

547 | Oktober 1994

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Leshan Zhang

Tragverhalten von schiffbaulichen Flächentragwerken unter konzentrierten Belastungen

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Tragverhalten von schiffbaulichen Flächentragwerken unter konzentrierten Belastungen

Leshan Zhang, Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1994

ISBN: 3-89220-547-7

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

**Tragverhalten von schiffbaulichen
Flächentragwerken unter konzentrierten
Belastungen**

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades

DOKTOR—INGENIEUR

der Universität Hamburg

vorgelegt von

LESHAN ZHANG

AUS BEIJING/CHINA

Hamburg

im Januar 1994

Tag der Disputation

02. Mai 1994

Gutachter

Prof. Dr.-Ing. E. Lehmann

Prof. Dr.-Ing. H. Petershagen

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 547

**Tragverhalten von schiffbaulichen Flächentragwerken
unter konzentrierten Belastungen**

Leshan Zhang

Oktober 1994

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Schiffbau der Universität Hamburg bzw. am Arbeitsbereich Schiffstechnische Konstruktionen und Berechnungen der Technischen Universität Hamburg-Harburg.

Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Lehmann gebührt mein herzlicher Dank für seine wissenschaftliche Betreuung dieser Arbeit mit zahlreichen Anregungen und vielseitigen Unterstützungen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Petershagen danke ich für sein Interesse an der Arbeit, die Übernahme der Begutachtung und wertvollen Hinweisen.

Mein Dank gilt weiterhin allen Mitarbeitern, die mich bei dieser Arbeit unterstützt haben.

Hamburg, im May 1994

Zhang, Leshan

BEHAVIOUR OF PLATE STRUCTURES APPLIED IN SHIPBUILDING UNDER CONCENTRATED LOAD

Summary

A plastic yield mechanism was proposed to determine the static ultimate load of rectangular plates subjected to concentrated loads from such as wheel loads of vehicles or landing aircrafts, ice loads, collision loads, fallen objects etc..

By applying the principle of virtual work, a series of analytical solutions were derived to estimate the ultimate load as a function of the plastic yield moment and plate and loading parameters with simply supported or fully clamped boundary conditions. An approximation considering the influence of finite deflections is also presented.

In the limit as the loaded area becomes very small, this ultimate load approaches the value predicted by Sawczuk [18] for a rectangular plate under a point load. In the other extrem, if the loaded area becomes very large, this ultimate load approaches the value predicted by Wood [17] and Jones [26] for a uniformly loaded rectangular plate.

It is shown that the solutions agree reasonably well with the corresponding numerical results by using nonlinear finite element method. Comparing with the elastical solutions and another suggestions, illustrated the solutions were more reasonable and practical because of the considering the most of important parameters.

As an application for ship structures a study of load carrying capacity of stiffend decks of Ro-Ro ships under wheel loads has been carried out. Seven experimental investigations with two different models (one reinforced with bulb angle stiffeners, and the other with trapezoidal stiffeners), loaded by single or double wheels in different positions are presented. It was observed that the deflection at the midpoint of the plate between the stiffeners by using trapezoidal stiffeners is much smaller than by using bulb angle stiffeners. In case, where the point load acts directly on the stiffener collapse of the structure occurs by web crashing.

Corresponding nonlinear finite element calculations were made by application of the program system NASTRAN and MARC. The comparison between the experimental data and the FEM calculations as well as the analytical solutions shows satisfactory agreement.

Subsequently, a parameter study with the finite element method was performed for both designs with different stiffener spacing, wheel size, and plate thickness. The numerical calculations demonstrate that the permanent set could be neglect by the lower bound, where the plate assumed as simply supported and the resulted permanent set is acceptable for the serviceability requirement by the upper bound, where the plate assumed as fully clamped. The parameters found to have a significant

influence on behaviour of deck plating were plate slenderness β , plate width to loaded area width ratio and the aspect ratio of the loaded area.

Comparing analytical solutions with the rules of the classification societies it is illustrated that the design loads have same tendency with the changes of plate slenderness and that the rules given relatively conservative design loads. The application of the requirements of the classification societies to the trapezoidal stiffened decks results in remarkable reductions of the plate thickness of up to 32% in comparison with a common bulb angle profile reinforced deck plating.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Historische Entwicklung	3
2.1 Untersuchungen im elastischen Bereich	3
2.2 Nichtlineares Tragverhalten	4
2.3 Fließgelenklinientheorie	5
2.3.1 Allgemeine Voraussetzungen	5
2.3.2 Bestimmung der Grenzlast nach der Fließgelenklinientheorie ..	7
2.4 Anwendung der Fließgelenktheorie auf Platten	8
2.4.1 Kreisplatte	8
2.4.2 Rechteckplatten	9
2.5 Weitere Untersuchungen	10
3. Theoretische Ansätze zur Bestimmung der Traglasten von Platten mit Teilflächenlast	12
3.1 Allgemeines	12
3.2 Lösung für die frei drehbar gelagerte Platte	13
3.3 Lösung für die allseitig eingespannte Platte	16
3.4 Berücksichtigung der Membranwirkung für eine frei drehbar gelagerte Platte	19
3.5 Berücksichtigung der Membranwirkung für eine allseitig eingespannten Platte	23
3.6 Der Fall $a/b > 1.0$ und $u/v < 1.0$	28
3.7 Anmerkung	30
4. Vergleich zwischen Traglastrechnung und nichtlinearer FE-Rechnung	31
4.1 Allgemeines	31
4.2 Erstellung der FE-Modelle	31

4.3	Vergleich zwischen der FE-Rechnung und der geschlossenen Lösung nach <i>Navier</i> im elastischen Bereich	33
4.4	Vergleich der analytischen Lösung ohne Berücksichtigung der Membranwirkung	33
4.5	Vergleich der Traglastrechnungen unter Berücksichtigung der Membranwirkung	39
5.	Vergleich mit anderen Lösungen und Versuchen	52
5.1	Vergleich mit anderen theoretischen Lösungen	52
5.1.1	Die Traglast in bezug auf die elastische Lösung nach <i>Navier</i> . .	52
5.1.2	Vergleich mit der elastischen Lösung von <i>Böckenhauer</i> und <i>Schultz</i>	54
5.1.3	Vergleich mit dem Vorschlag von <i>Sandvik</i>	58
5.1.4	Eingrenzung durch die Lösung von <i>Jones</i>	59
5.1.5	Vergleich mit der Lösung von <i>Kling</i>	61
5.1.6	Vergleich mit der Lösung von <i>Hughes</i>	64
5.2	Vergleich mit anderen Versuchsergebnissen	64
5.2.1	Versuche von <i>Sandvik</i>	64
5.2.2	Versuche von <i>Jackson</i> und <i>Frieze</i>	67
6.	Schiffbauliche Anwendung	69
6.1	Allgemeines	69
6.2	Experimentelle Untersuchung	72
6.2.1	Beschreibung der Versuchsmodelle	72
6.2.2	Versuchsaufbau und Belastungseinrichtung	73
6.2.3	Kraft-, Dehnungs- und Durchbiegungsmessung	74
6.2.4	Werkstoffkennwerte	76
6.2.5	Vorversuche im elastischen Bereich	76
6.2.6	Traglastversuche	79
6.3	Vergleichsrechnungen nach der FEM	95
6.3.1	FE-Modellierung	95

6.3.2	Vergleich zwischen FE-Rechnung und Messung im elastischen Bereich	96
6.3.3	Vergleich zwischen FE-Rechnung und Messung im nichtlinearen Bereich	98
6.4	Traglastabschätzung	107
6.4.1	Traglastrechnung nach der Balkentheorie	107
6.4.2	Krüppellast zu TA21 und TB2	109
6.5	Vergleich zwischen analytischer Lösung und Messung	112
7.	Parameterstudie	115
7.1	Allgemeines	115
7.2	Erstellung der FE Modelle	115
7.3	Einfluß von Randverformungen des Plattenfeldes	119
7.4	Einfluß von geometrischen Parametern	123
7.5	Vergleich mit Bemessungsvorschriften	130
8.	Zusammenfassung und Schlußfolgerung	136
9.	Bezeichnungen	138
10.	Literaturverzeichnis	139

1. Einleitung

Beim Entwurf schiffs- und meerestechnischer Konstruktionen werden viele Bauteile als Flächentragwerke bezeichnet, z. B. Decksstrukturen von Ro-Ro-Schiffen, Lukendeckel von Containerschiffen, Außenhaut- und Bodenkonstruktionen von Tankern, Decksstrukturen von Ölplattformen usw.. Beim Betrieb solcher Konstruktionen werden sie zusätzlich zu den in der Flächenebene wirkenden äußeren Belastungen und den verteilten Querbelastungen auch häufig durch konzentrierte Kräfte belastet. Die auf solche Tragwerke wirkenden konzentrierten Belastungen können beispielsweise in folgenden Situationen auftreten:

- Decks eines Ro-Ro-Schiffes unter Radlasten;
- Beim Einsatz eisgehender Schiffe unter Packeislasten;
- Bei der Landung von Hubschraubern oder Flugzeugen an Deck oder auf Plattformen;
- Bei Grundberührung zwischen Schiffsboden und auf dem Seeboden liegenden Steinen.
- Bei Kollisionsfällen im Bereich der Seitenkonstruktion eines Schiffes.
- Bei unsachgemäßer Hammung von Schwergütern.

Unter solchen lokalen Belastungen versteht man äußere Kräfte, die auf einer zu den gesamten Abmessungen relativ kleinen Teilfläche der Beplattung wirken. Es ist bekannt, daß solche Belastungen zu erheblichen Spannungskonzentrationen in einem engen Bereich des lasteinleitenden Plattenteiles führen. Weiterhin treten in diesen kleinen Lastaufstandsflächen sehr hohe Schubspannungen auf. Dies hat zur Folge, daß entlang eines Randquerschnittes um die Lastaufstandsfläche herum eine erhöhte Gefahr des Versagens, das sog. Durchstanzversagen der Flächentragwerke, besteht. Solches Versagen kann verbunden mit Wassereinbruch sogar zum Verlust eines ganzen Schiffes führen. Für die Umwelt werden solche Belastungen bei einem Kollisionsfall besonders dann kritisch, wenn die beteiligten Schiffe gefährliche Güter, z.B Flüssiggas, Chemikalien oder Öl befördern. Dazu gehören auch die Schiffe, die durch Kernenergie angetrieben werden. Tankerkatastrophen mit der Folge von Ölverschmutzungen im Meer und an den Küsten sind aus der jüngsten Vergangenheit hinreichend bekannt.

Zur Erhöhung der Transportsicherheit und zur Verbesserung der entsprechenden Bemessungskonzepte ist es erforderlich, das Tragverhalten der Konstruktionen unter konzentrierten Belastungen zu erkennen und die Tragfähigkeit solcher Strukturen zu untersuchen, um neuartige, günstigere Konstruktionen vorzuschlagen.

Da solche Belastungen in einem engen Bereich konzentriert sind, muß man mit sehr hohen Lastintensitäten rechnen. Das bedeutet, daß die Struktur in der Umgebung der belasteten Stelle schon bei relativ kleiner Belastung plastizieren kann. Beim Entwurf solcher Flächentragwerke für konzentrierte Belastungen muß das Tragverhalten im elasto-plastischen und auch im rein plastischen Bereich untersucht werden. Dazu gehören auch die geometrischen Nichtlinearitäten, die beim Auftreten größerer plastischer Verformungen berücksichtigt werden müssen. Der Nachweis der ausreichenden Festigkeit kann entweder durch die Festlegung von zu akzeptierenden Plastizierungen der Beplattung oder durch zulässige bleibende Verformungen erbracht werden. Zur Bestimmung der Grenztragfähigkeit ist es erforderlich, die Traglast der gesamten Struktur zu bestimmen. Dazu gehört auch, die Durchstanzgefahr zu beachten, wenn die Lastaufstandsflächen sehr klein sind.

Die Bauvorschriften der Klassifikationsgesellschaften haben dabei eine anerkannte Stellung in der Fachwelt erlangt. Diese anerkannten Regeln der Technik müssen ständig den in der Praxis und in der Forschung gewonnenen Erkenntnissen angepaßt werden. International werden zur festigkeitsmäßigen Auslegung von Bauteilen im wesentlichen die Klassifikations- und Bauvorschriften, wie z. B. *American Bureau of Shipping (ABS)* [1], *Det norske Veritas (DnV)* [2], *Germanischer Lloyd (GL)* [3], und *Lloyds Register of Shipping (LRS)* [4] in ihren jeweils gültigen Fassungen herangezogen. Bei der Berechnung von Decksbeplattungen unter Radlasten wird nach diesen Vorschriften z. B. allerdings nicht explizite angegeben, wie groß plastische Verformungen (Durchbiegungen) der Beplattung werden dürfen. In diesem Zusammenhang sind verstärkt die Bemühungen beim Entwurf von schiffs- und meerestechnischen Konstruktionen zu beobachten, neu entwickelte nichtlineare Theorien und Rechenverfahren zu verwenden, Vorschriften zu verbessern und neue Berechnungsgrundlagen aufzustellen. Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag zum besseren Verständnis der Problematik liefern und durch experimentelle Untersuchungen sowie numerische und theoretische Berechnungsverfahren zur Klärung der bestehenden Fragen beitragen und neue Denkanstöße liefern.

Das Problem der konzentrierten Lastbeanspruchungen besteht im wesentlichen für die am häufigsten im Schiffbau verwendeten Beplattungen (Außenhaut, Doppelboden, Lukendeckel und Deckskonstruktionen). Die vorliegende Arbeit befaßt sich deshalb mit dem Tragverhalten von Flächentragwerken unter normal wirkenden konzentrierten Belastungen. Als theoretisches Modell wird der Fließmechanismus einer unter einer Teilflächenlast beanspruchten Platte vorgestellt. Zur Bestimmung der Traglast werden analytische Lösungen für unterschiedliche Lastfälle und Randbedingungen entwickelt. Zur Überprüfung der Lösungen wird der Vergleich mit nichtlinearen FE-Rechnungen und anderen Lösungen durchgeführt. Als praktische Anwendung im Schiffbau wird das Tragverhalten von einem Deck eines Ro-Ro Schiffes unter Radlasten experimentell und rechnerisch untersucht.

2. Historische Entwicklung

2.1 Untersuchungen im elastischen Bereich

Im Zuge der Entwicklung der Seefahrt wurden immer größere Schiffe gebaut. Seitdem Fähr- und Ro-Ro-Schiffe in Betrieb sind, stellt sich die Frage nach dem Tragverhalten der Decks unter Radlasten.

Im Jahre 1961 wurden von *Lloyd's Register of Shipping (LRS)* [5] erstmals systematische experimentelle Untersuchungen im elastischen Bereich an Versuchskörpern und auf Schiffen durchgeführt. Die Versuchsergebnisse wurden in Entwurfsformeln umgesetzt. Nach diesem Bemessungskonzept wurden die erforderlichen Plattendicken nur in Abhängigkeit vom Gesamtgewicht der Radlasten bestimmt. Für ein Einzelrad lautete die zulässige Radlast:

$$P = 0.487 t^2, \quad (2.1)$$

wobei P [kN] die gesamte Radlast und t [mm] die Plattendicke war, während die Radlast für Doppelräder mit

$$P = 0.730 t^2 \quad (2.2)$$

festgelegt wurde, worin P [kN] als gesamte Doppelradlast angenommen wurde. Die Einflüsse der Aufstandsfläche und das Seitenverhältnis der Beplattung gingen nicht in die Entwurfsformel ein. Vorgeschlagen wurde in [5] eine Reduzierung der Plattendicke entweder durch Verminderung des Aussteifungsabstandes oder durch eine hölzerne Wegerung, weil die Radlast durch die Aussteifungen oder durch die Wegerung besser verteilt wird.

Ein weiteres halbempirisches Bemessungsverfahren für Decks und Luckendeckelbeplattungen unter Radlast wurde von einer Arbeitsgruppe in den USA vorgeschlagen [6], wobei die Ergebnisse von Beanspruchungsmessungen an neueren Autobahnbrücken verwendet wurden.

Aus theoretischer Sicht kann ein durch eine Radlast beanspruchtes Deck als eine am Rand aufgelagerte Platte unter Teilflächenbelastung betrachtet werden. Am Anfang dieses Jahrhunderts wurde die elastische Biegetheorie von Platten unter der Voraussetzung der Gültigkeit des *Hooke'schen* Gesetzes und der geometrisch linearen Hypothese nach *Bernoulli* entwickelt. Für die Anwendung dieser Theorie auf beliebige Belastungen und Randbedingungen wurde von *Navier* eine bekannte Lösung auf der Basis von Doppelreihenansätzen angegeben. Für eine frei drehbar gelagerte Platte unter einer Teilflächenbelastung kann man anhand dieser Reihen eine analytische Lösung erhalten. Daraus ergibt sich die elastische Grenzlast bei unterschiedlichen Aufstandsflächen und Plattengrößen. Für eingespannte Randbedingungen kann das Problem anhand des *Superpositionsprinzips* durch Einsetzen einer zusätzlichen, am

Rand momentenbelasteten, Platte gelöst werden. Für eine Platte mit großen Seitenverhältnissen kann man die o. g. Lösung vereinfachen, also das Tragverhalten der Platte als eine zylindrische Biegung betrachten. Unter dieser Annahme kann das Problem, auch mit Berücksichtigung der Membranwirkung, gelöst werden.

Eine Anwendung der elastischen Plattentheorie für eine Decksbeplattung unter Radlasten haben *Böckenhauer* und *Schultz* [7] 1965 vorgelegt. Für das physikalische Modell wurde die belastete Beplattung als frei drehbar gelagerter Plattenstreifen unter Berücksichtigung der bei großen Durchbiegungen auftretenden Membranspannungen angenommen. Ausgehend von der Lösung des elastischen Problems des beidseitig frei drehbar gelagerten Plattenstreifens (zylindrische Biegung) unter Teilflächenbelastung mit *Fourierreihen* nach *Levy* [8] wird ein Dimensionierungsverfahren vorgeschlagen, bei dem sowohl die Aufstandsfläche als auch die Membranwirkung als Parameter in die Entwurfsformel eingehen.

Anstelle einzelner Platten faßte *Haslum* [9] das Deck als einen auf mehreren Versteifungen gelagerten Plattenstreifen auf. Dabei nahm er an, daß die Längsversteifungen eine starre Auflagerung bilden. Die Aufstandsfläche wurde vereinfacht als quadratisch definiert. *Pelikan* und *Eßlinger* [10] geben eine allgemeine Lösung der Differentialgleichung der Platte an und berechnen für einzelne Lastfälle die Feld- und Stützmomente. Ausgehend von deren Ergebnissen wird in [9] nachgewiesen, daß die maximale Spannung vom Feldmoment abhängig ist, wenn die Lastbreite kleiner als der Versteifungsabstand ist. Im umgekehrten Fall ergibt sich die maximale Spannung aus dem Stützmoment. Unter Berücksichtigung der Einspanngrade des Plattenrandes erhielten *Bunting* [11] et. al. eine elastische Näherungslösung. Dabei wurden die Einspanngrade mit ca. 90% vorgeschlagen.

2.2 Nichtlineares Tragverhalten

Mit Hilfe der Elastizitätstheorie können für jeden Punkt einer Platte die Schnittgrößen in Abhängigkeit von der Lastverteilung ermittelt werden, wobei die Größe der Belastung nur als Proportionalitätsfaktor eingeht. Der Beginn des Fließens einer Randfaser definiert eine Grenze für die Anwendung der Elastizitätstheorie. Als Grenzlast der Elastizitätstheorie ist deshalb die Fließlast anzusehen, die den Fließbeginn angibt und daher stets eine untere Grenze der Systemtragfähigkeit definiert.

Da die Lastintensität einer Platte unter einer Teilflächenlast meistens sehr groß ist, wodurch bei einer relativ kleinen Last an der belasteten Stelle die elastische Grenze erreicht wird, ist die Anwendung der elastischen Plattentheorie begrenzt. Zum einen ist die Tragfähigkeit des Querschnitts noch nicht erschöpft, wenn an einem Querschnittsrand die Fließgrenze erreicht ist, sondern erst dann, wenn der gesamte Querschnitt durchplastiziert. Zum anderen kommt es bei einem statisch

unbestimmten System nach der Durchplastizierung eines Querschnitts zu Schnittgrößenumlagerungen, die zu einer weiteren Steigerung der Tragfähigkeit der gesamten Platte führen können.

2.3 Fließgelenklinientheorie

2.3.1 Allgemeine Voraussetzungen

Zur Untersuchung des Tragverhaltens einer Konstruktion oberhalb des elastischen Bereiches gilt die allgemeine Plastizitätstheorie. Als eine spezielle Anwendung der Plastizitätstheorie auf Platten unter Verwendung von zahlreichen experimentellen Meßergebnissen gilt die Fließgelenklinientheorie nach *Johansen* [12]. Während man in der Elastizitätstheorie das durch das *Hookesche* Gesetz beschriebene einachsige Materialverhalten durch Einführung der elastischen Querkontraktionszahl leicht auf den mehrachsigen Fall erweitern kann, sind bei der Berücksichtigung des plastischen Werkstoffverhaltens zwei besondere Voraussetzungen erforderlich. Diese werden als das Spannungs–Verzerrungsgesetz und die Fließbedingung bezeichnet.

Spannungs–Verzerrungsgesetz

Die Fließgelenklinientheorie geht von einem ideal–plastischen Werkstoffgesetz aus, dem einige vereinfachende Annahmen zugrunde liegen, die sich in zwei Aussagen zusammenfassen lassen:

- Die elastischen Dehnungen sind gegenüber den plastischen von höherer Ordnung klein.
- Nach dem Überschreiten der Fließgrenze bleibt die Spannung mit zunehmender Dehnung konstant. Die Dehnfähigkeit des Werkstoffes ist unbegrenzt. Das bedeutet, daß die Bruchdehnung und die Verfestigung des Werkstoffes vernachlässigt werden.

Abb. 2.1 stellt diese Eigenschaften des Werkstoffes dar. Bei der Anwendung des beschreibenden Gesetzes wird stillschweigend vorausgesetzt, daß die o. g. Eigenschaften für die gesamte Platte und in jeder Richtung gelten. Es wird also ein homogener, isotroper Werkstoff vorausgesetzt.

Fließbedingungen

Die Traglast einer Platte hängt von den Eigenschaften des Materials ab. Der Werkstoff wird nur plastisch, wenn die entsprechende Fließbedingung erfüllt ist. Für einen

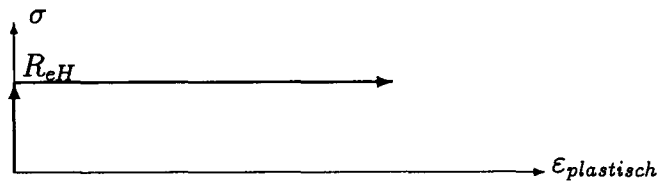


Abb. 2.1: Ideal-plastisches Werkstoffgesetz

isotropen Werkstoff sind folgende Fließbedingungen bekannt:

- Bedingung der maximalen konstanten Gestaltänderungsarbeit (Fließbedingung nach *Huber-von Mises-Henky*),
- Bedingung der maximalen konstanten Schubspannung (Fließbedingung von *Coulomb-Tresca*),
- Bedingung der maximalen konstanten Normalspannung (Quadratische Fließbedingung von *Johansen*).

In Abb. 2.2 sind die 3 Fließbedingungen schematisch dargestellt. Bei der Anwendung der Fließgelenklinientheorie auf Platten wird im allgemeinen die quadratische Fließbedingung von *Johansen* angewendet. Diese besagt, daß ein Punkt dann in den Grenzzustand übergeht, wenn eine der beiden Hauptspannungen σ_1 oder σ_2 unabhängig von der Größe der andern die Fließspannung R_{eH} erreicht. Im Gegensatz

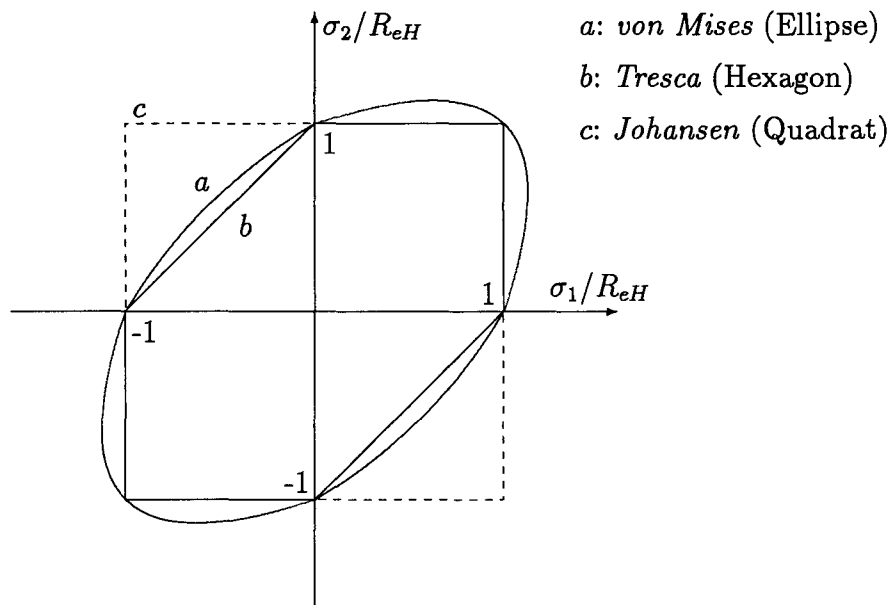


Abb. 2.2: Unterschiedliche Fließbedingungen

dazu ist bei den Fließbedingungen nach *Tresca* und *von Mises* eine Beeinflussung der beiden Hauptspannungen gegeben. Die Anwendung der quadratischen Fließbedingung führt durch die Entkopplung der Hauptspannungen zu besonders einfachen Ausdrücken.

Der Zusammenhang der unterschiedlichen Fließbedingungen ist aus der Abb. 2.2 zu erkennen. In den Bereichen $\sigma_1 \times \sigma_2 > 0$ ergeben sich gleiche Ergebnisse bei der Verwendung der Fließbedingungen nach *Tresca* und *Johansen*. Die Anwendung der Fließbedingung nach *von Mises* führt in der Regel zu einer geringfügigen Abweichung [17]. Ein großer Bereich einer durch Normalbelastung beanspruchten Platte befindet sich in diesem Spannungszustand. In den Bereichen $\sigma_1 \times \sigma_2 < 0$, wie z. B. in der Ecke der Platte, erhält man bei Anwendung der *Johansen*-Fließbedingung eine deutlich höhere Grenzlast als mit anderen Fließbedingungen.

Für eine Platte bei reiner Biegung wird das Grenzmoment

$$M_0 = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} R_{eH} z dz = \frac{t^2}{4} R_{eH} \quad (2.3)$$

als Fließmoment pro Einheitslänge bezeichnet (Abb. 2.3).

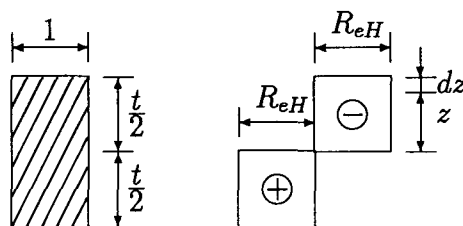


Abb. 2.3: Vollplastischer Zustand eines Plattenquerschnittes

2.3.2 Bestimmung der Grenzlast nach der Fließgelenklinientheorie

In der Fließgelenklinientheorie nimmt man an, daß sich die Formänderungsarbeit auf sog. Fließlinien konzentriert. Der plastische Zustand der Platte wird dahingehend idealisiert, daß der Berechnung ein Fließgelenklinienbild zugrunde gelegt wird, das sich mit dem Fließen im Bereich der stärksten Krümmungen deckt. Da die Formänderungen der im elastischen Zustand verbleibenden Plattenteile im Vergleich zu den plastischen Formänderungen von höherer Ordnung klein sind, kann der Werkstoff der Platte als ideal-plastisch betrachtet werden. Die Fließgelenktheorie stellt ein kinematisches Verfahren zur Ermittlung oberer Eingrenzungen für die Grenztragfähigkeit bzw. Grenzlastintensität dar. Die in der Theorie enthaltene, grundlegende Annahme ist, daß quer zu den Fließgelenklinien bei freier Verdrehbarkeit der

beiderseitigen Plattenteile ein konstantes Moment M_0 übertragen wird. Die in wirklichen plastischen Zuständen eintretende Materialverfestigung wird vernachlässigt. Das Fließgelenkliniensystem wird in erster Linie durch Randbedingungen bestimmt, da die einzelnen Plattenteile sich im Grenzzustand um bestimmte Achsen drehen, deren Lage von den Stützungen abhängig ist. Der Grenzzustand der Tragfähigkeit eines ideal-plastischen Plattentragwerkes ist erreicht, wenn die plastizierten Gebiete eine solche Ausdehnung und Anordnung zueinander annehmen, daß sich ein kinematisch zulässiges, starr-plastisches Feld der Durchbiebungsgeschwindigkeit einstellt.

Die Bestimmung der oberen Eingrenzungslösungen für die Grenztragfähigkeit der Platte erfordert die Bestimmung kinematisch zulässiger Geschwindigkeitsfelder. Die Schwierigkeit, eine kleinste obere Eingrenzung zu erhalten, besteht darin, die sich der Grenztragfähigkeit nähernde Lösung aus unendlich vielen unabhängigen, zulässigen, kinematischen Lösungen, von denen jede eine obere Eingrenzung bestimmt, auszuwählen. Die praktische Bedeutung der Fließgelenklinientheorie resultiert jedoch daraus, daß das Auffinden der Minimallösung für die kleinste obere Eingrenzung der Tragfähigkeit in der Regel wesentlich einfacher ist als das Auffinden der Maximallösung für die untere Eingrenzung aus unendlich vielen möglichen, statisch zulässigen Spannungsfeldern. Die Fließgelenklinientheorie gestattet die Berechnung der Grenztragfähigkeit von Platten auch bei komplizierten Randbedingungen und Belastungen im Vergleich zu der Elastizitätstheorie mit verhältnismäßig geringem Aufwand.

2.4 Anwendung der Fließgelenktheorie auf Platten

2.4.1 Kreisplatte

Prüft man das auf dem Gebiet der Anwendung der Fließgelenklinientheorie für Platten bisher erschienene Schrifttum, so stellt man fest, daß sich die meisten Arbeiten auf die Kreisplatte konzentrieren. Zu nennen ist hier die Arbeit von *Hopkins* und *Prager* [13], in der die Traglast einer Kreisplatte unter beliebiger Lastverteilung ermittelt wird. Für eine am Rand frei drehbar gelagerte Kreisplatte lautet die Traglast:

$$P_T = \frac{2\pi M_0}{1 - \frac{2r}{3R}}, \quad (2.4)$$

während für eine am Rand eingespannte Platte

$$P_T = \frac{4\pi M_0}{1 - \frac{2r}{3R}} \quad (2.5)$$

ist, wobei r und R die Radien der Aufstandsfläche und Kreisplatte sind.

Weiter hat *Onat* [14] mit Berücksichtigung der Membranwirkung eine Näherungsformel für die Last–Verformungsbeziehung der o. g. Kreisplatte abgeleitet. Für einen frei drehbaren Rand zeigt die P – w_0 Beziehung:

$$\frac{P}{P_T} = 1 + \frac{4}{3} \frac{w_0^2}{t^2} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (2.6)$$

und

$$\frac{P}{P_T} = 2 \frac{w_0}{t} + \frac{1}{6} \frac{t}{w_0} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \geq \frac{1}{2}, \quad (2.7)$$

wobei w_0 die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte und t die Plattendicke ist. P_T ist die nach Gl. (2.4) ermittelte Traglast. Der Vergleich von Gl. (2.6) und Gl. (2.7) mit einem entsprechenden Versuch von *Foulkes* [15] zeigt eine befriedigende Übereinstimmung.

2.4.2 Rechteckplatten

Die meisten im Schiffbau verwendeten Plattenfelder sind rechteckig. Im Vergleich zu Kreisplatten sind Geometrie und Formänderung einer normal belasteten Rechteckplatte komplizierter. Die meisten dazu veröffentlichten Arbeiten erfassen deshalb das Tragverhalten nur unter einer Vollflächenlast. Die erste Lösung wurde von *Prager* [16] für eine frei drehbar gelagerte quadratische Platte abgeleitet. *Wood* [17] präsentierte die Traglast mit *Johansen's* Fließbedingung für eine Rechteckplatte mit unterschiedlichen Randbedingungen. Durch Anwendung der Fließgelenklinientheorie haben *Sawczuk* und *Jäger* [18] verschiedene Formen von Platten mit Vollflächen- und Punktlasten mit unterschiedlichen Randbedingungen systematisch analysiert.

Der Einfluß der Membranwirkung auf das Tragverhalten einer normal belasteten Platte wurde vor allem von *Rzhanitsyn* [19], *Clarkson* [20] [21] und *Sawczuk* [22] [23] theoretisch und experimentell untersucht. Die Ergebnisse zeigen, daß sich die Tragfähigkeit einer normal belasteten Platte durch das Eintreten der Membranwirkung erheblich erhöhen kann.

Durch die Anwendung der Fließgelenklinientheorie auf das dynamische Tragverhalten wurde von *Jones* [24] [25] [26] eine theoretische Lösung entwickelt, nach der die P – w_0 Beziehung für eine durch eine Vollflächenlast beanspruchte Platte mit unterschiedlichen Randbedingungen ermittelt werden kann. Der Vergleich dieser Lösung mit den Versuchsergebnissen von *Hooke* [27] und *Clarkson* [20] zeigt eine gute Übereinstimmung.

Die o. g. Untersuchungen befassen sich vor allem mit einer durch Vollflächenlast beanspruchten Platte. Für die Untersuchung einer unter Teilflächenlast stehenden Platte liegt sehr wenig Literatur vor, da der Fließmechanismus bei diesem Fall noch

komplizierter ist als bei der Vollflächenlast. Für eine unter Radlast befindlichen Platte geht Jones [28] von den Lösungen eines Plattenstreifen aus, bei der die Radlast zwischen zwei Grenzfällen liegen muß, nämlich einer punkt- und einer linienförmigen. Unter dieser Annahme kann aber der Einfluß der Größe der Aufstandsfläche nicht erfaßt werden.

Für relativ kleine Aufstandsflächen ($f/F \leq 0.6$, f : Aufstandsfläche, F : ununterstützte Plattenfeldfläche) wurde von Kling [29] die obere plastische Grenzlast durch die Anwendung der Fließgelenklinientheorie für allseitig frei drehbare und eingespannt gelagerte Platten als Funktion der Fließgrenze des Materials und der Platten- und Aufstandsflächenverhältnisse dargestellt. Im Vergleich zu den verschiedenen Entwurfsformeln und Vorschriften der Klassifikationsgesellschaften könnte danach die Plattendicke für Radlasten um 30 bis 50% verringert werden.

2.5 Weitere Untersuchungen

Für das geometrisch nichtlineare Verhalten einer Platte unter Teilflächenbelastung hat Weiß [31], ausgehend von den von Kármánschen Differentialgleichungen [30], also unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität, die belastete Beplattung wie eine elastisch eingespannte Platte untersucht. Mit Hilfe eines verbesserten Differenzenverfahrens (Mehrstellenverfahren) wurden die größte Durchbiegung im Plattenfeld und die dazu gehörigen Spannungen ermittelt. Der Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den experimentellen Ergebnissen von einem Aluminium-Lukendeckel sowie zwei Stahldeckeln zeigt im Bereich bis $w/t \approx 1.0$ (w : Durchbiegung in Plattenfeldmitte, t : Plattendicke) eine gute Übereinstimmung.

Weiter hat Sandvik [32] im Maßstab 1:1 das nichtlineare Verhalten von ausgesteiften Platten mit zwei Versuchsmodellen unter Radlasten mit realen Gabelstaplern untersucht. Anstelle der quadratischen Aufstandsfläche, wie von Haslum [9] verwendet, wurde die Aufstandsfläche hier mit variabler Breite und Länge parametrisch untersucht. Bei der experimentellen Untersuchung wurden die Versuchsmodelle so weit belastet, bis die bleibende Verformung die Größenordnung der Plattendicke erreichte. Die Meßergebnisse zeigen, daß die nach der elastischen Theorie ermittelten Entwurfswerte zu konservativ sind. Der Grund dafür ist die positive Wirkung der Membranspannung, die bei der größer werdenden Durchbiegung in der Plattenmitte eine große Rolle spielt. Deshalb wurde in der Arbeit vorgeschlagen, die Plattendicke nach der bleibenden Verformung, die nicht größer als die Schweißverformung sein sollte, zu bestimmen. Dabei sollte die zulässige Spannung etwa dem zweifachen Betrag der Fließgrenze entsprechen. Durch eine Regressionsanalyse der Versuchsergebnisse wurde eine einfache Entwurfsformel ermittelt. Im Vergleich zur Bauvorschrift des *Det norske Veritas (DnV)* [33] ergibt diese Formel bei großen Radlasten eine relativ kleine Plattendicke.

Von *Soreide* [34] wurde eine rechnerische Untersuchung für das Tragverhalten von ausgesteiften Platten mit einem nichtlinearen FE-Programm durchgeführt. Als Beispiel wurde eine mit einer Radlast versehene Beplattung simuliert. Die Rechenergebnisse zeigen, daß die realen horizontalen Randbedingungen von ausgesteiften Platten zwischen frei und eingespannt liegen. Für die Verdrehung am Rand wurde vorgeschlagen, daß man für eine durch Teilflächenlast beanspruchte Platte die Ränder als frei drehbar betrachten kann, während für eine mit Vollflächenlast versehene Platte eine volle Einspannung vorzusehen ist.

Von *Jackson* und *Frieze* [35] wurden nach dem Entwurfskonzept der bleibenden Verformung insgesamt 24 Untersuchungen an Plattenfeldern mit unterschiedlichen Platten- und Aufstandsflächenverhältnissen durchgeführt. Durch den Vergleich von Meßergebnissen und den mittels der Methode der dynamischen Relaxation ermittelten numerischen Ergebnissen wurden Entwurfskurven nach verschiedenen Parametern bestimmt. Die Plattendicke sollte, nach diesem Konzept, nicht nur nach den Belastungs- und Aufstandsflächenverhältnissen, sondern auch nach den entsprechenden bleibenden Verformungen bestimmt werden.

Weiterhin wurden von *Hughes* [36], ausgehend von der Lösung von *Kling* [29], unter Berücksichtigung der Meßergebnisse von *Jackson* [35], diese Kurven näherungsweise mit einer einfachen Formel dargestellt. Außerdem hat er vorgeschlagen, das Rechenmodell einer normal belasteten, ausgesteiften Platte nach den Belastungsarten 'einzelpunktförmig' oder 'mehrpunktförmig' zu teilen. Für das 'einzelpunktförmige' Modell lassen sich die oben genannten Kurven benutzen, um die bleibende Verformung des Plattenfeldes zu ermitteln. Zur Bestimmung der bleibenden Verformung von 'mehrpunktförmigen' Modellen sollte die Formel, die unter der Annahme einer Vollflächenlast des Plattenfeldes von *Hughes* [37] abgeleitet wurde, unter Berücksichtigung einer Aufstandsflächenkorrektur verwendet werden.

3. Theoretische Ansätze zur Bestimmung der Traglasten von Platten mit Teilflächenlast

3.1 Allgemeines

Die Bestimmung einer oberen Eingrenzung für die Grenztragfähigkeit einer Platte gestaltet sich vielfach bei Verwendung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten einfacher als bei der Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen. Es entfällt die gesonderte Betrachtung jedes einzelnen Plattenteils sowie die Notwendigkeit der Bestimmung der Knotenkräfte. Bei der Anwendung des Prinzips der Gleichgewichtsbedingungen müssen diese berücksichtigt werden, während sie bei der Benutzung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit nicht in der Darstellung der inneren Energiedissipation vorkommen.

Bei Annahme eines durch bestimmte Parameter definierten, kinematisch zulässigen, virtuellen Geschwindigkeitsfeldes in einer Platte aus ideal-plastischem Material sind sowohl die Lage der Drehachsen als auch die Verhältnisse zwischen den Verdrehungsgeschwindigkeiten für die einzelnen Plattenteile bekannt. Erteilt man einem beliebigen Punkt des von Fließgelenklinien in kinematisch zulässiger Weise zerlegten Flächentragwerkes eine virtuelle Geschwindigkeit senkrecht zur Plattenebene, so treten nur in den Fließgelenklinien entsprechende Verdrehungsgeschwindigkeiten auf. Die virtuelle Leistung der inneren Kräfte (innere dissipierte Energie) kann durch das Produkt aus den Grenzmomenten (oder Fließmoment M_0) in den Fließgelenklinien und den Verdrehungsgeschwindigkeiten der einzelnen Plattenteile ausgedrückt werden, und es gilt:

$$D = \sum_{i=1}^n l_i M_0 \dot{\theta}_i , \quad (3.1)$$

wobei D als innere dissipierte Energie, l_i und $\dot{\theta}_i$ als die Länge der einzelnen Fließgelenklinien und der entsprechenden Verdrehungsgeschwindigkeit bezeichnet sind.

Für die Leistung der äußeren Belastung q bei der Durchbiegungsgeschwindigkeit $\dot{w}(x, y)$, die der virtuellen Verdrehungsgeschwindigkeit $\dot{\theta}_i$ an dem Punkt (x, y) entspricht, erhält man:

$$L = \int \int_f q(x, y) \dot{w}(x, y) dx dy , \quad (3.2)$$

wobei $q(x, y)$ die äußere Lastintensität und f die entsprechende Lastaufstandsfläche ist. Da die Reaktionskräfte am Rand durch die Drehachsen der Fließgelenklinien gehen, geben sie keinen Beitrag zu den äußeren Leistungen. Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten gilt:

$$L = D . \quad (3.3)$$

Für ein Flächentragwerk mit der Lastintensität $q(x, y)$ auf der Fläche f , in dem n Fließgelenklinien im Grenzzustand gebildet werden, gilt:

$$\int \int_f q(x, y) \dot{w}(x, y) dx dy = M_0 \sum_{i=1}^n l_i \dot{\theta}_i . \quad (3.4)$$

Aus dieser Gleichung kann entweder das erforderliche Grenzmoment bei gegebener Lastintensität oder die Grenzlastintensität für ein gegebenes Grenzmoment bestimmt werden.

Ein kinematisch zulässiges virtuelles Geschwindigkeitsfeld, für das Gl. (3.4) die Energiegleichung wiedergibt, wird durch eine Anzahl unabhängiger Parameter $l = \sum_{i=1}^n l_i$ definiert. Die kleinste obere Eingrenzung der Traglast entspricht der kürzesten Fließgelenklinienlänge, die durch die Minimierung der äußeren Kraft P unter Berücksichtigung von l ermittelt werden kann:

$$\frac{\partial P}{\partial l} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{\partial q}{\partial l} = 0 . \quad (3.5)$$

3.2 Lösung für die frei drehbar gelagerte Platte

Für die Anwendung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit wird zuerst eine frei drehbar gelagerte Rechteckplatte mit einem Seitenverhältnis $a/b \geq 1.0$ mit einer konstanten Lastintensität q auf einer Lastaufstandsfläche $f = u \cdot v$ ($u/v \geq 1.0$) in der Plattenmitte betrachtet. Abb. 3.1 zeigt den Zustand beim Erreichen der Grenztragfähigkeit der Platte. Der Fließmechanismus wird so angenommen, daß sich eine im Mittelabschnitt der Platte entlang der längeren Achse verlaufende Fließgelenklinie \overline{EF} in den Endpunkten E und F in je zwei durch die Ecken der Lastaufstandsfläche zu den längeren Rändern hin verlaufende Fließgelenklinien teilt, und daß diese Fließgelenklinien in den Punkten A, B, C und D auf die längeren Ränder der Platte stoßen. Die außerhalb der Fließgelenklinien liegenden Flächen des Plattenfeldes werden als elastisch angenommen. Diese Plattenteile werden bei der Verwendung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit nicht betrachtet. Es bildet sich ein symmetrisches Geschwindigkeitsfeld aus, das von den Parametern x und x_1 oder vom Winkel α abhängt. Bei einer Durchbiegungsgeschwindigkeit der Fließgelenklinie \overline{EF} um den virtuellen Betrag \dot{w}_0 ergibt sich nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten die innere dissipierte Energie:

$$D = M_0(l_1 \cdot 2\dot{\theta}_1 + 4l_2 \cdot \dot{\theta}_3) , \quad (3.6)$$

wobei man M_0 nach Gl. (2.3) als das plastische Fließmoment der Platte je Längeneinheit der Fließgelenklinie bezeichnet. Die Verdrehungsgeschwindigkeiten $\dot{\theta}_1$ und $\dot{\theta}_3$ entsprechen den Fließgelenklinien l_1 und l_2 . Ausgehend von den geometrischen

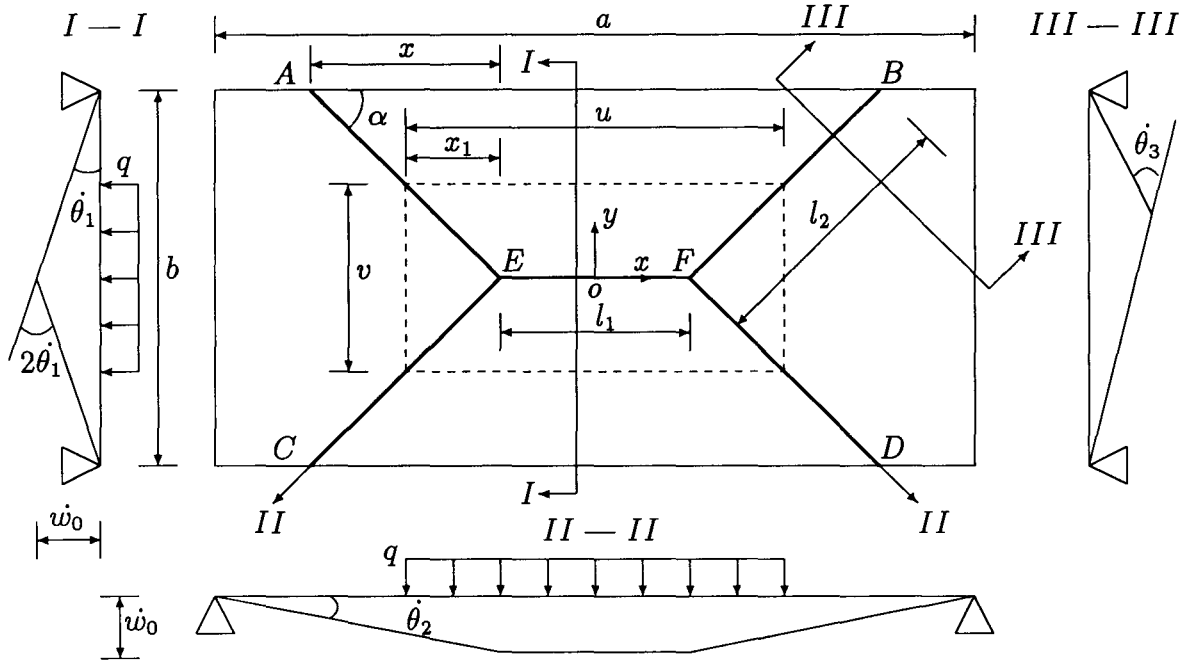


Abb. 3.1: Fließmechanismus einer frei drehbar gelagerten Rechteckplatte mit Teilflächenlast

Bedingungen nach Abb. 3.1 erhält man:

$$l_1 = u - 2x_1, \quad \dot{\theta}_1 = \frac{2\dot{w}_0}{b} \quad \text{und} \quad \dot{\theta}_3 = \frac{\dot{w}_0}{l_2} (\cot(\alpha) + \tan(\alpha)). \quad (3.7)$$

Setzt man die obigen Werte in Gl. (3.6) ein, ergibt sich die innere dissipierte Energie der Platte zu:

$$D = 4M_0\dot{w}_0 \left(\frac{u - 2x_1}{b} + \frac{2x}{b} + \frac{b}{2x} \right). \quad (3.8)$$

Die Leistung der äußeren Last ist gleich dem Integral der Lastintensität q und der entsprechenden Durchbiegungsgeschwindigkeit $\dot{w}(x, y)$ innerhalb der Lastaufstandsfläche $u \cdot v$. Für eine konstante Lastintensität q ergibt sich diese Leistung zu:

$$L = q \int_u \int_v \dot{w}(x, y) dx dy. \quad (3.9)$$

Integriert man diese Gleichung unter Beachtung des in Abb. 3.1 dargestellten Durchbiegungsgeschwindigkeitsfeldes, dann erhält man die äußere Leistung:

$$L = quv\dot{w}_0 \left(1 - \frac{v}{2b} - \frac{x_1 v}{3ub} \right). \quad (3.10)$$

Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit erhält man die Traglast für eine frei drehbar gelagerte Rechteckplatte mit einer Teilflächenlast von $P_T = q_T \cdot u \cdot v$ zu:

$$P_T = 4M_0 \frac{\frac{u - 2x_1}{b} + \frac{b}{2x} + \frac{2x}{b}}{1 - \frac{v}{2b} - \frac{x_1 v}{3ub}}, \quad (3.11)$$

wobei

$$x = \frac{b}{2 \tan(\alpha)} \quad \text{und} \quad x_1 = \frac{v}{2 \tan(\alpha)} \quad (3.12)$$

ist (Abb. 3.1). Setzt man Gl. (3.12) in Gl. (3.11) ein, erhält man:

$$P_T = 4M_0 \frac{\frac{u}{b} - \frac{v}{b \cdot \tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\alpha)} + \tan(\alpha)}{1 - \frac{v}{2b} - \frac{v^2}{6ub \cdot \tan(\alpha)}}. \quad (3.13)$$

Aus Gl. (3.13) erkennt man, daß die Traglast P_T für die angegebenen Abmessungen der Platte und der Lastaufstandsfläche nur vom Parameter α abhängt. Damit kann die kleinste obere Eingrenzung der Traglast durch die Minimierung von P_T :

$$\frac{\partial P_T}{\partial \alpha} = 0 \quad (3.14)$$

ermittelt werden. Der optimale Winkel α lautet:

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{v^2}{3ub} + \sqrt{\left(\frac{v^2}{3ub}\right)^2 + 2\left(2 - \frac{v}{b}\right)\left(1 - \frac{3v}{2b} + \frac{2v^2}{3b^2}\right)}}{2 - \frac{v}{b}}. \quad (3.15)$$

Setzt man Gl. (3.15) in Gl. (3.13) ein, ergibt sich endgültig die Traglast P_T .

Für den Fall, daß $u = a$ und $v = b$ ist, wird $\tan(\alpha) = \frac{1}{\xi}$ mit $\xi = -\beta_1 + \sqrt{3 + \beta_1^2}$ und $\beta_1 = \frac{b}{a}$. Aus Gl. (3.13) ergibt sich die Traglastintensität

$$q_T = \frac{P}{ab} = \frac{24M_0}{b^2 \xi^2}. \quad (3.16)$$

Diese Lösung entspricht der Traglast einer frei drehbar gelagerten Platte mit homogener Belastung, wie sie von *Wood* [17] abgeleitet wurde.

Wenn weiterhin $a = b$ ist, wird $\beta_1 = 1.0$, $\xi = 1.0$ und $\tan(\alpha) = 1.0$. Die entsprechende Traglastintensität:

$$q_T = \frac{24M_0}{b^2} \quad (3.17)$$

für eine frei drehbar gelagerte, quadratische Platte mit verteilter Belastung, die von *Prager* [16] untersucht wurde.

Für den Grenzfall, daß $u = a \rightarrow \infty$ ist, kann das Tragverhalten der Platte als zylindrische Biegung betrachtet werden. Unter dieser Voraussetzung kann man die Traglast eines Plattenstreifens mit Anwendung der plastischen Balkentheorie bestimmen. Man erhält aber auch mit der Gl. (3.13) die gleiche Lösung.

Setzt man $u = a \rightarrow \infty$ in die Gl. (3.13) ein, erhält man die Traglast eines frei drehbar gelagerten Plattenstreifens mit der Einheitsbreite:

$$P_T = q_T v = \frac{4M_0}{b} \frac{1}{1 - \frac{v}{2b}} . \quad (3.18)$$

Diese Lösung stellt die Traglast für einen frei drehbar gelagerten Plattenstreifen mit einer Teilstreckenlast dar und stimmt mit der Lösung der plastischen Balkentheorie überein.

Setzt man $v = 0$ in die Gl. (3.18) ein, ergibt sich die Traglast:

$$P_T = \frac{4M_0}{b} \quad (3.19)$$

für einen durch Punktlast beanspruchten Plattenstreifen, und mit $v = b$ ergibt sich die Traglastintensität:

$$q_T = \frac{8M_0}{b^2} \quad (3.20)$$

für einen durch Strecklast beanspruchten Plattenstreifen.

Für den Fall mit $v = 0$ wird $\tan(\alpha) = 1.0$, $x = b/2$ und $x_1 = 0$. Dann ergibt sich die Traglast aus Gl. (3.13) mit

$$P_T = 4M_0 \left(\frac{u}{b} + 2 \right) . \quad (3.21)$$

Wenn eine Punktlast in der Mitte der Platte wirkt ($u = 0$), dann ergibt sich die Traglast aus Gl. (3.21) mit

$$P_T = 8M_0 . \quad (3.22)$$

Gl. (3.22) ist identisch mit der Lösung von *Sawczuk* [18] für eine frei drehbar gelagerte Platte mit einer Punktlast in der Mitte der Platte.

3.3 Lösung für die allseitig eingespannte Platte

Als zweites Beispiel für die Anwendung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit wird eine allseitig eingespannte Rechteckplatte mit einem Seitenverhältnis $a/b \geq 1.0$ mit einer Lastaufstandsfläche $u \cdot v$ ($u/v \geq 1.0$) in der Plattenmitte betrachtet. Abb. 3.2 zeigt den Zustand beim Erreichen der Grenztragfähigkeit.

Bei einer eingespannten Platte bildet sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht nur ein inneres System von Fließgelenklinien, sondern auch eine geschlossene Fließgelenklinie entlang des eingespannten Plattenrandes aus. Die Form des Plattenrandes und die Größe der Lastaufstandsfläche sind dafür entscheidend, ob die entlang

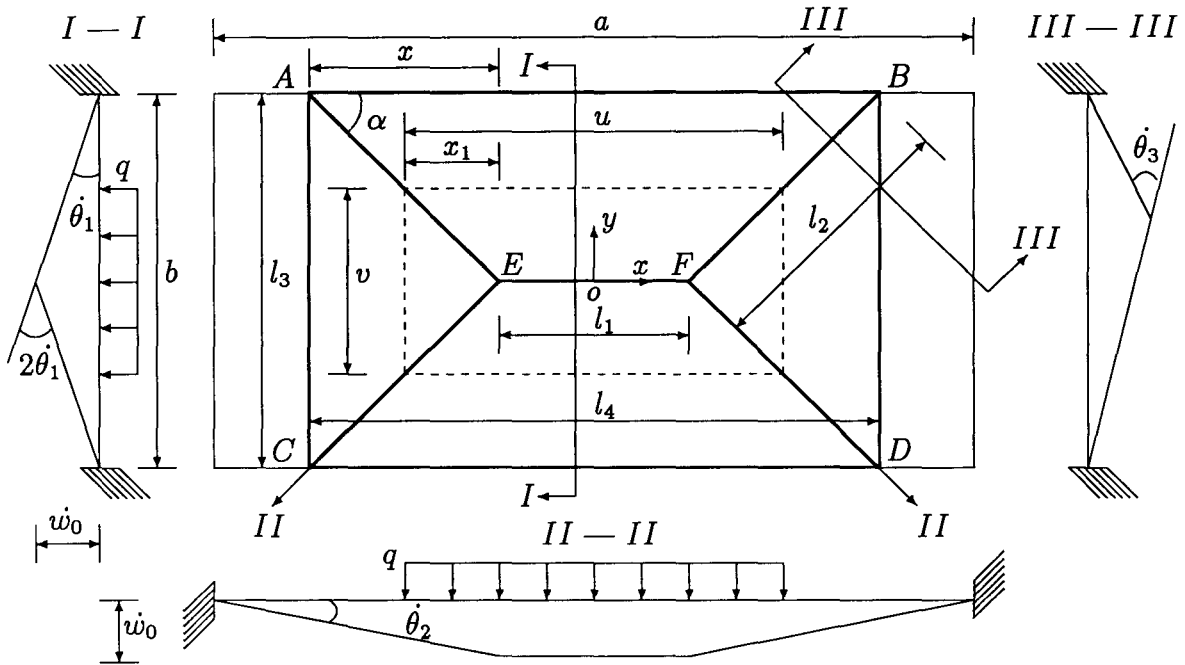


Abb. 3.2: Fließmechanismus einer allseitig eingespannten Rechteckplatte mit Teilflächenlast

des Plattenrandes verlaufende plastische Fließgelenklinie dem ganzen eingespannten Plattenrand folgt, oder ob sie zum Platteninneren hin abweicht. Bei der in Abb. 3.2 dargestellten Platte wird die Umfangsfließgelenklinie so angenommen, daß sie an der kürzeren Seite bis zum Erreichen der inneren Fließgelenklinien verläuft und an der längeren Seite die beiden inneren Fließgelenklinien miteinander verbindet (Abb. 3.2 \overline{AC} bzw. \overline{BD}). Die nicht von den Umfangsfließgelenklinien eingeschlossenen Plattenteile werden als elastisch betrachtet. Da die Einspannung an der Fließgelenklinie l_3 wegen der benachbarten elastischen Teile nicht so groß ist, wird angenommen, daß das Grenzmoment an der Fließgelenklinie l_3 kleiner als das Fließmoment M_0 wird. Das Grenzmoment an diesen Fließgelenklinien wird so definiert:

$$M_0' = m M_0, \quad (3.23)$$

wobei m den Einspanngrad bezeichnet. Aus der Geometrie der Platte und der Lastaufstandsfläche wird m als:

$$m = \frac{u}{a} \quad (3.24)$$

definiert. Ausgehend von diesem Fließmechanismus ist die Traglast einer allseitig eingespannten Platte durch Anwendung der virtuellen Geschwindigkeit bestimmbar. Bei einer Durchbiegungsgeschwindigkeit der Fließgelenklinie \overline{EF} um den virtuellen Betrag \dot{w}_0 ergibt sich nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten die innere Leistung zu

$$D = M_0(l_1 \cdot 2\dot{\theta}_1 + 4l_2 \cdot \dot{\theta}_3 + 2l_3 \cdot m\dot{\theta}_2 + 2l_4 \cdot \dot{\theta}_1). \quad (3.25)$$

Mit Berücksichtigung von $l_3 = b$, $l_4 = u + 2(x - x_1)$, $\dot{\theta}_2 = \frac{\dot{w}_0}{x}$ und Gl. (3.7) erhält man

$$D = 8M_0\dot{w}_0 \left(\frac{u - 2x_1}{b} + \frac{2x}{b} + \frac{1 + m}{2} \frac{b}{2x} \right). \quad (3.26)$$

Die Darstellung der äußeren Leistung L bleibt unverändert wie in Gl. (3.10). Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit erhält man die Traglast für eine allseitig eingespannte Rechteckplatte dann zu

$$P_T = 8M_0 \frac{\frac{u - 2x_1}{b} + \frac{1 + m}{2} \frac{b}{2x} + \frac{2x}{b}}{1 - \frac{v}{2b} - \frac{x_1 v}{3ub}}, \quad (3.27)$$

wobei wiederum für x und x_1 die Definitionen nach Gl. (3.12) einzusetzen sind. Die kleinste obere Eingrenzung der Traglast kann durch die Minimierung von P_T unter der Berücksichtigung von α aus Gl. (3.14) ermittelt werden. Der optimale Winkel α lautet:

$$\tan(\alpha) = \frac{(m+1) \frac{v^2}{6ub} + \sqrt{\left[(m+1) \frac{v^2}{6ub} \right]^2 + (m+1) \left(2 - \frac{v}{b} \right) \left(1 - \frac{3v}{2b} + \frac{2v^2}{3b^2} \right)}}{(m+1) \left(1 - \frac{v}{2b} \right)}. \quad (3.28)$$

Setzt man den optimalen Winkel α in Gl. (3.27) ein, erhält man die Traglast einer allseitig eingespannten Rechteckplatte mit Teilflächenlast

$$P_T = 8M_0 \frac{\frac{u}{b} - \frac{v}{b \cdot \tan(\alpha)} + \frac{1 + m}{2} \tan(\alpha) + \frac{1}{\tan(\alpha)}}{1 - \frac{v}{2b} - \frac{v^2}{6ub \cdot \tan(\alpha)}}. \quad (3.29)$$

Für den Fall, daß $u = a$ und $v = b$ ist, wird $m = 1.0$ und $\tan(\alpha) = \frac{1}{\xi}$, $\beta_1 = \frac{b}{a}$ und $\xi = -\beta_1 + \sqrt{3 + \beta_1^2}$. Aus Gl. (3.29) erhält man dann die Traglastintensität zu

$$q_T = \frac{P_T}{ab} = \frac{48M_0}{b^2 \xi^2}. \quad (3.30)$$

Dieses Ergebnis stimmt mit der Lösung von *Wood* [17] für eine allseitig eingespannte Platte überein. Wenn $a = b$ ist, wird $m = 1.0$, $\beta_1 = 1.0$, $\xi = 1.0$ und $\tan(\alpha) = 1.0$. Die entsprechende Traglastintensität beträgt dann

$$q_T = \frac{48M_0}{b^2}. \quad (3.31)$$

Für den Grenzfall, daß $u = a \rightarrow \infty$ ist, wird $m = 1.0$. Aus Gl. (3.29) ergibt sich die Traglast eines eingespannten Plattenstreifens mit einer Teilstreckenlast:

$$P_T = q_T v = \frac{8M_0}{b} \frac{1}{1 - \frac{v}{2b}}. \quad (3.32)$$

Setzt man $v = 0$ in Gl. (3.32) ein, erhält man die Traglast eines eingespannten Plattenstreifens mit einer Punktlast zu

$$P_T = \frac{8M_0}{b}, \quad (3.33)$$

und mit $v = b$ ergibt sich die Traglastintensität eines eingespannten Plattenstreifens mit einer Streckenlast zu

$$q_T = \frac{16M_0}{b^2}. \quad (3.34)$$

Gl. (3.33) und Gl. (3.34) sind identisch mit der bekannten Lösung nach der plastischen Balkentheorie.

Wenn eine Punktlast in der Mitte der Platte wirkt ($u = v = 0$ und $m = 0$), ermittelt man aus Gl. (3.28) $\tan(\alpha) = \sqrt{2}$. Mit Gl. (3.29) ergibt sich die Traglast zu

$$P_T = 8\sqrt{2}M_0 \approx 11.31M_0. \quad (3.35)$$

3.4 Berücksichtigung der Membranwirkung für eine frei drehbar gelagerte Platte

Zahlreiche Versuchsergebnisse von *Clarkson* [21], *Hooke* [27], *Weiß* [31], *Sandvik* [32] und *Jackson* [35] zeigen, daß eine normal belastete Platte oberhalb der von der Fließgelenktheorie berechneten Traglast eine zusätzliche Tragfähigkeitsreserve besitzt, die in erster Linie von der Ausbildung eines stabilen Membranspannungszustandes herrührt und dementsprechend von den Randbedingungen, der Plattendicke und der Lastaufstandsfläche abhängig ist. Daneben spielt auch der Verfestigungseinfluß des Werkstoffes eine Rolle.

Clarkson [20] hat bei seinen Untersuchungen festgestellt, daß die Beanspruchung bei einer Durchbiegung bis zu 20% der Plattendicke nur von den Biegespannungen herrührt, während die Membranwirkung bei der Durchbiegung, die größer als 70% der Plattendicke ist, nicht mehr vernachlässigt werden darf. In diesem Fall besteht die gesamte innere dissipierte Energie aus zwei Teilen. Ein Teil rührt von der Biegung her, der andere von der Membranwirkung. *Sawczuk* behauptete in [22], daß eine Membranwirkung für ideal-plastischen Werkstoff nur entsteht, wenn die nach der Fließgelenktheorie berechnete Traglast überschritten wird.

Für eine durch eine Punktlast beanspruchte, frei drehbar gelagerte Platte bei einer Durchbiegung von $\frac{w}{t} \leq \frac{1}{2}$ nimmt *Rzhanitsyn* [19] an, daß sich die durch die Membranwirkung beeinflusste dissipierte Energie in der Fließgelenklinie i wie folgt abschätzen läßt:

$$D_i = \left(1 + \frac{w^2}{t^2}\right) M_0 \theta_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} \leq \frac{1}{2}. \quad (3.36)$$

Für eine durch eine verteilte Belastung beanspruchte, frei drehbar gelagerte Platte wird die durch Membranwirkung beeinflusste dissipierte Energie von *Jones* [25] mit

$$D_i = \left(1 + \frac{4w^2}{t^2}\right) M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.37)$$

und

$$D_i = \frac{4w}{t} M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} > \frac{1}{2} \quad (3.38)$$

vorgeschlagen. Da der durch die Membranwirkung beeinflusste dissipierte Energieanteil neben der Abhängigkeit von der Plattengeometrie, den Randbedingungen und dem Werkstoffverhalten auch von der Lastaufstandsfläche abhängt, wird die dissipierte Energie bei einer durch Teilflächenlast beanspruchten, frei drehbar gelagerten Platte wie folgt angenommen:

$$D_i = \left(1 + \frac{cw^2}{t^2}\right) M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.39)$$

und

$$D_i = \frac{c_1 w}{t} M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} > \frac{1}{2}, \quad (3.40)$$

wobei c und c_1 mit

$$c = 3\sqrt{\frac{u^2 + v^2}{a_1^2 + b^2}} + 1 \quad \text{und} \quad c_1 = 2 + \frac{c}{2} \quad (3.41)$$

angenommen werden. Dabei ist $a_1 = u + 2(x - x_1)$ die im Fließfeld beteiligte Plattenlänge. Mit dieser Annahme werden die Grenzfälle Punktlast nach *Rzhanitsyn* [19] und Flächenlast nach *Jones* [25] erfaßt, und an der Stelle, wo die Durchbiegung $\frac{w}{t} = \frac{1}{2}$ ist, können die Gl. (3.39) und Gl. (3.40) übereinstimmen. Die Parameter c und c_1 stellen den Membraneinfluß der Lastaufstandsflächen dar. Es wird auch angenommen, daß der grundlegende Fließmechanismus so ist, wie er aus der Fließgelenktheorie folgt und keine Wechselwirkung zwischen Momenten und Membran Kräften eintritt.

Aus diesen Annahmen ergibt sich für den Fall $\frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2}$ die innere Energiedissipation zu

$$\begin{aligned} D &= \int_l D_i ds \\ &= \int_0^{l_1} \left(1 + \frac{cw_0^2}{t^2}\right) M_0 2\dot{\theta}_1 ds + 4 \int_0^{l_2} \left(1 + \frac{cw_0^2}{t^2}\right) M_0 \dot{\theta}_3 ds. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Integriert man die Gl. (3.42) unter Berücksichtigung der geometrischen Bedingung $w = \frac{s}{l_2} w_0$, so erhält man:

$$D = 4M_0 \dot{w}_0 \left[\frac{u - 2x_1}{b} \left(1 + \frac{cw_0^2}{t^2}\right) + \left(\frac{b}{2x} + \frac{2x}{b}\right) \left(1 + \frac{cw_0^2}{3t^2}\right) \right], \quad (3.43)$$

wobei s die Koordinate entlang der entsprechenden Fließgelenklinie ist. Die Darstellung der äußeren Leistung hat sich nach Gl. (3.10) nach wie vor nicht geändert. Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit (Gl. (3.4)) erhält man die Last-Durchbiegungsbeziehung:

$$P = 4M_0 \frac{\frac{u - 2x_1}{b} \left(1 + \frac{cw_0^2}{t^2}\right) + \left(\frac{b}{2x} + \frac{2x}{b}\right) \left(1 + \frac{cw_0^2}{3t^2}\right)}{1 - \frac{v}{2b} - \frac{x_1 v}{3ub}} \quad \text{für } \frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.44)$$

Auf eine Indizierung von P wird verzichtet, da die Last stetig mit der maximal bleibenden Durchbiegung w_0 ansteigt.

