

429 | 1982

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

H. Söding

Leckstabilität im Seegang

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Leckstabilität im Seegang

H. Söding , Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1982

© Technische Universität Hamburg-Harburg
Schriftenreihe Schiffbau
Schwarzenbergstraße 95c
D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 429

LECKSTABILITÄT IM SEEGANG

von

H. Söding

Abschlußbericht des Vorhabens Nr. E / 521 B / B 0027 / B 5201 des Bundesamtes für Wehrtechnik und Beschaffung. An dem Vorhaben wirkten mit:

Dipl.-Ing. P. Kröger, Dr.-Ing. E. Gerlach

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Aufgabenstellung	1
Koordinatensysteme und Definitionen	2
Kinematische Beziehungen	3
Bewegungsgleichungen des starren Körpers	6
Kraft- und Momentenanteile	10
Gewichtskräfte	10
Vom Schiff nicht gestörter Wasserdruck auf die Schiffsaußenhaut	11
Kräfte auf die Außenhaut infolge der Schiffsbewegungen und infolge der Störung der Welle durch das Schiff	17
Korrektur des Wasserdrucks auf das Wetterdeck	28
Flüssigkeitsdruck auf teilgefüllte Tanks und Leckräume	29
Ruderkraft	38
Propellerkräfte	39
Windkraft	41
Möglichkeiten der Vereinfachung	42
Schrifttum	51
Anhang 1: Leckwasserbewegung	53
Anhang 2: Simulation von Rollbewegungen nach dem auf Seite 42 ff beschriebenen Verfahren	56
Anhang 3: Testprogramm für die Gleichungen zur Starrkörperbewegung	63
Anhang 4: Numerische Untersuchung der Gleichung (49) an einem Beispiel	65

Aufgabenstellung

Es wird ein Konzept zur Berechnung der Bewegungen eines lecken Schiffes im Seegang entwickelt. Die Ausarbeitung zu einem Rechnerprogramm ist einem späteren Vorhaben vorbehalten. Die Methode soll insbesondere für große Bewegungsamplituden einschließlich des Kentervorgangs geeignet sein. Deshalb wird ein Simulationsmodell entwickelt, das die Schiffsbewegungen in 6 Freiheitsgraden, die Bewegungen von Leckwasser oder anderen Flüssigkeiten in Tanks oder in beschädigten Räumen sowie das Ein- und Ausströmen von Wasser durch Öffnungen umfaßt. Als Erregung können regelmäßige Wellen und lang- oder kurzkämmiger natürlicher Seegang aus beliebigen Richtungen angenommen werden. Die Massen-, dämpfungs- und Rückstellkräfte einschließlich der Kopplungsterme werden als Funktion der augenblicklichen Lage des Schiffes in der Welle angesetzt. Die Beschädigungen des Schiffes können unter, in oder über der mittleren Wasserlinie des Schiffes liegen

Nach den Gleichungen für das umfassende Berechnungsmodell werden Vereinfachungen beschrieben, deren Ziel eine wesentliche Verkürzung der Rechenzeit ist. Der Einfluß solcher Vereinfachungen auf die Ergebnisse soll später durch Vergleichsrechnungen mit dem genauen Modell untersucht werden.

Koordinatensysteme und Definitionen

Es werden folgende kartesische Koordinatensysteme benutzt:

1. Ein Inertialsystem ξ, η, ζ , das sich relativ zu dem vom Schiff ungestörten wellenfrei gedachten Wasser nicht bewegt. Die Achsen des Koordinatensystems zeigen in die folgenden raumfesten Richtungen:
 ξ : Horizontal in Richtung der mittleren Fahrgeschwindigkeit des Schiffes nach vorn, im Abstand des mittleren Tiefgangs unter der mittleren Wasseroberfläche
 η : Horizontal um 90° im Uhrzeigersinn gegenüber ξ gedreht, d. h. etwa nach Steuerbord zeigend
 ζ : Vertikal nach unten
2. Ein mit dem starr angenommenen Schiffskörper mitbewegtes Koordinatensystem x, y, z . Sein Nullpunkt ist der Kielpunkt K, der am Hauptspant im Bereich des Kiels liegt. Die Achsen sind wie folgt gerichtet:
 x : Parallel zum Kiel nach vorn
 y : Parallel zu Decks nach Steuerbord
 z : Senkrecht zu den Decks nach unten

Das Inertialsystem wird zur Beschreibung der Schiffsbewegungen und des Seegangs benötigt, das schiffsfeste System zur Beschreibung der Massenverteilung und der Kräfte und Momente, die auf das Schiff wirken.

Im Folgenden werden Vektoren durch kleine unterstrichene Buchstaben gekennzeichnet, und zwar lateinische Buchstaben ohne Index $\underline{\xi}$, falls sie im schiffsfesten Bezugssystem ausgedrückt werden, und griechische Buchstaben oder lateinische Buchstaben mit Index ξ , wenn sie im Inertialsystem ausgedrückt werden. Matrizen werden durch große Buchstaben bezeichnet, Skalare durch kleine, nicht unterstrichene Buchstaben. Komplexe Zahlen, Vektoren und Matrizen werden durch $\hat{\quad}$ gekennzeichnet. \times bezeichnet das Vektorprodukt; statt des skalaren Produkts von Vektoren wird das Matrizenprodukt benutzt.

Kinematische Beziehungen

Ein Punkt werde im Inertialsystem durch den Ortsvektor $\underline{\xi} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix}$ bezeichnet; derselbe Punkt habe in dem schiffsfesten System den Ortsvektor $\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Dann besteht zwischen $\underline{\xi}$ und \underline{x} die Matrizenbeziehung

$$\underline{\xi} = T \underline{x} + \underline{\xi}_0. \quad (1)$$

Der Vektor $\underline{\xi}_0 = \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \\ \zeta_0 \end{pmatrix}$ bezeichnet die Lage des schiffsfesten Bezugspunktes K im

Inertialsystem:

- ξ_0 = Längsverschiebung (in ξ -Richtung, etwa nach vorn)
- η_0 = Querverschiebung (in η -Richtung, etwa nach Steuerbord)
- ζ_0 = Vertikalverschiebung (in ζ -Richtung, nach unten)

Die 3x3-Matrix T hängt mit den Verdrehungen des Schiffes gegenüber dem Inertialsystem zusammen. Diese Verdrehungen werden aus drei Anteilen zusammengesetzt:

1. Eine Rechtsdrehung um die ξ -Achse um den Rollwinkel φ . (φ ist positiv, wenn die Steuerbordseite tiefer taucht.)
2. Eine Rechtsdrehung um die η -Achse um den Stampfwinkel \mathcal{D} . (\mathcal{D} ist positiv, wenn der Bug weniger tief als das Heck eintaucht.)
3. Eine Rechtsdrehung um die ζ -Achse um den Gierwinkel ψ . (ψ ist positiv, wenn der Bug nach Steuerbord von der mittleren Fahrtrichtung abweicht.)

Roll-, Stampf- und Gierwinkel enthalten oszillierende und stationäre Anteile. Die stationären Anteile werden als Krängungswinkel φ_0 , Trimmwinkel \mathcal{D}_0 und Driftwinkel ψ_0 bezeichnet.

Für eine exakte Definition der Ausrichtung des Schiffes auch bei großen Verdrehungen ist es nötig, anzugeben, in welcher Reihenfolge die Verdrehungen φ , \mathcal{D} und ψ gedanklich ausgeführt werden. Hier wird in Anlehnung an die übliche schiffstechnische Interpretation und an die in der Flugmechanik benutzten Definitionen /8/ festgesetzt: Man stelle sich das Schiff zunächst entsprechend dem Inertialsystem ausgerichtet vor (d. h. mit $\varphi = \mathcal{D} = \psi = 0$) und bringe dann

- zuerst eine Verdrehung φ um die ξ -Achse,
- dann eine Verdrehung \mathcal{D} um die η -Achse,
- dann eine Verdrehung ψ um die ζ -Achse an.

Die Matrix T in (1) ergibt sich dann wie folgt: Die erste Drehung φ um die Achse wird durch Links-Multiplikation von \underline{x} mit der Matrix

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (2)$$

bewirkt.

Die zweite Verdrehung \mathcal{D} um die η -Achse wird durch Links-Multiplikation von $T_1 \underline{x}$ mit der Matrix

$$T_2 = \begin{pmatrix} \cos \mathcal{D} & 0 & \sin \mathcal{D} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \mathcal{D} & 0 & \cos \mathcal{D} \end{pmatrix} \quad (3)$$

bewirkt.

Die dritte Verdrehung ψ um die ζ -Achse wird durch Links-Multiplikation von $T_2 T_1 \underline{x}$ mit der Matrix

$$T_3 = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

bewirkt.

Alle drei Verdrehungen zusammen werden daher durch die Matrix $T = T_3 T_2 T_1$ bewirkt. Ausmultiplizieren der Ausdrücke (2) bis (4) ergibt:

$$T = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \mathcal{D} & -\cos \psi \sin \mathcal{D} + \sin \psi \cos \varphi \sin \mathcal{D} & \sin \psi \sin \mathcal{D} + \cos \psi \cos \varphi \sin \mathcal{D} \\ \sin \psi \cos \mathcal{D} & \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \sin \mathcal{D} & -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \mathcal{D} \\ -\sin \mathcal{D} & \sin \varphi \cos \mathcal{D} & \cos \varphi \cos \mathcal{D} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Da die Matrix T und ihre Elemente im Folgenden noch häufig vorkommen, sollen die Elemente, die Zeilen- und die Spaltenvektoren eigene Bezeichnungen erhalten:

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{t}_1 \\ \underline{t}_2 \\ \underline{t}_3 \end{pmatrix} = (\underline{t}_4, \underline{t}_5, \underline{t}_6) \quad (6)$$

Ist T bekannt, so erhält man - unter der Voraussetzung $|\mathcal{D}| < \frac{\pi}{2}$ - die Winkel φ , \mathcal{D} und ψ wie folgt:

$$\text{Wenn } t_{33} = 0 \text{ ist, wird } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ sign}(t_{32}); \text{ sonst: } \varphi = \arctg t_{32}/t_{33} \quad (7)$$

$$\mathcal{D} = \arctg \frac{t_{31}}{\sqrt{t_{32}^2 + t_{33}^2}} \quad (8)$$

$$\text{Wenn } t_{11} = 0 \text{ ist, wird } \psi = \frac{\pi}{2} \text{ sign}(t_{21}); \text{ sonst: } \psi = \arctg t_{21}/t_{11} \quad (9)$$

Bezeichnet man mit T^T die Transponierte, so gilt für die Matrizen T_i , $i = 1$ bis 3, offensichtlich

$$T_i^{-1} = T_i^T.$$

Daraus folgt mit $T = T_3 T_2 T_1$ die Beziehung

$$T T^T = T_3 T_2 T_1 (T_3 T_2 T_1)^T = T_3 T_2 T_1 T_1^T T_2^T T_3^T = T_3 T_2 T_1 T_1^{-1} T_2^{-1} T_3^{-1} = E = \text{Einheitsmatrix,}$$

folglich gilt

$$T^T = T^{-1}. \tag{10}$$

Die Bewegung des Schiffes relativ zum Inertialsystem kann durch die Geschwindigkeit $\dot{\underline{x}}_0 = \frac{d}{dt} \underline{x}_0$ des Punktes K im Inertialsystem und die Drehung

$$\underline{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{pmatrix}$$

um K beschrieben werden. Der Vektor $\underline{\omega}$ ist parallel zur momentanen Drehachse; sein Betrag ist die Winkelgeschwindigkeit der Drehung. Gesucht ist die Beziehung zwischen der zeitlichen Ableitung \dot{T} der Matrix T und der Drehung $\underline{\omega}$. Diese Beziehung wird wie folgt ermittelt:

Aus Gleichung (1) folgt für einen festen Punkt $(x, y, z)^T$ des Schiffes:

$$\dot{\underline{x}} = \dot{T} \underline{x} + \underline{\dot{x}}_0 \tag{11}$$

Andererseits folgt aus der Definition von $\underline{\omega}$:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{\omega} \times (\underline{x} - \underline{x}_0) + \underline{\dot{x}}_0 \tag{12}$$

Diese Gleichung kann in Matrixschreibweise transformiert werden:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{\Omega} (\underline{x} - \underline{x}_0) + \underline{\dot{x}}_0 \quad \text{mit} \tag{13}$$

$$\underline{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_\zeta & \omega_\eta \\ \omega_\zeta & 0 & -\omega_\xi \\ -\omega_\eta & \omega_\xi & 0 \end{pmatrix} \tag{14}$$

Setzt man in (13) statt $\underline{x} - \underline{x}_0$ den Ausdruck $T \underline{x}$ ein (entsprechend (1)) und vergleicht mit (11), so zeigt sich Übereinstimmung für beliebige Vektoren \underline{x} genau dann, wenn

$$\dot{T} = \underline{\Omega} T \tag{15}$$

ist. Diese Gleichung erlaubt die numerische Integration von T, wenn ein Anfangswert für T und der zeitliche Verlauf von $\underline{\omega}$ bekannt sind. T braucht dann nicht in jedem Zeitschritt aus φ , ϑ und ψ nach (5) berechnet zu werden. Um die Akkumulation von Fehlern zu vermeiden, wird man die durch Integration gewonnene Matrix T vielleicht alle 20 bis 100 Zeitschritte so korrigieren, daß Zeilen- und Spaltenvektoren orthonormal sind.

Bewegungsgleichungen des starren Körpers

Für die Translationen gilt im Inertialsystem der Impulssatz in der Form

$$\underline{f}_\xi = \dot{\underline{b}}_\xi \quad (16)$$

Dabei bezeichnet $\underline{f}_\xi = (f_\xi, f_\eta, f_\zeta)^T$ den im Inertialsystem ausgedrückten Vektor der Kräfte, die auf das Schiff durch äußere Einflüsse (Wasser und gegebenenfalls Wind), durch Wasserdruck in teilgefüllten, insbesondere lecken Räumen und durch die Erdanziehung auf die feste Schiffsmasse ausgeübt werden. $\dot{\underline{b}}_\xi$ ist die zeitliche Ableitung des vektoriellen Impulses der festen Schiffsmasse, ebenfalls ausgedrückt im Inertialsystem.

Für die Berechnung der Kräfte \underline{f}_ξ wird zweckmäßig das schiffsfeste Koordinatensystem benutzt. Bezeichnet man den Kraftvektor in diesem System mit \underline{f} , so gilt:

$$T\underline{f} = \underline{f}_\xi,$$

folglich mit (16)

$$\dot{\underline{b}}_\xi = T\underline{f} \quad (17)$$

Der Impuls \underline{b}_ξ ist definiert als Integral der Geschwindigkeit über die Massenelemente dm :

$$\underline{b}_\xi = \int_{\text{Schiff}} \dot{\underline{x}}_i dm$$

Mit (11) folgt daraus

$$\underline{b}_\xi = T \int_{\text{Schiff}} \underline{x} dm + \underline{\xi}_0 \int_{\text{Schiff}} dm ;$$

$$\underline{b}_\xi = (T \underline{x}_G + \dot{\underline{\xi}}_0) m, \quad (18)$$

wenn m die feste Schiffsmasse einschließlich voll gefüllter Tanks, aber ohne Massen in teilgefüllten Tanks oder Wassermassen in Leckräumen bezeichnet und \underline{x}_G der (zeitlich konstante) Ortsvektor des Massenschwerpunkts G im schiffsfesten Bezugssystem ist.

Für die Rotationen gilt entsprechend der Drallsatz

$$\underline{d}_{G\xi} = \dot{\underline{h}}_{G\xi} \quad (19)$$

Dabei bezeichnet $\underline{d}_{G\xi} = (d_{G\xi}, d_{G\eta}, d_{G\zeta})^T$ das im Inertialsystem ausgedrückte, auf den Massenschwerpunkt G bezogene vektorielle Drehmoment, das auf das Schiff durch äußere und innere Flüssigkeitskräfte und durch die Erdanziehung ausge-

übt wird. $\dot{\underline{h}}_{G\xi}$ ist die Zeitableitung des auf G bezogenen vektoriellen Drehimpulses, ebenfalls ausgedrückt im Inertialsystem.

Das auf G bezogene Drehmoment $\underline{d}_{G\xi}$ hängt mit dem auf K bezogenen Moment \underline{d}_ξ wie folgt zusammen:

$$\underline{d}_\xi = \underline{d}_{G\xi} + (\underline{\xi}_G - \underline{\xi}_0) \times \underline{f}_\xi .$$

Umrechnung von \underline{d}_ξ zu dem im schiffsfesten Bezugssystem ausgedrückten, auf K bezogenen Moment \underline{d} nach der Beziehung $\underline{d}_\xi = T \underline{d}$ ergibt dann

$$\underline{d}_{G\xi} = T \underline{d} - (T \underline{x}_G) \times \underline{f}_\xi .$$

Mit (16) und (19) folgt daraus:

$$\dot{\underline{h}}_{G\xi} = T \underline{d} - (T \underline{x}_G) \times \dot{\underline{b}}_\xi . \quad (20)$$

Der Drehimpuls $\underline{h}_{G\xi}$ ist definiert als

$$\underline{h}_{G\xi} = \int_{\text{schiff}} (\underline{\xi} - \underline{\xi}_G) \times \dot{\underline{\xi}} \, dm . \quad (21)$$

Es kann gezeigt werden, daß

$$\underline{h}_{G\xi} = T \Theta_G T^{-1} \underline{\omega} \quad (22)$$

ist, wenn Θ_G die auf den Schwerpunkt bezogene, im Koordinatensystem x,y,z gebildete Trägheitsmatrix ist:

$$\Theta_G = \begin{pmatrix} \Theta_{Gx} & -\Theta_{Gxy} & -\Theta_{Gxz} \\ -\Theta_{Gxy} & \Theta_{Gy} & -\Theta_{Gxz} \\ -\Theta_{Gxz} & -\Theta_{Gxy} & \Theta_{Gz} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad (23)$$

$$\Theta_{Gx} = \int_{\text{schiff}} [(y-y_G)^2 + (z-z_G)^2] \, dm ; \text{ entspr. } \Theta_{Gy}, \Theta_{Gz} ; \quad (24)$$

$$\Theta_{Gxy} = \int_{\text{schiff}} (x-x_G)(y-y_G) \, dm ; \text{ entspr. } \Theta_{Gxz}, \Theta_{Gyz} . \quad (25)$$

Beweis (endet bei ●): Aus (21) folgt mit $\int_{\text{schiff}} (\underline{\xi} - \underline{\xi}_G) \, dm = 0$:

$$\underline{h}_{G\xi} = \int_{\text{schiff}} (\underline{\xi} - \underline{\xi}_G) \times (\dot{\underline{\xi}} - \dot{\underline{\xi}}_G) \, dm .$$

Mit der aus (12) folgenden Beziehung

$$\dot{\underline{\xi}} - \dot{\underline{\xi}}_G = \underline{\omega} \times (\underline{\xi} - \underline{\xi}_G)$$

ergibt sich

$$\underline{h}_{G\xi} = \int_{\text{Schiff}} (\underline{\xi} - \underline{\xi}_G) \times [\underline{\omega} \times (\underline{\xi} - \underline{\xi}_G)] dm$$

Hieraus folgt mit dem Entwicklungssatz für mehrfache Vektorprodukte:

$$\underline{h}_{G\xi} = \int_{\text{Schiff}} \left\{ [\underline{\xi} - \underline{\xi}_G]^2 \underline{\omega} - (\underline{\xi} - \underline{\xi}_G) [(\underline{\xi} - \underline{\xi}_G)^T \underline{\omega}] \right\} dm.$$

Die in eckigen Klammern stehenden Skalarprodukte bleiben unverändert, wenn jeder Faktor von links mit der orthonormalen Matrix T^{-1} multipliziert wird. Dann ergibt sich mit $T^{-1}(\underline{\xi} - \underline{\xi}_G) = \underline{x} - \underline{x}_G$ und mit

$T^{-1}\underline{\omega} = \underline{\sigma}$ = Vektor der Drehgeschwindigkeit im x,y,z-System:

$$\begin{aligned} \underline{h}_{G\xi} &= \int_{\text{Schiff}} (\underline{x} - \underline{x}_G)^2 dm \underline{\omega} - T \int_{\text{Schiff}} (\underline{x} - \underline{x}_G) [(\underline{x} - \underline{x}_G)^T \underline{\sigma}] dm \\ &= T \int_{\text{Schiff}} \left\{ (\underline{x} - \underline{x}_G)^2 \underline{\sigma} - (\underline{x} - \underline{x}_G) [(\underline{x} - \underline{x}_G)^T \underline{\sigma}] \right\} dm \end{aligned}$$

Ausmultiplizieren der Skalarprodukte ergibt

$$\underline{h}_{G\xi} = T \Theta_G \underline{\sigma}$$

mit Θ_G entsprechend (21). Mit der o. a. Beziehung zwischen $\underline{\sigma}$ und $\underline{\omega}$ wird daraus:

$$\underline{h}_{G\xi} = T \Theta_G T^{-1} \underline{\omega}$$

Nimmt man vorläufig an, daß zu einem Zeitpunkt die Lage des Schiffes (ausgedrückt durch T und $\underline{\xi}_G$), die Bewegung (ausgedrückt durch \underline{b}_ξ und $\underline{h}_{G\xi}$) und der Zusammenhang zwischen den Kräften \underline{f} und den Drehmomenten \underline{d} mit den Schiffsgeschwindigkeiten bekannt wäre, so könnte man die Lage und Bewegung des Schiffes zu einem späteren Zeitpunkt folgendermaßen berechnen:

- Die Drehgeschwindigkeit $\underline{\omega}$ folgt aus der Umkehrung von (22) zu

$$\underline{\omega} = T \Theta_G^{-1} T^{-1} \underline{h}_{G\xi} \quad (26)$$

- Die Drehmatrix Ω folgt aus $\underline{\omega}$ nach (14).

- Die Ableitung \dot{T} von T folgt aus (15): $\dot{T} = \Omega T$

- Die Geschwindigkeit $\dot{\underline{\xi}}_G$ folgt aus der Umkehrung von (18):

$$\dot{\underline{\xi}}_G = \frac{1}{m} \underline{b}_\xi - \dot{T} \underline{x}_G \quad (27)$$

- Die Kraft \underline{f} und das Moment \underline{d} folgen aus dem als bekannt angenommenen Zusammenhang mit $\dot{\underline{\xi}}_G$ und $\underline{\omega}$.

