

215 | Oktober 1968

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Peter Boese

Kursverhalten des Schiffes im unregelmäßigen achterlichen Seegang

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

IfS-Bericht Nr. 215

Kursverhalten des Schiffes im unregelmäßigen
achterlichen Seegang

von

Peter Boese

Hamburg, Oktober 1968

Gliederung

Einführung

1. Das Kursverhalten bei kleiner Längsbewegung

1.1. Die Längsbewegung

- 1.1.1. Bewegungsgleichung für die Längsbewegung
- 1.1.2. Näherungslösung für die Längsbewegung
- 1.1.3. Mittlerer Seegangsschub und Geschwindigkeitserhöhung
- 1.1.4. Spektrum der linearen Längsbewegung
- 1.1.5. Ergebnisse

1.2. Mittlere Seegangskräfte

- 1.2.1. Mittlere Querkraft verursacht durch die Längsbewegung
- 1.2.2. Mittleres Giermoment verursacht durch die Längsbewegung
- 1.2.3. Auswirkung der mittleren Seegangskräfte auf das Kursverhalten
- 1.2.4. Auswirkung der Abhängigkeit der Seegangskräfte von der Gierbewegung bei konstanter Geschwindigkeit
- 1.2.5. Ergebnisse

2. Das Kursverhalten bei starker Längsbewegung

2.1. Berechnung des Bewegungsablaufes entlang der Kontur eines Wellenabschnittes

- 2.1.1. Bewegungsgleichungen
- 2.1.2. Berechnung der Längsbewegung
- 2.1.3. Berechnung der Gierbewegung
- 2.1.4. Verhalten des stationär mit den Wellen mitlaufenden Schiffes
- 2.1.5. Kriterium für das "Querschlagen"

2.2. Abschnittsweise Beschreibung des unregelmäßigen
Seegangs durch eine "effektive Welle"

2.2.1. Momentane effektive Welle

2.2.2. Mitwandernde effektive Welle

2.2.3. Ergebnisse

2.3. Häufigkeit der Seegangsbedingungen, die zum "Mitgenommen-
Werden" und "Querschlagen" des Schiffes führen

2.3.1. Häufigkeit für "Mitgenommen-Werden"

2.3.2. Häufigkeit für "Querschlagen"

Schlußfolgerungen

Literatur

Einführung

Über Untersuchungen der Längsbewegung und des Kursverhaltens eines Schiffes im regelmäßigen achterlichen Seegang war in den IfS-Berichten Nr. 179 und 198 [1] und [2] berichtet worden. In der vorliegenden Arbeit sollen diese Betrachtungen auf den unregelmäßigen Seegang ausgedehnt werden.

Bisher konnte gezeigt werden, daß sowohl die Längsbewegung ("surging-motion") als auch die Abhängigkeit der Seegangskräfte von der Gierbewegung einen starken Einfluß auf das Kursverhalten des Schiffes ausüben.

Solange die Längsbewegung klein bleibt und das Schiff von den regelmäßigen Wellen überholt wird, kann ähnlich wie im glatten Wasser der Begriff "Kursstabilität" an Hand des Lösungsverhaltens für $t \rightarrow \infty$ definiert werden. Die Kursstabilität ist im Seegang größer als im glatten Wasser. Ein weiterer Effekt ist, daß das Schiff mit kleiner werdender Geschwindigkeit bestrebt ist, vom gewünschten Kurs abzuweichen, und in Seegangslaufrichtung zu drehen. In gewissen Bereichen höherer Geschwindigkeit kann das Schiff aufgrund von Resonanz kursinstabil werden.

So interessant dieses Ergebnis sein mag, zur Erklärung der Schwierigkeiten beim Steuern im achterlichen Seegang kann es vermutlich nicht dienen. Einmal ist im natürlichen Seegang das Vorkommen einer Folge von regelmäßigen Wellen, wie sie für Resonanz erforderlich ist, unwahrscheinlich, zum anderen liegen die Resonanzstellen bei höheren Geschwindigkeiten, wo das Schiff bereits eine heftige Längsbewegung ausführt.

Diese Längsbewegung kann zur Folge haben, daß das Schiff Wellengeschwindigkeit erreicht und von der betreffenden Welle mitgeführt wird.

Auf das mit einer Welle mitlaufende Schiff wirken stationäre Seegangskräfte, die bestrebt sind, das Schiff im Wellental querzudrehen. Der Begriff Kursstabilität ist auch hier wenig aufschlußreich, da dieser Zustand im unregelmäßigen Seegang

nur eine begrenzte Zeit andauern kann. Dagegen scheint das Verhalten des Schiffes gerade in der Übergangsphase wichtig zu sein. Zwar ist in [2] für einen speziellen Fall kein Querdrehen des Schiffes festgestellt worden, aber es wird vermutet, daß bei steileren Wellen, insbesondere bei einer Folge von zwei verschieden hohen Wellenbergen das Schiff querdreht.

Ausgehend von der Berechnung der Längsbewegung im unregelmäßigen Seegang wird im Folgenden deren Einfluß auf das Kursverhalten untersucht. Auf eine ähnliche Weise wird dem Einfluß der Nichtlinearität der Seegangskräfte nachgegangen.

Für den Fall, daß das Schiff von den Wellen mitgenommen wird, muß ein völlig anderer Lösungsweg beschritten werden. Die in [2] beschriebene numerische Methode zur Lösung der Bewegungsgleichungen wird benutzt, um den Bewegungsablauf in der Übergangsphase zu berechnen. Sind auf diesem Wege die kritischen Bedingungen gefunden worden, unter denen ein Schiff unzulässige Kursabweichungen erreicht, so wird der unregelmäßige Seegang daraufhin untersucht, inwieweit diese Bedingungen eintreten können.

1. Untersuchung des Kursverhaltens bei kleiner Längsbewegung.

1.1. Untersuchung der Längsbewegung

1.1.1. Bewegungsgleichung für die Längsbewegung

Die Gleichgewichtsbedingung der Längskräfte für ein in Seegangsrichtung fahrendes Schiff führt auf folgende Bewegungsgleichung [1], [2]:

$$\ddot{x}_0 + \frac{R(\dot{x}_0)}{m} - \frac{T(\dot{x}_0)}{m} = \sum_{n=1}^N A_n \cos\left(\frac{\omega_n^2}{4} x_0 - \omega_n t + \sigma_n\right)$$

- mit
- x_0 Koordinate in Laufrichtung des Seeganges bezogen auf ein festes System
 - m Schiffsmasse (hydrodynamische Masse in Längsrichtung wird vernachlässigt)
 - $R(\dot{x}_0)$ der auf das Schiff wirkende Widerstand
 - $T(\dot{x}_0)$ der vom Propeller ausgeübte Schub (ohne Sogkraft)
 - A_n Amplitude der von einer harmonischen Komponente des Seeganges ausgeübten Längskraft

Wie der Seegang selbst, so soll die vom Seegang ausgeübte Längskraft durch eine Summe harmonischer Komponenten beschrieben werden. Die hierzu vorauszusetzende Linearität der Beziehung zwischen Wellenerhebung und Längskraft ist weitgehend gegeben.

Da die Bewegungsfrequenz klein ist, können für R und T näherungsweise die Werte für stationäre Fahrt im glatten Wasser benutzt werden. Der konstanten Geschwindigkeit v im glatten Wasser entspricht ein bestimmter Widerstand $R(v)$ und ein bestimmter Propellerschub $T(v)$. Wird die Geschwindigkeit erhöht, $e = v + \Delta v$, so vergrößert sich der Widerstand $R(e) > R(v)$, gleichzeitig verringert sich der Schub $T(e) < T(v)$, sofern die Propellerdrehzahl konstant gehalten wird.

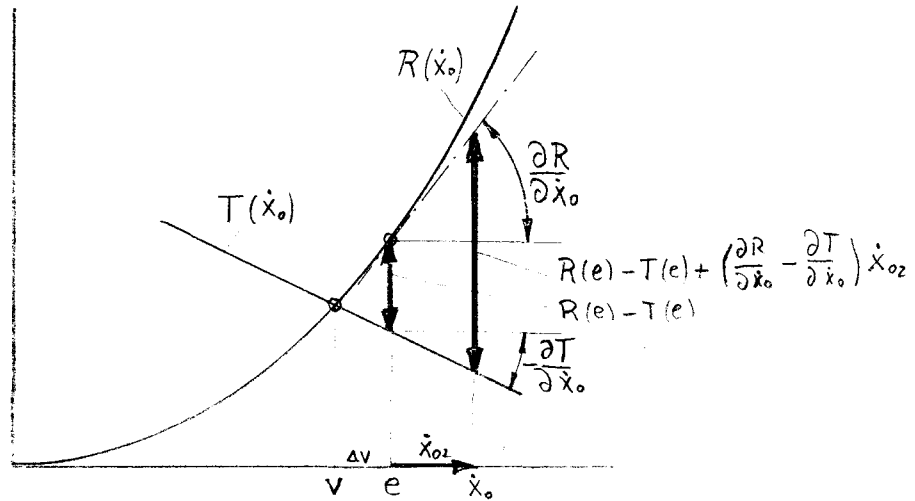
Auf die mittlere Geschwindigkeit e wird die neue Koordinate x_{02} bezogen:

$$\dot{x}_0 = e + \dot{x}_{02}$$

Für die Funktionen $R(\dot{x}_0)$ und $T(\dot{x}_0)$ wird folgender Ansatz gemacht:

$$R(\dot{x}_0) = R(e) + \left(\frac{\partial R}{\partial \dot{x}_0}\right)_e \dot{x}_{02}$$

$$T(\dot{x}_0) = T(e) + \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_0}\right)_e \dot{x}_{02}$$



Somit lautet die Bewegungsgleichung:

$$\ddot{x}_{02} + N \dot{x}_{02} + \frac{R(e)}{m} - \frac{T(e)}{m} = \sum_{n=1}^N A_n \cos\left(\frac{\omega_n^2}{g} x_{02} - \omega_n t + \sigma_n\right)$$

mit $N = \frac{1}{m} \left[\frac{\partial R}{\partial \dot{x}_0} - \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_0} \right]_e$ Dämpfungskoeffizient

$\omega_{en} = \omega_n - \frac{\omega_n^2}{g} e$ mittlere Begegnungsfrequenz

1.1.2. Näherungslösung für die Längsbewegung

Die Schwierigkeit bei der Lösung der Gleichung für die Längsbewegung wird dadurch verursacht, daß die Variable X_{0z} in dem Argument der Erregung steht. Bei den bisherigen Untersuchungen [1], [2] war die Gleichung numerisch integriert worden. Eine weitere Lösung, die mit Hilfe eines Fourier-Reihen-Ansatzes gefunden worden war, zeigte schon bei Berücksichtigung nur des ersten Gliedes gute Übereinstimmung mit der numerischen Lösung ([1] Abschnitt 1.6.2). Hier soll ein ähnlicher Lösungsweg besprochen werden:

Ist die Bewegung X_{0z} klein genug, so kann näherungsweise geschrieben werden:

$$\ddot{X}_{0z} + N\dot{X}_{0z} + \frac{R(e)}{m} - \frac{T(e)}{m} = \sum_{n=1}^N A_n \left[\cos(\omega_n t - \sigma_n) + \frac{\omega_n^2}{g} X_{0z} \sin(\omega_n t - \sigma_n) \right]$$

Unter der gleichen Voraussetzung, daß X_{0z} klein ist, kann angenommen werden, daß sich die Lösung der nichtlinearen Gleichung aus einem überwiegenden linearen Anteil und einem kleineren nichtlinearen Anteil zusammensetzt:

$$X_{0z} = X_{0ze} + X_{0znl}$$

$$\ddot{X}_{0ze} + N\dot{X}_{0ze} + \ddot{X}_{0znl} + N\dot{X}_{0znl} + \frac{R(e)}{m} - \frac{T(e)}{m} = \sum_{n=1}^N A_n \left[\cos(\omega_n t - \sigma_n) + \frac{\omega_n^2}{g} (X_{0ze} + X_{0znl}) \sin(\omega_n t - \sigma_n) \right]$$

Der lineare Anteil ist bestimmt durch die Gleichung

$$\ddot{X}_{0ze} + N\dot{X}_{0ze} = \sum_{n=1}^N A_n \cos(\omega_n t - \sigma_n)$$

deren harmonische Lösung lautet

$$X_{0ze} = \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{\omega_n (\omega_n^2 + N^2)} \left[-\omega_n \cos(\omega_n t - \sigma_n) + N \sin(\omega_n t - \sigma_n) \right]$$

Der nichtlineare Anteil ist bestimmt durch die Gleichung

$$\ddot{X}_{0znl} + N\dot{X}_{0znl} + \frac{R(e)}{m} - \frac{T(e)}{m} = \sum_{n=1}^N A_n \frac{\omega_n^2}{g} (X_{0ze} + X_{0znl}) \sin(\omega_n t - \sigma_n)$$

Von dieser Gleichung interessieren hier nur die von der Zeit unabhängigen Mittelwerte. Da X_{0z} den Mittelwert 0 hat, bleibt auf der linken Seite nur der Wert $\frac{R(e)}{m} - \frac{T(e)}{m}$ mit der zunächst noch unbekanntem mittleren Geschwindigkeit e . Auf der rechten

Seite wird im Rahmen dieser ersten Näherung $X_{0,1}$ vernachlässigt. Durch Einsetzen der bereits bestimmten linearen Lösung $X_{0,2}$ erhält man auf der rechten Seite das Produkt zweier Summen. Von diesem Ausdruck liefern nur die Glieder mit Produkten gleicher Winkelfunktionen mit gleichem Argument einen konstanten Beitrag. Die übrigen Glieder liefern harmonische Funktionen höherer Ordnung, die hier nicht interessieren.

$$\frac{R(e)}{m} - \frac{T(e)}{m} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} N \frac{A_n^2}{\omega_{en} (\omega_{en}^2 + N^2)}$$

Bei Fahrt im Seegang wird sich also diejenige mittlere Geschwindigkeit einstellen, für die die Differenz zwischen Widerstand und Propellerschub dem mittleren Schub des Seeganges entspricht.

1.1.3. Mittlerer Schub und Geschwindigkeitserhöhung

Die Amplitude der Längskraft einer Komponente hat folgenden Wert:

$$A_n = \omega_n^2 C_n f_{xx}(\lambda/L)$$

C_n Amplitude der Seegangskomponente
 $f_{xx}(\lambda/L)$ dim.loser Koeffizient der Längskraft hängt von $\lambda/L = \frac{2\pi g}{L \omega^2}$ und von der Schiffsform ab.

Der Seegang soll durch eine unendlich große Zahl von Komponenten dargestellt werden:

$$C_n = \sqrt{2 S_\zeta(\omega_n) \Delta\omega_n}$$

Hier wird das Seegangsspektrum von Moskowitz-Pierson benutzt. Parameter ist die Windgeschwindigkeit u .

Mit der dimensionslosen Frequenz

$$\omega^* = \omega \sqrt{\frac{L}{g}} \quad L = \text{Schiffslänge}$$

lautet die dimensionslose Form des Spektrums

$$S_\zeta^*(\omega^*) = \frac{\alpha}{\omega^{*5}} e^{-\beta \left(\frac{\omega_0^*}{\omega^*}\right)^4}$$

mit der Beziehung

$$S_\zeta^*(\omega^*) = L^2 \sqrt{\frac{L}{g}} S_\zeta(\omega^*)$$

$$\alpha = 0.0081 \quad \beta = 0.74$$

$$\omega_0^* = \frac{1}{Fr_w}$$

$$Fr_w = \frac{w}{\sqrt{Lg}} \text{ "Froude-Zahl der Windgeschwindigkeit"}$$

Hiermit lautet die Amplitude der Längskraft

$$A_n = g \omega_n^{*2} \sqrt{2 S_\zeta^*(\omega_n^*) \Delta\omega_n^*} f_{xx}(\lambda/L)$$

$$\lambda/L = \frac{2\pi}{\omega_n^{*2}}$$

Der Dämpfungskoeffizient wird ebenfalls in dimensionsloser Form benutzt:

$$N^* = N \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$= \left[\frac{\partial \varepsilon_R}{\partial \overline{Gr}} - \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial \overline{Gr}} \right] \frac{e}{\sqrt{gL}}$$

mit $\varepsilon_R = \frac{R}{mg}$ und $\varepsilon_T = \frac{T}{mg}$

N^* ergibt sich also aus den Steigungen der Funktionen des "spezifischen" Widerstandes und Propellerschubes, aufgetragen über der Froude-Zahl.

Mit den dimensionslosen Werten lautet die Gleichung für den mittleren Seegangsschub:

$$\frac{R(e)}{mg} - \frac{T(e)}{mg} = \sum_{n=1}^N N^* \frac{\omega_n^{*6} f_{xx}^2(\frac{1}{2}) S_{\xi}^*(\omega_n^*) \Delta \omega_n^*}{\omega_{en}^* (\omega_{en}^{*2} + N^{*2})}$$

$$\omega_{en}^* = \omega_n^* - \omega_n^{*2} \frac{e}{\sqrt{gL}} \quad \text{dimensionslose Begegnungsfrequenz}$$

Für eine unendliche Anzahl von Komponenten

$$\frac{R(e)}{mg} - \frac{T(e)}{mg} = N^* \int_0^{\infty} \frac{\omega^{*6} f_{xx}^2(\frac{1}{2}) S_{\xi}^*(\omega^*)}{\omega_e^* (\omega_e^{*2} + N^{*2})} d\omega^*$$

Für $\omega_e^* = 0$, d.h. $\omega^* = \frac{0}{e} \sqrt{gL}$ hat der Integrand eine Polstelle, die bei der Integration gesondert behandelt werden muß. Da der Integrand an dieser Stelle das Vorzeichen wechselt, ist der Wert des Integrals stark von der Lage der Polstelle zum Spektrum abhängig. Für größeres e kann der Seegangsschub sogar negativ werden, das Schiff wird nicht mehr geschoben sondern gebremst.

1.1.4. Spektrum der linearen Längsbewegung

Neben der mittleren Geschwindigkeitserhöhung ist noch die Geschwindigkeitsschwankung, für die die lineare Lösung eine Näherung ist, interessant:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{02e} &= \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{\omega_{en}^2 + N^2} [\omega_{en} \sin(\omega_{en}t - \sigma_n) + N \cos(\omega_{en}t - \sigma_n)] \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{\sqrt{\omega_{en}^2 + N^2}} \cos(\omega_{en}t - \sigma_{1n})\end{aligned}$$

In dimensionsloser Form

$$\frac{\dot{x}_{02e}}{\sqrt{g L}} = \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\omega_n^{*4} f_{xx}(\frac{\lambda}{2})}{\omega_{en}^{*2} + N^{*2}}} 2 S_{\xi}^*(\omega_n^*) \Delta \omega_n^* \cos(\omega_{en}t - \sigma_{1n})$$

Das Spektrum der dimensionslosen Geschwindigkeitsschwankung:

$$S_{\dot{x}}^*(\omega^*) = \frac{\omega_n^{*4} f_{xx}(\frac{\lambda}{2})}{\omega_{en}^{*2} + N^{*2}} S_{\xi}^*(\omega^*)$$

und

$$m_{0\dot{x}} = \int_0^{\infty} S_{\dot{x}}^*(\omega^*) d\omega^*$$

1.1.5. Ergebnisse

a) Ausgangsdaten:

Die vom Seegang ausgeübte Längskraft wird entsprechend der Froude-Kryloff-Hypothese für das schon früher benutzte Elementarschiff [1] mit parabelförmiger Wasserlinie und senkrechten Seitenwänden ($C_B = C_P = 2/3$) berechnet. Den Verlauf des dimensionslosen Koeffizienten f_{xx} über λ/L bzw. ω^* , und die relative Lage zum Seegangsspektrum S^* zeigt Diagramm 1.

Aus der Auftragung des spez. Widerstandes ϵ_R über der Froude-Zahl für ein schlankes Schiff (Diagramm 2) kann auf graphischem Wege der Verlauf der Steigung ermittelt werden. Wenn der Antrieb des Schiffes nicht von der Geschwindigkeit des Schiffes selbst beeinflußt würde, wie etwa bei einer Segelyacht, dann entspräche der Ableitung $\frac{\partial \epsilon_R}{\partial Fr}$ der Dämpfungsfaktor N^* der Längsbewegung. Die Abnahme des Propellerschubes bei Zunahme der Geschwindigkeit (konst. Drehzahl), wie sie aus der Propellercharakteristik bestimmt werden kann, führt zu einem wesentlich größeren Dämpfungsfaktor (Diagramm 2). Für gegen Null gehende Geschwindigkeit kann der Dämpfungsfaktor nach Versuchen mit einem in Längsrichtung schwingenden Modell bestimmt werden [3].

b) Mittlerer Seegangsschub:

Im Nenner des Ausdrucks für den mittleren Seegangsschub steht als Faktor die Begegnungsfrequenz. Das bedeutet, daß der Seegangsschub sehr groß werden kann, wenn die Begegnungsfrequenz im Bereich der mittleren Frequenz des Spektrums Null wird, d.h. für $Gr = \frac{1}{\omega_m^*}$ ($Gr = 0.4 \div 0.5$).

Für größere Geschwindigkeit kann der Seegangsschub negativ werden, d.h. das Schiff wird bei Fahrt gegen die See von den Wellen gehemmt.

Die Ergebnisse für den mittleren Seegangsschub für verschiedene Windgeschwindigkeiten $\frac{W}{\sqrt{gL}}$ sind in Diagramm 3 und 4 aufgetragen. Diagramm 3 gilt für den Fall starker Dämpfung (konst. Propeller-

drehzahl), Diagramm 4 für den Fall schwacher Dämpfung (Segelyacht).

c) Mittlere Geschwindigkeitserhöhung:

Auf graphischem Wege kann, wie in folgender Skizze gezeigt ist, aus dem mittleren Schub, die mittlere Geschwindigkeitserhöhung $\Delta \tilde{Gr} = \frac{\Delta V}{\sqrt{gL}}$ bestimmt werden:

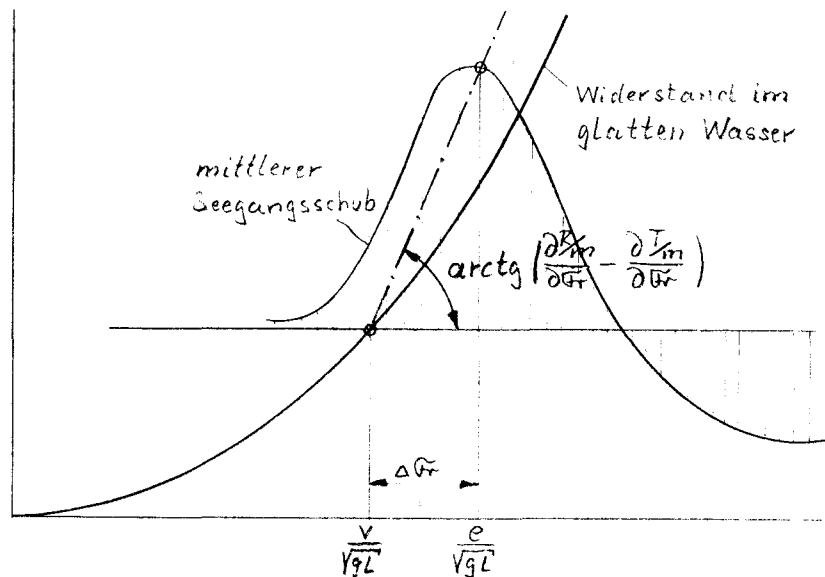


Diagramm 5 zeigt wiederum den Fall starker Dämpfung. Z.B. kann bei einer Windgeschwindigkeit von $\frac{w}{\sqrt{gL}} = 0.8$ ($w = 25 \frac{m}{s}$ entsprechend $Bf.9$ für $L = 100m$) bei einer Propellerdrehzahl entsprechend der Glattwassergeschwindigkeit $\tilde{Gr} = 0.25$ eine mittlere Geschwindigkeitserhöhung von $\Delta \tilde{Gr} = 0.016$ (6,4%) eintreten.

Wie Diagramm 7 zeigt, können für den Fall schwacher Dämpfung die Widerstandskurve und die Schubzuwachskurve drei Schnittpunkte ergeben. Wäre der Schubzuwachs kein statistischer Mittelwert, so könnte man in Analogie zum regelmäßigen Seegang schließen, daß sich der unterste oder der oberste der drei Werte einstellt, je nachdem, ob man von der Seite der geringeren oder der höheren Geschwindigkeit kommt. Das entsprechende Ergebnis für den regelmäßigen

Seegang aus einer der vorangegangenen Untersuchungen [1] ist in Diagramm 8 aufgetragen. Der untere Teil der Kurve stellt die mittlere Geschwindigkeitserhöhung für den Fall dar, daß das Schiff von den Wellen überholt wird. Von einer gewissen Grenzgeschwindigkeit an wird das Schiff auf die Wellengeschwindigkeit gebracht. Die Geschwindigkeitserhöhung entspricht der Differenz zwischen Wellen- und Glattwassergeschwindigkeit.

Es fällt auf, daß ähnlich wie beim regelmäßigen Seegang das Schiff zunächst eine mittlere Geschwindigkeitserhöhung erfährt. Von einer gewissen Geschwindigkeit an tritt eine sprunghafte Geschwindigkeitserhöhung ein, die das Schiff auf etwa die mittlere Wellengeschwindigkeit des Seegangs ($\bar{G}_r = 0.4 \div 0.5$) bringt. Wenn das Schiff erst einmal diesen Zustand erreicht hat, so kann der Antrieb verringert (evtl. sogar abgestellt) werden, ohne daß die Geschwindigkeit absinkt. Der nach dem vorangegangenen Verfahren ermittelte mittlere Seegangsschub ist allerdings eine statistische Größe. Der momentane Schub schwankt um diesen Wert, entsprechend schwankt vermutlich die momentane Geschwindigkeit einmal um den unteren und einmal um den oberen Mittelwert. Eine mathematisch fundierte Interpretation dieses Ergebnisses ist z.Zt. noch nicht möglich.

d) Geschwindigkeitsschwankung:

Als Näherung kann für die Geschwindigkeitsschwankung die Lösung der linearen Gleichung verwandt werden. Das Spektrummoment ist in Diagramm 8 und 9 über der Geschwindigkeit (hier muß die bereits bestimmte mittlere Geschwindigkeit benutzt werden) aufgetragen.