Für den Fall $\frac{w_0}{t} > \frac{1}{2}$ ergibt sich die innere dissipierte Energie

$$\begin{aligned} D &= \int_l D_i ds \\ &= \int_0^{l_1} \frac{c_1 w_0}{t} M_0 2\dot{\theta}_1 ds + 4 \int_0^{s_1} \left(1 + \frac{cw^2}{t^2}\right) M_0 \dot{\theta}_3 ds \\ &\quad + 4 \int_{s_1}^{l_2} \frac{c_1 w}{t} M_0 \dot{\theta}_3 ds . \end{aligned} \quad (3.45)$$

Integriert man die Gl. (3.45) unter Berücksichtigung der geometrischen Bedingung $w = \frac{s}{l_2} w_0$ und der Integrationsgrenze $s_1 = \frac{t}{2w_0} l_2$ bei $w = \frac{t}{2}$, ergibt sich

$$D = 4M_0 \dot{w}_0 \left\{ \frac{u - 2x_1}{b} \frac{c_1 w_0}{t} + \left(\frac{b}{2x} + \frac{2x}{b}\right) \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{c}{24}\right) \frac{t}{w_0} + \frac{c_1}{2} \left(\frac{w_0}{t} - \frac{t}{4w_0}\right) \right] \right\} \quad (3.46)$$

Die äußere Leistung L ist nach Gl. (3.10) zu bestimmen. Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit erhält man die Last-Durchbiegungsbeziehung:

$$P = 4M_0 \frac{\frac{u - 2x_1}{b} \frac{c_1 w_0}{t} + \left(\frac{b}{2x} + \frac{2x}{b}\right) \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{c}{24}\right) \frac{t}{w_0} + \frac{c_1}{2} \left(\frac{w_0}{t} - \frac{t}{4w_0}\right) \right]}{1 - \frac{v}{2b} - \frac{x_1 v}{3ub}} \quad (3.47)$$

für $\frac{w_0}{t} > \frac{1}{2}$.

Mit der Annahme, daß die Durchbiegung w_0 keinen Einfluß auf den in Abb. 3.1 dargestellten Fließmechanismus hat, kann man anhand der Gl. (3.15) $\tan(\alpha)$ bestimmen und mit diesem optimierten Winkel α die Koordinaten x und x_1 ersetzen. Es sei erneut darauf hingewiesen, daß die Traglast P_T ohne Berücksichtigung der Membranwirkung unabhängig von der Durchbiegung der Platte ist.

Für den Fall, daß $u = a$ und $v = b$ ist, wird $\tan(\alpha) = \frac{1}{\zeta}$, $x = x_1 = \frac{b\zeta}{2}$, $c = 4$ und $c_1 = 4$. Als entsprechende Lastintensität-Durchbiegungsbeziehung erhält man dann

$$q = \frac{P}{ab} = \frac{24M_0}{b^2 \zeta^2} \left[1 + \frac{(3 - 2\zeta)^2 + \zeta 4w_0^2}{3 - \zeta} \frac{1}{3t^2} \right] \quad \text{für } \frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.48)$$

und

$$q = \frac{P}{ab} = \frac{24M_0}{b^2\xi^2} \left[1 + \frac{\zeta(\zeta-2)}{3-\zeta} \left(1 - \frac{t^2}{12w_0^2} \right) \frac{4w_0}{t} \right] \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > \frac{1}{2}, \quad (3.49)$$

wobei $\zeta = \beta_1\xi$ ist.

Gl. (3.48) und Gl. (3.49) sind identisch mit den Lösungen von *Jones* [26] für eine frei drehbar gelagerte Rechteckplatte mit einer Vollflächenlast. Weiterhin gilt: Wenn $a = b$ ist, dann ist $\beta_1 = 1.0$ und $\xi = 1.0$. Die Lastintensität–Durchbiegungsbeziehung wird damit

$$q = \frac{24M_0}{b^2} \left(1 + \frac{4w_0^2}{3t^2} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.50)$$

und

$$q = \frac{24M_0}{b^2} \left(\frac{2w_0}{t} + \frac{t}{6w_0} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > \frac{1}{2}. \quad (3.51)$$

Für den Grenzfall, daß $a \rightarrow \infty$ ist, wird $\beta_1 = 0$, $\xi = \sqrt{3}$ und $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Die entsprechende Lastintensität–Durchbiegungsbeziehung wird

$$q = \frac{8M_0}{b^2} \left(1 + \frac{4w_0^2}{t^2} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.52)$$

und

$$q = \frac{8M_0}{b^2} \frac{4w_0}{t} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > \frac{1}{2}. \quad (3.53)$$

Gl. (3.52) und Gl. (3.53) entsprechen den Lösungen für einen frei drehbar gelagerten Plattenstreifen mit einer Vollflächenlast.

Für den Fall, daß $u = a \rightarrow \infty$ ist, wird $c = 4$ und $c_1 = 4$. Die Belastung–Durchbiegungsbeziehung lautet dann

$$P = \frac{8M_0}{b} \frac{1 + \frac{4w_0^2}{t^2}}{2 - \frac{v}{b}} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.54)$$

und

$$P = \frac{8M_0}{b} \frac{\frac{4w_0}{t}}{2 - \frac{v}{b}} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > \frac{1}{2}. \quad (3.55)$$

Gl. (3.54) und Gl. (3.55) entsprechen den Lösungen eines unter Teilflächenbelastung stehenden, frei drehbar gelagerten Plattenstreifens unter Berücksichtigung der Membranwirkung.

Für den anderen Grenzfall mit $\nu = 0$ erhält man die Lösungen für einen unter einer Linienbelastung frei drehbar gelagerten Plattenstreifen mit

$$P = \frac{4M_0}{b} \left(1 + \frac{4w_0^2}{t^2} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.56)$$

und

$$P = \frac{4M_0}{b} \frac{4w_0}{t} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > \frac{1}{2}. \quad (3.57)$$

Wenn eine Punktlast auf eine Rechteckplatte wirkt ($u = v = 0$), dann wird $c = 1.0$, $c_1 = \frac{5}{2}$, $\tan \alpha = 1.0$, $x_1 = 0$ und $x = \frac{b}{2}$. Die entsprechende Last-Durchbiegungsbeziehung lautet dann

$$P = 8M_0 \left(1 + \frac{w_0^2}{3t^2} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (3.58)$$

und

$$P = 8M_0 \left(\frac{5w_0}{4t} + \frac{11t}{48w_0} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > \frac{1}{2}. \quad (3.59)$$

3.5 Berücksichtigung der Membranwirkung für eine allseitig eingespannten Platte

Für eine durch eine Vollflächenbelastung beanspruchte, allseitig eingespannte Platte wurde die durch die Membranwirkung dissipierte einheitliche Energie in der Fließgelenklinie i innerhalb der Platte von Jones [26] wie folgt vorgeschlagen:

$$D_i = \left(1 + \frac{3w^2}{t^2} \right) M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} \leq 1 \quad (3.60)$$

und

$$D_i = \frac{4w}{t} M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} > 1. \quad (3.61)$$

Um den Einfluß der Lastaufstandsflächen zu berücksichtigen, wird die dissipierte Energie wie folgt angenommen:

$$D_i = \left(1 + \frac{cw^2}{t^2} \right) M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} \leq 1 \quad (3.62)$$

und

$$D_i = \frac{c_1 w}{t} M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} > 1, \quad (3.63)$$

wobei

$$c = 2\sqrt{\frac{u^2 + v^2}{a_1^2 + b^2}} + 1 \quad \text{und} \quad c_1 = 2\left(1 + \frac{c}{3}\right). \quad (3.64)$$

Für den Fall $\frac{w_0}{t} \leq 1$ erhält man die dissipierte Energie innerhalb der Platte zu:

$$D_{In} = 2 \int_0^{l_1} \left(1 + \frac{cw_0^2}{t^2}\right) M_0 \dot{\theta}_1 ds + 4 \int_0^{l_2} \left(1 + \frac{cw^2}{t^2}\right) M_0 \dot{\theta}_3 ds, \quad (3.65)$$

wobei $w = \frac{sw_0}{l_2}$ ist. Diese Integration liefert

$$D_{In} = 4M_0 \dot{w}_0 \left[\frac{u - 2x_1}{b} \left(1 + \frac{cw_0^2}{t^2}\right) + \left(\frac{b}{2x} + \frac{2x}{b}\right) \left(1 + \frac{cw_0^2}{3t^2}\right) \right]. \quad (3.66)$$

Für die Berechnung der dissipierten Energie der Umfangsfließgelenklinien am Rand einer durch eine Vollflächenbelastung beanspruchten Platte schlägt *Jones* [26] vor, daß dieser Energieanteil nur in dem Plattenbereich berücksichtigt werden soll, in dem die Durchbiegung $w/t \leq 1.0$ ist. Im Bereich, in dem $w/t > 1.0$ ist, wird angenommen, daß nur die Membranwirkung eine Bedeutung hat. Entsprechend wird dieser Energieanteil bei einer unter Teilflächenbelastung stehenden eingespannten Platte wie folgt angenommen

$$D_i = \left(1 - \frac{cw^2}{3t^2}\right) M_0 \dot{\theta}_i \quad \text{mit} \quad \frac{w}{t} \leq 1. \quad (3.67)$$

Nach dem in Abb. 3.2 dargestellten Fließmechanismus lautet die an den Randfließgelenklinien \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{AC} und \overline{BD} dissipierte Energie

$$D_R = 4 \int_0^{\frac{b}{2}} D_1 dy + 4 \int_0^x D_2 dx' + 4 \int_0^{\frac{u-2x_1}{2}} D_3 dx'. \quad (3.68)$$

Dabei ist

$$\begin{aligned} D_1 &= m M_0 \dot{\theta}_2 \left(1 - \frac{cw_1^2}{3t^2}\right) \quad \text{mit} \quad w_1 = \frac{2w_0 y}{b} \\ &\quad \text{für} \quad x = \pm \frac{u + 2x - 2x_1}{2} \\ &\quad \text{und} \quad 0 < y < \frac{b}{2}; \end{aligned} \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned} D_2 &= M_0 \dot{\theta}_1 \left(1 - \frac{cw_2^2}{3t^2}\right) \quad \text{mit} \quad w_2 = \frac{w_0 x'}{x} \\ &\quad \text{für} \quad y = \pm \frac{b}{2} \\ &\quad \text{und} \quad 0 < x' < x; \end{aligned} \quad (3.70)$$

$$D_3 = M_0 \dot{\theta}_1 \left(1 - \frac{c w_0^2}{3t^2} \right) \quad \text{für } y = \pm \frac{b}{2}$$

$$\text{und } -\frac{u - 2x_1}{2} < x' < \frac{u - 2x_1}{2}. \quad (3.71)$$

Setzt man Gl. (3.69), Gl. (3.70) und Gl. (3.71) in die Gl. (3.68) ein und integriert diese, ergibt sich

$$D_R = 4M_0 \dot{w}_0 \left[\frac{u - 2x_1}{b} \left(1 - \frac{c w_0^2}{3t^2} \right) + \left(\frac{mb}{2x} + \frac{2x}{b} \right) \left(1 - \frac{c w_0^2}{9t^2} \right) \right]. \quad (3.72)$$

Addiert man Gl. (3.66) und Gl. (3.72), erhält man die gesamte innere dissipierte Energie:

$$D = D_{In} + D_R$$

$$= 8M_0 \dot{w}_0 \left[\frac{u - 2x_1}{b} \left(1 + \frac{c w_0^2}{3t^2} \right) + \frac{b}{2x} \left(\frac{m+1}{2} + \frac{3-m}{6} \frac{c w_0^2}{3t^2} \right) + \frac{2x}{b} \left(1 + \frac{c w_0^2}{9t^2} \right) \right]. \quad (3.73)$$

Die äußere Leistung L ist nach Gl. (3.10) nach wie vor zu bestimmen. Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit erhält man die Last-Durchbiegungsbeziehung in der Form

$$P = \frac{8M_0}{1 - \frac{v}{2b} - \frac{x_1 v}{3ub}} \left[\frac{u - 2x_1}{b} \left(1 + \frac{c w_0^2}{3t^2} \right) + \frac{b}{2x} \left(\frac{m+1}{2} + \frac{3-m}{6} \frac{c w_0^2}{3t^2} \right) + \frac{2x}{b} \left(1 + \frac{c w_0^2}{9t^2} \right) \right] \quad \text{für } \frac{w_0}{t} \leq 1. \quad (3.74)$$

Für den Fall $\frac{w_0}{t} > 1$ wird das Geschwindigkeitsfeld auf $\frac{w}{t} \leq 1$ und $\frac{w}{t} > 1$ verteilt. Damit ergibt sich die dissipierte Energie innerhalb der Platte zu

$$D_{In} = 2 \int_0^{l_1} \frac{c_1 w_0}{t} M_0 \dot{\theta}_1 ds + 4 \int_0^{s_1} \left(1 + \frac{c w^2}{t^2} \right) M_0 \dot{\theta}_3 ds$$

$$+ 4 \int_{s_1}^{l_2} \frac{c_1 w}{t} M_0 \dot{\theta}_3 ds. \quad (3.75)$$

Integriert man die Gl. (3.75) unter Berücksichtigung der geometrischen Bedingung $w = \frac{s}{l_2} w_0$ und der Integrationsgrenze $s_1 = \frac{t}{w_0} l_2$ bei $w = t$, ergibt sich

$$D_{In} = 8M_0 \dot{w}_0 \left[\frac{u - 2x_1}{b} \frac{c_1 w_0}{2t} + \left(\frac{b}{2x} + \frac{2x}{b} \right) \left(\frac{t}{2w_0} + \frac{ct}{6w_0} + \frac{c_1 w_0}{4t} + \frac{c_1 t}{4w_0} \right) \right]. \quad (3.76)$$

Da die an den Umfangsfließgelenklinien dissipierte Energie nur innerhalb des Bereiches, in dem die Durchbiegung $\frac{w}{t} \leq 1$ ist, berücksichtigt wurde, erhält man in diesem Bereich

$$D_R = 4 \int_0^{y_t} D_1 dy + 4 \int_0^{x_t} D_2 dx'. \quad (3.77)$$

Dabei sind D_1 und D_2 :

$$D_1 = m M_0 \dot{\theta}_2 \left(1 - \frac{c w_1^2}{3 t^2} \right) \quad \text{mit} \quad w_1 = \frac{2 w_0 y}{b}$$

$$\text{für} \quad x = \pm \frac{u + 2x - 2x_1}{2}$$

$$\text{und} \quad 0 < y < \frac{b}{2}; \quad (3.78)$$

$$D_2 = M_0 \dot{\theta}_1 \left(1 - \frac{c w_2^2}{3 t^2} \right) \quad \text{mit} \quad w_2 = \frac{w_0 x'}{x}$$

$$\text{für} \quad y = \pm \frac{b}{2}$$

$$\text{und} \quad 0 < x' < x. \quad (3.79)$$

$x_t = \frac{x t}{w_0}$ und $y_t = \frac{b t}{2 w_0}$ sind die Integrationsgrenzen, bei denen die Durchbiegung $\frac{w}{t} = 1$ wird. Setzt man Gl. (3.78) und Gl. (3.79) in die Gl. (3.77) ein und integriert, so ergibt sich

$$D_R = 8 M_0 \dot{w}_0 \left(\frac{m b}{2 x} + \frac{2 x}{b} \right) \left(1 - \frac{c}{9} \right) \frac{t}{2 w_0}. \quad (3.80)$$

Die gesamte innere dissipierte Energie der Platte ergibt sich dann zu

$$D = D_{In} + D_R$$

$$= 8 M_0 \dot{w}_0 \left\{ \frac{u - 2x_1 c_1 w_0}{b} \frac{1}{2t} + \frac{b}{2x} \left[\left(\frac{1+m}{2} + \frac{3-mc}{6 \cdot 3} \right) \frac{t}{w_0} \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{c_1}{4} \left(\frac{w_0}{t} - \frac{t}{w_0} \right) \right] + \frac{2x}{b} \left[\left(1 + \frac{c}{9} \right) \frac{t}{w_0} + \frac{c_1}{4} \left(\frac{w_0}{t} - \frac{t}{w_0} \right) \right] \right\}. \quad (3.81)$$

Die äußere Leistung L ist nach Gl. (3.10) nach wie vor zu bestimmen. Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit erhält man die Last-Durchbiegungsbeziehung in der Form:

$$P = \frac{8 M_0}{1 - \frac{v}{2b} - \frac{x_1 v}{3ub}} \left\{ \frac{u - 2x_1 c_1 w_0}{b} \frac{1}{2t} + \frac{b}{2x} \left[\left(\frac{1+m}{2} + \frac{3-mc}{6 \cdot 3} \right) \frac{t}{w_0} \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{c_1}{4} \left(\frac{w_0}{t} - \frac{t}{w_0} \right) \right] + \frac{2x}{b} \left[\left(1 + \frac{c}{9} \right) \frac{t}{w_0} + \frac{c_1}{4} \left(\frac{w_0}{t} - \frac{t}{w_0} \right) \right] \right\} \quad (3.82)$$

für $\frac{w_0}{t} > 1$.

Mit der Annahme, daß die Durchbiegung w keinen Einfluß auf den in der Abb. 3.2 dargestellten Fließmechanismus hat, kann man anhand Gl. (3.28) $\tan(\alpha)$ bestimmen und damit die Koordinaten x und x_1 ersetzen.

Für den Fall, daß $u = a$ und $v = b$ ist, wird $m = 1.0$, $\tan(\alpha) = \frac{1}{\xi}$, $x = x_1 = 0.5b\xi$, $c = 3$ und $c_1 = 4$. Die entsprechende Lastintensität–Durchbiegungsbeziehung ist dann

$$q = \frac{P}{ab} = \frac{48M_0}{b^2\xi^2} \left[1 + \frac{w_0^2 \zeta + (3 - 2\zeta)^2}{3t^2} \right] \quad \text{für } \frac{w_0}{t} \leq 1 \quad (3.83)$$

und

$$q = \frac{P}{ab} = \frac{48M_0}{b^2\xi^2} \frac{2w_0}{t} \left[1 + \frac{\zeta(2 - \zeta)}{3 - \zeta} \left(\frac{t^2}{3w_0^2} - 1 \right) \right] \quad \text{für } \frac{w_0}{t} > 1. \quad (3.84)$$

Gl. (3.83) und Gl. (3.84) stimmen mit der Lösung von Jones [26] für eine allseitig eingespannte Rechteckplatte unter einer Vollflächenlast überein. Wenn $a = b$ ist, wird $\beta_1 = 1.0$, $\xi = 1.0$, $\zeta = 1.0$ und $m = 1.0$. Die Lastintensität–Durchbiegungsbeziehung lautet dann

$$q = \frac{48M_0}{b^2} \left(1 + \frac{w_0^2}{3t^2} \right) \quad \text{für } \frac{w_0}{t} \leq 1 \quad (3.85)$$

und

$$q = \frac{48M_0}{b^2} \frac{2w_0}{t} \left(1 + \frac{t^2}{6w_0^2} \right) \quad \text{für } \frac{w_0}{t} > 1. \quad (3.86)$$

Gl. (3.85) und Gl. (3.86) stellen die Lastintensität–Durchbiegungsbeziehungen für eine allseitig eingespannte, quadratische Platte mit einer Vollflächenlast dar.

Für den Grenzfall, daß $a \rightarrow \infty$ ist, wird $\beta_1 = 0$, $\xi = \sqrt{3}$, $\zeta = 0$ und $m = 1.0$. Die entsprechende Lastintensität–Durchbiegungsbeziehung lautet dann

$$q = \frac{16M_0}{b^2} \left(1 + \frac{w_0^2}{t^2} \right) \quad \text{für } \frac{w_0}{t} \leq 1 \quad (3.87)$$

und

$$q = \frac{16M_0}{b^2} \frac{2w_0}{t} \quad \text{für } \frac{w_0}{t} > 1. \quad (3.88)$$

Gl. (3.87) und Gl. (3.88) entsprechen den Lösungen für einen allseitig eingespannten Plattenstreifen mit einer Vollflächenlast.

Für den Fall, daß $u = a \rightarrow \infty$ ist, wird $m = 1.0$, $c = 3.0$ und $c_1 = 4.0$. Die Belastung–Durchbiegungsbeziehung lautet

$$P = \frac{16M_0}{b} \frac{1 + \frac{w_0^2}{t^2}}{2 - \frac{v}{b}} \quad \text{für } \frac{w_0}{t} \leq 1 \quad (3.89)$$

und

$$P = \frac{16M_0}{b} \frac{2w_0}{2 - \frac{v}{b}} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > 1. \quad (3.90)$$

Gl. (3.89) und Gl. (3.90) entsprechen den Lösungen eines unter Teilflächenbelastung stehenden, allseitig eingespannten Plattenstreifens unter Berücksichtigung der Membranwirkung.

Für den anderen Grenzfall mit $v = 0$ erhält man die Lösungen für einen mit einer Linienbelastung stehenden allseitig eingespannten Plattenstreifen

$$P = \frac{8M_0}{b} \left(1 + \frac{w_0^2}{t^2} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq 1 \quad (3.91)$$

und

$$P = \frac{8M_0}{b} \frac{2w_0}{t} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > 1. \quad (3.92)$$

Wenn eine Punktlast wirkt ($u = v = 0$), wird $c = 1.0$, $c_1 = \frac{8}{3}$, $\tan(\alpha) = \sqrt{2}$, $x_1 = 0$ und $x = \frac{b}{2\sqrt{2}}$. Die entsprechende Last-Durchbiegungsbeziehung lautet dann

$$P = 8\sqrt{2}M_0 \left(1 + \frac{2}{9} \frac{w_0^2}{t^2} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq 1 \quad (3.93)$$

und

$$P = 8\sqrt{2}M_0 \left(\frac{w_0}{t} + \frac{2}{9} \frac{t}{w_0} \right) \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} > 1. \quad (3.94)$$

3.6 Der Fall $a/b > 1.0$ und $u/v < 1.0$

Unter den Bedingungen $a/b > 1.0$ und $u/v < 1.0$ ergibt sich ein anderer Fließmechanismus als der in Abb. 3.1 bzw. Abb. 3.2 dargestellte. Die in der Plattenmitte eintretende Fließgelenklinie sollte nicht mehr parallel zur längeren Seite a , sondern parallel zur kürzeren Seite b der Platte sein. In diesem Fall kann man näherungsweise einen ähnlichen Fließmechanismus wie in den o. g. Fällen aufbauen, indem angenommen wird, daß die Fließgelenklinien nur innerhalb einer quadratischen Fläche $b \cdot b$ entstehen. Abb. 3.3 bzw. Abb. 3.4 zeigen den in diesem Fall angenommenen Fließmechanismus. Aus beiden Abbildungen kann man die oben beschriebenen Verfahren wiederholen und die entsprechenden Gleichungen ableiten, indem die in der Tabelle 3.1 stehende Parameter substituiert werden.

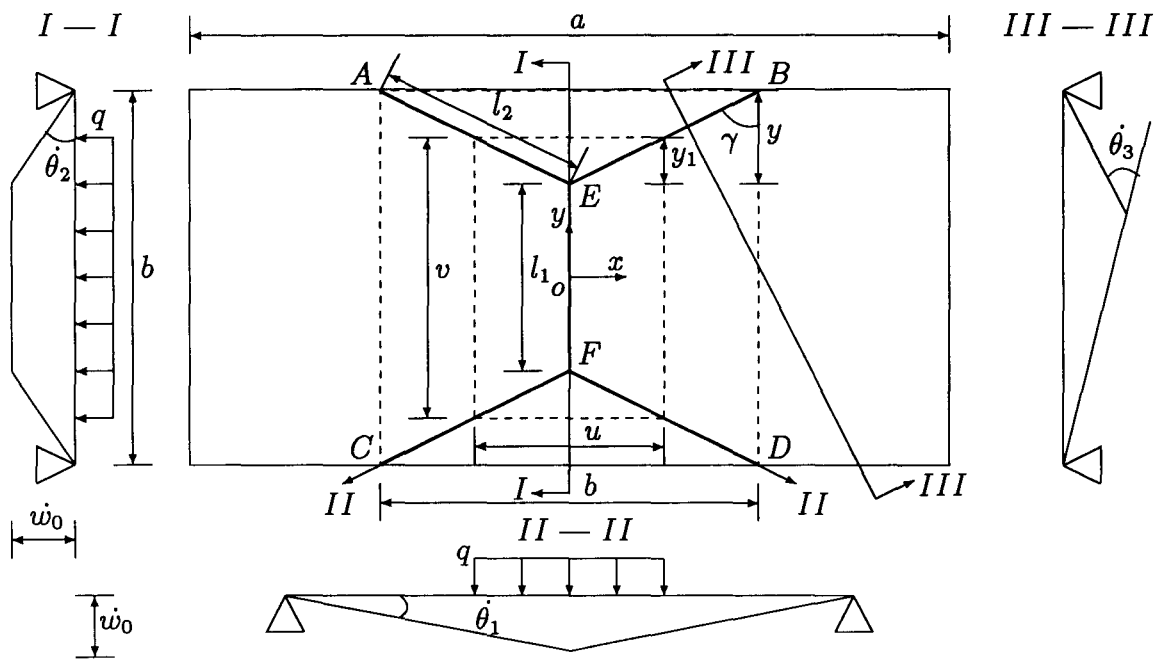


Abb. 3.3: Fließmechanismus einer Rechteckplatte, frei drehbar gelagert

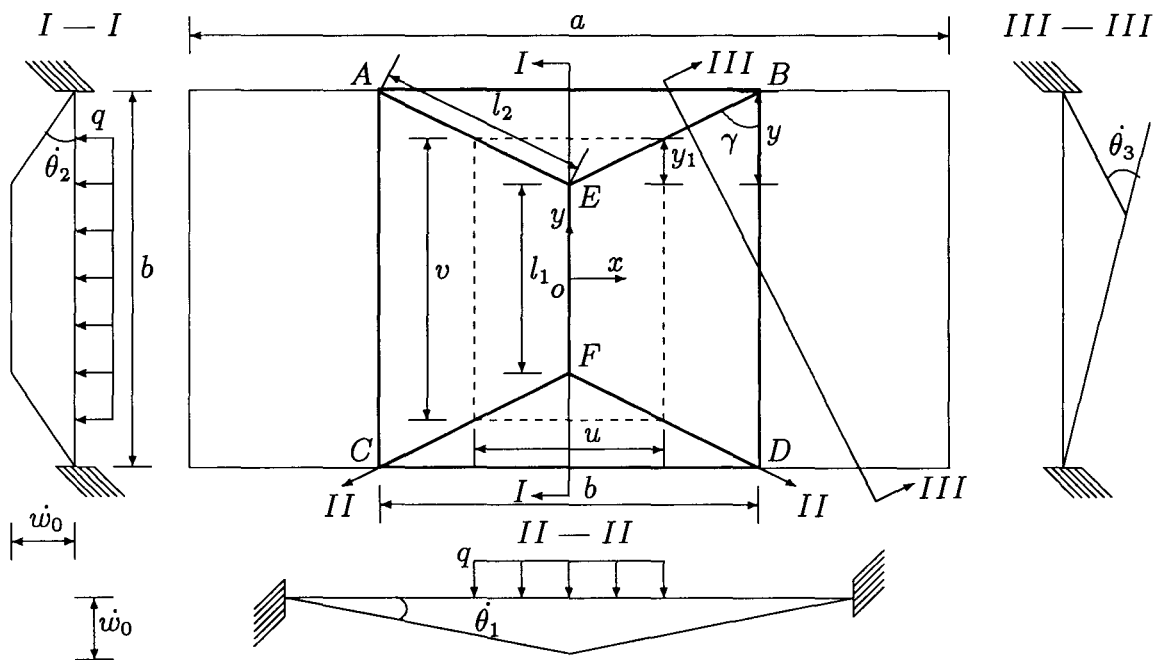


Abb. 3.4: Fließmechanismus einer Rechteckplatte, allseitig eingespannt

Seitenverhältnis	$\frac{a}{b} \geq 1.0$	
Aufstandsfläche	$\frac{u}{v} \geq 1.0$	$\frac{u}{v} < 1.0$
Fließmechanismus	Abb. 3.1 bzw. Abb. 3.2	Abb. 3.3 bzw. Abb. 3.4
Parameter	x	y
	x_1	y_1
	$\tan(\alpha)$	$\tan(\gamma)$
	u	v
	v	u
	$m = \frac{u}{a}$	$m = \frac{u}{b}$

Tabelle 3.1: Parametersubstitution bei unterschiedlichen Lastarten

3.7 Anmerkung

Die in diesem Kapitel nach der Fließgelenklinientheorie entwickelten Formeln für eine mit Teilflächenlast beanspruchte Platte mit unterschiedlichen Randbedingungen bieten folgende Vorteile:

- Das Fließgelenklinienmodell kommt der Wirklichkeit sehr nahe, da das für die beiden Grenzfälle (Vollflächen- und Punktbelastung) mit bisher bekannten Modellen übereinstimmt.
- Die Formeln erfassen die meisten Lastfälle (Punkt-, Linienbelastung, Teil- und Vollflächenbelastung) einer Rechteckplatte mit der frei drehbar gelagerten oder der allseitig eingespannten Randbedingung. Wichtige Parameter, z. B. geometrische Parameter wie α , t , v/b und u/v und werkstoffliche Parameter wie R_{eH} sind in den Formeln berücksichtigt.
- Die Formeln sind verhältnismäßig einfach anzuwenden. Man kann davon ausgehen, daß die parametrische Untersuchung verschiedener Platten- und Aufstandsflächengeometrien ohne Rechneinsatz durchgeführt werden kann.

4. Vergleich zwischen Traglastrechnung und nichtlinearer FE-Rechnung

4.1 Allgemeines

Da das Tragverhalten einer mit Teilflächenlast beanspruchten Rechteckplatte durch mehrere Parameter beeinflusst, ist die Überprüfung der in Kap. 3 entwickelten Lösung durch systematische, experimentelle Untersuchungen sehr zeit- und kostenaufwendig. Mit den vielseitigen Analyse- und Rechenmöglichkeiten werden in zunehmendem Maße Festigkeitsprobleme unter Erfassung nichtlinearer Effekte durch die Anwendung der *Finite-Elemente-Methode* untersucht. Dafür stehen heute vielseitige FE-Programmpakete zur Verfügung. Um die Richtigkeit der o. g. analytischen Lösung zu überprüfen, wurden entsprechend parametrisierte, nichtlineare FE-Rechnungen durchgeführt. Es wurde das Programmpaket *MARC* in der Version K4 verwendet. Mit Hilfe des Programms kann das Tragverhalten eines FE-Modells unter Berücksichtigung der werkstofflichen und geometrischen Nichtlinearitäten untersucht werden.

4.2 Erstellung der FE-Modelle

Beim Aufbau der FE-Modelle wurden Vierknoten-Schalenelemente (Typ 75) verwendet. Jeder Knoten hat 6 Freiheitsgrade. Für die Berechnungen wurde drei FE-Modelle erstellt. Die Modelle besitzen die Abmessungen mit $b = 600 \text{ mm}$, $t = 12 \text{ mm}$ und $a = 600, 1200$ und 1800 mm , die den Seitenverhältnissen von $a/b = 1.0, 2.0$ und 3.0 entsprechen. Dies sind typische Abmessungen der im Schiffbau eingesetzten, ausgesteiften Plattenfelder. Für die Werkstoffkennwerte wurde normalfester Schiffbaustahl mit einer Fließgrenze von 235 N/mm^2 und einem Elastizitätsmodul von $2.1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ eingesetzt. Es wurde mit der Fließbedingung nach *von Mises* gerechnet. Aufgrund der doppelten Symmetrie genügt es, für jedes Modell nur ein Viertel einer Platte zu idealisieren (Abb. 4.1). Neben den in den Symmetrieebenen gültigen Randbedingungen wurden am Rand der Platte zwei unterschiedliche Randbedingungen, nämlich frei drehbar gelagert und eingespannt, simuliert. Die Verschiebungen in der Plattenebene am Rand sind unterdrückt. Ausgewählt wurden die Lastfälle durch die Änderung der Parameter v/b oder u/a mit konstanten Verhältnissen von u/v und konstanten Teilflächenbelastungen $P = q \cdot u \cdot v$.

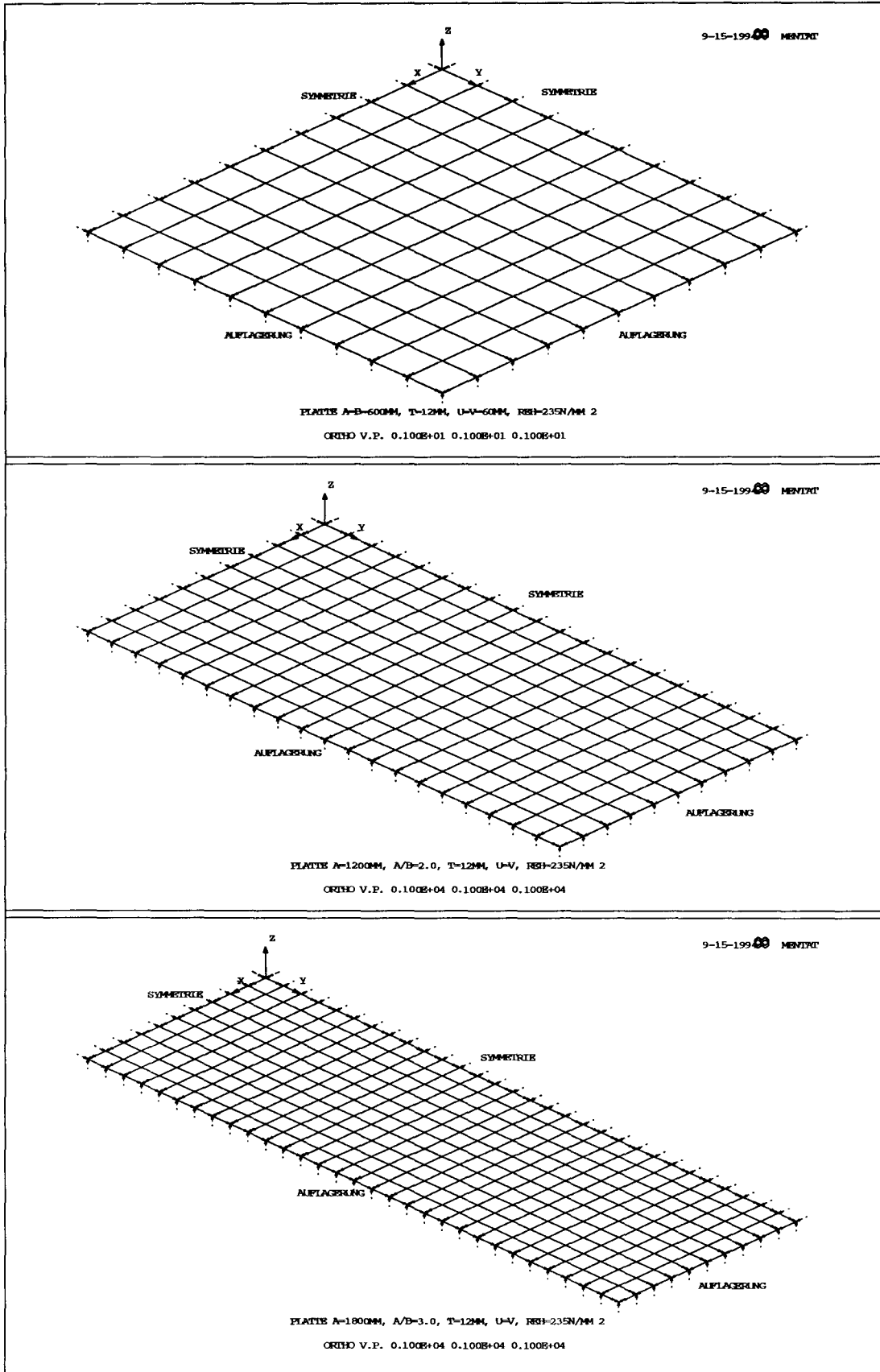


Abb. 4.1: FE-Modelle, $a/b = 1.0$, $a/b = 2.0$ und $a/b = 3.0$

4.3 Vergleich zwischen der FE-Rechnung und der geschlossenen Lösung nach Navier im elastischen Bereich

Um die Genauigkeit der FE-Rechnung zu überprüfen, wurde die FE-Rechnung zuerst im elastischen Bereich mit frei drehbar gelagerten Rändern durchgeführt. Ermittelt wurden die elastischen Grenzlaster, bei denen die maximale Vergleichsspannung σ_v die Fließgrenze R_{eH} erreicht. Die entsprechende analytische Lösung wurde durch Einsetzen der bekannten *Navier'schen Doppelreihenansätze* in die Differentialgleichung nach der elastischen *Kirchhoffschen Plattentheorie* ermittelt. In die Tabelle 4.1 sind die elastischen Grenzlaster $P_{e_{max}}$ und die entsprechenden maximalen Durchbiegungen $w_{e_{max}}$ in der Plattenmitte dargestellt. Für die Abmessungen der Platten- und Aufstandsflächen wurden beispielhaft die Verhältnisse von $a/b = u/v = 2.0$ bzw. 3.0 und v/b von 0.1 bis zu 1.0 ausgewählt. Es ist zu erkennen, daß die Abweichungen beider Verfahren in den meisten Fällen vernachlässigbar klein sind. Nur bei relativ kleinen Aufstandsflächen von $v/b \leq 0.2$ scheinen die FE-Modelle etwas steifer zu sein. Dies ist auf die relativ grobe FE-Vernetzung zurückzuführen.

v/b	$a/b = 2.0, u/v = 2.0$				$a/b = 3.0, u/v = 3.0$			
	$w_{e_{max}}$ [mm]		$P_{e_{max}}$ [kN]		$w_{e_{max}}$ [mm]		$P_{e_{max}}$ [kN]	
	FE	Nav.	FE	Nav.	FE	Nav.	FE	Nav.
0.1	3.93	3.70	22.70	21.27	4.33	4.11	24.82	23.51
0.2	4.79	4.70	29.36	28.76	5.27	5.19	33.20	32.60
0.3	5.46	5.41	36.42	36.01	5.92	5.87	42.08	41.64
0.4	5.97	5.94	44.04	43.70	6.36	6.33	51.84	51.46
0.5	6.35	6.32	52.54	52.24	6.66	6.63	62.99	62.61
0.6	6.62	6.60	62.35	62.06	6.86	6.84	76.04	75.65
0.7	6.82	6.80	73.99	73.69	7.00	6.98	91.60	91.16
0.8	6.94	6.92	88.14	87.82	7.09	7.07	110.41	109.91
0.9	7.01	7.00	105.80	105.43	7.14	7.13	133.51	132.92
1.0	7.03	7.02	128.37	127.93	7.16	7.14	162.40	161.70

Tabelle 4.1: Vergleich der elastischen FE-Rechnung mit der *Navier'schen* Lösung

4.4 Vergleich der analytischen Lösung ohne Berücksichtigung der Membranwirkung

Da Gl. (3.13) und Gl. (3.29) nur für die biegebeanspruchte Platte gelten, wurde die FE-Rechnung in diesem Abschnitt ohne Berücksichtigung der Membranwirkung, also ohne Berücksichtigung der geometrischen Änderung der belasteten Beplattung

durchgeführt. Abb. 4.2 zeigt das Last-Durchbiegungsverhalten mit $a/b = u/v = 1.0$ und $v/b = 0.0$ bis 1.0 bei frei drehbar gelagerten Plattenrändern. Man kann deutlich

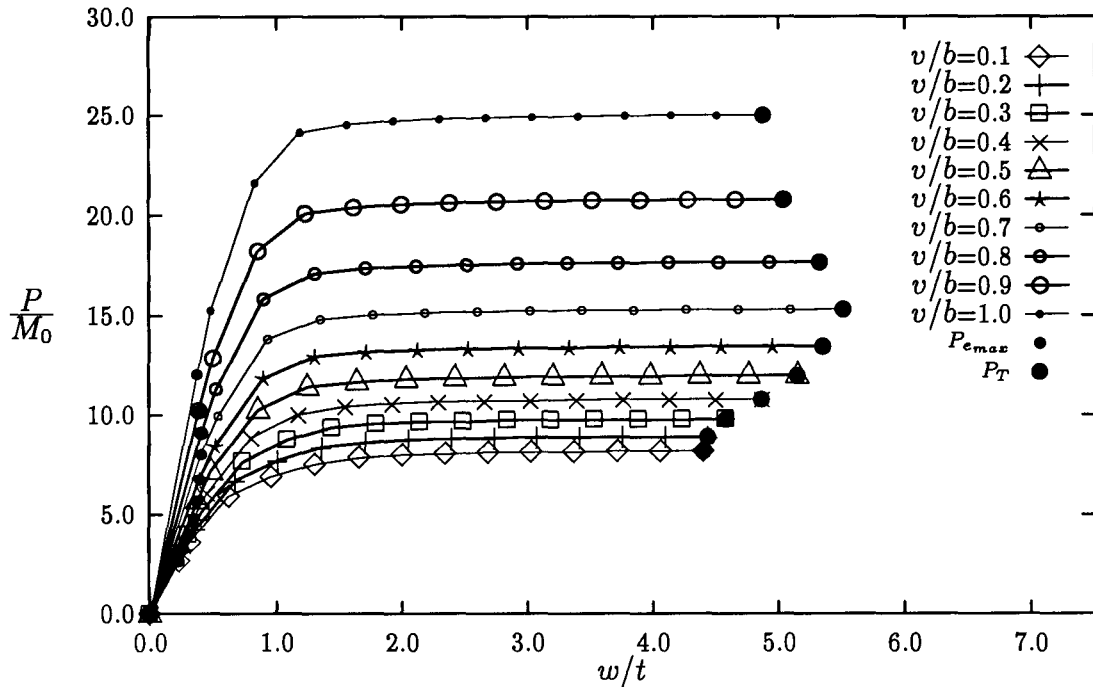


Abb. 4.2: Nichtlineare FE-Rechnungen, P - w Kurven, $a/b = u/v = 1.0$

erkennen, daß sich die Steifigkeit der Platte nach dem Überschreiten der elastischen Grenzlast $P_{e,max}$ reduziert. Da die Last P nach $w/t = 3.0$ mit weiter steigenden Durchbiegungen fast konstant bleibt, wird hier akzeptiert, daß die Last bei $w/t \approx 5.0$ als Traglast P_T bezeichnet wird. Man erkennt, daß diese Traglast durch Änderung der Aufstandsfläche sehr stark beeinflusst wurde.

Abb. 4.3 bis Abb. 4.10 geben den Vergleich zwischen der analytischen Lösung und der nichtlinearen FE-Rechnung mit verschiedenen a/b -, u/v - und v/b -Verhältnissen sowie mit frei drehbar gelagerten und eingespannten Rändern wieder, wobei die dimensionslose Traglast P_T/M_0 in Abhängigkeit von den Verhältnissen der Aufstandsflächen v/b dargestellt ist.

Für den Fall $a/b = u/v$ (Abb. 4.3 bis Abb. 4.5) kann man erkennen, daß die nach Gl. (3.13) berechnete Kurve die FE-Ergebnisse sehr gut erfaßt, während die mit Gl. (3.29) ermittelten Traglasten mit relativ kleinen Aufstandsflächen ($v/b \leq 0.5$) ca. 5% höher sind als die FE-Ergebnisse. Es ist auch zu erkennen, daß die Traglast für eingespannte Plattenränder unter einer Punktlast in der Plattenmitte ca. 50% höher ist als die mit frei drehbar gelagerten Plattenrändern, während sie sich unter gleichmäßig verteilter Belastung verdoppelt im Vergleich zu den frei drehbar gelagerten Rändern, obwohl die Seitenverhältnisse der Platten unterschiedlich sind.

Während die Zunahme der Traglast mit vergrößerten Aufstandsflächen v/b innerhalb des Bereiches $v/b \leq 0.5$ etwa linear verläuft, nimmt sie im Bereich $v/b > 0.5$ schnell zu.

In Abb. 4.6 und Abb. 4.7 ist das Tragverhalten der Platten mit quadratischen Aufstandsflächen ($u/v = 1.0$) mit $a/b = 2.0$ und 3.0 dargestellt. In diesem Fall stimmen die Traglastrechnungen mit den FE-Ergebnissen gut überein. Nur bei größeren Aufstandsflächen mit der eingespannten Randbedingung sind die mit Gl. (3.29) ermittelten Traglasten ca. 10% höher als die entsprechenden FE-Ergebnisse. Vergleicht man Abb. 4.6 mit Abb. 4.3, kann man erkennen, daß die Traglast einer quadratischen Platte bei gleichen Aufstandsflächen ca. 20% höher ist als die der Platte mit dem Seitenverhältnis $a/b = 2.0$, wenn $v/b = 1.0$ wird. Für den Grenzfall $v = 0.0$ werden die Platten mit einer parallel zur längeren Seite der Platte linienförmigen Belastung beansprucht. Nach den Gl. (3.21) und Gl. (3.27) steigt die Traglast mit länger werdender Linienlast linear (Abb. 4.8 bis Abb. 4.10). Für die Platten mit den Seitenverhältnissen $a/b = 2.0$ und 3.0 erfassen die Gleichungen das FE-Ergebnis gut. Für die quadratische Platte bei größeren u/a -Verhältnissen sind die nach Gl. (3.21) ermittelten Traglasten ca. 20% niedriger als die FE-Ergebnisse.

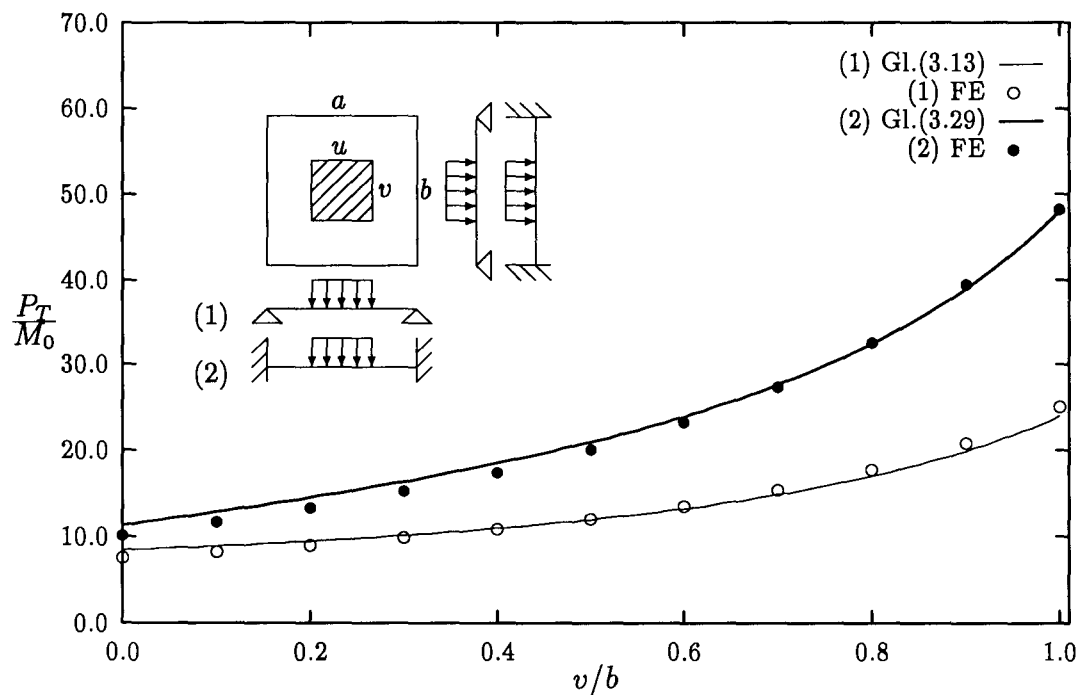


Abb. 4.3: Vergleich mit der nichtlinearen FE-Rechnung, $a/b = u/v = 1.0$

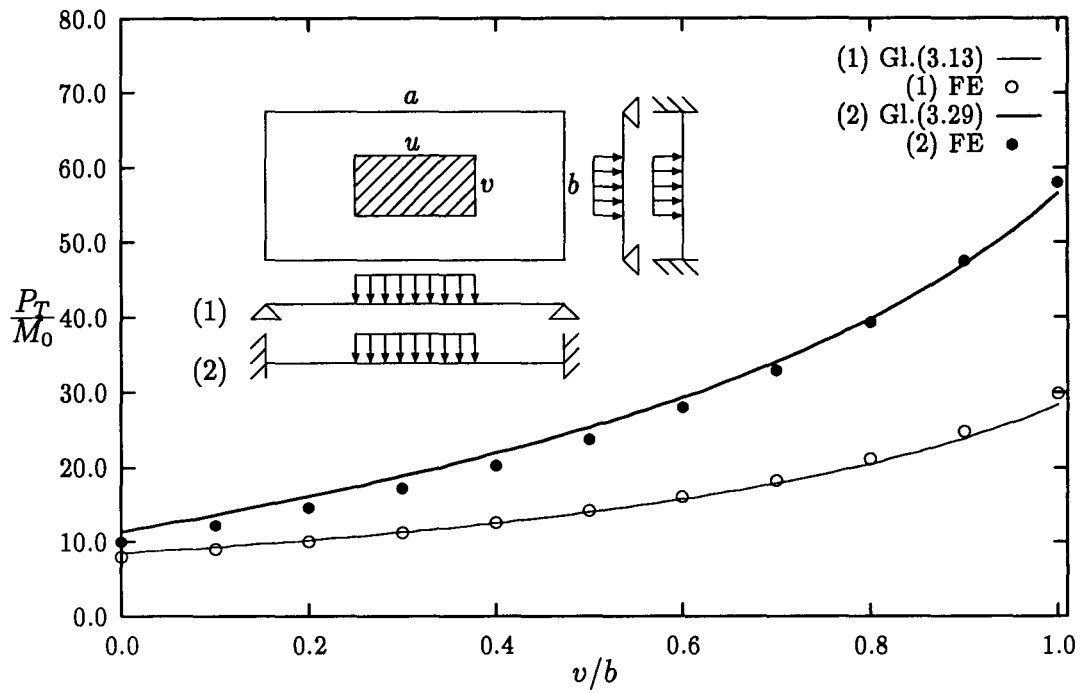


Abb. 4.4: Vergleich mit der nichtlinearen FE-Rechnung, $u/v = a/b = 2.0$

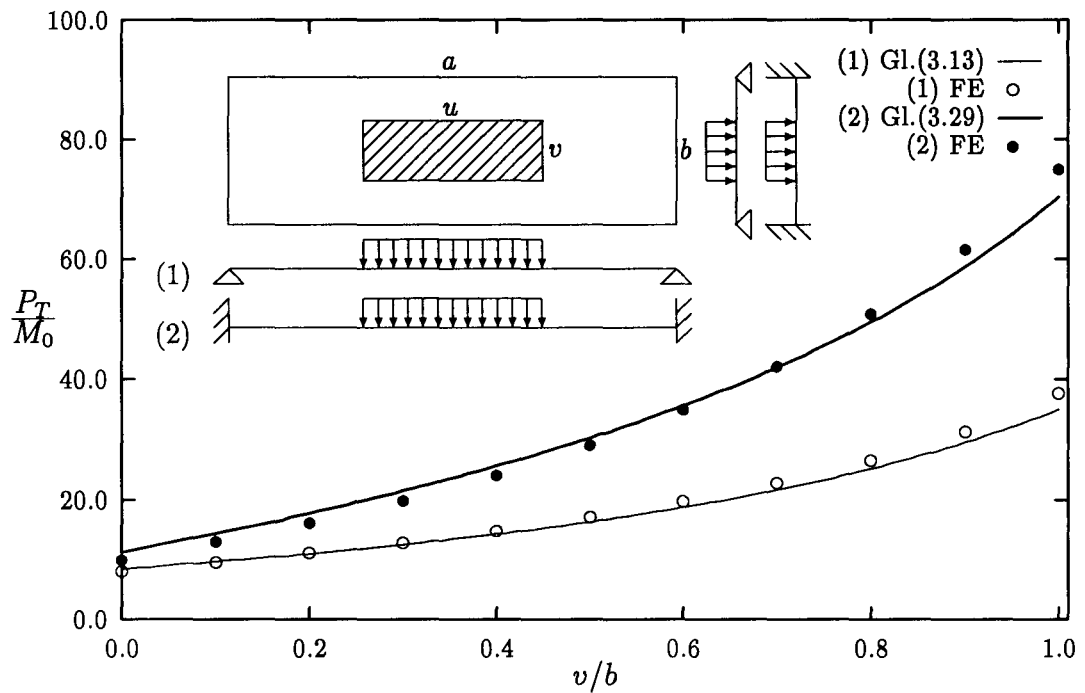


Abb. 4.5: Vergleich mit der nichtlinearen FE-Rechnung, $u/v = a/b = 3.0$

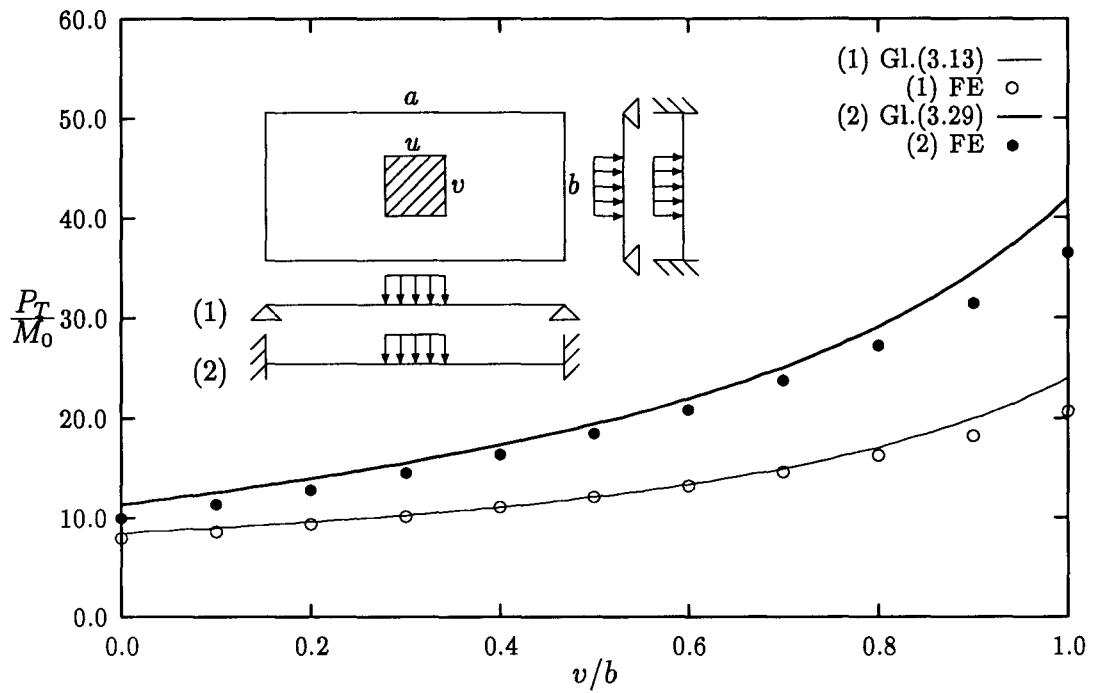


Abb. 4.6: Vergleich mit der nichtlinearen FE-Rechnung, $a/b = 2.0$, $u = v$

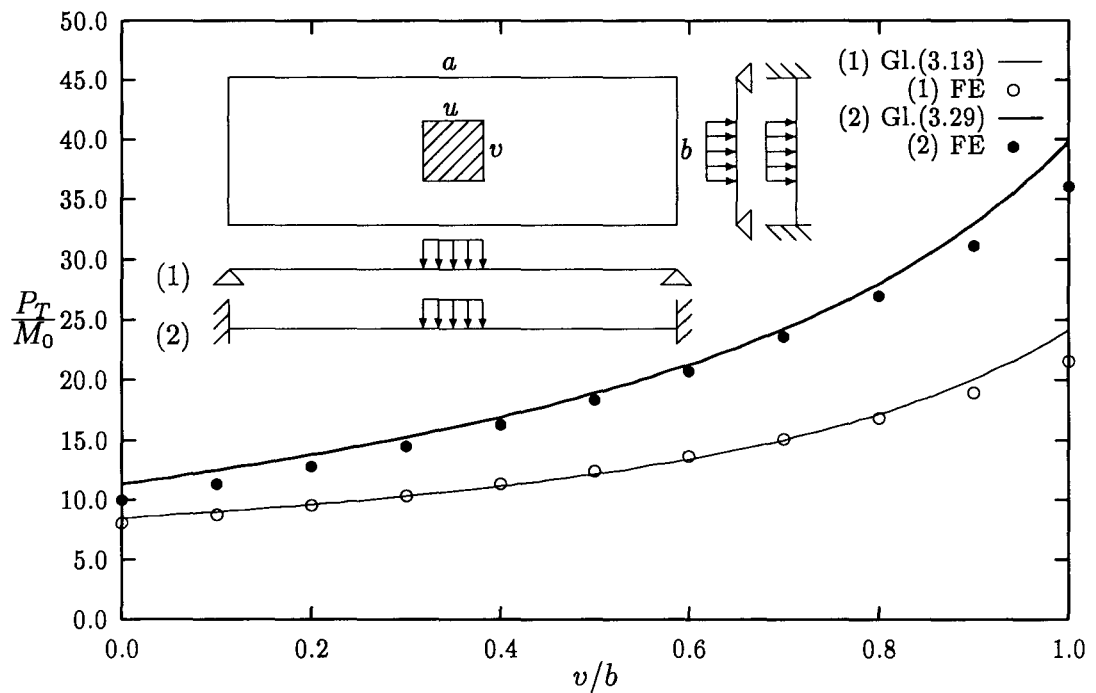


Abb. 4.7: Vergleich mit der nichtlinearen FE-Rechnung, $a/b = 3.0$, $u = v$

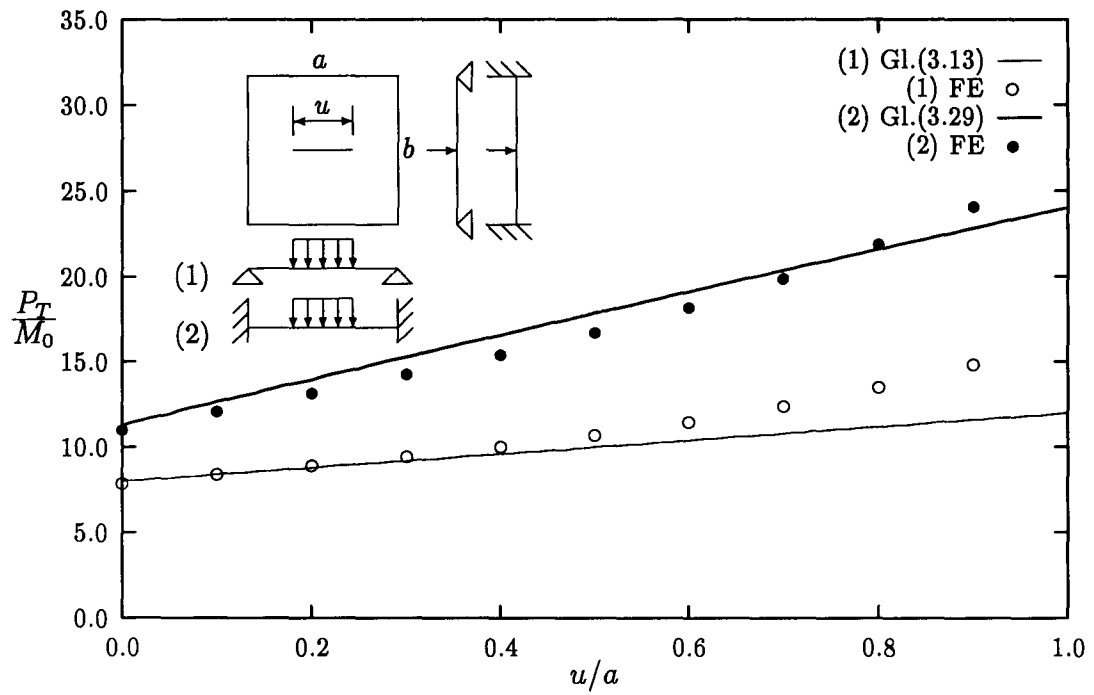


Abb. 4.8: Vergleich mit der nichtlinearen FE-Rechnung, $a/b = 1.0$, $\nu = 0.0$

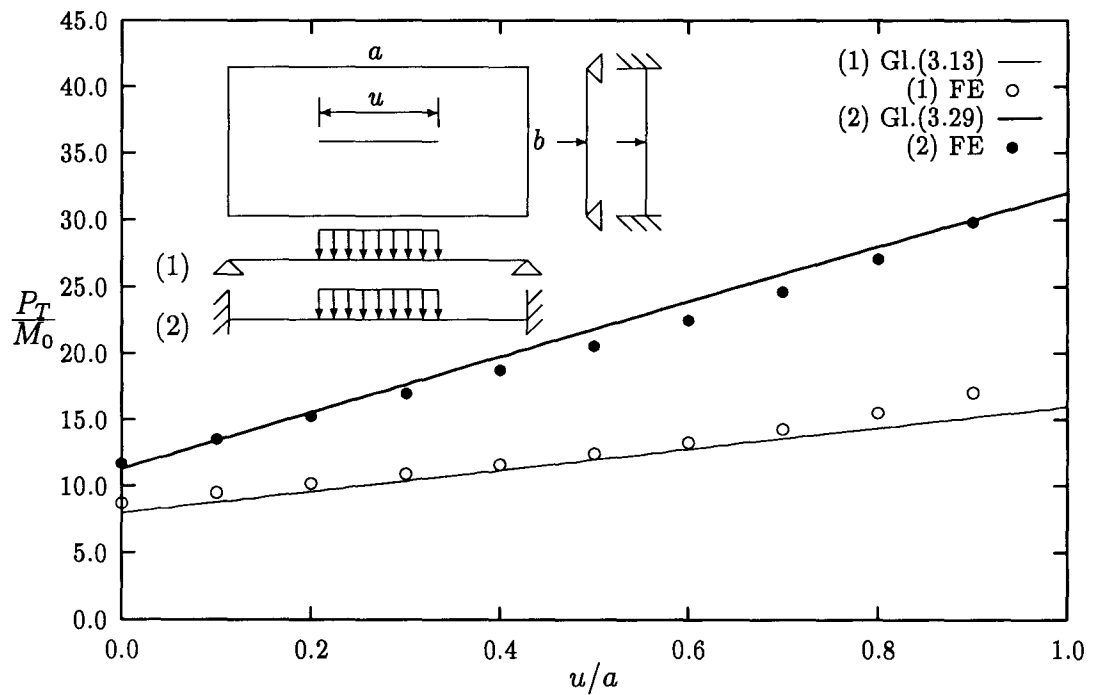


Abb. 4.9: Vergleich mit der nichtlinearen FE-Rechnung, $a/b = 2.0$, $\nu = 0.0$

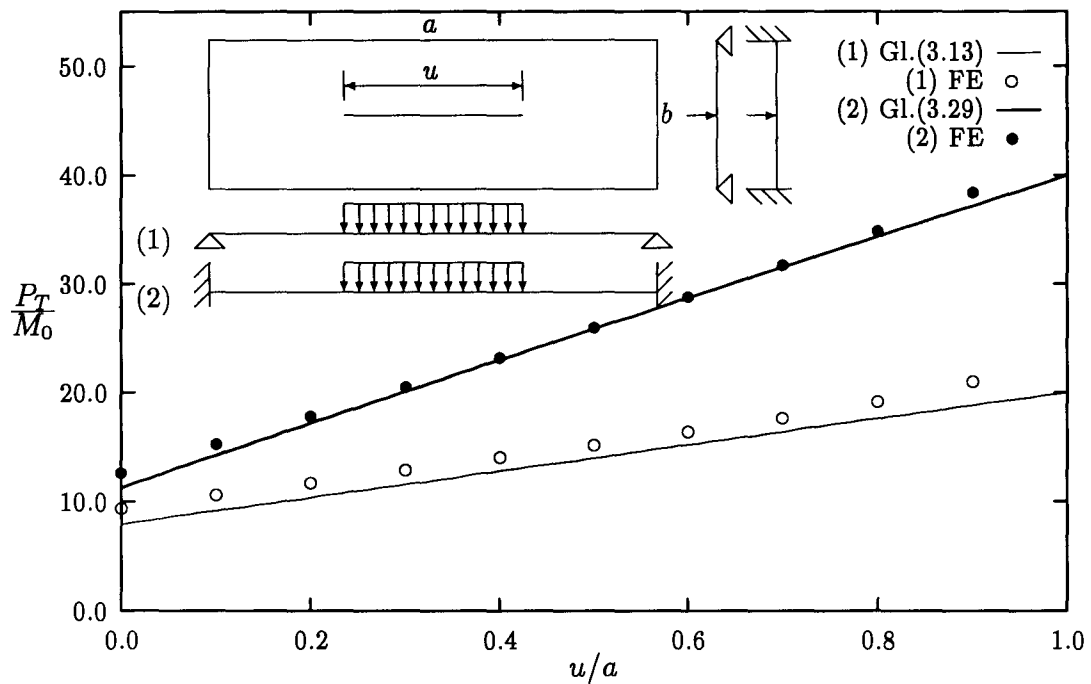


Abb. 4.10: Vergleich mit der nichtlinearen FE-Rechnung, $a/b = 3.0$, $v = 0.0$

4.5 Vergleich der Traglastrechnungen unter Berücksichtigung der Membranwirkung

Werden bei einer normal belasteten Platte die Verschiebungen in der Plattenebene beschränkt und nähert sich die Durchbiegung der Plattendicke an, treten unvernachlässigbare Membranspannungen in der Plattenebene auf. Diese Membranwirkung erhöht mit weiter steigender Belastung die Tragfähigkeit der Platte bis zum Erreichen der Zugfestigkeit des Werkstoffes oder bis zum Durchstanzversagen, wenn die Aufstandsfläche im Vergleich zum Plattenfeld relativ klein ist. Zur Beschreibung des Tragverhaltens einer Platte in diesem Zustand lassen sich Beziehungen zwischen der Belastung und der nach der Entlastung bleibenden Durchbiegung ($P-w_0$ Kurven) aufstellen.

Durch die Verwendung der *Updated Lagrange Methode* kann das FE-Programm *MARC* die geometrische Änderung der belasteten Platte berücksichtigen und die entsprechenden Membranspannungen bestimmen. Für die im letzten Abschnitt genannten 3 Lastfälle ($a/b = u/v$, $u = v$ und $v = 0.0$) wurden jeweils die Parameter $a/b = 1.0, 2.0, 3.0$ und $v/b = 0.1, 0.5, 1.0$ eingesetzt. Die bleibende Durchbiegung w_0 in der Plattenmitte wurde durch stufenweises Be- und Entlasten ermittelt.