- Die Ableitung $\dot{\underline{b}}_\xi$ folgt aus (17): $\dot{\underline{b}}_\xi = T \underline{f}$

- Die Ableitung $\dot{\underline{h}}_{G\xi}$ folgt aus (20): $\dot{\underline{h}}_{G\xi} = T \underline{d} - (T \underline{x}_G) \times \dot{\underline{b}}_\xi$

Aus den Ableitungen von T , \underline{f}_o , \underline{b}_ξ und $\underline{h}_{G\xi}$ könnten dann nach den Methoden zur Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen (z. B. Runge-Kutta-Verfahren oder Prädiktor-Korrektor-Verfahren) die Werte dieser Größen im nächsten Zeitpunkt bestimmt werden. Die Winkel φ , ϑ und ψ brauchen nur, wenn dies zur Veranschaulichung der Lage des Schiffes gewünscht wird, aus der Matrix T berechnet zu werden.

Tatsächlich hängen die Kraft \underline{f} und das Moment \underline{d} aber auch von den Beschleunigungen und möglicherweise von höheren Zeitableitungen der Schiffsbewegung ab. Deshalb müssen die Bewegungsgleichungen gemeinsam mit den Formeln zur Berechnung von \underline{f} und \underline{d} geschrieben und nach den höchsten darin vorkommenden zeitlichen Ableitungen der Schiffsbewegung aufgelöst werden. Die folgenden Kapitel behandeln die Bestimmung von \underline{f} und \underline{d} .

Anhang 3 zeigt ein Testprogramm, mit dem die vorstehenden Gleichungen für die Bewegung eines starren Körpers ausgewertet wurden für den Fall, daß die Trägheitsmatrix eine Diagonalmatrix ist und daß zeitlich konstante Kräfte und Momente auf den Körper einwirken. Die Integration der Gleichungen erfolgte hier nach dem Verfahren von Fehlberg, d. i. eine Abwandlung des Runge-Kutta-Verfahrens 4. Ordnung.

Kraft- und Momentenanteile

Die Vektoren \underline{f} (Kraft) und \underline{d} (Drehmoment) werden als Summe aus den folgenden Anteilen zusammengesetzt:

- Schiffsgewicht (Index G)
- Vom Schiff nicht gestörter Wasserdruck auf die Schiffsaußenhaut (Index F für Froude-Krilow-Kraft)
- Korrektur des Wasserdrucks infolge der Relativbewegung zwischen Schiff und ungestörter Welle (Index B für Bewegung)
- Korrektur des Wasserdrucks auf das Wetterdeck (Index D)
- Flüssigkeitsdruck auf teilgefüllte Tanks und Leckräume (Index L)
- Ruderkraft (Index R)
- Propellerkraft (Index P)
- Windkraft auf das Überwasserschiff (Index W):

$$\underline{f} = \underline{f}_G + \underline{f}_F + \underline{f}_B + \underline{f}_D + \underline{f}_L + \underline{f}_R + \underline{f}_P + \underline{f}_W \quad (28)$$

$$\underline{d} = \underline{d}_G + \underline{d}_F + \underline{d}_B + \underline{d}_D + \underline{d}_L + \underline{d}_R + \underline{d}_P + \underline{d}_W \quad (29)$$

Hier und im Folgenden wird der Ausdruck Kraft oft im Sinne von "Kraft und Moment" verwendet.

Die bei linearisierter Berechnung übliche Zusammensetzung der hydrodynamischen Kraft auf die Außenhaut aus hydrodynamischer Massenkraft, Dämpfungskraft und Erregerkraft durch die Welle ist hier wegen der nichtlinearen Wechselwirkung dieser Anteile miteinander nicht sinnvoll.

Gewichtskräfte

Die Kraft infolge des Schiffsgewichts ist im Inertialsystem

$$\underline{f}_{G\xi} = (0,0,mg)^T$$

mit m = Schiffsmasse, g Erdbeschleunigung. Die Umrechnung auf das schiffsfeste System ergibt:

$$\underline{f}_G = T^{-1} \underline{f}_{G\xi} = mgt_3^T, \quad (30)$$

wobei t_3 der 3. Zeilenvektor von T ist.

Das Moment \underline{d}_G ergibt sich unmittelbar im schiffsfesten System zu

$$\underline{d}_G = \underline{x}_G \times \underline{f}_G. \quad (31)$$

Vom Schiff nicht gestörter Wasserdruck auf die Schiffsaußenhaut

Als Schiffsaußenhaut wird hier die von außen benetzte Schiffsoberfläche ohne Ruder und Propeller, aber einschließlich des benetzten Teils des Wetterdecks angesehen.

In diesem Abschnitt werden behandelt:

- Hydrostatische Kräfte
- Froude-Krilow-Kräfte, d. h. Kräfte infolge der vom Schiff ungestörten Druckverteilung des Seegangs
- Die in den Spantebenen wirkenden Komponenten der Druckverteilung infolge der Fahrtwellen, die das Schiff bei konstanter Geschwindigkeit erzeugt. (Die Längskomponente dieser Kraft wird im nächsten Abschnitt als Teil des Widerstands erfaßt.)

Allgemein ergeben sich derartige, durch Druck auf die Außenhaut verursachte Kräfte zu

$$\underline{f}_F = \int_A \underline{p} \underline{n} da ; \underline{d}_F = \int_A \underline{p} \underline{x} \underline{n} da$$

Dabei ist p der Flüssigkeitsdruck, \underline{n} die in das Schiff hinein zeigende Normale auf der Außenhaut, da die Größe eines Flächenelementes der Außenhaut A .

Zur Berechnung von p werden Seegang und Fahrtwellen berücksichtigt. Der Seegang kann dabei durch Vorgabe von Wellenkomponenten definiert werden, die in ihrer Gesamtheit den Seegang kennzeichnen. Jede Wellenkomponente wird durch die Amplitude ζ_j , die Kreisfrequenz ω_j , die Laufrichtung μ_j und die Phase ε_j beschrieben. Die Wasserspiegelhöhe ζ_s ist dann gleich

$$\zeta_s(\xi, \eta, t) = -d + \sum_j \operatorname{Re} \left(\zeta_j e^{i\varepsilon_j} e^{i(\omega_j t - k_j \xi \cos \mu_j + k_j \eta \sin \mu_j)} \right) \quad (32)$$

mit d = Tiefgang (Abstand des Nullpunktes des Inertialsystem von der mittleren Wasseroberfläche), $k_j = \omega_j^2/g$ = Wellenzahl, g = Erdbeschleunigung. μ ist 0 bei See von hinten und 90° bei See von Steuerbord. Statt unmittelbar die Wellenkomponenten einzugeben, kann man die Daten der Wellenkomponenten natürlich auch aus einem vorgegebenen Seegangsspektrum automatisch bestimmen lassen. Die ε_j sind zufällig gleichverteilt im Intervall zwischen 0 und 2π zu wählen; die ζ_j und die zugehörigen Kreisfrequenzen ω_j folgen aus dem anzusetzenden Seegangsspektrum, und die μ_j aus der Winkelverteilung der Seegangsenegie um die Hauptlaufrichtung des Seegangs.

Es wird zur Abkürzung der Rechenzeit für notwendig und bezüglich Genauigkeit für vertretbar gehalten, statt mit der wirklichen Druckverteilung mit hydrostatischer Druckverteilung bis zu einer passend korrigierten Wasserlinie zu rechnen. Diese korrigierte Wasserlinie soll außerdem in jeder für die Berechnung benutzten Spantebene durch eine Gerade angenähert werden (Bild 1).

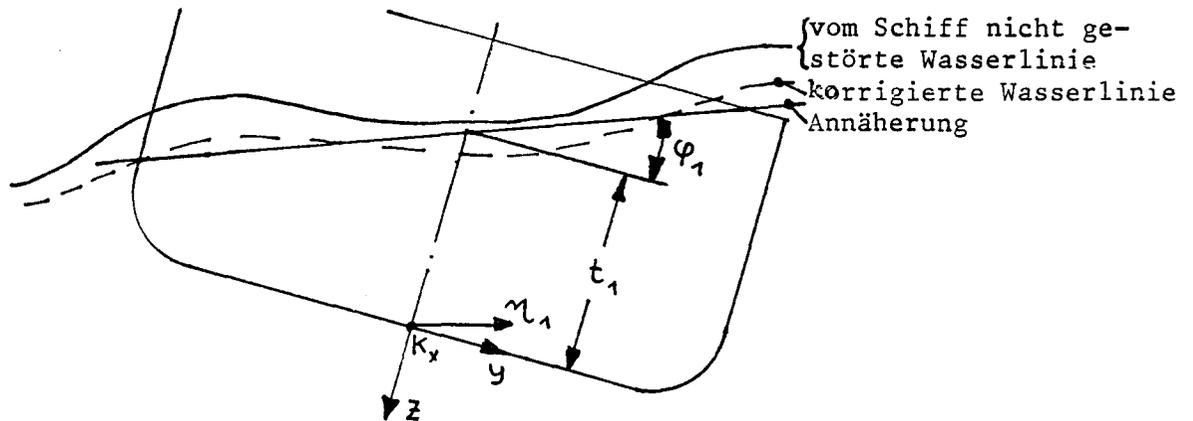


Bild 1

Die korrigierte Wasserlinie schwankt weniger stark um die mittlere Wasserlinie als die wirkliche ungestörte Wasserlinie, weil sie den Druckschwankungen etwa im Bereich des Bodens des Schiffes entsprechen soll. Sie wird aus Formel (32) berechnet; jedoch werden statt ζ_j reduzierte Amplituden

$$\zeta_{j1} = \zeta_j e^{-k_j z_1} \quad (33)$$

angesetzt- Für z_1 wird der Wert Spantfläche/Wasserlinienbreite an dem Spant bei der mittleren Tauchung des Spants vorgeschlagen, d. h. eine Art mittlerer Tiefgang an dem Spant. Später ist zu prüfen, ob dies ein brauchbarer Kompromiß zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand ist. Verfeinerungen könnten darin bestehen, die aktuelle Tauchung des Spants zu berücksichtigen und für die vertikalen und die horizontalen Kräfte sowie für das Drehmoment verschiedene Werte z_1 zu verwenden.

Steigung und Höhe der Ersatz-Wasserlinie in einer Spantebene sollen jetzt nach der Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme an die korrigierte Wasserlinie angenähert werden. Dazu wird zunächst eine harmonisch von y abhängige Funktion

$$f(x) = f_1 \cos(kx) + f_2 \sin(kx)$$

betrachtet. Diese Funktion soll im Intervall $|x| \leq x_1$ durch eine Gerade $y = a + bx$ so angenähert werden, daß

$$\int_{-x_1}^{x_1} (f(x) - y)^2 dx$$

minimal wird. Man findet, daß dies erfüllt ist, wenn die Konstanten a und b wie folgt gewählt werden:

$$a = f_1 \frac{\sin(kx_1)}{kx_1} = f(0) \frac{\sin(kx_1)}{kx_1}$$

$$b = \frac{-3f_2}{k^2 x_1} [x_1 k \cos(kx_1) - \sin(kx_1)] = \frac{df}{dx}(x=0) \cdot \frac{3}{(kx_1)^3} [\sin(kx_1) - kx_1 \cos(kx_1)]$$

Die Faktoren $\sin(kx_1)/(kx_1)$ bzw. $3/(kx_1)^3 \cdot (\sin(kx_1) - kx_1 \cos(kx_1))$ gehen für lange Wellen (k gegen 0) gegen 1 und stellen bei kürzeren Wellen Reduktionsfaktoren zur Berücksichtigung der Krümmung der korrigierten Wellenkontur über dem Intervall $x \leq |x_1|$ dar. Die hier angesetzte Wellenzahl ist allerdings nicht die Wellenzahl k_j der Wellenkomponenten in (32), sondern nur die Komponente von k_j in Richtung der Spantebene:

$$k_{j1} = k_j \sin(\mu_j + \psi) .$$

Mit diesen k_{j1} werden die Korrekturfaktoren

$$r_{j1} = \frac{\sin(k_{j1} x_1)}{k_{j1} x_1} \quad \text{und} \quad (34)$$

$$r_{j2} = \frac{3}{(k_{j1} x_1)^3} [\sin(k_{j1} x_1) - k_{j1} x_1 \cos(k_{j1} x_1)] \quad (35)$$

berechnet. Für x_1 kann wohl näherungsweise die halbe Spantbreite in der mittleren Wasserlinie eingesetzt werden; genauer, aber aufwändiger zu berechnen wäre eine Korrektur mit der Spantbreite an der jeweiligen Wasserlinie in dem behandelten Zeitpunkt.

Mit r_{j1} werden die Amplituden ζ_{j1} multipliziert, um die Höhe der Wasserlinie an dem jeweiligen Spant an dessen Mittellinie zu bestimmen; mit r_{j2} werden die ζ_{j1} dagegen multipliziert, um die Steigung $d\zeta_{s1}/d\eta_1$ zu bestimmen:

$$\frac{d\zeta_{s1}}{d\eta_1} = - \frac{\partial \zeta_{s1}}{\partial \xi} \sin \psi + \frac{\partial \zeta_{s1}}{\partial \eta} \cos \psi . \quad (36)$$

η_1 ist dabei eine Koordinate, die parallel zur mittleren Wasseroberfläche in der Spantebene verläuft (vgl. Bild 1). Die in (36) vorkommenden Ableitungen von ζ_{s1} nach ξ und η folgen aus (32), allerdings mit $\zeta_j e^{-k_j z_1} \cdot r_{j2}$ an Stelle von ζ_j .

Es wird für ausreichend gehalten, ζ_{S1} und $d\zeta_{S1}/d\eta_1$ an der Stelle

$$\underline{\xi} = T \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ -d \end{pmatrix} + \underline{\xi}_0 \quad (37)$$

zu berechnen, d. h. auf der Mittschiffsebene in Höhe der mittleren Wasserlinie.

Blume /1/ hat gezeigt, daß für die aufrichtenden Momente im Seegang bei höheren Froudezahlen ab etwa $F_n = 0,3$ die Fahrtwellen sehr wesentlich sind. Deshalb muß bei schnellen Schiffen die Kontur ζ_W der Fahrtwelle in Wasser ohne Seegang, reduziert entsprechend den kleineren Druckschwankungen im Bereich des Schiffsbodens, berücksichtigt werden. Überschlagsformeln für $\zeta_W(F_n, x)$ sind z. B. in /1/ und /2/ angegeben; man beachte jedoch die unterschiedliche Vorzeichendefinition der Höhenkoordinate.

ζ_W ändert sich zweifellos mit der Tauchung und der Trimmlage des Schiffes und mit der jeweiligen Schiffsgeschwindigkeit. Vermutlich dürfte es jedoch ausreichen, ein konstantes $\zeta_W(x)$ entsprechend der mittleren Schwimmlage und Geschwindigkeit des Schiffes anzusetzen. Auch dies ist zu überprüfen.

In Formel (32) ist demnach statt $-d$ der Wert $-d + \zeta_W(x)$ einzusetzen, um die Tauchung an einem Spant zu ermitteln. Bei der Bestimmung der Ableitungen von ζ_{S1} ist $\zeta_W(x)$ dagegen nicht zu berücksichtigen: für die Ableitungen in Richtung η_1 folgt das aus der Symmetrie des Druckfeldes zur Mittschiffsebene; für die später zu behandelnden Ableitungen in Schiffslängsrichtung bleibt die Ableitung von $\zeta_W(x)$ unberücksichtigt, weil dieser Kraftanteil (der Wellenwiderstand) im nächsten Abschnitt in anderer Weise erfaßt wird.

Zur Berechnung der Kräfte \underline{f}_F (Komponenten im x,y,z-System) und d_F wird noch der Cosinus des Winkels λ zwischen x-Achse und der Normalen auf der Fläche ζ_{S1} benötigt. Im Inertialsystem ist der Einheitsvektor in x-Richtung gleich dem ersten Spaltenvektor \underline{t}_4 von T. Der Einheitsvektor in Richtung der Normalen auf ζ_{S1} ist in diesem System

$$\underline{n}_{S1} = \begin{pmatrix} \partial \zeta_{S1} / \partial \xi \\ \partial \zeta_{S1} / \partial \eta \\ 1 \end{pmatrix} / \sqrt{1 + (\partial \zeta_{S1} / \partial \xi)^2 + (\partial \zeta_{S1} / \partial \eta)^2}$$

Es wird empfohlen, bei der Berechnung von \underline{n}_{S1} die mit dem Faktor r_{j2} gebildeten reduzierten Steigungen der Gleichung (36) anzusetzen. Der gesuchte

Cosinus ergibt sich dann aus dem Skalarprodukt

$$\cos \lambda = \frac{t_1 n_{-S_1}}{4} ; \text{ und daraus } \sin \lambda = \sqrt{1 - \cos^2 \lambda} .$$

Mit den bisher angegebenen Formeln können die Kräfte auf einen Schiffsspant nach den üblichen hydrostatischen Methoden berechnet werden. Es wird vorgeschlagen, vor Beginn der Simulation für eine Reihe von Tiefgängen t_1 und Winkeln φ_1 zwischen Wasserlinie und y-Achse die folgenden Ergebnisse zu berechnen und zu speichern:

Getauchte Fläche f_l

"Pantokarene", d. h. Koordinate des Schwerpunkts der getauchten Fläche parallel zur Wasserlinie, multipliziert mit f_l . Das Produkt sei m_o .

Für die aktuelle Tauchung können f_l und m_o dann interpoliert werden. Daraus ergeben sich die Kräfte und Momente wie folgt:

$$\underline{f}_F = \int_L \begin{pmatrix} f_l \cos \lambda \\ -f_l \sin \varphi_1 \sin \lambda \\ -f_l \cos \varphi_1 \sin \lambda \end{pmatrix} dl \quad (38)$$

$$\underline{d}_F = \int_L \begin{pmatrix} m_o \sin \lambda \\ f_l \cos \varphi_1 \sin \lambda \cdot x \\ -f_l \sin \varphi_1 \sin \lambda \cdot x \end{pmatrix} dx \quad (39)$$

Genau genommen müßten bei der 2. und 3. Komponente von \underline{d}_F noch Glieder hinzukommen, die Produkte aus den Schwerpunktskoordinaten der getauchten Fläche und $\cos \lambda$ enthalten. Diese Glieder sind jedoch klein und sollen wenigstens vorläufig vernachlässigt werden.

Um mit wenigen Spanten und damit wenig Rechenzeit auszukommen, wird empfohlen, tatsächlich nicht f_l und m_o für einzelne Spanten zu berechnen und zu speichern, sondern statt dessen Volumen und aufrichtendes Moment für etwa 6 bis 8 Längenabschnitte des Schiffes. Anstelle der Integration tritt dann eine Addition über alle Längenabschnitte. Bei gegebener Anzahl von Längenabschnitten kann die Genauigkeit gesteigert werden, wenn auch die x-Koordinaten des Volumen- und des Wasserlinienschwerpunkts der Abschnitte abhängig von t_1 und φ_1 gespeichert und während der Simulation interpoliert werden; die Höhe und Neigung der Wasserlinie werden dann bei der x-Koordinate des Flächenschwerpunkts bestimmt; in (39) wird dagegen die x-Koordinate des Volumenschwerpunkts eingesetzt. Alle Abschnitte können verschieden lang sein; an den Schiffsenden sind kürzere Abschnitte empfehlenswert. Die Daten der Abschnitte können mit dem Programm Archimedes berechnet werden.

Wenn dies Verfahren angewendet wird, ist die Amplitude jeder Wellenkomponente mit einem weiteren Reduktionsfaktor r_{j3} zur Berücksichtigung der Krümmung der Wasserlinie in Schiffslängsrichtung zu multiplizieren. Der Faktor ergibt sich aus denselben Überlegungen wie r_{j1} zu

$$r_{j3} = \left[\sin(k_{j3}x_1) \right] / (k_{j3}x_1). \quad (40)$$

Dabei bezeichnen x_1 die halbe Länge des jeweiligen Abschnitts und

$$k_{j3} = k_j \cos(\mu_j + \psi). \quad (41)$$

Kräfte auf die Außenhaut infolge der Schiffsbewegungen und infolge der Störung der Welle durch das Schiff

Zunächst werden nur die Anteile der Kräfte \underline{f}_B und Momente \underline{d}_B behandelt, die auch in Potentialströmung auftreten; Ergänzungen für reale Strömung folgen später.

\underline{f}_B und \underline{d}_B sollen nach einer Streifenmethode erfaßt werden, d. h. die Kräfte auf das gesamte Schiff werden aus denen um einzelne Schiffsquerschnitte in zweidimensionaler Strömung abgeleitet. Außerdem wird, wie in der Streifenmethode nicht ungewöhnlich, die Kraft als Folge einer Relativbewegung zwischen Schiffsquerschnitt und vom Querschnitt ungestört angenommenem Wasser angesehen; d. h. statt der örtlich veränderlichen Orbitalbewegung im Bereich eines Spants wird ein räumlicher Mittelwert angesetzt. Dies ist notwendig, um die nichtlineare Wechselwirkung zwischen Orbital- und Querschnittsbewegung in einfacher Weise angenähert zu erfassen. Eine genauere Erfassung, z. B. nach Perturbationsmethoden, erscheint im Rahmen einer Simulation unmöglich und vermutlich auch weniger genau, wenn - wie bisher allein möglich - die Reihenentwicklungen nur bis zu Gliedern 2. Ordnung in der Wellenhöhe durchgeführt werden.

Bei den üblichen Berechnungen im Frequenzbereich werden die hydrodynamischen Kennwerte Masse und Dämpfung eines Schiffsquerschnitts abhängig von der Frequenz der Querschnittsbewegung berechnet. Bei der Simulation in unregelmäßigem Seegang gibt es keine eindeutige Frequenz. Meyerhoff und Schlachter /3/ benutzen deshalb eine einzige, "typische" Frequenz. Da dies größere Fehler verursachen kann, soll hier ein genaueres, von Schmiechen /4/ vorgeschlagenes Verfahren benutzt werden. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verwendung von Faltungsintegralen. Diese Methode dürfte jedoch mehr Rechenzeit und Speicherplatz erfordern; möglicherweise würde auch die Erweiterung auf nichtlineare Bewegungsgleichungen Schwierigkeiten bereiten. Das Verfahren von Schmiechen erscheint dagegen für die hier zu behandelnden Probleme besser geeignet. Es wird in /4/ für Kollisionen von Schiffen verwendet und wird im Folgenden zunächst unter Voraussetzung linearer Zusammenhänge zwischen Kräften und Bewegungen auf die nichtperiodische Bewegung von Schiffsquerschnitten an der Wasseroberfläche angewendet.

