

350 | Januar 1977

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

K. Wieghardt

**Der Widerstand einer Kreisscheibe in
einem Gemisch von Polystyrol-Sand
und Wasser**

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

Der Widerstand einer Kreisscheibe in einem Gemisch von Polystyrol-Sand und Wasser

K. Wieghardt

Hamburg, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1977

© Technische Universität Hamburg-Harburg

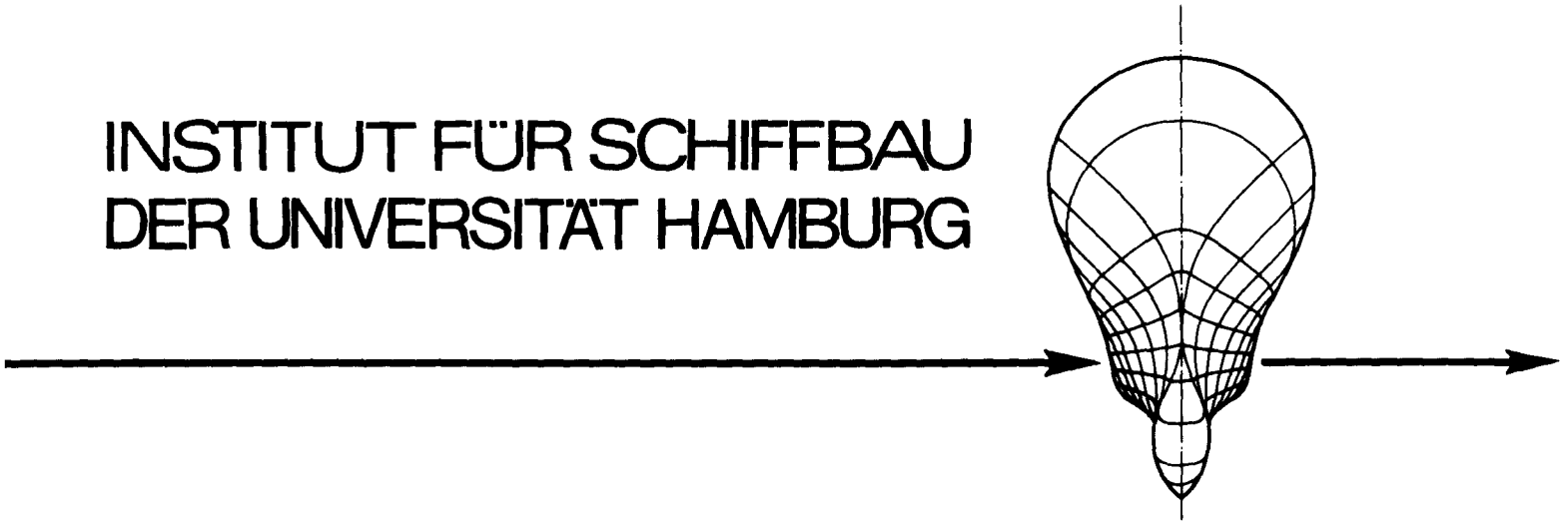
Schriftenreihe Schiffbau

Schwarzenbergstraße 95c

D-21073 Hamburg

<http://www.tuhh.de/vss>

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU
DER UNIVERSITÄT HAMBURG



Der Widerstand einer Kreisscheibe in einem
Gemisch von Polystyrol-Sand und Wasser

K. Wieghardt

Januar 1977

Bericht Nr. 350

Der Widerstand einer Kreisscheibe in einem Gemisch
von Polystyrol-Sand und Wasser.

K. Wieghardt

1. Messeinrichtung

Drehendes Sandbett von 1.4 m Durchmesser, etwa 0.5 m tief.
Meßstelle bei Radius 0.5 m, dort Geschwindigkeit v .

Polystyrol-Sand mit der Korngröße $k = 1$ mm; spezifisches
Gewicht von Polystyrol 1.05 p/cm³. Dichtes Gemisch mit
Wasser: spezifisches Gewicht $\gamma = 1.03$ p/cm³.

An einer Haltestange (Durchmesser $d_0 = 2.5$ cm) wurden ver-
schiedene Kreisscheiben (Durchmesser $d = 2, 5, 7$ und 10 cm)
befestigt und bis zur Tiefe $h = 10, 15$ oder 20 cm in das
drehende Gemisch eingetaucht, wie in Fig.1 und 2 gezeigt.
An der Stange wurde mit Dehnungsmeßstreifen der Widerstand
 R in Strömungsrichtung gemessen.

2. Auswertung

a) Mit Wasser-Überschuss

Bei diesen Versuchen stand im still stehenden Sandbett etwa
5 cm klares Wasser über dem Gemisch. Figs.1, 3, 4 und 5 zei-
gen, daß der Widerstand R linear von v^2 abhängt, solange
 $v < 0.5$ m/s bleibt. Bei den größten Geschwindigkeiten wird das
Gemisch offenbar verdünnt, weil die etwas schwereren Sandkör-
ner im Wasser nach außen an den Gefäßrand zentrifugiert wer-
den. Das, wenn auch kleine Übergewicht der Sandkörner im
Wasser ist wohl auch die Ursache für den kleinen Widerstand
 R_0 bei $v \rightarrow 0$, einem passiven Erddruck. Dieser ist übrigens
schon ein Mehrfaches des Widerstands, der z.B. bei $v = 0.5 \frac{m}{s}$
in reinem Wasser zu erwarten wäre. Als Beispiel sei angenom-
men: $d = 0.1$ m, $h = 0.2$ m, $vd/\nu = 0.5 \cdot 0.1 / 10^{-6} = 5 \cdot 10^4$ und,
mit $\rho = 105$ kp s²/m⁴, $R(\text{Wasser}) = \frac{\rho}{2} v^2 (1.1 \frac{\pi}{4} d^2 + 1.1 d_0 h) =$
 0.19 kp; im Gemisch wurde nach Fig.1 hierfür bei $v = 0.5$ m/s
 5.3 kp gemessen und bei $v \rightarrow 0$ $R_0 \approx 1.9$ kp.

Bei der Analyse der Meßdaten ergibt sich leicht, daß R auch von d^2 linear abhängt. Schwieriger ist die Abhängigkeit von der Eintauchtiefe h zu ermitteln, da jeder Test nur die Widerstandssumme für Haltestange und Scheibe gibt. Um ein Leitbild zunächst für R_0 zu bekommen, denken wir an Coulomb's Erdmasse vor einer senkrechten Wand; sie wird unten begrenzt durch eine ebene Gleitfläche mit dem Neigungswinkel α gegen die Horizontale. Vor der Haltestange (Durchmesser d_0) ist demnach ein keilförmiges Volumen $\frac{1}{2} h d_0 \cdot h \cotg \alpha$ in Bewegung zu setzen, und vor der Scheibe ein schräg abgeschnittener Kreiszyylinder $\frac{\pi}{4} d^2 h \cotg \alpha$. Der Winkel α bleibt bei uns hier unbekannt, aber es ist im Meßbereich tatsächlich

$$R_0 / \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) \approx \text{const} = 750 \text{ kp/m}^3.$$

Wenn auch die Gemischströmung auf den ersten Blick an die einer sehr zähen Flüssigkeit erinnert, ist die quadratische Abhängigkeit $R(v^2)$ in Fig.1 statt $R(v)$ nicht zu übersehen. Für den Widerstandsanteil, der von der Geschwindigkeit abhängt, ist es daher für Hydrodynamiker naheliegend anzusetzen $\frac{\rho}{2} v^2 \left(\frac{\pi}{4} d^2 + d_0 h \right)$, mit ρ = Dichte des Gemischs. Bezieht man aber den Widerstand R auf diese 'Widerstandsfläche', so bleibt noch eine Proportionalität mit der Tiefe h übrig, wie Fig.12 an einem Beispiel ($d = 5 \text{ cm}$) zeigt. Danach könnte man R proportional zu $h \left(\frac{\pi}{4} d^2 + d_0 h \right)$ annehmen, während oben plausibel gemacht wurde, daß R_0 proportional $h \left(\frac{\pi}{4} d^2 + \frac{1}{2} d_0 h \right)$ ist. Welcher der beiden Ausdrücke auch bei beliebiger Geschwindigkeit ^{besser} ist, zeigt Tabelle I. Hier ist der Widerstand bei $v^2 = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ angegeben, direkt interpoliert aus den Meßpunkten in Fig.3 bis 5. Diese R-Werte sind dimensionslos gemacht durch Division mit

$$G_1 = \gamma h \left(\frac{\pi}{4} d^2 + d_0 h \right) \text{ bzw. } G_2 = \gamma h \left(\frac{\pi}{4} d^2 + \frac{1}{2} d_0 h \right),$$

mit $\gamma = 1030 \text{ kp/m}^3$, $d_0 = 0.025 \text{ m}$. Während die Zahlen R/G_1 stets mit d noch ansteigen, erweist sich R/G_2 als recht gut konstant: $R(v^2=0.1)/G_2 = 1.41 \pm 11\%$.