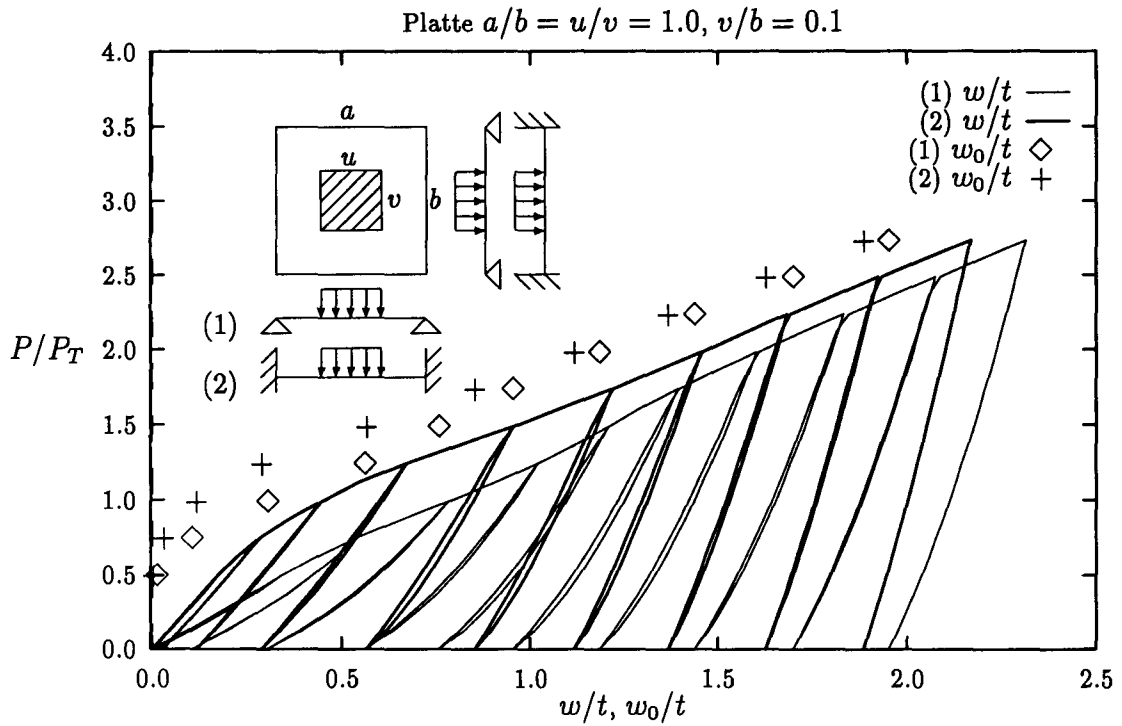


Abb. 4.11: Nichtlineare FE-Rechnungen, Be- und Entlastungszyklus

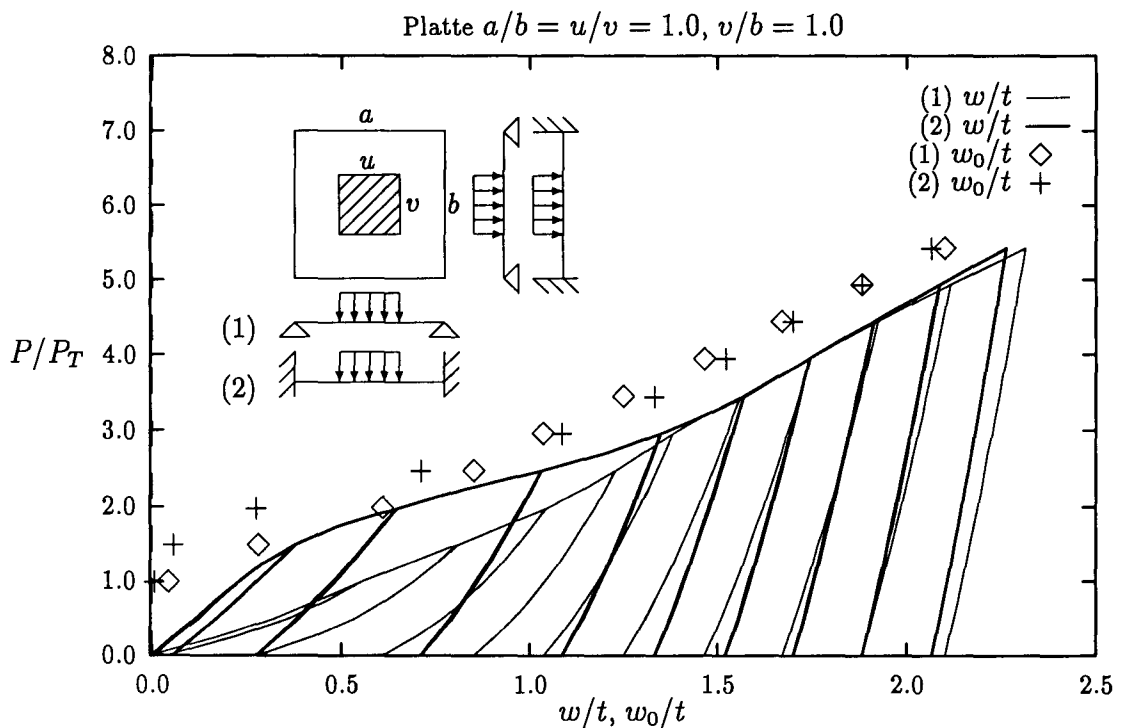


Abb. 4.12: Nichtlineare FE-Rechnungen, Be- und Entlastungszyklus

In Abb. 4.11 sind beispielsweise die Be- und Entlastungskurven gegenüber der

maximalen Durchbiegung w in der Plattenmitte unter der frei drehbar gelagerten und der eingespannten Randbedingung dargestellt, wobei die Parameter $a/b = 1.0$, $u/v = 1.0$ und $v/b = 0.1$ eingesetzt wurden, während sie in Abb. 4.12 unter Vollflächenbelastung ($v/b = 1.0$) eingetragen wurden. Die bleibenden Durchbiegungen w_0 in der Plattenmitte nach jedem Entlastungsvorgang sind ebenfalls in den Abbildungen wiedergegeben.

Aus der Abb. 4.11 kann man deutlich erkennen, daß die Durchbiegungen w und w_0 bei relativ kleiner Belastung in dem am Rand eingespannten Fall nur die Hälfte der in dem am Rand frei drehbar gelagerten Fall betragen. Bei größerer Belastung ($w/t \geq 1.5$ oder $w_0/t \geq 1.0$) werden sie annähernd gleich groß. Bis dahin wird ein plastischer Membranzustand im Plattenfeld aufgebaut, wobei die eingespannten Ränder durch die Plastizierung frei drehbar werden. Die Steigung der Kurven bleibt danach fast konstant.

Bemerkenswert ist auch, daß die Steigung der Entlastungs- und Belastungskurven mit der frei drehbaren Randbedingung vor dem plastischen Membranzustand eindeutig kleiner ist als mit der eingespannten Randbedingung. Eine Erklärung dafür ist, daß sich die eingespannten Ränder in dieser Phase in einem elasto-plastischen Zustand befinden, während die anderen noch frei drehbar sind. So werden die eingespannten Ränder beim Entlastungsvorgang durch die Behinderung der Verdrehung am Rand dazu beitragen, die elastische Verformung im Plattenfeld zurückzunehmen. Dadurch wird das Verhältnis w/w_0 mit frei drehbar gelagerten Rändern wesentlich größer als mit eingespannten, bis es zur Durchplastizierung der am Rand befindlichen Plattenquerschnitte (rein plastischer Membranzustand) kommt.

Im Gegensatz zu der kleinen Teilflächenlast wird die Platte unter Vollflächenbelastung bei gleichen Durchbiegungen mit einer wesentlich höheren Last beansprucht (Abb. 4.12). Der Beitrag durch die Teilplastizierung der eingespannten Ränder ist noch deutlicher zu sehen. Zu bemerken ist hier, daß der plastische Membranzustand bei einer fast gleichen Durchbiegung $w/t \approx 1.5$ oder $w_0/t \approx 1.0$ eingetreten ist wie in der Platte mit kleiner Teilflächenlast (Abb. 4.11). Das bedeutet also, daß das Eintreten des reinen plastischen Membranzustandes nicht von der Aufstandsfläche, sondern von der Durchbiegung w/t oder w_0/t abhängt.

Die in Abb. 4.13 bis 4.20 eingetragenden $P/P_T - w_0/t$ Verläufe zeigen den Vergleich zwischen den nichtlinearen FE-Rechnungen und den durch die mit der Fließgelenktheorie abgeleiteten Formeln errechneten Ergebnisse, wobei P_T die nach Gl. (3.13) ermittelte Traglast bei frei drehbarer Randbedingung ist.

Allgemein kann man aus den Vergleichsrechnungen erkennen, daß beide Rechenergebnisse im Bereich $w_0/t \leq 2.0$ befriedigend übereinstimmen. Die FE-Ergebnisse liegen in den meisten Fällen zwischen dem frei drehbar gelagerten und dem eingespannten Fall. Sie zeigen, daß der Unterschied in den bleibenden Durchbiegun-

gen zwischen beiden Randbedingungen unter kleiner Teilflächenlast nur innerhalb $w_0/t \leq 1.0$ erkennbar größer ist, während dies unter Vollflächenlast bei $w_0/t \leq 2.0$ von Bedeutung ist. Mit weiter steigender Belastung befinden sich die Platten in einem plastischen Membranzustand, in dem die Steigungen der Kurven konstant bleiben und das Tragverhalten der Platten unter den beiden Randbedingungen fast gleich ist.

In den Abb. 4.13 bis 4.15 sind für die Platten mit den Seiten- und Aufstandsflächenverhältnissen $a/b = u/v = 1.0, 2.0$ und 3.0 die Durchbiegungen w_0/t in Abhängigkeit von den Belastungen P/P_T dargestellt. Es ist zu sehen, daß die mit den einfachen Formeln ermittelten Ergebnisse in den meisten Fällen die FE-Rechnungen gut erfassen. Unter einer Vollflächenlast bei größeren Durchbiegungen ($w_0/t > 1.5$) liegen die nach den Formeln berechneten Kurven ca. 20% unterhalb der FE-Rechnungen. Der Grund dafür ist wahrscheinlich, daß die Lastübertragung auf den Randknoten der FE-Modelle, die vor allem von der FE-Elementierung abhängig ist, zu einer relativ kleinen Gesamtbelastung im Plattenfeld geführt hat.

In den Abb. 4.16 und Abb. 4.17 ist das Tragverhalten der Platten mit zunehmenden Seitenverhältnissen ($a/b = 2.0$ und 3.0) bei einem gleichen Aufstandsflächenverhältnis $u/v = 1.0$ für $v/b = 0.1, 0.5$ und 1.0 aufgetragen. In diesem Fall werden die analytischen Ergebnisse durch die FE-Rechnungen sehr gut wiedergegeben. Obwohl das Seitenverhältnis der Platte in beiden Abbildungen unterschiedlich ist, liefern beide Rechnungen fast gleiche Ergebnisse. So kann man feststellen, daß das Seitenverhältnis der Platte nur einen geringfügigen Einfluß auf das Tragverhalten hat. Diese Feststellung ist auch durch die experimentelle Untersuchung von *Jackson* [35] bestätigt worden.

Als ein Grenzfall ist das Tragverhalten der Platten unter einer Linienlast ($v = 0.0$) für unterschiedliche Seitenverhältnisse $a/b = 1.0, 2.0$ und 3.0 und verschiedene Längen der Lastlinien $u/a = 0.1, 0.5$ und 1.0 in den Abb. 4.18 bis Abb. 4.20 dargestellt. Selbst in diesem Fall konnten die nach der Fließgelenklinientheorie ermittelten $P/P_T - w_0/t$ Verläufe den FE-Ergebnissen innerhalb von $w_0/t \leq 2.0$ sehr gut folgen. Die Abweichungen beider Ergebnisse werden mit weiter steigenden Belastungen größer. Die Steigungen der nach der Fließgelenktheorie gerechneten Kurven im plastischen Membranzustand scheinen größer zu sein als die mit FE-Methode gerechneten.

An den oben dargestellten Abbildungen kann man auch die Bedeutung der Traglast P_T erkennen. Die zu P_T gehörigen bleibenden Durchbiegungen in der Plattenmitte bei sehr kleiner Aufstandsfläche $v/b = 0.1$ liegen nach den FE-Rechnungen in einem Bereich von $w_0/t \leq 0.3$, während sie bei größeren Aufstandsflächen $v/b = 0.5$ und 1.0 vernachlässigbar klein sind. Man kann davon ausgehen, daß die Traglast P_T eine Grenze bezeichnet, bei der die bleibenden Verformungen beginnen, wie es *Sawczuk* in [23] erläutert hat.

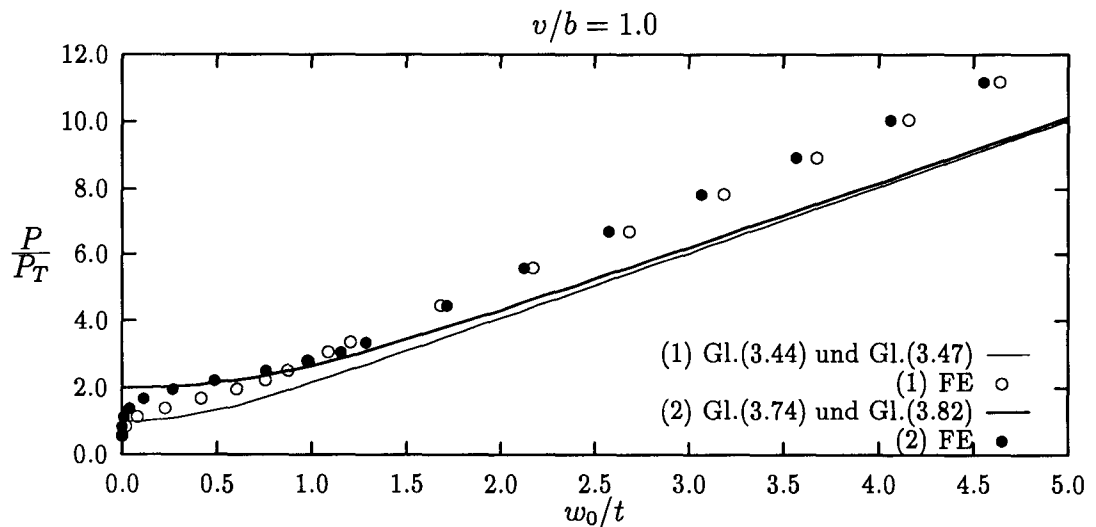
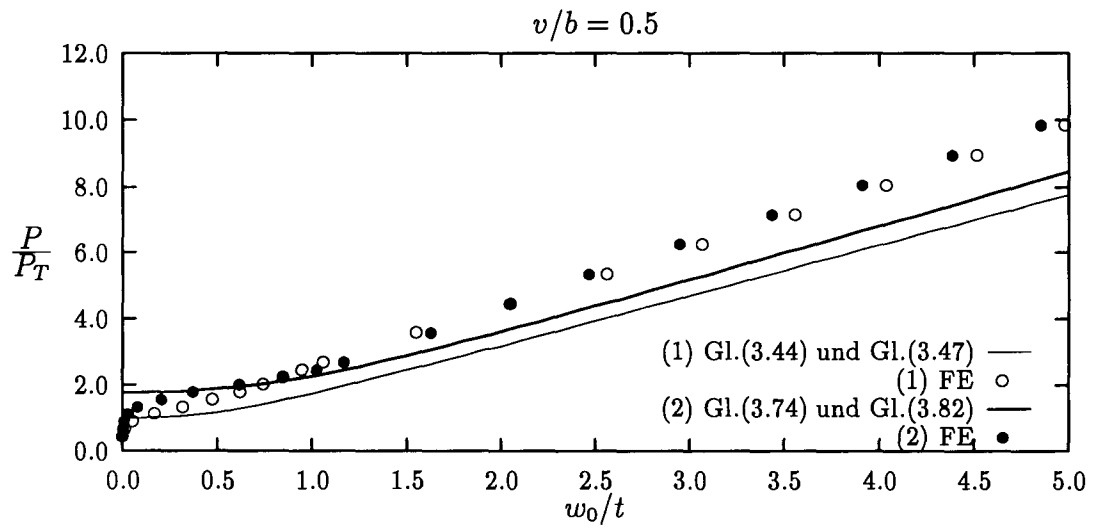
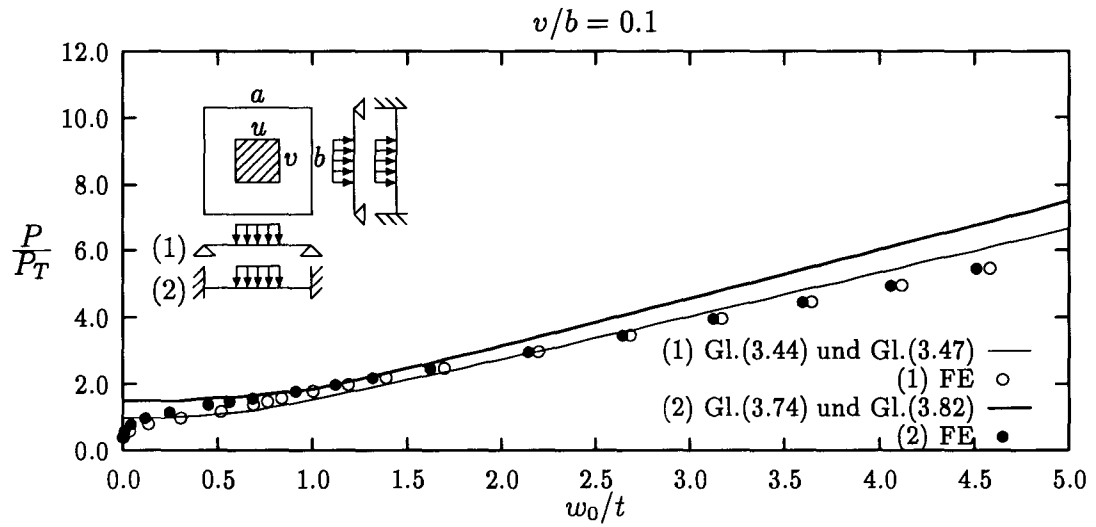


Abb. 4.13: P/P_T — w_0/t Verhalten, $a/b = u/v = 1.0$

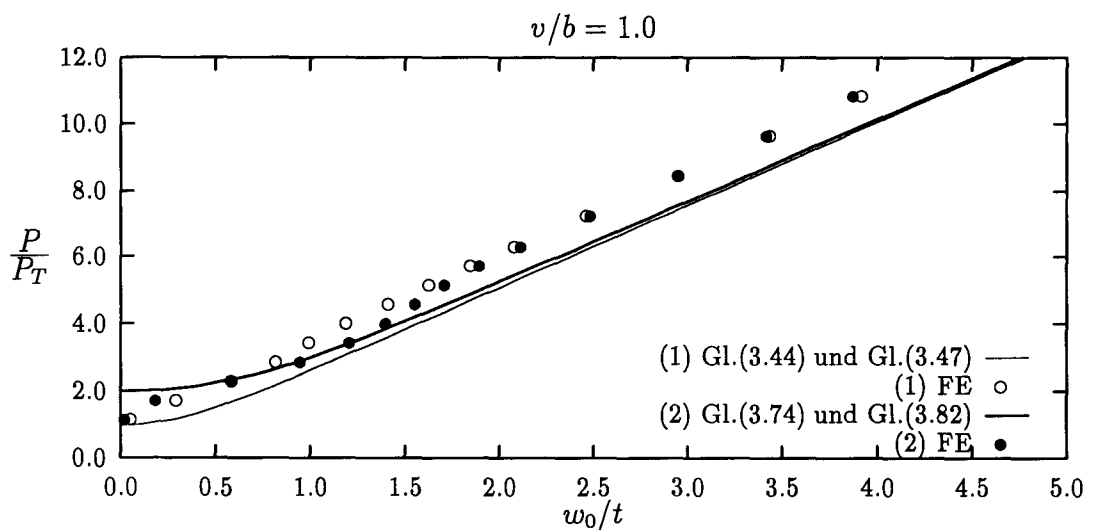
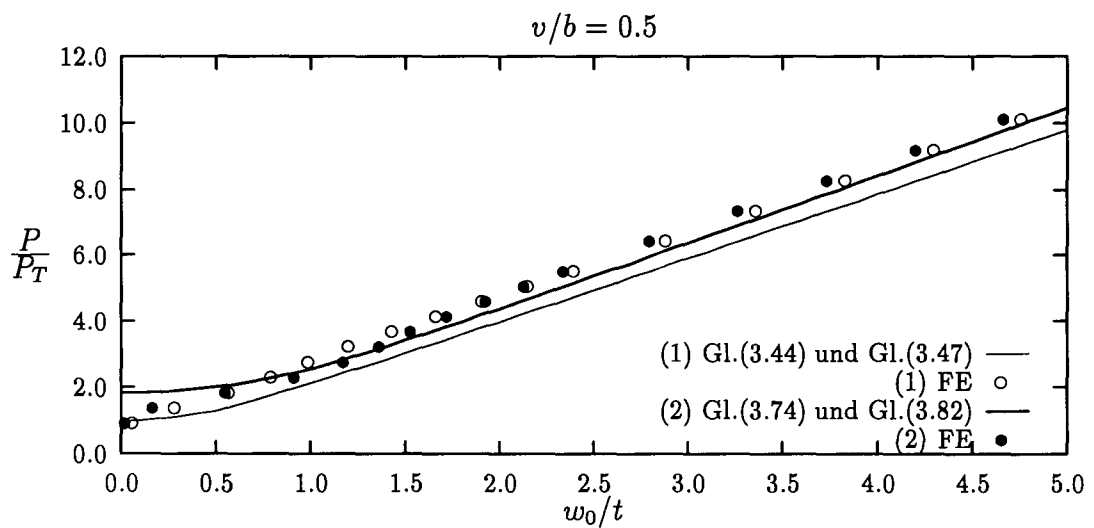
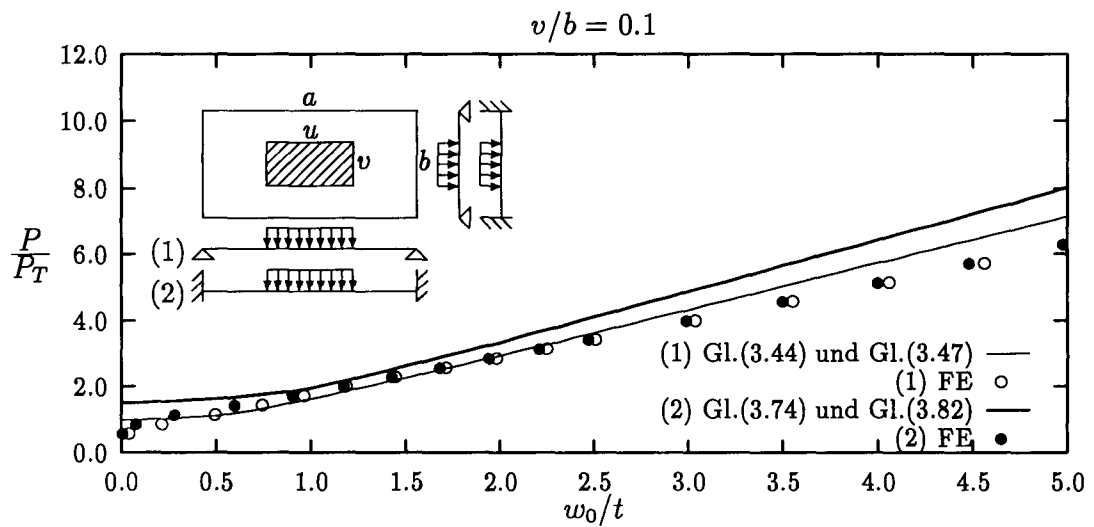


Abb. 4.14: $P/P_T - w_0/t$ Verhalten, $a/b = u/v = 2.0$

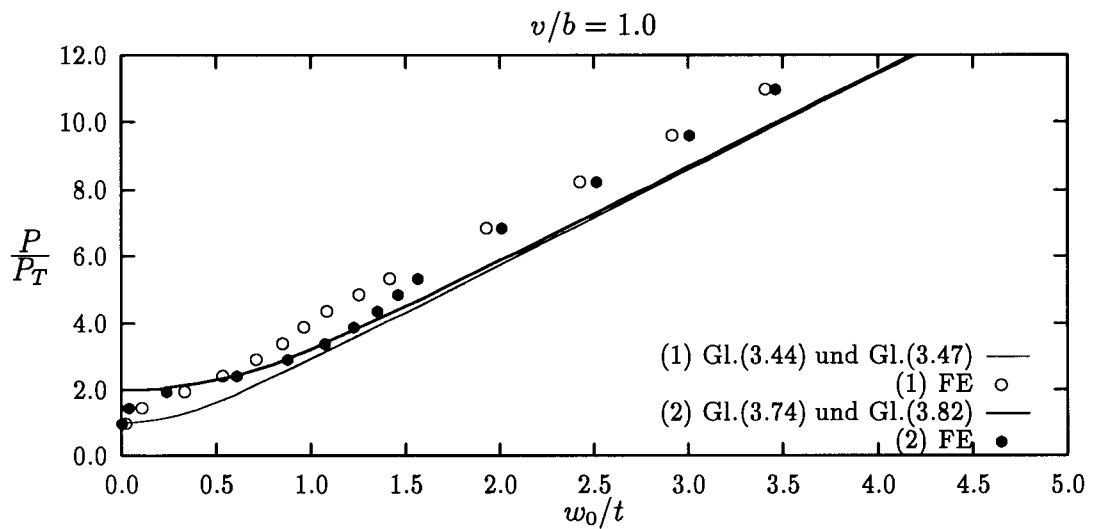
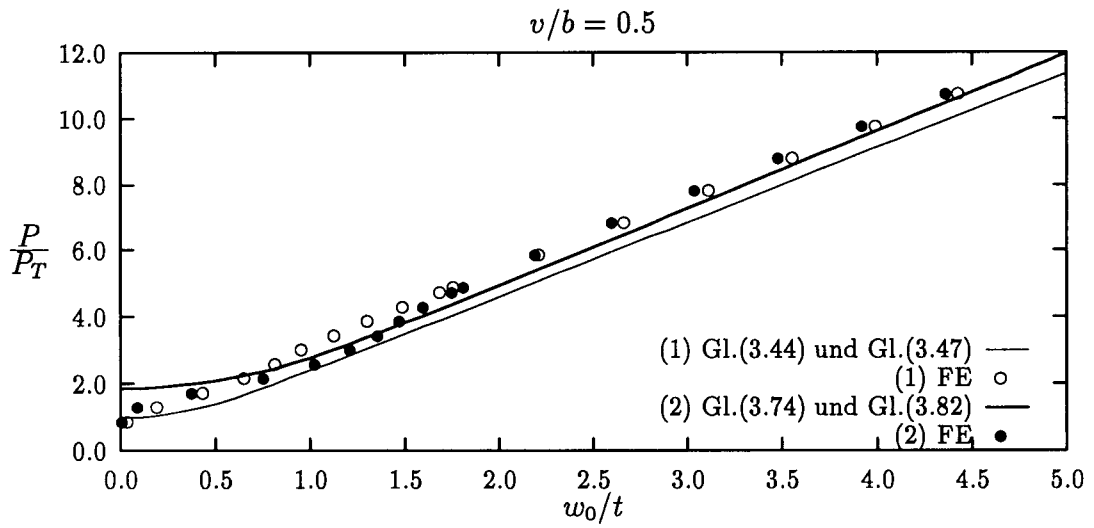
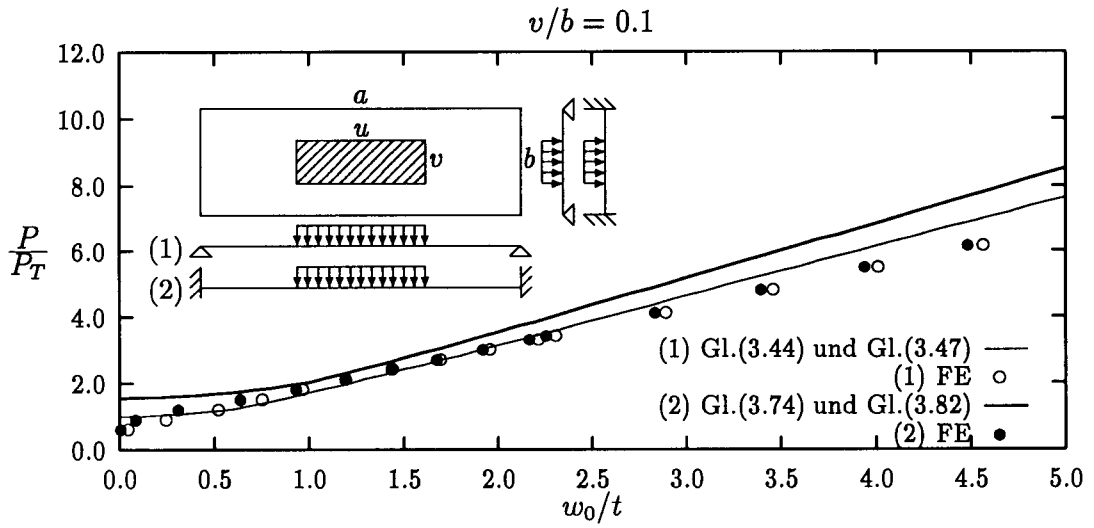


Abb. 4.15: P/P_T — w_0/t Verhalten, $a/b = u/v = 3.0$

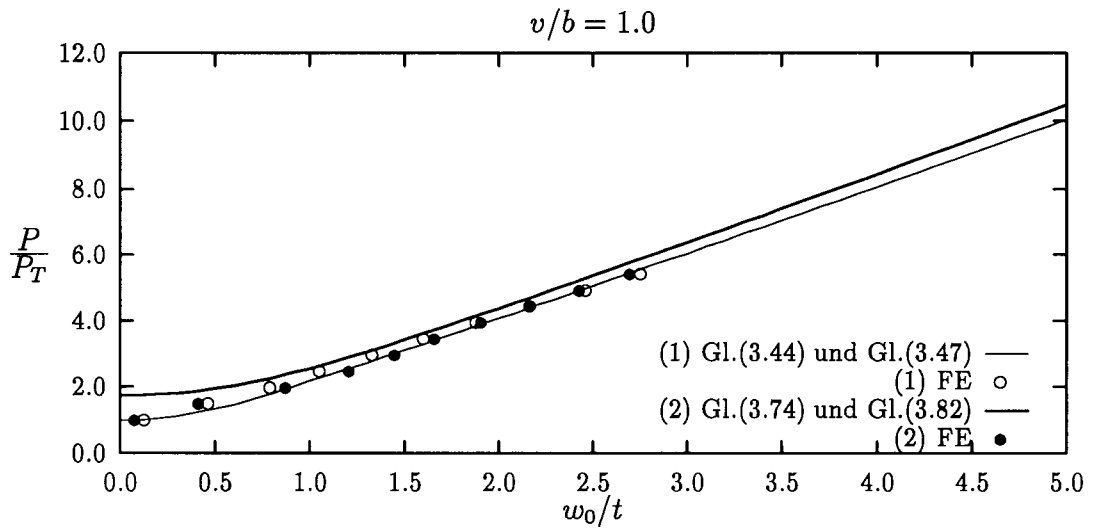
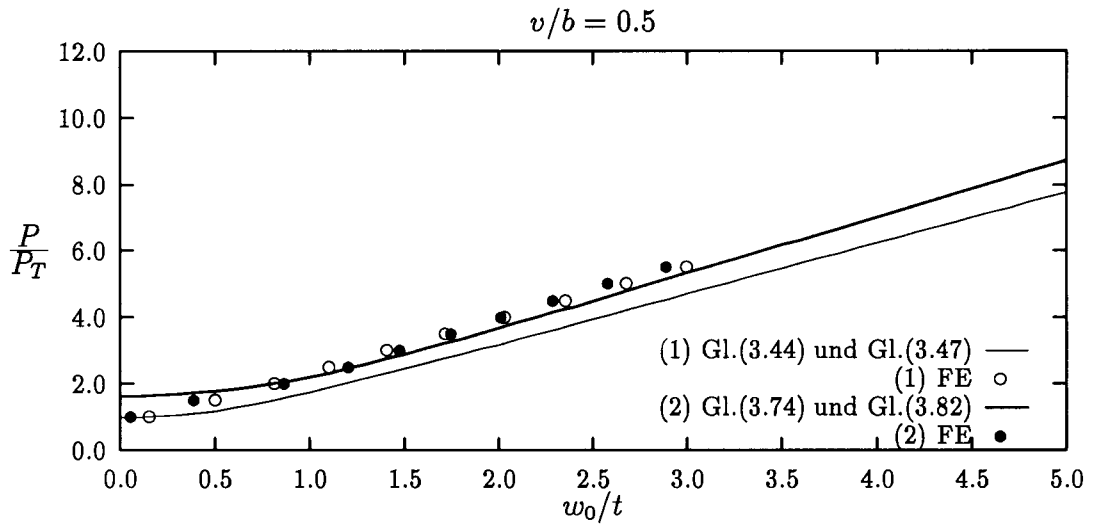
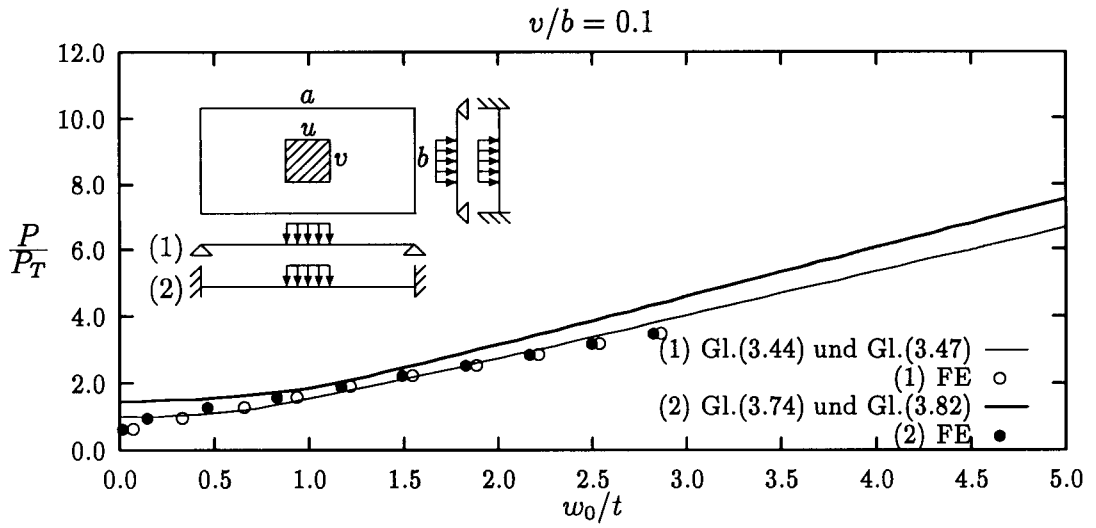


Abb. 4.16: P/P_T — w_0/t Verhalten, $a/b = 2.0$, $u = v$

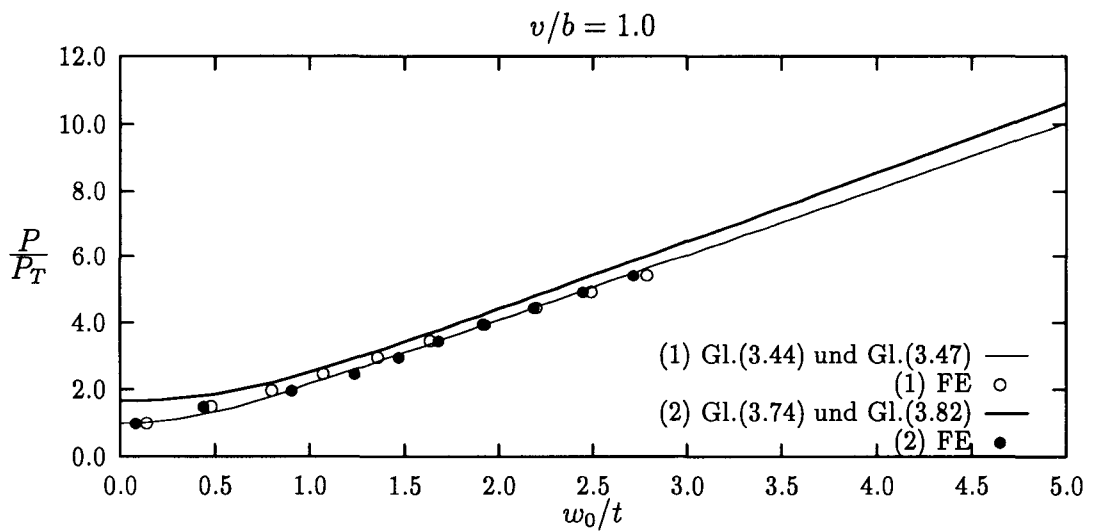
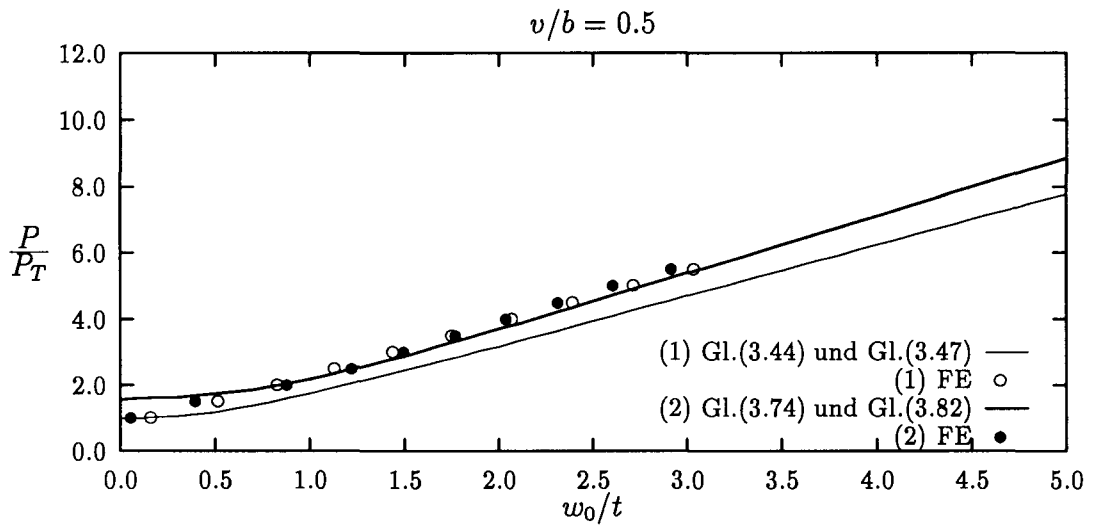
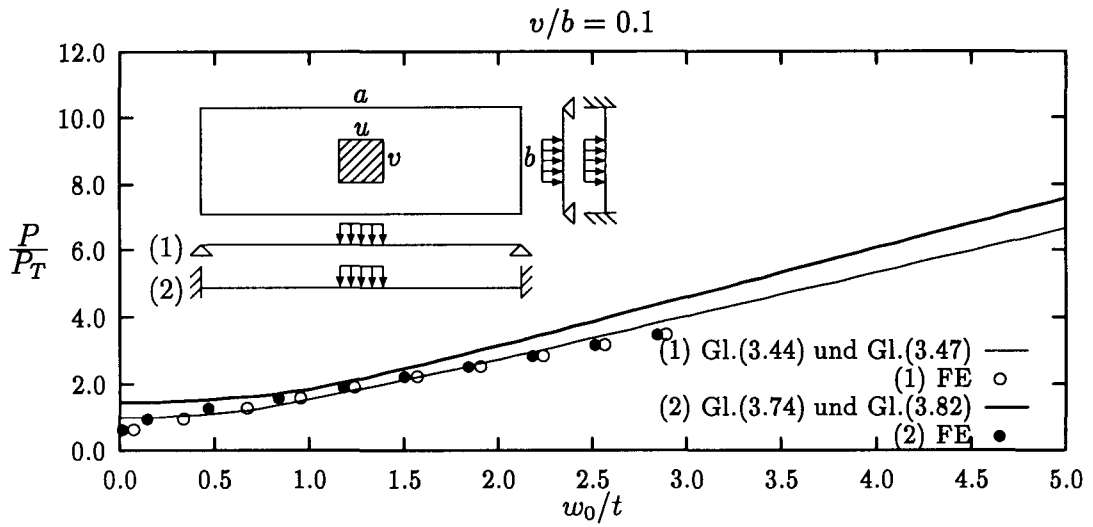


Abb. 4.17: P/P_T — w_0/t Verhalten, $a/b = 3.0$, $u = v$

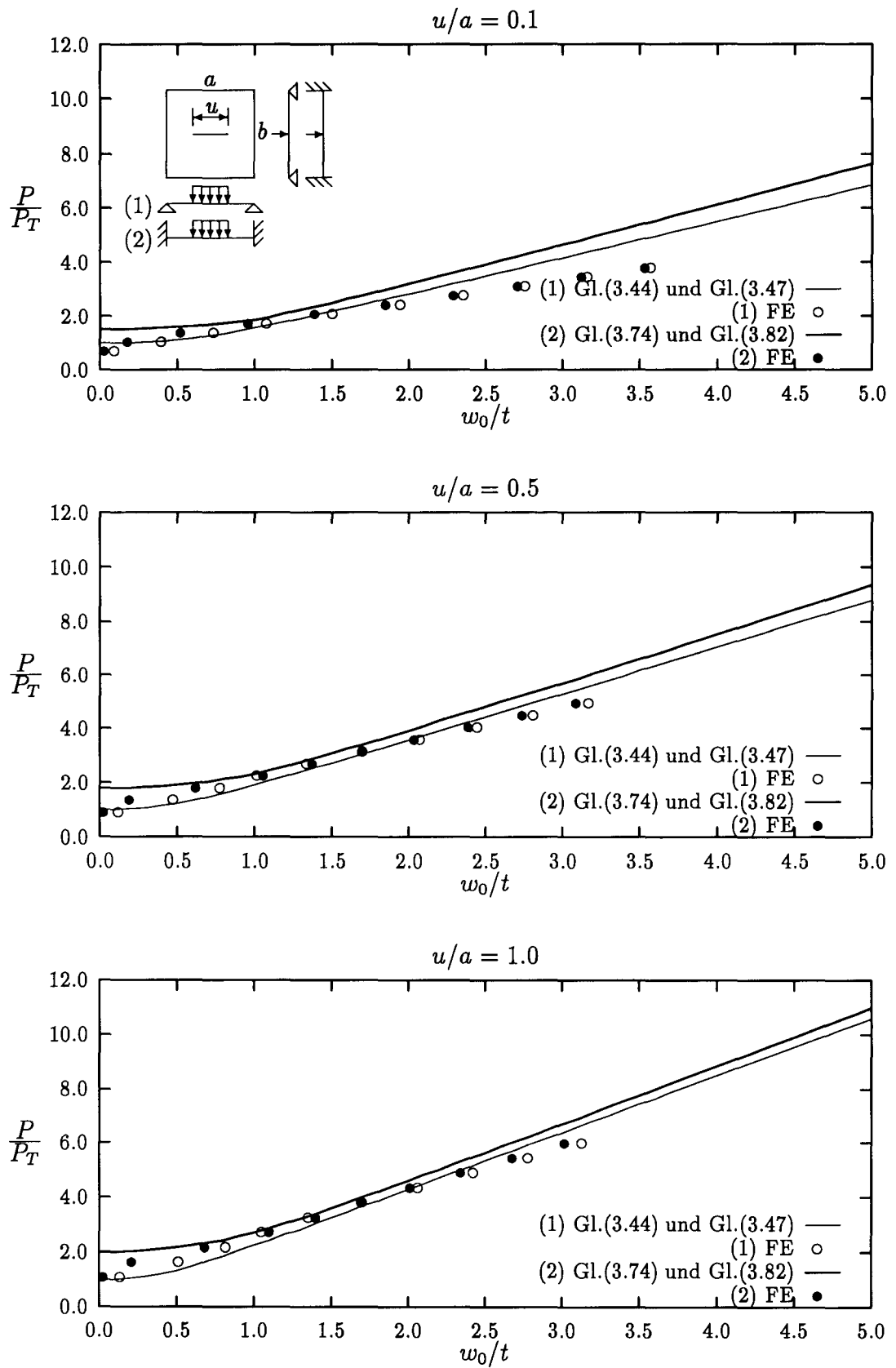


Abb. 4.18: P/P_T — w_0/t Verhalten, $a/b = 1.0$, $\nu = 0.0$

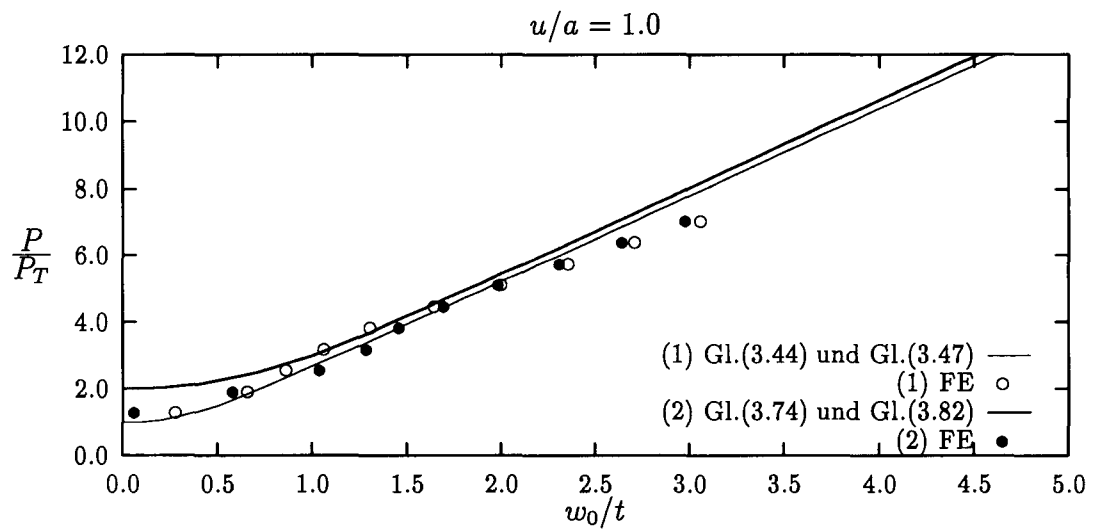
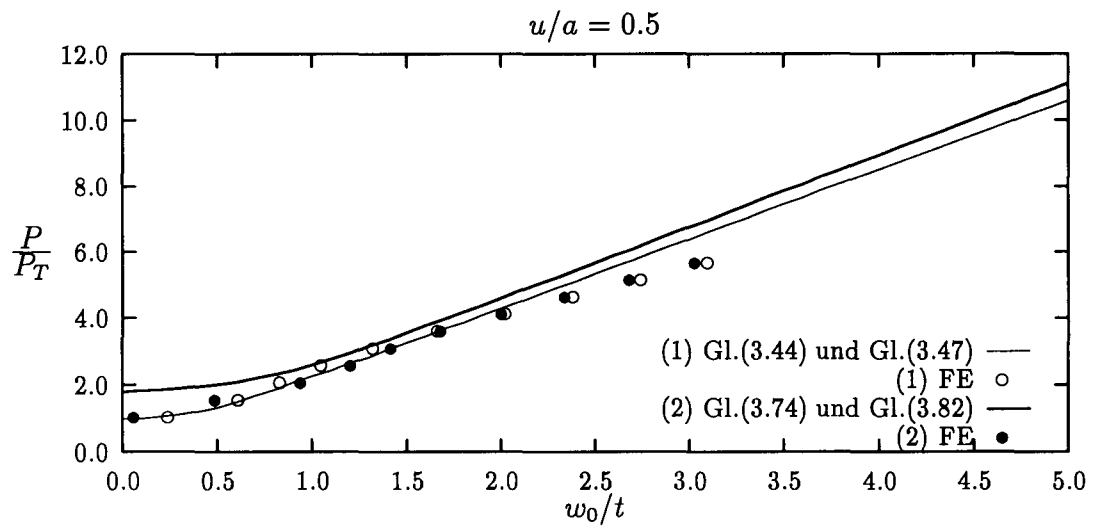
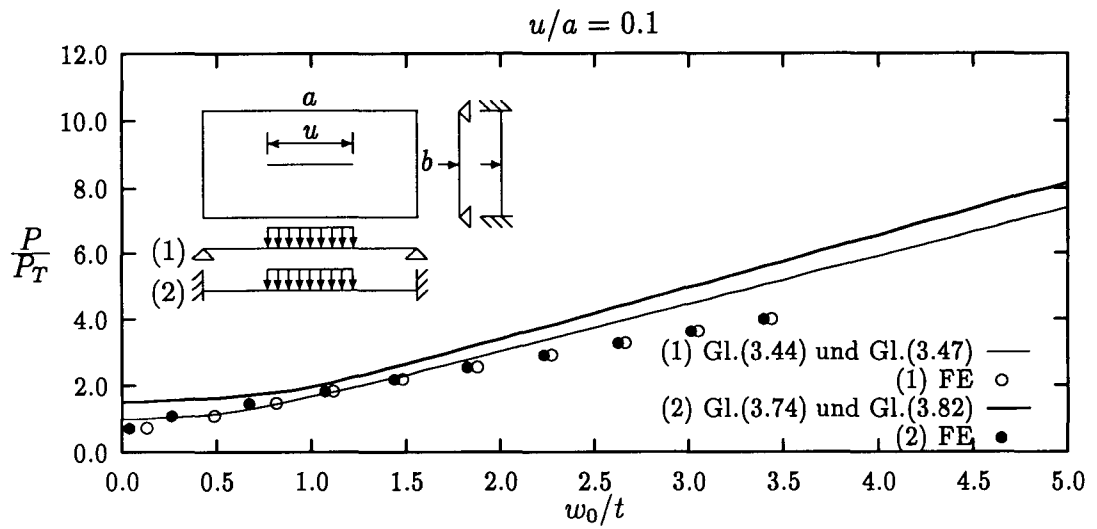


Abb. 4.19: P/P_T — w_0/t Verhalten, $a/b = 2.0$, $\nu = 0.0$

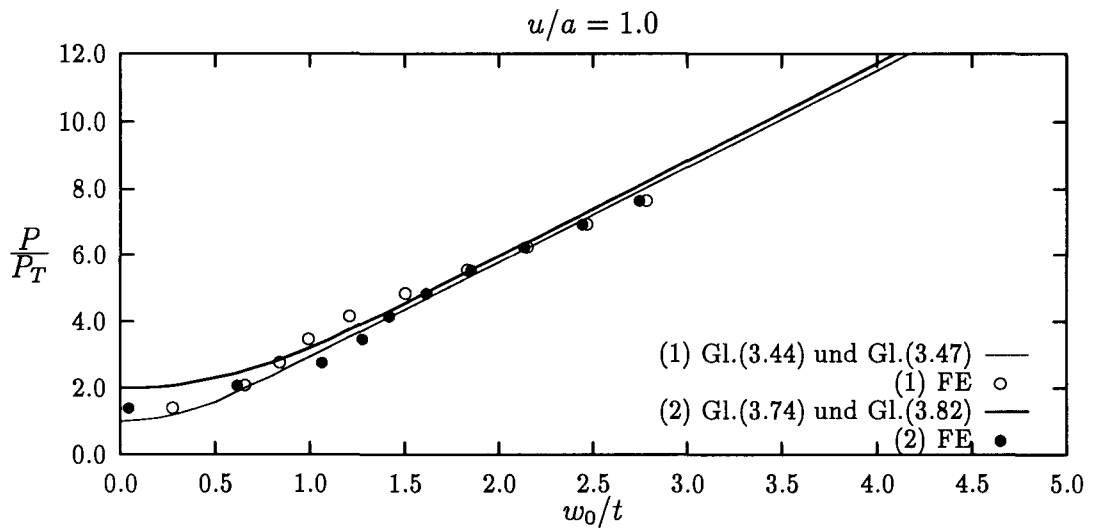
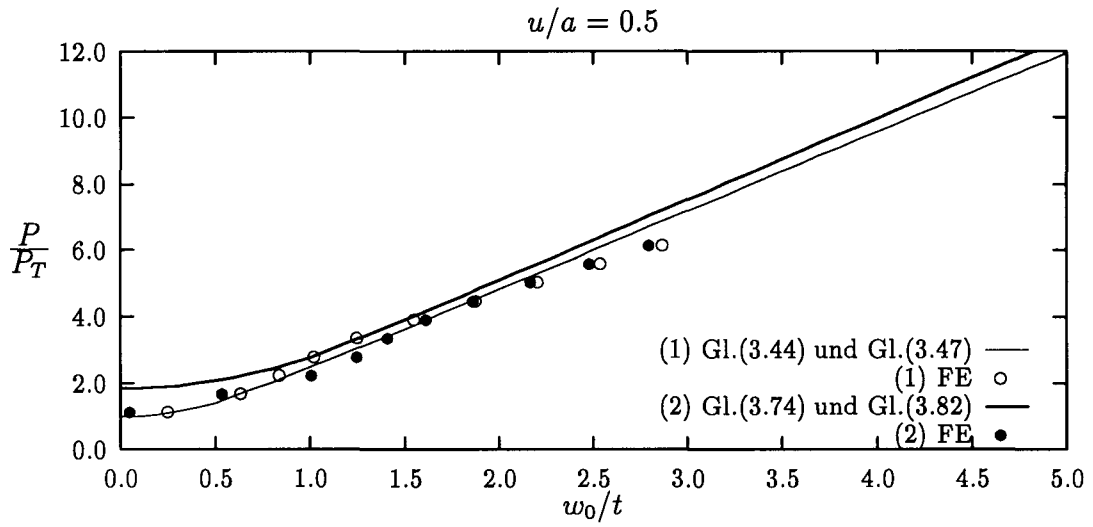
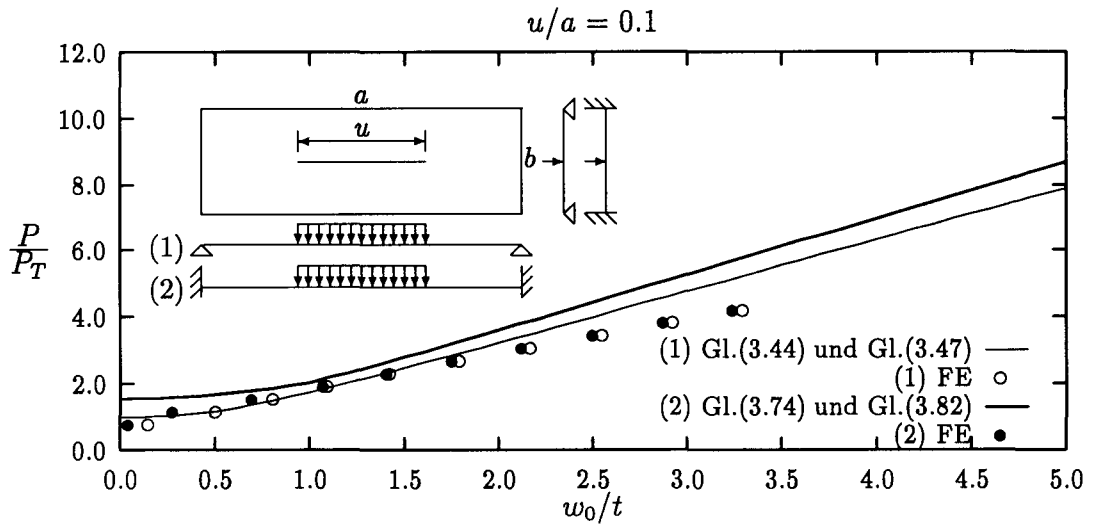


Abb. 4.20: P/P_T — w_0/t Verhalten, $a/b = 3.0$, $\nu = 0.0$

Zahlreiche Versuchs- und Rechenergebnisse weisen darauf hin, daß die Plattendicke t einen großen Einfluß auf die Tragfähigkeit einer normal belasteten Platte hat, da die durch die geometrische Änderung der Platte verursachte Membranwirkung bei einer dünneren Platte wesentlich früher eintritt. In Abb. 4.21 sind die Vergleiche zwischen den analytischen Lösungen und den nichtlinearen FE-Rechnungen für unterschiedliche Plattendicken t dargestellt. Die Übereinstimmung der Ergebnisse ist als befriedigend anzusehen. Nach der Gl. (3.29) erhöht sich die Traglast mit zunehmender Plattendicke t quadratisch. Das bedeutet, daß das Eintreten der bleibenden Verformung bei dünneren Platten bei einer wesentlich kleineren Last als bei dicken Platten eintritt.

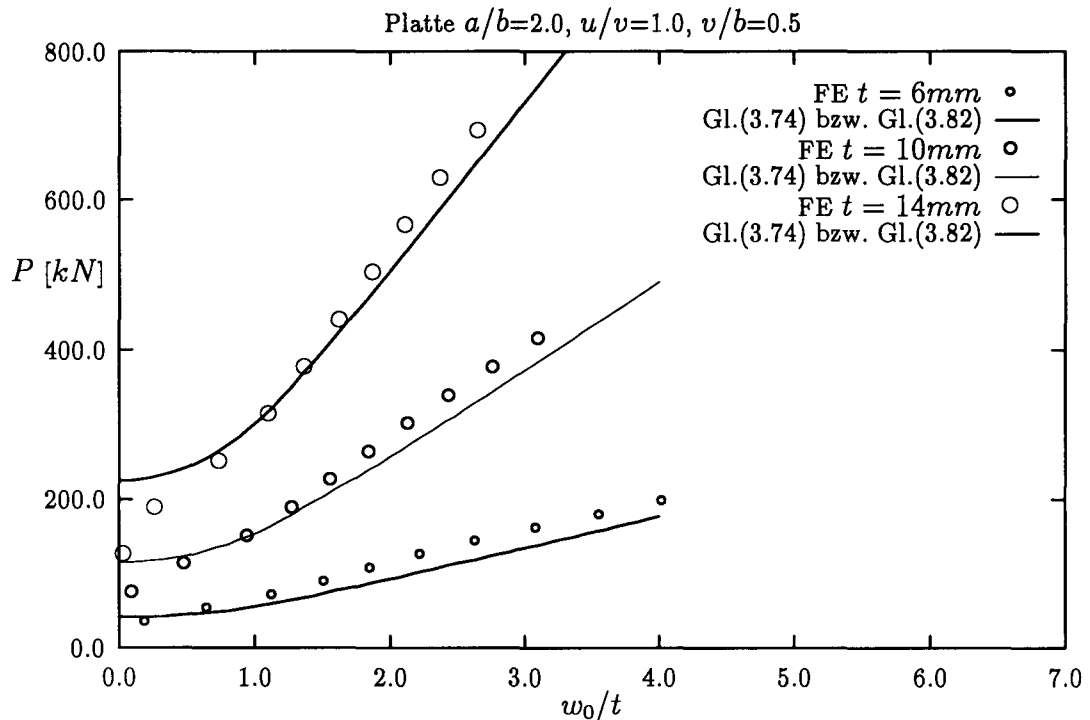


Abb. 4.21: FE und analytische Lösung, Einfluß von Plattendicke t

5. Vergleich mit anderen Lösungen und Versuchen

In diesem Kapitel wird der Vergleich der theoretischen Ansätze zur Bestimmung der Traglasten aus Kap. 3 mit den Lösungen und Versuchsergebnissen aus den in Kap. 2 erwähnten Arbeiten verschiedener Autoren durchgeführt.

5.1 Vergleich mit anderen theoretischen Lösungen

5.1.1 Die Traglast in bezug auf die elastische Lösung nach Navier

Anhand der elastischen Plattentheorie kann man die elastische Grenzlast für eine frei drehbar gelagerte Platte mit Teilflächenlast durch Lösung der *Navier'schen Doppelreihenansätze* ermitteln. Anhand von Abb. 5.1 lautet nach diesen Ansätzen die

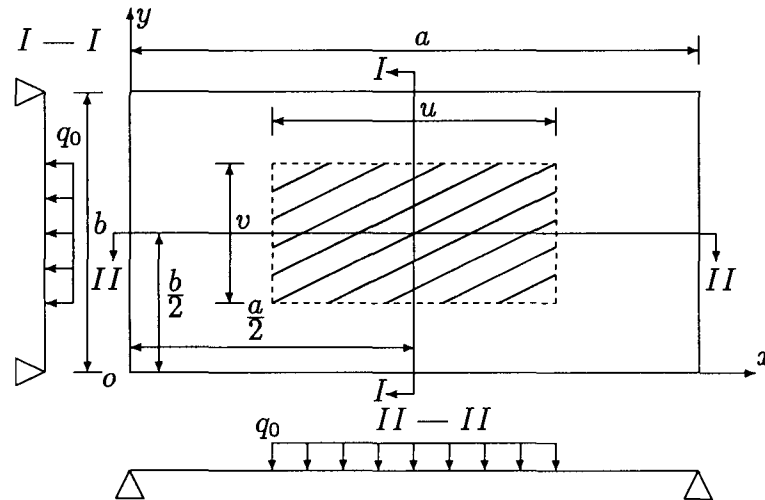


Abb. 5.1: Durch Teilflächenlast beanspruchte Platte, frei drehbar gelagert

Lastfunktion:

$$q(x, y) = \sum_m \sum_n a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad , \quad (m, n = 1, 3, 5, \dots) \quad (5.1)$$

wobei

$$a_{mn} = \frac{16q_0}{\pi^2 mn} \sin \frac{m\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{n\pi v}{2b} \quad , \quad (m, n = 1, 3, 5, \dots) \quad (5.2)$$

die Beiwerte sind. Die entsprechende Durchbiegungsfunktion lautet:

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad , \quad (m, n = 1, 3, 5, \dots) \quad (5.3)$$

Durch Einsetzen der Gl. (5.1) und Gl. (5.3) in die Differentialgleichung erhält man die Durchbiegungsbeiwerte:

$$w_{mn} = \frac{a_{mn}}{D\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}, \quad (m, n = 1, 3, 5, \dots), \quad (5.4)$$

wobei

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (5.5)$$

als Biegesteifigkeit der Platte bezeichnet wird. E bedeutet den Elastizitätsmodul und ν die Querdehnungszahl des Werkstoffes. Durch zweimalige Ableitung der Gl. (5.3) lassen sich die Spannungen berechnen. Nach der Elastizitätstheorie lauten die Spannungen

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1 - \nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (5.6)$$

$$\sigma_y = -\frac{Ez}{1 - \nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (5.7)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{Ez}{1 + \nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (5.8)$$

Für o. g. Lastfall tritt die maximale Normalspannung in der Plattenmitte auf, und zwar in der oberen und unteren Faser des Querschnittes. Dies entspricht $x = \frac{a}{2}$, $y = \frac{b}{2}$ und $z = \frac{t}{2}$. Da sich die Belastung zu den Spannungen im elastischen Bereich linear verhält, ist die elastische Grenzlasterlast, bei der die maximale Vergleichsspannung die Fließgrenze erreicht, nach beliebigen Fließbedingungen zu bestimmen. Für den zweiachsigen Spannungszustand ist es bei der Verwendung der elastischen Plattentheorie möglich, die Fließbedingung nach *von Mises* aufzunehmen. Die Belastung erreicht die elastische Grenze, wenn in der oberen und unteren Seite der Platte die Bedingung

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} = R_{eH}. \quad (5.9)$$

erfüllt wird. In Abb. 5.2 ist das Verhältnis der Traglast P_T zu der elastischen Lösung $P_{e_{max}}$ in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Aufstandsfläche v/b dargestellt. Für die Seitenverhältnisse der Platten und der Aufstandsflächen wurden $a/b = u/v = 1.0, 2.0$ und 3.0 ausgewählt. Es ist zu erkennen, daß die Verhältnisse $P_T/P_{e_{max}}$ in den Bereichen von $v/b=0.1$ bis 1.0 zwischen ca. 3.5 bis ca. 1.75 liegen, während die Veränderung der Seitenverhältnisse a/b nur einen geringfügigen Einfluß auf das Tragverhalten der Platten hat.

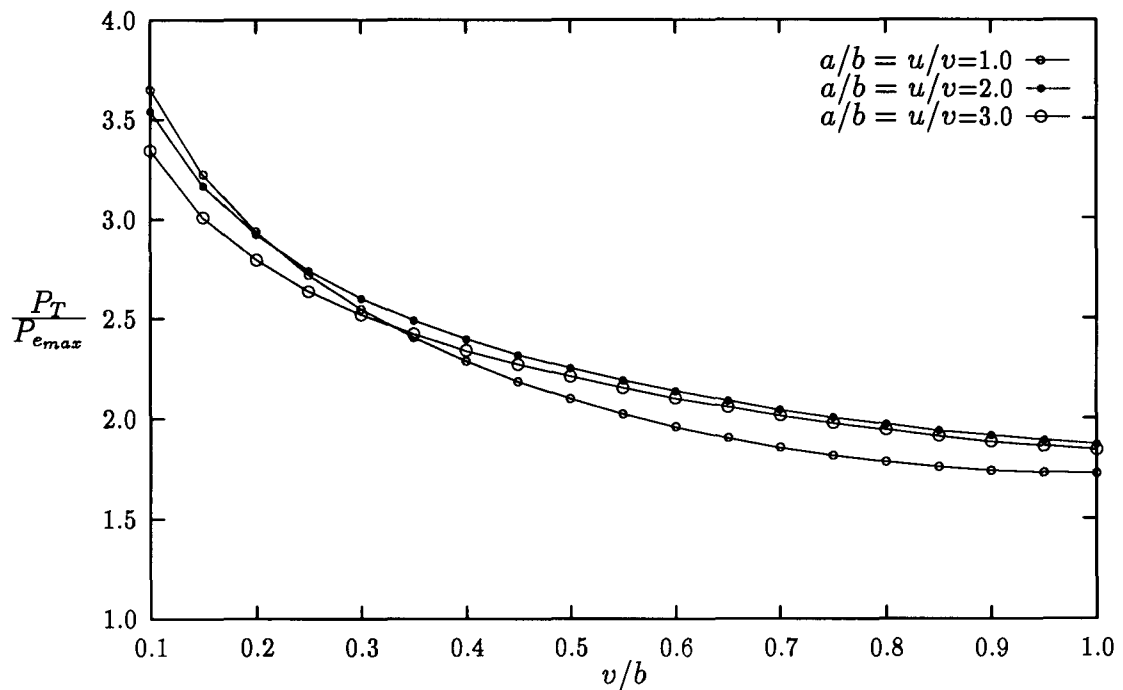


Abb. 5.2: Auf die elastische Grenzlast bezogene Traglast ohne Berücksichtigung von Membranwirkungen in Abhängigkeit des Verhältnisses v/b .

5.1.2 Vergleich mit der elastischen Lösung von Böckenhauer und Schultz

1965 wurde von Böckenhauer und Schultz [7] ein Bemessungskonzept für eine unter Radlast befindliche Decksbeplattung mit Seitenverhältnissen von $a/b \geq 3.0$ vorgeschlagen.

Für das Tragverhalten der Beplattung wurde zylindrische Biegung angenommen.