Gesucht ist die Beziehung zwischen der verallgemeinerten Kraft

$$\underline{f}_{-x} = \begin{pmatrix} \text{Kraft in y-Richtung} \\ \text{Kraft in z-Richtung} \\ \text{Moment um die x-Achse} \end{pmatrix} ,$$

die das Wasser auf den Querschnitt pro Längeneinheit ausübt, und der Relativbewegung zwischen Querschnitt und ungestörtem Wasser

$$\underline{u}_{-x} = \begin{pmatrix} \text{y-Auslenkung des Punktes } K_x = (x,0,0) \text{ auf dem Spant} \\ \text{z-Auslenkung des Punktes } K_x \\ \text{Drehung um die x-Achse} \end{pmatrix} .$$

Als Auslenkung wird hier die y- bzw. z-Koordinate des Vektors vom Nullpunkt des Inertialsystems bis zu dem Punkt K_x (dem Kielpunkt des jeweiligen Spants) zusätzlich einer effektiven "Orbital-Auslenkung" des Wassers bezeichnet.

Bei Rechnungen im Frequenzbereich wird \underline{u}_{-x} als Summe aus mm verschiedenen regelmäßigen Schwingungen mit den komplexen Amplituden $\hat{\underline{u}}_m$ und den Kreisfrequenzen ω_m dargestellt:

$$\underline{u}_{-x} = \sum_{m=1}^{mm} \text{Re}(\hat{\underline{u}}_m e^{i\omega_m t}) . \quad (42)$$

Entsprechend sei die Kraft dargestellt:

$$\underline{f}_{-x} = \sum_{m=1}^{mm} \text{Re}(\hat{\underline{f}}_m e^{i\omega_m t}) . \quad (43)$$

Die komplexen Amplituden $\hat{\underline{f}}_m$ lassen sich durch die hydrodynamische Massenmatrix $M(\omega)$ und die Dämpfungsmatrix $N(\omega)$ darstellen (dies ist in /5/ näher erläutert):

$$\hat{\underline{f}}_m = \left[-\omega_m^2 M(\omega_m) + i\omega_m N(\omega_m) \right] \hat{\underline{u}}_m . \quad (44)$$

Die Beziehungen (42) bis (44) sind für Simulationen nicht geeignet, weil die ω_m bei Simulationen keinen Sinn ergeben. Deshalb werden (42) bis (44) durch die folgende Gleichung ersetzt:

$$\sum_{k=0}^{kk} A_k \underline{u}_{-x}^{(k)} = \sum_{l=0}^{ll} B_l \underline{f}_{-x}^{(l)} \quad (45)$$

Hier bedeutet $\underline{u}_{-x}^{(k)}$ die k-te Ableitung von \underline{u}_{-x} nach der Zeit; entsprechend für $\underline{f}_{-x}^{(l)}$. A_k und B_l sind reellwertige 3x3-Matrizen, die so gewählt werden, daß (45) dieselbe Abhängigkeit zwischen \underline{u}_{-x} und \underline{f}_{-x} beschreibt wie (42) bis (44). kk und ll sind passend zu wählende Obergrenzen der Summen.

Setzt man (42) und (43) in (45) ein, so erhält man:

$$\sum_{k=0}^{kk} A_k \sum_{m=1}^{mm} \operatorname{Re} \left[\hat{u}_{-m} (i\omega_m)^k e^{i\omega_m t} \right] = \sum_{l=0}^{ll} B_l \sum_{m=1}^{mm} \operatorname{Re} \left[\hat{f}_{-m} (i\omega_m)^l e^{i\omega_m t} \right].$$

Nach Vertauschung der Summenbildungen und der Anwendung der Funktion Re , Ersetzen von \hat{f}_{-m} durch die rechte Seite von (44) und Verschieben der Multiplikation mit skalaren Faktoren erhält man aus dieser Gleichung:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{mm} \operatorname{Re} \left\{ e^{i\omega_m t} \left(\sum_{k=0}^{kk} A_k (i\omega_m)^k \right) \hat{u}_{-m} \right\} = \\ & = \sum_{m=1}^{mm} \operatorname{Re} \left\{ e^{i\omega_m t} \left[\sum_{l=0}^{ll} B_l (i\omega_m)^l \right] \left[-\omega_m^2 M(\omega_m) + i\omega_m N(\omega_m) \right] \hat{u}_{-m} \right\}. \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist offenbar für alle t erfüllt, wenn für alle m von 1 bis mm die Beziehung

$$\sum_{k=0}^{kk} A_k (i\omega_m)^k = \left(\sum_{l=0}^{ll} B_l (i\omega_m)^l \right) \left(-\omega_m^2 M(\omega_m) + i\omega_m N(\omega_m) \right) \quad (46)$$

gilt.

Gleichung (46) wird zur Bestimmung der A_k und B_l benutzt. Man könnte sie bei den diskreten Werten ω_m erfüllen. Es wird aber für besser gehalten, sie näherungsweise für alle positiven ω zu erfüllen. Für Rollbewegungen werden insbesondere kleine ω -Werte wesentlich; für Stoßvorgänge sind dagegen große ω entscheidend. Für alle anderen Bewegungen sind vor allem Zwischenwerte von ω wichtig.

Unabhängig von der Querschnittsform läßt sich etwas über die Matrizen A_k und B_l aussagen:

1. Da die Gleichungen (46) homogen sind, kann eine der Matrizen A und B weitgehend beliebig festgesetzt werden. Deshalb wird gefordert:

$$B_0 = E \quad (3 \times 3\text{-Einheitsmatrix}) \quad (47)$$

2. Für ω_m gegen unendlich geht der rechte Faktor der rechten Seite von (46) gegen $-\omega_m^2 M_\infty$; dabei ist M_∞ die Massenmatrix des Querschnitts für den Grenzfall unendlich hoher Frequenz. Damit für diesen Grenzfall linke und rechte Seite von (46) übereinstimmen, muß gelten:

$$kk = ll + 2.$$

3. Für ω_m gegen 0 geht die rechte Seite von (46) gegen 0; damit dasselbe für die linke Seite gilt, muß $A_0 = 0$ (3×3 -Nullmatrix) sein.
4. Für ω_m gegen 0 geht unabhängig von der Querschnittsform $N(\omega_m)$ gegen 0. Damit die durch $i\omega_m$ geteilten rechten und linken Seiten von

(46) beide gegen 0 streben, muß gelten:

$$A_1 = 0 \text{ (3x3-Nullmatrix)}$$

Die Beziehungen (45) und (46) werden daher einfacher nach Umbenennung der Indizes wie folgt geschrieben:

$$\sum_{l=0}^{11} A_{1-x} u_{1-x}^{(1+2)} = \sum_{l=0}^{11} B_{1-x} f_{1-x}^{(1)} \quad (48)$$

$$\sum_{l=0}^{11} A_{1-x} (i\omega)^{1+2} \approx \left(\sum_{l=0}^{11} B_{1-x} (i\omega)^1 \right) \cdot \left(-\omega^2 M(\omega) + i\omega N(\omega) \right) \quad (49)$$

für $0 \leq \omega \leq \infty$.

Die Gleichungen sollen für den Fall $11 = 1$ veranschaulicht werden. Dabei werden (48) und (49):

$$A_0 \ddot{u}_x + A_1 \ddot{u}_x = \underline{f}_x + B_1 \dot{f}_x \quad (50)$$

$$-\omega^2 A_0 - i\omega^3 A_1 \approx (E + i\omega B_1) (-\omega^2 M(\omega) + i\omega N(\omega)) \quad (51)$$

(50) besagt, daß wir die Kraft auf den Querschnitt jetzt nicht aus einer algebraischen Gleichung, sondern aus einer gewöhnlichen Differentialgleichung 1. Ordnung bestimmen müssen. Dies ist kein Problem; dasselbe gilt ja auch z. B. für die Geschwindigkeit des Schiffes, die durch Integration aus der Beschleunigung zu ermitteln ist. Weiter zeigt (50), daß zur Bestimmung der Kraft die Ableitung der Querschnittsbeschleunigung nach der Zeit berechnet werden muß. Wir müssen also die Schiffsposition letztlich nicht durch Integration aus den Beschleunigungen, sondern aus der Zeitableitung der Beschleunigungen bestimmen, oder aus noch höheren Ableitungen, wenn 11 größer als 1 gewählt wird. Auch dies ist nicht schwierig, sondern paßt in das normale Schema der Simulation.

Die Matrizen A_0 , A_1 und B_1 können aus (51) in folgender Weise berechnet werden: Für $\omega \rightarrow \infty$ konvergiert $M(\omega)$ gegen M_∞ . Daher muß gelten, wenn (51) für $\omega \rightarrow \infty$ exakt erfüllt sein soll:

$$A_1 = B_1 M_\infty \quad (52)$$

Weiter können die Koeffizientenmatrizen so gewählt werden, daß (51) bei einer "typischen" Frequenz ω_1 exakt erfüllt ist. Dann folgt aus der Gleichheit der Real- und der Imaginärteile von (51) bei $\omega = \omega_1$:

$$-\omega_1^2 A_0 = -\omega_1^2 (M(\omega_1) + B_1 N(\omega_1)),$$

folglich

$$A_0 = M(\omega_1) + B_1 N(\omega_1). \quad (53)$$

$$-\omega_1^3 A_1 = -\omega_1^3 B_1 M(\omega_1) + \omega_1 N(\omega_1),$$

und nach Elimination von A_1 mit (52):

$$B_1 = \frac{N(\omega_1)}{\omega_1^2} (M(\omega_1) - M_{\infty})^{-1}. \quad (54)$$

Die Gleichungen (54), (53) und (52) können in dieser Reihenfolge zur Berechnung der Matrizen B_1 , A_0 und A_1 bestimmt werden. Anhang 4 führt diese Überlegungen für die Vertikalbewegung eines Lewis-Spants weiter und zeigt, daß mit $ll = 3$ das Verhalten im gesamten Frequenzbereich gut angenähert werden kann. Dies steht im Gegensatz zur Verwendung von Falgungsintegralen, wo auch bei günstigem Verlauf der Funktionen $M(\omega)$ und $N(\omega)$ eine Vielzahl von Koeffizienten der Impuls-Antwort-Funktion benötigt wird.

Es wird vorgeschlagen, für jeden Berechnungsspannt des Schiffes M und N für mehrere Tiefgänge und Krängungswinkel, gegebenenfalls auch für mehrere Kreisfrequenzen ω , zu berechnen; daraus werden A_0 , A_1 , B_1 und gegebenenfalls weitere Matrizen berechnet und gespeichert. Die zu der aktuellen Tauchung und Krängung t_1 , φ_1 des Spants gehörigen Matrizen werden dann im Verlauf der Simulation interpoliert.

Um die Beziehungen (48) bzw. (50) anwenden zu können, muß die "Spantgeschwindigkeit" $\dot{\underline{x}}$, gemessen im x, y, z -System, aus der "Schiffsgeschwindigkeit" $\dot{\underline{\xi}}$ und der Drehbewegung $\underline{\omega}$ des Schiffes (beide gemessen im ξ, η, ζ -System) bestimmt werden. Man findet folgenden Zusammenhang:

$$\dot{\underline{x}} = W(x) \dot{\underline{\xi}} + \text{effektive Orbitalgeschwindigkeit}, \quad (55)$$

wobei $\dot{\underline{\xi}}$ die "verallgemeinerte Schiffsgeschwindigkeit" ist,

$$\dot{\underline{\xi}} = (\dot{\xi}_0, \dot{\eta}_0, \dot{\zeta}_0, \omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta)^T = \begin{pmatrix} \dot{\xi}_0 \\ \underline{\omega} \end{pmatrix} \quad (56)$$

und

$$W(x) = \begin{pmatrix} t_{12} & t_{22} & t_{32} & (t_{32}t_{21} - t_{22}t_{31})x & (t_{12}t_{31} - t_{32}t_{11})x & (t_{22}t_{11} - t_{12}t_{21})x \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} & (t_{33}t_{21} - t_{23}t_{31})x & (t_{13}t_{31} - t_{33}t_{11})x & (t_{23}t_{11} - t_{13}t_{21})x \\ 0 & 0 & 0 & t_{11} & t_{21} & t_{31} \end{pmatrix}.$$

Beweis: Die ersten beiden Komponenten von $\dot{\underline{u}}_{-x}$ (die Translationsgeschwindigkeiten in y- und z-Richtung) ergeben sich aus der 2. und 3. Zeile von

$$T^{-1} \dot{\underline{\xi}} = T^{-1} (\dot{T}\underline{x} + \dot{\underline{\xi}}_0) \quad (58)$$

mit $\underline{x} = (x, 0, 0)^T$. Setzt man hier entsprechend (14) und (15)

$$\dot{T} = \Omega T = \begin{pmatrix} -\omega_\xi t_{21} + \omega_\eta t_{31} & \dots & \dots \\ \omega_\xi t_{11} - \omega_\eta t_{31} & \dots & \dots \\ -\omega_\eta t_{11} + \omega_\xi t_{21} & \dots & \dots \end{pmatrix},$$

folglich

$$\dot{T}\underline{x} = \begin{pmatrix} (-\omega_\xi t_{21} + \omega_\eta t_{31})x \\ (\omega_\xi t_{11} - \omega_\eta t_{31})x \\ (-\omega_\eta t_{11} + \omega_\xi t_{21})x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & t_{31} & -t_{21} \\ -t_{31} & 0 & t_{11} \\ t_{21} & -t_{11} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\xi \end{pmatrix} x$$

$$\text{Mit } T^{-1} = T^T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{21} & t_{31} \\ t_{12} & t_{22} & t_{32} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} \end{pmatrix}$$

folgen die letzten zwei Zeilen von $T^{-1}\dot{T}\underline{x}$ zu

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -t_{22}t_{31} + t_{32}t_{21} & t_{12}t_{31} - t_{32}t_{11} & -t_{12}t_{21} + t_{22}t_{11} \\ -t_{23}t_{31} + t_{33}t_{21} & t_{13}t_{31} - t_{33}t_{11} & -t_{13}t_{21} + t_{23}t_{11} \end{pmatrix}}_P \underline{\omega} x$$

Setzt man dies in (58) ein, so erhält man für die ersten zwei Zeilen von $\dot{\underline{u}}_{-x}$:

$$\begin{pmatrix} t_{12} & t_{22} & t_{32} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_x \\ \underline{\omega} \end{pmatrix} + \text{Orbitalgeschwindigkeit.}$$

Dies entspricht den ersten zwei Zeilen von (57). Die letzte Komponente von $\dot{\underline{u}}_{-x}$ ist die erste Komponente von $T^{-1}\underline{\omega}$, d. h. ist gleich

$$t_{11} \omega_\xi + t_{21} \omega_\eta + t_{31} \omega_\xi$$

Dies entspricht der letzten Zeile von $W(x)$ in (57).

Die Orbitalgeschwindigkeit des Wassers ergibt sich aus dem (32) entsprechenden

Potential ϕ der ungestörten Welle:

$$\phi = \sum_j \text{Re} \left(-i \frac{\omega_j}{k_j} \zeta_j e^{i \epsilon_j} e^{k_j (\zeta + d)} e^{i(\omega_j t - k_j \xi \cos \mu_j + k_j \eta \sin \mu_j)} \right) \quad (58a)$$

Wird die Orbitalgeschwindigkeit an dem Punkt $(x, 0, z_1)$ mit $z_1 =$ mittlere Spantfläche/mittlere Wasserlinienbreite berechnet, so können die reduzierten Amplituden nach (33) auch zur Berechnung der Orbitalgeschwindigkeit verwendet werden. Auch die Anwendung der Korrekturfaktoren r_{j1} , r_{j2} und r_{j3} wie auf Seiten 13 und 16 wird empfohlen. Genauer wäre es zweifellos, die Formeln (42) bis (44) der Veröffentlichung /14/ zu verwenden; ob der größere Rechenaufwand (insbesondere, wenn nicht die Werte für mittlere, sondern für die aktuelle Tauchung des Spants verwendet werden) notwendig ist, soll später geprüft werden.

Ähnlich wie die Geschwindigkeiten müssen auch die "Spantkräfte pro Längeneinheit" \underline{f}_x in die "Schiffskraft" \underline{f}_B und das Drehmoment \underline{d}_B umgerechnet werden. Dies erfolgt nach der Beziehung

$$\begin{pmatrix} \underline{f}_B \\ \underline{d}_B \end{pmatrix} = \int_L V(x) \underline{f}_x dx \quad (59)$$

mit der Matrix

$$V(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -x & 0 \\ x & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \quad (60)$$

\int_L bezeichnet dabei eine Integration über die ganze getauchte Schiffslänge.

Nach (59) können die Radiations- und Diffraktionskräfte ermittelt werden, wenn die Spantkräfte \underline{f}_x bekannt sind. Für nicht fahrende Schiffe folgt \underline{f}_x für jeden Spant aus (48):

$$\sum_{l=0}^{11} A_l \dot{\underline{u}}_{1-x}^{(l+1)} = \sum_{l=0}^{11} B_l \underline{f}_{1-x}^{(l)} \quad (61)$$

Ist jedoch am Spant eine Längsgeschwindigkeit v_x in x-Richtung vorhanden, so muß die Ableitung $(l+1)$ auf der linken Seite von (61) als substantielle Ableitung interpretiert werden, also z. B.

$$\dot{\underline{u}}_{1-x}^{(l)} = \left(\frac{\partial}{\partial t} - v_x \frac{\partial}{\partial x} \right) \underline{u}_{1-x} \quad (62)$$

Dies folgt für das Glied mit $l = 0$ aus der üblichen Streifenmethode (vgl. etwa /9/). Wie bei den höheren Gliedern und auf der rechten Seite von (61) vorzugehen ist, ist nicht ganz offensichtlich; ohne Beweis wird hier aus Analogie angenommen, daß auch bei diesen Termen die substantiellen Ableitungen zu nehmen

sind. In jedem Fall handelt es sich hierbei um kleinere Abweichungen an kleinen Korrekturgliedern. Außerdem zeigt die Streifenmethode, daß die Ableitungen bei v_x ungleich 0 auch auf die hydrodynamische Masse und Dämpfung mit zu erstrecken sind. Demnach tritt an Stelle von (61) bei v_x ungleich 0 die Gleichung

$$\sum_{l=0}^{11} (A_{1-x} \dot{u}_x)^{(l+1)} = \sum_{l=0}^{11} (B_{1-x} \dot{f}_x)^{(l)} \quad , \quad (63)$$

wobei die hochgestellten, eingeklammerten Symbole als substantielle Ableitungen zu interpretieren sind.

Die bei der Bildung der substantiellen Ableitungen vorkommende Relativgeschwindigkeit v_x zwischen Spant und vom Schiff ungestörtem Wasser, genauer die Komponente dieser Geschwindigkeit in x-Richtung, kann näherungsweise wie folgt ermittelt werden, wenn die Orbitalgeschwindigkeit vernachlässigt wird:

$$v_x = 1. \text{ Komponente von } T^{-1} \dot{\underline{\xi}} = t_4^T \dot{\underline{\xi}} = t_4^T (\dot{T}x + \dot{\underline{\xi}}_0).$$

Setzt man für x als Näherung den Spantbezugspunkt $(x,0,0)^T$ an, so wird

$$v_x = t_4^T \left(\Omega T \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{\underline{\xi}}_0 \right) = t_4^T \Omega t_4 x + t_4^T \dot{\underline{\xi}}_0.$$

Der erste Summand ist gleich 0. Beweis: Aus (14) ergibt sich

$$t_4^T \Omega t_4 = -t_{11} t_{21} \omega_\xi + t_{31} t_{11} \omega_\eta + t_{21} t_{11} \omega_\zeta - t_{31} t_{21} \omega_\xi - t_{31} t_{11} \omega_\eta + t_{21} t_{31} \omega_\zeta = 0$$

Daher wird

$$v_x = t_4^T \dot{\underline{\xi}}_0 \quad (64)$$

Genauer wäre es, hierbei die x-Komponente der Orbitalgeschwindigkeit der Welle zu beachten; eventuell sollte als Bezugspunkt auch nicht der Punkt $(x,0,0)$ des Spants, sondern der Flächenschwerpunkt genommen werden. Es ist zu prüfen, ob solche Verfeinerungen notwendig sind.

Für $l = 0$ geht (63) in die Gleichung

$$\frac{D}{Dt} \left\{ \left[M(\omega_1) + \frac{N^2(\omega_1)}{\omega_1^2} (M(\omega_1) - M_\infty)^{-1} \right] \dot{u}_x \right\} = \dot{f}_x \quad (65)$$

über; dabei bedeutet D/Dt die substantielle Ableitung. Betrachtet man nur die

Tauchbewegung und vernachlässigt den 2. Summanden in der eckigen Klammer, so erhält man die bekannte Gleichung

$$\frac{D}{Dt}(m_{33}(\omega_1)\dot{u}_{xz}) = f_{xz} . \quad (66)$$

Diese Gleichung hat sich auch bei stark nichtlinearen Vorgängen, insbesondere bei Stößen von Spanten auf die Wasseroberfläche, bewährt. Allerdings muß dann für m_{33} die bei der jeweiligen Tauchung des Spants vorhandene, nach den üblichen Methoden für kleine harmonische Bewegungen berechnete hydrodynamische Masse angesetzt werden und nicht etwa die hydrodynamische Masse bei mittlerer Tauchung des Spants. In /6/ ist eine Diskussion dieser Vorgehensweise enthalten. Sie wird auch in /10/ zur Berechnung nichtlinearer Seegangskräfte im Zusammenhang mit einer Simulation der Tauch- und Stampfbewegung benutzt. Eine Schwierigkeit bei der Anwendung der Gleichung ist die richtige Wahl von ω_1 . Diese Schwierigkeit entfällt jedoch bei der Benutzung der allgemeineren Gleichung (63).

Einen Einwand gegen (66) bringt Rostovtsev /7/; er hält es für richtiger, bei der Entwicklung von (66) in Einzelterme einige Glieder mit 1/2 zu multiplizieren. Dieser Einwand wird verständlich, wenn man die dynamischen Terme in der Bernoulli-Gleichung,

$$p = -\frac{1}{2}\rho(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) - \rho\phi_t ,$$

in Form der substantiellen Ableitung des Potentials ϕ nach der Zeit schreibt:

$$p = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{D}{Dt}\right)\rho\phi . \quad (67)$$

Führt man diesen Gedankengang weiter, so ergibt sich, daß zwar einige Glieder in (66) mit 1/2 zu multiplizieren sind; allerdings muß dann die Veränderung der Wasserspiegelhöhe durch den eintauchenden Spant berücksichtigt werden. Um die Komplikationen, die mit einer gesonderten Bestimmung der Hebung des Wasserspiegels verbunden sind, zu vermeiden, wird hier vorgeschlagen, zunächst die Gleichung (63), gegen die derselbe Einwand gilt, beizubehalten. Das Entsprechende tut übrigens auch Rostovtsev bei seinen numerischen Berechnungen.