Deshalb benutzen wir jetzt überall das obige Coulomb-Volumen bzw. dessen Gewicht G_2 für den Ansatz

$$R/\gamma \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) = c_1 + c_2 \cdot v^2.$$

Alle Meßwerte für $d = 2, 5, 7$ und 10 cm, $h = 10, 15$ und 20 cm für $0 < v < 0.6$ m/s (bzw. $v^2 < 0.4$ m²/s²) werden hierdurch in Figs. 3, 4 und 5 gut angenähert, wenn $\gamma c_1 = 750$ und $\gamma c_2 = 7000$ im m, s, kp-System gesetzt werden. Die Konstante c_1 für R_0 ist bereits dimensionslos $c_1 = 750/\gamma = 0.73$.

Beim zweiten Glied dürfte eher die Dichte $\rho = \gamma/g$ als das spezifische Gewicht γ eine Rolle spielen. Zum Dimensionslosmachen fehlt dann nur noch eine Länge, etwa die noch nicht berücksichtigte wichtigste Materialkonstante: der Sandkorn-durchmesser $k = 10^{-3}$ m. So könnte man vermuten:

$$R/\gamma \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) = 0.73 + 0.067 \cdot v^2/gk.$$

(Freilich erhält man daraus für $k=0$ nicht den Widerstand in reinem Wasser. Ob die Gleichung auch für andere Korngrößen noch zutrifft, könnte nur durch weitere Messungen entschieden werden.)

b) Ohne_Wasserüberschuss.

Hier bedeckte das Wasser im Ruhezustand gerade noch die obersten Sandkörner des Gemischs.

Nach Fig. 1, 6, 7 und 8 scheint hier der Widerstand R in der Mehrzahl der Meßreihen linear von der Geschwindigkeit v abzu-hängen. Vor allem ist aber dieser Widerstand stets ein Mehr-faches desjenigen mit Wasserüberschuß. Schon der Widerstand R_0 für $v \rightarrow 0$ ist viel zu groß, um als passiver Erddruck ge-deutet zu werden, da hierzu nur die Differenz der spezifi-schen Gewichte von Sand und Wasser beitragen könnte.

Wir nehmen an, daß der ungestörte Sand dicht gepackt ist und vor Bewegungsbeginn zunächst dort in eine lockere Packung gebracht werden muß, wo er an der Umströmung des Hindernisses überhaupt teilnimmt, also etwa im Coulomb-Volumen. In einem Kugelhaufwerk ist z.B. die Porosität, - das ist das Verhältnis

freies zu gesamten Volumen,- in engster Packung $1 - \pi/3\sqrt{2} = 0.260$ und in kubischer Packung $1 - \pi/6 = 0.476$. Dieses Dilatieren kann nur nach oben zur freien Oberfläche hin geschehen, und es muß dann umgekehrt Wasser in die größeren gewordenen Zwischenräume nachfließen. Dadurch wird die Wasseroberfläche stellenweise in den Sand hinunter gezogen, wobei in dessen engen Zwischenräumen Kräfte der Oberflächenspannung geweckt werden. Der Arbeit dieser Kräfte je sec entspricht hier der Hauptanteil der Widerstandsarbeit/sec = $R \cdot v$.

Zur Stützung dieser These wurde dem Gemisch (Gesamtvolumen etwa $\frac{\pi}{4} 1.4^2 \cdot 0.5 = 0.77 \text{ m}^3 = 770 \text{ l}$) noch 2 l Pril hinzuge-mischt; das ist ein Spülmittel, das die Oberflächenspannung verkleinert bei vernachlässigbarer Vergrößerung der Zähigkeit des Wassers. Nach Figs. 1, 9, 10 und 11 wird dadurch der Widerstand in der Tat wesentlich verkleinert.

Die Messungen ohne Wasserüberschuß lassen sich annähern durch

$$R/\gamma \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) = \frac{1}{\gamma} (5000 + 5000 v) = 4.85 + 0.48 \frac{v}{\sqrt{gk}}$$

bzw. bei verringerter Oberflächenspannung durch Pril

$$R/\gamma \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) = \frac{1}{\gamma} (2000 + 4000 v) = 1.94 + 0.38 v/\sqrt{gk}.$$

Die hier lineare Abhängigkeit des Widerstands von der Geschwindigkeit legt die Analogie mit der Strömung einer zähen Flüssigkeit nahe. So ist z.B. nach P.C.Carman [vgl. S.L.Soo, Fluid Dynamics of Multiphase Systems, 1967, p.186; oder M.Leva, Fluidization, 1959, p.47] folgendes Druckgefälle $\Delta p/\Delta x$ nötig, um Wasser (Zähigkeit μ) durch eine feste Sandschicht (Porosität β , Sandkorndurchmesser k) mit der über den Querschnitt gemittelten Geschwindigkeit \bar{u} zu drücken:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = 150 \frac{(1-\beta)^2}{\beta^3} \frac{\mu \bar{u}}{k^2}.$$

Für kugelförmigen homogenen Sand wäre mit $\beta = 0.260$ bis 0.476

$$\Delta p/\Delta x = \frac{\mu \bar{u}}{k^2} \cdot (4705 \text{ bis } 380).$$

Da bei unseren Versuchen die Sandkörner beweglich sind, kann man hieraus natürlich nur eine obere Schranke für die Größenordnung des Widerstandsverlusts abschätzen:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} \cdot \text{Coulomb-Volumen} = (42000 \text{ bis } 520000) v \cdot \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right)$$

mit $\mu = 1.1 \cdot 10^{-4} \text{ kps/m}^2$ und $k = 10^{-3} \text{ m}$. Die Zahl ist also ein bis zwei Zehnerpotenzen größer als in den obigen Gleichungen (5000 oder 4000). Immerhin ist wohl folgende dimensionsrichtige Schreibweise zweckmäßiger:

$$R / \gamma \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) = 4.85 + 45 \mu v / k^2,$$

$$\text{bzw.} \quad \quad \quad = 1.94 + 35 \mu v / k^2 \quad (\text{mit Pril}).$$

3. Schlußfolgerungen

Der Bewegungswiderstand eines Körpers in einem speziellen Sand/Wasser-Gemisch erweist sich als proportional dem Coulomb-Volumen vor dem Körper, in dem anscheinend die wesentlichsten Strömungsvorgänge sich abspielen, vor allem auch die Dilatation des Sands. Bei fehlendem Wasserüberschuß über dem Gemisch wird durch die Dilatation der Sandpackung die freie Wasseroberfläche stellenweise in das Sandbett hinuntergezogen und die Oberflächenspannung in den feinen Sandzwischenräumen bewirkt eine starke Widerstandsvergrößerung. Diese kann durch Reduzierung der Oberflächenspannung durch ein Spülmittel wesentlich verkleinert werden.

Verf. ist der Bundesanstalt für Wasserbau, Außenstelle Küste, in Wedel in Holstein sehr zu Dank verpflichtet, da sie den Polystyrol-Sand zur Verfügung stellte und dadurch die Messungen ermöglicht hat. Diese wurden wieder von Herrn F. Meyer durchgeführt.