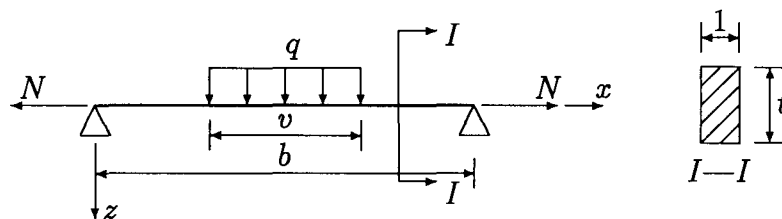


Abb. 5.3: Ein durch Radlast beanspruchter Plattenstreifen

Unter dieser Voraussetzung wurde die Platte als ein elementarer Plattenstreifen der Breite '1' und der Länge b betrachtet (Abb. 5.3), wobei die Membrankraft N , die durch die Durchbiegung des Plattenstreifens entsteht, berücksichtigt wurde. Für die Durchbiegungsfunktion wurde näherungsweise folgender Ausdruck angesetzt:

$$w = \frac{w_0}{1 + \alpha} \sin \frac{\pi x}{b} . \quad (5.10)$$

In der Formel ist w_0 die Durchbiegung auf Mitte Streifen ($x = \frac{b}{2}$) allein aufgrund der Lastintensität q . Der Faktor α , der die Membranwirkung andeuten soll, ist durch

$$\alpha = \frac{Nb^2}{D\pi^2} \quad (5.11)$$

definiert, worin D die Biegesteifigkeit des Plattenstreifens ist (Gl. (5.5)). Unter der Annahme, daß die Dehnungen im Plattenstreifen infolge der Membrankraft N gleich sind, kann man durch Integration der Längung von b

$$\frac{Nb(1-\nu^2)}{tE} = \frac{1}{2} \int_0^b \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx$$

eine Beziehung zwischen α und der Durchbiegung w_0 ermitteln:

$$\alpha(1+\alpha)^2 = \frac{3w_0^2}{t^2}. \quad (5.12)$$

Die gesamte Spannung in dem Plattenstreifen läßt sich in zwei Komponenten teilen. Der Membrananteil ist durch α bzw. durch die Durchbiegung w_0 nach Gl. (5.12) bestimmt. Für den Biegeanteil wurde nach der elastischen Plattentheorie die Lösung von *Levy* [8] angenommen, in der die Platte als unendlich langer, frei drehbar gelagerter Plattenstreifen ($a/b \rightarrow \infty$) behandelt wird. Für die Durchbiegung w_0 und die Biegespannung σ_{bx} lauten die Ergebnisse [8] für $x = \frac{b}{2}$:

$$w_0 = q \frac{12(1-\nu^2)b^4}{E\pi^2 t^3} \gamma, \quad (5.13)$$

mit

$$\gamma = \frac{4}{\pi^3} \sum_m \frac{1}{m^5} \left[1 - \left(1 + \frac{m\pi u}{4b} \right) e^{-\frac{m\pi u}{2b}} \right] \sin \frac{m\pi v}{2b}, m = 1, 3, 5, \dots, \quad (5.14)$$

und

$$\sigma_{bx} = 6q \left(\frac{b}{t} \right)^2 \beta_1, \quad (5.15)$$

mit

$$\beta_1 = \frac{4}{\pi^3} \sum_m \frac{1}{m^3} \left\{ 1 - \left[1 + (1-\nu) \frac{m\pi u}{4b} \right] e^{-\frac{m\pi u}{2b}} \right\} \sin \frac{m\pi v}{2b}, m = 1, 3, 5, \dots. \quad (5.16)$$

Die gesamte maximale Spannung in der Mitte des Plattenstreifens ergibt sich dann aus:

$$\begin{aligned} \sigma_{ges} &= \sigma_b + \sigma_m \\ &= 6q \left(\beta_1 - \gamma \frac{\alpha}{1+\alpha} \right) \left(\frac{b}{t} \right)^2 + \frac{E\pi^2 \alpha}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Den Einfluß der Membranwirkung auf das Tragverhalten kann man an der Gl. (5.17) erkennen. Einerseits reduziert sich die gesamte Biegespannung σ_b in der Mitte des Plattenstreifens durch das Eintreten der Membrankraft, andererseits führt die Membranspannung σ_m zu einer Erhöhung der gesamten Spannung σ_{ges} an dieser Stelle.

Aus Gl. (5.12) und Gl. (5.13) erhält man die entsprechende Lastintensität zu:

$$q = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^4 \frac{1+\alpha}{\gamma} \sqrt{\frac{\alpha}{3}}. \quad (5.18)$$

Aus Gl. (5.17) und Gl. (5.18) ergibt sich dann:

$$q = \frac{12(1-\nu^2)}{E\pi^2} \frac{\sigma_{ges}^2}{c^4 A^2}, \quad (5.19)$$

wobei die Parameter c und A wie folgt ermittelt werden können:

$$c^4 = \frac{\gamma}{1+\alpha} \sqrt{\frac{3}{\alpha}}, \quad (5.20)$$

und

$$A = \alpha + 6 \left[\frac{\beta_1}{\gamma} (1+\alpha) - \alpha \right] \sqrt{\frac{\alpha}{3}}. \quad (5.21)$$

Setzt man die Fließgrenze R_{eH} in die Gl. (5.19) ein, ergibt sich die elastische Grenzlast:

$$P_{e_{max}} = quv = uv \frac{12(1-\nu^2)}{E\pi^2} \frac{R_{eH}^2}{c^4 A^2}. \quad (5.22)$$

Um den Einfluß der Membranwirkung zu erkennen, sind die dimensionslosen Biege- bzw. Membranspannungen ($\frac{\sigma_b}{R_{eH}}$ und $\frac{\sigma_m}{R_{eH}}$) und die Durchbiegungen $\frac{w_{e_{max}}}{t}$ in Abhängigkeit von v/b in Abb. 5.4 für die elastische Grenzlast dargestellt. Man kann deutlich erkennen, daß die Membranspannungen, obwohl sie mit zunehmender Aufstandsfläche v/b leicht ansteigen, unter 20% der gesamten Spannung liegen, während die Biegespannungen für das Tragverhalten des Plattenstreifens eine entscheidende Rolle spielen. Das bedeutet, daß der Einfluß der Membranwirkung auf die gesamten Spannungen im elastischen Bereich sehr klein ist. Im Gegensatz dazu ist die maximale Durchbiegung in der Mitte des Plattenstreifens durch das Auftreten der Membrankraft stark reduziert (Vergleich mit Tab. 4.1). Dies kann man auf die Reduzierung der Gesamtmomente zurückführen. Die Änderung der Verhältnisse der Aufstandsflächen u/v hat nur geringfügigen Einfluß auf die Spannungen bzw. die Durchbiegungen in der Mitte des Plattenstreifens (Abb. 5.4).

Das Verhältnis der Traglast (Gl. (3.13)) zu der elastischen Lösung von *Böckenhauer* und *Schultz* in Abhängigkeit der Aufstandsflächen in Abb. 5.5 zeigt eine fast gleiche Tendenz wie die Ergebnisse aus der elastischen Plattentheorie (Abb. 5.2), bei der keine Membraneffekte berücksichtigt werden.

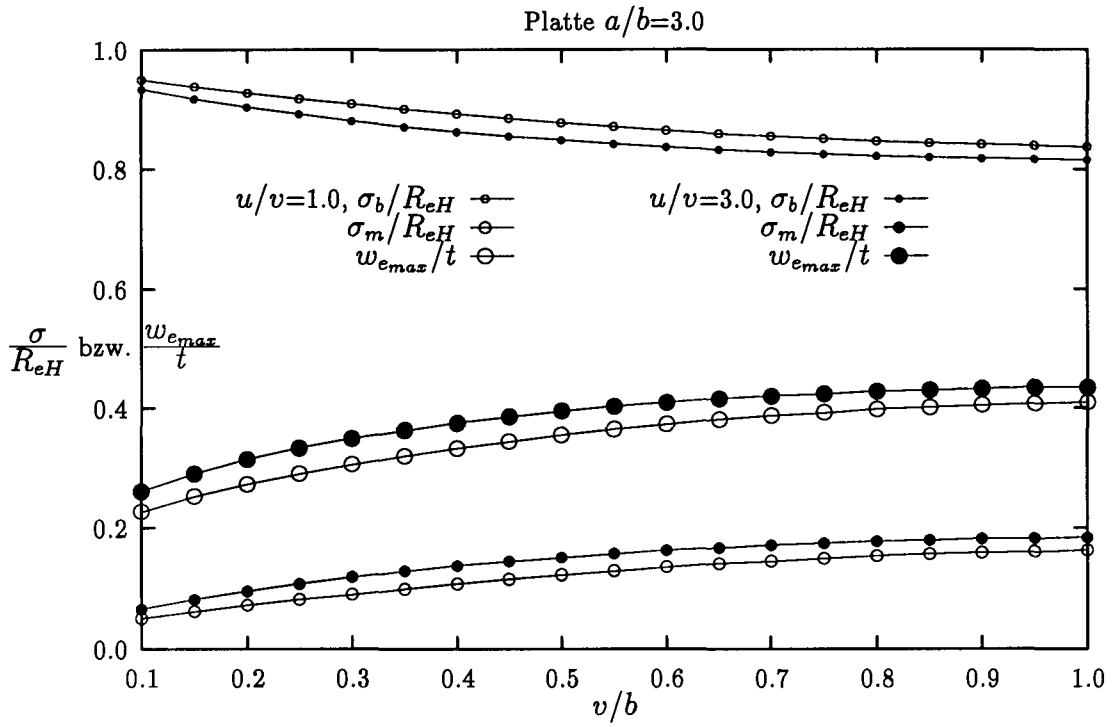


Abb. 5.4: Maximale Spannungen bzw. Durchbiegungen nach Böckenhauer

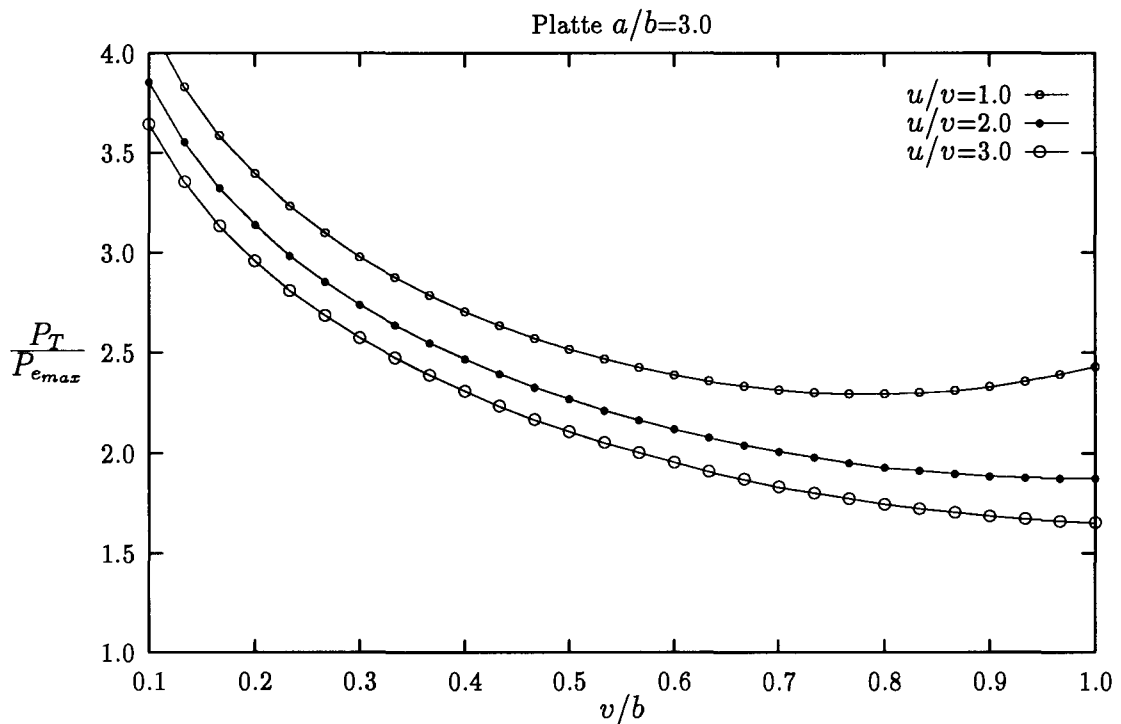


Abb. 5.5: Auf die elastische Grenzlast bezogene Traglast unter Berücksichtigung von Membranwirkungen nach Böckenhauer und Schultz in Abhängigkeit des Verhältnisses v/b

5.1.3 Vergleich mit dem Vorschlag von *Sandvik*

Obwohl das Tragverhalten einer unter Teilflächenlast beanspruchten Platte im elastischen Bereich und im plastischen Bereich sehr unterschiedlich ist, kann man doch auf der nach der elastischen Plattentheorie abgeleiteten Lösung ein Bemessungskonzept im plastischen Bereich aufbauen.

Sandvik [32] ist bei der Auswertung seiner experimentellen Untersuchungen auf zwei ausgesteiften Plattenmodellen unter Radlasten davon ausgegangen, daß die zulässige Radlast aus den bleibenden Verformungen im Plattenfeld nach der Entlastung bestimmt werden könnte. Die Größe der Verformung sollte die maximal mögliche, bautechnische Verformung nicht überschreiten. Da diese Verformung von Schiff zu Schiff unterschiedlich ist, schlägt er vor, die zulässige Radlast so zu bestimmen, daß die im Plattenfeld auftretende maximale, elastisch gerechnete Spannung den zweifachen Wert der Fließgrenze des Werkstoffes nicht überschreiten darf. In diesem Zusammenhang hat er durch Linearisierung einer Entwurfskurve, die *Haslum* [9] nach der Elastizitätstheorie unter Berücksichtigung des Einspannmomentes am Rand des Plattenfeldes vorgeschlagen hat, folgende dimensionslose Entwurfsformel entwickelt:

$$t\sqrt{\frac{\sigma}{P}} = 0.2b\sqrt{\frac{q}{P}} + 0.43 \quad \text{für } 0.8 \leq b\sqrt{\frac{q}{P}} \leq 1.8, \quad (5.23)$$

wobei t die Plattendicke, P die gesamte Radlast, q der Reifendruck und σ die nach der elastischen Theorie errechnete maximale Spannung ist. Wird der Zusammenhang von $q = P/uv$ und das Kriterium $\sigma = 2 \cdot R_{eH}$ berücksichtigt, erhält man die entsprechende Traglast:

$$P_T = \frac{8M_0}{\left(\frac{0.2}{u_m} + 0.43\right)^2} \quad \text{für } 0.56 \leq u_m \leq 1.25, \quad (5.24)$$

wobei

$$u_m = \frac{\sqrt{uv}}{b} \quad (5.25)$$

als Parameter der Radlastkonzentration betrachtet wird. Der Vergleich zwischen der analytischen Lösung (Gl. (3.13)) und dieser Entwurfsformel (Gl. (5.25)) ist in der Abb. 5.6 dargestellt worden. Es zeigt sich, daß der Vorschlag von *Sandvik* an den Anwendungsgrenzen ($u_m = 0.56$ und $u_m = 1.25$) nahe der analytischen Lösung liegt. Innerhalb dieses Bereiches liefert der Vorschlag leicht höhere Traglasten als die analytische Lösung, bei der die Seitenverhältnisse der Platten und der Aufstandsflächen $a/b = u/v = 2.0$ und $a/b = u/v = 3.0$ entsprechen. Die maximale Erhöhung der Traglast beträgt ca. 13%. Für den Fall der quadratischen Platten ($a/b = 1.0$) und Aufstandsflächenverhältnis $u/v = 1.0$ ergibt sich bei größeren Aufstandsflächen ($u_m > 0.9$) eine wesentlich höhere Traglast aus Gl. (3.13) als nach *Sandvik*.

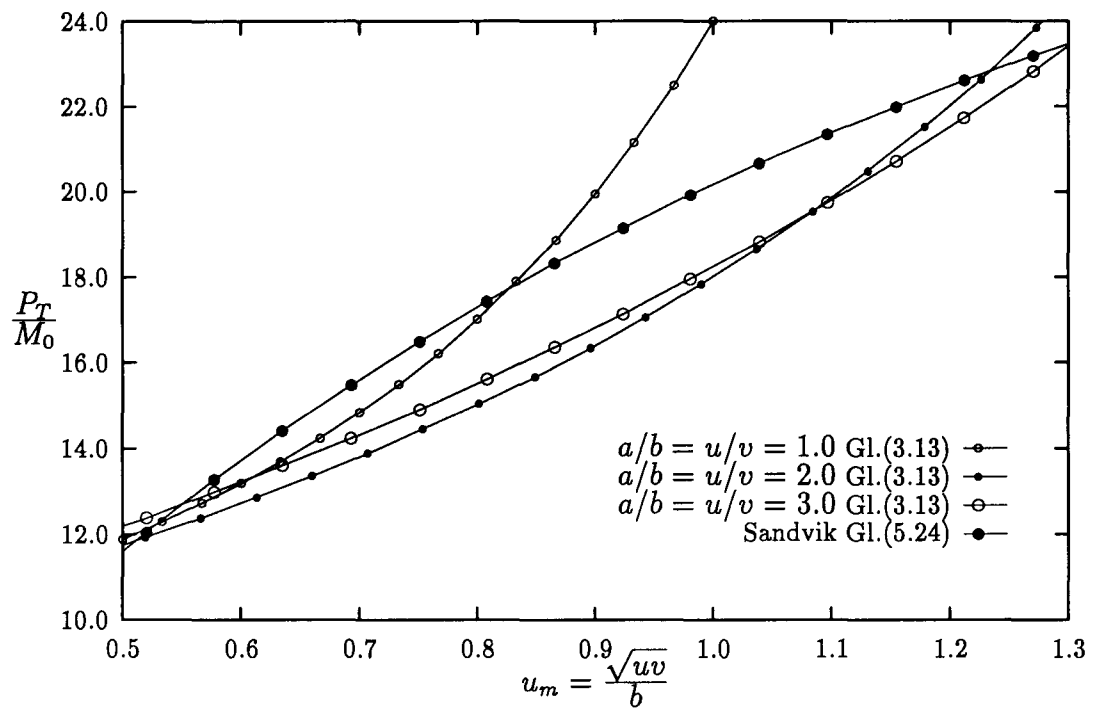


Abb. 5.6: Vergleich der Traglast mit der Entwurfsformel nach *Sandvik*

5.1.4 Eingrenzung durch die Lösung von *Jones*

Von *Jones* wurde in [28] ein Bemessungskonzept für unter Radlast befindliche Platten mit relativ großen Seitenverhältnissen (a/b) vorgeschlagen. Ausgehend von den Lösungen einer unter Vollflächenlast beanspruchten Platte nach *Jones* [26] und einer durch Streckenlast beanspruchten Platte [38] wurde ein durch Radlast beanspruchtes Plattenfeld als ein am Rand eingespannter Balken betrachtet (Abb. 5.7). Die

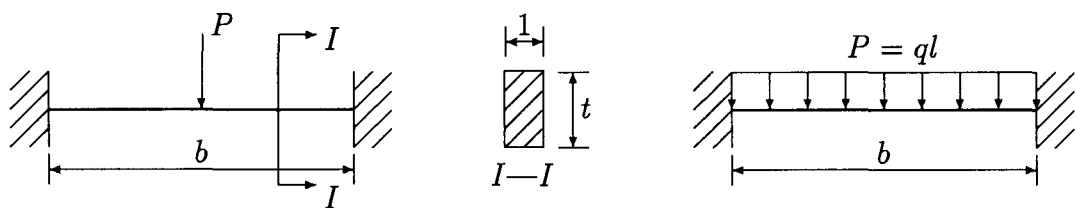


Abb. 5.7: Traglastmodell von *Jones*, untere und obere Eingrenzungen

Länge des Balkens entspricht der Breite der Platte b . Die Radlast wurde durch eine in der Plattenmitte wirkende Punktlast vereinfacht. *Jones* [38] gibt die Last-Durchbiegungsbeziehung wie folgt an:

$$\frac{P}{P_T} = 1 + \left(\frac{w_0}{t}\right)^2 \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \leq 1.0, \quad (5.26)$$

und

$$\frac{P}{P_T} = 2 \frac{w_0}{t} \quad \text{für} \quad \frac{w_0}{t} \geq 1.0, \quad (5.27)$$

wobei als untere Grenze

$$P_T = 8 \frac{M_0}{b} \quad (5.28)$$

die Traglast eines durch eine Punktlast beanspruchten, eingespannten Balkens für $w_0 = 0$ ist, während als obere Grenze

$$P_T = 16 \frac{M_0}{b} \quad (5.29)$$

die Traglast eines durch eine Streckenlast beanspruchten, eingespannten Balkens für $w_0 = 0$ entspricht. Unter Berücksichtigung der Lastaufstandsfläche erhält man die vereinfachte Radlast

$$P = \frac{P_{Radlast}}{u} = qv, \quad (5.30)$$

wobei q der Reifendruck ist.

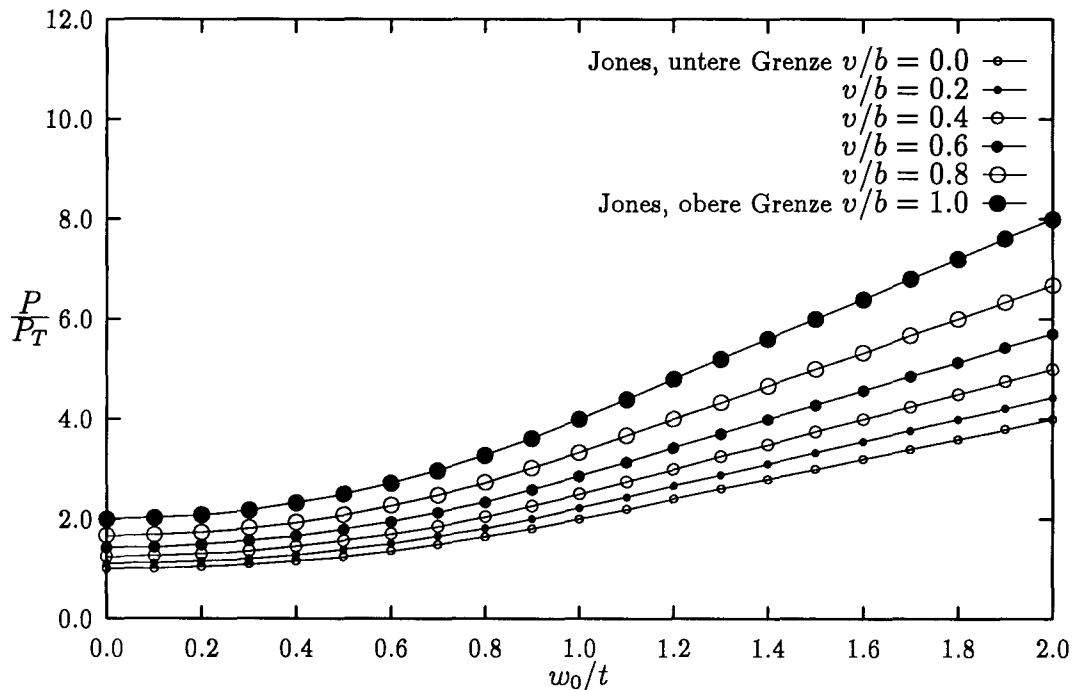


Abb. 5.8: Vergleich mit den Lösungen von Jones

Vergleicht man Gl. (5.26), Gl. (5.27) mit Gl. (3.89) und Gl. (3.90), erkennt man, daß die Gl. (5.26) und Gl. (5.27) den beiden Extremfällen $v = 0$ und $v = b$ der Gl. (3.89) und Gl. (3.90) entsprechen.

In Abb. 5.8 wurde P/P_T in Abhängigkeit von w_0/t nach Gl. (3.89) bzw. Gl. (3.90) aufgetragen. Die Kurven $v/b = 0.0$ und $v/b = 1.0$ entsprechen den unteren und oberen Grenzen (Gl. (5.26) bzw. Gl. (5.27)) von Jones [28].

5.1.5 Vergleich mit der Lösung von Kling

Anhand einer experimentellen Untersuchung einer durch Teilflächenlast beanspruchten, am Rand eingespannten Rechteckplatte entwickelte Kling [29] ein Traglastmodell (Abb. 5.9). Nach dem in der Abb. 5.9 dargestellten Fließmechanismus wird das Plattenfeld im kinematischen Zustand durch Fließgelenklinien in 5 Teile unterteilt. Die inneren Fließgelenklinien liegen am Rand der belasteten Fläche. Die Durchbiegungen innerhalb dieser Fläche werden als gleich betrachtet. An jeder Ecke der belasteten rechteckigen Fläche entsteht eine Fließgelenklinie, die an der entsprechenden Plattenecke zusammenstößt. Unter dieser Annahme ist die Länge der gesamten Fließgelenklinien allein durch die Abmessungen der Platte (a und b) und der Aufstandsfläche (u und v) zu bestimmen.

Durch die Anwendung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit wurde die Traglast für eine frei drehbare Randbedingung ohne Berücksichtigung der Membranwirkung wie folgt abgeleitet:

$$P_T = 4M_0 \left(\frac{b}{a-u} + \frac{a}{b-v} \right). \quad (5.31)$$

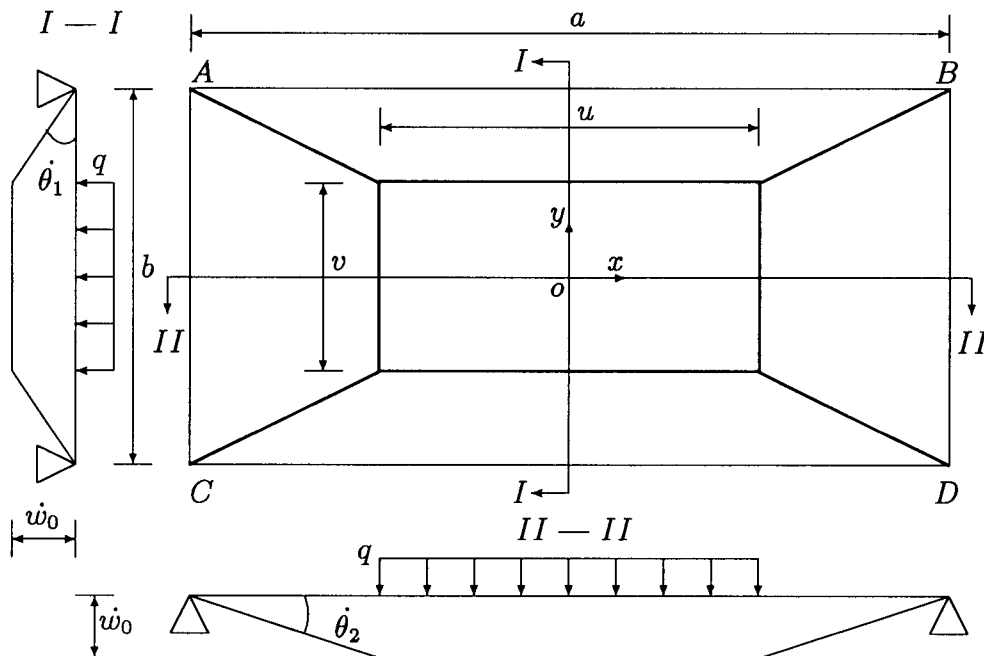


Abb. 5.9: Traglastmodell von Kling, frei drehbar gelagert

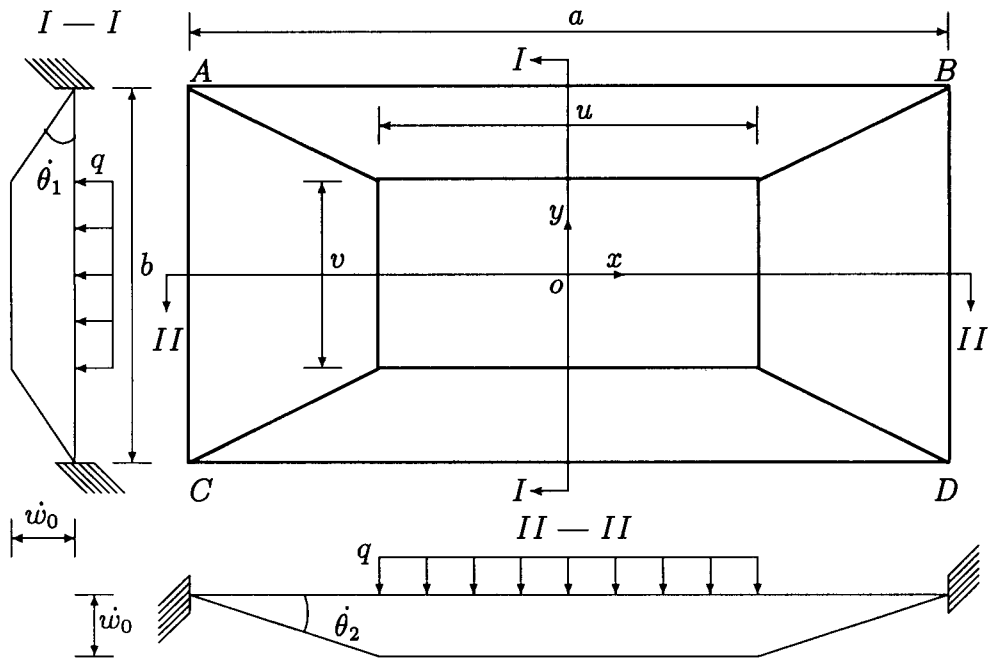


Abb. 5.10: Traglastmodell von *Kling*, am Rand eingespannt

Für die eingespannten Plattenränder wird angenommen, daß die zusätzlichen Fließgelenklinien am Plattenrand entstehen und das gesamte Plattenfeld einschließen (Abb. 5.10). Das Einspannmoment, das in den am Rand verlaufenden Fließgelenklinien entsteht, wird gleich dem Fließmoment M_0 gesetzt. Aus diesem Fließmechanismus erhält man die Traglast für die eingespannte Randbedingung mit:

$$P_T = 8M_0 \left(\frac{b}{a-u} + \frac{a}{b-v} \right) . \quad (5.32)$$

Diese Traglast entspricht genau einer Verdopplung des Wertes der frei drehbar gelagerten Platte (Gl. (5.31)).

Der Vergleich zwischen dieser Lösung und der in Kap.3 abgeleiteten ist in der Tabelle 5.1 und 5.2 aufgelistet. Dargestellt sind auch die entsprechenden nichtlinearen FE-Ergebnisse. In den beiden Tabellen erkennt man, daß die Abweichungen zwischen den nach Gl. (3.13) bzw. Gl. (3.29) errechneten Traglasten und den nichtlinearen FE-Ergebnissen nur geringfügig sind, während die Gl. (5.31) bzw. Gl. (5.32) von *Kling* wesentlich höhere Traglasten liefern.

Der kritische Punkt dieses Fließmechanismus besteht darin, daß die gesamte Länge der Fließlinien im kinematischen Zustand allein durch die Geometrie der Platte und der Aufstandsfläche bestimmt werden. Da die Ermittlung der Traglast nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit durch die Integration der in den gesamten Fließgelenklinien dissipierten Energie möglich ist, bedeutet dieses, daß die

	$a/b = u/v = 1.0$			$a/b = u/v = 2.0$			$a/b = u/v = 3.0$		
	P/M_0			P/M_0			P/M_0		
v/b	FE	Gl. (3.13)	Kling Gl.(5.31)	FE	Gl. (3.13)	Kling Gl.(5.31)	FE	Gl. (3.13)	Kling Gl.(5.31)
0.0	7.57	8.00	8.00	7.95	8.00	10.00	8.05	8.00	13.33
0.1	8.24	8.93	8.89	8.95	9.27	11.11	9.50	9.67	14.81
0.2	8.97	9.47	10.00	10.01	10.19	12.50	11.09	11.03	16.67
0.3	9.84	10.14	11.43	11.21	11.26	14.29	12.81	12.58	19.05
0.4	10.85	10.96	13.33	12.55	12.51	16.67	14.81	14.37	22.22
0.5	12.04	11.97	16.00	14.12	13.98	20.00	17.11	16.44	26.67
0.6	13.50	13.24	20.00	15.99	15.73	25.00	19.76	18.86	33.33
0.7	15.33	14.87	26.67	18.24	17.85	33.33	22.87	21.75	44.44
0.8	17.69	17.02	40.00	21.08	20.49	50.00	26.60	25.25	66.67
0.9	20.81	19.94	80.00	24.77	23.85	100.00	31.31	29.61	133.33
1.0	25.08	24.00	∞	29.84	28.28	∞	37.69	35.18	∞

Tabelle 5.1: Vergleich mit der plastischen Lösung von *Kling*, frei drehbar gelagert

	$a/b = u/v = 1.0$			$a/b = u/v = 2.0$			$a/b = u/v = 3.0$		
	P/M_0			P/M_0			P/M_0		
v/b	FE	Gl. (3.29)	Kling Gl.(5.32)	FE	Gl. (3.29)	Kling Gl.(5.32)	FE	Gl. (3.29)	Kling Gl.(5.32)
0.0	10.15	11.31	16.00	9.98	11.31	20.00	10.01	11.31	26.67
0.1	11.73	12.87	17.78	12.21	13.63	22.22	12.98	14.44	29.63
0.2	13.34	14.55	20.00	14.54	16.13	25.00	16.21	17.84	33.33
0.3	15.25	16.42	22.86	17.19	18.87	28.57	19.87	21.57	38.10
0.4	17.45	18.53	26.67	20.22	21.91	33.33	24.10	25.71	44.44
0.5	20.08	21.00	32.00	23.75	25.35	40.00	29.08	30.38	53.33
0.6	23.29	23.95	40.00	27.93	29.33	50.00	35.09	35.72	66.67
0.7	27.34	27.65	53.33	33.00	34.03	66.67	42.20	41.96	88.89
0.8	32.57	32.44	80.00	39.33	39.78	100.00	50.80	49.43	133.33
0.9	39.47	38.92	160.00	47.57	47.04	200.00	61.52	58.64	266.67
1.0	48.21	48.00	∞	58.03	56.56	∞	75.05	70.37	∞

Tabelle 5.2: Vergleich mit der plastischen Lösung von *Kling*, eingespannt

nach Gl. (5.31) und Gl. (5.32) ermittelte Traglast nicht die kleinste obere Grenze, sondern die Last ist, die allein durch die Geometrie der Platte und der Aufstandsfläche bestimmt wird. Die Anwendbarkeit der Gl. (5.31) und Gl. (5.32) wird deshalb durch die Begrenzung der Größe der Aufstandsfläche beschränkt. Wie in der Tab. 5.1 und Tab. 5.2 dargestellt ist, wird die Traglast für $u \rightarrow a$ oder $v \rightarrow b$ unendlich. Außerdem liefern die Gl. (5.31) und Gl. (5.32) für den Fall $a \rightarrow \infty$ unrealistische Ergebnisse.

5.1.6 Vergleich mit der Lösung von *Hughes*

Durch Regression der Meßergebnisse von *Jackson* [35] und unter Berücksichtigung von *Kling's* Lösung gibt *Hughes* [37] folgenden Bemessungsvorschlag:

$$Q_p = \Phi \left\{ \frac{5.0}{\beta^2(\sqrt{2} - u_m)} + \left[0.34 + \frac{3.56}{\beta^{1.6}} + 0.23 \left(\frac{u_m}{1 - u_m} \right)^{0.8} \right] \left(\frac{w_0}{\beta t} \right)^{1.1} \right\}, \quad (5.33)$$

wobei

$$Q_p = \frac{PE}{R_{eH}^2 b^2} \quad (5.34)$$

als Radlastparameter bezeichnet wird, und u_m der Parameter der Radlastkonzentration (Gl. (5.25)) ist. Der Parameter Φ stellt den Einfluß vom Verhältnis der Aufstandsfläche dar und lautet:

$$\Phi = 1 - 0.8 \left(\frac{uv}{u^2 + v^2} \right)^2. \quad (5.35)$$

Der Parameter β ist der Schlankheitsgrad der Platte, der von *Clarkson* [20] erstmalig eingeführt wurde.

$$\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{R_{eH}}{E}}. \quad (5.36)$$

Die Verwendung der Gl. (5.33) ist durch die Bedingungen der experimentellen Untersuchung von *Jackson* [35] beschränkt. So sollte z. B. der Parameter u_m nach diesem Versuch innerhalb des Bereiches von $0.24 < u_m < 0.80$ liegen. Die grundsätzliche Überlegung bei der Regression ist, daß sich der Parameter Q_p zu der bleibenden Durchbiegung in der Plattenmitte w_0 linear verhält. Die Verhältnisse der Plattenfelder und der Aufstandsflächen wurden im o. g. Versuch mit $a/b = 3.5$ bzw. $u/v=2.0$ eingesetzt.

In Abb. 5.11 sind die Vergleichsrechnungen unter der o. g. Voraussetzung nach Gl. (5.33) und nach Gl. (3.74) bzw. Gl. (3.82) dargestellt. Im Vergleich zur vorliegenden Arbeit stimmen die nach Gl. (5.33) errechneten Werte bei relativ großer Aufstandsfläche $u_m = 0.56$ annähernd mit der Lösung einer eingespannten Platte (Gl. (3.74) bzw. Gl. (3.82)) überein (Abb. 5.11(b)), während die Lösung von *Hughes* bei kleiner Aufstandsfläche $u_m = 0.28$ eine bis zu 20% höhere Last P liefert als die nach (Gl. (3.74) bzw. Gl. (3.82)) errechnete (Abb. 5.11(a)).

5.2 Vergleich mit anderen Versuchsergebnissen

5.2.1 Versuche von *Sandvik*

Von *Sandvik* [32] wurden zwei Prototypenmodelle mit üblichen Abmessungen eines Ro-Ro-Decks unter Radlasten getestet. Die Werkstoffkennwerte und die Geometrie

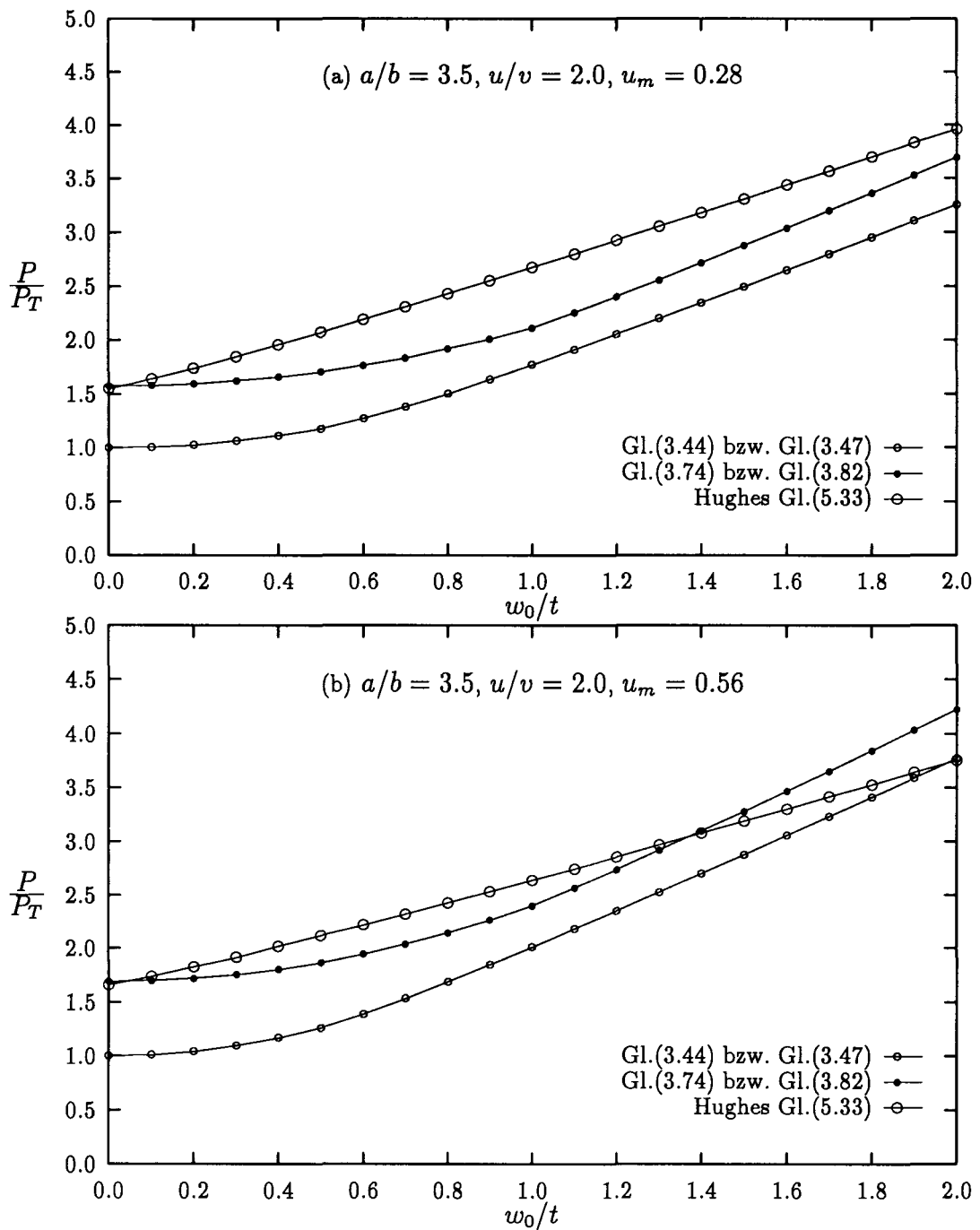


Abb. 5.11: Vergleich mit der Lösung von Hughes

der Plattenfelder sind in der Tab. 5.3 zusammengestellt. Die Belastungen wurden durch Fahren mit einem Gabelstapler in der Plattenmitte bzw. auf einer der Aussteifungen in zwei Richtungen (parallel und quer zu den Aussteifungen) aufgebracht. Gemessen wurden die Dehnungen und Durchbiegungen an den belasteten Stellen bei der Belastung bzw. nach der Entlastung. Um die Messungen und die analytischen Lösungen vergleichen zu können, sind hier 8 Lastfälle, bei denen die Radlast in der

Modell	R_{eH} [N/mm ²]	a [mm]	b [mm]	t [mm]	Aussteifungen
1	259	1750	700	11.5	HP230 × 13
2	277	1750	350	7.0	HP200 × 9

Tabelle 5.3: Werkstoffkennwerte und Geometrie der Versuchsmodelle von *Sandvik*

Mitte der Plattenfelder wirkt, ausgewählt (Tab. 5.4). Da die Größe der Aufstands-

Nr.	Modell	u [mm]	v [mm]	$\frac{w_0}{t}$	$\frac{P_{w_1}}{P_T}$	$\frac{P_m}{P_T}$	$\frac{P_{w_2}}{P_T}$
1	1	1219.2	164.6	0.55	1.55	1.02	2.21
2	1	1219.2	276.1	0.91	2.34	1.63	2.72
3	2	465.7	149.0	0.28	1.12	0.90	1.84
4	2	467.3	219.6	0.31	1.14	1.19	1.85
5	2	508.0	194.1	0.34	1.18	1.22	1.89
6	2	1219.2	164.6	0.39	1.39	1.57	2.15
7	2	1219.2	218.9	0.41	1.41	1.92	2.17
8	2	1219.2	276.1	0.69	2.14	2.17	2.58

Tabelle 5.4: Vergleich mit den Meßergebnissen von *Sandvik*

flächen von *Sandvik* [32] nicht angegeben wurde, sind die Werte von u und v aus *Jones* [28] entnommen, wo angenommen wurde, daß u beim Einzelrad der eingesetzten Radbreite (609.6 mm) entspricht. In Tab. 5.4 sind die gemessenen, bleibenden Verformungen in der Plattenmitte w_0/t sowie die gemessenen und errechneten Radlasten eingetragen, wobei P_T die Traglast nach Gl. (3.13) ist, P_{w_1} und P_{w_2} nach Gl. (3.47) bzw. nach Gl. (3.82). P_m ist die gemessene Radlast. Bei der Rechnung für die Doppelradbelastung wird angenommen, daß die Radlasten gleichmäßig auf den Aufstandsflächen verteilt sind. Es ist zu erkennen, daß die gemessene Radlast P_m/P_T bei den meisten Lastfällen zwischen den frei drehbaren und eingespannten rechnerischen Radlasten P_{w_1} bzw. P_{w_2} liegen und nur leicht größer sind als P_{w_1} .

5.2.2 Versuche von Jackson und Frieze

Von Jackson und Frieze [35] wurden insgesamt 24 Versuche mit zwei Decksmo-
 deln durchgeführt. Beide Modelle unterschieden sich durch die Werkstoffkennwerte
 und die Plattendicke (Modell 1: $R_{eH} = 353 \text{ N/mm}^2$ und $t = 7.25 \text{ mm}$, Modell
 2: $R_{eH} = 399 \text{ N/mm}^2$ und $t = 7.08 \text{ mm}$). Die Platten wurden mit T-Profilen in
 Längs- bzw. in Querrichtung mit unterschiedlichen Abständen ausgesteift. Damit
 erhielt man verschiedene Verhältnisse der Plattenfelder. Das Verhältnis der Auf-
 standsfläche $u/v = 2.0$ wurde als konstant betrachtet. Die Radlast wurde durch
 Verwendung mehrerer Zylinder am Rand der Aufstandsfläche simuliert. Gemessen
 wurden die Durchbiegungen in der Plattenfeldmitte zur entsprechenden Aussteifung
 beim Be- und Entlastungsvorgang. Das Modell wurde so weit belastet, bis die ma-
 ximal bleibende Verformung in der Plattenfeldmitte $w_0/t \approx 1.2$ erreicht war. In
 Tab. 5.5 sind die Abmessungen des Plattenfeldes a und b , die Aufstandsflächen u
 und v , die maximal bleibenden Verformungen bei jedem Lastfall w_0/t und die ge-
 messenen und errechneten Radlasten P_m/P_T bzw. P_{w_1}/P_T und P_{w_2}/P_T eingetragen.

Nr.	Modell	$a[\text{mm}]$	$b[\text{mm}]$	$u[\text{mm}]$	$v[\text{mm}]$	w_0/t	P_{w_1}/P_T	P_m/P_T	P_{w_2}/P_T
1	1	450	450	250	125	0.94	1.79	3.09	2.29
2	2	450	450	250	125	0.60	1.32	2.89	2.00
3	1	450	450	150	75	1.23	2.04	3.27	2.43
4	2	450	450	150	75	1.22	2.03	3.34	2.42
5	1	450	225	250	125	0.04	1.00	2.25	1.85
6	2	450	225	250	125	0.03	1.00	2.09	1.85
7	1	450	225	150	75	0.37	1.13	1.99	1.81
8	2	450	225	150	75	0.47	1.21	2.37	1.87
9	1	900	450	250	125	0.95	1.79	3.09	2.21
10	2	900	450	250	125	0.74	1.50	3.12	2.01
11	1	900	450	150	75	1.06	1.81	2.98	2.16
12	2	900	450	150	75	1.01	1.74	3.21	2.10
13	1	900	225	250	125	0.09	1.01	2.23	1.75
14	2	900	225	250	125	0.08	1.01	2.09	1.75
15	1	900	225	150	75	0.46	1.20	2.17	1.79
16	2	900	225	150	75	0.26	1.06	2.05	1.69
17	1	1800	450	250	125	0.90	1.73	3.08	2.12
18	2	1800	450	250	125	0.79	1.57	2.86	2.00
19	1	1800	450	150	75	0.98	1.70	2.35	2.03
20	2	1800	450	150	75	1.01	1.74	3.05	2.07
21	1	1800	225	250	125	0.10	1.01	2.25	1.70
22	2	1800	225	250	125	0.10	1.01	2.09	1.70
23	1	1800	225	150	75	0.38	1.14	2.17	1.71
24	2	1800	225	150	75	0.38	1.14	2.27	1.71

Tabelle 5.5: Vergleich mit den Meßergebnissen von Jackson und Frieze

Man sieht, daß die von *Jackson* und *Frieze* [35] gemessenen Radlasten P_m/P_T doppelt so groß sind wie die mit frei drehbaren Rändern errechneten Werte P_{w_1}/P_T und sogar noch größer als der Fall einer allseitigen Einspannung (P_{w_2}/P_T). Die Ursache ist die bei der Messung verwendete Lastverteilung. Bei den Versuchen wurden die Radlasten nur am Rand entlang der längeren Seite u der Aufstandsfläche konzentriert, während bei der Rechnung die Radlasten innerhalb der Aufstandsfläche gleichmäßig verteilt sind. Dieser Unterschied, wie *Jackson* in [35] erläutert, führt dazu, daß sich die Durchbiegung in der Mitte des Plattenfeldes bei gleicher Belastung unter Linienlast gegenüber einer Flächenlast fast verdoppelt. Um dieses Phänomen zu erklären, wurde eine nichtlineare FE-Rechnung durchgeführt. Als Beispiel dient Abb. 5.12, in der die Belastungen P/P_T in Abhängigkeit der bleibenden Durchbiegungen in der Mitte des Plattenfeldes der Messungen Nr.3 und der FE-Ergebnisse unter Linienlast bzw. unter Flächenlast dargestellt sind. Es zeigt sich, daß die FE-

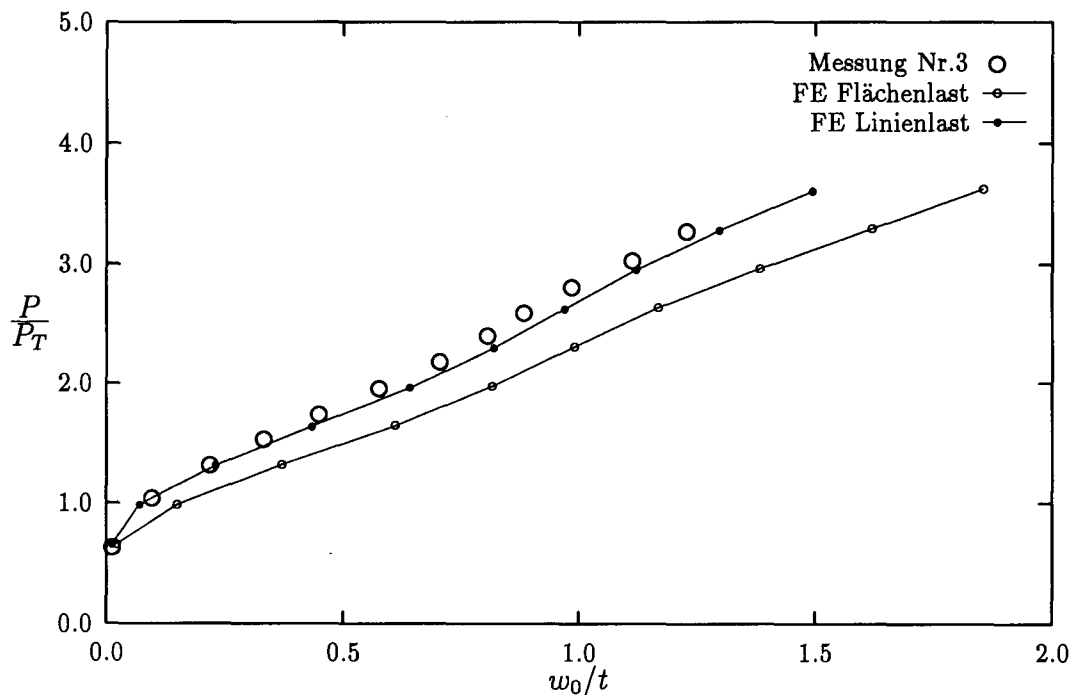


Abb. 5.12: Unterschied zwischen Linienlast und Flächenlast, Messung nach *Jackson* und *Frieze* und FE-Rechnung

Rechnung unter einer Linienlast die Messung von *Jackson* und *Frieze* [35] sehr gut nachvollzieht, während die FE-Rechnung bei der gleichen bleibenden Durchbiegung kleinere Flächenlasten ergibt.

Man kann also feststellen, daß die vorgeschlagenen Lösungen durch die in der Literatur angegebenen Versuche und Abschätzungen abgesichert sind. Wo Abweichungen vorhanden sind, lassen sich diese erklären.

6. Schiffbauliche Anwendung

6.1 Allgemeines

Wie eben erläutert, ist die Tragfähigkeit eines Flächentragwerkes unter einer Teilflächenlast von mehreren geometrischen und werkstofflichen Parametern abhängig. Dabei spielen die Plattendicke t und das Verhältnis der Aufstandsfläche zur Plattenbreite v/b eine große Rolle (Gl. (3.13) und Gl. (3.29)). Um die Tragfähigkeit solcher Konstruktionen zu erhöhen, werden entweder verstärkte Plattendicken oder kleinere Abstände zwischen den Aussteifungen benötigt. Da der Materialverbrauch bei der Beplattung wesentlich größer ist als bei den Aussteifungen, ist die letzte Maßnahme in diesem Zusammenhang günstiger. Um dies genauer zu erfassen, ist die Erhöhung der Traglast P_T in Abhängigkeit der Reduzierung der Plattenbreite b nach Gl. (3.13) bzw. Gl. (3.29) in Abb. 6.1 und Abb. 6.2 eingetragen worden, wobei P_{T0} der Ausgangsplattenbreite b_0 entspricht. Man sieht, daß die Zunahme der Trag-

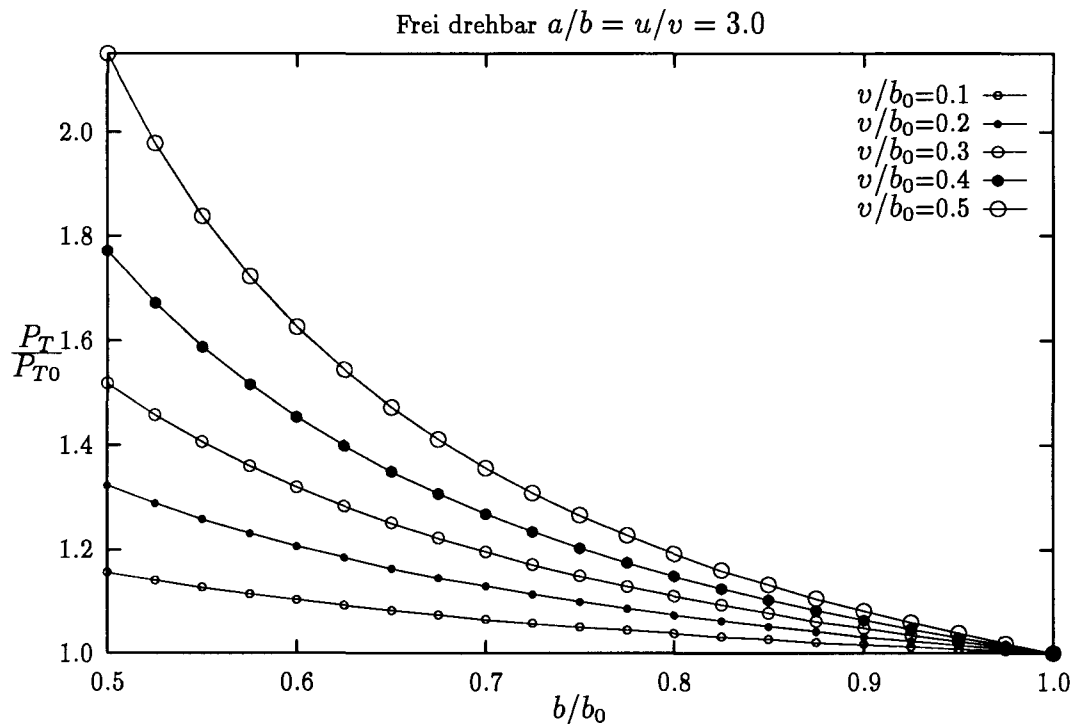


Abb. 6.1: Erhöhung der Traglast durch eine Reduzierung der Plattenbreite

last neben der Abhängigkeit von der Reduzierung der Plattenbreite b/b_0 auch mit dem Verhältnis v/b_0 zusammenhängt. Je größer das Verhältnis v/b_0 ist, desto bedeutender ist die Reduzierung von b/b_0 . So führt z. B. bei einer kleinen Aufstandsfläche ($v/b_0 = 0.1$) die Reduzierung $b/b_0 = 0.5$ zu einer Erhöhung der Traglast P_T um ca. 16% bei frei drehbaren bzw. um ca. 24% bei allseitig eingespannten Rändern. Für

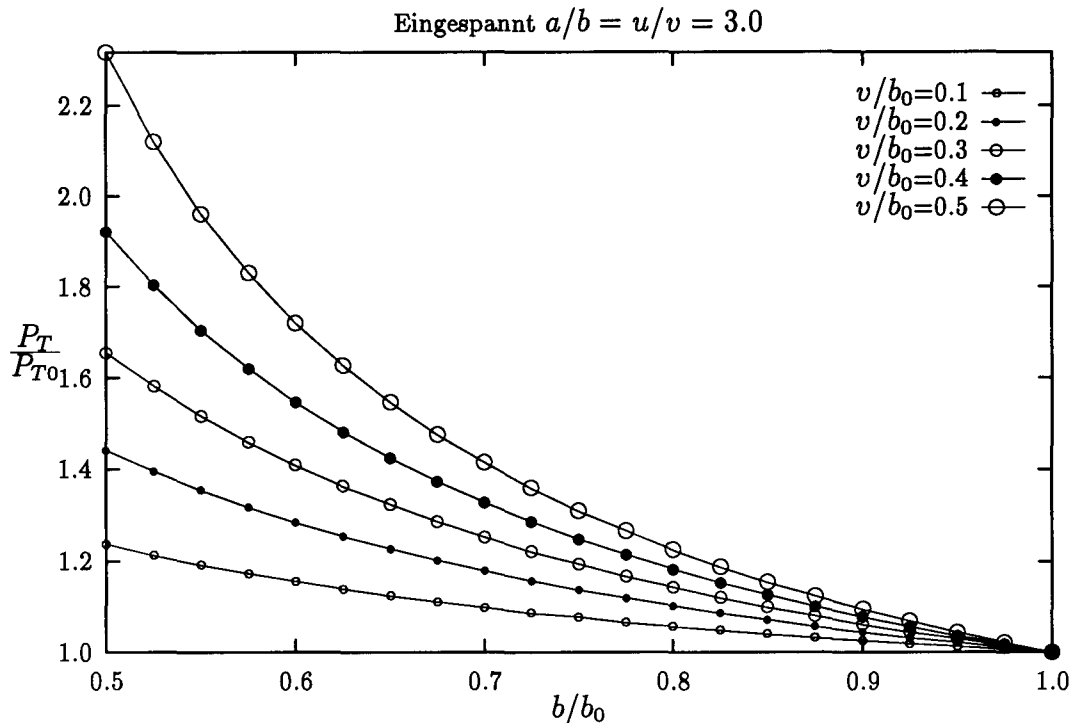


Abb. 6.2: Erhöhung der Traglast durch eine Reduzierung der Plattenbreite

eine Vollflächenlast ($v/b_0 = 0.5$) bei $b/b_0 = 0.5$ beträgt diese Erhöhung ca. 115% mit der frei drehbaren bzw. ca. 132% mit der allseitig eingespannten Randbedingung.

Um zu einer leichteren und fertigungsmäßig günstigeren Konstruktion zu kommen, wird von *Lehmann* [41] eine mit Trapezhohlprofilen ausgesteifte Decksstruktur vorgeschlagen (Abb. 6.3). Unter dem Begriff Trapezhohlprofil versteht man ein Profil, dessen zwei Seiten an die Beplattung angeschlossen sind. Dies führt zu einer erheblichen Abminderung der Breite des Plattenfeldes. Außerdem bewirkt die höhere Torsionssteifigkeit dieser geschlossenen Profile im Vergleich zu herkömmlichen offenen Profilen eine bessere Verteilung der örtlichen Belastung. Wegen der größeren Biegesteifigkeit des Profils kann der Querträgerabstand größer als bei offenen Längsaussteifungen sein. Damit kann die Anzahl der Kreuzungspunkte zwischen Längs- und Querträgern gegenüber einer Ausführung mit offenen Profilen um bis zu 20% gesenkt werden, wie *Weitz* [43] berichtet. Von der Konservierungsmöglichkeit her ist die Benutzung von Trapezhohlprofilen auch günstiger. Denn bei der heute üblichen Bauweise (Platten mit durchlaufenden Längsaussteifungen) ist die Herstellung der kompliziert wirkenden Durchbrüche in den Querträgern mit den heute üblichen NC-Brennschneidanlagen unproblematisch. Bei der Verschweißung der Längssteifen mit der Decksbeplattung können die heute verfügbaren automatisierten Schweißeinrichtungen eingesetzt werden.

Seit etwa 1954 werden die Trapezhohlprofile als Längsaussteifung von orthotropen Fahrbahnplatten in Brücken angewendet. Dieser Profiltyp wird heute nahezu

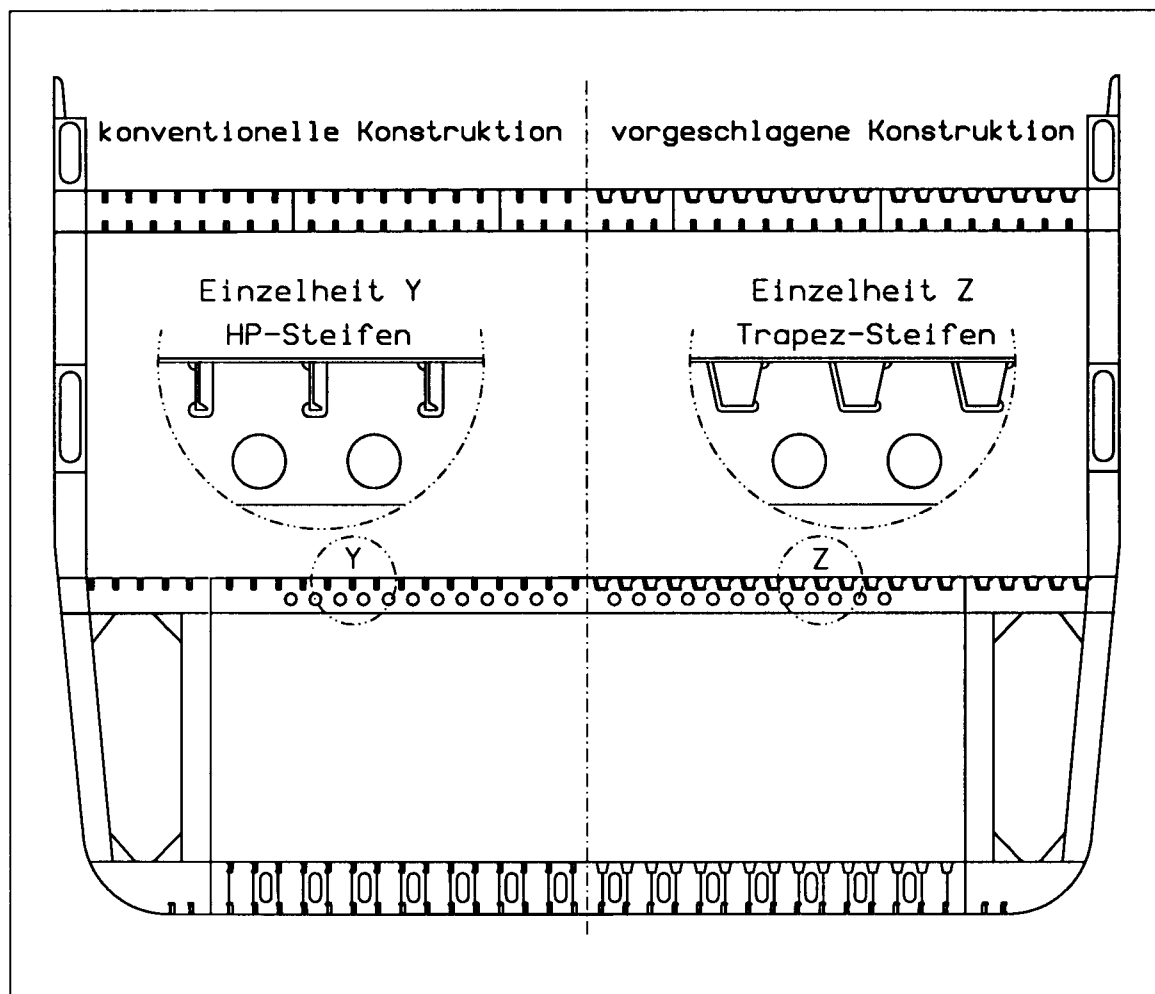


Abb. 6.3: Hauptspant eines Ro-Ro-Schiffes

ausnahmslos bei stählernen Straßenbrücken eingesetzt, so z. B. von *Wagner* [42] beschrieben. Für Brückenkonstruktionen mit Trapezhohlprofilaussteifungen sind heute bereits Bemessungsgrundlagen vorhanden, siehe *Stahlbauhandbuch* [44]. Für die Anwendung dieses Profils auf Schiffen liegt noch keine Vorschrift vor.

In einer rechnerischen Untersuchung für eine Zwischendeckskonstruktion eines Ro-Ro-Schiffes, die mit Hilfe des FE-Programmes *SAP IV* im elastischen Bereich durchgeführt wurde, hat *Leger* [40] festgestellt, daß durch den Einsatz von Trapezhohlprofilen als Längssteifen eines Decks im Vergleich zu konventionellen Wulstprofilen die Dicke der Decksbeplattung um 20% reduziert werden kann.

Um das nichtlineare Tragverhalten eines Flächentragwerkes unter Teilflächenlast, insbesondere das Tragverhalten von mit Trapezhohlprofilen ausgesteiften Deckskonstruktionen zu erkennen, wurden experimentelle und rechnerische Untersuchungen durchgeführt.

6.2 Experimentelle Untersuchung

6.2.1 Beschreibung der Versuchsmodelle

Für die Untersuchung standen zwei Versuchsmodelle zur Verfügung. Ausgehend von einem mittleren Ro-Ro-Deck üblicher Größe wurden die beiden Modelle im Maßstab 1:1 in schiffbaulicher Weise konstruiert. Die Herstellung und Lieferung der Versuchsmodelle wurde dankenswerterweise von der *Flender Werft AG* in *Lübeck* übernommen. Die beiden Modelle unterschieden sich wesentlich in den Längsaussteifungen.