Unbedingt notwendig ist jedoch eine Korrektur von (63) für den Fall, daß die Spanten nicht ein-, sondern austauschen: Da beim Austausch des Querschnitts der Impuls des Wassers nicht oder kaum wieder an den Querschnitt abgegeben wird, sind die durch hochgestellte, eingeklammerte Symbole in (63) bezeichneten Ableitungen umzuinterpretieren als $D+/Dt$. Damit ist Folgendes gemeint: Bei der Anwendung auf \dot{u}_x ist

$$\frac{D+}{Dt} = \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \quad . \quad (68)$$

Bei der Anwendung auf A_1 ist zu unterscheiden zwischen den Anteilen, die durch $\partial/\partial t$ verursacht sind, und den Anteilen infolge des Gliedes $v_x \partial/\partial x$. Die ersten Anteile werden gleich 0 gesetzt, wenn der Querschnitt aus- statt eintaucht. Als Kennzeichen dafür kann das Vorzeichen des "mittleren" Gliedes in der 2. Zeile und 2. Spalte von A_0 (die hydrodynamische Masse bei Tauchbewegung) dienen: Falls die partielle zeitliche Ableitung dieses Gliedes negativ ist, wird in $D+/Dt(A_1)$ die Ableitung $\partial A_1/\partial t$ zu Null angesetzt. Für das letzte Glied $v_x \partial A_1/\partial x$ wird dagegen so vorgegangen, wie es sich bei Manövrieruntersuchungen /12/ und bei der Berechnung von Quer-, Gier- und Rollbewegungen /11/ bewährt hat: Es wird eine x-Koordinate definiert, bis zu der die Längsintegration (59) durchgeführt wird. Diese Grenze sollte unmittelbar vor den Stellen liegen, wo sich die Querschnittskennwerte plötzlich verkleinern; d. h. für die Horizontalkräfte vor Vorkante Schraubenbrunnen bzw. Hinterkante Totholz; für die Vertikalkräfte unmittelbar vor dem Spiegelheck bzw., falls kein Spiegelheck eintaucht, bis zum Hinterende des Schiffes. Das bedeutet, daß bei einer allmählichen Verringerung der Werte A_1 in Schiffslängsrichtung keine Strömungsablösung angenommen wird, wohl aber bei einer plötzlichen starken Verringerung.

Zu den bisher behandelten Kraftanteilen an \underline{f}_B und \underline{d}_B kommen noch weitere Anteile hinzu:

1. Der Längswiderstand des Schiffes (in x-Richtung). Er kann aus der Längsgeschwindigkeit $\underline{\dot{\xi}}_0^T$ des Schiffes nach systematischen Widerstandsversuchsreihen oder Regressionsformeln ermittelt werden. Programme z. B. für die Verfahren nach Auf'm Keller und Holtrop und Mennen liegen vor. Es erscheint ausreichend, mit den Daten (z. B. benetzte Oberfläche, Völligkeiten) des Unterwasserschiffes in ruhigem Wasser statt mit denen der jeweiligen Schwimmlage zu arbeiten.
2. Die Längskraft $-m_{11} \cdot$ Längsbeschleunigung (in x-Richtung). Die Längsbeschleunigung kann als diejenige des Punktes K, d. h. $\underline{\dot{\xi}}_0^T$, angesetzt werden; für m_{11} dürfte eine grobe Näherung, z. B. nach /13/

$$m_{11} = 2.7g \nabla \left(\sqrt[3]{\nabla/L} \right)^2 ,$$

ausreichen. Darin ist L die Lotlänge, ∇ die Verdrängung. Es dürfte ausreichen, auch hier die mittlere Verdrängung anzusetzen und die Orbitalbeschleunigung des Wassers zu vernachlässigen.

3. Der Querwiderstand der einzelnen Schiffsquerschnitte. Er kann etwa nach der folgenden Formel bestimmt werden:

$$\text{Anteil an } \begin{pmatrix} \frac{f}{-B} \\ \frac{d}{-B} \end{pmatrix} = \int_L \left(-\text{sign}(v)V(x) \frac{1}{2} \rho v^2 c_D d \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ -\sin \varphi \end{pmatrix} \right) dx \quad (69)$$

mit v = Geschwindigkeit des Spants in η_1 -Richtung (vgl. Bild 1) minus Komponente der Orbitalgeschwindigkeit des Wassers in η_1 -Richtung am Bezugspunkt K_x des jeweiligen Spants. Eventuell kann die Orbitalgeschwindigkeit vernachlässigt werden. d bezeichnet in (69) den größten Tiefgang des Spants, gemessen senkrecht zu η_1 bis zur jeweiligen Wasserlinie ζ_w oder näherungsweise ζ_{w1} . Die Formel geht von der Annahme aus, daß der Angriffspunkt der Horizontalkraft etwa auf halbem Tiefgang liegt. Bei starker Krängung, wenn die Kimm wesentlich tiefer als K_x liegt, oder bei Spanten, die nicht bis zur Kiellinie reichen, sind möglicherweise Korrekturen an dem Glied $d/2$ in Formel (69) nötig. Bei Berechnungen des Manövrierverhaltens haben sich Widerstandsbeiwerte c_D zwischen 0.8 und 1.0 bewährt.

Korrektur des Wasserdrucks auf das Wetterdeck

Wenn das Wetterdeck zeitweilig oder - etwa im Leckfall - ständig überflutet wird, kann der Wasserspiegel über dem Deck wesentlich von der Höhe der ungestörten Welle abweichen. In dem Fall sind Korrekturen der bisher angegebenen Methoden zur Berechnung der Kräfte auf das Schiff erforderlich. Bei starken Krängungen oder starker Vertrimmung wird das Wasser allerdings so schnell vom Deck ablaufen, daß keine Korrekturen nötig sind. Bei schwach geneigtem Wetterdeck können die Wasserbewegungen dagegen nach denselben Methoden behandelt werden, die im folgenden Kapitel für Tanks und Leckräume beschrieben werden. Der Unterschied zwischen Deck und Leckraum besteht nur in der Größe der "Außenhautbeschädigungen": Beim Leckraum handelt es sich um einzelne Löcher, beim Wetterdeck um ein völliges Fehlen der seitlichen Begrenzungswände, wenn das Schiff kein Schanzkleid hat.

Flüssigkeitsdruck auf teilgefüllte Tanks und Leckräume

Tanks und Leckräume können hydrostatisch, d. h. ohne Beachtung der Flüssigkeitsbeschleunigungen, behandelt werden, wenn die unterste Eigenfrequenz des Tanks wesentlich unter dem Frequenzbereich der Schiffsbewegungen liegt.

Die unterste Eigenkreisfrequenz ω_T eines quaderförmigen Tanks bei Anregung durch Rollbewegungen des Schiffes ist dadurch gekennzeichnet, daß die Wellenlänge λ der Flachwasserwellen, die diese Kreisfrequenz ω_T haben, gleich der doppelten Tankbreite b ist:

$$2b = \lambda = 2\pi/k \tag{70}$$

Die Wellenzahl k gehorcht der Gleichung

$$\omega_T^2/g = k \tanh(kh) , \tag{71}$$

wenn h die Füllhöhe des Tanks ist. Vorausgesetzt ist hierbei eine geringe Amplitude der Flüssigkeitsbewegung und ein horizontaler Tankboden; als Abschätzung sind die Formeln aber auch für große Amplituden und etwas geneigten Tankboden geeignet.

Aus (70) und (71) folgt die längste Eigenperiode eines Tanks der Breite b und der Füllhöhe h für Querbewegungen des Wassers zu

$$T = \frac{2\pi}{\omega_T} = \frac{2\pi}{\sqrt{gk \tanh(kh)}} = 2\sqrt{\frac{\pi b}{g \tanh(\pi h/b)}} \tag{72}$$

Die folgende Tabelle veranschaulicht diese Formel.

	Füllhöhe/Tankbreite b			
	0.05	0.10	0.20	0.50
$b = 7 \text{ m}$	7,58	5.42	4.01	3.13
10 m	9.06	6.48	4.79	3.74
15 m	11.10	7.93	5.87	4.58

Größte Eigenperiode von quaderförmigen Tanks der Breite b bei verschiedener Füllhöhe [s]

Die größte Eigenperiode für Längsbewegungen des Tankinhalts erhält man, indem man für b die Tanklänge einsetzt.

Die Tabelle zeigt, daß für die meisten Tanks und Leckräume die größte Eigenperiode wesentlich kürzer als die Rollperiode und selbst als die Tauch- und Stampf-

periode ist, so daß viele Tanks und Leckräume hydrostatisch behandelt werden können. In dem Fall wird empfohlen, für die betreffenden Räume ähnlich wie für die Längenabschnitte des Schiffes abhängig von Füllmenge, Krängungswinkel und - bei sehr langen Tanks oder Leckräumen - abhängig vom Trimmwinkel die Lage des Flüssigkeitsschwerpunkts, z. B. mit Hilfe des Programms Archimedes, zu berechnen und zu speichern. Während der Simulation wird die Schwerpunktlage dann für die aktuelle Flüssigkeitsmenge und die Lage des Schiffes interpoliert.

In Fällen, in denen dies nicht genau genug ist, wird die Füllhöhe wesentlich kleiner als die horizontale Erstreckung des Raumes sein. Deshalb können in solchen Fällen zur Berechnung der Flüssigkeitsbewegungen sicher Flachwasser-Gleichungen benutzt werden. Sie setzen voraus, daß die Wassergeschwindigkeit unabhängig von der Höhenkoordinate angesetzt werden kann. (Ohne diese Voraussetzung würde die Berechnung auch um Größenordnungen länger dauern.)

Die Flachwasser-Bewegungsgleichungen werden im schiffsfesten Koordinatensystem x, y, z angeschrieben. Die Geschwindigkeiten $u(x, y)$ in x -Richtung und $v(x, y)$ in y -Richtung sind, im Gegensatz zu den vorherigen Abschnitten, jetzt relativ zur Bewegung des Schiffes und damit der Raumwände, nicht relativ zum Inertialsystem, aufzufassen. $h(x, y)$ ist die Höhe der Flüssigkeitsoberfläche, gemessen in z -Richtung, über dem Tankboden.

Die Inkompressibilität der Flüssigkeit bewirkt, daß die Flüssigkeitsmenge $h \, dx \, dy$, die sich über dem Flächenelement $dx \, dy$ befindet, sich zeitlich verändert entsprechend dem Netto-Zufluß zu diesem Flächenelement in x -Richtung, $\frac{\partial}{\partial x}(uh) \, dx \, dy$, und dem Nettozustrom in y -Richtung, $\frac{\partial}{\partial y}(vh) \, dx \, dy$:

$$\dot{h} \, dx \, dy + \frac{\partial}{\partial x}(uh) \, dx \, dy + \frac{\partial}{\partial y}(vh) \, dx \, dy = 0,$$

folglich

$$\dot{h} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = 0. \quad (72)$$

Die Beziehungen zwischen Kräften und Bewegungen der Flüssigkeit sollen aus den Lagrange-Gleichungen für die ungedämpfte (reibungsfreie) Bewegung,

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial \ell}{\partial \dot{x}_k} \right) - \frac{\partial \ell}{\partial x_k} = 0, \quad \frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial \ell}{\partial \dot{y}_k} \right) - \frac{\partial \ell}{\partial y_k} = 0, \quad k = 1 \text{ bis } kk, \quad (73)$$

bestimmt werden. Dabei bedeuten:

x_k, y_k : Schiffsfeste Koordinaten des k -ten Flüssigkeitsteilchens der Masse m_k
 ℓ : Lagrange-Funktion, d. h. Differenz zwischen kinetischer und potentieller

Energie der Flüssigkeit:

$$\ell = e_{\text{kin}} - e_{\text{pot}} \quad (74)$$

Die potentielle Energie der Flüssigkeit im Schwerfeld ist

$$e_{\text{pot}} = \sum_{k=1}^{kk} -m_k g \zeta_k \quad (75)$$

Darin bedeutet ζ_k die Höhe des Flüssigkeitsteilchens im Inertialsystem:

$$\zeta_k = t_3 x_k + \zeta_0 = t_3 \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_T - h(x_k, y_k) \end{pmatrix} + \zeta_0 \quad (76)$$

z_T ist die Höhe des Tankbodens; sie wird hier als unabhängig von x und y vorausgesetzt. Eine Ergänzung für schräge oder gekrümmte Tankböden wäre leicht möglich.

Gleichung (76) ist für ein Teilchen k an der Oberfläche der Flüssigkeit angeschrieben worden; für weiter unten liegende Teilchen ist ζ_k größer. In der Lagrange-Gleichung kommen nur die Ableitungen der potentiellen Energie nach x_k , y_k , \dot{x}_k und \dot{y}_k vor. Diese Ableitungen sind nun für Flüssigkeitsteilchen an der Oberfläche und weiter unten dieselben, und zwar so groß, wie sich aus den Ableitungen von (76) ergibt. Das folgt daraus, daß sich nur Teilchen an der Oberfläche ohne Verschiebungen aller anderen Teilchen bewegen lassen, und zwar auch dort nur in der Flüssigkeitsoberfläche, ohne die Kontinuitätsgleichung zu verletzen. Eine Verschiebung weiter unten liegender Flüssigkeitsteilchen würde Verschiebungen und damit Änderungen der potentiellen Energie benachbarter Flüssigkeitsteilchen mit bewirken.

Aus (76) folgt:

$$\frac{\partial}{\partial \dot{x}_k} e_{\text{pot}} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial x_k} e_{\text{pot}} = -m_k g (t_{31} - t_{33} h_x) \quad (77)$$

Hier und im Folgenden bezeichnen Indexe x und y partielle Ableitungen nach x_k bzw. y_k

Die kinetische Energie der Flüssigkeit ist

$$e_{\text{kin}} = \sum_{k=1}^{kk} \frac{1}{2} m_k [(u + u_0)^2 + (v + v_0)^2 + (w + w_0)^2] \quad (78)$$

In (78) bedeuten

u, v, w : Geschwindigkeiten des Flüssigkeitsteilchens relativ zum Tank in x - bzw. y - bzw. z -Richtung. Sie hängen von k ab; der Index k ist zur Vereinfachung der Schreibweise fortgelassen.

u_0, v_0, w_0 : Geschwindigkeit des Tanks an der Stelle x_k, y_k, z_T relativ zum Inertialsystem, und zwar die x - bzw. y - bzw. z -Komponente dieser Geschwindigkeit. Auch hier wurde der Index k weggelassen.

Die Geschwindigkeit w kann, im Gegensatz zu u und v , nicht aus den Lagrange-Gleichungen bestimmt werden, sondern folgt aus

$$z = z_T - h(x_k, y_k, t): \quad (79)$$

$$w = -uh_x - vh_y - \dot{h} \quad (80)$$

Da nur für flaches Wasser gerechnet wird, ist w wesentlich kleiner als u und v ; deshalb soll in (78) das Glied w^2 vernachlässigt werden. Zusammen mit (80) erhält man dann aus (78):

$$e_{kin} = \sum_{k=1}^{kk} \frac{1}{2} m_k \left[(u+u_0)^2 + (v+v_0)^2 + w_0(w_0 - 2uh_x - 2vh_y - 2\dot{h}) \right] \quad (81)$$

Daraus folgen die Ableitungen von e_{kin} zu

$$\frac{\partial}{\partial \dot{x}_k} e_{kin} = \frac{\partial}{\partial u} e_{kin} = m_k (u + u_0 - w_0 h_x)$$

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial}{\partial u} e_{kin} \right) = m_k \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) (u + u_0 - w_0 h_x) \quad (82)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} e_{kin} = m_k \left[(u+u_0) u_{0x} + (v+v_0) v_{0x} + w_0 w_{0x} - w_{0x} (uh_x + vh_y + \dot{h}) \right. \\ \left. - w_0 (uh_{xx} + vh_{xy} + \dot{h}_x) \right] \quad (83) \end{aligned}$$

Setzt man die Ableitungen von e_{kin} und e_{pot} in (73) ein, so heben sich einige Glieder, und man erhält schließlich:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + uu_x + vv_y = -v(u_{0y} - v_{0x} + h_y w_{0x} - h_x w_{0y}) \\ + u_0 u_{0x} + v_0 v_{0x} + w_0 w_{0x} - w_{0x} \dot{h} \\ - \dot{u}_0 \\ + g t_{31} - h_x (g t_{33} - \dot{w}_0) \quad (84) \end{aligned}$$

Die linke Seite von (84) ist die lokale und die konvektive Beschleunigung des Flüssigkeitsteilchens in dem bewegten Bezugssystem x, y, z ; die erste Zeile der rechten Seite ist die Coriolis-Beschleunigung, die zweite Zeile die Zentrifugalbeschleunigung, die dritte die lokale Beschleunigung des Tanks, die vierte der Einfluß der Erdbeschleunigung in x - und in z -Richtung zusammen mit dem Einfluß der lokalen Beschleunigung des Bodens in z -Richtung.

Aus dem zweiten Teil der Gleichung (73) folgt die entsprechende Gleichung für die Flüssigkeitsbeschleunigung in y -Richtung:

$$\begin{aligned} \dot{v} + v v_y + u v_x = & -u(v_{0x} - u_{0y} + h_x \omega_{0y} - h_y \omega_{0x}) \\ & + v_0 v_{0y} + u_0 u_{0y} + \omega_0 \omega_{0y} - \omega_{0y} \dot{h} \\ & - \dot{v}_0 \\ & + g t_{32} - h_y (g t_{33} - \dot{\omega}_0) \end{aligned} \quad (85)$$

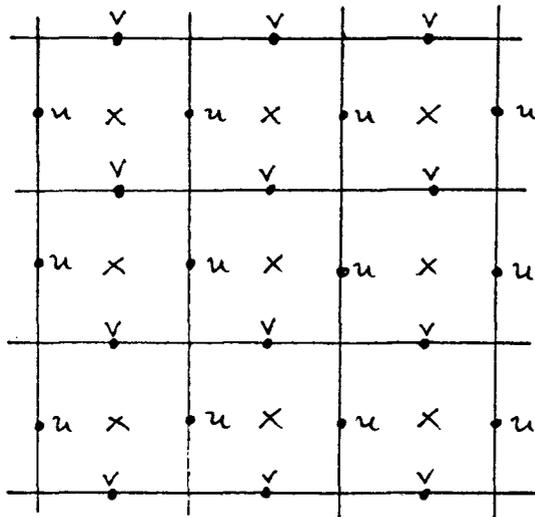
Die Geschwindigkeiten u_0, v_0, w_0 des Tanks an einer Stelle \underline{x} folgen aus dem Transformationsgesetz (1) zu

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} = \dot{T} \underline{x} + \underline{\dot{\xi}}_0 \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} = \ddot{T} \underline{x} + \underline{\ddot{\xi}}_0 \quad ; \quad (86) \quad (87)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} = \dot{T} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\dot{t}}_4 \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} = \underline{\dot{t}}_5 \quad . \quad (88) \quad (89)$$

Die Gleichungen (72), (84) und (85) können zusammen mit der Bewegung des Schiffes durch Integration über der Zeit (Simulation) nach einem Differenzverfahren gelöst werden. Für Probleme dieser Art hat es sich bewährt, h, u und v in einem fest mit dem Tank verbundenen Rechteckgitter entspr. Bild 2 zu bestimmen /15/. Als Randbedingungen können - zunächst - feste Wände angesetzt werden, d. h. $u = 0$ an Querwänden im Schiff und $v = 0$ an Längswänden.

Bei flacher Flüssigkeit oder hoher Geschwindigkeit können in der Flüssigkeit Wassersprünge (Schwallbildung) auftreten; dann versagt die übliche numerische Integration der Differenzgleichungen wegen Instabilität. In /16/ wird gezeigt, daß man auch in diesen Fällen nach Glimms Methode zuverlässige Lösungen erhalten kann. Allerdings wird in /16/ nur der Fall einer Bewegung der Flüssigkeit in einer Richtung statt wie hier in 2 Richtungen behandelt, und



- v: Stellen, an denen v zur Zeit 0, 2 Δt , 4 Δt usw. zu bestimmen ist
- u: Stellen, an denen u zur Zeit 0, 2 Δt , 4 Δt usw. zu bestimmen ist
- x: Stellen, an denen h zur Zeit Δt , 3 Δt , 5 Δt usw. zu bestimmen ist

Bild 2: Bestimmung der Flüssigkeitsbewegungen in Tanks und Leckräumen nach einem Differenzen-

man muß in dem Fall von erheblich längeren Rechenzeiten ausgehen. Die Erweiterung der Methode für 2-dimensionale Flüssigkeitsbewegung erfordert auch noch einige theoretische Weiterentwicklungen, die aber nicht besonders schwierig sein dürften.

Ganz grob läßt sich Glimms Methode wie folgt beschreiben:

1. Man berechnet für einen Zeitschritt Δt die Beschleunigungen \dot{u} und \dot{v} aus den Gleichungen (72), (84) und (85) unter Weglassen der konvektiven Glieder aus (84) und (85) nach dem Differenzenverfahren; man erhält dann u und v.
2. Man wählt eine neue Netzeinteilung, die gegenüber der mittleren Teilung um einen zufälligen Betrag in x- und y-Richtung verschoben ist. Die Verschiebungen sind gleichverteilt zwischen $- 1/2$ Netzweite und $+ 1/2$ Netzweite anzusetzen. Die Randbedingungen werden ebenfalls an den verschobenen Grenzen des Berechnungsgebietes statt an den exakt richtigen erfüllt.
3. Man setzt als Näherungslösung zu der jeweiligen Zeit stückweise über jeweils ein Flächenelement des Netzwerks konstante Werte für u, v und h an.
4. Man berücksichtigt jetzt die konvektiven Glieder, indem man die rechten Seiten der Gleichungen (84) und (85) Null setzt und die verbleibenden einfachen Gleichungen (das "Dammbruchproblem") nach analytischen Formeln behandelt. Der gewählte Zeitschritt muß so klein sein, daß sich die Wirkungen der einzelnen "Dammbrüche" an den Elementgrenzen nicht überdecken. Anschließend wird die Rechnung bei 1 weitergeführt.

Wenn der Tank z. B. in x-Richtung so kurz ist, daß keine wesentlichen Flüssigkeitsbewegungen zu erwarten sind, ist (84) wegzulassen, und (85) vereinfacht sich zu

$$\dot{v} + v v_y = v_o v_{oy} + \omega_o \omega_{oy} - \omega_{oy} \dot{h} - \dot{v}_o + g t_{32} - h_y (g t_{33} - \dot{w}_o) \quad (90)$$

Diese Gleichung wurde für den Spezialfall, daß der Tank um einen festen Punkt mit harmonischer Zeitabhängigkeit Drehschwingungen ausführt, programmiert und numerisch untersucht (Anhang 1). Dabei zeigte sich, daß die Rechnung ohne Anwendung des Glimm-Verfahrens konvergierte, solange der Tankboden nicht austauchte und die Erregerfrequenz deutlich unterhalb der untersten Tankeigenfrequenz lag. Sobald der Tankboden stellenweise austauchte, wurde die Rechnung instabil. Dann ist das Glimm-Verfahren anzuwenden, wenn nicht das später beschriebene vereinfachte Verfahren ausreicht.