1.2. Mittlere Seegangskräfte

Wie für die Längskraft, so hat die Geschwindigkeitsschwankung für die Querkraft und das Giermoment einen zeitunabhängigen Mittelwert zur Folge. Querkraft und Giermoment treten allerdings erst dann auf, wenn das Schiff nicht mehr genau in Seegangslaufrichtung fährt. Da hier nur kleine Abweichungen χ_0 von der Seegangsrichtung betrachtet werden sollen, kann die Gleichung der Längsbewegung unverändert von Abschnitt 1.1.2. übernommen werden. Der Verlauf von Querkraft und Giermoment über χ_0 wird durch die Tangente im Punkte $\chi_0 = 0$ ersetzt. Diese Näherung ist bis zu Kursen $\chi = 30^\circ$ genau genug. Obwohl für die Querkraft und das Giermoment im Gegensatz zur Längskraft der hydrodynamische Einfluß des Seegangs berücksichtigt werden soll, bleibt die daraus resultierende Phasenverschiebung gegenüber den hydrostatischen Kräften unberücksichtigt, da sie in der Regel klein bleibt.

1.2.1. Mittlere Querkraft, verursacht durch die Längsbewegung

Die auf das Schiff wirkende Querkraft hat eine ähnliche Form wie die Längskraft:

$$Y(t, x_{02}) = -m \sum_{n=1}^N \omega_n^2 C_n f_{yyx}(\lambda/2) \chi_0 \cos\left(\frac{\omega_n^2}{g} x_{02} - \omega_n t + \epsilon_n\right)$$

$$f_{yyx} = \left(\frac{\partial f_{yy}}{\partial x}\right)_{x=0}$$

Unter der Annahme, daß x_{02} klein genug ist, wird wie in Abschnitt 1.1.2. die Winkelfunktion aufgespalten und für x_{02} die lineare Näherung der Längsbewegung eingesetzt. Der Mittelwert der sich ergebenden Doppelsumme lautet analog:

$$Y_m = -\chi_0 \frac{1}{2} m N \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} \frac{\omega_n^4 C_n^2 f_{xx} f_{yyx}}{\omega_n (\omega_n^2 + N^2)}$$

Wird das Seegangsspektrum eingeführt, so ergibt sich in dimensionsloser Form:

$$\frac{Y_{mx}}{mg} = -N^* \int_0^{\infty} \frac{\omega^{*6} f_{xx} f_{yyx} S_S^*(\omega^*)}{\omega e^* (\omega e^{*2} + N^{*2})} d\omega^*$$

$$Y_m = Y_{mx} \chi_0$$

1.2.2. Mittleres Giermoment, verursacht durch die Längsbewegung

Das Giermoment hat die Form:

$$N_z(t, X_{0z}) = mL \sum_{n=1}^N \omega_n^2 C_n f_{zzx}(\gamma/L) \chi_0 \sin\left(\frac{\omega_n^2}{g} X_{0z} - \omega_n t + \sigma_n\right)$$

$$f_{zzx} = \left(\frac{\partial f_{zz}}{\partial x}\right)_{x=0}$$

Nach Einführung der linearen Lösung für X_{0z} ergibt sich für den Mittelwert des Giermomentes analog:

$$N_{zm} = -\chi_0 \frac{1}{2} mL \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} \frac{\omega_n^4 C_n^2 f_{xx} f_{zzx}}{\omega_n^2 + N^2}$$

In dimensionsloser Form:

$$\frac{N_{zm}}{Lmg} = - \int_0^{\infty} \frac{\omega^{*6} f_{xx} f_{zzx} S_{\xi}^*(\omega^*)}{\omega_e^{*2} + N^{*2}} d\omega^*$$

$$N_{zm} = N_{zm} \chi_0$$

1.2.3. Auswirkung der mittleren Seegangskräfte auf das Kursverhalten

Die Erregung der rechten Seiten der Steuergleichungen setzt sich zusammen aus den eben bestimmten Mittelwerten und den überlagerten Zeitfunktionen. Sieht man von dem Einfluß der Längsbeschleunigung auf die Massenkräfte ab, so stehen auf den linken Seiten die Mittelwerte des Driftwinkels β_0 und des Ruderwinkels δ_0 , denen die Zeitfunktionen von β , β' , δ , ψ' und ψ'' überlagert sind. Die Gleichgewichtsbedingungen für die Mittelwerte lauten:

$$\begin{aligned} - Y'_\beta \beta_0 + Y'_\delta \delta_0 &= Y'_{m\chi} \chi_0 \\ - N'_\beta \beta_0 - N'_\delta \delta_0 &= N'_{2m\chi} \chi_0 \end{aligned}$$

worin

$$\begin{aligned} Y'_{m\chi} &= \frac{L}{U^2} \frac{Y_{m\chi}}{\frac{3}{2} L^2 T} \\ &= \frac{m'}{Gr^2} \frac{Y_{m\chi}}{mg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N'_{2m\chi} &= \frac{L}{U^2} \frac{N_{2m\chi}}{\frac{3}{2} L^3 T} \\ &= \frac{m'}{Gr^2} \frac{N_{2m\chi}}{Lmg} \end{aligned}$$

Die Geschwindigkeit U , die zur Normierung benutzt wird, entspricht der mittleren Geschwindigkeit e des vorangegangenen Abschnitts.

Bei der Untersuchung der Auswirkung der mittleren Seegangskräfte sollen zwei Fälle betrachtet werden:

Fall 1: Die Ruderbewegung, gesteuert durch einen Rudergänger oder eine Automatik, hat einen von Null verschiedenen zeitlichen Mittelwert, durch den der geforderte mittlere Kurs erzwungen wird. Dieser mittlere Ruderwinkel ergibt sich aus obiger Gleichgewichtsbedingung:

$$\delta_0 = \frac{N'_\beta Y'_{m\chi} - Y'_\beta N'_{2m\chi}}{N'_\beta Y'_\delta + Y'_\beta N'_\delta} \chi_0$$

Der mittlere Driftwinkel hat den Wert

$$\beta_0 = \frac{-N'_\delta Y'_{mx} - Y'_\delta N'_{2mx}}{N'_\beta Y'_\delta + Y'_\beta N'_\delta}$$

Es entsteht also ein mittlerer Driftwinkel, so daß die Bahn des Schiffes nicht mit dem mittleren Kurs χ_0 übereinstimmt. Dieser Driftwinkel muß durch einen gleichgroßen Vorhalte-
winkel ausgeglichen werden.

Fall 2: Die Ruderbewegung wird durch eine Automatik gesteuert, die auf die momentane Abweichung des Kurses vom vorgegebenen Kurs χ_k reagiert. Der mittlere Ruderwinkel lautet in diesem Fall:

$$\delta_0 = -\gamma(\chi_0 - \chi_k) \quad \gamma \text{ ist eine Konstante.}$$

Die Abweichung des wirklichen vom vorgegebenen Kurs ist dann

$$\frac{\chi_0 - \chi_k}{\chi_0} = -\frac{\gamma}{\gamma} \frac{N'_\beta Y'_{mx} - Y'_\beta N'_{2mx}}{N'_\beta Y'_\delta + Y'_\beta N'_\delta}$$

Der Driftwinkel lautet hier wie im Fall 1:

$$\beta_0 = \frac{-N'_\delta Y'_{mx} - Y'_\delta N'_{2mx}}{N'_\beta Y'_\delta + Y'_\beta N'_\delta}$$

Er ist also unabhängig vom Proportionalitätsfaktor γ .

Die Abweichung der Richtung der Bahn des Schiffes χ_w von dem vorgegebenen Kurs χ_k ergibt sich aus der Differenz der Kursabweichung und des Driftwinkels:

$$\frac{\chi_w - \chi_0}{\chi_0} = \frac{\chi_0 - \chi_k - \beta_0}{\chi_0}$$

1.2.4. Auswirkung der Abhängigkeit der Seegangskräfte von der Gierbewegung bei konstanter Geschwindigkeit

Hier soll die Gierbewegung ebenfalls als klein genug vorausgesetzt werden, so daß der Verlauf der Seegangskräfte über χ durch die Tangente im Punkte $\chi = 0$ ersetzt werden kann.

Ferner soll eine Steuerung angesetzt werden, bei der, wie im 2. Fall des vorangegangenen Abschnitts, das Ruder auf die Abweichung des momentanen Kurses χ von einem vorgegebenen Kurs χ_k und zusätzlich auf die Giergeschwindigkeit ψ' reagiert:

$$\delta = -\gamma (\chi - \chi_k) - \sigma' \psi'$$

bzw.
$$\delta = -\gamma (\chi_0 - \chi_k + \psi) - \sigma' \psi'$$

Der Bezugspunkt für das Argument der Winkelfunktionen ist gegenüber Abschnitt 1.1. um $\hat{\pi}$ verschoben. Da σ_n eine Zufallsphase ist, kann die Bezeichnung beibehalten werden. Somit lauten die Steuergleichungen:

$$-m'_y \beta' + (m'_r - Y'_r - \sigma' Y'_\delta) \psi' - Y'_\beta \beta - \gamma Y'_\delta \psi - \gamma Y'_\delta (\chi_0 - \chi_k) = \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{yyx} (\chi_0 + \psi) \cos(\omega_n t + \sigma_n)$$

$$n'_z \psi'' - N'_\beta \beta - (N'_r - \sigma' N'_\delta) \psi' + \gamma N'_\delta \psi + \gamma N'_\delta (\chi_0 - \chi_k) = \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{zxx} (\chi_0 + \psi) \sin(\omega_n t + \sigma_n)$$

Mit den neuen Koeffizienten g und G :

$$g_1 \beta' + g_2 \beta + g_3 \psi' + g_4 \psi + g_5 (\chi_0 - \chi_k) = \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{yyx} (\chi_0 + \psi) \cos(\omega_n t + \sigma_n)$$

$$G_1 \psi'' + G_2 \psi' + G_3 \psi + G_4 \beta + G_5 (\chi_0 - \chi_k) = \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{zxx} (\chi_0 + \psi) \sin(\omega_n t + \sigma_n)$$

wird β eliminiert, so erhält man die Differentialgleichung 3. Grades der Form:

$$\begin{aligned} a\psi''' + b\psi'' + c\psi' + d\psi + d(\chi_0 - \chi_x) &= \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N [H_{1n} \cos(\omega_n t + \sigma_n) + H_{2n} \sin(\omega_n t + \sigma_n)] \\ &+ \psi \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N [H_{3n} \cos(\omega_n t + \sigma_n) + H_{4n} \sin(\omega_n t + \sigma_n)] \\ &+ \psi' \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N H_{5n} \sin(\omega_n t + \sigma_n) \end{aligned}$$

worin

$$H_{1n} = -\frac{g_1}{G_4} \frac{\omega_n^2}{g} \omega_n^* C_n f_{zzx} \chi_0 + \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{yyx} \chi_0$$

$$H_{2n} = -\frac{g_1}{G_4} \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{zzx} \chi_0$$

$$H_{3n} = -\frac{g_1}{G_4} \frac{\omega_n^2}{g} \omega_n^* C_n f_{zzx} + \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{yyx}$$

$$H_{4n} = -\frac{g_2}{G_4} \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{zzx}$$

$$H_{5n} = -\frac{g_1}{G_4} \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{zzx}$$

$$\text{mit } \omega_n^* = \omega_n \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Vernachlässigt man, ähnlich wie in Abschnitt 1.1.2. für x_{0z} , den Einfluß der nichtlinearen Glieder der rechten Seite auf die Gierbewegung ψ , so ist diese durch die lineare Gleichung

$$a\psi''' + b\psi'' + c\psi' + d\psi = \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N [H_{1n} \cos(\omega_n t + \sigma_n) + H_{2n} \sin(\omega_n t + \sigma_n)]$$

bestimmt.

Die spezielle Lösung ist harmonisch. Sie hat die Form:

$$\psi(t) = \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N [\psi_{1n} \cos(\omega_n t + \sigma_n) + \psi_{2n} \sin(\omega_n t + \sigma_n)]$$

mit

$$\psi_{1n} = \frac{[-\frac{g_1}{G_4} \omega_n^* f_{zzx} + f_{yyx}](d - b\omega_n^{*2}) + \frac{g_2}{G_4} f_{zzx} (c\omega_n^* - a\omega_n^{*3})}{(d - b\omega_n^{*2})^2 + (c\omega_n^* - a\omega_n^{*3})^2} \chi_0 \frac{\omega_n^2}{g} C_n$$

$$\psi_{2n} = \frac{[-\frac{g_1}{G_4} \omega_n^* f_{zzx} + f_{yyx}](c\omega_n^* - a\omega_n^{*3}) - \frac{g_2}{G_4} f_{zzx} (d - b\omega_n^{*2})}{(d - b\omega_n^{*2})^2 + (c\omega_n^* - a\omega_n^{*3})^2} \chi_0 \frac{\omega_n^2}{g} C_n$$

Der Einfluß der verbleibenden nichtlinearen Glieder der rechten Seite äußert sich unter den eben genannten Vernachlässigungen in der Abweichung des mittleren Kurses vom vorgegebenen Kurs:

$$d(\chi_0 - \chi_k) = \psi \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N [H_{3n} \cos(\omega_{en}t + \sigma_n) + H_{4n} \sin(\omega_{en}t + \sigma_n)] + \psi' \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N H_{5n} \sin(\omega_{en}t + \sigma_n)$$

Für ψ und ψ' wird im Rahmen dieser Näherung die eben gefundene lineare Lösung eingesetzt und nur der zeitunabhängige Mittelwert der rechten Seite berücksichtigt.

Einen zeitunabhängigen Mittelwert liefern nur die Glieder mit Produkten gleicher Winkelfunktionen mit gleichem Argument:

$$\begin{aligned} d(\chi_0 - \chi_k) &= \frac{m'^2}{Gr^4} \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [\psi_{1n} (H_{3n} - \omega_{en}^* H_{5n}) + \psi_{2n} H_{4n}] \\ &= \frac{m'^2}{Gr} \chi_0 \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \frac{[-\frac{g_1}{G_4} \omega_{en}^* f_{zzx} f_{yyx} + f_{yyx}^2 + (\frac{g_1}{G_4})^2 f_{zzx}^2] (d - b \omega_{en}^{*2})}{(d - b \omega_{en}^{*2})^2 + (c \omega_{en}^* - a \omega_{en}^{*3})^2} \\ &\quad + \frac{[\frac{g_2}{G_4} f_{zzx} f_{yyx} + \frac{g_2}{G_4} \frac{g_1}{G_4} \omega_{en}^* f_{zzx}^2 - \frac{g_2}{G_4} f_{yyx} f_{zzx}] (c \omega_{en}^* - a \omega_{en}^{*3})}{(d - b \omega_{en}^{*2})^2 + (c \omega_{en}^* - a \omega_{en}^{*3})^2} \cdot \frac{\omega_n^4}{g^2} C_n^2 \end{aligned}$$

Das Seegangsspektrum wird in seiner bereits benutzten dimensionslosen Form eingeführt. Somit ergibt sich für die mittlere Abweichung vom vorgegebenen Kurs:

$$\frac{\chi_0 - \chi_k}{\chi_0} = \frac{1}{d} \frac{m'^2}{Gr^4} \int_0^\infty \frac{[-\frac{g_1}{G_4} \omega_{en}^* f_{zzx} f_{yyx} + f_{yyx}^2 + (\frac{g_1}{G_4})^2 f_{zzx}^2] (d - b \omega_{en}^{*2}) + \frac{g_2}{G_4} \frac{g_1}{G_4} \omega_{en}^* f_{zzx}^2 (c \omega_{en}^* - a \omega_{en}^{*3})}{(d - b \omega_{en}^{*2})^2 + (c \omega_{en}^* - a \omega_{en}^{*3})^2} \cdot \omega_n^4 S_g^*(\omega_n^*) d\omega_n^*$$

Aus der 2. Steuergleichung kann der Driftwinkel β ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{G_4} [-G_1 \psi'' - G_2 \psi' - G_3 \psi - G_3 (\chi_0 - \chi_k) + \psi \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{zzx} \sin(\omega_{en}t + \sigma_n) \\ &\quad + \frac{m'}{Gr^2} \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2}{g} C_n f_{zzx} \chi_0 \sin(\omega_{en}t + \sigma_n)] \end{aligned}$$

Wird auch hier die lineare Lösung für $\psi(t)$ eingesetzt, so erhält man als zeitunabhängigen Mittelwert für β :

$$\frac{\beta_0}{\chi_0} = \frac{1}{G_4} \left[-G_3 \frac{\chi_0 - \chi_w}{\chi_0} + \frac{1}{2} \frac{m'^2}{G_4^2} \sum_{n=1}^N \psi_{2n} \sqrt{222} \frac{\omega_n^2}{g} C_n \right]$$

Hier wie in Abschnitt 1.2.3. ist die Abweichung der Richtung der mittleren Bahn des Schiffes vom vorgegebenen Kurs:

$$\frac{\chi_w - \chi_0}{\chi_0} = \frac{\chi_0 - \chi_w - \beta_0}{\chi_0}$$

1.2.5. Ergebnisse

a) Ausgangsdaten:

Bei der bisherigen Bestimmung der Längskraft des Seeganges wurde die Froude-Kryloff-Hypothese zugrunde gelegt, d.h. es wurde nur die hydrostatische Wirkung der Welle berücksichtigt.

Dagegen hat an den in Querrichtung auf einen Schiffskörper wirkenden Kräfte der hydrodynamische Effekt einen wesentlichen Anteil, wie im Anhang von [2] gezeigt wurde. Querkraft und Giermoment sind für das bereits erwähnte Elementarschiff nach der Streifenmethode berechnet worden, wobei die auf 2-dimensionale Körper wirkende Kräfte nach der Theorie von Grim benutzt wurden. In Verbesserung der Rechnungen im Anhang von [2] wurde nicht nur die Abhängigkeit der Wellenschräge, sondern auch die der Krümmung der Wellenoberfläche vom Kurs zum Seegang berücksichtigt.

In Diagramm 1 ist der Verlauf des Tangentenanstiegs des Querkraftkoeffizienten f_{yyx} und des Giermomentkoeffizienten f_{zxx} über ω^* bzw. λ/L aufgetragen.

Als Koeffizienten der Steuergleichungen wurden in der Beispielrechnung die Werte für das schon früher benutzte Schiff "C" [2] verwendet.

b) Mittlere Seegangskräfte:

Die Auftragung der mittleren Querkraft für die Windgeschwindigkeit $\frac{w}{\sqrt{gL}} = 0.8$ zeigt ein ähnliches Bild wie der Seegangsschub (Diagramm 10). Bei der Normierung wird durch das Quadrat der Geschwindigkeit dividiert. Dadurch wird der Verlauf der Querkraft über der Geschwindigkeit derart verzerrt, daß für $Gr \rightarrow 0$ der Wert $Y'_{mx} \rightarrow -\infty$ geht. Zwischen $Gr = 0.4$ und 0.5 hat Y'_{mx} ein ausgeprägtes negatives Maximum, bei höheren Geschwindigkeiten kann der Wert positiv werden.

Das mittlere Giermoment besitzt ein breiteres weniger ausgeprägtes negatives Maximum zwischen $Gr = 0.4$ und 0.55 (Diagramm 11). In seiner normierten Form ist dieses Maximum sehr flach. Für $Gr \rightarrow 0$ geht der Wert ebenfalls gegen $N'_{mx} \rightarrow -\infty$

Das Moment wirkt immer in Seegangsrichtung drehend.

- c) Auswirkung der mittleren Seegangskräfte auf das Kursverhalten:

Der mittlere Ruderwinkel δ_0 , der nötig ist, um das Schiff auf dem gewünschten mittleren Kurs χ_0 zu halten, ist für die Windgeschwindigkeit $\frac{W}{\sqrt{gL}} = 0,8$ in Diagramm 12 über \overline{Gr} aufgetragen (Fall 1).

Unter $\overline{Gr} = 0,38$ ist das Verhältnis δ_0/χ_0 positiv, d.h. da das Giermoment von überwiegendem Einfluß ist, muß das Schiff durch Ruderlegen daran gehindert werden, in die Seegangsrichtung zu drehen. δ_0/χ_0 schwankt im Bereich $0,15 \leq \overline{Gr} \leq 0,35$ um den Wert $\delta_0/\chi_0 = 0,15$, das bedeutet, daß z.B. bei einem gewünschten mittleren Kurs von $\chi_0 = 30^\circ$ ein mittlerer Ruderwinkel von $\delta_0 = 4,5^\circ$ erforderlich ist. Für $\overline{Gr} < 0,15$ steigt dieser Wert stark an. Z.B. beträgt er bei $\overline{Gr} = 0,06$ $\delta_0/\chi_0 = 1$, d.h. daß bei einem mittleren Kurs von $\chi_0 = 30^\circ$ der Ruderwinkel bereits 30° sein muß. Das Ruder muß also in diesem Fall voll gelegt werden, und es bleibt kein Spielraum mehr zum Ausgleich der momentanen zeitabhängigen Gierbewegung. Bei derartig kleinen Geschwindigkeiten können also größere Kurswinkel zur Seegangsrichtung nicht gefahren werden. Hier überwiegen die längsdrehenden Seegangskräfte gegenüber den hydrodynamischen Kräften.

Im Bereich $0,38 \leq \overline{Gr} \leq 0,56$ wird der Wert δ_0/χ_0 negativ, das Schiff wird also quergedreht. Hier überwiegt die Querkraft gegenüber dem Giermoment. Allerdings ist dieser Effekt zu klein, um das bekannte Querschlagen des Schiffes zu erklären. Das liegt daran, daß in diesem Bereich die Näherungslösung für die Längsbewegung keine Gültigkeit mehr besitzt, so daß hier eine andere Lösungsmethode benutzt werden muß. Bei sehr hohen Geschwindigkeiten verliert der Seegangseinfluß an Bedeutung.

Der mittlere Driftwinkel β_0 beträgt etwa 3-7% des Kurswinkels. Obwohl dieser Wert klein ist, kann er eine merkliche Abweichung der Bewegungsrichtung des Schiffes vom gesteuerten

Kurs - und zwar in Seegangsrichtung bewirken.

Wenn das Schiff durch eine Ruderautomatik gesteuert wird (Fall 2), zeigt sich ein entsprechendes Bild (Diagramm 13). Für $\bar{G}_r \rightarrow 0$ geht der Wert $\frac{\chi_o - \chi_k}{\chi_o} \rightarrow -\infty$, d.h. daß das Schiff immer in Seegangsrichtung dreht. Bei höheren Geschwindigkeiten ($0.15 \leq \bar{G}_r \leq 0.38$) beträgt die Abweichung des wirklichen vom vorgegebenen Kurs 10-15% des gewünschten Kurses in Seegangsrichtung. Durch den Driftwinkel wird dieser Effekt auf 15-20% erhöht.

- d) Auswirkung der Abhängigkeit der Seegangskräfte von der Gierbewegung bei konstanter Geschwindigkeit.

Die Auftragung der mittleren Abweichung vom vorgegebenen Kurs für ein mit einer Steuerautomatik ausgerüstetes Schiff über der Geschwindigkeit zeigt Diagramm 14. Für $\bar{G}_r < 0.2$ wird das Schiff wie im vorangegangenen Fall in Seegangsrichtung gedreht. Allerdings geht das Verhältnis $\frac{\chi_o - \chi_k}{\chi_o}$ schneller gegen $-\infty$, da hier die hydrodynamischen Kräfte nicht wie vorher mit der 2. sondern mit der 4. Potenz der Geschwindigkeit abnehmen. Aufgrund der starken Gierbewegung, sobald für diesen Seegang die Begegnungsfrequenz in den Bereich der Eigenfrequenz der Gierschwingung kommt, nimmt das Verhältnis $\frac{\chi_o - \chi_k}{\chi_o}$ relativ große positive Werte an.

Wird statt der einfachen winkelproportionalen Steuerung ($\gamma=1; \sigma'=0$) eine winkel- und geschwindigkeitsproportionale Steuerung benutzt ($\gamma=1; \delta'=0$), so kann die heftige Gierbewegung gedämpft, und damit die große Abweichung des mittleren Kurses vom vorgegebenen Kurs wesentlich verringert werden. Trotzdem beträgt die Abweichung bei $\bar{G}_r = 0.3$ 60% des mittleren Kurses.

Der mittlere Driftwinkel wirkt ähnlich wie bei der Längsbewegung geringfügig vergrößernd auf die Abweichung vom vorgegebenen Kurs.

Beide nichtlineare Einflüsse - die Längsbewegung und die Abhängigkeit der Seegangskräfte von der Gierbewegung - haben ähnliche Tendenzen:

Bei kleiner werdender Geschwindigkeit bewirken sie, daß das Schiff in Seegangslaufrichtung gedreht wird und unter Umständen nicht mehr auf dem gewünschten Kurs gehalten werden kann. Bei höheren Geschwindigkeiten ($0.2 \leq \overline{Fr} \leq 0.5$) kann das Schiff quergedreht werden, wobei besonders die zweitgenannte Nichtlinearität von starkem Einfluß zu sein scheint.

2. Untersuchung des Kursverhaltens bei starker Längsbewegung.

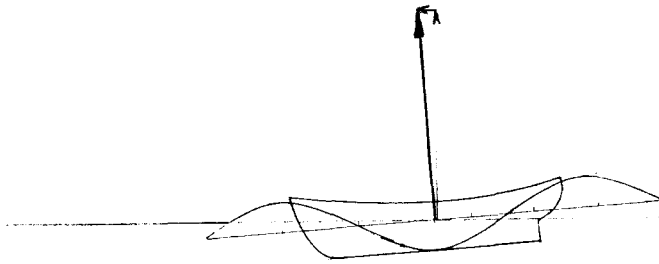
Es ist bekannt, daß der Vorgang, bei dem das Schiff aus der Kontrolle des Ruders gerät und querschlägt, sehr plötzlich eintritt, ohne sich vorher anzukündigen. Aus diesem Grund scheint zunächst eine deterministische Betrachtung, bei der der Bewegungsablauf für eine gegebene Wellenkontur ohne Berücksichtigung der Vorgeschichte untersucht wird, gerechtfertigt. Anschließend soll bestimmt werden, inwieweit der unregelmäßige Seegang abschnittsweise durch eine gegebene Wellenkontur dargestellt werden kann, und wie häufig Bedingungen erreicht werden, die zum "Querschlagen" führen können.

2.1. Berechnung des Bewegungsablaufes entlang der Kontur eines Wellenabschnitts.

Wird das im unregelmäßigen achterlichen Seegang fahrende Schiff von einer besonders steilen Welle eingeholt, so kann das Schiff derart beschleunigt werden, daß es mit der Welle mitläuft, solange diese Welle eine ausreichende Steilheit besitzt.