Tabelle I

Widerstand von Haltestange und Kreisscheibe bei $v^2 = 0.1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

dimensionslos gemacht durch Division mit den Gewichten

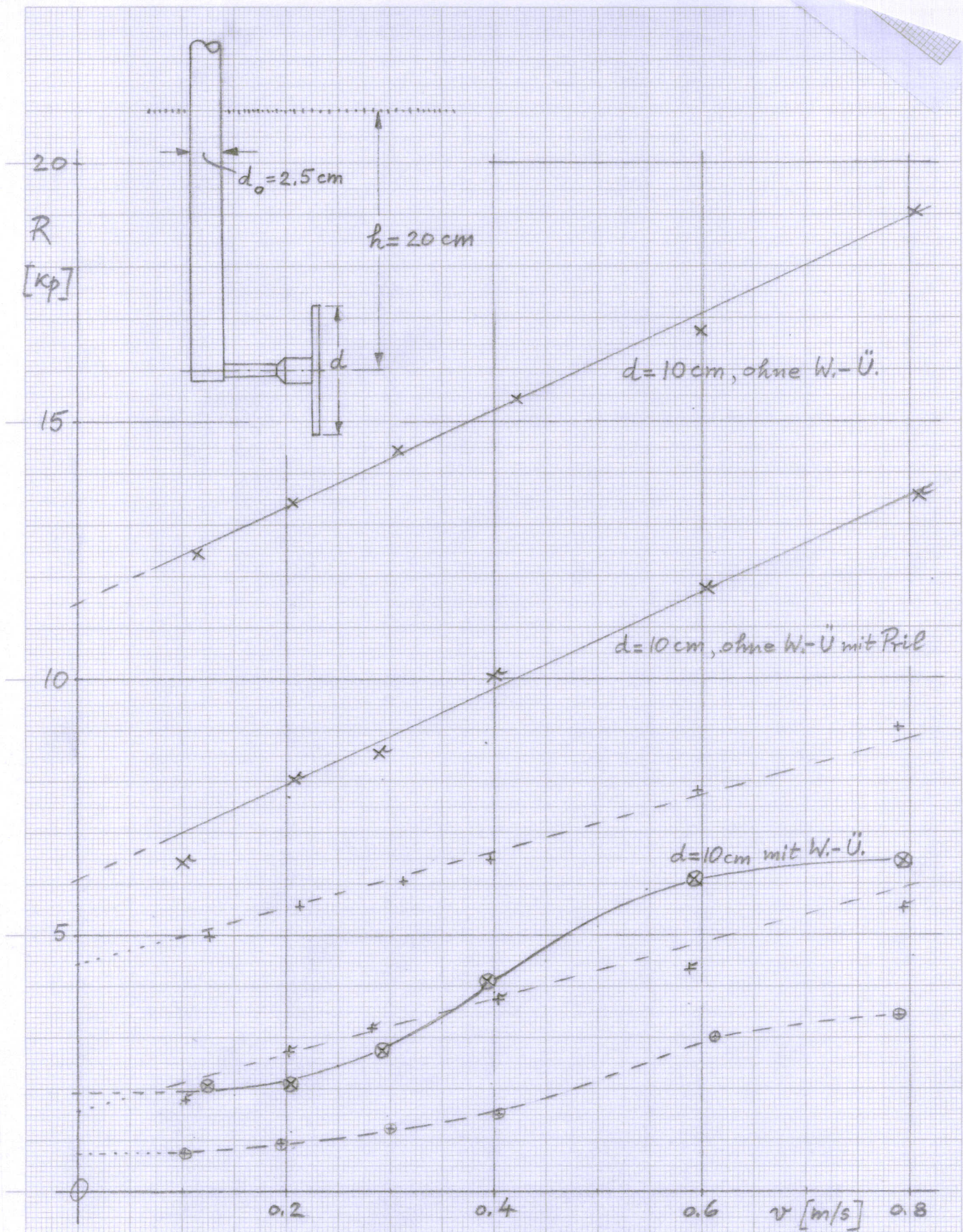
$$G_1 = \gamma h \left(\frac{\pi}{4} d^2 + d_0 h \right)$$

$$G_2 = \gamma h \left(\frac{\pi}{4} d^2 + \frac{1}{2} d_0 h \right) ,$$

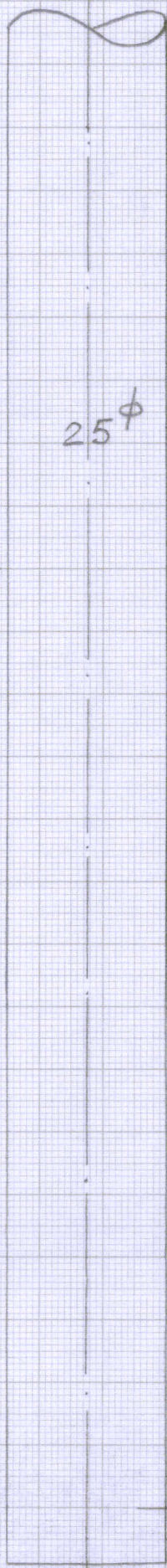
wobei $\gamma = 1030 \text{ kp/m}^3 = \text{spez. Gewicht des Gemischs}$ und

$d_0 = 2.5 \text{ cm} = \text{Durchmesser der Haltestange.}$

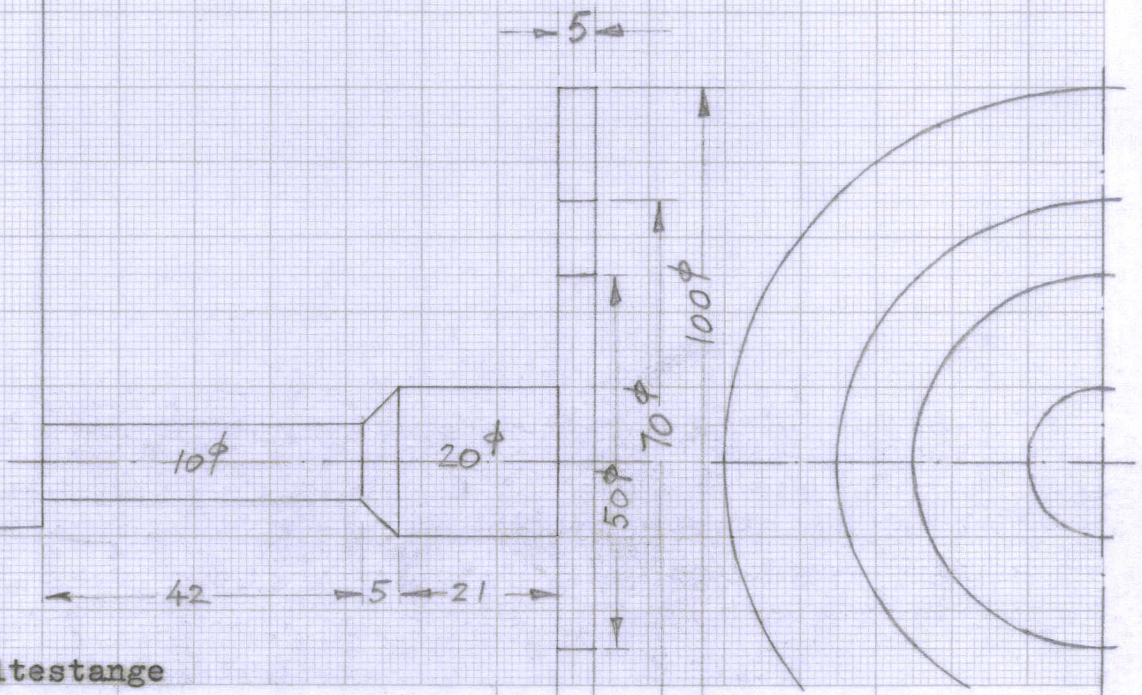
d cm	h = 10 cm			h = 15 cm			h = 20 cm		
	R kp	R/G ₁	R/G ₂	R kp	R/G ₁	R/G ₂	R kp	R/G ₁	R/G ₂
2	0.23	0.793	1.428	0.48	0.764	1.419	0.86	0.786	1.484
5	0.44	0.957	1.329	0.83	0.940	1.340	1.26	0.878	1.370
7	0.76	1.162	1.447	1.16	0.988	1.312	1.54	0.845	1.178
10	1.74	1.632	1.856	2.10	1.171	1.397	2.94	1.110	1.378