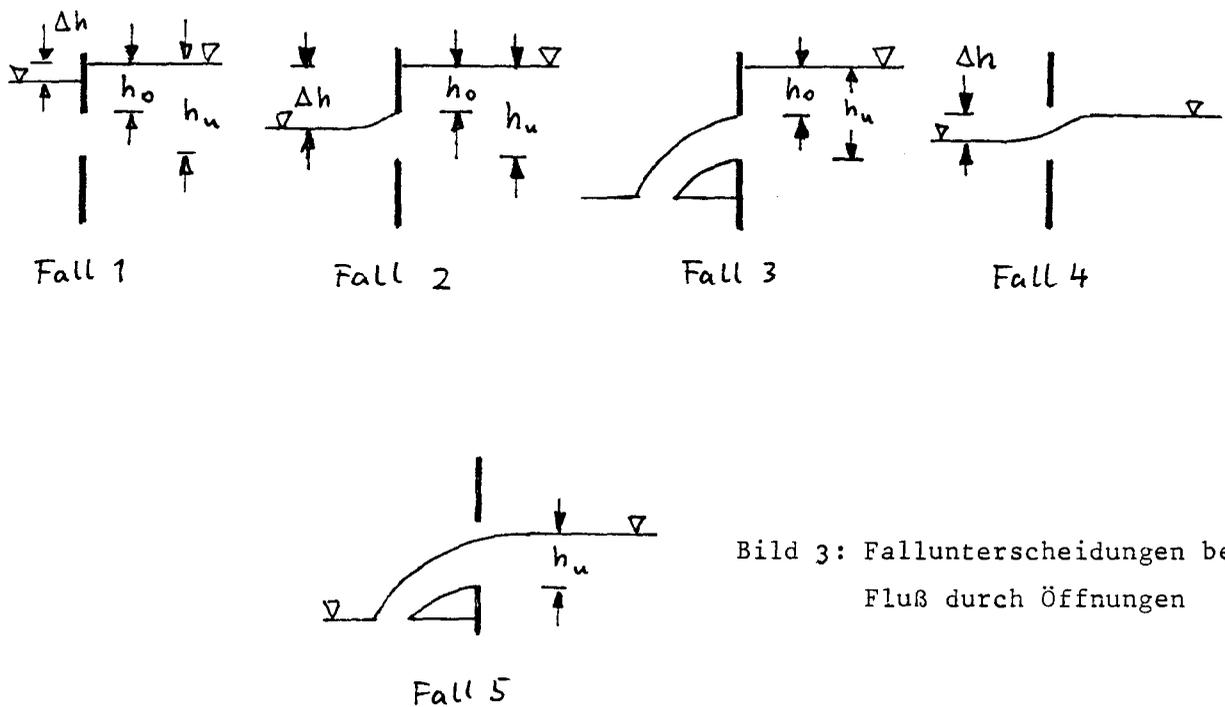


Bild 3: Fallunterscheidungen beim Fluß durch Öffnungen

Bei Leckräumen ist der Zu- und Abfluß von Leckwasser durch Öffnungen zu beachten. Dabei lassen sich die 5 in Bild 3 dargestellten Fälle unterscheiden. In jedem Fall kann der höhere Wasserstand im Leckraum oder auch außerhalb des Schiffes sein. Im Folgenden werden rechteckige Öffnungen vorausgesetzt; andere Formen lassen sich jedoch ebenfalls leicht berücksichtigen.

Es bedeuten:

Δh : Höhendifferenz zwischen Innen- und Außenwasserspiegel (größer oder gleich 0),

h_o : Vertikaler Abstand des höheren Wasserspiegels von Oberkante Öffnung,

h_u : Vertikaler Abstand des höheren Wasserspiegels von Unterkante Öffnung.

Man kann voraussetzen, daß die Schiffsbewegungen so langsam sind, daß instationäre Vorgänge bei der Strömung durch die Öffnungen vernachlässigbar sind. Nach gängiger Praxis, vgl. etwa /17/, berechnet man das Durchflußvolumen pro Zeiteinheit Q , indem man als Strömungsgeschwindigkeit senkrecht zu einem Flächenelement der Öffnung die Fallgeschwindigkeit

$$\sqrt{2gh}$$

ansetzt, wobei h der kleinere Wert aus Δh und der Höhe des jeweiligen Flächenelements unter dem höheren Wasserspiegel ist. Wegen der Strahleinschnürung und - in kleinem Maße - wegen Reibungseinflüssen wird der so berechnete Durchfluß mit einer Ausflußzahl μ multipliziert. Diese hängt etwas von der Form der Öffnung, vor allem der Abrundung im Bereich des Zustroms zur Öffnung, und von dem jeweiligen Fall nach Bild 3 ab. Mit dem Ansatz

$$\mu = 0.6$$

macht man jedoch bei scharfkantigen Öffnungen keine wesentlichen Fehler.

Bezeichnen b die Breite des rechteckigen Loches, β die Neigung der Wand, in der sich das Loch befindet, gegenüber der Vertikalen, und

$$a = \mu b \sqrt{2g} / \cos \beta,$$

so erhält man für die 5 Fälle nach Bild 3 folgende Ausflußvolumen pro Zeiteinheit:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall 1: } Q &= \pm a \sqrt{\Delta h} (h_u - h_o) \\ \text{Fall 2: } Q &= \pm a \sqrt{\Delta h} (h_u - \Delta h) \pm a \cdot \frac{2}{3} (\Delta h^{3/2} - h_o^{3/2}) \\ \text{Fall 3: } Q &= \pm a \cdot \frac{2}{3} (h_u^{3/2} - h_o^{3/2}) \\ \text{Fall 4: } Q &= \pm a \cdot \frac{2}{3} \Delta h^{3/2} \\ \text{Fall 5: } Q &= \pm a \cdot \frac{2}{3} h_u^{3/2} \end{aligned} \right\} (91)$$

Das Vorzeichen ist danach zu wählen, ob der Wasserstand im Leckraum höher oder niedriger als außenbords ist. Es dürfte ausreichen, für β den mittleren statt des jeweiligen Neigungswinkels einzusetzen. Bei schwachen Schiffsbewegungen und tief liegenden Öffnungen können auch für h_u und h_o Mittelwerte angesetzt werden.

Aus Q ergibt sich die Randbedingung im Bereich einer Öffnung der Außenhaut: Ist die Öffnung klein, so wird bei einem Gitterpunkt entspr. Bild 2, in des-

sen Nähe sich das Loch befindet, eine Geschwindigkeit

$$v = Q/(\Delta x \cdot h) \quad (92)$$

angesetzt, wobei Δx die Gitterweite in x -Richtung ist. Bei größeren Öffnungen müssen entsprechende Werte für v an mehreren Gitterpunkten angesetzt werden.

Um die Kräfte zu berechnen, die die bewegte Flüssigkeit auf das Schiff ausübt, ist der Druck am Tank- oder Leckraumboden, vermindert um den Luftdruck an der Flüssigkeitsoberfläche, zu bestimmen. Diese Druckdifferenz ergibt sich aus der Bernoulli-Gleichung zu

$$p = \rho g (\zeta_{\text{Boden}} - \zeta_{\text{Oberfläche}}) - (\phi_{\text{Boden}} - \phi_{\text{Oberfläche}})'_t .$$

Dabei bezeichnet ϕ das Potential, dessen Ableitungen die Geschwindigkeit der Flüssigkeit im Inertialsystem angeben. Daher ist

$$\phi_{\text{Boden}} - \phi_{\text{Oberfläche}} = (w_0 + \frac{1}{2} w)h .$$

Damit wird der Druck

$$p = \rho g t_{33} h - [(w_0 + w/2)h]_t . \quad (93)$$

Der Index t bezeichnet hier partielle Ableitungen nach der Zeit.

Der mittlere Druck auf eine Seitenwand des quaderförmigen Raumes ist halb so groß wie der Wert nach (93).

Ruderkraft

Die Ruderkraft kann wie in /12/ beschrieben berechnet werden. Diese Berechnung erfolgt zunächst nach der Methode der tragenden Linie. Dabei wird die Anströmung des Ruders aus dem Nachstrom des Schiffes und dem Propellerstrahl unter Berücksichtigung der Strahlkontraktion und der endlichen Breite des Propellerstrahls bestimmt. Der Einfluß des Schiffskörpers über dem Ruder bzw. der Wasseroberfläche wird nach dem Spiegelungsprinzip erfaßt. Zu der nach der Methode der tragenden Linie bei Linearisierung bezüglich des Anstellwinkels berechneten Kraft wird ein weiterer Anteil addiert, der quadratisch von der Geschwindigkeit des ungestörten Wassers quer zum Ruder abhängt. Der Einfluß des Schiffskörpers vor dem Ruder auf den Ruderanstellwinkel und den Ruderauftrieb wird durch Überschlagsformeln berücksichtigt. Fortran-Unterprogramme für diese Berechnungen liegen vor.

Gegenüber den Berechnungen ohne Seegang sind jedoch folgende Änderungen nötig bzw. empfehlenswert:

1. Die aus (58a) folgende Längskomponente der Orbitalgeschwindigkeit der Welle sollte berücksichtigt werden.
2. Die Krängung des Schiffes ist zu beachten.
3. Viele in /12/ als zeitlich konstant angenommene Größen, z. B. auch die getauchte Ruderfläche, sind jetzt zeitlich veränderlich. Um mit möglichst geringer Rechenzeit auszukommen, sind daher einige Berechnungen (z. B. die nach der Methode der tragenden Linie) vorab für verschiedene Tauchungen des Ruders vorzunehmen. Während der Simulation wird zwischen diesen Ergebnissen interpoliert.

Zur zahlenmäßigen Berechnung der Ruderkräfte muß auch der Steueralgorithmus des Ruders bekannt sein. Hier wird es wohl genügen, einen PID-Kursregler anzunehmen (δ = Ruderwinkel):

$$\dot{\delta} = c_1(\psi - \psi_{\text{Soll}}) + c_2\dot{\psi} + c_3\ddot{\psi} . \quad (94)$$

Zahlenwerte für die Reglerkonstanten c_1 , c_2 und c_3 sind vorzugeben, oder es muß durch die Simulation selbst ermittelt werden, welche Konstanten geeignet sind.

Propellerkräfte

Die Querkräfte bei Schräganströmung des oder der Propeller sind klein im Vergleich zu denen z. B. des Rumpfes und des Ruders und sollen vernachlässigt werden. Auch die Momente durch die Propellerkraft, z. B. das Trimmoment

$-f_{Px}$ · Höhe der Propellerwelle über Basis

und das Giermoment infolge ungleichförmigen Nachstroms bei Einschraubern, können vernachlässigt werden; das letztere wird bei einem PID-Regler automatisch durch einen geringen mittleren Ruderwinkel ausgeglichen. Es wird also nur eine Längskraft f_{Px} beachtet. Sie ergibt sich nach der Formel

$$f_{Px} = \rho n^2 dp^4 k_T (1-t),$$

wobei n die Propellerdrehzahl (in Umdrehungen pro Zeiteinheit, nicht Radiant pro Zeiteinheit!),

dp der Propellerdurchmesser,

k_T der Schubbeiwert und

t die Sogziffer

bedeuten. k_T kann mit einem vorhandenen Unterprogramm berechnet werden, das den Schubbeiwert abhängig von Flügelzahl, Flächenverhältnis, Steigung und Fortschrittszahl

$$j = v_p / (n \cdot dp)$$

bestimmt. Das Programm beruht auf den systematischen Versuchsserien für die Wageningen Propellerserie B. Wenn bekannt, könnte natürlich auch die Funktion $k_T(j)$ für den jeweils eingebauten Propeller punktweise eingegeben und interpoliert werden.

Es dürfte jedenfalls in Seegang von hinten zu ungenau sein, für n eine mittlere Propellerdrehzahl anzusetzen. Deshalb ist n aus der Bewegungsgleichung für die Drehung des Antriebssystems zu bestimmen:

$$2\pi \dot{n} = -\rho n^2 dp^5 k_Q + da(n) \eta_w . \quad (95)$$

Darin sind

k_Q der Drehmomentenbeiwert des Propellers (ebenso wie k_T und abhängig von denselben Parametern zu bestimmen);

$da(n)$ das Drehmoment, das die Antriebsorgane bei der jeweiligen Einstellung abhängig von der Drehzahl n abgeben. Bei Anlagen mit Getriebe ist das Maschinenmoment mit dem Übersetzungsverhältnis und dem Getriebewirkungsgrad zu multiplizieren.

η_w der Wirkungsgrad der Wellenleitung;

i das Trägheitsmoment der Antriebsanlage einschließlich Propeller (festes und hydrodynamisches Trägheitsmoment), Wellenleitung und Getriebe. Die Trägheitsmomente von Teilen, die schneller als der Propeller drehen, sind dabei in bekannter Weise mit dem Quadrat des Übersetzungsverhältnisses zu multiplizieren.

Bei der Berechnung von j sollten der Nachstrom und die Längskomponente der Orbitalgeschwindigkeit wie bei der Ruderkraft berücksichtigt werden.

Windkraft

Die in Windkanalversuchen gemessenen Kräfte und Momente an Überwasserschiffen durch Wind sind in vielen Veröffentlichungen angegeben, z. B. /18/ und /19/. Eine weitere Veröffentlichung, die die genaue Vorhersage von Windkraft und -moment aus der Form des Überwasserschiffs zum Ziel hat, wird demnächst als IfS-Bericht erscheinen (Dr. Blendermann). Damit können diese Kräfte ausreichend genau angegeben werden, wenn Windgeschwindigkeit und -richtung in einer Bezugshöhe vorgegeben werden.

Wegen der kleinen räumlichen Erstreckung von Böen im Vergleich zur Schiffslänge jedenfalls bei langen, nicht zu hohen Schiffen wird es vermutlich ausreichen, den Wind zeitunabhängig vorzugeben.

Möglichkeiten der Vereinfachung

Simulationsrechnungen in unregelmäßigem Seegang nach den bisher beschriebenen Methoden werden wegen der vielen z. T. komplizierten Differentialgleichungen erhebliche Rechenzeiten erfordern; denn zur Ermittlung aussagekräftiger Ergebnisse sind für jeden Schiffszustand und jeden Seegang Simulationsdauern in der Größenordnung von 20 bis 100 Minuten notwendig. Die verwendeten Zeitschritte müssen bei den "steifen" Teilvorgängen besonders kurz sein, also z. B. bei Wasserbewegungen in kleinen Tanks mit relativ hoher Eigenfrequenz, sowie bei Tanks, die zur Erzielung guter Genauigkeit mit einem engen Berechnungsgitter bearbeitet werden. Wegen der vielen Parameter, die bei solchen Rechnungen variiert werden müssen, bevor praktische Konsequenzen aus derartigen Rechnungen gezogen werden können, dürften recht erhebliche Rechenzeiten nötig sein. Deshalb soll geprüft werden, ob und innerhalb welcher Grenzen einfachere Berechnungsverfahren ausreichen. Neben den bisher angedeuteten Vereinfachungsmöglichkeiten sollen auch ganz andere, einfachere Vorgehensweisen für die Berechnung der Schiffsbewegungen und des Leckwassers im Schiff entwickelt werden und mit den genaueren, vorher beschriebenen Methoden verglichen werden.

Für die Rollbewegungen des Schiffes wurde das in /20/ beschriebene Verfahren weiterentwickelt. Es soll hier nur kurz skizziert werden. Die Rollbewegung wird dabei nach der folgenden Gleichung simuliert:

$$\Theta_x \ddot{\varphi} + d_L \dot{\varphi} + d_Q \varphi |\dot{\varphi}| + \underbrace{\int_L (g - \ddot{z} - x \ddot{\Theta}) (\rho A_x w_x - \mu_x K G_x \sin \varphi) dx}_{A} = M + M_w \quad (96)$$

Darin bedeuten:

φ Rollwinkel

Θ_x Trägheitsmoment des Schiffes um die Rollachse. Hier wird gesetzt:

$$\Theta_x = (0.38 B)^2 \cdot \text{Schiffsmasse} \quad (B = \text{Schiffsbreite})$$

d_L Lineare Rolldämpfungskonstante

d_Q Quadratische Rolldämpfungskonstante

g Erdbeschleunigung

\ddot{z} Vertikalbeschleunigung des Schiffes am Hauptspant

nach der Streifenmethode /1/

$\ddot{\Theta}$ Stampfwinkelbeschleunigung, berechnet nach der Streifenmethode

ρ Flüssigkeitsdichte

A_x Spantfläche an der Stelle x

w_x horizontale Auslenkung ("Pantokarene") des Schwerpunkts der getauchten Spantfläche an der Längenkoordinate x abhängig von der Krängung und der Tauchung des Spants. w_x wird parallel zur ruhigen Wasseroberfläche von der Kiellinie des Schiffes aus gemessen. Die Wasserlinie am Spant x wird auch in schrägen Wellen um den Krängungswinkel φ gegenüber der schiffsfesten Horizontalen geneigt angesetzt; das Moment durch die tatsächliche andere Neigung der Wasseroberfläche bei seitlichen oder schrägen Wellen wird durch M erfaßt. Als Höhe der Wasserlinie in der Mittschiffsebene ist die tatsächliche durch die Bewegung des Schiffes und der Wasseroberfläche bedingte Höhe anzusetzen.

μ_x Masse von Schiff und Ladung pro Längeneinheit an der Stelle x

KG_x Höhe des Massenschwerpunkts an der Stelle x

M_w Moment durch seitlichen Wind

M Moment um die Rollachse infolge der Wellen und infolge der Quer- und Gierbewegung des Schiffes, berechnet nach der Streifenmethode.

Außer der Rollbewegung werden hierbei alle Bewegungen des Schiffes linearisiert und nach der Streifenmethode berechnet; die Längsbewegung wird bisher völlig vernachlässigt; nur die Rollbewegung wird, unter Beachtung ihrer nicht-linearen Kopplung mit Tauchen und Stampfen, durch Simulation erfaßt.

Entscheidend für die Rollamplituden ist vor allem das Glied A , das die Schwankung der aufrichtenden Momente im Seegang enthält. Gegenüber einem relativ groben Ansatz in /20/ wurde jetzt eine Verfeinerung erprobt, die auf dem von Grim /21/ angegebenen Gedanken der effektiven Welle beruht. Da das Konzept gegenüber /21/ etwas abgewandelt wurde, soll es hier genau beschrieben werden:

Auf der Ebene $y = 0$ wird der Seegang bei vernachlässigbaren Winkeln ϑ und ψ durch die aus (32) folgende Gleichung

$$\zeta_s = -d + \sum_j \operatorname{Re} \left(\zeta_j e^{i\varepsilon_j} e^{i(\omega_{ej}t - k_j x \cos \mu_j)} \right) \quad (97)$$

beschrieben. ω_{ej} ist dabei die Begegnungs-Kreisfrequenz der Wellenkomponente j :

$$\omega_{ej} = \omega_j - k_j v \cos \mu_j \quad (98)$$

wobei v die Fahrgeschwindigkeit des Schiffes ist.

Um den Rechenaufwand zu vermeiden, der mit der Bestimmung der aufrichtenden Hebel bei jedem Simulations-Zeitschritt durch Längsintegration der jeweils getauchten Spantflächenmomente verbunden ist, wird die Wellenform (97) angenähert:

$$\zeta_{\text{eff}} = -d + \sum_j \text{Re} \left(\left[\hat{a}_j + \hat{b}_j x + \hat{c}_j \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right] e^{i\omega_j t} \right) \quad (98)$$

\hat{a}_j bezeichnet die komplexe Amplitude der mittleren Hebung des Wasserspiegels im Bereich der Schiffslänge, \hat{b}_j ist die Amplitude der mittleren Wasserspiegelneigung um die Querachse, und \hat{c}_j ist die komplexe Amplitude einer Welle mit Wellenberg bzw. -tal am Hauptspant und einer Wellenlänge λ .

Die \hat{a}_j , \hat{b}_j und \hat{c}_j werden aus der Bedingung der kleinsten quadratischen Abweichung zwischen ζ_s und ζ_{eff} im Bereich der Schiffslänge bestimmt:

$$\int_{-L/2}^{L/2} (\zeta_s - \zeta_{\text{eff}})^2 dx \text{ sei minimal.} \quad (99)$$

Diese Bedingung führt nach längeren Zwischenrechnungen zu den folgenden Bestimmungsgleichungen für die Konstanten:

$$\hat{a}_j = \frac{\zeta_j e^{\lambda \varepsilon_j}}{1 + f(2s) - 2f^2(s)} \left(f(r_j) [1 + f(2s)] - f(s) [f(r_j + s) + f(r_j - s)] \right) \quad (100)$$

$$\hat{b}_j = \frac{G i \zeta_j e^{\lambda \varepsilon_j}}{L} \left(\frac{\cos r_j}{r_j} - \frac{f(r_j)}{r_j} \right) \quad (101)$$

$$\hat{c}_j = \frac{\zeta_j e^{\lambda \varepsilon_j}}{1 + f(2s) - 2f^2(s)} \left(f(r_j + s) + f(r_j - s) - 2f(r_j)f(s) \right) \quad (102)$$

mit $f(x) = \frac{\sinh x}{x}$ für $x \neq 0$, $= 1$ für $x = 0$;

$$r_j = k_j \cdot \frac{L}{2} \cos \mu_j \quad ; \quad (103)$$

$$s = \pi L / \lambda \quad . \quad (104)$$

Gleichung (98) läßt sich auch in der folgenden Form schreiben:

$$\zeta_{\text{eff}} = -d + a(t) + b(t) \cdot x + c(t) \cdot \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (105)$$

mit

$$a(t) = \sum_j \text{Re}(\hat{a}_j e^{i\omega_j t}) \quad ; \quad b(t) = \sum_j \text{Re}(\hat{b}_j e^{i\omega_j t}) \quad ; \quad c(t) = \sum_j \text{Re}(\hat{c}_j e^{i\omega_j t}) \quad (106)$$

Nachdem die \hat{a}_j , \hat{b}_j und \hat{c}_j für alle Wellenkomponenten j einmal vor Beginn der Simulation berechnet worden sind, werden a , b und c zu jedem Zeitpunkt der Simulation bestimmt. Diese drei Konstanten beschreiben die Ersatz-Wasseroberfläche entsprechend Gleichung (105). Zu dieser Ersatz-Wasseroberfläche wird dann der aufrichtende Hebelarm h aus systematischen Berechnungen mit dem Programm Archimedes interpoliert nach folgender Formel:

$$h = h_{GW} + \frac{c}{2\zeta_R} (h_{WT} - h_{WB}) + \frac{c^2}{2\zeta_R^2} (h_{WT} - 2h_{GW} + h_{WB}) . \quad (107)$$

Darin sind h_{GW} , h_{WT} und h_{WB} die Hebelarme in glattem Wasser bzw. im Wellental bzw. im Wellenberg. ζ_R ist die Amplitude (die halbe Wellenhöhe), mit der bei den hydrostatischen Berechnungen die Wellental- und Wellenberghebel bestimmt wurden. ζ_R sollte im Bereich der kennzeichnenden Wellenhöhe des betreffenden Seegangs liegen. (107) ist eine quadratische Interpolation bzw. Extrapolation des Hebelarms zwischen den Werten für glattes Wasser, Wellental und Wellenberg. Die Glattwasser- und Wellenhebel selbst werden über die drei Parameter Tiefgang, Trimm und Krängung interpoliert:

$$h_{GW} = h_{GW}(tg, \mathcal{J}_0, \varphi) \text{ und entspr. für } h_{WT} \text{ und } h_{WB}.$$

Der Tiefgang tg am Hauptspant ergibt sich aus

$$tg = d + \zeta_0 - a(t) ; \quad (108)$$

Der Trimmwinkel \mathcal{J}_0 wird aus

$$\mathcal{J}_0 = \mathcal{J} - b(t) \quad (109)$$

berechnet, und der Krängungswinkel ergibt sich aus der Simulation. Tauchbewegung und Stampfbewegung werden während der Simulation mit Hilfe der Übertragungsfunktionen bestimmt, die zuvor nach der Streifenmethode berechnet wurden.