Dieser Sachverhalt ist aus Beobachtungen bekannt. Er ist aber auch aus den früher angestellten Berechnungen für regelmäßigen Seegang [1], [2] zu schließen. Dort wurde zunächst die Längsbewegung für ein Schiff, das von regelmäßigen Wellen überholt wird, berechnet. Erhöhte man in einem bestimmten Augenblick den Propellerschub, so konnte das Schiff von der darauffolgenden Welle mitgenommen werden. Mit der Erhöhung des Propellerschubes sollte der gleiche Effekt erzielt werden, wie er auftritt, wenn das Schiff von einem besonders steilen Wellenberg eingeholt wird. Eine Folge von zwei verschiedenen hohen Wellenbergen ist darstellbar durch eine regelmäßige \cos -Welle, deren Niveaulinie schräggestellt ist. Diese Schräge der Niveaulinie hat eine zusätzliche Schubkraft auf das Schiff

zur Folge:



Daß die Betrachtung einer regelmäßigen cos-Welle mit horizontaler Niveaulinie nicht ausreicht, ist schon daraus ersichtlich, daß das Schiff auch von einer ebenen schrägen Flanke, die im unregelmäßigen Seegang durchaus vorkommt, mitgenommen werden kann.

2.1.1. Bewegungsgleichungen

Zu der in [2] Abschnitt 2.2. abgeleiteten Gleichung für die Längsbewegung des Schiffes relativ zur Wellenkontur kommt auf der rechten Seite der Schub aus der Schräge der Niveaulinie hinzu:

$$\xi''(\tau) + \xi'(\tau) N^* \frac{\lambda/L}{\cos \chi} = \frac{2\pi}{g} \frac{\lambda/L}{\cos \chi} [A \cos(\xi_a + \xi(\tau)) - N^* g (\tilde{G}_c - \tilde{G}_r) + g \alpha]$$

worin ξ = Koordinate der Relativbewegung in Seegangsrichtung (Bogenmaß)
 ξ', ξ'' = Ableitungen nach τ
 τ = dimensionslose Zeit

$$t = \tau \frac{\lambda/L}{\sqrt{g/L} \cos \chi}$$

N^* = Dämpfungsfaktor s. Abschn. 1.1.3.

χ_0 = mittlere Bewegungsrichtung des Schiffes zum Seegang

A = Amplitude der Längskraft einer regelmäßigen Welle s. Abschn. 1.1.3.

ξ_0 = Koordinate des Bezugspunktes für
 Hier wird die obere Gleichgewichtslage gewählt:

$$\xi_0 = \xi_a$$

\tilde{G}_c = Geschwindigkeit der Wellenkontur in Richtung χ_0 , bezogen auf die Schiffslänge

\tilde{G}_r = Geschwindigkeit des Schiffes im glatten Wasser, bezogen auf die Schiffslänge

α = Schräge der Niveaulinie.

Die Steuergleichungen lauten:

$$-m'_y \beta' + (m'_r - Y'_r) \psi' - [Y'_s + m'_y \frac{U'(\xi)}{U(\xi)}] \beta + Y'_s \delta = -\frac{m'_r}{G r^2(\xi)} \left\{ 2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} [f_{yy}(\chi_0) + \psi f_{yy\chi_0}] \cos(\xi_a + \xi(\tau)) + \alpha \sin(\chi_0 + \psi) \right\}$$

$$n'_z \psi'' - N'_z \beta - [N'_r - n'_z \frac{U'(\xi)}{U(\xi)}] \psi' - N'_s \delta = \frac{m'_r}{G r^2(\xi)} 2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} [f_{zz}(\chi_0) + \psi f_{zz\chi_0}] \sin(\xi_a + \xi(\tau))$$

worin ψ', ψ'', β' = Ableitungen nach s
 s = dimensionslose Zeit

$$ds = dt \frac{U(\xi)}{L}$$

$U(\xi)$ = momentane Geschwindigkeit

$$\tilde{G}_r(\xi) = \frac{U(\xi)}{\sqrt{g/L}}$$

\bar{h} = Amplitude der regelmäßigen cos-Welle

λ = Wellenlänge der regelmäßigen cos-Welle.

Solange die Gierbewegung klein bleibt, ist die Gleichung für die Längsbewegung unabhängig von den Steuergleichungen. Das schrittweise Lösungsverfahren ist bereits in [1] beschrieben worden. Liegen die Ergebnisse für $\frac{U'}{U}$ und G_r vor, so können die Steuergleichungen ebenfalls schrittweise gelöst werden [2].

Erreicht das Schiff größere Kurswinkel, so muß dies in der Gleichung für die Längsbewegung berücksichtigt werden. Statt des mittleren Kurses χ_0 muß dann die momentane Bewegungsrichtung des Schiffes $\chi_0 + \psi - \beta$ gesetzt werden. Die Gleichung für die Längsbewegung ist also nicht mehr unabhängig von den Steuergleichungen. Das hat zur Folge, daß für jeden Rechenschritt alle drei Gleichungen gelöst werden müssen, wobei der Wert $\chi_0 + \psi - \beta$ in der Gleichung für die Längsbewegung innerhalb jedes Intervalls konstant gehalten wird.

Die Steuergleichungen in der hier benutzten Form sind aufgrund der Linearisierung der hydrodynamischen Kräfte nur für kleine Gierbewegungen genau genug. Diese Bedingung ist im Folgenden nicht immer gegeben. Da allerdings größere Gierbewegungen erst gegen Ende des Bewegungsablaufes auftreten, können die Gleichungen auch in diesen Fällen für eine Abschätzung benutzt werden.

2.1.2. Berechnung der Längsbewegung

Die Berechnung der Längsbewegung beginnt an der oberen Gleichgewichtslage, d.h. an dem Punkt, wo sich der Widerstandszuwachs durch die erhöhte Geschwindigkeit und der Schub der Welle das Gleichgewicht halten. Dieser Punkt liegt je nach der Größe der Parameter \overline{Gr} , \overline{Gr}_c , \bar{h}/λ und α kurz vor oder hinter dem Wellenberg und ist durch folgende Gleichung bestimmt:

$$\cos \xi_a = \frac{g}{A} [N^*(\overline{Gr}_c - \overline{Gr}) - \alpha]$$

worin $A = 2\pi g \bar{h}/\lambda f_{xx}(\lambda/2)$
 $N^* = f(\overline{Gr})$

Eine Gleichgewichtslage ist nur vorhanden für:

$$-1 \leq \frac{g}{A} [N^*(\overline{Gr}_c - \overline{Gr}) - \alpha] \leq +1$$

In den übrigen Fällen ist der Seegangsschub entweder immer kleiner als der Widerstandszuwachs (das Schiff kann nie mitgenommen werden) oder er ist immer größer als der Widerstandszuwachs (das Schiff wird immer mitgenommen).

Der Anfangswert für ξ'_0 beim Eintritt des Schiffes in die Wellenkontur am Schnittpunkt Seegangsniveau - Wellenkontur entspricht der Relativgeschwindigkeit zwischen mittlerer Schiffsgeschwindigkeit in dem betreffenden Seegang und Geschwindigkeit der Wellenkontur in Seegangslaufrichtung:

$$\xi'_0 = 2\pi \left(\overline{Gr} - \frac{\overline{Gr}_c}{\cos \chi_0} \right)$$

Bis zum Erreichen der ersten oberen Gleichgewichtslage verringert sich die Relativgeschwindigkeit. An diesem Punkt setzt nun die eigentliche Berechnung des Bewegungsablaufes ein. Das Schiff durchquert rückwärts das folgende Wellental mit zunehmender Relativgeschwindigkeit und wird vom darauffolgenden Berg gebremst. Überschreitet es die folgende obere Gleichgewichtslage, so bleibt es hinter der Welle zurück. Kehrt es die Bewegungsrichtung um, so wird es von der Welle mitgenommen. Es schwingt sich dann auf die untere stabile Gleichgewichtslage (im Tal) ein und läuft mit der Welle mit, solange die Bedingung für

eine Gleichgewichtslage, d.h. eine ausreichende Wellensteilheit gegeben ist.

Das Ergebnis der numerischen Berechnung dieses Bewegungsablaufes zeigt Diagramm 15.

Durch systematische Variation wurden die Grenzen für "Mitgenommen-Werden" bestimmt (Diagramm 16a) und zwar in Abhängigkeit von den Parametern:

a) Glattwassergeschwindigkeit Gr :

Mit zunehmender Geschwindigkeit verschiebt sich die Grenze zu kleinerem \bar{h}/λ und α . Für $Gr = 0.30$ fällt diese Grenze teilweise und für $Gr = 0.35$ völlig mit der Grenze, über der eine Gleichgewichtslage existiert, zusammen.

b) Geschwindigkeit der Wellenkontur Gr_c :

$Gr_c = 0.40$ entspricht der Phasengeschwindigkeit der regelmäßigen Welle ($Gr_c = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}$). Ist diese Geschwindigkeit größer ($Gr_c = 0.45$), so liegt die Grenze wesentlich höher, da die Relativgeschwindigkeit zwischen Welle und Schiff größer ist und es nicht so leicht von dem 2. Wellenberg abgebremst werden kann. Für $Gr_c = 0.35$ wird das Schiff schon bei kleinerem \bar{h}/λ und α mitgenommen.

c) Wellenlänge λ/L :

Da hier als Geschwindigkeit der Wellenkontur die Phasengeschwindigkeit $Gr_c = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}$ benutzt wurde, erhöht sich die Grenze mit zunehmendem λ/L . Die Wirkung der mit größerer Wellenlänge zunehmenden Phasengeschwindigkeit ist also stärker als die Wirkung der zunehmenden Längskraft.

2.1.3. Berechnung der Gierbewegung

Für den bereits geschilderten Bewegungsablauf der Längsbewegung werden die Steuergleichungen gelöst. Der Anfangspunkt der Rechnung liegt wiederum bei der oberen Gleichgewichtslage.

Als Beispiel-Schiff wird das schon früher benutzte Schiff "C" gewählt. Das Schiff wird durch eine Ruderautomatik gesteuert:

$$\delta = -\gamma (\chi - \chi_k) - \sigma' \psi'$$

χ ist der momentane und χ_k der gewünschte Kurs. γ und σ' sind Proportionalitätsfaktoren.

Solange der momentane Kurs nicht zu groß wird, kann der Verlauf der Seegangskräfte wie früher durch die Tangente im Punkte ersetzt werden:

$$\begin{aligned} f_{yy}(\chi_0) + \psi f_{yy\chi_0} &\approx (\chi_k + \psi) f_{yy\chi} \\ f_{zz}(\chi_0) + \psi f_{zz\chi_0} &\approx (\chi_k + \psi) f_{zz\chi} \end{aligned}$$

Für größere Kurswinkel ($\chi > 30^\circ$) stellen die hier benutzten Steuergleichungen ohnehin nur eine grobe Näherung dar.

In den Steuergleichungen bedeutet also ψ die momentane Abweichung vom gewünschten Kurs:

$$\chi = \chi_k + \psi$$

Für die Gierbewegung ergibt sich folgender Bewegungsablauf. Ist ein gewisser Kurs zum Seegang χ_k vorgegeben, so ist das Schiff zunächst bestrebt, in Seegangsrichtung zu drehen, da es dem längsdrehenden Giermoment des Wellenberges ausgesetzt ist. Aufgrund der Dämpfung erreicht diese Bewegung erst an der schiebenden Wellenflanke in der Gegend des 1. Umkehrpunktes ihr Maximum. In diesem Bereich ist das Schiff querdrehenden Kräften ausgesetzt, die sich umso stärker auswirken können, je langsamer das Schiff diese Phase durchquert. Am 2. Umkehrpunkt auf der hemmenden Wellenflanke hat sich der ursprüngliche Kurswinkel bereits stark vergrößert. Das Schiff dreht weiterhin quer, da die stabile Gleichgewichtslage, in der das Schiff schließlich stationär mitläuft, im Tal liegt (s. folgender Abschnitt 2.1.5.). Der Verlauf des Gierwinkels ψ und der

Giergeschwindigkeit ψ' sind in dem bereits erwähnten Diagramm 15 eingetragen.

Wird die gleiche Rechnung für eine kleinere Wellenhöhe durchgeführt, so führt das Schiff auch dann keine anwachsende Gierbewegung aus, wenn aufgrund der großen Schräge ($\alpha = 0.04$) ein "Mitgenommen-Werden" eintritt. Eine kombinierte Betrachtung von ψ und ψ' gestattet die Auftragung im Phasenplan (Diagramm 16). Erst bei größeren Wellenhöhen zeigt die Gierbewegung zwischen dem 1. und 2. Umkehrpunkt ein starkes Anwachsen, und zwar im 1. Quadranten des Phasenplanes (Diagramm 17), d.h. das Schiff dreht quer.

Wird das Schiff bei einer kleineren Wellenschräge (hier $\alpha = 0$) nicht mitgenommen, so stellt sich beim Durchlaufen der folgenden Wellen die periodische Lösung mit einem in Wellenlaufrichtung verschobenen mittleren Kurswinkel ein. Wie bereits früher gezeigt wurde [2], ist dieser Fall in der Regel nicht gefährlich, da hier die Kursstabilität größer als im glatten Wasser ist.

Wie eine systematische Rechnung ergab, zeigt die Gierbewegung für $\bar{h}/\lambda < 0.020$ unabhängig vom Parameter α kein stetiges Anwachsen. Für $\bar{h}/\lambda > 0.020$ tritt ein stetiges Anwachsen nur dann auf, wenn das Schiff mitgenommen wird.

Die bisherigen Rechnungen wurden für einen kleinen gewünschten Kurs ($\chi_k = 1^\circ$) und mit den Anfangswerten ψ, ψ' und $\beta = 0$ durchgeführt.

Die Variation des Anfangswertes für ψ ergibt folgendes:

Sowohl für positive als auch für negative Anfangswerte wächst der Gierwinkel beim 2. und 3. Umkehrpunkt etwa auf den gleichen Wert des Gierwinkels an. (Diagramm 18 und 19).

Diese Erscheinung beruht auf der Nichtlinearität der Seegangskräfte. Je größer der positive anfängliche Kurswinkel ist, umso weiter schwingt das Schiff im Tal in Seegangslaufrichtung. Die Folge ist, daß sich die auf das Schiff wirkenden Seegangskräfte verringern, so daß es in der darauffolgenden Phase einen kleineren positiven Gierwinkel erreicht als bei einem linearen Bewegungsablauf. Für negative Anfangswinkel sind die Seegangskräfte bereits kleiner, so daß der Gierwinkel in der darauffolgenden Phase ebenfalls begrenzt bleibt. Entsprechendes gilt für eine

Variation der Anfangswerte von ψ' und β .

Diese Erscheinung läßt den Schluß zu, daß bei dem hier betrachteten Bewegungsablauf die Größe der nach einer gewissen Zeit erreichten Bewegung annähernd unabhängig von den Anfangswerten ist. In den folgenden Rechnungen wurden daher nur die Anfangswerte ψ , ψ' und $\beta = 0$ benutzt.

Variation des gewünschten Kurses zur See χ_k

Da die auf das Schiff wirkenden Seegangskräfte mit wachsendem Kurs größer werden, sind die Schwingungsausschläge der Gierbewegung bei größeren χ_k stärker. Die Folge ist, daß ein bestimmter positiver Gierwinkel (z.B. $\psi = 15^\circ$) in der querdrehenden Bewegungsphase umso schneller erreicht wird, je größer der gewünschte Kurs χ_k ist (Diagramm 20).

Abhängigkeit von der Steuerautomatik

Bisher wurden die Rechnungen für eine einfache gierwinkelproportionale Steuerung durchgeführt ($\gamma = 1$). Wird ein giergeschwindigkeitsproportionales Glied hinzugenommen ($\gamma = 1, \sigma' = 1$), so kann das Querdrehen aufgrund des Phasenvorsprunges der Ruderbewegung gemildert aber nicht verhindert werden (Diagramm 21).

Variation der Wellensteilheit \bar{h}/λ

Die Zeitdauer τ , die nötig ist, damit der Gierwinkel auf einen bestimmten positiven Wert (z.B. $\psi = 15^\circ$) anwächst, hängt nur geringfügig von der Wellensteilheit \bar{h}/λ ab (in Diagramm 22 wurde $\frac{\bar{h}}{\lambda} = 1$ konst. gehalten), solange $\bar{h}/\lambda > 0.020$ ist.

Diese Ergebnisse lassen den Schluß zu, daß ein starkes positives Anwachsen der Gierbewegung immer dann eintritt, wenn die Wellensteilheit $\bar{h}/\lambda > 0.020$ ist. Die Größe der Kursabweichung hängt in erster Linie von dem gesteuerten Kurs und der zur Verfügung stehenden Zeit ab.

Grundsätzlich kann für das mitlaufende Schiff gesagt werden, daß aufgrund der erhöhten Fahrgeschwindigkeit zwei Einflüsse gegensätzlicher Tendenz wirksam sind: Einmal treten die Seegangskräfte gegenüber den hydrodynamischen Kräften zurück. Zum andern erhöht sich die Schiffslängenzzeit $ds = \frac{v}{L} dt$, so daß in einem gegebenen Zeitraum eine Gierbewegung stärker anwachsen kann.

2.1.4. Verhalten des stationär mit einer Welle mitlaufenden Schiffes

Wird das Schiff von einer Welle mitgenommen, und hat es sich in die untere Gleichgewichtslage im Wellental eingependelt, so läuft es stationär mit der Welle mit.

Unter den hier wirkenden stationären Seegangskräften und hydrodynamischen Kräften kann die Gleichgewichtslage für die Quer- und Gierbewegung und die Stabilität der Gleichgewichtslage (Kursstabilität) bestimmt werden, s.a. [4].

Die Steuergleichungen lauten hierfür:

$$-m'_y \beta' + (m' - Y_r') \psi' - Y'_\beta \beta + Y'_\delta \delta = -\frac{m'}{G \tau_c^2} \left[2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{yyx} \cos \xi_a + \alpha \right] (\chi_0 + \psi)$$

$$n'_z \psi'' - N'_\beta \beta - N'_r \psi' - N'_\delta \delta = \frac{m'}{G \tau_c^2} 2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{zzx} \sin \xi_a (\chi_0 + \psi)$$

Die Gleichgewichtslage, die sich einstellt, wenn die Gierbewegung abgeklungen ist, ergibt sich aus einem Vergleich der konstanten Glieder: mit $\delta = -\gamma (\chi_0 - \chi_k + \psi)$

$$-Y'_\beta \beta_0 - Y'_\delta \gamma (\chi_0 - \chi_k) = -\frac{m'}{G \tau_c^2} \left[2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{yyx} \cos \xi_a + \alpha \right] \chi_0$$

$$-N'_\beta \beta_0 + N'_\delta \gamma (\chi_0 - \chi_k) = \frac{m'}{G \tau_c^2} 2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{zzx} \sin \xi_a \chi_0$$

Entsprechend dem Fall 2 im Abschnitt 1.2.4, läßt sich hieraus die Abweichung des wirklichen vom gewünschten Kurs ermitteln:

$$\frac{\chi_0 - \chi_k}{\chi_0} = \frac{1}{\gamma} \frac{N'_\beta \left[2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{yyx} \cos \xi_a + \alpha \right] + Y'_\beta 2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{zzx} \sin \xi_a}{Y'_\delta N'_\beta + N'_\delta Y'_\beta} \frac{m'}{G \tau_c^2}$$

Der Driftwinkel lautet:

$$\frac{\beta_0}{\chi_0} = \frac{N'_\delta \left[2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{yyx} \cos \xi_a + \alpha \right] - Y'_\delta 2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{zzx} \sin \xi_a}{Y'_\delta N'_\beta + N'_\delta Y'_\beta} \frac{m'}{G \tau_c^2}$$

Die Abweichung der Richtung der Bahn des Schiffes vom gewünschten Kurs ist:

$$\frac{\chi_w - \chi_k}{\chi_0} = \frac{\chi_0 - \chi_k - \beta_0}{\chi_0}$$

Soll das Schiff entsprechend Fall 1 auf dem gewünschten Kurs gehalten werden, so ist folgender Ruderwinkel erforderlich:

$$\frac{\delta_0}{\chi_0} = \frac{-N'_3 \left[2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{\gamma\gamma x} \cos \xi_a + \alpha \right] - Y'_\beta 2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{z\gamma x} \sin \xi_a}{Y'_\delta N'_\beta + N'_\delta Y'_\beta} \frac{m'}{U_c^2}$$

Die Stabilität der Bewegung wird durch die homogenen Bewegungsgleichungen bestimmt,

$$-m'_y \beta' + (m' - Y'_r) \psi' - Y'_\beta \beta - \left[Y'_\delta \gamma - \frac{m'}{U_c^2} \left(2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{\gamma\gamma x} \cos \xi_a + \alpha \right) \right] \psi = 0$$

$$n'_z \psi'' - N'_3 \beta - N'_r \psi' + \left[N'_\delta \gamma - \frac{m'}{U_c^2} 2\pi \frac{\bar{h}}{\lambda} f_{z\gamma x} \sin \xi_a \right] \psi = 0$$

deren Lösung für ψ die Form $\psi = \sum_{n=1}^3 C_n e^{\lambda_n s}$ hat.

Wie bei Fahrt im glatten Wasser wird der kleinste reelle Exponent der Lösung als Stabilitätsindex benutzt, $\text{Re}(\lambda_n)$.

In Diagramm 23 sind die Ergebnisse der Berechnung der Gleichgewichtslagen und des Stabilitätsindex über der Wellenkontur aufgetragen. Die Rechnungen wurden für verschiedene Werte durchgeführt, und das Verhältnis $\frac{\bar{h}/\lambda}{\alpha} = 1$ konstant gesetzt. Für diesen Fall sind die Ergebnisse für $\chi_0 - \chi_k$ und δ_0 linear von \bar{h}/λ abhängig.

Wie zu erwarten war, ist die Abweichung des wirklichen vom gewünschten Wert im Wellental positiv und auf dem Wellenberg etwas kleiner und negativ. D.h. im Tal wird das Schiff querdreht und zwar aufgrund der Schräge α etwas stärker als es auf dem Berg längsgedreht wird. Für die Steilheit $\bar{h}/\lambda = 0.020$ beträgt diese Abweichung (für $\gamma = 1$) kurz hinter dem Tal $\frac{\chi_0 - \chi_k}{\chi_0} = 0.9$. Der Driftwinkel β_0/χ_0 bewirkt, daß der Effekt der Abweichung der Bahnrichtung noch etwas verstärkt wird.

Wird der Kurs des Schiffes durch das Ruder erzwungen, so ist ein entsprechender Ruderwinkel $\delta_0/\chi_0 = -0.9$ erforderlich, d.h. Kurse größer als 30° bis 35° können in diesem Zustand nicht gehalten werden.

Wie aus Diagramm 23 weiterhin ersichtlich ist, liegen der 2. und 3. Umkehrpunkt der Längsbewegung sowie ihre stabile Gleichgewichtslage gerade im Bereich der stärksten querdrehenden

Wirkung.

Die dynamische Kursstabilität ist in der Gegend der unteren Gleichgewichtslage im Wellental am kleinsten. Für $\bar{h}/\lambda > 0,020$ ist $\text{Re}(\lambda_n)$ positiv, d.h. das Schiff ist in dieser Lage kursinstabil.

Welche Kursabweichung das Schiff erreicht, kann nur beantwortet werden, wenn man weiß, ob und wie lange der stationäre Zustand der Längsbewegung eintritt.

2.1.5. Kriterium für das "Querschlagen"

Für das im glatten Wasser fahrende Schiff wird als Kriterium für Kursstabilität das Verhalten des Bewegungsablaufes für $t \rightarrow \infty$ benutzt. Geht die Lösung für $t \rightarrow \infty$ gegen $|\infty|$, so ist das Schiff instabil, im anderen Fall ist es stabil.

Fährt das Schiff in einem regelmäßigen Seegang, so kann der Begriff "Kursstabilität" auf ähnliche Weise definiert werden, solange der Zustand periodisch ist [2].

Wird das Schiff von einer Welle mitgenommen, so kann auch in diesem Fall von "Kursstabilität" gesprochen werden, da das Schiff nach dem Abklingen der Längsschwingung im Wellental stationär mit der Welle mitläuft. Im natürlichen Seegang existiert jedoch eine Welle mit ausreichender Steilheit nur für eine begrenzte Zeit, daher kann hier von der Stabilität eines Zustandes im obigen Sinne nicht gesprochen werden *).

Hier kann nur die Aussage gemacht werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine gewisse Kursabweichung erreicht wird.

Überschreitet diese Kursabweichung in Richtung quer zur See eine als zulässig erachtete Grenze, so kann dieser Vorgang als "Querschlagen" bezeichnet werden, zumal wenn das Schiff in den darauf folgenden Wellen eine neue Gleichgewichtslage quer zur See einnimmt (s. [2], Abschnitt 1.5.).

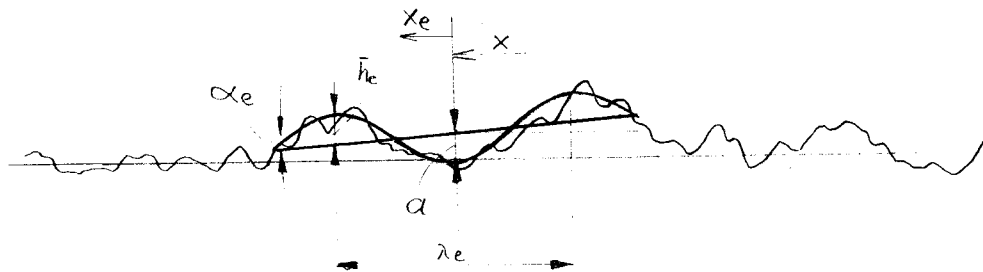
*) Ähnliche Schwierigkeiten bestehen bei der Definition des Begriffes Querstabilität im unregelmäßigen Seegang.

2.2. Abschnittsweise Beschreibung des unregelmäßigen Seegangs durch eine "effektive Welle".

Aus den bisherigen Rechnungen hat sich ergeben, wie die Wellenkontur beschaffen sein muß, damit ein "Mitgenommen-Werden" oder "Querschlagen" eintreten kann. Es erhebt sich nun die Frage nach der Häufigkeit und Dauer des Auftretens einer derartigen Wellenkontur im unregelmäßigen Seegang. Zu diesem Zweck wird das von Grim 1961 [5] im Zusammenhang mit der Rollbewegung eingeführte Konzept der "effektiven Welle" abgewandelt und auf dieses Problem angewandt.