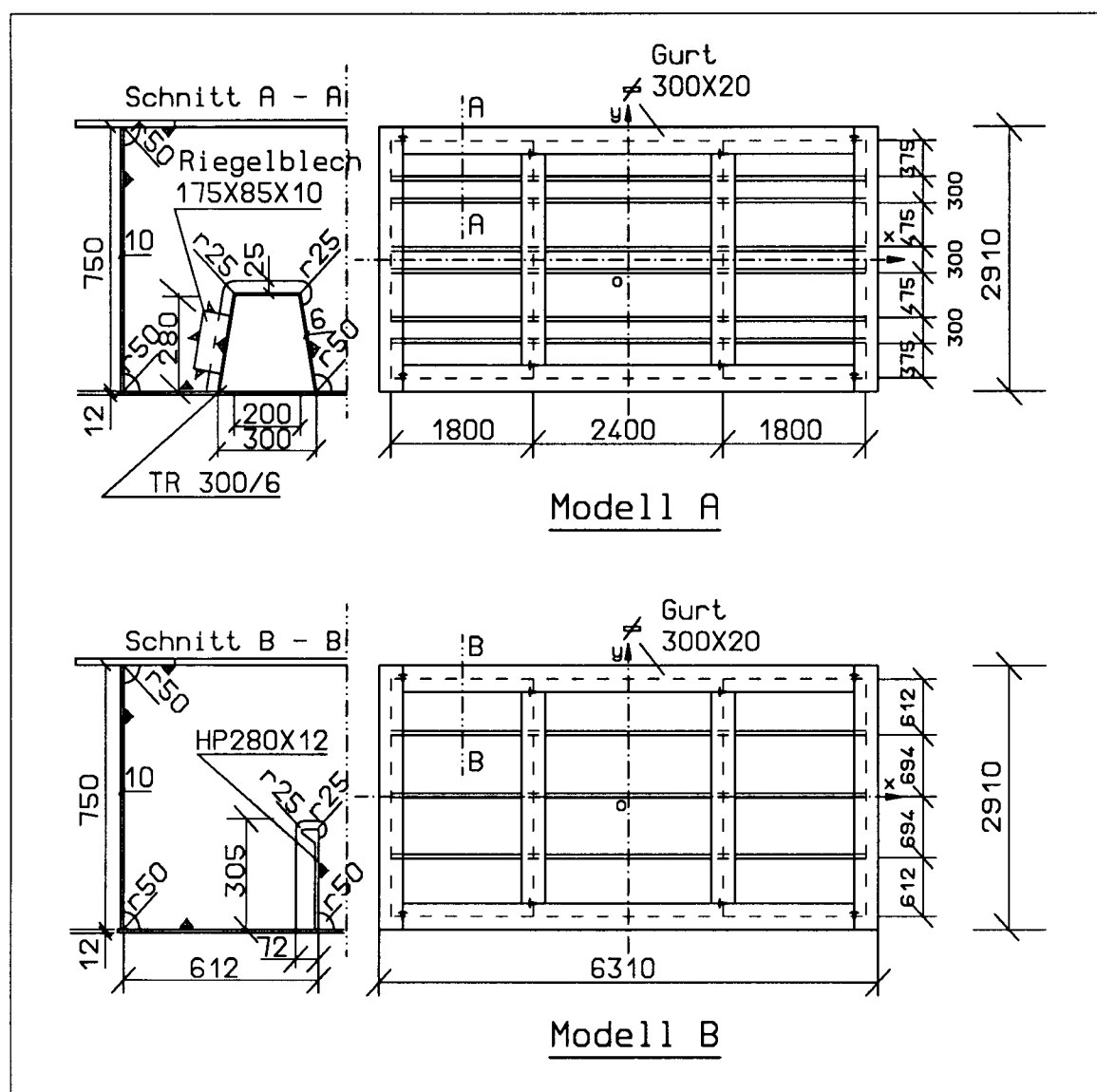


Abb. 6.4: Aufmaße der Versuchsmodelle

Um den Bezug zur traditionellen Konstruktion zu erhalten, ist das Modell B mit schiffbaulichen Wulstprofilen $HP280 \times 12 \text{ mm}$ und das Modell A mit Trapezhohlpro-

filen $275 \times 200 \times 300 \times 6 \text{ mm}$, wie sie üblicherweise im Brückenbau angewendet werden, ausgerüstet worden (Abb. 6.4). Die Trapezhohlprofile sind mit zwei Kehlnähten an die Decksbeplattung angeschlossen. Bei der Auswahl der Profilgrößen ist davon ausgegangen worden, daß die Querschnittsflächen und die Trägheitsmomente beider Profiltypen ungefähr gleich sein sollten. Damit wird der Materialeinsatz vergleichbar. In den Anschlußbereichen zwischen Längsversteifungen und Beplattung wurde bei Modell B beidseitig, bei Modell A nur einseitig geschweißt. Die Dicken der Decksbeplattungen, die aus normalfestem Stahl *GL A* bestanden, betragen 12.4 mm . Die Längsaussteifungen sind beidseitig durch zwei Querträger, die aus Stegblechen $2650 \times 750 \times 10 \text{ mm}$ und Untergurten $2910 \times 300 \times 20 \text{ mm}$ bestanden, abgeschlossen worden. Zwei seitliche Längsträger mit einem Steg von $750 \times 10 \text{ mm}$ und einem Gurt von $300 \times 20 \text{ mm}$ sind mit den zwei Querträgern verbunden.

6.2.2 Versuchsaufbau und Belastungseinrichtung

Um die Kosten für die Krafteinleitungen zu reduzieren, sind bei den Untersuchungen beide Modelle durch vier Winkelprofile $200 \times 200 \times 15 \text{ mm}$ und acht Kniebleche $300 \times 300 \times 15 \text{ mm}$ so miteinander verbunden worden, daß die Decksobenseiten einander zugewandt waren. Dadurch diente bei der Belastung des einen Modells das andere als Widerlager (Abb. 6.5). Für die Lastaufbringung wurden zwei kraftgesteuerte hydraulische Zylinder, die an einem quergelagerten *IPB300* durch Ketten gehalten wurden, zwischen beiden Modellen angesetzt. Während der Lastaufbringung wurden die Ketten gelöst.

Bei den elastischen Vorversuchen und bei den Traglastversuchen mit einem einzelnen Rad in den Plattenfeldern wurde der Zylinder mit einer maximalen Druckkraft von 600 kN verwendet. Bei den Traglastversuchen mit einem einzelnen Rad auf den Versteifungen und mit dem Doppelrad in den Plattenfeldern wurde der Zylinder mit einer maximalen Druckkraft von 1500 kN verwendet (Abb. 6.5).

Um einen zentrischen Kraftangriff zu bekommen, wurde zwischen der Kraftabstützung und dem Zylinder eine Kugelkalottenlagerung eingesetzt. Mit Hilfe von zwei Wasserwaagen wurde die horizontale und vertikale Ausrichtung des Zylinders kontrolliert.

Um die örtlichen Radlasten realisieren zu können, wurden verschiedene Radauflastflächen eingesetzt. Bei den elastischen Vorversuchen wurden eine flache Stahlscheibe $300 \times 200 \times 50 \text{ mm}$ mit einem 20 mm dicken Gummi und eine flache Stahlscheibe $100 \times 200 \times 50 \text{ mm}$ mit einem 20 mm dicken Gummi verwendet. Die Simulation eines Einzelrades bzw. eines Doppelrades erfolgt mit zwei runden Stahlscheiben (Durchmesser = 480 mm , Breite = 100 mm) mit einem 33 mm dicken Vollgummi (Abb. 6.5). Diese wurden ebenfalls bei den Traglastversuchen eingesetzt.

6.2.3 Kraft-, Dehnungs- und Durchbiegungsmessung

Der Zylinderdruck wurde elektrisch mit einem Druckaufnehmer (Genauigkeit 1%) in [bar] aufgenommen. Außerdem wurden die Belastungen im Versuchsprotokoll mitgeschrieben, um die Stufen der Lastschritte kontrollieren zu können. Die Durchbiegung in der Plattenfeldmitte bzw. auf dem Profil wurde mit potentiometrischen Wegaufnehmern gemessen.

Da die Untergurtkreuzungspunkte zwischen Längs- und Querträgern Bezugspunkte waren, konnten so die relativen Verschiebungen der Meßpunkte gegenüber den Längs- und Querträgern gemessen werden. Zur Ermittlung der Spannungszustände wurden im Plattenfeld bzw. auf den Profilen die von *Tokyo Sokki Kenkyuko Co., Ltd.* hergestellten Dehnungsmeßstreifen *FLA-6* (Linear), *FCA-6* (Kreuze) und *FRA-6* (Rosette) geklebt, die bis zu einem Maximalwert von ca. 3% Dehnung meßtechnisch zuverlässig sind.

Alle Dehnungen wurden, zusammen mit den Durchbiegungen und Belastungsdrücken, mit einer digitalen Vielstellenmeßanlage *OPTILOG 200* gemessen und auf dem dazugehörigen Rechner *HP 9217* gespeichert. Die gespeicherten Meßwerte wurden mit einer Auswertungssoftware des *TÜV-Hamburg* nach den entsprechenden Gesichtspunkten aufbereitet und graphisch dargestellt.

Aus den elastischen Berechnungen zur Bemessung der Versuchskörper wurden wichtige Hinweise zur Anordnung der Meßstreifen gewonnen. So mußten in den Blechfeldern wegen des zu erwartenden zweiachsigen Spannungszustandes aus Biege- und Membranspannungen die Rosetten und Kreuze auf beiden Plattenseiten geklebt werden. Um eine Kontrolle zu ermöglichen, wurden auch in angrenzenden Blechfeldern *DMS* appliziert. Diese Art der Applizierung erfaßt in ausreichender Weise den Dehnungszustand, ist aber auch sehr aufwendig. Daher wurden in Bereichen, in denen der Spannungszustand in befriedigender Weise durch die Dehnungen in einer Richtung beschrieben wird, lineare *DMS* vorgesehen. Dieses erfolgte besonders im Stegbereich der Profile. Bei den unsymmetrischen Wulstprofilen muß wegen der Sekundärbiegung auf beiden Seiten der Stege appliziert werden.

Um die großen nichtlinearen Verformungen messen zu können, wurden induktive Wegaufnehmer für große Wege verwendet, und zwar sowohl für die Plattendurchbiegung als auch für das Verhalten der Aussteifung. Während der einzelnen Versuche ergaben sich Situationen, bei denen eine Korrektur bzw. Ergänzung der Meßstellenanordnung erforderlich wurde.

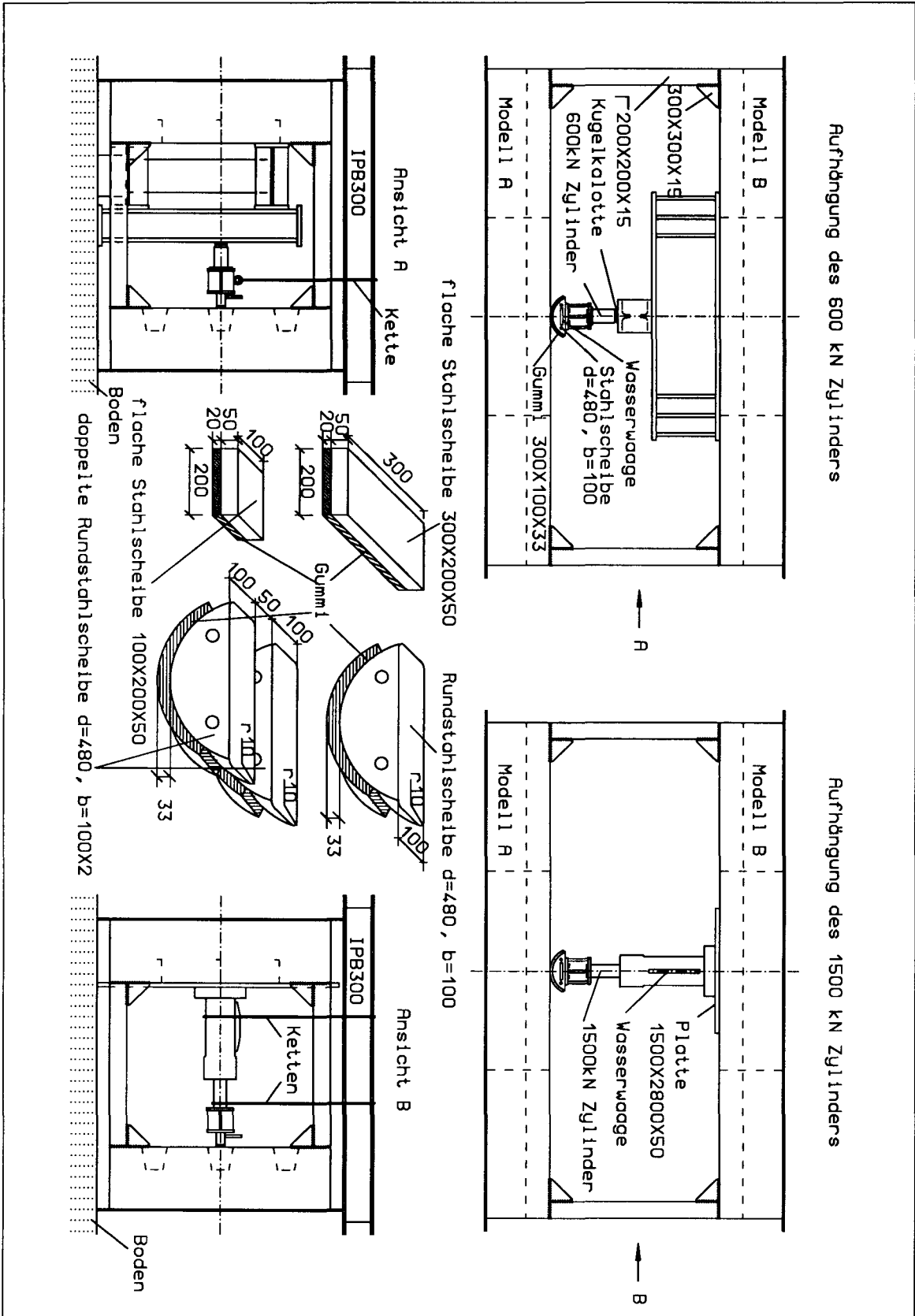


Abb. 6.5: Versuchsaufbau und Aufstandsflächen

6.2.4 Werkstoffkennwerte

Die Versuchsmodelle bestanden aus normalfestem Schiffbaustahl. Um die tatsächliche Streckgrenze und den Elastizitätsmodul zu ermitteln, wurden dehnungsgeregelte Zugproben nach DIN 50145 durchgeführt. Hierbei wurden Längsproben aus den Wulst- und Trapezhohlprofilen und Längs- und Querproben aus der Beplattung untersucht. Im Mittel ergaben sich die in Tab. 6.1 zusammengestellten Ergebnisse. Bemerkenswert ist, daß die Streckgrenzen R_{eH} der Wulstprofile 27% höher als die der Trapezhohlprofile sind.

No.	Zugprobe Name	Dicke [mm]	R_{eH} [N/mm ²]	R_m [N/mm ²]	Bruchdehn. [%]	E-Modul [N/mm ²]
1	Platte längs. 1	12.4	298	406	71	208200
2	Platte längs. 2	12.4	292	404	69	205000
3	Platte quer. 1	12.4	300	411	70	202700
4	Platte quer. 2	12.4	314	406	69	201900
	Mittelwerte	12.4	301	407	69	201950
5	Wulstprofil 1	11.7	427	595	66	208600
6	Wulstprofil 2	11.7	428	595	66	201000
	Mittelwerte	11.7	427	595	66	204800
7	Trapezprofil 1	6.4	317	416	76	195300
8	Trapezprofil 2	6.4	306	427	73	200000
	Mittelwerte	6.4	312	421	75	197700

Tabelle 6.1: Ergebnisse der Zugversuche nach *DIN* 50145

6.2.5 Vorversuche im elastischen Bereich

Bevor die nichtwiederholbaren Traglastversuche durchgeführt wurden, fanden Vorversuchsreihen für beide Modelle statt. Das Ziel der Vorversuche war:

- den Meßaufbau und die Meßstreifen zu testen;
- die Übereinstimmung zwischen elastischer Messung und linearer FE-Rechnung zu überprüfen;
- die elastische Grenzlast bei verschiedenen Aufstandsflächen und Kraftangriffstellen zu ermitteln.

Es wurden folgende Lastfälle ausgewählt:

- Lastfall 1: Belastung mittig auf einem Profil (VA11, VA21, VB11, VB21)

- Lastfall 2: Belastung in der Plattenfeldmitte zwischen zwei Profilen (VA12, VA22, VB12, VB22)
- Lastfall 3: Belastung auf einer Profilkante (VA13, VA23, VB13, VB23).

Bei jedem der oben genannten Lastfälle wurden die flachen Aufstandsflächen verwendet. Außerdem wurde am Modell A die Rundstahlscheibe eingesetzt, um die unterschiedlichen Einflüsse beider Aufstandsflächenarten zu vergleichen (VA31, VA32, VA33). Die Zusammenstellung der Versuche ist in Abb. 6.6 dargestellt. Vor den

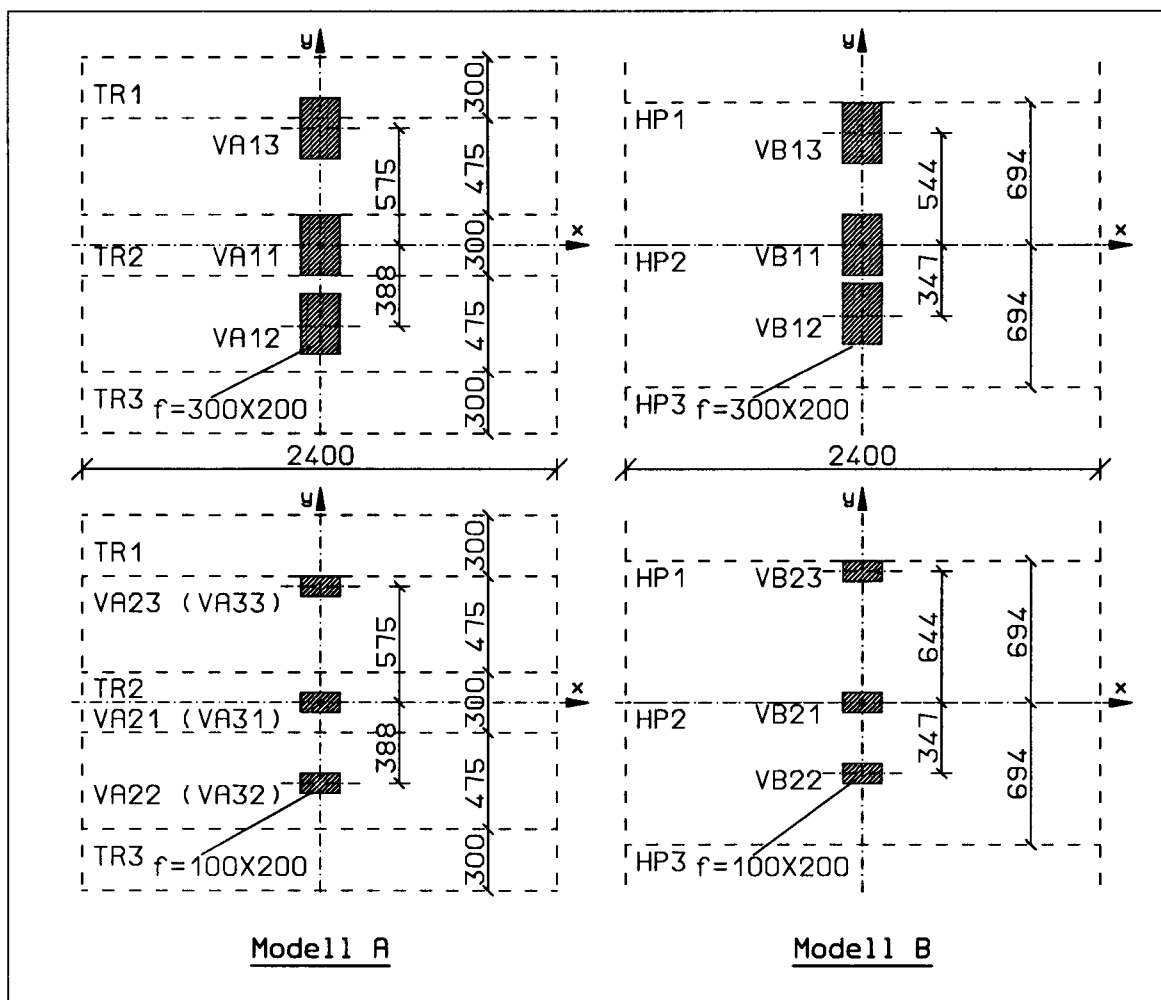


Abb. 6.6: Anordnung der elastische Versuche

Messungen wurden die Modelle bei jedem Lastfall mehrmals im elastischen Bereich be- und entlastet, um die Schweißspannungen zu vermindern. Die maximale Belastung ist so gewählt, daß die gemessenen Dehnungen eines jeden Lastfalls im elastischen Bereich bleiben und die Spannungen der beiden Modelle verglichen werden können. Bei der stufenweise aufgetragenen Belastung wurden die Dehnungen und Durchbiegungen gemessen und überwacht, um in allen Meßstellenbereichen Teilpla-

stizierungen zu vermeiden. In Tab. 6.2 ist eine Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse der elastischen Vorversuche gezeigt.

Vers. Name	P [kN]	σ_{x_max} [N/mm ²]	σ_{y_max} [N/mm ²]	σ_{v_max} [N/mm ²]	w_{max} [mm]
VA11	135	26	217	205	1.26
VA12	79	244	292	271	4.30
VA13	124	135	201	177	3.00
VA21	78	-50	-227	207	0.75
VA22	40	203	289	257	2.81
VA23	46	81	131	115	1.31
VB11	147	92	164	143	2.57
VB12	65	252	322	293	6.83
VB13	94	205	256	235	4.89
VB21	95	88	—	—	1.32
VB22	30	204	284	254	4.19
VB23	66	144	257	223	4.00

Tabelle 6.2: Meßergebnisse der elastischen Vorversuche

Darin ist zu erkennen, daß im elastischen Bereich die kritische Lastangriffsstelle erwartungsgemäß in der Plattenmitte liegt (VA12, VA22, VB12, VB22). Die Aufstandsfläche, insbesondere ihre Ausdehnung in Querrichtung v , hat einen großen Einfluß auf die maximalen Spannungen σ_v .

Versuch Name		P [kN]	σ_{x_max} [N/mm ²]		σ_{y_max} [N/mm ²]		σ_{v_max} [N/mm ²]		P_{el} [kN]		w_{max} [mm]	
VA12	VB12	65	201	252	241	322	223	293	88	67	3.56	6.83
VA22	VB22	30	144	204	205	284	183	254	49	36	2.02	4.19

Tabelle 6.3: Vergleich der elastischen Vorversuche für Modell A und B

In Tab. 6.3 sind die elastischen Spannungen und Verformungen von Modell A und B unter gleicher Belastung gegenübergestellt, wobei P_{el} die nach den Messungen umgerechnete elastische Grenzlast ist. Das Verhalten im elastischen Bereich beider Modelle läßt sich wie folgt zusammenfassen:

- Die maximale Spannung in der mit Trapezhohlprofilen ausgesteiften Platte beträgt nur ca. 75% der maximalen Spannung in der mit Wulstprofilen ausgesteiften Platte. Die maximal gemessene Durchbiegung beträgt sogar nur die Hälfte. Dies führt zu einer Erhöhung der elastischen Grenzlast P_{el} um 24% (VA12 zu VB12) bzw. 27% (VA22 und VB22).

- Das Verhältnis v/b hat einen wesentlichen Einfluß auf die elastische Grenzlast P_{el} . Man erkennt, daß v/b von 0.144 bis 0.432 (VB12 und VB22) bzw. von 0.211 bis 0.631 (VA12 und VA22) zu einer fast doppelten elastischen Grenzlast P_{el} führt. Das bedeutet, daß eine Verminderung des Steifenabstands b für die elastische Grenzlast P_{el} eine große Bedeutung hat.
- Unabhängig vom Verhältnis v/u sind die quer zu den Steifen laufenden Spannungen $\sigma_{y_{max}}$ im Vergleich zu den Spannungen in Steifenrichtung $\sigma_{x_{max}}$ ca. 25% höher. Dieses ist vor allem durch die Verhältnisse v/b und u/a zu erklären. Da das Verhältnis u/a bei den Versuchen im Vergleich zu v/b wesentlich kleiner ist, hängt die gesamte Spannung vor allem von v/b ab.

Beim Vergleich der Aufstandsflächen mit flacher und runder Scheibe bei gleicher Belastung und Angriffsstelle (Tab. 6.4) ist der Unterschied der Durchbiegungen in allen Lastfällen unter 7% geblieben. Dagegen ist die Vergleichsspannung bei VA32 17% niedriger als bei VA22. Der Grund dafür liegt in der kleineren Länge der Berührungsfläche der Rundscheibe bei einer so geringen Belastung. Diese gemessenen Längen bei VA31, VA32 und VA33 waren 58%, 38% und 51% kleiner als bei der entsprechenden Aufstandsflächenlänge der flachen Scheibe von 200 mm. Trotzdem ist zu sehen, daß die Änderung der Abmessung u auf die maximalen Spannungen und insbesondere auf die maximalen Durchbiegungen nur wenig Einfluß hat. Ein ausführlicher Vergleich zwischen Messungen und Rechnungen erfolgt im Abs.6.3.

Versuch Name		P [kN]	u [mm]		$\sigma_{x_{max}}$ [N/mm ²]		$\sigma_{y_{max}}$ [N/mm ²]		$\sigma_{v_{max}}$ [N/mm ²]		w_{max} [mm]	
VA21	VA31	66	200	86	28	28	173	183	161	170	0.67	0.67
VA22	VA32	35	200	124	191	262	272	302	242	284	2.45	2.61
VA23	VA33	46	200	97	81	112	131	135	115	125	1.31	1.41

Tabelle 6.4: Vergleich der Spannungen bei unterschiedlichen Längen u

6.2.6 Traglastversuche

Es wurde insgesamt 7 Traglastuntersuchungen durchgeführt:

- Einzelrad in Plattenfeldmitte (TA1 und TB1);
- Einzelrad auf der Stegoberkante eines Trapezhohlprofils (TA21);
- Einzelrad auf der Obergurtmitte eines Trapezhohlprofils (TA22);
- Einzelrad auf der Obergurtmitte eines Wulstprofils (TB2);

- Doppelrad in Plattenfeldmitte (TA3 und TB3).

Für die Aufstandsflächen wurde die in Abs.6.2.2 beschriebene Rundstahlscheibe benutzt. Die Radachse ist quer zur Längsversteifung angeordnet. Die Anordnung der Einzel- bzw. Doppelräder ist in Abb. 6.7 zusammengestellt. Für die Lastaufbringung wurde bei TA1 und TB1 der 600 kN Zylinder eingesetzt. Bei allen anderen Versuchen wurde der 1500 kN Zylinder verwendet. Im folgenden wird über die einzelnen Traglastversuche detailliert berichtet.

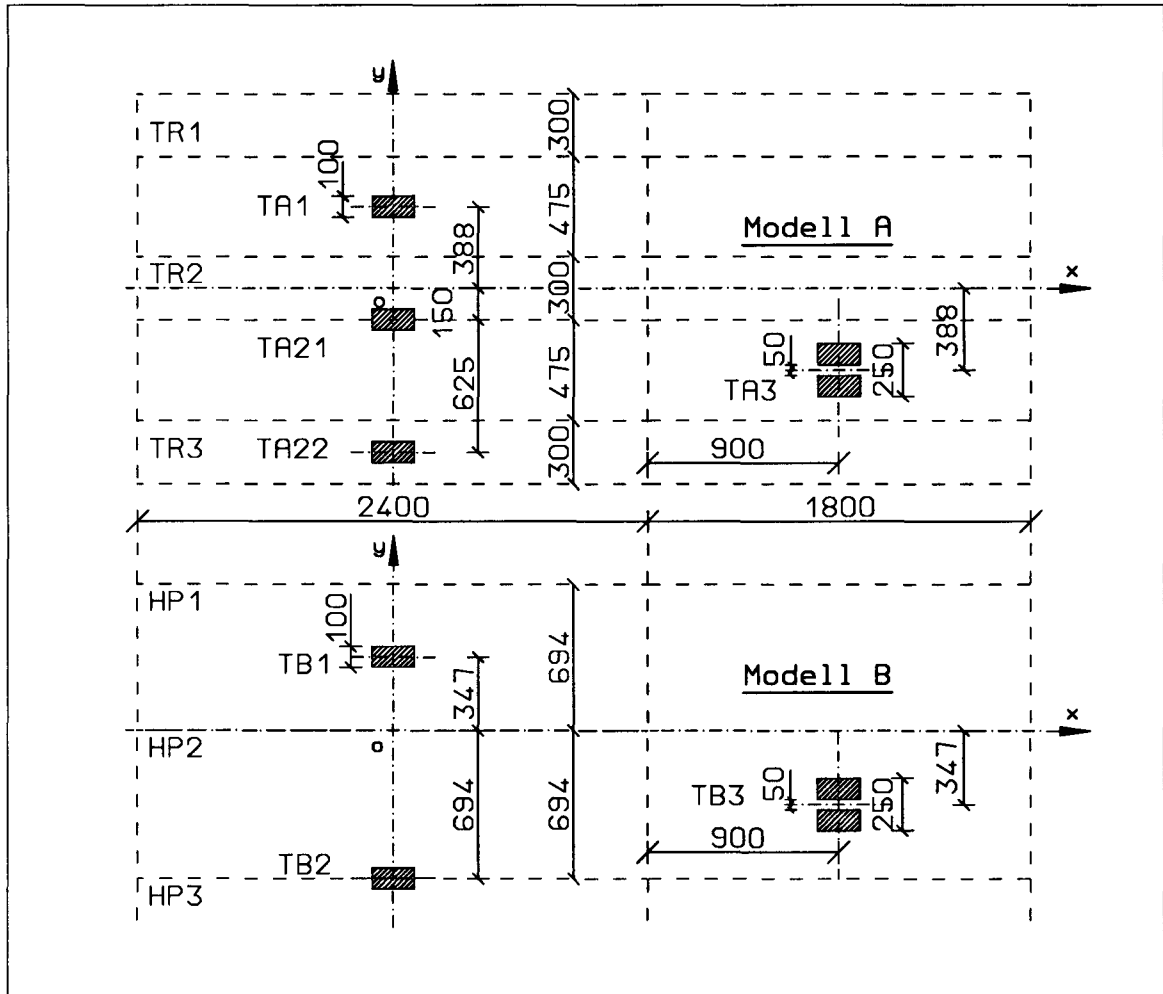


Abb. 6.7: Anordnung der Traglastversuche

TA1, TB1 (Einzelrad auf Plattenmitte)

Bei diesen Versuchen wurde das Tragverhalten der Plattenfelder beider Modelle unter einzelnen Radlasten untersucht (TA1 für Modell A, TB1 für Modell B). Die gemessenen Dehnungen und Durchbiegungen sind in den Abb. 6.8 bis Abb. 6.10

dargestellt. In Abb. 6.8 sind die Dehnungen der Meßstreifen TA1 MS21, TA1 MS22, TB1 MS26 und TB1 MS27, die sich an der Unterseite des Plattenfeldes direkt unter der Aufstandsfläche befinden, in Abhängigkeit von der Radlast aufgezeichnet, wobei TA1 MS21 und TB1 MS26 in der Versteifungsrichtung und TA1 MS22 bzw. TB1 MS27 quer zur Versteifungsrichtung angeordnet sind. Da die Radlast im Plattenfeld eine in Quer- und Längsrichtung unterschiedliche Krümmung erzeugt, zeigen die einzelnen Meßstreifen einen unterschiedlichen Fließbeginn, wobei die Dehnungen ε_x oder $\varepsilon_y \approx 0.2\%$ sind, und zwar in Querrichtung deutlich niedriger als in Längsrichtung. Beim Versuch TA1 plastiziert MS22 unter der Last von ca. 50 kN und MS21 bei ca. 60 kN. Bei Versuch TB1 liegt diese Last bei ca. 37 kN in Querrichtung (MS27) bzw. bei 52 kN in Längsrichtung (MS26), damit um ca. 26% bzw. 13% niedriger als beim Versuch TA1.

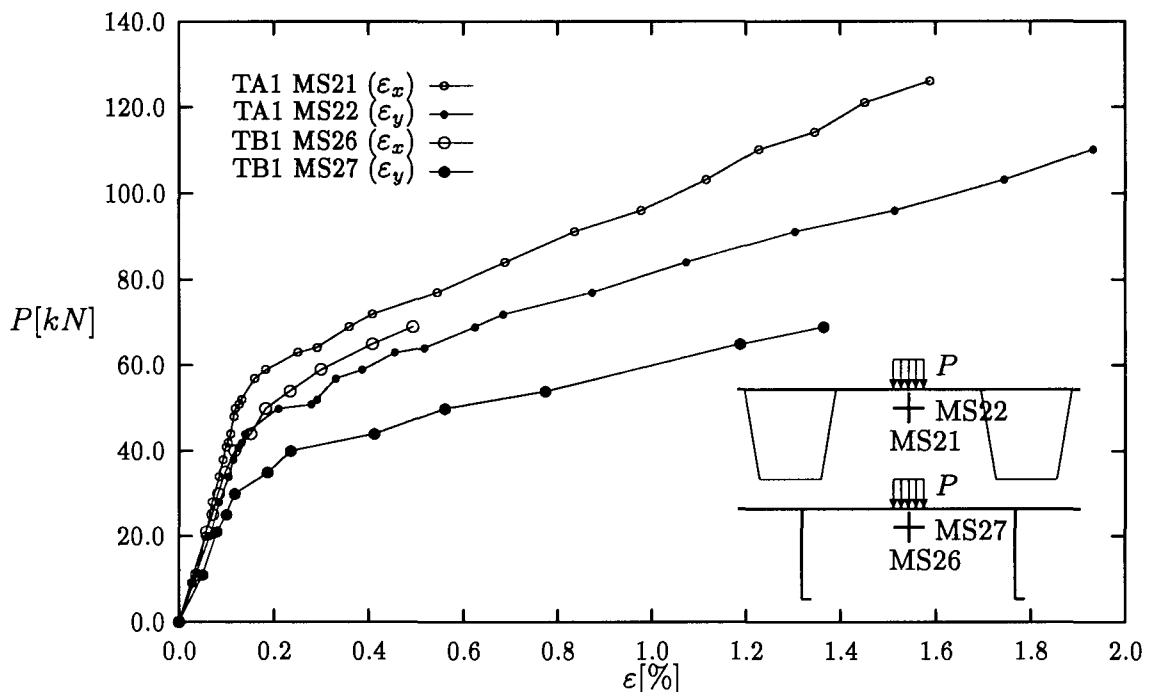


Abb. 6.8: Dehnungen der Unterseite in Plattenfeldmitte, Versuche TA1, TB1

Der Unterschied im Tragverhalten der beiden unterschiedlichen Aussteifungsarten ist besser aus den Dehnungen der Meßstellen TA1 MS4, MS93 sowie TB1 MS92 und MS37 in den Abb. 6.9 und Abb. 6.10 zu erkennen. Die Meßstellen liegen am Rand des belasteten Plattenfeldes quer zu den Stegen des Trapezhohlprofils bzw. des Wulstprofils. Sie korrespondieren gewissermaßen mit den Meßstellen TA1 MS22 bzw. TB1 MS27 (Abb. 6.8). Da die Meßstreifen TA1 MS93 bzw. TB1 MS92 die Dehnungen an der Oberseite der Beplattung quer zu den Steifen und TA1 MS4 bzw. TB1 MS37 an der Unterseite angeben, lassen sich Biegedehnung (ε_b) und Membran-

dehnung (ε_m) trennen, wobei

$$\varepsilon_b = 0.5 \cdot (\varepsilon_{y_{ob}} - \varepsilon_{y_{un}}) \quad (6.1)$$

und

$$\varepsilon_m = 0.5 \cdot (\varepsilon_{y_{ob}} + \varepsilon_{y_{un}}) \quad (6.2)$$

sind. Zunächst erkennt man, daß ein Fließen des Plattenrandes bei wesentlich höher-

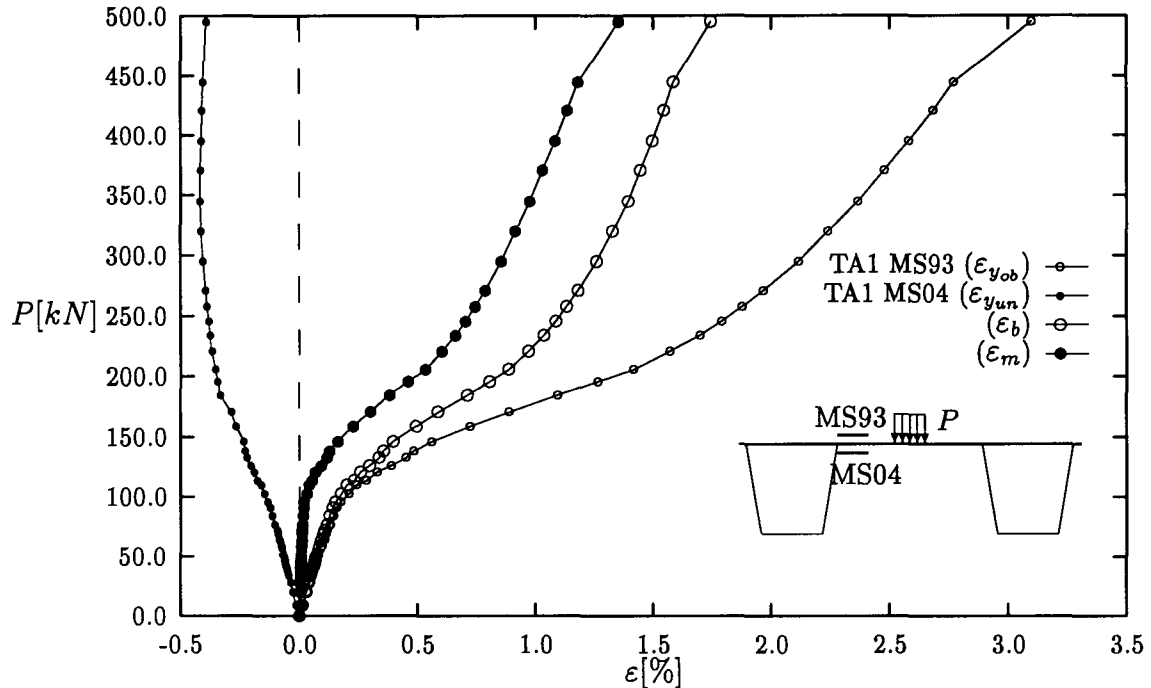


Abb. 6.9: Dehnungen am Plattenfeldrand, Versuche TA1

en Radlasten erfolgt als im Plattenfeld im Bereich der Last (ca. 102 kN bei TA1 und ca. 120 kN bei TB1). Die starke Zunahme des Membranteils (ε_m) erfolgt mit einer Last von ca. 150 kN bei beiden Versuchen. Gleichzeitig ist zu erkennen, daß die Membrandehnungen bei großen Radlasten das Tragverhalten erheblich beeinflussen.

Der Verlauf der Durchbiegung über der Radlast ist in Abb. 6.11 zusammengestellt. Die Meßstellen TA1 MS138 bzw. TB1 MS136 sind induktive Wegaufnehmer. Ab einer Last von ca. 250 kN (TA1) bzw. 300 kN (TB1) verlaufen die Last-Verformungskurven in etwa linear (Abb. 6.11). Nur die Steigung ist geringfügig verändert. Diese Erscheinung läßt sich damit erklären, daß die Belastung im Plattenfeld bei immer größer werdender Membranwirkung mehr von der Dehnsteifigkeit abgetragen wird als von der Biegesteifigkeit.

Der Versuch TA1 wurde bei der Last von ca. 580 kN wegen des Versagens eines Ventils unterbrochen. Nach der Reparatur des Ventils wurde der Versuch an der

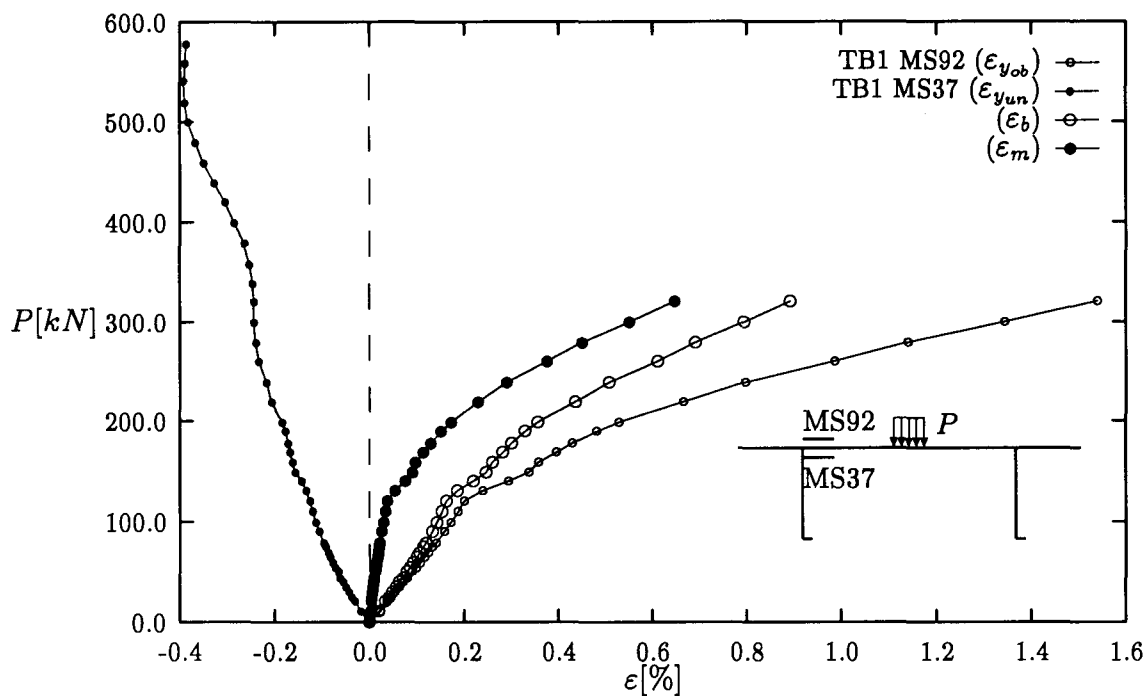


Abb. 6.10: Dehnungen am Plattenfeldrand, Versuche TB1

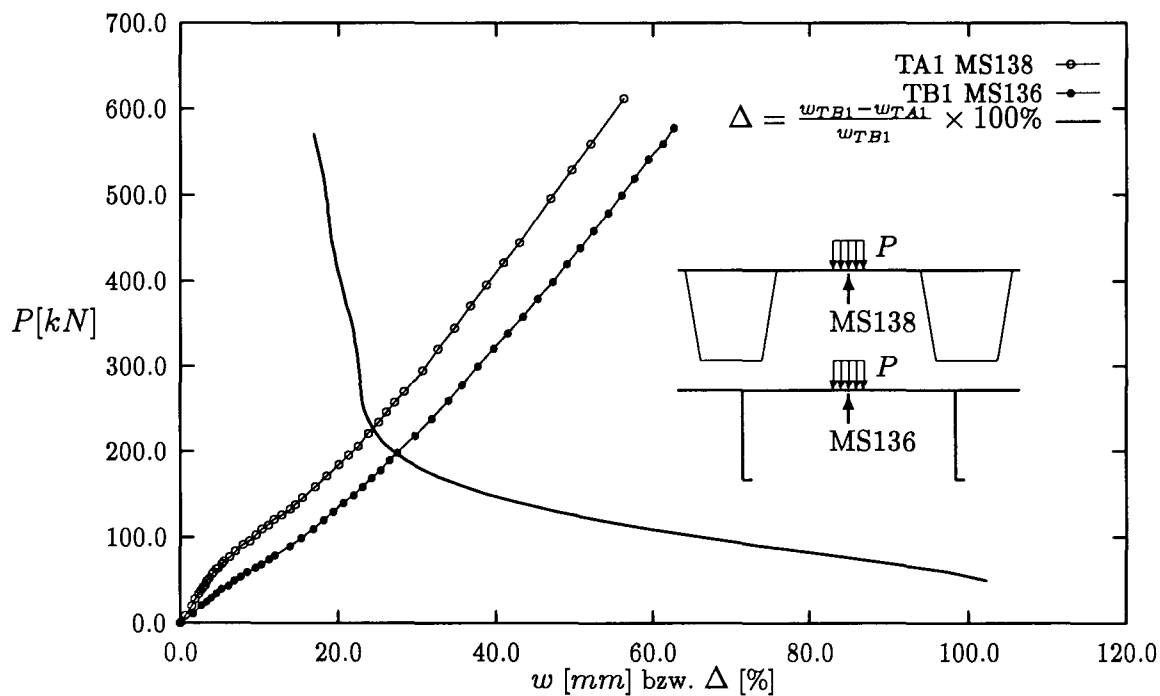


Abb. 6.11: Durchbiegungen in Plattenfeldmitte, Versuch TA1, TB1

gleichen Stelle ohne Rißerscheinung bis 612 kN weitergeführt. Die größte gemessene Durchbiegung in der Plattenmitte betrug 56.36 mm, was etwa der 5-fachen

Plattendicke entspricht.

Die bleibende Verformung an der gleichen Stelle beträgt nach der Entlastung 43.96 mm . Der Versuch TB1 wurde bei $P \approx 578 \text{ kN}$ mit der maximalen Durchbiegung in der Plattenmitte von 62.64 mm beendet. Die gemessene maximal bleibende Verformung betrug 47.05 mm . In der Abb. 6.11 ist das Verhältnis der Durchbiegungen der beiden Versuche TA1 und TB1 in Abhängigkeit von der Radlast aufgetragen. Man kann sehr deutlich erkennen, daß der Wert

$$\Delta = \frac{w_{TB1} - w_{TA1}}{w_{TB1}} \times 100\% \quad (6.3)$$

im elastischen Bereich bis zu 100% wächst, während er im elasto-plastischen Bereich kleiner wird. Im membrandominierten Zustand, in dem die Kurven wieder linear verlaufen, bleibt der Wert Δ bei ca. 20%. Das Tragverhalten unterscheidet sich also im elastischen und elasto-plastischen Bereich viel ausgeprägter als im reinen plastischen Bereich.

TA3, TB3 (Doppelrad auf Plattenmitte)

Bei den Versuchen TA3 und TB3 wurde die Doppelradbelastung in Plattenmitte simuliert. Der Abstand zwischen beiden Rädern betrug 50 mm . Bei diesen Versuchen wurde besonderer Wert auf die Untersuchung der bleibenden Verformungen im Plattenfeld gelegt. Die Lastaufbringung wurde so gewählt, daß oberhalb des elastischen Bereiches nach je ca. 25 kN Lasterhöhung einmal ganz entlastet, nach ca. 4 Min. gemessen und dann wieder belastet wurde. Die Anpassung der Aufstandsflächen gegenüber der letzten Entlastung wurde durch die vor der Entlastung markierte Aufstandsfläche auf dem Plattenfeld sichtbar gemacht.

Der Versuch TA3 wurde bei $P \approx 1141 \text{ kN}$ mit großen Beulen in den beiden Profilstegen beendet. Die maximale bleibende Beulentiefe betrug 17 mm bzw. 16 mm und lag etwa 60 mm von der Oberkante des Profils entfernt. Der Versuch TB3 wurde bei $P \approx 1038 \text{ kN}$ wegen der knappen Meßreserve der Wegaufnehmer MS10 und MS11 abgebrochen, ohne daß eine Versagenserscheinung zu beobachten war.

Abb. 6.12 zeigt die Dehnungen in der Beplattung zwischen den Doppelrädern in Plattenmitte: MS4 und MS5 auf der Unterseite sowie MS6 und MS7 auf der Oberseite, MS5 und MS7 in Steifenrichtung sowie MS4 und MS6 in Querrichtung.

Beide Versuchsmodelle zeigen den gleichen Charakter in den Dehnungsverläufen, obwohl die Belastungen bei gleichen Dehnungen in Versuch TA3 höher liegen als die im Versuch TB3. Zunächst erkennt man, daß das Tragverhalten des Plattenfeldes in beiden Richtungen durch Biegung dominiert wird. Nach dem Fließen wächst der Membranteil mit zunehmender Belastung. Dadurch reduzieren sich die Dehnungen in Querrichtung an der Druckseite (bzw. Oberseite des Plattenfeldes). Herrscht auf

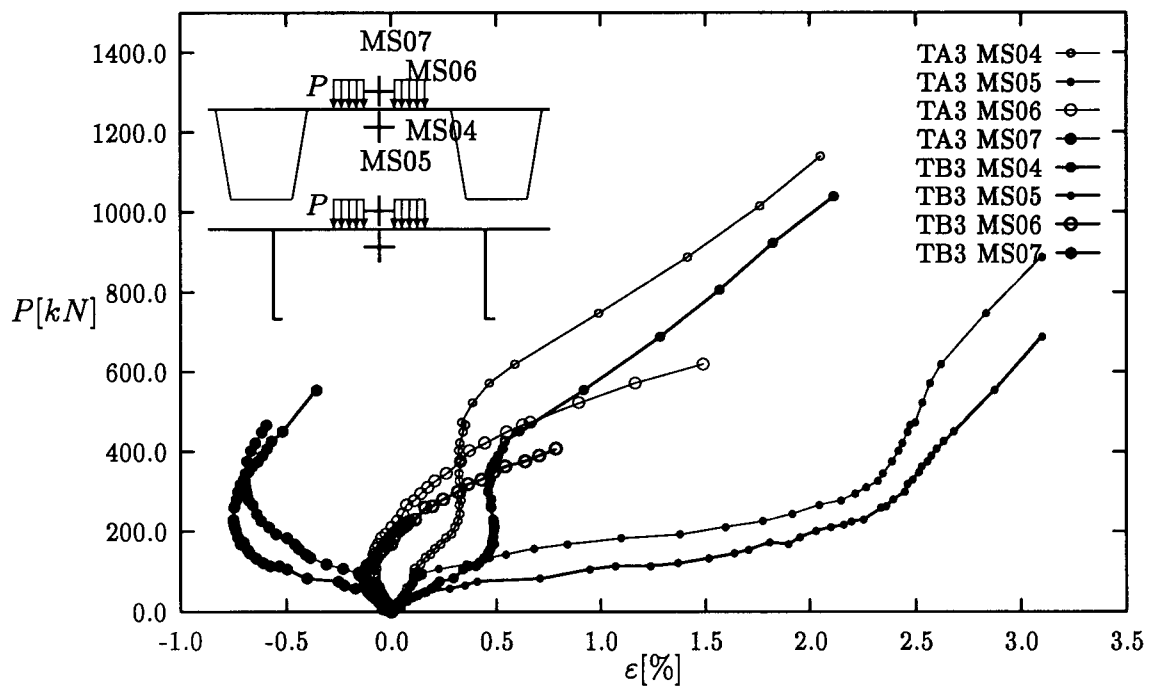


Abb. 6.12: Dehnungen in Plattenfeldmitte, Versuch TA3, TB3

beiden Seiten die gleiche Zugdehnung, befindet sich der Querschnitt in einem plastischen Membranzustand. Dies ist beim Versuch TA3 unter der Last von ca. 400 kN und beim Versuch TB3 bei ca. 360 kN (MS06 und MS04). Unter der örtlichen Radlast wirkt im Plattenfeld der elastische Teil als Unterstützung des plastizierten Bereiches. Da die Verhältnisse v/b bzw. u/a sich unterscheiden, ist auch die stützende Wirkung unterschiedlich. Das bedeutet, daß die Membraneffekte in Längs- und Querrichtung unterschiedlich verteilt sind.

In Abb. 6.13 sind die Last-Verformungskurven für die beiden Modelle einschließlich der Ent- und Belastungszyklen aufgetragen. Die größte ermittelte Durchbiegung in der Plattenmitte betrug beim Modell A 71.8 mm, und beim Modell B 73.6 mm. Hierzu waren Radlasten von 1141 kN bzw. 1038 kN notwendig.

Zu bemerken ist, daß sich die Steigung der Entlastungsgeraden im Laufe der einzelnen Lastschritte verändert und nicht der Steigung im elastischen Bereich entspricht. Dieses ist vor allem auf die Entwicklung des plastizierten Bereiches im Plattenfeld zurückzuführen. Da der plastizierte Bereich mit zunehmenden Belastungen immer größer geworden ist, ist die Stützwirkung des elastischen Anteils immer weiter von der belasteten Stelle entfernt. Damit wird die Steigung der Be- und Entlastungskurven immer steiler. Die Differenz der Durchbiegungen beider Modelle wurde auch in Abb. 6.13 eingetragen, die der Gl. (6.3) entspricht. Diese Differenz beläuft sich zwischen ca. 65% im elastischen Bereich und ca. 25% im plastischen Bereich.

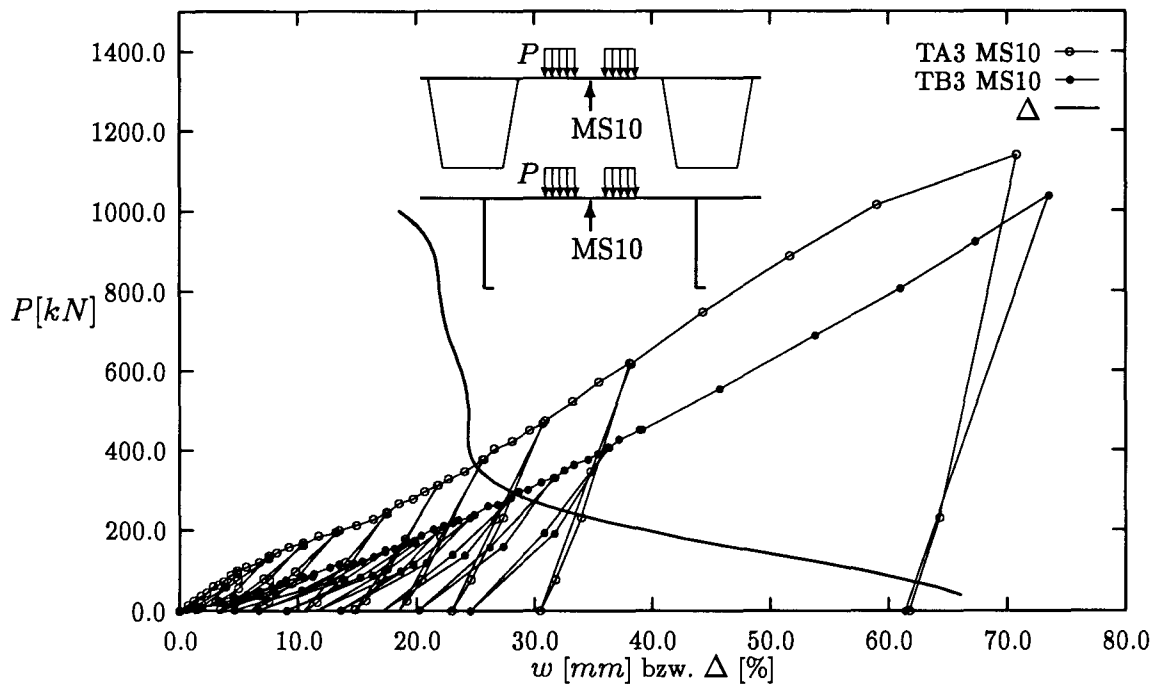


Abb. 6.13: Durchbiegungen in Plattenfeldmitte, Versuch TA3, TB3

In Abb. 6.14 sind die bleibenden Verformungen nach jedem Entlastungsvorgang für beide Modelle dargestellt. Sie sind bei dem Modell mit den Trapezhohlprofilen (TA3) kleiner als bei dem Modell mit den Wulstprofilen (TB3). Der Unterschied der bleibenden Verformungen ist durch den Wert

$$\Delta_0 = \frac{w_{0TB3} - w_{0TA3}}{w_{0TB3}} \times 100\% \quad (6.4)$$

ebenfalls in Abb. 6.14 dargestellt. Dieser Wert liegt im plastischen Zustand bei ca. 20%.

Anhand der beschriebenen Versuche kann man feststellen, daß bei einer in Plattenmitte wirkenden örtlichen Querbelastung wegen der mit steigender Durchbiegung immer größer werdenden Membranspannung die tatsächliche Traglast bis zum Erreichen der Bruchgrenze sehr groß sein kann. Normalerweise ist daher die Tragfähigkeit der Versteifung geringer als die der Beplattung.

TA21, TA22 (Einzelrad auf Trapezhohlprofil)

Zwei kritische Lastfälle auf den Trapezhohlprofilen wurden untersucht. Beim Traglastversuch TA21 wurde das simulierte Einzelrad direkt auf die Oberkante eines der Stege des Trapezhohlprofils gesetzt. Beim Traglastversuch TA22 wurde der Obergurt zwischen den beiden Trapezhohlprofilstegen belastet.

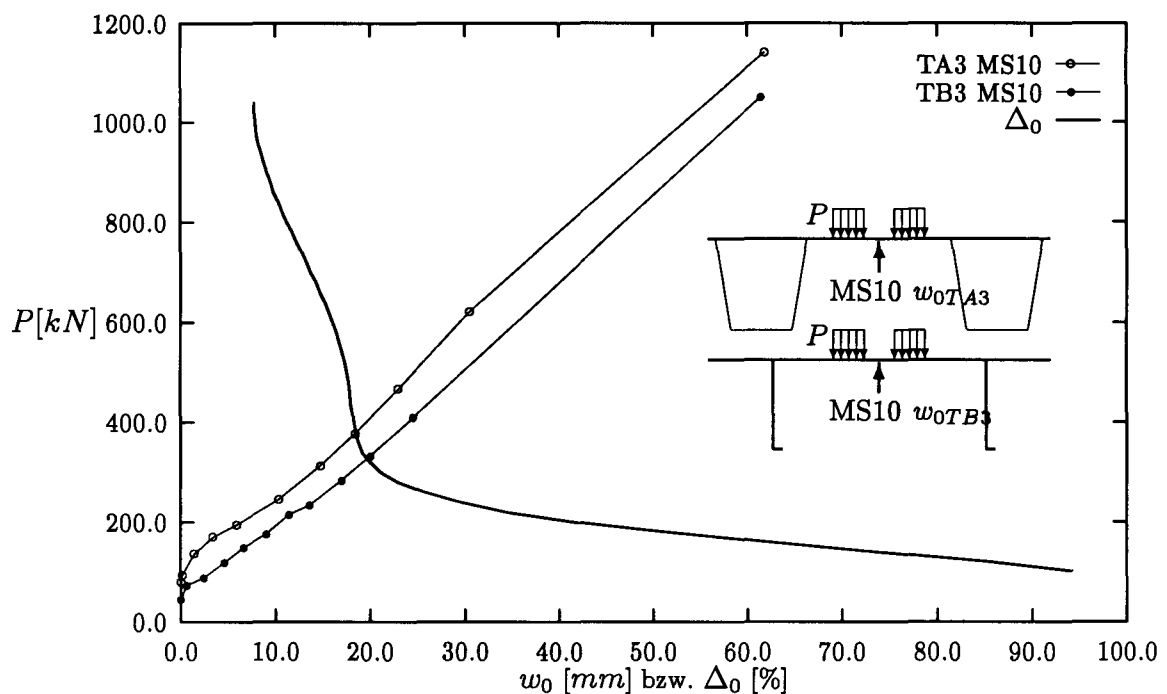


Abb. 6.14: Bleibende Durchbiegungen in Plattenfeldmitte, Versuch TA3, TB3

Versuch TA21

Im Abb. 6.15 sind die Dehnungen für die Meßstreifen in Umfangsrichtung des belasteten Steifenquerschnittes aufgetragen. Der Meßstreifen MS6 direkt unter der Halsnaht am Steg des Trapezhohlprofils zeigt eine ausgeprägte Dehnung. Es handelt sich also um eine örtlich begrenzte Lasteinleitung in den Steg, die sich schnell abbaut. In Abb. 6.16 sind die Dehnungen der Meßstreifen in Steifenrichtung aufgetragen. Sie sind an den gleichen Stellen wie die in Abb. 6.15 ausgewerteten Meßstreifen angebracht, aber zeigen in erster Linie die Dehnungen der globalen Biegung. Auch hier reagiert der Meßstreifen MS5 direkt unterhalb der Last besonders stark. Man kann daher von einer Traglast von 421 kN ausgehen, bei der ein Krüppelversagen des Steges gemessen wurde. Dabei kommt es auch zu einer Plastizierung großer Teile des belasteten Steges, die durch globale Biegung verursacht wurde (Abb. 6.16 MS05, MS07, MS09 und MS11). Ganz deutlich wird dies an der Aufzeichnung der Wegaufnahme in Abb. 6.17. Der Wegaufnahme MS51 saß direkt unter der Last vertikal auf dem Obergurt des Trapezhohlprofils und zeigt deutlich das lokale Krüppeln des Steges. Die nach der Entlastung ausgemessene maximale Beulverformung des Profilsteiges betrug 33 mm und befand sich 60 mm unter der Oberkante des Profilsteiges.

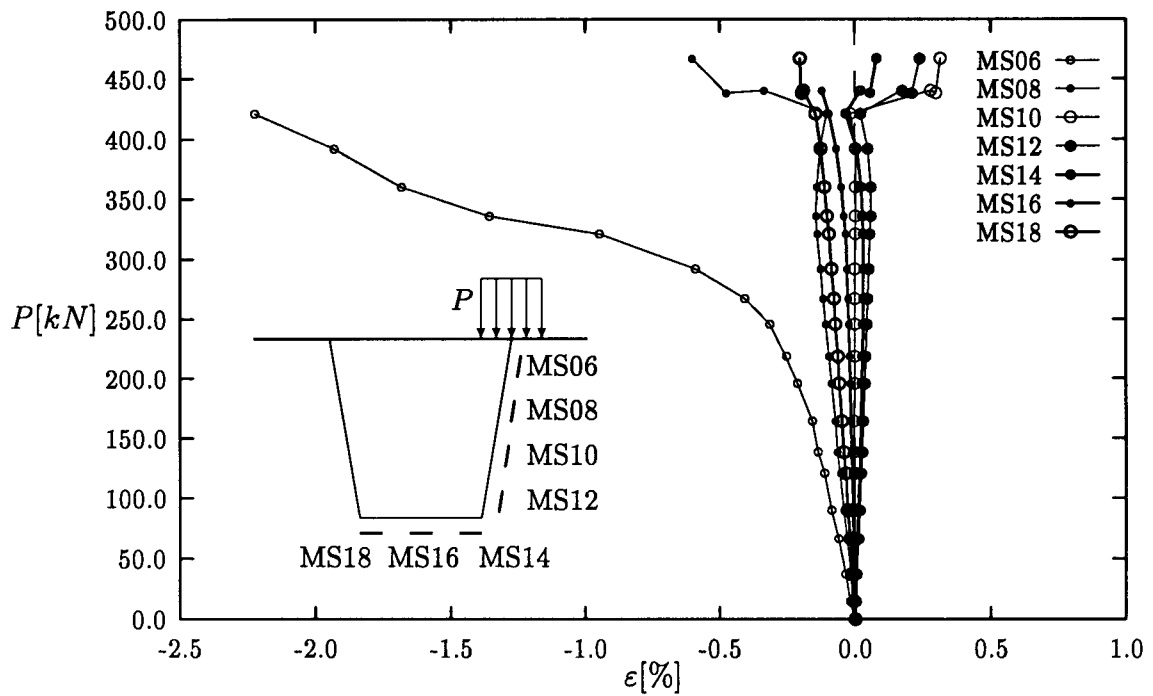


Abb. 6.15: Dehnungen des Trapezhohlprofils in Umfangsrichtung, Versuch TA21

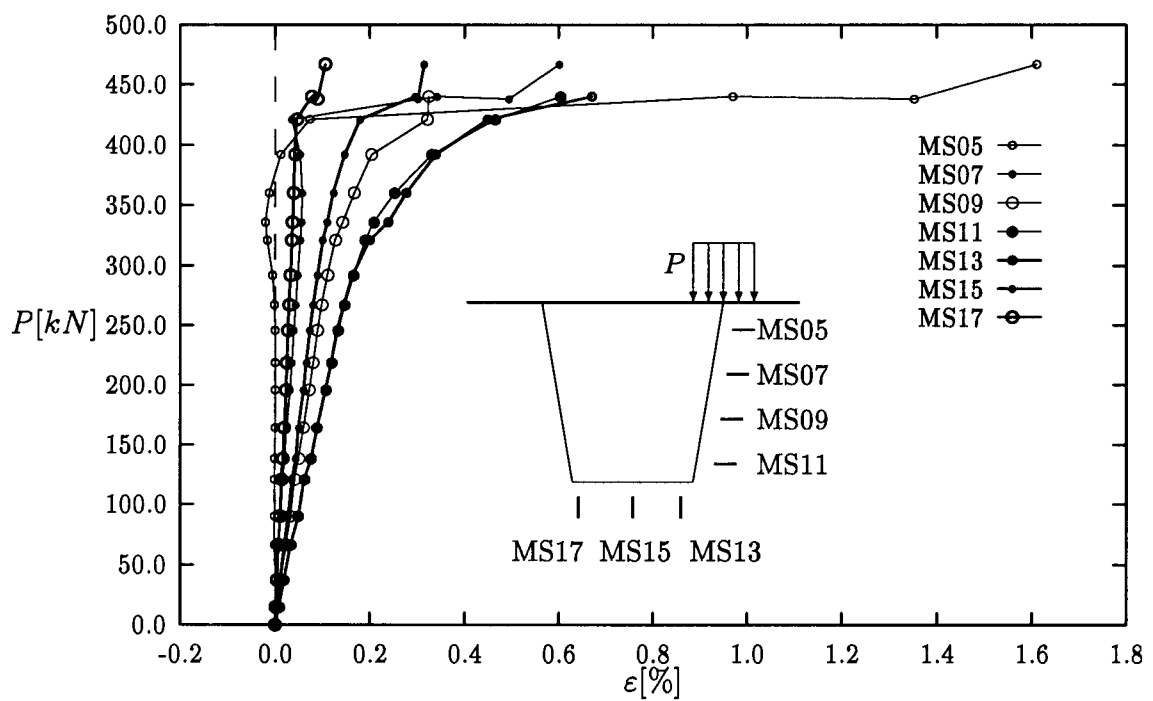


Abb. 6.16: Dehnungen des Trapezhohlprofils in Längsrichtung, Versuch TA21

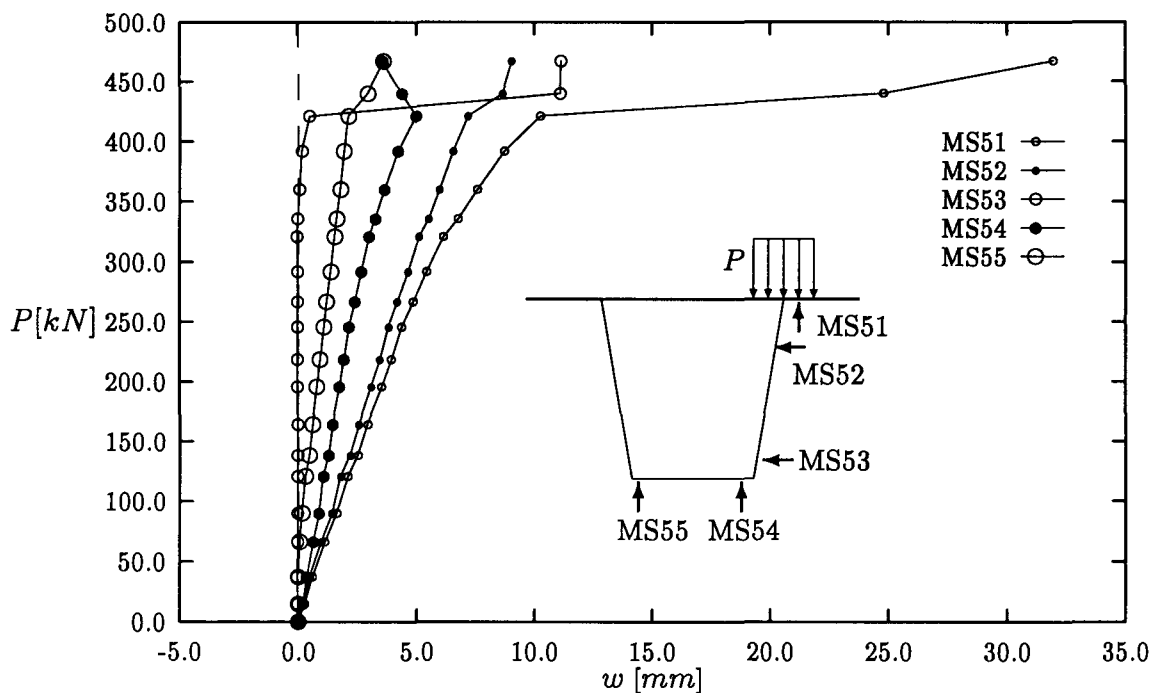


Abb. 6.17: Verformungen des Trapezhohlprofils, Versuch TA21

Versuch TA22

Beim Traglastversuch TA22 wirkt die Radlast direkt auf die Mitte des Obergurtes eines Trapezhohlprofils. Man kann das Tragverhalten durch die Dehnungsänderung an der Oberkante eines Steges beobachten. An den in Abb. 6.18 dargestellten Dehnungen erkennt man, daß sich das erste Fließen in der Platte über der Oberkante des Steges bei der Belastung von ca. 140 kN bildet (Abb. 6.18 MS20). Bei $P \approx 450$ kN fängt die Profilunterkante durch die globale Biegung in Längsrichtung (Abb. 6.19 MS1, MS3, MS5) an zu plastizieren. Eine deutliche Reduzierung der Steifigkeit des Profils erfolgt durch lokale Biegung in Umfangsrichtung des Profilquerschnitts (Abb. 6.20 MS2, MS4, MS6) bei $P \approx 650$ kN . Danach nimmt die Verformung des gesamten Profils, begleitet durch weitere Plastizierung der Profilstege, mit leicht steigenden Belastungen schnell zu (Abb. 6.21 MS23, MS25). Im Gegensatz zum TA21 beulen die beiden Profilstege bei ca. 1000 kN plötzlich seitlich nach außen (Abb. 6.21 MS24). Kurz danach wird bei $P \approx 1038$ kN die Traglast erreicht. Bei dieser Belastung sind nicht nur sehr große Verformungen im belasteten Querschnitt aufgetreten, sondern auch sehr deutliche Beulen in den Untergurten des Trapezhohlprofils an den beiden Stützpunkten der Querträger.