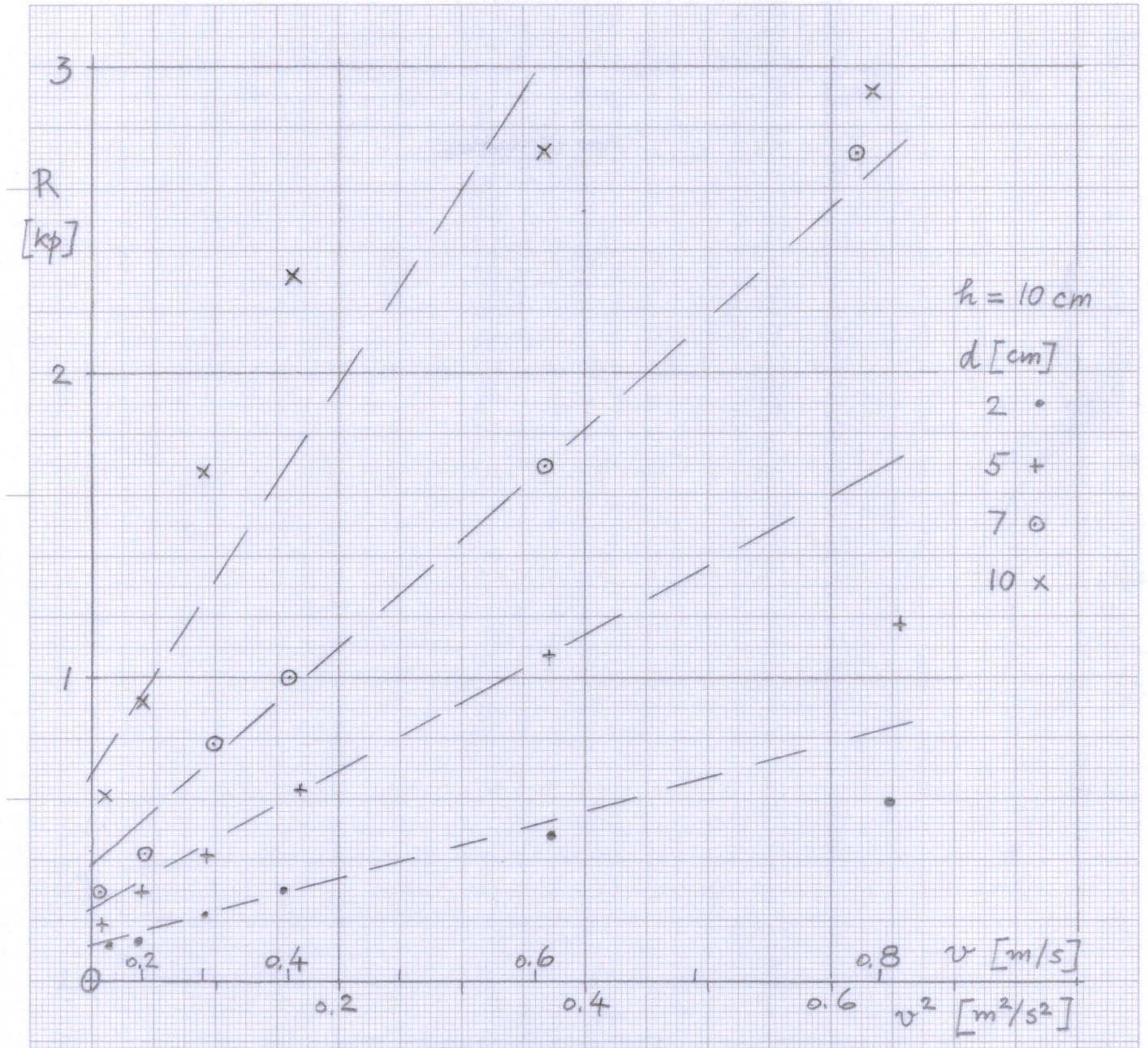
1. Widerstand R einer Kreisscheibe (mit Haltestange) in einem Gemisch von Polystyrolsand und Wasser (spez. Gew. 1.03 p/cm^3) mit und ohne Wasser-Überschuss, sowie ohne W.-Ü. mit Pril, über der Anströmgeschwindigkeit v ; Eintauchtiefe $h = 20 \text{ cm}$. Ausgezogene Linien für Scheibendurchmesser $d = 10 \text{ cm}$, gestrichelte Linien für $d = 5 \text{ cm}$.