2.2.1. Momentane effektive Welle

Der unregelmäßige Seegang, gegeben als eine statistische Funktion des Ortes und der Zeit, soll für einen gegebenen Längenabschnitt und zu einem Zeitpunkt durch eine determinierte Kontur angenähert werden. Diese Kontur, die effektive Welle, entspricht der im vorangegangenen Abschnitt benutzten cos-Welle mit schräger Niveaulinie. Da das Schiff beim Durchlaufen der Wellenkontur der Länge λ_e diese auf beiden Seiten überragen kann, wird der Seegang durch einen Abschnitt der Länge $\frac{3}{2} \lambda_e$ angenähert. Die Amplitude der Welle \bar{h}_e wird durch das Verhältnis $\eta_e = \frac{\bar{h}_e}{\alpha_e}$ dargestellt, worin α_e die Schräge der Niveaulinie ist. Als weiterer Parameter wird die Erhebung des mittleren Niveaus a eingeführt.



effektive Welle:
$$\zeta_e(x_e) = a - \alpha_e \left[x_e + \eta_e \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_e} x_e \right) \right]$$

Seegang:
$$\zeta(x+x_e, t) = \sum_{n=1}^N C_n \cos \left[\omega_n t - \frac{\omega_n^2}{g} (x+x_e) + \sigma_n \right]$$

Die Parameter der effektiven Welle werden so bestimmt, daß das Integral der Abweichung der Seegangskontur von der Kontur der effektiven Welle über die Länge $\frac{3}{2} \lambda_e$ ein Minimum wird. Diese Forderung ist gleichbedeutend mit der Forderung nach gleichem Energiegehalt von effektiver Welle und Seegang:

$$\int_{-\frac{3}{4}\lambda_e}^{+\frac{3}{4}\lambda_e} \left\{ \sum_{n=1}^N C_n \cos \left[\omega_n t - \frac{\omega_n^2}{g} (x + x_e) + \sigma_n \right] - a + \alpha_e \left[x_e + \eta_e \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_e} x_e \right) \right] \right\}^2 dx_e = \text{Min}$$

Der Parameter η_e wird zunächst als gegeben vorausgesetzt. Die Ableitungen nach den einzelnen Parametern werden gleich Null gesetzt und es ergibt sich

$$\text{für } a: \int_{-\frac{3}{4}\lambda_e}^{+\frac{3}{4}\lambda_e} \left\{ \sum_{n=1}^N C_n \cos \left[\omega_n t - \frac{\omega_n^2}{g} (x + x_e) + \sigma_n \right] + \alpha_e \left[x_e + \eta_e \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_e} x_e \right) \right] \right\} dx_e = 0$$

$$\text{für } \alpha_e: 2 \int_{-\frac{3}{4}\lambda_e}^{+\frac{3}{4}\lambda_e} \left\{ \sum_{n=1}^N C_n \cos \left[\omega_n t - \frac{\omega_n^2}{g} (x + x_e) + \sigma_n \right] - a + \alpha_e \left[x_e + \eta_e \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_e} x_e \right) \right] \right\} \left[x_e + \eta_e \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_e} x_e \right) \right] dx_e = 0$$

Nach Auswertung der Integrale lauten beide Beziehungen:

$$a = -\alpha_e \eta_e \frac{2}{3\pi} - \sum_{n=1}^N C_n \frac{\sin \left(\frac{\omega_n^2}{g} \frac{3}{4} \lambda_e \right)}{\frac{\omega_n^2}{g} \frac{3}{4} \lambda_e} \cos \left[\omega_n t - \frac{\omega_n^2}{g} x + \sigma_n \right]$$

$$\alpha_e = \frac{1}{\frac{9}{32} \lambda_e^3 + \frac{3}{4} \lambda_e \eta_e^2} \left\{ -a \lambda_e \eta_e \frac{1}{\pi} - 2 \sum_{n=1}^N C_n \left(\frac{g}{\omega_n^2} \right)^2 \left[-\frac{\omega_n^2}{g} \frac{3}{4} \lambda_e \cos \left(\frac{\omega_n^2}{g} \frac{3}{4} \lambda_e \right) + \sin \left(\frac{\omega_n^2}{g} \frac{3}{4} \lambda_e \right) \right] \cdot \right. \\ \left. \sin \left[\omega_n t - \frac{\omega_n^2}{g} x + \sigma_n \right] - \sum_{n=1}^N C_n \eta_e \frac{\pi \lambda_e \cos \left(\frac{\omega_n^2}{g} \frac{3}{4} \lambda_e \right)}{\left(\frac{\omega_n^2}{g} \lambda_e \right)^2 - \pi^2} \cos \left[\omega_n t - \frac{\omega_n^2}{g} x + \sigma_n \right] \right\}$$

Der Wert a , der im Folgenden unberücksichtigt bleiben soll, kann eliminiert werden, und es bleibt ein Ausdruck für α_e , der wie der Seegang selbst aus einer Summe von harmonischen Komponenten besteht.

$$\alpha_e = \sum_{n=1}^N \sqrt{2 S_\alpha(\omega_n) \Delta \omega_n} \cos \left(\omega_n t - \frac{\omega_n^2}{g} x + \sigma_{nn} \right)$$

Ist das Seegangsspektrum gegeben, so kann das Spektrum für α_e angegeben werden. Es lautet in der dimensionslosen Form:

$$S_{\alpha}^*(\omega^*) = \frac{1}{\left[-\frac{9}{32} + \left(\frac{2}{3\pi^2} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{\lambda_e}{L}\right)^2\right]^2} \left\{ \frac{4}{(\omega^{*2} \lambda_e / L)^4} \left[-\frac{3}{4} \omega^{*2} \frac{\lambda_e}{L} \cos\left(\frac{3}{4} \omega^{*2} \frac{\lambda_e}{L}\right) + \sin\left(\frac{3}{4} \omega^{*2} \frac{\lambda_e}{L}\right) \right]^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\lambda_e}{L}\right)^2 \left[\frac{\pi \cos\left(\frac{3}{4} \omega^{*2} \frac{\lambda_e}{L}\right)}{\left(\frac{3}{4} \omega^{*2} \frac{\lambda_e}{L}\right)^2 - \pi^2} - \frac{1}{\pi} \frac{\sin\left(\frac{3}{4} \omega^{*2} \frac{\lambda_e}{L}\right)}{\frac{3}{4} \omega^{*2} \frac{\lambda_e}{L}} \right]^2 \right\} S_{\xi}^*(\omega^*)$$

$$S_{\alpha}(\omega) = \left(\frac{L}{\lambda_e}\right)^2 \sqrt{\frac{L}{g}} S_{\alpha}^*(\omega^*) \quad \text{mit} \quad \omega = \omega^* \sqrt{\frac{g}{L}} \\ \frac{\omega^2}{g} \lambda_e = \omega^{*2} \frac{\lambda_e}{L}$$

und

$$m_{\alpha}^* = \int_0^{\infty} S_{\alpha}^*(\omega^*) d\omega^*$$

$$m_{\alpha} = \left(\frac{L}{\lambda_e}\right)^2 m_{\alpha}^*$$

2.2.2. Mitwandernde effektive Welle

Eine Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit und Dauer der effektiven Welle ist nur auf indirektem Wege möglich. Der Längenabschnitt, für den der Seegang durch die effektive Welle ersetzt wurde, soll sich mit der gegebenen konstanten Geschwindigkeit c_e in Seegangslaufrichtung bewegen. Anstelle der Koordinate x im Argument der Seegangsfunktion steht jetzt:

$$x = c_e t$$

Mit

$$\omega_{en} = \omega_n - \frac{\omega_n^2}{g} c_e$$

lautet die Seegangsfunktion

$$\xi(x_e, t) = \sum_{n=1}^N c_n \cos(\omega_{en} t - \frac{\omega_n^2}{g} x_e + \sigma_n)$$

Die Zeitfunktion für α_e hat jetzt die Form:

$$\alpha_e = \sum_{n=1}^N \sqrt{2 S_{\alpha}(\omega_n) \Delta \omega_n} \cos(\omega_{en} t + \sigma_{in})$$

Für die Fläche des Spektrums von α_e hat diese Erweiterung auf die mitbewegte effektive Welle keine Konsequenz.

$$\int_0^{\infty} S_{\alpha}^*(\omega_e^*) d\omega_e^* = \int_0^{\infty} S_{\alpha}^*(\omega^*) d\omega^*$$

Dagegen lautet das 2. Moment:

$$m_{2e\alpha}^* = \int_0^{\infty} \omega_e^{*2} S_{\alpha}^*(\omega^*) d\omega^* \quad \omega_e^* = \omega^* - \omega^{*2} \tilde{T}_e$$

Hiermit kann die mittlere Periode des Parameters α_e der mitwandernden effektiven Welle bestimmt werden:

$$\tilde{T}^* = 2\pi \sqrt{\frac{m_{0\alpha}^*}{m_{2e\alpha}^*}}$$

$$\tilde{T} = \tilde{T}^* \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Die mittlere Periode ist also eine Funktion der Geschwindigkeit c_e . Es zeigt sich, daß-ähnlich wie bei Grim 1961 [5] - die mittlere Periode bei $\overline{Fr} = 0.4 \div 0.5$ ein ausgeprägtes Maximum besitzt, was darauf hindeutet, daß dies die dominierende Wellengeschwindigkeit ist.

Zur Beurteilung der möglichen Dauer des Zeitraumes, für den die effektive Welle eine gewisse Steilheit besitzt, wird folgende Betrachtung angestellt:

Für einen gegebenen Zeitraum ΔT wird der Mittelwert der Zeitfunktion von α_e bestimmt. Ausgehend vom Zeitpunkt t wird die Integration von $-\frac{\Delta T}{2}$ bis $+\frac{\Delta T}{2}$ durchgeführt:

$$\alpha_{e\Delta T} = \frac{1}{\Delta T} \int_{-\frac{\Delta T}{2}}^{+\frac{\Delta T}{2}} \sum_{n=1}^N \sqrt{2 S_{e\alpha}(\omega_n) \Delta \omega_n} \cos(\omega_n t + \sigma_{in})$$

$$\alpha_{e\Delta T} = \sum_{n=1}^N \sqrt{\left[\frac{\sin(\omega_n \frac{\Delta T}{2})}{\omega_n \frac{\Delta T}{2}} \right]^2 2 S_{e\alpha}(\omega_n) \Delta \omega_n} \cos(\omega_n t + \sigma_{in})$$

Der Mittelwert von α_e im Intervall ΔT ist also wiederum eine Zeitfunktion, für die ein Spektrum angegeben werden kann:

$$S_{\alpha\Delta T}^*(\omega_e^*) = \left[\frac{\sin(\omega_n^* \frac{\Delta T^*}{2})}{\omega_n^* \frac{\Delta T^*}{2}} \right]^2 S_{e\alpha}^*(\omega_e^*)$$

$$m_{\alpha\Delta T}^* = \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin(\omega_n^* \frac{\Delta T^*}{2})}{\omega_n^* \frac{\Delta T^*}{2}} \right]^2 S_{e\alpha}^*(\omega^*) d\omega^*$$

Das Spektrum der mitwandernden effektiven Welle ist eine Funktion der Geschwindigkeit und der Größe des betrachteten Zeitraumes. Für $\Delta T \rightarrow 0$ geht dieses Spektrum in die Form des Spektrums der momentanen effektiven Welle über.

Das Verhältnis

$$f = \sqrt{\frac{m_{\alpha\Delta T}^*}{m_{\alpha}^*}}$$

gibt an, in welchem Maße der Momentanwert von α_e reduziert wird, wenn man den Mittelwert für eine mitwandernde effektive Welle bildet.

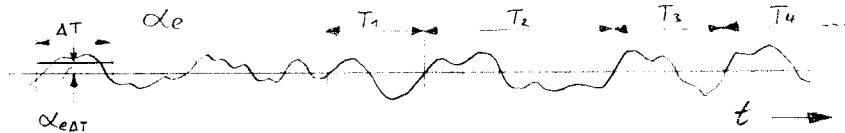
Auch hier kann eine mittlere Periode der Zeitfunktion angegeben werden:

$$\tilde{T}_{\Delta T}^* = 2\pi \sqrt{\frac{m_{0\alpha\Delta T}^*}{m_{2\alpha\Delta T}^*}}$$

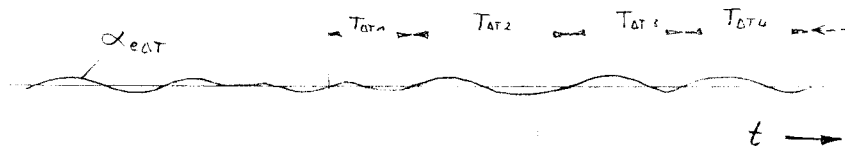
$$m_{2\alpha\Delta T}^* = \int_0^{\infty} \omega \sin^2 S_{\alpha\Delta T}^*(\omega) d\omega^*$$

Für $\Delta T \rightarrow 0$ geht dieser Wert über in die mittlere Periode des Momentanwertes der mitwandernden effektiven Welle.

Verlauf des Momentanwertes von α_e :



Verlauf des über ΔT gemittelten Wertes von α_e :



Wenn das Spektrum $S_{\alpha\Delta T}$ schmal ist, so sind die Maxima von $\alpha_{e\Delta T}$ annähernd Rayleigh-verteilt.

Die Häufigkeit, mit der ein gegebener Wert $\hat{\alpha}$ überschritten wird, ist dann:

$$W\{\hat{\alpha}_{e\Delta T} > \hat{\alpha}\} = e^{-\frac{\hat{\alpha}^2}{2m_{0\alpha\Delta T}^*}}$$

worin

$$m_{0\alpha\Delta T}^* = f^2 m_{0\alpha}^*$$

Die mittlere Periode (oder Wiederkehr) für das Überschreiten von $\hat{\alpha}$ ist:

$$\tilde{T}_{\hat{\alpha}}^* = \tilde{T}_{\Delta T}^* e^{\frac{\hat{\alpha}^2}{2m_{0\alpha\Delta T}^*}}$$

worin

$$\tilde{T}_{\Delta T}^* = 2\pi \sqrt{\frac{m_{0\alpha\Delta T}^*}{m_{2\alpha\Delta T}^*}}$$

2.2.3. Ergebnisse

Die Berechnungen der effektiven Welle wurden für einen durch das Moskowitz-Pierson-Spektrum beschriebenen Seegang durchgeführt.

Momentane effektive Welle:

Diagramm 24 zeigt den Verlauf des $\sqrt{m_{0\epsilon}^*}$ -wertes für den Wert α_e über der Windgeschwindigkeit; Kurvenparameter ist das Verhältnis $\frac{\eta_e}{\lambda_e} = \frac{h_e/\lambda_e}{\alpha_e}$. Die Steilheit $\sqrt{m_{0\alpha}^*}$ der effektiven Welle wächst mit zunehmender Windgeschwindigkeit etwa im gleichen Maße an, wie die Steilheit des Seeganges selbst. Dem Moskowitz-Pierson-Spektrum liegt folgende einfache Gesetzmäßigkeit zugrunde:

$$\sqrt{m_{0\epsilon}^*} = \sqrt{\frac{\alpha}{4\beta}} \left(\frac{W}{\sqrt{g}L} \right)^2$$
$$\frac{\sqrt{m_{0\epsilon}^*}}{L} = \sqrt{m_{0\alpha}^*}$$

$\frac{\eta_e}{\lambda_e} = 0$ bedeutet, daß der Seegang nur durch eine Schräge dargestellt wird. Hierfür ist der Wert α_e am größten. Mit zunehmendem $\frac{\eta_e}{\lambda_e}$, d.h. zunehmender Steilheit oder cos-Welle, nimmt der $\sqrt{m_{0\alpha}^*}$ -wert von α_e ab. Wie die Auftragung des Produktes $\sqrt{m_{0\alpha}^*} \frac{\eta_e}{\lambda_e}$ über $\frac{\eta_e}{\lambda_e}$ (Diagramm 25) zeigt, hat dies zur Folge, daß für $\frac{\eta_e}{\lambda_e} > 1$ die mittlere Steilheit der cos-Welle in etwa unabhängig von $\frac{\eta_e}{\lambda_e}$ ist.

Mitwandernde effektive Welle:

Die mittlere Periode $\tilde{T}_{\Delta T}^*$ der mitwandernden effektiven Welle erhöht sich mit wachsendem Zeitintervall ΔT^* , wie die Auftragung für die Windgeschwindigkeit $\frac{W}{\sqrt{g}L} = 0.8$ in Diagramm 26 zeigt. Immer etwa dort, wo der Wert von ΔT^* ganzen Vielfachen der mittleren Periode \tilde{T}^* für $\Delta T^* = 0$ entspricht, erreicht $\tilde{T}_{\Delta T}^*$ ein Maximum.

Der Abminderungsfaktor f , der das Verhältnis der Steilheiten der mittleren mitwandernden zu der momentanen effektiven Welle angibt, hängt stark von der Größe des gewählten Zeitintervalles ΔT^* und der Geschwindigkeit \overline{G}_e ab. Wie die Auftragung von f (Diagramm 27) über ΔT^* zeigt, nimmt die Steilheit der mittleren effektiven Welle zunächst stark ab. Erst für $\Delta T^* > 10$ (entsprechend $\Delta T > 32 \text{ sec}$ für $L = 100 \text{ m}$) ist die Abnahme von f weniger stark.

2.3. Häufigkeit der Seegangsbedingungen, die zum "Mitgenommen-Werden" und "Querschlagen" führen.

2.3.1. Häufigkeit für "Mitgenommen-Werden"

"Mitgenommen-Werden", d.h. Beschleunigung des Schiffes auf die Geschwindigkeit der Wellenkontur, tritt ein, wenn

- a) die Kontur der effektiven Welle bestimmte Mindestwerte für η/λ_e und α_e überschreitet und
- b) diese Mindestwerte wenigstens für den Zeitraum, den das Schiff vom Eintritt in die Wellenkontur bis zum 1. Umkehrpunkt benötigt, erhalten bleiben.

Der Grenzwert α_e und die Zeitdauer bis zum 1. Umkehrpunkt τ_e^* , wie sie in Abschnitt 2.1.2. berechnet wurden, sind in Diagramm 28 über dem Parameter η/λ_e aufgetragen.

Mit dem m_0 -Wert von α_e und dem Abminderungsfaktor f für $\Delta T^* = \tau_e^*$ kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, mit der die Maxima von $\alpha_{e\Delta T}$ über dem Grenzwert liegen:

$$W_1 \left\{ \hat{\alpha}_{e\Delta T} > \alpha_e \text{ u. } \Delta T^* = \tau_e^* \right\} = e^{-\frac{\alpha_e^2}{2f^2(\tau_e^*)m_0}}$$

Dieser Wert ist in Diagramm 29 für $\overline{Gr} = 0.25$ und $\lambda_e/\lambda = 1$ über dem Parameter η/λ_e aufgetragen.

Für eine Geschwindigkeit der Wellenkontur von $\overline{Gr}_e = 0.40$ (entsprechend der Phasengeschwindigkeit) hat der W -Wert bei $\eta/\lambda_e = 0.5$ ein Maximum. Für $\overline{Gr}_e = 0.45$ liegt das Maximum des W -wertes etwas niedriger, und für höhere Geschwindigkeiten der Wellenkontur liegt die Grenze für "Mitgenommen-Werden" bereits bei so großen Wellensteilheiten, daß der W -Wert wesentlich geringer ist. Das gleiche gilt für $\overline{Gr}_e = 0.35$ und geringere Geschwindigkeiten, wo τ_e^* sehr groß und damit f sehr klein wird. Die Geschwindigkeit der Wellenkontur, von der das Schiff am häufigsten mitgenommen wird, scheint also bei $\overline{Gr} = 0.40$ bis 0.45 zu liegen.

Eine Untersuchung des Einflusses von λ_e/λ zeigt, daß die größten W -Werte bei $\lambda_e/\lambda = 1$ oder dicht darüber liegen. Dies besagt natürlich nicht, daß ein Schiff in einem extremen Seegang nicht auch von längeren Wellen mitgenommen werden kann.

Aus diesen Gründen wird die folgende Rechnung nur für die Parameter $\tilde{\alpha}_c = 0,47$, $\tilde{v}_{\lambda_e} = 0,5$ und $\lambda/L = 1$ durchgeführt.

Der eben berechnete W -Wert gestattet noch keine absolute Aussage über die Wahrscheinlichkeit von "Mitgenommen-Werden" in dem gewählten Seegang. Hierzu wird als anschaulicher Wert die mittlere Periode oder Wiederkehr für das Ereignis: Steilheit der gemittelten mitwandernden effektiven Welle erreicht die Bedingung für "Mitgenommen-Werden", berechnet:

$$\tilde{T}_{\alpha_1}^* = \tilde{T}_{\Delta T^*}^* e^{\frac{\alpha_1^2}{2 f^2(\Delta T^*) m_{\alpha_1}^*}}$$

Wenn diese Rechnung für verschiedene Werte ΔT^* durchgeführt wird, kann nicht nur die mittlere Periode für $\Delta T^* = \tilde{v}_1^*$, sondern auch für $\Delta T^* > \tilde{v}_1^*$ und damit für die Dauer des Mitlaufens mit der Welle angegeben werden (*).

Wie Diagramm 30 zeigt, ist der Verlauf von $\tilde{T}_{\alpha_1}^*$ über ΔT^* stufenartig, was auf den wellenförmigen Verlauf des Abminderungsfaktors f über ΔT^* zurückzuführen ist. Die mittlere Periode bei $\Delta T^* = \tilde{v}_1^*$, d.h. für den Fall, daß das Schiff kurzzeitig auf Wellengeschwindigkeit gebracht wird, liegt bei $\tilde{T}_{\alpha_1}^* = 77$ (für ein Schiff mit $L = 100$ m entspricht dies $\tilde{T}_{\alpha_1}^* = 4$ min.).

Ein Mitlaufen von mehr als $\Delta T^* - \tilde{v}_1^* = 8,8$ (28 sec) Dauer kann erst in mittleren Zeitabständen von $\tilde{T}_{\alpha_1}^* = 2 \cdot 10^2$ (3,3 Min) eintreten. Eine Dauer von $\Delta T^* - \tilde{v}_1^* = 17,1$ (54 sec) tritt wesentlich seltener, nämlich in Zeitabständen von $\tilde{T}_{\alpha_1}^* = 3,4 \cdot 10^4$ (9,4 h), d.h. so gut wie nie ein.

*) Da die hier benutzte Steilheit der effektiven Welle einen über eine gewisse Zeit gemittelten Wert darstellt, kann der Momentanwert darüber oder darunter liegen. Das mitlaufende Schiff wird aber erst dann aus der Welle "entlassen", wenn die momentane Steilheit einen sehr viel kleineren als den Grenzwert annimmt. Hierfür ist die Bedingung für eine Gleichgewichtslage maßgebend, die weit unter der Bedingung für "Mitgenommen-Werden" liegt. Aus diesem Grunde scheint es gerechtfertigt, die Abschätzung der Dauer des Mitlaufens in der eben beschriebenen Form vorzunehmen.

2.3.2. Häufigkeit für "Querschlagen"

Das Schiff "schlägt quer", d.h. es erreicht eine unzulässig große Kursabweichung vom gewünschten Kurs in Richtung quer zur See, wenn

- a) "Mitgenommen-Werden" eintritt,
- b) die Wellenkontur eine ausreichende Wellenhöhe besitzt und
- c) diese Bedingungen einen gewissen Zeitraum andauern.

Trägt man den aus den Bedingungen a) und b) sich ergebenden Grenzwert für die Wellensteilheit α_2 über dem Parameter λ/λ_c auf, so erhält man 2 Hyperbeläste, die sich im Punkt $\lambda/\lambda_c = 1.5$ schneiden (Diagramm 31).

Die zum Erreichen großer Gierwinkel - hier wird der Wert $\psi = 45^\circ$ gewählt - notwendige Zeitdauer τ_2^* nach Eintritt in die Wellenkontur kann den Auftragungen Diagramm 20 und 21 entnommen werden.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Maximalwert der Steilheit der effektiven Welle die Bedingungen für Querschlagen erreicht, berechnet sich nach:

$$W_2 \left\{ \hat{\alpha}_{e,\Delta T} > \alpha_2 \text{ u. } \Delta T^* = \tau_2^* \right\} = e^{-\frac{\alpha_2^2}{2f^2(\tau_2^*) m_{0\alpha}^2}}$$

Diese Wahrscheinlichkeit ist ebenfalls in Diagramm 31 eingetragen. Der W-Wert erreicht bei $\lambda/\lambda_c = 1.5$ ein Maximum, daher wird im Folgenden mit diesem Wert gerechnet. Eine eingehende Untersuchung des Einflusses von λ/λ_c erübrigt sich, da bei $\lambda/\lambda_c = 1$ das Giermoment am größten und daher dieser Fall sicherlich der ungünstigste ist.

Wie im vorangegangenen Abschnitt kann hier die mittlere Periode für das Ereignis: Steilheit der gemittelten effektiven Welle erreicht die Bedingung für "Querschlagen", d.h. für das Erreichen großer Kursabweichungen.

$$\hat{T}_{\alpha_2}^* = \hat{T}_{\Delta T}(\tau_2^*) e^{-\frac{\alpha_2^2}{2f^2(\tau_2^*) m_{0\alpha}^2}}$$

Da die Zeit τ_2^* von der Wellensteilheit kaum, von dem gewünschten Kurs χ_k dagegen stark abhängt, wird nur dieser Einfluß berücksichtigt. In Diagramm 32 ist die mittlere Periode über χ_k aufgetragen.

Für ein mit einer einfachen gierwinkelproportionalen Steuerung ausgerüstetes Schiff liegt die mittlere Periode für $\chi_k > 10^\circ$ bei $\tilde{T}_{\alpha_2}^* = 10^3$ (für $L=100$ ist $\tilde{T}_{\alpha_2} = 17 \text{ min}$). Für $\chi_k = 5^\circ$ ist $\tilde{T}_{\alpha_2}^* = 5.9 \cdot 10^4$ ($\tilde{T}_{\alpha_2} \approx 16 \text{ h}$), bei kleineren Kursen tritt ein "Querschlagen" so gut wie nie ein.