Bisher wurde das Verfahren für Seegang genau oder schräg von vorn eingesetzt. Die Vernachlässigung der Längsbewegung des Schiffes durch den Seegang ist dabei wohl tragbar, aber sicher nicht in Seegang von hinten. Deshalb ist eine entsprechende Erweiterung des Verfahrens notwendig. Die Ergebnisse sollen dann später mit denen des genaueren Verfahrens verglichen werden. Fraglich erscheint besonders, ob die Vernachlässigung der nichtlinearen Kopplungen aus den Kreiselmomenten bei gleichzeitig rollendem, stampfendem und gierendem Schiff zulässig ist. Für Schiffe mit höheren Froudezahlen müssen auch die Fahrtwellen bei der Bestimmung der aufrichtenden Hebelarme berücksichtigt werden.

Bild 4 zeigt mit dieser Methode berechnete Zeitfunktionen der im Seegang schwankenden Größen am Beispiel der E.L.M.A. Tres. Anhang 2 zeigt das verwendete Programm.

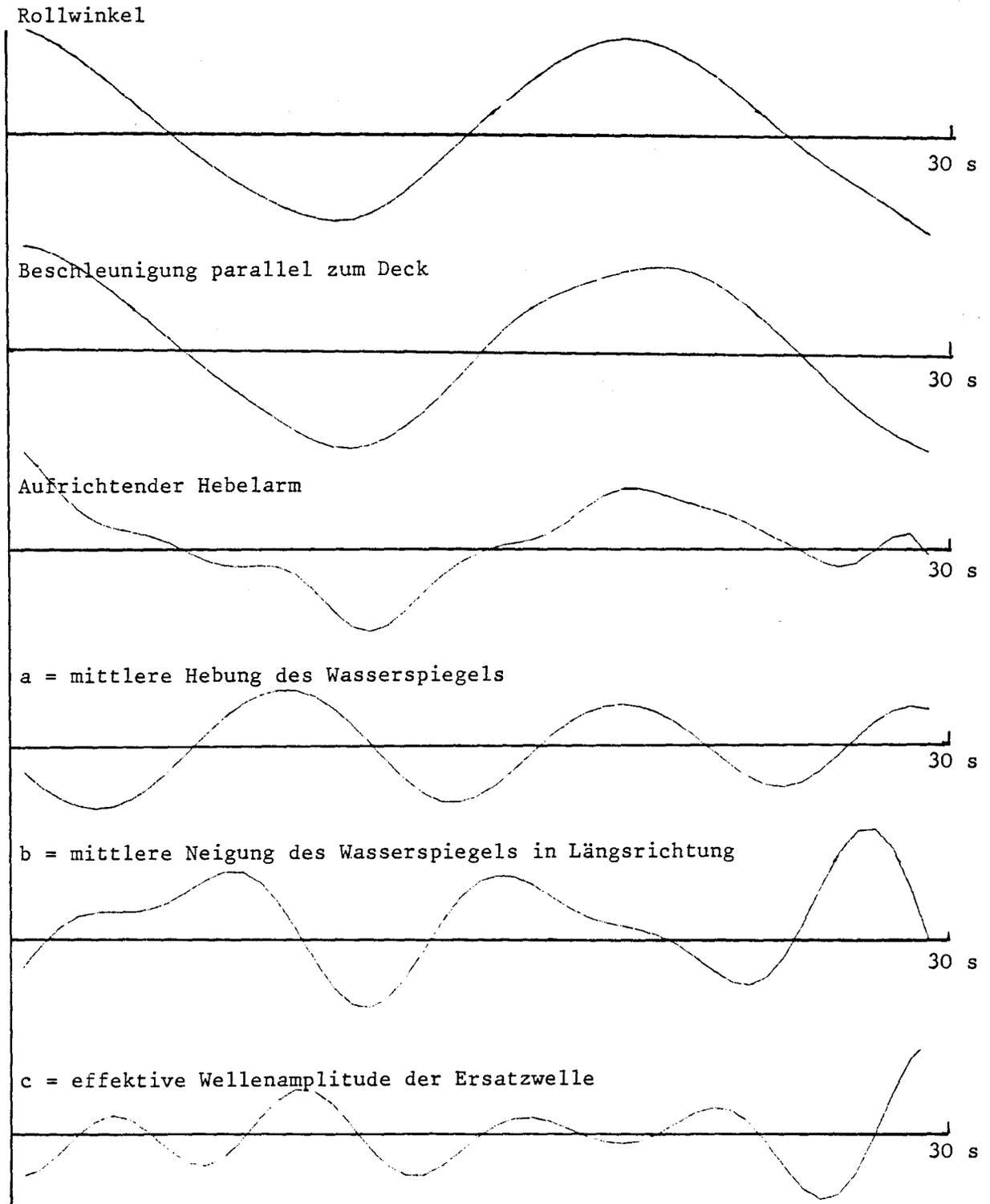


Bild 4. Beispiel der Ergebnisse von Rollsimulationen

Eine weitere Vereinfachung wird für die Berechnung der Flüssigkeitsbewegung in Tanks, Leckräumen und an Deck vorgeschlagen. Sie setzt voraus, daß die Flüssigkeitsoberfläche näherungsweise eben bleibt. Das ist etwa der Fall, wenn die Erregerfrequenz (vor allem die Rollfrequenz) nicht wesentlich höher als die unterste Eigenfrequenz der Tankflüssigkeit ist; Erregerfrequenzen im Bereich der untersten Eigenfrequenz dürften jedoch noch ohne große Fehler nach diesem vereinfachten Verfahren zu behandeln sein. Auch hier sollen die Einsatzgrenzen des Verfahrens durch Vergleichsrechnungen mit dem genauen Verfahren entspr. Seite 29 ff bestimmt werden.

Das vereinfachte Verfahren ersetzt die Flüssigkeitsmasse m_T durch einen einzigen Massenpunkt. Dieser bewegt sich auf der Fläche $\underline{x}_T(m_T, \varphi_T, \vartheta_T)$, die der Flüssigkeitsschwerpunkt bei ebener Flüssigkeitsoberfläche einnimmt, wenn die Oberfläche um den Winkel φ_T gegenüber der y-Achse und um den Winkel ϑ_T gegenüber der x-Achse geneigt ist. Die Vektoren \underline{x}_T werden vor der Simulation für eine Reihe von Füllungen m_T und Neigungen φ_T und ϑ_T z. B. mit dem Programm Archimedes berechnet, gespeichert und dann während der Simulation interpoliert.

Die Bewegungsgleichungen des Massenpunktes lauten:

$$\left(\ddot{\underline{\xi}}_T - \underline{g}_g \right)^T \underline{\xi}_{T\varphi_T} = 0 ; \quad (110)$$

$$\left(\ddot{\underline{\xi}}_T - \underline{g}_g \right)^T \underline{\xi}_{T\vartheta_T} = 0 . \quad (111)$$

Dabei bedeuten

$$\underline{\xi}_T = T \underline{x}_T(m_T, \varphi_T, \vartheta_T) + \underline{\xi}_0 ; \quad (112)$$

$$\underline{g}_g = (0, 0, g)^T . \quad (113)$$

Die Indexe φ_T und ϑ_T bezeichnen partielle Ableitungen nach den Oberflächenneigungen φ_T und ϑ_T .

Beweis: Die kinetische Energie des Massenpunktes ist

$$e_{kin} = \frac{1}{2} m_T \dot{\underline{\xi}}_T^T \dot{\underline{\xi}}_T ,$$

folglich

$$\frac{\partial e_{kin}}{\partial \varphi_T} = m_T \dot{\underline{\xi}}_T^T \frac{\partial}{\partial \varphi_T} \dot{\underline{\xi}}_T = m_T \dot{\underline{\xi}}_T^T \frac{d}{dt} (T \underline{x}_{T\varphi_T})$$

$$\text{Aus } \frac{\partial e_{kin}}{\partial \dot{\varphi}_T} = m_T \dot{\underline{x}}_T^T \frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_T} \dot{\underline{x}}_T = m_T \dot{\underline{x}}_T^T \frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_T} (\dot{T}_{x_T} + T_{x_T \varphi_T} \dot{\varphi}_T + T_{x_T \vartheta_T} \dot{\vartheta}_T + \dot{\underline{x}}_0) = m_T \dot{\underline{x}}_T^T T_{x_T \varphi_T} :$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial e_{kin}}{\partial \dot{\varphi}_T} \right) = m_T \frac{d}{dt} (\dot{\underline{x}}_T^T T_{x_T \varphi_T}) = m_T \left(\ddot{\underline{x}}_T^T T_{x_T \varphi_T} + \dot{\underline{x}}_T^T \frac{d}{dt} [T_{x_T \varphi_T}] \right)$$

Aus der potentiellen Energie

$$e_{pot} = -m_T g \vartheta_T = -m_T g (t_3 x_T + \vartheta_0)$$

folgt

$$\frac{\partial e_{pot}}{\partial \varphi_T} = -m_T g t_3 x_T \varphi_T \quad ; \quad \frac{\partial e_{pot}}{\partial \dot{\varphi}_T} = 0$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Lagrange-Gleichung für verlustfreie Bewegung,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (e_{kin} - e_{pot})}{\partial \dot{\varphi}_T} \right) - \frac{\partial (e_{kin} - e_{pot})}{\partial \varphi_T} = 0 ,$$

ein, so erhält man:

$$m_T \left[\ddot{\underline{x}}_T^T T_{x_T \varphi_T} + \dot{\underline{x}}_T^T \frac{d}{dt} (T_{x_T \varphi_T}) - 0 - \dot{\underline{x}}_T^T \frac{d}{dt} (T_{x_T \varphi_T}) - g t_3 x_T \varphi_T \right] = 0 \quad (114)$$

Aus (112) folgt

$$T_{x_T \varphi_T} = \underline{\underline{x}}_T \varphi_T$$

und aus (113):

$$g t_3 = g \underline{\underline{x}}_T^T T$$

Setzt man diese beiden Ausdrücke in (114) ein und beachtet, daß sich die mittleren beiden Summanden heben, so erhält man die Bewegungsgleichung (110). (111) folgt entsprechend aus der mit ϑ_T statt φ_T gebildeten Lagrange-Gleichung.

Die Auflösung der Bewegungsgleichungen (110) und (111) nach $\ddot{\varphi}_T$ und $\ddot{\vartheta}_T$ ist leider nicht unkompliziert: Zunächst bestimmt man aus (112) die Beschleunigung

$$\begin{aligned} \ddot{\underline{x}}_T &= \frac{d}{dt} (\dot{T}_{x_T} + T_{x_T \varphi_T} \dot{\varphi}_T + T_{x_T \vartheta_T} \dot{\vartheta}_T) + \dot{\underline{x}}_0 \\ &= \ddot{T}_{x_T} + 2 \dot{T} (x_T \varphi_T \dot{\varphi}_T + x_T \vartheta_T \dot{\vartheta}_T) + \ddot{\underline{x}}_0 + \\ &\quad + T (x_T \varphi_T \varphi_T \dot{\varphi}_T^2 + 2 x_T \varphi_T \vartheta_T \dot{\varphi}_T \dot{\vartheta}_T + x_T \varphi_T \ddot{\varphi}_T + x_T \vartheta_T \vartheta_T \dot{\vartheta}_T^2 + x_T \vartheta_T \ddot{\vartheta}_T) \end{aligned}$$

Setzt man diesen Ausdruck in (110) und (111) ein und beachtet, daß für beliebige Vektoren \underline{x} und \underline{y} die Gleichung

$$(\underline{T}\underline{x})^T \underline{T}\underline{y} = \underline{x}^T \underline{y}$$

gilt, so erhält man die folgenden zwei Gleichungen:

$$\left(\underline{x}_{-T\varphi_T}\right)^2 \ddot{\varphi}_T + \underline{x}_{-T\varphi_T}^T \underline{x}_{-T\varrho_T} \ddot{\varrho}_T = -\underline{x}_{-T\varphi_T}^T \underline{p} \quad (115)$$

und

$$\left(\underline{x}_{-T\varrho_T}\right)^2 \ddot{\varrho}_T + \underline{x}_{-T\varrho_T}^T \underline{x}_{-T\varphi_T} \ddot{\varphi}_T = -\underline{x}_{-T\varrho_T}^T \underline{p} \quad (116)$$

mit

$$\begin{aligned} \underline{p} = \underline{T}^{-1} & \left(\ddot{\underline{x}}_{-T} - \underline{g}_{\xi} + \ddot{\underline{\xi}}_0 + 2\dot{\underline{T}}\underline{x}_{-T\varphi_T} \dot{\varphi}_T + 2\dot{\underline{T}}\underline{x}_{-T\varrho_T} \dot{\varrho}_T \right) + \\ & + \underline{x}_{-T\varphi_T\varphi_T} \dot{\varphi}_T^2 + 2\underline{x}_{-T\varphi_T\varrho_T} \dot{\varphi}_T \dot{\varrho}_T + \underline{x}_{-T\varrho_T\varrho_T} \dot{\varrho}_T^2 \end{aligned} \quad (117)$$

Dies sind zwei lineare Gleichungen für $\ddot{\varphi}_T$ und $\ddot{\varrho}_T$. Damit integriert man φ_T und ϱ_T . Die Schwerpunktskoordinaten ergeben sich daraus mit der Gleichung (112) mit Hilfe der Interpolationsfunktion \underline{x}_T .

Wenn nur die Querbewegung der Flüssigkeit interessiert, ist statt (115) und (116) die folgende Gleichung zu lösen:

$$\ddot{\varphi}_T = \frac{-\underline{x}_{-T\varphi_T}^T \underline{T}^{-1}}{\left(\underline{x}_{-T\varphi_T}\right)^2} \left(\ddot{\underline{x}}_{-T} - \underline{g}_{\xi} + \ddot{\underline{\xi}}_0 + 2\dot{\underline{T}}\underline{x}_{-T\varphi_T} \dot{\varphi}_T + \underline{x}_{-T\varphi_T\varphi_T} \dot{\varphi}_T^2 \right) \quad (118)$$

Die Kraft, die das bewegte Wasser auf das Schiff ausübt, ist (im schiffsfesten Koordinatensystem) gleich

$$m_T \underline{T}^{-1} (\underline{g}_{\xi} - \ddot{\underline{\xi}}_t) = -m_T \left(\underline{p} + \underline{x}_{-T\varphi_T} \ddot{\varphi}_T + \underline{x}_{-T\varrho_T} \ddot{\varrho}_T \right) \quad (119)$$

Das Ein- und Ausströmen von Wasser durch Öffnungen kann wie auf den Seiten 35 ff behandelt werden, wenn der Impuls des einströmenden Wassers vernachlässigbar ist. Die Lage der Wasseroberfläche ergibt sich aus φ_T und ϱ_T durch Interpolation, wenn die Höhe der Wasserlinie relativ zur Öffnung bei den hydro-

statischen Berechnungen mit erfaßt und abgespeichert wird. Nur wenn die Öffnung so groß ist, daß der Impuls des einströmenden Wassers eine Rolle spielt, sind an den Bewegungsgleichungen entsprechende Ergänzungen nötig.

Schrifttum

- /1/ Blume, P.; Hattendorff, H.-G.: An investigation on intact stability of fast cargo liners. Second int. conf. on stability of ships and ocean vehicles, Tokyo, Oct. 1982, Seite 101
- /2/ Doi, Y.: Observation of stern wave generation. Proc. of the continued workshop on ship wave-resistance computations, Oct. 1980, Seite 155
- /3/ Meyerhoff, W. K., und Schlachter, G.: Ein Ansatz zur Bestimmung der Belastung von Schiffen im Seegang unter Berücksichtigung hydrodynamischer Stöße. STG-Jahrbuch 1977, S. 111
- /4/ Schmiechen, M.: Zur Kollisionsdynamik von Schiffen. Jahrbuch der STG 1974, S. 357
- /5/ Söding, H.: Bewegungen und Belastungen der Schiffe im Seegang. Vorlesungsskript Nr. 18 des Institut für Schiffbau Hamburg, Sept. 1982
- /6/ Hansen, H.-J.: Über die Vorhersage der Häufigkeit und Intensität von Bodenstößen auf Schiffen im Seegang. Bericht des Instituts für Schiffbau Hamburg 1979
- /7/ Rostovtsev, D. M.: Bow loads and hull bending moments due to bottom slamming in regular waves. Bericht des Instituts für Schiffbau der Universität Leningrad
- /8/ Schulz, W.; Ludwig, R.: Die Koordinatensysteme der Flugmechanik. Zt. für Flugwissenschaft 1954, S. 96
- /9/ Söding, H.: Eine Modifikation der Streifenmethode. Schiffstechnik 1969, S. 15
- /10/ Yamamoto, Y.; Fukasawa, T.; Arai, M.; Kajita, E.: Nonlinear effects for ship motion in heavy seas. Intern. shipb. progress 29 (1982), S. 118
- /11/ Grim, O.; Schenzle, P.: Die Berechnung der Torsionsbelastung eines Schiffes im Seegang. IfS-Berichte Nr. 236 und 237.
- /12/ Söding, H.: Prediction of ship steering capabilities. Schiffstechnik 1982, S. 3
- /13/ Söding, H.: Schwimmfähigkeit und Stabilität. Bericht 11 des Instituts für Entwerfen von Schiffen und Schiffstheorie (1975)
- /14/ Pawlowski, J. S.: The estimation of diffraction force components from the equivalent motion concept. Int. Shipb. Progress 1982, S. 62
- /15/ Söding, H.: Das Programm Tides zur Berechnung der Wasserbewegung beim Stapellauf von Schiffen. Bericht Nr. 6 des Instituts für Entwerfen von Schiffen und Schiffstheorie der Universität Hannover (1975)

- /16/ Dillingham, J.: Motion studies of a vessel with water on deck. Marine Technology 18 (1981), S. 38
- /17/ Sigloch, H.: Technische Fluidmechanik. Hermann Schroedel Verlag Hannover (1980)
- /18/ Wendel, K.: Sicherheit gegen Kentern. VDI-Zeitschrift 100 (1958), S. 1523
- /19/ Wagner, B.: Beitrag zu den Steuereigenschaften von Einschraubenschiffen mit und ohne äußeren Kraftangriff. Bericht 414 des Ifs (1981)
- /20/ Söding, H.: Gutachten über die Belastungen des Schiffes E. L. M. A. Tres durch Seegang am Vormittag des 26. 11. 1981. IfS-Schrift 2327 (1982)
- /21/ Grim, O.: Beitrag zu dem Problem der Sicherheit des Schiffes im Seegang. Schiff und Hafen 1961, S. 490.

Anhang 1: Leckwasserbewegung

Zum Test der Gleichung (90) und des Konvergenzverhaltens bei Anwendung üblicher Integrationsmethoden wurde das folgende Programm erstellt. Es behandelt den Fall, daß sich der Leckraum um einen festen Punkt dreht, der unter der Raummitte im Abstand r vom Boden des Raumes liegt. Der Winkel, um den der Raum gedreht ist, hängt von der Zeit nach der Gleichung

$$\Theta = \Theta_A \sin(\omega t)$$

ab. Die Geschwindigkeit (relativ zum Raum) der Flüssigkeit sei $u(x,t)$. Dann gehorchen $u(x,t)$ und die Wasserhöhe $h(x,t)$ den Gleichungen

$$u_t = -u \cdot u_x + a \cdot h_x + b ; \quad h_t = - (u \cdot h)_x .$$

Die Indexe x und t zeigen partielle Ableitungen an;

$$a = -g \cos\Theta + (z+r)\Theta^2 - x\Theta ;$$

$$b = -g \sin\Theta + x\Theta^2 + (z+r)\Theta ;$$

$$z = h/2 .$$

Als Randbedingung wurden feste Wände an beiden Raumseiten angesetzt; daraus folgt $u = 0$ an den Wänden. Setzt man dies in die Gleichung für u_t ein, so erhält man die zugehörige Randbedingung für h :

$$h_x = -b/a .$$

Es wurde ein Gitter konstanter Weite mit Knoten an den Raumwänden zur Berechnung von u angesetzt; h wurde jeweils in der Mitte zwischen den Stellen berechnet, an denen u berechnet wurde. Die Zeitintegration erfolgte nach dem klassischen Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung.

```
10 C I WASSERBEWEGUNG, TEST MIT RUNGE-INTEGRATION
20 DIMENSION Y(200)
30 COMMON I11
40 EXTERNAL ABL
50 TMAX=GELESN(0)
60 DT=GELESN(0)
70 HMIT=GELESN(0)
80 I11=GELESN(0)*2+1
90 DTAUS=GELESN(0)
100 T=0.
110 T1=C.
120 DO 10 I=1,199,2
130 Y(I)=0.
140 10 Y(I+1)=HMIT
150 20 CALL RUNGE(Y,Y,ABL,T,DT,I11)
160 IF(T.GT.TMAX)STOP
170 IF(T-T1.LT.DTAUS)GOTO 20
180 WRITE(6,5)T
190 WRITE(6,5)(Y(I),I=1,I11)
200 5 FORMAT(10F10.3)
210 T1=T
220 GOTO 20
230 END

240 SUBROUTINE ABL(W,T,WP)
250 C W = U FUER UNGERADE, H FUER GERADE INDEXE
260 DIMENSION W(1),WP(1)
270 COMMON I11
280 IF(T.NE.0)GOTO 10
290 DX=GELESN(0)
300 XL=GELESN(0)
310 R=GELESN(0)
320 G=GELESN(0)
330 TETAA=GELESN(0)
340 TETAA=TETAA*6.2831853/360.
350 PERIO=GELESN(0)
360 OMEGA=6.283/PERIO
370 OM2=OMEGA**2
380 10 TETA=TETAA*SIN(OMEGA*T)
390 TETA2P=-OM2*TETA
400 TETAP2=(OMEGA*TETAA*COS(OMEGA*T))**2
410 AO=-G*COS(TETA)+R*TETAP2
420 BO=-G*SIN(TETA)+R*TETA2P
430 C FUER ALLE ABSCHNITTE DER LAENGE DX
440 DO 20 I=1,I11,2
450 WP(I)=0.
460 IF(I.EQ.I11)GOTO 20
470 Z=W(I+1)/2.
480 X=XL+(I-1)*DX/2.
490 A=AO+Z*TETAP2-X*TETA2P
500 B=BO+X*TETAP2+Z*TETA2P
510 IF(I.NE.1 )WP(I)=-W(I)*(W(I+2)-W(I-2))
520 & /((2.*DX)+A*(W(I+1)-W(I-1))/DX+B
530 IF(I.EQ.1)HX=(-B/A+(W(I+3)-W(I+1))/DX)/2.
540 IF(I.EQ.I11-2)HX=(-B/A+(W(I+1)-W(I-1))/DX)/2.
550 IF(I.GT.1.AND.I.LT.I11-2)HX=(W(I+3)-W(I-1))/(2.*DX)
560 WP(I+1)=-((W(I+2)-W(I))/DX*W(I+1)-(W(I+2)+W(I))/2.*HX
570 20 CONTINUE
580 RETURN
590 END
```


Anhang 2: Simulation von Rollbewegungen nach dem auf Seite 42 ff beschriebenen

Verfahren

Das folgende Programm ist eine Weiterentwicklung des in /20/ beschriebenen Programms. Die Weiterentwicklung betrifft insbesondere die Berechnung der aufrichtenden Hebel nach dem Verfahren der Seiten 44 und 45.