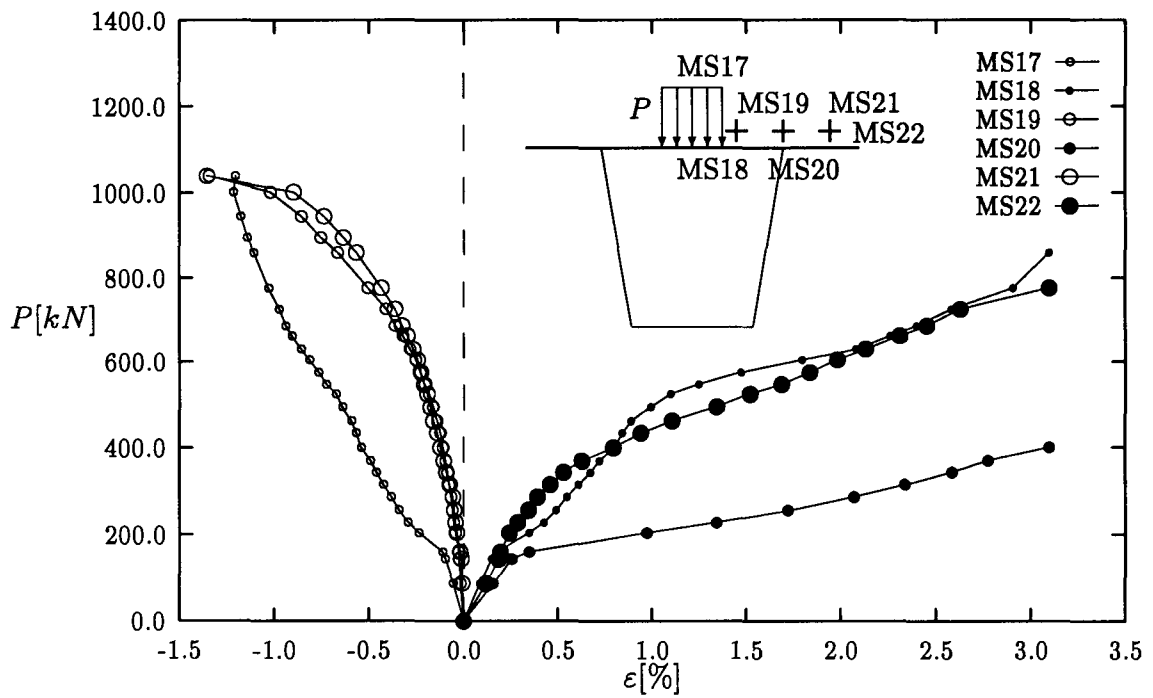


Abb. 6.18: Dehnungen des Obergurtes des Trapezhohlprofils, Versuch TA22

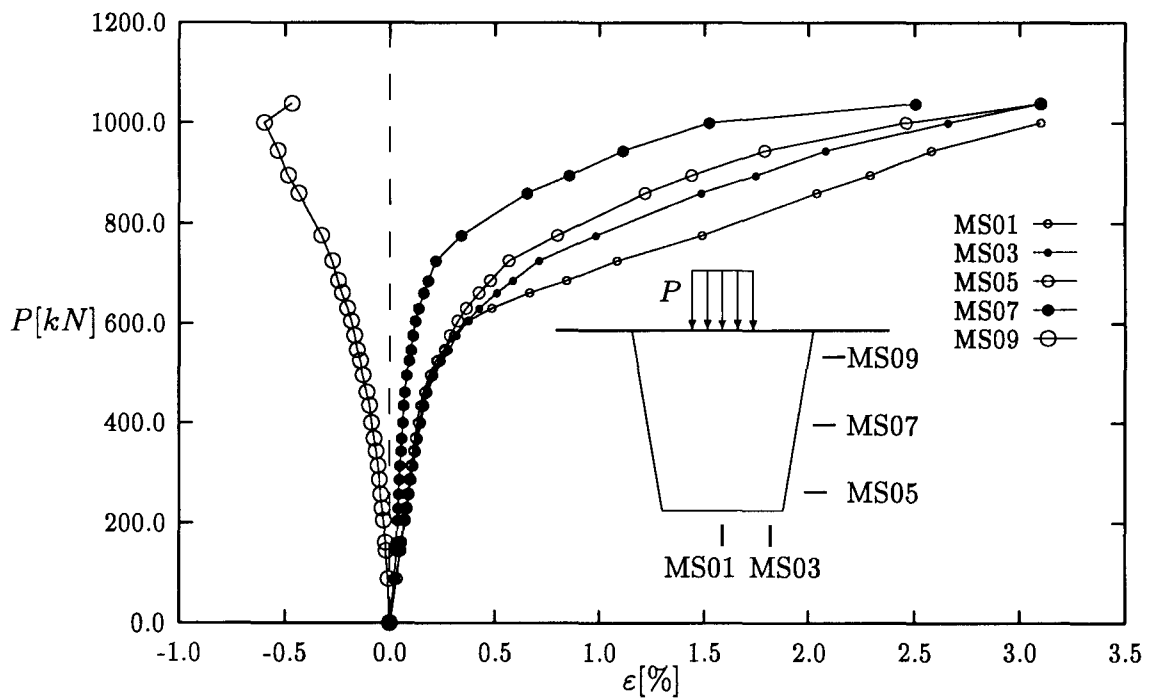


Abb. 6.19: Dehnungen des Trapezhohlprofils in Längsrichtung, Versuch TA22

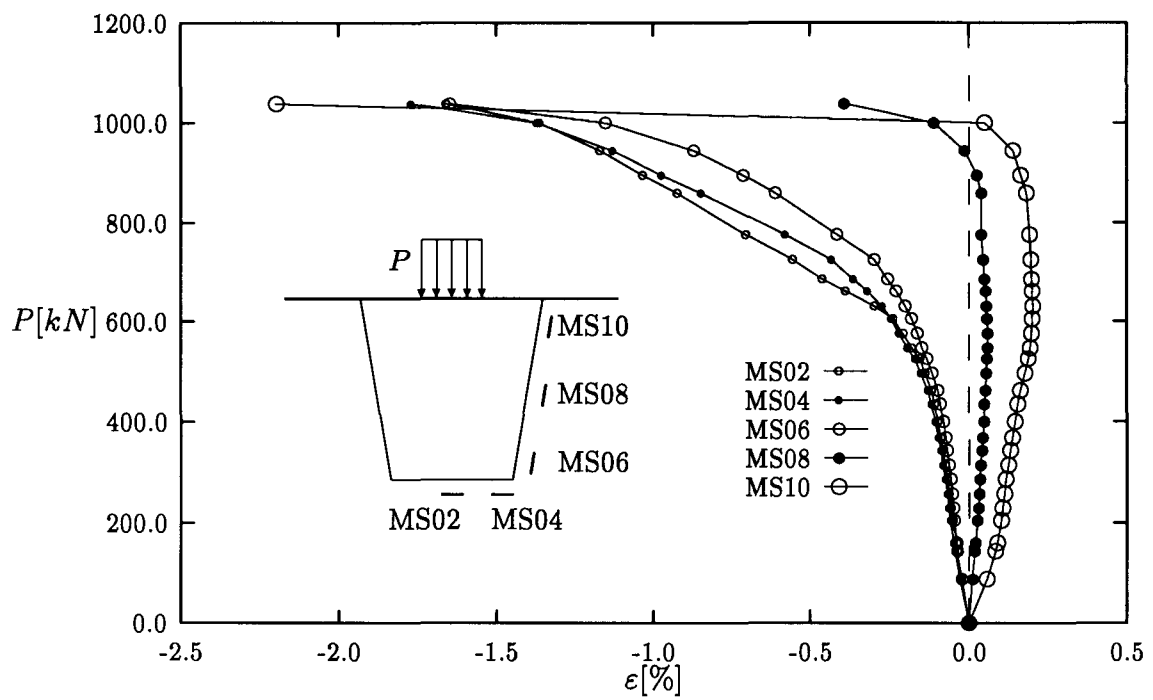


Abb. 6.20: Dehnungen des Trapezhohlprofils in Umfangsrichtung, Versuch TA22

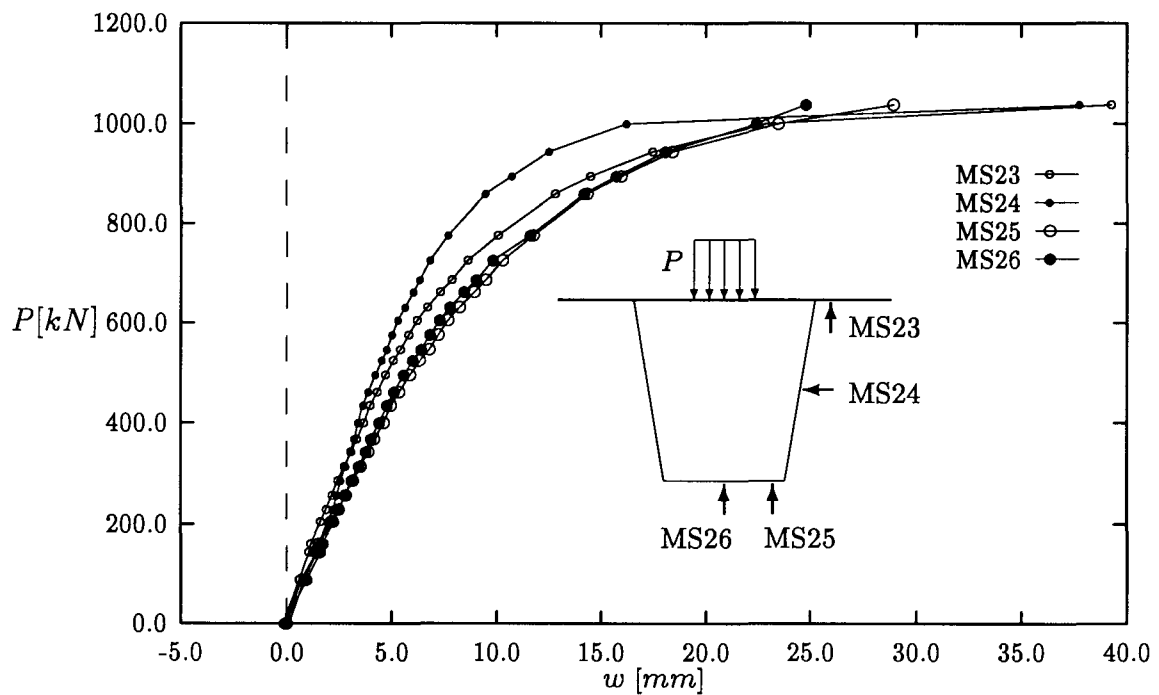


Abb. 6.21: Verformungen des Trapezhohlprofils, Versuch TA22

TB2 (Einzelrad auf Wulstprofil)

Durch den Versuch TB2 sollte die Traglast ermittelt werden, die sich einstellt, wenn die Last direkt auf das Wulstprofil wirkt. Es wurde zuerst der 600 *kN* Zylinder eingesetzt. Bei $P \approx 401$ *kN* plastiziert zuerst die Unterkante des Profilsteiges. Bis zur maximalen Belastungsfähigkeit des Zylinders ist ein Versagen der Struktur nicht aufgetreten. Dann wurde an der gleichen Kraftangriffsstelle der 1500 *kN* Zylinder eingesetzt.

In den Abb. 6.22 und 6.23 ist zu sehen, daß ab $P \approx 603$ *kN* der Profilsteg vom Wulst her durch die globale Biegung in Längsrichtung zu fließen beginnt (Meßstellen MS8, MS9, MS10, MS11 und MS12). Bei ca. 650 *kN* beginnt das Plattenfeld, direkt unter dem Lastangriffspunkt zu plastizieren (Abb. 6.24 MS2, MS4). Mit weitergehendem Fließen im Bereich des Profilsteiges fängt der Steg bei $P \approx 803$ *kN* durch stark gestiegene Sekundärbiegung an, von der glatten Seite zur Wulstseite hin auszuknicken (Abb. 6.25 MS5, MS13). Dies hat zur Folge, daß die Biegesteifigkeit des Profils stark abgebaut wird. Danach nehmen die Verformungen und Dehnungen bei leichter Lasterhöhung schnell zu. Bei $P \approx 1171$ *kN* tritt das globale Versagen des Profils ein. Dabei entsteht eine deutliche Krüppelung im Profilsteg, die sich 80 *mm* unter der Oberkante des Profilsteiges befindet. Außerdem sind in den Stegen der unterstützenden Querträger und der daneben liegenden Längsträger ebenfalls große Beulen entstanden. Die nach der Entlastung ausgemessene bleibende Verformung an der Kraftangriffsstelle beträgt 61 *mm*.

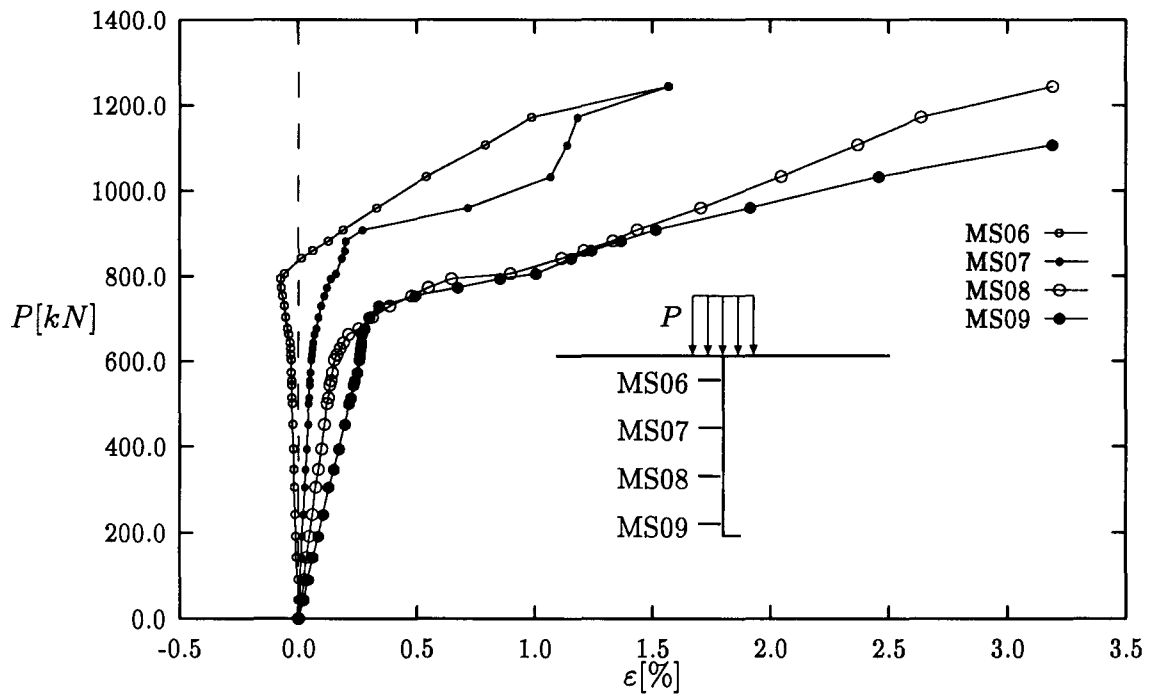


Abb. 6.22: Dehnungen der glatten Seite des Wulstprofils in Längsrichtung, Versuch TB2

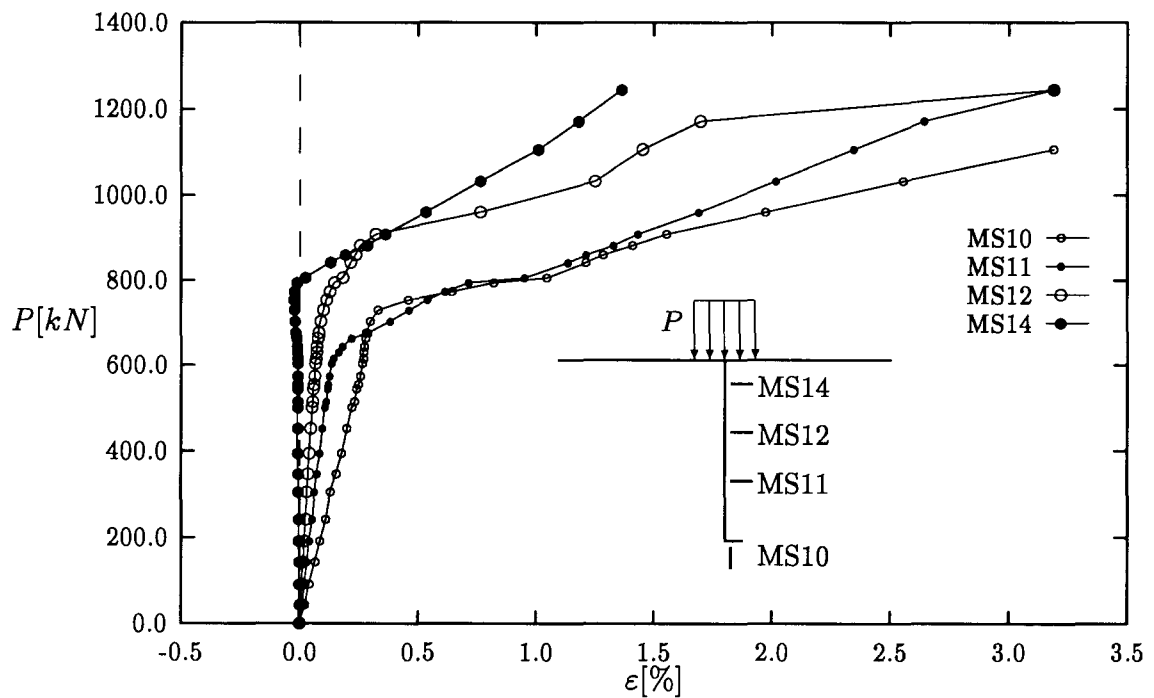


Abb. 6.23: Dehnungen der Wulstseite des Wulstprofils in Längsrichtung, Versuch TB2

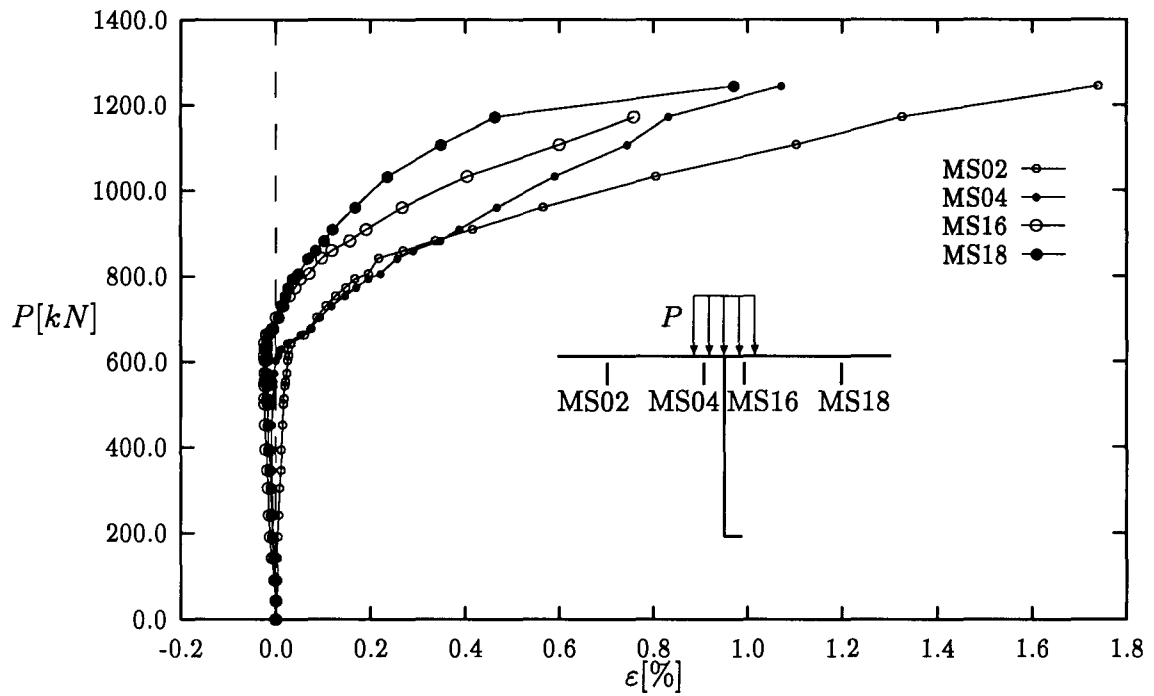


Abb. 6.24: Dehnungen der Unterseite der Platte in Längsrichtung, Versuch TB2

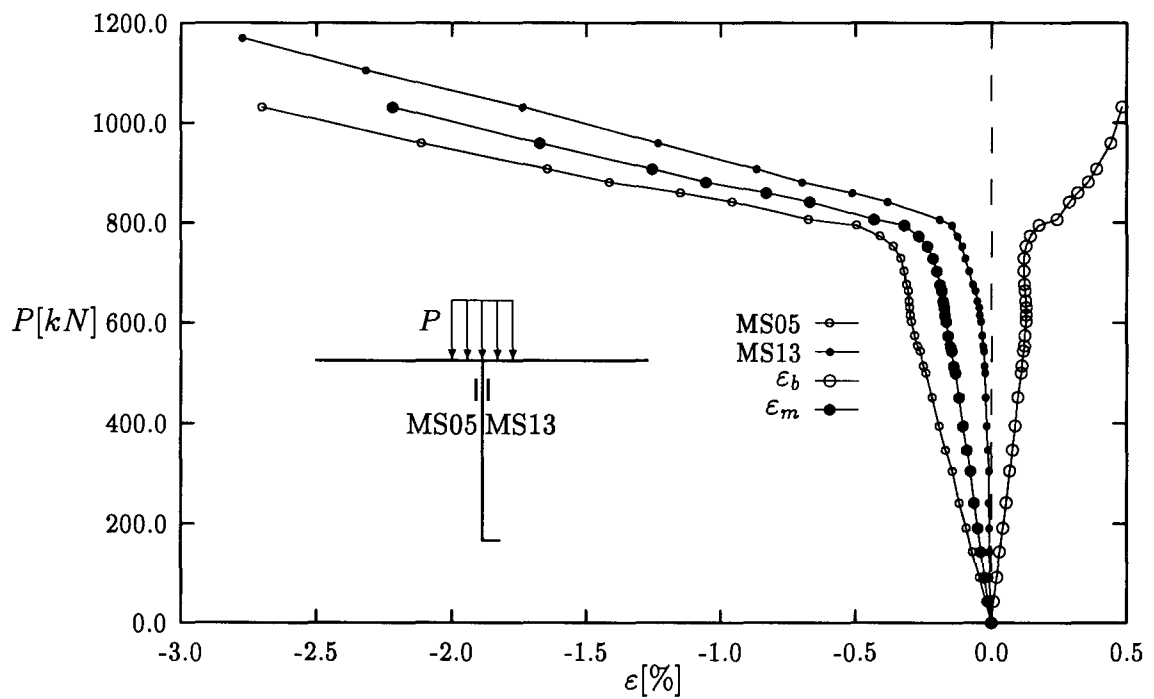


Abb. 6.25: Dehnungen des Wulstprofils in Vertikalrichtung, Versuch TB2

6.3 Vergleichsrechnungen nach der FEM

Die rechnerischen Untersuchungen für die o. g. Experimente wurden zuerst mit dem FE-Programmsystem *MSC/NASTRAN*, Version 65A [46], welches am Rechenzentrum der *TU Hamburg-Harburg* implementiert war, ausgeführt. Dieses System, ähnlich wie das Programmpaket *MARC*, kann sowohl geometrisch als auch werkstoffbedingte nichtlineare Berechnungen von Konstruktionen unter statischen und dynamischen Belastungen durchführen. Um die Rechenergebnisse zu sichern, wurden die FE-Berechnungen durch Verwendung von *MARC K4* mit gleichen FE-Modellen nachgerechnet.

6.3.1 FE-Modellierung

Das Ziel der FE-Rechnung ist es, die experimentelle Untersuchung nachzuvollziehen, um weitere Parameteruntersuchungen mit der FEM durchführen zu können. Die Rechenmodelle sollten möglichst genau den entsprechenden Versuchsmodellen angepaßt werden, so daß die Meßergebnisse gut mit der Rechnung vergleichbar sind.

Die Erstellung der FE-Modelle erfolgte mit dem entsprechenden Pre- und Postprozesspaket *PATRAN*. Unter der punktförmigen Belastung sind die Verformungen und die Spannungsverteilungen stark konzentriert. Deshalb wurde bei der FE-Modellierung die Fläche in der Nähe der Lastangriffsstelle besonders fein unterteilt. Um das nichtlineare Teilmodell zu bestimmen, wurde zuerst eine lineare Rechnung durchgeführt. Nach dieser Spannungsverteilung wurde der mögliche Plastizierungsbereich als nichtlineares Teilmodell definiert.

Zur Beschreibung dünnwandiger Bauteile wurde von den verfügbaren Elementtypen das vier- bzw. dreiknotige, räumliche Schalenelement (QUAD4, TRIA3 in *NASTRAN* Element Typ 75 in *MARC*) ausgewählt. Unter Belastung befindet sich das Element in einem ebenen Spannungszustand, aber die auf die Knoten bezogenen Verformungen bleiben räumlich, d. h. jeder Knoten besitzt sechs Freiheitsgrade. Dieser Elementtyp kann sowohl Membran- als auch Biegespannungen aufnehmen. Für die Lastaufnahme können einzelne Kräfte und Momente bzw. in der Elementebene verteilte Querbelastungen eingesetzt werden. Modelliert wurden mit diesem Elementtyp die Bauteile: Decksbeplattung, Stege und Gurte von Längs- und Querträgern, Trapezhohlprofile und Wulstprofile. Aufgrund der Struktur- und Belastungssymmetrie wurde nur die Hälfte des Versuchskörpers idealisiert. An den Freiheitsgraden in der Symmetrieebene sind entsprechende Randbedingungen eingesetzt. Die mit Winkelstahl verbundenen vier Stützpunkte wurden bei den FE-Modellen in Vertikalrichtung festgelegt und davon zwei in Querrichtung unterdrückt, um die Starrkörperbewegung zu vermeiden.

Zur Realisierung der Radlast wurde die gleichmäßig verteilte Flächenlast aus-

gewählt. Die Breite der Fläche entspricht der Breite der flachen Stahlscheibe oder der Dicke der eingesetzten Rundstahlscheibe. Die reale Abmessung u der Aufstandsfläche beim Einsetzen der Rundstahlscheibe ist eine Funktion, die sich mit der Zunahme der Belastung vergrößert. Durch die Messungen bei den Versuchen wurde festgestellt, daß diese Abmessung bei kleineren Belastungen rasch zunahm, bis sie ab ca. 200 mm fast konstant bleibt. Außerdem hat der Vergleich zwischen der flachen- und der Rundstahlscheibe gezeigt (Tab. 6.4), daß diese Abmessung nur wenig Einfluß auf die Spannung und Durchbiegung im Plattenfeld hat. Aus diesen Gründen wurde für die Abmessung u bei den Rechnungen 200 mm eingesetzt.

Zur Simulierung des Werkstoffverhaltens wurde das ideal elasto-plastische Materialgesetz eingesetzt. Für den ebenen Spannungszustand wurde die Fließbedingung nach *von Mises* in Verbindung mit dem Gesetz nach *Prandtl-Reusz* zugrunde gelegt, die häufig bei der plastischen Analyse von Baustahl angewendet wird.

Bei der FE-Modellierung wurden für die Fließgrenze und die Plattenelementdicken der wichtigsten Bauteile, z. B. Beplattung, Trapezhohlprofile und Wulstprofile, die an den Modellen gemessenen (Tab. 6.1) eingesetzt. Bei allen anderen Bauteilen wurden die Nennabmessungen angenommen.

6.3.2 Vergleich zwischen FE-Rechnung und Messung im elastischen Bereich

Zuerst wurde eine FE-Rechnung im elastischen Bereich durchgeführt, um die Richtigkeit des FE-Modells anhand der Vorversuchsergebnisse zu überprüfen. In Abb. 6.26 und Abb. 6.27 werden beispielsweise die Spannungsvergleiche in Längsrichtung (σ_x) und Quer- bzw. Umfangsrichtung auf dem Profil (σ_y) zwischen Messung und FE-Rechnung für die untersuchten Lastfälle VA12 und VA22 bzw. VB12 und VB22 dargestellt. Die Spannungen im Plattenfeld entsprechen denen an der Unterseite der Beplattung und der Außenseite des Profils.

Allgemein ergab sich im elastischen Bereich eine gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Spannungen. Die merklichen Abweichungen im Bereich der Lastangriffsflächen sind dadurch zu erklären, daß mit der breiteren, flachen Stahlscheibe ($v = 300$ mm) bei relativ großen Durchbiegungen eine Kantenpressung aufgetreten ist, durch die die Belastung mehr an den Rand der Aufstandsfläche verteilt wird. Das hat hauptsächlich Auswirkungen auf die Querspannung σ_y . Der Wert in Plattenmitte ist kleiner als an der Aufstandsflächenkante.

Man erkennt, daß die Spannungen in Längsrichtung (σ_x) im Vergleich zu den Spannungen in Querrichtung (σ_y) kleiner und nur innerhalb des Plattenfeldes von Bedeutung sind. Dagegen wird die starke Änderung der Spannungen in Querrichtung deutlich. In dieser Richtung treten die maximalen Zugspannungen erwartungsgemäß

in der Mitte des Plattenfeldes auf, während der Rand der kürzeren Seite bzw. der Oberkante der angrenzenden Steifen stark druckbeansprucht wird. Die mittragende Wirkung der Steifen hängt vor allem von der Breite des Plattenfeldes b bzw. von dem Verhältnis v/b ab. Außerdem spielt die Torsionssteifigkeit der Steifen in diesem Fall eine wichtige Rolle, wenn man die beiden Modelle vergleicht.

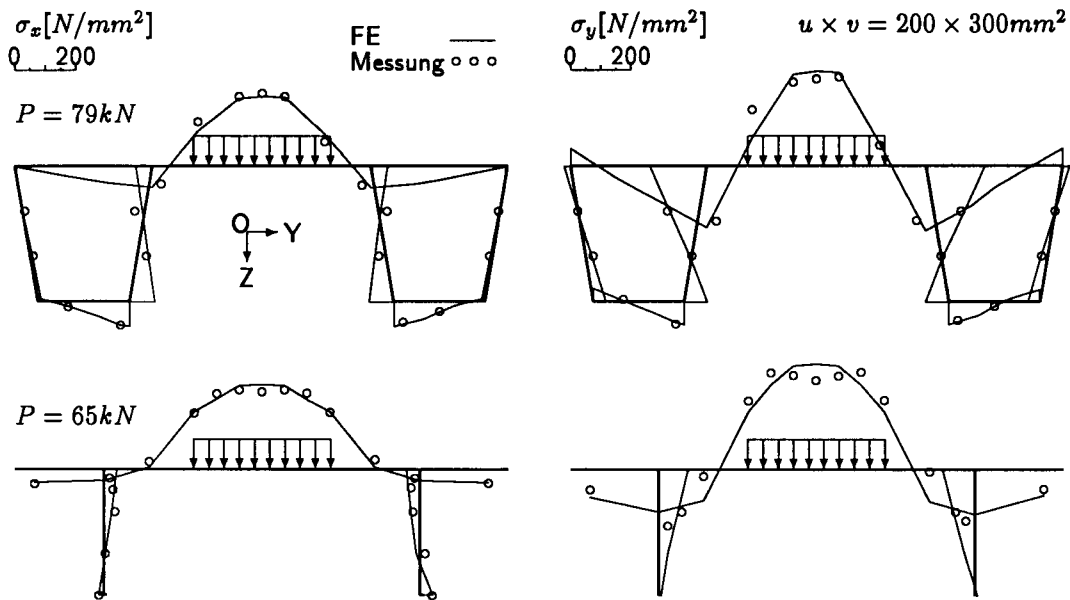


Abb. 6.26: Spannungsverteilungen, FE und Messung, Versuche VA12 und VB12

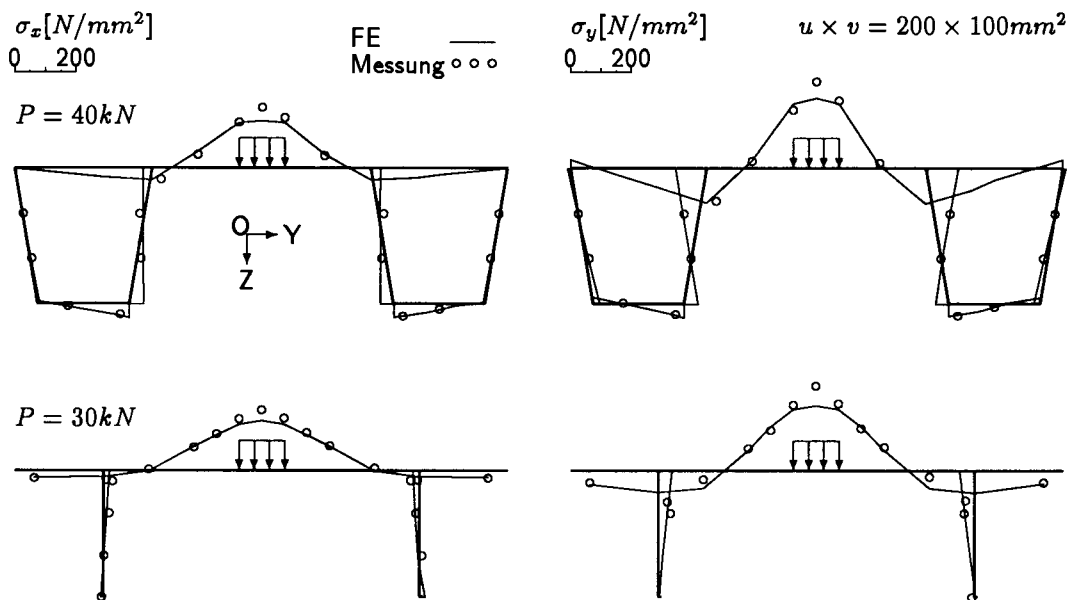


Abb. 6.27: Spannungsverteilungen, FE und Messung, Versuche VA22 und VB22

6.3.3 Vergleich zwischen FE-Rechnung und Messung im nichtlinearen Bereich

Zur Beschreibung des nichtlinearen Tragverhaltens der obengenannten Versuche benötigt man die Verformungsverläufe der belasteten Stellen gegenüber der aufgebrachten Belastung. Die in Abb. 6.28 und Abb. 6.29 dargestellten berechneten und gemessenen Durchbiegungen in der Plattenmitte bei TA1 und TB1 zeigen das Verformungsverhalten der Modelle. Da der Einfluß auf das nichtlineare Tragverhalten der Struktur vor allem an der werkstoffbedingten Nichtlinearität, wobei das Material nach dem Erreichen der Fließgrenze plastisch wird, und an der geometrisch bedingten Nichtlinearität, wobei die Spannungen durch die geometrische Änderung der Konstruktion umgelagert werden, liegt, ist es bei der FE-Rechnung möglich, beide Einflüsse beliebig darzustellen (Ansätze FE geometrisch nichtlinear und FE werkstofflich nichtlinear). Die entsprechenden Traglasten für das Plattenfeld aus Gl. (3.13) unter der unverschieblich frei drehbaren Randbedingung bzw. Gl. (3.29) unter der unverschieblich eingespannten Randbedingung sind ebenfalls in den Abbildungen eingetragen.

Man erkennt zuerst, daß die Verformungsverläufe der FE-Rechnungen bis zum ersten Fließen, wobei die Belastung $P = 57.7 \text{ kN}$ (TA1) bzw. $P = 42.1 \text{ kN}$ (TB1) der Durchbiegung $w = 3.96 \text{ mm}$ (TA1) bzw. $w = 5.94 \text{ mm}$ entspricht, mit der Messung nahezu identisch sind. Bei der Erfassung der nach dem Fließen in der Plattenmitte auftretenden örtlichen Verformung scheint das FE-Modell, insbesondere bei Versuch TA1, etwas steifer zu sein. Vermutlich liegt dies an der örtlichen Verteilung der Belastung und der relativ groben Elementierung des FE-Modells. Jedoch ist die Übereinstimmung zwischen FE-Rechnung und Messung als ausreichend anzusehen. Die Differenz der bleibenden Durchbiegungen in der Plattenmitte nach der Entlastung zwischen FE-Rechnung und Messung liegt beim Versuch TA1 ca. 11% und beim Versuch TB1 nur ca. 6%. Das Verformungsverhalten mit den unterschiedlichen FE-Programmen zeigt in diesem Fall kaum Unterschiede.

Die geometrisch und werkstofflich nichtlinearen Einflüsse führen vorwiegend unter Laststeigerung von $P = 100 \text{ kN}$ bei TA1 und $P = 80 \text{ kN}$ bei TB1 zu unterschiedlichen Last-Verformungsverläufen. Die geometrische Änderung der Struktur (Ansatz FE Geo. nl.) zeigt gegenüber dem Fließen des Materials (Ansatz FE Werk. nl.) einen Zuwachs an Systemsteifigkeit und damit geringere Verformungen. Dieser Steifigkeitszuwachs liegt vor allem an den in der Plattenebene eintretenden Membranspannungen. Im Gegenteil dazu reduziert sich die Biegesteifigkeit durch Verbreiterung des plastizierten Bereiches rapide, wenn man nur die werkstoffliche Nichtlinearität berücksichtigt (Ansatz FE Werk. nl.). Damit entsteht eine Traglast, bei der die Biegesteifigkeit vernachlässigbar klein wird. Oberhalb dieser Traglast ($P = 182 \text{ kN}$ bei TA1 und $P = 150 \text{ kN}$ bei TB1) befindet sich die Umgebung der belasteten Zone in einem reinen plastischen Membranzustand, wobei die Stei-

gung der Durchbiegungen gegenüber den Radlasten konstant bleibt. Dieser plastische Membranzustand kann zu einer erheblichen Traglastreserve führen. Die entsprechende entgültige Traglast kann entweder durch Versagen der angrenzenden Steifen oder durch das Durchstanzen der Beplattung erreicht werden.

Im Vergleich zu den Meßergebnissen entsprechen die Traglasten aus Gl. (3.13) ($P_T = 116 \text{ kN}$ bei TA1 und $P_T = 108 \text{ kN}$ bei TB1) unter einer unverschieblich frei drehbaren Randbedingung den Durchbiegungen von ca. $w/t = 1.0$ bei TA1 und $w/t = 1.2$ bei TB1, wobei die Biegesteifigkeit auf das Tragverhalten großen Einfluß hat. Die Voraussetzung einer eingespannten Randbedingung (Gl. (3.29)) ergibt eine Traglast ($P_T = 182 \text{ kN}$ bei TA1 und $P_T = 166 \text{ kN}$ bei TB1), bei der die Membranwirkung oberhalb dieses Lastniveaus eine entscheidende Rolle spielt. Zu bemerken ist, daß die mit FE berechnete Traglast (FE Werk. nl. $P = 182 \text{ kN}$) bei TA1 besser mit der Traglast der analytischen Lösung (Gl. (3.29)) übereinstimmt, während diese bei TB1 (FE Werk. nl. $P = 150 \text{ kN}$) zwischen den Traglasten aus Gl. (3.13) und Gl. (3.29) liegt. Diesen Unterschied kann man auf die Torsionssteifigkeit der Steifen zurückführen. Da das Trapezhohlprofil gegenüber dem Wulstprofil durch seinen geschlossenen Querschnitt eine wesentlich höhere Torsionssteifigkeit besitzt, wirkt es als Unterstützung für das Plattenfeld wie ein eingespannter Rand.

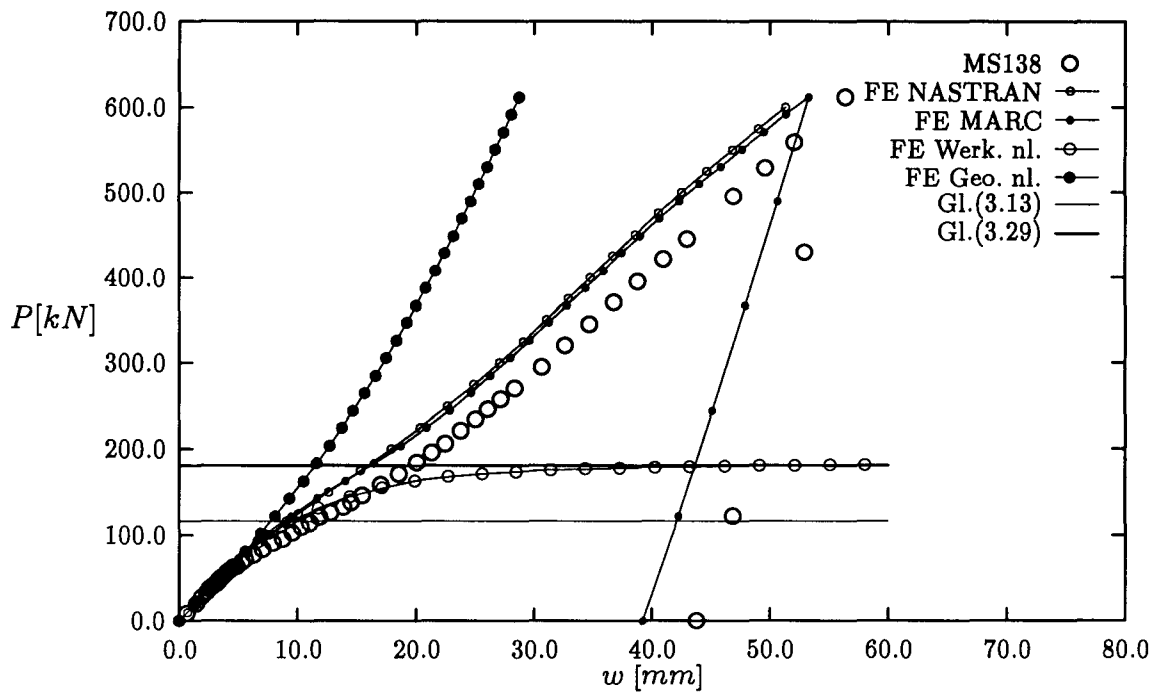


Abb. 6.28: Durchbiegungen in Plattenmitte, FE und Messung, Versuch TA1

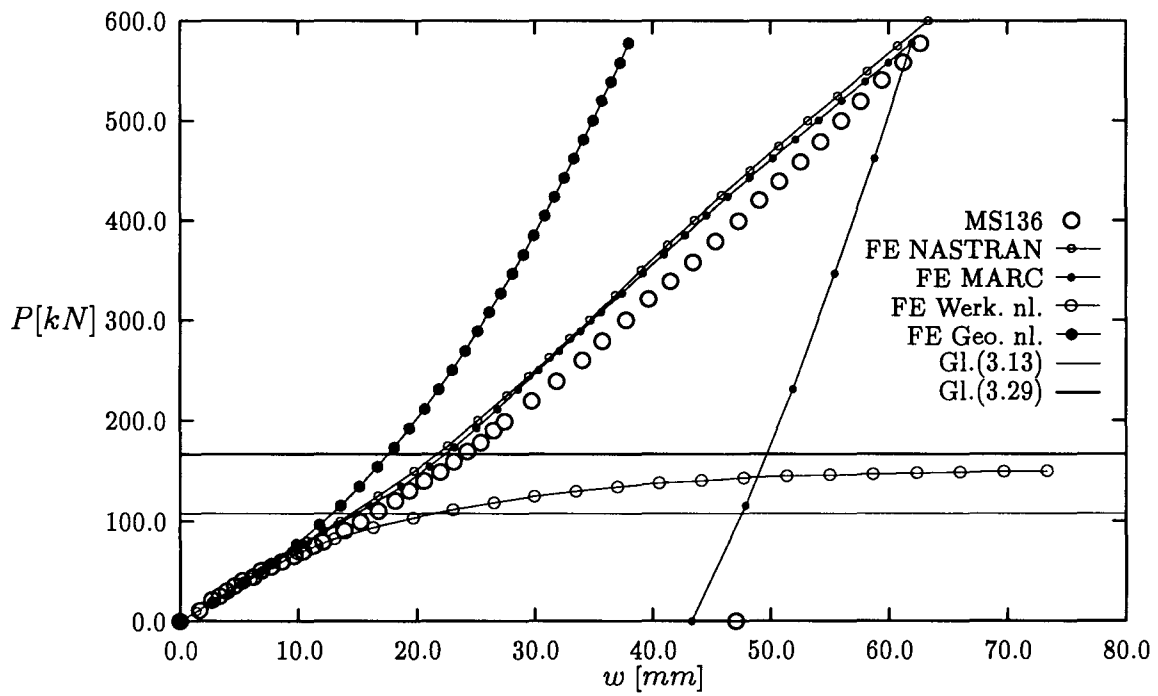


Abb. 6.29: Durchbiegungen in Plattenmitte, FE und Messung, Versuch TB1

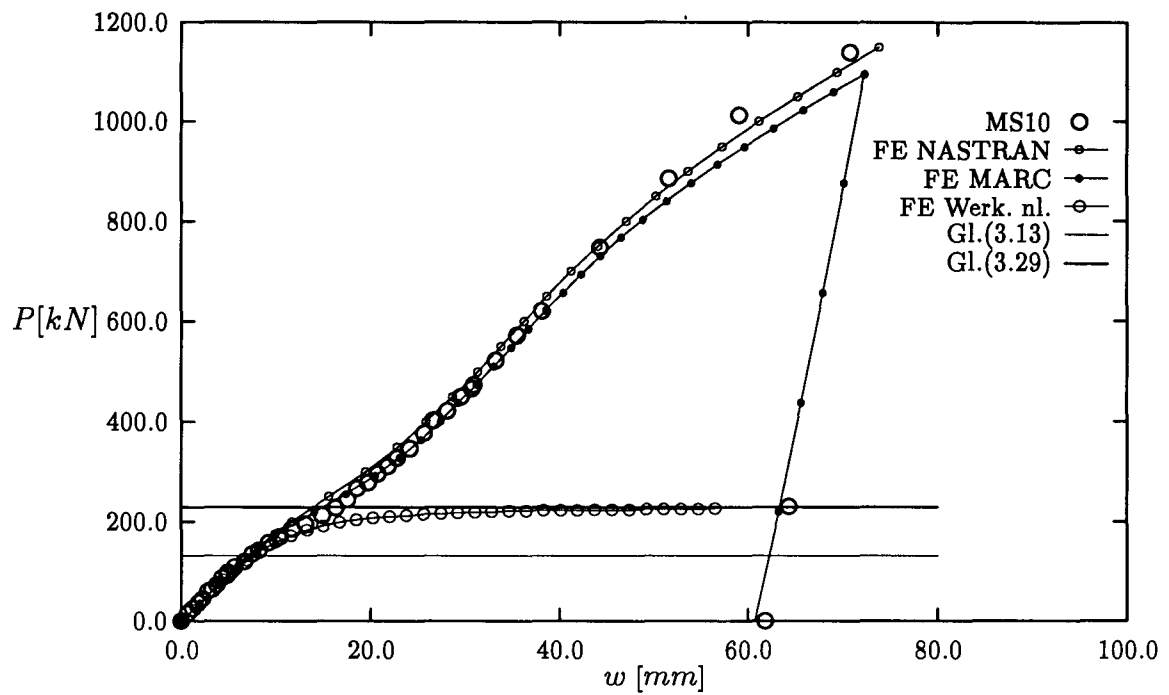


Abb. 6.30: Durchbiegungen in Plattenmitte, FE und Messung, Versuch TA3

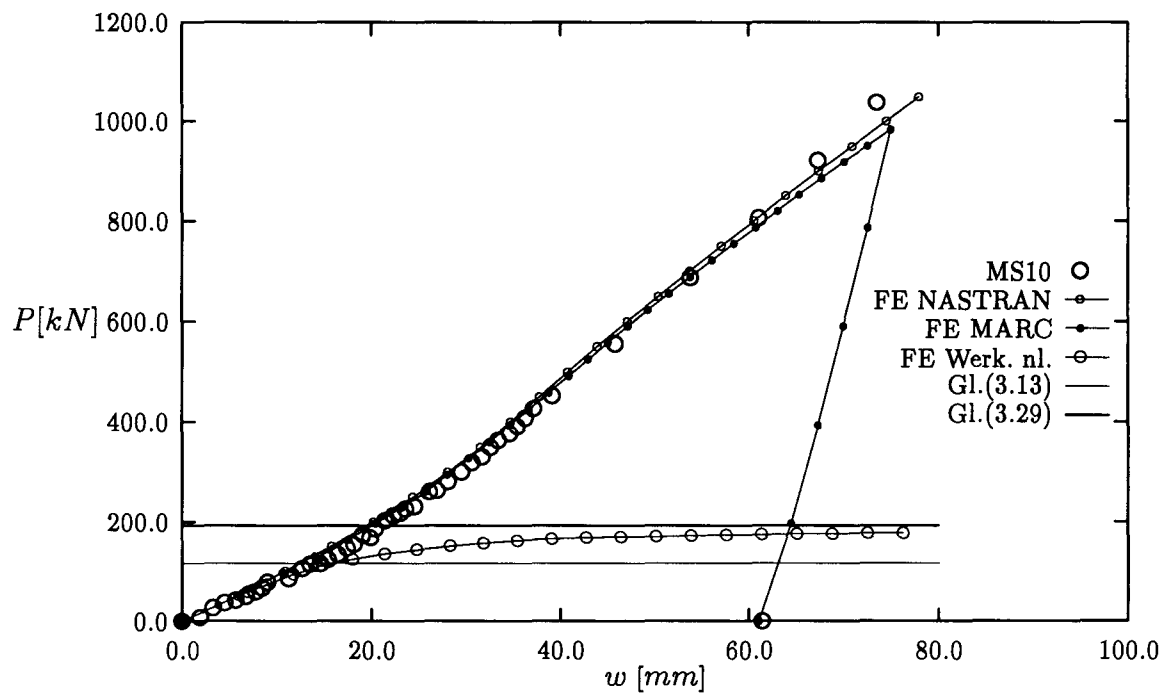


Abb. 6.31: Durchbiegungen in Plattenmitte, FE und Messung, Versuch TB3

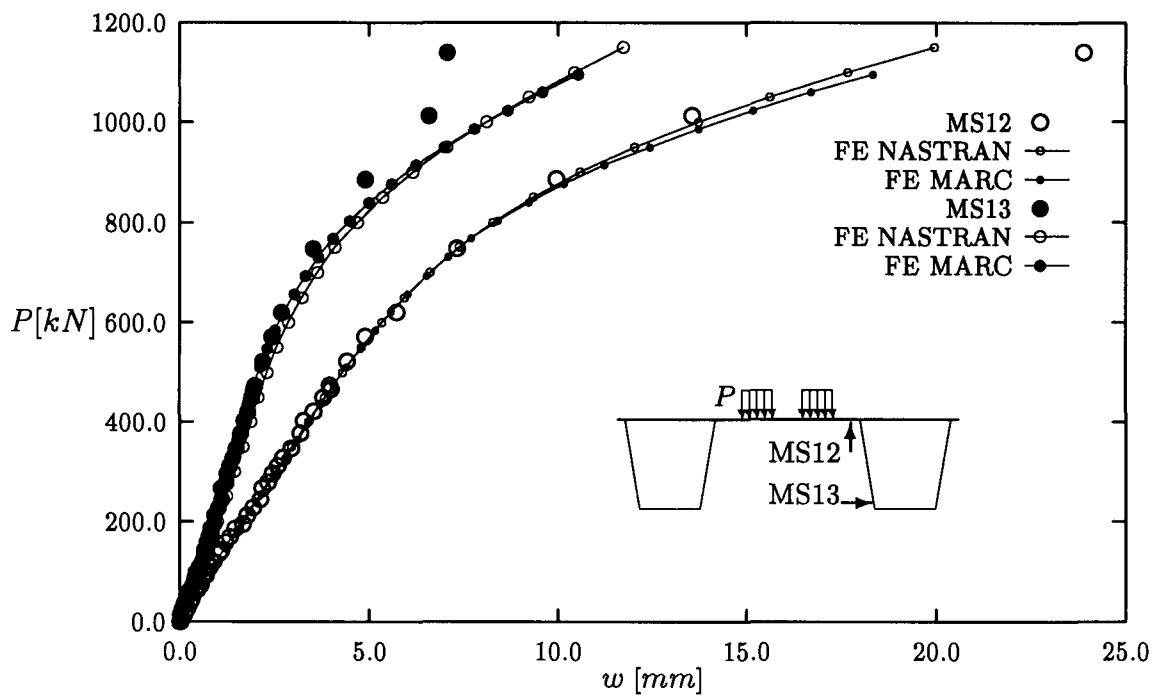


Abb. 6.32: Verformungen des Trapezhohlprofils, FE und Messung, Versuch TA3

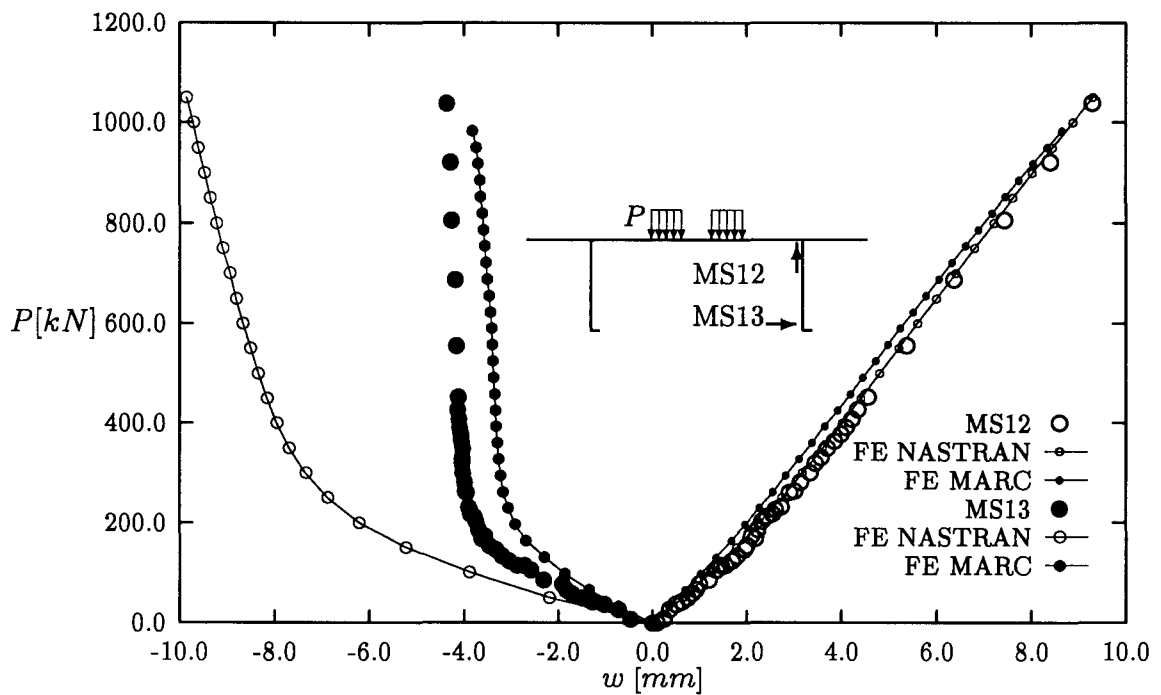


Abb. 6.33: Verformungen des Wulstprofils, FE und Messung, Versuch TB3

In den Abb. 6.30 und Abb. 6.31 sind die experimentell ermittelten und die berechneten Durchbiegungen des belasteten Plattenfeldes der Versuche TA3 und TB3 in Abhängigkeit der Belastung dargestellt. Die Übereinstimmungen der Durchbiegungen bzw. der bleibenden Durchbiegungen nach der Entlastung in der Plattenmitte zwischen Messungen und FE-Rechnungen ist als exzellent anzusehen. Die numerisch berechnete Traglast (FE Werk. nl.) und die entsprechenden analytischen Lösungen sind ebenfalls in den Abbildungen eingetragen. Zur Bestimmung der Abmessung v der Aufstandsfläche bei der Anwendung der theoretischen Ansätze wurde die Fläche zwischen beiden Rädern als Aufstandsfläche angenommen. Damit betragen in diesem Fall $u = 200 \text{ mm}$ und $v = 250 \text{ mm}$, also $u/v < 1.0$. Bei Anwendung der Gl. (3.13) bzw. Gl. (3.29) wurden die entsprechenden Abmessungen nach Tab. 3.1 geändert. Selbst in diesem Fall liegt die analytisch errechnete Traglast ($P = 229 \text{ kN}$ bei TA3) mit einer eingespannten Randbedingung ziemlich genau an der mit FE berechneten (FE Werk. nl. $P = 226 \text{ kN}$). Die durch FE ermittelte Traglast bei TB3 (FE Werk. nl. $P = 150 \text{ kN}$) liegt zwischen der analytischen Lösung von frei drehbarer und eingespannter Randbedingung ($P = 117 \text{ kN}$ bzw. $P = 194 \text{ kN}$).

Da im Vergleich zu den Versuchen mit einem Einzelrad (TA1 und TB1) im Fall der Doppelräder eine wesentlich höhere Belastung aufgebracht und eine größere Abmessung v eingesetzt wurde, erfolgt die Plastizierung bei Versuch TA3 oberhalb der Laststeigerung von ca. $P = 600 \text{ kN}$ an den angrenzenden Stegen der Trapezhohlprofile, wo sehr hohe Druckspannungen angetroffen wurden. Dies führt zu einer Reduzierung der Systemsteifigkeit (Abb. 6.30). Noch deutlicher kann man diese Erscheinung durch das Verformungsverhalten des angrenzenden Trapezhohlprofils erkennen (Abb. 6.32 MS12), wobei sich die Durchsenkung des Plattenrandes ab ca. $P = 600 \text{ kN}$ offensichtlich nichtlinear verhält. Dieses nichtlineare Verhalten wurde auch durch die FE-Rechnung gut erfaßt.

Im Vergleich zum Trapezhohlprofil besitzt das Wulstprofil eine wesentlich größere Stegdicke ($\frac{t_{HP}}{t_{TR}} = 1.83$) und eine wesentlich höhere Streckgrenze ($\frac{R_{eHHP}}{R_{eHTR}} = 1.37$). Außerdem nimmt es wegen der geringeren Torsionssteifigkeit wenig Moment auf. Dies hat zur Folge, daß sich die Plattenranddurchsenkung (Abb. 6.33 MS12) fast linear verhält. Die Verdrehung des Wulstprofils ist nur bis zu einer Belastung von ca. $P = 200 \text{ kN}$ deutlich zu sehen. Nach der Ausbildung des Fließgelenkes am Plattenrand bleibt der Drehwinkel fast unverändert (Abb. 6.33 MS13). Dieser Abknickpunkt ist in der FE-Rechnung mit *MARC* ausgeprägter als mit *NASTRAN*. Erklärt wird dies dadurch, daß der Wulstteil bei der FE-Modellierung zuerst als elastischer Balken simuliert wurde. Der Mittelpunkt des Balkenquerschnittes liegt auf der Mittellinie des Steges. Mit diesem Modell wurde die FE-Rechnung mit *NASTRAN* durchgeführt. Bei der Rechnung mit *MARC* wurde der Wulstteil als Schalelement idealisiert. Diese Änderung hat einen wesentlichen Einfluß auf das Verdrehungsverhalten.

Als Bemessungsgrundlage zur Bestimmung der Brauchbarkeit einer Decksbeplattung unter Radlast sind mehrere Autoren von der maximalen bleibenden Verformung der Beplattung nach der Entlastung ausgegangen. In diesem Zusammenhang wurden FE-Rechnungen mit den bei den Versuchen TA3 und TB3 ermittelten bleibenden Verformungen durchgeführt, wobei die FE Modelle mehrfach be- und entlastet und die bleibenden Verformungen in der Plattenmitte nach jeder Entlastung errechnet wurden. In Abb. 6.34 sind die Messungen und die entsprechenden Rechenergebnisse eingetragen. Allgemein erkennt man eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen den Messungen und den FE-Rechnungen. Nur bei relativ kleinen Belastungen scheinen die rechnerischen Werte etwas zu klein zu sein. Dies liegt möglicherweise an der konzentrierten örtlichen Lastverteilung bei den Versuchen, während in den FE-Rechnungen die Belastungen gleichmäßig auf der Aufstandsfläche verteilt wurden.

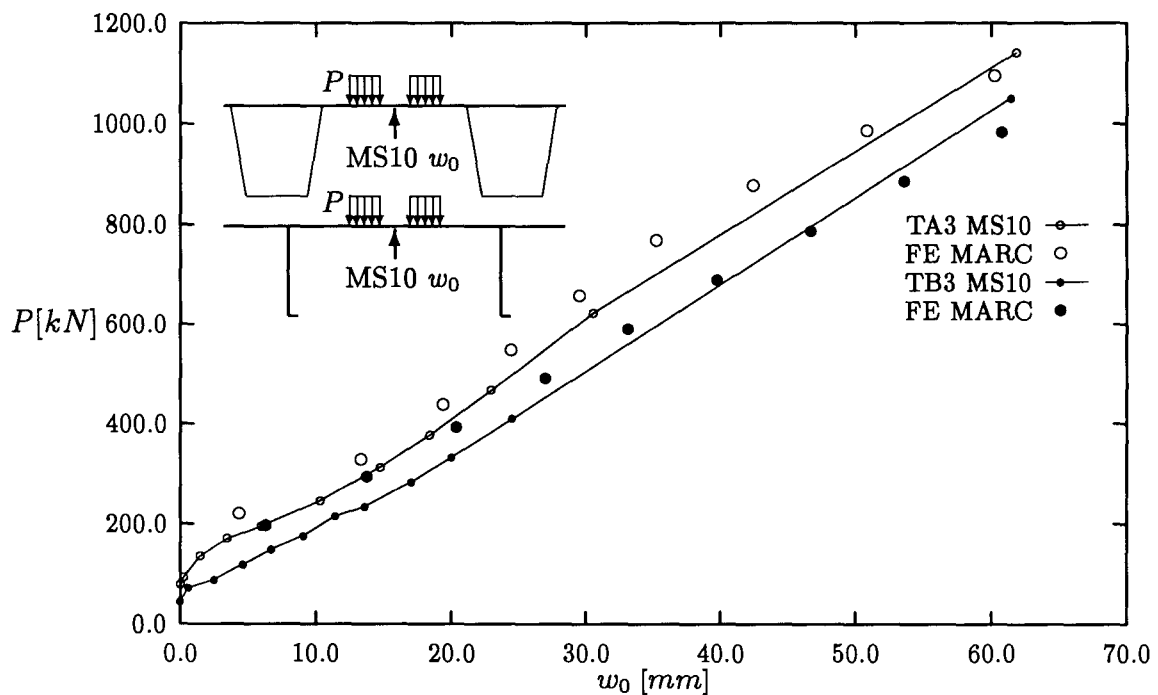


Abb. 6.34: Bleibende Verformungen in Plattenmitte, FE und Messung, Versuch TA3 und TB3

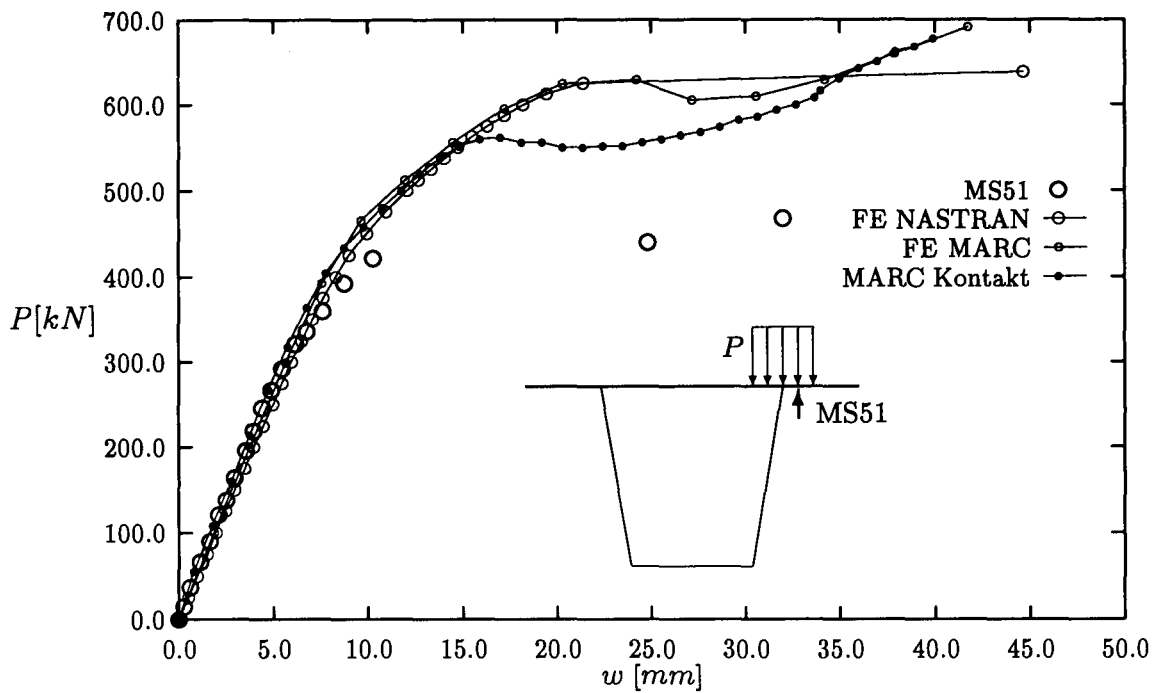


Abb. 6.35: Verformung des Trapezhohlprofils, FE und Messung, Versuch TA21

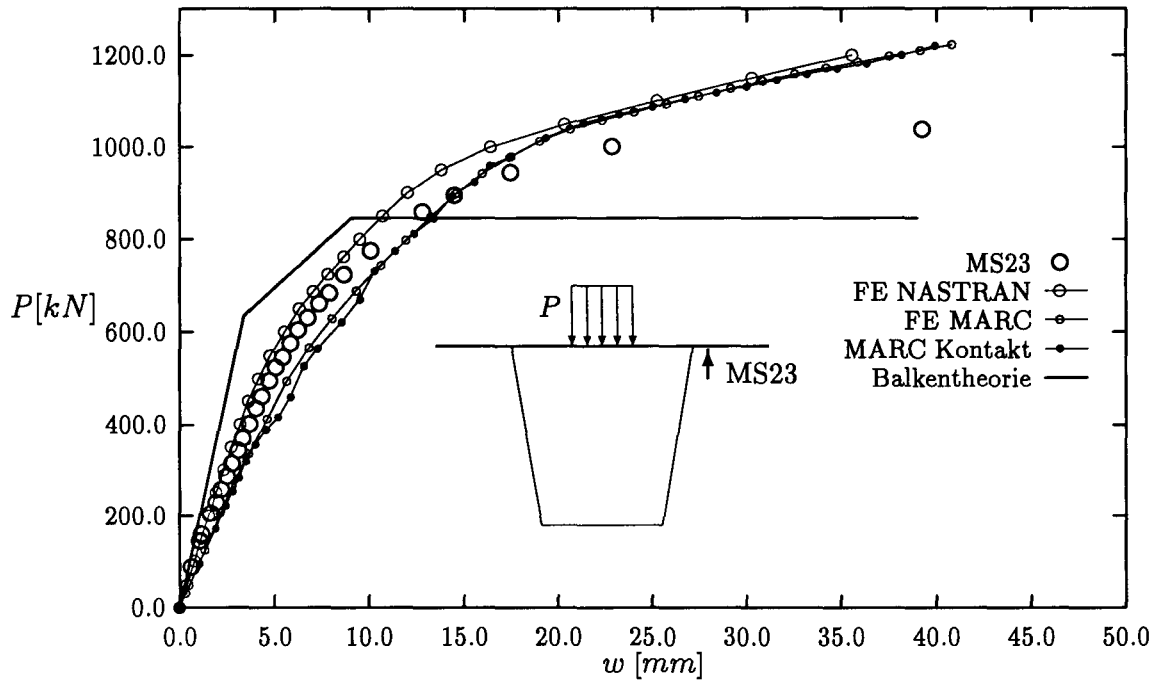


Abb. 6.36: Verformung des Trapezhohlprofils, FE und Messung, Versuch TA22

Wie in den Abb. 6.15 und Abb. 6.16 dargestellt ist, endet der Versuch TA21 mit einem Versagen des belasteten Steges des Trapezhohlprofils. Anders als der Lastfall, bei dem die Radlast in der Mitte des Plattenfeldes wirkt, wurde dieser Versagensmechanismus wesentlich durch die Länge der Aufstandsfläche u beeinflusst. Da diese Abmessung, wie bereits erwähnt wurde, von mehreren Parametern abhängig ist, wurden die entsprechenden FE-Rechnungen mit einer festeingesetzten Aufstandsflächenlänge $u = 200 \text{ mm}$ durchgeführt. Abb. 6.35 stellt den Vergleich der Verformungen unter der belasteten Stelle aus der Messung und der FE-Rechnung dar. Bis zur Laststeigerung von $P = 425 \text{ kN}$, wobei ein Krüppeln des belasteten Steges auftritt, stimmen beide Ergebnisse gut überein. Nur bei der Erfassung dieser Krüppellast liefern beide FE-Rechnungen wesentlich höhere Werte (*NASTRAN* $P = 625 \text{ kN}$ und *MARC* $P = 629 \text{ kN}$).

