point-moored tanker, *Proceedings of the
17th Symposium on Naval Hydrodynamics*, pp. 543-563, The Hague, 1988.

Schellin, T. E., Sharma, S. D., Jiang, T.: Crane ship response to
regular waves: Linearized frequency domain analysis and nonlinear
time domain simulation, *Proceedings of the 8th Int. Conf. on
Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 2,
pp. 627-635, ASME, The Hague, 1989.

Jiang, T., Schellin, T.E., Sharma, S.D.: Crane ship response to
waves groups, *Proceedings of the 9th Int. Conf. on Offshore Mechanics
and Arctic Engineering*, Vol. I, pp. 245-302, ASME,
Houston, 1990.

Schellin, T.E., Jiang, T., Sharma, S.D.: Motion simulation and
dynamic stability of an anchored tanker subject to current, wind
and waves, accepted for publication in *Ship Technology Research*
(Schiffstechnik), in press, 1990.

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 512

Untersuchung nichtlinearer Schiffsdynamik
mit Auftreten von Instabilität und Chaos
an Beispielen aus der Offshoretechnik

von

Jiang Tao

Januar 1991

Danksagung

Die Arbeit entstand während meiner Beschäftigung als wissenschaftlicher Angestellter beim Germanischen Lloyd seit 1986. Allen Kollegen, die mich in dieser Zeit direkt und indirekt unterstützt haben, möchte ich herzlich danken. Besonderen Nutzen habe ich aus der sehr engen Zusammenarbeit mit Herrn Dr. T.E. Schellin und aus zahlreichen Erörterungen mit Herren Dr. H. Matthies und Dr.-Ing. C. Östergaard gezogen. Herrn Dipl.-Ing. E. Pleß schulde ich Dank für sein Interesse an meiner Arbeit und die stetige Förderung.

Herrn Prof. Dr.-Ing. S.D. Sharma vom Institut für Schiffbau der Universität Hamburg danke ich für seine unzähligen Hinweise und Ratschläge sowohl fachlicher als auch sprachlicher Art während der langjährigen Betreuung meiner Promotion. Den Herren Professoren Dr.-Ing. H. Söding vom Institut für Schiffbau der Universität Hamburg und Dr.-Ing. habil. E. Kreuzer vom Arbeitsbereich Meerestechnik II der Technischen Universität Hamburg-Harburg danke ich für hilfreiche Gespräche und wertvolle Hinweise.

Frau I. Jurschek danke ich für die mühevollen Feinarbeit bei der endgültigen Zusammenstellung der Abbildungen. Meiner Frau Shuo Zhang danke ich für ihre uneingeschränkte seelische Unterstützung sowie für die tatkräftige Hilfe bei der Textverarbeitung am Computer.

Kurzfassung

Das dynamische Verhalten eines einpunktverankerten Tankers, eines verankerten A-Bock-Kranschiffes und eines mehrpunktverankerten Pontons wurde mittels der aufgestellten mathematischen Modelle unter Berücksichtigung signifikanter Nichtlinearitäten numerisch untersucht. Statische und dynamische Verzweigungen der Gleichgewichtslage des in konstanter Strömung verankerten Tankers wurden durch lokale lineare Stabilitätsanalysen im Parameterraum identifiziert. Global nichtlineare Simulationen zeigten, daß die Tankerbewegung im autonomen Zustand für die instabilen Fälle durch extrem langsame, selbst-induzierte Schwingungen mit großen Amplituden gekennzeichnet war. Das bei zusätzlicher Erregung durch stationären Wind oder periodische Wellen entstandene chaotische Verhalten zeigte eine außerordentliche Empfindlichkeit gegen Anfangsbedingungen. Es wurden geeignete Maßnahmen zur Stabilisierung des Gleichgewichts bzw. der Bewegung des Tankers gefunden. Für das Kranschiff in regelmäßigen Wellen wurden mittels der Fourier-Analyse Periodenvervielfachung und chaotisches Verhalten festgestellt. Für den verankerten Ponton in regelmäßigen Wellen wurde die Koexistenz zweier verschiedener Attraktoren mit Hilfe der Poincaré-Abbildung veranschaulicht. Chaotisches Verhalten des verankerten Pontons in periodischen Wellengruppen wurde durch einen positiven Ljapunov-Exponenten und die fraktale Ljapunov-Dimension bestätigt.

Abstract

(Title: Investigation of Nonlinear Ship Dynamics Involving Instability and Chaos in Examples from Offshore Technology)

Dynamic behavior of an SPM-tanker, a moored shear-leg crane ship, and a moored barge was numerically investigated using mathematical models that include significant nonlinearities. Static and dynamic bifurcations of the equilibrium of the tanker moored in a constant current were identified by local linear stability analysis in parameter space. Global nonlinear simulations showed that tanker motions in the autonomous mode were characterized by large-amplitude, long-period self-sustained oscillations for the unstable cases. When additionally subjected to a steady wind or periodic waves, tanker motion response became chaotic. In these cases, extreme sensitivity to initial conditions was verified. Suitable measures were found to stabilize the tanker equilibrium and its motion. For the crane ship in regular waves period multiplication and chaotic behavior were determined using Fourier analysis. For the moored barge in regular waves coexistence of two different attractors was demonstrated with Poincaré maps. Chaotic behavior of the moored barge in periodic wave groups was verified by a positive Lyapunov exponent and a fractal Lyapunov dimension.

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis	iii
Abbildungsverzeichnis	iv
Symbolverzeichnis	vi
1 Einleitung	1
2 Mathematische Modelle	5
2.1 Einpunktverankerter Tanker	5
2.1.1 Koordinaten und Kinematik	5
2.1.2 Bewegungsgleichungen	6
2.1.3 Kräftebeschreibung	6
2.2 Verankertes Kranschiff	10
2.2.1 Koordinaten und Kinematik	10
2.2.2 Bewegungsgleichungen	11
2.2.3 Kräftebeschreibung	12
2.3 Mehrpunktverankerter Ponton	15
3 Untersuchungsmethoden	18
3.1 Verallgemeinerte Differentialgleichung	18
3.2 Lokale lineare Stabilitätsanalyse	19
3.2.1 Bestimmung der Gleichgewichtslagen	19
3.2.2 Stabilitätsanalyse um die Gleichgewichtslagen	20
3.2.3 Verzweigungsdiagramme	21
3.3 Globale nichtlineare Simulation	21
3.3.1 Allgemeines	21
3.3.2 Fourier-Analyse	22
3.3.3 Poincaré-Abbildung	24
3.3.4 Ljapunov-Exponenten und Fraktale Dimension	25
4 Zusammenstellung der Ergebnisse	27
4.1 Ergebnisse für den Tanker	27
4.1.1 Parameterbeschreibung	27
4.1.2 Stabilitätsanalyse	28
4.1.3 Hopf-Verzweigungsdiagramm	30
4.1.4 Multi-Verzweigungsdiagramm	32

4.1.5	Vergleich der globalen nichtlinearen Simulationen mit den lokalen linearen Stabilitätsanalysen	33
4.1.6	Langzeitverhalten der Tankerbewegung	35
4.2	Ergebnisse für das Kranschiff	37
4.2.1	Parameterbeschreibung	37
4.2.2	Vergleich der Rechenergebnisse mit Meßergebnissen aus Modellversuchen	37
4.2.3	Nichtlineare Simulationen	39
4.3	Ergebnisse für den verankerten Ponton	41
4.3.1	Parameterbeschreibung	41
4.3.2	Surge-Bewegung des Pontons in harmonischen Wellen	42
4.3.3	Surge-Bewegung des Pontons in periodischen Wellengruppen	43
5	Zusammenfassung und Ausblick	73
	Literaturverzeichnis	75
A	Zustandsmodell	81
A.1	Definition	81
A.2	Parameteridentifikation	83
A.3	Stabilität des Zustandsmodells	85
A.4	Numerische Ergebnisse	86
B	Wellenerregerkräfte	89
B.1	Definition	89
B.2	Approximation der Wellenerregerkräfte erster Ordnung	90
B.3	Approximation der Wellendriftkräfte	91
C	Parametererregte Schwingung	93
C.1	Definition	93
C.2	Parametererregte Schwingung von Kranschniffen	95
D	Ljapunov-Exponenten	99
D.1	Definition	99
D.2	Numerische Berechnung	100
D.2.1	Methode I	101
D.2.2	Methode II	102
D.2.3	Einige Ergebnisse	103

Tabellenverzeichnis

4.1	Hauptabmessungen des untersuchten Tankers	45
4.2	Identifizierte Parametermatrizen des Zustandsmodells für den untersuchten Tanker	45
4.3	Variation der Systemparameter für die Stabilitätsanalyse des Tankers	46
4.4	Hauptdaten des untersuchten Kranschiffes	46
4.5	Identifizierte Parametermatrizen des Zustandsmodells für das untersuchte Kranschiff	46
4.6	Hakenlastabhängige Parameter des untersuchten Kranschiffes	47
4.7	Hauptdaten des Pontons	47
4.8	Einfluß der Wellenamplitude auf die Pontonbewegung	48
4.9	Einfluß der Wellenperiode auf die Pontonbewegung	49
4.10	Einfluß der quadratischen Dämpfung auf die Pontonbewegung	49
C.1	Parameter des Kranschiffes zur Untersuchung der parametererregten Schwingung	97
D.1	Ljapunov-Exponenten des Lorenz-Modells	104
D.2	Ljapunov-Exponenten der Duffing-Gleichung	104

Abbildungsverzeichnis

2.1	Das Schema eines SPM-Systems	16
2.2	Koordinatensysteme für den Tanker	16
2.3	Schema des Kranschiffes und Koordinatensysteme	17
2.4	Koordinatensystem für den Ponton	17
4.1	Spantenriß und Stevenkontur der untersuchten Tankerform	50
4.2	Angenommene Lagen der Ankerklüse am Tanker	50
4.3	Lokale Stabilitätsanalyse für einfache Gleichgewichtslagen des Tankers .	51
4.4	Lokale Stabilitätsanalyse für mehrfache Gleichgewichtslagen des Tankers	52
4.5	Diagramme dynamischer Verzweigungen im Parameterraum für den Tanker	53
4.6	Multi-Verzweigungsdiagramme für den Tanker (Modellbedingung) . . .	55
4.7	Multi-Verzweigungsdiagramme für den Tanker (Großausführung)	56
4.8	Simulierte Tankerbewegungen (Modellbedingung) mit und ohne Vorge- schichtseinfluß	58
4.9	Simulierte Tankerbewegungen (Modellbedingung) mit und ohne Ruderlegen	58
4.10	Simulierte Tankerbewegungen (Modellbedingung) mit und ohne Rückwärts- drehen des Propellers	59
4.11	Simulierte Tankerbewegungen (Modellbedingung) mit asymmetrisch und symmetrisch eingerichteter Ankerklüsenlage	59
4.12	Simulierte Tankerbewegungen entsprechend dem Parameterpunkt S_1 . .	60
4.13	Simulierte Tankerbewegungen entsprechend dem Parameterpunkt S_2 . .	60
4.14	Vier repräsentative Attraktoren der Tankerbewegung (Großausführung) im drei-dimensionalen Zustandsunterraum x, y, ψ	61
4.15	Langzeitverhalten der Tankerbewegung (Großausführung) in konstanter Strömung	62
4.16	Das qualitative globale Langzeitverhalten der Tankerbewegung in kon- stanter Strömung bei dynamischer (Hopf-) Verzweigung	63
4.17	Langzeitverhalten der Tankerbewegung (Großausführung) in konstanter Strömung mit entgegengesetztem stationärem Wind	64
4.18	Langzeitverhalten der Tankerbewegung (Großausführung) in konstanter Strömung mit entgegengesetzt laufenden periodischen Wellengruppen .	65
4.19	Empfindlichkeit des chaotischen Verhaltens gegen Anfangsbedingungen im autonomen System	66
4.20	Empfindlichkeit des chaotischen Verhaltens gegen Anfangsbedingungen im nichtautonomen System	66
4.21	Kranschiff in regelmäßigen Wellen von vorn: Vergleich der Rechenergeb- nisse mit Meßergebnissen aus Modellversuchen	67

4.22	Simulierte Kranschiffsbewegung in regelmäßigen Wellen von vorn mit 0.5 m Amplitude und 5.0 s Periode	68
4.23	Simulierte Kranschiffsbewegung in regelmäßigen Wellen von vorn mit 0.5 m Amplitude und 15.0 s Periode	68
4.24	Simulierte Kranschiffsbewegung in regelmäßigen Wellen von vorn mit 0.5 m Amplitude und 9.75 s Periode	69
4.25	Empfindlichkeit der chaotischen Pendelbewegung des Kranschliffes gegen Anfangsbedingungen	69
4.26	Einfluß der Rückstellcharakteristik auf die chaotische Bewegung des Kranschliffes	69
4.27	Einfluß der Wellenamplituden auf die chaotische Bewegung des Kranschliffes	70
4.28	Simulierte Surge-Bewegung des verankerten Pontons in harmonischen Wellen von vorn	71
4.29	Simulierte Surge-Bewegung des verankerten Pontons in periodischen Wellengruppen von vorn	72
A.1	Hydrodynamische Massen und Dämpfungen des untersuchten Tankers .	87
A.2	Hydrodynamische Massen und Dämpfungen des untersuchten Kranschliffes	88
C.1	Veranschaulichung der parametererregten Schwingung des untersuchten Kranschliffes	98
D.1	Veranschaulichung von Referenztrajektorie und benachbarter Trajektorie	104
D.2	Flußdiagramm der Methode I zur numerischen Berechnung des maximalen Ljapunov-Exponenten	105
D.3	Flußdiagramm der Methode II zur numerischen Berechnung des Ljapunov-Spektrums	106

Symbolverzeichnis

Die nachfolgenden Symbole entsprechen weitgehend den Empfehlungen der ITTC. In den Anhängen werden zusätzlich weitere Symbole benötigt, die nur dort erklärt sind.

A	Ankerklüsenpunkt am Tanker bzw. Lastaufhängepunkt am Kranschiff, auch als Index
A_j	Wellenamplitude für $j = 1, 2, \dots, N$
A_L	Überwasserlateralfäche
A_T	Überwasserfrontalfäche
A_W	Wasserlinienfläche
A	Jacobimatrix der verallgemeinerten Differentialgleichung
A_k	Parametermatrizen des Zustandsmodells für $k = 0, 1, \dots, n$
a	Hydrodynamische Trägheitsmatrix
B	Breite des Tankers oder Kranpontons
B_k	Parametermatrizen des Zustandsmodells für $k = 0, 1, \dots, n$
b	Hydrodynamische Dämpfungsmatrix
C	Index für Strömung (Current)
C_A	Rückstellkoeffizient der Einpunktverankerung
C_{DX}, C_{DY}	Koeffizienten der quadratischen Dämpfung bei der Längs- und Querbewegung des Kranpontons
C_R	Elastizitätskoeffizient des Hubseils
C_{XS}, C_{YS}, C_{NS}	Driftkoeffizienten für den Tanker
C_{XW}, C_{YW}, C_{NW}	Windkraftkoeffizienten für den Tanker
$C_{1x}, C_{1y}, C_{1\psi}$	Lineare Rückstellkoeffizienten der Verankerung für den Kranponton
$C_{3x}, C_{3y}, C_{3\psi}$	Kubische Rückstellkoeffizienten der Verankerung für den Kranponton
c	Parametervektor der verallgemeinerten Differentialgleichung
D_L	Ljapunov-Dimension
E	Index für Gleichgewichts (Equilibrium)
e_x, e_y	Einsvektor in x -, y - Richtung für das Kranschiff
F	Kraftwinder bezogen auf den Schiffsmittelpunkt
F_A	Horizontale Komponente der Trossenkraft am Tanker
F_T	Hubseilkraft am Kranschiff
f	Funktionsvektor der verallgemeinerten Differentialgleichung
G	Schwerpunkt, auch als Index
G	Driftkraftkoeffizientenvektor
g	Erdbeschleunigung
H	Übertragungsfunktionsvektor der Wellenkräfte erster Ordnung
h	Wassertiefe
I	Einsmatrix

I_{ij}	Trägheitsmomente des Kranschiffes für $i, j = 1, 2, 3$
I_{zz}	Trägheitsmoment des Tankers um die z -Achse
i	Imaginäreinheit $\sqrt{-1}$
k_j	Kreiswellenzahl für $j = 1, 2, \dots, N$
L	Länge zwischen den Loten des Tankers oder Kranpontons
\mathbf{L}	Übertragungsfunktionsvektor der linearen hydrodynamischen Response-Kräfte
L_A	Horizontaler Abstand zwischen der Ankerklüse A und dem Verankerungspunkt P
L_{AU}	Ungespannte horizontale Trossenlänge
l	Momentane Hubseillänge
l_U	Ungespannte Hubseillänge
L, M, N	Roll-, Stampf- und Giermomente der resultierenden äußeren Kraft
M	Index für Vorgeschichtseinfluß (Memory) bei hydrodynamischen Response-Kräften am Tanker
M	Index für Verankerungskräfte (Mooring) am Kranschiff
\mathbf{M}	Verallgemeinerte Trägheitsmatrix für das Kranschiff
m	Masse des Tankers oder Kranpontons
m	Dimension des Parametervektors
m_P	Masse der Hakenlast am Kranschiff
N	Anzahl der Wellenkomponenten
N	Anzahl der Werte der auszuwertenden Zeitreihe
n	Propellerdrehrate
n	Dimension der verallgemeinerten Differentialgleichung
$n + 1$	Dimension des Zustandsmodells
O	Schiffsmittelpunkt, auch als Index
O_o	Gleichgewichtslage von O
$Oxyz$	Schiffsfestes Koordinatensystem
$O_o x_o y_o z_o$	Erdfestes Koordinatensystem
\overline{OM}_L	Metazentrische Höhe bei Vertrimmung des Kranpontons
\overline{OM}_T	Metazentrische Höhe bei Krängung des Kranpontons
P	Verankerungspunkt für den Tanker
P	Schwerpunkt der Hakenlast, auch als Index
Q	Propellerdrehmoment
R_{x_j}	Autokorrelationsfunktion der Zeitreihe x_j
r	Giergeschwindigkeit des Tankers
S	Index für Wellenerregung (Seegang)
S_j	Leistungsspektrum der Zeitreihe x_j
s_k	Zustandsvektoren für $k = 0, 1, \dots, n$
T	Zeichen für das Transponieren eines Vektors oder einer Matrix
T	Tiefgang des Tankers oder Kranpontons
T	Dauer einer Zeitreihe oder Erregerperiode
T_G	Periode einer Wellengruppe
T_j	Wellenperiode für $j = 1, 2, \dots, N$
T_0	Grundperiode für die Poincaré-Abbildung oder Fourier-Analyse
\mathbf{T}_o	Transformationsmatrix der Koordinatensysteme für das Kranschiff
t	Zeit

\mathbf{u}	Bewegungsvektor des Kranpontons $\{x_0, y_0, z_0, \varphi, \vartheta, \psi\}^T$
u, v	Komponenten der Tankergeschwindigkeit über Grund
$u_{\text{rel}}, v_{\text{rel}}$	Komponenten der relativen Tankergeschwindigkeit gegen das umgebende Wasser
V_C	Strömungsgeschwindigkeit
V_W	Windgeschwindigkeit
X, Y, Z	Komponenten der resultierenden äußeren Kraft in x, y, z -Richtung
X_j	Fourier-Transformation der Zeitreihe x_j
X_{jA}	Amplitudenspektrum der Zeitreihe x_j
x_j	Zeitreihe einer Zustandsgröße für $j = 1, 2, \dots, N$
\bar{x}_j	Mittelwert der Zeitreihe x_j
xyz	Schiffsfeste Koordinaten
$x_A y_A z_A$	Schiffsfeste Koordinaten des Anhängerepunkts am Kranschiff
$x_A y_A$	Schiffsfeste Koordinaten der Ankerklüse am Tanker
$x_G y_G z_G$	Schiffsfeste Koordinaten des Schwerpunkts
$x_{oE} y_{oE} \psi_E$	Koordinaten des Schiffsmittelpunkts in der Gleichgewichtslage
$x_o y_o z_o$	Erdfeste Koordinaten
\mathbf{x}	Zustandsvektor der verallgemeinerten Differentialgleichung
\mathbf{x}_E	Gleichgewichtsvektor
\mathbf{y}	Störvektor der linearen Stabilitätsanalyse
\mathbf{z}	Erweiterter Zustandsvektor
α	Winkel des Lastpendels zur e_x -Achse
β	Winkel des auf die yz -Ebene projizierten Lastpendels zur e_y -Achse
ΔL_A	Momentane horizontale Längenänderung der Trosse $L_A - L_{AU}$
Δl	Momentane Ausdehnung des Hubseils $l - l_U$
Δt	Zeitschritt der Zeitreihe x_j
ζ	Wellenerhebung
δ	Ruderwinkel des Tankers
δ_{ij}	Kronecker-Symbol = 0, falls $i \neq j$, und 1, falls $i = j$
η	Hilbert-Transformierte von ζ
ϑ	Stampfwinkel
λ_j	Ljapunov-Exponent für $j = 1, 2, \dots, n$
ξ	Welleneinhüllende
ρ	Massendichte des Wassers
ρ_A	Massendichte der Luft
ρ_K	Massendichte des festen Körpers vom Kranschiff
σ	Eigenwert der Jacobimatrix \mathbf{A}
τ	Autokorrelationszeit
φ	Rollwinkel
ψ_C, ψ_S, ψ_W	Richtung für Strömung, Seegang und Wind
ω	Kreisfrequenz
ω_j	Wellenkreisfrequenz für $j = 1, 2, \dots, N$
ω_0	Mittlere Kreisfrequenz der Wellengruppe
∇	Verdrängungsvolumen des Tankers

1 Einleitung

Viele dynamische Systeme im Schiffbau und in der Offshoretechnik enthalten signifikante Nichtlinearitäten. Zur Untersuchung nichtlinearer Systeme reicht die herkömmliche lineare Analyse nicht mehr aus. Sie führt oft zu unrealistischen Aussagen. Eine genaue Modellierung solcher Systeme nach dem Newtonschen Gesetz führt auf nichtlineare Differentialgleichungen, die selbst wieder als nichtlineare dynamische Systeme bezeichnet werden können. Die Lösungen nichtlinearer dynamischer Systeme lassen sich im allgemeinen nicht analytisch beschreiben, sondern nur numerisch simulieren.

In der letzten Zeit wurde die nichtlineare Dynamik sowohl im Schiffbau als auch in der Offshoretechnik bereits mehrfach untersucht. Nayfeh [44] und Nayfeh und Sanchez [45] betrachteten die entkoppelte nichtlineare Rollbewegung eines Schiffes. Patel und Witz [54] zogen dagegen die Rollinstabilität eines Halbtauchers in Betracht. Virgin und Bishop [74] demonstrierten das komplizierte dynamische Verhalten der nichtlinearen Rollbewegung an den Beispielen eines Schiffes und eines Halbtauchers. Thompson et al. [70] und Liaw [35], [36] untersuchten die nichtlineare Dynamik eines gelenkigen Turms. Schellin et al. [60] und Jiang et al. [25] haben das Problem der Handhabung einer pendelnden Last am Kranschiff aufgegriffen. Bernitsas und Kekridis [4] verfolgten die Instabilität des Schleppvorgangs. Bernitsas und Papoulias [5] und Papoulias [52] analysierten das nichtlineare dynamische Verhalten eines einpunktverankerten Tankers im autonomen Zustand. Wichers [76] und Aghamohammadi und Thompson [1] zeigten sowohl experimentell als auch numerisch die Instabilität der Einpunktverankerung an Schiffsmodellen auf. Jiang et al. [26], Jiang und Schellin [24] und Sharma et al. [65] haben die Instabilität eines einpunktverankerten Tankers umfassend untersucht und dabei auch praktische Maßnahmen zur Stabilisierung der Tankerbewegung anhand der numerischen Berechnung gefunden. Schellin et al. [59] haben auch die mit der Einpunktverankerung verwandte Problematik der Notverankerung eines Tankers behandelt.

Die oben erwähnten Arbeiten haben ausnahmslos bestätigt, daß das Bewegungsverhalten nichtlinearer Schiffsdynamik sehr kompliziert sein kann, selbst wenn die Systeme voll deterministisch sind. Das Wort *deterministisch* bedeutet hier speziell, daß zum einen das dynamische System durch die auf dem Newtonschen Gesetz basierenden Differentialgleichungen eindeutig beschrieben ist und zum anderen die äußere Erregung entweder stationär oder periodisch ist, wie z.B. konstante Strömung, stationärer Wind, regelmäßige Wellen usw. Das asymptotische Bewegungsverhalten nichtlinearer Systeme kann sich grundlegend qualitativ verändern, wenn ein oder mehrere Systemparameter im interessierenden Bereich leicht variieren. Es ergeben sich z.B. Fixpunkt, Grenzzyklus, Torus usw. bis hin zum Chaos. *Unter Chaos versteht man das unregelmäßige Verhalten eines dynamischen Systems mit deterministischen Zustandsgleichungen bei deterministi-*

scher Erregung. Es kann nur in nichtlinearen Systemen auftreten. Für ein gewöhnliches nichtlineares Differentialgleichungssystem ist die niedrigste Dimension chaotischer Systeme gleich 3. Im übrigen kann ein System, das chaotisches Verhalten aufweist, sehr einfach sein, z.B. ein gewöhnliches, harmonisch erregtes Pendel. Das sogenannte deterministische Chaos unterscheidet sich von den bekannten stochastischen Prozessen vor allem dadurch, daß hierbei keine stochastische Erregung vorhanden ist. Ein besonderes Merkmal des deterministischen Chaos ist die außerordentliche Empfindlichkeit gegen Störungen der Anfangsbedingungen. Ferner können auch verschiedene asymptotische Bewegungsverhalten innerhalb des interessierenden Bereiches im Zustandsraum bei identischen Parameterwerten gleichzeitig auftreten, man spricht dann von einer Koexistenz verschiedener Attraktoren.

In der hier vorliegenden Arbeit wird nichtlineare deterministische Schiffsdynamik mit Auftreten von Instabilität und Chaos an drei Beispielen aus der Offshoretechnik numerisch untersucht. Das erste Beispiel ist ein einpunktverankerter Tanker bei Be- und Entladung von Rohöl an einer Offshore-Station. Das zweite Beispiel ist ein verankertes A-Bock-Kranschiff mit pendelnder Last, z.B. beim Auf- und Absetzen von großen Lasten im Hafen, beim Brückenbau und in den Offshore-Installationen an der Küste. Das dritte Beispiel ist ein mehrpunktverankerter Ponton. Pontons werden oft zum Transportieren von großen Offshorebauwerken benutzt. Die Einsatzgrenzen solcher schiffbaulicher und meerestechnischer Systeme sind meistens durch Strömung, Wind und Seegang gegeben. Die Untersuchung des dynamischen Verhaltens solcher Systeme ist daher von praktischer Bedeutung.

Die drei ausgewählten Systeme sind repräsentativ für die Offshoretechnik, vgl. Clauss et al. [8]. Technisch gesehen können sie in die Einpunkt- und Mehrpunktverankerung unterteilt werden, siehe Schellin [58]. Der einpunktverankerte Tanker gehört zu dem Einpunktverankerungssystem (auch Single-Point-Mooring System genannt, abgekürzt mit SPM-System). Das Kranschiff und der Ponton am Einsatzort sind meistens mehrpunktverankert (auch Multi-Legged-Mooring System genannt, abgekürzt mit MLM-System). Eine Gemeinsamkeit der beiden Verankerungssysteme ist durch die Nichtlinearität in der Rückstellkraft der Verankerung gegeben. Hierbei wird die Rückstellkraft mit einem Polynom der horizontalen Bewegungen angenähert. Die entsprechenden Koeffizienten des Polynoms werden entweder empirisch erfaßt oder anhand numerischer Berechnung approximiert. Die Rückstellkraft der Verankerung wirkt manchmal sogar ruckartig bzw. stoßähnlich auf das verankerte System. Dies hat zur Folge, daß die hydrodynamischen Response-Kräfte nicht nur wie gewöhnlich von den momentanen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, sondern auch von der gesamten Bewegungsvorgeschichte abhängen. Ein dafür geeignetes Modell zur Beschreibung des linearen Anteils der hydrodynamischen Response-Kräfte ist das von Schmiechen [61] empfohlene Zustandsmodell. Inzwischen wurde das Zustandsmodell in der Schiffsdynamik mehrfach verwendet. Eine Besonderheit des SPM-Systems sind die außerordentlich großen horizontalen Bewegungen. Diese erfordern eine genaue Beschreibung der komplizierten nichtlinearen Zusammenhänge zwischen verschiedenen hydrodynamischen Kräften und Bewegungen. Ein dafür geeignetes Modell ist das von Sharma und Zimmermann [64] [66] eingeführte und von Oltmann und Sharma [50] vollständig dokumentierte Vierquadrantenmodell. Dieses auf physikalischen Modellversuchen basierende mathematische Modell beschreibt

die quasistationären nichtlinearen Response- und Steuerkräfte sowie die Wechselwirkung zwischen Rumpf, Propeller und Ruder in vier Quadranten, d.h. für Vorwärts- und Rückwärtsfahrt des Schiffes in Verbindung mit Vorwärts- und Rückwärtsdrehung der Schraube.

Ein wichtiges Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, einige moderne numerische Untersuchungsmethoden nichtlinearer Systeme vorzustellen. Dabei steht die Anwendung solcher Untersuchungsmethoden auf die technischen nichtlinearen Probleme im Vordergrund. Anhand der drei ausgewählten meerestechnischen Systeme soll insbesondere das systematische Vorgehen zur Lösung nichtlinearer Schiffsdynamik verdeutlicht werden. Kreuzer [29] stellte viele moderne numerische Untersuchungsmethoden mit mathematischen Ableitungen und theoretischen Begründungen zusammen. Als besonders geeignet und leicht anwendbar für die hier betrachteten Systeme erweisen sich die folgenden Untersuchungsmethoden:

- Lokale lineare Stabilitätsanalyse
- Fourier-Analyse
- Poincaré-Abbildung
- Bestimmung der Ljapunov-Exponenten bzw. -Dimension.

Numerische Simulation allein liefert im allgemeinen noch keine ausreichenden Informationen. Viele praktische Aussagen können erst durch weitere numerische Analysen mit Hilfe geeigneter Untersuchungsmethoden erhalten werden. Die Anwendung verschiedener Untersuchungsmethoden ist oft durch den hohen rechnerischen Aufwand und die physikalische Kompliziertheit technischer Systeme (z.B. zu große Anzahl von Freiheitsgraden oder zu langsamer Einschwingvorgang) eingeschränkt. Es gibt keine einzelne Methode, die in jedem System funktioniert und alle Fragen des betrachteten Systems befriedigend beantworten kann. Für ein und dasselbe System müssen oft verschiedene Methoden gleichzeitig verwendet werden.

Ein besonderes Anliegen dieser Arbeit ist es, das dynamische Verhalten der betrachteten Systeme vorherzusagen und damit die Sicherheit im Betrieb zu erhöhen. Dazu ist es notwendig, zuerst die für die instabilen Gleichgewichtslagen und Bewegungen verantwortlichen Parameter und deren kritische Bereiche einzelner Parameter zu identifizieren und dann die möglichen Maßnahmen zur Stabilisierung zu finden. Das Erstere setzt eine systematische Variation der Parameterwerte voraus. Das Letztere erfordert eine genaue Erkennung physikalischer Zusammenhänge verschiedener Einflüsse der Parameter. Dies ist nur möglich, wenn die benutzten mathematischen Modelle realistisch und zuverlässig sind. Dabei kann die Beschränkung auf deterministische Systeme die Untersuchung erheblich erleichtern. Deshalb werden alle Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit unter deterministischen Bedingungen durchgeführt, d.h. die Erregung ist entweder stationär oder periodisch.

Die mathematischen Modelle der drei untersuchten Systeme werden im Abschnitt 2 beschrieben. Dabei wird auf ausführliche mathematische Ableitungen, die entweder in den zitierten Arbeiten oder in den Anhängen zu finden sind, verzichtet. Vielmehr werden

die physikalischen Zusammenhänge und die praktischen Formulierungen verschiedener Kräfteanteile diskutiert. Im Abschnitt 3 folgt eine kurze mathematische Beschreibung der angewendeten Untersuchungsmethoden. An vielen Stellen fehlen die strengen mathematischen Ableitungen, die man aber in den zitierten Arbeiten finden kann. Dagegen werden die entsprechenden Anwendungen auf technische Probleme kritisch erörtert. Im Abschnitt 4 werden die für die drei untersuchten Systeme erzielten Ergebnisse zusammengestellt. Viele mathematische Begriffe und ihre Erklärungen werden erst durch die Diskussion der Ergebnisse verständlich. Auch die physikalischen Zusammenhänge der komplizierten Schiffsdynamik und die praktische Bedeutung dieser Arbeit sind in den einzelnen Ergebnissen leichter zu erkennen. Im Anhang A wird das sog. Zustandsmodell abgeleitet und die vollständige Beschreibung der linearen hydrodynamischen Response-Kräfte angegeben. Im Anhang B folgt eine Zusammenfassung der in der Meerestechnik üblichen Darstellung der Wellenerregerkräfte. Im Anhang C wird die mit dem Kranschiff zusammenhängende parametererregte Schwingung behandelt. Im Anhang D werden die mathematische Beschreibung und die numerischen Berechnungen der Ljapunov-Exponenten bzw. -Dimension gesondert diskutiert, denn diese gelten als die zuverlässigsten Kriterien zur Beurteilung der Instabilität nichtlinearer Systeme.

2 Mathematische Modelle

2.1 Einpunktverankerter Tanker

2.1.1 Koordinaten und Kinematik

Das typische Schema eines Einpunktverankerungssystems (auch Single-Point-Mooring, kurz SPM genannt) ist in Abb. 2.1 dargestellt. Eine Besonderheit dieses Systems sind die in der horizontalen Ebene möglichen Schwingungen mit großen Amplituden und extrem langen Perioden (in der Regel 20 bis 60 Minuten). Dies hat zur Folge, daß gewisse Nicht-linearitäten sowohl in der Schiffsdynamik als auch in der Rückstellkraft der Verankerung beim Aufbau des mathematischen Modells mit erfaßt werden müssen. Das in Abb. 2.1 dargestellte SPM-System kann unter Berücksichtigung der verhältnismäßig kleinen Bewegung der Verankerungsboje mathematisch auf das System in Abb. 2.2 vereinfacht werden. Zuerst wird das erdfeste Koordinatensystem $Px_o y_o$ am Referenzverankerungspunkt P zentriert. Insbesondere sind x_o, y_o die Koordinaten des Schiffsmittelpunktes O, und ψ ist der Kurswinkel. Um die von den Schiffsbewegungen und Steuervariablen abhängigen hydrodynamischen Response- und Steuerkräfte einfacher darzustellen, wird das schiffsfeste Koordinatensystem Oxy benutzt. Die kinematischen Beziehungen zwischen den beiden Koordinatensystemen lauten:

$$\dot{x}_o = u \cos \psi - v \sin \psi \quad (2.1)$$

$$\dot{y}_o = v \cos \psi + u \sin \psi \quad (2.2)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (2.3)$$

wobei u, v die Längs- bzw. Seitengeschwindigkeit und r die Giergeschwindigkeit des Schiffs sind. Der Schiffsschwerpunkt wird mit dem Buchstaben G bzw. den schiffsfesten Koordinaten x_G, y_G bezeichnet. Der Angriffspunkt der Trossenkraft (Ankerklüsenpunkt) wird mit dem Buchstaben A bzw. den schiffsfesten Koordinaten x_A, y_A beschrieben. Schließlich werden die Koordinaten L_A, ψ_A für manche Zwecke alternativ zu den Koordinaten x_o, y_o bereitgehalten. Dabei ist L_A die horizontale Trossenlänge und ψ_A der horizontale Winkel zwischen der Trosse und der x_o -Achse. Die zugehörige geometrische Beziehung lautet:

$$x_o = -L_A \cos \psi_A - x_A \cos \psi + y_A \sin \psi \quad (2.4)$$

$$y_o = -L_A \sin \psi_A - x_A \sin \psi - y_A \cos \psi \quad (2.5)$$

Zwischen den Schiffsgeschwindigkeitskomponenten u, v über Grund und $u_{\text{rel}}, v_{\text{rel}}$ gegen das mit der Geschwindigkeit V_C in Richtung ψ_C strömende Wasser gilt die folgende Beziehung:

$$u_{\text{rel}} = u - V_C \cos(\psi_C - \psi) \quad (2.6)$$

$$v_{\text{rel}} = v - V_C \sin(\psi_C - \psi) \quad (2.7)$$

In der vorliegenden Arbeit wird ψ_C ohne Einschränkung der Allgemeinheit mit 180° angenommen. Ferner bezeichnen V_W und ψ_W die absolute Windgeschwindigkeit bzw. deren Richtung und ψ_S die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Wellen.

2.1.2 Bewegungsgleichungen

Das Schiff wird als ein in der horizontalen Ebene beweglicher starrer Körper mit drei Freiheitsgeraden (Längs- und Querversetzen sowie Gieren) betrachtet. Die mögliche kleine Kopplungswirkung von Tauchen, Rollen und Stampfen wird vernachlässigt. Die auf dem Newtonschen Bewegungsgesetz beruhenden Eulerschen Bewegungsgleichungen für das Schiff können dann in folgender Standardform dargestellt werden:

$$(\dot{u} - vr - r^2 x_G)m = X \quad (2.8)$$

$$(\dot{v} + ur + \dot{r} x_G)m = Y \quad (2.9)$$

$$\dot{r} I_{zz} + (\dot{v} + ur)x_G m = N \quad (2.10)$$

wobei m die Schiffsmasse und I_{zz} das Trägheitsmoment um die durch den Punkt O gehende vertikale Achse ist. X, Y sind die Komponenten der auf das schiffsfeste Koordinatensystem bezogenen resultierenden äußeren Kraft, und N ist deren Moment um O. Unter Vernachlässigung gewisser Wechselwirkungen verschiedener physikalischer Phänomene kann der Kraftwinder $\mathbf{F} = \{X, Y, N\}^T$ als lineare Überlagerung aus folgenden fünf Anteilen betrachtet werden:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_Q + \mathbf{F}_M + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_W + \mathbf{F}_S \quad (2.11)$$

wobei die Indizes Q, M, A, W, S die jeweiligen Abkürzungen der englischen Bezeichnungen *Quasi steady* (quasistationär), *Memory* (Vorgeschichtseinfluß), *Anchor line* (Verankerungstrosse), *Wind* (Wind) und *Sea waves* (Seegang) sind. Das Zeichen T bedeutet das Transponieren eines Vektors oder einer Matrix.

2.1.3 Kräftebeschreibung

Die quasistationären Kräfte

Die quasistationären Kräfte werden in der vorliegenden Arbeit durch das sog. Vierquadrantenmodell beschrieben. Dieses Modell wurde erstmals von Sharma und Zimmermann [66] und Sharma [64] in Ansätzen vorgestellt. Eine umfassende vollständige Beschreibung mit den begleitenden Beispielen für die Manövriersimulation wurde von Oltmann und Sharma in [50] publiziert. Es folgt eine Zusammenfassung der Grundgedanken dieses Modells. Die genaue Beschreibung kann an der eben zitierten Stelle nachgelesen werden. Die formelle Darstellung der quasistationären Kräfte lautet:

$$X_Q = X_{HI} + X_{HL} - R_T + X_P + X_R \quad (2.12)$$

$$Y_Q = Y_{HI} + Y_{HL} + Y_{HC} + Y_P + Y_R \quad (2.13)$$

$$N_Q = N_{HI} + N_{HL} + N_{HC} + N_P + N_R \quad (2.14)$$

Hierbei stehen die Indizes H für *Hull* (Rumpf), P für Propeller und R für Ruder sowie I für ideale Flüssigkeit, L für *Lift* (Auftrieb) und C für *Crossflow* (Querumströmung). Gemeint ist mit I die in einer idealen Strömung nach der Potentialtheorie allein auftretende, im wesentlichen als hydrodynamische Trägheit deutbare Kraftwirkung, mit L die nach der Einführung von Zirkulation mittels der Wirbeltheorie erklärable Tragflügelwirkung eines schräg angeströmten Schiffsrumpfs und mit C die praktisch nur durch Reibung und Strömungsablösung erklärbaren großen Widerstandskräfte gegen die Querbewegung. Für den gewöhnlichen Gesamtwiderstand gegen die reine Längsbewegung wird das Standardsymbol R_T beibehalten. Der Kraftwinder $\{X_Q, Y_Q, N_Q\}$ hängt von den Beschleunigungen $\dot{u}_{rel}, \dot{v}_{rel}, \dot{r}$ zwar linear, aber von den Geschwindigkeiten u_{rel}, v_{rel}, r und den Steuerparametern n (Propellerdrehrate) und δ (Ruderwinkel) hochgradig nichtlinear ab. Die expliziten Formeln aller Kräfte-Anteile sind in der Arbeit [50] angegeben und werden hier nicht wiedergegeben. Wichtig ist es hierbei, drei Besonderheiten des Vierquadrantenmodells zu erwähnen. Erstens wurde im Vergleich zu den traditionellen Manövriermodellen, z.B. von Mandel [38], das Vierquadrantenmodell ausdrücklich für Simulationen manövrierender Schiffe bei beliebigen Ruder- und Maschinenmanövern einschließlich der Nulldurchgänge $u = n = 0$ konzipiert und eignet sich daher besonders für die Simulation langsam bewegter Schiffe, so z.B. eines verankerten Tankers. Zweitens geschieht die Trennung der Kraftanteile lediglich formal rechnerisch. Die entsprechenden Parameter des Vierquadrantenmodells werden durch Anpassung an die im Modellversuch gemessenen Gesamtkräfte ermittelt, d.h. sämtliche realen Wechselwirkungen zwischen Rumpf, Propeller und Ruder sind zwangsläufig eingeschlossen. Drittens kann der hauptsächlich von der Reynoldszahl abhängige Maßstabseffekt z.B. nach der ITTC Standardformel abgeschätzt werden. Dies ist besonders wichtig für die Propeller- und Ruderkräfte.

Der lineare Vorgeschichtseinfluß

Das oben erläuterte quasistationäre Modell wurde ursprünglich für normale Manöver mittels schiffseigener Steuerorgane entwickelt. Um die Wirkung von stoßartig auf das Schiff aufgebrachten äußeren Kräften, z.B. der auf das Schiff wirkenden Trossenkraft, hinreichend erfassen zu können, muß die Nachwirkung der gesamten Bewegungsvorgeschichte auf die hydrodynamischen Response-Kräfte berücksichtigt werden. Eine solche Nachwirkung bei halbbegrenzter Flüssigkeit wird hauptsächlich durch Wellenbildung auf der freien Oberfläche, durch Strömungsablösung und Wirbelbildung am Rumpf verursacht. In dieser Arbeit wird lediglich die Nachwirkung der Wellenbildung in idealer Strömung betrachtet. Dafür existieren grundsätzlich zwei Verfahren. Das eine läßt sich auf die traditionelle Faltungstheorie zurückführen, siehe Tick [72]. Das andere basiert auf dem von Schmiechen [61] vorgeschlagenen Zustandsmodell. In der Arbeit von Jiang et al. [26] wurden beide Methoden wieder vorgestellt und vor allem deren Zusammenhänge diskutiert.

In der vorliegenden Arbeit wird das Zustandsmodell verwendet. Dies liegt erstens daran, daß die Rechenzeit für die Simulation im Vergleich zur Faltungstheorie erheblich reduziert wird. Zweitens kommt hinzu, daß die Identifikation der System-eigenfrequenzen wegen der bereitgestellten Zustandsgleichungen des Zustandsmodells wesentlich einfacher ist. Drittens erleichtert das Zustandsmodell die Stabilitätsanalyse

der gesamten Systemdynamik. Im Anhang A ist eine ausführliche Beschreibung des Zustandsmodells mit entsprechenden mathematischen Ableitungen angegeben. Die Formulierung des rein vorgeschichtsabhängigen Kraftwinders \mathbf{F}_M ist gegeben durch, siehe Jiang et al. [26]:

$$\mathbf{F}_M = [\mathbf{a}(0) - \mathbf{a}(\infty)]\dot{\mathbf{v}} + [\mathbf{b}(0) - \mathbf{b}(\infty)]\mathbf{v} + \mathbf{s}_0 \quad (2.15)$$

$$\dot{\mathbf{s}}_{n-k} = \mathbf{s}_{n+1-k} - \mathbf{A}_k \mathbf{s}_0 - \mathbf{B}_k \mathbf{v} \quad (2.16)$$

mit $k = 0, 1, \dots, n$ und $\mathbf{s}_{n+1} = \mathbf{0}$

Hierbei bezeichnet \mathbf{v} den Geschwindigkeitsvektor $\{u_{\text{rel}}, v_{\text{rel}}, r\}^T$ und $\dot{\mathbf{v}}$ den Beschleunigungsvektor $\{\dot{u}_{\text{rel}}, \dot{v}_{\text{rel}}, \dot{r}\}^T$, \mathbf{s}_k sind die Zustandsvektoren der Dimension 3 für jeden k -Wert. \mathbf{A}_k und \mathbf{B}_k sind 3×3 Parametermatrizen für jeden k -Wert. Die insgesamt $2 \times (n+1) \times 3 \times 3$ Parameter können anhand der im Frequenzbereich theoretisch vorberechneten hydrodynamischen 3×3 Trägheitsmatrizen $\mathbf{a}(\omega)$ und Dämpfungsmatrizen $\mathbf{b}(\omega)$ identifiziert werden (siehe Anhang A).

Die Trossenkräfte

Die hochgradig nichtlineare Beziehung zwischen der horizontalen Komponente der Trossenkraft und der momentanen horizontalen Längenänderung der Trosse im gesamten Verankerungssystem wird durch folgende empirische Formel approximiert:

$$F_A = \frac{1}{2}[1 + \text{sgn}(\Delta L_A)]C_A(\Delta L_A)^4 \quad (2.17)$$

mit $\Delta L_A = L_A - L_{AU}$

wobei F_A die horizontale Komponente der Trossenkraft ist. L_A ist der momentane horizontale Abstand zwischen dem Angriffspunkt A und dem Verankerungspunkt P (siehe Abb. 2.2). L_{AU} ist die horizontale Bezugslänge der ungespannten Trosse. Der geometrische Ausdruck L_A lautet:

$$L_A = [(x_o + x_A \cos \psi - y_A \sin \psi)^2 + (y_o + x_A \sin \psi + y_A \cos \psi)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

In dieser Arbeit wurde der Koeffizient $C_A = 0.0113 \text{ kNm}^{-4}$ empirisch festgesetzt. Zu erwähnen ist noch, daß F_A die totale statische Rückstellkraft repräsentiert, die aus der Elastizität der Verankerungstrosse und aus der in Kettenlinie hängenden Trosse an einer fest verankerten Boje oder aus dem Rückstellmoment eines gelenkigen Turms zusammen entsteht. Die Trägheit der Verankerung wurde im Vergleich zur Schiffsträgheit als vernachlässigbar klein angesehen. Der in Gleichung (2.11) vorkommende Kraftwinder \mathbf{F}_A läßt sich wie folgt darstellen:

$$\mathbf{F}_A = \left\{ \begin{array}{l} F_A \cos(\psi_A - \psi) \\ F_A \sin(\psi_A - \psi) \\ x_A F_A \sin(\psi_A - \psi) - y_A F_A \cos(\psi_A - \psi) \end{array} \right\} \quad (2.19)$$

Windkräfte

Die auf das Überwasserteil wirkenden Windkräfte werden empirisch durch folgende Formel beschrieben:

$$\mathbf{F}_W = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}\rho_A V_W^2 A_T C_{XW} \\ \frac{1}{2}\rho_A V_W^2 A_L C_{YW} \\ \frac{1}{2}\rho_A V_W^2 A_L L C_{NW} \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

wobei ρ_A die Massendichte der Luft und V_W die mittlere wirksame Windgeschwindigkeit sind. A_T ist die auf eine senkrecht zur x -Achse stehende Ebene projizierte Fläche des Überwasserteils (Frontalfläche) und A_L ist die auf eine senkrecht zur y -Achse stehende Ebene projizierte Fläche des Überwasserteils (Lateralfläche). L ist die Schiffslänge zwischen den Loten. C_{XW} , C_{YW} , C_{NW} sind die schiffsformabhängigen Windkraftkoeffizienten. Sie sind Funktionen des Windangriffswinkels $(\pi - \psi_W + \psi)$. Zahlenwerte für C_{XW} , C_{YW} , C_{NW} sowie A_T und A_L sind dem Bericht OCIMF [49] entnommen. Der Einfluß der Schiffsbewegungen u, v, r auf Windkräfte wird vernachlässigt.

Wellenerregerkräfte

Gemäß der im Anhang B ausführlich erläuterten Beschreibung können die Wellenerregerkräfte wie folgt dargestellt werden:

$$\mathbf{F}_S = \mathbf{F}_S^{(1)} + \mathbf{F}_S^{(2)} \quad (2.21)$$

wobei $\mathbf{F}_S^{(1)}$ die Wellenerregerkräfte erster Ordnung und $\mathbf{F}_S^{(2)}$ die Wellenerregerkräfte zweiter Ordnung (nur die niederfrequenten Driftkräfte) sind.

Als Wellenerregung für den untersuchten SPM-Tanker wird die sog. kontinuierliche periodische Wellengruppe betrachtet, siehe Jiang et al. [25]. Sie besteht aus zwei in Richtung ψ_S fortlaufenden harmonischen Wellen mit der gleichen Amplitude A , aber unterschiedlichen Frequenzen ω_1 und ω_2 . Die Frequenzdifferenz $|\omega_1 - \omega_2|$ wird so gewählt, daß sie in der Nähe einer niedrigen Eigenfrequenz des SPM-Systems liegt.

Die entsprechenden Wellenerregerkräfte erster Ordnung sind nach dem Superpositionsprinzip konstruiert:

$$\mathbf{F}_S^{(1)} = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 \mathbf{H}(\omega_j, \psi_S - \psi) A \exp[-ik_j(x_o \cos \psi_S + y_o \sin \psi_S) + i\omega_j t] \quad (2.22)$$

wobei $i = \sqrt{-1}$ die Imaginäreinheit ist. k_j ist die zur Wellenfrequenz ω_j gehörige Wellenzahl. Der Vektor \mathbf{H} ist die von der Schiffsform abhängige komplexe Übertragungsfunktion. Sie wurde mit einem auf der 3-D Potentialtheorie basierenden Rechenprogramm vorberechnet, siehe Östergaard et al. [51].