Erläuterungen zu den einzelnen Unterprogrammen sind in /20/ enthalten.

```
C SIMULATION KONTINUIERLICHER STOCHASTISCHER PROZESSE
  DIMENSION ISPACE(50),VAR(25),SUM(25),IHISX(50,10),
  & IHISMA(50,10),IHISMI(50,10),ERWMIN(25),ERWMAX(25),ERWBER(25)
  & ,X(100),P(30),IPL0T(51),NUM(10),IND(10),XGES(110)
  DIMENSION TT(1000),XKRPL(1000,10)
C ZUSAETZLICHE X-PROZESSE WERDEN BEI X(K1) MIT K1.LT.1 GESPEICHERT.
  COMPLEX Y(25,50)
  COMMON /SINA / Y,A(225),NX,NZ,OM(50),NOM
  EQUIVALENCE (XGES(11),X(1))
  EXTERNAL ABL
  DATA IPL0T/51*1H /,NUM/1H1,1H2,1H3,1H4,1H5,1H6,1H7,1H8,1H9,1H0/
  KLIND(Q,XMIN,XBER)=MAX0(1,MIN0(50,IFIX((Q-XMIN)/XBER*5C.+1.)))
C DATENEINGABE
  1 TMAX=RDB(60.,0.,1.E5,'(16H SIMULATIONSZEIT,T35,1F10.3)',TMAX)
  DT=RDB(1.,1.E-5,100.,'(12H ZEITSCHRITT,T35,1F10.3)',DT)
  JZ=0
  NTMAX=TMAX/DT+2
  NZ=RDB(1.,1.,25.,'(18H ANZAHL Z-PROZESSE,T35,1F10.0)',FLOAT(NZ))
  NX=RDB(1.,1.,25.,'(27H ANZAHL X-PROZESSE AUS DGL.,T35,1F10.0)',
  & FLOAT(NX))
  NXZUS=RDB(1.,1.,10.,'(24H ANZAHL WEIT. X-PROZESSE,T35,1F10.0)',
  & FLOAT(NXZUS))
  NXGES=NXZUS+NX
  NKLASS=RDB(1.,1.,10.,'(24H INSGESAMT ZU KLASSIEREN,T35,
  & 1F10.0)',FLOAT(NKLASS))
  NOM=RDB(6.,1.,50.,'(18H ANZAHL FREQUENZEN,T35,1F10.0)',
  & FLOAT(NOM))
  WRITE(6,10)
  10 FORMAT(' KREISFREQ. KOMPL. AMPL. PROZESS 1   KOMPLEXE UEBERTRAGUNG
  & SFUNKTIONEN DER UEBRIGEN PROZESSE')
  DO 20 J=1,NOM
  OM(J)=RDB(99999.,1.E-5,1.E5,' ',OM(J))
  DO 15 K=1,NZ
  15 Y(K,J)=CMPLX(RDB(99999.,-1.E10,1.E10,' ',REAL(Y(K,J))),
  & RDB(99999.,-1.E10,1.E10,' ',AIMAG(Y(K,J))))
  WRITE(6,16)OM(J),(Y(K,J),K=1,NZ)
  16 FORMAT(1X,10G12.5)
  20 CONTINUE
  IA=0
C WENN A(1,1)=0, WERDEN RESTLICHE ELEMENTE VON A NICHT EINGELESEN UND A
C ALS EINHEITSMATRIX ANGESETZT.
  WRITE(6,28)
  28 FORMAT(' MATRIX A')
```

```
DO 30 I=1,NX
DO 25 K=1,NX
IA=IA+1
A(IA)=RDB(0.,-1.E10,1.E10,' ',A(IA))
IF(A(1).EQ.0.)GOTO 35
25 CONTINUE
IA1=IA-NX+1
WRITE(6,16)(A(K),K=IA1,IA)
30 CONTINUE
C INVERTIEREN VON A
CALL MINV(A,NX,D,ISPACE(1),ISPACE(26))
IF(D.NE.0)GOTO 35
WRITE(6,33)
33 FORMAT(' MATRIX A SINGULAER ')
STOP
35 WRITE(6,36)
36 FORMAT(' ERWARTETE MINIMA UND MAXIMA SOWIE ANFANGSWERTE DER X ')
DO 40 K=1,NKLASS
ERWMIN(K)=RDB(99999.,-1.E10,1.E10,'(1F15.3)',ERWMJN(K))
ERWMAX(K)=RDB(99999.,ERWMIN(K)+1.E-5,1.E10,'(1H+,25X,1F12.3)',
& ERWMAX(K))
ERWBER(K)=ERWMAX(K)-ERWMIN(K)
K1=K-NXZUS
X(K1)=RDB(0.,-1.E10,1.E10,'(1H+,30X,1F15.3)',X(K1))
40 CONTINUE
NPL0T=RDB(0.,0.,1.E10,'(28H PRINTERPLOT ALLE ? SCHRITTE,T35,
& 1F10.0)',FLOAT(NPLOT))
C ANFANGSWERTE
T=0
I0=10
I1=20
I2=0
IP=0
K1=NKLASS-NXZUS+1
IF(K1.GT.NX)GOTO 44
DO 43 K=K1,NX
43 X(K)=0.
44 DO 45 I=1,50
DO 45 K=1,NKLASS
IHISX(I,K)=0
IHISMI(I,K)=0
IHISMA(I,K)=0
45 CONTINUE
DO 46 K=1,NXGES
SUM(K)=0.
VAR(K)=0.
46 CONTINUE
C SIMULATION. I0 ZEIGT VORLETZTE, I1 LETZTE, I2 NEUE WERTE AN
50 SAVE=I0
I0=I1
I1=I2
I2=SAVE
IP=IP+1
CALL RUNGE(X,X,ABL,T,DT,NX)
JZ=JZ+1
TT(JZ)=T
C KLASSIERUNG. P ENTHAELT ERSTE NKLASS X-WERTE VON 3 ZEITPUNKTEN
DO 60 K=1,NXGES
K1=K-NXZUS
SUM(K)=SUM(K)+X(K1)
VAR(K)=VAR(K)+X(K1)**2
IF(K.GT.NKLASS)GOTO 60
```

```
K2=K+I2
P(K2)=X(K1)
KL=KLIND(P(K2),ERWMIN(K),ERWBER(K))
IF(IP.NE.NPLOT)GOTO 52
IND(K)=KL
IPLLOT(KL)=NUM(K)
52 IHISX(KL,K)=IHISX(KL,K)+1
C EXTREMWERTBERECHNUNG UND -KLASSIERUNG
IF(X(1).GE.1.) GO TO 2222
IF(T.LT.2.5*DT) GO TO 60
K0=K+I0
K1=K+I1
IF((P(K2)-P(K1))*(P(K1)-P(K0)).GT.0.)GOTO 60
C D. H. WENN KEIN EXTREMWERT BEI K1. SONST:
PM=-(3.*P(K0)-4.*P(K1)+P(K2))*2/(8.*(P(K0)-2.*P(K1)+P(K2)))+P(K0)
KL=KLIND(PM,ERWMIN(K),ERWBER(K))
IF(P(K1)-P(K0).GT.0)GOTO 55
IHISMI(KL,K)=IHISMI(KL,K)+1
GOTO 60
55 IHISMA(KL,K)=IHISMA(KL,K)+1
60 CONTINUE
IF(IP.NE.NPLOT)GOTO 64
2222 CONTINUE
K1=1-NXZUS
K2=NKLASS-NXZUS
WRITE(6,61)IPLLOT,(X(K),K=K1,K2),T
61 FORMAT(1X,51A1,6G12.3/(52X,6G12.3))
DO 1111 IZ=K1,K2
IW=IZ+NXZUS
XKRPL(JZ,IW)=X(IZ)
IF((T.GT.(TMAX+DT/2.).AND.IZ.EQ.K2).OR.(X(1).GE.1..AND.IZ.EQ.K2))
A CALL KRPLLOT(XKRPL,NKLASS,TT,JZ,DT)
IF((T.GT.(TMAX+DT/2.).AND.IZ.EQ.K2).OR.(X(1).GE.1..AND.IZ.EQ.K2))
A WRITE(6,4444) T
4444 FORMAT(1X,F15.3,1X,'ABBRUCHKRITERIUM ERREICHT')
1111 CONTINUE
C LOESCHEN VON IPLLOT
DO 62 K=1,NKLASS
J=IND(K)
62 IPLLOT(J)=IPLLOT(51)
IP=0
IF(X(1).GE.1.) GO TO 3333
64 IF(T.LT.TMAX+1.E-5)GOTO 50
3333 CONTINUE
C ERGEBNISAUSGABE
NT=TMAX/DT+1
WRITE(6,65)
65 FORMAT(' MITTELWERTE UND STREUUNGEN')
DO 70 K=1,NXGES
RMIT=SUM(K)/NT
STREU=SQRT(VAR(K)/NT-RMIT**2)
70 WRITE(6,16)RMIT,STREU
WRITE(6,75)
75 FORMAT(' HISTOGRAMME DER PROZESSWERTE, DER MINIMA UND DER MAXIMA')
DO 80 K=1,NKLASS
WRITE(6,85)K
85 FORMAT(1X,115,'. PROZESS')
WRITE(6,86)(IHISX(I,K),I=1,50)
WRITE(6,85)
WRITE(6,86)(IHISMI(I,K),I=1,50)
WRITE(6,85)
WRITE(6,86)(IHISMA(I,K),I=1,50)
```

```
86 FORMAT(1X,20I6)
80 CONTINUE
   GOTO 1
   END
```

```
      SUBROUTINE GAUSSN(Z,T,OM,Y,NPROZ,NOM,NPMAX)
C   BERECHNET ZU GEGEBENER ZEIT T DIE WERTE Z(INDEX K), K = 1 BIS NPROZ, VON
C   NPROZ KORRELIERTEN PROZESSEN. DER ERSTE PROZESS (K = 1) WIRD DURCH
C   ADDITION VON NOM HARMONISCHEN SCHWINGUNGEN MIT DEN KOMPLEXEN AMPLITUDEN
C   Y(INDEX 1, INDEX J) UND DEN KREISFREQUENZEN OM(INDEX J), J = 1 BIS NOM,
C   DEFINIERT. DIE WEITEREN PROZESSE Z(INDEX K), K = 2 BIS NPROZ, WERDEN
C   AUS Z(INDEX 1) DURCH DIE KOMPLEXEN UEBERTRAGUNGSFUNKTIONEN Y(INDEX K,
C   INDEX J), K = 2 BIS NPROZ, J = 1 BIS NOM GEBILDET.
C   GAUSSPROZESSE ERGEBEN SICH, WENN DIE PHASEN DER Y(INDEX 1, INDEX J)
C   ZUFAELLIG SIND UND GLEICHVERTEILT, WENN DIE FREQUENZEN OM 'KRUMM'
C   (VIELSTELLIG, LETZTE STELLEN ZUFAELLIG) SIND UND WENN NOM GENUEGEND GROS
C   NUM ZWISCHEN 1 UND 50, NPROZ ZWISCHEN 1 UND 25
C   NPMAX MAXIMALWERT DES 1. INDEX VON Y IM AUFRUFENDEN PROGRAMM
C   ERSTER AUFRUF FUER EINE PROZESSGRUPPE MUSS MIT T = 0 ERFOLGEN.
      REAL Z(NPROZ),OM(NOM),ZVOR(25)
      COMPLEX Y(NPMAX,NOM),C1
      COMPLEX EIOT(50),EIODT(50)
      DATA TVOR,DTVOR/2*1.234/,IKORR/0/
      IF(T.NE.TVOR)GOTO 2
      DO 1 K=1,NPROZ
1     Z(K)=ZVOR(K)
      RETURN
2     IKORR=IKORR+1
      IF(IKORR.LT.50.AND.T.NE.0)GOTO 10
      IKORR=0
      DO 5 J=1,NOM
5     EIOT(J)=CEXP(CMPLX(0.,OM(J)*TVOR))
10    DT=T-TVOR
      DO 15 J=1,NOM
      IF(DT.EQ.DTVOR)GOTO 15
      EIODT(J)=CEXP(CMPLX(0.,OM(J)*DT))
15    EIOT(J)=EIOT(J)*EIODT(J)
      DO 20 K=1,NPROZ
20    Z(K)=0.
      DO 30 J=1,NOM
      C1=Y(1,J)*EIOT(J)
      Z(1)=Z(1)+REAL(C1)
      IF(NPROZ.EQ.1)GOTO 30
      DO 25 K=2,NPROZ
25    Z(K)=Z(K)+REAL(Y(K,J)*C1)
30    CONTINUE
      DTVOR=DT
      TVOR=T
      DO 40 K=1,NPROZ
40    ZVOR(K)=Z(K)
      RETURN
      END
```

```
SUBROUTINE FORCES(F,X,Z,T,NX,NZ)
DIMENSION F(NX),X(NX),Z(NZ)
DIMENSION HEBEL(3)
C HEBEL(1)=GLATTWASSERHEBEL
C HEBEL(2)=WELLENBERGHEBEL
C HEBEL(3)=WELLENTALHEBEL
C XO=BESCHLEUNIGUNG PARALLEL DECK
C X1=PHI
C X2=PHIPUNKT
C Z1=ZETA,Z2=Z2PUNKT,Z3=TETA2PUNKT,Z4=PHIL,Z5=PHILPUNKT
C Z6=PHIL2PUNKT,Z7=Y2PUNKT,Z8=PSI2PUNKT,Z9=Z,Z10=TETA
C Z11=A,Z12=B,Z13=C
C Y1=X(0)=Y2PUNKT
C F(1)=X(2)=PHIPUNKT
C F(2)=PHI2PUNKT/RMRI2
C IF(T.NE.0)GOTO 10
IW=3
RL=RDB(99999.,0.,500.,'(10H LUTLAENGE,T30,1F12.3)',RL)
RM=RDB(99999.,0.,1.E6,'(13H SCHIFFSMASSE,T30,1F12.0)',RM)
RMRI2=RDB(99999.,0.,1.E9,'(22H TR.-MOMENT UM X-ACHSE,T30,1F12.0)',
& RMRI2)
GD=RDB(99999.,0.,1.E9,'(27H DAEMPF.-K. LINEARE RECHNG.,T30,1F12.0)
& ',GD)
G=RDB(9.81,0.,1.E6,'(18H ERDBESCHLEUNIGUNG,T30,1F12.3)',G)
GM=RDB(99999.,0.,100.,'(24H METAZ. HOEHE LINEARE R., T30,
& 1F12.3)',GM)
RMWIND=RDB(99999.,-1.E6,1.E6,'(11H WINDMOMENT,T30,1F12.0)',RMWIND)
DL=RDB(99999.,0.,1.E9,'(19H LINEARE DAEMPF.-K.,T30,1F12.0)',DL)
DQ=RDB(99999.,0.,1.E9,'(20H QUADRAT. DAEMPF.-K.,T30,1F12.0)',DQ)
S=RDB(99999.,-1.E9,1.E9,'(17H INTEGRAL X*KG*DM,T30,1F12.0)',S)
HOEHE=RDB(99999.,-20.,100.,'(26H HOEHE FUER BESCHLEUNIGUNG,
& T30,1F12.3)',HOEHE)
RLAENG=RDB(99999.,-300.,300.,'(27H LAENGE FUER BESCHLEUNIGUNG,
& T30,1F12.3)',RLAENG)
TIEFM=RDB(99999.,0.,30.,'(19H MITTLERER TIEFGANG,T30,1F12.3)',
& ATIEFM)
TRIMM=RDB(99999.,-8.,8.,'(16H MITTLERER TRIMM,T30,1F12.3)',
& ATRIMM)
WH13=RDB(99999.,0.,15.,'(17H WELLENHOEHE H1/3,T30,1F12.3)',WH13)
10 F(1)=X(2)
TIEF=TIEFM-Z(9)+Z(11)
TRIMM=TRIMM-Z(10)*RL+Z(12)*RL
CALL HE(X(1),TRIMM,TIEF,T,HEBEL)
H=HEBEL(1)+Z(13)/2./WH13*(HEBEL(2)-HEBEL(3))+Z(13)*Z(13)/2./WH13**
& A2*(HEBEL(2)-2.*HEBEL(1)+HEBEL(3))
IF(X(1).LT.0) H=-H
F(2)=(RMRI2*Z(6)+GD*Z(5)+RM*G*GM*Z(4)+RMWIND-DL*X(2)-DQ*X(2)
& A*ABS(X(2))-RM*(G+Z(2))*H-S*(X(1)-X(1)**3/6.)*Z(3))/RMRI2
IW=IW+1
IF(IW.NE.4)RETURN
IW=0
C BERECHNUNG DER BESCHLEUNIGUNG PARALLEL DECK
K=0
X(K)=(G+Z(2)+RLAENG*Z(3))*X(1)*(1.-X(1)**2/6.)+Z(7)-HOEHE*F(2)
& +RLAENG*Z(8)
X(K-1)=H
X(K-2)=Z(11)
X(K-3)=Z(12)
X(K-4)=Z(13)
IF(X(1).GT.1.) WRITE(6,20)
20 FORMAT(1X,'ABBRUCHKRITERIUM (WINKEL GROESSER 57 GRAD) ERREICHT')
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE HE(PHI,TRIMM,TIEF,T,HEBEL)
C   BERECHNUNG DER AUFRICHTENDEN HEBEL
C   IBED=1 GLATTWASSER
C   IBED=2 WELLENBERG
C   IBED=3 WELLENTAL
DIMENSION XU(3),NX(3),X(3),DX(3),STW(12,12,12,3)
DIMENSION HEBEL(3)
IF(T.NE.C) GO TO 100
C   DIE KLEINSTWERTE BEZIEHEN SICH AUF DIE STUETZPUNKT-KOORDINATEN DER
C   FUNCTION D123I
C   WIRD DER BEREICH FUER DEN MIT DEM PROGRAMM ARCHIMEDES DIE HEBEL-
C   ARME BERECHNET WERDEN VERAENDERT, SO SIND AUCH DIE XU-WERTE ENT-
C   SPRECHEND ZU VERAENDERN!
XU(1)=RDB(99999.,-60.,60.,'(24H KLEINSTER WERT FUER PHI,T30,1F12.3
A) ',XU(1))
XU(2)=RDB(99999.,-10.,10.,'(26H KLEINSTER WERT FUER TRIMM,T30,1F12
A.3) ',XU(2))
XU(3)=RDB(99999.,0.,15.,'(29H KLEINSTER WERT FUER TIEFGANG,T30,1F1
A2.3) ',XU(3))
DX(1)=RDB(99999.,0.,1.,'(20H DPHI FUER HEBELARME,T30,1F12.3) ',
A DX(1))
DX(2)=RDB(99999.,0.,8.,'(20H DTRI FUER HEBELARME,T30,1F12.3) ',
A DX(2))
DX(3)=RDB(99999.,0.,12.,'(20H DTIE FUER HEBELARME,T30,1F12.3) ',
A DX(3))
NX(1)=RDB(99999.,3.,10.,'(20H NPHI FUER HEBELARME,T30,1F12.3) ',
A FLOAT(NX(1)))
NX(2)=RDB(99999.,1.,5.,'(20H NTRI FUER HEBELARME,T30,1F12.3) ',
A FLOAT(NX(2)))
NX(3)=RDB(99999.,1.,5.,'(21H NTIEF FUER HEBELARME,T30,1F12.3) ',
A FLOAT(NX(3)))
N1=NX(1)
N2=NX(2)
N3=NX(3)
WRITE(6,10)
10 FORMAT('ODIE HEBEL WERDEN WIE FOLGT AUSGEDRUCKT:',/,1X,
A'IN DIE ERSTE ZEILE WERDEN BEI KONSTANTEM TRIMM DIE WERTE FUER',/
B,1X,'VERSCHIEDENE TIEFGAENGE AUSGEDRUCKT. DER KRAENGUNGSWINKEL',/,
C1X,'WIRD ERST VERAENDERT, WENN ALLE TIEFGAENGE UND TRIMME ABGEAR-'
D,/,1X,'BEITET SIND.')
DO 6 IBED=1,3
IF(IBED-2) 2,3,4
2 WRITE(6,11)
11 FORMAT('OHEBELARME GLATTWASSER ABH. VON TRIMM, TIEFGANG UND KRAENG
AUNGSWINKEL ')
GO TO 5
3 WRITE(6,12)
12 FORMAT('OHEBELARME WELLENBERG ABH. VON TRIMM, TIEFGANG UND KRAENGU
ANGSWINKEL ')
GO TO 5
4 WRITE(6,13)
13 FORMAT('OHEBELARME WELLENTAL ABH. VON TRIMM, TIEFGANG UND KRAENGUN
AGSWINKEL ')
5 CONTINUE
DO 7 I=1,N1
DO 7 J=1,N2
DO 8 K=1,N3
8 STW(I,J,K,IBED)=GELESN(C)
WRITE(6,40)(STW(I,J,K,IBED),K=1,N3)
7 CONTINUE
CALL ERGZ(STW(1,1,1,IBED),12,12,12,NX(1),NX(2),NX(3))
6 CONTINUE
100 CONTINUE
```

```
X(1)=ABS(PHI)
X(2)=TRIMM
X(3)=TIEF
DO 14 IBED=1,3
HEBEL(IBED)=D1231(X,XU,DX,NX,STW(1,1,1,IBED),12,12,IWENN(IBED.EQ.1
A,3,-3),0.)
14 CONTINUE
40 FORMAT(15F9.3)
RETURN
END
```

```
FUNCTION GELESN(I)
GELESN=RDB(99999.,-1.E30,1.E30,1H ,99999.)
RETURN
END
```

```
FUNCTION IWENN(L,I,J)
LOGICAL L
IWENN=J
IF(L) IWENN=I
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE ABL(X,T,XPUNKT)
DIMENSION X(100),XPUNKT(25),F(25),Z(25)
COMMON /SINA/ Y,A(225),NX,NZ,UM(50),NOM
COMPLEX Y(25,50)
CALL GAUSSN(Z,T,UM,Y,NZ,NOM,25)
IF(A(1).EQ.0)GOTO 20
CALL FORCES(F,X,Z,T,NX,NZ)
IA=0
DO 10 I=1,NX
XPUNKT(I)=0
DO 10 J=1,NX
IA=IA+1
XPUNKT(I)=XPUNKT(I)+A(IA)*F(J)
10 CONTINUE
RETURN
20 CALL FORCES(XPUNKT,X,Z,T,NX,NZ)
RETURN
END
```

Die Subroutine MINV (Matrixinversion) stammt aus dem Scientific Subroutine Package von IBM.