Enthält die Steuerung ^{ein} zusätzliches giergeschwindigkeitsproportionales Glied, so tritt ein "Querschlagen" seltener ein. Für $\chi_k = 10^\circ$ ist $\tilde{T}_{\alpha_2}^* = 4.4 \cdot 10^4$ ($\tilde{T}_{\alpha_2} \approx 12 \text{ h}$) und für $\chi_k = 30^\circ$ wie im vorgehenden Fall $\tilde{T}_{\alpha_2}^* = 10^3$. Durch eine derartige Steuerung kann also in diesem Seegang ein "Querschlagen" fast völlig vermieden werden.

Vermutlich ist ein erfahrener Rudergänger noch besser in der Lage durch rechtzeitiges starkes (stützendes) Ruderlegen ein "Querschlagen" zu vermeiden.

Die in diesem Abschnitt mitgeteilten Zahlenergebnisse können sicherlich nur als Anhaltswerte dienen, da gerade für die sehr seltenen Ereignisse die hier benutzten Methoden unsicher sind.

Schlußfolgerungen

Ähnlich wie bei früheren Untersuchungen im regelmäßigen Seegang konnte für den unregelmäßigen Seegang gezeigt werden, daß die Längsbewegung und die Nichtlinearität der Seegangskräfte einen starken Einfluß auf das Kursverhalten des Schiffes besitzen. Allerdings kann der Begriff Kursstabilität, wie er bei Fahrt im glatten Wasser oder in regelmäßigen Wellen sinnvoll ist, im unregelmäßigen Seegang nicht mehr verwendet werden. Das Kursverhalten des Schiffes im achterlichen Seegang kann unter zwei Aspekten gesehen werden:

1. Um das Schiff im Mittel auf einem gewünschten Kurs zu halten, müssen besondere Maßnahmen ergriffen werden. Dies gilt, solange die Längsbewegung noch nicht extrem groß wird.
2. In besonders steilen Seen kann das Schiff kurzzeitig größere Kursabweichungen erreichen, die aus Gründen der Sicherheit interessant sind. Dies tritt im Zusammenhang mit extremer Längsbewegung, d.h. mit dem sogenannten "Mitgenommen-Werden" des Schiffes auf.

Durch den Einfluß der Längsbewegung verharrt das Schiff in den einzelnen Lagen zur Welle verschieden lange. Dies hat mittlere Seegangskräfte zur Folge, die einmal die mittlere Schiffsgeschwindigkeit erhöhen und zum andern bestrebt sind, das Schiff in Seegangslaufrichtung zu drehen. Dieser Effekt ist umso stärker, je kleiner die Geschwindigkeit ist. Er kann schließlich dazu führen, daß größere Kurswinkel zur Seegangslaufrichtung nicht gehalten werden können. Ein ähnlicher Einfluß resultiert aus der Richtungsabhängigkeit der Seegangskräfte.

Bei höheren Geschwindigkeiten kann das Schiff derart große Längsschwingungen ausführen, daß es von einer steilen Welle mitgenommen wird. Je nach dem gesteuerten Kurs zum Seegang und der Dauer dieses Vorganges wird das Schiff mehr oder weniger heftig quergedreht.

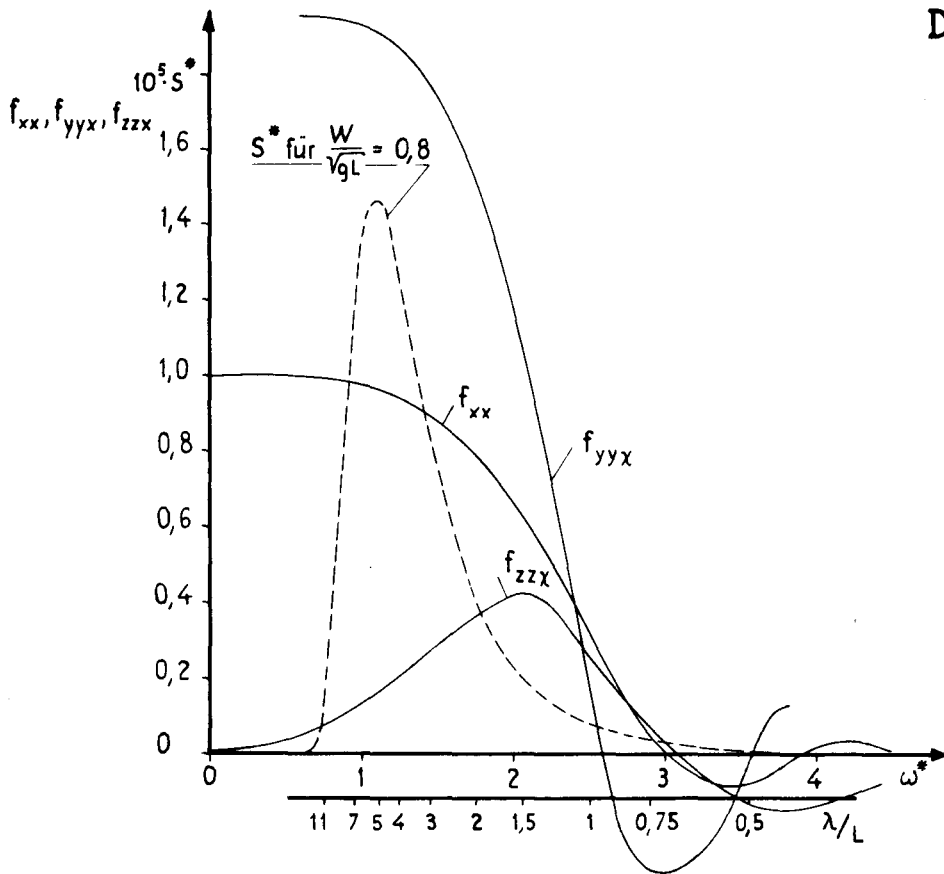
In einem starken unregelmäßigen Seegang können die Bedingungen für Querdrehen - wenn auch sehr selten - eintreten. Sie können besonders dann, wenn Kurse größer als 5° zur Seegangslauf- richtung gesteuert werden sollen, zu großen Kursabweichungen führen. Maßnahmen zur Verminderung der Gefahr des Querdrehens sind von der konstruktiven Seite durch Erhöhung der Ruder- wirkung und Verbesserung der Steuerung und von der nautischen Seite durch Verringerung der Geschwindigkeit (um ein "Mitgenommen- Werden" des Schiffes zu vermeiden) oder Änderung des Kurses möglich.

Verbesserungen der hier dargelegten Untersuchung wären möglich, wenn es gelänge, die numerische Berechnung des Bewegungsablaufes und das Konzept der effektiven Welle zu umgehen und die Fälle schwacher und starker Längsbewegung zusammenhängend darzustellen. Hierzu müßte ein Weg gefunden werden, nicht nur die Mittelwerte der Lösungen der nichtlinearen Bewegungsgleichungen, sondern die Bewegungen selbst statistisch zu behandeln. Möglicherweise könnte, bei Berücksichtigung des Verlaufes der Seegangskräfte über alle Kurse, die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, mit der ein zunächst im achterlichen Seegang fahrendes Schiff eine neue Gleichgewichtslage quer zur See einnimmt.

Literatur

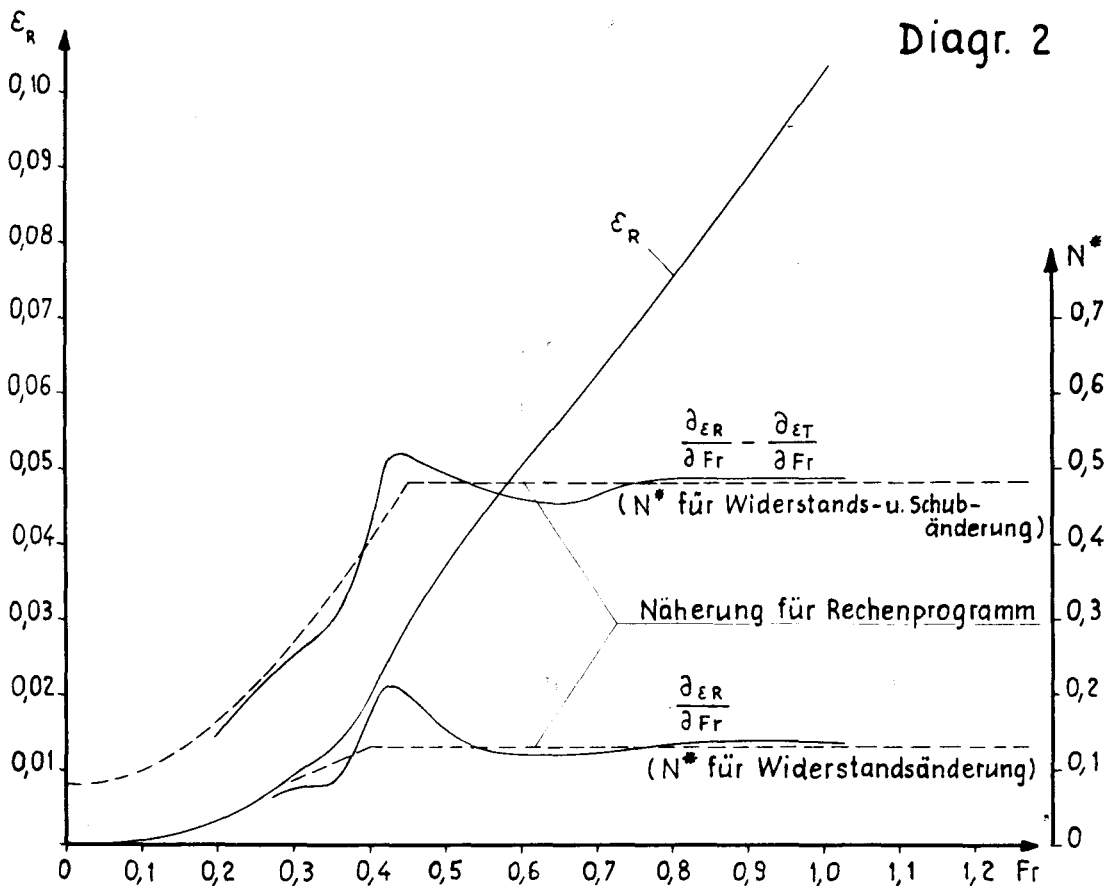
- [1] Boese, P.:
Die Längs- und Gierbewegung im achterlichen Seegang.
Institut für Schiffbau der Universität Hamburg,
Bericht Nr. 179, 1966.
- [2] Boese, P.:
Steuern im regelmäßigen achterlichen Seegang.
Institut für Schiffbau der Universität Hamburg,
Bericht Nr. 198, 1967.
- [3] Abels, F.:
Die Druckverteilung an einem festgehaltenen Schiffs-
modell im regelmäßigen Seegang.
Schiffbautechnische Gesellschaft, Jahrbuch Bd. 53, 1959.
- [4] Wahab, R. und Swaan, W.A.:
Coursekeeping and Broaching of Ships in Following Seas.
International Shipbuilding Progr., No. 119, 1964.
- [5] Grim, O.:
Beitrag zum Problem der Sicherheit des Schiffes
im Seegang.
Schiff und Hafen, Jahrgang 13, Heft 6, 1961.

Diagr. 1



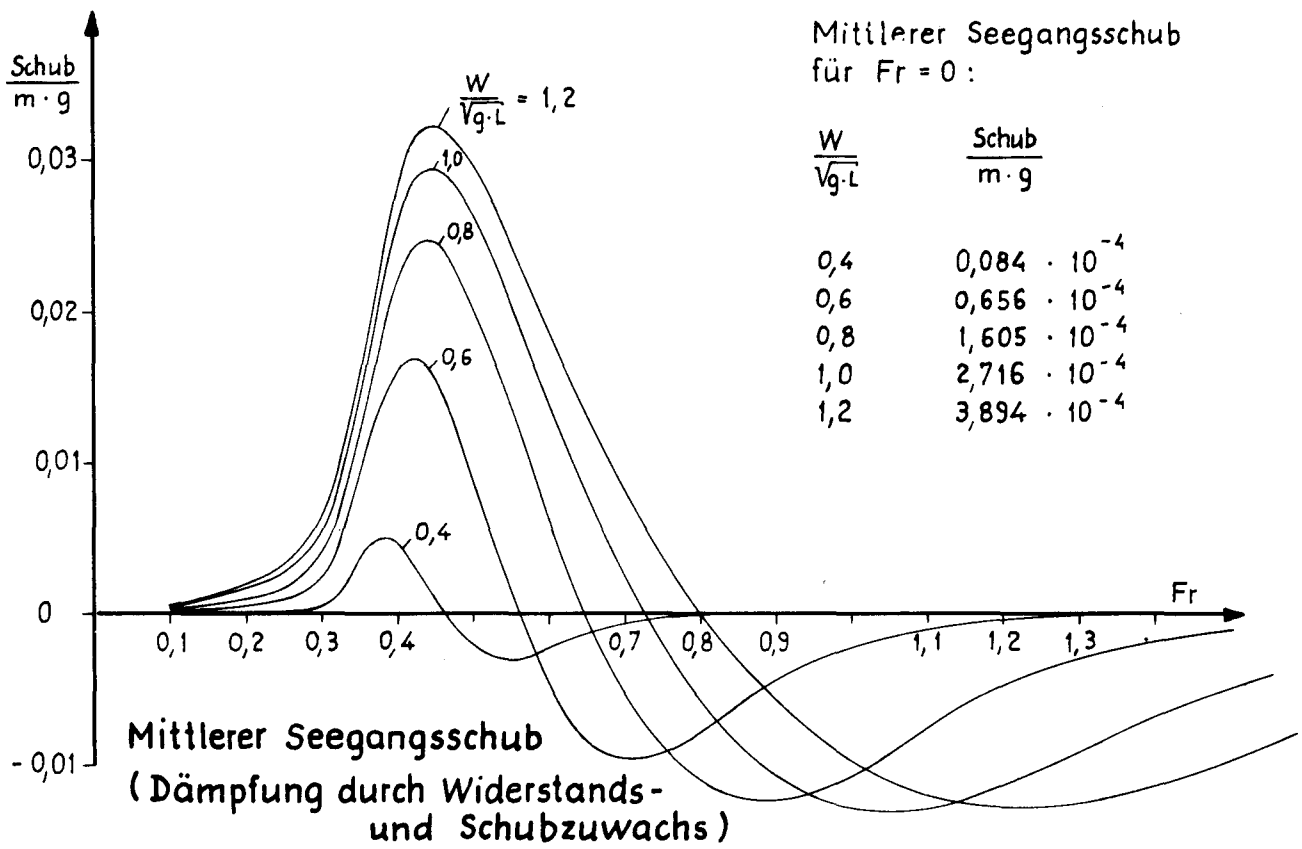
Koeffizienten der Längskraft sowie des Querkraft- und Giermomentengradienten.

Diagr. 2

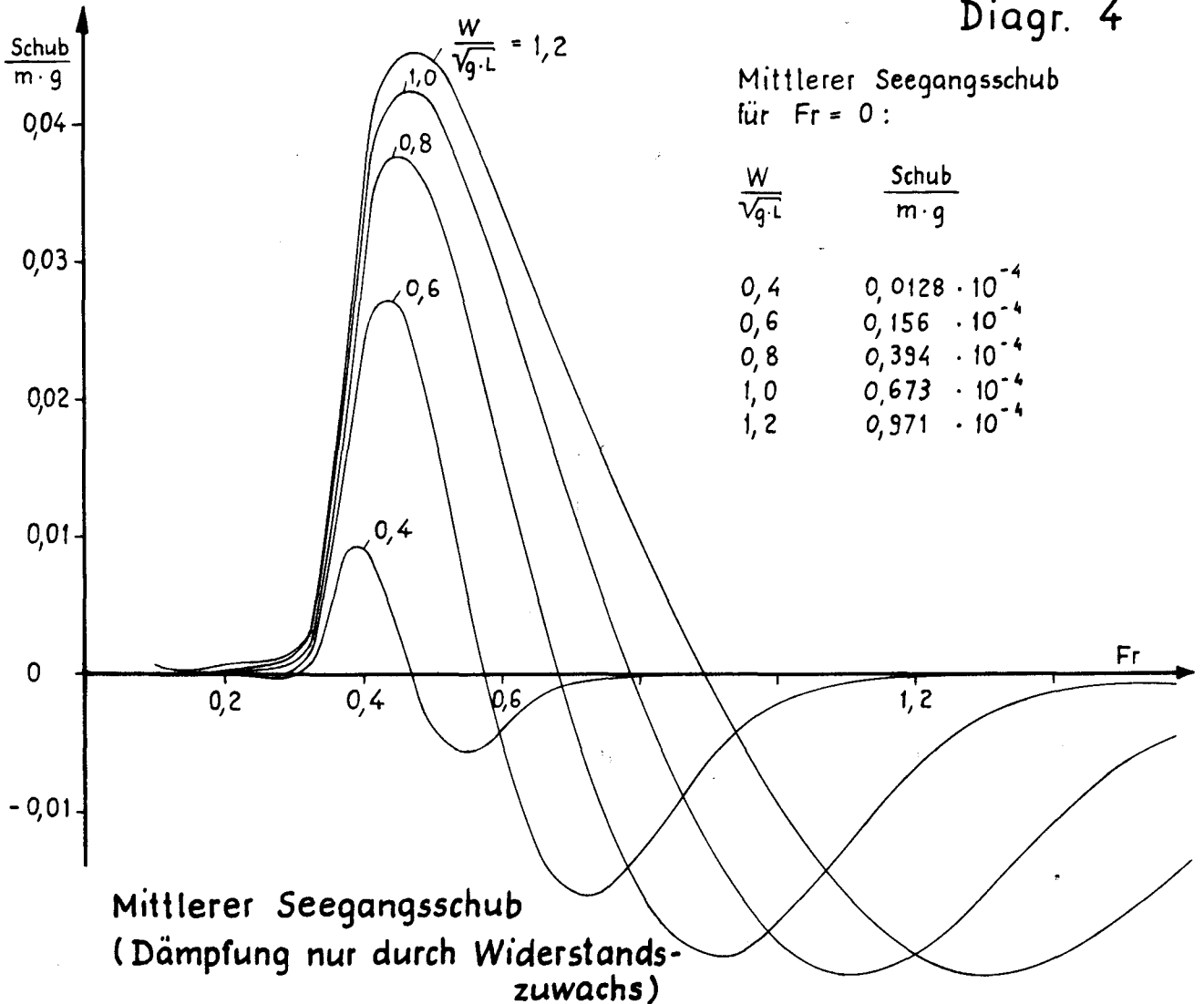


Verlauf des spez. Widerstandes und der Dämpfungskoeffizienten über der Geschwindigkeit für ein schlankes Schiff.

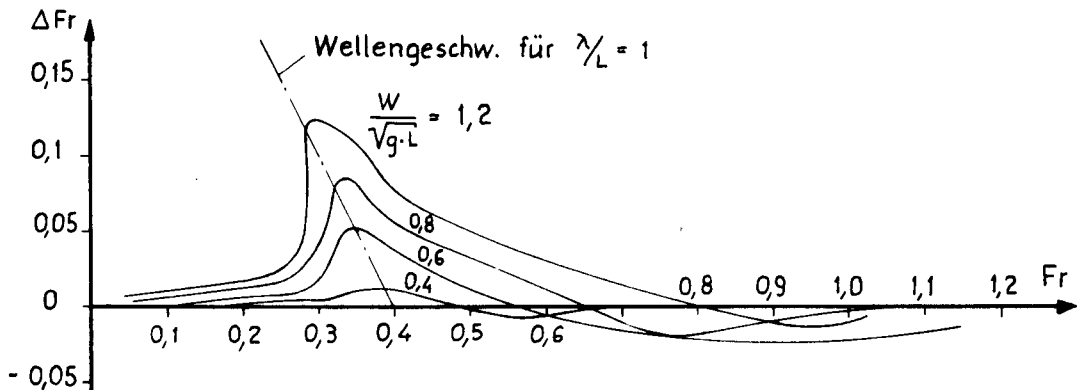
Diagr. 3



Diagr. 4

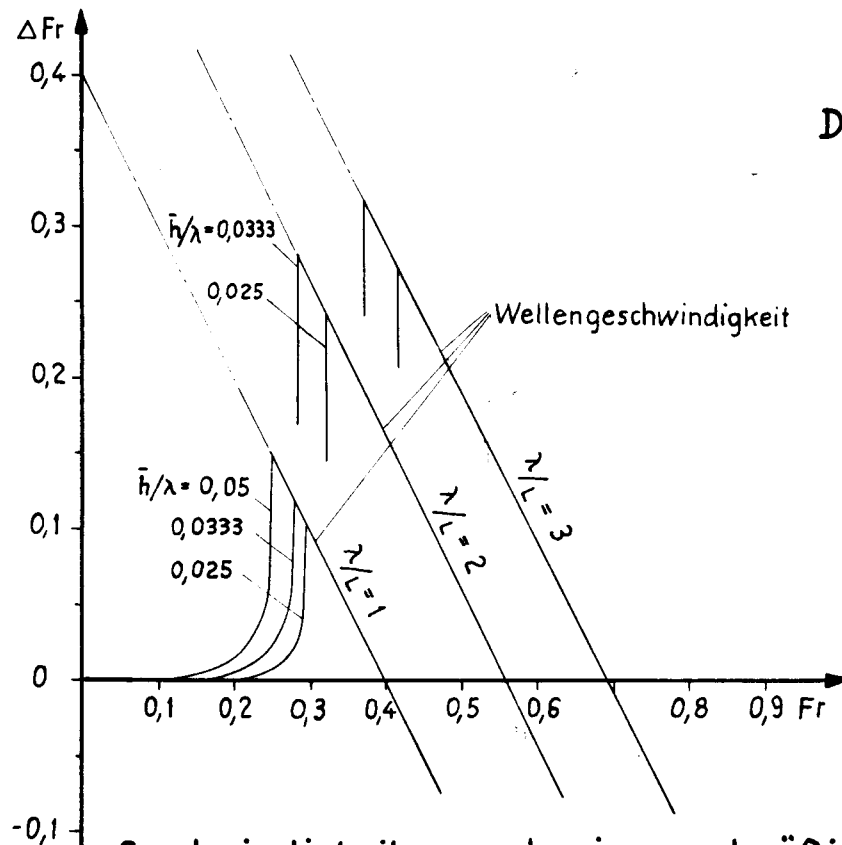


Diagr. 5



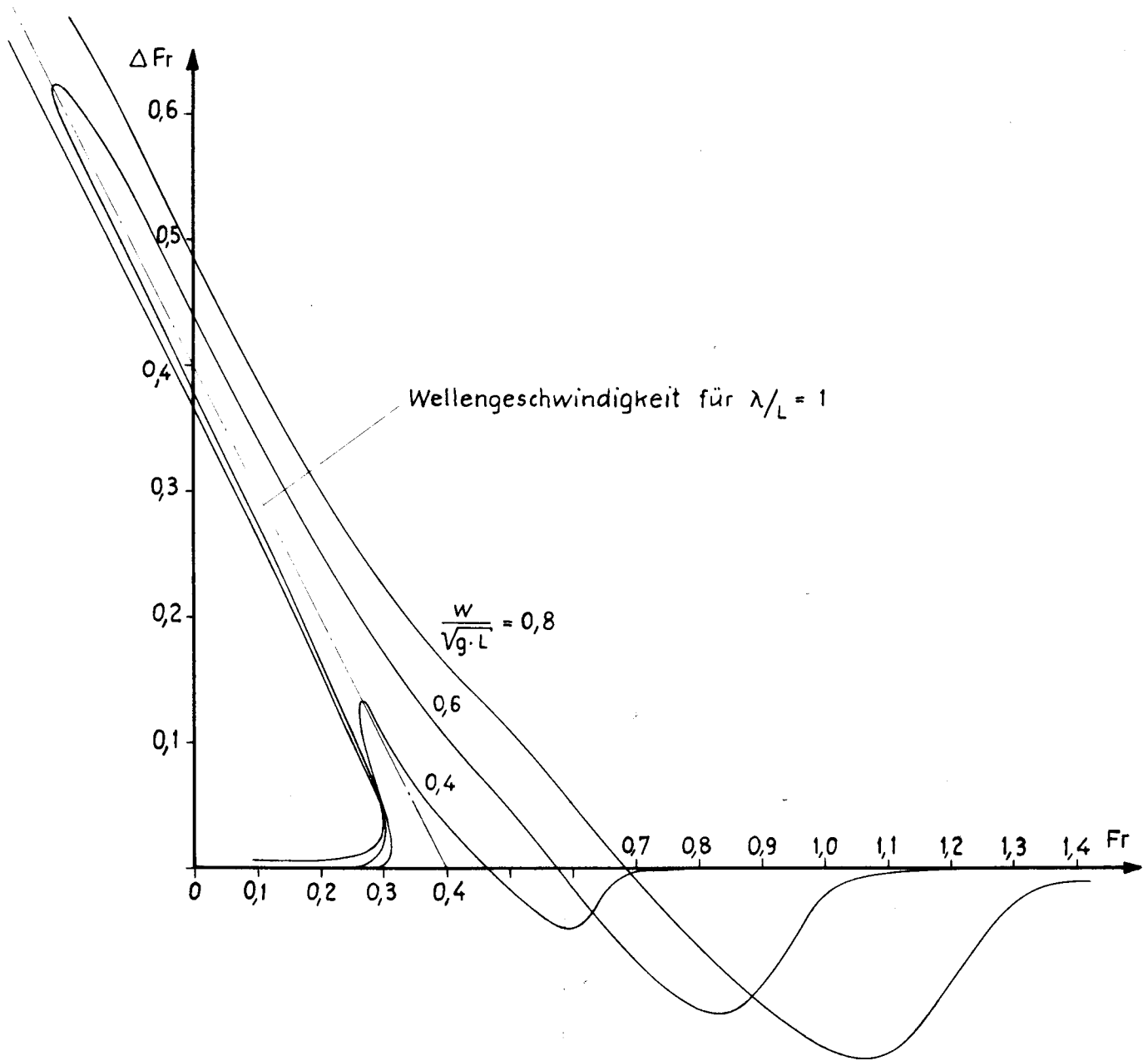
Geschwindigkeitszuwachs im unregelmäßigen achterlichen Seegang (Dämpfung durch Widerstands- u. Schubzuwachs)

Diagr. 6



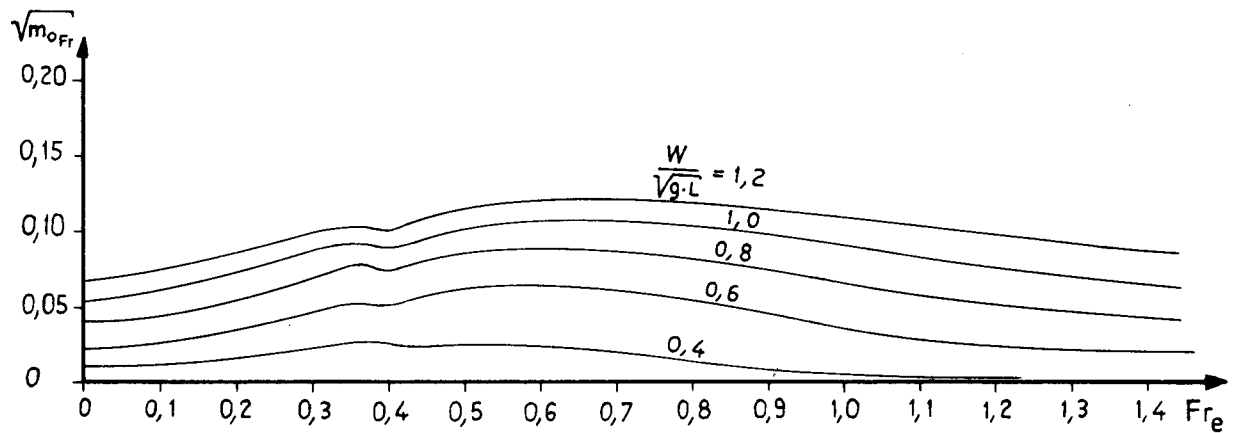
Geschwindigkeitszuwachs im regelmäßigen achterlichen Seegang. (Entnommen aus [1]).