Die Wellendriftkräfte werden im wesentlichen nach dem von Marthinsen [39] empfohlenen Rechenschema approximiert. Zuerst wird die Welleneinhüllende ξ anhand der Wellenerhebung ζ und deren Hilbert-Transformierten η wie folgt formuliert:

$$\xi = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2} \quad (2.23)$$

und

$$\zeta + i\eta = \sum_{j=1}^2 A \exp[-ik_j(x_o \cos \psi_S + y_o \sin \psi_S) + i\omega_j t] \quad (2.24)$$

Als nächstes wird angenommen, daß die Wellendriftkräfte quadratisch von der Welleneinhüllenden abhängen:

$$\mathbf{F}_S^{(2)} = \xi^2 \mathbf{G}(\omega_0, \psi_S - \psi) \quad (2.25)$$

wobei \mathbf{G} der von der Schiffsform abhängige Vektor der Driftkoeffizienten ist. $\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ ist die sog. mittlere Gruppenfrequenz. Der Vektor \mathbf{G} hängt außerdem noch von dem Begegnungswinkel $(\psi_S - \psi)$ ab. Nach Cox [11] gilt:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho g C_{XS} \nabla^{\frac{1}{3}} \cos^3(\psi_S - \psi) \\ \rho g C_{YS} \nabla^{\frac{1}{3}} \sin^3(\psi_S - \psi) \\ \rho g C_{NS} \nabla^{\frac{2}{3}} \sin 2(\psi_S - \psi) \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

wobei ρ die Massendichte des Wassers, g die Erdbeschleunigung und ∇ die Schiffsverdrängung sind. Die dimensionslosen Koeffizienten C_{XS} , C_{YS} , C_{NS} wurden hierbei mit einem anderen auf der 3-D Potentialtheorie basierenden Rechenprogramm für die regelmäßigen Wellen mit der Frequenz ω_0 vorberechnet, siehe Claus et al. [10]. Für den untersuchten Tanker sind die Zahlenwerte $C_{XS} = 0.25$, $C_{YS} = 3.50$, $C_{NS} = -1.25$ bei $\omega_0 = 2\pi/10$ s.

Zu erwähnen ist noch, daß sowohl der Einfluß der Schiffsgeschwindigkeit auf die Wellenerregerkräfte als auch die Wechselwirkung zwischen den einfallenden Wellen und der umgebenden Strömung hierbei außer acht gelassen werden.

2.2 Verankertes Kranschiff

2.2.1 Koordinaten und Kinematik

In Abb. 2.3 sind das Schema des Kranschiffes und die drei zur Beschreibung der Kranschiffsbewegungen benötigten Koordinatensysteme dargestellt. Das erste ist das erdfeste Koordinatensystem $O_o x_o y_o z_o$ zur Beschreibung der absoluten Bewegungen des Schiffs und der pendelnden Last. Das zweite ist das schiffsfeste Koordinatensystem $Oxyz$ zur Vereinfachung der Darstellung der auf das Schiff wirkenden Kräfte. φ, ϑ, ψ sind jeweils die Drehungen des als starrer Körper angesehenen Schiffs um die x -, y -, z -Achsen (Roll-, Stampf-, Gierwinkel). Das dritte ist das Koordinatensystem mit den Koordinaten l, α, β . Sie beschreiben die Bewegungen der pendelnden Last relativ zum Schiff. Zusammenfassend hat das Kranschiff insgesamt 9 Freiheitsgrade $x_o, y_o, z_o, \varphi, \vartheta, \psi, l, \alpha, \beta$. Die Buchstaben A, G, O, O_o , P bezeichnen jeweils den Lastaufhängepunkt, Schiffsschwerpunkt, Schiffsmittelpunkt, die Gleichgewichtslage des Schiffsmittelpunkts und den Lastschwerpunkt. X, Y, Z sind die Komponenten der resultierenden äußeren Kraft im schiffsfesten Koordinatensystem, und L, M, N sind die entsprechenden Momentenkomponenten um die x -, y -, z -Achsen. \underline{e}_x und \underline{e}_y sind die Einsektoren in x -, y -Richtung.

Unter der Voraussetzung, daß die Drehungen des Schiffs in der Praxis klein bleiben, lautet die Transformationsmatrix \mathbf{T}_o zwischen den beiden Koordinatensystemen wie folgt:

$$\mathbf{T}_o = \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \vartheta \\ \psi & 1 & -\varphi \\ -\vartheta & \varphi & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Daraus folgen die Koordinaten von G im erdfesten Koordinatensystem:

$$\begin{pmatrix} x_{oG} \\ y_{oG} \\ z_{oG} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix} + \mathbf{T}_o \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

und ähnlich die Koordinaten von P:

$$\begin{pmatrix} x_{oP} \\ y_{oP} \\ z_{oP} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix} + \mathbf{T}_o \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} + \mathbf{T}_o \begin{pmatrix} l \cos \alpha \\ l \sin \alpha \cos \beta \\ l \sin \alpha \sin \beta \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Da die Pontondrehung klein gegen die Lastauslenkung angenommen wurde, kann der Faktor \mathbf{T}_o vor dem letzten Term durch 1 ersetzt werden. Die kinematischen Beziehungen folgen dann aus den zeitlichen Ableitungen:

$$\begin{pmatrix} \ddot{l} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \left[\begin{pmatrix} \ddot{x}_{oP} \\ \ddot{y}_{oP} \\ \ddot{z}_{oP} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \ddot{x}_o \\ \ddot{y}_o \\ \ddot{z}_o \end{pmatrix} - \ddot{\mathbf{T}}_o \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} - \dot{\mathbf{T}} \begin{pmatrix} \dot{l} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} \right] \quad (2.30)$$

$$\text{mit} \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -l \sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & l \cos \alpha \cos \beta & -l \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & l \cos \alpha \sin \beta & l \sin \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\text{und} \quad \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -l^{-1} \sin \alpha & l^{-1} \cos \alpha \cos \beta & l^{-1} \cos \alpha \sin \beta \\ 0 & -(l \sin \alpha)^{-1} \sin \beta & (l \sin \alpha)^{-1} \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Mathematisch gesehen hat der Ausdruck (2.32) zwei singuläre Stellen, nämlich bei $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi$ für $l > 0$. Praktisch gesehen können diese Singularitäten nicht auftreten, denn so große Pendelbewegungen werden in der Praxis nicht zugelassen.

2.2.2 Bewegungsgleichungen

Das Kranschiff wird bei der Ableitung der Bewegungsgleichungen in zwei miteinander gekoppelte Teilsysteme aufgeteilt, nämlich das Schiff und die pendelnde Last. Das Schiff kann als starrer Körper gelten. Die Bewegungen des Schiffs werden wie üblich durch 6 Koordinaten $\mathbf{u} = \{x_o, y_o, z_o, \varphi, \vartheta, \psi\}^T$ beschrieben. Die auf dem Newtonschen Bewegungsgesetz beruhenden Eulerschen Bewegungsgleichungen für den Ponton können dann unter Vernachlässigung nichtlinearer Trägheitsterme in folgender Standardform dargestellt werden:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{F} \quad (2.33)$$

wobei \mathbf{M} die verallgemeinerte Trägheitsmatrix (Massenmatrix) und $\mathbf{F} = \{X, Y, Z, L, M, N\}^T$ der auf den Schiffsmittelpunkt wirkende Kraftwinder sind.

Der übliche Ausdruck der Trägheitsmatrix \mathbf{M} lautet, siehe z.B. Newman [47] und Söding [68]:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ mz_G & 0 & -mx_G & I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ -my_G & mx_G & 0 & I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Hierbei gilt als Definition der Schiffsmasse:

$$m = \int_{V_K} \rho_K dV \quad (2.35)$$

als Definition des Schwerpunkts:

$$\mathbf{x}_G = \frac{1}{m} \int_{V_K} \rho_K \mathbf{x} dV \quad (2.36)$$

und als Definition der Trägheitsmomente:

$$I_{ij} = \int_{V_K} \rho_K [\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \delta_{ij} - x_i x_j] dV \quad (2.37)$$

mit $i, j = 1, 2, 3$

wobei ρ_K die Massendichte des Schiffes, V_K das feste Schiffsvolumen und δ_{ij} das sog. Kronecker-Symbol sind. Der Vektor $\mathbf{x} = \{x, y, z\}^T$ bezeichnet die Koordinaten eines beliebigen Massenpunkts und der Vektor $\mathbf{x}_G = \{x_G, y_G, z_G\}^T$ die Koordinaten des Schwerpunkts der gesamten Schiffsmasse.

Nach dem Newtonschen Gesetz lassen sich die Bewegungsgleichungen der pendelnden Last wie folgt ausdrücken:

$$m_P \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{oP} \\ \ddot{y}_{oP} \\ \ddot{z}_{oP} \end{Bmatrix} = \mathbf{F}_P \quad (2.38)$$

wobei m_P die Masse der Last ist, und \mathbf{F}_P den auf die Last wirkenden Kraftvektor bezeichnet. Durch einen Vergleich der Gleichung (2.30) mit der Gleichung (2.38) ergibt sich dann die Bewegungsgleichung der pendelnden Last im relativen Koordinatensystem:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{l} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \left[\frac{1}{m_P} \mathbf{F}_P - \begin{Bmatrix} \ddot{x}_o \\ \ddot{y}_o \\ \ddot{z}_o \end{Bmatrix} - \ddot{\mathbf{T}}_o \begin{Bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{Bmatrix} - \dot{\mathbf{T}} \begin{Bmatrix} \dot{l} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} \right] \quad (2.39)$$

2.2.3 Kräftebeschreibung

Der Kraftwinder \mathbf{F} wird den physikalischen Bedeutungen gemäß in 7 Kraftanteile zerlegt:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_I + \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_M + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_S \quad (2.40)$$

wobei die Indizes G, B, I, V, M, R, S jeweils aus den englischen Ausdrücken *Gravity* (Schwerkraft), *Buoyancy* (Auftriebskraft), *Ideal-fluid hydrodynamic response* (ideale hydrodynamische Response-Kraft), *Viscous hydrodynamic drag* (hydrodynamische Zähigkeitsbedingte Kraft), *Mooring system restoring force* (Rückstellkraft der Verankerung),

Rope tension (Hubseilkraft), *Sea waves* (Wellenerregerkraft) stammen.

Der durch die Erdanziehung verursachte Schwerkraftwinder lautet:

$$\mathbf{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \\ mg(x_G\psi + y_G - z_G\varphi) \\ -mg(x_G - y_G\psi + z_G\vartheta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Der hydrostatische Kraftwinder kann wie üblich dargestellt werden:

$$\mathbf{F}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m + m_P)g - \rho g A_W z_o \\ -(m + m_P)g \overline{OM}_T \varphi \\ -(m + m_P)g \overline{OM}_L \vartheta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

wobei ρ die Wasserdichte und g die Erdbeschleunigung sind. A_W ist die Wasserlini-
enfläche. \overline{OM}_T und \overline{OM}_L sind die auf den Schiffsmittelpunkt O bezogenen metazentri-
schen Höhen bei Krängung bzw. Vertrimmung des Kranschiffs.

Die linearen hydrodynamischen Response-Kräfte einschließlich des Vorgeschichtseinflus-
ses werden mittels des im Anhang A beschriebenen Zustandsmodells approximiert:

$$\mathbf{F}_I = -\mathbf{a}(\infty)\ddot{\mathbf{u}} - \mathbf{b}(\infty)\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{s}_0 \quad (2.43)$$

$$\dot{\mathbf{s}}_{n-k} = \mathbf{s}_{n+1-k} - \mathbf{A}_k \mathbf{s}_0 - \mathbf{B}_k \dot{\mathbf{u}} \quad (2.44)$$

mit $k = 0, 1, \dots, n$ und $\mathbf{s}_{n+1} = \mathbf{0}$

Hierbei sind \mathbf{s}_k die Zustandsvektoren der Dimension 6 für jeden k -Wert. \mathbf{A}_k und \mathbf{B}_k sind
 6×6 Parametermatrizen für jeden k -Wert. Die insgesamt $2 \times (n + 1) \times 6 \times 6$ Parameter
können anhand der im Frequenzbereich theoretisch vorberechneten hydrodynamischen
 6×6 Trägheitsmatrizen $\mathbf{a}(\omega)$ und Dämpfungsmatrizen $\mathbf{b}(\omega)$ identifiziert werden (siehe
Anhang A).

Die hydrodynamischen zähigkeitsbedingten Kräfte spielen im Vergleich zu anderen Kräf-
ten im allgemeinen eine untergeordnete Rolle, aber für die horizontalen Bewegungen
eines verankerten Bauwerks können diese Kräfte nicht vernachlässigt werden. Da eine
theoretische Berechnung dieser Kräfte nicht möglich ist, wird der folgende empirische
Ansatz gemacht, siehe Sharma [63]:

$$\mathbf{F}_V = \{X_V, Y_V, 0, 0, 0, N_V\}^T \quad (2.45)$$

wobei

$$X_V = -\frac{1}{2} \rho B T C_{DX} |\dot{x}_o| \dot{x}_o \quad (2.46)$$

$$Y_V = \begin{cases} -\frac{1}{2}\rho LTC_{DY}(\dot{y}_o^2 + \frac{L^2\dot{\psi}^2}{12})\text{sgn}\dot{y}_o & [\dot{y}_o^2 \geq \frac{L^2\dot{\psi}^2}{4}] \\ -\frac{1}{2}\rho LTC_{DY}(\frac{L\dot{\psi}}{2} + \frac{2\dot{y}_o^2}{3L\dot{\psi}})\dot{y}_o\text{sgn}\dot{\psi} & [\dot{y}_o^2 < \frac{L^2\dot{\psi}^2}{4}] \end{cases} \quad (2.47)$$

$$N_V = \begin{cases} -\frac{1}{12}\rho L^3 TC_{DY}\dot{y}_o\dot{\psi}\text{sgn}\dot{y}_o & [\dot{y}_o^2 \geq \frac{L^2\dot{\psi}^2}{4}] \\ -\frac{1}{8}\rho L^2 TC_{DY}(\dot{y}_o^2 + \frac{L^2\dot{\psi}^2}{2} - \frac{2\dot{y}_o^4}{3L^2\dot{\psi}^2})\text{sgn}\dot{\psi} & [\dot{y}_o^2 < \frac{L^2\dot{\psi}^2}{4}] \end{cases} \quad (2.48)$$

Hierbei ist ρ die Wasserdichte. C_{DX} und C_{DY} sind die entsprechenden empirischen Koeffizienten der quadratischen Dämpfung in x -, y -Richtung. L und B sind die Schiffslänge und -breite. T ist der Tiefgang.

Die in den Verankerungsketten entstehenden nichtlinearen Rückstellkräfte werden durch folgende empirische Formel approximiert:

$$\mathbf{F}_M = \begin{pmatrix} -C_{1x}x_o - C_{3x}x_o^3 \\ -C_{1y}y_o - C_{3y}y_o^3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -C_{1\psi}\psi - C_{3\psi}\psi^3 \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

wobei $C_{1x}, C_{3x}, C_{1y}, C_{3y}, C_{1\psi}, C_{3\psi}$ die horizontalen Rückstellkoeffizienten der Verankerung sind. Die Rückstellwirkungen der Verankerung gegen Tauchen, Rollen und Stampfen sind im Vergleich zu den hydrostatischen Kräften vernachlässigbar klein und werden deshalb weggelassen.

Die durch die pendelnde Last verursachte Hubseilkraft F_T kann linear zur elastischen Dehnung des Hubseils $\Delta l = l - l_U$ dargestellt werden:

$$F_T = \frac{1}{2}[1 + \text{sgn}(\Delta l)]C_R\Delta l \quad (2.50)$$

wobei l die momentane und l_U die ungespannte Hubseillänge ist. C_R ist der Elastizitätskoeffizient des Hubseils.

Daraus ergibt sich der Hubseilkraftwinder auf das Schiff:

$$\mathbf{F}_R = F_T \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \sin \beta \\ (x_A\psi + y_A - z_A\varphi) \sin \alpha \sin \beta - (-x_A\vartheta + y_A\varphi + z_A) \sin \alpha \cos \beta \\ (-x_A\vartheta + y_A\varphi + z_A) \cos \alpha - (x_A - y_A\psi + z_A\vartheta) \sin \alpha \sin \beta \\ (x_A - y_A\psi + z_A\vartheta) \sin \alpha \cos \beta - (x_A\psi + y_A - z_A\varphi) \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

und der Kraftvektor auf die Last:

$$\mathbf{F}_P = \begin{pmatrix} -F_T \cos \alpha \\ -F_T \sin \alpha \cos \beta \\ m_P g - F_T \sin \alpha \sin \beta \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

Laut Anhang B werden die Wellenerregerkräfte erster Ordnung infolge regelmäßiger Wellen wie folgt dargestellt:

$$\mathbf{F}_S = \text{Re}\{\mathbf{H}(\omega, \psi_S - \psi)A \exp i\omega t\} \quad (2.53)$$

wobei A die Amplitude der regelmäßigen Wellen ist. ω ist die entsprechende Frequenz, und ψ_S bezeichnet die Wellenrichtung. Der Vektor \mathbf{H} ist die von der Schiffsform abhängige Übertragungsfunktion und wurde mittels eines auf der 3-D Potentialtheorie basierenden Rechenprogramms vorberechnet, siehe Östergaard et al. [51]. Die durch regelmäßige Wellen hervorgerufenen konstanten Wellenerregerkräfte zweiter Ordnung wurden für das betrachtete Kranschiff in der vorliegenden Arbeit vernachlässigt.

2.3 Mehrpunktverankerter Ponton

In Abb. 2.4 ist ein verankerter symmetrischer Ponton sowie das zugehörige Koordinatensystem dargestellt. Im Falle regelmäßiger Wellen von vorne entkoppelt sich die Surge-Bewegung von anderen Bewegungen, und das System vereinfacht sich auf einen einzigen Freiheitsgrad. Die Gleichung der Surge-Bewegung, die als Sonderfall der im Abschnitt 2.2 beschriebenen Längsbewegung des Kranschiffs für $m_P = 0$ betrachtet werden kann, wird wie folgt dargestellt:

$$[m + a(\infty)]\ddot{x}_0 + b(\infty)\dot{x}_0 + \frac{1}{2}\rho B T C_{DX}|\dot{x}_0|\dot{x}_0 + C_{1x}x_0 + C_{3x}x_0^3 = s_0 + F_S \quad (2.54)$$

Hierin treten folgende Parameter auf: ρ ist die Wasserdichte, B ist die Breite des Pontons, T ist der Tiefgang des Pontons, m ist die Masse des Pontons, $a(\infty)$ ist die hydrodynamische Masse bei unendlicher Frequenz, $b(\infty)$ ist die hydrodynamische Dämpfung bei unendlicher Frequenz, C_{DX} ist der Koeffizient der quadratischen Dämpfung und C_{1x} , C_{3x} sind der lineare bzw. kubische Rückstellkoeffizient der Verankerung. Nebenbei bemerkt, entspricht Gleichung (2.54) mathematisch einer modifizierten Duffing-Gleichung, vgl. z.B. Kreuzer [29].

s_0 ist der sog. reguläre Teil der hydrodynamischen Response-Kraft und wird durch das Zustandsmodell (siehe Anhang A) approximiert. Hierbei wird das Zustandsmodell der Dimension 4 benutzt:

$$\begin{Bmatrix} \dot{s}_0 \\ \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \\ \dot{s}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s_1 & -A_3 s_0 & -B_3 \dot{x}_0 \\ s_2 & -A_2 s_0 & -B_2 \dot{x}_0 \\ s_3 & -A_1 s_0 & -B_1 \dot{x}_0 \\ -A_0 s_0 & -B_0 \dot{x}_0 & \end{Bmatrix} \quad (2.55)$$

Die Systemparameter $A_0, A_1, A_2, A_3, B_0, B_1, B_2, B_3$ können aus den im Frequenzbereich theoretisch vorberechneten hydrodynamischen Massen $a(\omega)$ und Dämpfungen $b(\omega)$ identifiziert werden (siehe Anhang A). F_S ist die Erregerkraft infolge regelmäßiger Wellen. Die ausführliche Beschreibung der Wellenerregerkräfte ist im Anhang B angegeben. Als Erregerwellen wurden hierbei sowohl die harmonischen Wellen (siehe Abschnitt 2.2) als auch die kontinuierlichen Wellengruppen (siehe Abschnitt 2.1) betrachtet. Die entsprechenden Formulierungen sind an den angegebenen Stellen zu finden.

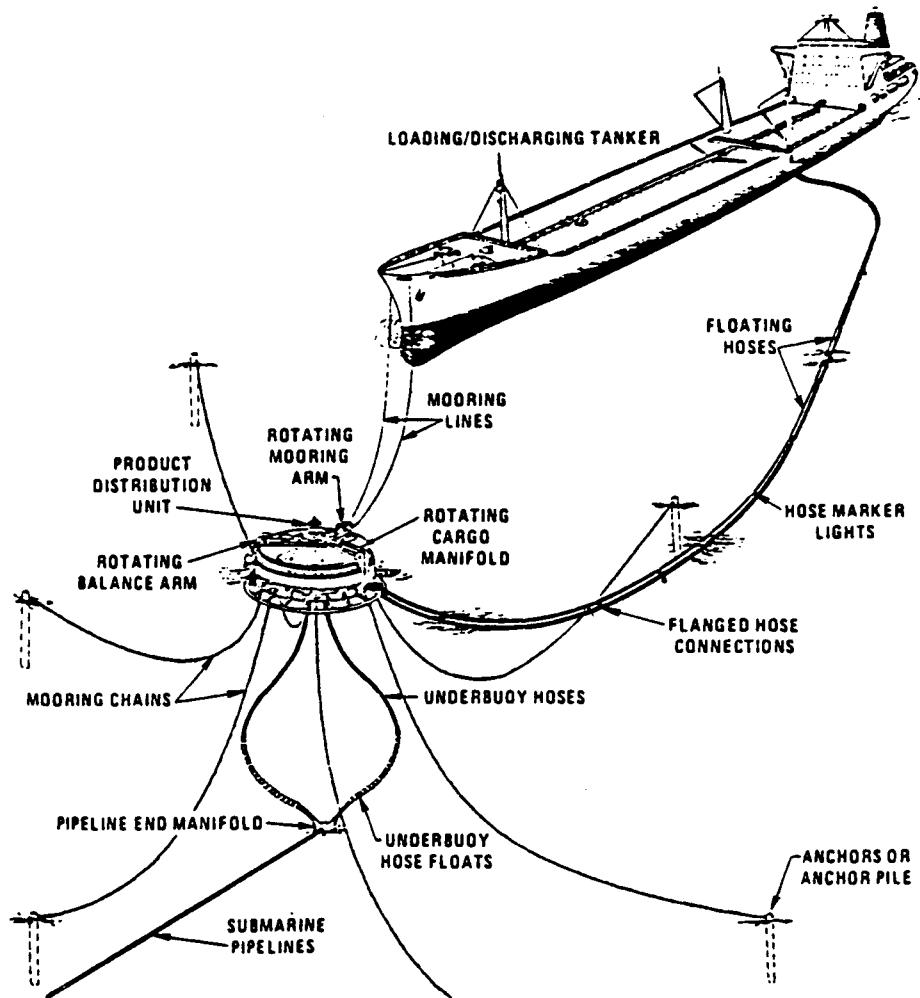


Abb. 2.1: Das Schema eines SPM-Systems

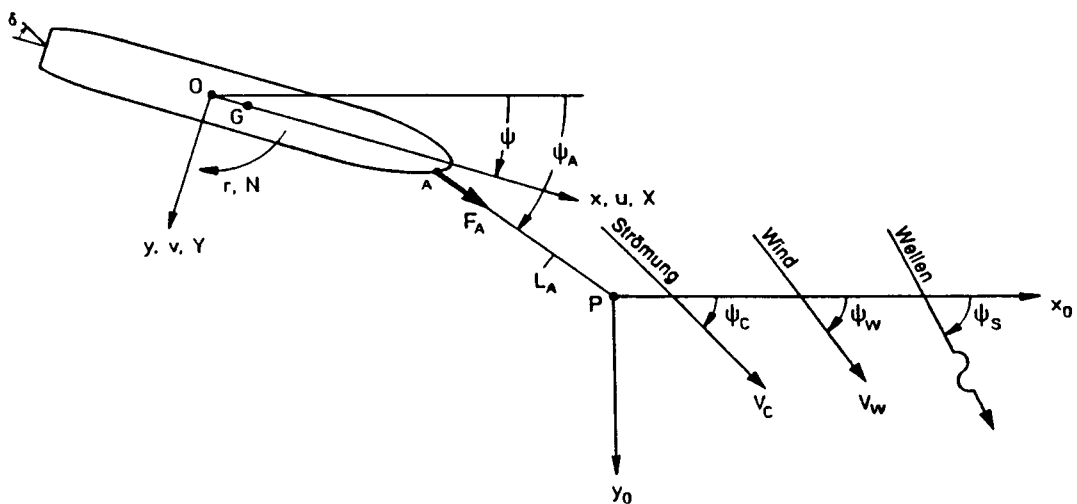


Abb. 2.2: Koordinatensysteme für den Tanker

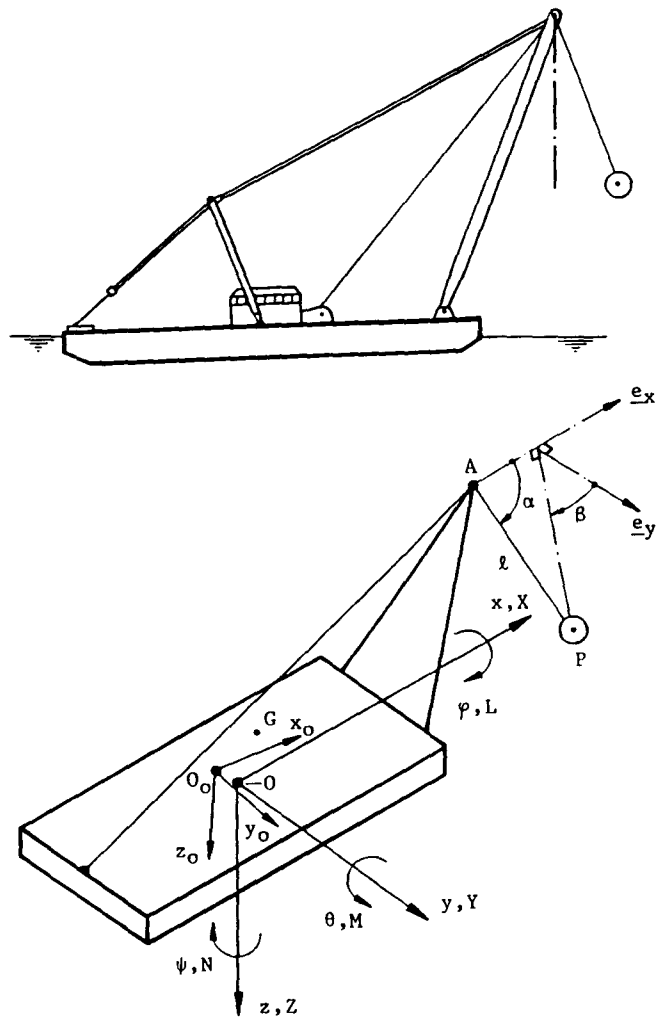


Abb. 2.3: Schema des Kranschiffes und Koordinatensysteme

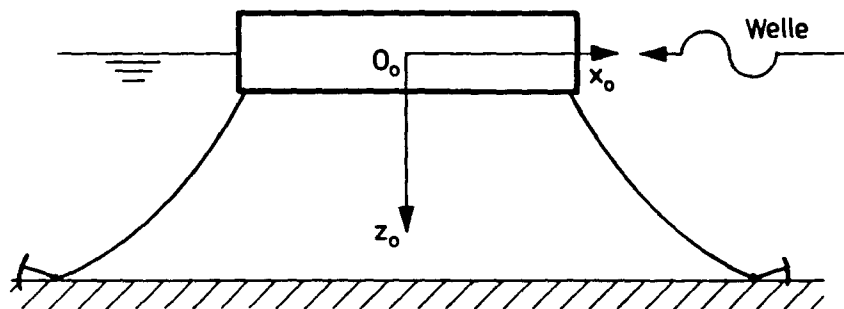


Abb. 2.4: Koordinatensystem für den Ponton

3 Untersuchungsmethoden

3.1 Verallgemeinerte Differentialgleichung

Das mathematische Modell dynamischer Systeme wird oft aufgrund des Newtonschen Gesetzes in Form der Eulerschen Differentialgleichung zweiter Ordnung beschrieben (siehe Abschnitt 2). Zur Erleichterung weiterer mathematischer Untersuchungen ist es sinnvoll, sie in die folgende verallgemeinerte Differentialgleichung (eigentlich Differentialgleichungssystem) umzuwandeln:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) \quad (3.1)$$

wobei \mathbf{x} der Zustandsvektor der Dimension (oder Ordnung) n ist. \mathbf{c} ist der Parametervektor der Dimension m und t ist die unabhängige Variable, hier die Zeit. \mathbf{f} ist der Funktionsvektor und beschreibt die zeitliche Änderung des Zustandsvektors.

Die gewöhnliche Differentialgleichung (3.1) erfaßt die dynamische Entwicklung der jeweiligen physikalischen Systeme, d.h. die Zustandsänderung in Abhängigkeit von der Zeit für die vorgegebenen Parameterwerte. Daher nennt man sie auch die Zustandsgleichung. Tritt die Zeit t in der Gleichung (3.1) nicht explizit auf, dann wird das System autonom genannt. Tritt die Zeit in der Differentialgleichung explizit auf, dann spricht man von einem nichtautonomen System. Ein System heißt determiniert oder deterministisch, wenn sein gesamter Ablauf in Vergangenheit und Zukunft eindeutig bestimmbar ist, d.h. das Kausalitätsprinzip erfüllt ist.

Das nichtautonome System kann formal durch das Einführen eines neuen Zustandsvektors

$$\mathbf{z} = \{\mathbf{x}, t\}^T \quad (3.2)$$

in ein autonomes System umgeschrieben werden:

$$\dot{\mathbf{z}} = \{\mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{c}), 1\}^T \quad (3.3)$$

Hierbei wird t als eine Zustandsvariable anstatt einer unabhängigen Variable betrachtet. Die Dimension des Zustandsvektors sowie des Differentialgleichungssystems wird entsprechend auch um eins erhöht. Diese Umwandlung dient zwar der mathematischen Verallgemeinerung, aber sie verdeckt die physikalische Bedeutung zweier verschiedenartiger Systeme. Infolgedessen ist die Untersuchung in der vorliegenden Arbeit nur von dem Differentialgleichungssystem (3.1) ausgegangen.

Als Beispiel wird hierbei die verallgemeinerte Differentialgleichung des verankerten Pontons (siehe Abschnitt 2.3) gezeigt:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_0 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{s}_0 \\ \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \\ \dot{s}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m+a(\infty)}[-b(\infty)\dot{x}_0 - \frac{1}{2}\rho BTC_{DX}|\dot{x}_0|\dot{x}_0 - C_{1x}x_0 - C_{3x}x_0^3 + s_0 + F_S(t)] \\ \dot{x}_0 \\ s_1 - A_3s_0 - B_3\dot{x}_0 \\ s_2 - A_2s_0 - B_2\dot{x}_0 \\ s_3 - A_1s_0 - B_1\dot{x}_0 \\ -A_0s_0 - B_0\dot{x}_0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

mit dem Zustandsvektor der Dimension 6:

$$\mathbf{x} = \{\dot{x}_0, x_0, s_0, s_1, s_2, s_3\}^T \quad (3.5)$$

und dem Parametervektor der Dimension 14:

$$\mathbf{c} = \{m, a(\infty), b(\infty), \frac{1}{2}\rho BTC_{DX}, C_{1x}, C_{3x}, A_0, A_1, A_2, A_3, B_0, B_1, B_2, B_3\}^T \quad (3.6)$$

Ähnlich können auch die Differentialgleichungen der Tankerbewegung mit der Dimension 18 bzw. des Kranschiffes mit der Dimension 42 verallgemeinert werden, siehe Sharma et al. [65] bzw. Jiang et al. [25].

Wegen verschiedener Nichtlinearitäten in der Differentialgleichung (3.1) existieren meistens keine analytischen Lösungen. Deshalb wird sie in der hier vorliegenden Arbeit näherungsweise numerisch gelöst. In der Arbeit von Kreuzer [29] wurden verschiedene Methoden zur numerischen Analyse nichtlinearer dynamischer Systeme vorgestellt und vor allem ihre Anwendungen anhand klassischer Beispiele aus der nichtlinearen Dynamik diskutiert. Es folgt eine kurze Beschreibung einiger Methoden zur numerischen Analyse der im Abschnitt 2 erläuterten Probleme.

3.2 Lokale lineare Stabilitätsanalyse

3.2.1 Bestimmung der Gleichgewichtslagen

Bevor man die nichtlineare Differentialgleichung numerisch integriert, empfiehlt es sich, eine lokale lineare Stabilitätsanalyse des entsprechenden autonomen Systems durchzuführen. Zunächst werden die Gleichgewichtslagen im autonomen System gesucht. Die mathematische Definition solcher Punkte lautet:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_E, \mathbf{c}) = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

wobei \mathbf{x}_E die Gleichgewichtslage ist. Der Index E steht hier für die Abkürzung des englischen Wortes *Equilibrium* (Gleichgewicht).

Physikalisch bedeutet diese Definition, daß die Zustandsänderung in der Gleichgewichtslage verschwinden muß. Ein solcher Punkt im Zustandsraum wird auch als singulärer oder kritischer Punkt bezeichnet. Die Gleichung (3.7) stellt mathematisch ein nichtlineares algebraisches Gleichungssystem der Dimension n dar. Dies hat zur Folge, daß

die Gleichgewichtslagen im allgemeinen nur numerisch z.B. anhand eines Iterationsprogramms identifiziert werden können. Je nach der Auswahl der Parameterwerte kann die Gleichung (3.7) eine oder mehrere Lösungen haben, d.h. das System hat eine oder mehrere Gleichgewichtslagen. Im letzteren Fall können die Grenzen zwischen den einzelnen Einzugsgebieten verschiedener Gleichgewichtslagen sehr kompliziert, ja sogar fraktal sein, siehe Gleich [16]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird auf die Untersuchung solcher Phänomene verzichtet.

3.2.2 Stabilitätsanalyse um die Gleichgewichtslagen

Um die identifizierten Gleichgewichtslagen zu klassifizieren, wird eine Stabilitätsanalyse in der Umgebung der Gleichgewichtslagen durchgeführt. Dazu linearisiert man die Differentialgleichung (3.1) um die jeweilige Gleichgewichtslage \mathbf{x}_E wie folgt:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{y} \quad (3.8)$$

$$\text{mit } \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_E, \mathbf{c})$$

wobei \mathbf{A} die Jacobimatrix der ersten partiellen Ableitung der Funktion \mathbf{f} an der Stelle \mathbf{x}_E ist. \mathbf{y} ist der Störvektor:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_E \quad (3.9)$$

Das Stabilitätskriterium einer Gleichgewichtslage und damit deren Klassifizierung geht auf Ljapunov zurück. Danach kann die Stabilität anhand der Eigenwerte σ_j der Matrix \mathbf{A} beurteilt werden, siehe Guckenheimer und Holmes [18]:

$$|\mathbf{A} - \mathbf{I}\sigma| = 0 \quad (3.10)$$

wobei \mathbf{I} die Einismatrix von der gleichen Dimension wie \mathbf{A} ist. Hat \mathbf{A} keinen Eigenwert mit verschwindendem Realteil, dann wird die Gleichgewichtslage als hyperbolischer oder nichtdegenerierter Fixpunkt bezeichnet. Das Stabilitätskriterium eines hyperbolischen Fixpunkts lautet:

- wenn alle Realteile der Eigenwerte negativ sind, dann ist die Gleichgewichtslage stabil. Hierbei muß das autonome System nach einer hinreichend kleinen, beliebigen Störung zu der Gleichgewichtslage asymptotisch zurückkehren.
- wenn ein oder mehrere Realteile der Eigenwerte positiv sind, dann ist die Gleichgewichtslage instabil. Hierbei wird das autonome System fast nie zu der Gleichgewichtslage zurückkehren, selbst wenn die Störung beliebig klein ist. Das System kann asymptotisch auf eine benachbarte stabile Gleichgewichtslage zulaufen, oder auf einem Grenzzyklus bzw. einem quasiperiodischen Orbit umlaufen, oder sogar auf einem nichtperiodischen chaotischen Orbit umherlaufen.

Treten jedoch Eigenwerte mit verschwindendem Realteil auf, so heißt die Gleichgewichtslage nichthyperbolisch (elliptisch) oder degeneriert. Dann genügen die Stabilitätskriterien linearer Systeme nicht mehr. Die theoretische Behandlung der Stabilität solcher Gleichgewichtslagen ist kompliziert, und hier wird lediglich auf die bekannte Literatur hingewiesen, siehe z.B. Guckenheimer und Holmes [18] sowie Kreuzer [29].

3.2.3 Verzweigungsdiagramme

Die zugehörigen Parameterwerte einer elliptischen Gleichgewichtslage definieren einen Verzweigungspunkt (auch Bifurkationspunkt genannt) im Parameterraum. Alle Verzweigungspunkte zusammen bilden die sog. Verzweigungsfläche oder das Verzweigungsdiagramm. Es heißt hier Verzweigung bzw. Bifurkation, weil die asymptotische Systemantwort sich qualitativ verändert, wenn die Parameterwerte quasistationär durch den Verzweigungspunkt gehen. Die Aufgabe der Stabilitätsanalyse besteht hauptsächlich darin, alle Verzweigungspunkte im Parameterraum zuerst durch eine systematische Variation der Parameterwerte zu identifizieren und sie dann mittels bekannter Kriterien zu klassifizieren.

Da eine allgemeine Klassifizierung verschiedener Verzweigungen im Parameterraum höherer Dimensionen nicht möglich ist, werden nur zwei in der Praxis häufig vorkommende Verzweigungen erwähnt. Die eine ist die statische Verzweigung und die andere ist die dynamische Verzweigung. Eine statische Verzweigung tritt auf, wenn ein rein reeller Eigenwert die Stabilitätsgrenze (den Nullwert) transversal durchquert. Dies impliziert den Übergang zwischen einer und mehreren Gleichgewichtslagen. Die entsprechende Gleichgewichtslage wird deshalb auch Umkehrpunkt genannt. Die statische Verzweigung wird häufig als Pitchfork-Bifurkation für symmetrische Systeme und als Sattelpunktbifurkation für asymmetrische Systeme bezeichnet. Eine dynamische Verzweigung (auch Hopf-Bifurkation genannt) kommt vor, wenn der Realteil eines komplexen Eigenwertpaares die Stabilitätsgrenze transversal durchquert. Dies impliziert den Übergang zwischen einer stabilen und instabilen Gleichgewichtslage. Die entsprechende Gleichgewichtslage wird oft als Hopf-Punkt bezeichnet.

3.3 Globale nichtlineare Simulation

3.3.1 Allgemeines

Bei ausgewählten Parameterwerten \mathbf{c} kann die Lösung $\mathbf{x}(t)$ (auch Trajektorie, Phasenkurve genannt) der nichtlinearen Differentialgleichung für die vorgegebenen Anfangsbedingungen $\mathbf{x}(0)$ numerisch angenähert werden:

$$\mathbf{x}(0) + \mathbf{c} \implies \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) \implies \mathbf{x}(t) \quad (3.11)$$

Hierbei ist noch festzustellen, ob es sich um ein konservatives oder dissipatives System handelt. Dies geht auf die Definition der Divergenz des Vektorfelds \mathbf{f} zurück:

$$\operatorname{div} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) = \operatorname{spur} \mathbf{A} \quad (3.12)$$

Die Spur der Jacobimatrix \mathbf{A} ist definiert durch:

$$\operatorname{spur} \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n A_{jj} \quad (3.13)$$

$$\text{mit} \quad \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)$$

Ist der zeitliche Mittelwert der Gleichung (3.12) negativ, dann ist das System dissipativ oder nichtkonservativ, siehe Kreuzer [29]. Die Unterscheidung zwischen konservativen und dissipativen Systemen ist aufgrund numerischer Untersuchungen nicht trivial, denn dazu ist die vollständige Information der Trajektorie notwendig. In der Praxis geht man selten von der Gleichung (3.12) aus. Vielmehr ist man auf die physikalischen Zusammenhänge des betrachteten Problems angewiesen. Da alle drei im Abschnitt 2 beschriebenen Systeme hydrodynamisch gedämpft sind, können sie als dissipative Systeme angesehen werden.

Das asymptotische Verhalten nichtlinearer dynamischer Systeme kann sich aber qualitativ grundlegend ändern, wenn ein Systemparameter variiert wird. Bei dissipativen Systemen hat dies zur Folge, daß sich die Form des asymptotischen Phasenbildes im Zustandsraum auch qualitativ ändert. Die asymptotische Lösung dissipativer Systeme wird als Attraktor bezeichnet. Das typische Verhalten technischer dissipativer Systeme kann durch verschiedenartige Attraktoren (wie Fixpunkt, Grenzzyklus, Torus usw. bis hin zum Chaos) beschrieben werden. Chaotisches Verhalten wird in der Mathematik auch seltsamen Attraktoren zugeordnet. Ein besonderes Merkmal des Chaos ist die extreme Empfindlichkeit gegen geringfügige Änderung der Anfangsbedingungen. Dies beschränkt die langfristige Vorhersagbarkeit des deterministischen Systems. Ferner können manchmal verschiedene Attraktoren im interessierenden Bereich des Zustandsraums existieren. Dann ist es notwendig, die einzelnen Einzugsgebiete der Attraktoren zu untersuchen.

Im folgenden werden einige in der letzten Zeit häufig verwendete und auch als zuverlässig erwiesene Verfahren zur Klassifizierung des Langzeitverhaltens vorgestellt.

3.3.2 Fourier-Analyse

Eine einfache Möglichkeit zur Charakterisierung des Bewegungsverhaltens dynamischer Systeme ist die in der Praxis vielfach verwendete Fourier-Analyse. Nach Newland [46] gilt für eine beschränkte zeitabhängige Funktion $x_j(t)$ die Definition des zeitlichen Mittelwerts \bar{x}_j :

$$\bar{x}_j = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_j(t) dt \quad (3.14)$$

der Autokorrelationsfunktion $R_{x_j}(\tau)$:

$$R_{x_j}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x_j(t) - \bar{x}_j][x_j(t + \tau) - \bar{x}_j] dt \quad (3.15)$$

der Fourier-Transformierten $X_j(\omega)$:

$$X_j(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_j(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.16)$$

und des Amplitudenspektrums $X_{jA}(\omega)$:

$$X_{jA}(\omega) = |X_j(\omega)| \quad (3.17)$$

Chaotisches Verhalten ist durch seine asymptotisch abklingende Autokorrelationsfunktion gekennzeichnet, d.h. es gilt, siehe z.B. Kunick und Steeb [30]:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_{x_j}(\tau) = 0 \quad (3.18)$$

Zu bemerken ist, daß dieses Kriterium keine Information über die Charakterisierung regulärer Attraktoren liefert und versagt, wenn das System auf eine stabile Gleichgewichtslage zuläuft. Außerdem ist die Erfüllung der Bedingung $\tau \rightarrow \infty$ praktisch unmöglich. Es läuft darauf hinaus, daß dieses Kriterium praktisch mehr als Wegweiser dient und die daraus folgende Aussage durch andere Kriterien noch bestätigt werden muß.

Zur Untersuchung komplizierter Schwingungen, insbesondere erzwungener Schwingungen werden vielfach das Amplitudenspektrum bzw. das Leistungsspektrum herangezogen. Die Beziehung zwischen den beiden Spektren lautet:

$$S_j(\omega) = X_{jA}^2(\omega) = |X_j(\omega)|^2 \quad (3.19)$$

Das Amplitudenspektrum eines periodischen bzw. quasiperiodischen Attraktors besteht aus diskreten Linien. Jede Linie entspricht der Amplitude der beteiligten Frequenz. Die Periodenvervielfachungen lassen sich gut durch das Amplitudenspektrum feststellen. Kommt in der Lösung eine Periodenverdopplung der Grundfrequenz ω_0 , z.B. der Erregerfrequenz, vor, dann wird eine zusätzliche subharmonische Linie bei $\omega_0/2$ im Amplitudenspektrum auftauchen. Die Oberschwingungen, die entweder der Grundfrequenz oder den möglichen subharmonischen Frequenzen entsprechen, sind ebenfalls im Amplitudenspektrum zu erkennen. Das Amplitudenspektrum unregelmäßigen chaotischen Bewegungsverhaltens besteht nicht mehr nur aus diskreten Linien, sondern aus einer kontinuierlichen Verteilung (wie das Spektrum eines breitbandigen Rauschens) im interessierenden Frequenzbereich. Außerdem können noch ausgeprägte Spitzen (zumindest lokal gesehen) im Amplitudenspektrum chaotischen Verhaltens vorkommen. Solche Spitzen entsprechen den Amplituden der Erregerschwingungen und der subharmonischen Schwingungen sowie der Oberschwingungen, siehe Hao [19] und Kreuzer [29].

Zur numerischen Durchführung der Fourier-Analyse kann auf bewährte Standardprogramme der sog. *Fast-Fourier-Transformation* FFT zurückgegriffen werden. In der vorliegenden Arbeit wurde das beim Germanischen Lloyd vorhandene Programm SAFT von Matthies [40] benutzt. Hierbei ist noch folgendes zu erwähnen. Erstens soll die Anzahl N der zur Verfügung stehenden simulierten Werte nach FFT möglichst den Wert 2^n haben. Zweitens ist es zweckmäßig, daß die Dauer T der Zeitreihe ein Mehrfaches von der Grundperiode $T_0 = 2\pi/\omega_0$ ist. Dies wird erfüllt, wenn für den Zeitschritt Δt die folgende Beziehung gilt:

$$\Delta t = 2^{-n_0} T_0 \quad (3.20)$$

Schließlich ergibt sich:

$$T = N \Delta t = 2^{n-n_0} T_0 \quad (3.21)$$

wobei n, n_0, N ganzzahlig sind. Natürlich wird die Fourier-Analyse um so genauer, je länger die auszuwertende Zeitreihe ist. Entsprechend muß man die dadurch erhöhte Rechenzeit in Kauf nehmen. In der vorliegenden Arbeit beträgt N ausnahmslos den

Wert 2^{13} , also $n - n_0 = 13$.

Es bleibt noch zu erwähnen, daß die Fast-Fourier-Transformation eigentlich ein diskretes Amplituden- bzw. Leistungsspektrum liefert. Das dadurch entstehende Amplitudenspektrum gibt an, wie groß die Amplitude einzelner Komponenten der jeweiligen beteiligten Frequenzen im Abstand $\Delta\omega = 2\pi/T$ ist. Das entsprechende Leistungsspektrum zeigt an, wie die Intensität einzelner Komponenten der jeweiligen beteiligten Frequenzen im Abstand $\Delta\omega = 2\pi/T$ verteilt ist. Im Sinne der Mathematik kann man nur dann von kontinuierlichen Spektren sprechen, wenn T gegen unendlich geht. Dies ist praktisch jedoch nicht möglich. Je nach der Gegebenheit des einzelnen Problems sowie der vorhandenen Rechenmöglichkeit muß ein geeigneter Wert von T vereinbart werden. Dies hat zur Folge, daß das Amplituden- bzw. Leistungsspektrum höchstens aus N diskreten Linien bestehen kann. Für eine stochastische Zeitfunktion wird das diskrete Spektrum im Bereich benachbarter Frequenzen zusätzlich numerisch geglättet. Dies ist aber für ein deterministisches System nicht angebracht, denn hier interessiert man sich insbesondere für die Informationen der jeweiligen beteiligten Frequenzen, z.B. um die Periodenvervielfachungen zu identifizieren. In der graphischen Darstellung des Amplitudenspektrums werden die Spitzen aller diskreten Linien miteinander verbunden. Streng genommen verdeckt dies die Diskretheit der Fast-Fourier-Transformation, aber bei hinreichend großem T bzw. kleinem $\Delta\omega$ ist es für die praktische Anwendung annehmbar.

3.3.3 Poincaré-Abbildung

Eine weitere Möglichkeit zur Untersuchung eines dynamischen Systems ist die Poincaré-Abbildung. Der Grundgedanke dafür geht auf die zeitliche Diskretisierung des kontinuierlichen Systems zurück, wodurch das ursprüngliche System von Differentialgleichungen in ein System von Differenzgleichungen übergeführt wird. Die mathematische Definition der Poincaré-Abbildung ist in vielen Büchern zu finden, z.B. Guckenheimer und Holmes [18], Moon [43], Kreuzer [29].

In der vorliegenden Arbeit wurde nur ein Spezialfall der Poincaré-Abbildung betrachtet, nämlich die Poincaré-Abbildung in periodisch erregten Systemen. Man betrachtet hierbei nicht den genauen Verlauf einer Trajektorie $\mathbf{x}(t)$, sondern nur noch die nach einem bestimmten Zeitintervall T_0 aufeinander folgenden Phasenpunkte im Zustandsraum:

$$\mathbf{x}(T_0), \mathbf{x}(2T_0), \mathbf{x}(3T_0), \dots, \mathbf{x}(NT_0) \quad (3.22)$$

Für ein periodisch erregtes System kann das Zeitintervall T_0 die Erregerperiode annehmen. Eine so konstruierte Poincaré-Abbildung im Zustandsraum ist hervorragend geeignet, die geometrischen Eigenschaften periodischer Bewegungen bzw. chaotischen Verhaltens dynamischer Systeme zu verdeutlichen. Verhält sich das System mit der Periode kT_0 , dann sind k Punkte in der Poincaré-Abbildung zu sehen und man spricht von Periodenverk k -fachung. Mathematisch gesehen gilt:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t + kT_0) \quad (3.23)$$

Im Zustandsraum bedeutet dies, daß sich die Trajektorie nach der Umlaufzeit kT_0 exakt wiederholt. Eine quasiperiodische Trajektorie bildet eine geschlossene Kurve in

der Poincaré-Abbildung, wenn die Simulationszeit gegen unendlich geht. Die Poincaré-Abbildung chaotischen Verhaltens ist oft durch ihre fraktale Struktur gekennzeichnet. Eine genaue Untersuchung der fraktalen Struktur zeigt Selbstähnlichkeit bei jeder Ausschnittsvergrößerung. In technischen dynamischen Systemen ist die Anwendung der Poincaré-Abbildung meistens durch die schwache Dämpfung und auch durch das Vorhandensein mehrerer Freiheitsgrade eingeschränkt, siehe Moon [43].

Wie oben erwähnt, kann das Differentialgleichungssystem durch eine Poincaré-Abbildung (auch stroboskopische Methode genannt) in ein Differenzgleichungssystem übergeführt werden. Diese Umwandlung hat die besondere Eigenschaft, daß die Dimension des Abbildungsraumes um eins niedriger ist als die Dimension des Zustandsraums. Aufgrund dieser Reduzierung der Systemordnung wird die Analyse des qualitativen Bewegungsverhaltens wesentlich erleichtert. Außerdem sind die Stabilitätsaussagen der Poincaré-Abbildung auf das kontinuierliche System übertragbar. Die entsprechende nähere Betrachtung ist in der Arbeit von Kreuzer [29] zu finden.

3.3.4 Ljapunov-Exponenten und Fraktale Dimension

Ein herausragendes Merkmal chaotischen Verhaltens ist die Empfindlichkeit gegen geringfügige Änderung der Anfangsbedingungen. Dies weist auf die Notwendigkeit der Untersuchung der Divergenzeigenschaft benachbarter Trajektorien hin. Die Ljapunov-Exponenten messen die mittlere exponentielle Divergenz oder Konvergenz benachbarter Trajektorien und geben damit Auskunft über die Stabilitätseigenschaften eines Attraktors. Im Anhang D wird zuerst die mathematische Definition der Ljapunov-Exponenten angegeben, dann die numerischen Rechenmethoden vorgestellt und schließlich die entsprechende Anwendung diskutiert. Hier folgt eine kurze Zusammenfassung, die dem Zweck der Klassifizierung verschiedener Attraktoren dient.