Um diese Erscheinung besser zu erfassen, benötigt man eine andere Rechen-technik. Im *MARC K4* steht eine Kontaktrechen-technik zur Verfügung, wobei das Verhalten während der Berührung mehrerer Körper simuliert werden kann. Anstelle der gleichmäßig verteilten Belastung auf der Aufstandsfläche wurde ein Starrkörper, dessen Abmessungen der beim Versuch verwendeten Stahlrundscheibe entsprechen, in die Kontaktrechnung eingesetzt. Dadurch sollten Lastverteilung bzw. die Abmessungen der Aufstandsfläche Versuchsnähe bekommen. Bei der Rechnung kontaktiert der Starrkörper mit einem oder mehreren Knoten des FE-Modells. Darüber hinaus wurden die Reaktionskraft des Starrkörpers, Verformungen und Spannungen des FE-Modells mit der Berücksichtigung der geometrischen und werkstofflichen Nichtlinearität errechnet. In der Abb. 6.35 ist das Verformungsverhalten des FE-Modells gegenüber der Kontaktkraft eingetragen. Man erkennt, daß eine eindeutige Abnahme der Belastung bei $P = 562 \text{ kN}$ eintritt und sich unter dieser Belastung die Krüppelerscheinung im Steg einstellt. Diese Krüppellast ist aber ca. 24% höher als die im Versuch ermittelte. Da das Krüppeln erst nach Plastizierung des Steges eingetreten ist, wird die Krüppellast durch die Größe der plastizierten Zone, die mit der Elementierung des FE-Modells zusammenhängt, beeinflusst. Außerdem spielt die Vorverformung des Steges, die durch vorher durchgeführte Versuche verursacht wurde, eine gewisse Rolle.

Der Versuch TA22 stellt einen anderen kritischen Lastfall für das mit Trapezhohlprofilen ausgesteifte Modell dar, bei dem die Radlast direkt auf dem Obergurt zwischen beiden Stegen eines Trapezhohlprofils wirkt. Die zufriedenstellende Übereinstimmung des Verformungsverhaltens zwischen Messung und FE-Rechnungen läßt sich aus der Abb. 6.36 erkennen. Anders als beim Versuch TA21 zeigt das Verformungsverhalten der FE-Kontaktrechnung beim Versuch TA22 keinen großen Unterschied, wenn man es mit den anderen FE-Rechnungen vergleicht. Das Versagen des Profils wurde durch die Durchplastizierung des ganzen Querschnittes verursacht. Die beim Versuch aufgetretenen Beulen an den beiden Stegen des Profils bei der Last von $P = 1000 \text{ kN}$ werden von den FE-Rechnungen nicht gut erfaßt.

Das Verformungsverhalten beim Versuch TB2, bei dem die Belastung direkt auf einem Wulstprofil angreift, ist in der Abb. 6.37 dargestellt. Die Durchbiegung (MS20) und die Verformung in Querrichtung (MS21) des Profils verhalten sich erst ab der Belastung von $P = 700 \text{ kN}$ nichtlinear. Bei den FE-Rechnungen wurde festgestellt, daß große Teile des belasteten Querschnittes des Steges und der Obergurt des Profils unter dieser Last schon plastiziert sind. Bei einer Belastung von $P \approx 950 \text{ kN}$ plastiziert der belastete Querschnitt durch. Anschließend beginnen die Stegquerschnitte an den Stützstellen zu den Querträgern, von unten nach oben zu fließen. Die Durchplastizierung beider Stege ist bei der Belastung von $P \approx 1150 \text{ kN}$ erreicht. Beim Versuch wurde eine Grenzlast von $P = 1171 \text{ kN}$ ermittelt, bei der die Beule am belasteten Steg entsteht und gleichzeitig die Stege beider Stützstellen seitlich abknicken. Bei den FE-Rechnungen ist diese Erscheinung nicht eingetreten.

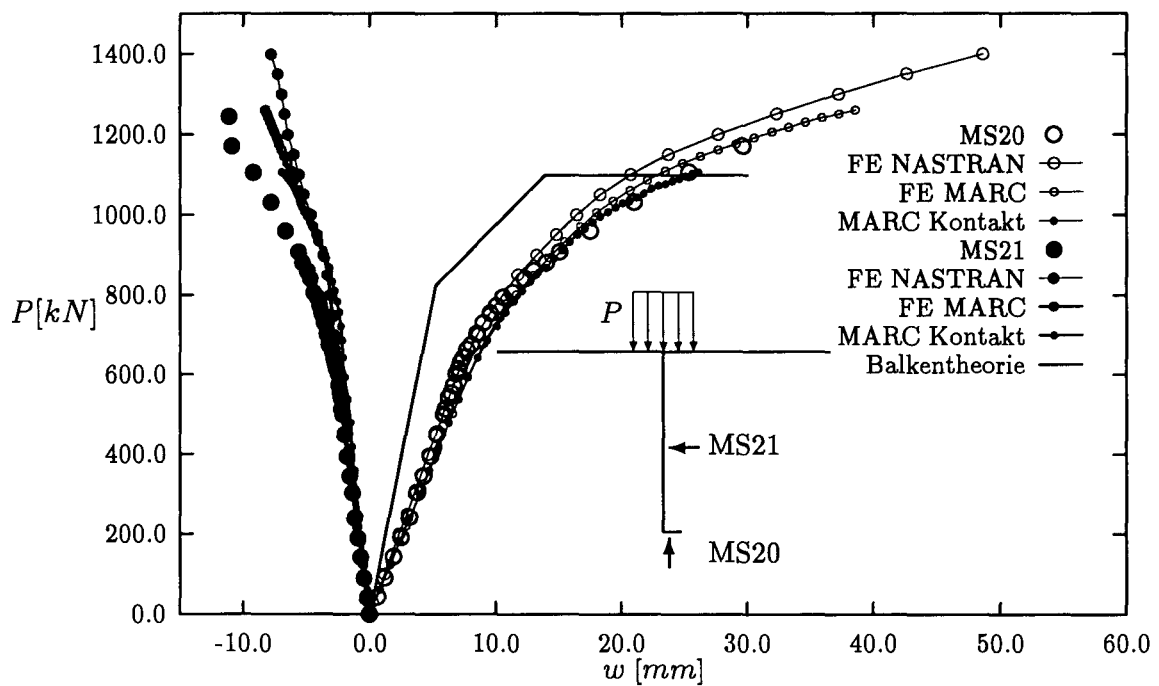


Abb. 6.37: Verformungen, FE und Messung, Versuch TB2

6.4 Traglastabschätzung

6.4.1 Traglastrechnung nach der Balkentheorie

Zur Ermittlung der Traglast der Versuche TA22 und TB2, wobei die Radlast direkt auf eine Steife wirkt, kann die plastische Balkentheorie [49] herangezogen werden.

Für das Rechenmodell wurden die Profile unter Berücksichtigung der mittragen-

den Plattenbreite als Durchlaufträger auf 4 Stützen angenommen (Abb. 6.38). Die

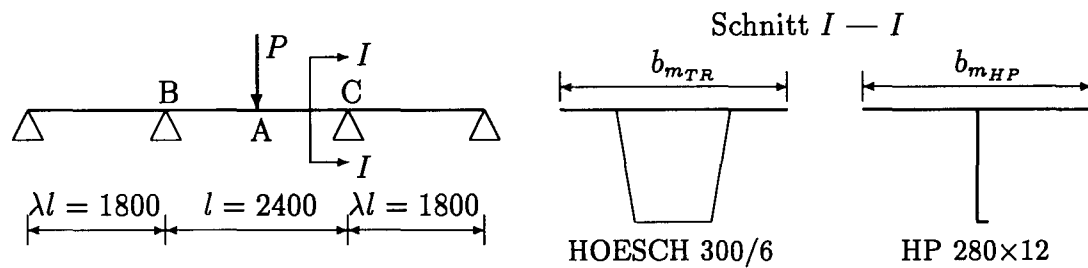


Abb. 6.38: Rechenmodell nach der plastischen Balkentheorie zu TA22 und TB2

mittragende Breite b_{mHP} des Wulstprofils wurde nach den Vorschriften des *Germanischen Lloyds (GL)* [3] angenommen. Für das Trapezhohlprofil ist die mittragende Breite b_{mTR} nach *DIN 18809* zu bestimmen:

$$b_{mTR} = 0.5(b_{TR} + b), \quad (6.5)$$

wobei b_{TR} die Obergurtbreite des Trapezhohlprofils ist und b der ununterstützte Abstand des Plattenfeldes. Für die Fließgrenze wurden die Werte aus Tab. 6.1 eingesetzt.

Die Krafteinleitung der Radlast wurde als Punktlast betrachtet.

Das in den Obergurten des Trapezhohlprofils beim Traglastversuch TA22 aufgetretene lokale Fließen wird hier nicht betrachtet.

Die Rechenergebnisse sind in Tab. 6.5 zusammengestellt.

	TA22		TB2		Einheit
b_m	775		403		[mm]
R_{eH}	312/301		427/301 (312/301)		[N/mm ²]
W_{el}	5.96×10^5		5.52×10^5		[mm ³]
α	1.365		1.397 (1.471)		
	Rechnung	Versuch	Rechnung	Versuch	
P_{el}	465	450	589 (431)	401	[kN]
P_{pl}	635	650	823 (633)	803	[kN]
P_T	846	1038	1098 (844)	1171	[kN]

Tabelle 6.5: Traglastabschätzung nach Fließgelenktheorie

P_{el} ist die elastische Grenzlast, bei der die maximale Spannung (hier an der Unterkante des Profils) die Fließgrenze erreicht. Sie ist eine Funktion der unbelasteten

Trägerteile, hier durch den Faktor λ ausgedrückt:

$$P_{el} = \frac{4R_{eH}W_{el}}{l} \frac{4\lambda + 6}{4\lambda + 3}. \quad (6.6)$$

α ist der plastische Formfaktor:

$$\alpha = \frac{M_{pl}}{M_{el}} = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = \frac{P_{pl}}{P_{el}}. \quad (6.7)$$

P_{pl} bezeichnet die Belastung, unter der sich das erste Fließgelenk im belasteten Querschnitt ausgebildet hat (Abb. 6.38 Punkt A):

$$P_{pl} = \alpha \frac{4R_{eH}W_{el}}{l} \frac{4\lambda + 6}{4\lambda + 3} = \alpha P_{el}. \quad (6.8)$$

P_T ist die Traglast. Unter dieser Last sind noch zwei weitere Fließgelenke an den beiden Profilstützpunkten entstanden (Abb. 6.38 Punkt B und C). Die Höhe der Traglast ist unabhängig von λ .

$$P_T = \alpha \frac{8R_{eH}W_{el}}{l} \quad (6.9)$$

Es ist zu erkennen, daß die nach der plastischen Balkentheorie berechnete Traglast bei TB2 dem Versuchsergebnis entspricht. Die in den Klammern in Tab. 6.5 aufgetragenen Werte sind für die Fließgrenze $R_{eH} = 312 \text{ N/mm}^2$ berechnet, um einen Vergleich beider Modelle zu ermöglichen. Bei der Berechnung der plastischen Widerstandsmomente sind die unterschiedlichen Fließgrenzen in den Profilen und der Beplattung berücksichtigt ($R_{eH} = 301 \text{ N/mm}^2$). Es ist aber festzuhalten, daß man mit Hilfe einfacher Traglastberechnungen nach der plastischen Balkentheorie einen guten Näherungswert für das Tragverhalten solcher Konstruktionen erhält (Abb. 6.37). Dagegen liegt der rechnerische Wert P_T für TA22 ca. 18% niedriger als im Versuch. Dies liegt wahrscheinlich daran, daß die Belastung in der Mitte der Obergurte des Trapezhohlprofils angreift. Das Auftreten von Membranspannungen bei größer werdender Belastung wirkt sich positiv auf die Tragfähigkeit des Tragwerkes aus. Mit der plastischen Balkentheorie ist dieser Einfluß aber nicht erfaßbar (Abb. 6.36).

6.4.2 Krüppellast zu TA21 und TB2

Beim dünnen Stegblech unter konzentrierter Einzellast spricht man häufig vom Krüppeln, um ein isoliertes, örtliches Versagensphänomen zu beschreiben, das durch gleichzeitig wirkende Vertikal- und Biegespannungen verursacht wird. Zur Beurteilung solcher Tragwerke läßt sich dieser Vorgang in zwei Kategorien einteilen:

1. Versagen durch Stegquetschen (Materialversagen bei gedrunenen Querschnitten);

2. Stabilitätsproblem (geometrisches Versagen)

- Versagen durch Stegbeulen bei mittleren Schlankheitsgraden λ_{st} (Steghöhe h zur Stegdicke t_{st}) des Stegbleches;
- Versagen durch Stegkrüppeln bei größeren Schlankheitsgraden.

In der Realität können die beiden Versagensarten auch gemischt auftreten. Nach einer Verminderung des Trägheitsmomentes wegen der Plastizierung des Stegbleches kann auch geometrisches Versagen entstehen.

Für die Ermittlung der Krüppellast wurden zahlreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen durchgeführt, was *Ramm* und *Weimar* in [50] zusammengefaßt haben. Zur Ermittlung der Krüppellast für die Traglastversuche TA21 und TB2 wurden folgende Formeln verwendet:

- die von *Granholm* [51] vorgeschlagene empirische Formel, die aus 8 experimentellen Untersuchungen entstanden;
- die von *Bergfelt* [52] aus der Drei-Gelenk-Theorie abgeleitete Formel, in der der Obergurt als auf dem Stegblech elastisch gebetteter Balken betrachtet wird;
- die von *Roberts* [53] vorgeschlagenen Formeln, die aus zwei Fließgelenkmechanismen, einem im belasteten Flansch und einem im Stegblech, abgeleitet sind;
- die von *Herzog* [54] aus 164 Versuchsergebnissen durch Regression gewonnene Formel.

In der Abb. 6.39 und der Tab. 6.6 sind die entsprechenden Abmessungen, Formeln und berechneten Ergebnisse dargestellt. Mit t_{st} ist die Stegblechdicke und mit t_g die Gurtdicke bezeichnet. Es ist deutlich zu sehen, daß die nach den in der Tab. 6.6 dargestellten Formeln berechneten Krüppellasten um bis zu 23% niedriger sind als die beim Versuch TA21 aufgetretenen. Bemerkenswert ist, daß das Ergebnis mit der Berücksichtigung der Aufstandsflächenlänge u , die nach der gemessenen Durchbiegung unter der Lastangriffsstelle umgerechnet wurde, mit dem Versuchsergebnis gut übereinstimmt. Beim Traglastversuch TB2 liefert die von *Granholm* [51] vorgeschlagene einfache Faustformel ein gutes Ergebnis.

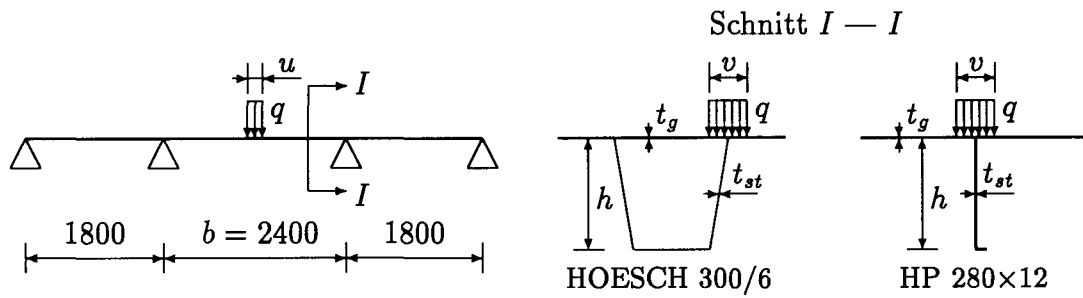


Abb. 6.39: Rechenmodell zur Bestimmung der Krüppellast nach verschiedenen Formeln für Versuche TA21 und TB2

	TA21	TB2	Ergebnisse	
	$t_{st} = 6.4 \text{ mm}$	$t_{st} = 11.7 \text{ mm}$		
	$t_g = 12.4 \text{ mm}$	$t_g = 12.4 \text{ mm}$		
	$h = 275 \text{ mm}$	$h = 280 \text{ mm}$	TA21	TB2
	$u = 148 \text{ mm}$	$u = 187 \text{ mm}$		
	$b = 2400 \text{ mm}$	$b = 2400 \text{ mm}$		
	$R_{eH} = 312 \text{ N/mm}^2$	$R_{eH} = 427 \text{ N/mm}^2$	[kN]	[kN]
	$E = 197700 \text{ N/mm}^2$	$E = 204800 \text{ N/mm}^2$		
	Versuche		421	1171
[51]	$P_k = 8500t_{st}^2$		345	1154
[52]	$P_k = 0.045Et_{st}^2$		361	1251
[53]	$P_k = 0.68t_{st}^2\sqrt{ER_{eH}}\left(\frac{t_g}{t_{st}}\right)^{0.6}$		323	869
[53]	$P_k = 0.75t_{st}^2\sqrt{ER_{eH}}\left(\frac{t_g}{t_{st}}\right)^{0.5}$		334	982
[53]	$P_k = 0.55t_{st}^2\sqrt{ER_{eH}}\left(\frac{t_g}{t_{st}}\right)^{0.5}\left(0.9 + 1.5\frac{u}{h}\right)$		418	1370
[54]	$P_k = 25t_{st}^2R_{eH}\left(\frac{t_g}{t_{st}}\right)^{\frac{1}{3}}$		395	1479

Tabelle 6.6: Krüppellastrechnung nach verschiedenen Formeln

6.5 Vergleich zwischen analytischer Lösung und Messung

Da, wie in Kap. 3 erläutert, eine mit Teilflächenlast beanspruchte Platte durch die Zugmembranspannungen eine erhebliche Tragreserve besitzen kann, kann man das Tragverhalten in diesem Fall anhand der Fließgelenklinientheorie nachvollziehen (Gl. (3.44), Gl. (3.47) bzw. Gl. (3.74) und Gl. (3.82)). In diesem Abschnitt wird der Vergleich zwischen den Messungen und den in Kap. 3 abgeleiteten Formeln bzw. den nichtlinearen FE-Rechnungen ausgeführt. Abb. 6.40 bis Abb. 6.43 zeigen die dimensionslosen Radlasten P/P_T gegenüber den bleibenden Durchbiegungen w_0/t in der Plattenfeldmitte in bezug auf die Versuche TA1, TB1 bzw. TA3 und TB3, wobei P_T die Traglast bei einer frei drehbaren Randbedingung nach Gl. (3.13) ist, wenn man nur die Biegesteifigkeit des Plattenfeldes berücksichtigt.

Für den Fall einer einzelnen Radlast erkennt man, daß die mit der FE-Methode errechneten Werte zwischen den beiden Kurven liegen, die aus den Formeln mit frei drehbaren und eingespannten Rändern ermittelt wurden, während die nach der Entlastung gemessenen bleibenden Durchbiegungen im Vergleich mit der aus Gl. (3.44) bzw. Gl. (3.47) errechneten Kurve ca. 7% kleiner sind (Abb. 6.40 und Abb. 6.41). Dies liegt vor allem an der örtlichen Lastverteilung. Für den Fall der Doppelradlast wurden die Abmessungen der Aufstandsfläche bei der Verwendung der analytischen Lösung mit $u = 200 \text{ mm} < v = 250 \text{ mm}$ betrachtet. Dafür müssen die eingesetzten Parameter nach Tab. 3.1 entsprechend geändert werden. Die gute Übereinstimmung zwischen Messungen und analytischen Lösungen ist aus Abb. 6.42 und Abb. 6.43 ersichtlich.

Die Entwicklung der bleibenden Durchbiegung in der Plattenfeldmitte ist für ein Bemessungskonzept sehr wichtig. Der Zuwachs der bleibenden Durchbiegung ist abhängig von den Randbedingungen des Plattenfeldes und den Verhältnissen v/b . Es ist zu erkennen, daß die Radlast von $P/P_T = 1.0$ für das mit Trapezhohlprofilen ausgesteifte Modell durch die große Torsionssteifigkeit des Profils eine Grenze ist, bei der die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte gerade anfängt (Abb. 6.40 und Abb. 6.42), während für das mit Wulstprofilen ausgesteifte Modell bei $P = P_T$ schon eine bleibende Durchbiegung von $w_0/t \approx 0.2$ (Abb. 6.41) bzw. $w_0/t \approx 0.3$ (Abb. 6.43) erreicht ist. Nimmt man die Ränder des Plattenfeldes als festeingespannt an, geht aus den Abb. 6.40 bis Abb. 6.43 hervor, daß als obere Grenze für die bleibende Durchbiegung ein Wert von $w_0/t \leq 0.8$ anzusetzen ist. Man kann also entweder eine untere Grenzlasterlast $P/P_T = 1.0$ angeben, wenn die Ränder als frei drehbar betrachtet werden können und die bleibende Durchbiegung in der Plattenfeldmitte beginnt, oder bei eingespannten Rändern eine bleibende Durchbiegung, die innerhalb einer bestimmten Größenordnung liegt (z. B. $w_0/t < 1.0$).

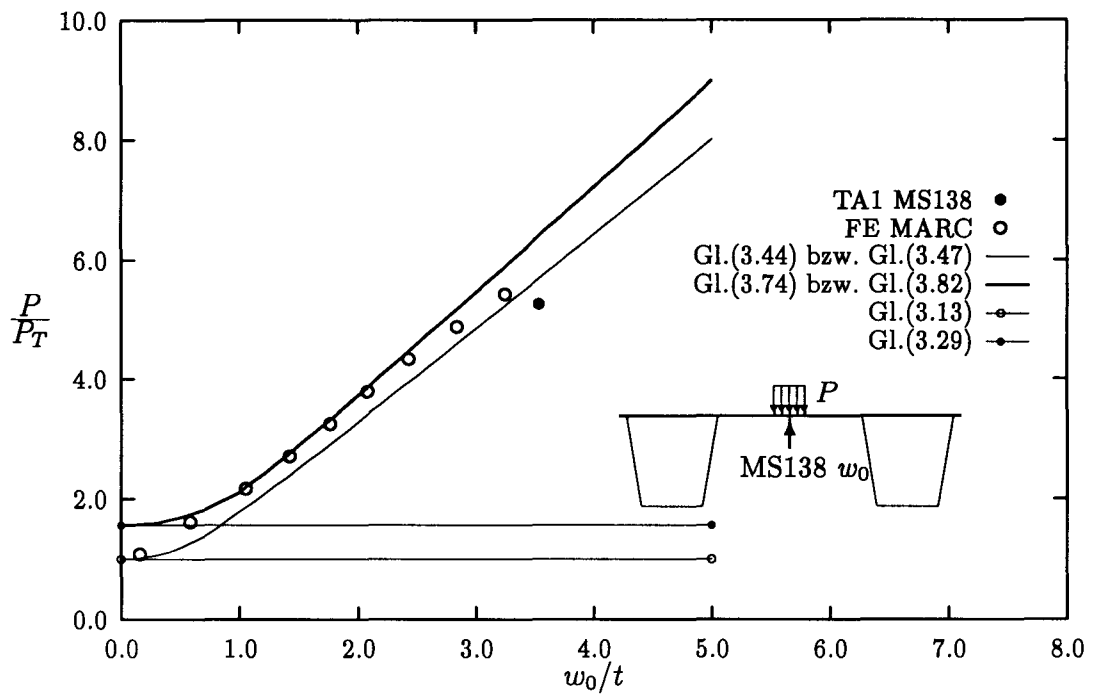


Abb. 6.40: Vergleich zwischen analytischer Lösung und Messung, TA1

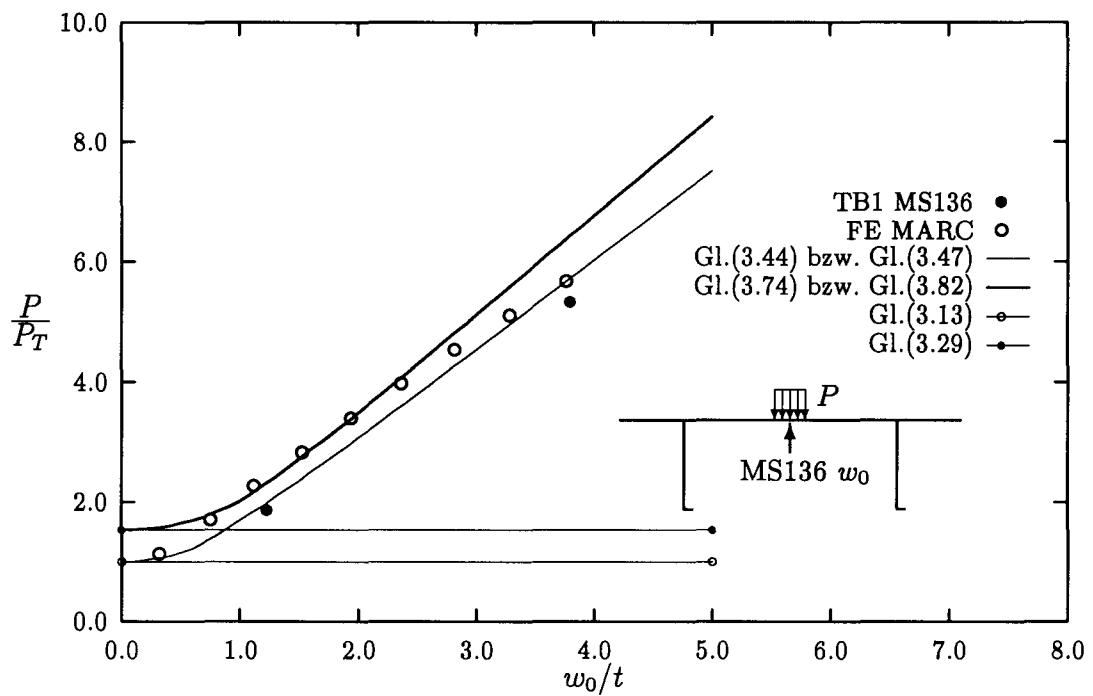


Abb. 6.41: Vergleich zwischen analytischer Lösung und Messung, TB1

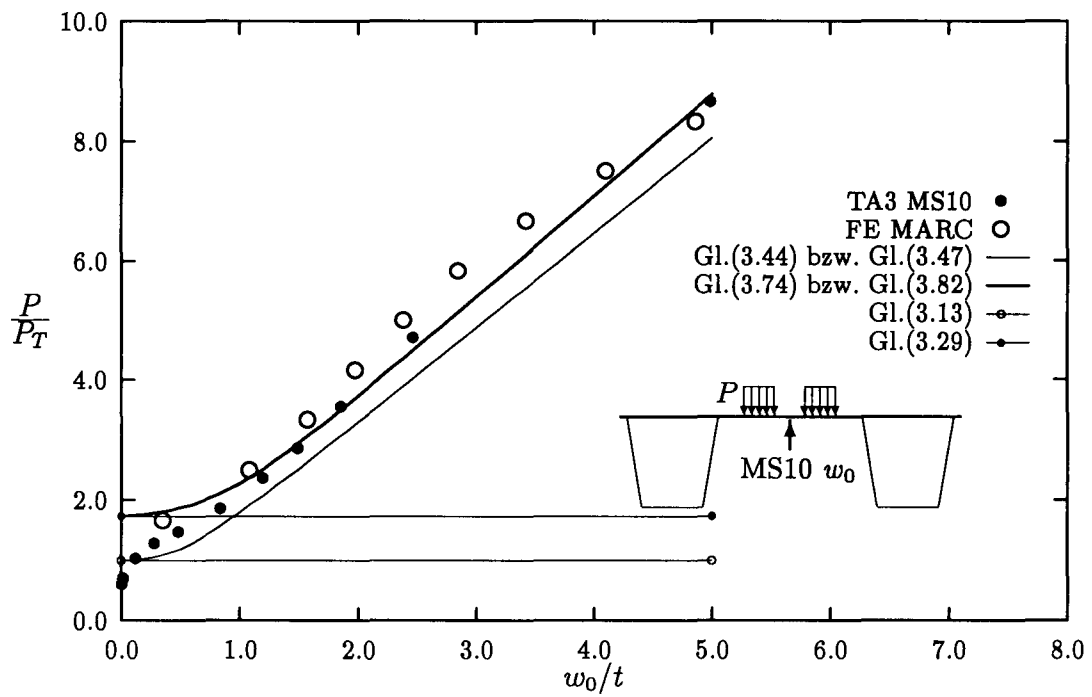


Abb. 6.42: Vergleich zwischen analytischer Lösung und Messung, TA3

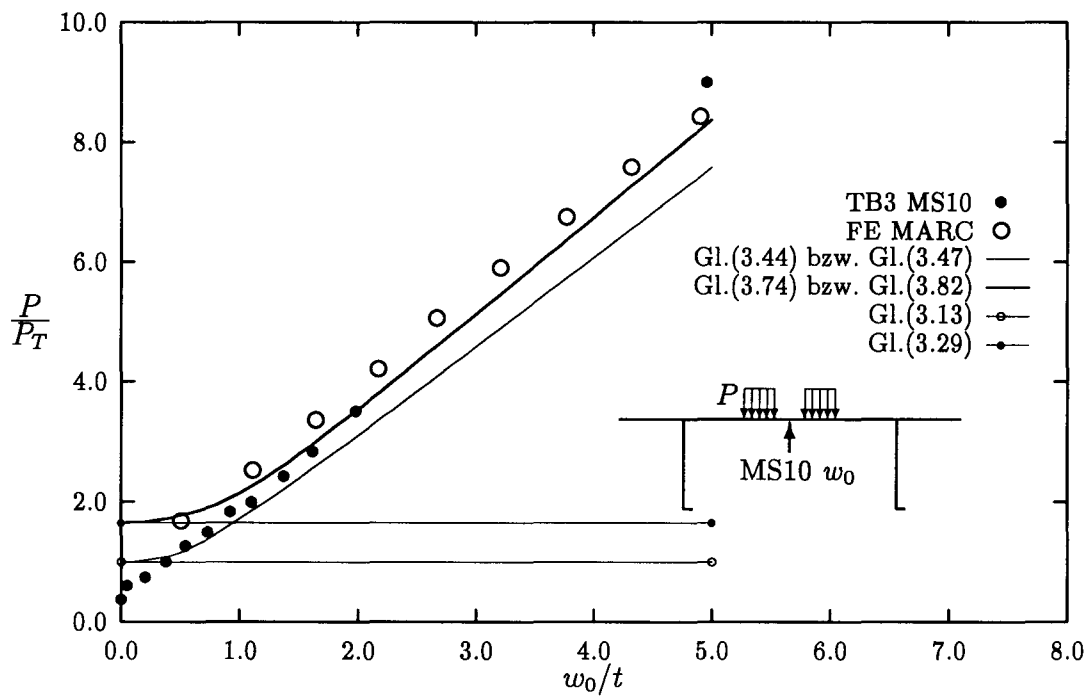


Abb. 6.43: Vergleich zwischen analytischer Lösung und Messung, TB3

7. Parameterstudie

7.1 Allgemeines

Anhand der oben genannten Untersuchungen kann man feststellen, daß die nicht-lineare FE-Rechnung die experimentellen Ergebnisse in befriedigender, teils sehr guter Übereinstimmung nachvollziehen kann, insbesondere in den Fällen, bei denen die Radlast unmittelbar in der Mitte des Plattenfeldes wirkt (Versuch TA1 und TB1, bzw. TA3 und TB3). Anhand der analytischen Lösungen kann man eine untere und eine obere Grenzlast festlegen (Gl.(3.13) bzw. Gl.(3.29)), wobei die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte auf eine gewisse Größenordnung beschränkt werden kann. Nun kann man davon ausgehen, daß eine ausführliche, mit nichtlinearen FE-Rechnungen gestaltete Parameterstudie ausreichend genaue Aussagen liefert. Das Ziel der Parameterstudie ist einerseits den Einfluß unterschiedlicher geometrischer Parameter wie z. B. die Plattendicke t , Plattenbreite b bzw. die Verhältnisse v/b und u/v auf das Tragverhalten von mit Wulst- bzw. mit Trapezhohlprofilen ausgesteiften Decks unter Radlasten zu finden, andererseits um die Unterschiede der analytischen Lösungen für einfache Platten und reale ausgesteifte Konstruktionen zu erkennen. Mit Hilfe der Ergebnisse soll ein Bemessungskonzept für ausgesteifte Decksstrukturen unter Teilflächenlast aufgestellt werden, um Bemessungsvorschriften von Klassifikationsgesellschaften verbessern zu können.

7.2 Erstellung der FE Modelle

Um einerseits den Unterschied zwischen den mit Wulstprofilen und den mit Trapezhohlprofilen ausgesteiften Decksstrukturen zu erkennen, andererseits die im Schiffbau typischen Parameterbereiche möglichst abzudecken, wurden insgesamt 4 FE Modelle aufgebaut, die sich grundsätzlich in den Breiten des Plattenfeldes b und den Aussteifungsarten unterscheiden. Die Abmessungen der Steifen entsprechen denen, die in den experimentellen Untersuchungen eingesetzt wurden. Die Länge des Plattenfeldes und der Längs- bzw. Querträger sind ebenfalls gleich denen der experimentellen Untersuchungen ($a = 2400 \text{ mm}$). Die Modelle TR300 und TR600 entsprechen einer Aussteifung von Trapezhohlprofilen und den Plattenfeldbreiten $b = 300 \text{ mm}$ und $b = 600 \text{ mm}$, während die Modelle HP600 und HP900 durch Wulstprofile ausgesteift sind und den Plattenfeldbreiten $b = 600 \text{ mm}$ und $b = 900 \text{ mm}$ entsprechen. Weiterhin sind die Modelle so aufeinander abgestimmt, daß die zu vergleichenden Varianten (TR300 mit HP600 und TR600 mit HP900) gleichen Materialaufwand, d. h. gleiches Stahlgewicht, besitzen. Für die Werkstoffkennwerte wurden nach GL A eine Fließgrenze mit $R_{eH} = 235 \text{ N/mm}^2$ und ein Elastizitätsmodul von $E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ angenommen. Als Variable wurden gewählt: unterschiedliche

Plattendicken t und Verhältnisse u/v bzw. v/b . Bei der Änderung der Plattendicke t ist das Verhältnis zwischen t und der Dicke des Profilsteges t_{st} so abgestimmt, daß $t/t_{st} = 2.0$ für die Trapezhohlprofile und $t/t_{st} = 1.0$ für die Wulstprofile konstant geblieben sind. Hieraus ergeben sich die in Tab. 7.1 und Tab. 7.2 zusammengestellten Abmessungen der Plattenfelder und Aufstandsflächen. Durch Änderung der Plattendicken t von 6 mm bis 22 mm liegen die Schlankheitsgrade β (Gl.(5.36)) bei dieser Untersuchung zwischen 0.63 und 5.02. Diese Werte entsprechen den Verhältnissen $b/t = 18.8$ bis 150. Bei jeder Variante wurde das Plattenfeld bis zum Erreichen der

$a = 2400 \text{ mm}, R_{eH} = 235 \text{ N/mm}^2, E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$											
Plattenabmessungen											
Modelle	a/b	t [mm]	6	8	10	12	14	16	18	20	22
TR300	8.0	b/t	50	38	30	25	21	19	—	—	—
		β	1.67	1.25	1.00	0.84	0.72	0.63	—	—	—
HP600 TR600	4.0	b/t	100	75	60	50	43	38	33	30	27
		β	3.35	2.51	2.01	1.67	1.43	1.25	1.16	1.00	0.91
HP900	2.7	b/t	150	113	90	75	64	56	50	45	41
		β	5.02	3.76	3.01	2.51	2.15	1.88	1.67	1.51	1.37

Tabelle 7.1: Abmessungen der Plattenfelder

$u = 300 \text{ mm} (v = 300 \text{ mm})$							
Modelle	v (u) [mm]	150	300	450	600	750	900
	v/u (u/v)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
TR300	v/b (u/b)	0.500	1.000	—	—	—	—
HP600 bzw. TR600	v/b (u/b)	0.250	0.500	0.750	1.000	—	—
HP900	v/b (u/b)	0.167	0.333	0.500	0.667	0.833	1.000

Tabelle 7.2: Abmessungen der Aufstandsflächen

mit Gl.(3.13) und Gl.(3.29) bestimmten Werte belastet und dann wieder entlastet. Die Randbedingungen bei der FE Rechnung sind wie folgt festgelegt: die Plattenebene an den Verbindungslinien zwischen Plattenfeldern und Querträger werden durch Einspannung der angrenzenden Plattenfelder als unverschieblich betrachtet und in der Radlastrichtung nur an den Verbindungspunkten zwischen Längs- und Querträgern festgehalten. Aus Symmetriegründen von Struktur und Belastung wurde nur ein Viertel jedes Modells simuliert. Abb.7.1 bis Abb.7.4 zeigen die Zusammenstellung der einzelnen Modelle mit den entsprechenden Randbedingungen.

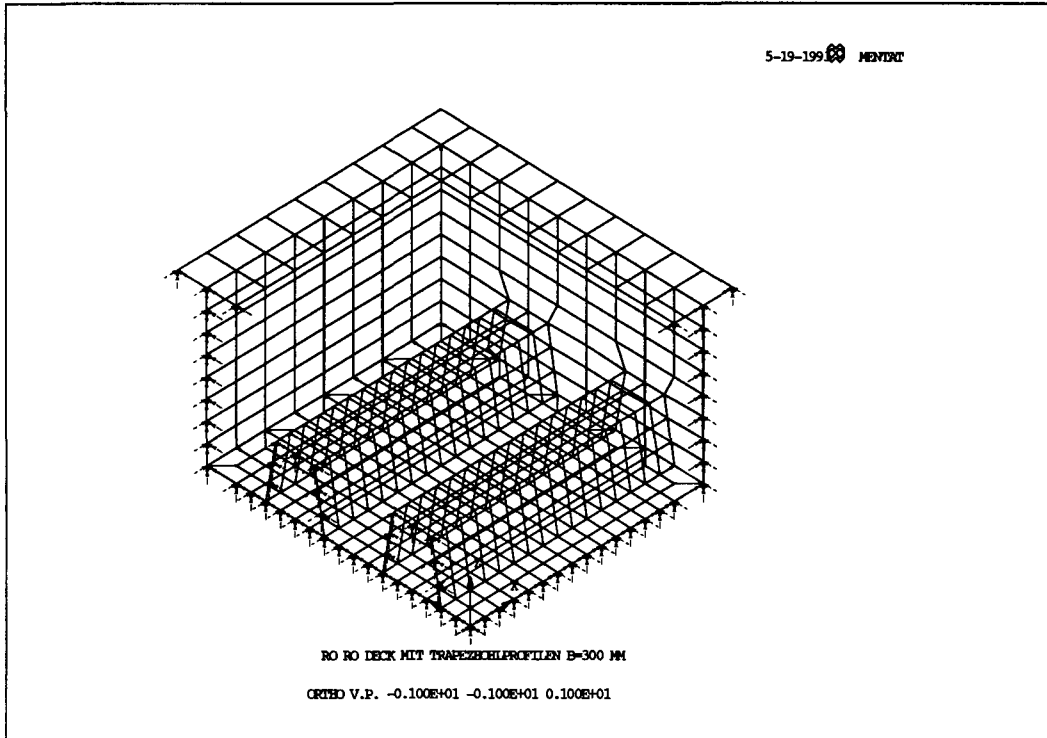


Abb. 7.1: FE Modell: TR300

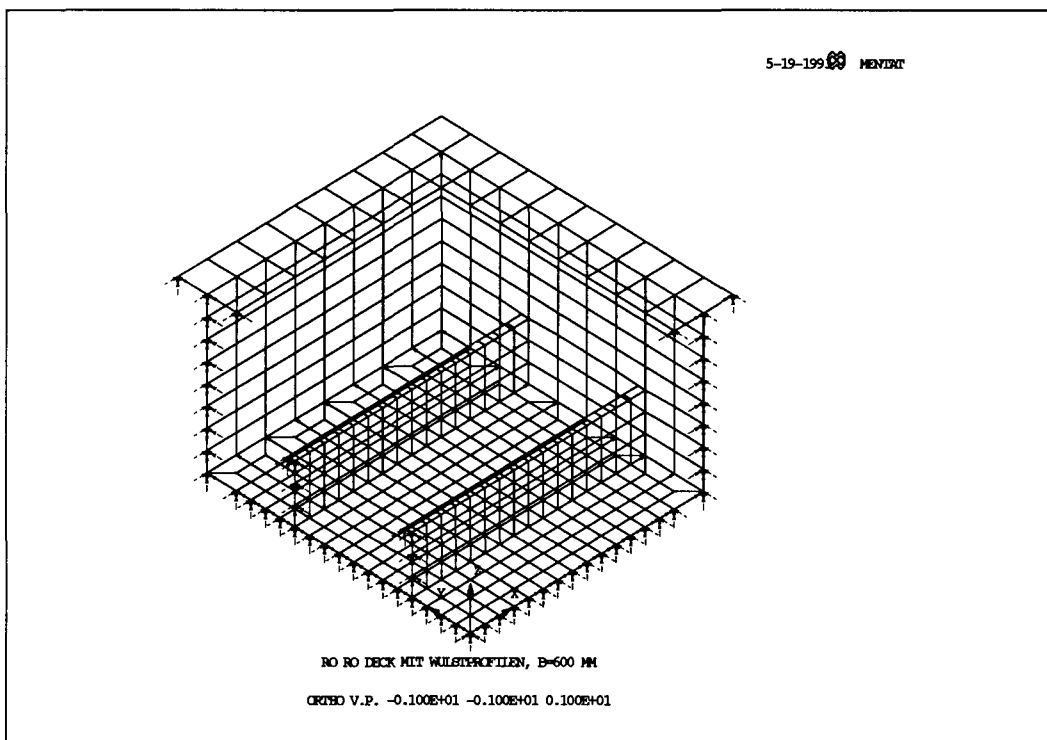


Abb. 7.2: FE Modell: HP600

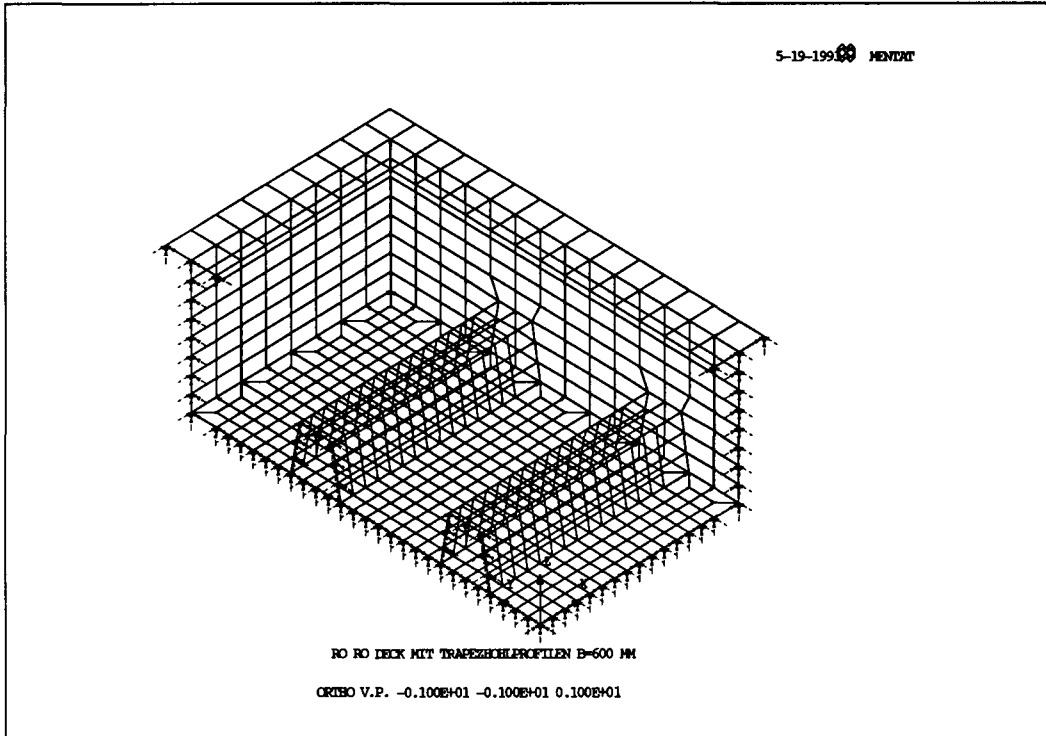


Abb. 7.3: FE Modell: TR600

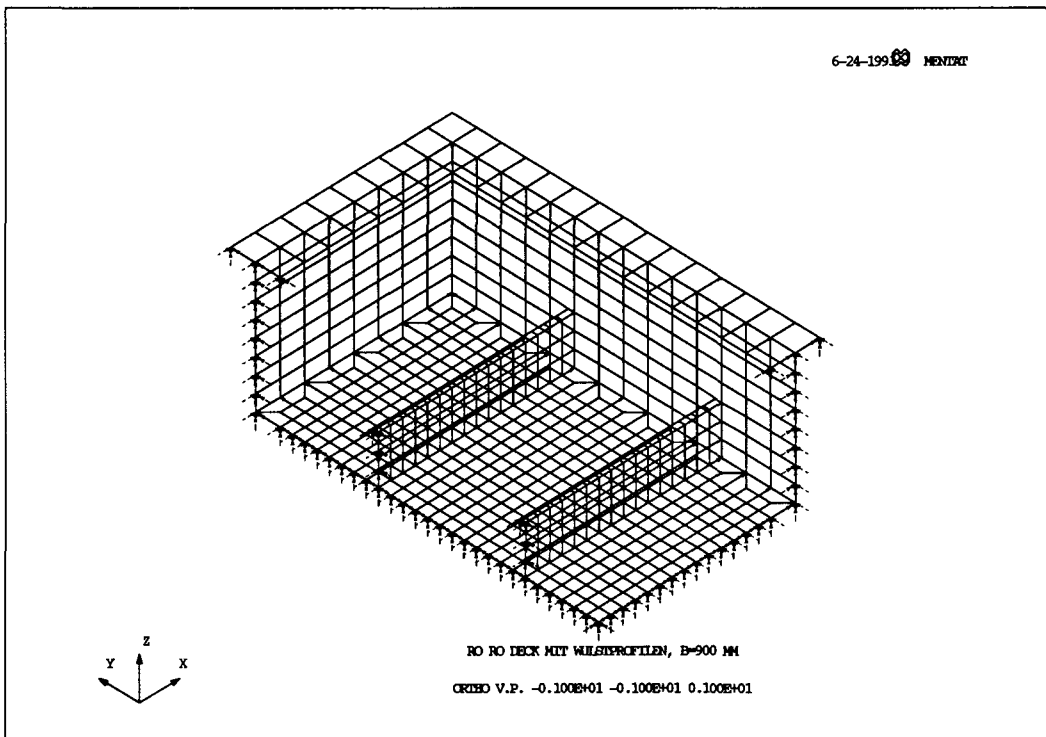


Abb. 7.4: FE Modell: HP900

7.3 Einfluß von Randverformungen des Plattenfeldes

Wie in Kap. 3 erwähnt, hängt das Tragverhalten einer normal belasteten Platte eng mit der entsprechenden Randbedingung zusammen. Als Unterschiede der Randbedingungen zwischen einer einfachen Platte und einem ausgesteiften Plattenfeld läßt sich Folgendes anführen:

- Durch Verteilung der Radlasten senken sich die angrenzenden Steifen ab. Nach der Entlastung wird diese Durchsenkung zurückfedern, solange die Steifen in einem elastischen Zustand bleiben. Diese Rückfederung am Rand des Plattenfeldes hat einen positiven Einfluß auf die bleibende Durchbiegung in der Mitte des Plattenfeldes.
- Der Rand eines ausgesteiften Plattenfeldes ist weder frei drehbar gelagert noch eingespannt. Die Randmomente verdrehen die angrenzenden Steifen mehr oder weniger, je nach der Größenordnung der Torsionssteifigkeit der Steifen. Diese Verdrehung beeinflußt die gesamte Durchbiegung. Jedoch hat sie keinen großen Einfluß auf die in der Plattenmitte entstehende bleibende Durchbiegung, wenn die Radlast nur so groß wird, daß das verursachte Randmoment elastisch bleibt.
- Die Verschieblichkeit des Plattenfeldrandes in der Plattenebene unter einer Lateralbelastung ist von der Membransteifigkeit des angrenzenden Plattenfeldes abhängig. Dabei spielt die Biegesteifigkeit der Steifen auch eine gewisse Rolle. Diese Steifigkeiten dienen vor allem dazu, durch auftretende Zugmembranspannung bei großen Durchbiegungen in der Plattenfeldmitte das Tragverhalten von einem Biegezustand in einen Membranzustand umzuwandeln. Wie in Kap. 6. gezeigt wurde, beeinflußt diese Umwandlung sowohl die Durchbiegung in der Plattenfeldmitte als auch die bleibende Durchbiegung nach der Entlastung wesentlich.

Abb.7.5 bis Abb.7.8 zeigen beispielsweise den Be- und Entlastungsvorgang des Modells TR600 mit unterschiedlicher Plattendicke t . Hier wurde eine Aufstandsfläche von $f = u \times v = 300 \times 300 \text{ mm}^2$ angenommen. Die maximale Radlast wird mit der Gl.(3.13) bestimmt.

Die Gegenüberstellung der gesamten Radlast P zur Durchsenkung des Plattenfeldrandes w_{zr} in Abb.7.5 zeigt ein lineares Verhalten. D. h., daß sich der Rand des Plattenfeldes bei der Radlast von $P = P_T$ noch in einem elastischen Zustand befindet. Die maximale Durchsenkung für den Fall $t = 22 \text{ mm}$ beträgt ca. 2.1 mm , entsprechend $w_{zr}/t = 0.1$. Die Änderung der Neigung mit zunehmenden t ist vor

allem auf die Biegesteifigkeit der Steifen bzw. t_{st} zurückzuführen. Da in diesem Fall $t/t_{st} = 2.0$ konstant bleibt, erhöht sich die Steifigkeit der Steifen durch Zunahme der Profildicke t_{st} . Die gleiche Tendenz kann man auch an der Verdrehung des Plattenfeldrandes R_{xr} erkennen (Abb.7.6). Da die Zunahme der Plattendicke zu einer Erhöhung der Torsionssteifigkeit der angrenzenden Steifen führt, sind die Verdrehungen des Plattenfeldrandes bei kleinen Plattendicken größer als bei größeren Plattendicken. Jedoch sind bleibende Verdrehungen nach der Entlastung kaum zu bemerken.

Die in der Abb.7.7 dargestellten maximalen Verschiebungen w_{yr} am Rand des Plattenfeldes gegenüber den Radlasten verhalten sich bei dem Be- und Entlastungsvorgang nichtlinear, obwohl die Verschiebungen in dieser Richtung sehr klein sind. Diese Verschiebungen hängen nicht nur von der Membransteifigkeit des angrenzenden Plattenfeldes, sondern auch von der Verformung der Steifen ab. Diese durch zunehmende Belastung größer werdende Verformung führt dazu, daß sich die gesamte Membransteifigkeit durch die Verschiebung am Rand des Plattenfeldes reduziert. Aus der Abbildung ist auch zu erkennen, daß die maximale Verschiebung für den Fall $t = 6 \text{ mm}$ unter der Belastung von $P = P_T$ sehr klein ist ($w_{y_{max}} \approx 0.08 \text{ mm}$). Bemerkenswert ist, daß die bleibenden Verschiebungen nach der Entlastung nicht in der Richtung des belasteten Plattenfeldes, sondern in der entgegengesetzten Richtung aufgetreten sind. Dies ist vor allem auf die beim Entlastungsvorgang entstehende elastische Rückfederung, die durch die Membransteifigkeit des angrenzenden Plattenfeldes und die elastische Verformung der Steifen verursacht wird, zurückzuführen.

Als wichtigste und größte Verformung für die Bemessungsgrundlage kann die Durchbiegung des Plattenfeldes an der belasteten Stelle erwartet werden. Die in der Abb.7.8 eingetragenen Durchbiegungen w an der belasteten Stelle in Abhängigkeit der Belastungen zeigen, daß die Durchbiegungskurven bei dünneren Platten bis zur Belastung $P = P_T$ fast linear verlaufen, während bei dickeren Platten nichtlineare Effekte durch Entlastungsvorgänge deutlich zu bemerken sind. Obwohl sich die maximalen Durchbiegungen bei der Belastung $P = P_T$ mit zunehmender Plattendicke im betrachteten Bereich in der Größenordnung von $w/t \approx 1.6$ bis 0.3 ergeben, liegen die bleibenden Durchbiegungen an dieser Stelle nach der Entlastung nur unterhalb $w_0/t \approx 0.06$.

Durch o. g. Untersuchungen ist es festzustellen, da sich die Durchsenkung w_{zr} , die Verdrehung R_{xr} sowie die Verschiebung w_{yr} des Plattenfeldrandes bei unterschiedlichen Plattendicken bzw. Stegdicken der Aussteifungen bis zu der nach Gl.(3.13) ermittelten Grenzlast fast elastisch verhalten, ergibt sich kaum ein Einfluß auf die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte. Die unter dieser Grenzlast entstehende Durchbiegung in der Plattenmitte ist nach der Entlastung vernachlässigbar klein.

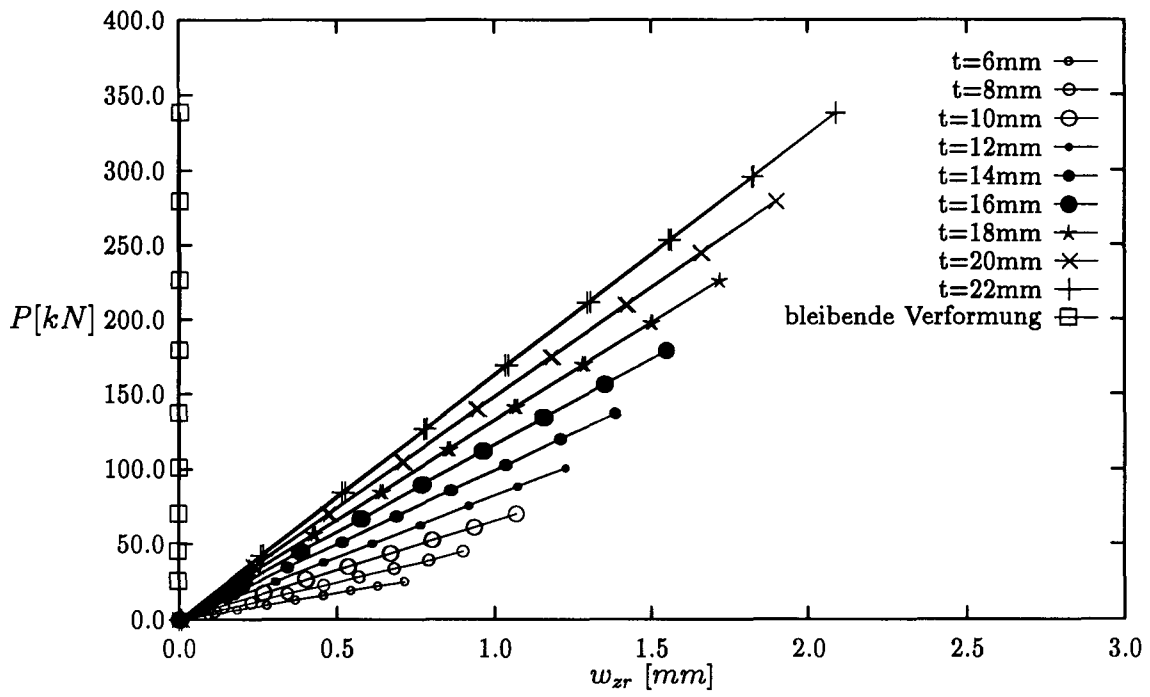


Abb. 7.5: Durchsenkungen des Plattenrandes, Modell TR600

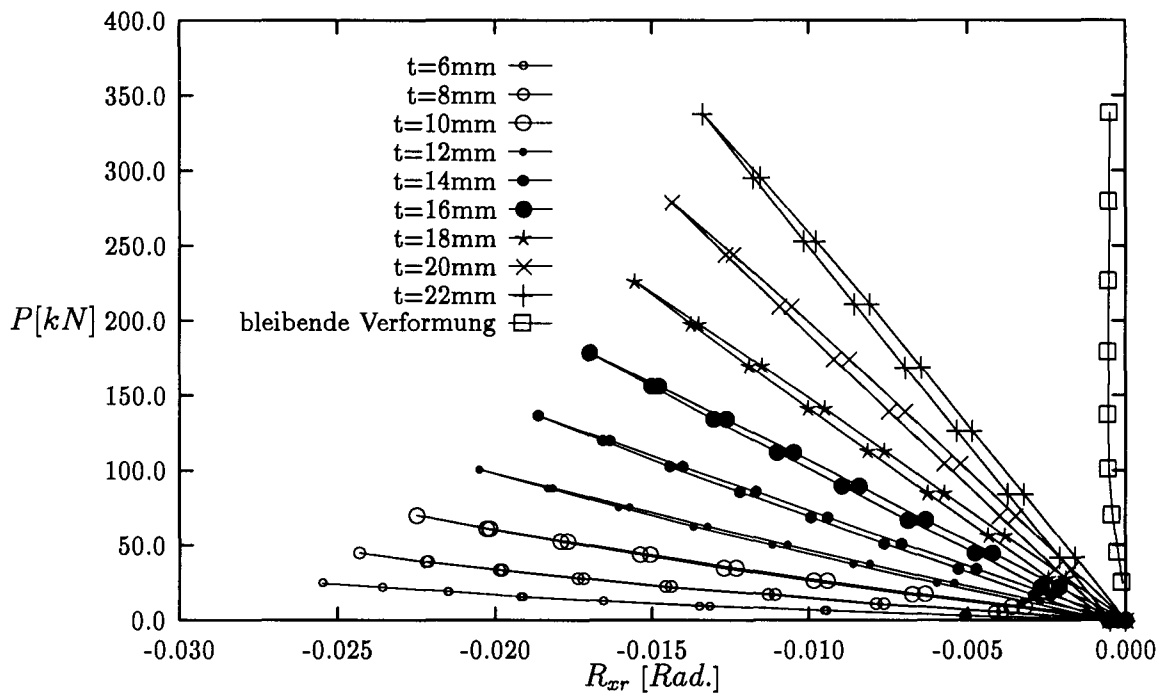


Abb. 7.6: Verdrehungen des Plattenrandes, Modell TR600

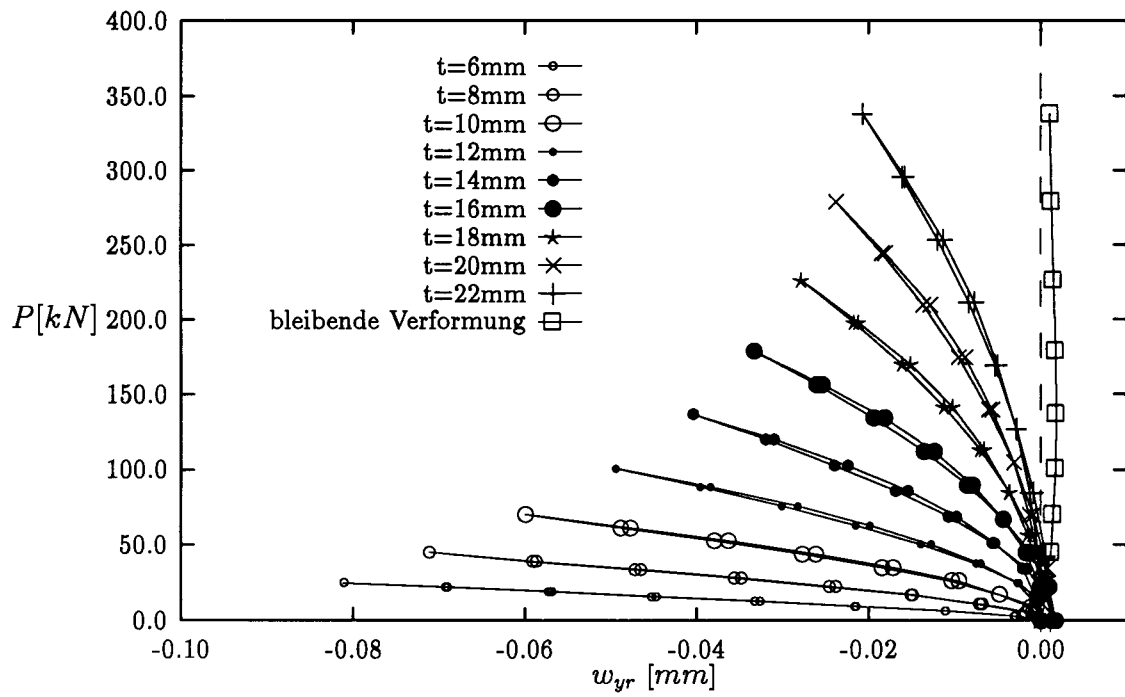


Abb. 7.7: Verschiebungen des Plattenrandes, Modell TR600

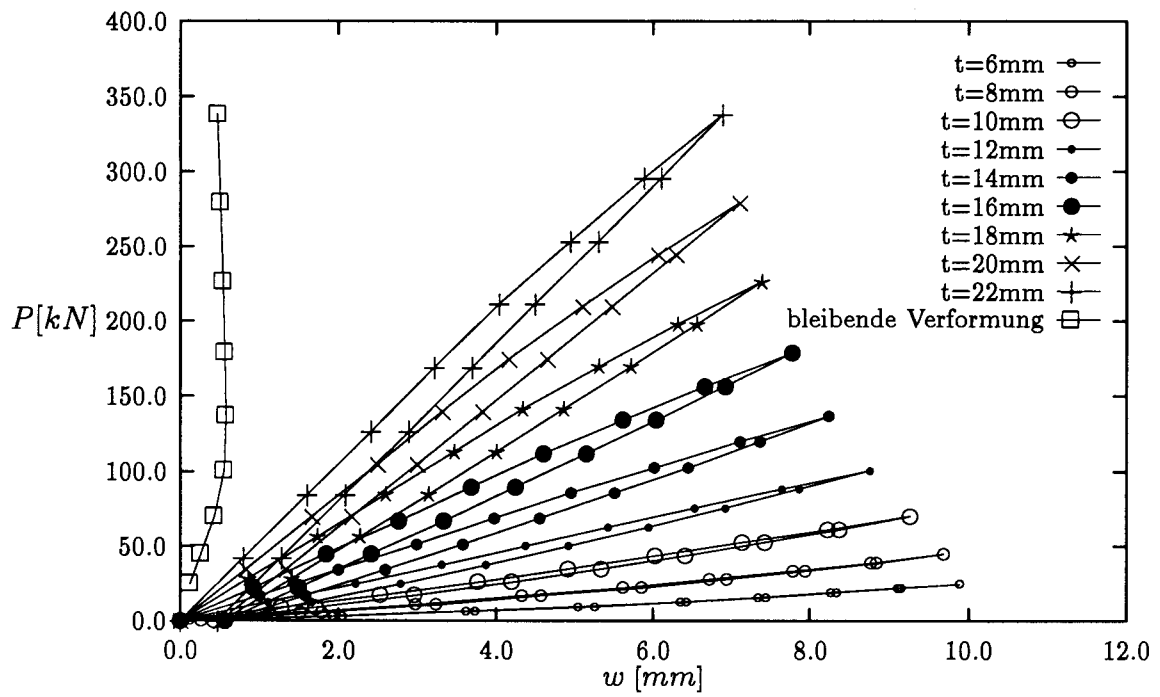


Abb. 7.8: Durchbiegungen in der Plattenfeldmitte, Modell TR600

7.4 Einfluß von geometrischen Parametern

Für eine Bemessungsgrundlage einer durch Teilflächenlast beanspruchten Platte wurde von mehreren Autoren ein dimensionsloser Parameter

$$C_{sp} = \frac{w_0}{b} \sqrt{\frac{E}{R_{eH}}} \quad (7.1)$$

vorgeschlagen, wobei die Größenordnung der bleibenden Durchbiegung als das Verhältnis zwischen der bleibenden Durchbiegung w_0 und der Breite des Plattenfeldes b unter Berücksichtigung der Werkstoffkennwerte E und R_{eH} bezeichnet ist. Als dimensionsloser Belastungsparameter erhält man den in der Gl.(5.34) definierten Parameter Q_p .

In Abb.7.9 ist beispielhaft die rechnerische Gegenüberstellung beider Parameter für das Modell TR600 mit unterschiedlichen Plattendicken t dargestellt. Die entsprechenden C_{sp} Werte bei den nach Gl.(3.13) bzw. nach Gl.(3.29) ermittelten Grenzlasten P_{Tu} und P_{To} wurden ebenfalls in diese Abbildung eingetragen. Man erkennt, daß sich die C_{sp} Werte gegenüber zunehmenden Radlasten Q_p zuerst wenig ändern. Bis zum Erreichen der Grenzlast $P = P_{Tu}$ (Gl.(3.13)) bleiben die C_{sp} Werte unterhalb von 0.03. Nach dem Überschreiten dieser Grenzlast nehmen die Werte mit erhöhten Radlasten schnell zu. Die Neigungen der Kurven in dieser Phase bleiben fast konstant. Bis zum Erreichen der nach Gl.(3.29) errechneten Grenzlasten P_{To} erhält man mit zunehmenden Plattendicken die unterschiedlichen C_{sp} Werte von 0.03 bis 0.275.