Anhang 3: Testprogramm für die Gleichungen zur Starrkörperbewegung

```
C TESTPROGRAMM FUER FESTKÖRPERBEWEGUNG
COMMON      RM(3),RMASSI(3),R(3,3),TINV(3,3),S(3,3),OMV(3),RTRI(3)
&,O MM(3,3),ISPACE(6),RK(3)
DIMENSION YFELD(18,50),SPACE(162)
EXTERNAL ABL
DO 1 I=1,3
RMASSI(I)=GELESN(0)
RTRI(I)=GELESN(0)
RK(I)=GELESN(0)
RM(I)=GELESN(0)
YFELD(I,1)=GELESN(0)
YFELD (I+3,1)=GELESN(0)
YFELD(I+6,1)=GELESN(0)
YFELD(I+9,1)=GELESN(0)
YFELD(I+12,1)=GELESN(0)
YFELD(I+15,1)=GELESN(0)
1 CONTINUE
CALL FEHLB1(YFELD,18,50,0.20,ABL,1.E-3,SPACE)
WRITE(6,10)YFELD
10 FORMAT(9G13.4)
END

SUBROUTINE ABL(X,T,XP)
C BERECHNET ABLEITUNGEN FUER BEWEGUNGSSIMULATION EINES STARRKÖRPER
DIMENSION X(18),XP(18)
C ELEMENTE VON X SIND B1,B2,B3,H1,H2,H3,XSI,ETA,ZETA,MATRIX T SPALTENWEISE
C B IMPULS, H DREHIMPULS, T TRANSFORMATIONSMATRIX DREHUNG XSI - X
COMMON      RM(3),RMASSI(3),R(3,3),TINV(3,3),S(3,3),OMV(3),RTRI(3)
&,O MM(3,3),ISPACE(6),RK(3)
DATA IO/O/
DO 1 I=1,3
C KRAFT RK = ABLEITUNG IMPULS
XP(I)=RK(I)
C MOMENT RM = ABLEITUNG DREHIMPULS
XP(I+3)=RM(I)
1 CONTINUE
C BERECHNUNG VON TINV = T**-1 = TRANSPONIERTE VON T
CALL MTRA(X(10),TINV,3,3,0)
C BERECHNUNG VON XSIPUNKT = T*RM**-1*T**-1*B
CALL MPRD(X(10),RMASSI,R,3,3,0,2,3)
CALL MPRD(R,TINV,S,3,3,0,0,3)
CALL MPRD(S,X(1),XP(7),3,3,0,0,1)
C BERECHNUNG VON OMEGA = T*TETA**-1*T**-1*H
CALL MPRD(X(10),RTRI,R,3,3,0,2,3)
CALL MPRD(R,TINV,S,3,3,0,0,3)
CALL MPRD(S,X(4),OMV,3,3,0,0,1)
C BERECHNUNG DER OMEGA-MATRIX OMM AUS OMEGA-VEKTOR OMV
OMM(1,1)=0.
OMM(1,2)=-OMV(3)
OMM(1,3)=OMV(2)
OMM(2,1)=OMV(3)
OMM(2,2)=0.
OMM(2,3)=-OMV(1)
OMM(3,1)=-OMV(2)
OMM(3,2)=OMV(1)
OMM(3,3)=0.
```


Anhang 4: Berechnung der Koeffizienten A_i und B_i aus (49) an einem Beispiel

Die Darstellung der Kräfte und Momente auf einen Schiffsquerschnitt nach Gleichung (48) ist praktisch brauchbar, wenn es gelingt, mit relativ wenigen Koeffizienten A_i , B_i den Verlauf der hydrodynamischen Masse $M(\omega)$ und der Dämpfung $N(\omega)$ über der Kreisfrequenz ausreichend genau anzunähern. Dies wird hier am Beispiel der Vertikalbewegung eines Lewis-Spants mit einem Seitenverhältnis $H = B/(2T) = 0.4$ und einer Völligkeit $\beta = 0.9$ versucht.

Aus (49) folgt für $l_1 = 3$:

$$M(\omega) - \frac{i}{\omega} N(\omega) \approx \frac{A_0 + i\omega A_1 - \omega^2 A_2 - i\omega^3 A_3}{B_0 + i\omega B_1 - \omega^2 B_2 - i\omega^3 B_3} \quad (120)$$

Für kleinere Werte l_1 sind die letzten Summanden im Zähler und Nenner wegzulassen. Hier sind M und N , A_i und B_i Skalare, da nur die Vertikalbewegung und die vertikalen Kräfte untersucht werden.

Für $l_1 = 1$ folgt aus (120):

$$N(\omega) \approx \frac{A_0 B_1 - A_1 B_0}{B_0^2 / \omega^2 + B_1^2} \quad (121)$$

Falls N bei irgendeiner Frequenz ungleich 0 ist, d. h. falls $A_0 B_1$ ungleich $A_1 B_0$ ist, strebt N für ω gegen Unendlich gegen einen Grenzwert ungleich Null. Tatsächlich nähert sich N jedoch für hohe Frequenz rasch dem Grenzwert 0 an. Deshalb ist $l_1 = 1$ nicht ausreichend.

Für $l_1 = 2$ erhält man aus der Forderung $\lim N = 0$ für ω gegen Unendlich entsprechend die Beziehung

$$A_1 B_2 - A_2 B_1 = 0 \quad (122)$$

Andererseits folgt aus $\lim M = M_\infty$ für ω gegen Unendlich die Beziehung

$$A_2 = M_\infty B_2 \quad (123)$$

Mit (122) folgt daraus:

$$A_1 = M_\infty B_1 \quad (124)$$

Man kann nun die A_i und B_i , $i = 0$ bis 2, so bestimmen, daß $B_0 = 1$ ist, daß (123) und (124) erfüllt sind, daß die Realteile von (49) bei einer passend gewählten Frequenz genau übereinstimmen und die Imaginärteile bei zwei Frequen-

zen. Die zuletzt genannten Bedingungen ergeben die Gleichungen:

$$A_0 - NB_1 + \omega^2(M - M_{\infty})B_2 = M \text{ bei } \omega = \omega_1 ;$$

$$\omega^2(M - M_{\infty})B_1 + \omega^2NB_2 = N \text{ bei } \omega = \omega_2 \text{ und } \omega_3 .$$

Dies ist ein lineares Gleichungssystem für die drei Unbekannten A_0 , B_1 und B_2 . Bild 5 zeigt das durch Probieren von vielen Kombinationen ω_1 , ω_2 , ω_3 erreichte beste Resultat. Während die Masse brauchbar angenähert wird, ist der Abfall der Dämpfung mit wachsendem ω zu langsam.

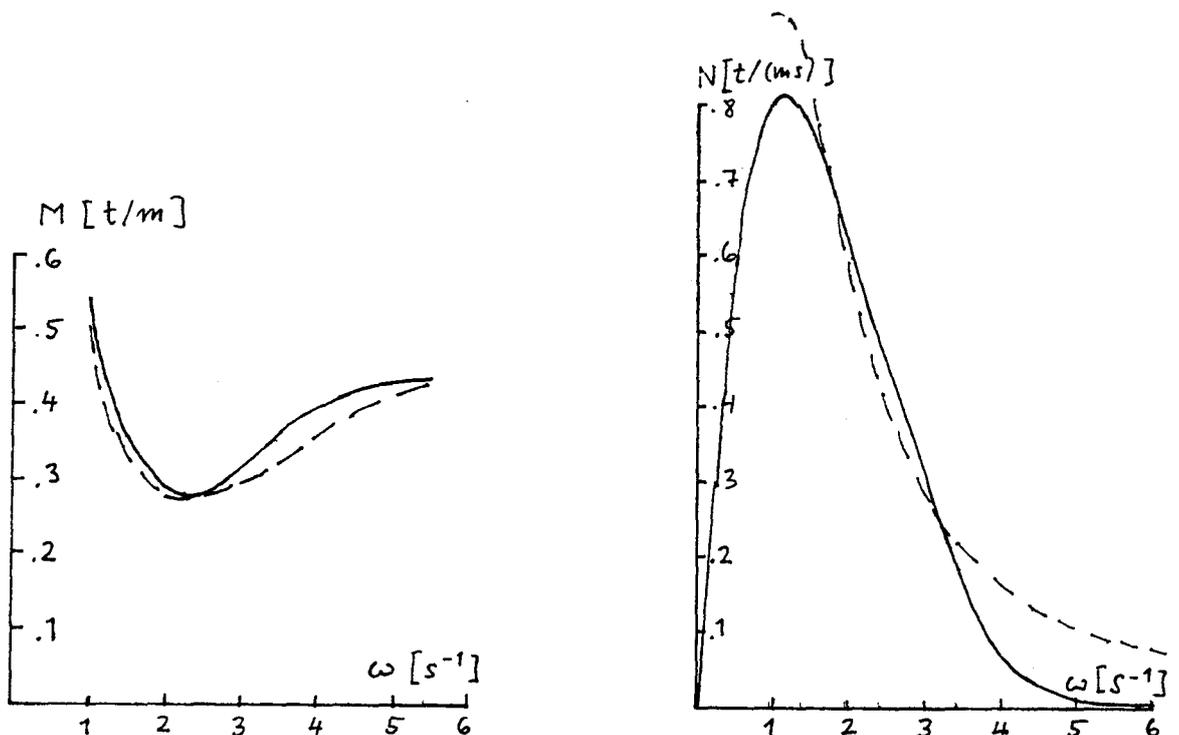


Bild 5. Masse und Dämpfung für Vertikalbewegung eines Lewis-Querschnitts ($H = 0.4$; $B = 0.9$; $B = 1 \text{ m}$). Ausgezogen exakte Werte, gestrichelt Näherung nach Formel (120) mit $l_1 = 2$.

Deshalb wurde als Nächstes der Fall $l_1 = 3$ untersucht. Aus den Bedingungen $\lim_{\omega \rightarrow \infty} M = M_{\infty}$ und $\lim_{\omega \rightarrow \infty} N = 0$ erhält man zusammen mit $B_0 = 1$:

$$A_0 - NB_1 + \omega^2(M - M_{\infty})B_2 + \omega^2NB_3 = M \text{ für } \omega = \omega_1 \text{ und } \omega_2 ; \quad (125)$$

$$-\omega^2A_1 + \omega^2MB_1 + \omega^2NB_2 - \omega^4(M - M_{\infty})B_3 = N \text{ für } \omega = \omega_3, \omega_4, \omega_5 ; \quad (126)$$

$$A_2 = M_{\infty}B_2 ; A_3 = M_{\infty}B_3 .$$

Die fünf Gleichungen (125) und (126) wurden nach A_0 , A_1 , B_1 , B_2 und B_3 aufgelöst, wieder für eine Reihe von Kombinationen ω_1 bis ω_5 . Die folgenden Seiten zeigen das dazu benutzte Programm; Bild 6 zeigt eines des besten dabei erhaltenen Ergebnisse für die nach (120) berechneten Werte Masse und Dämpfung.

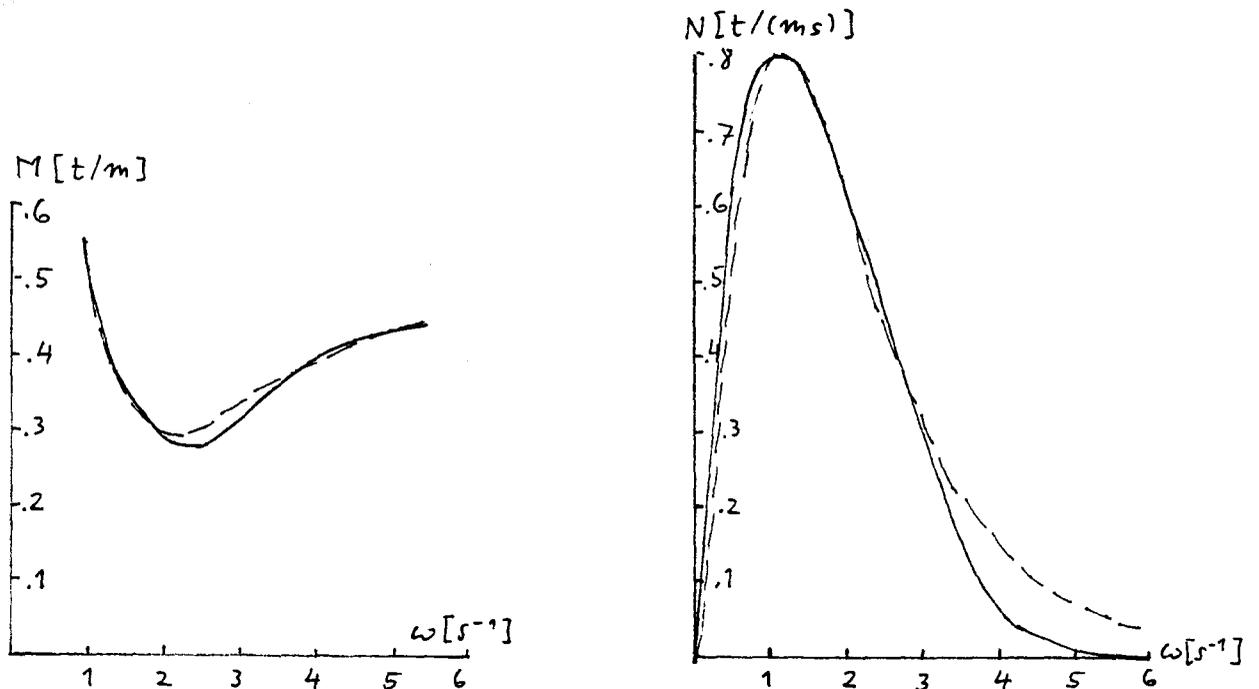


Bild 6. Masse und Dämpfung für Vertikalbewegung eines Lewis-Querschnitts ($H = 0.4$; $B = 0.9$; $B = 1$ m). Ausgezogen exakte Werte, gestrichelt Näherung nach Formel (120) mit $ll = 3$.

Die Genauigkeit dieser Näherung wird für ausreichend gehalten. Eine noch bessere Anpassung vor allem der Dämpfung für hohe Frequenzen wäre mit $ll = 4$ möglich. Bei $ll = 3$ und größer ist allerdings darauf zu achten, daß die Dämpfungskräfte im gesamten Frequenzbereich positiv bleiben. Bei $ll = 3$ ist dies dann der Fall, wenn gilt:

$$A_0 B_1 - A_1 B_0 \geq 0 ;$$

$$M B_3 + A_1 B_2 - M B_1 B_2 - A_0 B_3 \geq 0 .$$

```
C TEST SCHMIECHEN-QUERSCHNITTSDATEN,LL=3,UNB. A0,A1,B1,B2,B3,2 MASS.,3 DAEMPF.
  DIMENSION OM(20),RM(20),RN(20),A(5,6)
  DIMENSION RRM(30),RRN(30)
  COMPLEX CI,CMN
  EQUIVALENCE (RRM(3),RM(1)),(RRN(3),RN(1))
  DATA RRM/30*0./,RRN/30*0./
  CI=CMPLX(0.,1.)
  B=1.
C EINLESEN H,BETA,ANZAHLFREQUENZEN,(FR.-PARAM.,CZ,AQUER MEHRMALS)
  D=B/(2.*GELESN(0))
  BETA=GELESN(0)
  NOM=GELESN(0)
  DO 1 IOM=1,NOM
  OM(IOM)=SQRT(2.*9.81*GELESN(0)/B)
  RM(IOM)=GELESN(0)*3.1416/8.*B**2
  RN(IOM)=(GELESN(0)*9.81)**2/OM(IOM)**3
  WRITE(6,10)OM(IOM),RM(IOM),RN(IOM)
  10 FORMAT(' OM=',1F10.3,' RM=',1F10.3,' RN=',1F10.3)
  1 CONTINUE
  RM00=ADDED(2.*D,B/2.,B*D*BETA)
C FUER ALLE FIXPUNKT-KOMBINATIONEN
  8 DO 20 I=1,5
  J=GELESN(0)
  OM1=OM(J)
  DIF=-RM00+RM(J)
  IF(I.GT.2)GOTO 25
C FUER MASSEN
  A(I,1)=1.
  A(I,2)=0.
  A(I,3)=-RN(J)
  A(I,4)=OM1**2*DIF
  A(I,5)=OM1**2*RN(J)
  A(I,6)=RM(J)
  GOTO 20
C FUER DAEMPFUNGEN
  25 A(I,1)=0.
  A(I,2)=-OM1**2
  A(I,3)=OM1**2*RM(J)
  A(I,4)=OM1**2*RN(J)
  A(I,5)=-OM1**4*DIF
  A(I,6)=RN(J)
  20 CONTINUE
  CALL SIMQ2(A,5,1,5,KS,1.E-5)
  IF(KS.NE.0)WRITE(6,27)KS
  27 FORMAT(' SIMQ2-FEHLER',1I5)
  A0=-A(1,6)
  A1=-A(2,6)
  B0=1.
  B1=-A(3,6)
  B2=-A(4,6)
  B3=-A(5,6)
  WRITE(6,26)A0,A1,B0,B1,B2,B3
  26 FORMAT(10F10.3)
  N=NOM+10
  DO 30 L=1,N
  OM1=WENN(L.LE.2,L*OM(1)/3.,WENN(L.LT.NOM+2,OM(L-2),
& OM(NOM)*1.3**(L-NOM-2)))
  CMN=(A0+CI*OM1*A1-CM1**2*RM00*B2-CI*OM1**3*RM00*B3)/
& (1.+CI*OM1*B1-OM1**2*B2-CI*OM1**3*B3)
  RMS=REAL(CMN)
  RNS=-AIMAG(CMN)*OM1
  30 WRITE(6,26)OM1,RMS,RRM(L),RNS,RRN(L)
  GOTO 8
  END
```

```

FUNCTION ADDEDM(B,D,A)
C BERECNET HYDRODYN. MASSE FUER HORIZONTALBEWEGUNG BEI KLEINER FREQUENZ
C WASSERDICHTHE GLEICH 1 GESETZT.
C B BREITE, D TIEFGANG, A SPANTFLAECHE
DIMENSION AA(2),BB(2),R(2)
ADDEDM=1.E20
ALFA=A/1.5708+(0.25*B-0.5*D)**2
BETA=0.25*B+0.5*D
WU=SQRT(AMAX1(0.,0.75*BETA**2-0.5*ALFA))
DO 1 I=1,2
R(I)=1.5*BETA+(2*I-3)*WU
AA(I)=(0.25*B-0.5*D)/R(I)
BB(I)=D/R(I)+AA(I)-1.
1 ADDEDM=AMIN1(ADDEDM,1.5708*R(I)**2*((1.-AA(I))**2+3.*BB(I)**2))
RETURN
END
    
```

Die vom Haupt-Programm aufgerufenen Routine SIMQ2 löst ein lineares Gleichungssystem. GELESN liest jeweils eine Zahl ein. ADDEDM wird hier benutzt zur Berechnung der hydrodynamischen Masse für Vertikalbewegung im Grenzfall hoher Frequenz.

Ergebnisbeispiel:

VERTIKAL LEWIS BETA 0.9, H 0.4				
DM= 0.990	RM= 0.550	RN= 0.802		
DM= 1.401	RM= 0.357	RN= 0.788		
DM= 1.981	RM= 0.287	RN= 0.599		
DM= 2.426	RM= 0.279	RN= 0.491		
DM= 3.431	RM= 0.353	RN= 0.187		
DM= 4.429	RM= 0.424	RN= 0.036		
DM= 5.425	RM= 0.432	RN= 0.006		

} Eingeliesene exakte Werte M(ω) und N(ω)

ω_1 bis ω_5 in (125) und (126) entspr. den eingelesenen ω mit den angegebenen Indizes

1	3	1	4	7		
$A_0 = 2.257$	$A_1 = 1.555$	$B_0 = 1.000$	$B_1 = 2.449$	$B_2 = 1.294$	$B_3 = 0.246$	
0.330	1.659	0.0	0.314	0.0		
0.660	0.927	0.0	0.671	0.0		
0.990	0.550	0.550	0.802	0.802		
1.401	0.356	0.357	0.782	0.788		
1.981	0.292	0.287	0.615	0.599		
2.426	0.305	0.279	0.468	0.491		
3.431	0.369	0.353	0.226	0.187		
4.429	0.417	0.424	0.109	0.036		
5.425	0.445	0.432	0.056	0.006		
7.052	0.469	0.0	0.022	0.0		
9.168	0.482	0.0	0.008	0.0		
11.919	0.489	0.0	0.003	0.0		
15.494	0.494	0.0	0.001	0.0		
20.142	0.496	0.0	0.000	0.0		
26.185	0.498	0.0	0.0	0.0		
34.041	0.498	0.0	0.0	0.0		
44.253	0.499	0.0	0.0	0.0		

↑
 ω
↑
M nach (120)
↑
M_{exakt}
↑
N nach (120)
↑
N_{exakt}

Nicht gelesen:
0 ausgedruckt
Nicht gelesen:
0 ausgedruckt