Ein im n -dimensionalen Zustandsraum definierter Attraktor hat im allgemeinen auch n verschiedene Ljapunov-Exponenten, die gemeinsam das Ljapunov-Spektrum bilden:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n \quad (3.24)$$

Die Klassifizierung von Attraktoren ist dann einfach:

Wenn $\lambda_1 < 0$, dann läuft die Trajektorie auf einen Fixpunkt zu,
wenn $\lambda_1 = 0$, dann läuft die Trajektorie entweder auf einen Grenzzyklus zu
oder auf einem quasiperiodischen Orbit um, und
wenn $\lambda_1 > 0$, dann läuft die Trajektorie auf einem nichtperiodischen Orbit um,
d.h. das Verhalten ist chaotisch.

Zu betonen ist noch, daß das Ljapunov-Spektrum nicht nur das Stabilitätsverhalten einzelner Trajektorien beschreibt, sondern das Stabilitätsverhalten aller Orbits, die im entsprechenden Einzugsgebiet eines Attraktors starten. Mit anderen Worten kennzeichnet das Ljapunov-Spektrum das globale Stabilitätsverhalten eines dynamischen Systems und wird daher in der Literatur auch als das aussagekräftigste Kriterium bezeichnet.

Aus dem Ljapunov-Spektrum folgt noch die Definition der Dimension verschiedener Attraktoren, siehe z.B. Kreuzer [29]:

$$D_L = k + \frac{\sum_{j=1}^k \lambda_j}{|\lambda_{k+1}|} \quad \text{für autonome Systeme} \quad (3.25)$$

$$D_L = k + 1 + \frac{\sum_{j=1}^k \lambda_j}{|\lambda_{k+1}|} \quad \text{für nichtautonome Systeme} \quad (3.26)$$

Hierbei ist k die größte ganze Zahl, für die gilt:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k \geq 0 \quad (3.27)$$

D_L wird oft Ljapunov-Dimension genannt. Sie ist ein grundlegendes Unterscheidungsmerkmal verschiedenartiger Attraktoren. Ein Fixpunkt (stabile Gleichgewichtslage) hat die Ljapunov-Dimension $D_L = 0$, ein Grenzyklus hat die Ljapunov-Dimension $D_L = 1$, ein zweidimensionaler Torus hat die Ljapunov-Dimension $D_L = 2$, usw., aber ein chaotischer Attraktor (auch seltsamer Attraktor genannt) besitzt keine ganzzahlige Ljapunov-Dimension mehr, sondern eine fraktale.

In der Literatur findet man noch andere Definitionen bzw. Berechnungsverfahren für die Dimensionen verschiedener Attraktoren. Es scheint zur Zeit keine Einigung über die bestmögliche Definition zu geben. Auf jeden Fall wird die hier angeführte Definition als vernünftig angesehen.

4 Zusammenstellung der Ergebnisse

4.1 Ergebnisse für den Tanker

4.1.1 Parameterbeschreibung

Mittels des im Abschnitt 2.1 geschilderten mathematischen Modells wurde der Beispieeltanker mit einer Ladungskapazität von 150 000 Tonnen für das Tiefwasser in Stömung, Wind und Wellen systematisch untersucht. Die Hauptabmessungen des Tankers sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Der Spantenriß und die Stevenkontur der Tankerform sind in Abb. 4.1 abgebildet. Die entsprechenden Koeffizienten der quasistationären hydrodynamischen Kräfte sind in der Versuchsanstalt HSVA mit dem Modell im Maßstab 1:35 aus zahlreichen Modellversuchen sorgfältig identifiziert und von Oltmann und Sharma [50] vollständig dokumentiert worden. Die für das Zustandsmodell notwendigen Koeffizienten der Systemparameter sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt. Die ausführliche Beschreibung des Zustandsmodells, die numerische Identifikation der Systemparameter und die graphische Darstellung der berechneten Ergebnisse im Frequenzbereich sind im Anhang A vollständig angegeben.

Für die Stabilitätsanalyse des autonomen Tankersystems wurden die fünf wichtigsten Parameter in ihrem praktisch relevanten Bereich systematisch variiert (siehe Tabelle 4.3). Dies sind die Strömungsgeschwindigkeit V_C , die Lage der Ankerklüse y_A bzw. x_A , die Trossenlänge L_A , die Propellerdrehrate n und der Ruderwinkel δ . Laut ihren physikalischen Bedeutungen können diese fünf Parameter in Umweltparameter V_A , Betriebsparameter (y_A bzw. x_A , L_A) und Steuerparameter (n , δ) gruppiert werden. Das Wort "bzw." bedeutet hier, daß die Koordinaten y_A und x_A in dieser Untersuchung nicht voneinander unabhängig, sondern durch die Kontur des Hauptdecks definiert sind (siehe Abb. 4.2). Außerdem wurde der Referenzwert für die Propellerdrehrate nicht konstant gehalten z.B. bei $n = 0$. Stattdessen wurde die Propellerdrehrate meistens so gewählt, daß das Propellerdrehmoment Q verschwindet. Die geringfügige Propellerdrehung bei $Q = 0$ (freidrehender Propeller) macht aber keinen nennenswerten Unterschied zu der alternativen Wahl $n = 0$ (durch Maschine oder Wellenbremse festgehaltener Propeller).

Die fünf ausgewählten Parameter bilden zusammen einen fünf-dimensionalen Parameterraum. Die Aufgabe der Stabilitätsanalyse besteht darin, die stabilen und instabilen Unterräume im Parameterraum zu bestimmen. Da das dadurch entstehende Verzweigungsdiagramm der Dimension 5 graphisch nicht darstellbar ist, werden jeweils nur die Schnitte des Verzweigungsdiagramms in der Ebene zweier Parameter veranschaulicht, wobei die anderen drei Parameter bei den ausgewählten Referenzwerten konstant bleiben.

Das Rechenprogramm (SPMSTAB) zur numerischen Stabilitätsanalyse des betrachteten Tankers besteht im wesentlichen aus der Bestimmung der Gleichgewichtslage, dem Aufbau der Jacobimatrix und der Berechnung derer Eigenwerte für vier unterschiedliche Bedingungen:

- Modellbedingung mit Vorgeschichtseinfluß
- Modellbedingung ohne Vorgeschichtseinfluß
- Großausführung mit Vorgeschichtseinfluß
- Großausführung ohne Vorgeschichtseinfluß.

Der Ausdruck “Modellbedingung” bedeutet hier die einfache Umrechnung vom Modellversuch auf die Großausführung nach dem Froudeschen Gesetz unter Vernachlässigung des Zähigkeitsbedingten Maßstabeffekts. Die Ergebnisse entsprechen daher den Bedingungen der Modellversuche mit dem Maßstab 1:35 in einem Tank. Der Ausdruck “Großausführung” impliziert dagegen die ITTC-Standardkorrekturen für den Schiffswiderstand und die Nachstromziffer infolge unterschiedlicher Reynoldszahlen für den Modellversuch und die Großausführung. Der Begriff “mit” und “ohne” Vorgeschichtseinfluß ist im Abschnitt 2.1 erklärt.

Zahlreiche numerische Simulationen der Tankerbewegung wurden anhand des Simulationsalgorithmus (SPMSIMU) für die ausgewählten Parameterwerte durchgeführt. Die in der vorliegenden Arbeit vorzustellenden Simulationen dienen hauptsächlich dazu, erstens die Ergebnisse der lokalen linearen Stabilitätsanalysen zu überprüfen – vor allem das nichtlineare Verhalten um eine stabile oder instabile Gleichgewichtslage zu untersuchen – und zweitens die globalen asymptotischen Tankerbewegungen im Sinne qualitativ verschiedener Attraktoren zu veranschaulichen. Ferner wurden einige Simulationen der Tankerbewegung infolge Wind- bzw. Wellenerregung durchgeführt. Dies dient insbesondere der Suche nach komplizierten Attraktoren, z.B. Chaos.

4.1.2 Stabilitätsanalyse

Die im Abschnitt 3.2 beschriebene Stabilitätsanalyse kann anhand des Beispieltankers numerisch veranschaulicht werden. Zunächst wurde eine typische Situation untersucht. Die ausgewählten Parameterwerte sind $\delta = 0$, $Q = 0$, $L_A = 75$ m und $y_A = 0$ ($x_A = 145$ m). Gesucht sind die Gleichgewichtslagen und die entsprechenden Eigenwerte in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit V_C . Die Gleichgewichtslagen wurden mit Hilfe eines Iterationsprogramms numerisch bestimmt und dann in Abb. 4.3a gegen V_C aufgetragen. Es wurde numerisch mehrfach bestätigt, daß die Gleichgewichtslage für die hier betrachtete Parameterkombination eindeutig ist. Dies hat zur Folge, daß die graphischen Verläufe der Gleichgewichtszustände x_{oE} , y_{oE} , ψ_E gegen V_C monoton sind und somit die statische Instabilität hierbei nicht zu erwarten ist. Die durchgezogenen Linien entsprechen der Großausführung und die gestrichelten Linien der Modellbedingung. Der konstant bleibende Kurswinkel ψ_E gilt nur für den Fall $y_A = 0$, d.h. die Ankerklüse liegt in der x - z -Ebene (Mittellängsebene). Dies kann durch

die Momentenbilanz um die Ankerklüsenlage A mittels des bereitgestellten mathematischen Modells nachgewiesen werden. Physikalisch heißt es: die Bestimmungsgleichung für den Kurswinkel ist von der Strömungsgeschwindigkeit unabhängig.

Für jede gefundene Gleichgewichtslage wurde die zugehörige Jacobimatrix A nach der Lagrangeschen Differenzenformel fünfter Ordnung numerisch bestimmt. Die numerische Ableitung wurde teilweise mit analytischen Ergebnissen überprüft, und die Übereinstimmung war zufriedenstellend. Die Eigenwerte der Jacobimatrix A wurden dann mit Hilfe der IMSL-Standard-Subroutine EIGRF numerisch berechnet. Im allgemeinen hat eine n -dimensionale Matrix auch n verschiedene Eigenwerte. Für die Stabilitätsbeurteilung sind nur diejenigen Eigenwerte entscheidend, deren Realteile bei zunehmender Strömungsgeschwindigkeit ihre Vorzeichen wechseln. In Abb. 4.3b wurde der Realteil eines solchen komplexen Eigenwertpaares aufgetragen. Festzustellen ist, daß die Stabilität des Tankergleichgewichts bei zunehmender Strömungsgeschwindigkeit monoton abnimmt. Insbesondere am Schnittpunkt der Eigenwertkurve mit der Stabilitätsgrenze ($\text{Re}\{\sigma\} = 0$) verändert sich das Gleichgewichtsverhalten bei geringer Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit qualitativ von stabil zu instabil. Die diesem Schnittpunkt zugehörigen Gleichgewichtszustände definieren eine elliptische Gleichgewichtslage im Zustandsraum und die entsprechenden Parameterwerte einen dynamischen (Hopf-) Verzweigungspunkt im Parameterraum.

Zu erwähnen ist noch, daß die Nulldurchgänge der beiden Eigenwertkurven (die durchgezogene Linie für die Großausführung und die gestrichelte für die Modellbedingung) infolge des Maßstabesinflusses nicht zusammenfallen. In diesem Fall ist das Tankergleichgewicht für die Großausführung wegen deren niedrigeren Widerstands gegen die Strömung instabiler als für die Modellbedingung.

Nun wird der relativ komplizierte Fall mit den Referenzparameterwerten $V_C = 2$ m/s, $Q = 0$, $L_A = 75$ m und $y_A = 23.1$ m ($x_A = 100$ m) untersucht. Gesucht sind die Gleichgewichtslagen und die entsprechenden Eigenwerte in Abhängigkeit von dem Ruderwinkel δ für die Großausführung. Um die numerische Schwierigkeit bei der Bestimmung mehrfacher Gleichgewichtslagen zu umgehen, wurde das Rechenprogramm SPMSTAB so umgestellt, daß der Kurswinkel vorgegeben und der zugehörige Ruderwinkel numerisch ermittelt wird.

In Abb. 4.4a wurde der berechnete Ruderwinkel gegen den vorgegebenen Kurswinkel aufgetragen. Hierbei sind die Gleichgewichtslagen nicht mehr eindeutig. In der Nähe des Ruderwinkels $\delta = -2.5^\circ$ hat der Tanker für einen Ruderwinkel drei Gleichgewichtslagen. In Abb. 4.4b sind ein rein reeller Eigenwert und der Realteil eines komplexen Eigenwertpaares in Abhängigkeit vom Kurswinkel dargestellt. Wie man sieht, kreuzen beide Eigenwertkurven im Verlauf des Kurswinkels die Stabilitätsgrenze $\text{Re}\{\sigma\} = 0$. Die Nulldurchgänge der Kurve des rein reellen Eigenwerts entsprechen den zwei Umkehrpunkten von ψ_E in Abb. 4.4a und definieren die statischen Verzweigungspunkte im Parameterraum. Der Begriff "Umkehrpunkt" bedeutet hier den genauen Übergang zwischen der einfachen und der dreifachen Gleichgewichtslage. Die Schnittpunkte des Realteils des komplexen Eigenwertpaares mit der Stabilitätsgrenze definieren die dynamischen Verzweigungspunkte im Parameterraum. Zwischen den beiden dynamischen

Verzweigungspunkten liegt der dynamisch instabile Bereich. Insbesondere können sich die statisch und dynamisch instabilen Bereiche lokal schneiden, z.B. hier im Bereich $-2.8^\circ < \delta < -2.5^\circ$ bzw. $-1.0^\circ < \psi_E < 0.3^\circ$. Der in Abb. 4.4b sichtbare Knick der Kurve des rein reellen Eigenwerts bei $\psi_E = 0$ hängt mit dem Ausdruck $\text{sgn}(V_C \sin \psi_E)$ bei der Formulierung des seitlichen Querströmungswiderstands (siehe Sharma [64]) zusammen.

4.1.3 Hopf-Verzweigungsdiagramm

Das durch die Stabilitätsanalyse gewonnene Verzweigungsdiagramm wird anhand von zehn durch den Parameterraum laufenden Schnittebenen in Abb. 4.5 veranschaulicht. Diese zehn Schnittebenen sind so gewählt, daß jede mögliche Kombination eines Parameterpaares aus den fünf Parametern $V_C, y_A(x_A), L_{AU}, n, \delta$ genau einmal vorkommt. Die geplotteten Kurven in jedem Bild stellen die Stabilitätslinien dar und trennen daher die stabilen und instabilen Bereiche. Ehe auf die Details der einzelnen Bilder eingegangen wird, sind noch vier allgemeine Bemerkungen angebracht:

- Alle Stabilitätslinien in Abb. 4.5 definieren die dynamische (Hopf-) Verzweigung, d.h. bei allen Punkten auf den Grenzlinien durchquert der Realteil eines komplexen Eigenwertpaares über die Stabilitätsgrenze $\text{Re}\{\sigma\} = 0$. Außerdem zeigt die parametrische Rechnung innerhalb der Parameterbereiche in Abb. 4.5 konsequent, daß dieses komplexe Eigenwertpaar vor allem durch seinen kleinen Imaginärteil, der einer niedrigen Eigenfrequenz entspricht, gekennzeichnet ist. Physikalisch bedeutet dies, daß die zu dieser niedrigen Eigenfrequenz gehörige Eigenschwingung die Stabilität der Tankerbewegung bestimmt.
- In jedem Bild sind nur zwei unterschiedliche Kurven erkennbar, obwohl alle im Abschnitt 4.1.1 beschriebenen vier Bedingungen nach dem im Abschnitt 4.1.2 geschilderten Schema der Stabilitätsanalyse untersucht wurden. Dies liegt an dem vernachlässigbar kleinen Vorgeschichtseinfluß. Die physikalische Erklärung dafür ist, daß bei diesen extrem langsamen Horizontalbewegungen des Tankers der Vorgeschichtseinfluß auf die potentialtheoretisch berechneten linearen Response-Kräfte und damit auch deren Rückwirkung auf die Bewegung vernachlässigbar klein sind. Diese langsame horizontale Bewegung hängt mit der niedrigen Eigenfrequenz zusammen und ist vergleichbar mit einem Drehkreisversuch. Es wurde auch schon früher bestätigt [23], daß der lineare Vorgeschichtseinfluß bei den normalen Manövern mittels schiffseigener Steuerorgane vernachlässigbar ist.
- Der Unterschied zwischen den Stabilitätslinien für die Großausführung und die Modellbedingung ist nicht so einfach und monoton, wie z.B. Latorre [34] berichtet. Dies liegt daran, daß der Maßstabseinfluß aus verschiedenen, teilweise gegensätzlichen Komponenten besteht. Der niedrige Widerstand der Großausführung verringert die mittlere Trossenkraft und wirkt destabilisierend. Auf der anderen Seite vergrößert die niedrige Nachstromziffer der Großausführung die Wirkung des Ruders und den Propellerschub bei negativen Propellerdrehraten. Dies wirkt grundsätzlich stabilisierend. Die Richtung des Maßstabseinflusses insgesamt ist daher nicht eindeutig.

- Die Verzweigungsdiagramme sind nicht symmetrisch zu $y_A = 0$ und $\delta = 0$, obwohl der Schiffsrumpf und das Ruder die normale Symmetrie nach Steuer- und Backbord besetzen. Die Ursache dafür ist, daß das Vierquadrantenmodell die asymmetrische hydrodynamische Wirkung des rechtsgängigen Einschraubers mit berücksichtigt. Z.B. bei der Strömungsgeschwindigkeit $V_C = 2$ m/s beträgt der “neutrale” Ruderwinkel $\delta \simeq 3^\circ$, um die durch den festgehaltenen oder freidrehenden Propeller hervorgerufene Seitenkraft auszugleichen und somit den Nullkurswinkel zu erreichen.

Im folgenden wird der Einfluß der einzelnen Parameter in ihren praktisch relevanten Bereichen erörtert:

- Die Strömungsgeschwindigkeit wirkt destabilisierend, d.h. mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit wird das Tankergleichgewicht immer instabiler, siehe Bilder a, b, c, d.
- Bei zunehmender Rückwärtspropellerdrehrate ($-n$) wird das Tankergleichgewicht immer stabiler, siehe Bilder a, e, g, i.
- Beim Ruderlegen mit zunehmenden Ruderwinkeln $|\delta|$ wird das Tankergleichgewicht immer stabiler, siehe Bilder b, e, f, j.
- Eine Vergrößerung der Asymmetrie der Ankerklüse $|y_A|$ wirkt grundsätzlich stabilisierend, siehe Bilder c, h, i, j.
- Eine Verlängerung der Trossenlänge L_{AU} wirkt meist destabilisierend, siehe Bilder d, f, g, h.

Alle Einflüsse der Parameter auf die Stabilität können anhand der gegenseitigen Beeinflussungen zwischen der stabilisierend wirkenden, mittleren Trossenkraft und dem destabilisierend wirkenden, hydrodynamischen Munkschen Moment im Zusammenhang mit der überragenden Rolle der Asymmetrie der Gleichgewichtslagen qualitativ erklärt werden.

In den meisten Fällen sind die Wirkungen einzelner Parameter auf die Stabilität praktisch gesehen kumulativ, siehe Bilder a, b, c, d, f, g, h und sogar i, d.h. um das Tankergleichgewicht zu stabilisieren, können verschiedene Maßnahmen im Prinzip gleichzeitig ergriffen werden. Ausnahmen gibt es in den Parameterebenen (n, δ) und (y_A, δ) , siehe Bilder e und j. Hierbei entstehen verschiedene komplizierte Wechselwirkungen. Als erstes wird das seltsam gestaltete Verzweigungsdiagramm in Bild e infolge der starken hydrodynamischen Wechselwirkungen zwischen dem Propeller und dem im Propellerstrahl operierenden Ruder betrachtet. Die Ruderwirkung nimmt mit der steigenden positiven Propellerdrehrate ständig zu. Dies führt zur Verengung des instabilen Gebiets. Die Ruderwirkung nimmt aber mit der steigenden negativen Propellerdrehrate stark ab, bis schließlich bei $n < -5 \text{ min}^{-1}$ sich das Ruder im sog. Totwasser befindet. Im Bereich etwa $-10 < n < -5 \text{ min}^{-1}$ weitet sich das instabile Gebiet auf alle Ruderwinkel aus. Für $n < -10 \text{ min}^{-1}$ kann dann der Propeller allein das Tankergleichgewicht stabilisieren. Als nächstes wird das linsenförmig gestaltete Verzweigungsdiagramm in Bild j betrachtet. Dieses Bild zeigt, daß die asymmetrischen und damit indirekt stabilisierenden Wirkungen des Ruderlegens und der asymmetrisch eingerichteten Ankerklüsenlage

in den ersten und dritten Quadranten additiv, aber in den zweiten und vierten Quadranten subtraktiv sind.

Zum Schluß bleiben noch zwei relativ unbedeutende Erscheinungen zu erwähnen. Die eine ist die in Bildern a, e, g, i vorkommende, nasenförmige Erhöhung des instabilen Gebiets. Die Ursache für diesen Stabilitätsverlust ist, daß das Ruder in der Nähe des sog. Abreißwinkels plötzlich unwirksam wird (siehe Oltmann und Sharma [50], Fig. 10). Die andere ist der nicht monotone Verlauf der Stabilitätslinien im ersten Quadranten des Bildes i. Der Grund dafür ist, daß sich die asymmetrischen Wirkungen der asymmetrisch eingerichteten Ankerklüsenlage für $y_A > 0$ und der Propellerseitenkraft für $n > 0$ gegenseitig abschwächen. Die Stabilitätslinien erreichen ihr Minimum beim Nullschub für die Modellbedingung $n \simeq 8 \text{ min}^{-1}$ und für die Großausführung $n \simeq 11 \text{ min}^{-1}$.

4.1.4 Multi-Verzweigungsdiagramm

Wie im Abschnitt 4.1.3 gezeigt wurde, ist die dynamische (Hopf-) Verzweigung eine dominierende Erscheinung des Bewegungsverhaltens vom SPM-Tanker. In diesem Abschnitt wird gezeigt, daß beim Fortsetzen des untersuchten Parameterbereiches auch die statische Verzweigung vorkommt. Physikalisch bedeutet dies: es existiert ein Übergang von einer eindeutigen Gleichgewichtslage auf mehrfache Gleichgewichtslagen oder umgekehrt. Mathematisch heißt dies: es existiert ein rein reeller Eigenwert, der den Wert der Stabilitätsgrenze $\text{Re}\{\sigma\} = 0$ annimmt. Eine derartige Verzweigung wird im Sinne der Topologie oft als Sattelknotenverzweigung (saddle node) für asymmetrische Systeme bzw. Gabelverzweigung (Pitchfork) für symmetrische Systeme bezeichnet. Da die asymmetrische Wirkung eines Einschraubers im beschriebenen mathematischen Modell mit erfaßt worden ist, kann hier keine Gabelverzweigung auftreten. Ferner kann die statische und dynamische Instabilität gleichzeitig vorkommen (siehe Abb. 4.4b). Um diese komplizierten Ergebnisse klar darzustellen, wurde das Multi-Verzweigungsdiagramm für die Modellbedingung und die Großausführung jeweils in Abb. 4.6 und Abb. 4.7 getrennt gezeichnet. Dargestellt sind die aus den Gleichgewichtszuständen x_{oE}, y_{oE}, ψ_E entstehende Mannigfaltigkeit und die stabilen bzw. instabilen Bereiche in der Parameterebene (x_A, δ) mit den Referenzwerten $V_C = 2 \text{ m/s}$, $Q = 0$, $L_{AU} = 75 \text{ m}$.

Als erstes werden die Bilder 4.6a und 4.7a diskutiert. Aufgetragen ist die Gleichgewichtskoordinate y_{oE} in Bild 4.6a für die Modellbedingung bzw. ψ_E in Bild 4.7a für die Großausführung in Abhängigkeit vom Ruderwinkel δ mit den jeweiligen Isolinien von x_A . Verfolgt man eine Isolinie x_A von links nach rechts, dann kann man den Übergang von einer einzigen Gleichgewichtslage auf die dreifache Gleichgewichtslage identifizieren. Dieser Übergang wird mathematisch als Umkehrpunkt bezeichnet und definiert zugleich die statische Verzweigung. Zwischen den beiden Umkehrpunkten einer Isolinie befindet sich der statisch instabile Bereich. Der dynamisch instabile Bereich entlang einer Isolinie ist durch die punktierte Linie gekennzeichnet. Die langgestrichelte Linie entsteht durch die Verbindung der dynamischen Verzweigungspunkte auf den Isolinien und entspricht daher der Projektion des Hopf-Verzweigungsdiagramms auf die Ebene (y_{oE}, δ) in Bild 4.6a bzw. (ψ_E, δ) in Bild 4.7a.

Als nächstes werden die Bilder 4.6b und 4.7b erörtert. Sie stellen die sog. Multi -

Verzweigungsdiagramme in der Parameterebene (x_A, δ) mit der Projektion der Mannigfaltigkeit der Gleichgewichtskoordinate y_{oE} in Bild 4.6b bzw. ψ_E in Bild 4.7b dar. Es heißt hier Multi-Verzweigungsdiagramm, weil sowohl die statische (die kurzgestrichelte Linie) als auch die dynamische (die langgestrichelte Linie) Verzweigung in den interessierenden Bereichen vorkommen. In manchen Bereichen schneiden sich sogar die statischen und dynamischen Verzweigungslinien und entsprechend überlappen sich die dynamisch instabilen Bereiche mit den statisch instabilen. Diese Erscheinung wurde durch eine lokale Vergrößerung der Verzweigungsdiagramme in Bild 4.6c für die Modellbedingung bzw. in Bild 4.7c für die Großausführung verdeutlicht. Während das Gebiet innerhalb der langgestrichelten Linie den dynamisch instabilen Bereich definiert, bezeichnet das Gebiet innerhalb der kurzgestrichelten Linie den statisch instabilen Bereich. Insbesondere gilt:

- Für alle Parameterpunkte innerhalb des statisch instabilen Bereiches sind die Gleichgewichtslagen dreideutig.
- Für alle Parameterpunkte außerhalb des statisch instabilen Bereiches ist die Gleichgewichtslage eindeutig.
- Für die Parameterpunkte auf der statischen Verzweigungslinie sind die Gleichgewichtslagen zweideutig.

Für den Fall, daß die beiden Umkehrpunkte zusammenfallen, hier speziell beim Parameterpaar $x_A \simeq 115$ m und $\delta \simeq -8.3^\circ$ für die Modellbedingung in Abb. 4.6c bzw. $x_A \simeq 106$ m und $\delta \simeq -2.5^\circ$ für die Großausführung in Abb. 4.7c, hören die statischen Verzweigungslinien plötzlich auf. Eine derartige Singularität wird in der Singularitätentheorie als Kuspensingularität bezeichnet. Die zugehörigen Parameterwerte zusammen mit der Gleichgewichtslage definieren den sog. Kuspenspunkt. Er hängt mit der Kuspenskatastrophe zusammen wie der Umkehrpunkt mit der Faltenkatastrophe, siehe Werner [75].

Eine weitere Eigenschaft in Abb. 4.6 und 4.7 ist durch die Asymmetrie der Gleichgewichtslagen und der Verzweigungslinien geprägt. Wichtig ist hierbei aber, daß die gleichzeitig ergriffenen Maßnahmen zur Stabilisierung des Tankergleichgewichts am wirksamsten sind, wenn das Ruder entweder bei Backbord-Anker nach Steuerbord oder bei Steuerbord-Anker nach Backbord gelegt wird. Außerdem verdeutlicht die Abbildung 4.7, daß sich der einpunktverankerte Tanker beim Nullkurswinkel besonders instabil verhält. Physikalisch entspricht der Nullkurswinkel dem minimalen Schiffswiderstand gegen die Strömung und somit der minimalen mittleren Trossenkraft. Aber schon bei einem Kurswinkel $|\psi_E| > 2^\circ$, verursacht entweder durch das Ruderlegen oder das asymmetrische Einrichten der Ankerklüse oder beides, kann das Tankergleichgewicht stabilisiert werden.

4.1.5 Vergleich der globalen nichtlinearen Simulationen mit den lokalen linearen Stabilitätsanalysen

Bisher wurde das lokale Verhalten des autonomen Systems anhand der linearen Stabilitätsanalyse um die Gleichgewichtslagen systematisch untersucht. In diesem Abschnitt werden zunächst manche der durch die Stabilitätsanalyse gewonnenen Aussagen mittels

einiger gesondert ausgewählter numerischer Simulationen überprüft und dann das globale Verhalten der autonomen Tankerbewegung betrachtet.

Die numerischen Ergebnisse sind in Abb. 4.8 bis Abb. 4.13 graphisch dargestellt. Jede Abbildung besteht aus drei wesentlichen Teilen:

- die zeitlichen Verläufe der Koordinaten x_o, y_o, ψ und der Trossenkraft F_A für die Zeitdauer 120 min,
- die Bahnlinien der Tankerbewegung vom Schiffsmittelpunkt O in der horizontalen Ebene (x_o, y_o) zusammen mit der alle 30 min geplotteten schematischen Decks-
kontur und
- Tabellen der ausgewählten Parameterwerte, der identifizierten Gleichgewichtszustände und der berechneten Eigenwerte.

Als erstes zeigt Abb. 4.8 den Vorgeschichtseinfluß auf das globale Verhalten der Tankerbewegung. Die Simulation wurde unter der Modellbedingung numerisch durchgeführt. Wie man feststellen kann, hat die Vorgeschichte des sich langsam bewegenden Tankers (hier beträgt die Bewegungsperiode etwa 23 min) keine Nachwirkung auf das globale Verhalten der Tankerbewegung. Dies stimmt mit den lokalen Stabilitätsanalysen völlig überein und ermöglicht vor allem die Eliminierung des Vorgeschichtskraftanteils F_M in der Gleichung (2.11) bei der numerischen Simulation. Dadurch wird die Dimension des dynamischen Systems von 18 (mit Vorgeschichte) auf 6 (ohne Vorgeschichte) reduziert. Dies führt zur erheblichen Verringerung der Rechenzeit.

Als nächstes wird der globale Einfluß der durch die Stabilitätsanalyse gefundenen Maßnahmen zur Stabilisierung der Tankerbewegung betrachtet. In Abb. 4.9 wurden zwei Simulationen für die Modellbedingung bei außer dem Ruderwinkel identischen Parameterwerten dargestellt. Während der Tanker bei mittschiffs liegendem Ruder $\delta = 0$ (- - -) langsam von seiner instabilen Gleichgewichtslage wegwandert, kehrt der Tanker bei Hartruderlage $\delta = -35^\circ$ (—) schnell zu seiner stabilen Gleichgewichtslage zurück. Eine ähnliche Stabilisierungswirkung zeigt sich auch bei rückwärtsdrehendem Propeller in Abb. 4.10 und bei asymmetrisch eingerichteter Ankerklüsenlage in Abb. 4.11. Alle hier gezeigten globalen Simulationen bestätigen die Aussagen der entsprechenden lokalen Stabilitätsanalysen. Die Wirksamkeit der Maßnahmen ist insbesondere dadurch gekennzeichnet, daß sie den Tanker nach den vorübergehenden Störungen schnell auf die zugehörigen Gleichgewichtslagen zurückbringen und damit indirekt die Kraftspitzen in der Trosse herabsetzen. Die aus der instabilen Gleichgewichtslage resultierende Tankerbewegung beeinträchtigt den Be- und Entladungsvorgang. Die Kraftspitzen gefährden dagegen die Sicherheit der Verankerung. Ein durch das Abreißen der Trosse frei driftender Tanker stellt eine potentielle Gefahr dar. Deshalb gewinnen die Maßnahmen zur Stabilisierung der Tankerbewegung eine besondere praktische Bedeutung.

Als letztes wird der zweideutige Maßstabseinfluß untersucht. Entsprechend dem Parameterpunkt S_1 in Abb. 4.5b wurden die Simulationen jeweils für die Modellbedingung mit einer stabilen Gleichgewichtslage und für die Großausführung mit einer instabilen Gleichgewichtslage numerisch durchgeführt und die entsprechenden Ergebnisse in Abb.

4.12 dargestellt. Die zwei weiteren Simulationen wurden entsprechend dem Parameterpunkt S_2 in Abb. 4.5b für die Modellbedingung mit einer instabilen Gleichgewichtslage und für die Großausführung mit einer stabilen Gleichgewichtslage in Abb. 4.13 geplottet. Auch hier stimmen die Ergebnisse der globalen Simulationen mit den Aussagen der lokalen Stabilitätsanalysen überein. Die physikalischen Erklärungen für den zweideutigen Maßstabseinfluß sind hier offensichtlich. Während der erhöhte Widerstand des Modells am Punkt S_1 beim Ruderlegen $\delta = 0$ allein zur Stabilisierung der Tankerbewegung führt, läßt sich der Stabilisierungseinfluß am Punkt S_2 hauptsächlich auf die erhöhte Ruderwirkung des Schiffs zurückführen. Die in den beiden Abbildungen erscheinende langsame Konvergenz zur stabilen Gleichgewichtslage bzw. Divergenz von der instabilen Gleichgewichtslage hängt mit der schwach negativen bzw. positiven Dämpfung der extrem langsamen Tankereigenschwingungen zusammen (siehe die angegebenen Eigenwerte neben Abb. 4.12 und Abb. 4.13).

4.1.6 Langzeitverhalten der Tankerbewegung

Das Langzeitverhalten nichtlinearer Systeme kann sich qualitativ ändern, wenn ein oder mehrere Systemparameter variiert werden. Dies hat zur Folge, daß die Formen der Attraktoren auch qualitativ verschieden sind. In Abb. 4.14 wurden die vier repräsentativen, verschiedenartigen asymptotischen Verhalten der Tankerbewegung für die Großausführung im normierten 3-dimensionalen Zustandsunterraum $(L^{-1}x_o, L^{-1}y_o, \psi)$ dargestellt. Die benutzten Parameterwerte sind in der entsprechenden Bildunterschrift vollständig angegeben.

Als erstes werden die Bilder 4.14a und 4.14b, die das typische Verhalten der Tankerbewegung darstellen, betrachtet. Wie die lokale lineare Stabilitätsanalyse schon gezeigt hat, existiert innerhalb der praktisch relevanten Bereiche meistens nur die Hopf-Verzweigung im dynamischen System der Tankerbewegung. Mit anderen Worten hat das dynamische System lediglich eine entweder stabile oder instabile Gleichgewichtslage. Daher ist es von besonderer Bedeutung, das globale Langzeitverhalten solcher typischer Situationen unter autonomen Bedingungen mittels numerischer Simulationen zu untersuchen. In Bild 4.14a läuft der in konstanter Strömung verankerte Tanker bei Hartruderlage $\delta = -35^\circ$ nach einer Störung schnell auf seine stabile Gleichgewichtslage zu. In Bild 4.14b läuft dagegen der in konstanter Strömung verankerte Tanker bei mittschiffsliegenden Ruder $\delta = 0$ zuerst von der instabilen Gleichgewichtslage weg und dann auf seinen Grenzzyklus zu. Die zugehörigen Zeitverläufe (nur halb so lang geplottet) der Zustände (x_o, y_o, ψ) sowie der Trossenkraft F_A sind in Abb. 4.15 dargestellt. Die durchgezogene Linie entspricht der Abb. 4.14a und die gestrichelte Linie der Abb. 4.14b. Festzustellen ist:

- Das dynamische System für den Fall Abb. 4.14b ist zwar lokal instabil aber global stabil, d.h. die lokale Instabilität der Tankerbewegung ist global durch die nichtlineare Dämpfung begrenzt.
- Die Periode (hier etwa 27 min) des Grenzzyklus ist auch etwas anders als die Eigenperiode der linearen Stabilitätsanalyse (etwa 23 min, siehe die Eigenwerttabelle in der Bildunterschrift).

- Die großen Spitzen der Trossenkraft sind den lokalen Maxima der negativen x_o -Koordinate zugeordnet.

Außerdem wurden zahlreiche ähnliche Simulationen durchgeführt. Alle Simulationen haben für die Tankerbewegung in konstanter Strömung mit einer eindeutigen Gleichgewichtslage ausnahmslos bestätigt:

- Ist die Gleichgewichtslage stabil, dann läuft der Tanker nach beliebigen vorübergehenden Störungen asymptotisch auf diese Gleichgewichtslage zu.
- Ist die Gleichgewichtslage instabil, dann läuft der Tanker nach beliebigen vorübergehenden Störungen auf seinen Grenzzyklus zu. Man spricht dann von einer selbst-induzierten Schwingung.

Die dynamische Verzweigung von einer stabilen Gleichgewichtslage zu einem stabilen Grenzzyklus wird in der Mathematik auch überkritische Hopf-Verzweigung genannt. Das globale Langzeitverhalten der überkritischen Hopf-Verzweigung der Einpunktverankerung ist in Abb. 4.16 qualitativ veranschaulicht. Dies wurde in mehreren Arbeiten z.B. [5] und [52] sowie [1] numerisch bestätigt. In der Arbeit [1] wurde zusätzlich die sog. unterkritische Hopf-Verzweigung für ein einpunktverankertes Schiffsmodell experimentell gefunden.

Als nächstes wird in Abb. 4.14c das Chaos im autonomen System betrachtet. Dargestellt ist der Attraktor der Tankerbewegung im Zustandsraum $(L^{-1}x_o, L^{-1}y_o, \psi)$. Der Tanker ist in konstanter Strömung ($V_C = 2 \text{ m/s}$, $\psi_C = 180^\circ$) und entgegengesetztem stationärem Wind ($V_W = 17 \text{ m/s}$, $\psi_W = 0$) verankert. Die entsprechenden Zeitverläufe der Zustandsgrößen (x_o, y_o, ψ, ψ_A) sowie der Trossenkraft F_A sind in Abb. 4.17 geplottet. Der Tanker bewegt sich ruckartig (nichtperiodisch) zwischen Steuer- und Backbord. Diese Übergänge selbst sind zwar schnell, aber die Dauer zwischen zwei nacheinander folgenden Übergängen kann sehr lang sein. Die Vorhersage darüber, wann der Übergang geschieht, ist nicht möglich. Außerdem wird jeder Übergang von ausgeprägten Spitzen der Trossenkraft, die die Festigkeit der Verankerung unmittelbar beeinträchtigt, begleitet.

Als letztes wird in Abb. 4.14d das Chaos im nichtautonomen System (manchmal auch erzwungenes Chaos genannt) betrachtet. Der Tanker befindet sich in konstanter Strömung und ist gleichzeitig durch eine Wellengruppe erregt. Die Wellengruppe entsteht aus Überlagerung zweier harmonischer Wellen, die die gleiche Amplitude $A = 0.5 \text{ m}$ und geringfügig unterschiedliche Perioden 9.805 s und 10.203 s haben. Die entsprechenden Zeitverläufe der Zustandsgrößen (x_o, y_o, ψ, ψ_A) sowie der Trossenkraft F_A sind in Abb. 4.18 graphisch dargestellt. Die Gleichgewichtszustände und die Eigenwerte des entsprechenden autonomen Systems sind auch tabellarisch neben den Bildern angegeben. Für die Details der lokalen Stabilitätsanalyse des Tankers im Wellengang wird auf die Arbeit von Schellin et al. [59] hingewiesen. Der Tanker oszilliert hierbei unregelmäßig zwischen Steuer- und Backbord mit einer Grundperiode von etwa 33 min , die in der Nähe der Eigenperiode des Eigenwertpaares (5,6) liegt. Die Periode der Wellengruppe, hier etwa 251 s , ist vergleichbar mit der Eigenperiode des Eigenwertpaares (3,4). Hierbei ist es notwendig zu erklären, daß die linear von der Wellenerhebung abhängigen Wellenerregerkräfte erster Ordnung F_S^1 zu große Frequenzen haben, um die langsame

Tankerbewegung zu beeinflussen. Es sind die Wellendriftkräfte F_S^2 , die proportional zum Quadrat der Welleneinhüllenden sind und den Tanker zur chaotischen Bewegung anregen.

Das anscheinend chaotische Verhalten in Abb. 4.14c und Abb. 4.14d wurde bisher nur im praktischen Sinne verstanden. Ein entsprechender numerischer Beweis mittels der im Abschnitt 3 vorgestellten Kriterien ist für die extrem langsame Tankerbewegung so aufwendig, daß dies in der Praxis fast nicht vertretbar ist. Hier wird nur die Empfindlichkeit des chaotischen Verhaltens gegen Änderung der Anfangsbedingungen überprüft. Abb. 4.19 zeigt die Empfindlichkeit des chaotischen Verhaltens gegenüber den Anfangsbedingungen im autonomen System (Abb. 4.14c), und Abb. 4.20 zeigt die Empfindlichkeit des chaotischen Verhaltens gegenüber den Anfangsbedingungen im nichtautonomen System (Abb. 4.14d). Der Unterschied zwischen den durchgezogenen und gestrichelten Linien entsteht lediglich aus den geringfügigen Änderungen der Anfangsbedingungen (hier speziell $\Delta y_o(0) = 0.00001$ m und $\Delta \psi(0) = 0.00001^\circ$ für Abb. 4.19 bzw. $\Delta \psi(0) = 0.00001^\circ$ für Abb. 4.20), wobei alle anderen Eingabedaten für die jeweilige Abbildung identisch bleiben. Überraschend aber trennen sich die Zeitverläufe z.B. von y_o ab einer unvorhersehbaren Zeit (in Abb. 4.19 etwa bei $t = 100$ min bzw. in Abb. 4.20 etwa bei $t = 220$ min) plötzlich voneinander. Dies ist ein kennzeichnendes Merkmal chaotischen Verhaltens und beschränkt die langfristige Vorhersagbarkeit selbst deterministischer dynamischer Systeme, denn eine Abschätzung der Anfangsbedingungen mit solcher extremer Genauigkeit ist in der Praxis nicht möglich, Pippard [56]. Daraus ergibt sich eine fundamentale Diskrepanz zwischen linearen und nichtlinearen Systemen. Für beide Systeme gilt zwar das Kausalitätsprinzip, d.h. *gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen*. Aber was für lineare Systeme noch gilt, nämlich, *ähnliche Ursachen haben ähnliche Wirkungen*, gilt nicht mehr für nichtlineare Systeme.

4.2 Ergebnisse für das Kranschiff

4.2.1 Parameterbeschreibung

Das im Abschnitt 2.2 aufgebaute mathematische Modell wurde auf ein A-Bock-Kranchiff mit der Gesamtmasse von 2060 Tonnen angewendet. Die Hauptabmessungen des untersuchten Kranschiffs sind in Tabelle 4.4 angegeben. Die rechnerisch identifizierten Parametermatrizen des Zustandsmodells sind in Tabelle 4.5 zusammengefaßt. Die numerische Güte der Parameterapproximation ist im Anhang A graphisch dargestellt. Die von der Last abhängenden Parameterwerte sind in Tabelle 4.6 aufgelistet. Die zur Beschreibung der Wellenerregerkräfte benötigten Parameterwerte sind in den jeweiligen Bildunterschriften angegeben.

4.2.2 Vergleich der Rechenergebnisse mit Meßergebnissen aus Modellversuchen

Das Verhalten des Kranschiffes zusammen mit einer pendelnden Last von 242 t wurde in regelmäßigen Wellen von vorne untersucht. Die in Tabelle 4.6 aufgelisteten Parameterwerte für den Lastfall 242 t sind vom Modellversuch im Maßstab 1:25 auf

die Großausführung umgerechnet. Es wurden dabei sowohl lineare Berechnungen der Übertragungsfunktion im Frequenzbereich als auch nichtlineare Simulationen der globalen Bahnlinien im Zeitbereich durchgeführt. Die genaue Beschreibung der linearen Analyse ist in der Arbeit von Jiang et al. [25] zu finden. Die Ergebnisse sind in Form der Amplitudenverhältnisse von den Bewegungen (Längs- und Stampfbewegungen des Schiffs und Längsbewegung der Last) zu den einfallenden Wellen über die Wellenfrequenz in Abb. 4.21 aufgetragen. Die entsprechenden Meßergebnisse aus Modellversuchen, die am Institut für Schiffs- und Meerestechnik der TU Berlin durchgeführt wurden, sind den Rechenergebnisse gegenübergestellt.

Als erstes werden die Ergebnisse der linearen Analyse betrachtet. Die Amplitudenverhältnisse (im linearen System auch Übertragungsfunktion genannt) sind durch die infolge der geringer Dämpfung ausgeprägten Resonanzspitzen bei den Systemeigenfrequenzen gekennzeichnet. Dies sind die Frequenzen 0.11 und 0.64 rad/s, sie liegen in der Nähe der ungedämpften Eigenfrequenzen der entkoppelten Längsbewegung des Schiffs und der entkoppelten Pendelbewegung der Last. Die zugeordnete Dämpfung der Eigenfrequenz der Stampfbewegung (etwa 0.99 rad/s) ist hingegen so groß, daß kein Resonanzphänomen in der Nähe der Stampfeigenfrequenz erkennbar ist. Auslöschungsfrequenzen ergeben sich bei 0.53 rad/s für die Längsbewegung des Schiffs und 0.68 rad/s für die Stampfbewegung.

Als zweites werden die Ergebnisse der numerischen Simulationen (bezeichnet mit o) erörtert. Um sie mit den Modellversuchen besser vergleichen zu können, wurden alle Simulationsergebnisse in Abb. 4.21 unter Vernachlässigung des kubischen Anteils der Verankerungsrückstellkraft berechnet. Die Koeffizienten der quadratischen Dämpfung betragen hierbei 0.8, d.h. $C_{DX} = C_{DY} = 0.8$. Die regelmäßigen harmonischen Wellen von vorne haben die gleiche Amplitude von 0.5 m und dreizehn verschiedene Frequenzen von 0.3 bis 1.26 rad/s. Am Anfang aller Simulationen befand sich das Kranschiff in seiner Ruhelage. Die Wellenerregerkräfte wurden mit einer sinusförmigen Rampenfunktion, die sich über die ersten fünfzig Wellenperioden erstreckte, multipliziert. Erst nach weiteren fünfzig Wellenperioden wurden die als asymptotisch angesehenen Antworten erfaßt. Sie sind wegen der schwachen Nichtlinearität ausnahmslos periodisch. Dies ermöglicht die Bestimmung der Amplitudenverhältnisse zwischen den Bewegungen und den einfallenden Wellen. Der Vergleich mit den linearen Berechnungen zeigt eine gute Übereinstimmung. In der Nähe der Resonanz- und Auslöschungsfrequenzen liefert jedoch die Simulation zuverlässigere Ergebnisse.

Als drittes werden die Meßergebnisse aus Modellversuchen des Kranschiffs in regelmäßigen Wellen (bezeichnet mit ■) bei Frequenzen 0.40, 0.60 und 1.26 rad/s diskutiert. Für alle drei Frequenzen stimmen die Meßergebnisse mit den berechneten Ergebnissen gut überein.

Als viertes werden die Meßergebnisse aus Modellversuchen des Kranschiffs in sog. Gaußschen Wellenpaketen (bezeichnet mit ☆) beschrieben. Die Messungen der Schiffslängsbewegung erstreckten sich über den Frequenzbereich von 0.22 bis 1.52 rad/s, die Messungen der Schiffsstampfbewegung und der Längsbewegung der Last deckten den Frequenzbereich von 0.12 bis 1.52 rad/s ab. In der Nähe der Resonanzfrequenzen liefert die

Simulation für die Schiffslängs- und -stampfbewegung genauere Ergebnisse als die lineare Analyse. Für die Längsbewegung der Last scheint dagegen die Korrelation zwischen den Versuchsergebnissen und der linearen Analyse besser zu sein. Dies hat eigentlich mit der Physik nichts zu tun, denn die Meßergebnisse in Wellenpaketen sind im Bereich der Resonanz meistens problematisch, insbesondere bei schwacher Dämpfung, wie es für die Pendelbewegung im Resonanzbereich der Fall war. Einzelheiten zum Thema Modellversuche in Wellenpaketen finden sich in der Arbeit von Clauss und Riekert [9].

Zusammenfassend zeigt sich eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen den numerischen Simulationen und Messungen aus Modellversuchen. Dies bestätigt numerisch die Richtigkeit der physikalischen Überlegung des mathematischen Modells. Die linearen Berechnungen dienen hierbei mehr zur Überprüfung des Simulationsalgorithmus und erleichtern nicht zuletzt die Identifizierung der kritischen Bereiche der Resonanz und der Eigenfrequenzen des Systems.

4.2.3 Nichtlineare Simulationen

Anhand des entwickelten Simulationsalgorithmus wurden sämtliche numerische Simulationen des Langzeitverhaltens vom untersuchten Kranschiff in regelmäßigen harmonischen Wellen von vorn durchgeführt. Als repräsentative Beispiele wurden die Rechenergebnisse für die Wellenperioden 5 s, 15 s und 9.75 s in Abb. 4.22, Abb. 4.23 und Abb. 4.24 graphisch dargestellt. Als kritische Zustandsgrößen wurden dabei die Pendelbewegung der Last und die Hubseilkraft betrachtet, denn die Pendelbewegung beeinträchtigt die Handhabung der Last, und die Hubseilkraft ist ein Kriterium für die Betriebssicherheit. Die angenommene Wellenamplitude ist für alle drei Simulationen gleich; ihr Wert von 0.5 m ist realistisch für das betrachtete Kranschiff. Die Koeffizienten der quadratischen Dämpfung betragen hierbei 0.2, d.h. $C_{DX} = C_{DY} = 0.2$. Die restlichen Parameter sind für die drei Simulationen identisch und entsprechen den Werten für den Lastfall von 300 t in Tabelle 4.6. Jede Simulation dauerte 456 Wellenperioden. Die Ergebnisse von den ersten 200 Wellenperioden wurden weggelassen. Für die letzten 256 Wellenperioden, die praktisch als asymptotisches Verhalten angesehen werden können, wurden die Zeitverläufe der Zustandgrößen in $256 \times 32 = 2^{13}$ äquidistanten Zeitschritten zur weiteren Verarbeitung (z.B. FFT) gespeichert.

In Abb. 4.22, Abb. 4.23 und Abb. 4.24 sind die Zeitverläufe der Pendelbewegung der Last im Bildteil a und der Hubseilkraft im Bildteil b dargestellt. Die Pendelbewegung der Last wurde zuerst der im Abschnitt 3.3.2 geschilderten Fourier-Analyse unterzogen. Die daraus entstehende Autokorrelationsfunktion sowie das Amplitudenspektrum wurden dann im Bildteil c und Bildteil d der jeweiligen Abbildungen dargestellt.