Das Q_p - C_{sp} Verhalten für die anderen Modelle und Lastfälle bei den Grenzlasten P_{Tu} und P_{To} sind in den Abb.7.10 bis Abb.7.14 dargestellt. Allgemein erkennt man, daß der Parameter C_{sp} bei der Radlast $P = P_{Tu}$ in den meisten Fällen unterhalb 0.05 (entsprechend $w_0/b \approx 1/600$) liegt, während er bei der Radlast $P = P_{To}$ bis zu 0.4 (entsprechend $w_0/b \approx 1/75$) erreicht. Diese Größenordnung der bleibenden Durchbiegung ist in den meisten Fällen nach der Betriebserfahrung vertretbar [35]. Die in der Abb.7.10 dargestellten C_{sp} Verläufe für das Modell TR300 mit einer gleichgroßen Aufstandsfläche ($f = 150 \times 300 \text{ mm}^2$ bzw. $f = 300 \times 150 \text{ mm}^2$) und unterschiedlichen Verhältnissen ($v/u = 2.0$ und $v/u = 0.5$) zeigen, daß sich größere bleibende Durchbiegungen in der Plattenmitte ergeben, wenn die längere Seite der Aufstandsfläche parallel zur Längsseite des Plattenfeldes verläuft.

Der Einfluß durch Änderung der Aufstandsflächen beider Seiten (u und v) bzw. der Verhältnisse u/b und v/b auf die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte ist durch Vergleich zwischen Abb.7.13 und Abb.7.14 für das Modell HP900 zu erkennen. Für den Fall, in dem sich u von 150 mm bis 900 mm ändert und $v = 300 \text{ mm}$ konstant bleibt, ergeben die maximalen Differenzen des Parameters C_{sp} ca. 0.04 bei $P = P_{Tu}$ und ca. 0.05 bei $P = P_{To}$ (Abb.7.13), während sie für den anderen Fall, in dem $u = 300 \text{ mm}$ konstant bleibt und sich v von 150 mm bis 900 mm ändert, bis

0.08 bei $P = P_{T_u}$ und 0.30 bei $P = P_{T_o}$ betragen (Abb.7.14).

Der Einfluß auf die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte durch unterschiedliche Versteifungsarten läßt sich im Vergleich des Modells HP600 mit dem Modell TR600 erkennen, wobei das Modell HP600 mit Wulstprofilen und das Modell TR600 mit Trapezhohlprofilen ausgesteift sind, und beide Modelle ein gleichgroßes Plattenfeld ($b = 600 \text{ mm}$) besitzen. Das in den Abb.7.11 und Abb.7.12 dargestellte Q_p - C_{sp} Verhalten beider Modelle entsprechend den unterschiedlichen Aufstandsflächen und Plattendicken bei den Grenzlasten $P = P_{T_u}$ bzw. $P = P_{T_o}$ zeigt nur sehr geringe Unterschiede, obwohl die Stegdicke des Trapezhohlprofils nur der halben Dicke des Wulstprofils entspricht. Das bedeutet, daß die dünnere Stegdicke des Trapezprofils bei einer Radlast bis zu $P = P_{T_o}$ das Tragverhalten des Plattenfeldes kaum beeinflußt.

Wie in der Abb.7.14 dargestellt ist, beeinflußt die Änderung des Verhältnisses v/b bei einem konstanten Verhältnis $u/b = 0.33$ die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte wesentlich. Für kleinere v/b muß sich die Plattendicke t wesentlich erhöhen, um die bleibende Durchbiegung zu reduzieren. Da die Abmessung v nur von der Radeigenschaft abhängig ist, hat die Reduzierung der Breite des Plattenfeldes b für die Materialeinsparung bzw. für die Reduzierung der Plattendicke eine große Bedeutung. Durch den Einsatz von Trapezhohlprofilen anstelle konventioneller Wulstprofile kann das Ziel ohne zusätzliche Erhöhung des Materialaufwandes erreicht werden. Die Reduzierung der Plattendicke durch Einsetzen von Trapezhohlprofilen kann man unmittelbar aus dem in der Abb.7.15 bzw. Abb.7.16 eingetragenen P - w_0 Verhalten zwischen den Modellen TR300 und HP600 bzw. den Modellen TR600 und HP900 erhalten. Dabei haben je zwei den gleichen Materialaufwand für die Profile, und die Breite des Plattenfeldes für das Modell TR300 reduziert sich um 50% im Vergleich zu der des Modells HP600, für das Modell TR600 um 33% zu der des Modells HP900. Man kann daran erkennen, daß als Plattendicken für das Modell HP600 12 mm, 14 mm und 22 mm benötigt werden, während für das Modell TR300 bei gleichen P - w_0 Verhalten nur 8 mm, 10 mm und 14 mm nötig sind (Abb.7.15). Am Materialgewicht kann in diesem Fall zwischen 33.3% und 37.5% eingespart werden. Vergleicht man das P - w_0 Verhalten zwischen Modell TR600 und HP900, erhält man eine Einsparung von 15.2% bis 18.1%.

In diesem Abschnitt wurden anhand der FE-Methode der Einfluß unterschiedlicher Größen der Lastaufstandsflächen, bzw. der Einfluß des Verhältnisses zwischen den Aufstandsflächen und den Plattenfeldabmessungen auf die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte parametrisch untersucht. Dabei wurden die nichtlinearen FE-Rechnungen für die mit Wulst- bzw. mit Trapezhohlprofilen ausgesteiften Modelle für unterschiedlichen Abmessungen des Plattenfeldes und unterschiedlichen Plattendicken bzw. Stegdicken der Aussteifungen durchgeführt. Für die maximalen aufbrachten Radlasten wurden die nach Gl.(3.13) bzw. die nach Gl.(3.29) ermit-

telten Grenzl原因 eingesetzt. Die Rechenergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte bei einer gleichgroßen Aufstandsfläche ist in dem Fall $v/u < 1.0$ größer als die in dem Fall $v/u > 1.0$ (Abb.7.10).
- Die Änderung des Verhältnisses v/b hat im Vergleich zu der des Verhältnisses u/b einen größeren Einfluß auf die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte (Abb.7.11 und Abb.7.14 bzw. Abb.7.13 und Abb.7.14).
- Für die nach der Entlastung entstehenden Durchbiegungen in der Plattenfeldmitte für die mit Trapezhohlprofilen und Wulstprofilen ausgesteiften Modelle mit gleichen Abmessungen des Plattenfeldes (HP600 und TR600) ergeben sich kaum Unterschiede (Abb.7.11 und Abb.7.12).
- Durch Einsatz der Trapezhohlprofile anstelle von Wulstprofilen wird bei gleichem Materialaufwand die Breite des Plattenfeldes wesentlich reduziert. Dadurch ist eine Reduzierung der Plattendicke von 15.2% bis 37.5% möglich, wenn man für das Bemessungskonzept von der bleibenden Durchbiegung in der Plattenfeldmitte ausgeht (Abb.7.15 und Abb.7.16).
- Die nach der Gl.(3.13) bestimmte Grenzl原因 P_{Tu} stellt eine Abgrenzung dar, bei der die bleibende Durchbiegung in der Plattenmitte für alle untersuchten Fällen auf $C_{sp} < 0.1$ (entsprechend $w_0/b \approx 1/300$) beschränkt wird. Diese Größenordnung der bleibenden Verformungen ist nach Bauvorschriften zulässig ([55] [56] [57]). Bis zu der nach der Gl.(3.29) ermittelten Grenzl原因 P_{To} liegen die C_{sp} Werte in den meisten Fällen, ausgenommen sehr große b/t Verhältnisse und sehr kleine Lastaufstandsflächen, unterhalb von 0.3 (entsprechend $w_0/b \approx 1/100$), die nach der Betriebserfahrung auch vertretbar sind [35] (Abb.7.9 bis Abb.7.14).

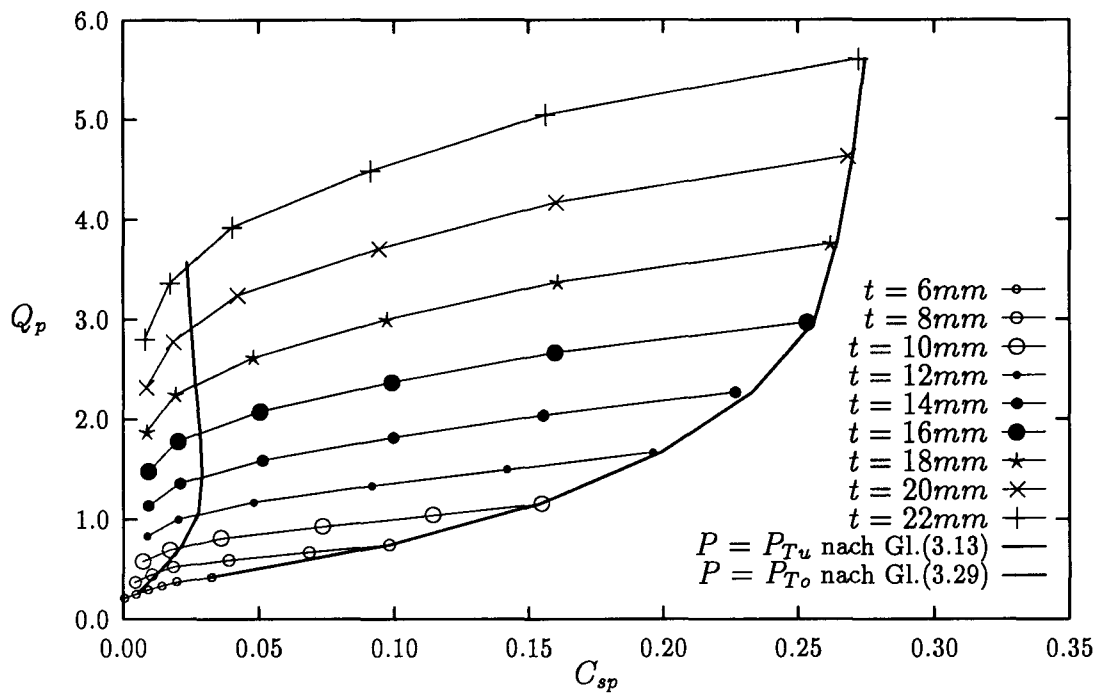


Abb. 7.9: Q_p - C_{sp} Kurven, Modell TR600, $u = v = 300 \text{ mm}$

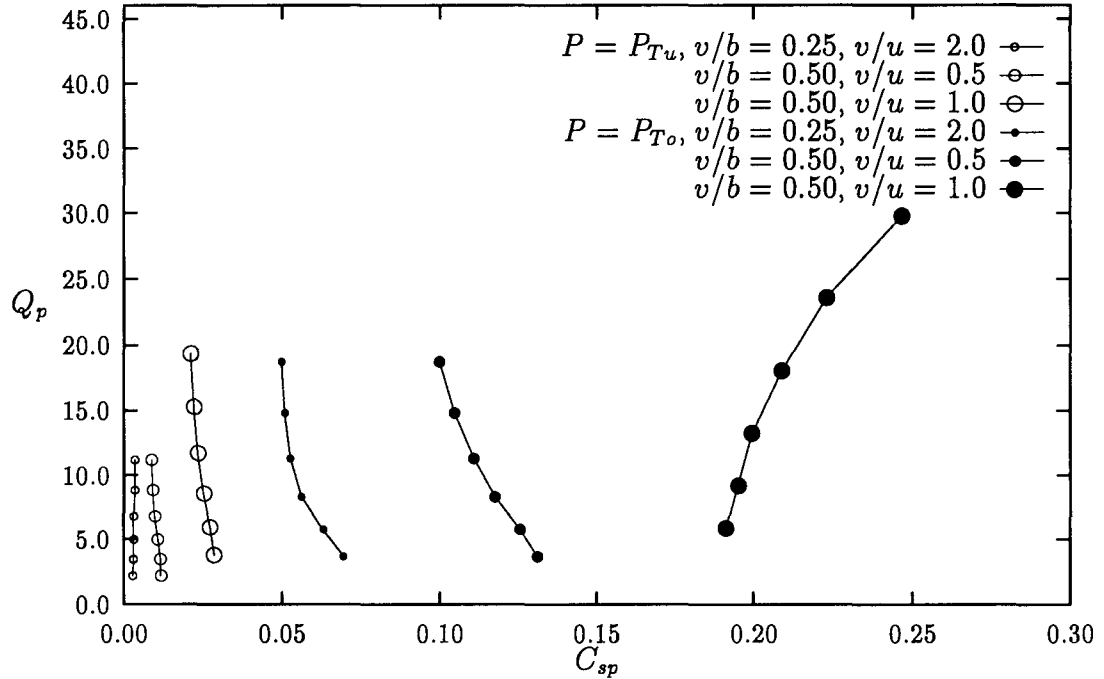


Abb. 7.10: Q_p - C_{sp} Kurven, Modell TR300

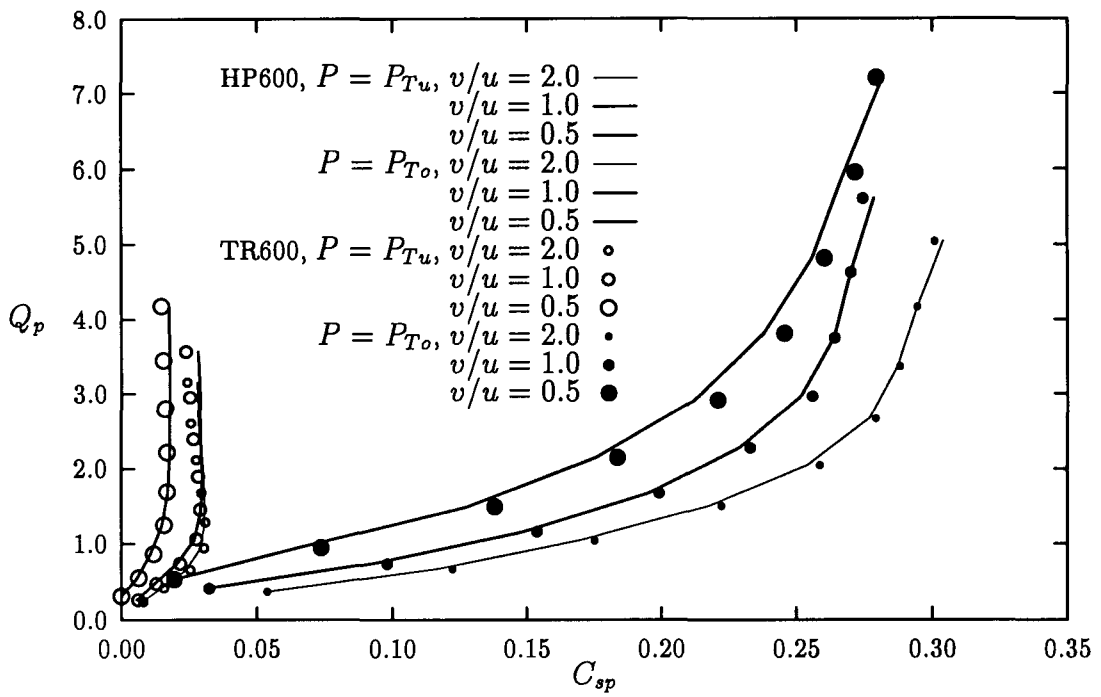


Abb. 7.11: Q_p - C_{sp} Kurven, Modell HP600 und TR600, $v/b = 0.5$

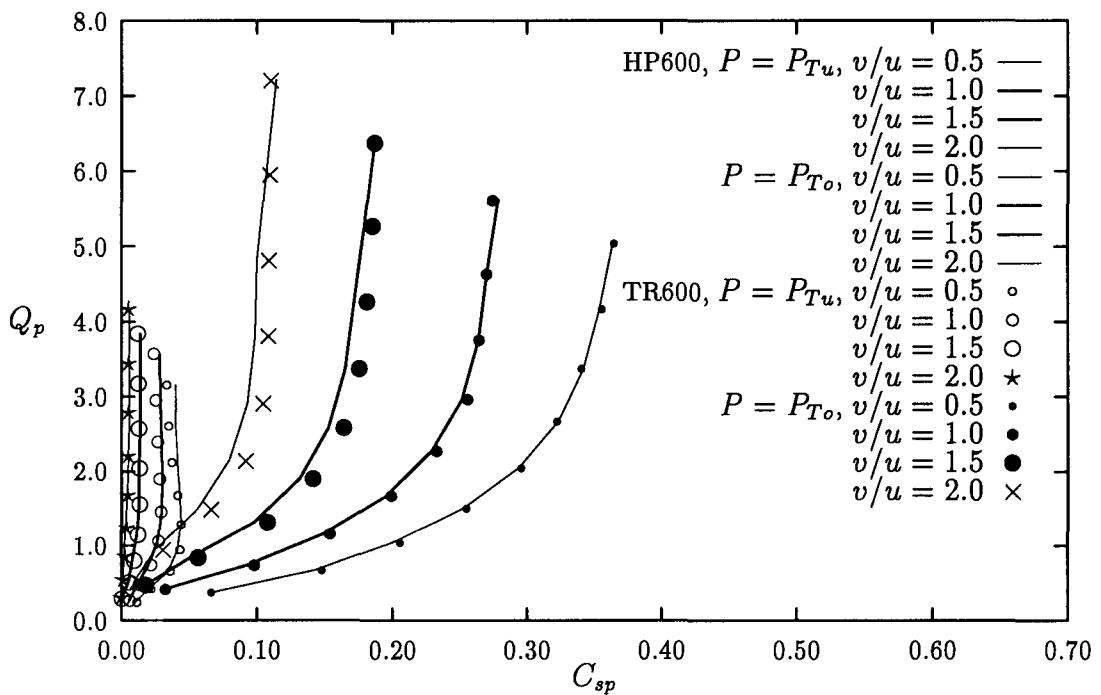


Abb. 7.12: Q_p - C_{sp} Kurven, Modell HP600 und TR600, $u/b = 0.5$

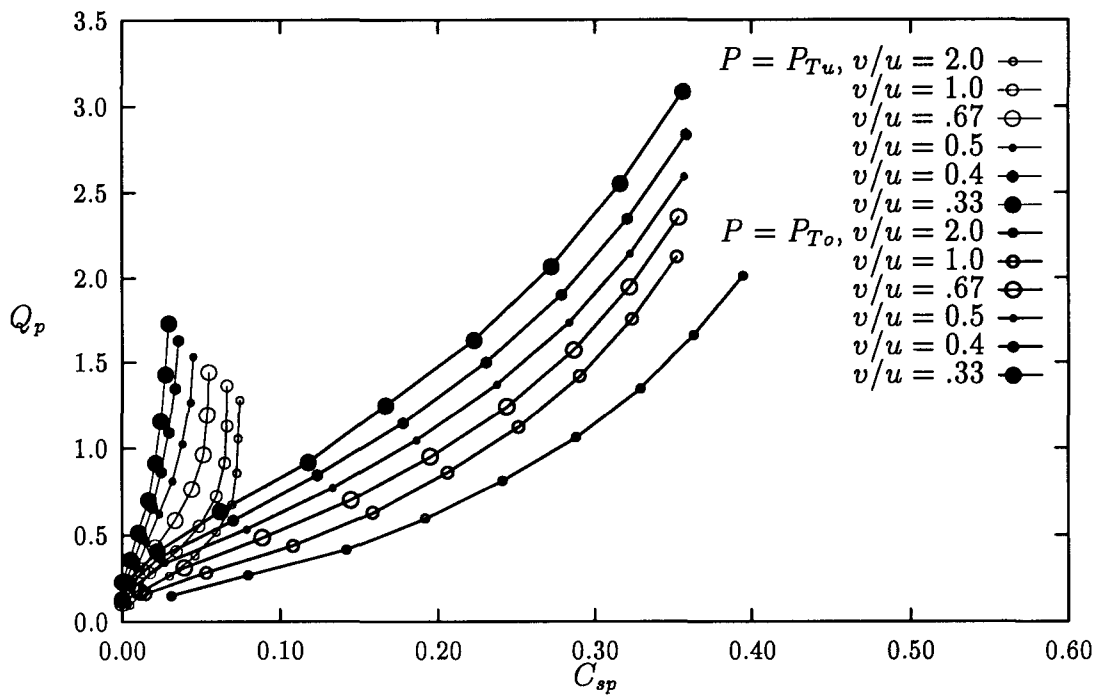


Abb. 7.13: Q_p - C_{sp} Kurven, Modell HP900, $v/b = 0.33$

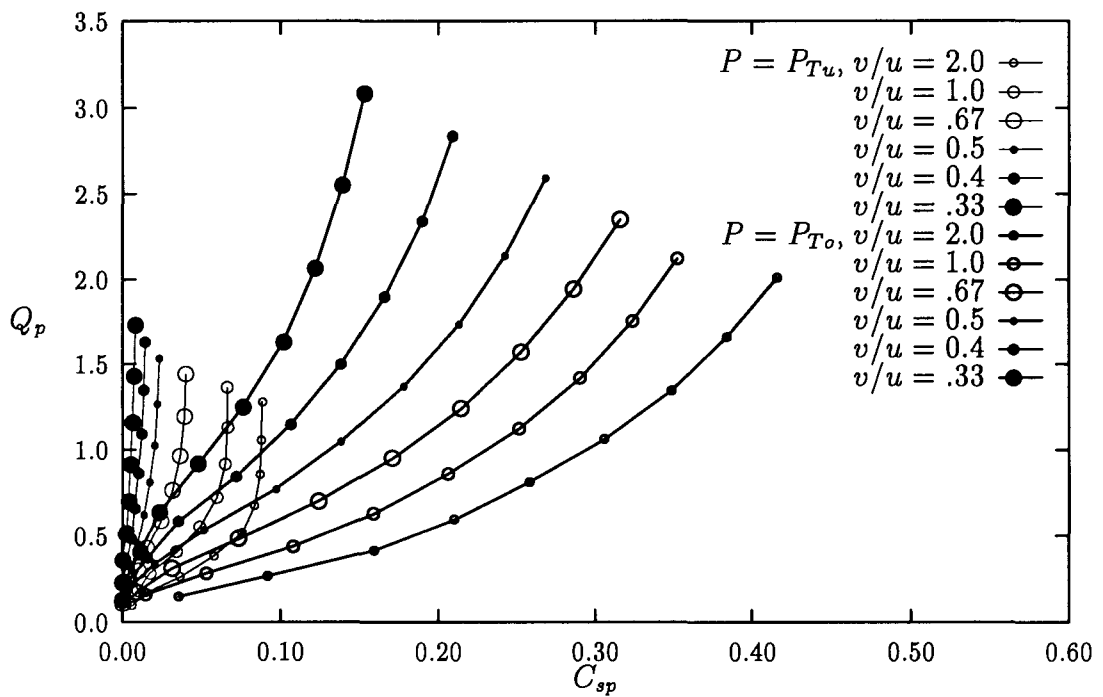


Abb. 7.14: Q_p - C_{sp} Kurven, Modell HP900, $u/b = 0.33$

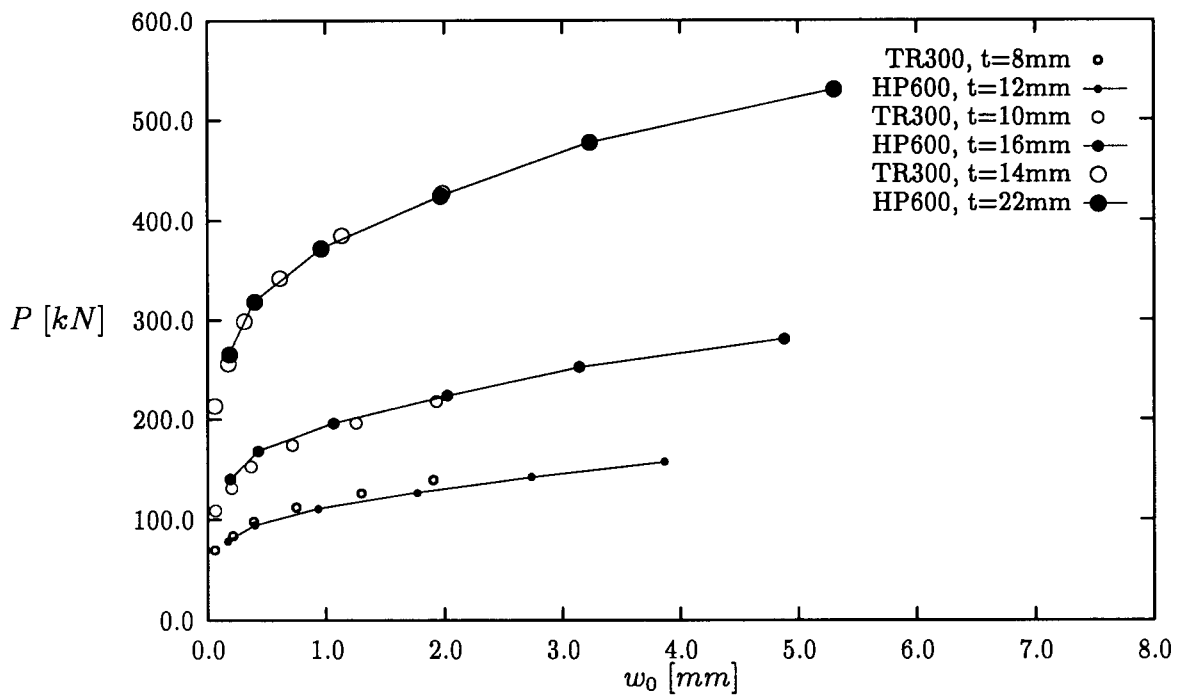


Abb. 7.15: P - w_0 Kurven, Modell TR300 und HP600, $u = v = 300 \text{ mm}$

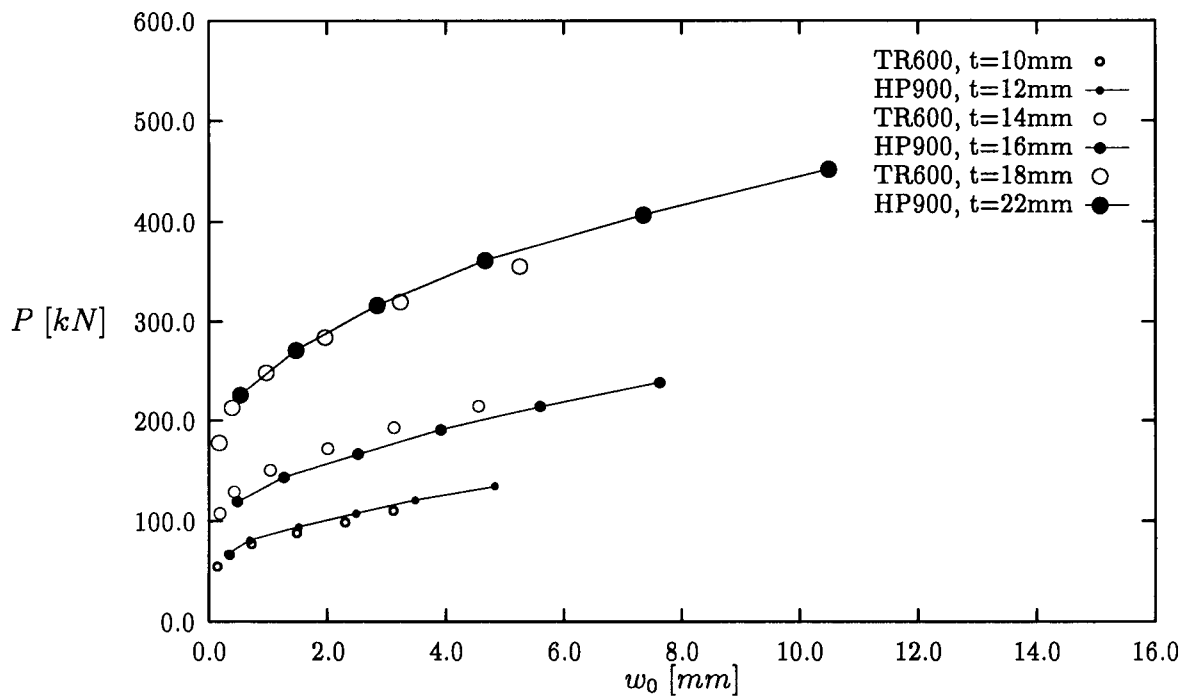


Abb. 7.16: P - w_0 Kurven, Modell TR600 und HP900, $u = v = 300 \text{ mm}$

7.5 Vergleich mit Bemessungsvorschriften

Mit dem Einsatz von Ro-Ro- bzw. Containerschiffen hat das Problem der Tragfähigkeit bzw. der Brauchbarkeit der Decks, der Lukendeckel oder des Innenbodens unter konzentrierten Radlasten Bedeutung bekommen. Dem Entwurf solcher Konstruktionen unter Beanspruchung einer Teilflächenlast wurde schon immer große Aufmerksamkeit gewidmet. Aus diesem Grund sind inzwischen in die Vorschriften der führenden Klassifikationsgesellschaften unterschiedliche Bemessungskonzepte für Radlasten eingeführt worden.

Um die Anwendbarkeit der vorliegenden theoretischen Ansätze und der numerischen FE-Rechnungen zu verdeutlichen, werden im Rahmen dieser Arbeit einige Bemessungsvorschriften vorgestellt und ein Vergleich zwischen den Vorschriften und den Meß- bzw. Rechenergebnissen durchgeführt.

Die Vorschriften der Klassifikationsgesellschaften gelten für schiffbautypische Konstruktionen, also für mit Wulstprofilen ausgesteifte Decks bei Beanspruchung durch Radlasten. Diese Bemessungsvorschriften sind sehr unterschiedlich aufgebaut, was die Berücksichtigung der einzelnen Einflußparameter wie Plattendicke, Steifenabstand, Aufstandsflächen sowie ununterstützte Plattenfläche betrifft. Dadurch ist ein allgemeiner Formelvergleich nicht möglich. Dennoch ist die Bemessungsphilosophie der einzelnen Gesellschaften vergleichbar, denn alle gehen davon aus, daß bei punktförmiger Belastung das Plattenfeld als maximale Vergleichsspannung die Fließgrenze des verwendeten Materials erreichen darf, und zum Teil werden sogar geringfügige plastische Verformungen akzeptiert. Zum Vergleich wurden folgende schiffbauliche Bemessungsvorschriften herangezogen:

- *American Bureau of Shipping (ABS)* [1];
- *Det norske Veritas (DnV)* [2];
- *Germanischer Lloyd (GL)* [3];
- *Lloyds Register of Shipping (LRS)* [4].

Bei der Ermittlung der Entwurfslast nach den o. g. Bemessungsvorschriften wurde Folgendes angenommen:

- Das Schiff ist im Hafen. Dadurch wird der in einigen Vorschriften vorkommende Beschleunigungsfaktor im Seegang bei der Ermittlung der Entwurfsradlast nicht berücksichtigt.
- Da hier nur die Beanspruchung eines Decks unter Radlast betrachtet wird, wird ein Korrosionszuschlag bei der Rechnung nicht berücksichtigt.

In der Tab. 7.3 sind die Verhältnisse zwischen den bei den Versuchen gemessenen elastischen Grenzlasten P_{el} und den nach den o. g. Bemessungsvorschriften berechneten zulässigen Entwurfslasten P_{zul} bzw. den nach Gl.(3.13) und Gl.(3.29) ermittelten unteren und oberen Grenzlasten $P = P_{T_u}$ bzw. $P = P_{T_o}$ für die vier Lastfälle zusammengestellt.

Nr.	Versuche	v/b	P_{zul}/P_{el}				P_{T_u}/P_{el}	P_{T_o}/P_{el}
			ABS	DnV	GL	LRS		
1	VB22	0.14	1.58	2.17	1.72	1.69	3.00	4.61
2	VA22	0.21	1.31	1.84	1.47	1.43	2.37	3.71
3	VB12	0.43	1.01	1.46	1.18	1.31	1.79	3.02
4	VA12	0.63	0.95	1.47	1.19	1.39	1.55	2.86

Tabelle 7.3: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Bemessungsvorschriften

Es ist zu erkennen, daß zwischen den Forderungen der Klassifikationsgesellschaften und den Versuchsergebnissen beachtliche Unterschiede auftreten. Offensichtlich werden von allen Klassifikationsgesellschaften gewisse Plastizierungen und damit permanente Verformungen zugelassen. Mit der Zunahme des Verhältnisses v/b tendieren die zulässigen Radlasten von *ABS* und *GL* zur elastischen Grenzlast P_{el} , während die Bemessungskonzepte von *DnV* und *LRS* offensichtlich Radlasten entsprechend dem etwa 1.4 fachen der elastischen Grenzlast zulassen. Die nach Gl.(3.13) ermittelte untere Grenze P_{T_u} liefert im Vergleich zu den Vorschriften bei kleinen Aufstandsflächen etwa 38% bis 89% höhere Grenzlasten und bei größeren Aufstandsflächen nur 5% höhere Grenzlasten (Vergleich zu *DnV*). Die obere Grenze P_{T_o} gibt im Vergleich zu den Vorschriften noch optimistischere Werte an.

In den Abb.7.17 bis Abb.7.20 sind beispielhaft die nach den Vorschriften berechneten zulässigen Radlasten und die nach Gl.(3.13) und Gl.(3.29) ermittelten Grenzlasten $P = P_{T_u}$ bzw. $P = P_{T_o}$ anhand der Radlastparameter Q_p gegenüber dem Plattenschlankheitsgrad β dargestellt. Die Abmessungen des Plattenfeldes entsprechen dem FE-Modell HP600 bzw. TR600. Da die Änderung des Verhältnisses v/b einen großen Einfluß auf das Tragverhalten des Plattenfeldes hat, werden Aufstandsflächen mit $u = 300 \text{ mm}$ und $v = 150, 300, 450$ und 600 mm ausgewählt. Diese Verhältnisse entsprechen $v/u = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ und $v/b = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$. Zuerst erkennt man, daß der Parameter Q_p mit steigenden β schnell abnimmt. Die parallel verlaufenden Kurven zeigen eine gleichmäßige Abnahmetendenz bei allen Vorschriften so wie bei den theoretischen Lösungen.

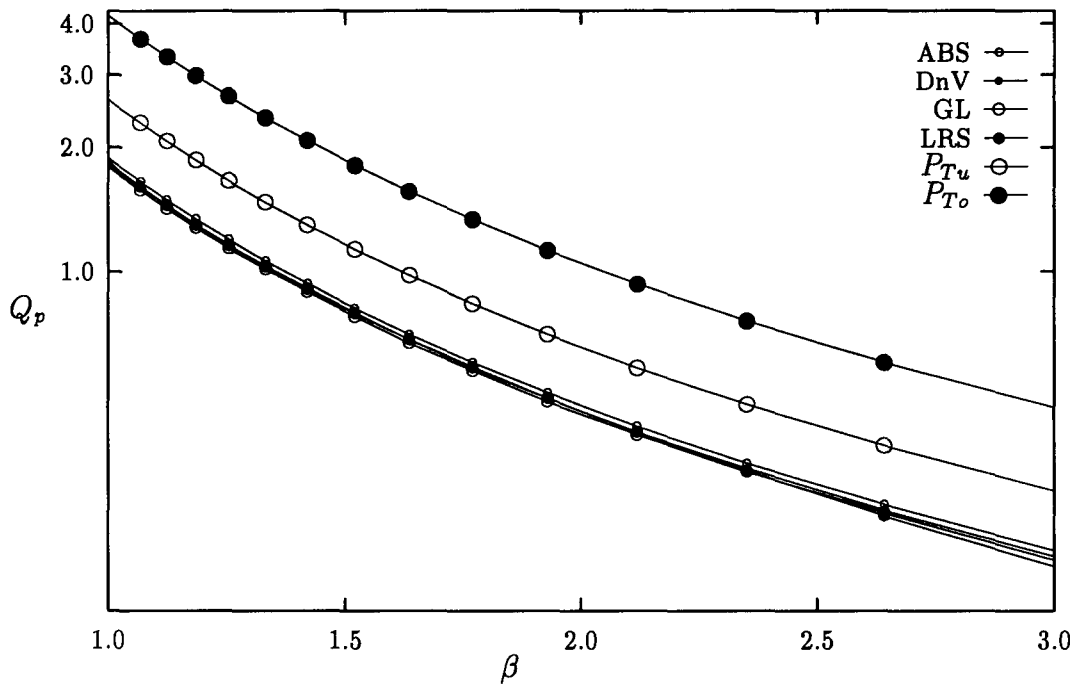


Abb. 7.17: Parametervergleich nach den Vorschriften, $v/u = 0.5$, $v/b = 0.25$

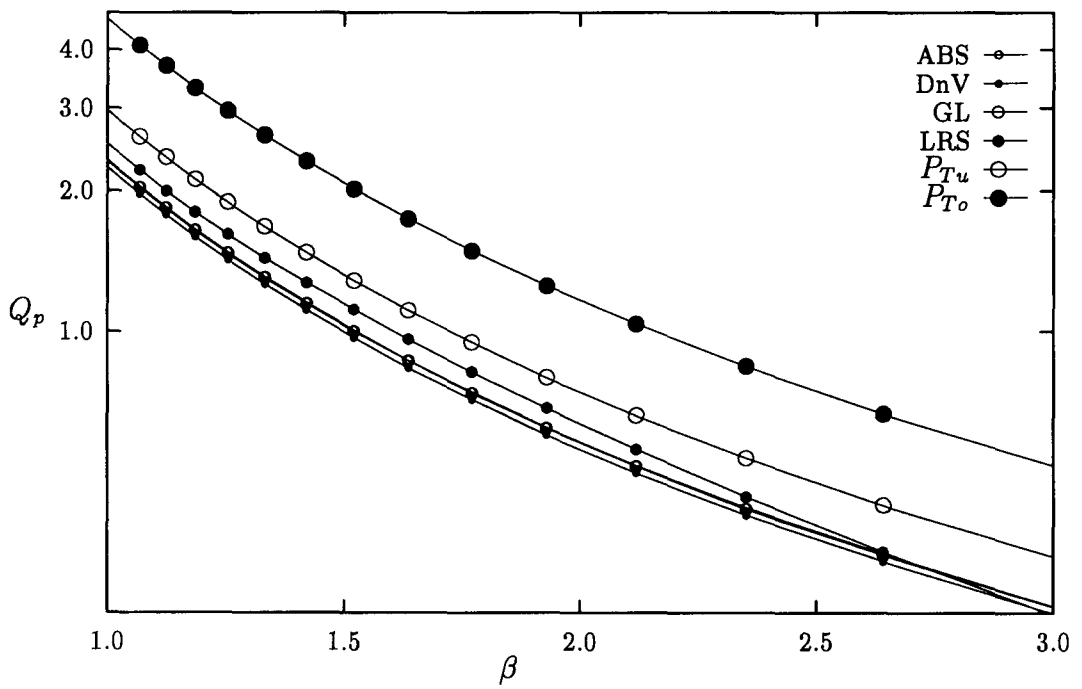


Abb. 7.18: Parametervergleich nach den Vorschriften, $v/u = 1.0$, $v/b = 0.50$

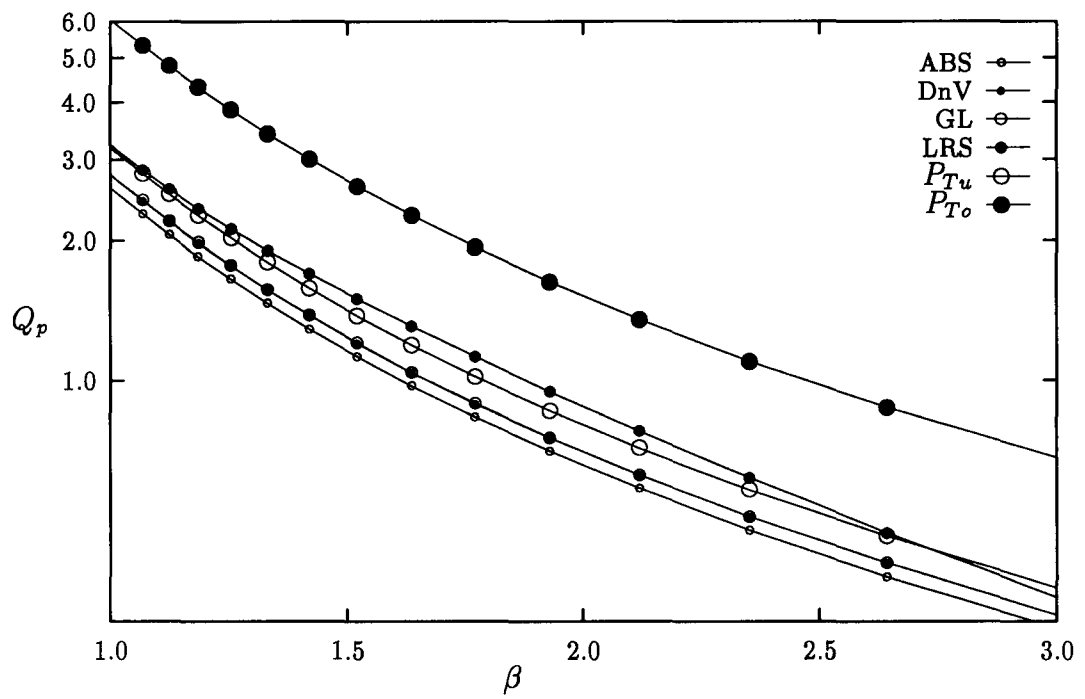


Abb. 7.19: Parametervergleich nach den Vorschriften, $v/u = 1.5$, $v/b = 0.75$

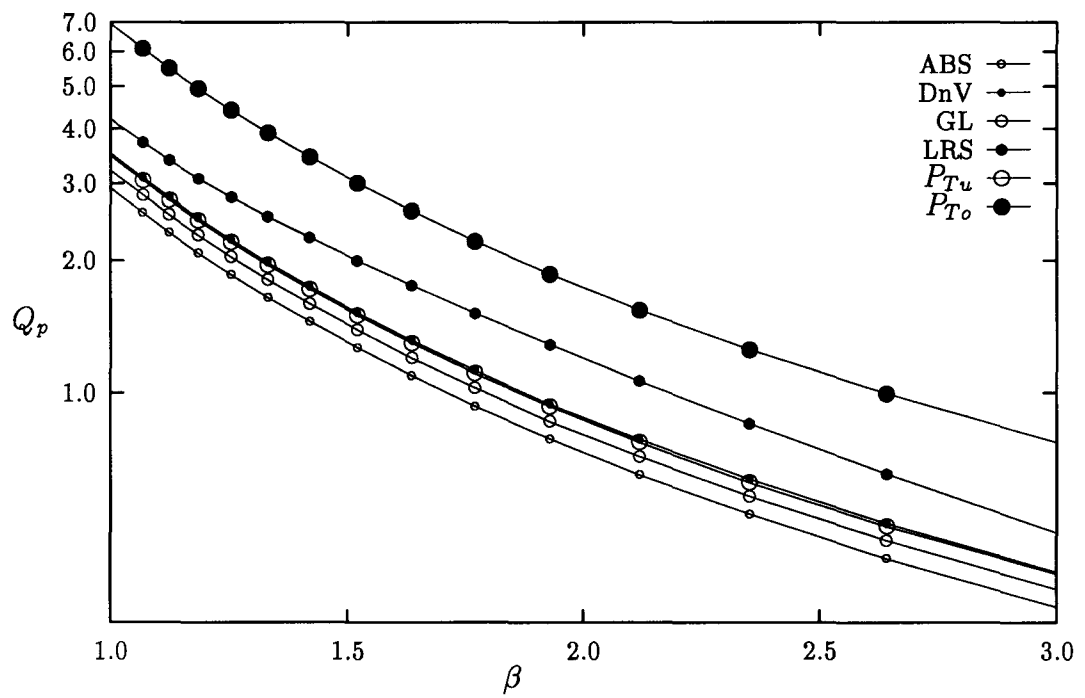


Abb. 7.20: Parametervergleich nach den Vorschriften, $v/u = 2.0$, $v/b = 1.00$

Bei der kleinen Aufstandsfläche mit $v/b = 0.25$ ergeben die verschiedenen Vorschriften keinen sichtbaren Unterschied. Die untere Grenze $P = P_{Tu}$ liegt in diesem Fall ca. 40% oberhalb der nach den Vorschriften ermittelten Kurven (Abb.7.17), obwohl die maximale, bleibende Durchbiegung C_{sp} nach der o. g. Parameterstudie in diesem Fall kleiner ist als 0.04 (Abb.7.12). Für den Fall $v/b = 0.5$ liegt die untere Grenze P_{Tu} ca. 15% höher als die nach *LRS* ermittelte Kurve (Abb.7.18). Bei der größeren Aufstandsfläche mit $v/b = 0.75$ liegen die beiden Kurven fast zusammen (Abb.7.19), und die dazu entsprechende in der Abb.7.12 dargestellte, maximal bleibende Durchbiegung C_{sp} ist kleiner als 0.02. Die nach *LRS* ermittelten, zulässigen Radlasten liegen für den Fall mit $v/b = 1.0$ zwischen den unteren und oberen Grenzlasten P_{Tu} bzw. P_{To} , während die untere Grenze P_{Tu} mit der nach *DnV* berechneten Kurve übereinstimmt (Abb.7.20). Die in diesem Fall nach der Parameterstudie berechnete, maximal bleibende Durchbiegung C_{sp} ergibt sich zu weniger als 0.01 (Abb.7.12). Durch den Vergleich zwischen den nach der oberen Grenze P_{To} und den nach den Vorschriften gewonnenen Kurven ist zu erkennen, daß die nach P_{To} ermittelten Radlasten fast doppelt so groß sind wie die nach den Vorschriften. Da die bei der oberen Grenze P_{To} auftretenden, maximal bleibenden Durchbiegungen C_{sp} in der Plattenfeldmitte für alle Lastfälle unterhalb von 0.4 liegen (Abb.7.12), was bautechnisch noch akzeptabel ist, kann man davon ausgehen, daß die zulässigen Radlasten der o. g. Bemessungsvorschriften sehr konservativ definiert sind.

Da der Einsatz von Trapezhohlprofilen eine wesentliche Reduzierung der Breite des Plattenfeldes ermöglicht, nimmt der Plattenschlankheitsgrad ohne Erhöhung der Plattendicke stark ab. Dies führt nach den o. g. Bemessungsvorschriften zu einer erhöhten zulässigen Radlast oder bei gleicher Radlast zu einer Reduzierung der Plattendicke. Die mögliche Reduzierung der Plattendicke durch Einsetzen von Trapezhohlprofilen nach den o. g. Vorschriften kann man durch den Vergleich der Modelle TR300 und HP600 bzw. der Modelle TR600 und HP900, die jeweils mit gleichem Materialaufwand simuliert wurden, darstellen. In der Tab. 7.4 ist das Verhältnis der nach den Vorschriften erforderlichen Plattendicke für die zu vergleichenden Modelle t_{TR}/t_{HP} bzw. die entsprechende Reduzierung der Plattendicke eingetragen.

Es ist deutlich zu sehen, daß sich die nach den Bemessungsvorschriften geforderte Plattendicke bei einer Verminderung der Plattenfeldbreite bis 50% (Modell TR300 zu HP600) mit der Vergrößerung der Aufstandsfläche um durchschnittlich 23 bis 32% reduziert. Für das Modell TR600 mit einer gegenüber dem Modell HP900 um 33% verminderten Plattenfeldbreite reduziert sich die geforderte Plattendicke in Abhängigkeit von der Aufstandsfläche um durchschnittlich 9 bis 19%.

Verhältnis der erforderlichen Plattendicken t_{TR}/t_{HP}							
Modell TR300 und HP600							
v [mm]	150	300	450	600	—	—	Reduzierung [%]
<i>ABS</i>	0.802	0.694	0.669	0.655	—	—	19.8 ~ 34.5
<i>DnV</i>	0.785	0.693	0.719	0.736	—	—	21.5 ~ 30.7
<i>GL</i>	0.748	0.745	0.737	0.704	—	—	25.2 ~ 29.6
<i>LRS</i>	0.729	0.671	0.700	0.705	—	—	27.1 ~ 32.9
<i>P_{Tu}</i>	0.869	0.704	—	—	—	—	13.1 ~ 29.6
<i>P_{To}</i>	0.849	0.709	—	—	—	—	15.1 ~ 29.1
Modell TR600 und HP900							
v [mm]	150	300	450	600	750	900	Reduzierung [%]
<i>ABS</i>	0.917	0.899	0.878	0.866	0.848	0.829	8.3 ~ 17.1
<i>DnV</i>	0.916	0.883	0.848	0.811	0.827	0.880	8.4 ~ 18.9
<i>GL</i>	0.905	0.867	0.842	0.828	0.839	0.847	9.5 ~ 17.2
<i>LRS</i>	0.891	0.841	0.817	0.802	0.785	0.813	10.9 ~ 21.5
<i>P_{Tu}</i>	0.956	0.928	0.920	0.909	—	—	4.4 ~ 9.1
<i>P_{To}</i>	0.947	0.923	0.890	0.879	—	—	5.3 ~ 12.1

Tabelle 7.4: Plattendickenreduzierung nach den Vorschriften

8. Zusammenfassung und Schlußfolgerung

Flächenbauteile von Schiffskonstruktionen werden häufig durch konzentrierte Normalkräfte, wie z. B. durch Radlasten, fallende Objekte, Packeislasten usw. belastet. Da solche Belastungen zu einer frühzeitigen Plastizierung des Plattenfeldes führen, ist es notwendig, das nichtlineare Tragverhalten solcher Konstruktionen zu untersuchen.

Ausgehend von der Fließgelenklinientheorie wurde ein entsprechender Fließmechanismus eines Flächentragwerkes mit frei drehbarer und festeingespannter Randlagerung für eine in der Plattenmitte wirkende Teilflächenlast definiert. Mit diesem Fließbild kann unter Verwendung der virtuellen Energiemethode die Traglast bestimmt werden (Gl.(3.13) bzw. Gl.(3.29)), wenn man nur die Biegesteifigkeit der Platte berücksichtigt. Mit Berücksichtigung der geometrischen Änderung der Platte wird sich die Tragfähigkeit der Platte durch die in der Plattenebene entstehenden Zugmembranspannungen erheblich erhöhen. Das Tragverhalten kann in diesem Fall aber auch näherungsweise anhand der Fließgelenklinientheorie durch Last-Durchbiegungsbeziehungen, je nach den Randbedingungen und der bleibenden Durchbiegung in der Plattenmitte, analytisch dargestellt werden (Gl.(3.44) und Gl.(3.47) bzw. Gl.(3.74), und Gl.(3.82)). Für die Grenzfälle, bei denen Punkt- oder Vollflächenbelastungen wirken, stimmen die abgeleiteten Formeln mit den bekannten Lösungen überein.

Die Vergleichsrechnungen nach der nichtlinearen FE-Methode für einfache Plattenmodelle zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen der analytischen Lösung und der numerischen Rechnung. Da in diesen Lösungen nicht nur die geometrischen Parameter wie z. B. die Plattendicke, die Abmessungen der Platten und die Aufstandsflächen, sondern auch der Werkstoffeinfluß berücksichtigt wurden, eignen sie sich im Vergleich zu den nach der Elastizitätstheorie gewonnenen Lösungen und anderen Bemessungsvorschlägen für die Ermittlung wirklichkeitsnaher Traglasten bzw. Last-Durchbiegungsbeziehungen.

Als schiffbauliche Anwendung wurde das Tragverhalten von Ro-Ro-Decks, ausgesteift mit Wulst- bzw. Trapezhohlprofilen, unter Radlasten experimentell und rechnerisch untersucht.

Die Vorversuche im elastischen Bereich zeigen, daß das mit Trapezhohlprofilen ausgesteifte Modell bei unterschiedlichen Lastaufstandsflächen eine wesentlich höhere elastische Grenzlast besitzt als das mit Wulstprofilen ausgesteifte. Im überelastischen Bereich liegt die gemessene Durchbiegung in der Plattenfeldmitte bzw. die bleibende Durchbiegung nach der Entlastung des mit Trapezhohlprofilen ausgesteiften Modells um mehr als 20% unter der des mit Wulstprofilen ausgesteiften Modells. Wirkt die Radlast direkt auf eine Aussteifung bzw. auf einen Steg eines

Trapezhohlprofils, erhält man die Traglast erst nach der Durchplastizierung des belasteten Profilsteiges. Dabei bildet sich eine ausgeprägte Beule am Steg des Profils. Die Ausbildung der Beule läßt sich als Krüppelversagen erklären.

Die rechnerischen Untersuchungen wurden mit den Programmpaketen *NASTRAN* und *MARC* durchgeführt. Die FE-Rechnungen lieferten allgemein zufriedenstellend übereinstimmende Ergebnisse mit den gemessenen Werten. Nur in bezug auf die Erfassung der bei den Versuchen eintretenden lokalen Beulen scheinen die FE-Modelle steifer zu sein. Die rechnerischen Ergebnisse infolge der Verwendung beider Programmpakete zeigen keinen sichtbaren Unterschied. Der Vergleich zwischen den analytischen Lösungen und Messungen zeigt eine gute Übereinstimmung.

Durch die parametrischen Untersuchungen anhand der FE-Methode wurde für das Bemessungskonzept vorgeschlagen, daß die zulässigen Radlasten für ein ausgesteiftes Deck als untere Grenze nach Gl.(3.13) und als obere Grenze nach Gl.(3.29) zu bestimmen sind, je nach dem ob die Plattenfeldränder frei drehbar gelagert oder allseitig eingespannt sind. Der Vergleich verschiedener Vorschriften und der Vorschlag zeigt, daß die nach Gl.(3.13) bestimmte untere Grenze P_{T_u} bei kleinen Aufstandsflächen um bis zu 40% höhere zulässige Radlasten liefert als die Vorschriften. Mit größer werdenden Aufstandsflächen stimmen beide überein. Werden die bleibenden Durchbiegungen in der Plattenfeldmitte betrachtet, stellt man fest, daß die nach den Bemessungsvorschriften zugelassenen Radlasten sehr konservativ sind.

Nach den Bemessungskonzepten der verschiedenen Klassifikationsgesellschaften führt die Verwendung der Trapezhohlprofile zu einer Reduzierung der geforderte Plattendicke um ca. 23% bis 32%, wenn die Breite des Plattenfeldes bis 50% reduziert wird, und um ca. 9% bis zu 19%, wenn die Breite des Plattenfeldes bis 33% abgemindert wird (Tab.7.4).

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit nichtlinearem Tragverhalten von schiffbaulichen Flächentragwerken unter konzentrierten Belastungen. Die Verwendung der abgeleiteten Formeln kann man auch auf die im Stahlbau bzw. Stahlbetonbau eingesetzten Stahl- bzw. Stahlbetonflächentragwerke übertragen, wenn die entsprechende Werkstoffeigenschaften berücksichtigt werden. Da in dieser Arbeit die Belastungen als statisch angenommen wurden, ist es wünschenswert, das Tragverhalten unter dynamischen Belastungen zu untersuchen. Das endgültige Versagen (Einbruch) der Beplattung unter einer konzentrierten Belastung erfolgt mit Erreichen der Durchstanzkraft. Diese Kraft, in Verbindung mit dem Arbeitsaufnahmevermögen des Plattenfeldes, ist durch die Geometrien der Platte und der Lastaufstandsfläche und durch die Fließ- bzw. Bruchgrenze des Werkstoffes zu bestimmen, wie *Lehmann* und *Zhang* in [58] zeigen. In diesem Zusammenhang ist es besonders wichtig, die Größe der Lastaufstandsflächen, die Verteilung der Belastung sowie die Dehnungsgeschwindigkeit während der Plastizierung des Materials genauer zu ermitteln.

9. Bezeichnungen

a :	Länge der Platte oder des Plattenfeldes	[mm]
b :	Breite der Platte oder des Plattenfeldes	[mm]
b_m :	mittragende Breite	[mm]
E :	Elastizitätsmodul	[N/mm ²]
f :	Radaufstandsfläche $u \times v$	[mm ²]
h :	Steghöhe des Profils	[mm]
M_0 :	Fließmoment der Einheitsplattenbreite	[N]
q :	Lastintensität	[N/mm ²]
P :	Radlast	[kN]
$P_{e_{max}}, P_{el}$:	elastische Grenzlast	[kN]
P_{pl} :	plastische Grenzlast	[kN]
P_T :	Traglast	[kN]
P_{Tu} :	untere Grenzlast nach Gl.(3.13)	[kN]
P_{To} :	obere Grenzlast nach Gl.(3.29)	[kN]
P_k :	Krüppellast	[kN]
t :	Plattendicke	[mm]
t_{st} :	Stegblechdicke des Profils	[mm]
t_g :	Obergurtdicke des Profils	[mm]
R_{eH} :	obere Fließgrenze des Materials	[N/mm ²]
u :	Abmessung der Lastaufstandsfläche, parallel zu a	[mm]
v :	Abmessung der Lastaufstandsfläche, parallel zu b	[mm]
w :	Verformung in Richtung der Belastung	[mm]
$w_{e_{max}}$:	maximale elastische Durchbiegung in der Plattenmitte	[mm]
w_0 :	bleibende Durchbiegung in der Plattenfeldmitte	[mm]
W_{el} :	elastisches Widerstandsmoment des Querschnitts	[mm ³]
W_{pl} :	plastisches Widerstandsmoment des Querschnitts	[mm ³]
σ_x :	Spannung in Längsrichtung, parallel zu a	[N/mm ²]
σ_y :	Spannung in Querrichtung, parallel zu b , (im Trapezhohlprofil in Umfangsrichtung)	[N/mm ²]
σ_v :	Vergleichsspannung nach <i>von Mises</i>	[N/mm ²]
ε_x :	Dehnung in Längsrichtung, parallel zu a	[%]
ε_y :	Dehnung in Querrichtung, parallel zu b (im Trapezhohlprofil in Umfangsrichtung)	[%]

10. Literaturverzeichnis

- [1] American Bureau of Shipping:
Rules for Building and Classing Steel Vessels
1990, Section 16.6 Decks
- [2] Det norske Veritas:
Rules for the Construction and Classification of Steel Ships
1993, Part 5, Chapter 2, Section 4
- [3] Germanischer Lloyd:
Vorschriften für Klassifikation und Bau von stählernen Seeschiffen
Ausgabe 1992, Band 1 Abschnitt 7: Decks
- [4] Lloyds Register of Shipping:
Rules and Regulations for the Classification of Ships
1993 Chapter 9, Section 3
- [5] Smith, W.:
Investigations into the Use of Fork Lift Tracks on Board Ship
Report No.27, Lloyd's Register of Shipping, London, 1961
- [6] Panel HS-4 of the Hull Structure Committee:
Design of Deck Plating and Hatch Cover Plating for Fork Lift Truck Loading
The Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York, Technical
and Research Bulletin No. 2—14
- [7] Böckenhauer, M., Schultz, H. G.:
Zur Dimensionierung von Plattenfeldern bei Beanspruchung durch Einzellasten
(Gabelstapler)
Schiff und Hafen, Heft 11/1965, 17. Jahrgang , S. 860—864
- [8] Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S.:
Theory of Plates and Shells
McGraw-Hill book company, 1959
- [9] Haslum, K.:
Design of Deck Plates Subject to Large Wheel Loads
European Shipbuilding No.1, Vol.XIX, 1970, S. 2—8
- [10] Pelikan, W., Eßlinger, M.:
Die Stahlfahrbahn, Berechnung und Konstruktion
MAN Forschungsbericht Nr. 7/1957
- [11] Bunting, S., Briscoe, P. H., Subbiah, J., Glenton:
Flat Plates Subject to Localized Loads
Trans. R.I.N.A. Vol.114, 1972, S. 499—506
- [12] Johansen, K. W.:
Yield Line Theory
Cement and Concrete Association, London 1962, Translated from *Brudlinie-*
teorier Copenhagen 1943
- [13] Hopkins, H. G., Prager, W.:
The Load Carrying Capacities of Circular Plates
J. Mech. Phys. Solids 2, 1953 S. 1—13

- [14] Onat, E. T., Haythornthwaite, R. M., Providence, R. I.:
The Load-Carrying Capacity of Circular Plates at Large Deflection
J. of App. Mech., Mar. 1956 S. 49—55
- [15] Foulkes, J., Onat, E. T.:
Report of Static Tests of Circular Mild Steel Plates
Brown University Technical Report OOR 3172/3, 1955
- [16] Prager, W.:
An Introduction to Plasticity
Reading Mass., Addison-Wesley, 1959.
- [17] Wood, R. H.:
Plastic and Elastic Design of Slabs and Plates
Ronald Press 1961
- [18] Sawczuk, A., Jäger, T.:
Grenztragfähigkeits-Theorie der Platten
Springer Verlag 1963
- [19] Rzhantsyn, A. R.:
The design of Plates and Shells by the kinematical Method of Limit Equilibrium
9.th Congr. Mécanique Appliqué, (Bruxelles 1956), Université de Bruxelles, 6,
1957, S. 331—343
- [20] Clarkson, J.:
A New Approach to the Design of Plates to Withstand Lateral Pressure
Trans. INA, Vol.98, 1956, S. 443—463
- [21] Clarkson, J.:
Uniform Pressure Tests on Plates with Edges Free to Slide Inwards
Trans. INA, Vol.104, 1962, S. 67—80
- [22] Sawczuk, A.:
Large Deflections of Rigid-Plastic Plates
Proc. 11th Int. Congr. Appl. Mech., 1964, S. 617
- [23] Sawczuk, A.:
On Initiation of the Membrane Action in Rigid-Plastic Plates
Proc. Journal de Mécanique, Vol. 3, No. 1, 1964
- [24] Jones, N., Uran, T. O., Tekin, S. A.:
The Dynamic Plastic Behaviour of Fully Clamped Rectangular Plates
Int. J. Solids Structures, 1970, Vol.6 S. 1499—1512
- [25] Jones, N.:
The Theoretical Study of the Dynamic Behaviour of Beams and Plates with Finite-Deflections
Int. J. Solids Structures, 1971, Vol.7 S. 1007—1029

- [26] Jones, N., Walters, R. M.:
Large Deflections of Rectangular Plates
Journal of Ship Research June 1971 S. 164—171
- [27] Hooke, R., Rawlings, B.:
An experimental Investigation of the Behaviour of Clamped, Rectangular, Mild Steel Plates Subjected to Uniform Transverse Pressure
Proceedings Institution of Civil Engineers, Vol.42, January 1969, S. 75—103
- [28] Jones, N.:
Damage Estimates for Plating of Ships and Marine Vehicles
PRADS-International Symposium on Practical Design in Shippbuilding, Tokyo, Oct. 1977 S. 121—128
- [29] Kling, M.:
Large Deflections of Rectangular Plates Subject to Concentrated Loads
Master's Thesis of Ocean Engineering, M.I.T, Cambridge, Mass., June 1980
- [30] von Kaman, T.:
Festigkeitsprobleme im Maschinenbau
Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften 15/4, 1910,
- [31] Weiß, S.:
Gleichmäßig innerhalb eines Rechtecks symmetrisch belastete, elastisch eingespante Platten bei großen Durchbiegungen
FDS Bericht Nr. 6/1969
- [32] Sandvik, P. C.:
Deck Plates subject to Large Wheel Loads
Norwegian Inst. of Technology, Division of Ship Structures, Report SK/M 28, Univ. of Trondheim, January, 1974
- [33] Det norske Veritas:
Rules for the Construction and Classification of Steel Ships
1974
- [34] Soreide, T., Amdahl, J., Kavlie, D.:
Nonlinear Analysis and Design of Stiffened Plates Subject to Lateral Loads
PRADS-International Symposium on Practical Design in Shippbuilding, Tokyo, Oct. 1977 S.95-102
- [35] Jackson, R. I., Frieze, P.A.:
Design of Deck Structures under Wheel Loads
Trans. R.I.N.A. Vol.123, 1980, S. 119—144
- [36] Hughes, O. F.:
Design of Laterally Loaded Plating Under Concentrated Loads
J. Ship. Res., 27(4), 1983, S. 31—34
- [37] Hughes, O. F.:
Design of Laterally Loaded Plating Under Uniform Loads
J. Ship. Res., 25(2), 1981, S. 77—89
- [38] Jones N.:
Influence of In-Plane Displacements at the Boundaries of Rigid-Plastic Beams and Plates
Int. J. Mech. Sci., Vol.15, 1973 S. 547

- [39] Hooke, R.:
Post-Elastic Deflection Prediction of Plates
Proceedings ASCE, Vol.96, No. ST4, 1970, S. 757—771
- [40] Leger, R.:
Vergleich von zwei alternativen Ro-Ro-Zwischendeckskonstruktionen mit Hilfe einer FE-Rechnung
Diplomarbeit Uni. Hannover, 1985
- [41] Lehmann, E.:
Cold Formed Ship Structures
6th WEMT Symposium STG, Travemünde, 1987
- [42] Wagner, P.:
Kreuzungsbauwerk Mitte in Fulda
Erste Eisenbahnbrücke mit Trapez-Längssteifen
Stahlbau 1/1985, S. 1—8
- [43] Weitz, F. R.:
Neuzeitliche Gesichtspunkte im schweißenden Brückenbau
Der Stahlbau 3/1974, S. 72—81
- [44] *Stahlbauhandbuch:*
Stahlbau-Verlags-GmbH. Köln, 1982
- [45] McCormik, C. W.:
The NASTRAN Programm for Structure Analysis
Advances in Computational Methods in Structural Mechanics and Design
edited by J.T. Oden, R.W. Clough and Y.Yamamoto
UAH Press, 1972, S. 551—571
- [46] User's Manual:
MSC/NASTRAN Version 65A
The MacNeal-Schwendler Corporation, Nov. 1985
- [47] Mathies, H., Strang, G.:
The Solution of Finite Element Equations
Massachusetts Institute of Technology Report
Report for NSF (MCS76-22289), 1979
- [48] Germanischer Lloyd:
Vorschriften für Klassifikation und Bau von stählernen Seeschiffen
Ausgabe 1992, Band 1 Abschnitt 2, B.2
- [49] Reckling, K. R. :
Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme
Springer-Verlag, Berlin, 1967
- [50] Ramm, E., Weimar, K.:
Traglasten unversteifter Trägerstegbleche unter konzentrierten Lasten
Stahlbau 4/1986, S. 113—118
- [51] Granholm, C. A.:
Proving av balkar med extremt tunt
liv. Rapport 202, Institutionen för Byggnadteknik, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg, 1960—1961

- [52] Bergfelt, A.:
Studies and Tests on Slender Plate Girders without Stiffeners (Shear Strength and Local Web Crippling)
 IABSE Coll., Proc. S. 70 (Rep. WC, Vol. 11), London, 1971
- [53] Roberts, T. M.:
Patch Loading on Plate Girders
 Published in: *Plated Structures, Stability and Strength.*
 Edited by Narayanan, R.
 Applied Science Publishers, London and New York, 1983
- [54] Herzog, M.:
Die Krüppellast von Blechträger- und Walzprofilstegen
 Stahlbau 3/86, S. 87—88
- [55] Verbund für Schiffbau und Meerstechnik (VSM):
Festigkeitsstandard des Deutsche Schiffbaus (FS)
 1990
- [56] Det norske Veritas:
Hull Surveys Local Structures
 1993
- [57] The Society of Naval Architects of Japan:
Japanese Shippbuilding Quality Standard
 1979
- [58] Lehmann, E, Zhang, L. S.:
Versagen von Tanks im Gefahrguttransport
 Technische Überwachung (TÜ), 2/93, S. 79—84