25 ϕ

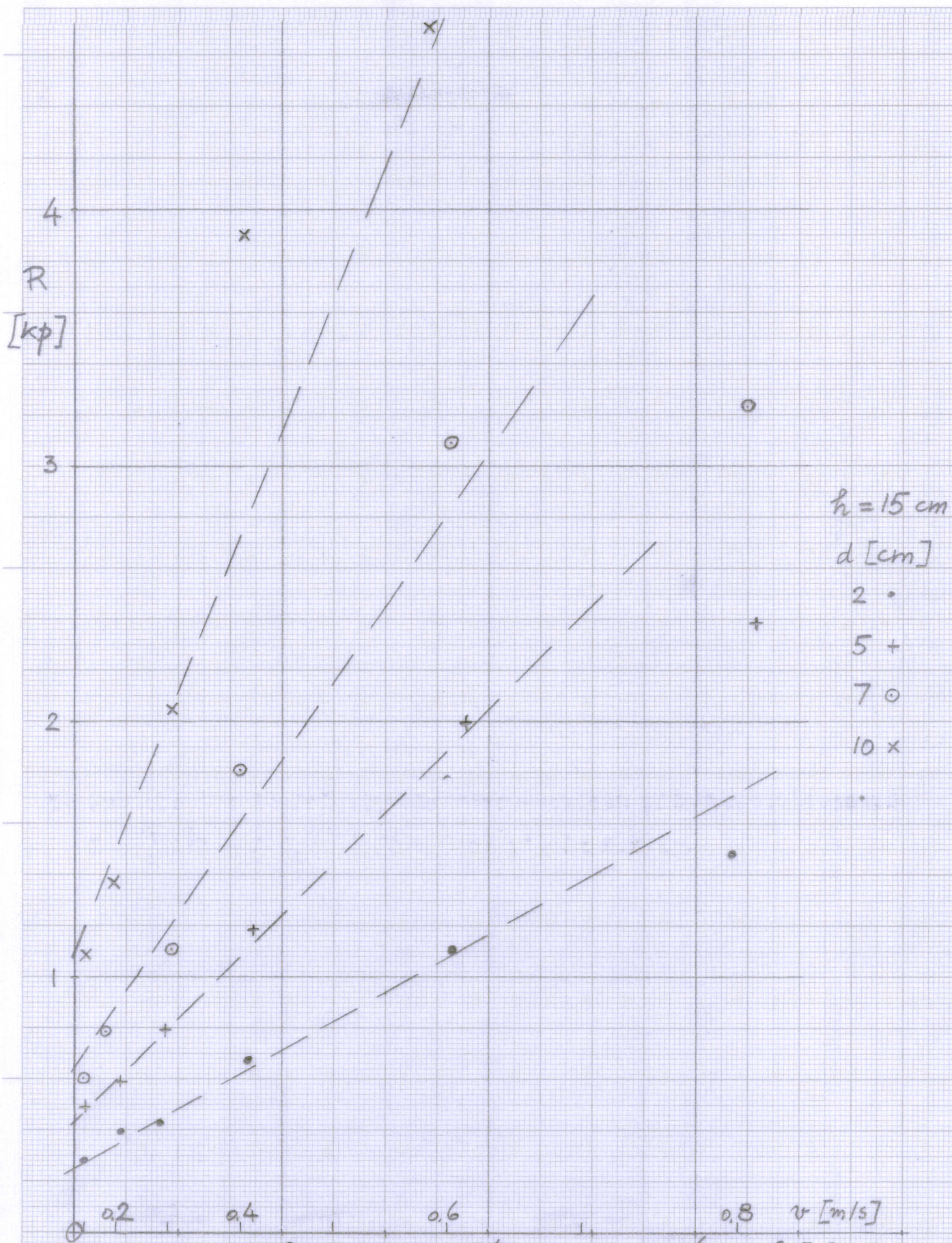


2. Haltestange

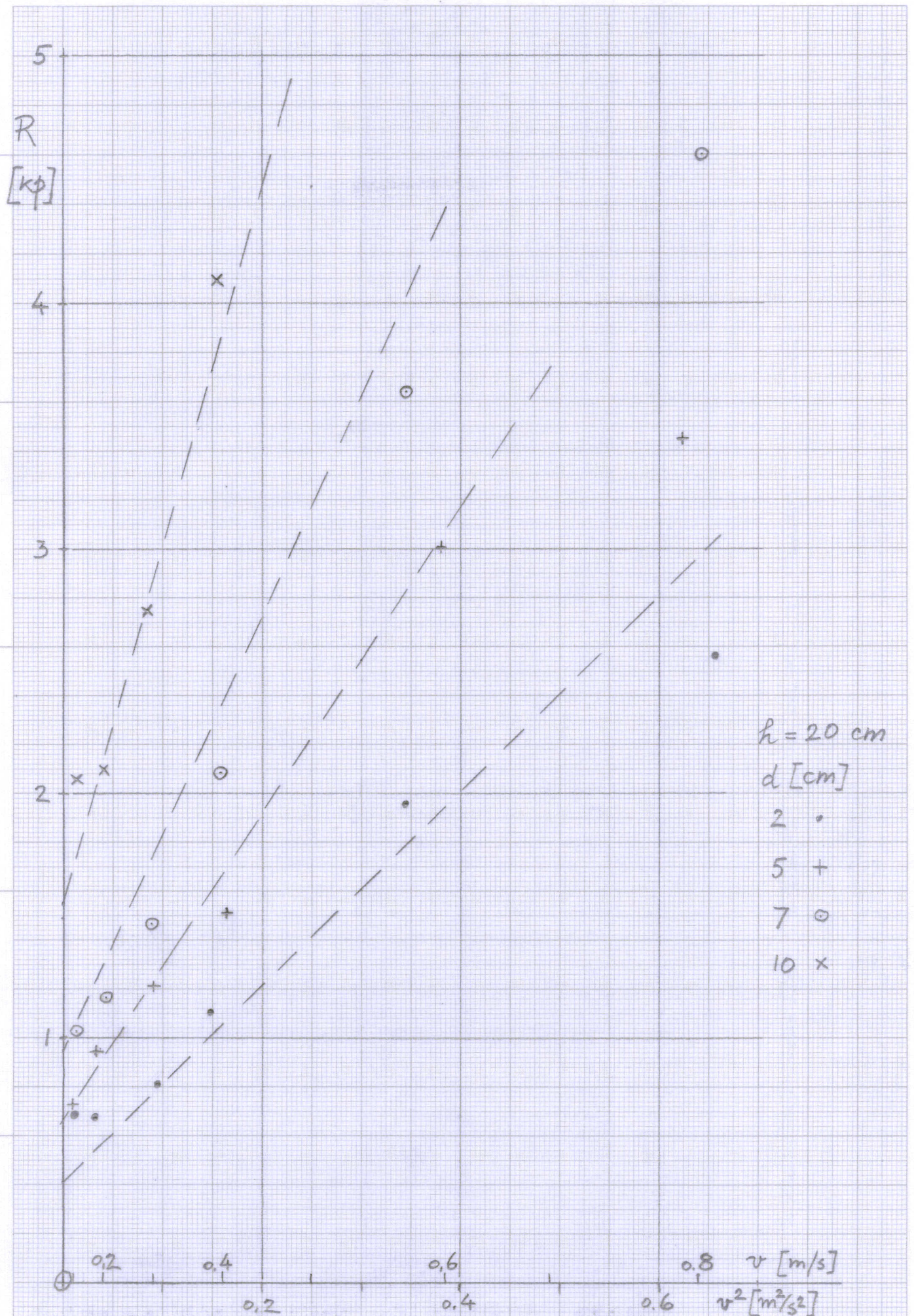


3. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch mit Wasserüberschuß

$$R \approx \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) (750 + 7000 v^2) \text{ in m, s, kp.}$$

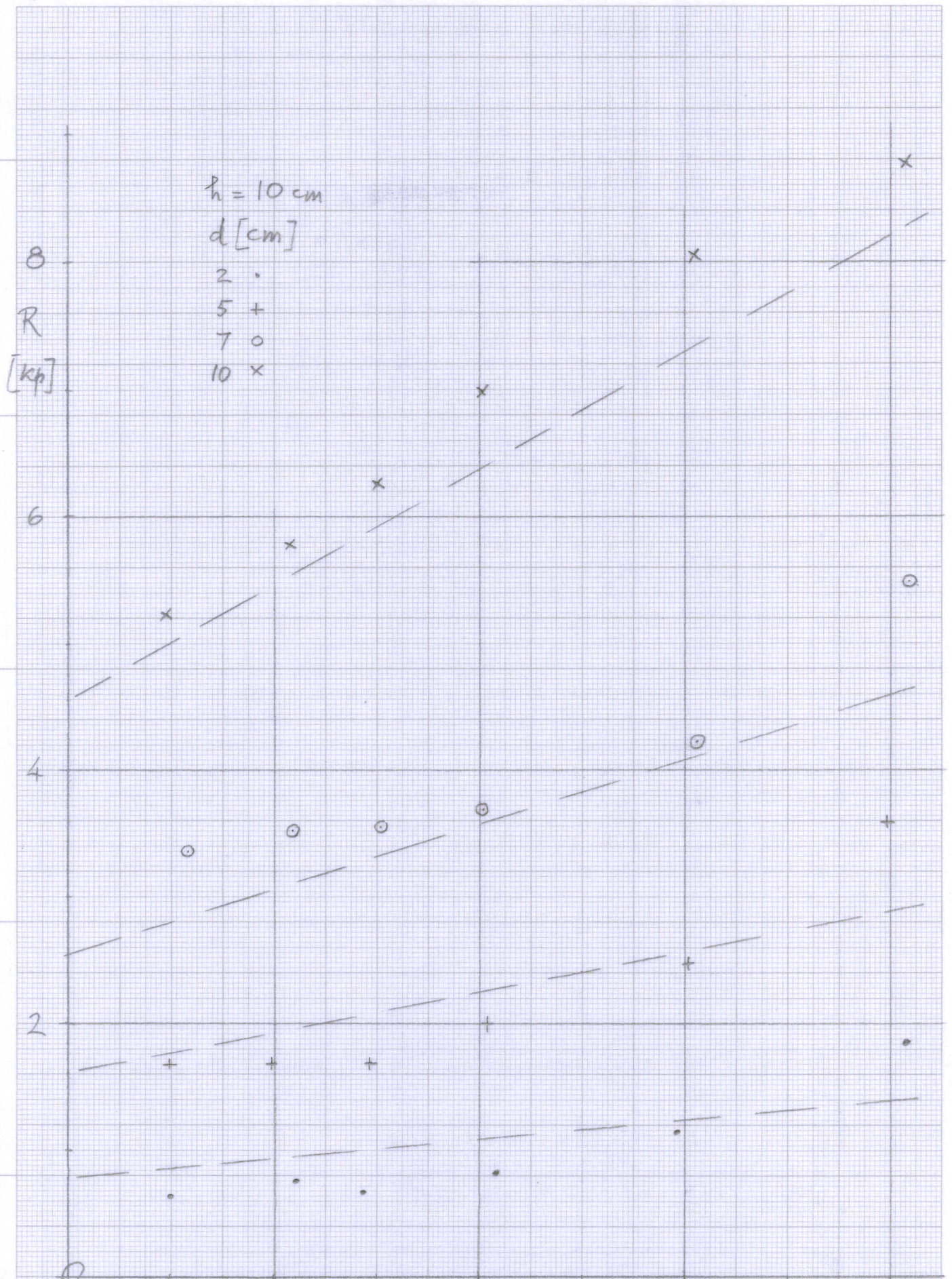


4. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch mit Wasserüberschuß $R \approx \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) (750 + 7000 v^2)$.