Das typische Verhalten des Kranschiffs in harmonischen Wellen ist die sog. Periodenvervielfachung. Dies geschieht bei fast allen Erregerfrequenzen der einfallenden Wellen. Die Erregerperiode von 5 s ist viel kleiner als die Systemeigenperiode, die nahe der umgedämpften Eigenperiode der entkoppelten Pendelbewegung der Last (hier speziell 10 s) liegt. Wie erwartet, hat die Pendelbewegung der Last sehr kleine Amplituden (etwa 1° in Bild 4.22a). Die entsprechende Autokorrelationsfunktion in Bild 4.22c ist periodisch. Das zugehörige Amplitudenspektrum in Bild 4.22d besteht aus zwei diskreten

Linien bei 0.2 Hz (Periode 5 s) und 0.0267 Hz (Periode 37.5 s). Daraus ergibt sich die gemeinsame Periode von 75 s, d.h. das Bewegungsverhalten ist durch die Periodenverfünzfachung (15×5 s) charakterisiert. Die Hubseilkraft in Bild 4.22b oszilliert periodisch um den Mittelwert von 2943 kN mit den Amplitude von 208 kN. Ein ähnliches Verhalten (dargestellt in Abb. 4.23) wurde auch für die Erregerperiode von 15 s, die viel größer als die ungedämpfte Eigenperiode der pendelnden Last ist, beobachtet. Hierbei ergibt sich eine Periodenverzehnfachung. Das Phänomen der Periodenvervielfachung kann eigentlich mittels der Poincaré-Abbildung noch besser veranschaulicht werden als mittels des Amplitudenspektrums. Für das Kranschiff ist aber das Verfahren der einfachen Poincaré-Abbildung wegen der schwachen Dämpfung in den langsamen horizontalen Bewegungen einerseits und dem Vorhandensein von neun Freiheitsgraden des dynamischen Systems andererseits nicht ohne weiteres anwendbar, siehe Moon [43].

Nähert sich die Erregerperiode der Eigenperiode der Bewegung der entkoppelten pendelnden Last an, dann kann das Verhalten des Kranschiffs auch in regelmäßigen Wellen chaotisch und unregelmäßig sein. In Abb. 4.24 wurde ein solcher Fall dargestellt. Die Erregerperiode ist 9.75 s. Sie ist in der Nähe der Eigenperiode (10 s) der entkoppelten pendelnden Last. Der Zeitverlauf der Pendelbewegung der Last ist durch die Unregelmäßigkeit mit großen Amplituden (etwa 18°) im Bildteil a gekennzeichnet. Die tendenzmäßig abklingende Autokorrelationsfunktion im Bildteil c und das anscheinend kontinuierliche Amplitudenspektrum deuten an, daß das Bewegungsverhalten chaotisch ist, siehe Kunick und Steeb [30] sowie Hao [19]. Außerdem sind noch die ausgeprägten Spitzen im Amplitudenspektrum zu erkennen. Die Spitze in der Mitte (etwa 0.1 Hz) entspricht der Erregerfrequenz. Die Spitzen rechts von der Erregerfrequenz zeigen die Oberschwingungen an, und die Spitzen links von der Erregerfrequenz bezeichnen die subharmonischen Schwingungen, also die Periodenvervielfachungen. Die Hubseilkraft im Bildteil b oszilliert zwar unregelmäßig um den Mittelwert, aber der dynamische Anteil ist im Vergleich zum Mittelwert nur von untergeordneter Bedeutung.

Das in Abb. 4.24 dargestellte chaotische Verhalten wurde auf die extreme Empfindlichkeit gegen Anfangsbedingungen überprüft. Abb. 4.25 zeigt zwei Simulationen, die außer dem geringfügigen Unterschied in den Anfangsbedingungen $\Delta\alpha(0) = 0.000001^\circ$ bei identischen Eingabedaten durchgeführt wurden. Die zwei Zeitverläufe der Pendelbewegung beginnen nach etwa 600 s plötzlich und unerwartet voneinander zu divergieren. Dies ist ein kennzeichnendes Merkmal chaotischen Verhaltens und beschränkt vor allem die langfristige Vorhersagbarkeit deterministischer Systeme.

Es bleiben noch zwei weitere Erscheinungen im Zusammenhang mit dem chaotischen Verhalten in Abb. 4.24 zu erwähnen. Als erstes wird der Einfluß der Rückstellcharakteristik der Verankerung auf das Systemverhalten demonstriert. In Abb. 4.26 sind die Amplitudenspektren der Pendelbewegung der Last aus Simulationen bei $C_{1x} = C_{1y} = C_{1\psi} = 0$ bzw. $C_{3x} = C_{3y} = C_{3\psi} = 0$ dargestellt, wobei alle anderen Eingabedaten identisch wie in Abb. 4.24 waren. Während das anscheinend breitbändige Rauschen im Bildteil a (impliziert chaotisches Verhalten) in Abwesenheit des linearen Anteils der Rückstellkräfte der Verankerung weiter existiert, verschwindet es aber, wenn der kubische Anteil der Rückstellkräfte weggelassen wird. Dies bedeutet, daß der kubische Anteil der Rückstellkräfte für das chaotische Verhalten verantwortlich ist. Mathematisch

gesehen ist dies gar nicht verwunderlich, denn die Bewegungsgleichung (2.33) des Kranschiffes impliziert in Anwesenheit des kubischen Anteils der Rückstellkräfte ein modifiziertes Duffing-Gleichungssystem mit mehreren Freiheitsgraden. Die Duffing-Gleichung mit einem Freiheitsgrad ist eine klassische Quelle von Chaos, siehe z.B. Thompson und Virgin [71]. Als nächstes wird der Einfluß der Erregeramplituden auf das chaotische Verhalten betrachtet. In Abb. 4.27 wurden die zwei Zeitverläufe im Bildteil a und c sowie ihre Amplitudenspektren im Bildteil b und d der Lastpendelbewegung dargestellt. Die Erregeramplitude wurde für den Zeitverlauf im Bildteil a gegenüber der Erregeramplitude in Abb. 4.24 halbiert und für den Zeitverlauf im Bildteil c dagegen verdoppelt. Das sog. breitbandige Rauschen des Amplitudenspektrums verschwindet für beide Fälle. Dies bedeutet, daß das chaotische Verhalten mit dem klassischen Resonanzphänomen linearer Systeme direkt nichts zu tun hat, denn die Resonanz in den linearen Systemen ist unabhängig von der Erregeramplitude. Das hier genannte chaotische Verhalten ist eine reine Erscheinung nichtlinearer Systeme in kritischen Parameterbereichen.

In der Literatur wurden die sog. parametererregten Schwingungen im Zusammenhang mit der Betriebssicherheit von Kranschiffen oft diskutiert, siehe z.B. Grim [17] und Patel et al. [54]. Die mathematische Formulierung sowie die physikalischen Zusammenhänge dieser Problematik werden im Anhang C gesondert betrachtet. Einige numerische Ergebnisse für das hier untersuchte Kranschiff sind ebenfalls dort zu finden. Infolge der vorhandenen Dämpfung (potential- und zähigkeitsbedingt), die indirekt auf die Pendelbewegung der Last wirkt, bleibt die Bewegung der pendelnden Last aber klein. Diese parametererregte Schwingung hat daher auch keine große praktische Bedeutung für das untersuchte Kranschiff.

4.3 Ergebnisse für den verankerten Ponton

4.3.1 Parameterbeschreibung

Die benutzten Parameterwerte des verankerten Pontons sind gemäß dem im Abschnitt 2.3 angegebenen mathematischen Modell in Tabelle 4.7 aufgelistet. Der untersuchte Ponton ist hydrodynamisch identisch mit dem Kranschiff ohne den A-Bock bei gleicher Verdrängung. Für die genaue Beschreibung der Systemparameter wird daher auf den Abschnitt 4.2.1 hingewiesen. Die Parameter der Wellenerregung wurden hierbei so ausgewählt, daß sie für den betrachteten Ponton realistisch bleiben. Im einzelnen sind sie in den Bildunterschriften zu finden. Das hier vorzustellenden Ergebnisse sind aus Zeitverläufen ab $500 \times T$ bzw. ab $100 \times T_G$ nach dem Simulationsstart in harmonischen Wellen bzw. in periodischen Wellengruppen entnommen, wobei T die Periode der harmonischen Wellen bzw. T_G die Periode der Wellengruppen bezeichnet.

Es bleibt noch zu erwähnen, daß die Vereinfachung des dynamischen Systems bis auf einen einzigen Freiheitsgrad zur erheblichen Reduzierung des Rechenaufwands führt. Dies ermöglicht zum einen, den Parametereinfluß auf das Bewegungsverhalten des betrachteten Pontons systematisch zu untersuchen, und zum anderen die vollständige Anwendung der im Abschnitt 3 vorgestellten mathematisch strengeren, aber rechnerisch aufwendigeren Untersuchungsmethoden (Poincaré-Abbildung, Ljapunov-Exponenten und fraktale Dimension) durchzuführen.

4.3.2 Surge-Bewegung des Pontons in harmonischen Wellen

Eine der wichtigsten Aufgaben zur Untersuchung des verankerten Pontons ist das Langzeitverhalten des Pontons in regelmäßigen, harmonischen Wellen. Die Parameter der Elementarwellen sind die Amplitude, die Periode bzw. Frequenz und die Phase bei $t = 0$ (auch Nullphase genannt). Die Amplitude ist oft durch ein Seegangsspektrum über einen bestimmten Frequenzbereich gegeben und muß vor allem realistisch sein. Die Periode in Verbindung mit den Eigenperioden des Systems wird meistens als entscheidender Parameter angesehen. Die Untersuchung des globalen Verhaltens des Pontons in Abhängigkeit von den Wellenamplituden und -perioden gewinnt daher eine praktische Bedeutung. Die Nullphase ist physikalisch über den Bereich von 0 bis 2π gleichverteilt und kann als eine besondere Art der Anfangsbedingung betrachtet werden. Sie hat in dieser Arbeit ausnahmslos den Wert 0.

Das typische Verhalten des verankerten Pontons in harmonischen Wellen ist durch die Periodenvervielfachung und die Koexistenz verschiedener Attraktoren im Zustandsraum charakterisiert. Abb. 4.28 zeigt ein solches Beispiel. Dargestellt sind die asymptotischen Zeitverläufe im Bildteil a, die asymptotischen Phasenbilder im Bildteil b und die entsprechenden Poincaré-Abbildungen im Bildteil c. Festzustellen ist, daß verschiedene Anfangsbedingungen (hier S_1 und S_2) bei sonst identischen Eingabedaten (angegeben in der Bildunterschrift) zu verschiedenen asymptotischen Systemantworten führen können. Startet die numerische Simulation von der Ruhelage $S_1(0, 0)$, so bewegt sich der Ponton harmonisch mit der Erregerperiode $T = 8$ s. Die Phasenpunkte (bezeichnet mit o) nähern sich dann in der Poincaré-Abbildung einem einzigen Phasenpunkt an. Startet aber die numerische Simulation vom Phasenpunkt S_2 (2.2 m, 0.93 m/s), so läuft der Ponton auf seinen Grenzyklus mit der Periode $3T = 24$ s zu. Die Phasenpunkte (bezeichnet mit *) nähern sich dann in der Poincaré-Abbildung drei verschiedenen asymptotischen Phasenpunkten an, also handelt es sich um eine Periodenverdreifung. Zu bemerken ist noch, daß sich die zwei Attraktoren nicht nur durch die unterschiedlichen Perioden (Periodenverhältnis 3), sondern auch durch die ganz unterschiedlichen Amplituden (Amplitudenverhältnis etwa 9) unterscheiden. Die Asymmetrie der Surge-Bewegung des Pontons wurde durch die im mathematischen Modell berücksichtigte Wellenerregerkraft zweiter Ordnung verursacht. In harmonischen Wellen ist dieser Kraftanteil zeitlich konstant.

Um den Einfluß der einzelnen Parameter auf die Pontonbewegung zu untersuchen, wurden weitere numerische Simulationen des Pontons in harmonischen Wellen durchgeführt. Die entsprechenden Ergebnisse wurden tabellarisch zusammengefaßt. Aufgelistet sind die Antwortamplituden (x_{oA} , \dot{x}_{oA}) und -perioden des Pontons sowie die zugehörigen Anfangsbedingungen (x_o , \dot{x}_o) jeweils in Abhängigkeit von der Wellenamplitude A , der Wellenperiode T und dem Beiwert der quadratischen Dämpfung C_{DX} . Zunächst wird der Einfluß der Wellenamplitude auf die Pontonbewegung in Tabelle 4.8 betrachtet. Die Amplituden der harmonischen Lösung, die dieselbe Periode wie die Wellenerregung hat, sind proportional zu den Wellenamplituden, z.B. während die Wellenamplitude von 0.1 m auf 1.0 m ansteigt, vergrößert sich die Bewegungsamplitude x_{oA} auch zehnfach von 0.0376 m auf 0.3762 m. Das bedeutet, daß die harmonische Lösung den Ergebnissen der linearen Analyse entspricht. Die Abhängigkeit der periodenvervielfachenden Lösung

von der Wellenamplitude ist nicht mehr so einfach. Im Bereich der Wellenamplituden von 0.2 m bis 1.2 m treten die Periodenverdreifachungen auf. Die Bewegungsamplitude x_{oA} ändert sich verhältnismäßig wenig. Die Geschwindigkeitsamplitude \dot{x}_{oA} steigt bei zunehmender Wellenamplitude leicht an. Bei relativ großen Amplituden von 1.3, 1.4 und 1.5 m kommen die Periodenverneunfachungen vor. Das Amplitudenverhältnis zwischen den harmonischen und periodenverneunfachenden Bewegungen beträgt etwa 5. Für die Wellenamplitude 0.1 m wurde auch die Periodenverfünffachung gefunden. Das Amplitudenverhältnis der Periodenverfünffachung zu der entsprechenden harmonischen Lösung beträgt hierbei etwa 10.5. Der Einfluß der Wellenperiode auf die Pontonbewegung wurde in Tabelle 4.9 erfaßt. Hierbei ändern sich die Amplituden sowohl der harmonischen Lösungen als auch der Periodenverdreifachungen bei $T = 8, 9, 10$ s bzw. -verdopplungen bei $T = 11, 12, 13$ s stark mit den Wellenperioden. Der Einfluß der quadratischen Dämpfung auf die Pontonbewegung wurde in Tabelle 4.10 zusammengestellt. Die Amplitudenänderung der harmonischen und periodenverdreifachenden Pontonbewegungen ist im hier betrachteten Bereich der C_{DX} -Werte einer üblichen Pontonform minimal. Die Erklärung für die harmonische Lösung ist einfach, denn bei der Periode von 8 s ist die lineare Potentialdämpfung entscheidend für die Pontonbewegung. Daß die langsamen Bewegungen mit der Periode 24 s von den betrachteten C_{DX} -Werten fast unabhängig sind, liegt daran, daß die Dämpfungskraft viel zu klein ist als die Trägheits- und Rückstellkraft. Die entsprechenden Zeitverläufe zeigten, daß der Ponton seine asymptotischen Zustände um so schneller erreicht, je größer der C_{DX} -Wert ist.

Schließlich bleibt noch zu erwähnen, daß die betrachteten Parameter nicht nur die Form der asymptotischen Pontonbewegungen (Attraktoren), sondern auch das zugehörige Einzugsgebiet der Attraktoren beeinflussen. Z.B. war es nicht möglich, mit denselben Anfangsbedingungen alle Periodenverdreifachungen für verschiedene Amplituden zu finden. Auf die Untersuchung der Einzugsgebiete verschiedenartiger Attraktoren wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit verzichtet.

4.3.3 Surge-Bewegung des Pontons in periodischen Wellengruppen

Der verankerte Ponton hat eine viel niedrigere Eigenfrequenz der horizontalen Bewegung (hier der Surge-Bewegung) als die Erregerfrequenz einzelner Elementarwellen. Das heißt, die langsame Eigenschwingung des Pontons kann nicht direkt durch eine Elementarwelle erregt werden. Eine kontinuierliche periodische Wellengruppe, die aus der Überlagerung zweier harmonischer Elementarwellen benachbarter Frequenz besteht, kann jedoch infolge der Wellenerregerkraft zweiter Ordnung die Eigenschwingung der Surge-Bewegung erregen. Die genaue Beschreibung solcher Wellengruppen ist in der Arbeit von Jiang et al. [25] angegeben. Die hier angenommenen zwei harmonischen Elementarwellen haben die gleiche Amplitude ($A_1 = A_2 = 0.5$ m) und etwas unterschiedliche Perioden ($T_1 = 12$ s und $T_2 = \frac{84}{5}$ s). Daraus ergibt sich die Gruppenperiode 42 s.

Die numerischen Ergebnisse sind in Abb. 4.29 graphisch dargestellt. Der Zeitverlauf der Surge-Bewegung im Bildteil a ist unregelmäßig und nichtperiodisch. Das zugehörige Amplitudenspektrum im Bildteil b ist sowohl durch Kontinuität als auch durch aus-

geprägten Spitzen gekennzeichnet. Diese Kontinuität ist ein zuverlässiges Symptom für chaotisches Verhalten. Die ausgeprägten Spitzen bei $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{84}$ und $\frac{1}{42}$ entsprechen den Erregerfrequenzen. Die sonstigen Spitzen sind den Periodenvervielfachungen oder Oberschwingungen der Erregungen zugeordnet. Der Bildteil c zeigt das unregelmäßige Phasenbild in der Zustandsebene (x_o, \dot{x}_o) . Neben dem Phasenbild sind die ersten drei nach dem im Anhang D vorgestellten numerischen Verfahren berechneten Ljapunov-Exponenten angegeben. Wichtig ist, daß der größte Ljapunov-Exponent $\lambda_1 = 0.0103$ positiv ist. Dies bedeutet, daß das unregelmäßige Phasenbild mathematisch gesehen einem seltsamen Attraktor zugeordnet werden kann. Nach der Definition der Gleichung (4.26) beträgt die fraktale Dimension dieses seltsamen Attraktors 2.72. Dies weist darauf hin, daß das dynamische Verhalten im wesentlichen schon durch ein mathematisches Modell der Dimension 3 (statt 6) beschrieben werden könnte.

Zu bemerken ist noch, daß der in Abb. 4.29c dargestellte chaotische Attraktor einen relativ kleinen positiven Ljapunov-Exponenten besitzt. Dies hängt mit der physikalisch bedingten langsamen Surge-Bewegung des verankerten Pontons zusammen und bedeutet eine langsame Divergenz benachbarter Trajektorie der chaotischen Pontonbewegung. Weitere Simulationen zeigten, daß die Ljapunov-Exponenten und -Dimension der Pontonbewegung in periodischen Wellengruppen sowohl von den Systemparametern (C_{DX}, C_{1x}, C_{3x}) als auch von den Wellenparametern (A_1, A_2, T_1, T_2) abhängen. In der vorliegenden Arbeit wurde auf die entsprechende parametrische Untersuchung, die mit einem hohen rechnerischen Aufwand verbunden ist, verzichtet.

Tabelle 4.1: Hauptabmessungen des untersuchten Tankers¹

Schiff		
Länge zwischen den Loten	290.0	m
Länge der Wasserlinie	296.0	m
Breite	47.5	m
Tiefgang vorn	16.196	m
Tiefgang hinten	15.964	m
Blockkoeffizient	0.805	
Schwerpunktlage x_G	7.243	m
Trägheitsradius um die z-Achse	66.360	m
Propeller		
Anzahl	1	
Durchmesser	7.910	m
Steigungsverhältnis	0.745	
Flächenverhältnis	0.600	
Flügelzahl	5	
Schraubensinn	rechts	
Ruder		
Anzahl	1	
Lateralfläche	73.50	m ²
Länge(Profiltiefe)	7.15	m

¹HSVA-Modell Nr. 2507, Maßstab 1:35

Tabelle 4.2: Identifizierte Parametermatrizen¹ des Zustandsmodells für den untersuchten Tanker

Element	11	22	33	23	32
$\mathbf{a}(0)$	9.92E+3	1.42E+5	6.65E+8	1.32E+6	1.30E+6
$\mathbf{a}(\infty)$	4.45E+3	5.56E+4	3.17E+8	2.41E+5	2.29E+5
\mathbf{A}_0	9.25E-2	1.18E-1	2.07E-1	-3.42E-4	-2.28E+0
\mathbf{A}_1	3.34E-1	3.63E-1	4.34E-1	-1.14E-4	-3.21E+0
\mathbf{A}_2	1.20E+0	1.12E+0	1.32E+0	-1.08E-3	-8.55E+0
\mathbf{A}_3	1.14E+0	1.21E+0	1.14E+0	3.46E-4	-1.49E+0
\mathbf{B}_0	1.54E-1	3.45E-1	-2.78E+3	-2.63E+0	-5.72E+1
\mathbf{B}_1	5.03E+2	9.78E+3	6.97E+7	7.64E+3	-2.73E+4
\mathbf{B}_2	1.86E+3	3.13E+4	1.46E+8	3.49E+5	1.74E+5
\mathbf{B}_3	3.96E+3	6.06E+4	2.91E+8	6.73E+5	7.22E+5

¹Wegen Symmetrie verschwinden die Elemente 12, 21, 13 und 31.

Tabelle 4.3: Variation der Systemparameter für die Stabilitätsanalyse des Tankers

Parameter	Referenzwert	Untersuchungsbereich
V_C [ms ⁻¹]	2	0 bis 4.0
x_A [m]	145	90 bis 145
y_A [m]	0	-23.75 bis 23.75
L_{AU} [m]	75	0 bis 1600
n [min ⁻¹]	($Q = 0$)	-20 bis 20
δ [°]	0	-30 bis 30

Tabelle 4.4: Hauptdaten des untersuchten Kranschiffes

Länge zw. dem Loten	55.0	m
Wasserlinienlänge	55.0	m
Breite	25.0	m
Tiefgang	1.6	m
Blockkoeffizient	0.914	
Schiffsmasse (exkl. Ballast)	600.0	t
Schiffsverdrängung bei 1.6 m Tiefgang	2060.0	t

Tabelle 4.5: Identifizierte Parametermatrizen¹ des Zustandsmodells für das untersuchte Kranschiff

Element	11	22	33		44	55	66	
$\mathbf{a}(0)$	1.18E+2	4.39E+2	2.31E+4	kNm ⁻¹ s ²	3.70E+5	2.77E+6	7.77E+4	kNms ²
$\mathbf{a}(\infty)$	7.25E+1	1.54E+2	1.20E+4	kNm ⁻¹ s ²	2.97E+5	1.86E+6	3.47E+4	kNms ²
\mathbf{A}_0	1.11E+0	2.08E+0	6.77E-3	s ⁻⁴	8.20E-1	6.76E-1	4.39E+0	s ⁻⁴
\mathbf{A}_1	2.43E+0	3.63E+0	1.84E-1	s ⁻³	1.79E+0	2.66E+0	3.44E+0	s ⁻³
\mathbf{A}_2	4.47E+0	5.36E+0	1.06E+0	s ⁻²	3.03E+0	4.21E+0	5.63E+0	s ⁻²
\mathbf{A}_3	2.62E+0	2.67E+0	1.69E+0	s ⁻¹	2.07E+0	3.76E+0	1.65E+0	s ⁻¹
\mathbf{B}_0	6.60E-6	1.51E-3	-3.07E-2	kNm ⁻¹ s ⁻³	8.90E-1	-2.23E+1	1.51E-1	kNms ⁻³
\mathbf{B}_1	5.07E+1	5.95E+2	7.41E+1	kNm ⁻¹ s ⁻²	5.98E+4	6.13E+5	1.88E+5	kNms ⁻²
\mathbf{B}_2	1.11E+2	1.04E+3	1.99E+3	kNm ⁻¹ s ⁻¹	1.31E+5	2.40E+6	1.47E+5	kNms ⁻¹
\mathbf{B}_3	1.50E+2	1.09E+3	1.02E+6	kNm ⁻¹	1.47E+5	3.08E+6	1.50E+5	kNm

¹Wegen Symmetrie verschwinden alle Nichtdiagonalelemente.

Tabelle 4.6: Hakenlastabhängige Parameter des untersuchten Kranschiffes

Masse der Hakenlast	242.0	300.0	t
Hubseillänge in der Gleichgewichtslage	24.72	24.75	m
Elastizitätskoeff. des Hubseils	20000.0	20000.0	kNm ⁻¹
Ballast	1218.0	1160.0	t
Längskoord. des Ballastzentrums	-7.6	-10.22	m
Vert. Koord. des Ballastzentrums	0.0	0.0	m
Schiffsmasse (inkl. Ballast)	1818.0	1760.0	t
Längs-Trägheitsmoment um G	217000.0	174340.0	tm ²
Quer-Trägheitsmoment um G	853000.0	471600.0	tm ²
Vert. Trägheitsmoment um G	772000.0	439170.0	tm ²
Längskoord. von G: x_G	-5.1	-6.73	m
Querkoord. von G: y_G	0.0	0.0	m
Vert. Koord. von G: z_G	-2.4	-1.98	m
Längskoord. der Krannock: x_A	38.3	39.5	m
Querkoord. der Krannock: y_A	0.0	0.0	m
Vert. Koord. der Krannock: z_A	-40.0	-41.7	m
Verankerungskoeffizient: C_{1x}	27.0	50.0	kNm ⁻¹
: C_{1y}	34.0	75.0	kNm ⁻¹
: $C_{1\psi}$	42.0	30.0	MNm
: C_{3x}	0.0	100.0	kNm ⁻³
: C_{3y}	0.0	27.5	kNm ⁻³
: $C_{3\psi}$	0.0	4200.0	MNm

Tabelle 4.7: Hauptdaten des Pontons

Länge zwischen den Loten	55.0	m
Länge der Wasserlinie	55.0	m
Breite	25.0	m
Tiefgang	1.6	m
Blockkoeffizient	0.914	
Masse des Pontons	2060.0	t
Parameter des Zustandsmodells		
$a(0)$	96.700	kNs ² m ⁻¹
$a(\infty)$	56.700	kNs ² m ⁻¹
$b(0)$	0.000	
$b(\infty)$	0.000	
A_0	1.240	s ⁻⁴
A_1	2.370	s ⁻³
A_2	4.600	s ⁻²
A_3	2.330	s ⁻¹
B_0	0.001	kNm ⁻¹ s ⁻³
B_1	49.500	kNm ⁻¹ s ⁻²
B_2	95.200	kNm ⁻¹ s ⁻¹
B_3	132.000	kNm ⁻¹

Tabelle 4.8: Einfluß der Wellenamplitude auf die Pontonbewegung ($C_{DX} = 0.8, T = 8 \text{ s}$)

Wellenamplitude	Anfangsbedingungen		Antwortamplituden		Antwortperiode	
	$A[\text{m}]$	$x_o(0)[\text{m}]$	$\dot{x}_o(0)[\text{ms}^{-1}]$	$x_{oA}[\text{m}]$	$\dot{x}_{oA}[\text{ms}^{-1}]$	[s]
0.1		0.00	0.0000	0.0376	0.0285	8
		2.20	0.9291	0.4048	0.0833	5×8
0.2		0.00	0.0000	0.0728	0.0597	8
		1.65	-0.6969	2.3362	0.6090	3×8
0.3		0.00	0.0000	0.1092	0.0896	8
		1.65	-0.6969	2.3180	0.6508	3×8
0.4		0.00	0.0000	0.1456	0.1146	8
		2.20	0.9291	2.2876	0.6925	3×8
0.5		0.00	0.0000	0.1829	0.1412	8
		2.20	0.9291	2.2927	0.7176	3×8
0.6		0.00	0.0000	0.2185	0.1731	8
		2.20	0.9291	2.2391	0.7642	3×8
0.7		0.00	0.0000	0.2549	0.2078	8
		2.20	0.9291	2.2209	0.8052	3×8
0.8		0.00	0.0000	0.2913	0.2323	8
		2.20	0.9291	2.2087	0.8222	3×8
0.9		0.00	0.0000	0.3398	0.2651	8
		2.20	0.9291	2.2148	0.8721	3×8
1.0		0.00	0.0000	0.3762	0.2930	8
		2.20	0.9291	2.2209	0.9000	3×8
1.1		0.00	0.0000	0.4129	0.3209	8
		2.20	0.9291	2.2330	0.9279	3×8
1.2		0.00	0.0000	0.4551	0.3600	8
		2.20	0.9291	2.2451	0.9600	3×8
1.3		0.00	0.0000	0.4913	0.4000	8
		1.65	-0.6969	2.5862	1.0875	9×8
1.4		0.00	0.0000	0.5345	0.4250	8
		1.65	-0.6969	2.6724	1.1500	9×8
1.5		0.00	0.0000	0.5865	0.4625	8
		2.20	0.9291	2.7212	1.1812	9×8

Tabelle 4.9: Einfluß der Wellenperiode auf die Pontonbewegung ($C_{DX} = 0.8, A = 0.5$ m)

Wellenperiode	Anfangsbedingungen		Antwortamplituden		Antwortperiode
T [s]	$x_o(0)$ [m]	$\dot{x}_o(0)$ [ms ⁻¹]	x_{oA} [m]	\dot{x}_{oA} [ms ⁻¹]	[s]
8	0.00	0.0000	0.1829	0.1412	8
	2.20	0.9291	2.2927	0.7176	3×8
9	0.00	0.0000	0.2500	0.1740	9
	2.20	-0.9291	1.8125	0.6240	3×9
10	0.00	0.0000	0.3048	0.1920	10
	2.20	-0.9291	1.4920	0.5300	3×10
11	0.00	0.0000	0.3558	0.2014	11
	2.20	-0.9291	2.6686	0.8403	2×11
12	0.00	0.0000	0.3913	0.2090	12
	2.20	-0.9291	2.3217	0.7164	2×12
13	0.00	0.0000	0.4270	0.2095	13
	2.20	0.0000	2.0056	0.6179	2×13

Tabelle 4.10: Einfluß der quadratischen Dämpfung auf die Pontonbewegung ($A = 0.5$ m, $T = 8$ s)

Beiwert	Anfangsbedingungen		Antwortamplituden		Antwortperiode
C_{DX}	$x_o(0)$ [m]	$\dot{x}_o(0)$ [ms ⁻¹]	x_{oA} [m]	\dot{x}_{oA} [ms ⁻¹]	[s]
0.2	0.00	0.0000	0.1829	0.1433	8
	-1.10	0.4647	2.2561	0.7284	3×8
0.3	0.00	0.0000	0.1829	0.1433	8
	-1.10	0.4647	2.2683	0.7313	3×8
0.4	0.00	0.0000	0.1829	0.1433	8
	-1.10	0.4647	2.2684	0.7314	3×8
0.5	0.00	0.0000	0.1829	0.1412	8
	-1.10	0.4647	2.2927	0.7176	3×8
0.6	0.00	0.0000	0.1829	0.1412	8
	2.42	0.0000	2.2924	0.7177	3×8
0.7	0.00	0.0000	0.1829	0.1412	8
	2.42	0.0000	2.2915	0.7180	3×8
0.8	0.00	0.0000	0.1829	0.1412	8
	2.20	0.9291	2.2910	0.7210	3×8
0.9	0.00	0.0000	0.1829	0.1412	8
	2.42	0.0000	2.2900	0.7208	3×8
1.0	0.00	0.0000	0.1829	0.1412	8
	2.20	-0.9291	2.2805	0.7315	3×8

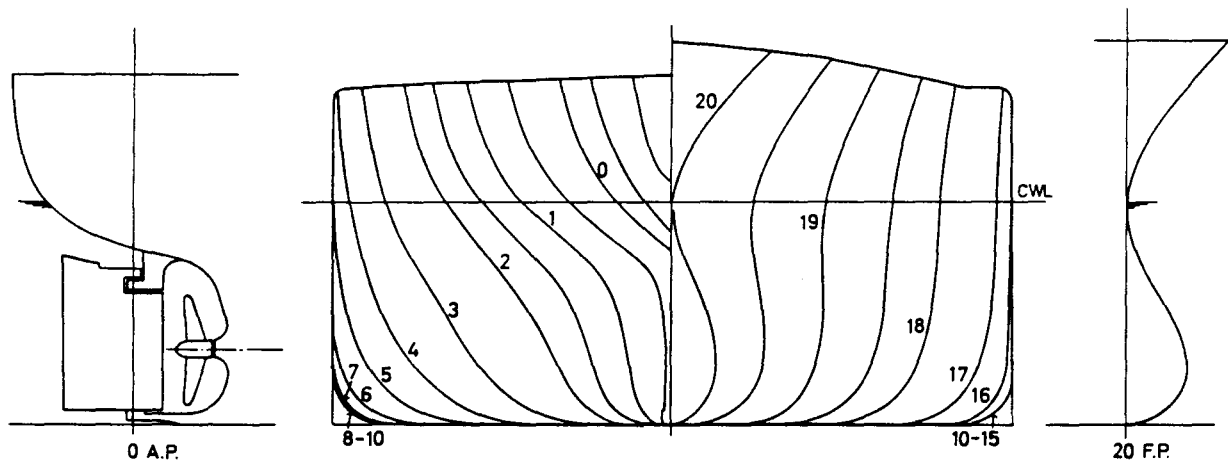


Abb. 4.1: Spantenriß und Stevenkontur der untersuchten Tankerform

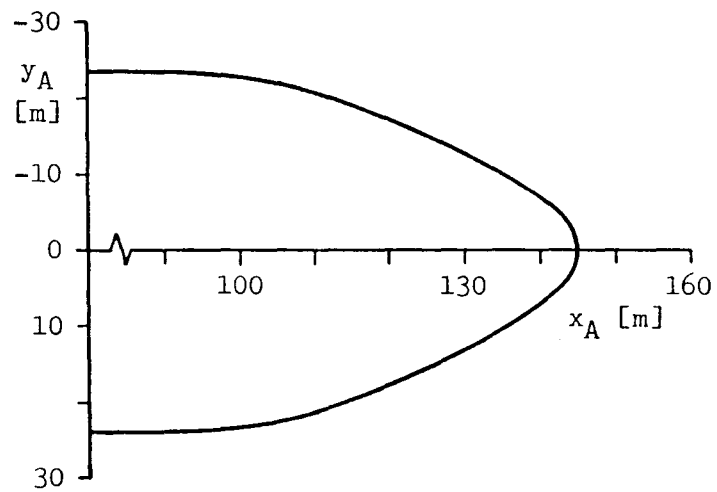
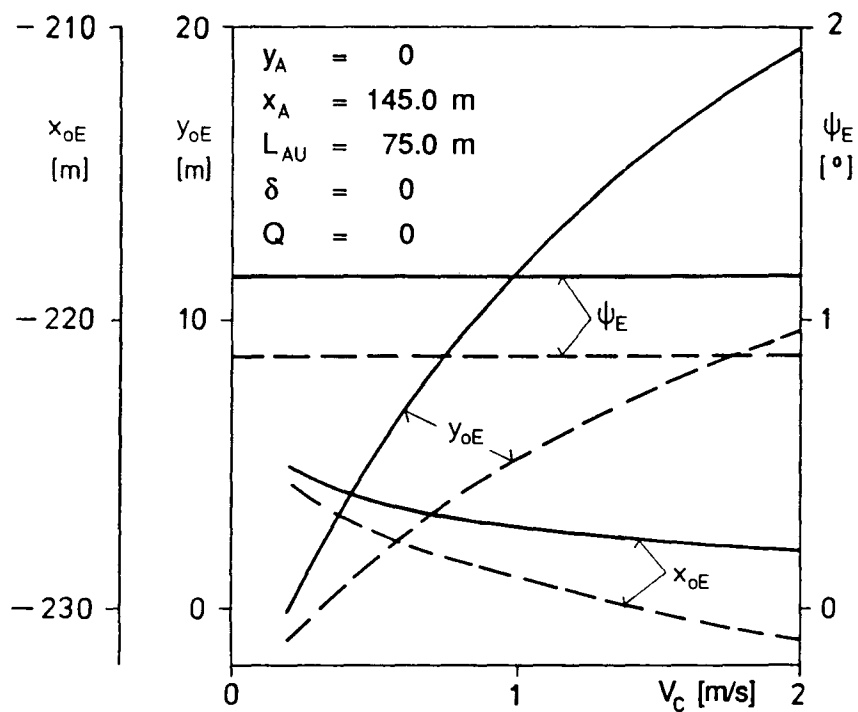
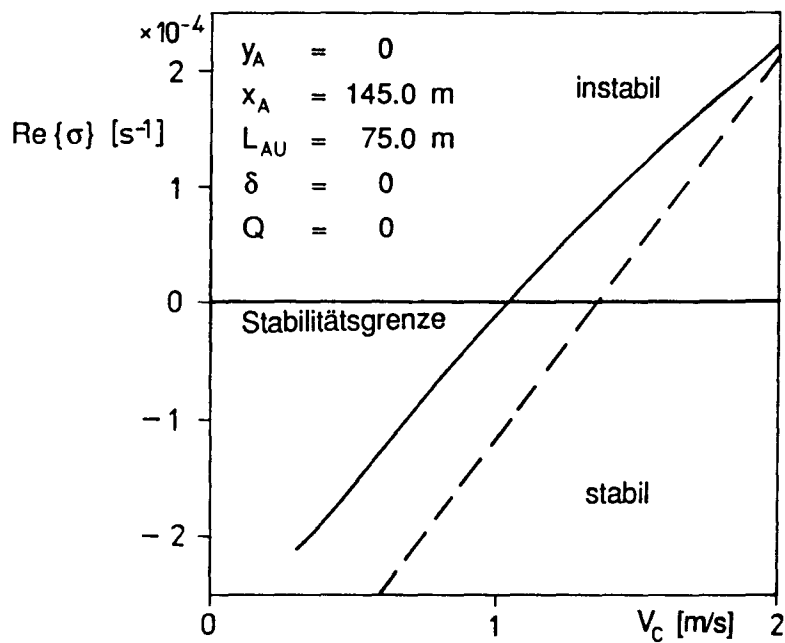


Abb. 4.2: Angenommene Lagen der Ankerklüse am Tanker

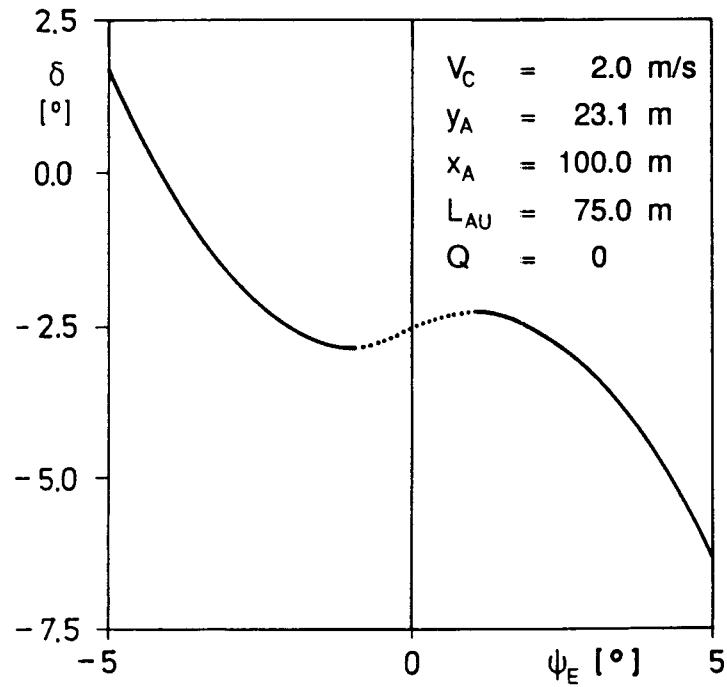


(a) Gleichgewichtslage in Abhängigkeit von einem Parameter

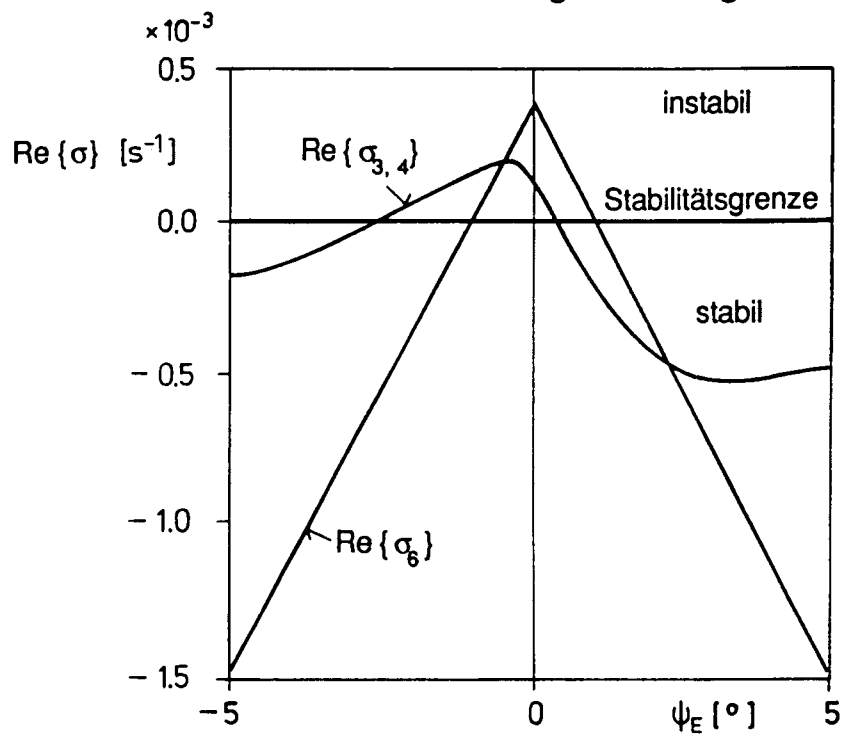


(b) Eigenwert in Abhängigkeit von einem Parameter

Abb. 4.3: Lokale Stabilitätsanalyse für einfache Gleichgewichtslagen des Tankers, — Großausführung, - - - Modellbedingung

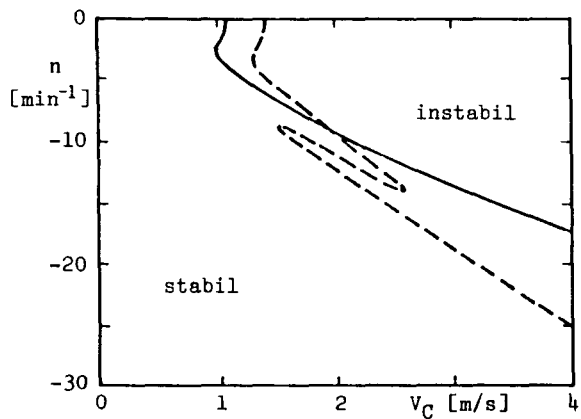


(a) Ruderwinkel in Abhängigkeit von der Gleichgewichtslage

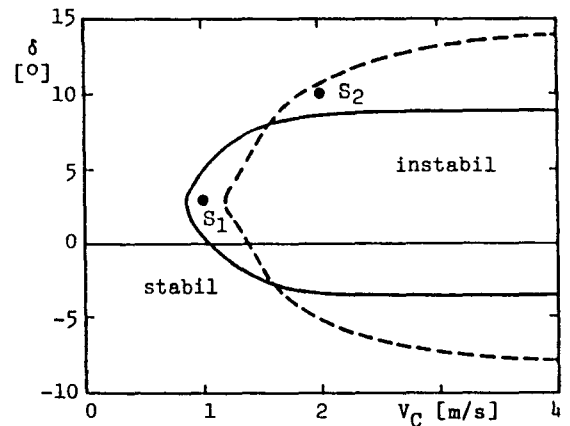


(b) Eigenwert in Abhängigkeit von der Gleichgewichtslage

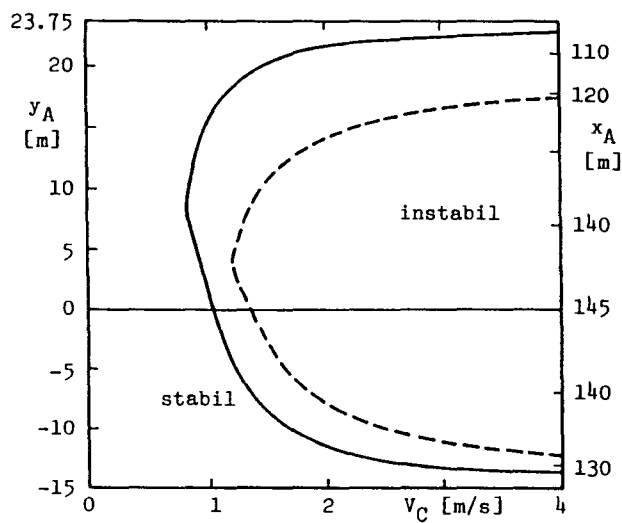
Abb. 4.4: Lokale Stabilitätsanalyse für mehrfache Gleichgewichtslagen des Tankers (Großausführung)



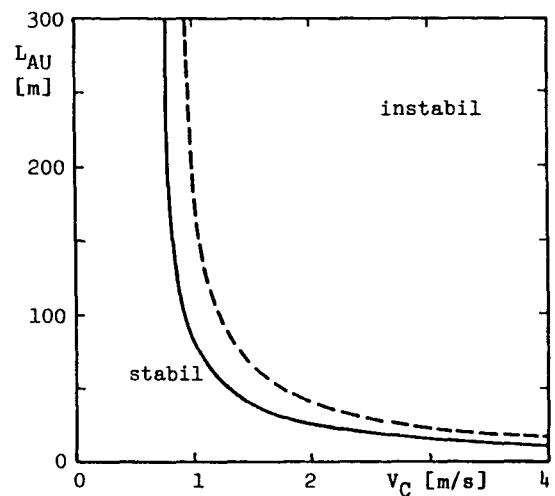
(a) Schnitt bei $\delta = 0, y_A = 0, L_{AU} = 75 \text{ m}$



(b) Schnitt bei $Q = 0, y_A = 0, L_{AU} = 75 \text{ m}$

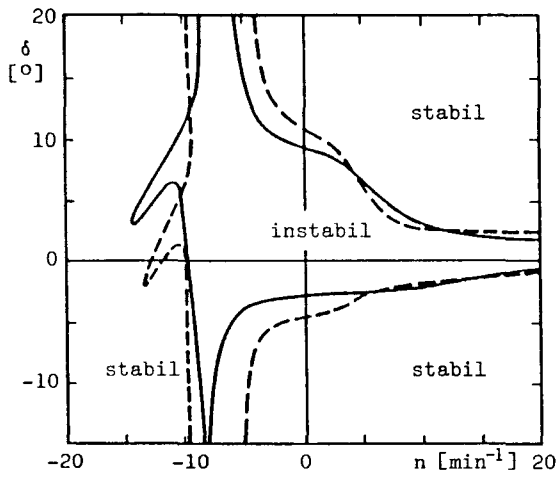


(c) Schnitt bei $\delta = 0, Q = 0, L_{AU} = 75 \text{ m}$

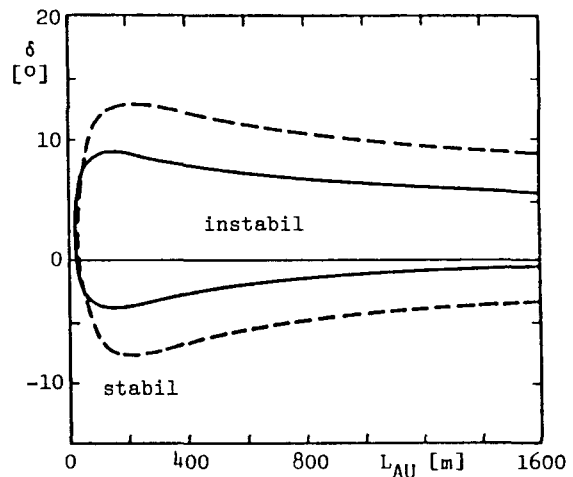


(d) Schnitt bei $\delta = 0, Q = 0, y_A = 0$

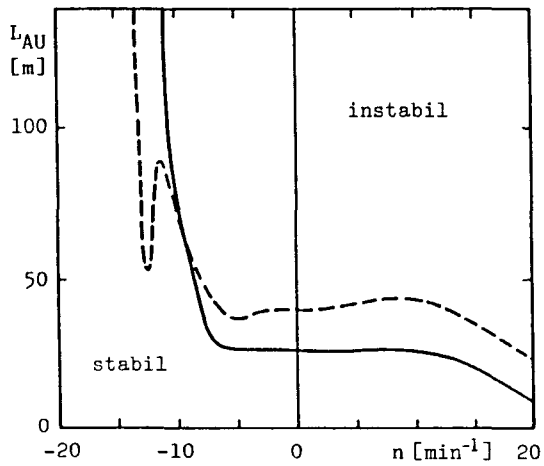
Abb. 4.5: Diagramme dynamischer Verzweigungen im Parameterraum für den Tanker, — Großausführung, - - - Modellbedingung



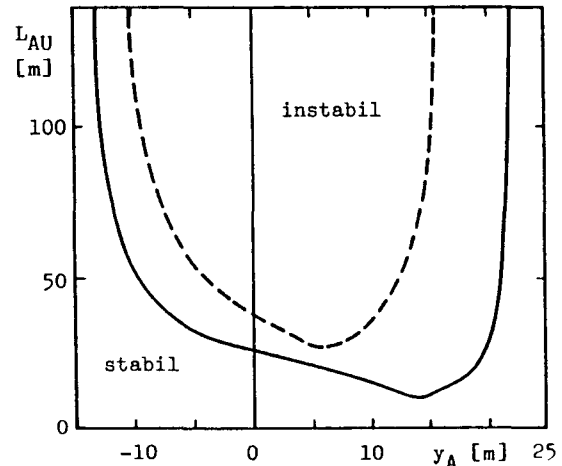
(e) Schnitt bei $V_C = 2 \text{ m/s}$, $y_A = 0$, $L_{AU} = 75 \text{ m}$



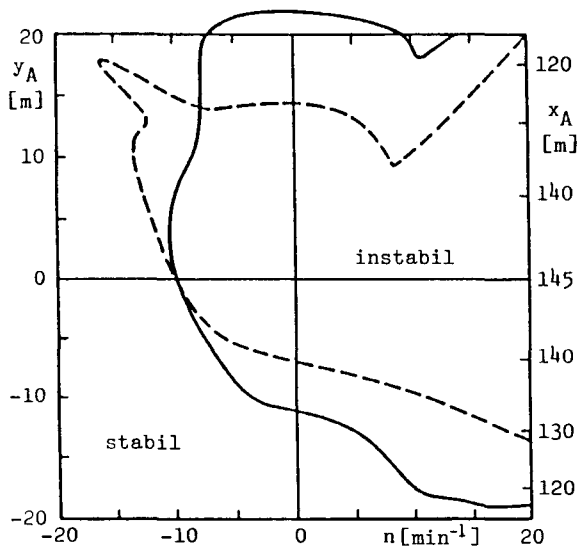
(f) Schnitt bei $V_C = 2 \text{ m/s}$, $Q = 0$, $y_A = 0$



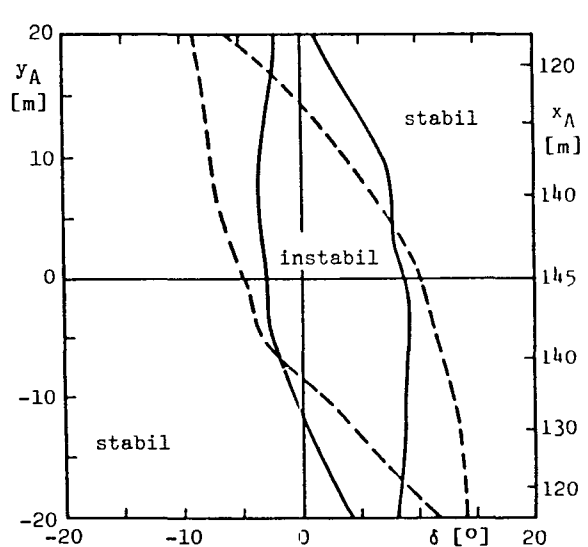
(g) Schnitt bei $V_C = 2 \text{ m/s}$, $\delta = 0$, $y_A = 0$