Diagr. 7



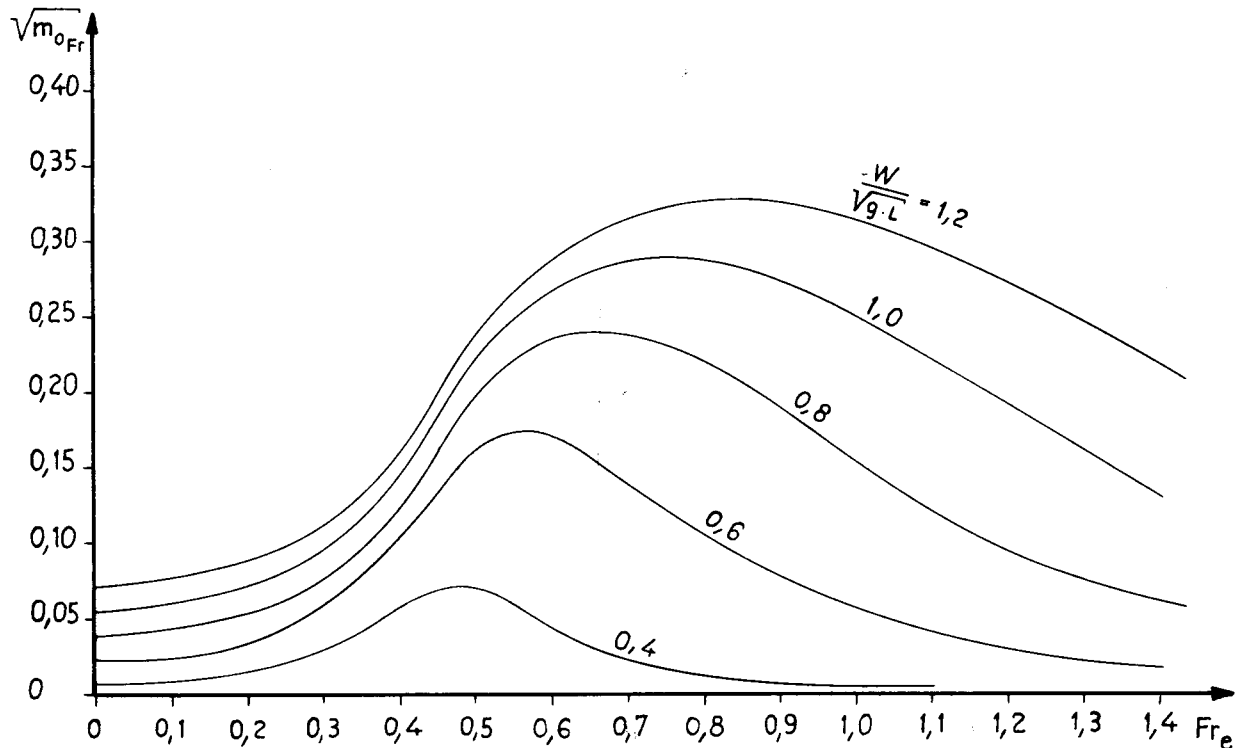
Geschwindigkeitszuwachs im unregelmäßigen achterlichen Seegang (Dämpfung nur durch Widerstandszuwachs).

Diagr. 8



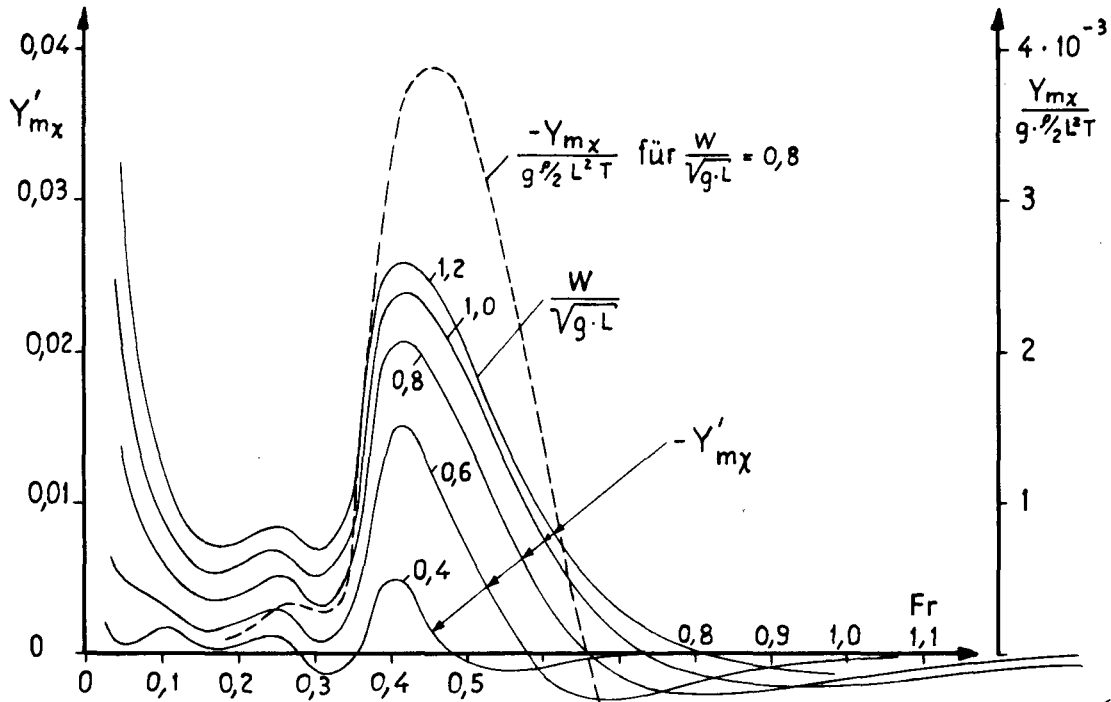
Spektrum - Moment der linearen Längsbewegung unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit von Widerstand und Schub.

Diagr. 9

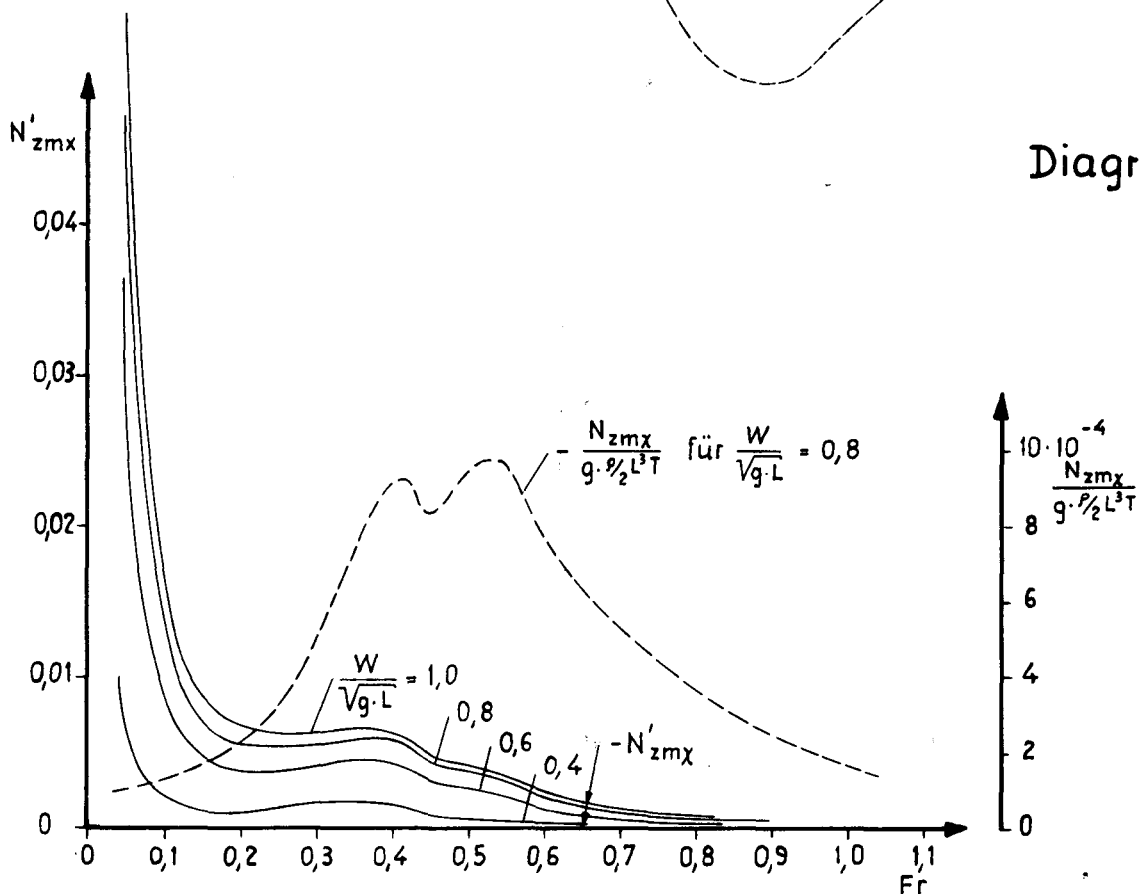


Spektrum - Moment der linearen Längsbewegung unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit des Widerstandes alleine.

Diagr. 10

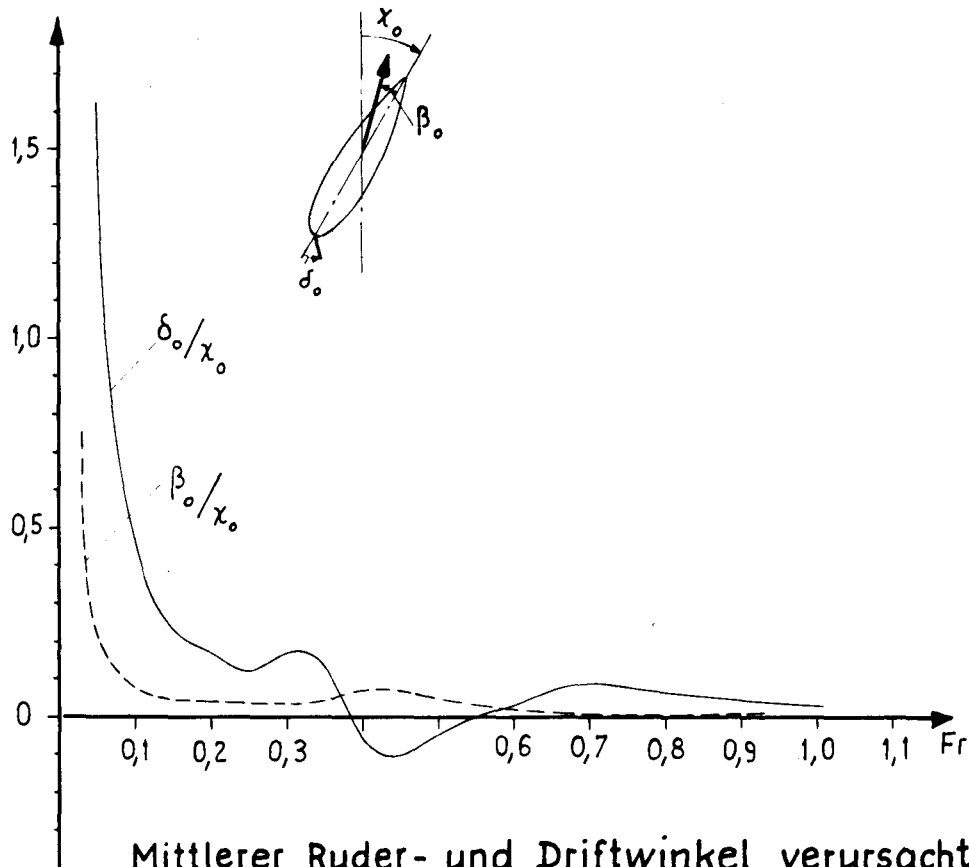


Mittlere Querkraft, verursacht durch die Längsbewegung



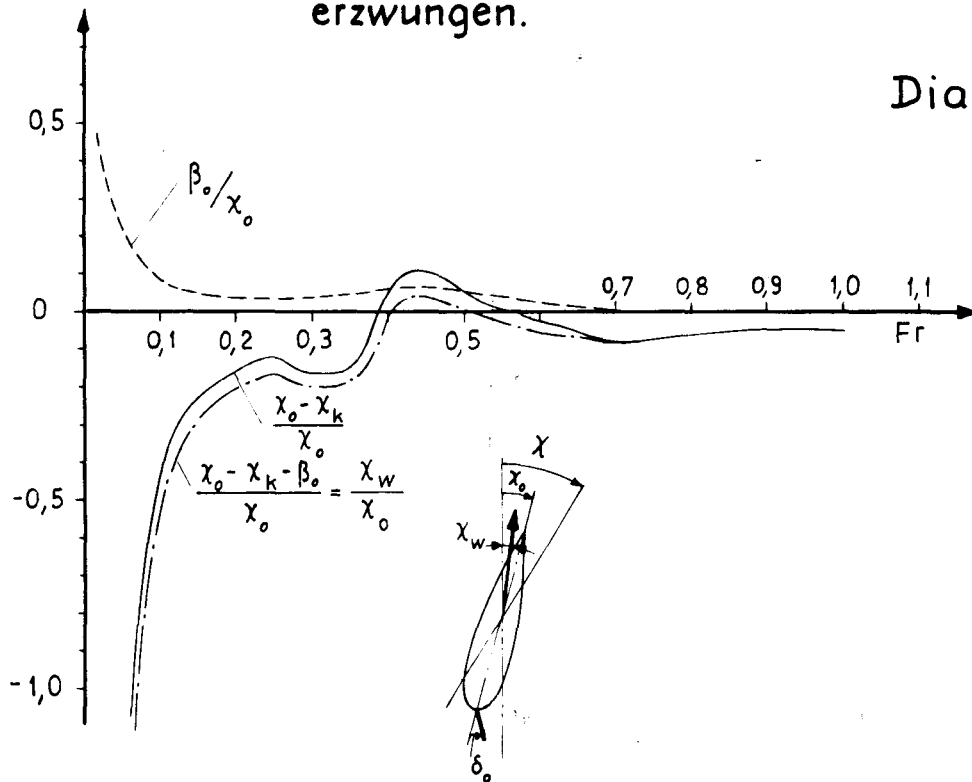
Diagr. 11

Mittleres Giermoment, verursacht durch die Längsbewegung



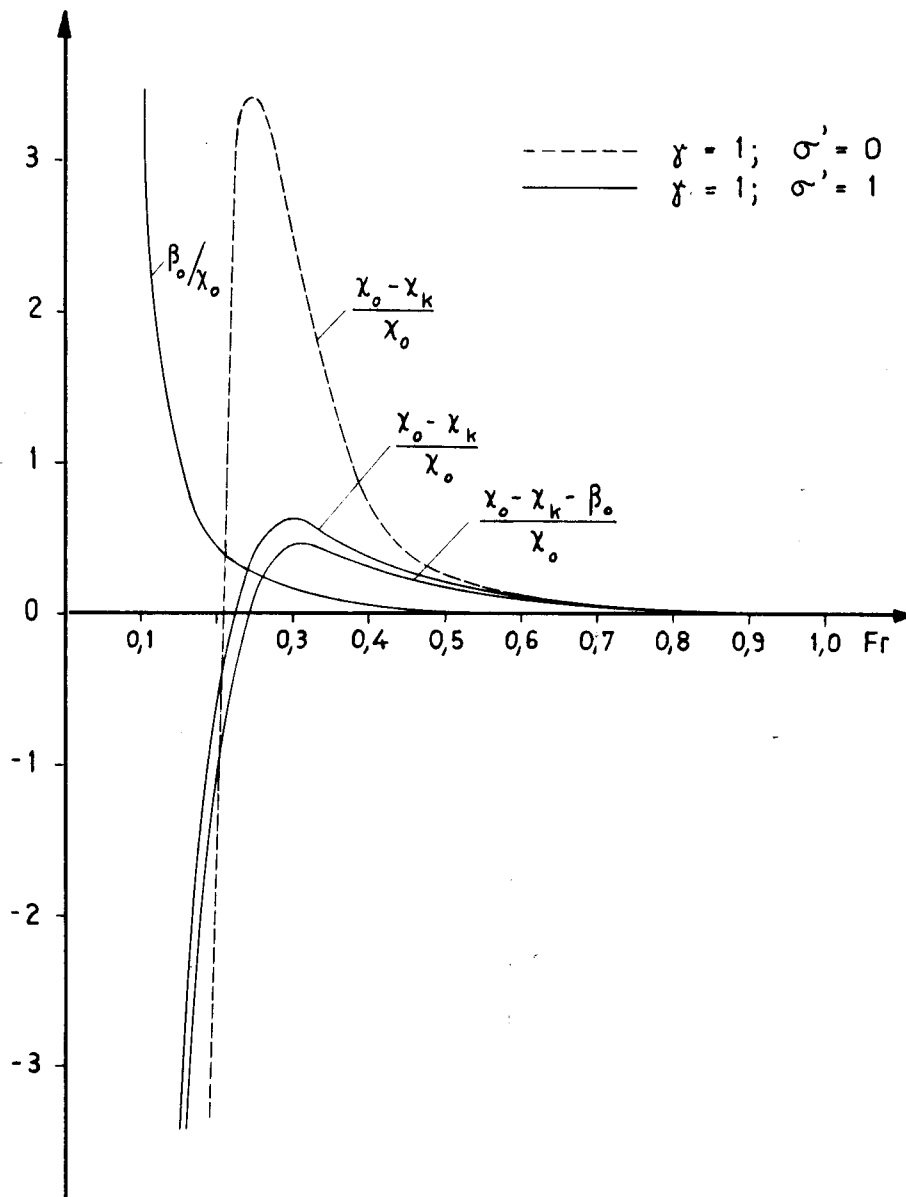
Mittlerer Ruder- und Driftwinkel, verursacht durch die Längsbewegung $\frac{W}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8$.

Fall 1: Gewünschter Kurs wird durch das Ruder erzwungen.

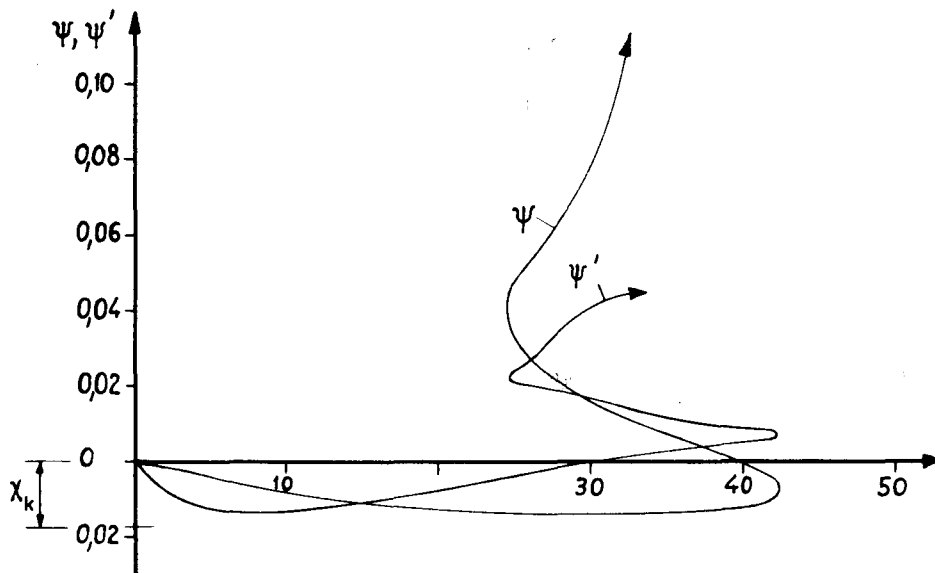
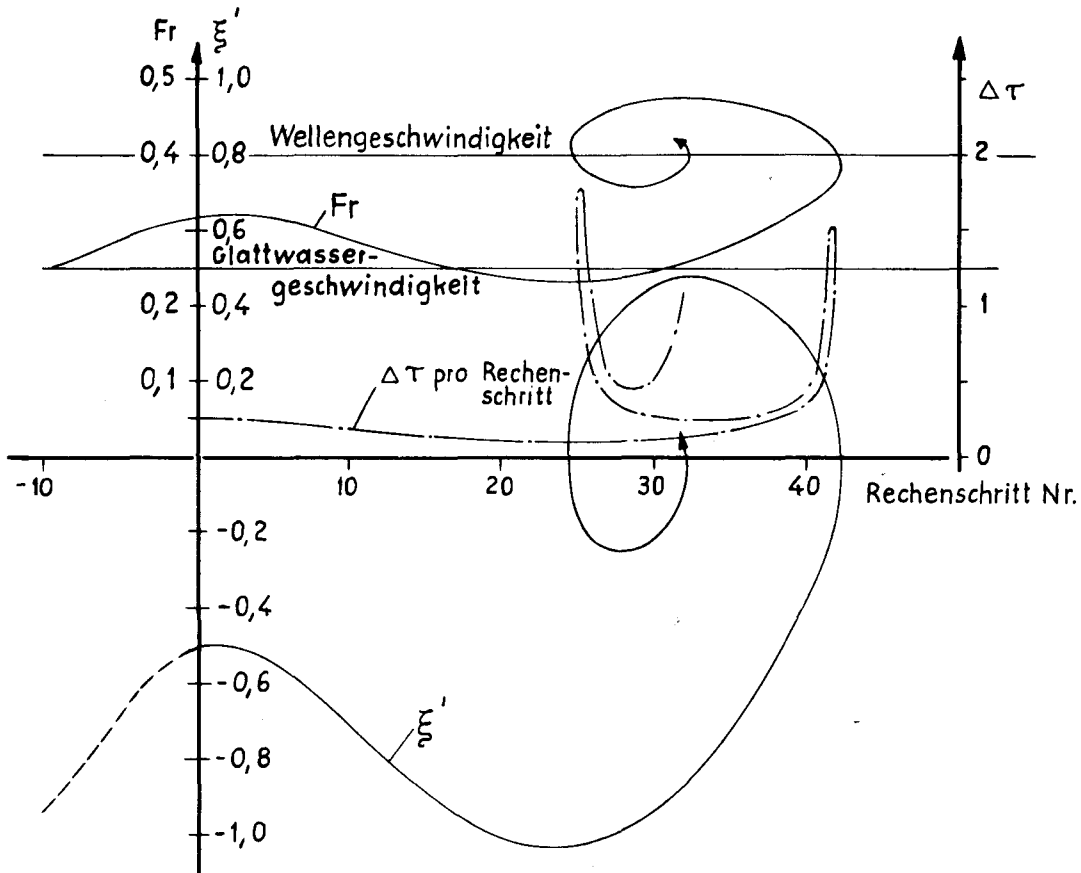
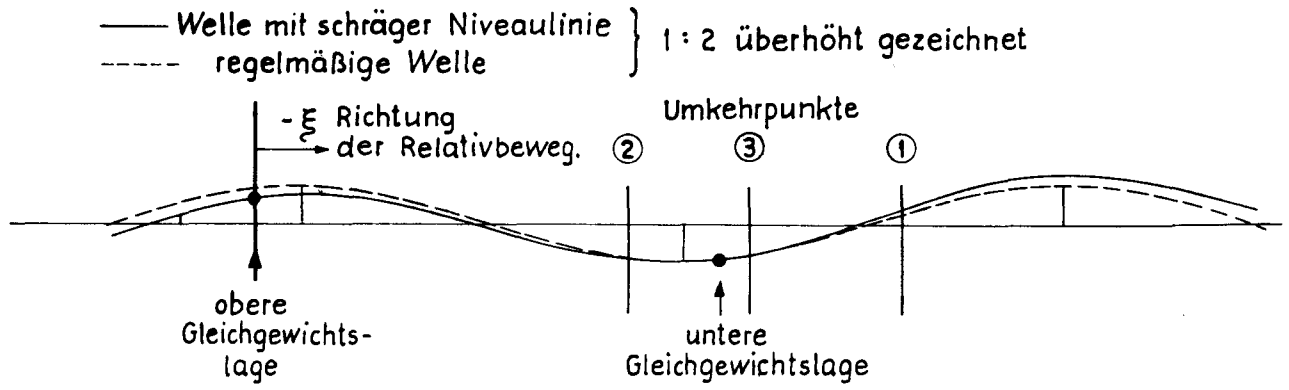


Mittlere Abweichung des wirklichen vom vorgegebenen Kurs und mittlerer Driftwinkel verursacht durch die Längsbewegung $\frac{W}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8$.