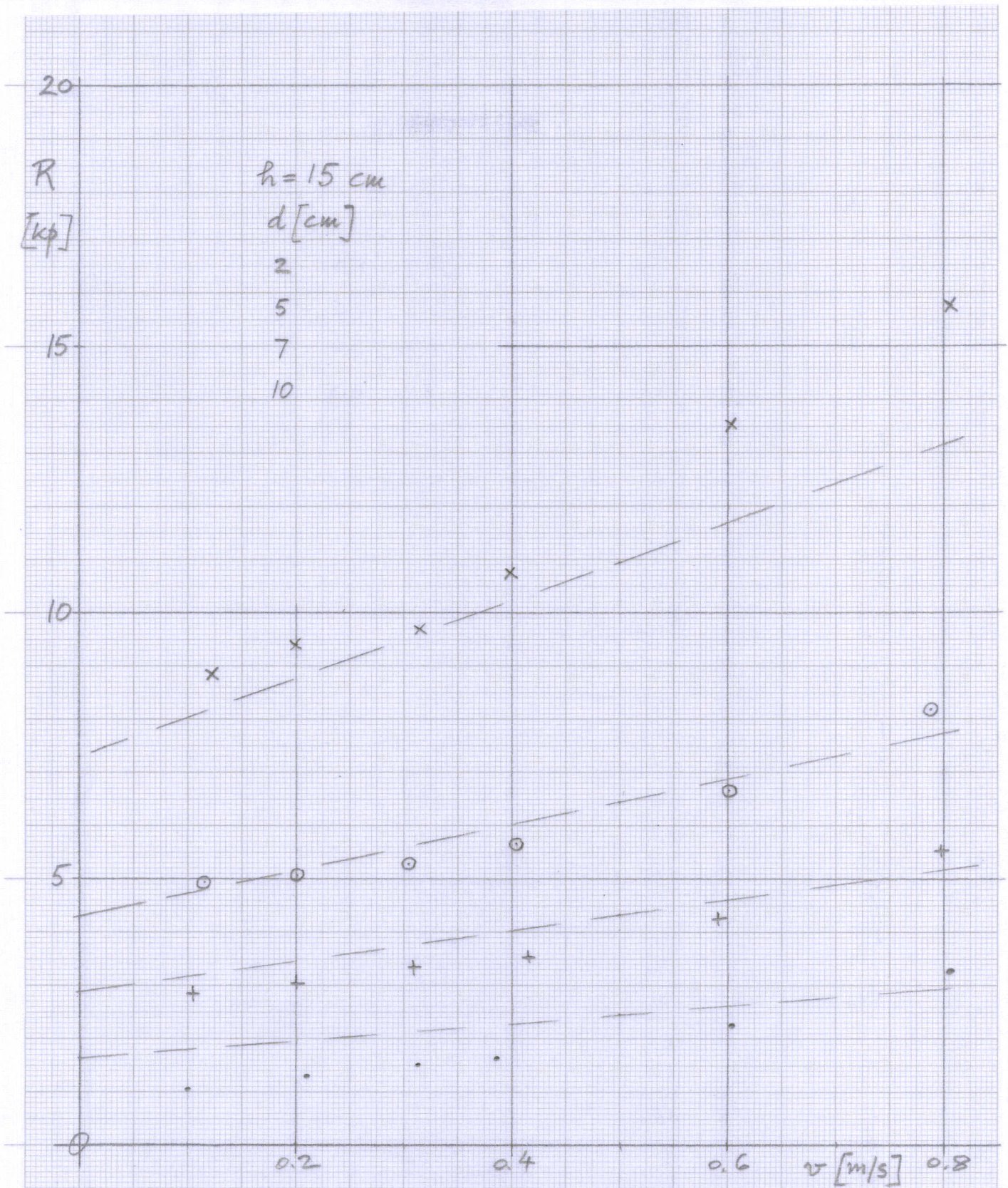


5. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch mit Wasserüberschuß

$$R \approx \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) (750 + 7000 v^2) \text{ in m, s, kp.}$$

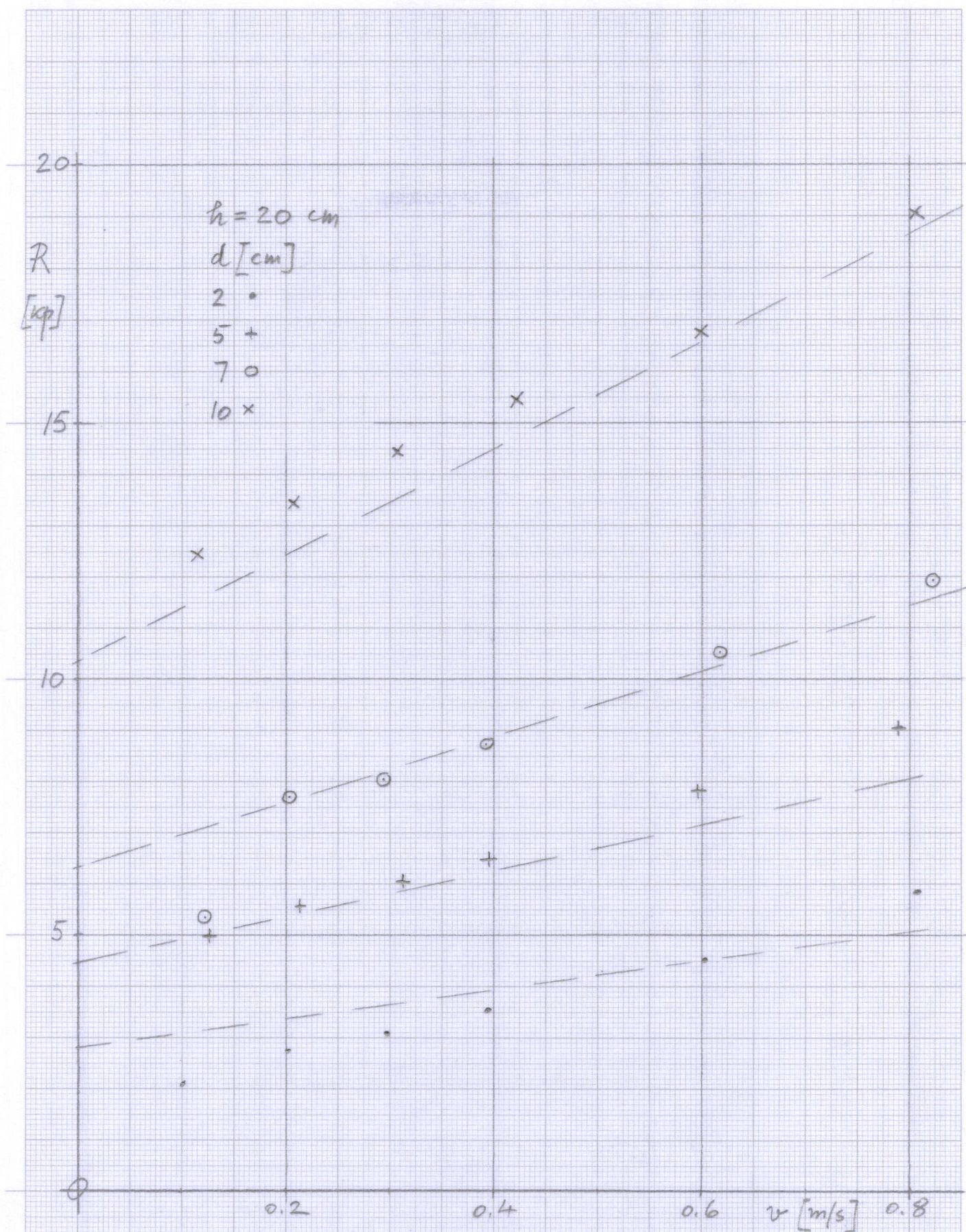


6. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch ohne Wasserüberschuß $R \approx (\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2) (5000 + 5000 v)$.