(h) Schnitt bei $V_C = 2 \text{ m/s}$, $\delta = 0$, $Q = 0$

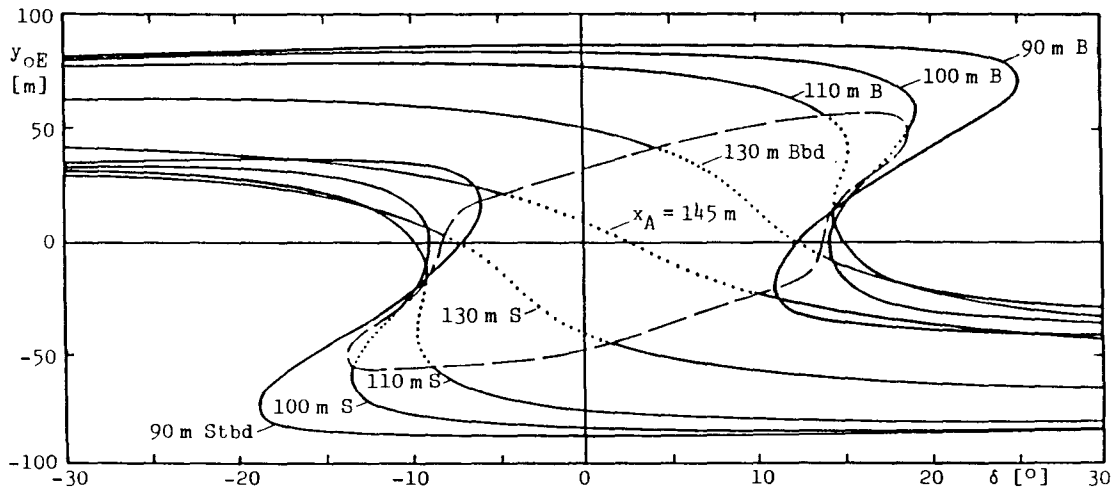


(i) Schnitt bei $V_C = 2 \text{ m/s}$, $\delta = 0$, $L_{AU} = 75 \text{ m}$

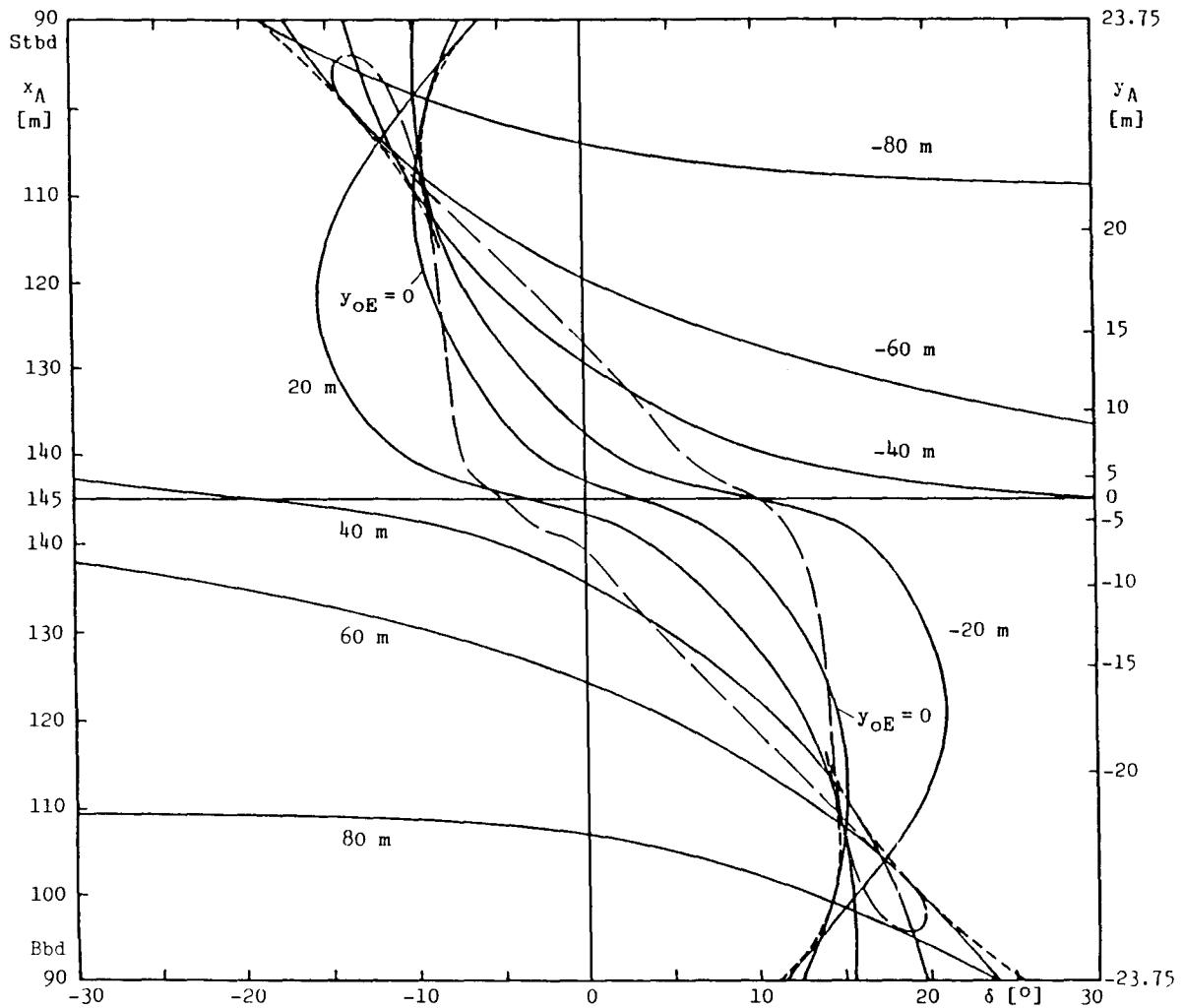


(j) Schnitt bei $V_C = 2 \text{ m/s}$, $Q = 0$, $L_{AU} = 75 \text{ m}$

Abb.4.5 (Fortsetzung) Diagramme dynamischer Verzweigungen im Parameterraum für den Tanker, — Großausführung, - - - Modellbedingung

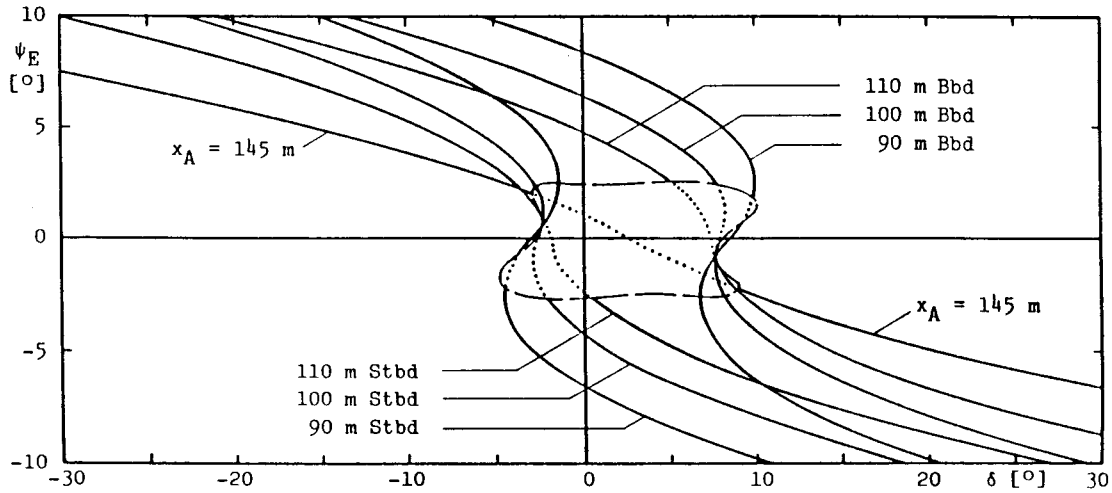


(a) Isolinien des Parameters x_A in der Phasen-Parameter-Ebene (y_{0E}, δ)

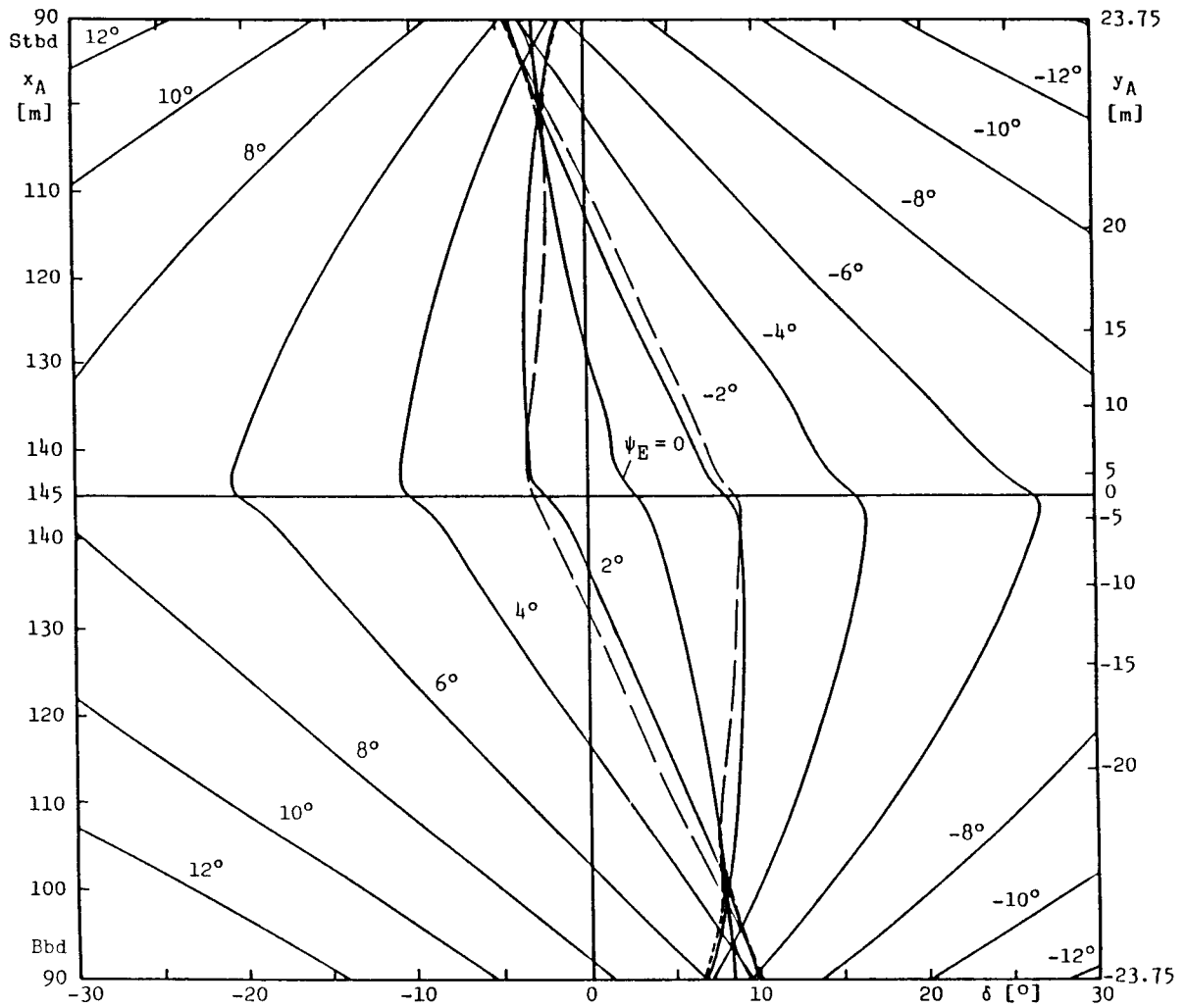


(b) Isolinien der Zustandsgröße y_{0E} in der Parameter-Ebene (x_A, δ)

Abb. 4.6: Multi-Verzweigungsdiagramme für den Tanker (Modellbedingung), - - - dynamische Verzweigungen, - - - statische Verzweigungen, Parameter: $V_C = 2$ m/s, $Q = 0$, $L_{AU} = 75$ m



(a) Isolinien des Parameters x_A in der Phasen-Parameter-Ebene (ψ_E, δ)



(b) Isolinien der Zustandsgröße ψ_E in der Parameter-Ebene (x_A, δ)

Abb. 4.7: Multi-Verzweigungsdiagramme für den Tanker (Großausführung), - - - dynamische Verzweigungen, - - - statische Verzweigungen, Parameter: $V_C = 2 \text{ m/s}$, $Q = 0$, $L_{AU} = 75 \text{ m}$

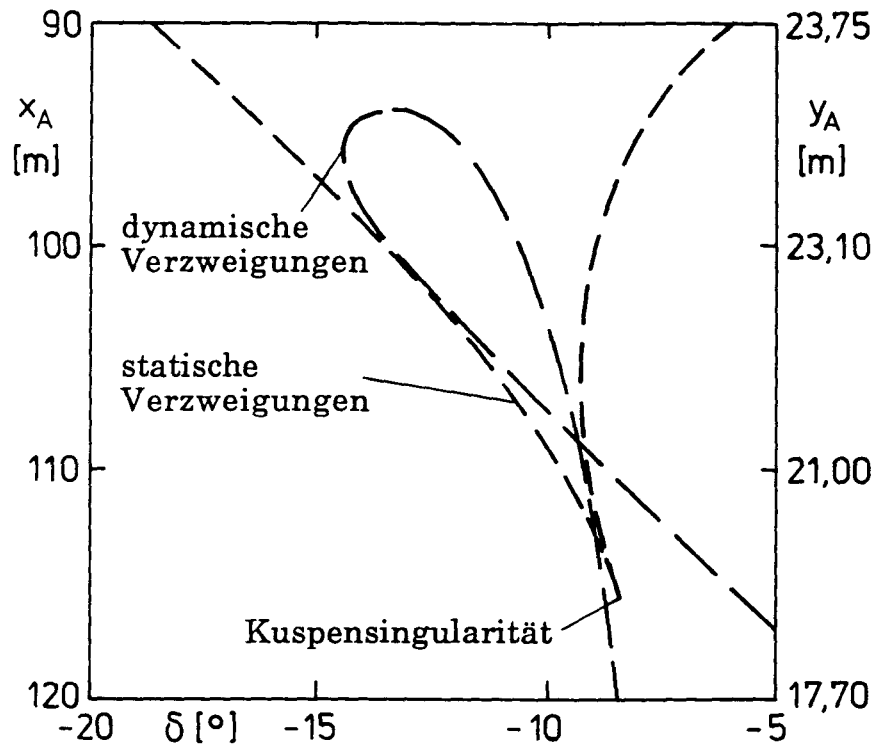


Abb. 4.6c: Ausschnitt des Multi-Verzweigungsdiagramms für den Tanker (Modellbedingung) aus Abb. 4.6b, - - - dynamische Verzweigungen, - . - - statische Verzweigungen, Parameter: $V_C = 2 \text{ m/s}$, $Q = 0$, $L_{AU} = 75 \text{ m}$

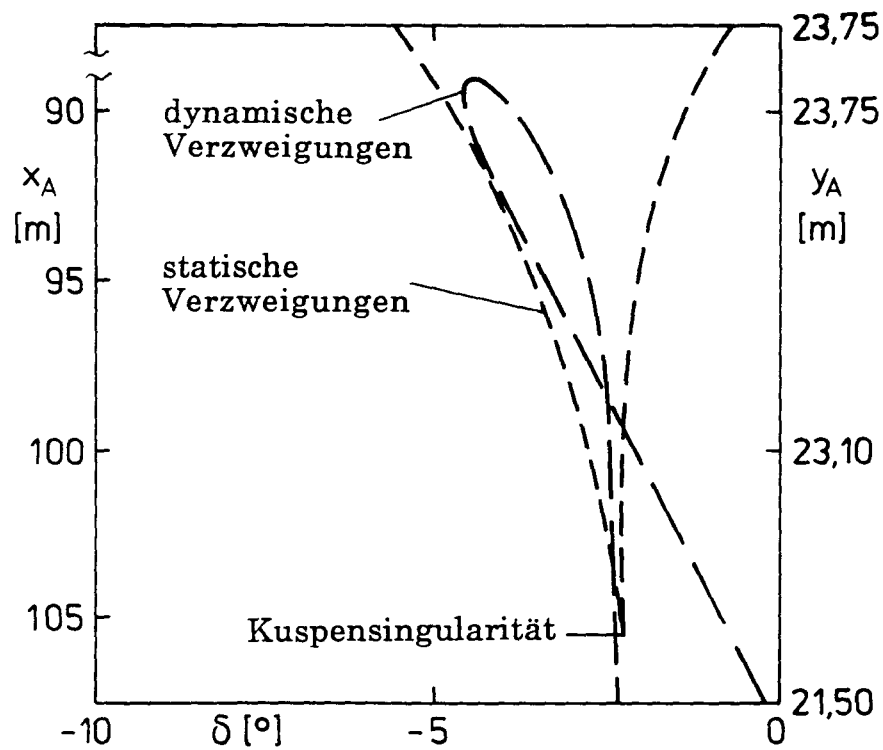


Abb. 4.7c: Ausschnitt des Multi-Verzweigungsdiagramms für den Tanker (Großausführung) aus Abb. 4.7b, - - - dynamische Verzweigungen, - . - - statische Verzweigungen, Parameter: $V_C = 2 \text{ m/s}$, $Q = 0$, $L_{AU} = 75 \text{ m}$

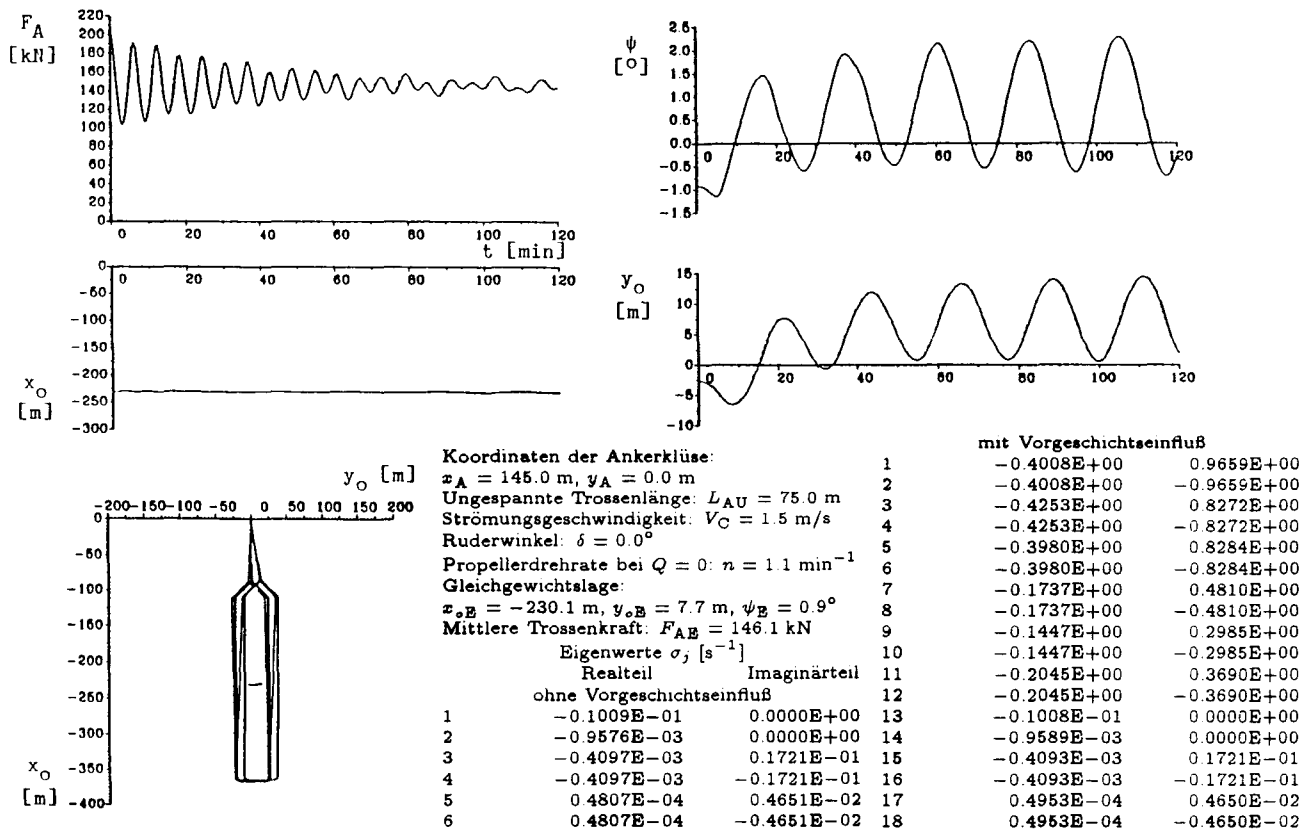


Abb. 4.8: Simulierte Tankerbewegungen (Modellbedingung) mit — und ohne Vorgeschichtseinfluß

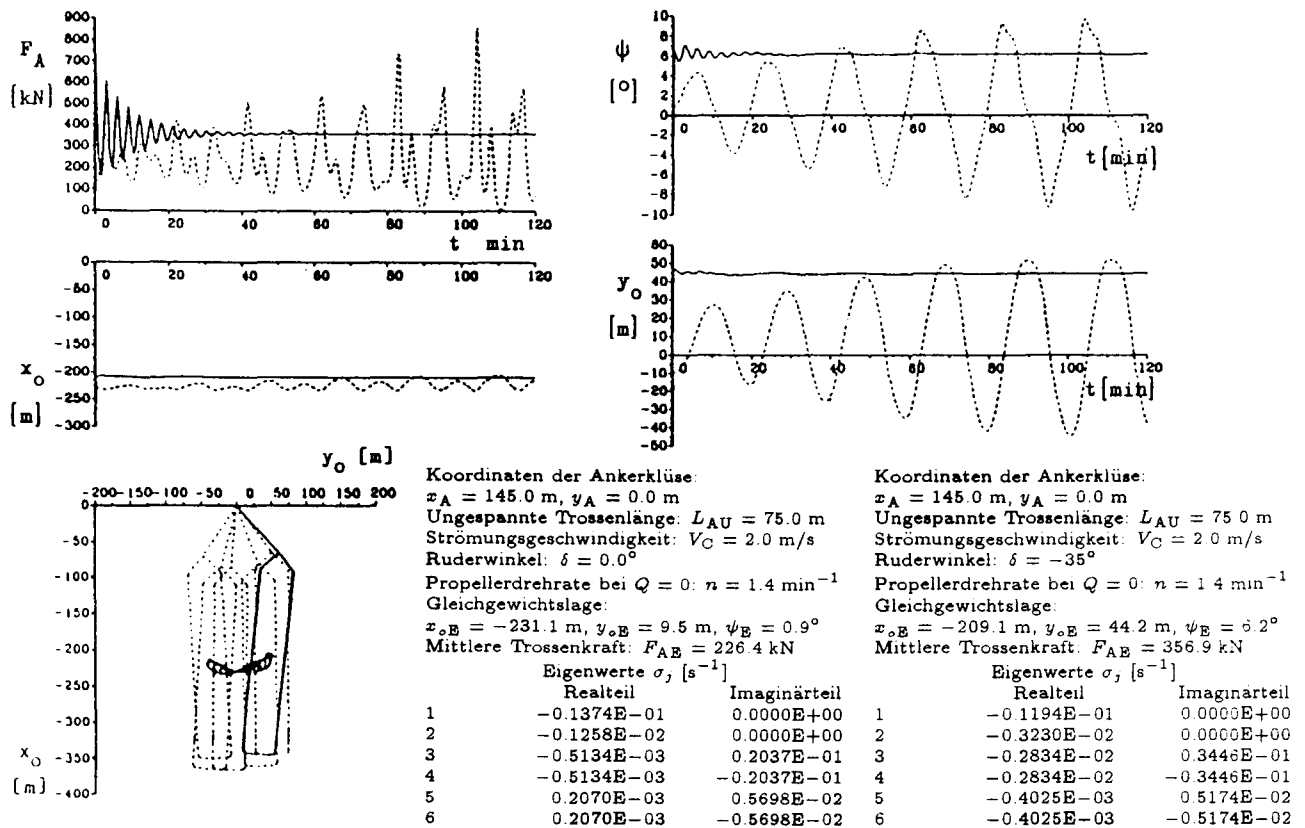


Abb. 4.9: Simulierte Tankerbewegungen (Modellbedingung) mit — und ohne Ruderlegen

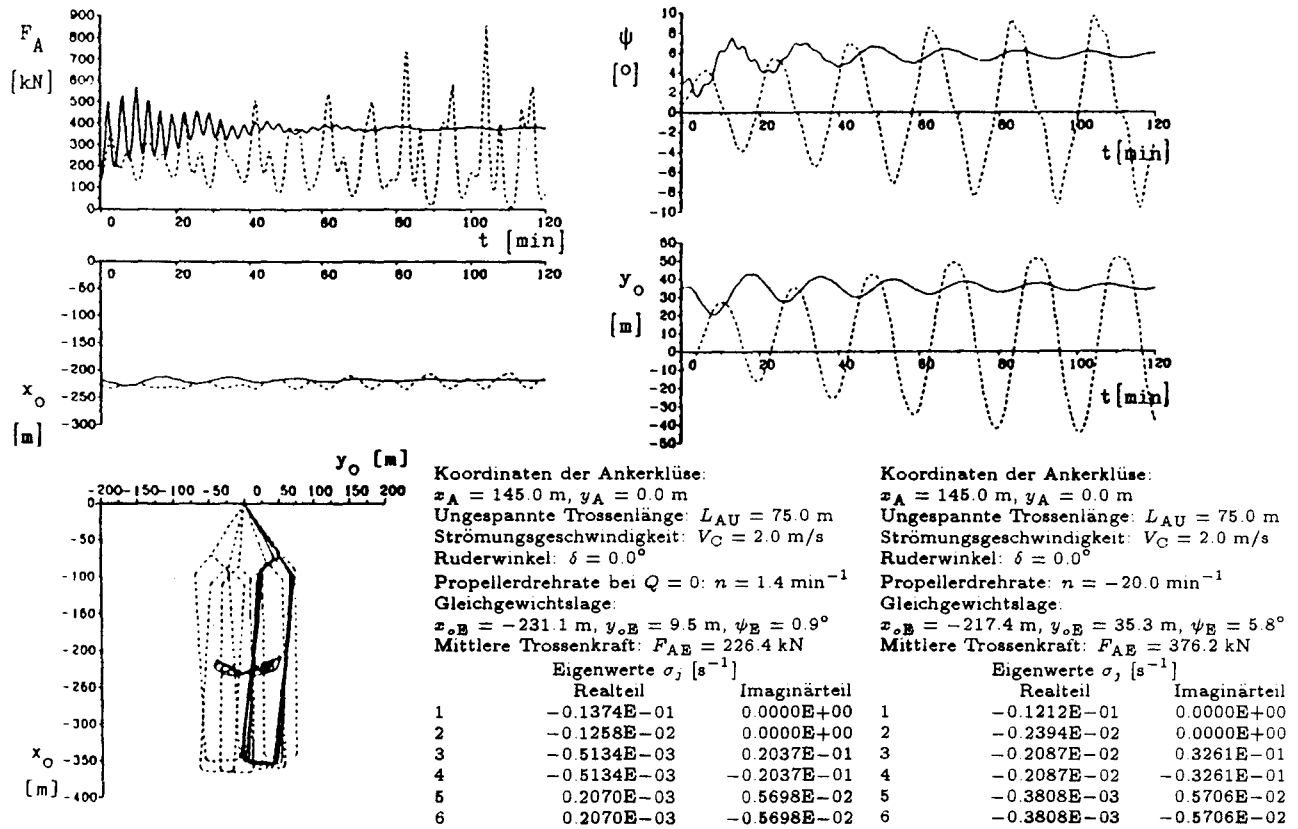


Abb. 4.10: Simulierte Tankerbewegungen (Modellbedingung) mit — und ohne Rückwärtsdrehen des Propellers

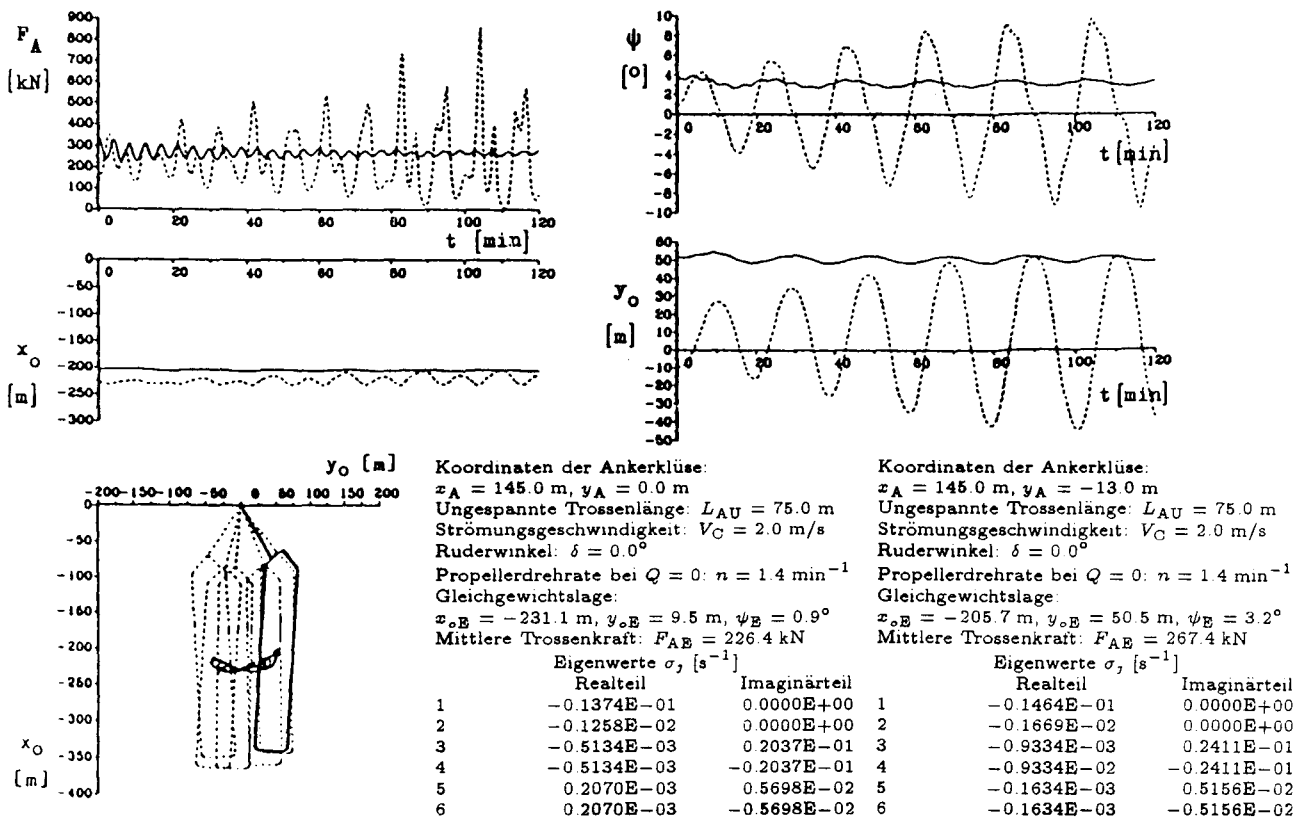


Abb. 4.11: Simulierte Tankerbewegungen (Modellbedingung) mit — asymmetrisch und symmetrisch eingerichteter Ankerklüsenlage

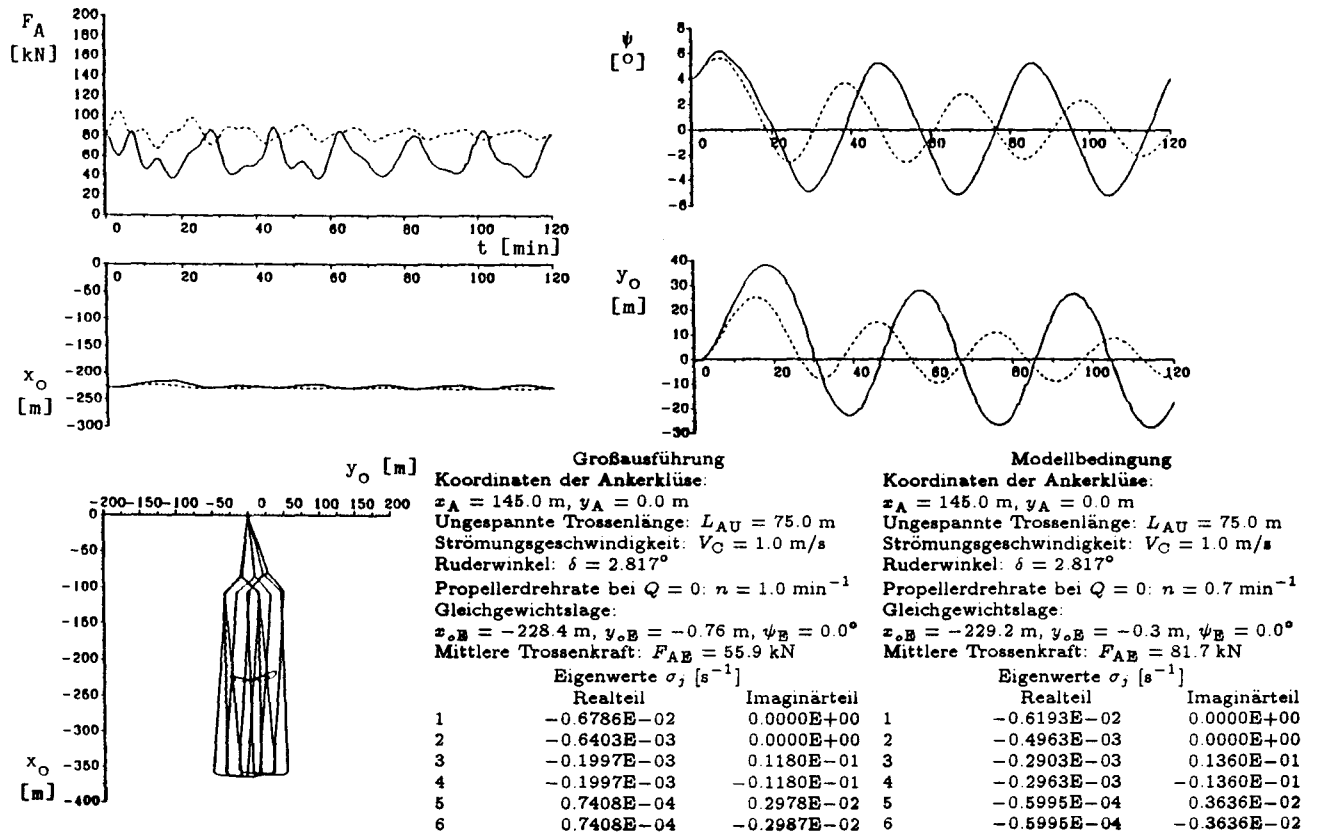


Abb. 4.12: Simulierte Tankerbewegungen entsprechend dem Parameterpunkt S_1 in Abb. 4.5b für — Großausführung und Modellbedingung

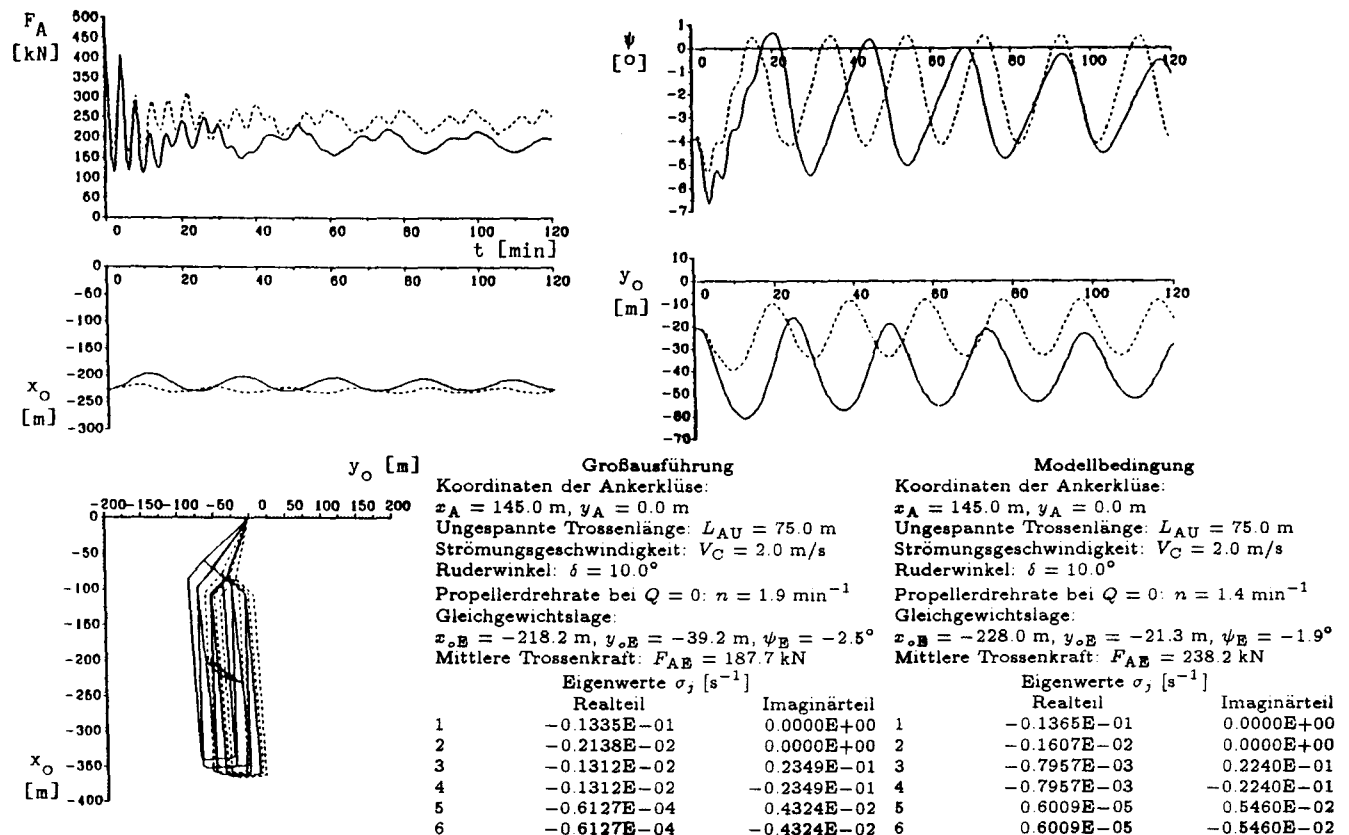
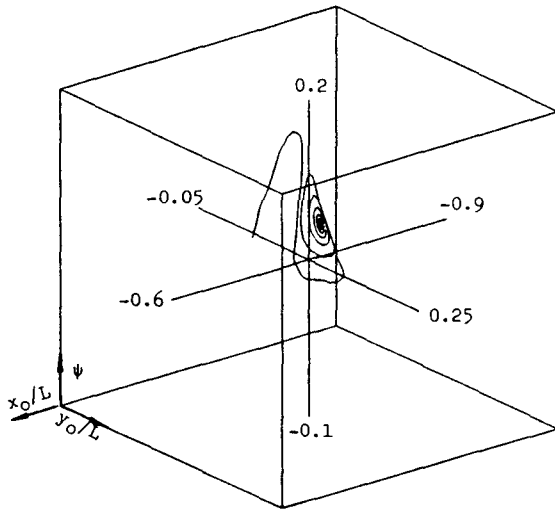
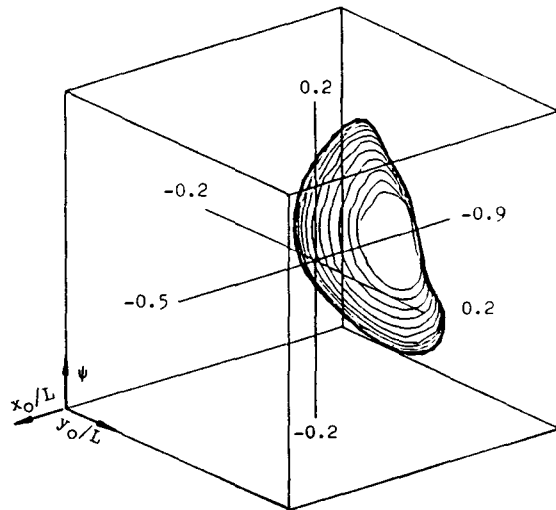


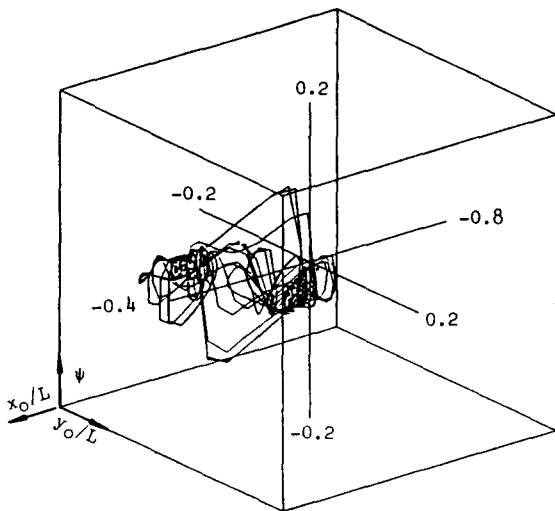
Abb. 4.13: Simulierte Tankerbewegungen entsprechend dem Parameterpunkt S_2 in Abb. 4.5b für — Großausführung und Modellbedingung



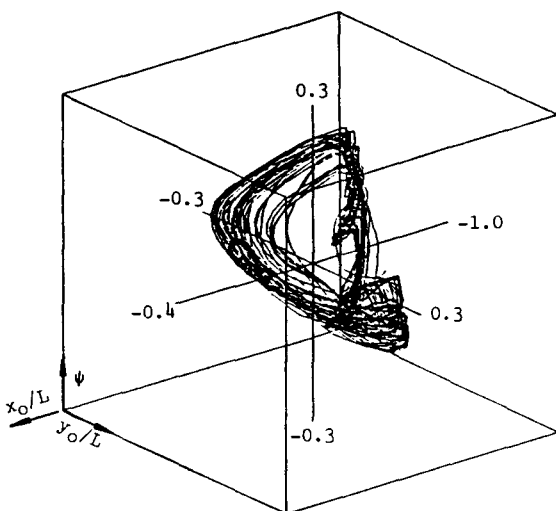
(a) Stabile Gleichgewichtslage (Fixpunkt)
 Parameter: $L_{AU} = 75 \text{ m}$, $Q = 0$, $\delta = -35^\circ$,
 Simulationsdauer: 960 min



(b) Stabiler Grenzzyklus
 Parameter: $L_{AU} = 75 \text{ m}$, $Q = 0$, $\delta = 0$,
 Simulationsdauer: 960 min

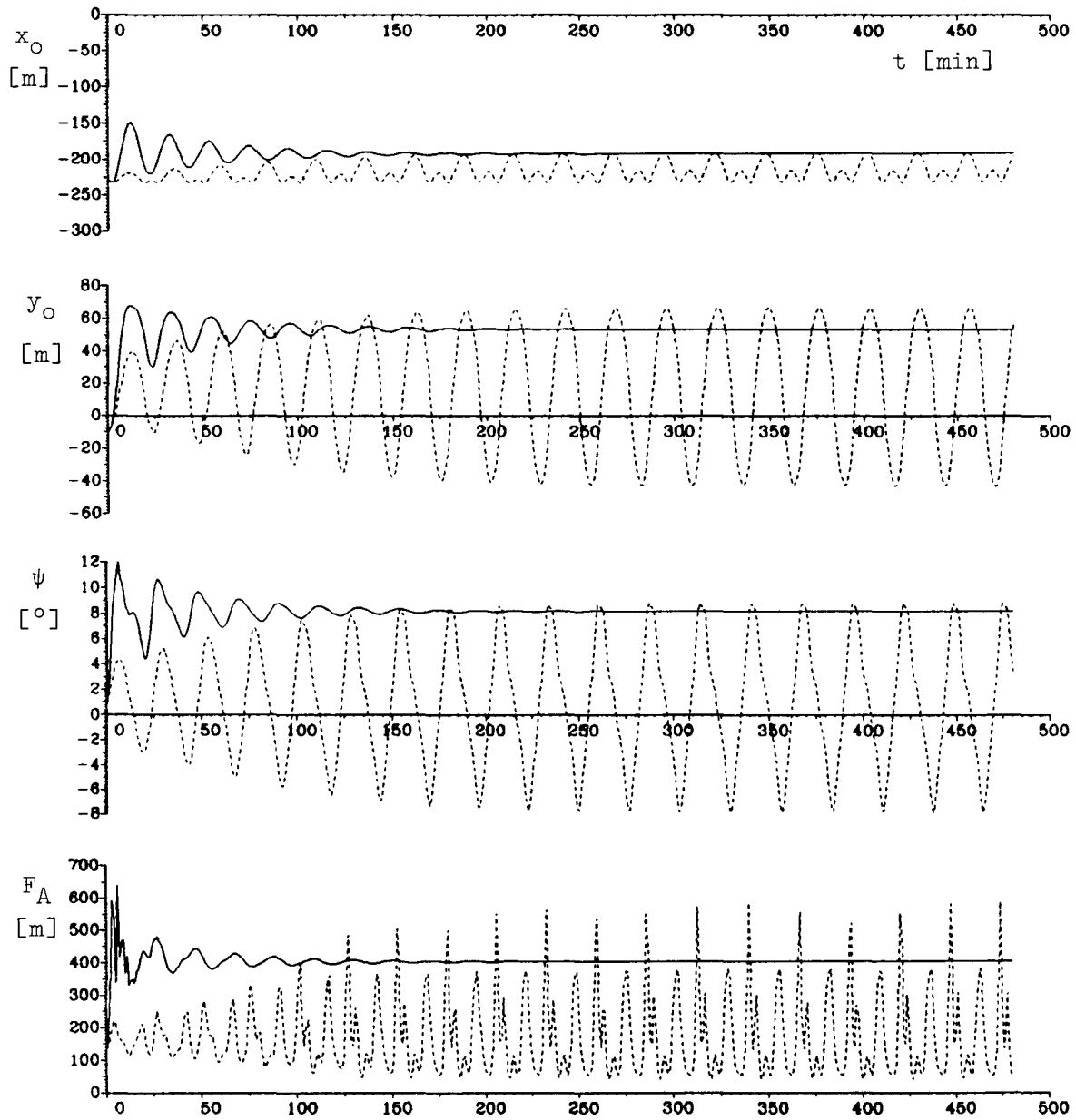


(c) Chaos im autonomen System
 (konstante Strömung, stationärer Wind)
 Parameter: $L_{AU} = 25 \text{ m}$, $Q = 0$, $\delta = 2.817^\circ$,
 $V_W = 17 \text{ m/s}$, $\psi_W = 0$,
 Simulationsdauer: 1500 min



(d) Chaos im nichtautonomen System
 (konstante Strömung, periodische Wellengruppen)
 Parameter: $L_{AU} = 75 \text{ m}$, $n = 0$, $\delta = 0$,
 $A = 0.5 \text{ m}$, $T_0 = 10 \text{ s}$, $\Delta\omega = 0.025 \text{ rad/s}$, $\psi_S = 0$,
 Simulationsdauer: 1500 min

Abb. 4.14: Perspektivische Projektionen von vier repräsentativen Attraktoren der Tankerbewegung (Großausführung) im drei-dimensionalen Zustandsunterraum $x_o y_o \psi$, Augenpunkt: $x_o/L = 1200$, $y_o/L = 1500$, $\psi = 800$, Zielpunkt am Verankerungspunkt P, gemeinsame Parameter: $V_C = 2 \text{ m/s}$, $y_A = 0$



Koordinaten der Ankerklüse:
 $x_A = 145.0 \text{ m}$, $y_A = 0.0 \text{ m}$
 Ungespannte Trossenlänge: $L_{AU} = 75.0 \text{ m}$
 Strömungsgeschwindigkeit: $V_C = 2.0 \text{ m/s}$
 Ruderwinkel: $\delta = 0.0^\circ$
 Propellerdrehrate bei $Q = 0$: $n = 1.9 \text{ min}^{-1}$
 Gleichgewichtslage:
 $x_{oE} = -228.0 \text{ m}$, $y_{oE} = 19.3 \text{ m}$, $\psi_E = 1.2^\circ$
 Mittlere Trossenkraft: $F_{AE} = 159.6 \text{ kN}$

	Eigenwerte σ_j [s^{-1}]	
	Realteil	Imaginärteil
1	-0.1441E-01	0.0000E+00
2	-0.1601E-02	0.0000E+00
3	-0.5198E-03	0.1869E-01
4	-0.5198E-03	-0.1869E-01
5	0.2225E-03	0.4641E-02
6	0.2225E-03	-0.4641E-02

Koordinaten der Ankerklüse:
 $x_A = 145.0 \text{ m}$, $y_A = 0.0 \text{ m}$
 Ungespannte Trossenlänge: $L_{AU} = 75.0 \text{ m}$
 Strömungsgeschwindigkeit: $V_C = 2.0 \text{ m/s}$
 Ruderwinkel: $\delta = -35^\circ$
 Propellerdrehrate bei $Q = 0$: $n = 1.9 \text{ min}^{-1}$
 Gleichgewichtslage:
 $x_{oE} = -192.7 \text{ m}$, $y_{oE} = 53.3 \text{ m}$, $\psi_E = 8.2^\circ$
 Mittlere Trossenkraft: $F_{AE} = 403.8 \text{ kN}$

	Eigenwerte σ_j [s^{-1}]	
	Realteil	Imaginärteil
1	-0.1145E-01	0.0000E+00
2	-0.4373E-02	0.0000E+00
3	-0.4066E-02	0.4001E-01
4	-0.4066E-02	-0.4001E-01
5	-0.3344E-03	0.5052E-02
6	-0.3344E-03	-0.5052E-02

Abb. 4.15: Langzeitverhalten der Tankerbewegung (Großausführung) in konstanter Strömung mit — und ohne Ruderlegen (vgl. auch Abb. 4.14a bzw. 4.14b)