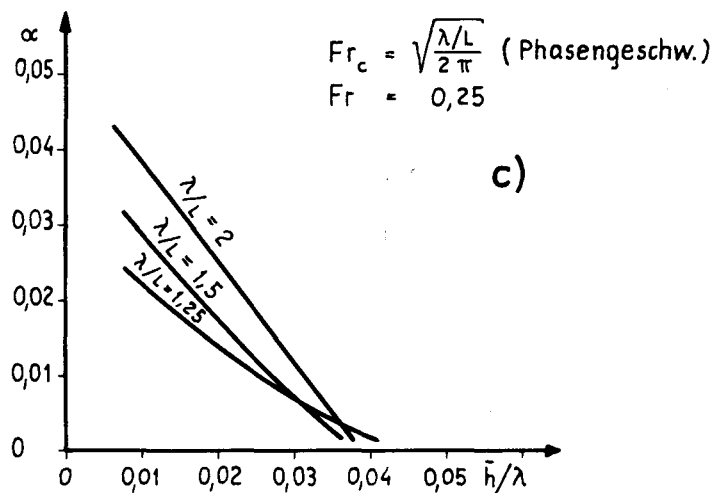
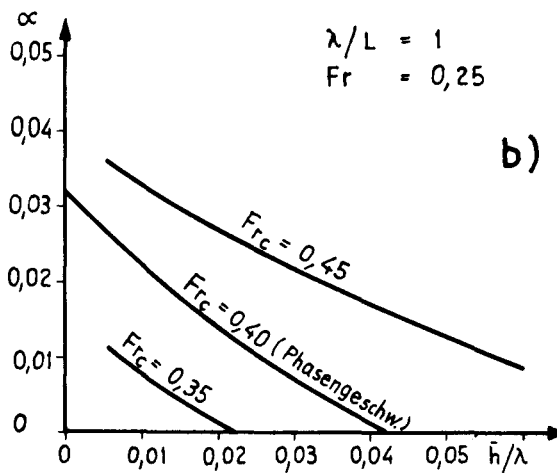
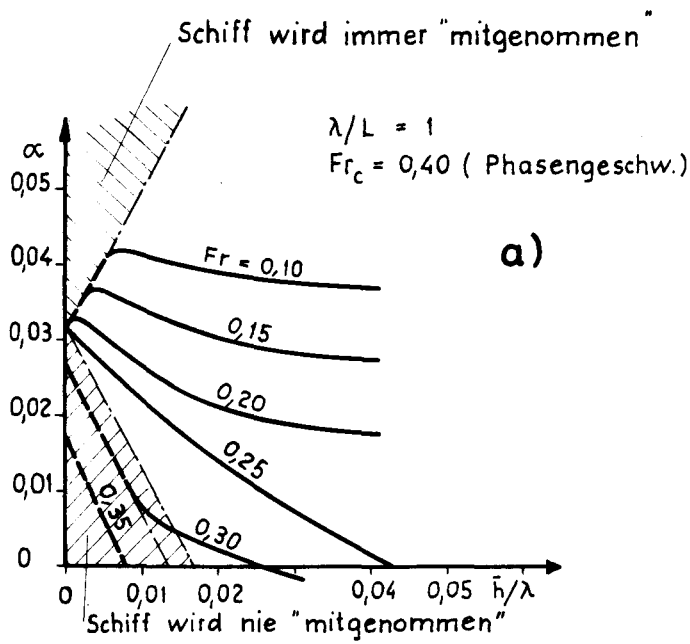
Fall 2: Schiff wird durch Ruderautomatik gesteuert; $\delta_0 = -\gamma(\chi_L - \chi_n)$



Mittlere Abweichung des wirklichen vom vorgegebenen Kurs und mittlerer Driftwinkel, verursacht durch die Kursabhängigkeit der Seegangskräfte $\frac{W}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8$.

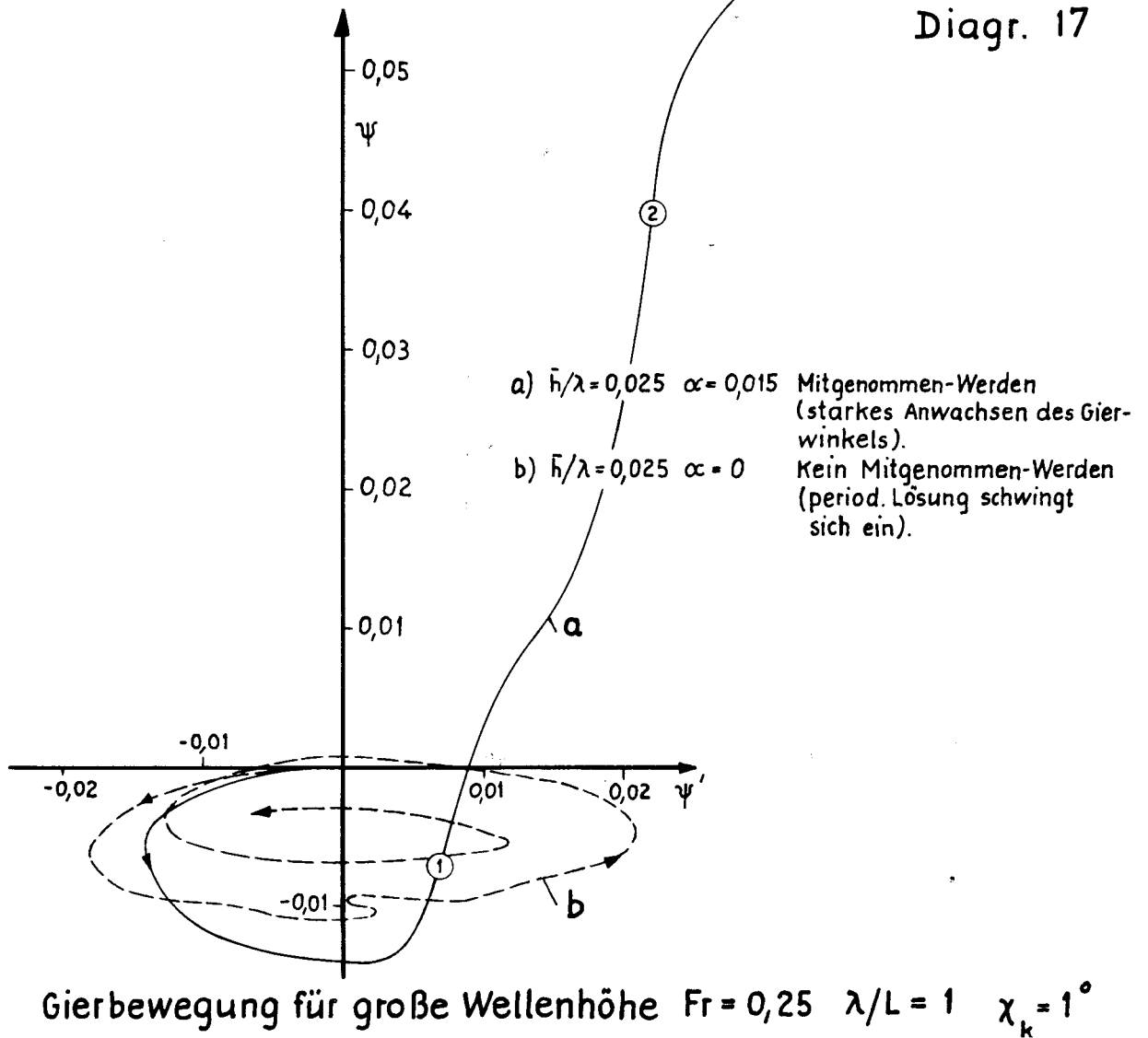
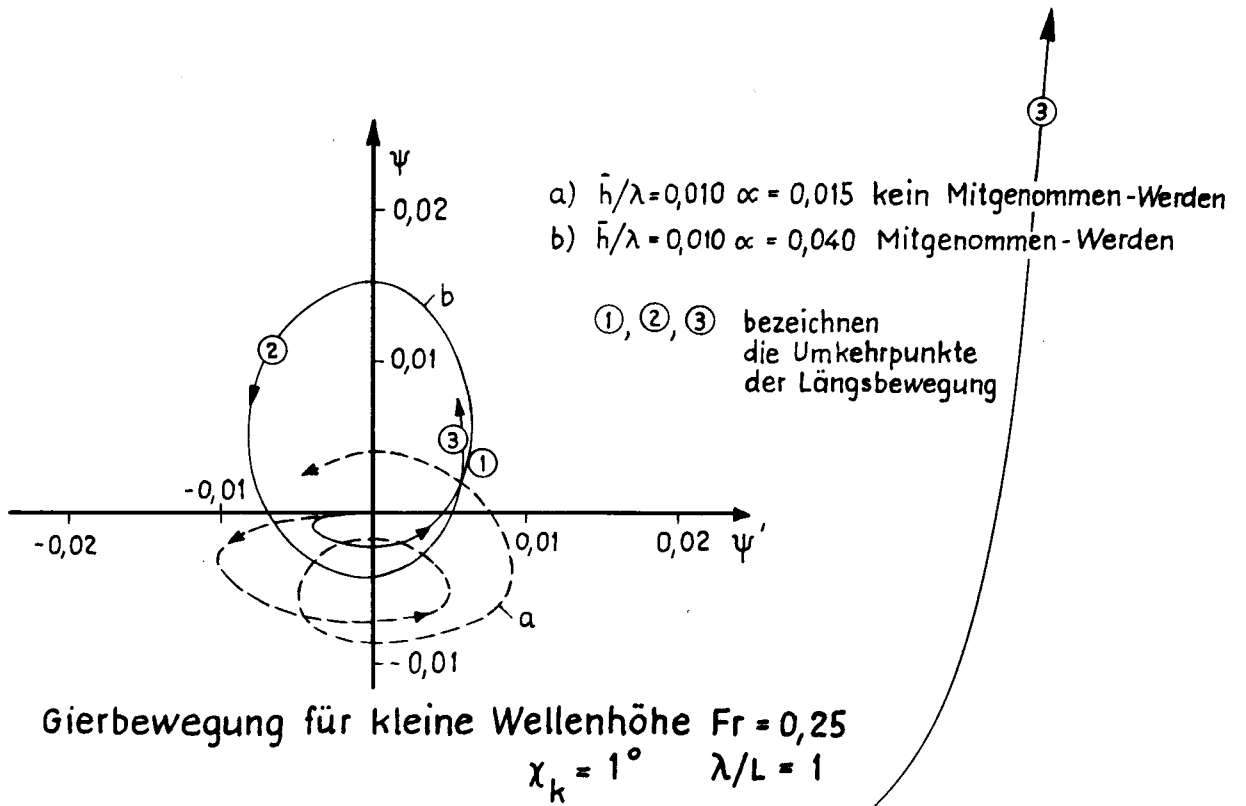


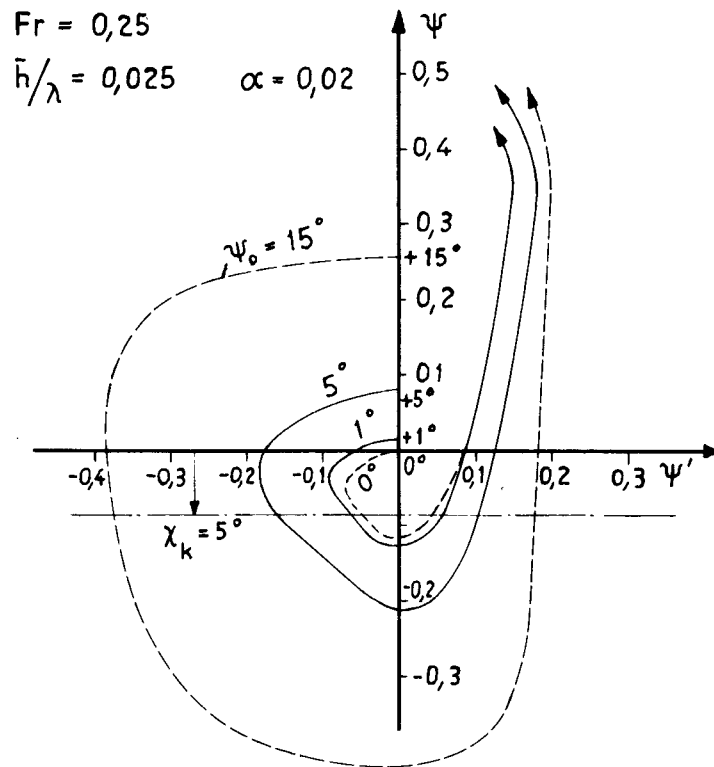
Auftragung der Ergebnisse für $Fr = 0,25$, $\bar{h}/\lambda = 0,025$, $\alpha = 0,015$ und $\lambda/L = 1$ über der Wellenkontur. Der vorgegebene Kurs ist $\chi_k = 1^\circ$.



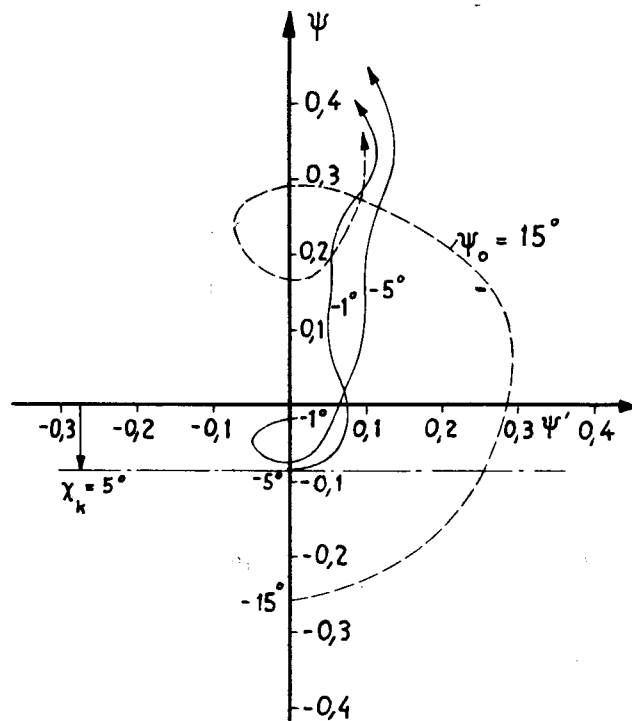
Grenzen für "Mitgenommen-Werden" in Abhängigkeit von der

- a) Glattwassergeschwindigkeit Fr
- b) Geschwindigkeit der Wellenkontur Fr_c
- c) Wellenlänge λ/L

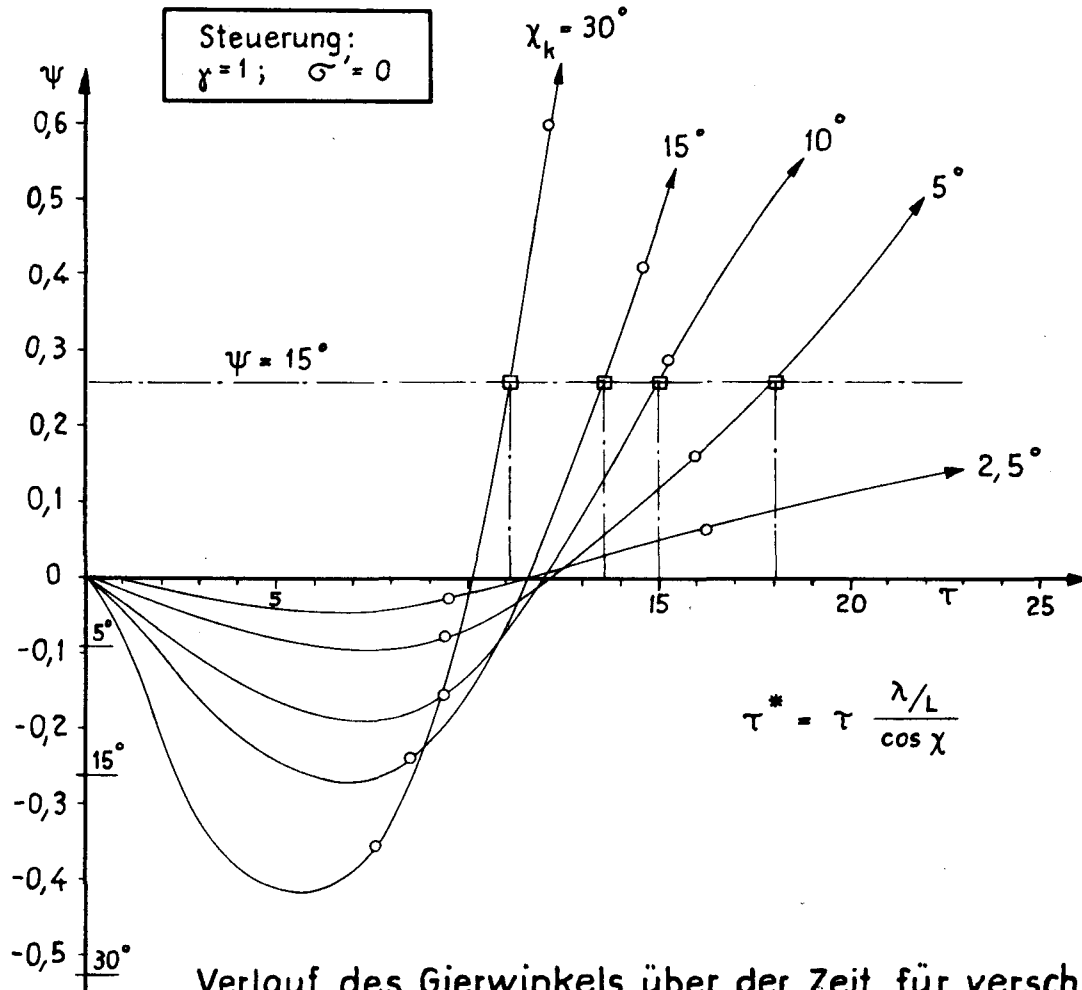




Gierbewegung bei variiertem positiven Anfangswert
 Vorgegebener Kurs: $\psi_k = 5^\circ$

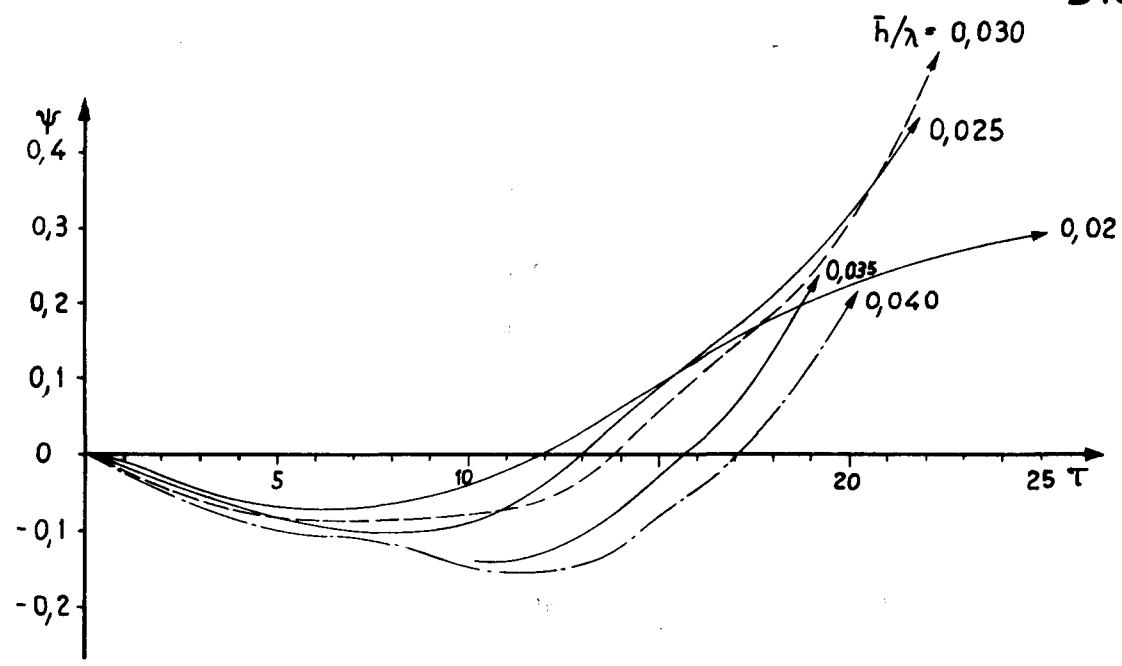


Gierbewegung bei variiertem negativen Anfangswert
 Vorgegebener Kurs: $\chi_k = 5^\circ$

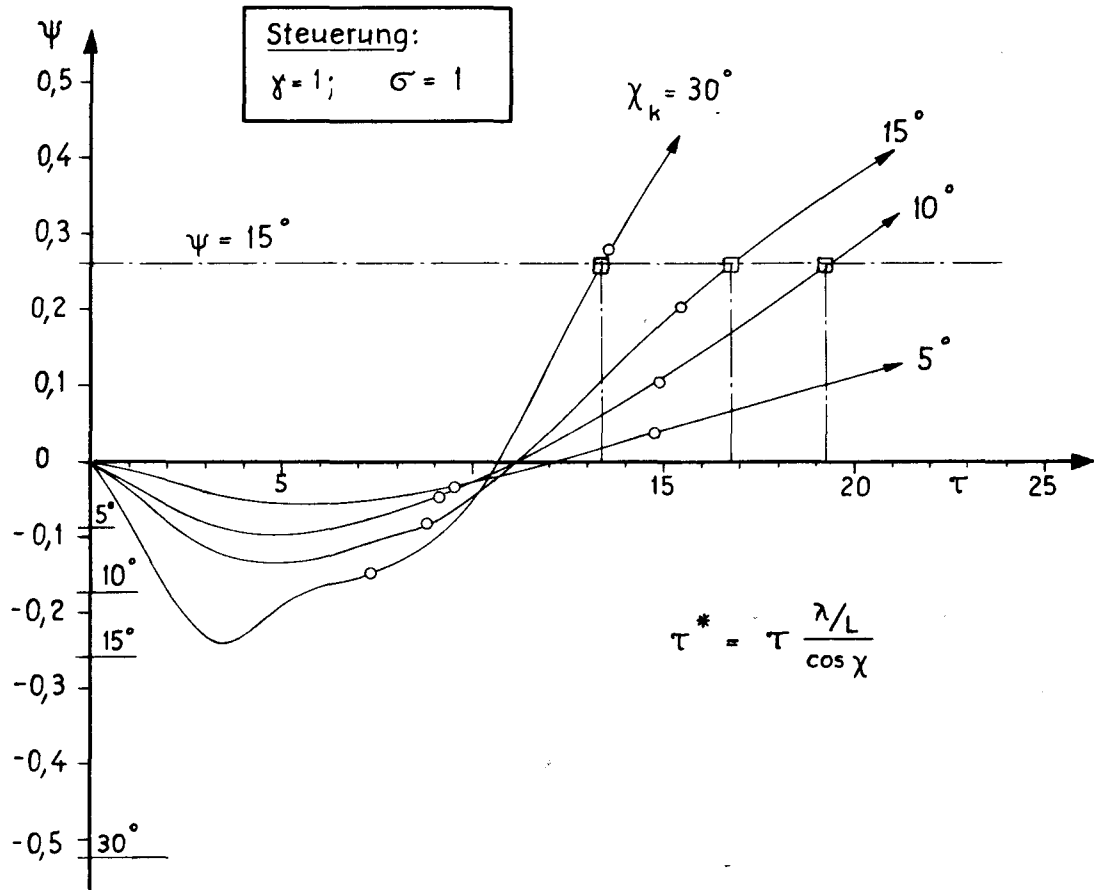


Verlauf des Gierwinkels über der Zeit für verschiedene Kurse χ_k . $Fr = 0,25$ $Fr_c = 0,40$ $\lambda/L = 1$ $\bar{h}/\lambda = 0,025$
 $\alpha = 0,02$

Diagr. 22

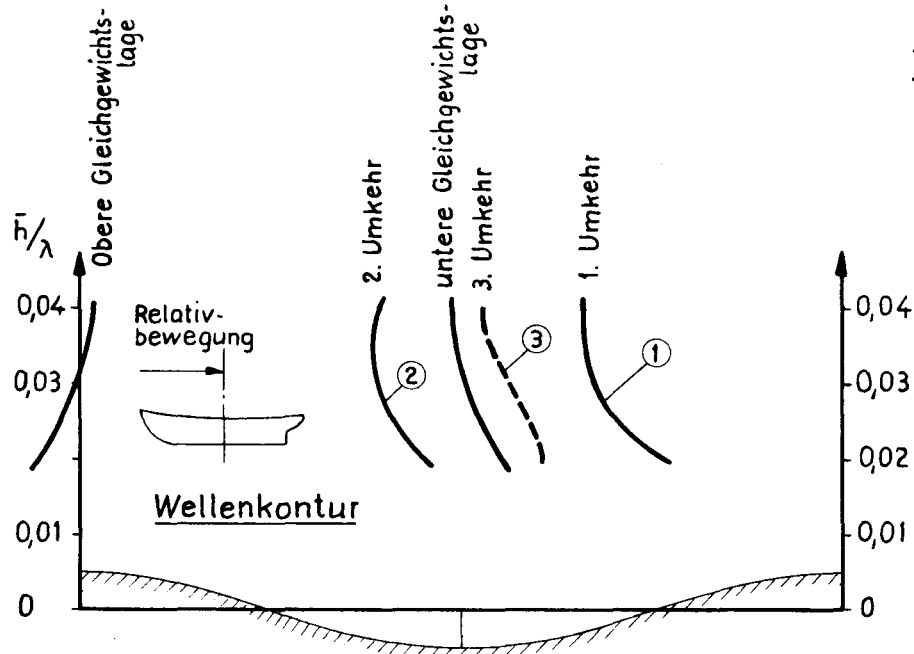


Verlauf des Gierwinkels über der Zeit für verschiedene Wellensteilheiten \bar{h}/λ . $Fr = 0,25$ $Fr_c = 0,40$ $\lambda/L = 1$
 $\frac{\bar{h}/\lambda}{\alpha} = 1$