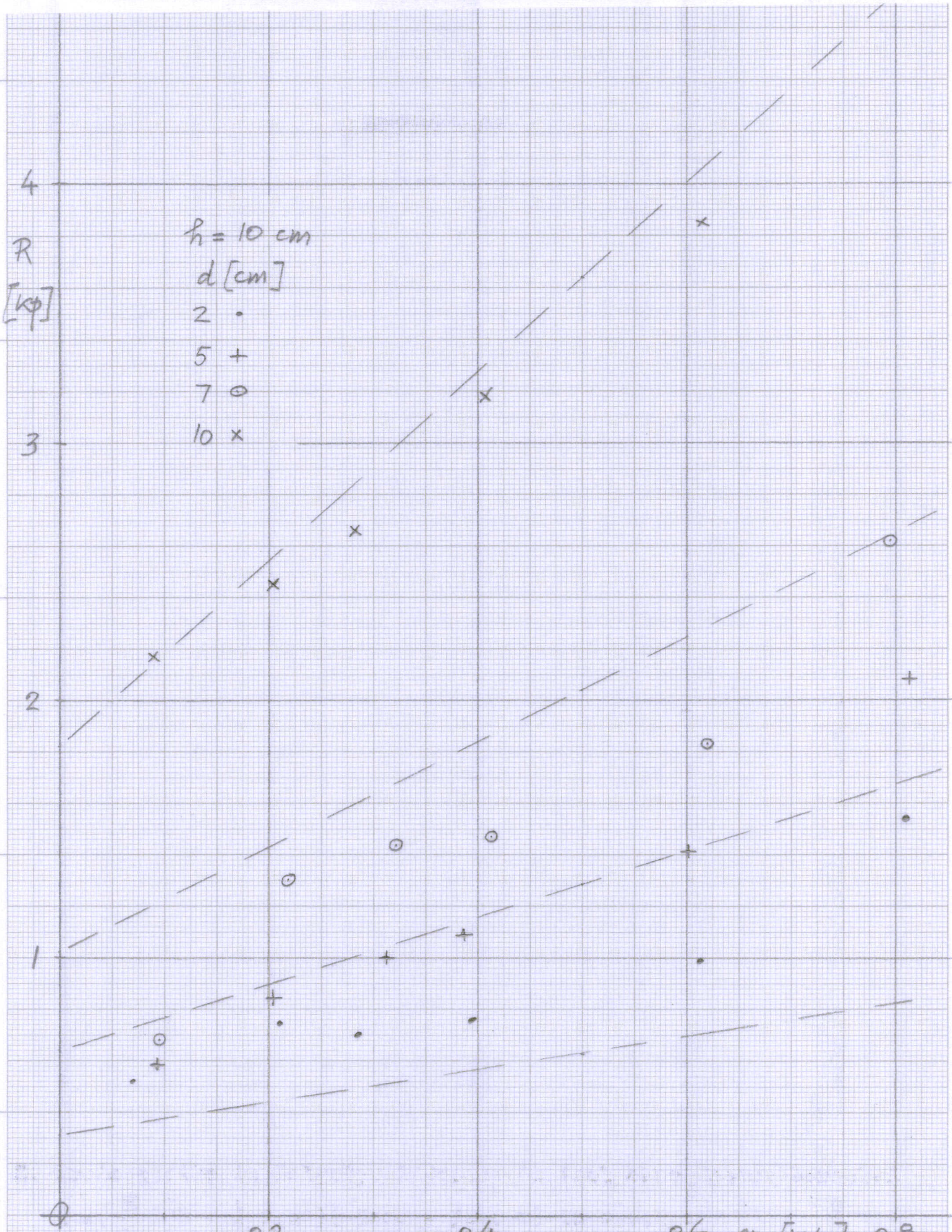
7. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch ohne Wasserüberschuß

$$R \approx \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) (5000 + 5000 v) \text{ in m, s, kp.}$$