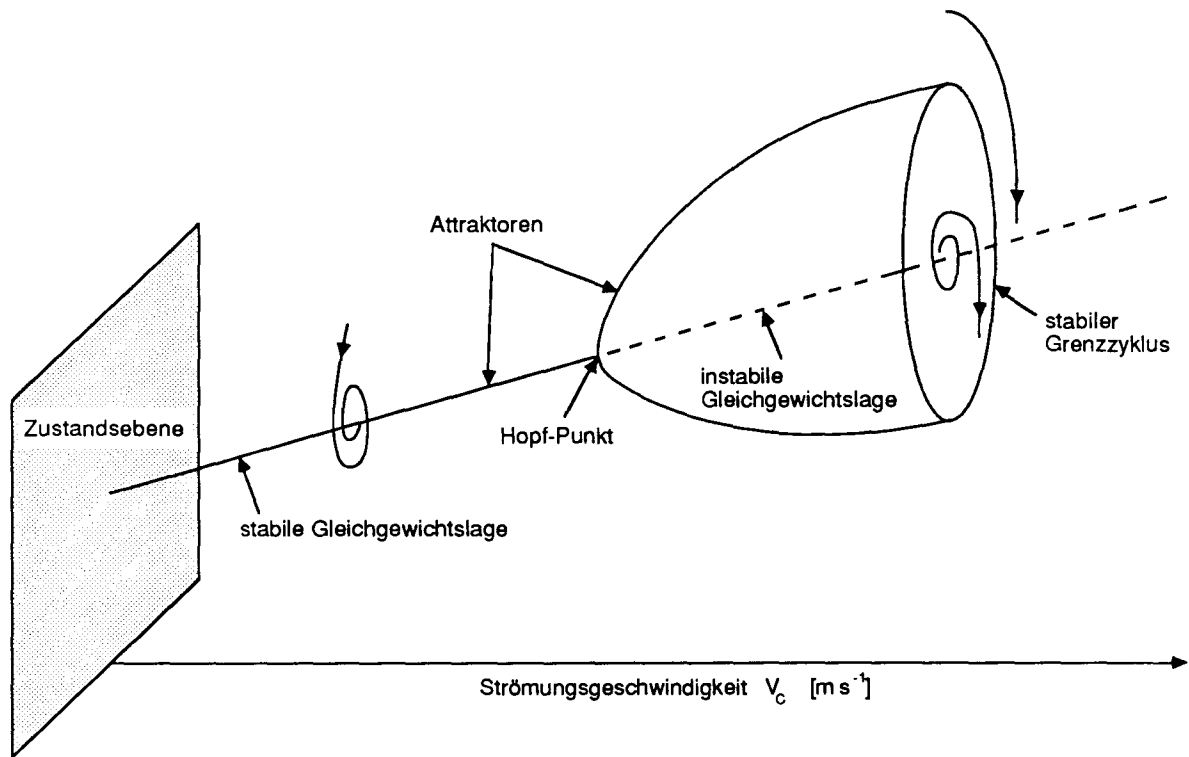
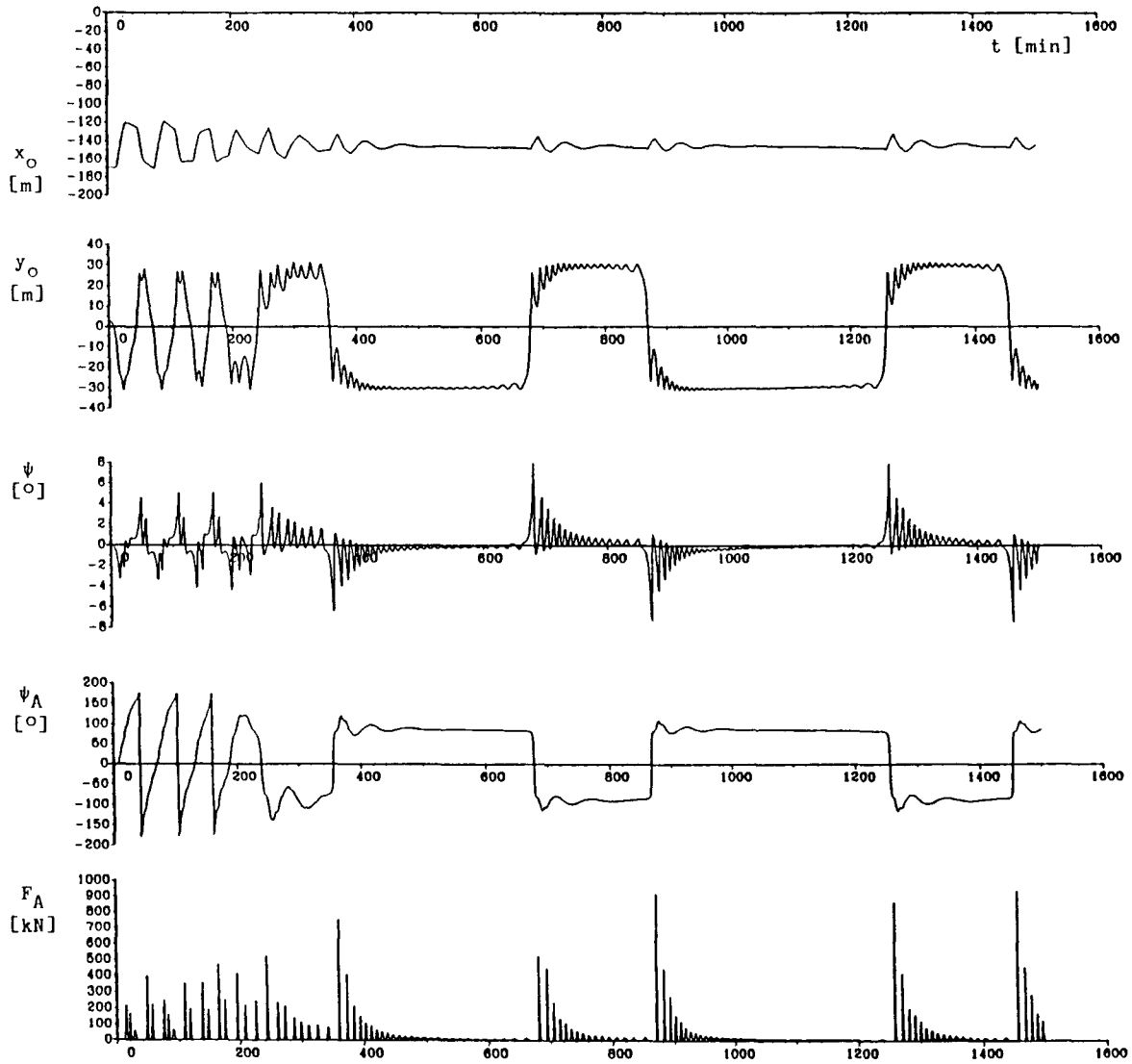


Abb. 4.16: Das qualitative globale Langzeitverhalten der Tankerbewegung in konstanter Strömung bei dynamischer (Hopf-) Verzweigung



Koordinaten der Ankerklüse:
 $x_A = 145.0 \text{ m}$, $y_A = 0.0 \text{ m}$
 Ungespannte Trossenlänge: $L_{AU} = 25.0 \text{ m}$
 Strömungsgeschwindigkeit: $V_C = 2.0 \text{ m/s}$
 Ruderwinkel: $\delta = 2.817^\circ$
 Propellerdrehrate bei $Q = 0$: $n = 1.9 \text{ min}^{-1}$
 Windgeschwindigkeit: $V_W = 17.0 \text{ m/s}$
 Windrichtung: $\psi_W = 0.0^\circ$

Gleichgewichtslage:

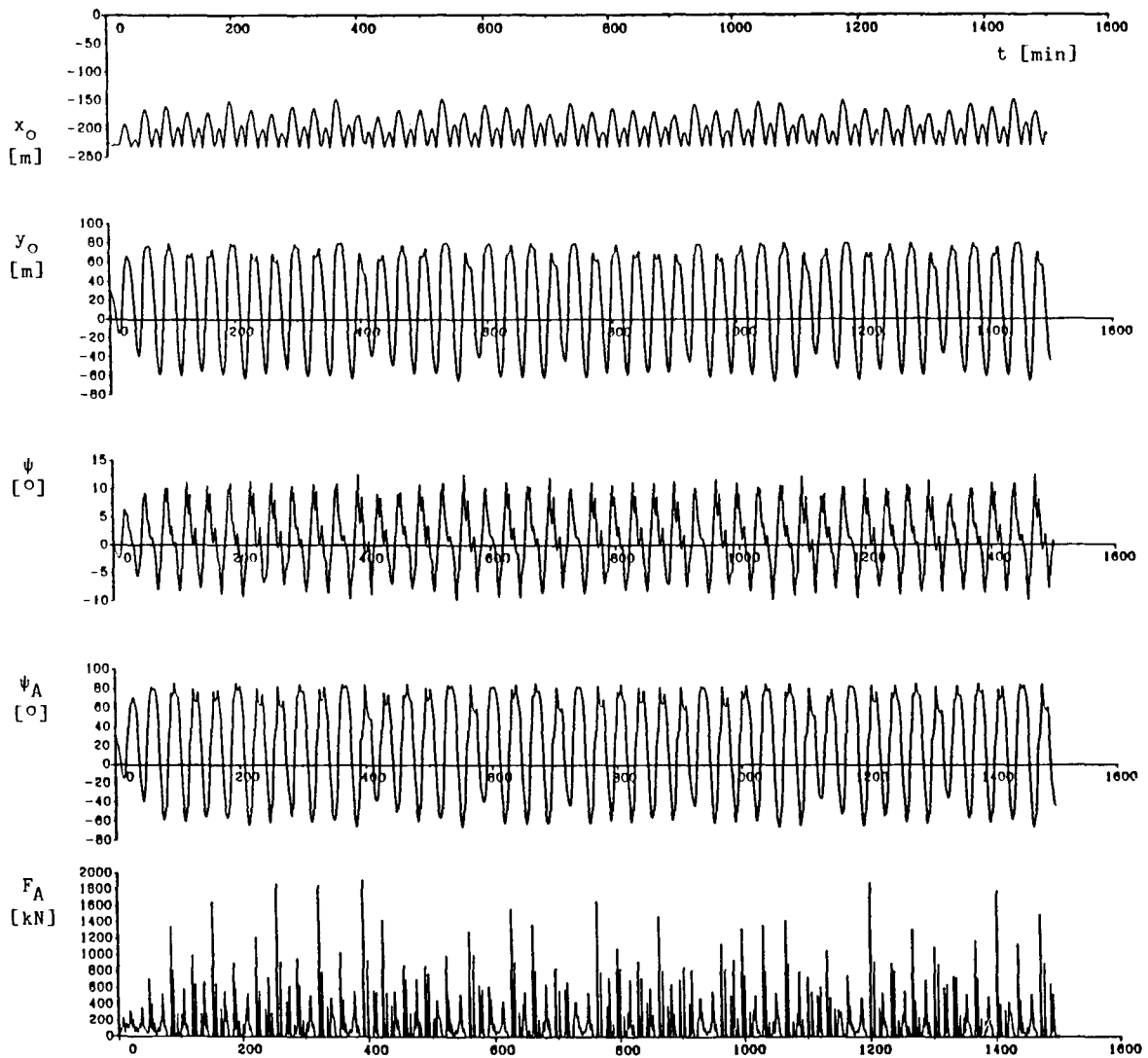
$x_{oE} = -152.6 \text{ m}$, $y_{oE} = -27.7 \text{ m}$, $\psi_E = 0.0^\circ$

Mittlere Trossenkraft: $F_{AE} = 2.1 \text{ kN}$

Eigenwerte σ , [s^{-1}]

	Realteil	Imaginärteil
1	-0.1614E-01	0.0000E+00
2	-0.1056E-02	0.0000E+00
3	0.5579E-03	0.0000E+00
4	0.9873E-04	0.0000E+00
5	0.6747E-03	0.3093E-02
6	0.6747E-03	-0.3093E-02

Abb. 4.17: Langzeitverhalten der Tankerbewegung (Großausführung) in konstanter Strömung mit entgegengesetztem stationärem Wind (vgl. auch Abb. 4.14c)



Koordinaten der Ankerklüse:
 $x_A = 145.0 \text{ m}$, $y_A = 0.0 \text{ m}$
 Ungespannte Trossenlänge: $L_{AU} = 75.0 \text{ m}$
 Strömungsgeschwindigkeit: $V_C = 2.0 \text{ m/s}$
 Ruderwinkel: $\delta = 0.0^\circ$
 Propellerdrehrate $n = 0.0 \text{ min}^{-1}$
 Amplitude einzelner Wellen: $A = 0.5 \text{ m}$
 Mittlere Wellenperiode: 10.0 s
 Frequenzunterschied: 0.025 rad/s
 Wellenrichtung: $\psi_s = 0.0^\circ$

Gleichgewichtslage:

$x_{oE} = -223.0 \text{ m}$, $y_{oE} = 31.1 \text{ m}$, $\psi_E = 1.4^\circ$

Mittlere Trossenkraft: $F_{AE} = 132.0 \text{ kN}$

Eigenwerte σ_j [s^{-1}]

	Realteil	Imaginärteil
1	-0.1473E-01	0.0000E+00
2	-0.1595E-02	0.0000E+00
3	-0.6803E-03	0.1868E-01
4	-0.6803E-03	-0.1868E-01
5	0.4164E-03	0.3667E-02
6	0.4164E-03	-0.3667E-02

Abb. 4.18: Langzeitverhalten der Tankerbewegung (Großausführung) in konstanter Strömung mit entgegengesetzt laufenden periodischen Wellengruppen (vgl. auch Abb. 4.14d)

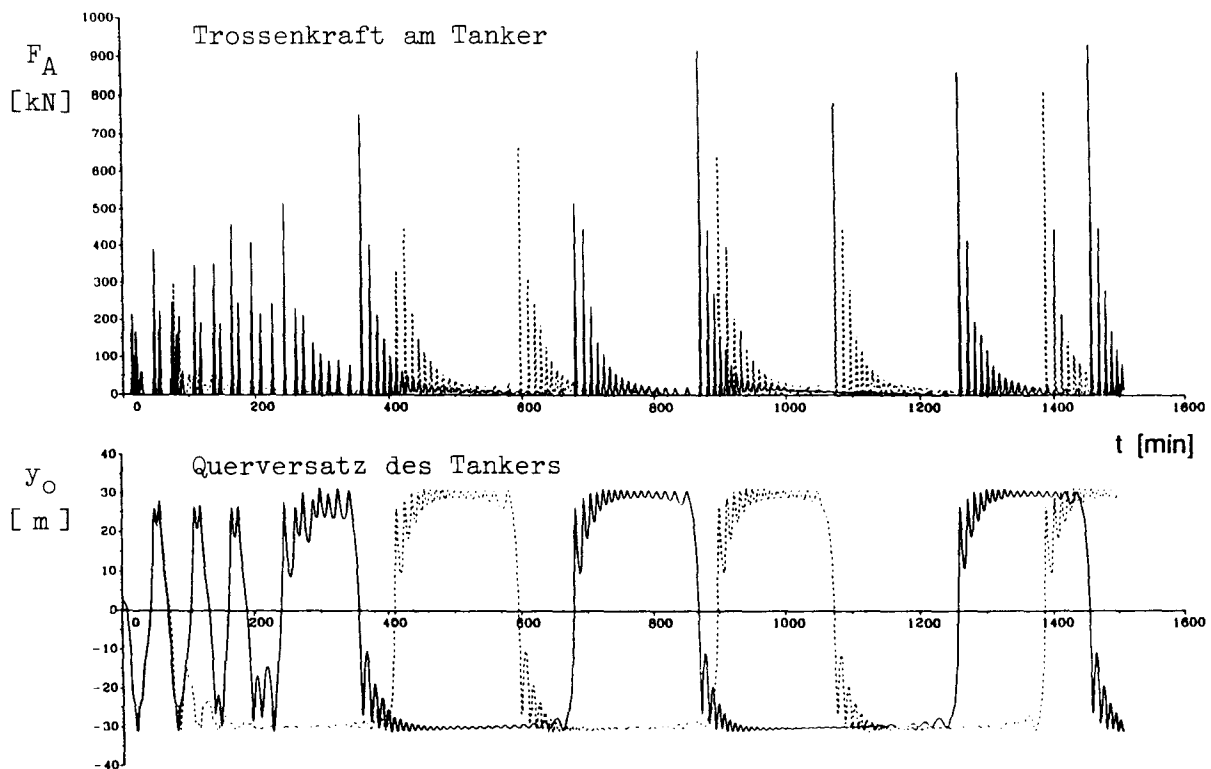


Abb. 4.19: Empfindlichkeit des chaotischen Verhaltens gegen Anfangsbedingungen im autonomen System gezeigt am Fall der Abb. 4.14c, — $y_o(0) = 2.4$ m und $\psi(0) = 0$, $\dots\dots\dots$ $y_o(0) = 2.40001$ m und $\psi(0) = 0.00001^\circ$

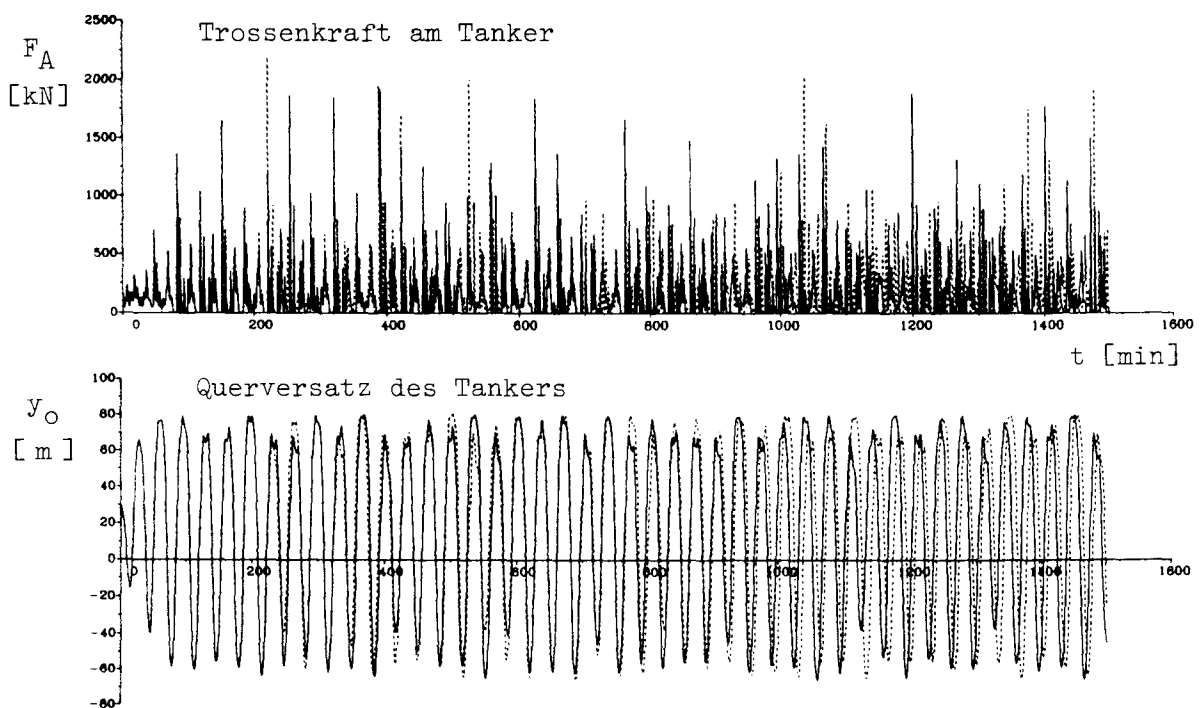


Abb. 4.20: Empfindlichkeit des chaotischen Verhaltens gegen Anfangsbedingungen im nichtautonomen System gezeigt am Fall der Abb. 4.14d, — $\psi(0) = 0$, $\dots\dots\dots$ $\psi(0) = 0.00001^\circ$

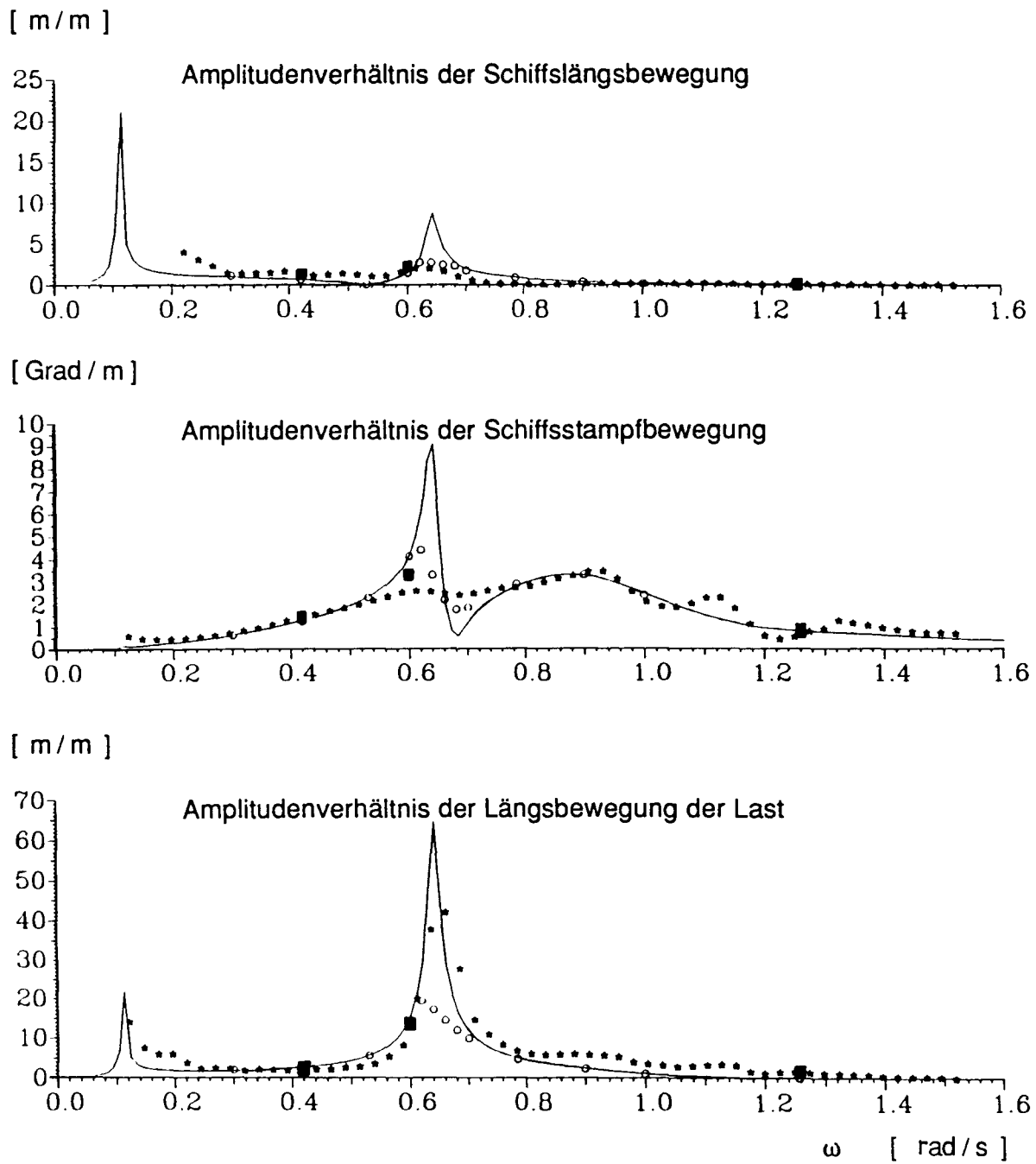


Abb. 4.21: Kranschiff in regelmäßigen Wellen von vorn : Vergleich der Rechenergebnisse mit Meßergebnissen aus Modellversuchen, — linearisiert, o simuliert, ■ gemessen in regelmäßigen Wellen, * gemessen in Wellenpaketen

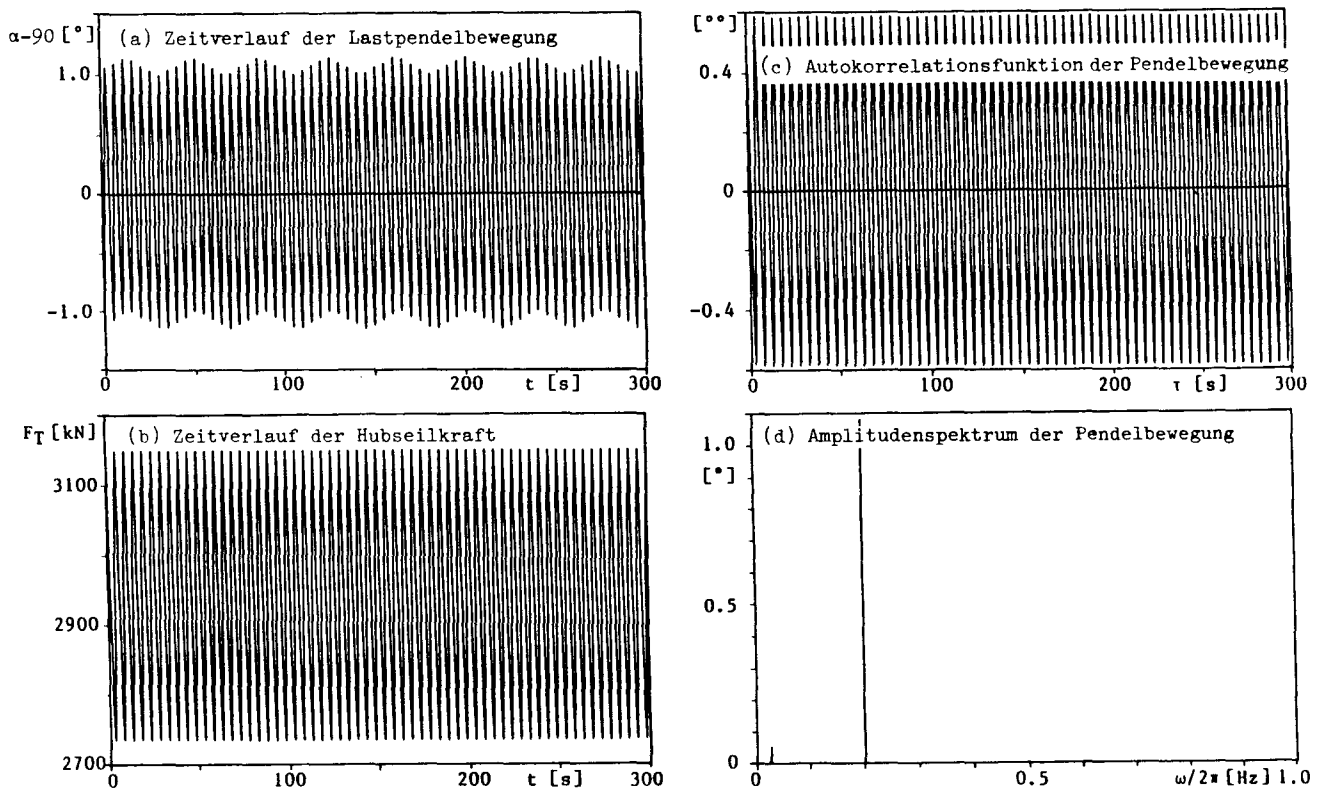


Abb. 4.22: Simulierte Kranschiffsbewegung in regelmäßigen Wellen von vorn mit 0.5 m Amplitude und 5.0 s Periode

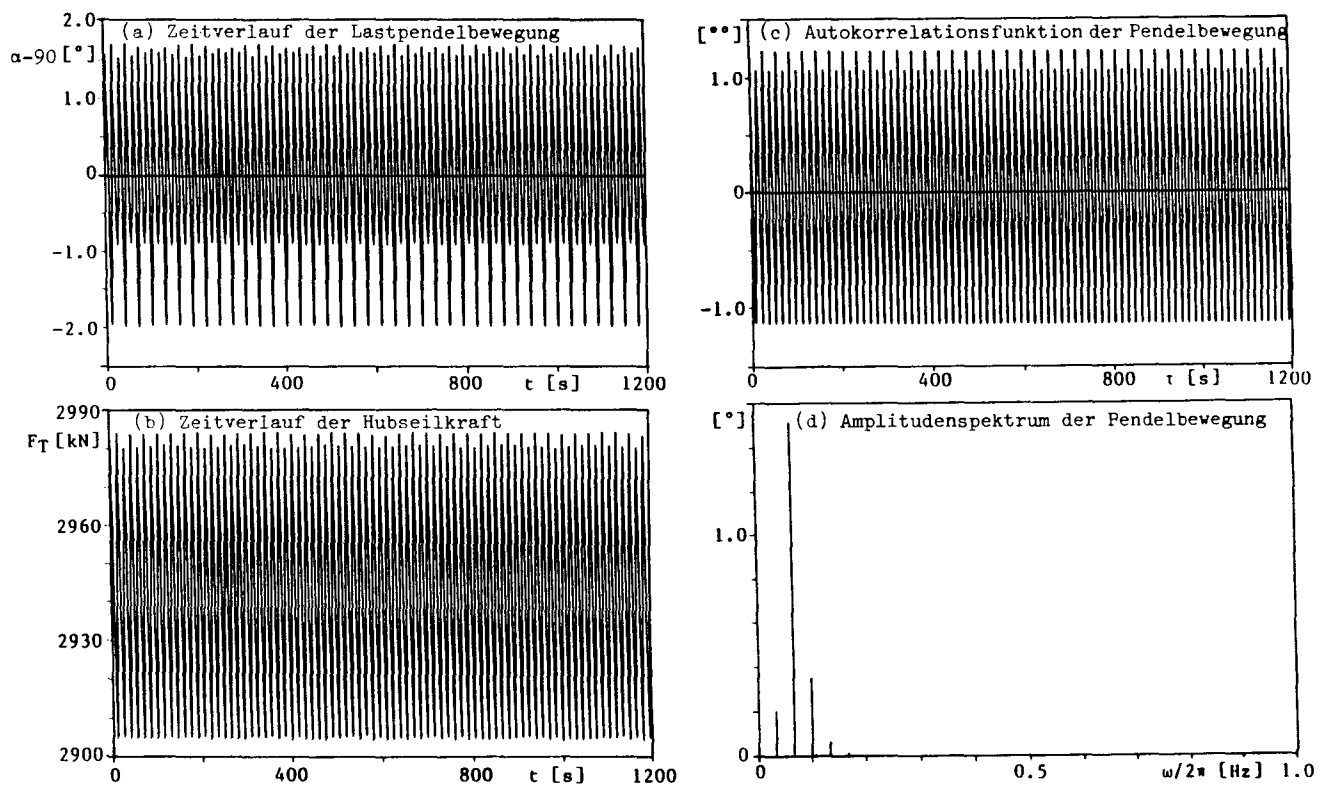


Abb. 4.23: Simulierte Kranschiffsbewegung in regelmäßigen Wellen von vorn mit 0.5 m Amplitude und 15.0 s Periode

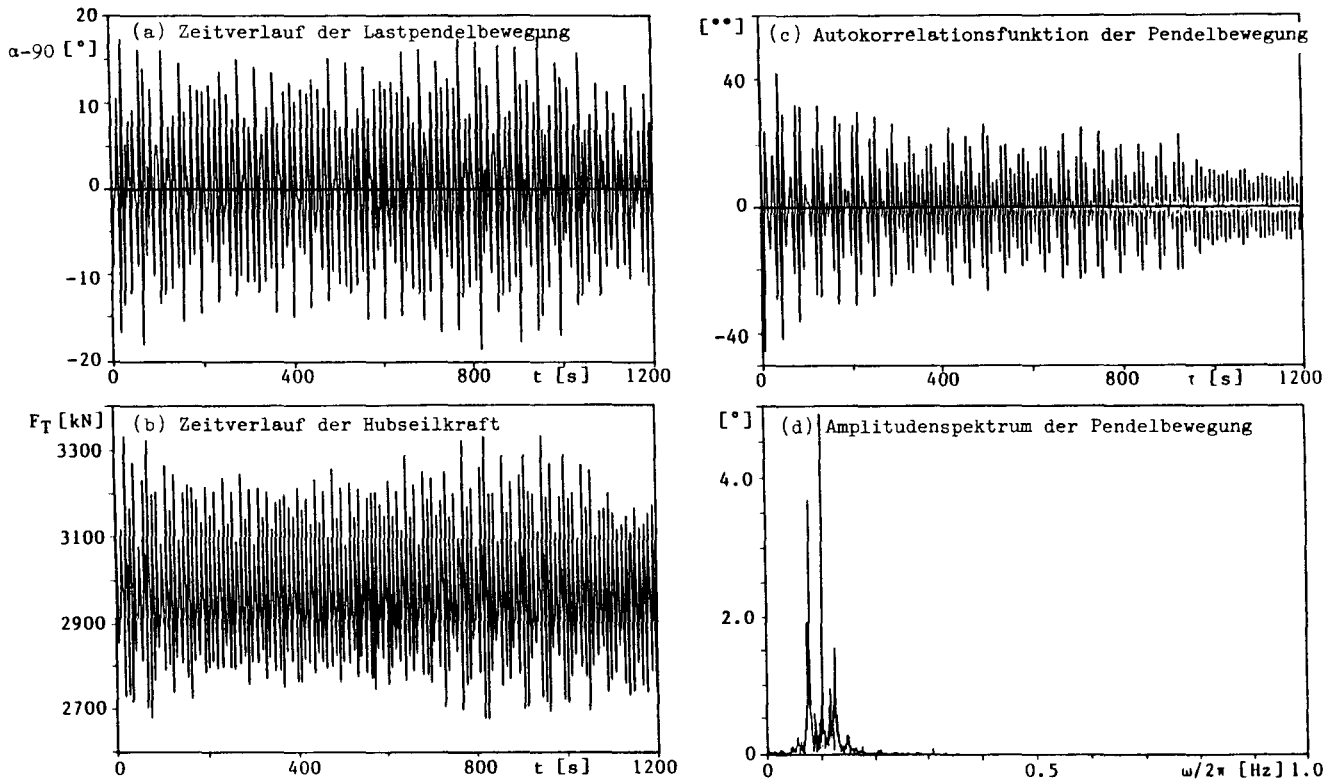


Abb. 4.24: Simulierte Kranschiffsbewegung in regelmäßigen Wellen von vorn mit 0.5 m Amplitude und 9.75 s Periode

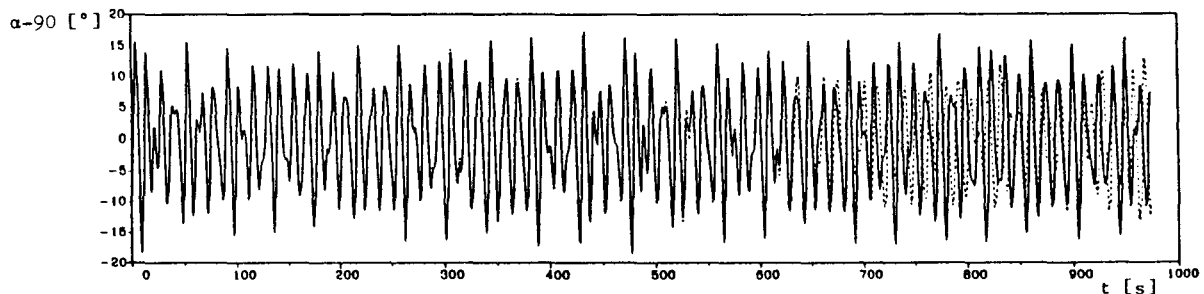


Abb. 4.25: Empfindlichkeit der chaotischen Pendelbewegungen des Kranschiffes gegen Anfangsbedingungen gezeigt am Fall der Abb. 4.24a, — $\alpha(0) = 90^\circ$, $\alpha(0) = 90.000001^\circ$

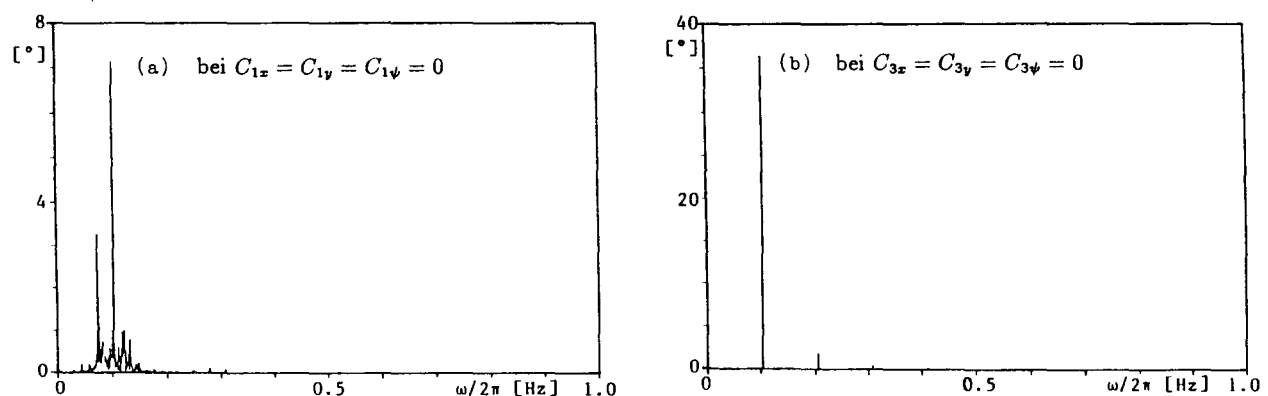
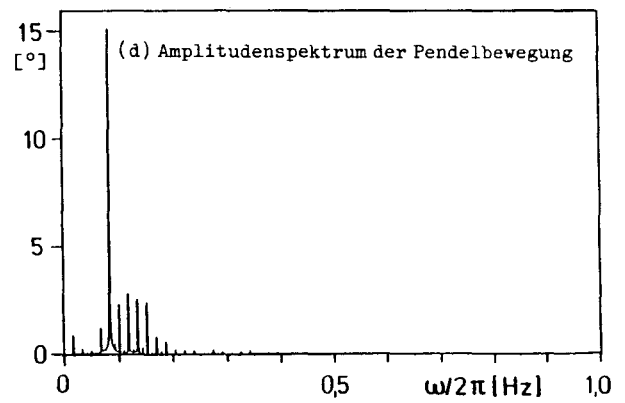
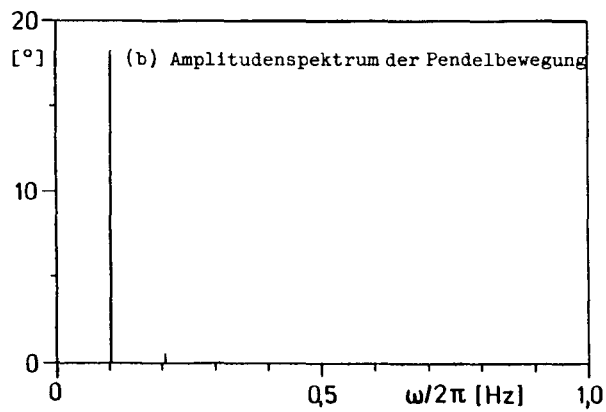
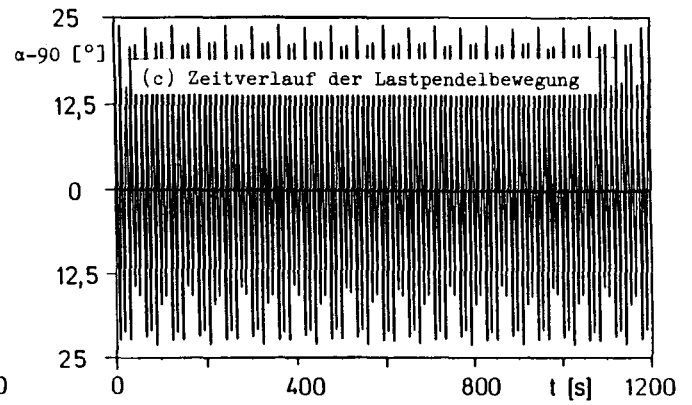
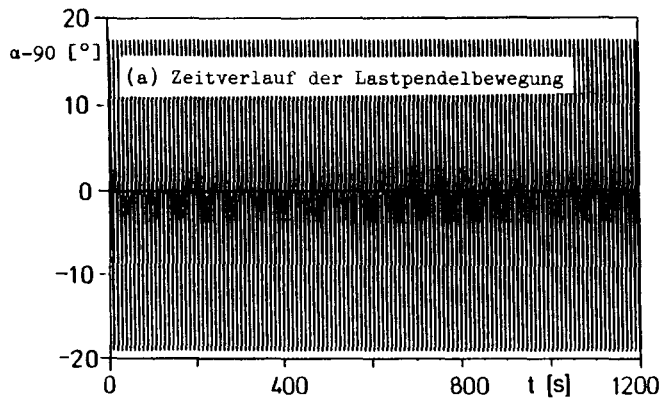


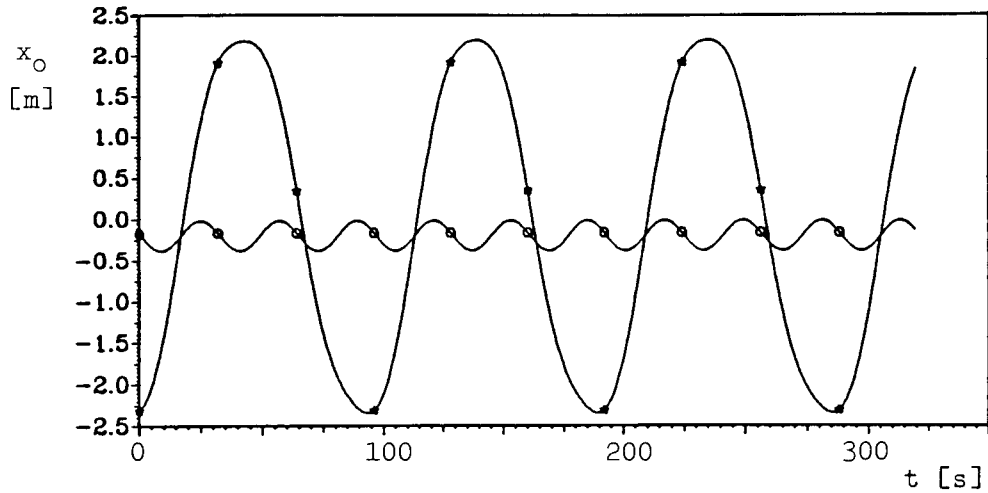
Abb. 4.26: Amplitudenspektren zweier Zeitverläufe der Pendelbewegung der Hänge last zur Veranschaulichung des Einflusses der Rückstellcharakteristik auf die chaotische Bewegung des Kranschiffes (Wellenparameter wie in Abb. 4.24)



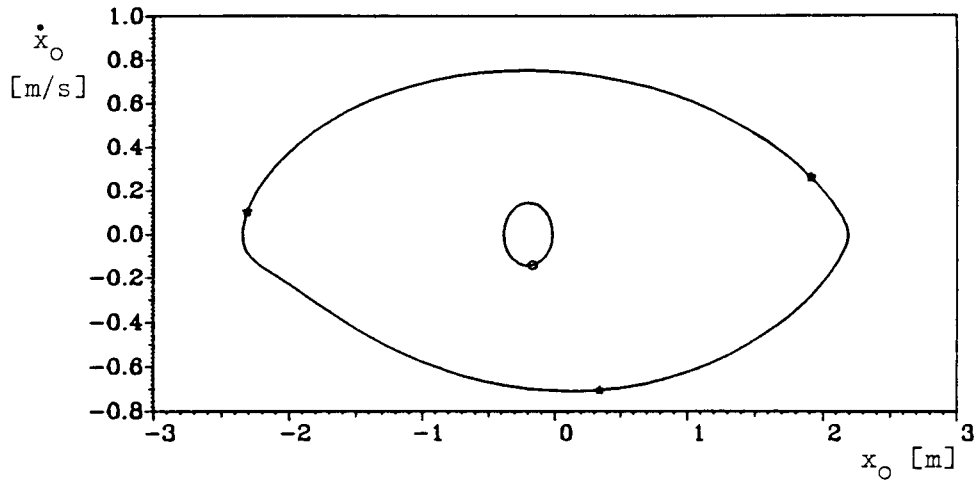
Wellenamplitude 0.25 m

Wellenamplitude 1.0 m

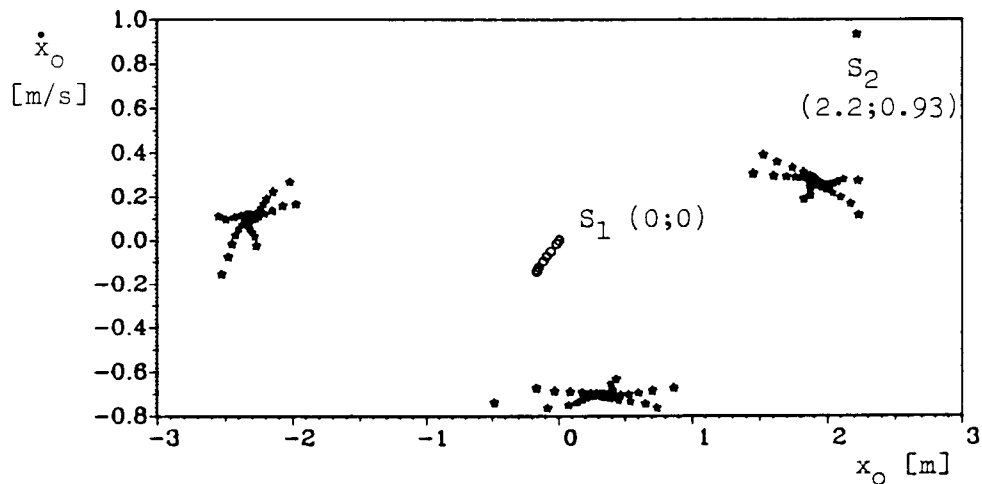
Abb. 4.27: Zwei Simulationen zur Veranschaulichung des Einflusses der Wellenamplituden auf die chaotische Bewegung des Kranschiffes (Wellenperiode wie in Abb. 4.24)



(a) Asymptotische Zeitverläufe

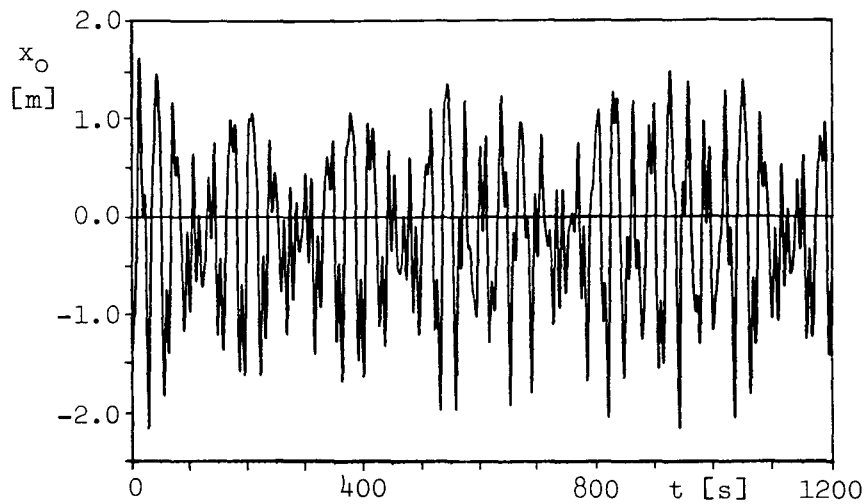


(b) Asymptotische Phasenbilder

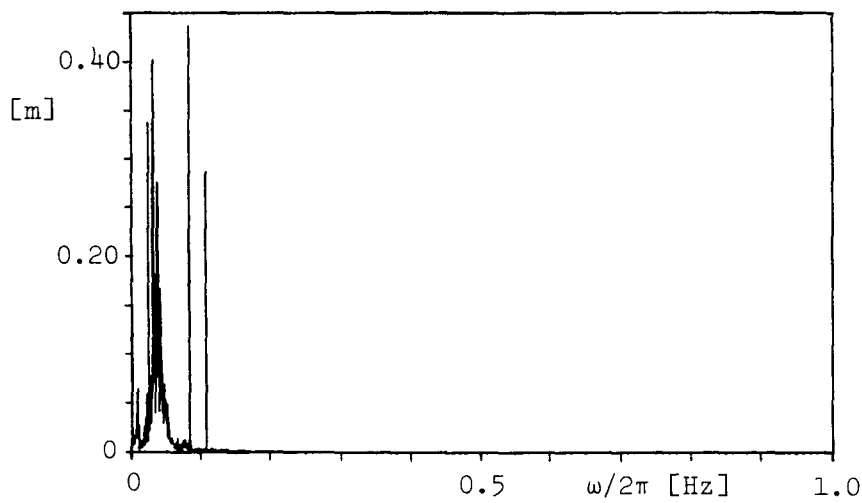


(c) Poincaré-Abbildungen

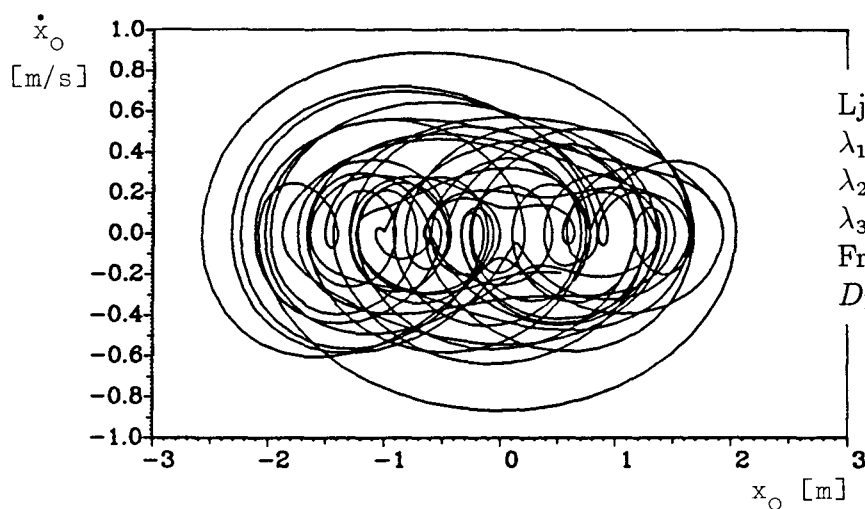
Abb. 4.28: Simulierte Surge-Bewegung des verankerten Pontons in harmonischen Wellen von vorn, Parameter: $C_{DX} = 0.8$, $C_{1x} = 50 \text{ kNm}^{-1}$, $C_{3x} = 24 \text{ kNm}^{-3}$, $A = 0.5 \text{ m}$, $T = 8 \text{ s}$; —○— Start von S_1 , —*— Start von S_2



(a) Zeitverlauf der Surge-Bewegung



(b) Amplitudenspektrum der Surge-Bewegung



(c) Phasenbild

Abb. 4.29: Simulierte Surge-Bewegung des verankerten Pontons in periodischen Wellengruppen von vorn, Parameter: $C_{DX} = 0.8$, $C_{1x} = 50 \text{ kNm}^{-1}$, $C_{3x} = 24 \text{ kNm}^{-3}$, $A_1 = A_2 = 0.5 \text{ m}$, $T_1 = 12 \text{ s}$, $T_2 = \frac{84}{5} \text{ s}$

5 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden mathematische Modelle zur Beschreibung des Bewegungsverhaltens eines einpunktverankerten Tankers, eines verankerten A-Bock-Kranschiffes und eines mehrlpunktverankerten Pontons nach dem Newtonschen Gesetz aufgestellt. Dabei wurden sowohl die herkömmlichen linearen als auch die wichtigen nichtlinearen Kräfte auf die drei Systeme berücksichtigt. Die entsprechenden Koeffizienten wurden entweder rechnerisch oder empirisch ermittelt oder aus Modellversuchen, soweit sie vorhanden sind, entnommen. Alle Untersuchungen wurden unter deterministischen Erregungen, nämlich konstanter Strömung, stationärem Wind und regelmäßigen Wellen, durchgeführt. Die zugehörigen Parameter wurden entweder im interessierenden Bereich systematisch variiert oder bei den gesondert ausgewählten Referenzwerten fixiert. Wegen der Nichtlinearität können die Lösungen der untersuchten dynamischen Systeme nicht analytisch beschrieben, sondern nur numerisch simuliert werden. Es wurden geeignete numerische Methoden zur Untersuchung nichtlinearer dynamischer Systeme zusammengestellt und ihre Anwendungen auf technische Probleme anhand der drei betrachteten Beispiele diskutiert.