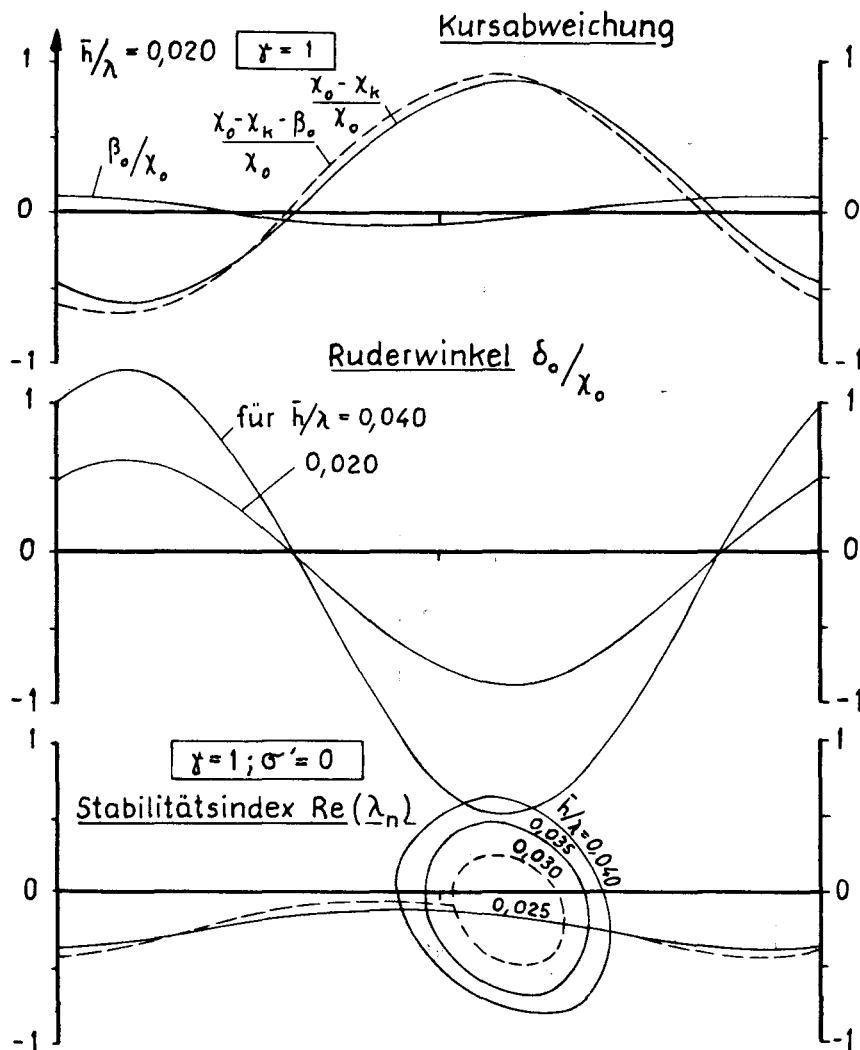


Verlauf des Gierwinkels über der Zeit für verschiedene Kurse χ_k . $Fr = 0,25$ $Fr_c = 0,40$ $\lambda/L = 1$

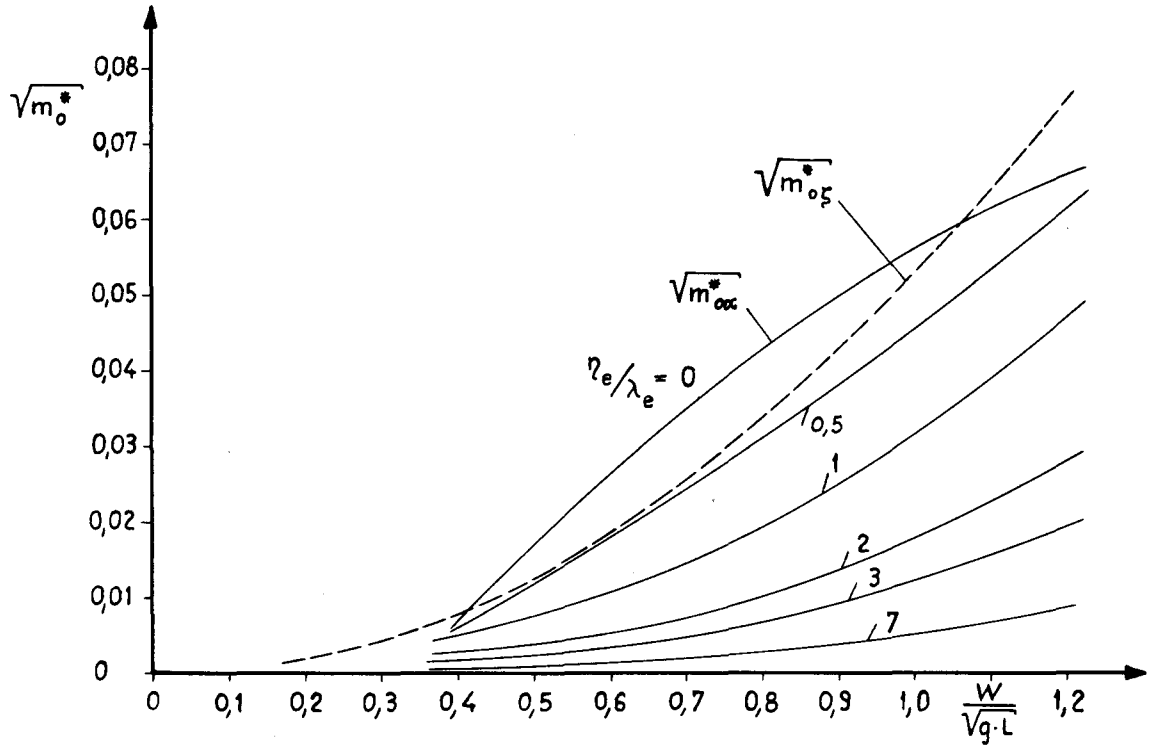
$\bar{h}/\lambda = 0,025$ $\alpha = 0,02$



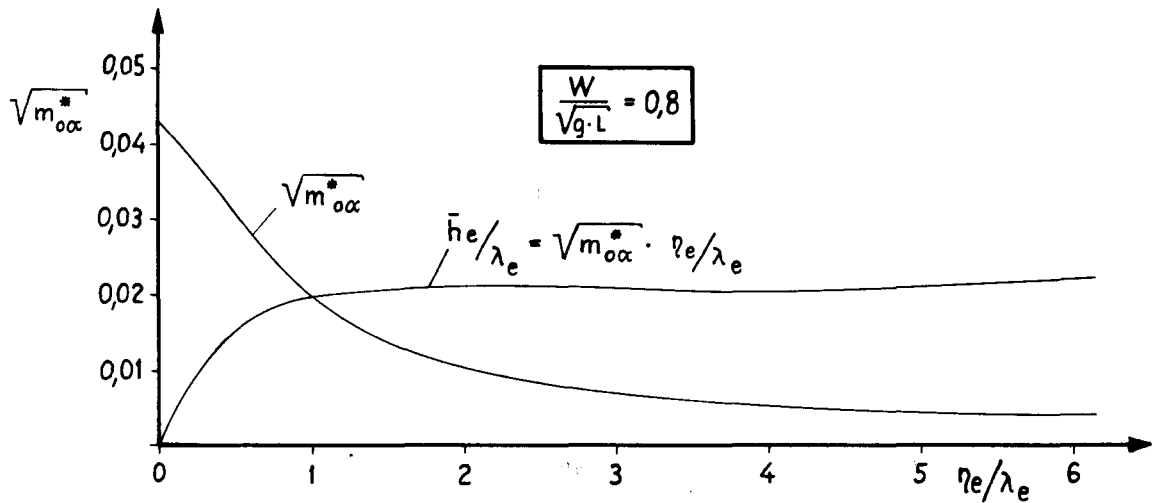
Gleichgewichtslagen und Umkehrpunkte der Längsbewegung entlang der Wellenkontur für verschiedene Wellensteilheiten.



Kursabweichung, Ruderwinkel und Kursstabilität für ein stationär mit den Wellen mitlaufendes Schiff.
 $Fr_c = 0,40$ $\lambda/L = 1$ $\bar{h}/\lambda/\alpha = 1$

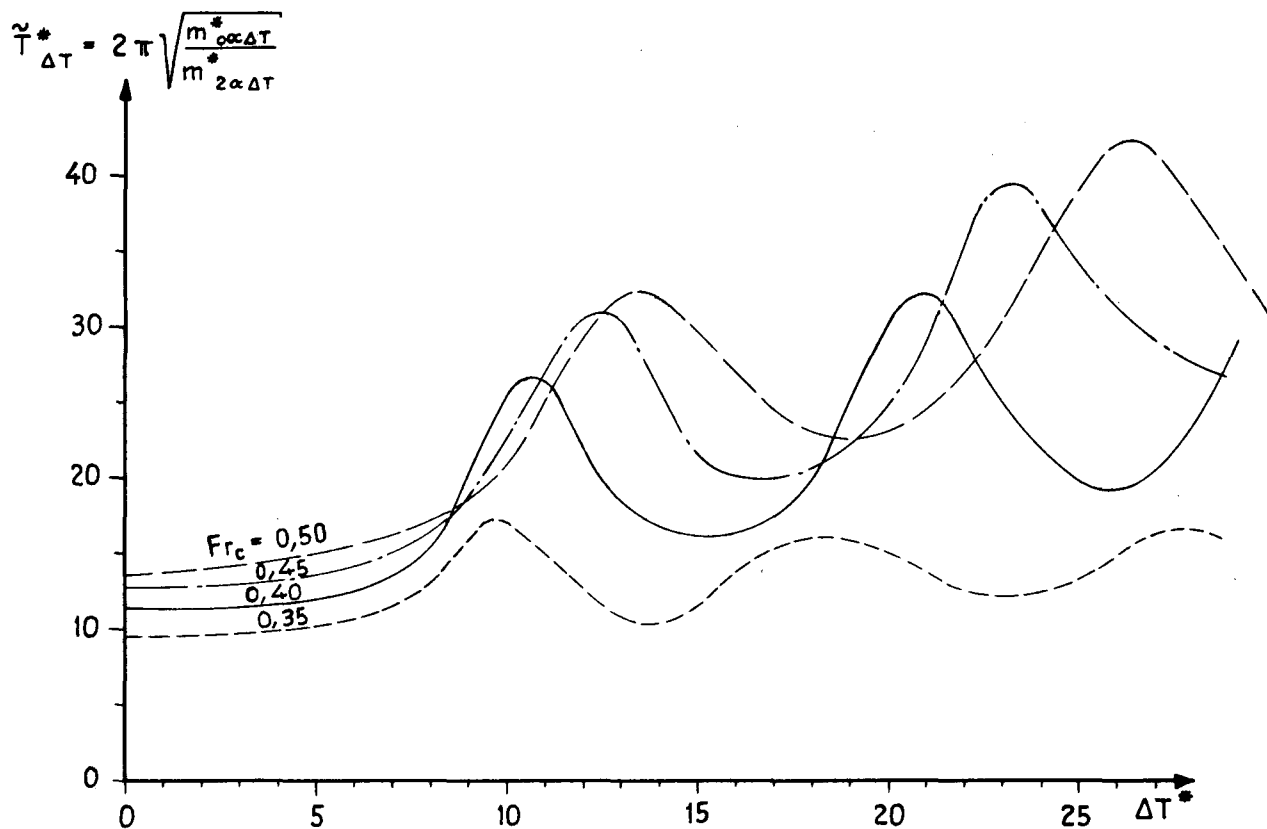


Verlauf der Steilheit der effektiven Welle und des See-
ganges über der Windgeschwindigkeit.



Verlauf der Steilheit und des Verhältnisses \bar{h}_e/λ_e
der effektiven Welle über dem Parameter η_e/λ_e .

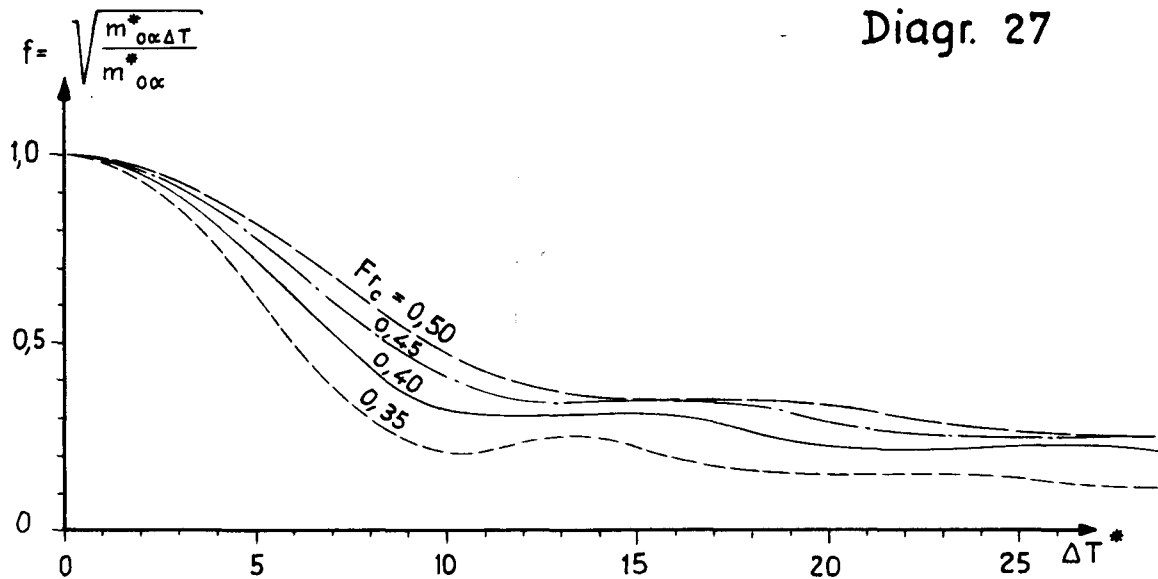
Diagr. 26



Mittlere Periode der mitwandernden effektiven Welle.

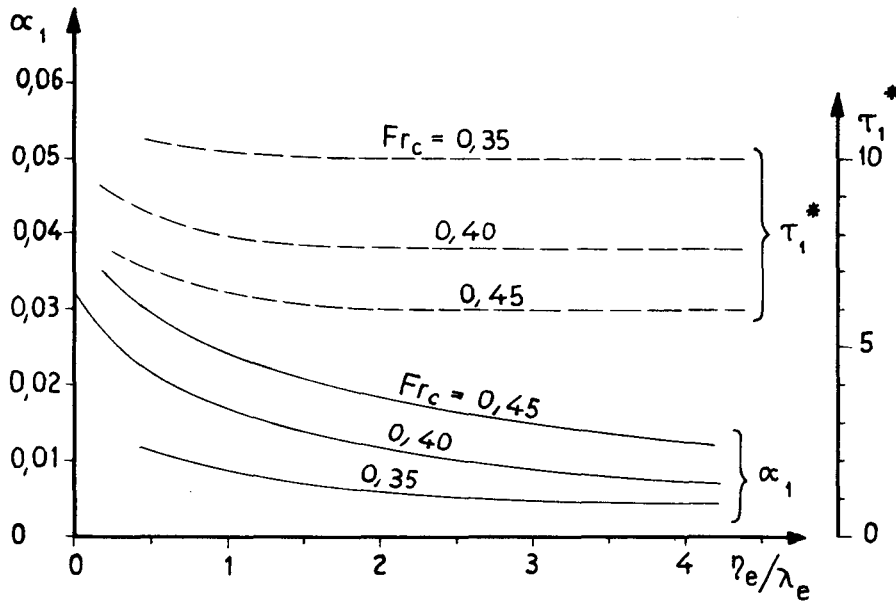
$$\frac{W}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8 \quad \eta_e / \lambda_e = 1 \quad \lambda_e / L = 1$$

Diagr. 27



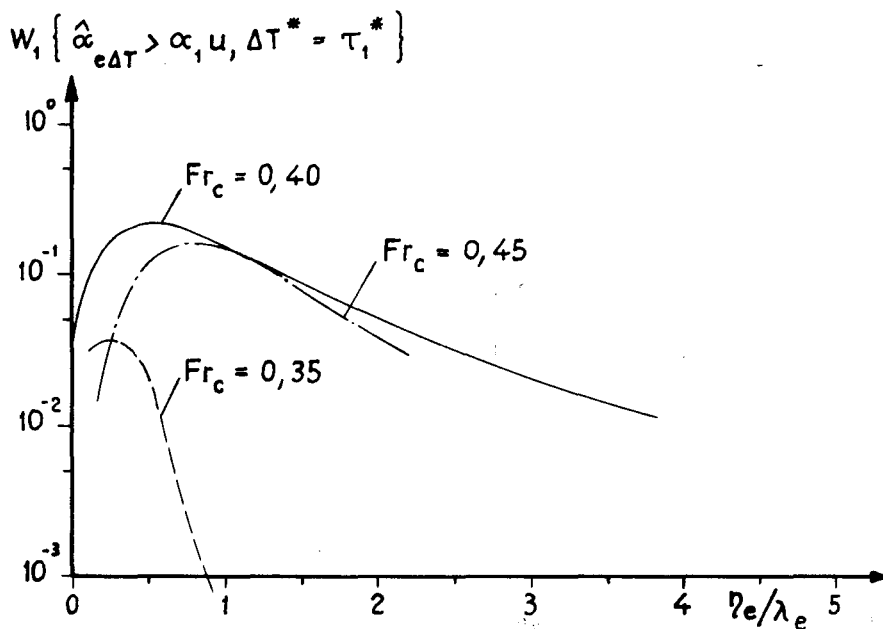
Abminderungsfaktor der mitwandernden gegenüber der momentanen effektiven Welle.

$$\frac{W}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8 \quad \eta_e / \lambda_e = 1 \quad \lambda_e / L = 1$$



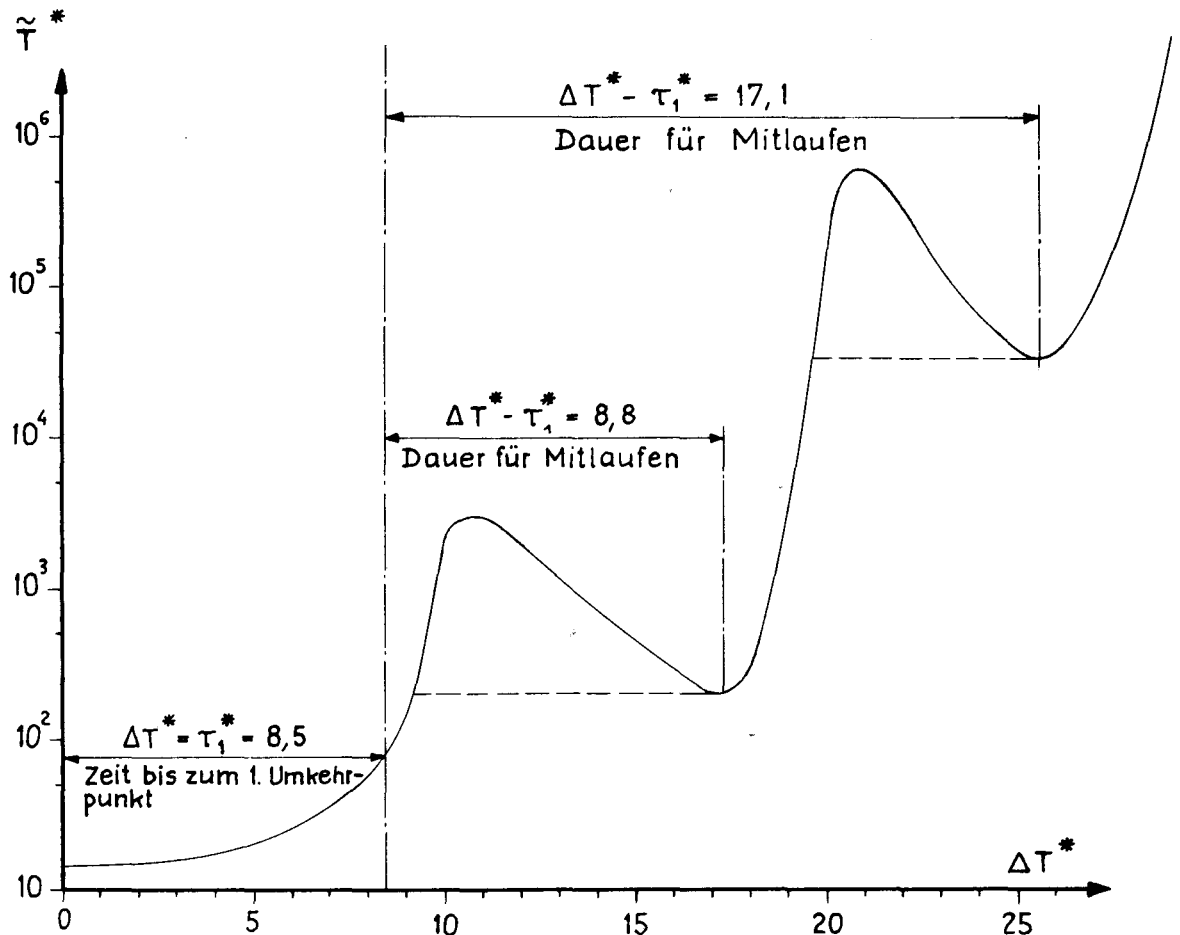
Grenzen für "Mitgenommen-Werden" und Zeitdauer bis zum 1. Umkehrpunkt über dem Parameter η_e/λ_e :
 $\lambda/L = 1$ $Fr = 0,25$

Diagr. 29



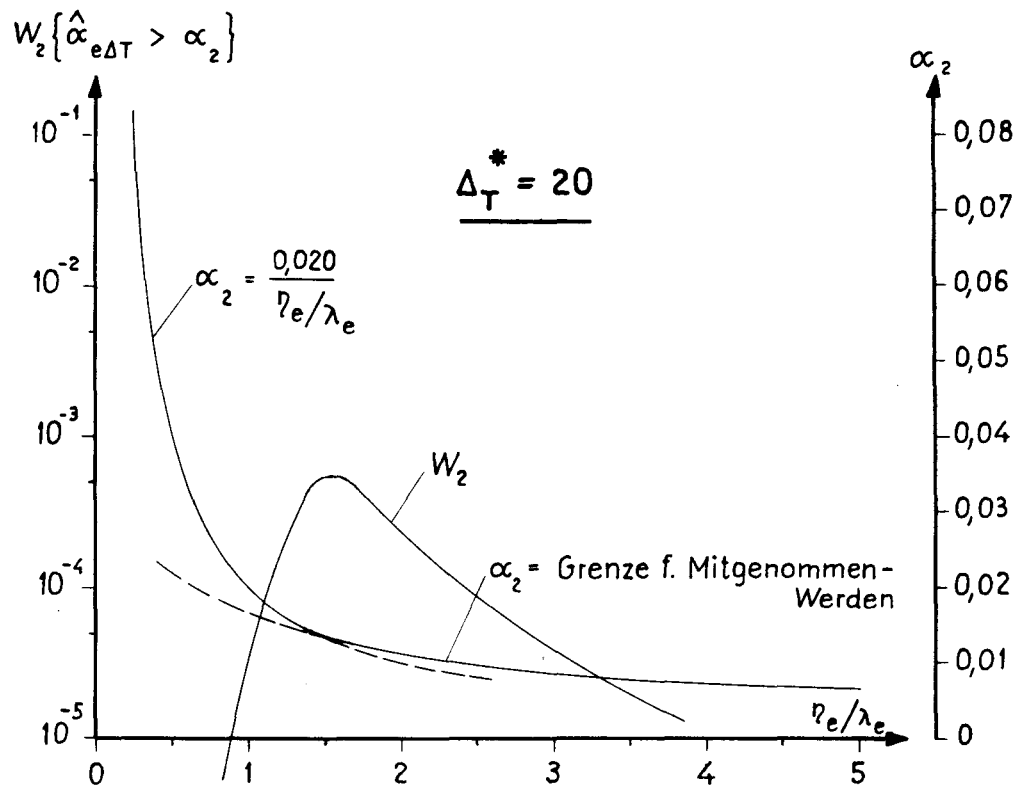
Wahrscheinlichkeit, daß der Maximalwert der gemittelten mitwandernden Welle die Bedingungen für "Mitgenommen-Werden" erfüllt in Abhängigkeit von η_e/λ_e .

$$\frac{W}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8 \quad Fr = 0,25 \quad \lambda_e/L = 1$$



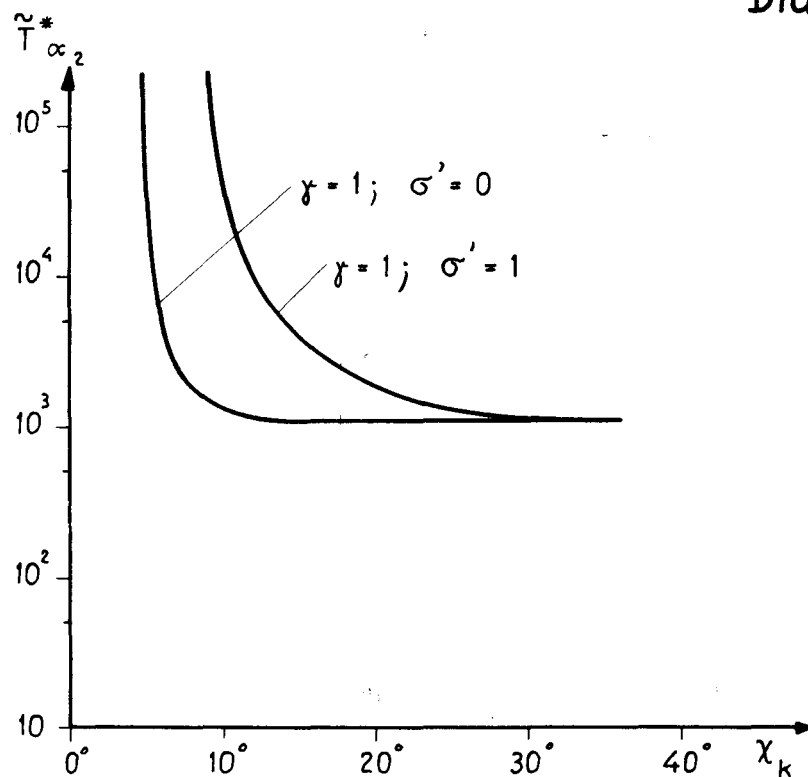
Mittlere Periode für das Eintreten der Bedingungen für "Mitgenommen-Werden" in Abhängigkeit von der Zeitdauer dieses Zustandes. $\frac{w}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8$ $Fr = 0,25$

Diagr. 31



Wahrscheinlichkeit, daß der Maximalwert der gemittelten mitwandernden effektiven Welle die Bedingungen für das Erreichen großer Gierwinkel erfüllt in Abhängigkeit von $\eta_e/\lambda \cdot \frac{w}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8$, $Fr = 0,25$.

Diagr. 32



Mittlere Periode für das Eintreten der Bedingungen, die zu einer Kursabweichung von $+15^\circ$ führen, aufgetragen über dem gewünschten Kurs. $\frac{w}{\sqrt{g \cdot L}} = 0,8$ $Fr = 0,25$.