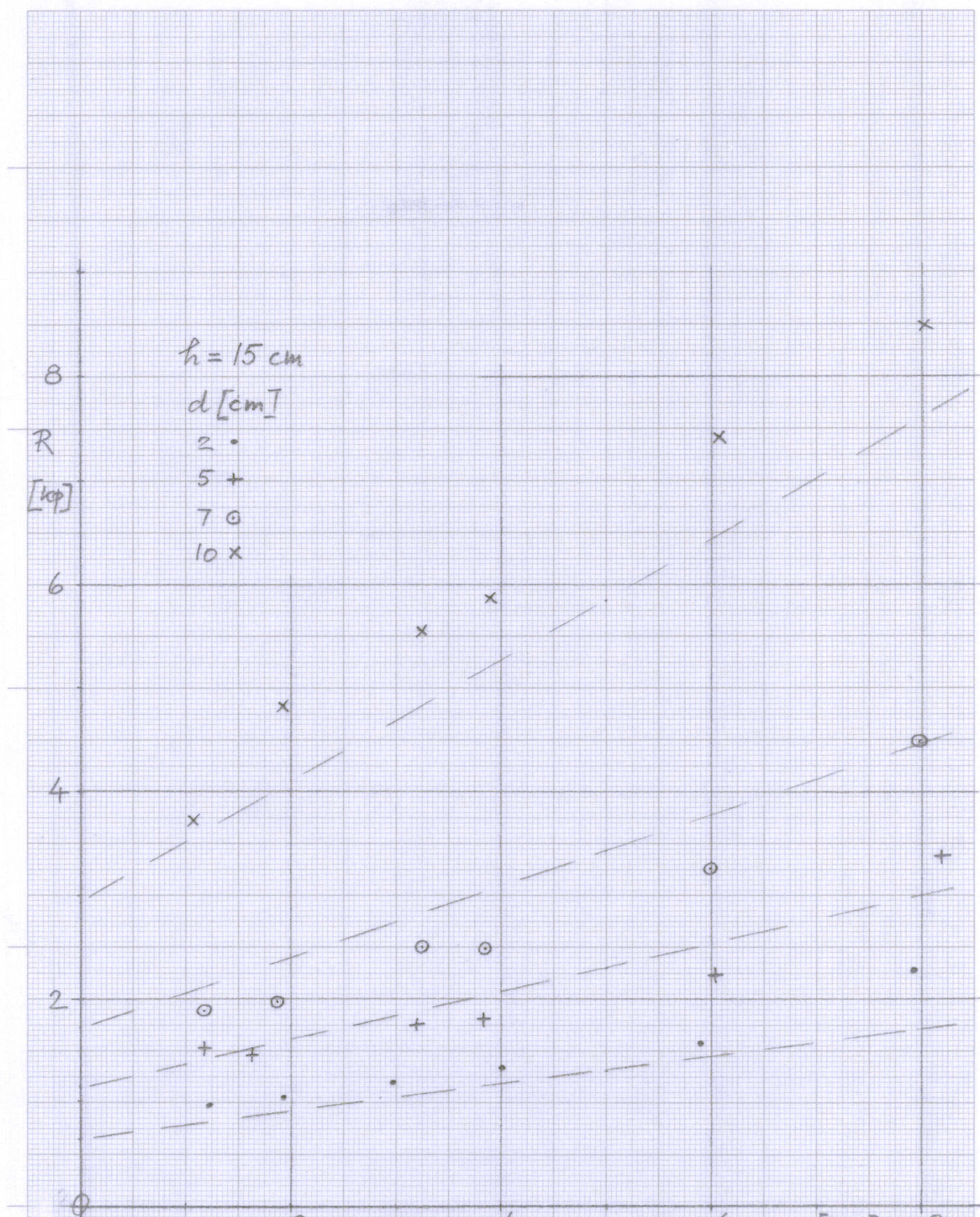


8. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch ohne Wasserüberschuß

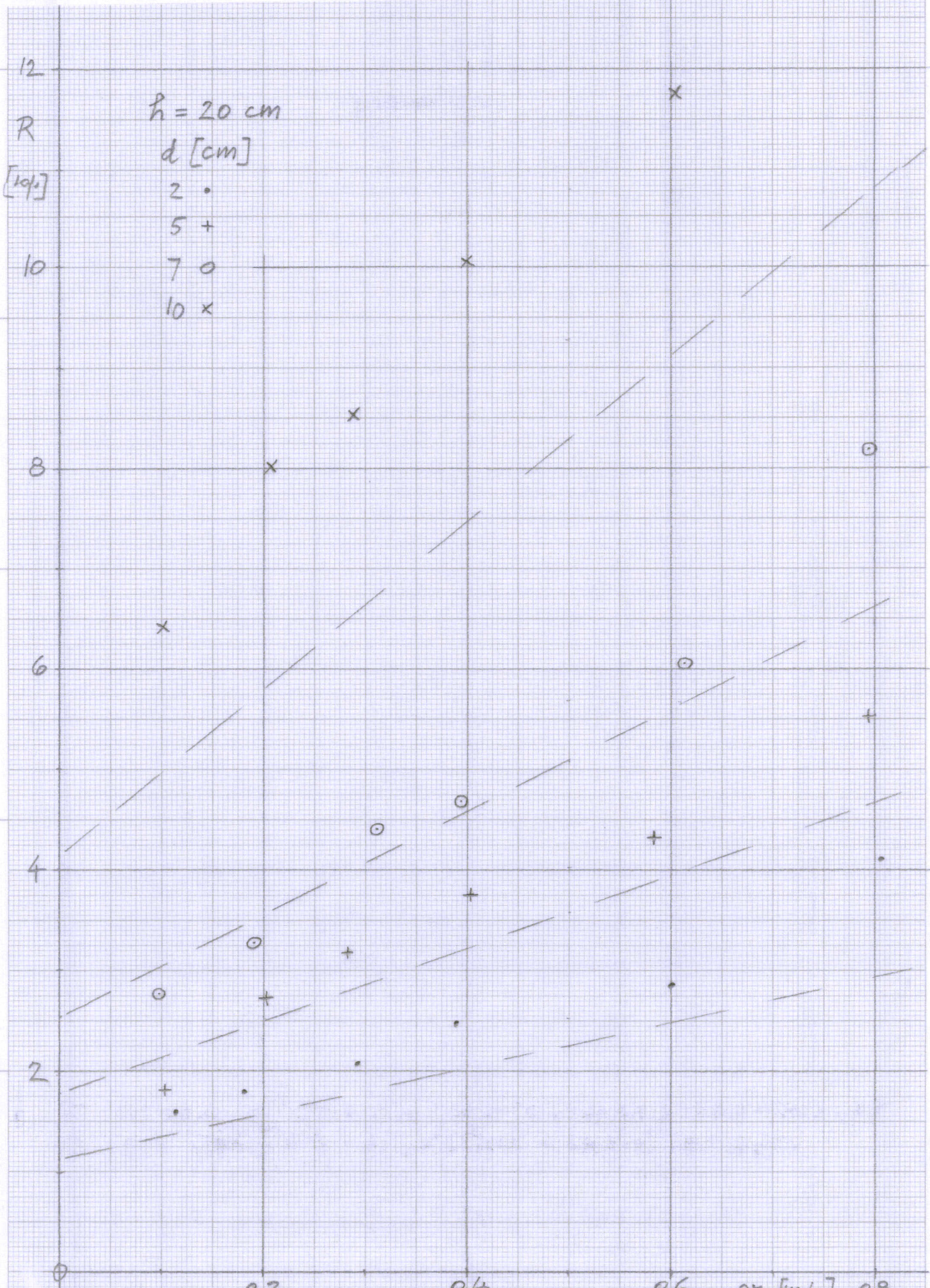
$$R \approx \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) (5000 + 5000 v) \text{ in m, s, kp.}$$



9. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch ohne Wasserüberschuß mit Pril $R \approx \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) (2000 + 4000 v)$.



10. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch ohne Wasserüberschuß
 mit Pril $R \approx \left(\frac{\pi}{4} d^2 h + \frac{1}{2} d_0 h^2 \right) (2000 + 4000 v)$ in m,s,kp.



R
[10%]

$h = 20 \text{ cm}$
 $d \text{ [cm]}$
 2 •
 5 +
 7 ○
 10 ×

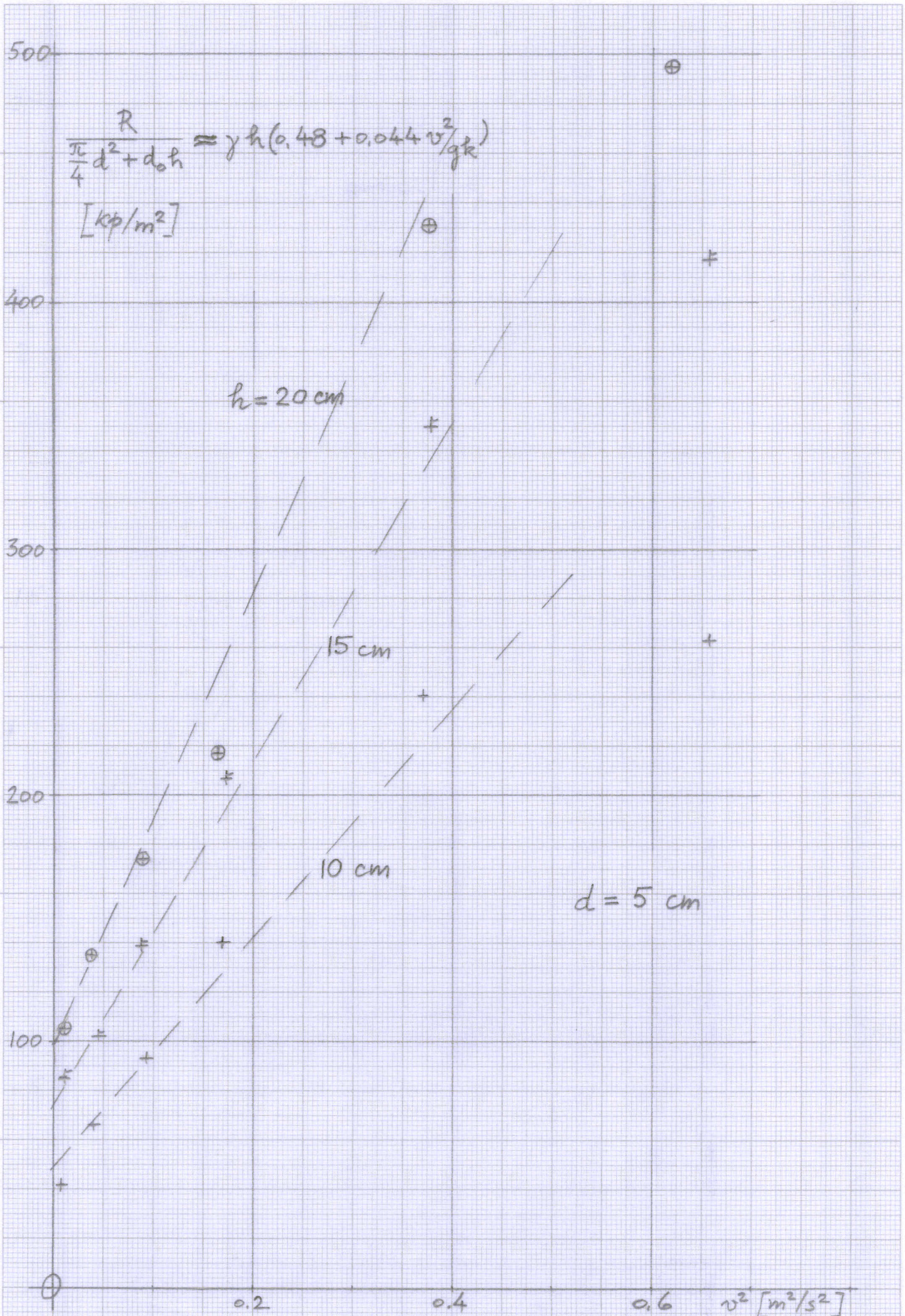
11. Kreisscheibe in Poly./W.-Gemisch ohne Wasserüberschuß mit Pril.



A 4 210x297 mm



MADE IN GERMANY



12. Kreisscheibe in Polystyrol/Wasser-Gemisch mit Wasserüberschuss (Widerstand R bezogen auf 'Widerstandsfläche')