Lokale lineare Stabilitätsanalyse um die Gleichgewichtslage liefert eine entscheidende Aussage bei autonomen Systemen. Die Stabilität des Gleichgewichts des in konstanter Strömung verankerten Tankers wurde im fünfdimensionalen Parameterraum (Strömungsgeschwindigkeit, Ankerklüsenlage, Trossenlänge, Propellerdrehrate und Ruderwinkel) systematisch untersucht. Es traten sowohl statische als auch dynamische Verzweigungen auf, die in Schnittebenen des Parameterraumes graphisch dargestellt wurden. *Globale nichtlineare Simulationen* zeigten, daß der in konstanter Strömung verankerte Tanker im interessierenden Parameterbereich entweder asymptotisch auf eine stabile Gleichgewichtslage zuläuft oder von einer instabilen Gleichgewichtslage wegwandert und dann auf einem Grenzyklus umläuft. Bei zusätzlicher Erregung durch stationären Wind oder periodische Wellen kann das Bewegungsverhalten des Tankers auch chaotisch werden. Die außerordentliche Empfindlichkeit chaotischen Verhaltens gegen Anfangsbedingungen wurde durch numerische Simulationen demonstriert. Geeignete Maßnahmen (Ruderlegen, Propellerrückwärtsdrehen, asymmetrisches Einrichten der Ankerklüsenlage oder angemessene Kombinationen derselben) können das Gleichgewicht bzw. die Bewegung stabilisieren und damit indirekt die Kraftspitzen in der Trosse herabsetzen.

Die *Fourier-Analyse* ist eine einfache Möglichkeit, das Langzeitverhalten dynamischer Systeme zu charakterisieren. Periodenvervielfachendes Verhalten ist durch ein diskretes Amplitudenspektrum, chaotisches Verhalten durch ein kontinuierliches Amplitudenspektrum bzw. eine asymptotisch abklingende Autokorrelationsfunktion gekennzeichnet. Die simulierten Zeitverläufe des Kranschiffes wurden mit Hilfe der FFT analysiert.

Das typische Verhalten des Kranschiffes in regelmäßigen Wellen ist die Periodenvervielfachung. Chaotisches Verhalten kann auftreten, wenn sich die Wellenperiode an die Eigenperiode der entkoppelten Pendelbewegung der Hängelast annähert.

Die *Poincaré-Abbildung* geht aus einer Zeitdiskretisierung eines kontinuierlichen Systems hervor und verringert die Dimension des Abbildungsraums um eins gegenüber dem Phasenraum. Die hier angewendete Poincaré-Abbildung in periodisch erregten Systemen erleichtert die Feststellung der Periodenvervielfachungen. Typisch für das Verhalten des betrachteten mehrpunktverankerten Pontons in regelmäßigen Wellen ist die Koexistenz zweier verschiedener asymptotischer Antworten (auch Attraktoren genannt) im Zustandsraum bei identischen Parameterwerten. Diese zwei Attraktoren unterscheiden sich nicht nur in ihren Perioden, sondern auch in ihren Amplituden.

Die *Ljapunov-Exponenten* messen die mittlere exponentielle Divergenz oder Konvergenz benachbarter Trajektorien und eignen sich daher für die Beurteilung der Bewegungsstabilität nichtlinearer Systeme. Die *Ljapunov-Dimension* ist ein grundlegendes Unterscheidungsmerkmal verschiedenartiger Attraktoren. Chaos tritt auf, wenn der größte Ljapunov-Exponent größer als Null ist. Die Ljapunov-Dimension chaotischer Attraktoren ist nicht mehr ganzzahlig, sondern fraktal. Dies wurde für die Pontonbewegung in periodischen Wellengruppen bestätigt.

Als sinnvolle Fortsetzung dieser Arbeit seien drei Vorschläge genannt: Eine unmittelbare Ergänzung wäre die Bestimmung von Einzugsgebieten im Falle der Koexistenz verschiedener Attraktoren im Zustandsraum. Eine praxisrelevante Erweiterung wäre die Aufhebung der grundsätzlichen Beschränkung auf deterministische Erregung, denn Strömung, Wind und Wellen werden in der Schiffs- und Offshoretechnik meistens als stochastische Prozesse angenommen. Es wäre auch wünschenswert, die bisher auf rein numerischen Rechnungen basierenden praktischen Aussagen und Empfehlungen durch Modellversuche zu bestätigen.

Zum Schluß muß festgehalten werden, daß die nichtlineare Dynamik schiffbaulicher und meerestechnischer Systeme sehr kompliziert ist. Selbstverständlich braucht man ein zuverlässiges mathematisches Modell. Dies bedeutet: genaue Darstellung der Hydrodynamik, realistische Beschreibung der Umwelt (Strömung, Wind und Wellen) sowie sorgfältige Erfassung der Wechselwirkung verschiedener physikalischer Phänomene. Das Auftreten von Chaos in deterministischen Systemen sollte eine Warnung vor allzugroßer Zuversicht sein, denn kleinste Unterschiede in den Ursachen, etwa in Form von unterschiedlichen Anfangsbedingungen oder Meßfehlern, können zu großen Unterschieden in den resultierenden Wirkungen führen. Die von Georg Weinblum gern zitierte biblische Weisheit gilt mehr denn je:

Drei Dinge sind mir zu wunderbar,
und das vierte begreife ich nicht:
Des Adlers Weg am Himmel,
der Schlange Weg auf einem Felsen,
des Schiffes Weg mitten im Meer,
und eines Mannes Weg an einer Magd.
Salomos Sprüche 30: 18-19

有三件事令我甚为神秘莫测：
鹰在天空中飞行的道路；
蛇在大地上爬行的道路；
船在海洋里航行的道路。
而第四件事更使我不能理解：
男人向少女求爱的道路。
撒罗满箴言——第三十章第十八、十九节

Literaturverzeichnis

- [1] F. Aghamohammadi, J.M.T. Thompson: An experimental study of the large amplitude fish-tailing instabilities of a tanker at a single point mooring, *Journal of Applied Ocean Research*, Vol. 12, No. 1, pp. 25–33, 1990.
- [2] R.F. Beck, B. King: Time-domain analysis of wave exciting forces on floating bodies at zero forward speed, *Journal of Applied Ocean Research*, Vol. 11, No. 1, pp. 19–25, 1989.
- [3] G. Benettin, L. Galgani, J.M. Strelcyn: Kolmogorov entropy and numerical experiments, *Physical Review A*, Vol. 14, No. 6, pp. 2338–2345, 1976.
- [4] M.M. Bernitsas, N.S. Kekridis: Nonlinear stability analysis of ship towed by elastic rope, *Journal of Ship Research*, Vol. 30, No. 2, pp. 136–146, 1986.
- [5] M.M. Bernitsas, F.A. Papoulias: Stability of single point mooring systems, *Journal of Applied Ocean Research*, Vol. 8, No. 1, pp. 49–58, 1986.
- [6] R.E.D. Bishop, R.K. Burcher, W.G. Price: The uses of functional analysis in ship dynamics, in: *Proceedings of Royal Society London*, A 332, pp. 23–35, London, 1973.
- [7] R.N. Bracewell: *The Fourier Transform and its Applications*, McGraw-Hill, Kogakusha, 1978.
- [8] G. Clauss, E. Lehmann, C. Östergaard: *Meerestechnische Konstruktionen*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1988.
- [9] G. Clauss, T. Riekert: Generation of wave groups for model testing and some applications in coastal and offshore engineering, in: *Proceedings of the 2nd Int. Symp. on Wave Research and Coastal Engineering*, Hannover, 1988.
- [10] G. Clauss, M. Sükan, T.E. Schellin: Drift forces on compact offshore structures in regular and irregular waves, *Journal of Applied Ocean Research*, Vol. 4, No. 4, pp. 208–218, 1982.
- [11] J.V. Cox: *Statmoor - a single point mooring static analysis program*, Report No. AD - A119979, Naval Civil Engineering Laboratory, San Diego, California, 1982.
- [12] W.E. Cummins: The impulse response function and ship motions, *Schiffstechnik*, Vol. 9, No. 1, pp. 101–109, 1962.
- [13] O.M. Faltinsen, A.E. Løken: Slow drift oscillations of a ship in irregular waves, *Journal of Applied Ocean Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 21–31, 1979.

- [14] T. Frank, D.J. Loeser, C.A. Scragg, O.J. Sibul, W.C. Webster, J.V. Wehausen: Transient-maneuver testing and the equations of maneuvering, in: *Proceedings of the 11th Symposium On Naval Hydrodynamics*, pp. 3–22, London, 1976.
- [15] H. Froehling, J.P. Grutchfield, D. Farmer, N.H. Packard, R. Shaw: On determining the dimension of chaotic flows, *Physica, 3D*, pp. 605–617, 1981.
- [16] J. Gleick: *Chaos - die Ordnung des Universums*, Droemer Knaur, München, 1988.
- [17] O. Grim: 'Sea Troll' - Grenzarbeitsbedingungen eines Kranschiffs im Seegang, IfS-Bericht Nr. 355, Institut für Schiffbau, Universität Hamburg, 1977.
- [18] J. Guckenheimer, P. Holmes: *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, Applied Mathematical Sciences, Band 42, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1986.
- [19] B.L. Hao (Hrsg.): *Chaos*, World Scientific Publishing Co., Singapore, 1984.
- [20] A.V. Holden (Hrsg.): *Chaos*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1986.
- [21] E.R. Jefferys: Simulation of wave power devices, *Journal of Applied Ocean Research*, Vol. 6, No. 1, pp. 31–39, 1984.
- [22] T. Jiang: *Rationale Beschreibung des Seegangs in der Zeitebene*, Germanischer Lloyd Forschungsbericht MTK 0325 8 (Zwischenbericht), Hamburg, 1987.
- [23] T. Jiang: *Simulation der Bewegung langsam vorausfahrender Großschiffe*, Diplomarbeit, Institut für Schiffbau, Universität Hamburg, 1986.
- [24] T. Jiang, T.E. Schellin: Motion prediction of a single point moored tanker subjected to current, wind and waves, in: *Proceedings of the 7th Int. Symposium on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 2, pp. 317–326, ASME, Houston, 1988, reprinted in *Journal of OMAE*, Vol. 112, pp. 83-90, 1990.
- [25] T. Jiang, T.E. Schellin, S.D. Sharma: Crane ship response to wave groups, in: *Proceedings of the 9th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. I, pp. 245–302, ASME, Houston, 1990.
- [26] T. Jiang, T.E. Schellin, S.D. Sharma: Maneuvering simulation of a tanker moored in a steady current including hydrodynamic memory effects and stability analysis, in: *Proceedings of the Int. Conf. on Ship Manoeuvrability*, Vol. 1, Paper No. 25, Royal Institution of Naval Architects, London, 1987.
- [27] F.T. Korsmeyer: *The first- and second-order transient free-surface wave radiation problems*, PhD thesis, The Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1988.
- [28] J. Kotik, V. Mangulis: On the Kramers-Kronig relations for ship motions, *International Shipbuilding Progress*, Vol. 9, No. 97, pp. 361–368, 1962.

- [29] E. Kreuzer: *Numerische Untersuchung nichtlinearer dynamischer Systeme*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1987.
- [30] A. Kunick, W.H. Steeb: *Chaos in dynamischen Systemen*, Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich, 1986.
- [31] L.D. Landau, E.M. Lifschitz: *Lehrbuch der Theoretischen Physik: Mechanik*, Band 1, Akademie-Verlag, Berlin, 1987.
- [32] L.D. Landau, E.M. Lifschitz: *Statistische Physik*, Akademie-Verlag, Berlin, 1971.
- [33] C. Landgraf, G. Schneider: *Elemente der Regelungstechnik*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1970.
- [34] R. Latorre: Scale effect in towed barge course stability tests, in: *Proceedings of the Int. Conf. on Ship Manoeuvrability*, Vol. 1, Paper No. 23, Royal Institution of Naval Architects, London, 1987.
- [35] C.Y. Liaw: Bifurcations of subharmonics and chaotic motions of articulated towers, *Journal of Engineering Structures*, Vol. 10, pp. 117–124, 1988.
- [36] C.Y. Liaw: Complex dynamics of a simple cylinder in regular waves, in: *Proceedings of the 8th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 1, pp. 153–157, ASME, The Hague, 1989.
- [37] K. Magnus: *Schwingungen*, B.G. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1986.
- [38] P. Mandel: Ship Maneuvering and Control, in: *Principles of Naval Architecture*, Chapter 8, SNAME, New York, 1967.
- [39] T. Marthinsen: Calculation of slowly varying drift forces, *Journal of Applied Ocean Research*, Vol. 5, No. 3, pp. 141–144, 1985.
- [40] H.G. Matthies: *Spectral Analysis using Fourier Transforms (SAFT)*, Germanischer Lloyd Bericht, Hamburg, 1982.
- [41] W.R. McCreight: Ship maneuvering in waves, in: *Proceedings of the 16th Symposium on Naval Hydrodynamics*, pp. 456–469, Berkeley, 1986.
- [42] J.B. McLaughlin: Period-doubling bifurcations and chaotic motion for a parametrically forced pendulum, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 24, No. 2, pp. 375–388, 1981.
- [43] F. Moon: *Chaotic Vibrations*, Science, New York, 1987.
- [44] A.H. Nayfeh: On the undesirable roll characteristics of ships in regular seas, *Journal of Ship Research*, Vol. 32, No. 2, pp. 92–100, 1988.
- [45] A.H. Nayfeh, N.E. Sanchez: Chaos and dynamic instability in the rolling motion of ships, in: *Proceedings of the 17th Symposium on Naval Hydrodynamics*, pp. 617–631, The Hague, 1988.

- [46] D.E. Newland: *An Introduction to: Random Vibrations and Spectral Analysis*, Longman, London and New York, 1975.
- [47] J.N. Newman: *Marine Hydrodynamics*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts and London, England, 1977.
- [48] J.N. Newman: Second order slowly varying forces on vessels in irregular waves, in: *Proceedings of Symposium on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves*, pp. 182–186, University College, London, 1974.
- [49] OCIMF: *Prediction of Wind and Current Loads on VLCCs*, Oil Companies International Marine Forum, London, 1977.
- [50] P. Oltmann, S.D. Sharma: Simulation of combined engine and rudder maneuvers using an improved model of hull-propeller-rudder interactions, in: *Proceedings of the 15th Symposium on Naval Hydrodynamics*, pp. 83–108, Hamburg, 1984.
- [51] C. Östergaard, T.E. Schellin, M. Sükan: Zur Sicherheit von Seebauwerken: Hydrodynamische Berechnung für kompakte Strukturen, *Schiff und Hafen*, Vol. 31, No. 1, pp. 71–76, 1979.
- [52] F.A. Papoulias: *Dynamic analysis of mooring systems*, PhD thesis, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1987.
- [53] M.H. Patel, D.T. Brown, J.A. Witz: Operability analysis for a monohull crane vessel, *Transactions of RINA*, Vol. 129, pp. 103–113, 1987.
- [54] M.H. Patel, J.A. Witz: The dynamics of marine vehicles with inflectional righting moment curves, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 109, pp. 335–344, 1987.
- [55] R. Pereira: Simulation nichtlinearer Seegangslasten, *Schiffstechnik*, Vol. 35, No. 4, pp. 173–193, 1988.
- [56] A.B. Pippard: *Response and Stability*, Cambridge University Press, London, 1986.
- [57] J.B. Roberts: Nonlinear analysis of slow drift oscillations of moored vessels in random seas, *Journal of Ship Research*, Vol. 25, No. 2, pp. 130–140, 1981.
- [58] T.E. Schellin: *Einpunkt- und Mehrpunktverankerungen in Offshoretechnik*, 10. Aufbauseminar Meerestechnik, Berichtswerk von Mariner Rohstoffgewinnung und Offshoretechnik, TU Berlin / TU Clausthal, 1987.
- [59] T.E. Schellin, T. Jiang, S.D. Sharma: Motion simulation and dynamic stability of an anchored tanker subject to current, wind and waves, *Journal of Ship Technology Research (Schiffstechnik)*, Vol. 37, No. 2, 1990.
- [60] T.E. Schellin, S.D. Sharma, T. Jiang: Crane ship response to regular waves: linearized frequency domain analysis and nonlinear time domain simulation, in: *Proceedings of the 8th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 2, pp. 627–635, ASME, The Hague, 1989.

- [61] M. Schmiechen: *On state space models and their application to hydrodynamic systems*, NAUT Report No. 5002, Departement of Naval Architecture, University of Tokyo, 1973.
- [62] M. Schmiechen: Zur Kollisionsdynamik von Schiffen, *Jahrbuch der STG*, Band 68, pp. 361–368, 1974.
- [63] S.D. Sharma: *Kräfte am Unter- und Überwasserschiff*, 18. Fortbildungskurs, Institut für Schiffbau, Hamburg, 1982.
- [64] S.D. Sharma: Schrägschlepp- und Drehversuche in vier Quadranten - Teil 2, *Schiff und Hafen*, Vol. 34, pp. 219–222, 1982.
- [65] S.D. Sharma, T. Jiang, T.E. Schellin: Dynamic instability and chaotic motion of a single-point-moored tanker, in: *Proceedings of the 17th Symposium On Naval Hydrodynamics*, pp. 543–563, The Hague, 1988.
- [66] S.D. Sharma, B. Zimmermann: Schrägschlepp- und Drehversuche in vier Quadranten - Teil 1, *Schiff und Hafen*, Vol. 33, pp. 19–20, 1981.
- [67] I. Shimada, T. Nagashima: A numerical approach of ergodic problem of dissipative dynamic systems, *Progress of Theoretical Physics*, Vol. 61, No. 6, pp. 1605–1616, 1979.
- [68] H. Söding: *Bewegungen und Belastungen der Schiffe im Seegang*, Vorlesungsmanuscript Nr. 18, Institut für Schiffbau, Hamburg, 1983.
- [69] H. Söding: *Leckstabilität im Seegang*, IfS-Bericht Nr. 429, Institut für Schiffbau, Universität Hamburg, 1982.
- [70] J.M.T. Thompson, A.R. Bokaian, R. Ghaffari: Subharmonic and chaotic motions of compliant offshore structures and articulated mooring towers, *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 106, pp. 191–198, 1984.
- [71] J.M.T. Thompson, L.N. Virgin: Predicting a jump to resonance using transient maps and beats, *Int. Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 21, No. 3, pp. 205–216, 1986.
- [72] L.J. Tick: Differential equations with frequency-dependent coefficients, *Journal of Ship Research*, Vol. 3, No. 2, pp. 45–46, 1959.
- [73] L.J. Tick: The estimation of transfer functions of quadratic systems, *Technometrics*, Vol. 3, No. 4, pp. 563–567, 1961.
- [74] L.N. Virgin, S.R. Bishop: Catchment regions of multiple dynamic response in nonlinear problems of offshore mechanics, in: *Proceedings of the 7th Int. Symposium on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 2, pp. 15–22, ASME, Houston, 1988.
- [75] B. Werner: *Die einfachsten Verzweigung-Phänomene bei dynamischen Systemen: eine Einführung*, Vorlesungsmanuscript, Institut für Angewandte Mathematik, Universität Hamburg, 1987.

- [76] J.E.W. Wichers: *A simulation model for a single point moored tanker*, Publication No. 797, Maritime Research Institute Netherlands, Wageningen, 1988.
- [77] J.E.W. Wichers: Slowly oscillating mooring forces in single point mooring systems, in: *Proceedings of 2nd Int. Conf. on Behaviour of Offshore Structures*, Paper No. 27, London, England, 1979.
- [78] A. Wolf, J.B. Swift, H.L. Swinney, J.A. Vastano: Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica 16-D*, pp. 285–317, 1985.

A Zustandsmodell

A.1 Definition

Die linearen hydrodynamischen Response-Kräfte $\mathbf{f}(t)$ infolge der Schiffsbewegungen $\mathbf{v}(t)$ können im Frequenzbereich anhand einer sog. Übertragungsfunktion (auch Frequenzresponse genannt) wie folgt dargestellt werden:

$$\mathbf{F}(p) = \mathbf{L}(p)\mathbf{V}(p) \quad (\text{A.1})$$

wobei ω die Kreisfrequenz und $p = i\omega$ sowie $i = \sqrt{-1}$ ist. $\mathbf{F}(p)$ ist die Fourier-Transformierte von $\mathbf{f}(t)$ und $\mathbf{V}(p)$ ist die Fourier-Transformierte von $\mathbf{v}(t)$. Die Übertragungsfunktionen $\mathbf{L}(p)$ lassen sich durch die frequenzabhängigen, hydrodynamischen Massenmatrizen $\mathbf{a}(\omega)$ und Dämpfungsmatrizen $\mathbf{b}(\omega)$ ausdrücken:

$$\mathbf{L}(p) = -p\mathbf{a}(\omega) - \mathbf{b}(\omega) \quad (\text{A.2})$$

Wie Tick [72] gezeigt hat, läßt sich die Darstellung des linearen Systemverhaltens im Frequenzbereich auf das sog. Faltungsintegral (auch Duhamel-Integral genannt) im Zeitbereich zurückführen. Dabei können die Ausgangsgrößen linearer Systeme anhand des Faltungsintegrals über die gesamte Vorgeschichte aller Eingangsgrößen, die mit den entsprechenden Impulsantwortfunktionen gefaltet sind, dargestellt werden. Cummins [12] hat erstmals diese Methode zur Darstellung linearer hydrodynamischer Response-Kräfte in der Schiffshydrodynamik vorgestellt. Eine formale Erweiterung dieses Verfahrens wurde von Bishop et al. [6] durchgeführt. Mehrere numerische Berechnungen des Bewegungsverhaltens von Schiffen und Meeresbauwerken beruhen auf diesem Prinzip, siehe z.B. Frank et al. [14], Wichers [77] und Jiang [23]. Ein Nachteil des Faltungsintegrals ist der relativ große Rechen- und Speicheraufwand. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit das sog. Zustandsmodell verwendet.

Das Zustandsmodell wurde zuerst von Schmiechen [61] für hydrodynamische Systeme eingeführt und dann von ihm [62] auf die Kollisionsdynamik von Schiffen angewendet. Inzwischen wurde das Zustandsmodell von Jefferys [21] für die Bewegung von Wellenenergieerzeugern, von McCreight [41] für Manövrierbewegungen von Schiffen im Seegang und von Jiang et al. [26] für die Bewegung verankerter Schiffe verwendet. Eine Erweiterung der Anwendungen wurden von Söding [69] und Pereira [55] für die Bewegung von Schiffen mit Vorwärtsgeschwindigkeit und von Jiang [22] für die Beschreibung des Seegangs in der Zeitebene erzielt. Im folgenden wird das Zustandsmodell abgeleitet.

Als erstes wird der sog. reguläre Anteil $\mathbf{L}^*(p)$ von der Übertragungsfunktion $\mathbf{L}(p)$ wie folgt definiert:

$$\mathbf{L}^*(p) = \mathbf{L}(p) + p\mathbf{a}(\infty) + \mathbf{b}(\infty) \quad (\text{A.3})$$

wobei $\mathbf{a}(\infty)$ und $\mathbf{b}(\infty)$ die Matrizen der hydrodynamischen Massen- und Dämpfungskoeffizienten bei unendlicher Frequenz sind.

Als nächstes wird ein komplexer rationaler Polynomansatz zur Approximation von $\mathbf{L}^*(p)$ gemacht:

$$\mathbf{L}^*(p) = -[p^{n+1}\mathbf{I} + \sum_{k=0}^n p^k \mathbf{A}_k]^{-1} [\sum_{k=0}^n p^k \mathbf{B}_k] \quad (\text{A.4})$$

wobei $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$ die Matrizen der Systemparameter sind. \mathbf{I} ist die Einismatrix mit der gleichen Dimension wie \mathbf{A}_k und \mathbf{B}_k .

Setzt man den Ausdruck der Übertragungsfunktion (A.2) in die Gleichung (A.3) ein und vergleicht man das Ergebnis mit der Gleichung (A.4), ergibt sich die folgende nichtlineare Matrixgleichung zur Identifikation der Parametermatrizen $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$ bei vorgegebenem Frequenzresponse $\mathbf{a}(\omega), \mathbf{b}(\omega)$:

$$[p^{n+1}\mathbf{I} + \sum_{k=0}^n p^k \mathbf{A}_k]^{-1} [\sum_{k=0}^n p^k \mathbf{B}_k] = [p\mathbf{a}(\omega) - p\mathbf{a}(\infty) + \mathbf{b}(\omega) - \mathbf{b}(\infty)] \quad (\text{A.5})$$

Die nichtlineare Bestimmungsgleichung (A.5) kann in eine lineare Bestimmungsgleichung umgewandelt werden:

$$p^{-(n+1)} \left\{ \sum_{k=0}^n p^k \mathbf{B}_k - \sum_{k=0}^n p^k \mathbf{A}_k [p\mathbf{a}(\omega) - p\mathbf{a}(\infty) + \mathbf{b}(\omega) - \mathbf{b}(\infty)] \right\} = [p\mathbf{a}(\omega) - p\mathbf{a}(\infty) + \mathbf{b}(\omega) - \mathbf{b}(\infty)] \quad (\text{A.6})$$

Die Gleichung (A.6) ist ein lineares algebraisches Gleichungssystem für die unbekanntenen Parametermatrizen. Zur Lösung eines solchen linearen algebraischen Systems sind zahlreiche Rechenprogramme vorhanden.

Unter Verwendung der inversen Fourier-Transformationen

$$\mathbf{f}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}(p) e^{pt} d\omega \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{v}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{V}(p) e^{pt} d\omega \quad (\text{A.8})$$

bzw. unter Berücksichtigung der durch k -fache Ableitung nach der Zeit erhaltenen Beziehungen

$$\mathbf{f}^{(k)}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p^k \mathbf{F}(p) e^{pt} d\omega \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{v}^{(k)}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p^k \mathbf{V}(p) e^{pt} d\omega \quad (\text{A.10})$$

kann die Gleichung

$$\mathbf{F}^*(p) = \mathbf{L}^*(p) \mathbf{V}(p) \quad (\text{A.11})$$

und die Gleichung

$$\mathbf{F}(p) = \mathbf{F}^*(p) - [p\mathbf{a}(\infty) + \mathbf{b}(\infty)] \mathbf{V}(p) \quad (\text{A.12})$$

in die Differentialgleichungen

$$\mathbf{f}^{*(n+1)}(t) + \sum_{k=0}^n \mathbf{A}_k \mathbf{f}^{*(k)}(t) = - \sum_{k=0}^n \mathbf{B}_k \mathbf{v}^{(k)}(t) \quad (\text{A.13})$$

und

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}^*(t) - \mathbf{a}(\infty)\dot{\mathbf{v}}(t) - \mathbf{b}(\infty)\mathbf{v}(t) \quad (\text{A.14})$$

transformiert werden.

Mathematisch gesehen ist die Differentialgleichung $(n+1)$ ter Ordnung (A.13) äquivalent mit dem folgenden Differentialgleichungssystem der Dimension $(n+1)$ (Landgraf und Schneider [33]):

$$\dot{\mathbf{s}}_{n-k}(t) = \mathbf{s}_{n+1-k}(t) - \mathbf{A}_k \mathbf{s}_0(t) - \mathbf{B}_k \mathbf{v}(t) \quad (\text{A.15})$$

für $k = 0, 1, \dots, n$

mit $\mathbf{s}_0(t) = \mathbf{f}^*(t)$ und $\mathbf{s}_{n+1}(t) = \mathbf{0}$

wobei \mathbf{s}_k die sog. Zustandsvektoren für jeden Wert von k bezeichnet. Das Differentialgleichungssystem (A.15) ist ein System von Zustandsgleichungen und wird deshalb auch Zustandsmodell genannt.

A.2 Parameteridentifikation

Die für das Zustandsmodell benötigten Parameterwerte von \mathbf{A}_k und \mathbf{B}_k können mittels des Verfahrens der kleinsten Fehlerquadratsumme entweder aus der nichtlinearen Bestimmungsgleichung (A.5) oder der linearen Bestimmungsgleichung (A.6) numerisch identifiziert werden. Für eine vorgegebene Ordnung n liefert die lineare Bestimmungsgleichung die eindeutige Lösung der Parameterwerte. Dagegen kann die nichtlineare Bestimmungsgleichung u.U. mehrfache Lösungen der Parameterwerte haben. Dies führt oft zur Auswahlsschwierigkeit, denn nur diejenigen Parameterwerte sind brauchbar, mit denen sich das zugehörige Zustandsmodell stabil verhält. In der vorliegenden Arbeit wurde die lineare Bestimmungsgleichung zur Approximation der Parameterwerte herangezogen.

Die Berechnung der frequenzabhängigen hydrodynamischen Massenmatrix $\mathbf{a}(\omega)$ und Dämpfungsmatrix $\mathbf{b}(\omega)$ erfolgt in der hier vorliegenden Arbeit nach der bekannten 3-D-Potentialtheorie, wie sie in der Arbeit von Östergaard et al. [51] wiedergegeben wurde. Für die numerische Approximation der Parameterwerte spielen die vier asymptotischen Matrizen eine wichtige Rolle. $\mathbf{b}(0)$ und $\mathbf{b}(\infty)$ sind für die Potentialströmung theoretisch Null. $\mathbf{a}(0)$ ist die hydrodynamische Massenmatrix bei stationärer Bewegung und kann genau berechnet werden. Die Schwierigkeit besteht nur in der Berechnung der Matrix $\mathbf{a}(\infty)$. Ein Ausweg ergibt sich, wenn die bekannten Kramers-Kronig-Beziehungen angewendet werden (Kotik und Mangulis [28]):

$$\mathbf{a}(\omega) - \mathbf{a}(\infty) = -\frac{2}{\pi} \oint_0^{\infty} \frac{\mathbf{b}(\sigma) - \mathbf{b}(\infty)}{\sigma^2 - \omega^2} d\sigma \quad (\text{A.16})$$

$$\mathbf{b}(\omega) - \mathbf{b}(\infty) = \frac{2}{\pi} \oint_0^{\infty} \frac{\mathbf{a}(\sigma) - \mathbf{a}(\infty)}{\sigma^2 - \omega^2} \sigma^2 d\sigma \quad (\text{A.17})$$

wobei \oint den sog. Cauchyschen Hauptwert des Integrals bezeichnet.

Diese Beziehungen wurden zuerst von Kramers und Kronig für ein beliebiges lineares System mit Hilfe der Funktionentheorie abgeleitet. Die einzige Voraussetzung war die Kausalität. Deshalb kann man sagen, daß die Kramers-Kronig-Beziehungen eine direkte Folge des Kausalitätsprinzips sind. In dem Buch von Landau und Lifschitz [32] ist die entsprechende Ableitung wiedergegeben. Daraus folgt unmittelbar die alternative Formulierung:

$$\mathbf{a}(\omega) - \mathbf{a}(\infty) = -\frac{1}{\pi\omega} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{b}(\sigma) - \mathbf{b}(\infty)}{\sigma - \omega} d\sigma \quad (\text{A.18})$$

$$\mathbf{b}(\omega) - \mathbf{b}(\infty) = \frac{1}{\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{a}(\sigma) - \mathbf{a}(\infty)}{\sigma - \omega} \sigma d\sigma \quad (\text{A.19})$$

Diese Darstellung ermöglicht, die Kramers-Kronig-Beziehungen als Hilbert-Transformation zu interpretieren (Bracewell [7]), d.h. die hydrodynamischen Massen und Dämpfungen sind mathematisch miteinander Hilbert-transformiert. In der Praxis stellt man jedoch fest, daß die numerische Integration sowohl der Gleichungen (A.16) und (A.17) als auch der Gleichungen (A.18) und (A.19) wegen der Singularität an der Stelle $\sigma = \omega$ schwierig durchzuführen ist. Deshalb wird hier die dritte Formulierung der Kramers-Kronig-Beziehungen verwendet:

$$\mathbf{a}(\omega) - \mathbf{a}(\infty) = -\frac{2}{\pi\omega} \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} [\mathbf{b}(\omega) - \mathbf{b}(\infty)] \cos \omega t d\omega \right\} \sin \omega t dt \quad (\text{A.20})$$

$$\mathbf{b}(\omega) - \mathbf{b}(\infty) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} [\mathbf{a}(\omega) - \mathbf{a}(\infty)] \omega \sin \omega t d\omega \right\} \cos \omega t dt \quad (\text{A.21})$$

Dabei wird die sog. Impulsantwortfunktion

$$\mathbf{h}(t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} [\mathbf{b}(\omega) - \mathbf{b}(\infty)] \cos \omega t d\omega \quad (\text{A.22})$$

oder alternativ

$$\mathbf{h}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} [\mathbf{a}(\omega) - \mathbf{a}(\infty)] \omega \sin \omega t d\omega \quad (\text{A.23})$$

berechnet.

Für den Fall $\mathbf{b}(\infty) = \mathbf{0}$ gilt:

$$\mathbf{h}(t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \mathbf{b}(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (\text{A.24})$$

Aus einer Umkehrrechnung der Gleichung (A.23)

$$\mathbf{a}(\omega) - \mathbf{a}(\infty) = \frac{1}{\omega} \int_0^{\infty} \mathbf{h}(t) \sin \omega t dt \quad (\text{A.25})$$

folgt die Bestimmungsgleichung von $\mathbf{a}(\infty)$:

$$\mathbf{a}(\infty) = \mathbf{a}(0) - \int_0^{\infty} \mathbf{h}(t) dt \quad (\text{A.26})$$

Eine numerische Kontrollmöglichkeit ergibt sich, wenn die asymptotische Bedingung $\mathbf{b}(0) = \mathbf{0}$ erfüllt wird:

$$\int_0^{\infty} \mathbf{h}(t) dt = \mathbf{0} \quad (\text{A.27})$$

A.3 Stabilität des Zustandsmodells

Um die Stabilität des linearen Gleichungssystems (A.15) zu untersuchen, wird ein neuer Vektor $\mathbf{y}(t)$ eingeführt:

$$\mathbf{y}^T = \{\mathbf{s}_0^T, \mathbf{s}_1^T, \mathbf{s}_2^T, \dots, \mathbf{s}_{n-1}^T, \mathbf{s}_n^T\} \quad (\text{A.28})$$

Somit wird das Differentialgleichungssystem (A.15) in eine vektorielle Differentialgleichung umgewandelt:

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{y}(t) + \mathbf{B}\mathbf{v}(t) \quad (\text{A.29})$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_n & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_{n-1} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{A}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

und

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_n \\ -\mathbf{B}_{n-1} \\ \vdots \\ -\mathbf{B}_2 \\ -\mathbf{B}_1 \\ -\mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.31})$$

Das Stabilitätskriterium für die lineare Gleichung (A.29) geht auf Routh und Hurwitz zurück. Die entsprechende Stabilität kann anhand der Eigenwerte der Matrix \mathbf{A} beurteilt werden (Landgraf und Schneider [33]):

$$|\mathbf{A} - \mathbf{I}\sigma| = 0 \quad (\text{A.32})$$

wobei \mathbf{I} die Einismatrix geeigneter Dimension ist.

Das autonome System

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{y}(t) \quad (\text{A.33})$$

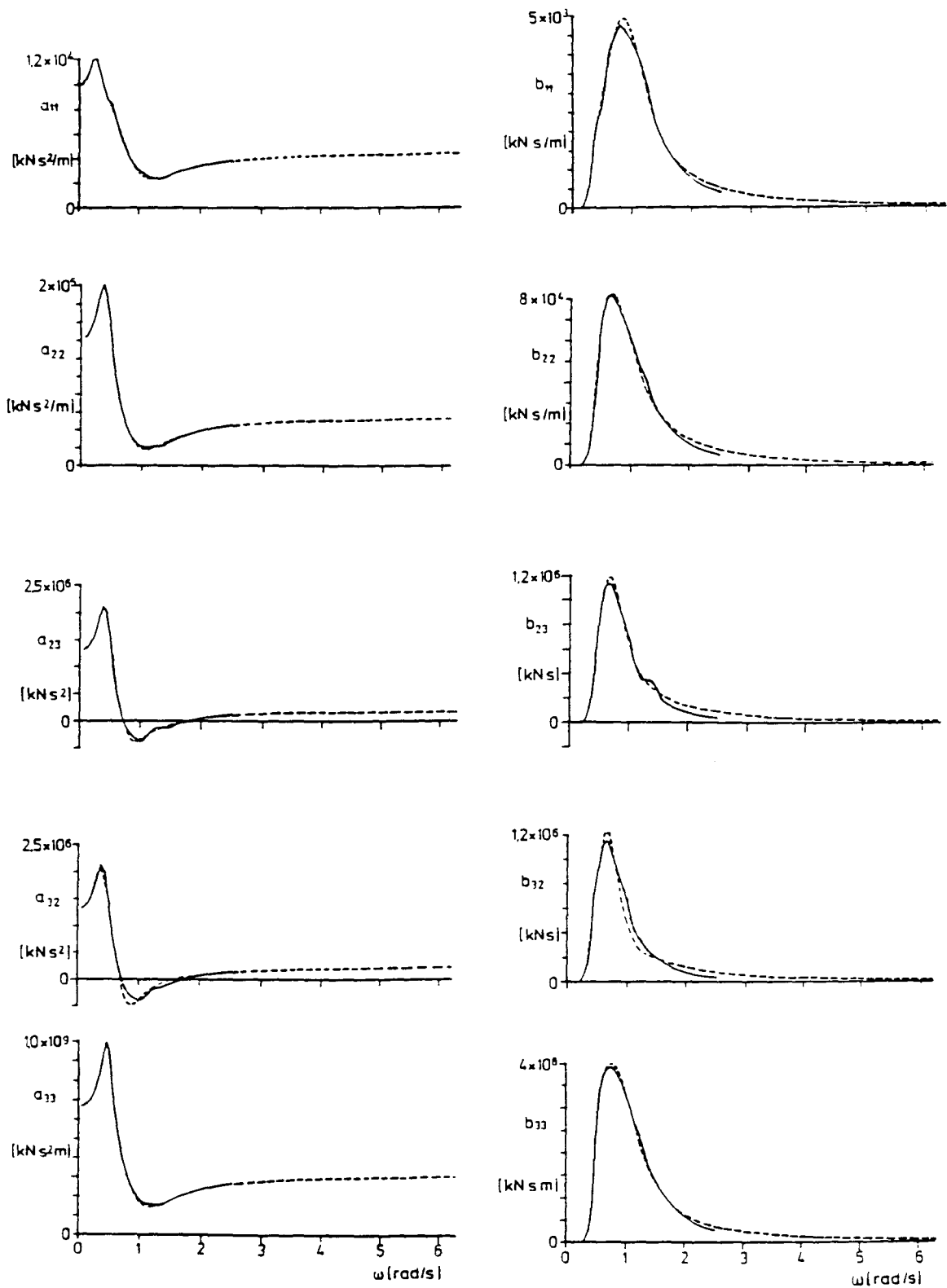
ist dann und nur dann stabil, wenn alle Realteile der Eigenwerte von \mathbf{A} negativ sind.

Die Stabilitätsanalyse muß für die identifizierten Parameterwerte durchgeführt werden, bevor sie im Zustandsmodell benutzt werden. Erfahrungsgemäß liefert die lineare

Approximation fast ausnahmslos stabile Parameterwerte, solange die vorberechneten hydrodynamischen Massen und Dämpfungen die Kramers-Kronig-Beziehungen erfüllen. Dies kann daran liegen, daß die lineare Approximation der Gleichung (A.6) das Kausalitätsprinzip bei der numerischen Umrechnung aufrechterhält. Dagegen kann die nicht-lineare Approximation der Gleichung (A.5) wegen der Nichteindeutigkeit der Lösungen das Kausalitätsprinzip möglicherweise verletzen. Dies bedeutet einen weiteren Vorteil der linearen Approximation.

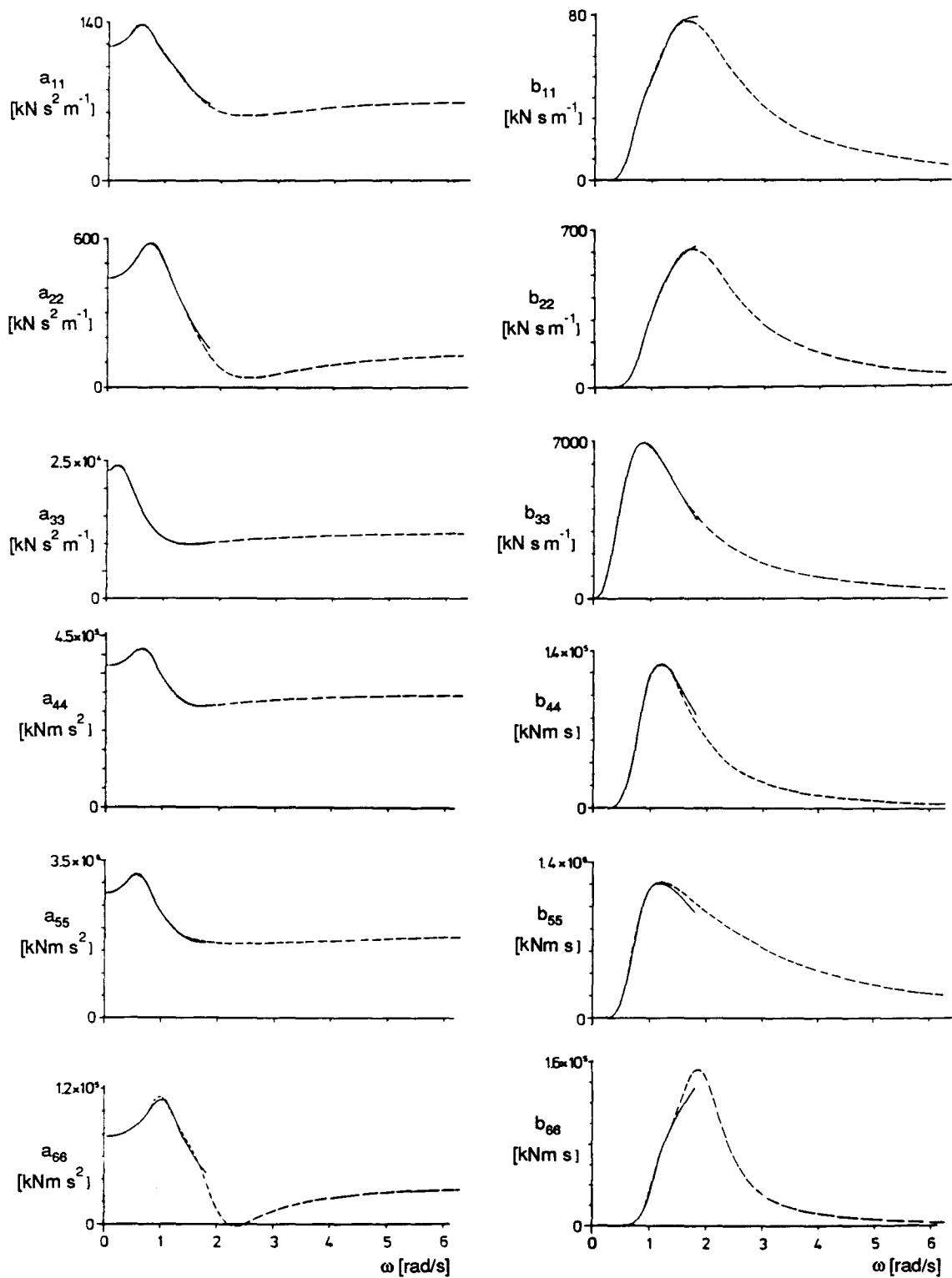
A.4 Numerische Ergebnisse

Die Genauigkeit der numerischen Approximation hängt hauptsächlich von der Ordnung des Zustandsmodells und der Qualität der einzugebenden berechneten hydrodynamischen Massen und Dämpfungen ab. Eine höhere Ordnung erhöht zwar die Genauigkeit der numerischen Approximation, aber verursacht auch einen größeren Rechenaufwand bei der Simulation. Da die vorberechneten hydrodynamischen Massen und Dämpfungen keine exakten Werte sind, ist eine exakte Approximation nicht unbedingt vorteilhaft. Dies führt zu einem Kompromiß bei der Wahl der Ordnung des Zustandsmodells. Die Erfahrungen haben gezeigt, daß für konventionelle Schwimkörper wie z.B. den hier betrachteten Tanker und Kranponton die numerische Approximation schon bei $n = 3$ hinreichend gute Übereinstimmungen liefert. Die entsprechenden numerischen Ergebnisse sind in Abb. A.1 für den Tanker und in Abb. A.2 für den Kranponton graphisch dargestellt. Die zugehörigen Parameterwerte sind in Tabelle 4.2 für den Tanker und in Tabelle 4.5 für den Kranponton zusammengefaßt. Zu erwähnen ist noch, daß die Matrizen $\mathbf{a}(\omega)$ und $\mathbf{b}(\omega)$ wegen unterschiedlicher Einheiten ihrer Elemente vor der numerischen Approximation gewichtet werden müssen. Es empfiehlt sich, sie so zu gewichten, daß die diagonalen Elemente der jeweiligen Matrizen die gleiche Größenordnung haben.



(—— berechnet, - - - - - approximiert)

Abb. A.1: Hydrodynamische Massen und Dämpfungen des untersuchten Tankers



(— berechnet, - - - approximiert)

Abb. A.2: Hydrodynamische Massen und Dämpfungen des untersuchten Kranschiffes

B Wellenerregerkräfte

B.1 Definition

Es werden verschiedene Wellenzüge, die aus Überlagerung von N -verschiedenen Elementarwellen bestehen, in der hier vorliegenden Arbeit als nichtstationäre Erregung des dynamischen Systems betrachtet. Eine Elementarwelle (auch harmonische Welle genannt) ist durch die Amplitude A_j , die Kreisfrequenz ω_j oder die Wellenperiode T_j oder die Kreiswellenzahl k_j , und den Nullphasenwinkel ϕ_j definiert. Die mathematische Formulierung der dadurch entstehenden Wellenerhebung ζ für einen beliebigen betrachteten Ort (x_o, y_o) zur Zeit t lautet:

$$\zeta(x_o, y_o, t) = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^N A_j \exp[-ik_j(x_o \cos \psi_s + y_o \sin \psi_s) + i(\omega_j t + \phi_j)] \quad (\text{B.1})$$

wobei $i = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit und ψ_s die Laufrichtung der einzelnen Wellen sind. Hierbei wird angenommen, daß sich alle Wellen in die gleiche Richtung fortpflanzen. Es handelt sich also um einen langkämmigen Seegang.

Nach dem Dispensionsgesetz gilt die folgende Beziehung für die Schwerewellen:

$$\omega_j^2 = g k_j \tanh k_j h \quad (\text{B.2})$$

wobei g die Erdbeschleunigung und h die Wassertiefe sind. Für den Fall unendlicher Wassertiefe gilt:

$$\omega_j^2 = g k_j \quad (\text{B.3})$$

Sind die Phasenwinkel ϕ_j für $j = 1, 2, \dots, N$ zwischen 0 und 2π zufällig verteilt, dann wird der Wellenzug als unregelmäßige Wellen oder natürlicher Seegang bezeichnet. Nehmen die Phasen nur bestimmte Werte, so wird der Wellenzug als regelmäßige Welle oder deterministische Erregung bezeichnet. In der hier vorliegenden Arbeit werden nur die regelmäßigen Wellen entweder als harmonische Welle für $N = 1$ oder als Wellengruppe (auch Wellenschwebung genannt) für $N = 2$ betrachtet. Die Parameter der einzelnen Wellen sind zwar für die betrachteten Probleme so ausgewählt, damit die Ergebnisse interessant und leicht interpretierbar werden, aber sie müssen realistisch und praktisch relevant sein. Für die Wellengruppe spielt die Gruppenperiode eine entscheidende Rolle. Sie soll in der Nähe der Eigenperiode der Verankerung liegen. Die Periode der Wellengruppe ist definiert durch:

$$T_G = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|} = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} \quad (\text{B.4})$$

Hierbei ist zu erkennen, daß die Periode der Wellengruppe nur von der Frequenzdifferenz der einzelnen Wellen abhängt. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit werden in dieser Arbeit angenommen:

$$A_1 = A_2 = A \quad (\text{B.5})$$

$$\phi_1 = \phi_2 = 0 \quad (\text{B.6})$$

B.2 Approximation der Wellenerregerkräfte erster Ordnung

Die durch Wellen hervorgerufenen Kräfte erster Ordnung sind derjenige Kräfteanteil, der proportional zur Wellenerhebung ist. Mathematisch gesehen gibt es drei Methoden zur Beschreibung der Wellenerregerkräfte erster Ordnung. Das erste Verfahren basiert auf der Berechnung eines Faltungsintegrals über die gesamte Zeitentwicklung der Wellenerhebung. Das zweite Verfahren beruht auf dem sog. Zustandsmodell, wobei die Beziehung zwischen Wellenerregerkräften und Wellenerhebung durch ein lineares Differentialgleichungssystem mit der entsprechenden Dimension approximiert wird. Das dritte Verfahren geht auf das Superpositionsprinzip zurück, wobei die Wellenerregerkräfte als Überlagerung einzelner Erregerkräfte aller Elementarwellen betrachtet werden. Hydrodynamisch gesehen können die Wellenerhebung und damit indirekt die Wellenerregerkräfte anhand der bekannten Potentialtheorie dargestellt werden, siehe z.B. Newman [47]. Die Berechnung solcher Darstellungen im Zeitbereich ist mit großem Rechenaufwand verbunden. Deshalb wird das Problem normalerweise im Frequenzbereich gelöst, d.h. es wird zuerst die sog. Übertragungsfunktion der Wellenerregerkräfte zu der Wellenerhebung für eine Reihe von Frequenzen mittels eines auf der Rand-Element-Methode beruhenden Rechenprogramms berechnet. Dann werden die Wellenerregerkräfte im Zeitbereich anhand einer der drei erwähnten Methoden approximiert.

Die berechnete Übertragungsfunktion bezieht sich jedoch meistens auf die Wellenerhebung im Ursprung des schiffsfesten Koordinatensystems. Dies führt zur scheinbaren formalen Verletzung des Kausalitätsprinzips, denn das Schiff bewegt sich schon, bevor die Wellen den Koordinatenursprung erreichen. Wie Tick [72] bemerkt hat, bedeutet dies, daß die Systemantwort von der zukünftigen Erregung abhängt. In der Frequenzebene heißt dies, daß die Real- und Imaginärteile der Übertragungsfunktion miteinander nicht Hilbert-transformiert sind. Diese Tatsache erschwert die direkte Anwendung der ersten und zweiten Methode anhand einer vorberechneten Übertragungsfunktion. Deshalb wird hier die dritte Methode (die Superpositionsmethode) benutzt. Vor kurzem wurde die Lösung des sog. "transienten" Problems mit Hilfe der Potentialtheorie direkt im Zeitbereich intensiv untersucht, siehe z.B. Korsmeyer et al. [27] sowie Beck und King [2]. Aber der Rechenaufwand ist praktisch fast unverträglich, insbesondere für die hier interessierenden asymptotischen Systemantworten.

Liegt die Übertragungsfunktion $\mathbf{H}(\omega_j, \psi_s - \psi)$ vor, dann können die entsprechenden Wellenerregerkräfte erster Ordnung nach dem Superpositionsprinzip wie folgt darge-

stellt werden:

$$\mathbf{F}_S^{(1)} = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^N \mathbf{H}(\omega_j, \psi_S - \psi) A_j \exp[-ik_j(x_o \cos \psi_S + y_o \sin \psi_S) + i(\omega_j t + \phi_j)] \quad (\text{B.7})$$

Die Übertragungsfunktion ist eine komplexe Funktion der Erregerfrequenz. Außerdem hängt sie noch von dem Begegnungswinkel $(\psi_S - \psi)$ zu den einfallenden Wellen ab. Die numerische Berechnung der Übertragungsfunktion erfolgt hier aus einem auf der Potentialtheorie basierenden Rechenprogramm, das von Östergaard et al. [51] ausführlich dokumentiert wurde.

B.3 Approximation der Wellendriftkräfte

Die Wellendriftkräfte sind viel kleiner als die Wellenerregerkräfte erster Ordnung. Im Wellenzug mit ausgeprägter Gruppeneigenschaft kann die Wirkung der Wellendriftkräfte auf ein verankertes System maßgebend sein. Dies liegt erstens daran, daß die Periode solcher Wellengruppen in der Nähe einer der Eigenperioden des Verankerungssystems liegen kann. Zweitens kommt hinzu, daß die dadurch erregte langsame Bewegung des Verankerungssystems hydrodynamisch schwach gedämpft ist. Die gesamte Wirkung kann also zum gefährlichen Systemverhalten mit großen Amplituden führen.

Wie Tick [73] vorschlug, lassen sich die gesamten Wellenerregerkräfte zweiter Ordnung im Frequenzbereich auf eine sog. quadratische Übertragungsfunktion (auch quadratische Frequenzantwortfunktion genannt) zurückführen. Im Zeitbereich entspricht dies einem Doppel-Faltungsintegral. Die Schwierigkeit besteht in der Praxis jedoch darin, die quadratische Übertragungsfunktion mit ausreichender Genauigkeit entweder numerisch oder experimentell zu ermitteln. Deshalb hat Newman [48] eine fundamentale Vereinfachung zur praktischen Berechnung der Wellenerregerkräfte zweiter Ordnung eingeführt. Der Hauptgedanke ist, daß der sich langsam ändernde Anteil (auch Wellendriftkräfte genannt) der Wellenerregerkräfte in einzelnen harmonischen Wellen berechnet werden kann. Wie man anhand eines bimodalen Wellenzuges (für $N = 2$ in der Gleichung (B.1)) zeigen kann, sind die Wellendriftkräfte in harmonischen Wellen konstant. Mehrere Autoren, z.B. Faltinsen und Løken [13], Roberts [57], Clauss et al. [10] usw. haben bestätigt, daß die Newmansche Approximation eine ingenieurmäßig zuverlässige Annäherung für das Verankerungsproblem darstellt.

Hierbei wird die von Marthinsen [39] vorgeschlagene Approximation der Wellendriftkräfte im Zeitbereich angewendet. Zuerst wird die Hilbert-Transformation der Wellenerhebung wie folgt definiert:

$$\eta(x_o, y_o, t) = \operatorname{Im} \sum_{j=1}^N A_j \exp[-ik_j(x_o \cos \psi_S + y_o \sin \psi_S) + i(\omega_j t + \phi_j)] \quad (\text{B.8})$$

Daraus ergibt sich die Welleneinhüllende:

$$\xi(x_o, y_o, t) = \sqrt{\zeta^2(x_o, y_o, t) + \eta^2(x_o, y_o, t)} \quad (\text{B.9})$$

Die sich langsam ändernden Wellendriftkräfte können dann aus der folgenden Gleichung entnommen werden:

$$\mathbf{F}_S^{(2)} = \xi^2(x_o, y_o, t)\mathbf{G}(\omega_0, \psi_S - \psi) \quad (\text{B.10})$$

wobei der Vektor \mathbf{G} die von der Schiffsform abhängenden Driftkoeffizienten bezeichnet. ω_0 ist eine charakteristische Frequenz der Wellengruppe. Im Falle $N = 2$ lautet der Ausdruck für ω_0 wie folgt:

$$\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \quad (\text{B.11})$$

Außerdem hängt der Vektor \mathbf{G} von dem Begegnungswinkel $(\psi_S - \psi)$ zu den einfallenden Wellen ab. In dieser Arbeit wurde \mathbf{G} anhand eines auf der 3-D-Potentialtheorie basierenden Rechenprogramms numerisch berechnet, siehe Clauss et al. [10].

C Parametererregte Schwingung

C.1 Definition

Das klassische Beispiel parametererregter Schwingung ist das gewöhnliche Pendel mit einem sich periodisch vertikal bewegenden Aufhängepunkt. Die entsprechende lineare Bewegungsgleichung ohne Dämpfung lautet, siehe z.B. Magnus [37]:

$$l\ddot{\varphi} + (g + A\Omega^2 \cos \Omega t)\varphi = 0 \quad (\text{C.1})$$

oder

$$\ddot{\varphi} + (\omega^2 + a\Omega^2 \cos \Omega t)\varphi = 0 \quad (\text{C.2})$$

wobei g die Erdbeschleunigung, l die Pendellänge, A die Amplitude der Bewegung des Aufhängepunkts, Ω die Erregerfrequenz, φ der Winkelausschlag, und t die Zeitvariable sind. $\omega = \sqrt{g/l}$ ist die Eigenkreisfrequenz der Pendelbewegung. $a = A/l$ ist die dimensionlose Amplitude der Bewegung des Aufhängepunkts.

Die mathematische Untersuchung parametererregter Schwingungen führt auf die Mathiesche Differentialgleichung. In dem Buch von Magnus [37] ist eine Stabilitätskarte der Normalform der Mathieschen Differentialgleichung (auch normierte Mathiesche Differentialgleichung genannt) angegeben. Außerdem ist das Stabilitätsverhalten mit Hilfe der Stabilitätskarte in der Nähe von $\Omega = 2\omega/j$ für $j = 1, 2, \dots$ ausführlich diskutiert. Praktisch gesehen ist die parametererregte Schwingung vor allem bei $\Omega = 2\omega$ von großer Bedeutung. Im Buch von Landau und Lifschitz [31] ist die Untersuchung der parametererregten Schwingung (auch parametrische Resonanz genannt) speziell in der Nähe von $\Omega = 2\omega$ mittels der Mathieschen Differentialgleichung folgender Gestalt durchgeführt:

$$\ddot{\varphi} + \omega^2[1 + 4a \cos(2\omega + \varepsilon)t]\varphi = 0 \quad (\text{C.3})$$

Anhand der Bilanzmethode ist es den Autoren gelungen, das Intervall der parametrischen Resonanz der Gleichung (C.3) in Abhängigkeit von a analytisch anzugeben:

$$-2a\omega < \varepsilon < 2a\omega \quad (\text{C.4})$$

Ferner wurde der Einfluß schwacher Dämpfung im System anhand der Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \omega^2[1 + 4a \cos(2\omega + \varepsilon)t]\varphi = 0 \quad (\text{C.5})$$

diskutiert. Hierbei ist δ der aus der Dämpfung resultierende Abklingkoeffizient. Das instabile Gebiet wird durch die Dämpfung eingeengt. Hierfür gilt:

$$-2\sqrt{(a\omega)^2 - \delta^2} < \varepsilon < 2\sqrt{(a\omega)^2 - \delta^2} \quad (\text{C.6})$$

Im Vergleich zu dem Fall ohne Dämpfung ist die parametererregte Schwingung nun nicht bei beliebig kleinen Amplituden möglich, sondern nur oberhalb einer bestimmten Schwelle a_k :

$$a_k = \frac{\delta}{\omega} \quad (\text{C.7})$$

Wie bereits erwähnt, findet parametrische Resonanz immer dann statt, wenn die Frequenz Ω , mit der sich der Parameter des Systems ändert, in der Nähe von $2\omega/j$ liegt, wo j eine beliebige ganze Zahl ist. Die Breite der Resonanzgebiete (d.h. der instabilen Gebiete) nimmt mit Anwachsen von j schnell ab, und zwar mit a^j . Ein weiteres Merkmal parametrischer Resonanz im Gegensatz zur gewöhnlichen Resonanz besteht darin, daß parametrische Resonanz nur dann stattfindet, wenn die Bewegung nicht exakt von der Gleichgewichtslage startet.

Um die Schwelle eines parametrisch schwingungsfähigen Systems leicht abzuschätzen und damit die physikalische Bedeutung der Schwelle zu veranschaulichen, wird hier eine äquivalente Darstellung zur Differentialgleichung (C.5) eingeführt:

$$\ddot{\varphi} + 2p\omega\dot{\varphi} + \omega^2[1 + 4a \cos(2\omega + \varepsilon)t]\varphi = 0 \quad (\text{C.8})$$

Dabei wurde die Systemdämpfung als p -fache der sog. kritischen Dämpfung ausgedrückt (Diese beträgt, auf die Trägheit bezogen, genau 2ω). Dies ist auch ein übliches Verfahren zur Abschätzung der Systemdämpfung. Es wird zunächst die Systemeigenfrequenz identifiziert und dann der passende Wert von p abgeschätzt. In der Praxis wird der Wert p oft systematisch variiert, denn eine genaue Bestimmung ist sehr schwierig. Die Schwelle für die Gleichung (C.8) kann wie folgt einfach dargestellt werden:

$$a_k = p \quad (\text{C.9})$$

Die physikalische Interpretation dieser Gleichung und damit auch die Bedeutung der Schwelle sind hierbei einfach: Solange die Amplitude der vertikalen Bewegung des Aufhängepunkts kleiner als das p -Fache der Pendellänge, d.h. $A < pl$ ist, ist die parametererregte Schwingung stabil. Z.B. bei einer Dämpfung von $p = 1\%$ der kritischen Dämpfung ist die parametrische Resonanz nur dann möglich, wenn die Amplitude der vertikalen Bewegung des Aufhängepunkts den Wert $0.01l$ überschreitet.

In der nichtlinearen Dynamik wurde oft die folgende nichtlineare Mathieusche Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + \omega^2[1 + a\Omega^2 \cos 2\omega t] \sin \varphi = 0 \quad (\text{C.10})$$

untersucht, wobei b der (auf die Trägheit bezogene) Dämpfungskoeffizient ist. Der einzige Unterschied zur linearen Mathieuschen Differentialgleichung besteht in der Berücksichtigung der Nichtlinearität der Pendeldynamik. Dies führt dazu, daß das Bewegungsverhalten der Gleichung (C.10) wegen der Nichtlinearität bei beliebiger Erregung beschränkt bleibt und realistisch wird. Die Differentialgleichung (C.10) beschreibt zwei qualitativ unterschiedliche Systeme. Sie entspricht einem dissipativen System für $b > 0$ und einem konservativen für $b = 0$. Sie eignet sich daher besonders für die theoretische Untersuchung nichtlinearer Systeme. Wie McLaughlin [42] gezeigt hat, kann das asymptotische Verhalten der Differentialgleichung (C.10) je nach den Parameterwerten vom einfachen Grenzyklus bis zum Chaos qualitativ verschieden sein. Das typische

Verhalten dieser Differentialgleichung ist aber die sog. Periodenverdopplung. Es wurde ferner numerisch bestätigt, daß die Aufeinanderfolge der Periodenverdopplung bei zunehmender Erregeramplitude durch die universale Feigenbaum-Konstante ($\delta \simeq 4.669$) charakterisiert ist.

C.2 Parametererregte Schwingung von Kranschiffen

Die Pendelbewegung der Hakenlast am Kranschiff ist hauptsächlich durch die Bewegung des Aufhängepunkts hervorgerufen. Die Bewegung des Aufhängepunkts setzt sich aus den z.B. durch Wellen erregten Schiffsbewegungen zusammen. Die hier entstehende Pendelbewegung unterscheidet sich von der oben beschriebenen Pendelbewegung mit einem sich periodisch vertikal bewegenden Aufhängepunkt erstens dadurch, daß der Aufhängepunkt am Kranschiff neben der vertikalen Bewegung noch die horizontale Bewegung ausübt. Zweitens kommt hinzu, daß sich der Aufhängepunkt nicht unabhängig von der Pendelbewegung bewegt. Mit anderen Worten besteht eine starke Kopplung zwischen der pendelnden Last und dem Schiff. Diese Kopplung ist nichtlinear und wird um so größer, je schwerer die Last und je größer die Bewegung der pendelnden Last ist. Drittens ist die Hubseillänge nicht mehr konstant, d.h. es handelt sich hier um ein elastisches Hubseil. All dies kann das Stabilitätsverhalten parametererregter Schwingung beeinflussen.

In der Literatur wurde die parametererregte Schwingung von Kranschiffen meistens unter großen Vereinfachungen anhand der linearen Analyse betrachtet. Grim [17] untersuchte die parametererregte Schwingung des Kranschiffs ‘See Troll’ in Form der Differentialgleichung (C.5). Dabei wurde vor allem gezeigt, daß die parametererregte Schwingung nur bei extrem großer Wellenerregung gefährlich sein kann. Patel et al. [53] untersuchten dagegen die parametererregte Schwingung eines Kranschiffs mit einem drehfähigen Kran mittels der Normalform der Mathieuschen Differentialgleichung (C.2). Im Vergleich zu Grim wurde dabei der Dämpfungseinfluß vernachlässigt.

Um die parametererregte Schwingung des hier betrachteten Kranschiffs zu untersuchen und ihre praktische Bedeutung zu erkennen, wurde hier sowohl die lineare Analyse als auch die nichtlineare Simulation durchgeführt. Das linearisierte Differentialgleichungssystem des Kranschiffs kann wie folgt dargestellt werden, siehe Jiang et al. [25]:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{v} \quad (\text{C.11})$$

wobei \mathbf{y} der Zustandsvektor der Dimension 42, \mathbf{v} der Erregervektor der Dimension 42 und \mathbf{A} die zugehörige Jacobimatrix sind.

Die Eigenwerte des vektoriellen Gleichungssystems (C.11) können aus folgender Gleichung numerisch berechnet werden:

$$|\mathbf{A} - \mathbf{I}\sigma| = 0 \quad (\text{C.12})$$

Die parametererregte Schwingung kommt im klassischen Sinne vor, wenn eine Schwingung des Systems mit der Eigenfrequenz ω_p , die in der Nähe der Eigenfrequenz der

entkoppelten Pendelbewegung der Last liegt, durch eine periodische Erregung mit der Frequenz $2\omega_p$ hervorgerufen wird. Wegen der vorhandenen Systemdämpfung kann diese parametererregte Schwingung aber nicht bei beliebiger Amplitude der Erregung stattfinden. Die zugehörige Schwelle ist durch das komplexe Eigenwertpaar definiert:

$$\sigma_p = -\delta_p \pm i\omega_p \quad (\text{C.13})$$

Um den Schwellenwert der Wellenamplitude abschätzen zu können, wird das Amplitudenverhältnis H_p zwischen der vertikalen Bewegung des Aufhängepunkts und den einfallenden Wellen bei der Erregerfrequenz $2\omega_p$ noch benötigt. Das Amplitudenverhältnis kann mittels der Übertragungsfunktion des linearen Gleichungssystems (C.11) bestimmt werden, siehe Jiang et al. [25]. Schließlich lautet der Ausdruck des Schwellenwerts der Wellenamplitude für das betrachtete Kranschiff:

$$A_p = \frac{\delta_p l}{\omega_p H_p} \quad (\text{C.14})$$

wobei l die Hubseillänge ist.

Die Formel (C.14) ist eine direkte Folgerung aus der linearen Analyse und stellt daher nur eine grobe Abschätzung des Schwellenwerts dar. In der Wirklichkeit muß die Nichtlinearität berücksichtigt werden. Dies ist nur möglich, wenn das Simulationsverfahren angewendet wird. Während der Bearbeitung eines begleitenden Forschungsvorhabens wurden dahingehend zahlreiche Simulationen durchgeführt. In Abb. C.1 wurde ein Beispiel zur Illustration parametererregter Schwingung des hier betrachteten Kranschiffs graphisch dargestellt. Die zugehörigen Parameterwerte sind in Tabelle C.1 aufgelistet. Die einfallenden Wellen haben eine Amplitude von 1.0 m und eine Periode von 5 s. Die Hubseillänge wurde so gewählt, daß eine durch lineare Analyse numerisch ermittelte Eigenperiode des Kranschiffes gleich 10 s ist. Aus den simulierten Zeitverläufen der vertikalen Bewegung der Krannock (Aufhängepunkt) im Bildteil a und der Pendelbewegung der Hakenlast im Bildteil b wurden die entsprechenden Amplitudenspektren berechnet (dargestellt im Bildteil c bzw. d). Hierbei ist folgendes festzustellen:

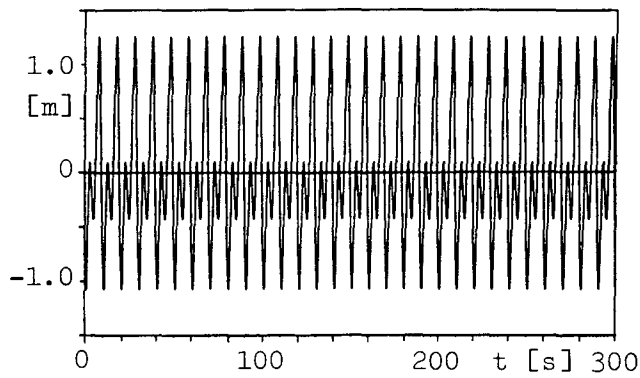
- Eine parametererregte Schwingung tritt auf, denn die Eigenschwingung der Periode 10 s wurde durch die einfallenden regelmäßigen Wellen der Periode 5 s erregt. Dies ist durch die diskrete Linie bei Frequenz 0.1 Hz im Amplitudenspektrum der Pendelbewegung der Hakenlast gekennzeichnet.
- Die vertikale Bewegung des Aufhängepunkts setzt sich einerseits aus der durch die einfallenden Wellen direkt erregten Bewegung der Periode 5 s (gekennzeichnet durch die diskrete Linie bei Frequenz 0.2 Hz im Amplitudenspektrum im Bildteil c) und andererseits aus der durch die Rückkopplung der Pendelbewegung entstehenden Bewegung der Periode 10 s (gekennzeichnet durch die diskrete Linie bei Frequenz 0.1 Hz) zusammen. Dies zeigt insbesondere die starke Kopplung zwischen den Schiffsbewegungen und der Pendelbewegung der Hakenlast.
- Die Ursache für das Auftreten parametererregter Schwingungen im hier betrachteten Beispiel läßt sich darauf zurückführen, daß die angenommene Wellenamplitude von 1.0 m viel größer ist als der durch die lineare Analyse abgeschätzte Schwellenwert von 0.52 m. Weitere Simulationen zeigen, daß dieser Schwellenwert durch

die vorhandene Nichtlinearität erhöht ist, z.B. bei einer Simulation mit Wellenamplitude von 0.6 m tritt noch keine parametererregte Schwingung auf. Dies deutet darauf hin, daß parametererregte Schwingungen des behandelten Kranschiffes nur bei relativ großen Wellenamplituden zu erwarten sind. Außerdem kann der Einschwingvorgang einerseits wegen der schwachen Dämpfungen in der Pendelbewegung bzw. in den horizontalen Schiffsbewegungen und andererseits wegen der relativ großen Anzahl von Freiheitsgraden sehr lange dauern. Die hier dargestellten Ergebnisse sind aus Zeitverläufen ab 500×5 s nach dem Simulationsstart entnommen.

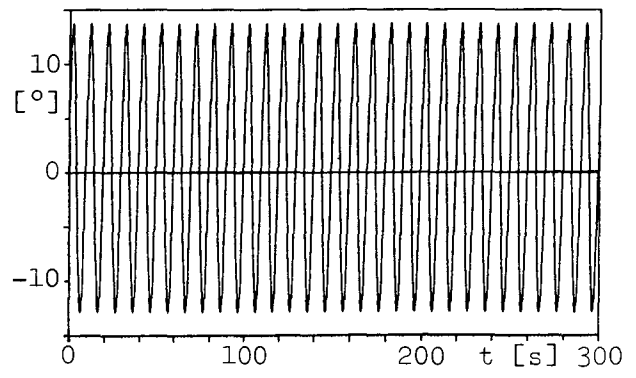
- Da die Zähigkeitsdämpfung in quadratischer Form im mathematischen Modell des Kranschiffes mit erfaßt wurde, bleibt die parametererregte Schwingung stabil, d.h. die Amplitude der Pendelbewegung der Hakenlast ist beschränkt. Die hier dargestellte parametererregte Schwingung ist im Sinne der nichtlinearen Dynamik nichts anderes als eine Periodenverdopplung.

Tabelle C.1: Parameter des Kranschiffes zur Untersuchung der parametererregten Schwingung

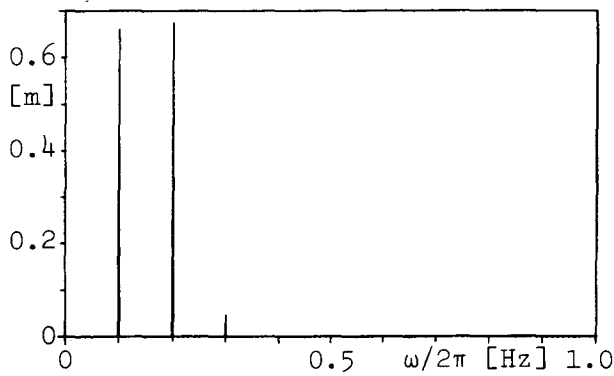
Masse der Hakenlast	300.0	t
Hubseillänge in der Gleichgewichtslage	26.0	m
Elastizitätskoeff. des Hubseils	20000.0	kNm^{-1}
Ballast	1160.0	t
Längskoord. des Ballastzentrums	-10.22	m
Vert. Koord. des Ballastzentrums	0.0	m
Schiffsmasse (inkl. Ballast)	1760.0	t
Längs-Trägheitsmoment um G	174340.0	tm^2
Quer-Trägheitsmoment um G	486060.0	tm^2
Vert. Trägheitsmoment um G	439170.0	tm^2
Längskoord. von G: x_G	-6.73	m
Querkoord. von G: y_G	0.0	m
Vert. Koord. von G: z_G	-1.98	m
Längskoord. der Krannock: x_A	39.5	m
Querkoord. der Krannock: y_A	0.0	m
Vert. Koord. der Krannock: z_A	-41.7	m
Verankerungskoeffizient: C_{1x}	50.0	kNm^{-1}
: C_{1y}	75.0	kNm^{-1}
: $C_{1\psi}$	30.0	MNm
: C_{3x}	24.0	kNm^{-3}
: C_{3y}	27.5	kNm^{-3}
: $C_{3\psi}$	4200.0	MNm



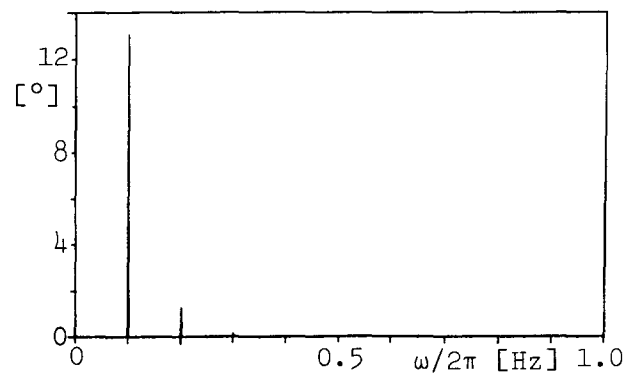
(a) Vertikale Bewegung der Krannock



(b) Pendelbewegung der Hängelast



(c) Amplitudenspektrum der vertikalen Bewegung der Krannock



(d) Amplitudenspektrum der Pendelbewegung der Hängelast

Abb. C.1: Veranschaulichung der parametererregten Schwingung des untersuchten Kranschliffes in regelmäßigen Wellen von vorn mit einer linear abgeschätzten Schwelle der Wellenamplitude $A_p = 0.52$ m, $C_{DX} = C_{DY} = 0.8$, $A = 1.0$ m, $T = 5$ s, sonstige Parameter wie in der Tabelle C.1

D Ljapunov-Exponenten

D.1 Definition

Gegeben sei das nichtlineare dynamische System:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) \quad (\text{D.1})$$

wobei \mathbf{x} der Zustandsvektor der Dimension (oder Ordnung) n ist. \mathbf{c} ist der Parametervektor der Dimension m und t ist die unabhängige Variable, hier die Zeit. \mathbf{f} ist der Funktionsvektor und beschreibt die zeitliche Änderung des Zustandsvektors.

Die formale Lösung der Gleichung (D.1) lautet:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{T}^t \mathbf{x}_0 \quad (\text{D.2})$$

wobei \mathbf{T}^t symbolisch die Zeitentwicklung aller durch die Anfangsbedingungen (Startpunkt) $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$ abgebildeten Phasenpunkte bedeutet.

Um das dynamische Verhalten der Gleichung (D.2) charakterisieren zu können, ist man oft auf die sog. Ljapunov-Methode angewiesen. Dazu ist es notwendig, die erste Variation der Gleichung (D.1) wie folgt zu bilden:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A} \mathbf{y} \quad (\text{D.3})$$

wobei

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)}{\partial \mathbf{x}} \quad (\text{D.4})$$

die Funktionalmatrix (auch Jacobimatrix genannt) der Funktion \mathbf{f} ist und damit von den momentanen Zuständen $\mathbf{x}(t)$ abhängt. Dies bedeutet, daß die Differentialgleichung (D.3) im allgemeinen nur dann lösbar ist, wenn die Lösung der Gleichung (D.1) bekannt ist.

Die formale Lösung der Gleichung (D.3) kann analog zu der Gleichung (D.2) wie folgt angeschrieben werden:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{U}_{\mathbf{x}_0}^t \mathbf{y}_0 \quad (\text{D.5})$$

wobei $\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}(0)$ ist. $\mathbf{U}_{\mathbf{x}_0}^t$ bezeichnet die Fundamentalmatrix der Gleichung (D.3).

Die Definition der eindimensionalen Ljapunov-Exponenten, siehe z.B. Benettin et al. [3], Froehling et al. [15], Shimada und Nagashima [67], Wolf et al. [78], Kunick und Steeb [30], kann gegeben werden durch:

$$\lambda_j = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{|\mathbf{U}_{\mathbf{x}_0}^t \mathbf{e}_j|}{|\mathbf{e}_j|} \quad (\text{D.6})$$

mit $j = 1, 2, \dots, n$

wobei $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n$ n orthonormale Vektoren im Zustandsraum sind, z.B. Eigenvektoren der Funktionalmatrix \mathbf{A} an der Stelle der Anfangszustände. Definitionsgemäß hängt der Ljapunov-Exponent λ_j vom Vektor \mathbf{e}_j ab. Deshalb liefert die Gleichung (D.6) im allgemeinen auch n verschiedene Ljapunov-Exponenten. Ordnet man die Ljapunov-Exponenten der Größe nach, bekommt man das Ljapunov-Spektrum:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \quad (\text{D.7})$$

Daraus ergibt sich erstens das Klassifizierungskriterium:

Wenn $\lambda_1 < 0$, dann läuft die Trajektorie auf einen Fixpunkt zu,
wenn $\lambda_1 = 0$, dann läuft die Trajektorie entweder auf einen Grenzyklus zu
oder auf einem quasiperiodischen Orbit um, und
wenn $\lambda_1 > 0$, dann läuft die Trajektorie auf einem nichtperiodischen Orbit um,
d.h., das Verhalten ist chaotisch.

Und zweitens folgt die Definition der Ljapunov-Dimension:

$$D_L = k + \frac{\sum_{j=1}^k \lambda_j}{|\lambda_{k+1}|} \quad (\text{D.8})$$

wobei k die größte ganze Zahl ist, für die die folgende Beziehung gilt:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k > 0 \quad (\text{D.9})$$

Die Definition der Ljapunov-Dimension wird in der Literatur als vernünftig angesehen, wenn sie für die einfachen regulären Attraktoren wie Fixpunkt, Grenzyklus und (zwei-dimensionalen) Torus die Werte 0, 1 und 2 liefert. Ein chaotischer Attraktor besitzt keine ganzzahlige Ljapunov-Dimension mehr, sondern eine fraktale. Ein solcher Attraktor wird auch seltsamer Attraktor genannt. Es ist zu beachten, daß die nach der Gleichung (D.6) definierten Ljapunov-Exponenten im allgemeinen noch von Anfangsbedingungen \mathbf{x}_0 abhängig sind. Aber sie sind für alle Anfangsbedingungen im Einzugsbereich eines Attraktors gleich. Mit anderen Worten besitzt ein Attraktor invariante Ljapunov-Exponenten und somit ein konstantes Ljapunov-Spektrum. Außerdem gilt es:

$$D_L < n \quad (\text{D.10})$$

Mathematisch heißt dies, die fraktale Dimension eines seltsamen Attraktors ist kleiner als die Dimension der Zustände. Physikalisch bedeutet dies, der seltsame Attraktor kann den Zustandsraum nicht voll ausfüllen. Aber wegen der fraktalen Eigenschaft kann er auch keinen (ganzzahligen) Unterraum der Zustände voll ausfüllen.

D.2 Numerische Berechnung

Da die analytische Lösung der nichtlinearen Differentialgleichung (D.1) im allgemeinen nicht existiert, können die Ljapunov-Exponenten und damit das Ljapunov - Spektrum

sowie Ljapunov-Dimension nur näherungsweise bestimmt werden. In der Literatur sind zahlreiche Approximationsmethoden zur numerischen Berechnung sowohl für Differentialgleichungen als auch für Differenzgleichungen angegeben. Im folgenden werden zwei numerische Methoden vorgestellt, die zur Berechnung der Ljapunov-Exponenten eines Differentialgleichungssystems häufig benutzt und als zuverlässig angesehen werden.

D.2.1 Methode I

Im Buch von Kunick und Steeb [30] wurde eine Methode zur Berechnung des maximalen eindimensionalen Ljapunov-Exponenten λ eines Differentialgleichungssystems vorgestellt. Es folgt eine Kurzfassung der Grundgedanken und die Beschreibung des numerischen Rechenschemas.

Man betrachte die Zeitentwicklung zweier Startpunkte \mathbf{x}_0 und \mathbf{y}_0 im Zustandsraum der Dimension n , die durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet sind (siehe Abb. D.1):

1. Sie sind benachbart, d.h. der Abstand d (euklidische Norm) zwischen den beiden Punkten

$$d = |\mathbf{x}_0 - \mathbf{y}_0| \quad (\text{D.11})$$

soll klein sein.

2. \mathbf{x}_0 und \mathbf{y}_0 dürfen nicht auf der gleichen Trajektorie liegen, z.B. \mathbf{y}_0 ist ein Punkt auf einer senkrecht zur Tangente der Referenztrajektorie $\mathbf{x}(t)$ stehenden Ebene.
3. τ ist ein hinreichend kleines Zeitintervall.

Wird die Gleichung (D.1) von $t = 0$ bis $t = \tau$ numerisch integriert, ergeben sich die Phasenpunkte $\mathbf{x}_1 = \mathbf{T}^\tau \mathbf{x}_0$ und $\mathbf{y}_1 = \mathbf{T}^\tau \mathbf{y}_0$. Der Abstand d_1 kann dann einfach wie folgt berechnet werden:

$$d_1 = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_1| \quad (\text{D.12})$$

Um die Referenztrajektorie $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$ zu bekommen, wird eine N -malige Wiederholung der Integration benötigt. Aber um die Zeitentwicklung $\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N$ und damit die Abstandsentwicklung d_0, d_1, \dots, d_N erhalten zu können, muß der neue Startpunkt \mathbf{y}_{0i} für jeden Rechenschritt $t = i\tau$ definiert werden. Erstens soll \mathbf{y}_{0i} auf der Verbindungsgerade zwischen den Punkten \mathbf{x}_i und \mathbf{y}_i liegen, und zweitens soll der Abstand zwischen \mathbf{y}_{0i} und \mathbf{x}_i den Wert d betragen. Dies wird erfüllt, wenn \mathbf{y}_{0i} aus der folgenden Gleichung bestimmt wird:

$$\mathbf{y}_{0i} = \frac{d}{d_i}(\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_i) + \mathbf{x}_i \quad (\text{D.13})$$

mit

$$d_i = |\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_i| \quad (\text{D.14})$$

Der maximale eindimensionale Ljapunov-Exponent λ_N ist gegeben durch:

$$\lambda_N = \frac{1}{\tau N} \sum_{i=1}^N \ln \frac{d_i}{d} \quad (\text{D.15})$$

Der so berechnete Ljapunov-Exponent λ_N hängt von den Werten N , d und τ ab. Erfahrungsgemäß werden zuerst Rechnungen für verschiedene Werte N , d und τ durchgeführt, dann die geeigneten Werte von N , d , τ gesucht und schließlich die Werte λ_N für interessierende Parameterkombinationen berechnet. Außerdem schwankt der Wert λ_N um einen mittleren Wert, selbst wenn N hinreichend groß ist. Deshalb empfiehlt es sich, von einem bestimmten Rechenschritt M an den Mittelwert von λ_N wie folgt zu bilden:

$$\lambda = \frac{1}{N - M + 1} \sum_{i=M}^N \lambda_i \quad (\text{D.16})$$

Auf diese Weise erhält man den maximalen Ljapunov-Exponenten. In Abb. D.2 wurde ein Flußdiagramm zur Veranschaulichung des Rechenprozesses dargestellt.

D.2.2 Methode II

In der Arbeit von Wolf et al. [78] wurden numerische Methoden sowohl für die Differentialgleichungen als auch für die Differenzgleichungen vorgestellt. Es folgt die Methode zur Berechnung des Ljapunov-Spektrums eines Differentialgleichungssystems (D.1). Der Hauptgedanke dabei ist, daß die Ljapunov-Exponenten aus der zeitlichen Änderung eines im Zustandsraum definierten Elements (wie z.B. Länge, Fläche, Volumen usw. bis zum sog. Hypervolumen) berechnet werden können.

Bezüglich der Definition des Ljapunov-Spektrums der Gleichung (D.7) behaupten Wolf et al.: Die Länge $d(t)$ eines Elements, die als Abstand zwischen zwei auf verschiedenen Trajektorien liegenden Phasenpunkten definiert ist, wächst exponentiell mit $d(t) \approx d_0 e^{\lambda_1 t}$. Die Fläche $A(t)$ eines Elements, die aus der Verbindung von einem Punkt auf der Referenztrajektorie und zwei benachbarten Punkten anderer Trajektorien entsteht, wächst exponentiell mit $A(t) \approx A_0 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t}$. Ein kleines Volumen $V(t)$ wächst exponentiell mit $V(t) \approx V_0 e^{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t}$ usw. Im Vergleich zu der Originalarbeit von Wolf et al. wird hier die natürliche Basis e anstatt der Basis 2 für die Definition der Exponentialfunktion genommen. Dies hat den Vorteil einerseits, daß die so definierten Ljapunov-Exponenten im Grenzfall eines linearen Differentialgleichungssystems den Eigenwerten entsprechen, und andererseits daß die Summe aller Ljapunov-Exponenten die mittlere Divergenz des dynamischen Systems ergibt. Es gilt:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \text{div } \mathbf{f} dt \quad (\text{D.17})$$

und alternativ:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \text{spur } \mathbf{A} dt \quad (\text{D.18})$$

wobei $\text{div } \mathbf{f}$ die Divergenz des Vektorfelds von \mathbf{f} und $\text{spur } \mathbf{A}$ die Spur der Jacobimatrix \mathbf{A} sind. Sind die Werte von $\text{div } \mathbf{f}$ und $\text{spur } \mathbf{A}$ ortsunabhängig, so stellen die Gleichungen (D.17) und (D.18) eine gute Kontrollmöglichkeit für die numerische Berechnung der Ljapunov-Exponenten dar, nämlich:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \text{div } \mathbf{f} = \text{spur } \mathbf{A} \quad (\text{D.19})$$

Nun wird die Zeitentwicklung der n orthonormalen Anfangsvektoren $\mathbf{y}_0^1, \mathbf{y}_0^2, \dots, \mathbf{y}_0^n$ unter der Wirkung der Gleichung (D.3) betrachtet. Zunächst wird die Referenztrajektorie

$\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$ durch die numerische Integration der Gleichung (D.1) bestimmt. Um die Orthonormalität der Vektoren $\mathbf{y}_i^1, \mathbf{y}_i^2, \dots, \mathbf{y}_i^n$ während der numerischen Intergration der Gleichung (D.3) zu erfüllen, werden die Vektoren $\mathbf{y}_i^1, \mathbf{y}_i^2, \dots, \mathbf{y}_i^n$ für jeden Zeitschritt i nach dem Verfahren der Gram - Schmidt - Reorthonormalisation (GSR) orthonormiert, d.h.:

$$\mathbf{y}_{0i}^1 = \frac{\mathbf{y}_i^1}{|\mathbf{y}_i^1|} \quad (\text{D.20})$$

$$\mathbf{y}_{0i}^2 = \frac{\mathbf{y}_i^2 - (\mathbf{y}_i^2 \cdot \mathbf{y}_{0i}^1)\mathbf{y}_{0i}^1}{|\mathbf{y}_i^2 - (\mathbf{y}_i^2 \cdot \mathbf{y}_{0i}^1)\mathbf{y}_{0i}^1|} \quad (\text{D.21})$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ \mathbf{y}_{0i}^n &= \frac{\mathbf{y}_i^n - (\mathbf{y}_i^n \cdot \mathbf{y}_{0i}^{n-1})\mathbf{y}_{0i}^{n-1} - \dots - (\mathbf{y}_i^n \cdot \mathbf{y}_{0i}^1)\mathbf{y}_{0i}^1}{|\mathbf{y}_i^n - (\mathbf{y}_i^n \cdot \mathbf{y}_{0i}^{n-1})\mathbf{y}_{0i}^{n-1} - \dots - (\mathbf{y}_i^n \cdot \mathbf{y}_{0i}^1)\mathbf{y}_{0i}^1|} \end{aligned} \quad (\text{D.22})$$

Für das Zeitintervall $i\tau \leq t \leq (i+1)\tau$ gilt die Differentialgleichung entsprechend der Gleichung (D.3) mit den neuen Anfangsbedingungen $\mathbf{y}_{0i}^1, \mathbf{y}_{0i}^2, \dots, \mathbf{y}_{0i}^n$:

$$\dot{\mathbf{y}}^j = \mathbf{A}\mathbf{y}_{0i}^j \quad (\text{D.23})$$

für $j = 1, 2, \dots, n$

So ergeben sich die Zeitentwicklungen $\mathbf{y}_{01}^j, \mathbf{y}_{02}^j, \dots, \mathbf{y}_{0N}^j$ für jeden Wert j . Der entsprechende j -te Ljapunov-Exponent kann dann wie folgt definiert werden:

$$\lambda_j = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau N} \sum_{i=1}^N \ln |\mathbf{y}_{0i}^j| \quad (\text{D.24})$$

Hierbei kann der Wert λ_j von dem Zeitintervall τ abhängen. Das Zeitintervall muß für jedes einzelne Problem durch Testläufe der Simulation vorbestimmt werden. Das hier vorgestellte Verfahren wird um so aufwendiger, je größer die Dimension n des dynamischen Systems ist. Angenommen, T_S ist die CPU-Zeit zur numerischen Simulation der Referenztrajektorie, dann beträgt die CPU-Zeit zur Berechnung des Ljapunov-Spektrums etwa $n \times T_S$. Der entsprechende Rechenprozess wurde in Abb. (D.3) anhand eines Flußdiagramms dargestellt.

D.2.3 Einige Ergebnisse

Um die Genauigkeit der Rechenprogramme zu überprüfen, wurden die oben geschilderten numerischen Methoden zuerst auf die zwei bekannten klassischen Beispiele angewendet. Das eine ist das Lorenz-Modell [20]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -c_1 x + c_1 y \\ \dot{y} &= (c_2 - z)x - y \\ \dot{z} &= xy - c_3 z \end{aligned} \quad (\text{D.25})$$

Das andere ist die Duffing-Gleichung [29] in der Form:

$$\ddot{x} + c_1 \dot{x} + c_2 x + c_3 x^3 = c_4 \cos c_5 t \quad (\text{D.26})$$

Die zugehörigen Eingabedaten sowie die numerischen Ergebnisse einschließlich der aus den Literaturquellen bekannten Ergebnisse wurden in Tabelle D.1 für das Lorenz-Modell und in D.2 für die Duffing-Gleichung zusammengefaßt. Die zahlenmäßige Gegenüberstellung liefert eine ausgesprochen gute Übereinstimmung und bestätigt damit die Richtigkeit des Rechenalgorithmus.

Tabelle D.1: Ljapunov-Exponenten des Lorenz-Modells

Parametersatz	$c_1=16$	$c_2=45.92$	$c_3=4.0$	$\text{div}(\mathbf{f})=-21$	
Ljapunov-Kenngröße	λ_1	λ_2	λ_3	D_L	$\text{div}(\mathbf{f})$
Wolf et al. [78]	1.49	0.00	-22.46	2.07	-20.96
Methode I	1.45				
Methode II	1.45	0.007	-22.46	2.06	-21.02
Parametersatz	$c_1=16$	$c_2=40$	$c_3=4.0$	$\text{div}(\mathbf{f})=-21$	
Ljapunov-Kenngröße	λ_1	λ_2	λ_3	D_L	$\text{div}(\mathbf{f})$
Shimada et al. [67]	1.37	0.00	-22.37	2.06	-21.0
Methode I	1.34				
Methode II	1.34	-0.0035	-22.34	2.06	-21.0

Tabelle D.2: Ljapunov-Exponenten der Duffing-Gleichung

Parametersatz	$c_1=0.15$	$c_2=-1.0$	$c_3=1.0$	$c_4=0.3$	$c_5=1.0$
Ljapunov-Kenngröße	λ_1	λ_2	D_L	$\text{div}(\mathbf{f})$	
Kreuzer [29]	0.1840	-0.3340	2.55	-0.15	
Methode I	0.1830				
Methode II	0.1846	-0.3346	2.55	-0.15	
Parametersatz	$c_1=1$	$c_2=-10$	$c_3=100$	$c_4=1.35$	$c_5=3.5$
Ljapunov-Kenngröße	λ_1	λ_2	D_L	$\text{div}(\mathbf{f})$	
Kunick et al. [30]	0.38				
Methode I	0.38				
Methode II	0.36	-1.36	2.26	-1.0	

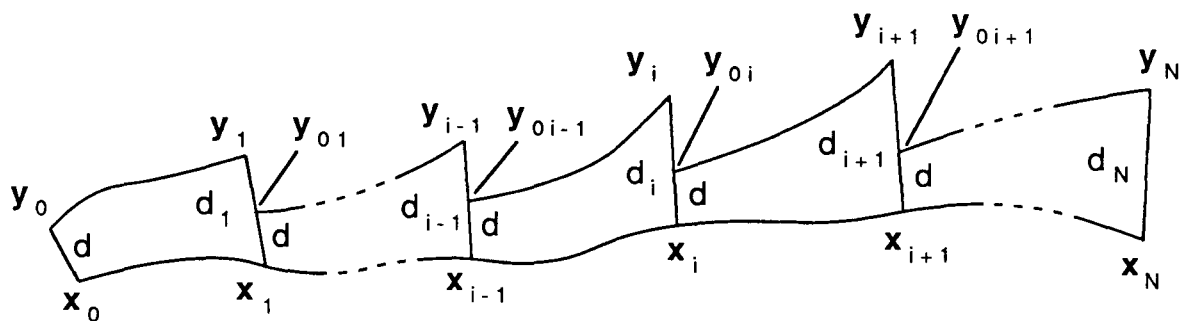


Abb. D.1: Veranschaulichung von Referenztrajektorie und benachbarter Trajektorie

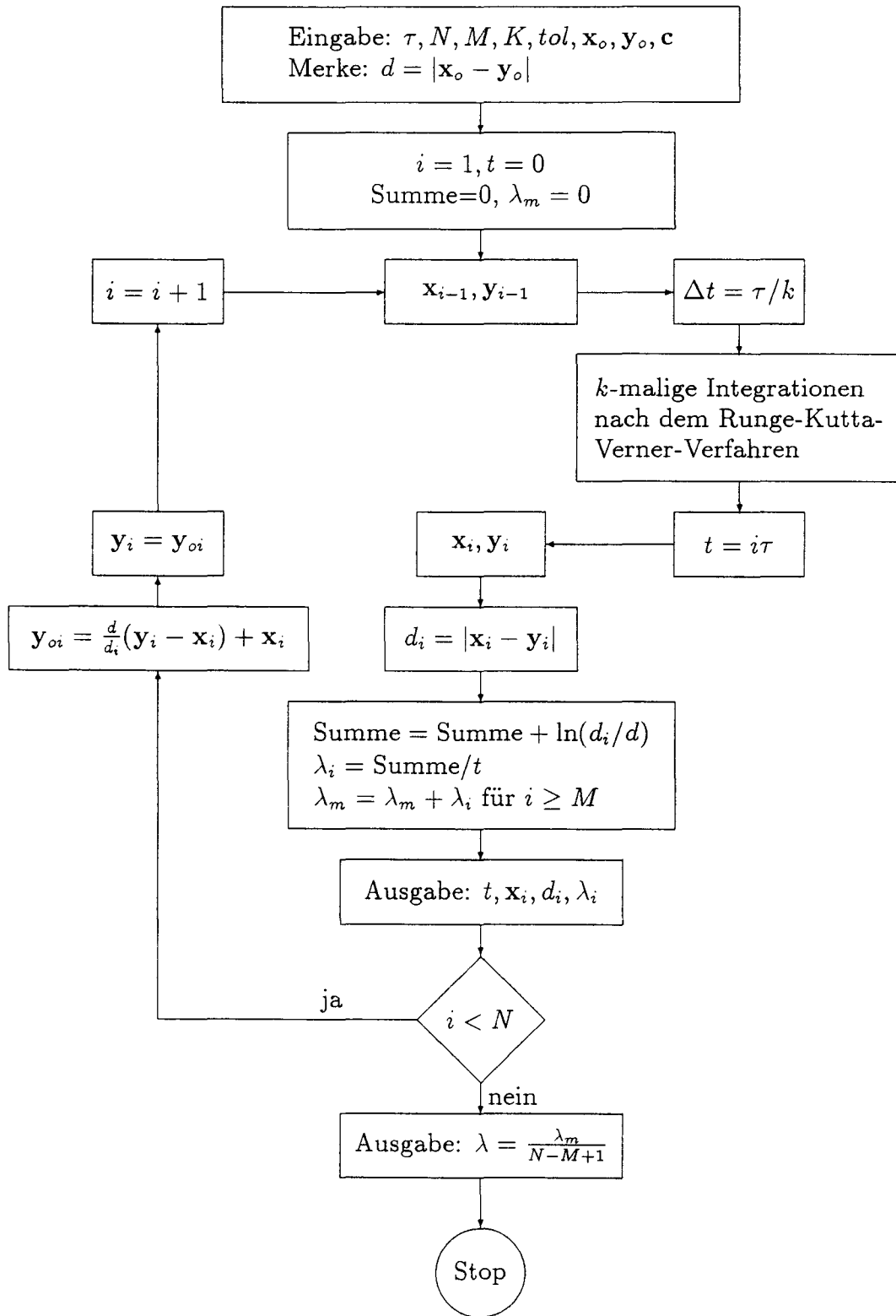


Abb. D.2: Flußdiagramm der Methode I zur numerischen Berechnung des maximalen Ljapunov-Exponenten

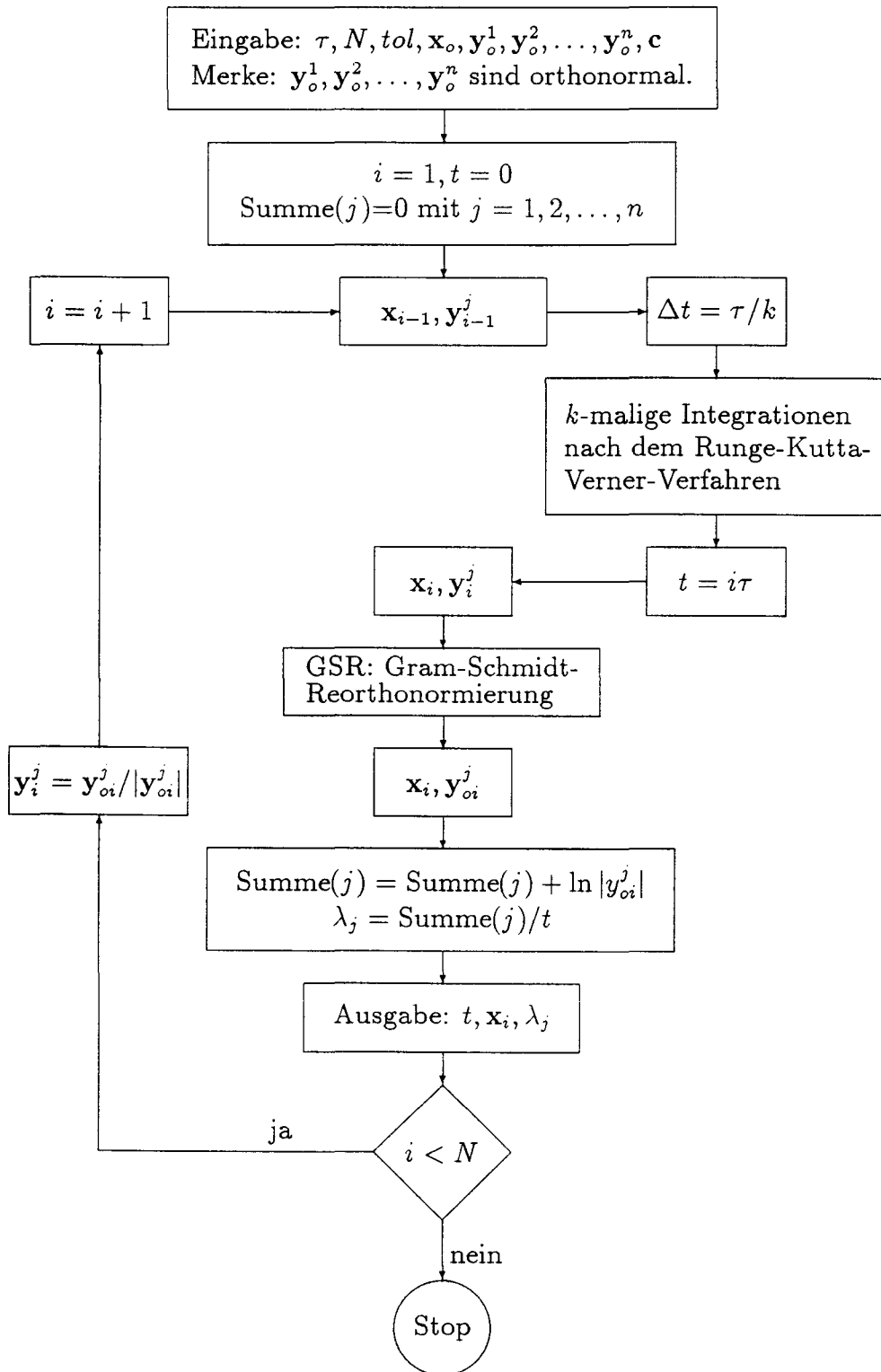


Abb. D.3: Flußdiagramm der Methode II zur numerischen Berechnung des Ljapunov-Spektrums